

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียน
ระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

ปริญญานิพนธ์
ของ
อาพันธ์ชนิต เจนจิต

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุริยบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
เมษายน 2546
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

371.90447

062911

๖๖

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียน
ระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

บทคัดย่อ

ของ

อาพันธ์ชนิต เจนจิต

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุเชฎฐบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

เมษายน 2546

๓๑๒๒๕๔๖ ๖๖

อาพันธ์ชนิต เจนจิต. (2546). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์*
สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์.

ปริญญาานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร. สมพล เล็กสกุล ,
รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล , รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์.

การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การ
แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทาง
คณิตศาสตร์และศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนดังกล่าว ในด้าน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่าง
สร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วยความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ

ประชากรเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความ
สามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจงจากประชากรเป้าหมายที่ได้คะแนน
จากการวัดแววคณิตศาสตร์ตั้งแต่คะแนนเฉลี่ยขึ้นไป ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ของโรงเรียน
ไพฑูริย์ศึกษา จำนวน 15 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู ประกอบกันเป็น
ชุดการเรียนรู้การสอนที่เรียกว่ากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่าง
สร้างสรรค์

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนดังกล่าว พัฒนาจากผลการศึกษาเอกสาร ตำราและงาน
วิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง จำนวน 12 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้
ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็กและรายบุคคล ด้วยกระบวนการ
แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ นำเครื่องมือที่พัฒนาแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสม ก่อนที่จะนำ
เครื่องมือที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองนำร่องเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มเล็ก แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขก่อน
นำไปทดลองภาคสนาม

เนื้อหาเรขาคณิตที่ใช้เป็นพื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตครอบคลุมหัวข้อความรู้เบื้องต้นทาง
เรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคำนวณหาความยาว ขนาดของมุมและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ความรู้เกี่ยวกับสมบัติ
ของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้ ประกอบด้วยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย
ความเท่ากันทุกประการและวงกลม

ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ อาจ
นำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียน
ที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อ
พิจารณาจาก (1) นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
เรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวน
นักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .10 (2) นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
เรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน
ที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ อยู่ในระดับดีทุกด้าน

INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON GEOMETRY THROUGH CREATIVE
PROBLEM SOLVING FOR UPPER – ELEMENTARY
MATHEMATICALLY TALENTED STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
APUNCHANIT JENJIT

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Doctor of Education degree in Mathematics Education
at Srinakharinwirot University
April 2003

Apunchanit Jenjit. (2003). *Instructional Activities on Geometry through Creative Problem Solving for Upper – Elementary Mathematically Talented Students*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education) Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc.Prof. Dr. Sompon Lekskul, Assoc.Prof. Dr. Preecha Nowyenphon, Assoc. Prof. Orapin Jearrapong.

The purposes of this research aimed at the development of instructional activities on geometry through creative problem solving for upper–elementary mathematically talented students and at its effectiveness after implementation in term of the ability to solve geometric problems creatively as well as their thinking behaviors of creative problem solving within the scope of flexibility, originality, and elaboration.

The target population comprised Prathom 5 and 6 students talented in mathematics. The sample for field try out derived by purposive sampling from the target population whose mathematical aptitude scores were equal to or higher than the average and enrolled in second semester of academic year 2545 at Phathai – Udomsuksa School at the total of 15.

The instruments used in this research consisted of lesson plan and supplementary documents for teachers in the form of instructional activities on geometry through creative problem solving, test of creative problem solving on geometry, and observation scale for behaviors reflecting creative problem solving thought.

Twelve instructional activities, two periods of fifty minutes for each activities were developed through reviewing of related documents texts, and research results. The activities emphasized on problem – centered. The subjects were assigned to solve problems participatively in the form of entire group, small group, and individualized. The process and strategies of creative problem solving were used for operation. After that the specialists were invited to justify appropriateness of the instrument and being corrected before trying out pilot study with individual and small group for final correction to get ready for field try out.

The geometric content covered basic concepts in geometry including fundamental geometry in the topics of computation of lengths, angle measures, and areas of geometric figures; properties of geometric figures and their application , i.e. property of right angle triangle , parallel lines , similarity , congruence, and circle.

The research results revealed that the geometry instructional activities through creative problem solving might be applied to upper – elementary mathematically talented students enrolled in schools affiliated to pilot project for developing ingenious capacity of child and youth center run by Srinakharinwirot University. The rational could be considered from ; (1) There were more than seventy – five percent of the subjects could

get at least seventy five percent of achievement score in creative problem solving on geometry after being instructed through the given activities at .10 level of significance. (2)

The sample under study, through creative problem solving activities, could solve problem creatively at good level in all of flexibility, originality, and elaboration.

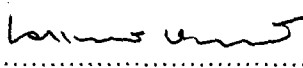
ปริญญานิพนธ์นี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
ทบวงมหาวิทยาลัย

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

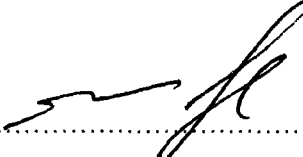
กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียน
ระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

ของ
นางอาพันธ์ชนิต เจนจิต

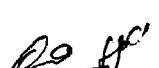
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุซฐิบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

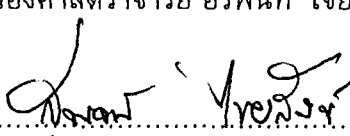

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)
วันที่ 30 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2546

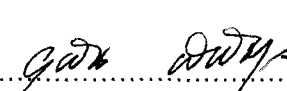
คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์


.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมพล เล็กสกุล)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ อรพันธ์ เจียรพงษ์)


.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์)


.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ศาสตราจารย์ ยุพิน พิพิธกุล)

ประกาศขอบคุณการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ด้วยความอนุเคราะห์จากผู้มีพระคุณหลายท่าน ดังนี้
รองศาสตราจารย์ ดร.สมพล เล็กสกุล กรุณาเป็นประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์
ซึ่งแนวทางในการศึกษาค้นคว้า เสียสละเวลาในการตรวจอ่านปริญญานิพนธ์อย่างละเอียด ให้คำแนะนำในการ
แก้ไขและช่วยให้ผู้วิจัยมีความอดทน เพียรพยายามจนสำเร็จลุล่วง รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล
และรองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียรพงษ์ กรุณาเป็นกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เสียสละเวลาใน
การตรวจอ่านปริญญานิพนธ์และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขอย่างดียิ่ง ทั้งสามท่านทำให้ผู้วิจัยสามารถ
ทำปริญญานิพนธ์สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์ และศาสตราจารย์ ยุพิน พิพิธกุล
เป็นอย่างสูง ที่กรุณาเสียสละเวลาอันมีค่าเป็นกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์เพิ่มเติม ตลอดจนให้
คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงแก้ไขปริญญานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต อาจารย์ ดร. ธ ชง
พวงสุวรรณ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นิตติยา ปภาพจน์ ที่ให้คำแนะนำ ข้อคิดเห็นและช่วยแก้ไข
ข้อบกพร่องต่างๆ ในการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ อาจารย์ใหญ่และผู้ช่วยอาจารย์ใหญ่ โรงเรียนไพฑูริย์ศึกษา
ที่ให้ความกรุณาช่วยเหลือ สนับสนุนเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่าง สถานที่และสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ ในการ
ทดลองนำร่องและการทดลองภาคสนาม ขอขอบคุณคณาจารย์ในศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพของโรงเรียน
ไพฑูริย์ศึกษา ที่ให้ความกรุณาในการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่าง จัดเวลาและสถานที่ในการทดลอง ขอขอบคุณ
นักเรียนที่เข้าร่วมโครงการวิจัยทุกคน นักเรียนเหล่านี้ให้ความร่วมมือ เสียสละเวลามาเข้าร่วมโครงการวิจัย
ด้วยความเต็มใจ จนทำให้การทดลองเป็นไปได้อย่างดี

ในการทำปริญญานิพนธ์ครั้งนี้ ผู้ที่ช่วยให้ผู้วิจัยมีความเพียรพยายาม จนสำเร็จลุล่วงได้ คือ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ที่คอยให้คำแนะนำและกำลังใจตลอดเวลาที่ทำปริญญานิพนธ์ ขอขอบใจ
ด.ญ. พุทธรธรณ เจนจิต ที่ให้ความช่วยเหลือด้านการพิมพ์บางส่วนและประพฤติปฏิบัติตนเป็นลูกที่ดี ทำให้
ผู้วิจัยมีกำลังใจในการศึกษาเล่าเรียน จนสามารถทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้เป็นผลสำเร็จ

นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ให้ความอนุเคราะห์ท่านอื่นๆ ที่ผู้วิจัยไม่สามารถเอ่ยนามได้หมด
มา ณ ที่นี้ ไม่ว่าจะเป็น บิดา มารดา ญาติ พี่น้อง ขอบขอบคุณเพื่อนๆ และพี่ๆ ที่กำลังศึกษาระดับปริญญาเอก
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒทุกท่าน ที่คอยให้กำลังใจและคำแนะนำในการทำ
ปริญญานิพนธ์

ถ้าปริญญานิพนธ์ฉบับนี้พอจะเป็นประโยชน์ทางการศึกษาในโอกาสต่อไป ผู้วิจัยขอขอบคุณความดี
ทั้งหมดให้ผู้มีพระคุณทุกท่านที่กล่าวมา

อาพันธ์ชนิต เจนจิต

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ..... 1
	ภูมิหลัง..... 1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย..... 4
	ความสำคัญของการวิจัย..... 4
	ขอบเขตของการวิจัย..... 4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย..... 4
	ระยะเวลาทำการทดลองภาคสนาม..... 5
	ตัวแปรที่ศึกษา..... 5
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 5
	นิยามศัพท์เฉพาะ..... 7
	สมมติฐานในการวิจัย..... 8
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 9
	นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์..... 9
	ความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์..... 9
	ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ..... 10
	การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ..... 12
	การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ..... 12
	การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์..... 12
	รูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ..... 14
	เกณฑ์การเลือกรูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถ พิเศษ..... 16
	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์..... 16
	ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 17
	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 18
	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์..... 18
	ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 23
	กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 25
	องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา..... 25
	การสอนการแก้ปัญหา..... 26
	การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 28
	เทคนิคการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 28
	การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจากงานเขียน..... 29
	การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์..... 29

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
2(ต่อ)	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	30
3	วิธีดำเนินการวิจัย.....	35
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	35
	ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	36
	การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน.....	37
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและหาคุณภาพของเครื่องมือ.....	37
	การทดลองภาคสนาม.....	45
	การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	45
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	47
	ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	
	ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต.....	47
	ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	
	ในด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์.....	49
	ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้	
	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์.....	50
5	สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	61
	สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการดำเนินการวิจัย.....	61
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	65
	อภิปรายผล.....	68
	ข้อเสนอแนะ.....	73
	บรรณานุกรม.....	75
	ภาคผนวก.....	81
	ภาคผนวก ก.....	82
	รายนามผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมและตรวจให้คะแนน และ	
	อาจารย์ผู้คัดเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	83
	รายนามนักเรียนโรงเรียนไพฑูริย์ศึกษาที่เข้าร่วมโครงการ.....	84
	ภาคผนวก ข.....	85
	ข้อมูลจากการทดลองภาคสนาม.....	85

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก (ต่อ)	
คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง ภาคสนาม จำนวน 15 คน.....	86
คะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน.....	89
ภาคผนวก ค.....	92
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์.....	93
สื่อประกอบ.....	218
ภาคผนวก ง.....	226
ตัวอย่างภาพกิจกรรมและผลงานของนักเรียน.....	227
ภาคผนวก จ.....	235
แบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียนและหลังเรียน.....	236
และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา.....	240
ภาคผนวก ฉ.....	241
แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และเกณฑ์การประเมิน พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์.....	242
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	247

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา อย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ของนักเรียน ในกลุ่มตัวอย่าง 15 คน.....	48
2	การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน ที่สอบผ่านเกณฑ์ 75.....	49
3	พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน.....	50
4	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง ภาคสนาม 15 คน	86
5	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ ทดลองภาคสนาม จำนวน15 คน.....	89
6	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ ทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน.....	90
7	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ ทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน.....	91

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของปาร์น แทรฟฟิงเกอร์และไพรส์ไดน์.....	20
2 กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่มีขั้นตอนเคลื่อนที่อย่างยืดหยุ่น.....	21
3 วงจรการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์.....	22

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างคนซึ่งเป็นผลผลิตของระบบการศึกษา ที่จะสามารถปรับตัวและแก้ไขปัญหาที่มีความหลากหลายในสภาพการณ์ที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว สามารถพัฒนาตนเอง ครอบครัว ชุมชน ตลอดจนประเทศชาติให้ก้าวหน้าไปอย่างพึงประสงค์ การจัดการศึกษาจึงควรเป็นไปตามที่กำหนดไว้ในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 22 ซึ่งกล่าวว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.2542 : 12) แนวการจัดการศึกษาดังกล่าวมุ่งเน้นให้ทุกคนมีโอกาสพัฒนาตนและได้ใช้ความสามารถอย่างเต็มกำลังจนบรรลุถึงศักยภาพสูงสุดที่มีอยู่

การจัดการศึกษาในปัจจุบันมักจะมุ่งไปที่เด็กที่มีระดับความสามารถทางสติปัญญาปานกลาง เนื่องจากเป็นกลุ่มประชากรส่วนใหญ่ของโรงเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และหนังสือเรียน จึงเหมาะกับเด็กกลุ่มนี้โดยเฉพาะ แต่ยังมีเด็กส่วนหนึ่งที่มีระดับความสามารถทางสติปัญญาสูงหรือเด็กที่มีความสามารถพิเศษที่ไม่ได้รับการพัฒนาตามระดับความสามารถอย่างเต็มตามศักยภาพ มักถูกกำหนดกรอบให้เรียนเหมือนกับเด็กส่วนใหญ่ทั่วไป โดยสภาพที่ควรจะเป็นแล้วเด็กที่มีความสามารถพิเศษอาจต้องการการศึกษาหรืองานพิเศษซึ่งท้าทายความคิดและต้องการการช่วยเหลือแนะนำจากผู้ให้ทำงานอย่างมีประสิทธิภาพสูง ซึ่ง ซิมป์สันและมาร์ตินสัน (Simpson & Martinson, 1961) ได้ศึกษา พบว่า เด็กที่มีความสามารถพิเศษอาจรักษาระดับความสามารถแม้แต่ความสามารถในระดับปานกลางไว้ไม่ได้ถ้าให้อยู่ในชั้นเรียนปกติ และจะไม่สามารถไปถึงศักยภาพอย่างเต็มที่ ถ้าไม่มีการจัดโครงการพิเศษให้ตามความสามารถของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ซึ่งการจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษปรากฏอย่างชัดเจนเมื่อ ค.ศ.1957 เมื่อสหภาพโซเวียตส่งยานอวกาศสปุตนิกขึ้นไปสำรวจอวกาศ ทำให้ประเทศต่างๆ ให้ความสำคัญต่อการจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีสติปัญญาเลิศ เพื่อเป็นการเตรียมกำลังคนที่มีความสำคัญอย่างมากต่ออนาคตของประเทศ โดยเฉพาะมีการเร่งปฏิรูปหลักสูตรวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งนำไปสู่หลักสูตรวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (Frederick, 1983 : 531-532)

ในประเทศไทยมีโครงการส่งเสริมความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ตั้งแต่ พ.ศ. 2527 จนถึงปัจจุบัน ซึ่งอยู่ในความรับผิดชอบร่วมกันระหว่างกรมสามัญศึกษากับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และมีการจัดตั้งโรงเรียนเพื่อผลิตนักวิทยาศาสตร์ ชื่อโครงการโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ และในช่วง พ.ศ. 2535 สสวท. เริ่มมีโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พสวท.) นอกจากนี้ยังมีโครงการส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอีกหลายโครงการ เช่น โครงการโรงเรียนจุฬาภรณวิทยาลัย โครงการคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์โอลิมปิก เพื่อคัดเลือกนักเรียนเข้าร่วมการแข่งขันโอลิมปิกวิชาการ

ส่วนใหญ่โครงการต่างๆ เหล่านี้เป็นโครงการสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากกลุ่มนักเรียนที่เป็นกลุ่มพื้นฐานเบื้องต้นของนักเรียนในกลุ่มนี้ก็คือกลุ่มนักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงน่าจะมีการจัดการศึกษาหรือโครงการพิเศษต่างๆ เพื่อเตรียมกำลังคนที่มีความสามารถพิเศษที่เริ่มต้นตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ซึ่งเป็นการเตรียมตัวและส่งผลผลิตผลทางการศึกษาที่มีความสามารถพิเศษไปยังระดับที่สูงขึ้นต่อไป ทำให้การพัฒนาเป็นไปอย่างต่อเนื่องและประสบผลสำเร็จยิ่งขึ้น ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยเหตุที่นักเรียนในกลุ่มนี้มีขั้นการพัฒนาความรู้ความเข้าใจของเพียเจต์ในขั้นที่ 3 ที่เรียกกันปกติทั่วไปว่าขั้น Concrete operation ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี มีพัฒนาการในขั้นที่สามารถใช้สมมติอย่างมีเหตุผล รู้จักแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ คิดย้อนกลับได้ นักเรียนในระดับประถมศึกษาตอนปลายบางคนอาจจะมีการพัฒนาความรู้ความเข้าใจอยู่ในขั้นที่ 4 ที่เรียกว่า Formal operation ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 11-15 ปี โดยจะมีความสามารถคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหา สามารถแก้ปัญหาอย่างมีระบบระเบียบ มีความพอใจที่จะคิดถึงสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ ดังนั้น ในการพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษที่เป็นการพัฒนาด้านกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผลและการแก้ปัญหาในสิ่งที่ เป็นนามธรรมน่าจะเริ่มตั้งแต่ระดับประถมศึกษาตอนปลาย เนื่องจากอยู่ในกลุ่มอายุที่มีความพร้อมที่จะทำการพัฒนาตามความสามารถได้อย่างเต็มที่

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาที่เป็นการแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์ (Creative problem solving) เป็นกรอบแนวคิดที่ใช้ทักษะการคิดและเครื่องมือการคิดเพื่อค้นหาวิธีการหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีโครงสร้างของกระบวนการที่ใช้จินตนาการ การวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ เพื่อนำไปใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์ ค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหาและพิจารณาตัดสินใจเลือกแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดและแปลกใหม่ (Parnes, 1967) ในการสอนเพื่อความคิดสร้างสรรค์นั้นครูจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความคิดและผลงานของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงออกอย่างอิสระ ซึ่งวิลเลียมส์ (Williams, 1972) มีความเห็นว่า เด็กที่มีความสามารถสูงและมีความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง ควรจะได้รับการส่งเสริมให้ทำงานด้วยตนเอง การแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์ถือเป็นแนวทางการพัฒนาคนอย่างเต็มที่ตามศักยภาพประการหนึ่ง เพราะผู้ที่อยู่รอดได้ในสังคมอนาคตที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วจะต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์อย่างสูงในการคิดแก้ปัญหา ได้แก่ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ซึ่งสามารถอธิบายแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างแจ่มชัด ผู้วิจัยจึงคิดว่าการแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์มาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของทอแรนซ์ (Torrance, 1965 : 160 -161) ที่พบว่า ความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่ต้องใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นั้น สามารถพัฒนาได้ด้วยการสอน การฝึกฝนและฝึกปฏิบัติที่ถูกต้อง และการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์แก่เด็กตั้งแต่เยาว์วัยได้เท่าใดก็ยิ่งจะเป็นผลดีมากเท่านั้น

เรขาคณิตเป็นวิชาที่ศึกษารูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตทั้งสองมิติและสามมิติในระบบคณิตศาสตร์ซึ่งพัฒนาทักษะการให้เหตุผลแบบนิรนัย ทักษะการสื่อสารและการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนและในชีวิตประจำวัน (DeGnire, 1987 : 59 - 68) เรขาคณิตมีความสำคัญต่อการเชื่อมโยง

คณิตศาสตร์กับโลกจริง ซึ่งปรากฏอยู่รอบตัวเราทั้งที่เป็นธรรมชาติและสิ่งสร้างสรรค์ของมนุษย์ที่ส่วนใหญ่มีรูปแบบทางเรขาคณิตหรือใช้ความรู้ทางเรขาคณิตมาเกี่ยวข้อง เช่น สิ่งประดิษฐ์ในงานก่อสร้าง นอกจากนี้เรขาคณิตยังมีบทบาทสำคัญต่อการศึกษาวิทยาการสาขาอื่นๆ อย่างมาก เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ สถาปัตยกรรมศาสตร์ ศิลปกรรมศาสตร์ ทั้งยังเชื่อมโยงกับขอบข่ายอื่นของคณิตศาสตร์ เช่น พีชคณิต การวัดและจำนวน อีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับการที่สภาแห่งชาติของครูคณิตศาสตร์ (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) (NCTM. 2000 : 41) สหรัฐอเมริกา ระบุว่า การเรียนเรขาคณิตมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหาในขอบข่ายอื่นๆ ของคณิตศาสตร์และในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตจริง เนื้อหาเรขาคณิตโดยส่วนใหญ่จะสัมพันธ์กับชีวิตจริง สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ทั้งในเรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม วงกลม และทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก สมบัติของรูปเรขาคณิตในเรื่องเกี่ยวกับการหาขนาดของมุมและเส้นขนาน เรขาคณิตที่เกี่ยวกับการวัด ซึ่งได้แก่ ความยาวรอบรูป พื้นที่และปริมาตร นอกจากนี้ยังมีเรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่นำมาใช้ในการหาระยะทางและความสูงต่างๆ ได้ ผู้วิจัยจึงเห็นควรพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ลักษณะของกิจกรรมจะใช้ปัญหาเป็น ศูนย์กลางของกิจกรรม โดยนำเสนอในรูปปัญหาเรขาคณิตที่มีความเชื่อมโยงกับเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เฉพาะในส่วนที่เป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 และขยายเนื้อหาเพิ่มเติมในเรื่องสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม กิจกรรมการเรียนการสอนให้ความสำคัญกับการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนเพื่อกำหนดแนวทางหาวิธีแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร ส่งเสริม การให้เหตุผล การร่วมกันคิดแก้ปัญหา ทำให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการคิดจากเพื่อน ได้เห็นแบบแผนวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ช่วยให้เกิดความสำเร็จในการแก้ปัญหา ในกิจกรรมการเรียนการสอนจะสอดแทรกการสอนกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ โดยเน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหาและนำเสนอต่อกลุ่ม

กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น จะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของเรขาคณิตและคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนและท้าทาย น่าสนใจ ใกล้เคียงกับชีวิตจริงที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ทั้งเป็นการให้นักเรียนได้มีโอกาสในการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียนได้อย่างสร้างสรรค์ โดยผลพลอยได้จากการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวมาแล้ว ทำให้ได้มีโอกาสศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เกี่ยวกับความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออของนักเรียนด้วย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมาย ดังนี้

1. พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในด้านต่อไปนี้
 - 2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์
 - 2.2 พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย
 - 2.2.1 ความคิดยืดหยุ่น
 - 2.2.2 ความคิดริเริ่ม
 - 2.2.3 ความคิดละเอียดลออ

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยครั้งนี้ทำให้

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู โดยสามารถนำไปดัดแปลงใช้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึง ประถมศึกษาปีที่ 6 ในส่วนของเนื้อหาเรขาคณิตหรือเป็นกิจกรรมเสริมในเวลาหรือนอกเวลาเรียนก็ได้
2. ได้แนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเสนอวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางและพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียนตามศักยภาพของนักเรียน เป็นการส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้วยการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แปลกใหม่ และสามารถอธิบายความคิดของนักเรียนได้อย่างละเอียดลออ ชัดเจน
3. ได้แนวทางในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่สนับสนุนและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ
4. เป็นการวางรากฐานกำลังคนในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยเฉพาะกลุ่มที่จะทำงานเป็นกำลังสำคัญในการแก้ปัญหาของชาติและสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานคร และปริมณฑล ที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้แก่ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) โรงเรียนสาธิตบางนา

โรงเรียนอัสสัมชัญ (แผนกประถม) โรงเรียนไผ่ทุคมศึกษา โรงเรียนสารสาสน์ โรงเรียนปราโมชวิทยาและโรงเรียนแย้มสะอาด ประชากรทั้งหมดได้ผ่านขั้นที่สามของขั้นตอนการสำรวจหานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษตามแนวทางที่แนะนำโดยศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน ดังนี้

ขั้นที่หนึ่ง ขั้นเสนอชื่อ (จำนวนผู้ได้รับการเสนอชื่อทั้งหมดคิดเป็น 100 %)

ขั้นที่สอง ขั้นทดสอบและสัมภาษณ์ผู้เกี่ยวข้อง (คัดเพียง 10 - 15% ของรายชื่อทั้งหมด)

ขั้นที่สาม ขั้นการรับรองโดยผู้เชี่ยวชาญ (เฉพาะผู้โดดเด่น 1 - 5% ของรายชื่อทั้งหมด)

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนไผ่ทุคมศึกษา ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจง แบ่งเป็น

1.2.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่อง เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบและหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้แก่ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล จำนวน 2 คน และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก จำนวน 6 คน

1.2.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานในการวิจัยและหาข้อมูลต่างๆ เพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย

2. ระยะเวลาทำการทดลองภาคสนาม ใช้เวลาทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 เป็นเวลา 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 วัน วันละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

2.2 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ในการทดลองภาคสนาม มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู ประกอบกันเป็นชุดการเรียนการสอนที่เรียกว่า กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นด้วยตนเอง มีทั้งหมด 12 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาในการปฏิบัติกิจกรรม 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 วัน วันละ 2 คาบ กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนการสอนตามปกติทั่วไป เนื้อหาครอบคลุมความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาและการนำไปใช้ดังนี้ ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคำนวณหาความยาว ขนาดของมุมและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม ความรู้เกี่ยวกับ

สมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้ ประกอบด้วย สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง แสดงแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาโดยการร่วมมือกันระหว่างนักเรียน เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและแปลกใหม่ ภายใต้การช่วยขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนขึ้น และอำนวยความสะดวกโดยครู ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมมีการสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่สังเคราะห์จากแนวคิดของปาร์น (Parnes, 1981) แทรฟฟิงเกอร์ และไฟร์สไตน์ (Traffinger & Firestien, 1989 : 36) ลัมสดาเน และลัมสดาเน (Lumsdaine & Lumsdaine, 1995 : 16) และแชลเลอร์อส (Shalleross, 1981) รวมทั้งสอดแทรกการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโฮล์มส์ (Holmes, 1995 : 37) ในกิจกรรมตามความเหมาะสม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็กและรายบุคคล ตามแนวคิดของนักการศึกษาที่สำคัญ ได้แก่ เรนซูลลี (Renzulli, 1997) และโฮล์มส์ (Holmes, 1995 : 37)

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเองและมีอาจารย์โรงเรียนไผทอุดมศึกษาที่รับผิดชอบกลุ่มตัวอย่างเป็นผู้ช่วยผู้วิจัยในการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในช่วงระหว่างปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน

2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบทดสอบอัตนัยแสดงวิธีคิดที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มี 2 ฉบับ เป็นแบบทดสอบคู่ขนานและใช้เวลาทดสอบฉบับละ 2 คาบ ดังนี้

2.1 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนก่อนเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ จากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีหาคำตอบ เพื่อนำผลมาศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังจากนักเรียนได้เรียนรู้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แล้ว

2.2 แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนหลังเรียนและนำผลมาตรวจสอบสมมติฐานในการวิจัย

การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ใช้เกณฑ์การพิจารณาแบบองค์รวมตามแนวคิดของ ชาร์ลส์ และคณะ (Charles, et al. 1987 : 2-9)

3. แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบรายงานที่ผู้วิจัยได้ดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) มีลักษณะเป็นแบบบันทึกผลการวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ตามแนวคิดของวิลเลียมส์ (Williams, 1970) เบกเกอร์ และชิมาดา (Becker & Shimada, 1997 : 34 - 35) โดยวิเคราะห์จากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีแก้ปัญหาจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียนตามลำดับ รวมทั้งจากผลงานการทำกิจกรรม การอภิปรายกลุ่มและการนำเสนอด้วยวาจาที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน

การตรวจให้คะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านได้จำแนกระดับพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละระดับ ดังนี้

0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก โดยคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป ถือว่าอยู่ในระดับดีขึ้นไป

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง การแก้ปัญหาที่ใช้กระบวนการคิดในการทำความเข้าใจปัญหาโดยการค้นหาข้อเท็จจริงและปัญหา หาแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แล้วพิจารณาตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพที่สุดและเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่ เป็นของตนเอง มีการนำเสนอแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาได้อย่างละเอียดชัดเจน เป็นที่ยอมรับและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

2. กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด และทักษะทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบของปัญหาทางเรขาคณิตที่แปลกใหม่และซับซ้อน โดยวิเคราะห์จากการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน และ/หรือจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน

4. พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง การแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหด้วยการเขียนและการนำเสนอด้วยวาจาได้อย่างสร้างสรรค์ โดยพิจารณาจากความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ

4.1 ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง ความหลากหลายของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งแนวคิด

4.2 ความคิดริเริ่ม หมายถึง การเป็นต้นแบบการคิด การมีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง และการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาให้เป็นแนวคิดของตนเอง

4.3 ความคิดละเอียดลออ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาได้อย่างละเอียดชัดเจน

5. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผ่านขั้นตอนการสำรวจนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางของศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

6. เกณฑ์ 75 หมายถึง เกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้านักเรียนในกลุ่มตัวอย่างได้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์จากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตหลังเรียนและจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน ตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ 75

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ได้มาจากผลรวมของคะแนนจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน ด้วยน้ำหนักร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม และคะแนนการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน ด้วยน้ำหนักร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

สมมติฐานในการวิจัย

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยพิจารณาจากผลการทดลองภาคสนามดังนี้

1. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ แต่ละด้านอยู่ในระดับดีขึ้นไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเป็นความรู้ในการสร้างและพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมด้านต่างๆ ดังนี้

1. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
2. การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ คือเป็นความสามารถพิเศษเฉพาะทาง มีความโดดเด่นทางด้านคณิตศาสตร์ ในที่นี้ผู้วิจัยขอกล่าวถึงความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษก่อน ซึ่งส่วนใหญ่ความหมายมักมีรากฐานตามคำนิยามที่สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาของประเศสหรัฐอเมริกา (U.S. Office of Education. 1972 : 191 - 230) กล่าวถึงนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษว่าเป็น “เด็กและเยาวชนที่มีการแสดงออกถึงความสามารถอันโดดเด่นหรือแสดงถึงศักยภาพของความเก่งเป็นที่ประจักษ์และประสบความสำเร็จแล้ว เมื่อเปรียบเทียบกับเด็กที่มีอายุหรือประสบการณ์หรือสภาพแวดล้อมเดียวกัน เด็กเหล่านี้แสดงออกถึงความสามารถและสมรรถภาพในเรื่องสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ และ/หรือความสามารถทางศิลปะหรือดนตรี มีลักษณะเป็นผู้นำหรือเป็นเลิศทางวิชาการสาขาใดสาขาหนึ่ง เด็กกลุ่มนี้ต้องการการบริการหรือกิจกรรมที่การศึกษาปกติในโรงเรียนไม่ได้จัดไว้ให้” แม้แต่ในประเทศไทยก็มีการกำหนดคำนิยามไว้เช่นกัน โดยคณะกรรมการแผนพัฒนาการศึกษาสำหรับผู้มีปัญญาเลิศและมีความสามารถพิเศษ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2541) ได้ให้ความหมายของเด็กและเยาวชนผู้มีความสามารถพิเศษไปในแนวทางเดียวกัน ดังนี้ “เด็กที่มีความสามารถพิเศษ หมายถึง เด็กที่แสดงออกซึ่งความสามารถอันโดดเด่นด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้านในด้านสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ การใช้ภาษา การเป็นผู้นำ การสร้างงานทางด้านทัศนศิลป์และศิลปการแสดง ความสามารถทางดนตรี ความสามารถทางกีฬาและความสามารถทางวิชาการในสาขาหนึ่งหรือหลายสาขาอย่างเป็นที่ประจักษ์เมื่อเปรียบเทียบกับเด็กอื่นที่มีอายุระดับเดียวกันสภาพแวดล้อมเดียวกัน”

จากความหมายหรือคำนิยามของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษดังกล่าว ทำให้ได้แนวคิดเกี่ยวกับความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ว่า น่าจะมีความหมายในลักษณะเดียวกับนักเรียน

ที่มีความสามารถพิเศษทั่วไป ไป เพียงแต่นักเรียนเหล่านี้มีความสนใจและความสามารถทางสติปัญญาและทางวิชาการโดดเด่นทางด้านคณิตศาสตร์ ซึ่ง ริตจ์ และเรนซูลลี (Ridge & Renzulli, 1981 : 208 - 209) ได้ให้ความหมายว่า เด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ คือ เด็กที่มีความสามารถโดดเด่นมากทางคณิตศาสตร์ มีความมานะมุ่งมั่นต่องานทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมากและมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เหนือกว่าปกติ นอกจากนี้ยังมีความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรม มีทักษะการคิดระดับสูงในกระบวนการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า (อุษณีย์ โพธิ์สุข, 2537 : 41 - 42 ; Frederick, 1983 : 533 - 534 ; House, 1987 : 8 - 9)

กล่าวโดยสรุป นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ หมายถึง นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์โดดเด่นกว่านักเรียนอื่นๆ ที่มีอายุรุ่นเดียวกัน สภาพแวดล้อมและประสบการณ์เดียวกัน มีความคิดสร้างสรรค์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล เข้าใจในสิ่งที่เรียนนามธรรมได้และมีทักษะในการรู้คิดระดับสูง ในกระบวนการวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินค่า

1.2 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

1.2.1 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

จากการศึกษาความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ทำให้เห็นลักษณะบางอย่างของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษและจากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ สรุปได้ดังนี้

1.2.1.1 มีความสามารถเชิงวิชาการ เรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็ว สนใจสิ่งต่างๆ อย่างกว้างขวางและล้ำลึก

1.2.1.2 มีความสามารถเชิงความคิดสร้างสรรค์ มีความคิดยืดหยุ่น มีความคิดริเริ่มและมีความคิดละเอียดลออ สามารถพูดหรือเขียนอธิบายความคิดของตนได้อย่างชัดเจน

1.2.1.3 มีความอยากรู้อยากเห็นอย่างมาก

1.2.1.4 มีลักษณะความเป็นผู้นำ

1.2.1.5 มีความสามารถแก้ปัญหาและมีความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในระดับสูง

1.2.1.6 มีความจำและสมาธิดีเยี่ยม

1.2.1.7 แสวงหาสิ่งที่ท้าทายความคิด

1.2.1.8 ต้องการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนที่มีความสามารถและความสนใจใกล้เคียงกัน

1.2.1.9 มีทักษะพิเศษในด้านดนตรี นาฏศิลป์ ศิลปการแสดงและอื่นๆ ตามความถนัดและความสนใจของตน

(มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2535 : 377 - 385 ; Frederick, 1983 : 532 - 534 ; House, 1987 : 8 - 9)

จึงอาจสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษมีพฤติกรรมที่โดดเด่นใน 3 ด้าน คือ พฤติกรรมทั่วไป ได้แก่ ลักษณะความเป็นผู้นำ ต้องการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนที่มีความสามารถและความสนใจใกล้เคียงกัน และมีทักษะพิเศษตามความถนัดและความสนใจของตน พฤติกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ มีความสามารถเชิงวิชาการ เรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็ว สนใจสิ่งต่างๆ อย่างกว้างขวางและล้ำลึก มีความอยากรู้อยากเห็น

อย่างมาก มีความสามารถแก้ปัญหาและมีความเข้าใจสิ่งต่างๆ ในระดับสูง มีความจำและสมาธิเยี่ยมและพฤติกรรมเชิงสร้างสรรค์ ได้แก่ มีความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและมีความคิดละเอียดลออ สามารถพูดหรือเขียนอธิบายความคิดของตนได้อย่างชัดเจนและแสวงหาสิ่งที่ท้าทายความคิด

1.2.2 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังนี้

1.2.2.1 มีความกระตือรือร้น และเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของสิ่งต่างๆ เชิงปริมาณได้อย่างรวดเร็วมีความสามารถในการรับรู้เกี่ยวกับแบบแผน โครงสร้างความสัมพันธ์ และการดำเนินการเชิงคณิตศาสตร์

1.2.2.2 มีความสามารถในการจดจำและเข้าใจสัญลักษณ์ความสัมพันธ์ การพิสูจน์และวิธีการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์

1.2.2.3 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และให้เหตุผลอย่างวิเคราะห์แบบนิรนัยและอุปนัย

1.2.2.4 เป็นนักคิดสร้างสรรค์และมีความคิดริเริ่มทางคณิตศาสตร์

1.2.2.5 มีทักษะในการรู้คิดระดับสูง ในกระบวนการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า

1.2.2.6 มีความคิดยืดหยุ่น ต้องการค้นหาวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ชัดเจนมีเหตุผลและทันสมัยมากที่สุด

1.2.2.7 สามารถย่อหรือตัดทอนกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสามารถย้อนกลับกระบวนการคิดได้

1.2.2.8 มีความสามารถในการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองและมีแนวทางการคิดที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างจริงจัง

1.2.2.9 ชอบตั้งคำถามแบบนามธรรม

1.2.2.10 สามารถอ่านและทำความเข้าใจหนังสือและบทความต่างๆเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองอย่างเต็มที่

(อุษณีย์ โพธิสุข. 2537 : 41 - 42 ; นิตติยา ปภากพันธ์. 2540 : 16 - 17 ; Krutetskii. 1976 : 14 - 16 ; Frederick. 1983 : 533 - 534 ; House. 1987 : 8 - 9)

จึงอาจกล่าวได้ว่าลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ก็มีลักษณะพฤติกรรมต่างๆ ไป พฤติกรรมด้านการเรียนรู้ และพฤติกรรมเชิงสร้างสรรค์ ร่วมกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทั่วไป แต่มีลักษณะพิเศษที่โดดเด่นในส่วนที่เป็นพฤติกรรมทางด้านคณิตศาสตร์ เช่น มีความสนใจและความสามารถในการเชิงปริมาณได้อย่างรวดเร็ว มีความสามารถในการแก้ปัญหา หาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล เป็นต้น ในการจัดการศึกษาหรือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ จึงจำเป็นต้องศึกษาลักษณะเหล่านี้ เพื่อให้ได้กลุ่มเป้าหมายที่มีลักษณะตรงตามลักษณะเฉพาะที่แท้จริงและสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้สอดคล้องและเหมาะสมกับธรรมชาติและศักยภาพของนักเรียนได้อย่างเต็มที่

2. การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

2.1 การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเสนอแนะหรือให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเลือกพัฒนาศักยภาพความต้องการและความถนัด ครูไม่ควรกำหนดโปรแกรมแต่ฝ่ายเดียว เพราะนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษมีความแตกต่างกันในด้านความคิด ความสนใจและวิธีการเรียน การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนกลุ่มนี้ต่างก็มีจุดหมายที่จะให้นักเรียนได้รับประโยชน์จากการเรียนอย่างเต็มที่และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาตนไปในแนวทางที่เขาต้องการ

ในการศึกษาเอกสารและงานวิจัยพบว่าการจัดการศึกษาที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษและนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษเฉพาะทาง ควรมีลักษณะ ดังนี้

- 2.1.1 สนองความสนใจของเอกัตบุคคล
- 2.1.2 มีความยืดหยุ่นของแผนการเรียน
- 2.1.3 เป็นการศึกษาโดยอิสระ
- 2.1.4 ฝึกการคิดวิจารณ์ญาณ ความคิดสร้างสรรค์และทักษะการแก้ปัญหา

(Greenes. 1981 : 14 - 17 ; Heid. 1983 : 224 - 225 ; House. 1987 : 35)

2.2 การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

การจัดโปรแกรมการศึกษาเพื่อพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์สามารถจัดได้หลากหลาย ดังนี้ คือ

2.2.1 โปรแกรมเพิ่มพูนประสบการณ์ (Enrichment) เป็นการจัดการศึกษาแบบขยายกิจกรรมหรือเพิ่มเนื้อหาให้กว้างและลึกกว่าที่มีอยู่ในปกติ โดยมีหลักในการจัดโปรแกรม ดังนี้ คือ

- 2.2.1.1 เนื้อหาจะยากกว่าหลักสูตรปกติทั้งในแนวลึกและแนวกว้าง
- 2.2.1.2 เชื่อมโยงกันหลายวิชา
- 2.2.1.3 ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเลือกสิ่งที่จะเรียน
- 2.2.1.4 เน้นกระบวนการคิดระดับสูง

2.2.2 โปรแกรมย่นระยะเวลาเรียน (Acceleration) เน้นโปรแกรมการจัดที่มีการยืดหยุ่นทางการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความพร้อมและศักยภาพที่จะเรียนได้มากกว่าระดับอายุ โดยมีการจัดดังนี้ คือ

- 2.2.2.1 ให้เข้าเรียนก่อนเกณฑ์อายุ ในกรณีที่นักเรียนมีความพร้อมสูง
- 2.2.2.2 การเรียนข้ามชั้น คือ ให้นักเรียนข้ามชั้นจากชั้นหนึ่งไปเรียนชั้นที่สูงขึ้นไปอีก 1 ชั้นหรือ 2 ชั้น ตามศักยภาพ

- 2.2.2.3 ให้เรียนในชั้นที่สูงกว่าบางเนื้อหา
- 2.2.2.4 ให้ทำงานในชั้นที่สูงกว่าแต่นักเรียนยังอยู่ในชั้นเรียนเดียวกันกับเพื่อน
- 2.2.2.5 ย่นหลักสูตรให้เด็กเร็วขึ้น โดยมีเนื้อหาเดิม

2.2.3 โปรแกรมให้ผู้เชี่ยวชาญพิเศษเป็นผู้ให้คำปรึกษาดูแล (Mentoring) เป็นการให้ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะทางมาช่วยนักเรียนที่มีความสามารถโดดเด่นในแต่ละด้าน

2.2.4 โปรแกรมการจัดกลุ่มตามความสามารถ (Ability grouping program) เป็นการจัดชั้นเรียนพิเศษเฉพาะนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ โรงเรียนเฉพาะสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษหรือจัดการเรียนร่วมกับเด็กปกติ

2.2.5 โปรแกรมการศึกษาเป็นรายบุคคล (Independent study program) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานโดยอิสระ ภายใต้คำแนะนำจากผู้ดูแลหรือจากศูนย์วิทยากร

2.2.6 โปรแกรมห้องเสริมวิทยาการ (Resource room) นักเรียนเข้ามาห้องนี้เพื่อศึกษาเพิ่มเติมจากสื่อหลากหลาย เป็นการเสริมประสบการณ์พิเศษนอกเหนือจากในชั้นเรียน

2.2.7 โปรแกรมโครงการพิเศษ (Special project) นักเรียนสนใจ อยากรู้อยากเห็นในสิ่งต่างๆ ให้จัดทำโครงการเพื่อศึกษาหาคำตอบด้วยตนเอง

2.2.8 โปรแกรมภาคฤดูร้อน (Summer program) เป็นกิจกรรมเสริมพิเศษที่จัดขึ้นในช่วงปิดภาคเรียน โดยมีกิจกรรมตามจุดประสงค์ที่จะเสริมให้กับนักเรียน

(อุษณีย์ โพธิสุข. 2540 : 50 - 52 ; ศรียา นิยมธรรม. 2535 : 30 - 34 ; ผดุง อารยะวิญญู. 2531 : 12 ; อารี รังสินนท์. 2527 : 38 - 40)

ในการเปลี่ยนแปลงของการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษโดยเฉพาะนั้น ต้องประกอบด้วยข้อบ่งชี้หลัก 4 สิ่งต่อไปนี้

1. เนื้อหา มีความซับซ้อนมากขึ้น สื่อต่างๆ อยู่บนพื้นฐานของความคิดรวบยอดขั้นสูง การสืบเสาะปัญหาจริงเป็นรายบุคคลและกลุ่มเล็ก
2. ทักษะพิเศษ ได้แก่ การพัฒนาการแก้ปัญหาและทักษะการคิดแบบเอนกนัยและความคิดสร้างสรรค์ การใช้วิธีการค้นพบในการเรียนรู้
3. การเปลี่ยนแปลงในบทบาทหน้าที่ของครู จากผู้ควบคุมการเรียนรู้มาเป็นผู้อำนวยความสะดวก
4. สิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ ได้แก่ การสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมที่อำนวยความสะดวก ซึ่งอาจจะมีชั่วโมงพิเศษในการพบปะนักเรียน 2 - 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ หรือมีการจัดตั้งโรงเรียนพิเศษสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

(Gallagher. 1975 ; 1979 ; Gowan, Khatena & Torrance. 1979)

การจัดการศึกษาเป็นความพยายามที่ทำการช่วยเหลือนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษให้มีการพัฒนาทางด้านการศึกษาได้อย่างเต็มศักยภาพ จึงมีวิธีการที่หลากหลายในการจัดโปรแกรมการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ซึ่งจะพบว่าในโปรแกรมพิเศษมีความพิเศษหลักๆ 3 อย่าง ได้แก่ 1) โปรแกรมเป็นแบบสอนเสริมเพิ่มพูนประสบการณ์หรือย่นระยะเวลาเรียน จัดเตรียมกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดและระเบียบวิธีการทางวิทยาศาสตร์ซึ่งนำไปสู่การสืบเสาะเป็นรายบุคคล 2) การพัฒนาความสามารถและกระบวนการทางสติปัญญา การคิดแบบเอนกนัย การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และทักษะทางด้านอารมณ์ และ 3) กระบวนการวินิจฉัยซึ่งเอาใจใส่เหตุการณ์การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรและเอกลักษณ์ ซึ่งวิธีการนี้จะพบความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษอย่างเพียงพอ

จากการศึกษาข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์โดยจัดโปรแกรมเป็นแบบสอนเสริมเพิ่มพูนประสบการณ์ ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ขยายปัญหาไปทั้งแนวกว้างและแนวลึก โดยจัดเป็นชั้นเรียนพิเศษ

2.3 รูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

รูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษจะเน้นเกี่ยวกับกระบวนการคิดระดับสูง การคิดสร้างสรรค์และการคิดแบบเอนกนัย ซึ่งมีหลายรูปแบบดังนี้

2.3.1 รูปแบบการเรียนการสอนของ ซิดนีย์ ปาร์เน : การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Sidney Parnes : Creative problem solving)

รูปแบบการเรียนการสอนของปาร์เน เป็นรูปแบบการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีโครงสร้างของการใช้จินตนาการ เน้นการคิดหาทางเลือกหลายๆ แบบก่อนที่จะเลือกนำไปใช้แก้ปัญหา ในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหา ผู้ที่จะแก้ปัญหาก็จะต้องไม่ประหม่นหรือตัดสินใจแน่วแน่ที่จะแก้ปัญหาดังๆ เพราะต้องการให้คิดหาทางเลือกให้แปลกใหม่มากที่สุด การประหม่นหรือตัดสินใจเลือกจะทำให้ไม่เกิดความคิดที่แปลกใหม่ การประหม่นหรือตัดสินใจเลือกจะมีในขั้นตอนที่สมควร

2.3.1.1 จุดมุ่งหมายของรูปแบบการเรียนการสอนของปาร์เน มีจุดมุ่งหมายดังนี้

2.3.1.1.1 เพื่อให้ผู้แก้ปัญหาที่ตั้งต้นด้วยความยุ่งเหยิง สับสน ไปสู่การแก้ปัญหาที่สร้างสรรค์และมีประสิทธิภาพ

2.3.1.1.2 เพื่อส่งเสริมบุคคลให้มีพฤติกรรมที่สร้างสรรค์ ที่เป็นการปฏิบัติการของความรู้ จินตนาการ การประหม่น ซึ่งมีผลเป็นผลผลิตใหม่ ความคิดใหม่ที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่าต่อบุคคลและสังคม

2.3.1.2 องค์ประกอบและลำดับขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ปาร์เนพัฒนาขึ้นจะเป็นขั้นตอน ซึ่งผู้เรียนจะต้องเรียนตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

2.3.1.2.1 การค้นหาข้อเท็จจริง (Fact - finding)

2.3.1.2.2 การค้นหาปัญหา (Problem - finding)

2.3.1.2.3 การค้นหาแนวคิด (Idea - finding)

2.3.1.2.4 การค้นหาคำตอบ (Solution - finding)

2.3.1.2.5 การค้นหาการยอมรับ (Acceptance - finding)

เทคนิคที่สำคัญในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 5 ขั้นตอน คือ การส่งเสริมให้ทุกคนแสดงความคิดให้มากที่สุด เป็นเทคนิคการระดมสมอง (Brain storming) และทักษะที่สำคัญในทุกขั้นตอน คือ ทักษะการตั้งคำถามอย่างสร้างสรรค์จะช่วยให้คิดหาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่แปลกพิสดาร จำเป็นต้องมีการฝึกคิดอย่างมีวิจารณญาณ และในด้านการสอน ครูผู้สอนจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความคิดและผลงานของตนเอง ส่งเสริมให้เด็กแสดงออกอย่างอิสระและครูเป็นผู้ฟังมากกว่าผู้พูด ในการสร้างบรรยากาศที่ทำให้เกิดความสร้างสรรค์นั้น ครูจะต้องสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกปลอดภัยที่จะแสดงความคิดเห็นอย่างเสรี ส่งเสริมความขี้เล่นของนักเรียน ให้ความสำคัญกับการพักตัวของความคิดและให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นให้มากๆ และให้ได้ความคิดที่มีคุณภาพ (เมคเกอร์. 254๖ : 59 -71)

2.3.2 รูปแบบการเรียนการสอนของเรนซูลลี : การเสริมสร้างทวิปัญญาสามชั้น

(Joseph S. Renzulli : The enrichment triad)

รูปแบบการเรียนการสอนของเรนซูลลี เป็นรูปแบบของการเสริมสร้างทวิปัญญาสามชั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง Type I เป็นกิจกรรมสำรวจทั่วไป โดยครูเลือกหัวข้อการเรียนหลายเรื่องที่คาดว่านักเรียนสนใจ แล้วให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสศึกษาสำรวจเนื้อหา วิธีการเรียน ครูให้เสรีภาพแก่นักเรียนในการศึกษา

ขั้นที่สอง Type II เป็นกิจกรรมฝึกหัดเป็นกลุ่ม ครูจะใช้สื่อการสอน เทคนิควิธีการสอน เพื่อพัฒนากระบวนการคิดและความรู้สึกในหัวข้อที่นักเรียนเลือก มีการฝึกทักษะ

ขั้นที่สาม Type III เป็นการศึกษาค้นคว้าแก้ปัญหาจริงๆ เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเล็ก เหมาะกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ

กระบวนการที่สำคัญของการเรียน คือ นักเรียนเป็นผู้แสวงหาความรู้ ค้นพบความรู้และผลิตความรู้ การปรับกระบวนการในหลักสูตรที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะ ความชำนาญ การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง มีกระบวนการดังนี้ 1) นักเรียนต้องมีเสรีภาพในการเลือก 2) กระบวนการสอนให้คิดในระดับสูง ได้แก่ การแก้ปัญหาและการฝึกให้คิดแบบวิพากษ์วิจารณ์ แบบไตร่ตรอง แบบเอนกนัย และแบบที่เกิดผลประโยชน์ 3) กระบวนการสอนที่ใช้กระบวนการปลายเปิด เพื่อจะได้ดึงความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนออกมา 4) การเรียนรู้โดยการค้นพบ 5) ความหลากหลายของวิธีการสอน เพื่อพัฒนาความคิด ความรู้สึก (เมคเกอร์. 2540 : 72 - 91)

2.3.3 รูปแบบการเรียนการสอนของวิลเลียมส์ : ยุทธวิธีการสอนเพื่อให้เกิดและรู้สึก

(Frank E. Williams : Teaching strategies for thinking and feeling)

รูปแบบการเรียนการสอนของวิลเลียมส์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมกระบวนการคิดและรู้สึก เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์และการทำงานอย่างได้ผล ซึ่งกระบวนการคิด คือ การมีความคล่องในการคิดหลากหลาย มีความยืดหยุ่นในการคิด มีการคิดสิ่งแปลกใหม่และการคิดขยายเสริมแต่ง ส่วนกระบวนการของความรู้สึก คือ มีความใฝ่รู้ ความกล้าเสี่ยง ความซับซ้อนและความคิดฝัน วิลเลียมส์ได้สร้างรูปแบบการสอนที่มีสามมิติ ที่มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกันในสถานการณ์การเรียนการสอนดังนี้

มิติที่หนึ่ง หลักสูตร ได้แก่ เนื้อหาของวิชาต่างๆ ที่สอนในโรงเรียน

มิติที่สอง ยุทธวิธีการสอน ได้แก่ สถานการณ์ เทคนิคและวิธีสอนที่ครูใช้ ยุทธวิธีการสอนของวิลเลียมส์มี 18 วิธี ซึ่งวิลเลียมส์กล่าวว่า ในการสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยวิธีที่ได้ผลมากที่สุด คือ ยุทธวิธีสำรวจจุดบอด ยุทธวิธีการตั้งคำถามยั่วๆ ยุทธวิธีให้ตัวอย่างการเปลี่ยนแปลงและนิสัย ยุทธวิธีพัฒนาทักษะการค้นหา ยุทธวิธีสร้างความอดทนต่อสิ่งคลุมเครือ ยุทธวิธีการสอนเพื่อพัฒนามิใช่เพื่อปรับตัว และยุทธวิธีการประเมินสถานการณ์

มิติที่สาม พฤติกรรมของนักเรียน อันเป็นผลจากการใช้ยุทธวิธีการสอนตามรูปแบบของวิลเลียมส์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ กลุ่มพฤติกรรมความคิดและกลุ่มพฤติกรรมความรู้สึก (เมคเกอร์. 2540 : 175 - 199)

2.4 เกณฑ์การเลือกรูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

รูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษในแต่ละรูปแบบอาจมีจุดเด่นและจุดด้อยต่างๆ กัน ในการนำไปใช้จึงควรพิจารณา โดยใช้เกณฑ์ในการเลือกดังนี้

2.4.1 ความเหมาะสมกับสถานการณ์ (Appropriate to the situation) คือเหมาะสมกับสภาพโรงเรียน ห้องเรียน ปรัชญาของโรงเรียน ความคาดหวังของพ่อแม่และลักษณะพิเศษของครูผู้สอน

2.4.2 ความครอบคลุม (Comprehensiveness) คือรูปแบบที่เลือกใช้ควรครอบคลุมเนื้อหาวิชาวิธีสอน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สภาพแวดล้อมทางการเรียน ถ้าไม่ครอบคลุมจะสามารถเสริมสร้างหรือปรับปรุงได้หรือไม่

2.4.3 ความยืดหยุ่นหรือการนำไปปรับใช้ (Flexibility or adaptability) คือรูปแบบที่เลือกนี้สามารถนำไปปรับใช้กับวิชาอื่นๆ ได้เพียงไร สามารถปรับใช้ในระบบโครงสร้างของการบริหารหลักสูตรที่มีอยู่ได้หรือไม่ และสามารถปรับเพื่อสนองความแตกต่างของผู้เรียนแต่ละคนได้หรือไม่

2.4.4 การปฏิบัติ (Practicality) คือรูปแบบที่เลือกนี้มีวัสดุอุปกรณ์ที่พอจะนำมาใช้หรือผลิตขึ้นได้ ค่าใช้จ่ายไม่สูงเกินไป การอบรมครูเพื่อใช้รูปแบบพอจะทำได้และการนำรูปแบบไปใช้ในสถานการณ์ที่เป็นอยู่พอจะทำได้

2.4.5 ความเที่ยงตรง (Validity) คือรูปแบบการสอนใช้วิธีการพัฒนาเหมาะสมเพียงใด มีผลการวิจัยที่สนับสนุนประสิทธิผลของวิธีสอนรูปแบบนั้นหรือไม่และได้นำไปใช้ในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษแล้วอย่างไร

ขั้นสุดท้ายของการเลือกการนำรูปแบบการเรียนการสอนไปใช้คือการพิจารณาว่าจะนำรูปแบบใดไปใช้ในการสอนเรื่องใด ระดับชั้นใดและอายุเท่าไร การผสมผสานของรูปแบบหลายรูปแบบก็อาจจำเป็นในการสอนบางสถานการณ์ ควรจะสังเกตถึงลักษณะที่คล้ายกันของหลายรูปแบบ เพื่อเลือกมาใช้ โดยต้องการให้ การสอนในหลักสูตรนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษได้ผลจริงๆ (เมกเกอร์. 2540 : 6 - 7)

จากการศึกษารูปแบบการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษพบว่า เน้นการฝึกทักษะกระบวนการคิดให้มีพฤติกรรมความคิดที่สร้างสรรค์ ได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดขยายเสริมแต่ง มีความละเอียดลออในการคิดและส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เน้นการใช้วิธีการหรือแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและแปลกใหม่ กระบวนการเรียนรู้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในการแสวงหาความรู้และคำตอบของปัญหาต่างๆ เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเล็ก

3. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การแก้ปัญหามีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมากโดยเป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและหลากหลาย (NCTM. 1993 : 57) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ต้องทำความเข้าใจความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

3.1 ความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์คำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้ (Baroody. 1993 : 1 ; Charles & Lester. 1982 : 5 ; Kantowski. 1980 : 195 ; Krulik & Rudnick. 1995 : 6)

3.1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการพิจารณาแบ่งในต่างมิติกันดังนี้

โพลยา (Polya. 1957 : 23 - 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 11 - 13) ได้กล่าวถึงปัญหาที่ควรสอนมี 4 ประเภท คือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (One - step problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณหรือการหาร
2. ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi - step problem) เป็นปัญหาที่มีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว
3. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนแผนภาพ การเขียนกราฟ
4. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) หรือปัญหาเชิงสถานการณ์ (Situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

รีย์สและคณะ (Reys, et al. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว
2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

ในการแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง เช่น พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ความซับซ้อนของปัญหาและการสอนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์น่าจะเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่ซับซ้อนและหลายขั้นตอน เป็นปัญหาคะบวนการ ปัญหาประยุกต์ ซึ่งเป็นทั้งปัญหาให้ค้นหาและปัญหาให้พิสูจน์ที่ต้องแสดงเหตุผลและเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองใช้กระบวนการคิดระดับสูง ได้แก่ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า สามารถใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี เพื่อเป็นการเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

3.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องใช้การวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้และทักษะที่มีอยู่ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่แตกต่างกันออกไป (Krulik & Rudnick. 1987 : 3)

เกย์ (Gay. 1992) ได้ให้ข้อสังเกตว่าการที่คณิตศาสตร์เป็นวิชาแกนของหลักสูตรเกือบทุกระดับนั้นมีเหตุผลที่รองรับ คือ คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน ผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นผู้ที่มีโอกาสมากกว่าบุคคลอื่นในการประกอบอาชีพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสังคมปัจจุบันที่ต้องเกี่ยวข้องกับคอมพิวเตอร์และข่าวสารข้อมูล ทักษะการแก้ปัญหาจึงเป็นทักษะที่จำเป็นและเกย์ยังได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจะต้องสัมพันธ์กับสถานการณ์จริง เป็นทักษะการคิดและนักเรียนมีส่วนร่วมหรือมีประสบการณ์ตรงในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

3.3 การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์เป็นเรื่องจำเป็นของการจัดการศึกษา เพราะในสังคมปัจจุบันมีข้อมูลข่าวสารมากมายและมีความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นอย่างมาก ทำให้จะต้องเผชิญและต้องมีการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์และแปลกใหม่ขึ้น เพื่อจะได้สามารถทันต่อความเปลี่ยนแปลงใหม่ๆ มนุษย์ต้องการพัฒนาศักยภาพสูงสุดของตน ซึ่งมนุษย์จะพัฒนาศักยภาพสูงสุดของตนได้โดยความคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์จึงเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาบุคคลและสังคม

3.3.1 ความคิดสร้างสรรค์และกระบวนการคิดสร้างสรรค์

3.3.1.1 ความคิดสร้างสรรค์ (Creativity)

ความคิดสร้างสรรค์นับเป็นความสามารถที่สำคัญอย่างหนึ่งของมนุษย์ซึ่งมีคุณภาพมาก เป็นปัจจัยที่จำเป็นยิ่งในการส่งเสริมความเจริญก้าวหน้าของประเทศ เป็นคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ มีการนำกระบวนการคิดสร้างสรรค์ไปใช้ในการแก้ปัญหาและผลิตผลงานอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

ความคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการทางปัญญาระดับสูงที่ใช้ความสามารถทางกระบวนการคิดระดับสูงหลายอย่างมารวมกัน เพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่หรือแก้ปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น ความคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นได้ก็หากผู้สร้างสรรค์จะสร้างความคิด เป็นอิสระทางความคิดให้มากที่สุด คิดอะไรก็ต้องการไตร่ตรองในเรื่องนั้นเป็นเวลานาน ผู้ที่สร้างสรรค์จำเป็นจะต้องมีความสามารถทำจิตใจให้เป็นสมาธิ ซึ่งมีคุณลักษณะ 4 ประการ คือ

3.3.1.1.1 ความคล่องตัว (Fluency) เป็นความคิดเชิงปริมาณที่ตอบสนองต่อคำถามหรือเงื่อนไขที่วางไว้อย่างตรงประเด็นคำถาม

3.3.1.1.2 ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) ได้แก่ ความคิดที่แตกแยกออกเป็นหลายทิศทาง ความคิดที่หลากหลาย

3.3.1.1.3 ความคิดแปลกใหม่ (Originality) เป็นแนวความคิดใหม่ไม่ซ้ำแบบใคร เป็นความคิดที่ต่างไปจากความคิดเดิมโดยสิ้นเชิง

3.3.1.1.4 ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) เป็นความสามารถในการมองเห็นรายละเอียดในสิ่งที่คนอื่นมองไม่เห็นหรือนึกไม่ถึง

(อุษณีย์ โพธิ์สุข. 2537 : 82 - 84 ; Guilford. 1967 : 6 ; Anderson. 1990)

ความคิดสร้างสรรค์จึงนับเป็นกระบวนการทางสมองที่คิดในลักษณะเอนกนัย อันนำไปสู่การคิดค้นพบสิ่งแปลกใหม่ด้วยการดัดแปลง ประยุกต์จากความคิดเดิมผสมผสานกันให้เกิดสิ่งใหม่ ซึ่งรวมทั้งการประดิษฐ์คิดค้นพบสิ่งต่างๆ ตลอดจนวิธีการคิดทฤษฎีหลักการได้สำเร็จ ลักษณะของความคิดสร้างสรรค์พิจารณาจากความคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ซึ่ง อาร์. พินท์มณี ได้สรุปว่า ความคิดสร้างสรรค์ไม่สามารถบังคับให้เกิดขึ้นได้ แต่สามารถส่งเสริมพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ การสอนจะต้องสอนอย่างต่อเนื่องและการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในเด็กจะต้องใช้เวลา พัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไป (อาร์. พินท์มณี . 2545 : 15-16 ,129 ; อ้างอิงจาก Torrance. 1959 ; Formm. 1963 ; Williams . 1971 ; Osborn. 1973)

3.3.1.2 กระบวนการคิดสร้างสรรค์ (Creativity Process)

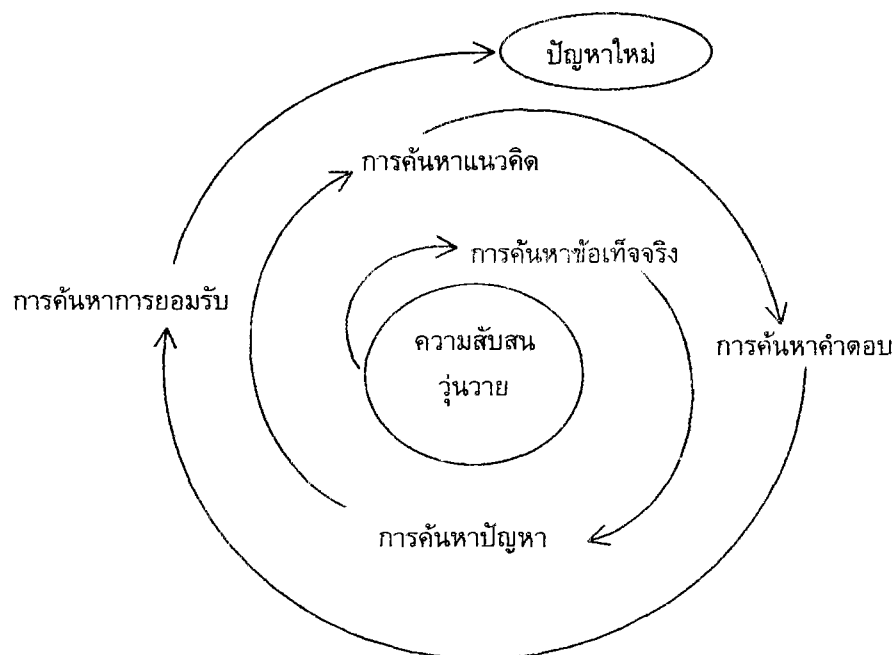
กระบวนการคิดสร้างสรรค์ เป็นวิธีการคิดหรือกระบวนการทำงานของสมองอย่างเป็นขั้นตอนและสามารถคิดแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่ง อาร์. พินท์มณี (อาร์. พินท์มณี. 2540 : 6 - 13 ; อ้างอิงจาก Osborn. 1957 ; Torrance. 1965 : 47 ; Reilly & Lewis. 1983) ได้สรุปกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

กระบวนการคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิด เป็นกลไกทางสมองที่เป็นลำดับขั้นตอน ดังนี้ 1) การชี้ปัญหา ระบุปัญหาเพื่อรวบรวมข้อมูล ข้อเท็จจริง 2) การวิเคราะห์ข้อมูล 3) การทำความคิดให้กระจ่าง เกิดจินตนาการ การค้นหาคำตอบ 4) การค้นพบคำตอบ 5) การประเมินผล การยอมรับ การวิพากษ์วิจารณ์ความคิดและนำไปใช้ต่อไป ซึ่งกระบวนการคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่เป็นความสามารถอย่างหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการทำให้มนุษย์มีคุณภาพ เป็นบุคคลที่เป็นที่ต้องการของทุกแวดวง ได้แก่ การศึกษา การเมืองการปกครอง อุตสาหกรรม ธุรกิจ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นคุณลักษณะที่ต้องการพัฒนาให้กับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ปลูกฝังให้เป็นนักแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ทั้งนี้ต้องอาศัยกระบวนการคิดสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ต่อไป

3.3.2 กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

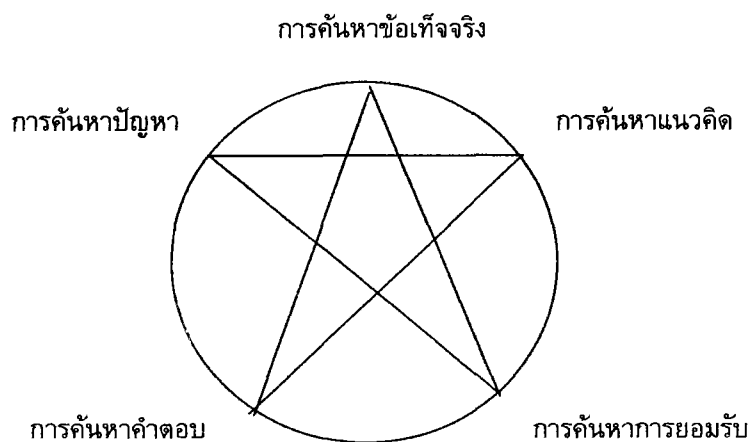
กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ตามแนวของ ออสบอร์น (Osborn. 1963) กระทำโดยนำเทคนิคการระดมสมอง (Brain storming) มาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเทคนิคการระดมสมองเป็นวิธีของกระบวนการกลุ่มที่ช่วยแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ ที่

จำเป็นต่อความคิดสร้างสรรค์ ได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ โดยมีหลักการว่าไม่มีการวิพากษ์วิจารณ์ความเห็นทั้งของตนเองและของคนอื่น ซึ่งถือว่าเป็นหัวใจของการระดมสมอง เป็นการประวิงการตัดสินใจผิด พยายามหาคำตอบที่แปลกแตกต่างออกไป พยายามหาคำตอบให้มากที่สุดและพยายามดัดแปลงตกแต่งความคิดที่มีอยู่ กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของออสบอร์น มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การค้นหาข้อเท็จจริง (Fact - finding) 2) การค้นหาปัญหา (Problem - finding) 3) การค้นหาแนวคิด (Idea - finding) 4) การค้นหาคำตอบ (Solution - finding) และ 5) การค้นหาการยอมรับ (Acceptance - finding) ต่อมา มีการนำกระบวนการแก้ปัญหานี้มาปรับปรุง โดย ปาร์น (Parnes, 1981) แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไตน์ (Traffinger & Firestien, 1989 : 35 -39) โดยนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 6 ขั้นตอน โดยเริ่มจากความสับสน วุ่นวาย (mess) แล้วตามด้วยทั้ง 5 ขั้น ของออสบอร์น ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของปาร์น แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไตน์

ปาร์น (Parnes, 1981) ได้กล่าวว่า “ห้าขั้นตอนเป็นข้อเสนอแนะมากกว่าสูตรตายตัว” จึงอาจมีการแนะนำการเปลี่ยนแปลงลำดับในกระบวนการ ซึ่งอาจจะเคลื่อนโดยตรงจากขั้นหนึ่งไปอีกระยะหนึ่งได้อย่างยืดหยุ่น ดังภาพประกอบ

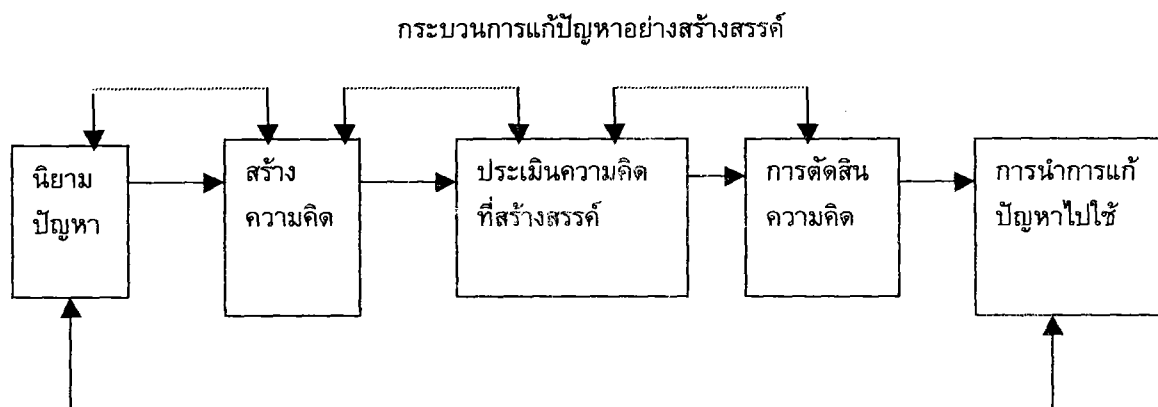


ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่มีขั้นตอนเคลื่อนที่อย่างยืดหยุ่น

ลัมสดาเนและลัมสดาเน (Lumsdaine & Lumsdaine. 1995 : 16) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นลำดับขั้นตอนของการใช้กระบวนการคิดแบบเอนกนัย (Divergent thinking) แล้วต่อด้วยการคิดแบบเอกนัย (Convergent thinking) มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนิยามปัญหา (Problem definition) เป็นการรวบรวม สำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลเข้าสู่บทนิยามของปัญหาที่เป็นเป้าหมาย
2. ขั้นสร้างความคิด (Idea generation) เป็นการหาแนวคิดต่างๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นนี้เป็นการใช้การคิดแบบเอนกนัย (Ideation)
3. ขั้นประเมินความคิดที่สร้างสรรค์ (Creative idea-evaluation) เป็นการสังเคราะห์ความคิด ประเมินความคิดต่างๆ เพื่อหาความคิดที่ดีและสร้างสรรค์กว่า
4. ขั้นตัดสินความคิด (Idea judgement and decision making) เป็นการพิจารณาตัดสินและทำการตัดสินใจหาคำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งขั้นนี้เป็นการคิดแบบเอกนัย เพื่อหาความคิดสุดท้ายที่ดีที่สุด
5. ขั้นการนำวิธีแก้ปัญหาไปใช้ (Solution implementation) และติดตาม (Follow up) นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่

กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการตามลำดับขั้นตอนที่เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น เพื่อความสัมฤทธิ์ผลในแต่ละขั้นตอน บางครั้งจำเป็นต้องย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้านั้นเพื่อค้นหาความคิดเพิ่มเติมและทำความเข้าใจในแต่ละขั้นตอนใหม่ เป็นวงจรของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 3 วงจรการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ข้างต้นสอดคล้องกับการแก้ปัญหา : ความคิดสร้างสรรค์ทุติยภูมิ (A problem - solving process : secondary creativity) ของแชลเลอร์ส (Shalleross. 1981) มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. การนำเข้าสู่ปัญหา (Orientation) เป็นการพิจารณาขอบเขตของปัญหา กำหนดจุดมุ่งหมาย สำรวจปัญหาอย่างละเอียด เป็นการเตรียมการด้านอารมณ์ ความพร้อมในการเตรียมข้อมูล
2. การเตรียมข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง (Preparation) เป็นการหาข้อเท็จจริงที่จำเป็นต่อปัญหาทั้งที่เป็นสิ่งที่รู้ สิ่งที่ยังไม่รู้และสิ่งที่ต้องการรู้
3. การคิดแบบเอนกนัยในการแก้ปัญหา หาคำตอบที่เป็นไปได้ให้มากที่สุด หาวิธีการแก้ปัญหาที่แปลก ปรับปรุงความคิดเดิมให้ได้ความคิดใหม่ออกมา
4. การประเมินค่าคำตอบที่ดีที่สุด (Evaluation) เป็นการเลือกสรรหาคำตอบที่ใช้ได้ดีที่สุด เรียงลำดับและหาเกณฑ์เลือกที่เหมาะสม
5. การนำไปปฏิบัติ (Implementation) เป็นการนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้

การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มุ่งพัฒนาความสามารถทางด้านกระบวนการคิดที่หลากหลายของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งมีความสามารถที่แตกต่างกันไปเฉพาะตัวบุคคล โดยศึกษาพฤติกรรมการคิด ได้แก่ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ มุ่งพัฒนาความสามารถในการทำควมค้นคว้าวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยเริ่มจากการทำความเข้าใจปัญหาโดยการค้นหาข้อเท็จจริง ค้นหาปัญหา พิจารณาข้อมูลต่างๆ แล้วช่วยกันระดมความคิดในหลายแง่มุมหรือให้ผู้เรียนมีอิสระในการคิดอย่างเต็มที่ เพื่อให้ได้แนวคิดต่างๆ มากมาย เมื่อได้แนวคิดจำนวนมากแล้วดำเนินการวางแผนเพื่อลงมือปฏิบัติวิเคราะห์แนวทาง หลักเกณฑ์ในการประเมิน ตัดสินใจเลือกแนวคิดที่ดีที่สุดที่มีประสิทธิภาพและแปลกใหม่และยอมรับแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป ซึ่งผู้วิจัยใช้หลักการดังกล่าวนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ ผู้แก้ปัญหามustเลือกและประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายอย่าง โดยการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา ครูสามารถแนะนำยุทธวิธีและช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ยุทธวิธีเหล่านั้น เมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะมากขึ้นจะสามารถชี้เหตุผลในการตัดสินใจเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สำคัญ ได้แก่ เดาและตรวจสอบ ประเมินคำตอบ เขียนภาพหรือแผนภาพ สร้างตัวแบบ ลงมือปฏิบัติ แจกแจงรายการ สร้างตาราง ค้นหาแบบรูป นึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน ทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ใช้ตัวแปร ให้เหตุผลและทำย้อนกลับ (Troutman & Lichtenberg, 1995 ; Rays, Snyder & Lindquist, 1995 ; Kennedy & Tipps, 1994 ; Polya, 1957)

3.4.1 ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้สัมพันธ์กับประสบการณ์เดิมและความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

3.4.2 ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ การประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าวๆ สามารถช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการได้ค่อนข้างรวดเร็ว และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ

3.4.3 ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับนักเรียนในการแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

3.4.4 ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบใช้เป็นตัวแทนของโมเดลและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการแนะนำความรู้ใหม่ เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจโมเดล ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา

3.4.5 ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือปฏิบัติเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพรวมของงานที่ลงมือปฏิบัติที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่ทำให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการคิดโดยผ่านการกระทำด้วยตนเอง ทำให้เข้าใจง่ายขึ้น

3.4.6 ยุทธวิธีแจกแจงรายการ

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการพิจารณาหาข้อมูลที่เป็นต่อการหาคำตอบของปัญหา

3.4.7 ยุทธวิธีสร้างตาราง

การสร้างตาราง เป็นการจัดกระทำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ โดยนำมาเขียนลงในตาราง ช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล นำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ สามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาวิธีอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

3.4.8 ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในระดับประถมศึกษา นักเรียนสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน (Number pattern) เช่น $1, 3, 5, 7, \dots$; $16, 12, 8, \dots$ นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า จนกระทั่งสามารถสร้างนัยทั่วไปด้วยนิพจน์ทางพีชคณิตที่พัฒนาจากการค้นหาแบบรูป

3.4.9 ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน เป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาติดบทจนถึงปัญหาและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนว่าคล้ายกับปัญหาที่กำลังดำเนินการหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกันก็นำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหากับสถานการณ์ปัญหาใหม่

3.4.10 ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาอาจมีความซับซ้อน การทำปัญหาให้ง่ายลงโดยการแบ่งปัญหาวางออกเป็น ส่วนๆ จะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาก็กำหนดได้

3.4.11 ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ซึ่งบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ แล้วแก้ปัญหาโดยการแก้สมการและพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

3.4.12 ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหา ผนวกกับความรู้ที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังคับนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีนี้มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ

3.4.13 ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

การทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีที่เริ่มต้นจากการพิจารณาสิ่งที่ปัญหาต้องการ แล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดให้ ซึ่งเป็นการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผลที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

ขั้นตอนที่สำคัญในการแก้ปัญหาคือการวางแผน เป็นขั้นตอนที่กำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาหนึ่งๆ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย อาจใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งหรือหลายยุทธวิธีประกอบกัน นักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องเรียนรู้ให้มีความเข้าใจยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหาย่อยๆ เพื่อให้สามารถเลือกนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสม ในการแก้ปัญหาย่อยๆ สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้

กระบวนการคิดแบบเอนกนัยโดยใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แล้วพิจารณาตัดสินใจเลือกยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุดและไม่เคยใช้มาก่อน ดังนั้นจึงต้องมีการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น เพื่อให้นักเรียนหรือผู้แก้ปัญหาได้มีโอกาสเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายอย่างหนึ่งเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ซึ่งความสามารถนั้นพิจารณาจากองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่เป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้ (Baroody. 1993 : 2 - 3 ; Charles & Lester. 1982 : 10 - 12 ; Hart. 1993 : 169 - 170 ; Heddens & Speer. 1992 : 34 - 35 ; Krulik & Rudnick. 1993 :10 - 11)

4.1.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการรำลึกถึงและความสามารถในการนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การเขียนแผนภาพ การสร้างแบบจำลอง การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเองจะช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

4.1.2 ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ ทำให้ได้พบปัญหาต่างๆ หลายรูปแบบ มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา สามารถนำปัญหาที่คุ้นเคยมาเทียบเคียงกับปัญหาใหม่ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

4.1.3 ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล ในขั้นตอนการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ใน การแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องใช้การคิดคำนวณและการอธิบายให้เหตุผล ซึ่งถือว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญในการแก้ปัญหายอย่างหนึ่ง

4.1.4 ความยืดหยุ่น นักแก้ปัญหาก็ต้องมีการยืดหยุ่นในความคิดไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ เสมอ

4.1.5 ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอและสามารถนำความรู้พื้นฐานมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหาจึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

4.1.6 ระดับสติปัญญา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ

4.1.7 วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นตัวนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่ากิจกรรมการเรียนรู้แบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

4.2 การสอนการแก้ปัญหา

4.2.1 เป้าหมายของการสอนการแก้ปัญหา

ในการสอนการแก้ปัญหา ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 7-11) แนะนำว่าควรกำหนดเป้าหมายที่สำคัญเพื่อใช้เป็นกรอบความคิดในการจัดกิจกรรมและประเมินผลการแก้ปัญหา ดังนี้

4.2.1.1 พัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหานักเรียนได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การสร้างปัญหาย่อยและเลือกยุทธวิธีหาคำตอบที่เหมาะสม การปฏิบัติตามยุทธวิธีหาคำตอบ การเขียนคำตอบให้สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดในปัญหาและการประเมินความเป็นไปได้และความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.2.1.2 พัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเลือกและใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

4.2.1.3 พัฒนาเจตคติและความเชื่อที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาหลายปัญหาสามารถแก้ด้วยวิธีการมากกว่าหนึ่งวิธี ปัญหาหลายๆ ปัญหาหาคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ

4.2.1.4 พัฒนาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ที่สัมพันธ์กับปัญหา

4.2.1.5 พัฒนาความสามารถของนักเรียนในการติดตามและประเมินการแก้ปัญหาของตนเอง

ตนเอง

4.2.1.6 พัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหามายได้สถานการณ์ร่วมมือกันเรียนรู้ ทำให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย ได้เรียนรู้แนวคิดจากคนอื่น นำไปสู่การพัฒนาจนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

4.2.1.7 พัฒนาความสามารถของนักเรียนในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาชนิดต่างๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เป้าหมายในการสอนการแก้ปัญหาลำดับเป็นกรอบแนวคิดในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์และการประเมินผล

4.2.2 ประเภทของปัญหาที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปัญหาที่นำมาใช้ในการฝึกแก้ปัญหาล้วนใหญ่มีลักษณะดังนี้

4.2.2.1 เป็นปัญหาลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบหรือมีแนวทาง/วิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี (Becker & Shimada. 1997 : 1 ; Handcock. 1995 : 496)

4.2.2.2 แปลกใหม่ ชับซ้อน นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน

4.2.2.3 ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน

4.2.2.4 เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงหรือมีความหมาย เหมาะกับระดับความสามารถของ

นักเรียน

4.2.2.5 มีความเชื่อมโยงกับบทเรียน สามารถหาคำตอบหรืออธิบายวิธีหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐาน

4.2.2.6 เหมาะกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียนในบทเรียนนั้นๆ

4.2.2.7 บางปัญหาสามารถสอดแทรกความรู้หรือใช้เป็นสื่อจุดประกายความรู้ทาง

คณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

(Baroody. 1993 : 2-54 - 2-55 ; Reys, et al. 1992 : 29 ; Charles, et al. 1987 : 11 - 13)

4.2.3 การสอนยุทธวิธีแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ นักเรียนต้องใช้การผสมผสานการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาหลายๆ อย่างประกอบกัน (Kennedy & Tipps. 1994 : 158) ขั้นตอนในการสอนยุทธวิธีของการแก้ปัญหานั้น โฮล์มส์ (Holmes. 1995 : 37) ได้เสนอแนะดังนี้

4.2.3.1 กำหนดปัญหาให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจปัญหา แล้วแก้ปัญหาก็เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเล็กๆ ในขณะที่นักเรียนลงมือปฏิบัติ ครูคอยสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด และให้คำแนะนำ

4.2.3.2 ให้นักเรียนรายงานผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงวิธีคิดหาคำตอบของแต่ละคน แต่ละกลุ่ม

4.2.3.3 ใช้คำถามที่ทำให้สามารถกระตุ้นนักเรียนให้พิจารณาไตร่ตรองกระบวนการที่ใช้ในการหาคำตอบและใช้คำตอบของนักเรียนให้เป็นประโยชน์ในการกล่าวถึงยุทธวิธีของการแก้ปัญหา

4.2.3.4 จัดหาโอกาสที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการใช้ยุทธวิธีหลายๆ อย่างและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน ให้นักเรียนได้เขียนอธิบายถึงวิธีการที่นักเรียนคิด ในขณะที่แก้ปัญหาให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ว่าปัญหาหนึ่งๆ อาจใช้ยุทธวิธีหลายๆ อย่างในการแก้ปัญหา

เมื่อครูนำเสนอยุทธวิธีแก้ปัญหากับนักเรียนครูจะต้องตระหนักถึงประเด็นต่อไปนี้ (Kennedy. 1984 : 82 - 83 ; Moses. 1990 : 80 - 91 ; Sternberg. 1999 : 42)

1. ยุทธวิธีแก้ปัญหาทั้งหลายสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาอย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีหนึ่งๆ สามารถจะนำไปใช้ในแนวทางที่แตกต่างกันกับปัญหาที่แตกต่างกัน ปัญหาหนึ่งๆ ควรสนับสนุนให้แก้ปัญหาวัยวิธีวิธีการหลายๆ วิธี
3. เมื่อกำหนดปัญหาให้ นักเรียนต้องหายุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเลือกจากยุทธวิธีที่เคยเรียนรู้หรืออาจสร้างขึ้นเองในบางปัญหาที่ต้องการความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และความคิดยืดหยุ่น
4. นักเรียนแต่ละคนไม่จำเป็นจะต้องบรรลุผลในระดับเดียวกันในการใช้ยุทธวิธีแต่ละอย่าง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพื้นฐานประสบการณ์ความรู้และมุมมองในการแก้ปัญหา
5. กระบวนการเลือกและการใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆ กับความถูกต้องของคำตอบของปัญหา นักเรียนควรจะได้มีโอกาสในการเลือกและใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาวัยตัวเอง
6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่เหมาะสมในการเรียนรู้และใช้ยุทธวิธีวิธีการแก้ปัญหา การนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาวัยนักเรียนแต่ละคนภายใต้การดูแลของครูเป็นที่น่าสนใจต่อนักเรียนคนอื่นๆ วิธีการสื่อสารของเด็กวัยเดียวกันจะเป็นที่เข้าใจระหว่างกันได้ดี

จากข้อเสนอแนะดังกล่าวสามารถนำมากำหนดขั้นตอนของการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหา ได้ดังนี้

1. กำหนดยุทธวิธีแก้ปัญหาวัยจะแนะนำกับนักเรียน
2. นำเสนอปัญหาวัยนักเรียน ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา
3. ให้นักเรียนเสนอแนวทางและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงยุทธวิธีแก้ปัญหา ถ้านักเรียนเคยใช้มาก่อน
4. ครูแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาวัยอยู่บนพื้นฐานและมีความสอดคล้องกับแนวทางและวิธีการแก้ปัญหาวัยนักเรียนนำเสนอ ซึ่งอาจมีมากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

5. ผูกใช้ยุทธวิธีนั้นกับการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน
6. ผูกการใช้ยุทธวิธีนั้นในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันและมีความหลากหลายจากปัญหาที่กำหนดหรือปัญหาที่นักเรียนสร้าง
7. ผูกการใช้ยุทธวิธีนั้นและยุทธวิธีอื่นๆ ที่เคยเรียนมาแล้วในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลายมากขึ้น

จึงเห็นได้ว่า ในการสอนการแก้ปัญหาโดยใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ประเภทของปัญหาที่นำมาใช้ควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนได้ร่วมกันแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างกว้างขวาง ปัญหาจะเป็นสื่อนำไปสู่การทบทวน การเสริมความเข้าใจ การขยายมโนคติของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การสื่อสารความคิดและการเชื่อมโยง เนื้อหาสาระต่างๆ ของคณิตศาสตร์ เน้นการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติอย่างเป็นระบบตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จะทำให้ นักเรียนได้พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง

5. การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 เทคนิคการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1.1 การสังเกตและการใช้คำถาม

การสังเกตและการใช้คำถามนักเรียนขณะที่กำลังแก้ปัญหา จะได้ข้อมูลที่มีคุณค่าเกี่ยวกับการแสดงออกของนักเรียน ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียนในสถานการณ์แก้ปัญหา ต้องบันทึกสิ่งที่ต้องการทันทีทันใดเท่าที่จะทำได้ภายหลังการสังเกต การบันทึกอาจมีเครื่องมือช่วย ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการและมาตราส่วนประมาณค่า

5.1.2 การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ทำให้ได้ทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียนซึ่งปกติอาจเห็นได้ไม่ชัดเจนจากการเขียนของนักเรียน ในการสัมภาษณ์ต้องมีการวางแผนไว้ล่วงหน้าในการถามคำถามอย่างเป็นลำดับขั้นตอน มีการจดบันทึก การบันทึกเสียง วิดีทัศน์และการสัมภาษณ์ เพื่อนำมาเป็นข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ภายหลัง

5.1.3 การประเมินสมุดงาน

ครูสามารถนำสมุดงานบันทึกการแก้ปัญหาของนักเรียนมาใช้ในการประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียน เกี่ยวกับวิธีการหาคำตอบและคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ การอภิปรายถึงยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

5.1.4 การประเมินผลการรายงาน

ครูสามารถให้นักเรียนเขียนรายงานหรือบันทึกประสบการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียนแล้วนำมาประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้

5.1.5 การประเมินแฟ้มผลงาน

แฟ้มผลงานอาจจะบรรจุวิธีการและคำตอบของกิจกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่นักเรียนคัดเลือกไว้ด้วยตนเอง การได้สัมผัสผลงานของนักเรียนเป็นสิ่งสร้างสรรค์ที่ดีที่สุดหรือเป็นตัวชี้วัดที่ดีที่สุด เกิดความชัดเจนในกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ในแฟ้มผลงานนักเรียนสามารถเพิ่มเติมปัญหาหรือข้อคิดเห็นที่นักเรียนมีแนวคิดในการสร้างขึ้น (Charles, et al. 1987 ; Kennedy & Tipps. 1994 ; Krulik & Rudnick. 1998)

5.2 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจากงานเขียน

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจากการเขียนของนักเรียนนับว่าเป็นสาระสำคัญ ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ความสามารถและกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 2 - 9) ได้เสนอแนะการประเมินผลงานแก้ปัญหาของนักเรียน 3 วิธี คือ 1) การให้คะแนนโดยการวิเคราะห์ เป็นการกำหนดระดับคะแนนแยกแยะลงไปในส่วนตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 2) การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการกำหนดคะแนนโดยพิจารณาที่ภาพรวมของคำตอบของปัญหา ซึ่งมีพื้นฐานอยู่บนเกณฑ์ที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดที่เฉพาะเจาะจง 3) การให้คะแนนจากความประทับใจทั่วไป ซึ่งมีเกณฑ์ที่แน่นอนชัดเจนจากผู้ประเมินที่มีประสิทธิภาพสูง จากความสำเร็จของการประเมินแต่ละวิธีขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากนักเรียน ซึ่งบันทึกผลของการคิดไว้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพราะว่าการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนบางอย่างเป็นผลจากการสังเกต จึงจำเป็นต้องนำมาประกอบเสริมกับการสังเกตและการถามคำถามหรือการรวบรวมข้อมูลจากการประเมินอื่นๆ จากนักเรียน

การให้คะแนนแบบองค์รวม

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้การให้คะแนนแบบองค์รวม ซึ่งเป็นการให้คะแนนจากงานการแก้ปัญหาของนักเรียนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ โดยไม่ใช้พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การสร้างเกณฑ์การให้คะแนนมีความสัมพันธ์กับกระบวนการคิดแก้ปัญหาในมุมมองที่แตกต่างกับการให้คะแนนโดยการวิเคราะห์ที่มีการแยกแยะคะแนนลงไปถึงประเด็นต่างๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด การให้คะแนนแบบองค์รวมมีข้อดีดังนี้

1. เปิดโอกาสให้มีการพิจารณาประเมินการเขียนของนักเรียนให้เป็นไปอย่างรวดเร็ว
2. เน้นการพิจารณากระบวนการที่ใช้ ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น
3. มีการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนที่เฉพาะเจาะจงชัดเจนสำหรับงานเขียน
4. ใช้คะแนนค่าเดียวที่ครอบคลุมภาพรวมของคำตอบในการแสดงผลงานการแก้ปัญหา

5.3 การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การประเมินการแก้ปัญหาควรพิจารณาถึงวิธีการคิดและการให้เหตุผลที่นักเรียนใช้สร้างคำตอบ เพื่อให้ครูทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนอย่างชัดเจน สามารถค้นหาพฤติกรรมความคิดได้อย่างต่อเนื่อง สามารถเข้าใจถึงสิ่งที่นักเรียนทำตลอดจนวิธีการที่นักเรียนสร้างและนำมาใช้แก้ปัญหา การประเมินควรได้จากกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน โดยครูเข้าไปมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ครูสามารถใช้สิ่งนี้ในการประเมินกิจกรรมการเรียนการสอนและนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

ในการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker & Shimada. 1997 : 34 - 35) ได้ให้ความสำคัญกับการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน เกี่ยวกับ 1) ความคิดคล่องแคล่ว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่นักเรียนแต่ละคนหรือกลุ่มสร้างหรือหาได้ ซึ่งอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง 2) ความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากจำนวนความแตกต่างและความหลากหลายในแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนค้นพบและนำมาใช้แก้ปัญหา 3) ความคิดริเริ่ม พิจารณาจากการเป็นต้นแบบของการคิด การมีแนวคิดเป็นของตนเองและการพัฒนาแนวคิดที่ได้เรียนรู้มาที่แสดงถึงความเป็นผู้ริเริ่มหรือเป็นต้นแบบการคิด 4) ความสง่างามในการคิดหรือการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา พิจารณาจากการแสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา การกำหนดเกณฑ์การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาทำได้โดยกำหนดเป็นระดับชั้น เช่น ดีมาก ดี พอใช้และต้องแก้ไข

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เกี่ยวกับ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ โดยศึกษาว่านักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จะมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านต่างๆอย่างไร โดยพิจารณาจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน การปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนและบันทึกผลในแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โรเจอร์และสเปน (Roger & Span. 1993) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มเด็กที่มีความสามารถพิเศษพบว่าการจัดกลุ่มตามระดับสติปัญญาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษนั้น จะช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ของเด็กได้ รวมทั้งทำให้มีความทะเยอทะยาน พัฒนาความสามารถในการคิดอย่างวิจารณ์ญาณและความคิดสร้างสรรค์

ดาร์และเรส (Dar & Resh. 1986) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับกลุ่มวัยรุ่นที่มีความสามารถพิเศษในประเทศอิสราเอล โดยศึกษาผลกระทบขององค์ประกอบในชั้นเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ สรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษได้รับประโยชน์สูงสุดจากการจัดกลุ่มแบบแยกระดับความสามารถเหตุการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นอย่างเห็นได้ชัดในบางวิชาเท่านั้น ได้แก่ บางส่วนของเนื้อหาในหลักสูตรที่มีความเป็นนามธรรมและมีการแบ่งระดับเนื้อหาค่อนข้างสูง เช่น วิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์เฉพาะสาขาและภาษาต่างประเทศ

ครูเตตสกี (Krutetskii. 1976) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในสหภาพโซเวียตพบว่านักแก้ปัญหาที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ใช้ระบบของความคิดต่างๆ อย่างมีคุณภาพมากกว่านักเรียนทั่วไป

ฮุกเกอร์ (Hooker. 1988) ได้ศึกษาการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษเฉพาะกรณีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่าการพูด การให้ข้อมูลข่าวสาร ยอมรับเชื่อถือซึ่งกันและกัน มีการยอมรับเพื่อนคนอื่นมากขึ้น มีการแก้ปัญหาความขัดแย้งระหว่างร่วมกิจกรรม มีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนแบบร่วมมือและเห็นว่าการทำงานเป็นกลุ่มดีกว่าการทำงานคนเดียว ความคิดวิธีการและการรวบรวมความรู้แสดง

ให้เห็นถึงการเรียนรู้ทฤษฎีในขั้นสูงสุดและมีเครือข่ายการเรียนรู้ที่ละเอียดซับซ้อน ที่ทำให้นักเรียนสามารถหาวิธีที่มีประสิทธิภาพมาแก้สถานการณ์ในโจทย์ปัญหานั้นได้

ซานโตส - ตรีกโก (Santos - Trigo, 1998 : 431 - 446) ได้รายงานผลการศึกษาที่แสดงถึงการจัดกิจกรรมที่ประสบผลสำเร็จโดยผู้ชำนาญในการจัดกิจกรรมการสอนการแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นรายวิชาหนึ่ง โดยเน้นคุณภาพของปัญหาที่ใช้ในการกระตุ้นการพัฒนาทฤษฎีและคุณค่าที่พบจากนักเรียนซึ่งแสดงผลสะท้อนกลับจากการทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนโดยให้ความสนใจเป็นพิเศษกับชนิดของคำถามที่ช่วยนักเรียนในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาและความสำเร็จของการร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มเล็กๆ ของนักเรียน ถึงแม้ว่าการแก้ปัญหาจะไม่เป็นรายวิชาหนึ่งของคณิตศาสตร์ แต่ก็ได้เสนอแนวทางในการเข้าสู่การเรียนการสอนการแก้ปัญหาในรายวิชาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามแนวทางคือ แนวทางแรกเน้นที่ความสำคัญของการศึกษา แนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการอภิปรายปัญหาที่เจาะจงไว้ ปัญหาเหล่านี้เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยหรือไม่ได้เคยแก้ปัญหามาก่อน แนวทางที่สองเป็นปัญหาที่สัมพันธ์โดยตรงกับตัวอย่างหรือจากทฤษฎีที่นักเรียนเรียนมาแล้วในรายวิชา สามารถนำความรู้ที่นั่นมาใช้แก้ปัญหาได้ แนวทางที่สามเน้นที่การพัฒนาทฤษฎีของนักเรียนในการใช้ความคิดขั้นสูงโดยเน้นการแก้ปัญหาต่างๆ ด้วยวิธีการอย่างหลากหลาย

คอนเวย์ (Conway, 1997 : 4297 - A) ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อการแสดงการแก้ปัญหาโดยทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์กับนักศึกษาครูวิชาเอกประถมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสอนจะมีประสิทธิผลต่อการแสดงการแก้ปัญหาของนักศึกษาอย่างไร กลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนและประเมินเกี่ยวกับองค์ประกอบสามประการของการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งได้แก่ ปัญหาที่มีคำตอบเดียวแต่สามารถแก้ได้หลายวิธี ปัญหาที่มีหลายคำตอบและปัญหาที่สร้างจากนักศึกษาเอง ซึ่งมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่แก้ไปแล้ว โดยศึกษาในมุมมองของนักศึกษา ผลการทดลองในการวัดความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความสง่างามในการแสดงการแก้ปัญหา ปรากฏว่านักศึกษามีการพัฒนาขึ้นสำหรับตัวแปรชนิดแรกในการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเมื่อเปรียบเทียบกับการสอนโดยไม่ใช้ปัญหาปลายเปิด

โฮลตันและคณะ (Holton, et al. 1999 : 351-371) ได้ทำการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาในประเทศนิวซีแลนด์ เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติ โดยร่วมมือกับครู ในการพัฒนาบทเรียนการแก้ปัญหา มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) แนะนำการแก้ปัญหากับนักเรียนผ่านบทเรียนเป็นบทๆ ที่เน้นการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียวและเชื่อมโยงกับรายวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนอย่างตรงไปตรงมา โดยหวังว่านักเรียนจะเรียนถึงวิธีเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านการแนะนำที่เหมาะสม (2) เพื่อใช้การเข้าสู่การแก้ปัญหาในการสอนสาระต่างๆ ของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร ผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากการสังเกต การสอนของครูและบันทึกวิธีคิดค้นผลการใช้บทเรียนของครู 2 คน การอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียนและครู การเก็บข้อมูลจากการทดสอบก่อนและหลังเรียน จากการสังเกตการสอนของครูพบว่าโดยทั่วไปในบทเรียนหนึ่ง ครูคนที่ 1 จะเสนอปัญหาหนึ่งหรือสองปัญหา โดยใช้แผนการสอนการแก้ปัญหาที่กำหนดขั้นตอนไว้กว้างๆ เป็นสามขั้นตอนคือ (1) ชี้แนะนำปัญหาในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน (2) ประชุมกลุ่มย่อย ช่วยถามหาวิธีแก้ปัญหา (3) แนะนำผลการแก้ปัญหาจากกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ สำหรับครูคนที่ 2 ใช้แผนการสอนสามขั้นตอนเช่นเดียวกัน สอนที่ละปัญหา ปัญหาละ 15 ถึง 20 นาที โดยใช้แบบยืดหยุ่น บางปัญหาสลับขั้นตอนที่ 1 ขึ้นมาก่อน ปัญหาใดยากก็

ช่วยกันกำหนดแนวทางแก้ปัญหาด้วยกันทั้งชั้นก่อน ไม่ได้ยึดแบบแผนตายตัว ผลการตอบสนองของนักเรียนพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนแก้ปัญหาช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

พิชากร แปลงประสพโชค (2540) ได้พัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษดังกล่าวสามารถเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิตในหลักสูตรได้ภายใน 70 ชั่วโมงหรือไม่ หลักสูตรจะไม่เน้นรายละเอียด แต่จะเน้นหลักความคิดก้าวไกลไปถึงเรขาคณิตระดับปริญญาตรี รูปแบบกิจกรรมใช้กิจกรรมสามเส้าของเรณูชลลี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ มัธยมศึกษาปีที่ 2 ในกรุงเทพฯ และปริมณฑล จำนวน 10 คน ที่ผ่านการคัดเลือกจากนักเรียน 72 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทุกคนสามารถเรียนได้ครบหลักสูตรและสอบผ่านข้อสอบอิงเกณฑ์ทุกฉบับ ภายใน 70 ชั่วโมง ได้คะแนนเพิ่มจากการสอบก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

นิตติยา ปภาพจน์ (2540) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเลือกสรรเนื้อหา วิธีการจัดกิจกรรม ประสบการณ์การเรียนรู้และการวัดผลประเมินผลบนพื้นฐานความต้องการ ความสนใจ ลักษณะนิสัยและศักยภาพของผู้เรียน หลักสูตรประกอบด้วยเนื้อหา 8 หน่วย โดยแต่ละหน่วยจะมีเนื้อหา โจทย์ปัญหาเสริม แบบฝึกการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แบบฝึกทักษะการคิด เวลาที่ใช้ตลอดหลักสูตร คือ 25 วัน วันละ 6 ชั่วโมง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านกระบวนการคัดเลือก จำนวน 17 คน ผลปรากฏว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.0005 และได้คะแนนของการทดสอบหลังเรียนเท่ากับ 62 คะแนน ซึ่งมีค่ามากกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ยุพร ริมชลการ (2543) ได้พัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เป็นหลักสูตรเสริมระยะสั้น ใช้เวลาเรียน 98 ชั่วโมง โดยเนื้อหาของหลักสูตรจะแบ่งออกเป็นบทนำ ความรู้พื้นฐาน ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 หน่วย ในแต่ละหน่วยประกอบด้วยเนื้อหา โจทย์ปัญหาและแบบทดสอบท้ายหน่วย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านกระบวนการคัดเลือก จำนวน 17 คน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบหลังเรียนมีค่าเท่ากับ 59.11

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในลักษณะเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 100 นาที แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู ในกิจกรรมการเรียนการสอนได้นำเสนอด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์และสามารถหาคำตอบของปัญหาด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยาและการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เพิ่มเติมด้วยการขยายปัญหาและการบันทึกการแก้ปัญหา ผสมกับการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และสอดแทรกการแนะนำทฤษฎีแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของนักเรียนในการลงมือปฏิบัติ โดยการอภิปรายและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 95 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มี

ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ดีกว่าปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียนในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดี มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ค 101 คณิตศาสตร์ สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งหมดทำให้มีกรอบความคิดว่า การจัดกลุ่มชั้นเรียนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้น ควรจัดแบบแยกชั้นเรียนตามระดับความสามารถ เพราะจะช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์และพัฒนาความสามารถในการคิดวิจารณ์ญาณและความคิดสร้างสรรค์ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีการเรียนแบบร่วมมือกัน มีการทำงานเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็ก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายและมีประสิทธิภาพ และมีการทำงานเป็นรายบุคคลด้วย ตามแนวคิดของเรนซูลลี (Renzulli. 1997) และโฮล์มส์ (Holmes. 1995 : 37) ปัญหาที่นำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์นั้น ใช้ปัญหาปลายเปิด ปัญหาที่แปลกใหม่และซับซ้อนเป็นศูนย์กลาง ซึ่งเป็นปัญหาที่นำไปสู่การทบทวน การเสริมความเข้าใจ การขยายมโนคติของเรขาคณิตที่เกี่ยวข้อง มีการสื่อสารความคิดและการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่านที่สำคัญ ได้แก่ เบกเกอร์และชิมาดา (Becker & Shimada. 1997 : 1) บาร์ดูดี (Baroddy. 1993 : 2-54 - 2-55) รีย์สและคณะ (Reys, et al. 1992 : 29) ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 11 - 13)

กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ควรเน้นการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติอย่างเป็นระบบตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่มุ่งเน้นการพัฒนาความสามารถทางด้านกระบวนการคิดที่หลากหลาย แปลงใหม่ ซึ่งพัฒนามาตามแนวคิดของปาร์น (Parnes. 1981) แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไตน์ (Traffinger & Firestien. 1989) ลัมสดาเนและลัมสดาเน (Lumsdaine & Lumsdaine. 1995 : 16) และแชลเลอร์อส (Shalleross. 1981) โดยเริ่มจากการทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยด้วยการค้นหาข้อเท็จจริง ค้นหาปัญหา พิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา แล้วระดมความคิดเพื่อค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลายวิธี เมื่อได้แนวคิดจำนวนมากแล้วดำเนินการวางแผนเพื่อวิเคราะห์หาหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมในการประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิดที่ดีที่สุดที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาและควรเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง หลังจากนั้นจึงดำเนินการค้นหาคำยอมรับแนวคิดที่ประเมินแล้วจากนักเรียนกลุ่มอื่นๆ หรืออาจารย์ผู้สอน เมื่อแนวคิดเป็นที่ยอมรับแล้วจึงสามารถนำแนวคิดนี้ไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป ในการสอนจะสอดแทรกการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโฮล์มส์ (Holmes. 1995 : 37) มีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้หลักการประเมินตามแนวคิดของ ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 2 - 9) ซึ่งเป็นการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาจากงานเขียนแสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาและใช้การวิเคราะห์การให้คะแนนแบบองค์รวม นอกจากนี้ยังมีการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ซึ่งวิเคราะห์จากการแสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาจากการเขียนในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน จากการปฏิบัติกิจกรรม

ระหว่างเรียนและมีการบันทึกพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบการเรียนการสอนของวิลเลียมส์ (Williams. 1970) การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของ เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker & Shimada. 1997 : 34-35) แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาที่พัฒนาโดย ปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล . 2544)

กรอบความคิดที่ได้มา ผู้วิจัยใช้เป็นแนวทางในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานครและปริมณฑล ที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้แก่ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) โรงเรียนสาธิตบางนา โรงเรียนอัสสัมชัญ (แผนกประถม) โรงเรียนไพฑูริย์ศึกษา โรงเรียนสารสาสน์ โรงเรียนปราโมชวิทยาและโรงเรียนอัสสัมชัญ ประชากรทั้งหมดได้ผ่านขั้นที่สามของขั้นตอนการสำรวจหาเด็กที่มีความสามารถพิเศษตามแนวทางที่แนะนำโดยศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชนดังนี้

ขั้นที่หนึ่ง ขั้นเสนอชื่อ เป็นการรวบรวมรายชื่อนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์โดดเด่นจากแหล่งข้อมูลต่างๆ เช่น ผลการเรียน ผลงานที่ยอดเยี่ยม การเข้าศูนย์วิทยาการ การเสนอชื่อของครู ผู้ปกครองหรือนักจิตวิทยา การทดสอบระดับสติปัญญา (IQ) เป็นกลุ่ม การประเมินความสามารถ การสำรวจความสนใจ เป็นต้น

ขั้นที่สอง ขั้นทดสอบและสัมภาษณ์ผู้เกี่ยวข้อง ซึ่งจะมีการคัดเลือกผู้ที่มีความโดดเด่นที่สุดจำนวน 10-15% ของผู้ได้รับการเสนอชื่อเข้ารับการทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระดับสติปัญญา (IQ) เป็นรายบุคคล ความคิดสร้างสรรค์และสัมภาษณ์บิดา มารดา ตลอดจนครูผู้เกี่ยวข้อง

ขั้นที่สาม ขั้นการรับรองโดยผู้เชี่ยวชาญ นักเรียนที่โดดเด่นที่สุดจากขั้นที่สองจะถูกคัดเลือกให้เหลือ 1-5% ของผู้ที่ได้รับการเสนอชื่อ เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณารับรองทั้งหมดหรือบางส่วนว่าเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาทุกคนของโรงเรียนไพฑูริย์ศึกษาจะต้องเข้ารับการทดสอบเพื่อวัดแววคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจารย์ที่ทำหน้าที่รับผิดชอบดูแลนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์เป็นผู้ออกแบบทดสอบเอง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนไพฑูริย์ศึกษา ในภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2545 กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจง โดยอาจารย์ที่มีหน้าที่รับผิดชอบดูแลกลุ่มตัวอย่างเป็นผู้คัดเลือกให้ ซึ่งพิจารณาจากคะแนนวัดแววคณิตศาสตร์และความสนใจของนักเรียน แบ่งเป็นดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่อง เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบและหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และเครื่องมืออื่นๆ กลุ่มตัวอย่างนี้ ได้แก่

1.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล จำนวน 2 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ซึ่งได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์เท่ากับคะแนนเฉลี่ย จากชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละ 1 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก จำนวน 6 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ซึ่งได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์ตั้งแต่คะแนนเฉลี่ยขึ้นไป จากชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละ 3 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ซึ่งได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์ตั้งแต่คะแนนเฉลี่ยขึ้นไป ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 คน และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 9 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานในการวิจัยและหาข้อมูลต่างๆ เพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย

เหตุผลที่เลือกกลุ่มตัวอย่างจากนักเรียนโรงเรียนไพฑูริยมศึกษา เพราะว่าโรงเรียนนี้มีจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์มากเพียงพอที่จะนำมาใช้ในการทดลอง อีกทั้งเป็นโรงเรียนที่มีความพร้อมในด้านนโยบายของผู้บริหาร กระบวนการจัดการเรียนการสอนได้มาตรฐานและเป็นสากล มีการสนับสนุนทั้งทางด้านการบริหาร งบประมาณและความพร้อมของบุคลากรที่เข้าอบรมกระบวนการ เนื้อหา วิธีการ ตลอดจนกระบวนการวัดผลและประเมินผล รวมทั้งมีทัศนคติที่ดีต่อนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู ประกอบกันเป็นชุดการเรียนการสอนที่เรียกว่า กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์
3. แบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย
 - 3.1 ความคิดยืดหยุ่น
 - 3.2 ความคิดริเริ่ม
 - 3.3 ความคิดละเอียดลออ

2. ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

ตอนที่ 2 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ตอนที่ 3 การทดลองภาคสนาม

ตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

การศึกษาข้อมูลพื้นฐานนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำมาสร้างและพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการที่แท้จริงของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการสอนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งข้อมูลต่างๆ ที่จะนำมาประกอบในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งนี้ แบ่งเป็นเนื้อหาที่ศึกษาดังนี้

1. ศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1 ความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 1.2 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
 - 1.3 การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
2. ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาในเรื่องต่อไปนี้
 - 2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึง ประถมศึกษาปีที่ 6 และหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในส่วนของเนื้อหาเรขาคณิต
 - 2.3 เอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาและการประเมินการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เพื่อแสวงหาแนวทางในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และเพื่อสร้างกรอบความคิดในการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
 - 2.4 การประเมินกิจกรรมการเรียนการสอน
3. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบ เพื่อนำมาใช้ในการสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน
4. ศึกษาวิธีการสร้างแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เพื่อนำมาวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ

ตอนที่ 2 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการวิจัย ผู้วิจัยใช้เครื่องมือ 3 ชนิด ซึ่งดำเนินการสร้างภายใต้การให้คำปรึกษาและกำกับดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในตอนต้นที่ 1 ผู้วิจัยได้วางแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน สอดแทรกการสอนกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และเป็นระบบ เน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแบบเปิดกว้างตามความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ ตลอดจนวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ และนำเสนอต่อกลุ่มการทบทวนและการนำเสนอความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกระทำโดยใช้กิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกัน

การพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีขั้นตอนของการพัฒนา ดังนี้

1. การกำหนดกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่สังเคราะห์จากแนวคิดของปาร์เนส (Parnes, 1981) แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไตน์ (Traffinger & Firestien, 1989 : 36) ลัมสดาเนและลัมสดาเน (Lumsdaine & Lumsdaine, 1995 : 16) และแชลเลอร์อส (Shalleross, 1981) รวมทั้งการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโฮล์มส์ (Holmes, 1995 : 37) และเน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหาคตามแนวคิดของเรนซูลลี (Renzulli, 1997) และโฮล์มส์ (Holmes, 1995 : 37) ทั้งหมดได้สรุปเป็นกรอบความคิดไว้ในท้ายบทที่ 2 จากกรอบความคิดดังกล่าวนำไปสู่

1.1 การเตรียมบทเรียน

1.1.1 กำหนดจุดประสงค์ ขอบข่ายเนื้อหาเรขาคณิตและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียน

1.1.2 สร้างปัญหาเรขาคณิตที่สามารถหาคำตอบได้ด้วยยุทธวิธีตามข้อ 1.1.1 ประกอบด้วย

1.1.2.1 ปัญหาขั้นต้นหรือปัญหำนำ ซึ่งมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อม ให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนเมื่อเริ่มต้นบทเรียน

1.1.2.2 ปัญหาในชั้นประกอบกิจกรรมเป็นปัญหาหลัก ซึ่งมีโครงสร้างเช่นเดียวกับข้อ 1.1.2.1 แต่มีความซับซ้อนกว่า จำนวน 2 - 3 ปัญหา เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อยและนำไปเป็นปัญหาสำรองหรือเป็นการบ้านนอกเวลาเรียน ให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

1.1.3 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในบทเรียน มีดังนี้

1.1.3.1 เป็นปัญหาปลายเปิด ที่มีคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

1.1.3.2 แปลกใหม่ ซับซ้อน นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน

1.1.3.3 ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน

1.1.3.4 เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง หรือมีความหมาย เหมาะกับระดับความสามารถของนักเรียน

สามารถของนักเรียน

1.1.3.5 มีความเชื่อมโยงกับบทเรียนเรขาคณิต สามารถหาคำตอบหรืออธิบายวิธีหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาตอนปลายและความรู้ใหม่บางส่วนใน

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เช่น เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากัน
ทุกประการ วงกลม และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น สมการ อัตราส่วน สัดส่วน
เป็นต้น

1.1.3.6 เหมาะกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียนในบทเรียนนั้นๆ

1.1.3.7 บางปัญหาสามารถสอดแทรกความรู้ หรือใช้เป็นสื่อจุดประกายความรู้
ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเน้นการร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็กและ
รายบุคคล ตามแนวคิดของนักการศึกษาที่สำคัญ ได้แก่ เรนซูลลี (Renzulli, 1997) และโฮล์มส์ (Holmes, 1995:
37)

1.2.1 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน

1.2.2.1 ครูนำเสนอปัญหาด้านเรขาคณิตหรือใช้สื่อต่างๆประกอบ เช่น แผ่นใส
ใบกิจกรรม

1.2.2.2 ครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวน
ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตหรือนำเสนอความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกัน

1.2.1.3 ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการหาคำตอบ ต่อกลุ่มใหญ่ เพื่อให้
นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

1.2.1.4 ครูสรุปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอและเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

1.2.2 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย

1.2.2.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 3 คน (ครูชี้แจงวิธีทำงานร่วมกัน
เป็นกลุ่มย่อยในกิจกรรมแรกๆ)

1.2.2.2 ครูนำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่างๆ โดยใช้ใบกิจกรรม

1.2.2.3 ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อหาคำตอบของปัญหาขณะที่
นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิด
การอภิปราย

1.2.2.4 ในกรณีที่นักเรียนบางกลุ่มสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เร็วกว่ากลุ่ม
อื่นๆ ครูอาจให้นักเรียนกลุ่มนั้นหาคำตอบโดยใช้วิธีการอื่นที่แตกต่างจากเดิมหรือให้นักเรียนแก้ปัญหาค้นคว้า
สำรวจไว้

1.2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่

1.2.3.1 ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติ
กิจกรรมของกลุ่มครั้งละกลุ่ม โดยให้กลุ่มที่นำเสนอครั้งหลังๆ นำเสนอเฉพาะคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่
แตกต่างจากกลุ่มก่อนหน้านี้เท่านั้น

1.2.3.2 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

1.2.3.3 ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียนสรุปเป็นประเด็นให้
ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำ

ในบทเรียนนั้นๆ ซึ่งยุทธวิธีดังกล่าวนี้อาจมีนักเรียนบางกลุ่มใช้แก้ปัญหาขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมแล้ว ครูมีหน้าที่ช่วยให้ชัดเจนขึ้นและเสริมให้สมบูรณ์

1.2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์เพิ่มเติมเป็นรายบุคคล โดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ ทำเป็นการบ้านหรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม

1.3 การประเมินผลนักเรียน

การประเมินผลนักเรียนกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนการสอนและใช้การประเมินในหลายแนวทางมาประกอบกัน ได้แก่

1.3.1 การประเมินผลก่อนเรียน ประเมินจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา โดยใช้แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและศึกษาพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากการใช้วิธีการพื้นฐานของนักเรียนเอง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.3.2 การประเมินผลระหว่างเรียน ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนเป็นรายบุคคล จากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดในใบกิจกรรม และประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นรายกลุ่ม จากการปฏิบัติกลุ่มย่อยและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

1.3.3 การประเมินผลหลังเรียน ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์เป็นรายบุคคล จากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนและใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่จำเป็น ประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2. การพัฒนาร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2.1 ส่วนประกอบ ผู้วิจัยสร้างร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ซึ่งสร้างขึ้นตามกรอบความคิดในข้อ 1 กิจกรรมการเรียนการสอนมี 12 กิจกรรม ใช้เวลากิจกรรมละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที ในแต่ละกิจกรรมประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด คือ แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู

2.1.1 แผนการสอน ประกอบด้วย ชื่อกิจกรรม เวลาที่ใช้ ความนำ จุดประสงค์ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง (ถ้ามี) สื่อ/อุปกรณ์ แนวการจัดกิจกรรม การวัดผลและประเมินผล ใบกิจกรรมและสื่อประกอบ

2.2.2 เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอนและการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียนในรายละเอียด กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรทราบ เพื่อให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ เช่น ตัวอย่างของคำถามที่ใช้ถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่นำมาใช้แก้ปัญหา รวมทั้งความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ในระดับสูงที่เกี่ยวข้อง

2.2 แผนการจัดกิจกรรม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนตามปกติทั่วไป เนื้อหาครอบคลุมความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาและการนำไปใช้ดังนี้ ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคำนวณหาความยาว ขนาดของมุมและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้ประกอบด้วย สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม โดยครูนำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องต่างๆ เหล่านี้ในลักษณะปัญหาที่ซับซ้อน ทำทายกว่าปัญหาที่นักเรียนทั่วไปพบในการเรียนการสอนปกติ แล้วให้นักเรียนเสนอแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหา

3. การตรวจสอบและหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.1 นำร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 2 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรมและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข แล้วนำข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เพื่อนำไปทำการทดลองนำร่องต่อไป

ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญในการปรับปรุงร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีดังนี้

3.1.1 ด้านจุดประสงค์ ควรกล่าวถึงความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาในแต่ละกิจกรรม ไม่ควรนำจุดประสงค์นำทางมากล่าวรวมไว้ในจุดประสงค์ของกิจกรรมซึ่งเป็นจุดประสงค์ปลายทาง สำหรับจุดประสงค์ด้านการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ให้นำไปกล่าวไว้ในความนำของแผนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3.1.2 ด้านความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ ควรเป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตทั้งหมดที่นำมาใช้การเรียนรู้และแก้ปัญหาในแต่ละกิจกรรม ควรแยกเป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องในบางกิจกรรมที่ต้องนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา

3.1.3 ด้านสื่อ/อุปกรณ์ ขนาดของตัวอักษรที่ใช้ในใบกิจกรรมควรให้มีความเหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน ปรับปรุงรูปเรขาคณิตต่างๆ ที่ปรากฏในใบกิจกรรมให้มีลักษณะที่ถูกต้องตามลักษณะของชนิดของรูปเรขาคณิตนั้นๆ ใบกิจกรรมที่ต้องมีการแนะนำความรู้ใหม่ควรเขียนในลักษณะของเอกสารแนะแนวทางและปรับปรุงคำถามบางคำถามที่ใช้ในใบกิจกรรมบางกิจกรรม

3.1.4 ด้านแนวการจัดกิจกรรม ในการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เกี่ยวกับ “กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” และ “ยุทธวิธีแก้ปัญหา” ให้เป็นไปในลักษณะค่อยๆ สอดแทรกโดยทบทวนและสรุปจากกิจกรรมการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอและให้มีการสอดแทรกในช่วงกิจกรรมแรกๆ หรือกิจกรรมที่เหมาะสม

3.1.5 ด้านการวัดผลและประเมินผล ควรชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงการประเมินผลงาน จะให้ความสำคัญทั้งในด้านแนวคิด/วิธีทำและคำตอบของปัญหา ควรให้นักเรียนได้ประเมินตนเองภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมสิ้นสุดลงในแต่ละกิจกรรม

3.1.6 ด้านเอกสารเสริมสำหรับครู การนำเสนอเนื้อหาสาระที่เป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่นำมาใช้แก้ปัญหาควรแตกต่างจากเนื้อหาสาระที่นำเสนอในใบกิจกรรม ควรเป็นความรู้เพิ่มเติมหรือความรู้ในระดับสูงขึ้นที่เกี่ยวข้องหรือข้อแนะนำในการจัดกิจกรรม

3.2 การทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยนำร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล เพื่อพิจารณาปรับปรุงความถูกต้อง ความเป็นปรนัยของภาษา ความยากง่าย ความเป็นไปได้ เวลาที่ใช้ และความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง

ผลจากการศึกษานำร่องเป็นรายบุคคล มีข้อค้นพบ ดังนี้

3.2.1 ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในข้อคำถามและในส่วนที่เป็นการแนะนำเนื้อหาใหม่ให้เหมาะสมและรูปเรขาคณิตต่างๆ ให้เป็นรูปที่ถูกต้องตามลักษณะของรูปเรขาคณิตนั้นๆ เพื่อให้นักเรียนทุกคนเข้าใจคำถาม เนื้อหาและมองเห็นรูปเรขาคณิตตรงกัน

3.2.2 ปรับปรุงคำถามบางคำถามให้เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้และระดับความสามารถของนักเรียน

3.2.3 เพิ่มเติมเนื้อหาใหม่ที่เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3.3 การทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยนำร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ผ่านการพิจารณาปรับปรุงจากการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคลแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก จำนวน 6 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน และมีอาจารย์โรงเรียนไพฑูริย์ศึกษาเป็นผู้ช่วยในการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา แล้วนำข้อมูลมาหาความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งพิจารณาจากมีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็กที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ตามแนวคิดของ เปรี๊ยะ กุมุท (เปรี๊ยะ กุมุท. 2538 : 254-257) เอสพิชและวิลเลียม (Espich & William. 1967 : 119 -125) ถ้าไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดจะพิจารณาปรับปรุงใหม่เป็นรายกิจกรรม นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนจากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และจากแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในการปฏิบัติกิจกรรมตามใบกิจกรรม การสังเกตและการสัมภาษณ์นักเรียน รวมทั้งผลย้อนกลับในด้านต่างๆ ของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมจะนำมาใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงกิจกรรมก่อนที่จะนำไปใช้ทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานในการวิจัย

ผลการทดลองใช้ร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ปรากฏว่า มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก จำนวนร้อยละ 83.33 ของจำนวน

นักเรียนทั้งหมด สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 ดังนั้นน่าจะเป็นไปได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด น่าจะนำร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่พัฒนาขึ้นมานี้ไปใช้ในการทดลองภาคสนามได้ต่อไป

ผลจากการศึกษานำร่องเป็นกลุ่มเล็ก มีข้อค้นพบและปรับปรุงแก้ไขดังนี้

1. ปรับปรุงคำถามของกิจกรรมบางกิจกรรม ที่มีคำถามย่อยๆ ซึ่งนักเรียนมีพื้นฐานความรู้มาแล้ว โดยการเปลี่ยนคำถามหรือตัดคำถามออกบ้าง เพื่อไม่เป็นการเสียเวลาและทำให้เวลาในการปฏิบัติกิจกรรมเหมาะสมขึ้น

2. กิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ ซึ่งนักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติกิจกรรมเพื่อค้นหาสมบัติหรือแบบรูปเอง เพื่อนำมาใช้เป็นพื้นฐานความรู้ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาในการปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ ต่อไป การใช้คำถามกระตุ้นทำให้นักเรียนสามารถค้นหาสมบัติหรือแบบรูปต่างๆ ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งเป็นกิจกรรมที่นักเรียนให้ความสนใจและตั้งใจปฏิบัติกิจกรรม

3. การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนช่วยพัฒนาด้านการอธิบายการแสดงแนวคิดให้มีความละเอียดลออในการคิด จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่า นักเรียนชอบที่จะแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาโดยวาดมากกว่าการเขียน

รายละเอียดของตัวอย่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ดูในภาคผนวก ค

2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 นำข้อมูลที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบและกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมามีดำเนินการสร้างแบบทดสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีการคิด 2 ฉบับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตที่ปรากฏในกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาแบบองค์รวมตามแนวคิดของ ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 2-9) ดังที่สรุปเป็นกรอบความคิดไว้ในท้ายบทที่ 2

2.2 นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับในข้อ 3.1 ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์ ครอบคลุมเนื้อหาสาระความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาตามกิจกรรม ความสอดคล้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ความถูกต้องเหมาะสมของภาษา เวลาที่ใช้สอบ ความเป็นคู่ขนานระหว่างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน รวมทั้งความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนน

2.3 นำแบบทดสอบที่แก้ไขปรับปรุงแล้วไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม เวลาที่ใช้สอบ ภาษาที่ใช้

2.4 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขจนได้แบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ที่เหมาะสมในการนำไปใช้ในการทดลองภาคสนาม

ผู้วิจัยและผู้ช่วย 1 ท่านซึ่งเป็นอาจารย์ของโรงเรียนไพฑูริย์ศึกษาที่รับผิดชอบดูแลกลุ่มตัวอย่างนี้ เป็นผู้ตรวจและให้คะแนนโดยเห็นชอบร่วมกัน

รายละเอียดแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ ดูในภาคผนวก ง

3. แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบรายงานที่ผู้วิจัยได้ดัดแปลงจากแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบบันทึกผลการวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ตามแนวคิดของวิลเลียมส์ (Williams, 1970) เบกเกอร์และชิมาดา (Becker & Shimada, 1997 : 34 - 35) ดังที่ได้สรุปเป็นกรอบความคิดไว้ในท้ายบทที่ 2 พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์วิเคราะห์จากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน รวมทั้งจากผลงานการทำกิจกรรมการอภิปรายกลุ่มและการนำเสนอด้วยวาจาที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรมระหว่างปฏิบัติการในชั้นเรียน ผู้วิจัยและผู้ช่วยคนเดิมร่วมกันสังเกตและวิเคราะห์ให้คะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดยเห็นชอบร่วมกัน

การตรวจให้คะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านได้จำแนกระดับพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละระดับดังนี้

0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก

ในการแปลความหมายของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามใช้เกณฑ์ดังนี้

0.00 - 0.49	ต้องแก้ไข
0.50 - 1.49	พอใช้
1.50 - 2.49	ดี
2.50 - 3.00	ดีมาก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป ถือว่ามีพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านอยู่ในระดับดีขึ้นไป

ผู้วิจัยพัฒนาแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.2 วิเคราะห์จุดประสงค์ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.3 สร้างแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และกำหนดเกณฑ์การวิเคราะห์ให้คะแนน

3.4 นำแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจสอบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ตรวจสอบความเหมาะสม ความสอดคล้องกับจุดประสงค์และเกณฑ์การให้คะแนน

3.5 นำแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่แก้ไขปรับปรุงให้มีความเหมาะสมแล้วไปใช้ในการบันทึกพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์กับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง นำร่องเป็นกลุ่มเล็ก เพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ให้เป็นแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ฉบับสมบูรณ์ เพื่อเตรียมนำไปใช้ในการทดลองภาคสนาม รายละเอียดแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ดูในภาคผนวก จ

ตอนที่ 3 การทดลองภาคสนาม

นำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ได้พัฒนาและผ่านการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ การทดลองนำร่องเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มเล็กแล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลในการทดลองภาคสนามดำเนินการดังนี้

3.1 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนฉบับสมบูรณ์ที่ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เพื่อเก็บคะแนนเป็นคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและคะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน

3.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามด้วยตนเอง ด้วยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ จัดดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ในระหว่างทดลองสอนมีการสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนทุกคน จากการตรวจผลงาน การสังเกตการอภิปราย การนำเสนอด้วยวาจาและใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีจำเป็น บันทึกข้อมูลลงในแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หลังจากการสอนสิ้นสุดลง นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนฉบับสมบูรณ์ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างดังกล่าว เพื่อเก็บคะแนนเป็นคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนและคะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน แล้วนำไปวิเคราะห์เพื่อศึกษาและทดสอบสมมติฐานในการวิจัยต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.1 การทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 จะใช้การทดสอบทวินาม (Bionmial Test) เพื่อทดสอบสัดส่วนของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 75 (ดูในภาคผนวก ข)

4.2 การตรวจสอบพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ นำข้อมูลผลการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยนำไปเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางและเชื่อมโยงกับเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ในส่วนที่เป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 และความรู้ใหม่บางส่วนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหาเข้าในกิจกรรมตามความเหมาะสม กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นที่บทบาทของนักเรียนในการร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กนอกจากนี้ยังมีความมุ่งหมายที่จะศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์แล้วจะเกิดผลอย่างไรบ้างต่อนักเรียนในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามความมุ่งหมายและสมมติฐานในการวิจัย โดยแบ่งเป็นสามตอนดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

ตอนที่ 2 ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ตอนที่ 3 ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ตอนที่ 1 ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

ผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามเป็นคะแนนจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน และ/หรือจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน แบ่งการนำเสนอผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็น 2 ส่วน คือ

1.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง 15 คน

การแก้ปัญหาอย่าง สร้างสรรค์ทาง เรขาคณิต	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
ก่อนเรียน	40	12.93	32.33	5.50
รวมระหว่างเรียน และหลังเรียน	100	78.74	78.74	6.79
ระหว่างเรียน	60	51.27	85.45	2.46
หลังเรียน	40	27.47	68.68	6.44

จากตาราง 1 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เท่ากับ 12.93 คิดเป็นร้อยละ 32.33 ของคะแนนเต็ม 40 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเท่ากับ 5.50 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนรวมกับคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตหลังเรียน เท่ากับ 78.74 คิดเป็นร้อยละ 78.74 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน เท่ากับ 6.79

1.2 การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม

การทดสอบสมมติฐานในการวิจัยข้อที่ 1 แบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม โดยใช้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนและหลังเรียน กลุ่มหนึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 75 อีกกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 75 และทดสอบสัดส่วนของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 75 โดยใช้การทดสอบทวินาม ได้ผลดังตาราง 2

ตาราง 2 การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ 75

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ (ร้อยละ)	P-Value
นักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้ในการทดลอง			
ภาคสนาม	15	14 (93.33)	0.08 *

* $p < .10$

จากตาราง 2 พบว่า มีนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .10

ตอนที่ 2 ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

พฤติกรรมการคิด		ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	ความคิดละเอียดลออ
ก่อนเรียน	ค่าเฉลี่ย	0.71	0.55	0.55
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.35	0.24	0.24
	ระดับพฤติกรรม	พอใช้	พอใช้	พอใช้
ระหว่างเรียน	ค่าเฉลี่ย	2.57	2.50	2.80
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.08	0.11	0.14
	ระดับพฤติกรรม	ดีมาก	ดีมาก	ดีมาก
หลังเรียน	ค่าเฉลี่ย	1.99	1.81	1.83
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.44	0.42	0.45
	ระดับพฤติกรรม	ดี	ดี	ดี

หมายเหตุ เกณฑ์คือ 0.00 - 0.49 ต้องแก้ไข 0.50 - 1.49 พอใช้ 1.50 - 2.49 ดี 2.50 - 3.00 ดีมาก

จากตาราง 3 พบว่า ก่อนเรียนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ อยู่ในระดับพอใช้ทุกด้าน ส่วนระหว่างเรียนนักเรียนเหล่านี้จะมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้งสามด้านอยู่ในระดับดีมาก สำหรับหลังเรียนนักเรียนเหล่านี้มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้งสามด้านอยู่ในระดับดี

ตอนที่ 3 ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในที่นี้จะรายงานใน 2 ด้าน คือ ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาวางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.1 ข้อค้นพบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ ข้อค้นพบก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

3.1.1 ข้อค้นพบก่อนเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

การสรุปข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนพิจารณาจากการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน เพื่อวิเคราะห์ภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม

เมื่อวิเคราะห์การเขียนแสดงแนวคิด/วิธีหาคำตอบของปัญหาจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนมีข้อค้นพบบางด้านเกี่ยวกับภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนที่น่าสนใจดังนี้

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาโดยเขียนแสดงแต่คำตอบสั้นๆ ไม่มีทักษะในการเขียนแสดงเหตุผล การเขียนอธิบายรายละเอียดในการหาคำตอบของปัญหาในแต่ละข้อ เพียงแต่อธิบายสั้นๆ แต่ไม่สมบูรณ์ เช่น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามจำนวน 12 คน จาก 15 คน สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมที่เกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับ 100 ตารางเซนติเมตร เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้การพิจารณาด้วยประสบการณ์เดิมจากรูปว่ามีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ไม่สามารถอธิบายหรือให้เหตุผลประกอบว่า เพราะเหตุใดจึงมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้แก่ สาเหตุที่ทำให้ความยาวของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมที่เกิดขึ้นเท่ากันและขนาดของมุมทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมที่เกิดขึ้นเท่ากับ 90 องศา นักเรียนยังสามารถหาคำตอบที่เป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นได้ว่ามีพื้นที่เท่ากับ 50 ตารางเซนติเมตร แต่ไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีหาคำตอบได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่านักเรียนสามารถหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นได้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวฐานและความสูงเท่ากัน ซึ่งเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน

2. มีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามจำนวน 10 คน จาก 15 คน ไม่สามารถแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ที่ต้องใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เป็นความรู้ใหม่ เช่น สมบัติของวงกลมและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนที่หาคำตอบได้ ได้พยายามหาคำตอบโดยใช้การเขียนภาพและการวัดเพื่อหาคำตอบ เช่น ปัญหาข้อที่ 4 การหาระยะห่างระหว่างคอร์ดทั้งสองของวงกลมซึ่งมีความยาวเท่ากันและขนานกันโดยกำหนดรัศมีของวงกลมมาให้ มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 10 คน จาก 15 คน ที่ไม่สามารถหาคำตอบของปัญหานี้ได้ ส่วนนักเรียนที่สามารถหาคำตอบได้ใกล้เคียงนั้นได้คำตอบมาโดยการพยายามเขียนวงกลมให้มีขนาดตามที่กำหนดหรือใช้มาตราส่วนย่อขนาด

แล้วเขียนคอร์ดทั้งสองของวงกลมให้ขนานกันและมีความยาวเท่ากันตามที่กำหนด จากนั้นวัดระยะห่างของคอร์ดทั้งสอง นักเรียนก็จะได้คำตอบที่ใกล้เคียงหรือคำตอบที่ถูกต้อง

จากผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน คือ (1) ในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาในกิจกรรมแรกๆ ต้องเริ่มจากให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อนหรือเป็นปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่าง แล้วจากนั้นจึงนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ในช่วงท้ายกิจกรรม (2) การนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ในกิจกรรม ครูต้องมีบทบาทในการช่วยเหลือแนะแนวทางบ้างโดยการใช้คำถามกระตุ้นเท่าที่จำเป็นหรือเป็นการให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกัน (3) ในการตอบคำถามในกิจกรรมควรเน้นการให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบและแสดงแนวคิดวิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาในแต่ละกิจกรรม

3.1.2 ข้อค้นพบระหว่างเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนได้จากการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาและการนำเสนอด้วยวาจา ในขณะปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มที่กำหนดในใบกิจกรรมทุกกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง เพื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ที่ปรากฏขณะดำเนินการทดลองมีดังนี้

1. ในกิจกรรมแรกๆ ตั้งแต่กิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 6 นักเรียนเริ่มใช้กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่เกิดจากการตอบคำถามที่กำหนดในใบกิจกรรมและจากการสรุปการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนเอง นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่าง เป็นปัญหาประกอบด้วยคำถามสั้นๆ และเป็นคำถามย่อยๆ ที่กระตุ้นให้คิดหรือช่วยแนะแนวทางในการแก้ปัญหาในกิจกรรมกลุ่มสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในกิจกรรมรายบุคคลซึ่งส่วนใหญ่เป็นปัญหาปลายเปิดในช่วงท้ายของกิจกรรมได้ และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายภายใต้การกระตุ้นให้คิดโดยคำถามและการปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรม และการนำเสนอของแต่ละกลุ่ม นอกจากนี้นักเรียนยังได้รู้จักยุทธวิธีแก้ปัญหาต่างๆ ที่มีนักเรียนบางกลุ่มได้นำมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาที่เหมาะสม หรือที่ครูผู้สอนได้สอดแทรกในระหว่างปฏิบัติ ตามที่กำหนดในใบกิจกรรม เช่น ในกิจกรรมที่ 3 “การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า” นักเรียนสามารถหาผลบวกของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้ ด้วยคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาได้ โดยเริ่มจากการนำผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นพื้นฐานความรู้ของนักเรียนไปใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยใช้การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมย่อยๆ ด้วยการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมเพียงจุดเดียวและเขียนคำตอบลงในตาราง นักเรียนได้สังเกตคำตอบและข้อมูลต่างๆ ในตาราง เพื่อสรุปเป็นวิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและสามารถค้นหาแบบรูปของผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้ นักเรียนได้รู้จักยุทธวิธีแก้ปัญหาแบบต่างๆ ในที่นี้ คือ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีสร้างตารางและยุทธวิธีค้นหาแบบรูปและเมื่อมี

การนำเสนอผลงานของกลุ่มมีบางกลุ่มที่สามารถหาวิธีการที่แตกต่างไปจากที่กำหนดในใบกิจกรรมได้ เช่น กำหนดจุดหนึ่งจุดภายในรูปหลายเหลี่ยมแล้วแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมย่อยๆ โดยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมแต่ละมุมกับจุดที่กำหนด แล้วหาผลบวกของขนาดของมุมภายในโดยการนำจำนวนรูปสามเหลี่ยมคูณกับ 180 แล้วลบด้วย 360 บางกลุ่มหาคำตอบได้โดยการแบ่งรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าให้เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปและรูปสี่เหลี่ยมหนึ่งรูป แล้วนำผลบวกของขนาดของมุมภายในแต่ละรูปมารวมกัน จากนั้นนักเรียนสามารถนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อกำหนดจำนวนด้านมาได้ด้วยวิธีการต่างๆ ได้นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถตัดสินใจเลือกแนวคิด/วิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหาต่อไปด้วยเหตุผลของนักเรียนเอง เช่น ในกิจกรรมที่ 4 “พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด” นักเรียนสามารถค้นหาสูตรหรือกฎของพิทาคอร์ที่นำมาใช้หาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุดโดยนำผลบวกของจำนวนจุดบนขอบหารด้วยสองกับจำนวนจุดภายในรูปลบด้วยหนึ่ง และหาพื้นที่จากพื้นฐานความรู้หรือประสบการณ์เดิมเกี่ยวกับการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และหาผลบวกของพื้นที่ของแต่ละรูปนักเรียนก็ได้คำตอบเดียวกัน เมื่อให้นักเรียนตัดสินใจเลือกแนวคิด/วิธีการที่จะใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องนี้ มีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 13 คน จาก 15 คน เลือกใช้กฎของพิทาคอร์ โดยให้เหตุผลว่า สะดวก รวดเร็ว ถูกต้องและแม่นยำ อีกทั้งสามารถนำกฎของพิทาคอร์ไปใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นได้ในกิจกรรมรายบุคคลและนักเรียนสามารถนำวิธีการหนึ่งมาใช้ในการตรวจคำตอบของอีกวิธีการหนึ่ง

2. ในการปฏิบัติในกิจกรรมที่ 7 ถึงกิจกรรมที่ 12 นักเรียนมีอิสระในการคิดแก้ปัญหามากขึ้น สามารถนำความรู้พื้นฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมหลายๆ กิจกรรมมาใช้ในการแก้ปัญหาในกิจกรรมหนึ่งๆ ที่สัมพันธ์กันได้ ครูมีบทบาทในการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาบ่อยลง เช่น ในกิจกรรมที่ 10 “ค้นหาสมบัติของวงกลม” นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับสมบัติของวงกลม ได้แก่ สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดมาประยุกต์ใช้ในการหารัศมีของเศษจานที่มีลักษณะจานที่สมบูรณ์เป็นวงกลมได้และหารัศมีของวงกลมที่กำหนดให้ด้วยวิธีการต่างๆ ได้

จากตาราง 1 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามได้ถึง 51.27 คิดเป็นร้อยละ 85.45 ของคะแนนเต็ม 60 คะแนน ซึ่งถือว่าเป็นคะแนนที่สูง โดยคะแนนนี้ได้มาจากการที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มได้ร่วมมือกันปฏิบัติกิจกรรมแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดในใบกิจกรรมทุกกิจกรรม บางกิจกรรมมีการใช้คำถามย่อยๆ กระตุ้นให้นักเรียนสามารถช่วยกันแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้

สำหรับนักเรียนผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 75 จำนวน 1 คน จาก 15 คน นั้นพบว่านักเรียนผู้นี้ได้เข้าร่วมปฏิบัติกิจกรรมไม่ครบทุกกิจกรรมในระหว่างเรียน จึงไม่มีประสบการณ์ในการแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาร่วมกันของกิจกรรมนั้น ถึงแม้ว่าจะได้มีการซ่อมเสริมแล้ว แต่ก็ไม่สามารถนำพื้นฐานความรู้เรื่องนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาในกิจกรรมรายบุคคลได้

3.1.3 ข้อค้นพบหลังเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนได้จากการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เพื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามที่ปรากฏหลังการทดลอง ข้อสอบเป็นปัญหาปลายเปิด 5 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกับแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์จากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน มีข้อค้นพบ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ แต่ซับซ้อนมากกว่า โดยปรับปรุงโครงสร้างหรือเงื่อนไขบางประการไปจากที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ มีนักเรียนที่สามารถนำประสบการณ์มาประยุกต์ใช้ในการเขียนแสดงการแก้ปัญหาได้ค่อนข้างดี เช่น ปัญหาข้อที่ 5 เป็นปัญหาเกี่ยวกับการนำความรู้พื้นฐานเรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัสมาใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน มีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามจำนวน 11 คน จาก 15 คน สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย เกี่ยวกับอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันจะเท่ากัน มาใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมได้ โดยบอกว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่กำหนดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แล้วใช้เรื่องสัดส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วนมาใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่แทนค่า x และ y ได้ทั้งสองค่า และในจำนวนนี้มีนักเรียนบางคนสามารถนำความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัสมาใช้หาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนด เมื่อหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้หนึ่งจำนวนแล้วจากพื้นฐานความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

2. การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ และต้องมีการขยายฐานความรู้ทางเรขาคณิตที่นำมาใช้แก้ปัญหา มีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 10 คน จาก 15 คน สามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาได้ แต่เขียนแสดงแนวคิดยังไม่สมบูรณ์ เช่น ปัญหาข้อที่ 3 การหารัศมีของวงกลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่กำหนดความยาวของด้านมาให้ มีนักเรียนที่สามารถหาคำตอบได้ด้วยการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ล้อมรอบวงกลมจากการหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วนี้ด้วยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัส แล้วใช้จุดศูนย์กลางเป็นจุดที่ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกับจุดศูนย์กลางของวงกลมจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมย่อยๆ ได้สามรูป เมื่อนำพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามมารวมกันจะเท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วนั้น ซึ่งนักเรียนบอกว่ารัศมีของวงกลมก็คือความสูงของรูปสามเหลี่ยมทั้งสาม แต่ยังไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างสมบูรณ์ คือ ขาดทักษะในการอธิบายหรือการนำสมบัติหรือพื้นฐานความรู้ต่างๆ มาอธิบายเหตุผลประกอบ เช่น สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรัศมีกับเส้นสัมผัสของวงกลม จากนั้นหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามซึ่งมีความสูงเท่ากันโดยการแทนค่าหรือการแก้สมการ

3. การแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 8 คน จาก 15 คน ที่สามารถนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาประยุกต์ใช้ในการเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ยังแสดงไม่สมบูรณ์ ส่วนนักเรียนบางคนที่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ไม่เขียนแสดงแนวคิด จะยังคงใช้วิธีเดิมในการหาคำตอบของปัญหา โดยการเขียนภาพและการวัด เช่น ปัญหาข้อที่ 4 ในแบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตหลังเรียน เกี่ยวกับการหาความยาวของคอร์ตของวงกลมสองคอร์ตที่มีความยาวเท่ากันและขนานกัน ซึ่งกำหนดความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และระยะห่างระหว่างคอร์ตทั้งสองมาให้ ข้อสอบข้อนี้เป็นข้อสอบที่ขนานกับข้อสอบข้อ 4 ในแบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ที่เกี่ยวกับการหาระยะห่างของคอร์ตของวงกลมสองคอร์ตที่ยาวเท่ากันและขนานกัน เมื่อกำหนดความยาวของคอร์ตและรัศมีของวงกลมมาให้

เนื่องจากตารางที่ 1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เท่ากับ ร้อยละ 68.68 ของคะแนนเต็ม 40 คะแนน น้อยกว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน ซึ่งเท่ากับร้อยละ 85.45 ของคะแนนเต็ม 60 คะแนน ทั้งนี้เนื่องจากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เป็นการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ต้องแก้ปัญหาเพียงลำพัง และลักษณะปัญหาเป็นปัญหาปลายเปิด ไม่มีการใช้คำถามกระตุ้น แต่คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน ได้มาจากการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก มีการร่วมมือกันแสดงแนวคิด บางกิจกรรมมีคำถามช่วยกระตุ้นให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหา

สำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 75 จำนวน 1 คน จาก 15 คน พบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตหลังเรียนของนักเรียนทั้งหมด และยังพบว่านักเรียนผู้นี้ไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในปัญหา 3 ข้อหลังที่เป็นปัญหาที่ไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในระหว่างเรียนมาก่อน แต่สามารถเขียนแสดงคำตอบอย่างคร่าวๆ ได้ในปัญหาข้อ 1 และ ข้อ 2 ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยและมีประสบการณ์มาบ้าง

3.2 ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ ข้อค้นพบก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

3.2.1 ข้อค้นพบก่อนเรียนด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ได้จากการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน เพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับวิเคราะห์ภูมิหลังของพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียน โดยแบ่งการวิเคราะห์เป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 14 คน จาก 15 คน ไม่ได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ปัญหาหนึ่งโดยใช้แนวคิดมากกว่าหนึ่งแนวคิดแม้ว่าปัญหาบางปัญหาสามารถแสดงแนวคิด/วิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี เช่น ปัญหาข้อที่ 1 เกี่ยวกับรูปร่างลักษณะและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ในที่นี้คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ ได้แสดงแนวคิด/วิธีทำเพียงแนวคิดเดียวโดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวฐานและความสูงเท่ากัน ซึ่งเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน

2. พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดริเริ่ม นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 14 คน จาก 15 คน ไม่ได้แสดงให้เห็นถึงต้นแบบของความคิดหรือประยุกต์ความรู้มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหา แต่มีนักเรียนบางคนที่ยพยายามแสดงแนวคิดของตนเองในการหาคำตอบของปัญหาในข้อ 4 เกี่ยวกับการหาระยะห่างระหว่างคอร์ตทั้งสองของวงกลมซึ่งมีความยาวเท่ากันและขนานกัน โดยกำหนดรัศมีของวงกลมและความยาวของคอร์ตมาให้ นักเรียนที่สามารถหาคำตอบได้ใกล้เคียงนั้นได้คำตอบมาโดยการพยายามเขียนวงกลมให้มีขนาดตามที่กำหนดหรือใช้มาตราส่วนย่อขนาด แล้วเขียนคอร์ตทั้งสองของวงกลมให้ขนานกันและมีความยาวเท่ากันตามที่กำหนด จากนั้นวัดระยะห่างของคอร์ตทั้งสอง นักเรียนก็จะได้คำตอบที่ใกล้เคียงหรือคำตอบที่ถูกต้อง

3. พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดละเอียดลออ ในการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหาในปัญหาที่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ นักเรียนมักเขียนแสดงแต่คำตอบของปัญหาหรือเขียนแสดงแนวคิด/วิธีการหาคำตอบเพียงสั้นๆ เท่านั้น เช่น ปัญหาข้อที่ 2 เป็นปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมและการแบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ที่มีพื้นที่เท่ากัน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามจำนวน 10 คน จาก 15 คน เขียนแสดงแต่คำตอบของปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่กำหนด นักเรียนสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 48 หน่วย โดยไม่เขียนอธิบายหรือแสดงเหตุผลประกอบ แต่จากการสังเกตจากร่องรอยของการคิดที่ปรากฏในรูปภาพที่นักเรียนเขียนหรือรูปภาพที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ นักเรียนเริ่มต้นหาความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า PQR รูปเล็กสุดที่อยู่ในรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วหาความยาวของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ใหญ่ขึ้นซึ่งมีความยาวของด้านเป็นสองเท่าของความยาวของรูปสามเหลี่ยมรูปเล็กที่บรรจุอยู่ข้างในรูปสามเหลี่ยมนั้น แล้วใช้วิธีการเดียวกันไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ที่กำหนด

3.2.2 ข้อค้นพบระหว่างเรียนด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การวิเคราะห์แบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น ในการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตระหว่างเรียนในช่วงแรกๆ ตั้งแต่กิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 6 เป็นกิจกรรมที่ส่วนใหญ่จะมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันแสดงแนวคิดที่มากกว่าหนึ่งแนวคิด มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 8 คน จาก 15 คน ที่ร่วมกันแสดงแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธีและมีบางกลุ่มสามารถแสดงแนวคิดที่แตกต่างออกไปจากกลุ่มอื่นๆ นักเรียนทั้งชั้นเรียน

ได้เรียนรู้แนวคิดของการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากการแสดงแนวคิดของสมาชิกในกลุ่มและจากกลุ่มอื่นๆ ที่นำเสนอ เช่น ในกิจกรรมที่ 1 "ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์" เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนช่วยกันสร้างของเล่น "เจ็ดมหัศจรรย์" หรือแทนแกรม จากกระดาษขนาด A 4 ด้วยวิธีการต่างๆ โดยครูมีตัวอย่างของเจ็ดมหัศจรรย์มาให้ ซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ 7 ชิ้น เรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และสามารถนำทั้งเจ็ดชิ้นมาเรียงต่อกันใหม่เป็นรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ เป็นรูปคน สัตว์ สิ่งของ ได้อีกมากมาย หลังจากที่นักเรียนทำกระดาษขนาด A 4 ที่มีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้ว ทุกคนจะทำการเขียนภาพแสดงการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นตามลำดับขั้นตอน นอกจากนี้แต่ละกลุ่มยังใช้วิธีการพับและตัดกระดาษจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปเรขาคณิตตามลำดับที่ละชิ้นจนครบทั้งเจ็ดชิ้น และมีบางกลุ่มที่พับกระดาษให้ประกอบด้วยชิ้นส่วนของรูปเรขาคณิตให้ครบทั้งเจ็ดชิ้นที่เรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเสียก่อนแล้วจึงออกมาตัดเป็นชิ้นๆ โดยกลุ่มนี้บอกว่าการพับกระดาษจะทำให้ได้รูปที่สมมาตรกันดีกว่าการเขียนหรือการวัด เพราะจะทำให้รูปคลาดเคลื่อนได้

ส่วนการปฏิบัติกิจกรรมในช่วงหลังๆ ตั้งแต่กิจกรรมที่ 7 ถึง กิจกรรมที่ 12 ถึงแม้จะมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาน้อยลง นักเรียนก็ยังสามารถร่วมกันแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหามากขึ้นในกลุ่มและการปฏิบัติกิจกรรมตามใบกิจกรรมเป็นรายบุคคลได้มากกว่าหนึ่งวิธี เช่น กิจกรรมที่ 10 "ค้นหาสมบัติของวงกลม" นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 11 คน จาก 15 คน สามารถนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดที่สามารถสรุปมาได้เองจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มเล็กมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล เพื่อหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมขนาดต่างๆที่ครูกำหนดได้ และนักเรียนบางคนยังสามารถใช้การพับกระดาษวงกลมสองครั้งตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วจุดตัดที่เกิดจากรอยพับทั้งสองตัดกัน ก็จะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดริเริ่ม ในการปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 8 คน จาก 15 คน ที่ได้แสดงต้นแบบในการคิดแก้ปัญหาในปัญหานำและปัญหาหลักของแต่ละกิจกรรมจากการตอบคำถามที่ช่วยกระตุ้นซึ่งกำหนดในใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนนำแนวคิดมาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ เช่น ในกิจกรรมที่ 2 "แบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด" จากการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็กเกี่ยวกับการแบ่งแซนวิชชิ้นหนึ่งที่มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยม 4 ชิ้นที่มีพื้นที่เท่ากัน แต่ละกลุ่มสามารถช่วยกันแสดงแนวคิดที่เป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหาได้ โดยใช้การแบ่งให้เป็นสี่ชิ้นที่มีพื้นที่เท่ากันด้วยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นตัวแทนของแซนวิช และนักเรียนสามารถแสดงให้เห็นแนวคิดที่เป็นความคิดของตนเองว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสี่มีพื้นที่เท่ากันจริง โดยการตัดรูปสามเหลี่ยมทั้งสี่ออกมาแล้วนำมาวางซ้อนทับกัน จะทับกันสนิทพอดี จึงสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสี่เท่ากันทุกประการ ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสี่มีพื้นที่เท่ากัน เพราะมีความสูงและความยาวของฐานเท่ากันทั้งสี่รูป และในกิจกรรมที่ 7 "หาความสูงโดยอาศัยแสงอาทิตย์" นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติการหาความสูงของสิ่งต่างๆ โดยอาศัยแสงอาทิตย์ ได้โดยใช้การวัดความสูงของสิ่งที่ใช้แทนหลักไม้ ความยาวของเงาของหลักไม้และความยาวของเงาของสิ่งที่ต้องการวัดความสูง แล้วดูว่า

ณ ช่วงเวลานั้นความยาวของเงาของหลักไม้ยาวกว่าหรือสั้นกว่าความสูงของหลักไม้ และเป็นเศษส่วนเท่าไรของความสูงของหลักไม้ แล้วนักเรียนนำส่วนกลับของเศษส่วนนั้นคูณกับความยาวของเงาของสิ่งที่ต้องการวัดความสูง ก็จะได้ความสูงของสิ่งนั้น โดยไม่ต้องรอเวลาที่จะให้ความยาวของเงาของหลักไม้ยาวเป็นเศษส่วนเท่าไรตามที่เรากำหนด ซึ่งนักเรียนนำแนวคิดนี้มาจากการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน แล้วนำมาประยุกต์เป็นแนวคิดของตนเอง

3. พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดละเอียดลออ ในการปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 12 คน จาก 15 คน สามารถเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในลักษณะการตอบคำถามย่อยๆ สั้นๆ เพื่อนำไปสู่การพัฒนาการสร้างสรรค์แนวคิดในการแก้ปัญหาหลัก ในช่วงกิจกรรมท้ายๆ นักเรียนสามารถพัฒนาการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถนำเสนอวิธีแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ครอบคลุมสาระสำคัญและค่อนข้างชัดเจนขึ้น แม้ว่าการเขียนแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนยังขาดความสมบูรณ์ เช่น ในกิจกรรมที่ 11 "การนำเสนอสมบัติของวงกลมไปใช้" เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนหาตำแหน่งของสิ่งสิ่งหนึ่งที่มีระยะห่างจากสิ่งสามสิ่งที่กำหนดเป็นระยะทางเท่ากัน มีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 13 คน จาก 15 คน สามารถนำเสนอสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด "เส้นที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม" มาใช้แสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาโดยการเขียนได้อย่างชัดเจนและยังสามารถเขียนภาพแสดงแนวคิดได้อย่างชัดเจนด้วย

อนึ่งจากตาราง 4 พบว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนของนักเรียนในทุกด้านอยู่ในระดับดีมาก ซึ่งเป็นผลมาจากการร่วมมือกันปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ กิจกรรม โดยสมาชิกในกลุ่มได้ช่วยกันแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาและเมื่อมีการนำเสนอผลงานของแต่ละกลุ่มทำให้ได้เห็นแนวคิดที่แตกต่างกัน

3.2.3 ข้อค้นพบหลังเรียนด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การวิเคราะห์แบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน พิจารณาจากการแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ ทั้ง 5 ข้อ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 10 คน จาก 15 คน สามารถแสดงแนวคิดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาหนึ่งๆ เพียงแนวคิดเดียวและมีความพยายามในการแสดงแนวคิดที่แตกต่างแต่ยังไม่สมบูรณ์ เช่น ในปัญหาข้อที่ 1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่มีเส้นคู่ขนานเส้นหนึ่งเกิดจากการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านประกอบมุมฉากสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เท่ากับ 100 ตารางเซนติเมตร กับเส้นคู่ขนานอีกเส้นหนึ่งเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้น นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูโดยการนำผลบวกของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่อยู่ด้านบนและด้านล่างของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมาลบออกจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีบางคนใช้การแบ่งรูปสี่เหลี่ยมคางหมูให้เป็นรูปสามเหลี่ยมสามรูปซึ่งมีพื้นที่เท่ากับรูปสามเหลี่ยมเล็กที่อยู่ด้านบนแล้วหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมเล็กนั้นและนำมาคูณด้วยสามก็จะเป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และมีนักเรียน

บางคนที่ยพยายามจะใช้สูตรในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู แต่ต้องรู้ความยาวของด้านคู่ขนานและความสูง แต่ไม่สามารถหาได้ครบจึงไม่สามารถหาคำตอบที่สมบูรณ์ได้ ซึ่งวิธีการนี้ก็มีนักเรียนบางคนนำมาใช้และสามารถหาคำตอบได้

2. พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดริเริ่ม มีนักเรียนจำนวนไม่มากนักที่สามารถแสดงแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แต่มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวนถึง 10 คน ใน 15 คน ที่สามารถแสดงถึงการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาอยู่ในแนวคิดของตนเองและสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ในการแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยการเขียนจากแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เช่น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 3 การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า นักเรียนสามารถนำความรู้ที่เรียนรู้เกี่ยวกับเรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัสมาใช้ในการหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC แล้วนำไปหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC โดยใช้สูตรได้ และสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR ได้ด้วยวิธีการในทำนองเดียวกัน แต่มีนักเรียนบางคนแสดงแนวคิดในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR โดยรู้ว่รูปสามเหลี่ยม PQR มีพื้นที่เป็น $\frac{1}{16}$ ของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

3. พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดละเอียดลออ พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางด้านความคิดละเอียดลออได้จากการพิจารณาจากการแสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน พบว่ามีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 10 คน จาก 15 คน มีความสามารถในการนำเสนอแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจถึงแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหาได้คร่าวๆ แต่ครอบคลุมสาระสำคัญครบถ้วน เช่น ในปัญหาข้อที่ 5 เป็นปัญหาเกี่ยวกับการนำความรู้พื้นฐานเรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัส มาใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่คล้ายกัน มีนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 9 คน จาก 15 คน ที่สามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายเกี่ยวกับอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันจะเท่ากัน มาใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมได้โดยบอกว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่กำหนดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน แล้วใช้เรื่องอัตราส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วนมาใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่แทนค่า x และ y ได้ทั้งสองค่า แต่ยังขาดความสมบูรณ์ในการอธิบายเหตุผลประกอบ ได้แก่สาเหตุที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าทั้งหมดพบว่า

กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อพิจารณาจาก

1.นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .10

2. นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ แต่ละด้านอยู่ในระดับดี

การพัฒนาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างในแต่ละด้านดังกล่าวข้างต้นได้พัฒนาจากระดับพฤติกรรมพอใช้ในช่งก่อนเรียนขึ้นมาเป็นระดับพฤติกรรมดีในช่งหลังเรียน

บทที่ 5

สรุปผล การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมาย ดังนี้

1. พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
2. ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในด้านต่อไปนี้
 - 2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์
 - 2.2 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย
 - 2.2.1 ความคิดยืดหยุ่น
 - 2.2.2 ความคิดริเริ่ม
 - 2.2.3 ความคิดละเอียดลออ

สมมติฐานของการวิจัย

กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยพิจารณาจากผลการทดลองภาคสนาม ดังนี้

1. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วยความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ แต่ละด้านอยู่ในระดับดีขึ้นไป

วิธีการดำเนินการวิจัย

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานครและปริมณฑลที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้แก่ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) โรงเรียนสาธิตบางนา

โรงเรียนอัสสัมชัญ (แผนกประถม) โรงเรียนไผทอุดมศึกษา โรงเรียนสารสาสน์ โรงเรียนปรางโมชิตวิทยาและโรงเรียนแย้มสะอาด ประชากรทั้งหมดได้ผ่านขั้นที่สามของขั้นตอนการสำรวจหาเด็กที่มีความสามารถพิเศษตามแนวทางที่แนะนำโดยศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของโรงเรียนไผทอุดมศึกษา ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 กลุ่มตัวอย่างได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจง แบ่งเป็นดังนี้

1. **กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่อง** เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบและหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้แก่

1.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล จำนวน 2 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์เท่ากับคะแนนเฉลี่ย จากชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละ 1 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก จำนวน 6 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์ตั้งแต่คะแนนเฉลี่ยขึ้นไป จากชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นละ 3 คน

2. **กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม** จำนวน 15 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผู้ได้คะแนนวัดแววคณิตศาสตร์ตั้งแต่คะแนนเฉลี่ยขึ้นไป ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 6 คน และในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 9 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานในการวิจัยและหาข้อมูลต่างๆ เพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู ประกอบกันเป็นชุดการเรียนการสอนที่เรียกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2. แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

3. แบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย

3.1 ความคิดยืดหยุ่น

3.2 ความคิดริเริ่ม

3.3 ความคิดละเอียดลออ

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1. การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

การศึกษาข้อมูลพื้นฐานจากเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ (1) เอกสารเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ และนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (2) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 และหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในส่วนของเนื้อหาเรขาคณิต (3) เอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาและการประเมินการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (4) การประเมินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน (5) การสร้างแบบทดสอบและ (6) การสร้างแบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งความคิดเห็นจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและผู้เชี่ยวชาญทางการสอนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

2. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในตอนต้นที่ 1 ผู้วิจัยได้วางแนวทางในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของ กิจกรรมการเรียนรู้การสอน ดังนี้

2.1 การกำหนดกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2.1.1 การเตรียมบทเรียน ดำเนินการโดย กำหนดจุดประสงค์ ขอบข่ายเนื้อหา เรขาคณิตและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียน แล้วสร้างปัญหาเรขาคณิตที่เป็นปัญหาปลายเปิดที่มีความเชื่อมโยงกับบทเรียนเรขาคณิต สามารถหาคำตอบหรืออธิบายวิธีหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาตอนปลายและความรู้ใหม่บางส่วนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย ปัญหาขั้นต้นหรือปัญหานำและปัญหาที่ใช้ในชั้นประกอบกิจกรรมกลุ่มรวมทั้งกิจกรรมรายบุคคล

2.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเน้นการร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มเล็กและรายบุคคล ดังนี้

2.1.2.1 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ครูนำเสนอปัญหา แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตหรือนำเสนอความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกัน ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่ เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน จากนั้นครูสรุปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอ และเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

2.1.2.2 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 3 คน นำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่างๆ โดยใช้ใบกิจกรรม ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อหาคำตอบของปัญหา ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปราย

2.1.2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำในบทเรียนนั้นๆ

2.1.2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์เพิ่มเติมเป็นรายบุคคล โดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ ทำเป็นการบ้านหรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม

2.1.3 การประเมินผลนักเรียน กระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนการสอนและใช้การประเมินในหลายแนวทางมาประกอบกัน ได้แก่ การประเมินผลก่อนเรียน การประเมินผลระหว่างเรียนและการประเมินผลหลังเรียน

2.2 การพัฒนาสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ผู้วิจัยได้สร้างร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ซึ่งสร้างขึ้นตามกรอบความคิดในข้อ 2.1 เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนตามปกติทั่วไป เนื้อหาครอบคลุมความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาและการนำไปใช้ดังนี้ ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคำนวณหาความยาว ขนาดของมุมและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้ ประกอบด้วยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม มี 12 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที ในแต่ละกิจกรรมประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด คือ (1) แผนการสอน ประกอบด้วยชื่อกิจกรรม เวลาที่ใช้ ความนำ จุดประสงค์ ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง (ถ้ามี) สื่อ/อุปกรณ์ แนวการจัดกิจกรรม การวัดผลและประเมินผล ใบกิจกรรมและสื่อประกอบ (2) เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอนและการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียนในรายละเอียด กล่าวถึงสิ่งที่ควรทราบ ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่นำมาใช้แก้ปัญหา รวมทั้งความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ในระดับสูงที่เกี่ยวข้อง

2.3 การตรวจสอบและหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ดำเนินการโดยนำร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรมและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข นำข้อแนะนำจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แล้วนำไปทำการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล เพื่อพิจารณาปรับปรุงความถูกต้อง ความเป็นปรนัยของภาษา ความยากง่าย ความเป็นไปได้ เวลาที่ใช้และความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำไปทำการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนและมีอาจารย์โรงเรียนไพฑูริย์ศึกษาเป็นผู้ช่วยในการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา แล้วนำข้อมูลมาหาความเหมาะสมของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

นอกจากการพัฒนาสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แล้วยังมีการพัฒนาเครื่องมืออีกส่วนหนึ่งเพื่อใช้ตรวจสอบผลที่เกิดขึ้น ได้แก่ แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3. การทดลองภาคสนามและการรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ได้พัฒนาและผ่านการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ การทดลองนำร่องเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มเล็กแล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โดยดำเนินการดังนี้

3.1 นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนฉบับสมบูรณ์ที่ผ่านการวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เพื่อเก็บ

คะแนนเป็นคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและคะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน

3.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามด้วยตนเอง ด้วยการใช้อีกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ จัดดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ในระหว่างทดลองสอนมีการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนทุกคน จากการตรวจผลงาน การสังเกตการอภิปราย การนำเสนอด้วยวาจาและใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีจำเป็น บันทึกข้อมูลลงในแบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.3 หลังจากการสอนสิ้นสุดลง นำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนฉบับสมบูรณ์ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างดังกล่าว เพื่อเก็บคะแนนเป็นคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนและคะแนนพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน แล้วนำไปวิเคราะห์เพื่อศึกษาและทดสอบสมมติฐานของการวิจัยต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

4.1 การทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 ใช้การทดสอบทวินาม (Bionmial Test) เพื่อทดสอบสัดส่วนของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 75

4.2 การตรวจสอบพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ นำข้อมูลผลการสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละด้านของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยนำไปเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าทั้งหมดพบว่า

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อพิจารณาจาก

1. นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .10

2. นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วยความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ แต่ละด้านอยู่ในระดับดี

ข้อค้นพบที่ได้จากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และด้านพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สรุปได้ดังนี้

1. ข้อค้นพบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

1.1 ข้อค้นพบก่อนเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามมีค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนก่อนข้างต่ำ คือเท่ากับ 12.93 คิดเป็นร้อยละ 32.33 ของคะแนนเต็ม 40 คะแนน และมีข้อค้นพบเกี่ยวกับภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ ดังนี้

1.1.1 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาโดยเขียนแสดงแต่คำตอบสั้นๆ ไม่มีทักษะในการเขียนอธิบายรายละเอียดในการหาคำตอบและการเขียนแสดงผลของปัญหา

1.1.2 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ปัญหาที่ต้องใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เป็นเนื้อหาใหม่

1.2 ข้อค้นพบระหว่างเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์จากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนก่อนข้างสูง คือเท่ากับ 51.27 คิดเป็นร้อยละ 85.45 ของคะแนนเต็ม 60 คะแนน และพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามค่อยๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาในกิจกรรมแรกๆ ที่มีการใช้คำถามย่อยๆ กระตุ้นให้นักเรียนคิดในการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้คำถามกระตุ้นน้อยลง จนกระทั่งนักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ สามารถนำความรู้พื้นฐานเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือหลายพื้นฐานมาใช้ในการแก้ปัญหาและสามารถนำแนวคิดมาใช้แก้ปัญหารายบุคคลได้

1.3 ข้อค้นพบหลังเรียนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามมีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์จากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน เท่ากับ 27.47 คิดเป็นร้อยละ 68.68 ของคะแนนเต็ม 40 คะแนน และมีข้อค้นพบดังนี้

1.3.1 การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ แต่ซับซ้อนมากกว่า โดยปรับปรุงโครงสร้างหรือเงื่อนไขบางประการ พบว่ามีนักเรียนที่สามารถนำประสบการณ์มาประยุกต์ใช้ในการแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาค่อนข้างดี

1.3.2 การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ และต้องมีการขยายฐานความรู้ทางเรขาคณิตที่นำมาใช้แก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้ แต่การเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหายังไม่สมบูรณ์

1.3.3 การแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน นักเรียนสามารถนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาประยุกต์ใช้ในการเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ยังไม่สมบูรณ์

2. ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2.1 ข้อค้นพบก่อนเรียนด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม อยู่ในระดับพอใช้ทุกด้านและมีข้อค้นพบดังนี้

2.1.1 พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดยืดหยุ่นพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งโดยใช้แนวคิดมากกว่าหนึ่งแนวคิด

2.1.2 พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดริเริ่มพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้แสดงให้เห็นถึงต้นแบบของความคิดหรือประยุกต์ความรู้มาใช้แก้ปัญหา

2.1.3 พฤติกรรมก่อนเรียนด้านความคิดละเอียดลออพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนแสดงแต่คำตอบของปัญหาหรือเขียนแสดงแนวคิด/วิธีการหาคำตอบของปัญหาเพียงสั้นๆ

2.2 ข้อค้นพบระหว่างเรียนด้านพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม อยู่ในระดับดีมากทุกด้านและมีข้อค้นพบดังนี้

2.2.1 พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดยืดหยุ่นพบว่า มีนักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด

2.2.2 พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดริเริ่มพบว่า มีนักเรียนที่แสดงต้นแบบในการคิดแก้ปัญหาในปัญหานำและปัญหาหลักของแต่ละกิจกรรม

2.2.3 พฤติกรรมระหว่างเรียนด้านความคิดละเอียดลออพบว่า ในช่วงแรกนักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในลักษณะการตอบคำถามย่อยๆ สั้นๆ และพัฒนาไปสู่การแก้ปัญหาหลัก และในช่วงกิจกรรมท้ายๆ นักเรียนสามารถพัฒนาการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ครอบคลุมสาระสำคัญและค่อนข้างชัดเจนขึ้น แม้ว่าจะยังไม่สมบูรณ์

2.3 ข้อค้นพบหลังเรียนด้านพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม อยู่ในระดับดีทุกด้านและมีข้อค้นพบดังนี้

2.3.1 พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดยืดหยุ่นพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแสดงแนวคิดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาหนึ่งๆ เพียงแนวคิดเดียวและความพยายามในการแสดงแนวคิดที่แตกต่างแต่ยังไม่สมบูรณ์

2.3.2 พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดริเริ่มพบว่า มีนักเรียนจำนวนไม่มากนักที่แสดงแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แต่มีนักเรียนที่สามารถแสดงถึงการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาอยู่ในแนวคิดของตนเอง

2.3.3 พฤติกรรมหลังเรียนด้านความคิดละเอียดลออพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการนำเสนอแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจถึงแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหาได้คร่าวๆ แต่ครอบคลุมสาระสำคัญครบถ้วน

การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่พบว่า (1) นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .10 (2) นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ แต่ละด้านอยู่ในระดับดี ผลการวิจัยข้างต้นนี้เป็นไปตามสมมติฐานในการวิจัยทั้งสองข้อ ทำให้ได้ว่าจะนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ไปใช้ให้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ซึ่งทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนน่าจะประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของนักการศึกษาหลายท่าน (Baroody. 1993 : 2-8 ; Charles & Lester. 1982 : 10-12 ; Hart. 1993 : 169-170 ; Heddens & Speer. 1992 : 34-35 ; Krulik & Rudick. 1993 : 10-12 ; Becker & Shimada. 1997 : 34-35) และสามารถตอบสนองเป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่มุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและหลากหลาย ดังเป้าหมายของ NCTM (NCTM 1993 : 57)

การที่การวิจัยได้ผลดังที่สรุปมาข้างต้น น่าจะมีเหตุผลสนับสนุน 2 ด้าน ดังนี้

1. ด้านเนื้อหา ✓

1.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรม โดยปัญหาที่นำมาใช้มีลักษณะเป็นปัญหาที่มีแนวคิด/วิธีหาคำตอบได้หลายวิธี ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของนักการศึกษาหลายท่านที่สรุปว่า ความท้าทายในการแก้ปัญหาจะอยู่ที่การแสวงหาแนวคิดหรือวิธีหาคำตอบที่มีความหลากหลาย (Becker & Shimada. 1997 : 1 ; Handcock. 1995 : 496) และบางปัญหาสามารถสอดแทรกความรู้หรือใช้เป็นสื่อจุดประกายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น (Baroody. 1993 : 2-54 – 2-55 ; Reys , et al. 1992 : 29 ; Charles , et al. 1987 : 11-13) นอกจากนี้การใช้ปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอน ยังส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการใช้พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ช่วยให้ครูได้เข้าใจแนวคิดที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาและสามารถค้นหายุติกรรมการคิดได้อย่างต่อเนื่อง เป็นไปตามการศึกษาของปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544) เบกเกอร์และชิมาดา (Becker & Shimada. 1997 : 34-35) และวิลเลียมส์ (Williams. 1970) ส่งผลให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมเหมาะกับลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ได้แก่ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเข้าใจสิ่งต่างๆ ในระดับสูง มีความสามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความคิดยืดหยุ่น มีความคิดริเริ่มและมีความคิดละเอียดลออ สามารถพูดหรือเขียนอธิบายความคิดของตนได้อย่างชัดเจน (อุษณีย์ โพธิ์สุข. 2537 : 41-42 ; นิตติยา ปากพจน์. 2540 : 16-17 ; Frederick. 1983 : 532 – 534 ; House. 1987 : 8-9 ; Krutetskii. 1976 : 14-16)

1.2 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนตามปกติทั่วไป ปัญหาที่นำเสนอในกิจกรรมเป็น

ปัญหาที่นำเสนอในรูปปัญหาเรขาคณิตที่มีความเชื่อมโยงกับเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ในส่วนที่เป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องที่นำมาใช้แก้ปัญหา ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีความหมาย สอดคล้องกับผลการศึกษาของรีเดเซลและคณะ (Riedesel, et al. 1996 : 43) ที่พบว่าเมื่อนักเรียนแก้ปัญหา เป็นโอกาสที่นักเรียนได้นำมโนคติทางคณิตศาสตร์มาใช้ ช่วยให้นักเรียนมีความแจ่มชัดในมโนคติทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง นอกจากนี้ปัญหาที่นำเสนอยังเชื่อมโยงกับเนื้อหาใหม่ เป็นปัญหาที่สอดแทรกความรู้หรือใช้เป็นสื่อจุดประกายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ในเรื่องสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้เกี่ยวกับสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม ซึ่งปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับระดับความสามารถและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในการเปลี่ยนแปลงการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษที่ประกอบด้วยขอบข่ายหลัก ได้แก่ เนื้อหาที่ซับซ้อนมากขึ้นอยู่บนพื้นฐานของความคิดรวบยอดขั้นสูง มีการขยายปัญหาไปทั้งแนวกว้างและแนวลึก ซึ่งเป็นไปตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ (อุษณีย์ โพธิ์สุข. 2540 : 50-52 ; ศรียา นิยมธรรม. 2535 : 30-34 ; ผดุง อารยะวิญญู. 2531 : 12 ; อารี รังสินันท์. 2527 : 38-40 ; Gallagher. 1957 ; 1979 ; Gavan, Khatena & Tarrence.1979) จึงส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ได้อย่างเต็มที่ตามศักยภาพของตนที่มีอยู่

1.3 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้สอดแทรกการแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่มุ่งเน้นการพัฒนาความสามารถทางด้านกระบวนการคิดที่หลากหลาย แปลงใหม่ ซึ่งพัฒนาตามแนวคิดของปาร์น (Parnes. 1981) แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไตน์ (Traffinger & Firestien. 1989) ลัมสดแนและลัมสดแน (Lumsdaine & Lumsdaine. 1995 : 16) และแชลเลอร์อส (Shalleross. 1981) รวมทั้งการสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหา ซึ่งการแนะนำทั้งสองสิ่งกระทำโดยการทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหาของนักเรียน แล้วสรุปเป็นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหา ซึ่งวิธีการดังกล่าวสอดคล้องกับการศึกษาของนักการศึกษาที่พบว่า การให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติ เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายและสามารถนำไปใช้ (Schroeder and Lester. 1989 : 31-33 ; Baroody. 1993 : 2-31) ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหา เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา ที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ทั่วไป นำไปใช้ในการแก้ปัญหาและผลิตผลงานได้อย่างสร้างสรรค์

2. ด้านวิธีการในการจัดการเรียนการสอน

2.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นขั้นตอน โดยเริ่มจากการศึกษาค้นคว้า เอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำมาพัฒนาร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณา ให้คำแนะนำและผ่านการตรวจสอบความเหมาะสมเบื้องต้นโดยการทดลองนำร่องกับนักเรียนเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มเล็ก ซึ่งเป็นการทดลองใช้ในสภาพจริง เพื่อหาข้อมูลมาปรับปรุงแก้ไขภายใต้การแนะนำของคณะกรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ จากการทำพัฒนาร่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาอย่างเป็นขั้นตอน ทำให้ได้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งน่าจะมีลักษณะที่เป็นไปตามหลักวิชาการ แต่ก็สนองตอบในการดำเนินกิจกรรมตามความต้องการของครูและนักเรียนก่อนการนำไปใช้จริงในการทดลอง

2.2 รูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในแต่ละแผนการสอน แบ่งเป็นสี่ขั้นตอน ได้แก่ การเสนอปัญหามาเพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหา ร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การเสนอปัญหาหลักให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันเป็นกลุ่มย่อย การนำเสนอ ผลการแก้ปัญหาของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ เสริมด้วยการช่วยขยายแนวคิดของครูและการขยายปัญหาให้ นักเรียนได้ทำเป็นรายบุคคล ก่อให้เกิดผลดี ซึ่งเป็นไปตามรูปแบบจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มี ความสามารถพิเศษของเรนซูลลี (Renzulli, 1997) และโฮล์มส์ (Holmes, 1995 : 37) ดังนี้

2.2.1 การเริ่มต้นด้วยการใช้ปัญหามา เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันทั้งชั้นเรียน เป็นการสร้างความสนใจร่วมกัน เนื่องจากปัญหามีสถานการณ์ซับซ้อนน้อย นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ในเวลาไม่นานนัก

2.2.2 ในขั้นตอนที่สองที่เป็นการเสนอปัญหาหลักให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันในกลุ่มย่อย ได้กระทำโดยใช้ปัญหาหลักที่มีความต่อเนื่องกับปัญหามา ซึ่งเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาหลักได้ง่ายขึ้นและสามารถขยายหรือประยุกต์แนวคิดจากการแก้ปัญหาเพื่อไปใช้แก้ปัญหาหลักได้ ทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น ในขณะเดียวกันครูยังสามารถแนะนำให้ตรวจสอบแนวคิด/วิธีการกับกลุ่ม ให้ใช้แนวคิด/วิธีการอื่นในการแก้ปัญหา เป็นการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนด้วย ที่ทำให้เกิดความหลากหลายในการคิด

2.2.3 การนำเสนอผลการแก้ปัญหาของตัวแทนกลุ่มย่อยต่างๆ ซึ่งมีแนวคิด/วิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดที่แปลกใหม่จากเพื่อนอย่างหลากหลายและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่นๆ ได้ภายหลัง นอกจากนี้การช่วยเสริม ขยายแนวคิดของครูและการเสนอความรู้พื้นฐานที่นำมาใช้ ตลอดจนการสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหา ค่อนข้างเป็นไปอย่างมีความหมาย เพราะครูสามารถใช้การนำเสนอผลการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นตัวอย่างประกอบการกล่าวถึงได้

2.2.4 การนำเสนอปัญหาที่ขยายจากปัญหาหลักให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ช่วยให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างอิสระ ได้มีโอกาสคิด ไตร่ตรอง สิ่งที่ยืนยันมาขณะที่แก้ปัญหาร่วมกันและจากการนำเสนอของเพื่อน ในกลุ่มอื่นๆ บางกิจกรรมได้เสนอปัญหาที่มีโครงสร้างทำนองเดียวกับปัญหาหลัก แล้วให้แสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนได้เสริมสร้างความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาหลักและแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ชัดเจนขึ้น

การแบ่งขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผนเป็นสี่ขั้นตอนนี้ มีความสอดคล้องกับการศึกษาของโฮลตันและคณะ (Holton, et al. 1999 : 351-371) ซึ่งศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้กว้างๆ เป็นสามขั้นตอน คือ ขั้นแนะนำปัญหาในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ขั้นแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยและขั้นนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเลขคณิตและพีชคณิตพัฒนาขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับการศึกษาวิจัยของ พิชากร แปลงประสพโชค (พิชากร แปลงประสพโชค, 2540) ที่ได้พัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิตในหลักสูตร ซึ่งมีรูปแบบกิจกรรมเป็นกิจกรรมสามเล่าของเรนซูลลี มีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็ก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายและมีประสิทธิภาพ มีการทำงานเป็นรายบุคคลด้วยได้หรือไม่ ผลการศึกษาวิจัย พบว่า นักเรียน

ทุกคนสามารถเรียนได้ครบหลักสูตรและสอบผ่านข้อสอบอิงเกณฑ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่มี พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตทุกฉบับ

2.3 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนและเป็นกลุ่มย่อยในทุกๆ กิจกรรมทั้ง 12 กิจกรรม มีการสื่อสารกันภายในกลุ่ม ช่วยสร้างความเข้าใจและความน่าสนใจในเนื้อหาและกิจกรรมต่างๆ ที่กำหนดให้ปฏิบัติให้กับนักเรียนได้ดีกว่าการฟังจากครูเพียงอย่างเดียว ในการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนอาจแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาไม่สมบูรณ์โดยเพียงลำพัง แต่เมื่อสมาชิกในกลุ่มช่วยกันแสดงแนวคิดแล้วนำแนวคิดทั้งหลายมารวมกันจนได้แนวคิดที่สมบูรณ์มีประสิทธิภาพมากขึ้นและสามารถแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาได้ อีกทั้งยังได้แนวคิดที่หลากหลายซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของเรนซูลลี (Renzulli, 1997) และโฮลล์ม (Holmes, 1995 : 37) ที่เน้นรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่มีการทำงานเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็ก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายและมีประสิทธิภาพ กอปรกับนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับความสามารถและความสนใจใกล้เคียงกัน จึงให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มเป็นอย่างดี ซึ่งสิ่งนี้เป็นลักษณะอย่างหนึ่งของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ที่นักการศึกษาหลายท่านกล่าวไว้ คือ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษต้องการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนที่มีความสามารถและความสนใจใกล้เคียงกัน (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2535 : 377-385) ; Frederick, 1983 : 532-534 ; House, 1987 : 8-9) ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เหมาะสมกับธรรมชาติและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้ความสามารถในการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตระหว่างเรียนของนักเรียนประสบผลสำเร็จ รวมทั้งส่งผลให้พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียนของนักเรียนทั้งในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลอออยู่ในระดับดีมาก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฮุกเกอร์ (Hooker, 1988) ที่ศึกษาการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เฉพาะกรณีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่า มีการพูด การให้ข้อมูลข่าวสาร ยอมรับเชื่อถือซึ่งกันและกัน มีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนแบบร่วมมือและเห็นว่าการทำงานเป็นกลุ่มดีกว่าการทำงานคนเดียว ความคิด วิธีการและการรวบรวมความรู้แสดงให้เห็นถึงการเรียนรู้ทฤษฎีในขั้นสูงสุดที่ทำให้นักเรียนสามารถหาวิธีที่มีประสิทธิภาพมาแก้สถานการณ์ในโจทย์ปัญหานั้นได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) อีกด้วย

2.4 กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบในช่วงกิจกรรมแรกๆ เป็นการช่วยแนะแนวทางให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ โดยมีการแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้วยการทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหของนักเรียนเอง นอกจากนี้ยังส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยแนวคิดและวิธีการที่หลากหลาย มีการใช้คำถามย่อยๆ กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดต่างๆ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างแนวคิดและแสดงแนวคิดด้วยการเขียนและด้วยวาจาได้อย่างละเอียดและชัดเจน การจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนนี้ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง

ภาคสนามค่อยๆ พัฒนาขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544) ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยาและการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบแนวคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญห ด้วยการทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหของนักเรียนเอง ผลการวิจัยพบว่า มีนักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด ได้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอยู่ในระดับที่ทุกด้าน

อนึ่งข้อค้นพบจากการศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่พิจารณาจากการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาและ/หรือการแสดงแนวคิดด้วยวาจาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนที่พิจารณาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนที่ใช้ความร่วมมือในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กและปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคลในช่วงท้ายของกิจกรรมหรือทำเป็นการบ้าน อยู่ในเกณฑ์ดี มีคะแนนเฉลี่ยค่อนข้างสูง และมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีมากทุกด้าน แต่เมื่อนักเรียนต้องเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนเป็นรายบุคคล อีกทั้งต้องให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อเทียบเป็นร้อยละของคะแนนเต็มจะน้อยกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างเรียน และพฤติกรรมหลังเรียนทั้งสามด้านอยู่ในระดับดีนั้น จากการวิเคราะห์การแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบได้ แต่การเขียนอธิบายแนวคิดยังไม่สมบูรณ์หรือให้เหตุผลประกอบไม่ครบถ้วน จึงส่งผลให้คะแนนทั้งสามด้านของนักเรียนน้อยกว่าคะแนนที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน ทั้งนี้อาจจะมาจากปัญหาบางปัญหาที่นำมาให้นักเรียนหาคำตอบเป็นปัญหาที่ต้องประยุกต์พื้นฐานความรู้จากหลายๆ เรื่อง นักเรียนยังไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้อย่างครบถ้วน กอปรกับข้อจำกัดของเวลาในการฝึกปฏิบัติกิจกรรมแต่ละกิจกรรมและเวลาที่ทำแบบทดสอบอาจจะยังไม่เพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถนำมาพัฒนาการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ได้อย่างดี แสดงให้เห็นว่าในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์และพัฒนาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นั้นอาจจะขึ้นอยู่กับเวลา ดังนั้นการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ไม่สามารถบังคับให้เกิดขึ้นได้ แต่สามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นได้ การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในเด็กนั้นจะต้องใช้เวลา มีการพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไปและยังจะต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง อีกทั้งการที่บุคคลจะสร้างสรรค์หรือคิดสิ่งใดได้นั้นจำเป็นต้องใช้สมาธิ คิดไตร่ตรองในเรื่องนั้นๆ เป็นเวลานาน (อารี พันธุ์ณี . 2545 : 15-16 ,129 ; อ้างอิงจาก Torrance. 1959 ; Formm. 1963 ; Williams . 1971 ; Osborn. 1973)

แต่ถึงอย่างไรก็ตามจากผลการวิจัยที่เป็นไปตามสมมติฐานในการวิจัยทั้งสองข้อก็พอแสดงให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้าง

สรรค์ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามได้ดีในระดับหนึ่ง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ส่วนใหญ่แต่ละกิจกรรมมีความเป็นอิสระต่อกันและจบสมบูรณ์ในตัวเอง มีบางกิจกรรมที่เป็นพื้นฐานของกันและกัน (กิจกรรมที่ 5 และกิจกรรมที่ 6 กิจกรรมที่ 7 ถึงกิจกรรมที่ 9 และกิจกรรมที่ 10 และกิจกรรมที่ 11) ดังนั้นสามารถนำไปใช้เพียงบางกิจกรรมหรือทุกกิจกรรมก็ได้ โดยสามารถนำไปดัดแปลงใช้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ในส่วนของเนื้อหาเรขาคณิตหรือเป็นกิจกรรมเสริมในเวลาและนอกเวลาเรียนก็ได้

2. จากผลการศึกษาวิจัยทำให้กล่าวได้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ดังนั้นโรงเรียนดังกล่าวสามารถนำกิจกรรมนี้ไปดัดแปลงใช้หรืออาจนำไปเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตหรือคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ ที่ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเสนอวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางและพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียนตามศักยภาพของนักเรียน เป็นการส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้วยการใช้การแก้ปัญหาที่หลากหลายแปลกใหม่ สามารถอธิบายความคิดได้อย่างละเอียดลออและชัดเจน

3. ในการนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ไปใช้ ครูต้องศึกษาคำอธิบายและทำความเข้าใจการใช้กิจกรรมนี้ (ดังรายละเอียดในภาคผนวก ค) ให้เข้าใจต้องแท้ ครูต้องศึกษากิจกรรมต่างๆ อย่างละเอียด โดยแต่ละกิจกรรมประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด คือ แผนการสอน ที่ระบุจุดประสงค์ ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง แนวการจัดกิจกรรม รวมทั้งสื่อ/อุปกรณ์ที่ใช้ไว้อย่างชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยอำนวยความสะดวกกับครูในการเตรียมตัวและนำไปใช้สอนได้ตามความมุ่งหมาย และการศึกษาเอกสารเสริมสำหรับครู จะช่วยให้ครูได้เห็นแนวทางในการทบทวนและเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต คณิตศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งความรู้ในระดับที่สูงขึ้นที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและแนวตอบไปกิจกรรมทุกกิจกรรม เพื่อที่ครูจะได้ศึกษาและทำความเข้าใจแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบของปัญหาต่างๆ ในใบกิจกรรม

4. กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มพูนประสบการณ์ เน้นการใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบโดยการร่วมมือกันระหว่างนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มเล็ก เพื่อให้ได้แนวคิดที่มีประสิทธิภาพ แก้ปัญหาได้และได้แนวคิดที่หลากหลาย ในปัจจุบันโรงเรียนต่างๆ กำลังดำเนินการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่กำหนดให้ทุกโรงเรียนเริ่มใช้ใน พ.ศ. 2546 ในขั้นแรกของแต่ละช่วงชั้น โรงเรียนหรือครูอาจนำแนวทางการพัฒนากิจกรรมนี้ไปเป็นแนวทางในการสร้างหลักสูตรสถานศึกษา เพื่อให้เป็นไปตามมาตรฐานการเรียนรู้ใน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และจัดทำหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นน่าจะสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้โดยเฉพาะมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 2 (ป.4 – ป.6) และช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ในสาระด้านความรู้ในสาระที่ 3 : เรขาคณิต และสาระที่ 6 : ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ มีความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ในการดำรงชีวิต

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์กับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามเพียงบางด้าน ได้แก่ ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ในการทำวิจัยที่สืบเนื่องอาจมีการศึกษาตัวแปรด้านอื่นๆ เพิ่มเติม เช่น การให้เหตุผล การคิดวิจารณ์ญาณ เป็นต้น
2. ในการวิจัยครั้งนี้ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์และศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในการทำวิจัยครั้งต่อไป อาจพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนในลักษณะเช่นเดียวกันนี้ แต่เปลี่ยนเป็นคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ หรือขยายเนื้อหาเรขาคณิตในส่วนที่เหลือออกไปอีก
3. ควรมีการติดตามผลผู้เรียนที่เข้าร่วมโครงการนี้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการนำข้อมูลมาพัฒนานักเรียนกลุ่มเป้าหมายให้สอดคล้องกับสภาพที่เปลี่ยนไปและให้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อเป็นการส่งต่อผลิตผลที่จะเป็นรากฐานกำลังคนในด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีต่อไป เข้าสู่โครงการต่างๆ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในทุกๆ ระดับ ซึ่งบุคคลเหล่านี้จะมีส่วนสำคัญในการแก้ปัญหาของชาติและสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ ต่อไปในอนาคต

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ดุขฎิ บริพัตร ณ อยุธยา. (2542). **เด็กปัญญาเลิศ**. กรุงเทพฯ : ดันอ้อ.
- นิตติยา ปภาพจน์. (2540). **การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริม สำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**. ปรินญานินพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2535). **การวิจัยเบื้องต้น**. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปรินญานินพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- เป็รื่อง กุมุท. (2538). “การวิเคราะห์และแปลผลข้อมูล,” ใน **ประมวลสาระชุดวิชาวิทยานิพนธ์ 2 แขนง วิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา หน้า 245 - 268**. นนทบุรี : บัณฑิตศึกษา สาขาวิชา - ศึกษาศาสตร มหาวิทาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ผดุง อารยวิญญู. (2531). **การศึกษาสำหรับเด็กปัญญาเลิศ**. ม.ป.พ.
- พิชากร แปลงประสพโชค. (2540). **การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริม สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์**. ปรินญานินพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- เมคเกอร์, ซี. จูน. (2540). **รูปแบบการเรียนรู้การสอนเด็กปัญญาเลิศ = Teaching Models in Education of the Gifted** แปลโดย อารี สันหลวี่. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- ยุพร ริมชลการ. (2543). **การพัฒนาหลักสูตรพิเศษคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์**. ปรินญานินพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ศรียา นิยมธรรม. (2535). **เด็กปัญญาเลิศและเด็กที่มีความสามารถพิเศษเฉพาะทาง**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษาพิเศษ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สุโขทัยธรรมาธิราช,มหาวิทยาลัย. (2535). **เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 - 15 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2541). **รายงานการวิจัยประกอบร่างพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ การศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ**. กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- _____. (2542). **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542**. กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- _____. (2542). **รายงานการวิจัย รูปแบบการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- อารี พันธุ์มณี. (2540). **คิดอย่างสร้างสรรค์**. กรุงเทพฯ : ดันอ้อ แกรมมี.
- _____. (2545). **ฝึกให้คิดเป็น คิดให้สร้างสรรค์**. กรุงเทพฯ : ไบโหม เอ็ดดูเคท.

- อารี รังสินันท์. (2527). *ความคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ : ธารการพิมพ์.
- อุษณีย์ โพธิสุข. (2537). *วิธีสอนเด็กปัญญาเลิศ*. เอกสารประกอบการสอน กพ 554. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษาพิเศษ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- . (2540). *โรงเรียนจะพัฒนาอัจฉริยภาพเด็กได้อย่างไร*. ม.ป.พ.
- Anderson, J.R. (1980). *Cognitive Psychology and its Implications*. San Francisco: W.H.Freeman.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan.
- Becker, Jerry p., & Shimada, Shigeru. (1997). *The Open - Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Charles, Randall, & Lester, Frank. (1982). *Teaching Problem Solving. What Why & How*. Palo Alto, California : Dale Semour.
- Charles, Randall. et al. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Conway, Kathleen Diane. (1997, April). *"The Effects of the 'Open Approach' to Teaching Mathematics on Elementary Preservice Teachers' Problem Solving Performance, Attitude toward Mathematics and Beliefs about Mathematics"*. Dissertation Abstracts International. 57(10) : 4297 - A.
- Dar, Y. & Resh, N. (1986). *Classroom Composition and Pupil Achievement : a Study of the Effects of Ability - based Classes*. London : Gordon and Breach.
- De Guire, Linda J. (1987). *"Geometry : An Avenue for Teaching Problem Solving in Grades K-9, " in Learning and Teaching Geometry, K - 12 1987 Yearbook*. Edited by Mary Montgomery Linqvist. p.59 - 68 Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Espich, James E. & William, Bill. (1967). *Developing Programmed Instructional Materials : a Handbook for Program Writers*. Alto palo, California : Fearon.
- Feldhusen, John. F., J.W. Asher, & S.M. Hoover. (1984, Fall). *" Problems in the Identification of Giftedness , Talent or Ability , "*. Gifted Child Quarterly. 28 : 149 - 151.
- Frederick, H. Bell. (1983). *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary School.)*. Dubagu, Iowa : Wn. C. Brown.
- Gallagher, J.J. (1975). *Teaching the Gifted Child 2nd ed*. Boston, Mass : Allyn & Bacon.
- . (1979). *Issues in Education of the Gifted. In A.H. Passow (Ed.), The Gifted and Talented : Their Education and Development*. Chicago : University of Chicago Press. (78 th Yearbook of the NSSE.).

- Gay, D. (1992). ***Solving Problem Using Elementary Mathematics***. New York : Macmillan.
- Gowan, J.C., Khatena, J., & Torrance, E.P. (Eds.) (1979). ***Educating the Ablest 2nd ed.*** Itasca, Ill. : F.E. Peacock.
- Greenes, Carole. (1981, February). "Identifying the Gifted Student in Mathematics," in ***Arithmetic Teacher***. 28(6) : 14 - 17.
- Guilford, J.P. (1967). ***The Nature of Human Intelligence***. New York : McGraw - Hill Book.
- Handcock, C. Lynn. (1995, September). "Enhancing Mathematics Learning with Open - Ended Questions," in ***Mathematics Teacher***. 88(6) : 496 - 499.
- Hart, Cynn C. (1993, March). "Some Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving," in ***Journal Research in Mathematics Education***. 24(2) : 167 - 171.
- Heddens, James W. & Speer, William R. (1992). ***Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics***. New York : Macmillan.
- Heid, Kathleen M. (1983, April). "Characteristics and Special Needs of the Gifted Student in Mathematics," in ***Mathematics Teacher***. 76(3) : 221 - 226.
- Holmes, Emmue E. (1995). ***New Direction in Elementary School Mathematics Interactive Teaching and Learning***. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice - Hall.
- Holton, Derek. Et al. (1999, May). "Mathematical Problem Solving in Support of the Curriculum," in ***International Journal of Mathematical Education in Science and Technology***. 30(3) : 351 - 371.
- Hooker, S.K.R. (1988). ***Cooperative Learning with four Gifted and Talented Students : a Case Study on Interpersonal Skills***. Dissertation (Ph.D.). Arisona : Graduate school The University of Arisona. Photocopied.
- House. (1987). ***Providing Opportunities for the Mathematical Gifted, K - 12***. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- House, Peggy A. (1991). ***Providing Opportunities for the Mathematically Gifted, K-12***. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kantowski, Mary Grace. (1980). "Some Thoughts on Teaching for Problem Solving," in ***Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook***. P.195-203. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kennedy, Leonard M. (1984). ***Guiding Children's Learning of Mathematics***. Belmont, California : Wadsworth.
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1994). ***Guiding Children's Learning of Mathematics***. Belmont, California : Wadsworth.

- Khatena, Joe. (1982). *Educational Psychology of the Gifted*. New York : John Wiley & Sons.
- Krulik, Stephen & Rudnick, Jesse A. (1995). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*. Massachusetts : Allyn & Bacon.
- Krutetskii, V. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago : University of Chicago Press.
- Lumsdaine, Edward & Lumsdaine, Monika. (1995). *Creative Problem Solving : Thinking Skills for Changing World*. Singapore : McGraw - Hill Book.
- Maker, C.J. (1982). *Teaching Models in Education of the Gifted*. Rockville. MD : Aspen System.
- Moses, Barbar., et al. (1990). "Beyond Problem Solving : Problem Posing," in *Teaching & Learning Mathematics In The 1990s. 1990 Yearbook*. P. 80-91. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Osborn, A.F. (1963). *Applied Imagination 3rd ed*. New York : Scribner's.
- Parnes, S.J. (1967). *Creative Behavior Guidebook*. New York : Charles Scribner's Sons.
- . (1981). *The Magic of Mind*. Buffalo, NY : Creative Education Foundation.
- Polya, George. (1957). *How to Solve it*. Princeton, New Jersey : Princeton University.
- Renzulli, J.S. (1997). *The Enrichment Triad Model : A Guide for Developing Defensible Programs for The Gifted and Talented*. Wethersfield, Conn : Creative Learning Press.
- Reys, Robert E., et al. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston : Allyn and Bacon.
- Reys, Robert E., Suydam, Marilyn. N., & Lindquist, Mary Montgomery. (1995). *Helping Children Learn Mathematics*. Boston : Allyn and Bacon.
- Ridge, Laurence H. & Joseph S. Renzulli. (1981). "Teaching Mathematics to the Talented and Gifted," in *The Mathematical Education of Exceptional Children and Youth*. p. 191 - 266. Virginia : NCTM.
- Riedesel, C. Alan. et. al. (1996). *Teaching Elementary School Mathematics*. New York: Allyn and Bacon.
- Rogers, K.B. & Span, P. (1993). "Ability Grouping with Gifted and Talented Student : Research and Guidelines," in *International Handbook of Research and Development of Giftedness and Talent*. Edited by Heller, F.J. Monks, and A.H. Passow. Oxford : Pergamon.
- Roid, G. and Haladyna, T. (1980, Summer). "The Emergence of An Item-Writing Technology," in *Review of Education Research*. V 50(2) : 293 - 314.

- Santos - Trigo, Mael. (1998, September). "*Instructional Qualities of a Successful Mathematical Problem - Solving Class,*" in *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 29(5) : 631 - 646.
- Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical Problem - Solving*. Florida : Academic Press.
- Shallcross, D.J. (1981). *Teaching Creative Behavior*. New Jersey : Prentice - Hall.
- Simpson, Ray & Matinson, Ruth. (1961, January). "*Educational Programs for Gifted Pupils : A Report to the California Legislature.*" *ED 100 072*. Sacramento : California State Department of Education.
- Sternberg, Robert J. (1999). "*The Nature of Mathematical Reasoning,*" in *Developing Mathematical Reasoning in Grade K - 12. 1999 Yearbook*. p. 40 - 45. Reston, Virginia : NCTM.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (1993). *Research Ideas for the Classroom : High School Mathematics*. New York : Macmillan.
- . (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM.
- Torrance, E.P. (1965). *The Gifted Child in the Classroom*. New York : Mcmillan.
- Treffinger, D.J. & Firestien, R.L. (1989, April). "*Update : Guidelines for Effective Facilitation of Creative Problem Solving,*" in *Gifted Child Today*. 12(4) : 35 -39.
- Troutman, Andria P. & Bettyk, Lichtenberg. (1995). *Mathematics a Good Beginning*. California : Brooks / Cole.
- U.S. Office of Education. (1972). *Education of the Gifted and Talented*. Washington D.C. : Government Printed Office.
- William, F.E. (1972). *A Total Creativity Program for Individualizing and Humanizing the Learning Process*. Englewood Cliffs, N.J. : Educational Technology Publication.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

**อาจารย์ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมและตรวจให้คะแนน
อาจารย์ผู้คัดเลือกและช่วยดูแลทั่วไปกลุ่มตัวอย่าง
และรายนามนักเรียนที่เข้าร่วมโครงการวิจัย**

**รายนามผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมและตรวจให้คะแนน
และอาจารย์ผู้คัดเลือกกลุ่มตัวอย่าง**

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต โดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และแบบรายงานพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต | ข้าราชการบำนาญ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร.ธรรณ พวงสุวรรณ | มหาวิทยาลัยศรีปทุม วิทยาเขตชลบุรี |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิตติยา ปภาพจน์ | คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย |

รายนามอาจารย์ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมและตรวจให้คะแนน

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| อาจารย์ จิตตินันท์ พุมมา | โรงเรียนไพฑูริศึกษา |
|--------------------------|---------------------|

รายนามอาจารย์ผู้คัดเลือกและช่วยดูแลทั่วไปกลุ่มตัวอย่าง

- | | |
|---------------------------------|---------------------|
| 1. อาจารย์ อภิษฐา ปัญญาผล | โรงเรียนไพฑูริศึกษา |
| 2. อาจารย์ อุษณีย์ บุรณะเชษฐกุล | โรงเรียนไพฑูริศึกษา |

รายนามนักเรียนโรงเรียนไผทอุดมศึกษาที่เข้าร่วมโครงการวิจัย

รายนามนักเรียนที่เข้าร่วมโครงการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นรายบุคคล

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| 1. ด.ญ. อติศา สืบโอพาร | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 2. ด.ญ. พิมพ์ตะวัน บุรณะเชษฐกุล | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองนำร่องเป็นกลุ่มเล็ก

- | | |
|----------------------------------|-----------------------|
| 1. ด.ญ. สุจินณา หินทอง | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 2. ด.ญ. ชนิตา เกาะลอย | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 3. ด.ญ. ศิระประภา ยอดงาม | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 4. ด.ญ. พัฒนียา นาคพงษ์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 5. ด.ช. กิตติพงศ์ วงศ์นิศานากุล | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 6. ด.ช. เพิ่มทรัพย์ สุขแสงจันทร์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม

- | | |
|------------------------------------|-----------------------|
| 1. ด.ญ. วิธรรดา อัครพิมาน | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 2. ด.ญ. โยษิตา หมั่นแก้ว | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 3. ด.ญ. ณิชาภัลยา วิริยานุภาพ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 4. ด.ช. วิศรุต หาญบุญเศรษฐ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 5. ด.ช. ศุภชัย กันสถิตย์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 |
| 6. ด.ช. ศรัณย์ ไพศาลศรีสมสุข | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 7. ด.ญ. รัชมัย ชโลบล | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 8. ด.ญ. พลอยรุ่ง อร่ามภิญโญกุล | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 9. ด.ญ. กรองกาญจน์ ชัยปิตินานนท์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 10. ด.ญ. ปิยะนุช ประสิทธิเม | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 11. ด.ช. ปวเรศ ปฐมพรวิวัฒน์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 12. ด.ช. ธนวิทย์ หอมทอง | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 13. ด.ช. วัฒนบุตร เจริญผลพรวิวัฒน์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 14. ด.ช. ศุภกร ศิริธรรม | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |
| 15. ด.ช. อนุดร จิตญาณพงศ์ | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 |

ภาคผนวก ข

ข้อมูลจากการทดลองภาคสนาม

ตาราง 4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน

ตาราง 5 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน

ตาราง 6 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน ในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน

ตาราง 7 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน ในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม จำนวน 15 คน

ตาราง 4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียน ระหว่างเรียน และ หลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม 15 คน

ลำดับที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต			
	ก่อนเรียน 40 คะแนน	ระหว่างเรียน 60 คะแนน	หลังเรียน 40 คะแนน	ผลรวมระหว่างเรียนและ หลังเรียน 100 คะแนน
1	8	54	34	88
2	20	55	32	87
3	20	52	34	86
4	13	53	30	83
5	13	55	28	83
6	13	48	32	80
7	13	49	30	79
8	13	49	30	79
9	8	49	28	77
10	13	49	28	77
11	3	48	28	76
12	23	52	24	76
13	18	53	22	75
14	8	51	24	75
15	8	52	8	60
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	12.93	51.27	27.47	78.74
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	5.50	2.46	6.44	6.79

สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{8+20+20+13+13+13+13+13+8+13+3+23+18+8+8}{15} \\ &= \frac{194}{15} = 12.93 \end{aligned}$$

สูตรการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน

$$s^2 = ((8-12.93)^2 + (20-12.93)^2 + (20-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (8-12.93)^2 + (13-12.93)^2 + (3-12.93)^2 + (23-12.93)^2 + (18-12.93)^2 + (8-12.93)^2 + (8-12.93)^2) / 14 = 30.2095357142$$

$$s = 5.50$$

จากตาราง 4 ได้ว่า มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 75 อยู่ 14 คน จาก 15 คน
จะทดสอบสมมติฐานในการวิจัยข้อ 1 โดยใช้การทดสอบทวินาม ดังนี้

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \leq 0.75$$

$$H_1 : p > 0.75$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ $\Pr(X \geq 14 \text{ เมื่อ } p = 0.75)$

ขอบเขตวิกฤตคือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\Pr(X \geq 14 \text{ เมื่อ } p = 0.75) < \alpha$ เมื่อ $\alpha = .10$
ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (probability function) ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงทวินาม คือ

$$f(x) = \begin{cases} \binom{15}{x} (0.75)^x (1-0.75)^{15-x} & \text{เมื่อ } x = 0, 1, 2, 3, \dots, 15 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ ค่าอื่น} \end{cases}$$

จะได้ $\Pr(X \geq 14 \text{ เมื่อ } p = 0.75) = f(14) + f(15)$

$$\begin{aligned} \Pr(X \geq 14 \text{ เมื่อ } p = 0.75) &= \binom{15}{14} (0.75)^{14} (0.25)^1 + \binom{15}{15} (0.75)^{15} (0.25)^0 \\ &= 0.0668 + 0.0134 \\ &= 0.0802 \end{aligned}$$

เพราะว่า $0.0802 < .10$ เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

นั่นคือ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอน
เรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของ
จำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตาราง 5 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น
ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม
จำนวน 15 คน

คนที่	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน		
	ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	ความคิดละเอียดลออ
1	0.6	0.4	0.4
2	1.4	1.2	1.2
3	1.2	0.6	0.6
4	0.6	0.6	0.6
5	0.6	0.6	0.6
6	0.4	0.4	0.4
7	0.6	0.6	0.6
8	0.8	0.8	0.8
9	0.6	0.4	0.4
10	0.4	0.4	0.4
11	0.4	0.4	0.4
12	1.4	0.8	0.8
13	0.8	0.4	0.4
14	0.4	0.2	0.2
15	0.4	0.4	0.4
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	0.71	0.55	0.55
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.35	0.24	0.24

ตาราง 6 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น
ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม
จำนวน 15 คน

คนที่	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ระหว่างเรียน		
	ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	ความคิดละเอียดลออ
1	2.58	2.42	2.92
2	2.58	2.42	2.92
3	2.58	2.58	3.00
4	2.58	2.58	2.75
5	2.58	2.58	2.75
6	2.42	2.33	2.67
7	2.42	2.33	2.67
8	2.67	2.58	2.67
9	2.67	2.58	2.67
10	2.42	2.33	2.67
11	2.58	2.58	2.75
12	2.67	2.42	2.92
13	2.58	2.58	3.00
14	2.58	2.58	3.00
15	2.58	2.58	2.67
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	2.57	2.5	2.8
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.08	.11	.14

ตาราง 7 คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน ในด้านความคิดยืดหยุ่น
ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม
จำนวน 15 คน

คนที่	คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน		
	ความคิดยืดหยุ่น	ความคิดริเริ่ม	ความคิดละเอียดลออ
1	2.4	1.4	1.4
2	2.4	2.2	2.2
3	2.4	2.4	2.6
4	2.2	2.0	2.0
5	2.2	2.0	2.0
6	2.0	2.0	2.2
7	2.2	2.0	2.0
8	2.4	2.4	2.2
9	1.4	1.8	1.6
10	1.8	1.8	2.0
11	1.8	1.8	1.8
12	2.0	1.6	1.6
13	1.8	1.6	1.6
14	2.0	1.4	1.4
15	0.8	0.8	0.8
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.99	1.81	1.83
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.44	0.42	0.45

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

คำนำ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นี้ ได้นำเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนรู้การสอนตามปกติทั่วไปในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ในส่วนของเนื้อหาเรขาคณิต ให้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในลักษณะจัดเป็นกิจกรรมเสริมในเวลาหรือนอกเวลาเรียนได้ตามความเหมาะสมของแต่ละกิจกรรม

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง เป็นปัญหาปลายเปิดประเภทที่ท้าทาย มีคำตอบและวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย ตามมุมมองของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเสนอวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางและพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้สานต่อแนวคิดและช่วยขยายแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนยิ่งขึ้นทั้งในส่วนที่เป็นความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่นำมาใช้และยุทธวิธีแก้ปัญหา การดำเนินกิจกรรมจะส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย แปลกใหม่ ที่อยู่บนพื้นฐานความคิดของนักเรียน สามารถอธิบายวิธีการคิดได้อย่างละเอียดและชัดเจน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นี้ แบ่งเป็นสามส่วน คือ ส่วนที่หนึ่ง คำอธิบายสำหรับครู เป็นการแนะนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอน วิธีดำเนินกิจกรรมและการประเมินผลการเรียนของนักเรียนในภาพรวม ส่วนที่สองเป็นการนำเสนอแผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู แยกเป็นรายกิจกรรมรวม 12 กิจกรรม ส่วนที่สามกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ครูสามารถนำไปสอดแทรกและแนะนำกับนักเรียนขณะที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ในส่วนที่สามนี้ ได้จัดเตรียมสื่อต้นแบบของแผ่นโปรงใสไว้ด้วย เพื่ออำนวยความสะดวกในการนำไปใช้ ทำให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรศึกษากิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นี้ให้เข้าใจอย่างถ่องแท้และเตรียมการให้พร้อมก่อนนำไปใช้จริง

อาพันธ์ชนิต เจนจิต

คำอธิบายสำหรับครู

บทนำ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอในเอกสารชุดนี้ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เพิ่มพูนประสบการณ์จากการเรียนการสอนตามปกติทั่วไป เนื้อหาครอบคลุมความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่เกี่ยวกับการคำนวณหาความยาว ขนาดของมุมและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตและการนำไปใช้ ประกอบด้วย สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการและวงกลม เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนใช้พื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ แสดงแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยการร่วมมือกันระหว่างนักเรียนเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและแปลกใหม่ ภายใต้การช่วยขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนขึ้นและอำนวยความสะดวกโดยครู ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมมีการสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่สังเคราะห์จากแนวคิดของปาร์น แทรฟฟิงเกอร์และไฟร์สไดน์ ลัมสแดนและลัมสแดน และแซลเลอร์ส โดยเริ่มจาก การทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ด้วยการค้นหาข้อเท็จจริง ค้นหาปัญหา พิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา แล้วระดมความคิดเพื่อ **ค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหา**ให้ได้หลากหลายวิธี เมื่อได้แนวคิดจำนวนมากแล้วดำเนินการวางแผนเพื่อวิเคราะห์หาหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมในการประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิดที่ดีที่สุด ที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ควรเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง หลังจากนั้นจึงดำเนินการ**ค้นหาการยอมรับ**แนวคิดที่ประเมินแล้วจากนักเรียนกลุ่มอื่นๆหรือผู้สอน เมื่อแนวคิดเป็นที่ยอมรับแล้วจึงสามารถนำแนวคิดไป**ปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป** ในการสอนจะสอดแทรกการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตก่อนเรียนและหลังเรียน จากงานเขียนแสดงแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหา จากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนและการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน นอกจากนี้ยังมีการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้าน ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ดังนี้

ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง ความหลากหลายของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งแนวคิด

ความคิดริเริ่ม หมายถึง การเป็นต้นแบบการคิด การมีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเองและการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาให้เป็นแนวคิดของตนเอง

ความคิดละเอียดลออ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาได้อย่างละเอียดชัดเจน

พร้อมกันนี้มีการบันทึกพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

จุดประสงค์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ มีจุดประสงค์ดังนี้

1. เพื่อทบทวน เพิ่มพูนความรู้ความเข้าใจ มโนคติและทักษะทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาเรขาคณิตที่สำคัญบางส่วนในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตอนปลายและรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในสถานการณ์การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน

4. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา

5. เพื่อพัฒนาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ

ส่วนประกอบของกิจกรรม

กิจกรรมการเรียนการสอนแบ่งเป็น 12 กิจกรรม แต่ละกิจกรรมประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด คือ แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู

1. แผนการสอน ประกอบด้วย ชื่อกิจกรรม เวลาที่ใช้ ความนำ จุดประสงค์ ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต สื่อ/อุปกรณ์ แนวการจัดกิจกรรม การประเมินผล ใบกิจกรรมและสื่อประกอบ

2. เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอนและการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียนในรายละเอียด กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรทราบ เพื่อให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ เช่น ตัวอย่างของคำถามที่ใช้ถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่นำมาใช้แก้ปัญหา รวมทั้งความรู้ทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์ในระดับสูงที่เกี่ยวข้อง

แผนการจัดกิจกรรม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบ่งเป็น 12 กิจกรรม ใช้เวลาแผนการสอนละ 2 คาบ (คาบละ 50 นาที) รวม 24 คาบ

ตารางที่ 1 กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ จำแนกตามความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต/คณิตศาสตร์อื่นๆ ที่นำมาใช้และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถใช้

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต/คณิตศาสตร์อื่นๆ ที่นำมาใช้	ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถใช้
1	ปฐมนิเทศ ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์	รูปร่างลักษณะ สมบัติ พื้นที่ของรูปเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ เส้นสมมาตร	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ
2	แบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด	ส่วนประกอบและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากัน	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การให้เหตุผล การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน
3	ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	ชนิดและขนาดของมุมต่างๆ รูปหลายเหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป
4	พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดานจุด	รูปหลายเหลี่ยม การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหรือรูปเรขาคณิตอื่นๆ พื้นที่ของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมที่อยู่บนฐานเดียวกันและมีความสูงเท่ากัน	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป
5	ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เลขยกกำลัง สมการกำลังสองและการแก้สมการกำลังสอง	การลงมือปฏิบัติ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป
6	การนำทฤษฎีบทและบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัสไปใช้	รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือ	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต/ คณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่นำมาใช้	ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ สามารถใช้
		ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส การวัด ทิศและแผนผัง เลขยกกำลัง สมการกำลังสอง และการแก้สมการกำลังสอง	
7	หาความสูงโดยอาศัย แสงอาทิตย์	การวัด วงกลม	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ
8	รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มุมตรงข้าม ผลบวกของขนาด ของมุมภายในของรูป สามเหลี่ยม สมบัติของเส้นขนาน	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ
9	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่ คล้ายกัน	การวัด บทนิยามของ รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน อัตราส่วน การหาอัตราส่วนที่ เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ สัดส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ ทราบค่าในสัดส่วน	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ
10	ค้นหาสมบัติของวงกลม	วงกลม ส่วนต่างๆ ของวงกลม การลากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก กับส่วนของเส้นตรงที่กำหนด	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ
11	การนำสมบัติของวงกลม เกี่ยวกับคอร์ดไปใช้	การลากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉาก กับส่วนของเส้นตรงที่กำหนด สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ การให้เหตุผล
12	สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับเส้น สัมผัสและรัศมีของวงกลม	ส่วนต่างๆ ของวงกลม ได้แก่ รัศมี เส้นสัมผัสของวงกลม การวัด ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส	การลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือ แผนภาพ การให้เหตุผล

หมายเหตุ สำหรับครูที่ไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหา สามารถค้นคว้า
รายละเอียดเกี่ยวกับเรื่องนี้ในปริญาณิพนธ์หน้า 18 - 22

การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ควรดำเนินการดังนี้

1. การเตรียมการสอน

1.1 ครูควรศึกษาและทำความเข้าใจแผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครูในแต่ละกิจกรรม ให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำความเข้าใจกับความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาในแผนการสอน ฝึกการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหาที่กำหนด และยุทธวิธีอื่นๆ ที่สามารถนำมาใช้ได้ เพื่อเตรียมความพร้อมในการสานต่อความคิดของนักเรียนขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

1.2 ครูควรตรวจสอบความพร้อมของสื่อต่างๆ ที่ปรากฏตามรายการ สื่อ/อุปกรณ์ในแผนการสอน โดยเฉพาะใบกิจกรรมต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนกลุ่มของนักเรียนรวมกับจำนวนนักเรียนทั้งชั้น สำหรับสื่ออื่นๆ เช่น แผ่นโปสเตอร์ จะแสดงภาพและสื่อต้นแบบไว้ในสื่อประกอบ ซึ่งอยู่ในส่วนท้ายของแผนการสอน นอกจากนี้ครูจะต้องเตรียมจัดสภาพห้องเรียนให้เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมแบบเน้นการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย การรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียนและการจัดป้ายนิเทศแสดงผลงานของนักเรียน ครูสามารถให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการช่วยเตรียมความพร้อมต่างๆ เช่น การกำหนดให้นักเรียนช่วยเตรียมสื่อ/อุปกรณ์มาล่วงหน้า

2. การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละกิจกรรมเป็นไปตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน

2.1.1 ครูนำเสนอปัญหาด้านเรขาคณิตโดยใช้สื่อต่างๆ ประกอบ เช่น แผ่นใส
ใบกิจกรรม

2.1.2 ครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตหรือนำเสนอความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกัน

2.1.3 ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่ เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

2.1.4 ครูสรุปประเด็นที่นักเรียนเสนอนำเสนอและเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

2.2 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย

2.2.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 3 คน

2.2.2 ครูนำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่างๆ โดยใช้ใบกิจกรรม

2.2.3 ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อย เพื่อหาคำตอบของปัญหา ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปราย

2.2.4 ในกรณีที่นักเรียนบางกลุ่มสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เร็วกว่ากลุ่มอื่นๆ ครูอาจให้นักเรียนกลุ่มนั้นหาคำตอบโดยใช้วิธีการอื่นที่แตกต่างจากเดิมหรือให้นักเรียนแก้ปัญหาที่เตรียมสำรองไว้

2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่

2.3.1 ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม

ครั้งละหนึ่งกลุ่ม โดยให้กลุ่มที่นำเสนอครั้งหลังๆ นำเสนอเฉพาะคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากกลุ่มก่อนหน้านี้เท่านั้น

2.3.2 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

2.3.3 ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำในบทเรียนนั้นๆ ซึ่งยุทธวิธีดังกล่าวนี้ อาจมีนักเรียนบางกลุ่มใช้แก้ปัญหาขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมแล้ว ครูมีหน้าที่ช่วยให้ชัดเจนขึ้นและเสริมให้สมบูรณ์

2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์เพิ่มเติมเป็นรายบุคคล โดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ ทำเป็นการบ้านหรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม

3. การประเมินผลนักเรียน

การประเมินผลนักเรียนกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนการสอนและใช้การประเมินในหลายแนวทางมาประกอบกัน ได้แก่

3.1 การประเมินผลก่อนเรียน ครูประเมินจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา โดยใช้แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียน และศึกษาพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากการใช้วิธีการพื้นฐานของนักเรียนเอง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และนำผลมาศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แล้ว โดยประเมินเป็นรายบุคคล

3.2 การประเมินผลระหว่างเรียน ครูประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนเป็นรายกลุ่มและเป็นรายบุคคล จากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดในใบกิจกรรม ครูประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นรายบุคคลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยและการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

3.3 การประเมินผลหลังเรียน ครูประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์เป็นรายบุคคล จากการทำแบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตหลังเรียนและใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีจำเป็น ประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดยใช้แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

บทบาทของนักเรียนในกิจกรรมการเรียนการสอน

1. การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย

ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มควรประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกัน ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม อาจพิจารณาจากคะแนนการประเมินผลก่อนเรียน โดยจัดทำบัญชีตามลำดับคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ หมุนเวียนตามลำดับรายชื่อ

เช่น ถ้ามีนักเรียน 15 คน แบ่งตามความสามารถคละกัน 3 คน โดยประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 1 คน และต่ำ 1 คน จะแบ่งได้เป็น 5 กลุ่ม ตามแผนภาพ ดังนี้

กลุ่มที่	ลำดับที่ของนักเรียนตามบัญชีคะแนน		
1	1	10	15
2	2	9	14
3	3	8	13
4	4	7	12
5	5	6	11
ระดับความสามารถ	สูง	ปานกลาง	ต่ำ

ภาพประกอบ 1 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถละกัน

การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในลักษณะดังกล่าวเพื่อให้แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถละกัน ตามหลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูผู้สอนสามารถดัดแปลงวิธีการได้ตามความเหมาะสม

เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมไปในระยะหนึ่งก็ควรเปลี่ยนแปลงกลุ่มใหม่เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกันกับคนอื่น ๆ บ้าง เช่น หลังจากการปฏิบัติกิจกรรมไปประมาณครึ่งหนึ่งของจำนวนกิจกรรมทั้งหมด ครูสามารถทำบัญชีรายชื่อใหม่เรียงลำดับคะแนนรวมจากการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยและเป็นรายบุคคล แล้วจัดกลุ่มนักเรียนใหม่ การเปลี่ยนแปลงกลุ่มไม่ควรทำบ่อยเกินไป เพื่อให้ให้นักเรียนได้แสดงบทบาทในกลุ่มเดิมได้ครบทุกบทบาทเสียก่อน

2. บทบาทของนักเรียนเมื่อปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม

ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน ครูต้องทำให้นักเรียนตระหนักถึงสิ่งต่อไปนี้

2.1 กิจกรรมของกลุ่มทุกกิจกรรมเป็นสิ่งที่นักเรียนในกลุ่มต้องร่วมกันรับผิดชอบ ร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ไม่ใช่เป็นความรับผิดชอบของนักเรียนคนใดคนหนึ่งโดยเฉพาะ เป้าหมายของกลุ่มคือการเรียนรู้ และประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ร่วมกัน

2.2 เมื่อกลุ่มได้รับกิจกรรมหรือปัญหา สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นอกจากนั้นสมาชิกทุกคนต้องมีหน้าที่และรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย หน้าที่ของสมาชิกมีรายละเอียดปรากฏในแผนการสอนกิจกรรมปฐมนิเทศ

2.3 แม้ว่าสมาชิกทุกคนจะมีหน้าที่ แต่ขณะเดียวกันก็ต้องร่วมกันรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย เมื่อได้ข้อสรุปของงานแล้ว จะต้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

2.4 ในบางกิจกรรมสมาชิกของกลุ่มอาจแบ่งงานกันทำ เมื่อทำเสร็จแล้วจะนำเสนองานที่ได้ รับมอบหมายต่อกลุ่ม นำผลงานของแต่ละคนมาอภิปรายและสรุปร่วมกันเป็นผลงานของกลุ่ม

2.5 เมื่อนักเรียนทำหน้าที่ในงานกลุ่มตามที่รับผิดชอบแล้ว นักเรียนต้องคำนึงถึงรายงาน บุคคลที่แต่ละคนจะต้องทำเป็นผลงานของนักเรียนสำหรับการประเมินด้วย

กำหนดการสอนและการประเมินผล

ตัวอย่างกำหนดการสอนและการประเมินผลสำหรับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสัปดาห์ละ 2 ครั้ง ครั้งละ 2 คาบ แสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 กำหนดการสอนและการประเมินผลกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	เวลา(คาบ)	คะแนน (ร้อยละ)	หมายเหตุ
1	1.ปฐมนิเทศ ร่วมกันสร้างเจตมหัตถ์จรรยา	2	5	มีการสอบก่อนเรียนโดยจัดสอบนอกเวลาตามตารางนี้ และใช้เวลา 2 คาบ
	2.แบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด	2	5	
2	3.ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	2	5	
	4.พื้นที่รูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดานจุด	2	5	
3	5.ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	2	5	
	6.การนำทฤษฎีบทและบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัสไปใช้	2	5	
4	7.หาความสูงโดยอาศัยแสงอาทิตย์	2	5	
	8.รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	2	5	
5	9.สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	2	5	
	10.ค้นหาสมบัติของวงกลม	2	5	
6	11.การนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดไปใช้	2	5	
	12.สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับเส้นสัมผัสและรัศมีของวงกลม	2	5	
7	สอบหลังเรียน	2	40	
รวมคะแนนเต็ม			100	

รายละเอียดการให้คะแนน

1. คะแนนปฏิบัติกิจกรรม มีน้ำหนักร้อยละ 60 จากการปฏิบัติกิจกรรม 12 กิจกรรม ให้คะแนนเต็มกิจกรรมละ 8 คะแนน แล้วปรับเทียบให้เป็นคะแนนเต็ม 5 คะแนน โดยคะแนนเต็ม 8 คะแนน แบ่งเป็นดังนี้

1.1 คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม 4 คะแนน

พิจารณาให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของกลุ่ม จากการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม การนำเสนอด้วยวาจาและจากการรายงานหน้าชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมของกลุ่มและ/หรือการจัดป้ายนิเทศ

1.2 คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล 4 คะแนน

พิจารณาจากผลการปฏิบัติกิจกรรมที่กำหนดให้ทำเป็นรายบุคคลในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ การตรวจให้คะแนนปฏิบัติกิจกรรมใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม

(4 : ดีเยี่ยม 3 : ดี 2 : พอใช้ 1 : ยังต้องปรับปรุง 0 : ไม่พยายาม)

คะแนนจากการสอบมีน้ำหนัก ร้อยละ 40 เป็นการสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ ใช้เวลาสอบ 2 คาบ (100 นาที) การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม ดังรายละเอียดในภาคผนวก ง

ตาราง 3 วิเคราะห์จุดประสงค์ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	จุดประสงค์
1	ปฐมนิเทศ ร่วมกันสร้างเจดิมหัตถ์จรรย	1. สร้างของเล่นรูปเรขาคณิตที่เรียกว่า “เจดิมหัตถ์จรรย” หรือแทนแกรม (tangram) ได้ด้วยวิธีการต่างๆ 2. อธิบายรูปร่างลักษณะ สมบัติ และความสัมพันธ์ของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจดิมหัตถ์จรรย 3. เรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจดิมหัตถ์จรรยให้เป็นรูปเรขาคณิตที่กำหนด และเป็นรูปอื่นๆตามที่นักเรียนกำหนดเอง
2	แบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด	1. แบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด โดยใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือการตัดกระดาษ ได้หลากหลายวิธี 2. บอกข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการแบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนด ด้วยวิธีการต่างๆ

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	จุดประสงค์
		3. นำหลักการแบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งให้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันตามจำนวนรูปที่กำหนดไปใช้ในการแก้ปัญหา
3	ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1. หาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่กำหนดให้ได้ 2. หาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่กำหนดให้ได้ 3. บอกสูตรการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และนำไปใช้ได้
4	พื้นที่รูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด	1. หาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยมที่สร้างบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด 2. สร้างสูตรการหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด จากการหาความสัมพันธ์ของจำนวนจุดบนขอบและจำนวนจุดภายในรูปของรูปหลายเหลี่ยม และนำสูตรไปใช้ได้
5	ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	1. บอกความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2. นำความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหา
6	การนำ ทฤษฎีบทและบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัสไปใช้	1. ค้นหาบทกลับของทฤษฎีบทของพีทาโกรัสและนำไปใช้ 2. นำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือทฤษฎีบทของพีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหา
7	หาความสูงโดยอาศัยแสงอาทิตย์	1. ปฏิบัติการหาความสูงของสิ่งต่างๆ โดยอาศัยแสงอาทิตย์ 2. นำความรู้พื้นฐานหลักการหาความสูงโดยอาศัยแสงอาทิตย์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
8	รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1. บอกนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน 2. บอกเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
9	สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1. ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	จุดประสงค์
		คล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่ สม นัยกันจะเท่ากัน” 2. นำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ แก้ปัญหาและปฏิบัติการหาความสูงของสิ่งที่มี ความ สูงมาก
10	ค้นหาสมบัติของวงกลม	1. บอกชื่อของส่วนต่างๆ ของวงกลม 2. บอกลักษณะของมุมในครึ่งวงกลม 3. ค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุม ในครึ่งวงกลมและคอร์ด 4. นำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมใน ครึ่งวงกลมและคอร์ด ไปใช้ในการแก้ปัญหา
11	การนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับ คอร์ดไปใช้	1. นำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดไปใช้ในการ แก้ปัญหา 2. เห็นประโยชน์ของสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับ คอร์ดในการนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง
12	สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับเส้น สัมผัสและรัศมีของวงกลม	1. ค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม 2. ค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ระหว่างส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดจุดหนึ่ง ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน 3. นำสมบัติของวงกลมในข้อ 1 และข้อ 2 ไปใช้ แก้ปัญหา

แผนการสอนกิจกรรมที่ 1

ชื่อกิจกรรม ปฐมนิเทศ ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมปฐมนิเทศ มีจุดมุ่งหมายที่จะให้ครูและนักเรียนได้ทำความเข้าใจร่วมกันเกี่ยวกับแนวทางของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ครูและนักเรียนควรมีการทำความเข้าใจร่วมกันถึงวิธีดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นการตกลงกันให้นักเรียนได้เข้าใจบทบาทของตนเองในกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยวิธีเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน เป็นกลุ่มเล็กและเป็นรายบุคคล จากการลงมือปฏิบัติตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นการคิดหาคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลาย แปลงใหม่และมีความละเอียดลออในการคิด เพื่อให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้บรรลุตามจุดประสงค์

นอกจากนี้นักเรียนจะได้มีโอกาสในการทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับรูปร่างลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตในขณะฝึกแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดยใช้การสำรวจ สังเกตและค้นหาความสัมพันธ์เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ด้วยยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติและฝึกความคิดสร้างสรรค์

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างของเล่นรูปเรขาคณิตที่เรียกว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” หรือแทนแกรม (tangram) ได้ด้วยวิธีการต่างๆ
2. อธิบายรูปร่างลักษณะ สมบัติและความสัมพันธ์ของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นของเจ็ดมหัศจรรย์
3. เรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นของเจ็ดมหัศจรรย์ให้เป็นรูปเรขาคณิตที่กำหนดและเป็นรูปอื่นๆ ตามที่นักเรียนกำหนดเอง

ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต

1. รูปร่างลักษณะ สมบัติและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
2. ความเท่ากันทุกประการ
3. เส้นสมมาตร

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1.1 “ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์”
2. ใบกิจกรรมที่ 1.2 “สำรวจเจ็ดมหัศจรรย์”
3. เอกสารชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม
4. กระดาษสี กระดาษกราว

5. แผ่นโปรงใส “กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ”
 “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”
 6. ของเล่นเจ็ดมหัศจรรย์

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูแนะนำตนเองและกล่าวถึงภาพรวมของการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ กิจกรรมทุกกิจกรรมจะเริ่มต้นด้วยปัญหาให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หาวิธีแก้ปัญหาให้ได้หลากหลายวิธี นักเรียนมีอิสระในการเสนอแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างกว้างขวาง ด้วยการร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน เป็นกลุ่มเล็กและเป็นรายบุคคล

2. ครูนำของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” ซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตเจ็ดชิ้นมาเรียงต่อกันเป็นรูปต่างๆ เช่น รูปคน รูปสัตว์ จำนวน 2 – 3 รูป บนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ แล้วจึงนำมาเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส พร้อมทั้งแนะนำว่ารูปต่างๆ เหล่านี้เกิดจากรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่ได้มาด้วยการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งเป็นของเล่นของชาวจีนที่เรียกว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” หรือแทนแกรม พร้อมกับแจกใบกิจกรรมที่ 1.1 “ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์” เพื่อเป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปร่างลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ โดยให้นักเรียนสำรวจว่ารูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นนั้นเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดบ้าง แต่ละชิ้นมีรูปร่างลักษณะอย่างไร โดยตอบคำถามในตอนที 1 ของใบกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันสร้าง “เจ็ดมหัศจรรย์” ที่ครูแนะนำด้วยวิธีการต่างๆ จากกระดาษขนาด เอ 4 และอุปกรณ์ ที่ครูเตรียมให้ โดยการสำรวจ สังเกตรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดที่วางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วนำเสนอวิธีการสร้าง ซึ่งนักเรียนอาจจะเลือกใช้วิธีการเขียนภาพหรือลงมือพับและตัดกระดาษเพื่อให้ได้ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้น แล้วให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนหรือวิธีสร้างลงในตอนที่ 2 ของใบกิจกรรมและส่งตัวแทนมานำเสนอหน้าชั้นเรียนด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ครูอาจอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ชัดเจนขึ้นและร่วมกันสรุปพร้อมกับนักเรียนว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” สร้างจากวัสดุที่มีรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วแบ่งให้เป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ จำนวนเจ็ดชิ้น และครูแนะนำว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” นี้สามารถนำมาวางเรียงต่อกันใหม่เป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้มากมาย โดยครูแสดงตัวอย่างของการวางเรียงกันเป็นรูปเรขาคณิตที่แตกต่างกันสองตัวอย่าง

3. ครูทบทวนขั้นตอนและวิธีการปฏิบัติของการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 1.1 พร้อมกับแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสร้าง “เจ็ดมหัศจรรย์” ด้วยแผ่นโปรงใส ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เริ่มจากทำความเข้าใจปัญหา ด้วยการค้นหาข้อเท็จจริง ค้นหาปัญหาพิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการและระดมความคิดเพื่อค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลายวิธีหรือหลากหลายคำตอบ เมื่อได้แนวคิดจำนวนมากแล้วจึงดำเนินการวางแผนเพื่อวิเคราะห์หาหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิดที่ดีที่สุด มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาและควรเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่ เป็นของตนเอง หลังจากนั้นดำเนินการค้นหาคำยอมรับแนวคิดที่ประเมินแล้วจากเพื่อนๆ หรือผู้สอน เมื่อแนวคิดเป็นที่ยอมรับแล้วจึงสามารถนำแนวคิดไป

ปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป จากปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนร่วมกันสร้างเจดิมหัตศวรรย์ สามารถสรุปให้เป็น การดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ได้ ดังนี้

ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการค้นหาข้อเท็จจริง ในสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ ต้องการและค้นหาปัญหา หาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด : กระดาษขนาดเอ 4 ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และตัวอย่าง ของเล่น “เจดิมหัตศวรรย์” ซึ่งเป็นชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่วางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการ : ของเล่น “เจดิมหัตศวรรย์” ขั้นตอนการสร้างด้วยวิธีการต่างๆ

การค้นหาปัญหา : การสร้างเจดิมหัตศวรรย์จากวัสดุและอุปกรณ์ที่ครูเตรียมให้เน้นควรเริ่มจาก การสร้างให้เป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดก่อน ซึ่งนักเรียนจะได้คำตอบว่า ต้องทำให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วจึงแบ่ง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้น

ค้นหาแนวคิด เป็นขั้นตอนที่นักเรียนช่วยกันคิดหาวิธีการสร้าง “เจดิมหัตศวรรย์” ซึ่งเริ่มจากการหาวิธี การทำกระดาษขนาดเอ 4 ที่กำหนดให้ ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี ขนาดใหญ่ที่สุด โดยนักเรียนต้องมีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับรูปร่างลักษณะและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และอาจ ใช้การวัด การเขียนภาพหรือแผนภาพแล้วตัดกระดาษตามภาพหรือแผนภาพนั้นๆ หรือใช้การพับกระดาษแล้ว คลี่ออกและตัดกระดาษตามรอยพับให้เป็นรูปเรขาคณิตตามที่ต้องการ จากนั้นนักเรียนสังเกตชิ้นส่วนรูปเรขาคณิต ที่จะต้องสร้างต่อไปจากรูปตัวอย่างของเล่นเจดิมหัตศวรรย์ ด้วยวิธีการต่างๆจนครบทั้งเจ็ดชิ้น ซึ่งในขั้นตอนนี้ครู แนะนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนอาจจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้แล้วก็ได้ ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือ แผนภาพและยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ด้วยแผ่นโป่งใส

ประเมินหรือตัดสินเลือกแนวคิด ให้นักเรียนช่วยกันประเมินหรือตัดสินเลือกวิธีการสร้างเจดิม หัตศวรรย์พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเลือก

ค้นหาการยอมรับ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนอย่างละเอียดและ ชัดเจน โดยเพื่อนและครูช่วยกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและครูอาจอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ชัดเจนขึ้น

นำแนวคิดไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เป็นขั้นตอนที่นักเรียนนำแนวคิดนี้ไปสร้างของเล่น เจดิมหัตศวรรย์ที่แข็งแรง ทนทานและสวยงาม เพื่อใช้เป็นของเล่นประจำชั้นเรียนต่อไปและแนะนำว่าเจดิมหัตศวรรย์ นี้สามารถนำมาวางเรียงต่อกันใหม่เป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้มากมาย โดยครูแสดงตัวอย่างของการวางเรียงกัน เป็นรูปเรขาคณิตที่แตกต่างกันสองตัวอย่าง

4. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 3 คน โดยสมาชิกในแต่ละกลุ่มแนะนำตนเองภายในกลุ่ม พร้อมทั้ง เลือกประธานกลุ่ม เลขานุการ ผู้สนับสนุนและผู้รายงาน โดยให้นักเรียนศึกษาบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกใน กลุ่มตามเอกสารคำชี้แจงที่ครูแจกให้ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งชื่อกลุ่ม

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.2 “สำรวจเจดิมหัตศวรรย์” ให้แต่ละกลุ่มช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมในตอน ที่ 1 ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อนำไปสู่การแนะนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต ที่กล่าวว่า “รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี”หรือกล่าว ได้ว่า “รูปเรขาคณิตทั้งสองรูปมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน” และยังสามารถสรุปได้อีกว่ารูปเรขาคณิตทั้ง สองรูปนั้นมีพื้นที่เท่ากัน พร้อมทั้งแนะนำเรื่องเส้นสมมาตรของรูปเรขาคณิต ซึ่งเป็นเส้นที่แบ่งรูปเรขาคณิตรูปหนึ่ง

ปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป จากปัญหาที่กำหนดให้นักเรียนร่วมกันสร้างเจ็ดมหัสจรรย์ สามารถสรุปให้เป็น การดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ได้ ดังนี้

ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการค้นหาข้อเท็จจริง ในสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ ต้องการและค้นหาปัญหา หาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด : กระดาษขนาดเอ 4 ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และตัวอย่าง ของเล่น “เจ็ดมหัสจรรย์” ซึ่งเป็นชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่วางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการ : ของเล่น “เจ็ดมหัสจรรย์” ขั้นตอนการสร้างด้วยวิธีการต่างๆ

การค้นหาคำตอบ : การสร้างเจ็ดมหัสจรรย์จากวัสดุและอุปกรณ์ที่ครูเตรียมให้แล้วควรเริ่มจาก การสร้างให้เป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดก่อน ซึ่งนักเรียนจะได้คำตอบว่า ต้องทำให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วจึงแบ่ง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้น

ค้นหาแนวคิด เป็นขั้นตอนที่นักเรียนช่วยกันคิดหาวิธีการสร้าง “เจ็ดมหัสจรรย์” ซึ่งเริ่มจากการหาวิธี การทำกระดาษขนาดเอ 4 ที่กำหนดให้ ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี ขนาดใหญ่ที่สุด โดยนักเรียนต้องมีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับรูปร่างลักษณะและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และอาจ ใช้การวัด การเขียนภาพหรือแผนภาพแล้วตัดกระดาษตามภาพหรือแผนภาพนั้นๆ หรือใช้การพับกระดาษแล้ว คลี่ออกและตัดกระดาษตามรอยพับให้เป็นรูปเรขาคณิตตามที่ต้องการ จากนั้นนักเรียนสังเกตชิ้นส่วนรูปเรขาคณิต ที่จะต้องสร้างต่อไปจากรูปตัวอย่างของเล่นเจ็ดมหัสจรรย์ ด้วยวิธีการต่างๆจนครบทั้งเจ็ดชิ้น ซึ่งในขั้นตอนนี้ครู แนะนำยุทธวิธีวิธีการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนอาจจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้แล้วก็ได้ ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือ แผนภาพและยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ด้วยแผนโปร่งใส

ประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิด ให้นักเรียนช่วยกันประเมินหรือตัดสินใจเลือกวิธีการสร้างเจ็ด มหัสจรรย์พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเลือก

ค้นหาการยอมรับ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนอย่างละเอียดและ ชัดเจน โดยเพื่อนและครูช่วยกันพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและครูอาจอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ชัดเจนขึ้น

นำแนวคิดไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เป็นขั้นตอนที่นักเรียนนำแนวคิดนี้ไปสร้างของเล่น เจ็ดมหัสจรรย์ที่แข็งแรง ทนทานและสวยงาม เพื่อใช้เป็นของเล่นประจำชั้นเรียนต่อไปและแนะนำว่าเจ็ดมหัสจรรย์ นี้สามารถนำมาวางเรียงต่อกันใหม่เป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้มากมาย โดยครูแสดงตัวอย่างของการวางเรียงกัน เป็นรูปเรขาคณิตที่แตกต่างกันสองตัวอย่าง

4. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 3 คน โดยสมาชิกในแต่ละกลุ่มแนะนำตนเองภายในกลุ่ม พร้อมทั้ง เลือกประธานกลุ่ม เลขานุการ ผู้สนับสนุนและผู้รายงาน โดยให้นักเรียนศึกษาบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกใน กลุ่มตามเอกสารคำชี้แจงที่ครูแจกให้ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งชื่อกลุ่ม

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.2 “สำรวจเจ็ดมหัสจรรย์” ให้แต่ละกลุ่มช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมในตอน ที่ 1 ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อนำไปสู่การแนะนำความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต ที่กล่าวว่า “รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี”หรือกล่าว ได้ว่า “รูปเรขาคณิตทั้งสองรูปมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน” และยังสามารถสรุปได้อีกว่ารูปเรขาคณิตทั้ง สองรูปนั้นมีพื้นที่เท่ากัน พร้อมทั้งแนะนำเรื่องเส้นสมมาตรของรูปเรขาคณิต ซึ่งเป็นเส้นที่แบ่งรูปเรขาคณิตรูปหนึ่ง

การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคล

เอกสารชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

ประธานกลุ่ม เป็นผู้คอยกระตุ้นให้สมาชิกทุกคนเสนอความคิดเห็น ให้ทุกคนเอาใจใส่กับการทำงาน ด้วยความเต็มใจ ให้เสร็จทันเวลาและสรุปผลการอภิปราย

เลขานุการ เป็นผู้บันทึกการอภิปราย การตัดสินใจของกลุ่ม แนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของ ปัญหา

ผู้สนับสนุน เป็นผู้อ่านปัญหา ช่วยอภิปราย คอยช่วยเหลือสนับสนุน ช่วยจัดหาข้อมูลและอุปกรณ์ ต่างๆ เพิ่มเติม

นอกจากนี้ยังมี**ผู้รายงาน** เป็นผู้นำเสนอผลงานต่อชั้นเรียน แลกเปลี่ยนผลงานกับกลุ่มอื่น ซึ่งในกรณี ที่กลุ่มมีสมาชิก 3 คน ให้ประธานกลุ่มเป็นผู้มอบหมายให้สมาชิกในกลุ่มคนใดคนหนึ่งหรือตัวเองเป็นผู้รายงาน

หมายเหตุ นักเรียนทุกคนในกลุ่มควรหมุนเวียนสลับเปลี่ยนกันปฏิบัติตามบทบาทหน้าที่ให้ครบทุกหน้าที่

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

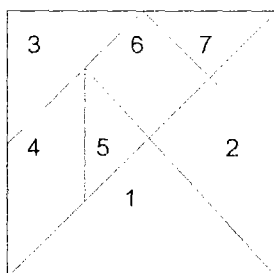
1. ชื่อประธานกลุ่ม..... ชั้น
2. ชื่อเลขานุการ ชั้น
3. ชื่อผู้สนับสนุน..... ชั้น
4. ชื่อผู้รายงาน ชั้น

ใบกิจกรรมที่ 1.1 ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์

ชื่อ.....

ชั้น.....

ตอนที่ 1 ของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” เป็นของเล่นเก่าแก่ของชาวจีน ที่เรียกว่า “ฉี่เจียวตุ” ประกอบด้วยชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่วางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพ ให้นักเรียนสำรวจว่าชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตแต่ละชิ้นเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดและมีรูปร่างลักษณะอย่างไร แล้วเติมข้อมูลต่างๆ ลงในตารางข้างล่างนี้



ชิ้นส่วนรูปที่	ชนิดของรูปเรขาคณิต	รูปร่างลักษณะ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนสร้างของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” จากกระดาษขนาด เอ 4 และอุปกรณ์ที่ครูเตรียมให้ พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการสร้างด้วยวิธีการต่างๆ และเขียนภาพประกอบในแต่ละขั้นตอนด้วย

ขั้นตอนการสร้างรูปต่อ “เจ็ดมหัศจรรย์”

1. นำกระดาษขนาด เอ4 ซึ่งมีลักษณะเป็นรูป.....ทำให้เป็นรูป.....
มีรูปร่างลักษณะ.....

 ด้วยวิธีการ.....

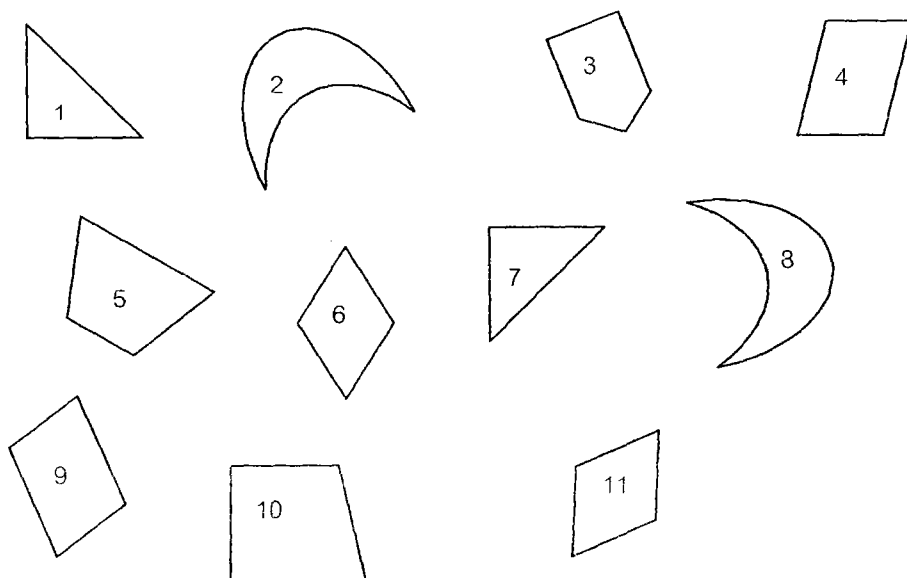
2. ให้นักเรียนเขียนภาพแสดงขั้นตอนการสร้าง “เจ็ดมหัศจรรย์” ตามวิธีการที่นักเรียนเลือก พร้อมทั้งอธิบายวิธีการสร้างในแต่ละขั้นตอนเพื่อให้ได้ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้น

ใบกิจกรรมที่ 1.2 สำรวจเจ็ดมหัศจรรย์

ชื่อ.....
 กลุ่ม.....ชั้น.....

ตอนที่ 1

1. จากรูปต่อไปนี้ ให้แต่ละกลุ่มพิจารณาว่ามีรูปสองรูปใดบ้างที่สามารถนำมาวางทับกันได้สนิทพอดี



.....

.....

.....

.....

รูปสองรูปที่ทับกันสนิทพอดี จะมีรูปร่าง.....และขนาด.....

เรียกรูปสองรูปที่ทับกันสนิทพอดีว่า รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ

และสามารถสรุปได้ว่า รูปสองรูปที่เท่ากันทุกประการนั้นมีพื้นที่เท่ากัน ด้วย

ดังนั้น รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี

ถ้านักเรียนจะตรวจสอบว่ารูปเรขาคณิตสองรูปใดมีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ นักเรียนจะทำการตรวจสอบอย่างไร

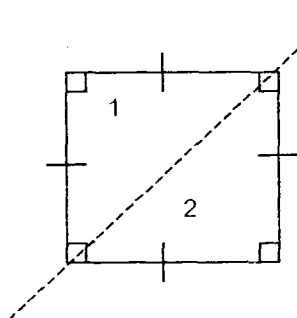
.....

.....

.....

2. ให้แต่ละกลุ่มหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปเรขาคณิตต่อไปนี้

(1)



รูปที่กำหนดให้เป็นรูปสี่เหลี่ยม.....

เพราะว่า.....

ให้เส้นประเป็นแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมและแบ่งรูปสี่เหลี่ยม
ออกเป็นรูปเรขาคณิตสองรูปคือ รูป 1 และ รูป 2

ถ้าพับรูปตามรอยเส้นประ นักเรียนคิดว่ารูปทั้งสองจะทับกันสนิท
พอดี/ไม่พอดี.....

พื้นที่ของรูป 1 พื้นที่ของรูป 2 เพราะหา

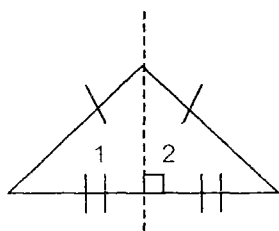
รูป 1 เป็นรูป มีพื้นที่เป็น

ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ เพราะหา.....

รูป 2 เป็นรูป มีพื้นที่เป็น

ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ เพราะหา.....

(2)



รูปที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

เพราะหา.....

ให้เส้นประเป็นเส้นที่ลากผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับฐานของรูป
สามเหลี่ยมซึ่งแบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นรูปเรขาคณิตสองรูป คือ
รูป 1 และ รูป 2

ถ้าพับรูปตามรอยเส้นประ นักเรียนคิดว่ารูปทั้งสองจะทับกันสนิท
พอดี/ไม่พอดี.....

พื้นที่ของรูป 1 พื้นที่ของรูป 2 เพราะว่า.....

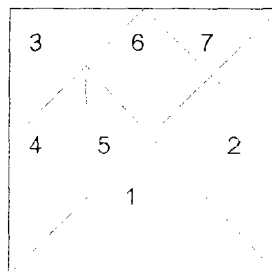
รูป 1 เป็นรูป มีพื้นที่เป็น
ของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้เพราะว่า.....

รูป 2 เป็นรูป..... มีพื้นที่เป็น.....
ของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้เพราะว่า.....

ถ้าพับรูปเรขาคณิตรูปหนึ่งให้เป็นรูปเรขาคณิตสองรูปที่ทับกันสนิทพอดี จะได้ว่ารูปเรขาคณิตทั้งสองมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน เรียกว่า รูปเรขาคณิตทั้งสองเท่ากันทุกประการ หรือเป็นรูปเรขาคณิตสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากันและเรียกสั้นๆว่าสั้นว่า **เส้นสมมาตร**

ตอนที่ 2

1. ให้นักเรียนสำรวจ ค้นหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นของ “เจ็ดมหัศจรรย์” ดังนี้



- (1) ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตที่มีพื้นที่เท่ากัน

ได้แก่.....

- (2) ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตที่มีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตอีกชิ้นหนึ่ง

ได้แก่.....

- (3) ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตที่มีพื้นที่เป็นสี่เท่าของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตอีกชิ้นหนึ่ง

ได้แก่.....

[illegible]

ตอนที่ 3 ต่อเจ็ดมหัสจรรย์เป็นรูปเรขาคณิต

ให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันเรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นของเจ็ดมหัสจรรย์เป็นรูปเรขาคณิตอย่างน้อยสองรูป แต่ละรูปต้องใช้ทั้งเจ็ดชิ้นและห้ามวางซ้อนทับกัน เช่น รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และผืนกรูปร่างที่เรียงต่อได้ลงในใบกิจกรรมนี้ แล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งอธิบายรูปร่างลักษณะของรูปเรขาคณิตที่ต่อได้นั้นด้วย

1. รูป..... มีรูปร่างลักษณะ.....
.....
.....
.....
.....

2. รูป มีรูปร่างลักษณะ

.....

.....

.....

.....

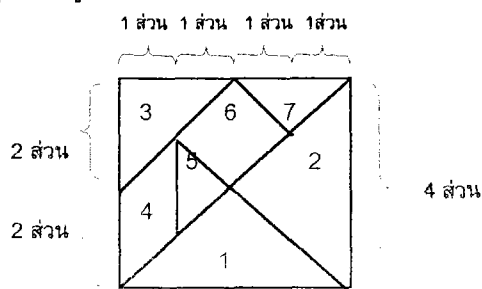
ตอนที่ 4 เล่นกับเจ็ดมหัศจรรย์

1. ให้นักเรียนสร้างเจ็ดมหัศจรรย์คนละ 1 ชุด
2. ให้นักเรียนแต่ละคนเรียงต่อชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นนี้ให้เป็นรูปที่มีความหมาย เช่น คน สัตว์ สิ่งของ เครื่องใช้ ตามความต้องการของนักเรียน คนละ 1 รูป (ห้ามวางซ้อนทับกัน) แล้วให้ผืนกลงบนกระดาษเปล่า หลังจากนั้นนักเรียนนำเสนอผลงานบนป้ายนิเทศ

เอกสารเสริมสำหรับครู ปฐมนิเทศ ร่วมกันสร้างเจ็ดมหัศจรรย์

กิจกรรมนี้มีจุดประสงค์ที่จะแนะนำ และฝึกให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิต ที่เป็นการให้นักเรียนร่วมกันลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง แก้ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างของเล่นรูปต่อที่มีชื่อว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” หรือแทนแกรม และการเรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นให้เป็นรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ หรือรูปที่มีความหมายตามความต้องการของนักเรียน

เจ็ดมหัศจรรย์เป็นของเล่นเก่าแก่ของชาวจีน เรียกว่า “ฉีเจียวตุ” สามารถสร้างได้จากการพับและตัดกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปเรขาคณิตเล็กๆ เจ็ดชิ้น ดังภาพ



กติกาในการเล่น คือ ให้นำชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นมาเรียงต่อกัน ห้ามวางซ้อนทับกัน เรียงต่อกันให้เป็นรูปที่มีความหมาย เช่น คน สัตว์ สิ่งของเครื่องใช้ ตามที่ผู้เล่นต้องการ นอกจากนี้ยังสามารถนำมาเรียงต่อกันเป็นรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปหกเหลี่ยม เป็นต้น

การนำเจ็ดมหัศจรรย์มาใช้ในกิจกรรม กระทำได้ใน 2 ลักษณะ คือ

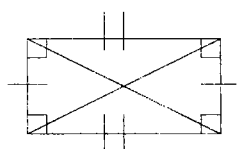
1. ใช้เป็นสื่อทบทวนความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่ รูปร่างลักษณะ สมบัติและพื้นที่ของรูปเรขาคณิต โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติสร้างรูปเรขาคณิต แล้วสำรวจ ค้นหาและใช้คำถามกระตุ้น เช่น ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นมีลักษณะอย่างไร เป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด ทำไมจึงเป็นรูปเรขาคณิตชนิดนั้น แต่ละรูปมีพื้นที่สัมพันธ์กันอย่างไร สำหรับวิธีค้นหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของชิ้นส่วนแต่ละชิ้น นักเรียนอาจทำได้โดยการกะเนด้วยสายตาแล้วตรวจสอบจากการวางซ้อนทับกันโดยตรง ถ้ารูปเรขาคณิตสองรูปสามารถวางทับกันได้สนิทพอดีจะเท่ากันทุกประการและจะมีพื้นที่เท่ากันด้วยหรือจากการใช้รูปสามเหลี่ยมเล็กเป็นสื่อกลางในการเปรียบเทียบพื้นที่

2. ใช้เป็นสื่อในการแนะนำและฝึกปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้นเรียนและการรายงานผลการแก้ปัญหา การให้นักเรียนช่วยกันเรียงต่อชิ้นส่วนเป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ เป็นกลุ่มเล็กตามที่กลุ่มต้องการแล้วรายงานผลปฏิบัติหน้าชั้นเรียนและการปฏิบัติเป็นรายบุคคล โดยการนำชิ้นส่วนทั้งเจ็ดมาเรียงต่อเป็นรูปที่มีความหมาย

ความรู้พื้นฐาน

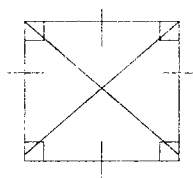
1. รูปร่างลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิต

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากหรือเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากหรือเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

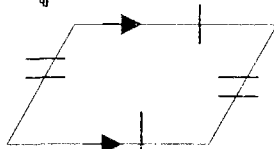


รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน ตั้งฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันหนึ่งคู่

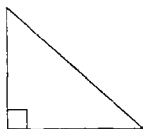


รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่

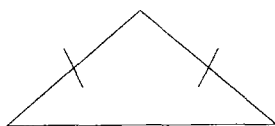


รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันสองคู่และเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉากหรือมีขนาด 90 องศา



รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน



มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

2. ความเท่ากันทุกประการ

บทนิยาม รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี

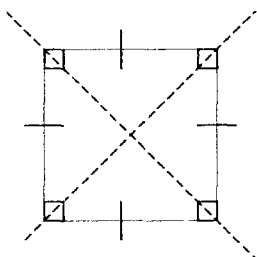
ในบทนิยามข้างต้น จำเป็นต้องมีข้อความหรือข้อตกลงเบื้องต้นที่ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ที่เรียกว่า **สัจพจน์** ซึ่งกล่าวถึงการเคลื่อนที่ของรูปเรขาคณิตหรือการย้ายรูปเรขาคณิตดังต่อไปนี้ด้วย

“สามารถย้ายรูปเรขาคณิตใดๆ ได้โดยที่รูปร่างและขนาดไม่เปลี่ยนแปลง การย้ายรูปจะเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งอย่างเดียวเท่านั้น”

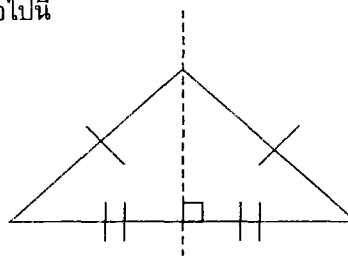
รูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการต้องมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากันและรูปเรขาคณิตทั้งสองมีพื้นที่เท่ากัน

3. เส้นสมมาตร เป็นเส้นที่แบ่งรูปเรขาคณิตใดๆ ออกเป็นรูปเรขาคณิตสองรูปที่มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน หรือเป็นรูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการ หรือเป็นรูปเรขาคณิตสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน เช่น ตัวอย่างเส้นสมมาตรของรูปเรขาคณิต

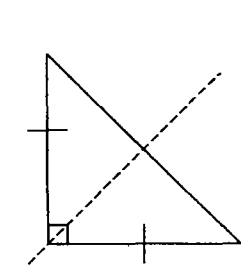
ให้เส้นประเป็นเส้นสมมาตรของรูปเรขาคณิต ต่อไปนี้



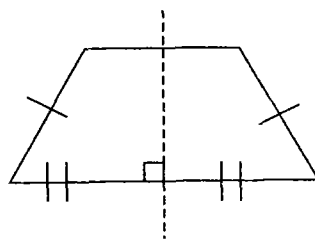
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว



รูปสี่เหลี่ยมคางหมูจัตุรัส

แนวตอบตามใบกิจกรรมที่ 1.1

ตอนที่ 1

ชิ้นส่วนรูปที่ 1 , 2 , 3 , 5 และ 7 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูปยังเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย เพราะมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน

ชิ้นส่วนรูปที่ 4 เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เพราะเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกันทั้งสองคู่

ชิ้นส่วนรูปที่ 6 เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ตอนที่ 2

การสร้างของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์”

สิ่งที่โจทย์กำหนด : กระดาษขนาด เอ 4 ที่มีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและตัวอย่างของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” ซึ่งเป็นชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่วางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการ : ของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” ที่สร้างจากกระดาษขนาด เอ 4 และอุปกรณ์ที่ครูเตรียมให้และขั้นตอนการสร้างด้วยวิธีการต่างๆ

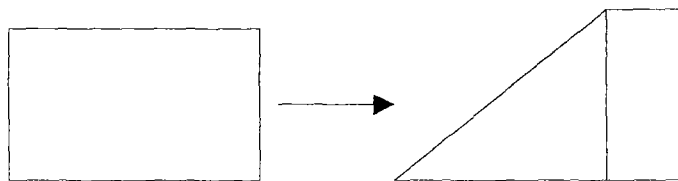
ของเล่น “เจ็ดมหัศจรรย์” ประกอบด้วยชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตจำนวนเจ็ดชิ้นที่เรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังนั้นขั้นตอนแรกของการสร้าง จะต้องทำกระดาษขนาด เอ 4 ที่กำหนดให้ ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วจึงแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นและสังเกตลำดับของชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตที่จะสร้างว่าจะต้องสร้างรูปเรขาคณิตชิ้นส่วนใดก่อนหรือหลัง

ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ แล้วตัดรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นออกมาหรือยุทธวิธีลงมือปฏิบัติด้วยการพับและตัดกระดาษตามรอยพับจะทำให้ได้ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตตามลำดับก่อนหลัง ซึ่งการพับกระดาษตามรอยพับซึ่งเรียกว่าเส้นสมมาตรของรูปเรขาคณิตต่างๆ นั้น จะได้รูปเรขาคณิตสองรูปที่เท่ากันทุกประการ เนื่องจากเมื่อพับตามเส้นสมมาตรจะทำให้รูปเรขาคณิตทั้งสองทับกันสนิทพอดี แสดงว่ามีรูปทั้งสองมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากันและมีพื้นที่เท่ากัน

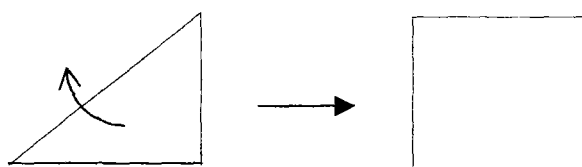
ขั้นตอนการสร้างรูปต่อ “เจ็ดมหัศจรรย์” ซึ่งนักเรียนอาจจะเสนอลำดับขั้นตอนที่แตกต่างไปจากนี้ได้

จากข้อ 1 นำกระดาษขนาดเอ 4 ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทำให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านทั้งสี่เท่ากัน ด้วยวิธีการวัดความยาวของด้านทั้งสี่ให้

เท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แล้วตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือพหุกระดาดขนาด 4 ให้ด้านประชิดกันสองด้านมาพบกัน ดังรูป

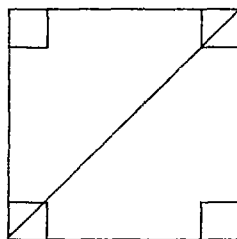


ตัดกระดาษตามรอยเส้นประ แล้วคลี่กระดาษที่พับไว้ออก จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป

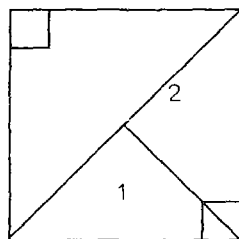


ข้อ 2 ทำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้น
วิธีที่ 1 ใช้ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ตามขั้นตอนดังนี้

สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉากจำนวนสองรูปที่เท่ากันทุกประการและมีพื้นที่เท่ากัน ด้วยการลากเส้นทแยงมุมหนึ่งเส้น

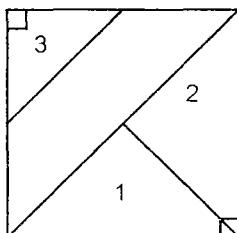


สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่เท่ากันทุกประการ และมีพื้นที่เท่ากัน คือ ชิ้นส่วนรูป 1 และชิ้นส่วนรูป 2 ในเจ็ดมัทศกรรย์ ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงตามแนวเส้นทแยงมุมอีกหนึ่งเส้นให้มีความยาวเพียงครึ่งหนึ่งของความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในข้อ 2 ดังรูป

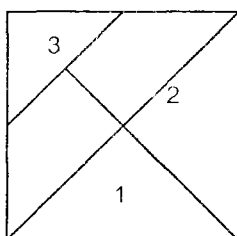


สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วหรือชิ้นส่วนรูป 3 ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉากและด้านประกอบมุมยอดที่เป็นมุมฉากนั้นยาวเท่ากัน และรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว มีลักษณะเป็นรูป

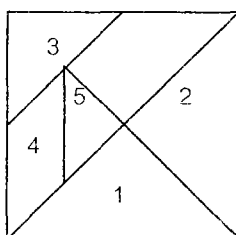
สี่เหลี่ยมที่มีด้านคู่ขนานเพียงหนึ่งคู่และด้านคู่ที่ไม่ขนานกันยาวเท่ากัน ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านประกอบมุมยอดซึ่งเป็นมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่เหลือ ดังรูป



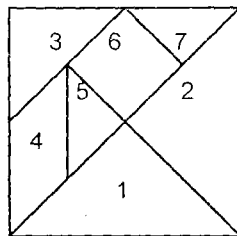
สร้างรูปสี่เหลี่ยมคางหมูสองรูปที่เท่ากันทุกประการ และมีพื้นที่เท่ากัน ที่มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านคู่ขนานเพียงหนึ่งคู่ ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงต่อจากส่วนของเส้นตรงตามแนวเส้นทแยงมุมที่มีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในขั้นตอนก่อนหน้านี้ไปถึงฐานของรูป 3 ดังรูป



สร้างชิ้นส่วนรูป 4 ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านคู่ขนานสองคู่และด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน สร้างชิ้นส่วนรูป 5 ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากทั้งสองยาวเท่ากัน ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงขนานกับด้านที่ไม่ใช่ด้านคู่ขนานและไม่ใช่ด้านประกอบมุมฉากของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่ง ดังรูป

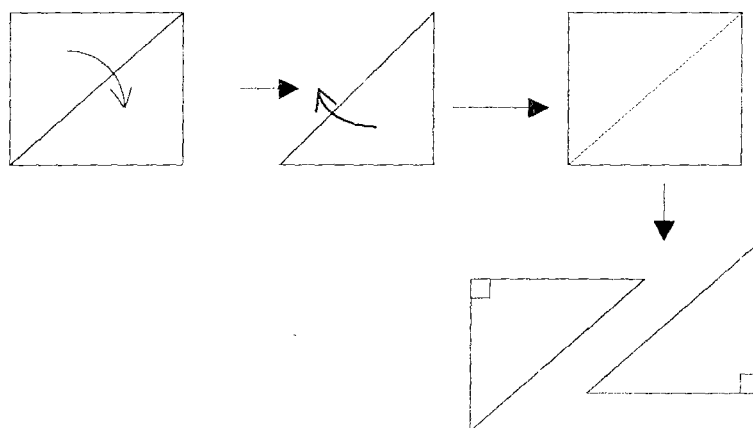


สร้างชิ้นส่วนรูป 6 ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากันทั้งสี่ด้าน และชิ้นส่วนรูป 7 ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากทั้งสองยาวเท่ากัน ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับด้านคู่ขนาน ด้านที่ยาวกว่าของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูอีกรูปหนึ่ง ดังรูป

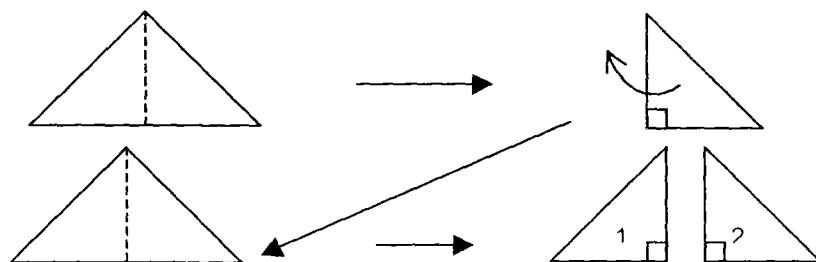


วิธีที่ 2 ใช้ทฤษฎีลงมือปฏิบัติโดยการพับและตัดกระดาษ

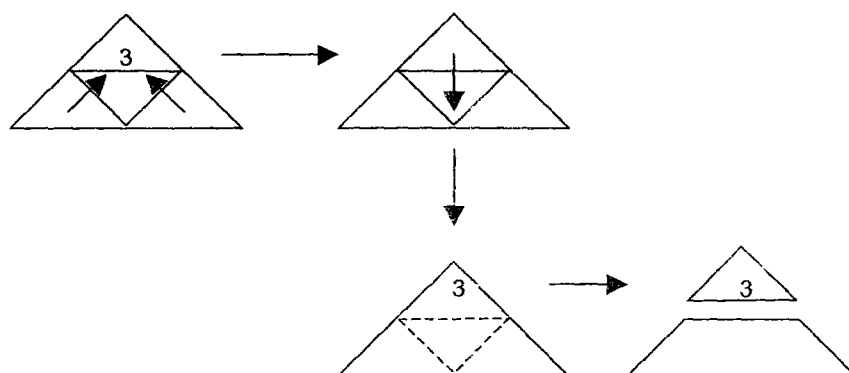
พับกระดาษตามแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่ทับกันสนิทพอดีแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งสองเท่ากันทุกประการ แล้วคลี่กระดาษที่พับออกและตัดตามรอยพับ จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่เท่ากันทุกประการและมีพื้นที่เท่ากัน ดังรูป



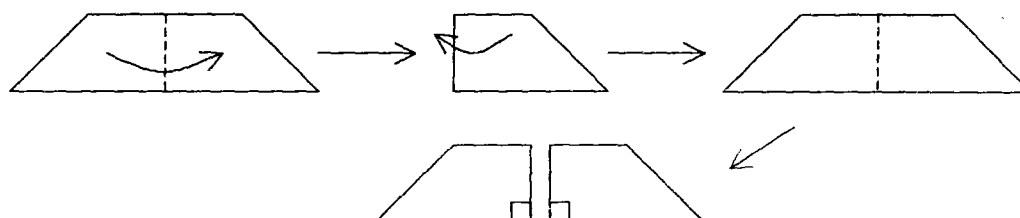
นำชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ตัดได้มาหนึ่งชิ้น พับครึ่งมุมยอดที่เป็นมุมฉาก ให้ด้านประชิดมุมทั้งสองด้านมาพบกัน แล้วคลี่ออก เมื่อตัดตามรอยพับจะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปทับกันสนิทพอดี แสดงว่ารูปทั้งสองเท่ากันทุกประการและมีพื้นที่เท่ากันหรือรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน ดังรูป



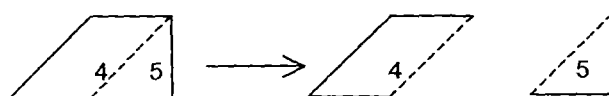
นำชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ตัดไว้แล้วอีกรูปหนึ่ง มาพับจุดยอดสองจุดขึ้นไปพบจุดยอดที่สามซึ่งเป็นมุมฉาก แล้วคลี่ออกและพับจุดยอดที่สามลงมาพบด้านตรงข้าม คลี่กระดาษออก ตัดกระดาษตามรอยพับในแนวนอนจะได้ชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตสองรูปคือรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วและรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว ดังรูป



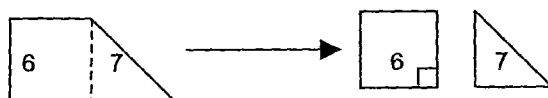
นำชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่วที่ตัดไว้แล้วมาพับ โดยให้ด้านคู่ที่มีความยาวเท่ากันมาพบกันแล้ว คลี่ออกและตัดตามรอยพับ จะได้รูปสี่เหลี่ยมคางหมูสองรูปที่ทับกันสนิทพอดี เพราะรอยพับนั้นเป็นเส้นสมมาตรของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว แสดงว่ารูปทั้งสองเท่ากันทุกประการและมีพื้นที่เท่ากันหรือรูปทั้งสองมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเท่ากัน ดังรูป



นำชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมคางหมูชิ้นหนึ่งที่ตัดได้มาพับตามรอยเส้นประ แล้วคลี่ออกและตัดตามรอยพับ จะได้ชิ้นส่วนรูป 4 และ รูป 5 ดังรูป



นำชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่เหลืออีกหนึ่งชิ้นมาพับตามเส้นประและตัดตามรอยพับหรือเส้นประ จะได้ชิ้นส่วนรูป 6 และรูป 7 ดังรูป



แนวตอบตามใบกิจกรรมที่ 1.2

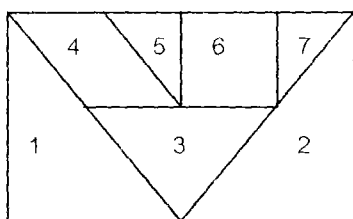
ตอนที่ 2 ข้อ 1

1. ชิ้นส่วนรูป 1 มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของชิ้นส่วนรูป 2 ชิ้นส่วนรูป 3 รูป 4 และ รูป 6 มีพื้นที่เท่ากัน ชิ้นส่วนรูป 5 และ รูป 7 มีพื้นที่เท่ากัน
2. ชิ้นส่วนรูป 3 รูป 4 และรูป 6 แต่ละชิ้นมีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูป 1 หรือ รูป 2 ชิ้นส่วนรูป 5 และ รูป 7 แต่ละชิ้นมีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูป 3 หรือรูป 4 หรือรูป 6
3. ชิ้นส่วนรูป 1 และรูป 2 แต่ละชิ้นมีพื้นที่เป็น 4 เท่าของพื้นที่ของชิ้นส่วนรูป 5 หรือรูป 7

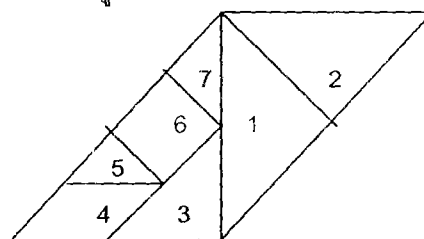
ข้อ 2 นักเรียนอาจมีวิธีการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบในข้อ 1 โดยการยกชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตชิ้นหนึ่งวางซ้อนทับอีกชิ้นหนึ่งถ้าทับกันสนิทพอดีแสดงว่าชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งสองเท่ากันทุกประการและมีพื้นที่เท่ากันหรือเปรียบเทียบพื้นที่โดยใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วรูปเล็กที่สุดคือรูป 5 และรูป 7 เป็นตัวกลางในการเปรียบเทียบว่าชิ้นส่วนอื่นๆ แต่ละชิ้นมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเล็กที่รูป

ตอนที่ 3 ตัวอย่างการเรียงต่อชิ้นส่วน “เจ็ดมหัศจรรย์” เป็นรูปเรขาคณิต

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



แผนการสอนกิจกรรมที่ 3

ชื่อกิจกรรม ผลบวกขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุม
ของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า การนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้วยวิธีการต่างๆ รวมทั้งการค้นหาสูตรการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อกำหนดจำนวนด้านมาให้และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้แก่ การหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เช่น รังผึ้ง ตาข่ายประตูฟุตบอล อีกทั้งยังได้เห็นประโยชน์ของการใช้รูปสามเหลี่ยมในการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ เพื่อนำไปใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้จากการสังเกต การสำรวจ การลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง การทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย การค้นหาแบบรูปโดยการสร้างตารางเพื่อรวบรวมข้อมูล แล้วสรุปเป็นรูปทั่วไป เป็นสูตรหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ และจากการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันภายในกลุ่ม

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. หาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่กำหนดให้
2. หาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่กำหนดให้
3. บอกสูตรการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป

หลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และนำไปใช้

ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต

1. ชนิดและขนาดของมุมต่างๆ
2. รูปหลายเหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
3. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
4. การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 3.1 “รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า”
2. ใบกิจกรรมที่ 3.2 “ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า”
3. ใบกิจกรรมที่ 3.3 “ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า”

4. ใบกิจกรรมที่ 3.4 “กิจกรรมรายบุคคล”
5. ภาพกรอบรูป รังผึ้งและตาข่ายประตูฟุตบอล
6. กระดาษรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
7. แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย” “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” “ยุทธวิธีสร้างตาราง”

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูนำภาพกรอบรูปซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยม ภาพรังผึ้งและตาข่ายประตูฟุตบอลซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามาให้แก่นักเรียนสังเกตว่ามีรูปร่างลักษณะอย่างไร แล้วแจกใบกิจกรรมที่ 3.1 “รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า” ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรม พร้อมทั้งแนะนำและเสริมความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ เพื่อที่นักเรียนจะได้นำความรู้เหล่านี้ไปใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ได้แก่ รังผึ้งหรือตาข่ายประตูฟุตบอล

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3.2 “ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า” ให้นักเรียนนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งหรือตาข่ายประตูฟุตบอลซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ด้วยการปฏิบัติตามกิจกรรมและตอบคำถามที่ครูกำหนดให้ในแต่ละตอนของใบกิจกรรม ซึ่งเป็นการทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย โดยเริ่มจากการหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมและผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนด้านน้อยที่สุดคือรูปสามเหลี่ยม ด้วยวิธีการต่างๆ จากนั้นเพิ่มจำนวนด้านครั้งละหนึ่งด้านจะได้รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม ด้านเท่ามุมเท่าและรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ตามลำดับ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาย่อยอย่างสร้างสรรค์เริ่มจาก

ทำความเข้าใจปัญหา ค้นหาข้อเท็จจริงและค้นหาปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดในปัญหานี้ คือภาพรังผึ้งหรือตาข่ายประตูฟุตบอลที่มีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า สิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการคือผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งหรือตาข่ายประตูฟุตบอลหรือรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ข้อเท็จจริงที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม แล้วนำมาค้นหาแนวคิดซึ่งครูกำหนดคำถามในแต่ละตอนของใบกิจกรรมกระตุ้นให้นักเรียนหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาแต่ละตอน เมื่อได้แนวคิดที่หลากหลายแล้วให้นักเรียนประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิดตามเหตุผลของการพิจารณาตัดสินใจของนักเรียนเองในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งหรือตาข่ายประตูฟุตบอลหรือรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตนเอง จากนั้นให้นักเรียนส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนอย่างละเอียดและชัดเจนเพื่อค้นหาคำตอบที่ยอมรับจากเพื่อนและผู้สอน พิจารณาความถูกต้องของแนวคิดและคำตอบของปัญหาคูสรูปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอและอธิบายเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งแนะนำยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ที่นอกเหนือจากยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ได้แก่ ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อยและยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตและรวบรวมข้อมูลที่อยู่ในตาราง แล้วนำ

มาเป็นแนวทางในการหาคำตอบที่ปัญหาต้องการ ด้วยแผ่นโปร่งใส แล้วให้นักเรียนนำแนวคิดไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป ได้แก่ การค้นหาสูตรหรือรูปทั่วไปของการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อกำหนดจำนวนด้านของรูปมาให้ ซึ่งเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนด้านมากและไม่สะดวกต่อการวาดภาพ เช่น รูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า รูปร้อยเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เป็นต้น

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 คนและแจกใบกิจกรรมที่ 3.3 “ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า” ให้แต่ละกลุ่มใช้กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ช่วยกันนำแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 3.1 ได้แก่ การแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ โดยการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่งหรือลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมจุดหนึ่งของรูปหลายเหลี่ยมกับจุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามมาใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเมื่อกำหนดจำนวนด้านที่มีค่ามากมาเกินไป เช่น รูปแปดเหลี่ยม รูปสิบเหลี่ยม รูปร้อยเหลี่ยมและรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อ n เป็นจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าซึ่งเป็นสูตรหรือรูปทั่วไปของการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อกำหนดจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมมาให้ ด้วยการสำรวจและรวบรวมข้อมูลในตารางแล้วสรุปเป็นสูตรหรือรูปทั่วไป แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอหน้าชั้นเรียนอย่างละเอียดและชัดเจน ถ้ากลุ่มใดมีวิธีการที่แตกต่างออกไปให้นำเสนอต่อจากกลุ่มที่นำเสนอก่อนหน้านี้ ซึ่งเป็นวิธีการทำนองเดียวกับวิธีนี้ เป็นการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ แต่ใช้การลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมแต่ละจุดกับจุดจุดหนึ่งที่อยูภายในรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่านี้

4. ครูสรุปประเด็นแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอและอธิบายเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้นและสรุปกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ยุทธวิธีแก้ปัญหาต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ นอกเหนือจากยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ได้แก่ ยุทธวิธีสร้างตารางและยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3.4 “กิจกรรมรายบุคคล” ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล เป็นการนำความรู้เกี่ยวกับสูตรการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อกำหนดจำนวนด้านมาให้อหรือการหาจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่ง เมื่อกำหนดผลบวกของขนาดของมุมภายในหรือขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปนั้นมาให้

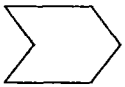
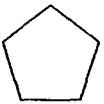
การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล

ใบกิจกรรมที่ 3.1 รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

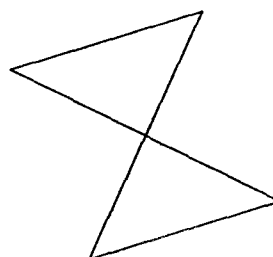
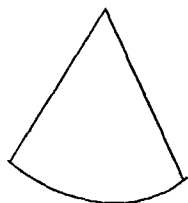
ชื่อ.....
 ชั้น.....

1. ให้นักเรียนสังเกตรูปร่างลักษณะของรูปเรขาคณิตต่อไปนี้ แล้วเติมข้อมูลในตาราง

รูปที่	ชนิดของรูปเรขาคณิต	จำนวน ด้าน	จำนวน มุม	ขนาดของมุมภายใน เท่ากันทุกมุมหรือไม่	ความยาวของด้าน เท่ากันทุกด้าน หรือไม่
1 					
2 					
3 					
4 					
5 					
6 					

รูปเรขาคณิตทั้งหมดในตาราง เรียกว่า รูปหลายเหลี่ยม

รูปต่อไปนี้ไม่ใช่รูปหลายเหลี่ยม



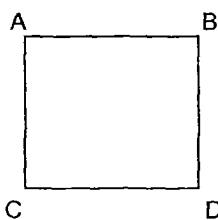
ดังนั้น รูปหลายเหลี่ยมเป็นรูปที่ด้านทุกด้านมีลักษณะเป็น.....
 ด้านแต่ละคู่ของรูปหลายเหลี่ยมตัดกันเพียงจุดเดียวที่.....
 จากตารางข้างบน รูปเรขาคณิตรูปใดบ้างที่แต่ละรูปที่ด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน.....

การเรียกชื่อรูปหลายเหลี่ยม

การเรียกชื่อรูปหลายเหลี่ยมจะเรียกตามจำนวนด้านที่มีอยู่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

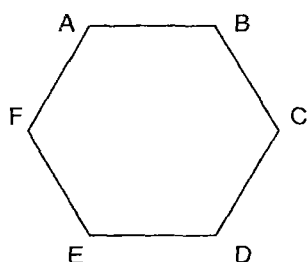
จำนวนด้าน	ชื่อของรูปหลายเหลี่ยม
3 	รูปสามเหลี่ยม
4 	รูปสี่เหลี่ยม
5 	
6 	
8 	

รูปหลายเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน
 เรียกว่า รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



จากรูปสี่เหลี่ยม ABCD จุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามจุดยอดมุม A คือ จุดยอดมุม D

ดังนั้น จุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามจุดยอดมุม B คือ



จากรูปหกเหลี่ยม ABCDEF

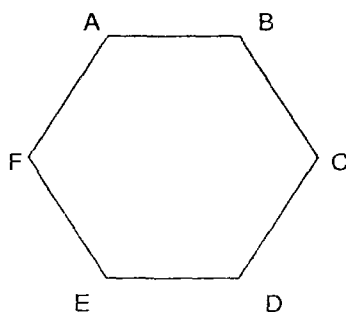
จุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามจุดยอดมุม A ได้แก่ จุดยอดมุม C จุดยอดมุม D และจุดยอดมุม E

จุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามจุดยอดมุม C ได้แก่

จุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามจุดยอดมุม F ได้แก่

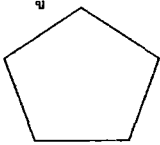
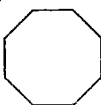
เส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้าม

ให้นักเรียนลากเส้นทแยงมุมของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ABCDEF จากจุดยอดมุม A



ทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมจำนวน.....รูป

ให้นักเรียนหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยมที่ลากจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง และจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุม (ลากเส้นทแยงมุมลงในภาพในตารางด้วย)

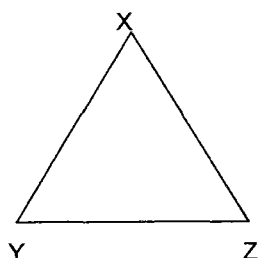
รูปหลายเหลี่ยม	จำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง (เส้น)	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิด จากการลากเส้นทแยงมุม (รูป)
รูปสี่เหลี่ยม 		
รูปห้าเหลี่ยม 		
รูปแปดเหลี่ยม 		

ดังนั้น รูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง.....เส้น
มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น.....รูป
รูปสิบห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง.....เส้น
มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น.....รูป
จะได้ว่า รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง.....เส้น
มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น.....รูป

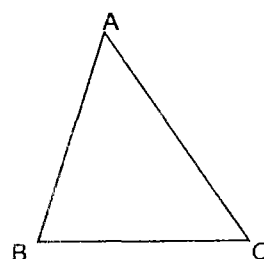
**ใบกิจกรรมที่ 3.2 ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของ
มุมภายในแต่ละมุมของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า**

ชื่อ.....
กลุ่ม.....ชั้น.....

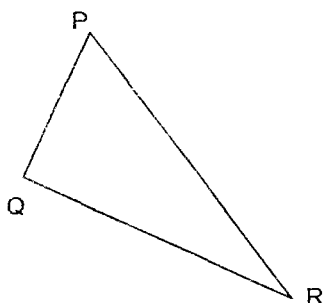
ตอนที่ 1 ให้นักเรียนหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนด



ผลบวกของขนาดของมุมภายในทั้งสามเท่ากับ
..... องศา



ผลบวกของขนาดของมุมภายในทั้งสามเท่ากับ
..... องศา



ผลบวกของขนาดของมุมภายในทั้งสาม เท่ากับ องศา

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากับ..... องศา

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนตัดกระดาษเป็นรูปสามเหลี่ยมหนึ่งรูป แล้วฉีกรูปสามเหลี่ยมเป็นสามชิ้น โดยแต่ละชิ้นให้มีมุมติดมาด้วยชิ้นละหนึ่งมุม แล้วนำมุมทั้งสามมาวางเรียงกันข้างล่างใบกิจกรรมนี้ ให้นักเรียนสังเกตชนิดของมุมและขนาดของมุมที่เกิดขึ้นจากการนำมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมาวางเรียงกัน

ชนิดของมุม ขนาดของมุม.....

(1) จากตอนที่ 1 และตอนที่ 2 สรุปได้ว่า

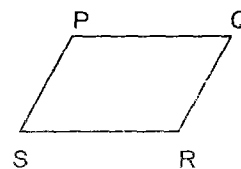
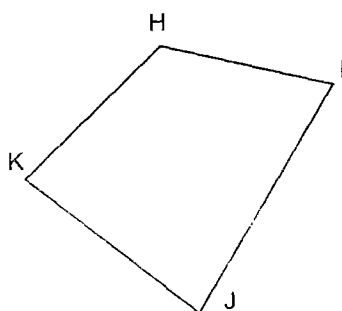
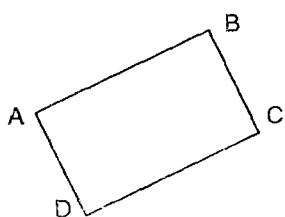
ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ องศา

(2) ให้นักเรียนหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า พร้อมทั้งบอกเหตุผลประกอบ

.....

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนลากเส้นแบ่งมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป แล้วหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนด



1. ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ องศา
 เพราะว่า

.....

2. ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม HIKJ เท่ากับ องศา
 เพราะว่า

.....

3. ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม PQRS เท่ากับ องศา
 เพราะว่า

.....

ตอนที่ 4 ให้นักเรียนหาวิธีการที่แตกต่างจากตอนที่ 3 ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(1) จากตอนที่ 3 และตอนที่ 4 สรุปได้ว่า ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง เท่ากับ

.....องศา

(2) ให้นักเรียนหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส พร้อมบอกเหตุผล

.....

.....

.....

.....

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีชื่อเรียกว่า รูปสามเหลี่ยม.....

มีผลบวกของขนาดของมุมภายในเท่ากับ.....องศา

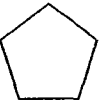
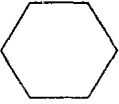
และมีขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ.....องศา

รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีชื่อเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยม

มีผลบวกของขนาดของมุมภายในเท่ากับ.....องศา

และมีขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ.....องศา

ตอนที่ 5 ให้นักเรียนช่วยกันหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมและรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า พร้อมอธิบายเหตุผลให้ชัดเจน โดยอาศัยข้อมูลที่นักเรียนเติมลงในตารางนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลาก เส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง (รูป)	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)
4 		
5 		
6 		

จากข้อมูลในตาราง ให้นักเรียนสรุปวิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรังผึ้งหรือตาข่ายประตูปูดับบลซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นดังนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)
3	
4	
5	
6	

ตอนที่ 6 ให้นักเรียนหาแนวคิดในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของ
รังผึ้งหรือตาข่ายประตูปบอลล ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ที่แตกต่างกันไปจากวิธีการข้างต้น

[illegible]

**ใบกิจกรรมที่ 3.3 ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของ
มุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า**

ชื่อ.....
กลุ่ม.....ชั้น.....

1. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันแสดงแนวคิดในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

(1) ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในตารางข้างล่างนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)	ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)
3		
4		
5		
6		
8		
10		
100		
n		

จากข้อมูลในตาราง ให้นักเรียนสรุปวิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายใน
แต่ละมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าอย่างชัดเจน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ.....

ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3.4 กิจกรรมรายบุคคล

ชื่อ.....
กลุ่ม.....ชั้น.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. จงหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ต่อไปนี้

(1) รูป 15 เหลี่ยม

.....

.....

.....

.....

(2) รูป 360 เหลี่ยม

.....

.....

.....

.....

2. จงหาจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งที่มีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 2700 องศา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งที่มีขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ 150 องศา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เอกสารเสริมสำหรับครู

ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

กิจกรรมการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีจุดมุ่งหมายเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า การนำเส้นทแยงมุมมาใช้ในการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ เพื่อนำมาใช้หาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า การนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาใช้ในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ได้แก่ รังผึ้ง ตาข่ายประตูปดบอล ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้จากการสังเกต การลงมือปฏิบัติ การสำรวจ การค้นหาแบบรูปโดยสร้างตารางเพื่อหาสูตรหรือรูปทั่วไปของการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันในกลุ่ม ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถสอดแทรกในกิจกรรม ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีสร้างตารางและยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม

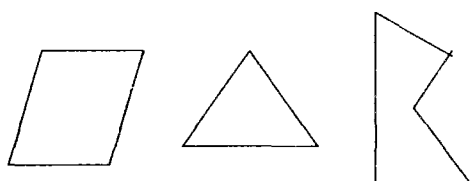
รูปหลายเหลี่ยม (Polygon)

บทนิยาม

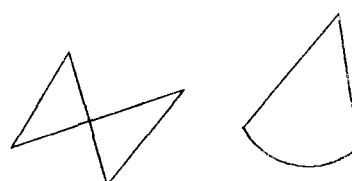
รูปหลายเหลี่ยม คือ รูปเรขาคณิตปิดในระนาบที่เกิดจากการต่อจุดปลายของส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นกับจุดปลายของส่วนของเส้นตรงอีกเส้นหนึ่ง โดยส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นตัดกันที่จุดปลายเพียงจุดเดียวเท่านั้นและไม่มีส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้น เรียกว่า **ด้าน**ของรูปหลายเหลี่ยม

จุดปลายแต่ละจุดที่ส่วนของเส้นตรงตัดกัน เรียกว่า **จุดยอด**ของรูปหลายเหลี่ยม



รูปหลายเหลี่ยม



ไม่เป็นรูปหลายเหลี่ยม

การเรียกชื่อรูปหลายเหลี่ยม

การเรียกชื่อจะเรียกตามจำนวนของด้านที่มีอยู่ ดังต่อไปนี้

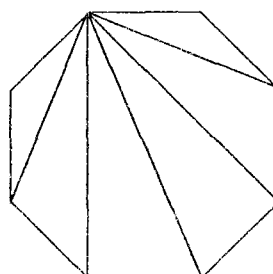
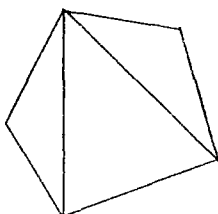
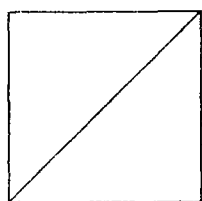
จำนวนด้าน	ชื่อของรูปหลายเหลี่ยม
3	รูปสามเหลี่ยม (triangle)
4	รูปสี่เหลี่ยม (quadrilateral)
5	รูปห้าเหลี่ยม (pentagon)
6	รูปหกเหลี่ยม (hexagon)
7	รูปเจ็ดเหลี่ยม (heptagon)
8	รูปแปดเหลี่ยม (octagon)
9	รูปเก้าเหลี่ยม (nonagon)
10	รูปสิบเหลี่ยม (decagon)

รูปหลายเหลี่ยมอาจมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมทุกมุมมีขนาดเท่ากันอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่างก็ได้ เรียกรูปหลายเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน ว่า รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าหรือรูปหลายเหลี่ยมปกติ (regular polygon)

รูปหลายเหลี่ยมที่มีจำนวนด้านน้อยที่สุด คือรูปสามเหลี่ยม

เส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม คือ ส่วนของเส้นตรงซึ่งลากต่อระหว่างจุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามของรูปหลายเหลี่ยม

สำหรับรูปหลายเหลี่ยมรูปหนึ่ง จะมีรูปสามเหลี่ยมเป็นส่วนประกอบที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยมหรือส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดเพียงจุดเดียวไปยังจุดยอดที่อยู่ตรงข้ามทั้งหมด ซึ่งจะมีประโยชน์ในการนำไปใช้หาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยม เช่น



ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180 องศา

ดังนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{180}{3} = 60$ องศา

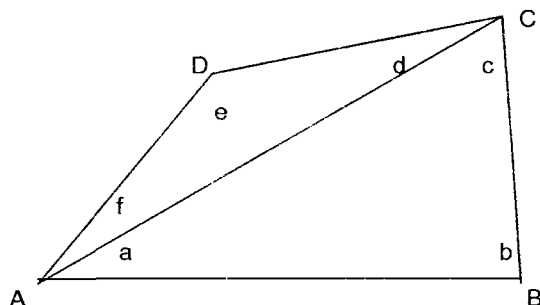
ซึ่งรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าก็คือ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า นั่นเอง

เพราะฉะนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ 60 องศา

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ 360 องศา

อาจแสดงวิธีหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมได้โดยการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดจุดหนึ่ง ซึ่งจะแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป ดังรูป



กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง

ลากส่วนของเส้นตรง AC ซึ่งเป็นเส้นทแยงมุมของ □ ABCD และแบ่ง □ ABCD ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป คือ $\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$

เนื่องจาก $a + b + c = 180$ องศา และ $d + e + f = 180$ องศา

ดังนั้น $a + b + c + d + e + f = 360$ องศา

แต่ $a + f = A$ และ $c + d = C$

ดังนั้น $A + B + C + D = 360$ องศา

นั่นคือ ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 360 องศา

จากบทนิยาม **รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส** เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แสดงว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังนั้นขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ $\frac{360}{4} = 90$ องศา

การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

วิธีที่ 1 การหาผลบวกขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า อาศัยหลักการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมนั้นๆ ให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ โดยการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง จะเกิดรูปสามเหลี่ยมขึ้นจำนวนหนึ่ง เนื่องจากเรารู้ว่าผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากับ 180 องศา ดังนั้น

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ จำนวนของรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดเพียงจุดเดียวคูณกับ 180

และ

ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าก็จะเท่ากับ ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าหารด้วยจำนวนด้านของรูปนั้น

พิจารณาข้อมูลจากตาราง ต่อไปนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการ ลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง (รูป)	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)	ขนาดของมุม ภายในแต่ละมุม (องศา)
4	 2	$180 + 180 = 2(180) = 360$	$\frac{360}{4} = 90$
5	 3	$180 + 180 + 180 = 3(180) = 540$	$\frac{540}{5} = 108$
6	 4	$180 + 180 + 180 + 180$ $= 4(180) = 720$	$\frac{720}{6} = 120$
8	 6	$6(180) = 1080$	$\frac{1080}{8} = 135$
10	8 = 10 - 2	$8(180) = 1440$	$\frac{1440}{10} = 144$

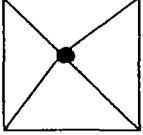
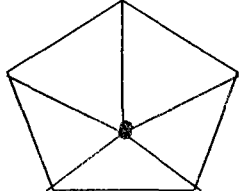
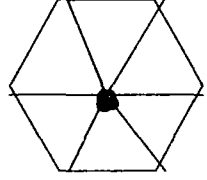
จำนวนด้าน (ด้าน)	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการ ลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง (รูป)	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)	ขนาดของมุม ภายในแต่ละมุม (องศา)
100	$98 = 100 - 2$	$98(180) = 17640$	$\frac{17640}{100} = 176.40$
n	$n - 2$	$(n - 2)180 = 180(n - 2)$	$\frac{180(n - 2)}{n}$

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $180 (n - 2)$
เมื่อ n เป็นจำนวนด้าน

ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{180(n - 2)}{n}$

วิธีที่ 2 การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยม
ด้านเท่ามุมเท่า

วิธีนี้คล้ายกับวิธีที่ 1 โดยการแบ่งรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ด้วยการลากส่วนของเส้น
ตรงเชื่อมจุดยอดมุมทุกจุดกับจุดจุดหนึ่งที่อยู่ภายในรูปหลายเหลี่ยม ดังเช่น

 ด้าน 4 ด้าน มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 4 รูป ผลบวกของขนาดของมุมภายใน ของรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด เท่ากับ $4(180) = 720 \text{ องศา}$ แต่ผลบวกเกิดจากมุมที่ จุดภายในรูปรวมกันด้วยซึ่ง เท่ากับ 360 องศา ผลบวกของขนาดของมุมภายใน ของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ $720 - 360 = 360 \text{ องศา}$ ดังนั้น ขนาดของมุมภายใน แต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ $\frac{360}{4} = 90 \text{ องศา}$	 ด้าน 5 ด้าน มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 5 รูป ผลบวกของขนาดของมุมภายใน ของรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดเท่ากับ $5(180) = 900 \text{ องศา}$ แต่ผลบวกเกิดจากมุมที่จุดภายในรูป รวมกันด้วย ซึ่ง เท่ากับ 360 องศา ผลบวกของขนาดของมุมภายใน ของรูปห้าเหลี่ยม เท่ากับ $900 - 360$ $= 540 \text{ องศา}$ ดังนั้นขนาดของมุมภายในแต่ละมุม ของรูปห้าเหลี่ยม เท่ากับ $\frac{540}{5} = 108 \text{ องศา}$	 ด้าน 6 ด้าน มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 6 รูป ผลบวกของขนาดของมุมภายใน ของรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด เท่ากับ $6(180) = 1080 \text{ องศา}$ แต่ผลบวกเกิดจากมุมที่จุด ภายในรูปรวมกันด้วย ซึ่ง เท่ากับ 360 องศา ขนาดของมุมภายในของ รูปหกเหลี่ยม เท่ากับ $1080 - 360 = 720 \text{ องศา}$ ดังนั้นขนาดของมุมภายในแต่ละ มุมของรูปหกเหลี่ยม เท่ากับ $\frac{720}{6} = 120 \text{ องศา}$
--	--	--

รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ $8(180) - 360 = 1080$ องศา
และขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{1080}{8} = 135$ องศา

รูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ $10(180) - 360 = 1440$ องศา
และขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{1440}{10} = 144$ องศา

รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ $n(180) - 360$

ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{n(180) - 360}{n}$

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 3.1

1. รูปที่ 1 เป็นรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยด้านสามด้าน มุมสามมุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดไม่เท่ากันและด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน

รูปที่ 2 เป็นรูปสี่เหลี่ยม ประกอบด้วยด้านสี่ด้าน มุมสี่มุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดไม่เท่ากันและด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน

รูปที่ 3 เป็นรูปสี่เหลี่ยม ประกอบด้วยด้านสี่ด้าน มุมสี่มุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดเท่ากันและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

รูปที่ 4 เป็นรูปหกเหลี่ยม ประกอบด้วยด้านหกด้าน มุมหกมุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดไม่เท่ากัน และด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน

รูปที่ 5 เป็นรูปห้าเหลี่ยม ประกอบด้วยด้านห้าด้าน มุมห้ามุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดไม่เท่ากันและด้านทุกด้านยาวไม่เท่ากัน

รูปที่ 6 เป็นรูปหกเหลี่ยม ประกอบด้วยด้านหกด้าน มุมหกมุม มุมภายในทุกมุมมีขนาดเท่ากันและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

รูปหลายเหลี่ยมเป็นรูปที่ด้านทุกด้านมีลักษณะเป็น ส่วนของเส้นตรง

ด้านแต่ละคู่ของรูปหลายเหลี่ยมตัดกันเพียงจุดเดียวที่จุดปลายของด้านแต่ละด้าน

รูปเรขาคณิต รูปที่ 3 และ รูปที่ 6 มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและมุมทุกมุมมีขนาดเท่ากัน

การเรียกชื่อรูปหลายเหลี่ยมที่มีจำนวนด้านห้าด้าน เรียก รูปห้าเหลี่ยม จำนวนด้านหกด้าน เรียก รูปหกเหลี่ยม และจำนวนด้านแปดด้าน เรียก รูปแปดเหลี่ยม

รูปสี่เหลี่ยมมีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง 1 เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 2 รูป

รูปห้าเหลี่ยมมีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง 2 เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 3 รูป

รูปแปดเหลี่ยมมีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง 5 เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 6 รูป

รูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง 7 เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 8 รูป

รูปสิบห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง 12 เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น 13 รูป

รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเส้นทแยงมุมที่ลากจุดยอดมุมจุดหนึ่งเพียง $n - 3$ เส้น มีรูปสามเหลี่ยมเกิดขึ้น $n - 2$ รูป

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 3.2

ตอนที่ 1 ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามเท่ากับ 180 องศา

ตอนที่ 2 เป็นการตรวจสอบว่าผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180 องศา จริง

เมื่อนักเรียนนำมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่ฉีกได้มาวางเรียงต่อกัน จะได้มุมตรง ซึ่งมีขนาด 180 องศา

(1) 180 องศา

(2) เนื่องจากผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180 องศา และรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีมุมขนาดเท่ากันทั้งสามมุม ดังนั้นขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เท่ากับ $\frac{180}{3} = 60$ องศา

ตอนที่ 3

ข้อ 1 – 3 มีคำตอบเหมือนกันทั้งสามข้อ คือ ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากับ 360 องศา เพราะว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปซึ่งแต่ละรูปมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ $180 + 180 = 360$ องศา

ตอนที่ 4

วิธีหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมที่แตกต่างไปจากตอนที่ 3 ได้แก่

ฉีกรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นสี่ชิ้นโดยที่แต่ละชิ้นมีมุมติดมาด้วยชิ้นละหนึ่งมุม แล้วนำชิ้นส่วนมุมทั้งสี่มาวางเรียงต่อกัน จะได้เป็นมุมรอบจุด ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 360 องศา

แบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ โดยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมทั้งสี่กับจุดจุดหนึ่งในรูป จะได้รูปสามเหลี่ยมสี่รูป ซึ่งรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 180 องศา ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งสี่รูปมีผลบวกของขนาดของมุมภายในรวมกัน เท่ากับ $180 + 180 + 180 + 180 = 4(180) = 720$ องศา แต่ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมไม่เกี่ยวข้องกับขนาดของมุมรอบจุดภายในรูปซึ่งเท่ากับ 360 องศา ดังนั้นผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมนี้ เท่ากับ $720 - 360 = 360$ องศา

(1) จากตอนที่ 3 และ 4 สรุปได้ว่า ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ 360 องศา

(2) เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากันทั้งสี่ด้าน ดังนั้นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังนั้นขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ $\frac{360}{4} = 90$ องศา

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มีผลบวกของขนาดของมุมภายในเท่ากับ 180 องศา และขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ 60 องศา

รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีผลบวกของขนาดของมุมภายในเท่ากับ 360 องศา และขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ 90 องศา

ตอนที่ 5

จำนวนด้าน (ด้าน)	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้น ทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง (รูป)	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของ รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)
4	2	$180+180 = 2(180) = 360$ องศา
5	3	$180+180+180 = 3(180) = 540$ องศา
6	4	$180+180+180+180 = 4(180) = 720$ องศา

การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งหรือดาช่ายประตูฟุตบอล ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ใช้วิธีการแบ่งรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ด้วยการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่งจะได้รูปสามเหลี่ยมสี่รูป ซึ่งรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีผลบวกของขนาดของมุมภายในเท่ากับ 180 องศา ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมสี่รูปมีขนาดของมุมภายในรวมกันทั้งหมด เท่ากับ $4(180) = 720$ องศา ซึ่งเป็นผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่านั่นเอง ดังนั้นผลบวกของขนาดของมุมภายในของรังผึ้งหรือดาช่ายประตูฟุตบอล เท่ากับ 720 องศา

ดังนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าหารด้วยจำนวนด้าน ดังนี้

จำนวนด้าน (ด้าน)	ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (องศา)
3	$\frac{180}{3} = 60$
4	$\frac{360}{4} = 90$
5	$\frac{540}{5} = 108$
6	$\frac{720}{6} = 120$

ตอนที่ 6

วิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรังผึ้งหรือตาข่ายประตูปูฟุตบอลอีกวิธีการหนึ่ง เป็นการแบ่งรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าให้เป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ ด้วยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมทั้งหมดกับจุดจุดหนึ่งภายในรูป จะเกิดรูปสามเหลี่ยมหกรูป แต่รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีผลบวกของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 180 องศา ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมหกรูปมีขนาดของมุมภายในรวมกัน เท่ากับ $6(180) = 1080$ องศา ซึ่งเป็นผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารวมกับขนาดของมุมรอบจุดภายในรูป ซึ่งเท่ากับ 360 องศา ดังนั้น ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $1080 - 360 = 720$ องศา

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 3.3 ศึกษาได้จากความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าในเอกสารเสริมสำหรับครูข้างต้น

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 3.4

- (1) ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $\frac{180(n-2)}{n}$

ดังนั้น การหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป 15 เหลี่ยม ทำได้โดยการแทนค่า n ด้วย 15 ในสูตร ดังกล่าว เพราะฉะนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป 15 เหลี่ยม = $\frac{180(15-2)}{15} = \frac{180(13)}{15} = 156$ องศา

$$(2) \text{ ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป 360 เหลี่ยม } = \frac{180(360-2)}{360} = \frac{180(358)}{360} = 179 \text{ องศา}$$

- ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่ง เท่ากับ 2700 องศา เท่ากับ

$$180(n-2)$$

$$\text{จะได้} \quad 2700 = 180(n-2)$$

$$\text{นำ 180 หาทิ้งสองข้างของสมการ จะได้} \quad \frac{2700}{180} = \frac{180(n-2)}{180}$$

$$15 = n - 2$$

$$\text{นำ 2 บวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้} \quad 15 + 2 = n - 2 + 2$$

$$17 = n$$

ดังนั้น รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งที่มีผลบวกของขนาดของมุมภายในเป็น 2700 องศา คือ รูป 17 เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

- ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่ง เท่ากับ $150 = \frac{180(n-2)}{n}$

นำ 180 หาทิ้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{150}{180} = \frac{n-2}{n}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{n-2}{n}$$

$$5n = 6n - 12$$

$$12 = 6n - 5n$$

นั่นคือ

$$n = 12$$

ดังนั้น รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งที่มีขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเป็น 150 องศา คือ รูป 12 เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

สำหรับนักเรียนที่ยังไม่สามารถแก้สมการได้ อาจแนะนำให้นักเรียนใช้วิธีการลองแทนค่า n ด้วยจำนวนนับที่มากกว่า 10 แต่น้อยกว่า 15 ซึ่งในที่นี้คือ การลองแทนค่า n ด้วย 11 , 12 , 13 หรือ 14 ในสมการ นักเรียนจะพบว่า 12 เป็นคำตอบของสมการ

4. เนื่องจาก ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ 108 องศา และ ผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกของแต่ละมุมของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ ขนาดของมุมตรง เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น ขนาดของมุมภายนอกแต่ละมุมของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $180 - 108 = 72$ องศา จะได้ว่า ผลบวกของขนาดของมุมภายนอกของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ $5(72) = 360$ องศา

แนวคิดในการจัดกิจกรรม

จุดประสงค์ของกิจกรรมนี้ ต้องการให้นักเรียนหาวิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เมื่อ n มีค่ามากๆ ด้วยการใช้ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย โดยเริ่มจากการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมที่มีจำนวนด้านน้อยที่สุด แล้วเพิ่มจำนวนด้านไปเรื่อยๆ ทีละหนึ่งด้านจนสามารถมองเห็นข้อสังเกตที่เกิดขึ้นแล้วให้นักเรียนสังเกตคำตอบ ค้นหาแบบรูปเพื่อกำหนดในรูปทั่วไป เพื่อสะดวกในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมหรือหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งในการค้นหาแบบรูป นักเรียนอาจใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อจัดกระทำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลนำไปสู่การหาคำตอบซึ่งเป็นรูปทั่วไปตามที่ต้องการได้และครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสวงหาวิธีการอื่นๆ พร้อมทั้งสามารถอธิบายให้เหตุผลประกอบได้อย่างชัดเจนและถูกต้อง

แผนการสอนกิจกรรมที่ 5

ชื่อกิจกรรม ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมการค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เรียกกันว่า**ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส** เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แก่ ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยการนำเสนอด้วยปัญหาเกี่ยวกับการหาเงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะสามารถขับออกจากลานจอดรถที่มีรถยนต์คันอื่นจอดปิดอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลังของรถยนต์ตัวเอง ซึ่งเป็นการหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์ โดยที่ให้รถยนต์มีแบบจำลองทางเรขาคณิตเป็นลักษณะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จึงเป็นการหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือความยาวของด้านตรงข้ามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อมีด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทั้งนี้เป็นการนำไปสู่การค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและแนะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ความรู้เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นสอง สมการกำลังสอง การแก้สมการกำลังสองและการหาจำนวนที่เป็นรากที่สองของจำนวนจำนวนหนึ่งด้วยการประมาณค่าเป็นจำนวนที่อยู่ระหว่างจำนวนนับสองจำนวน นอกจากนี้ยังส่งเสริมการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านมาให้สองด้าน นักเรียนจะได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ การสำรวจ การสร้างตารางเพื่อค้นหาแบบรูปและจากการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันในกลุ่ม

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. นำความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหา

ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต

1. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

1. เลขยกกำลัง
2. สมการกำลังสองและการแก้สมการกำลังสอง

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 5.1 “เงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะขับออกจากลานจอดรถได้”
2. ใบกิจกรรมที่ 5.2 “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”
3. ใบกิจกรรมที่ 5.3 “กิจกรรมรายบุคคล”

4. รถยนต์จำลอง
5. กระดาษตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
6. กระดาษ กรรไกร กาว

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูนำรถยนต์จำลองมาให้นักเรียนสังเกตรูปร่างลักษณะและถามว่าถ้าจะนำแบบจำลองทางเรขาคณิตมาใช้แทนรถยนต์ที่ครูนำเสนอ จะใช้สิ่งใดเป็นตัวแทน ซึ่งนักเรียนควรจะบอกได้ว่ารถยนต์จำลองมีแบบจำลองทางเรขาคณิตลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นความกว้างและความยาวของรถยนต์ตามลำดับ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นเส้นทแยงมุมของรถยนต์ จากนั้นครูนำปัญหาที่เกี่ยวกับการจอดรถในลานจอดรถที่มีรถยนต์คันอื่นจอดปิดอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลังของรถยนต์ตัวเอง ซึ่งเป็นปัญหาที่พบเห็นในชีวิตจริง คนขับจะขับรถยนต์ออกจากลานจอดรถนั้นได้จะต้องมีเงื่อนไขเกี่ยวกับรถยนต์และลานจอดรถอย่างไร จึงจะไม่ทำให้เกิดปัญหาหรือความเดือดร้อน ทั้งที่ไม่สามารถเคลื่อนที่รถที่จอดปิดอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลังได้ ให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันค้นหาคำตอบของปัญหานี้ โดยครูแจกใบกิจกรรมที่ 5.1 “เงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะขับออกจากลานจอดรถได้” พร้อมอุปกรณ์ ได้แก่ รถยนต์จำลอง กระดาษ กรรไกร กาว ให้นักเรียนช่วยกันนำกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาใช้ในการแก้ปัญหาโดยเริ่มจาก

ทำความเข้าใจปัญหาในสิ่งที่โจทย์กำหนด คือ รถยนต์สามคันจอดติดกันอยู่ในลานจอดรถและสิ่งที่โจทย์ถามหรือโจทย์ต้องการ คือเงื่อนไขของรถยนต์คันกลางที่คนขับจะขับรถออกมาได้โดยไม่เกิดความเดือดร้อน ข้อมูลและข้อเท็จจริงที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากนั้นช่วยกัน**ค้นหาแนวคิด**ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนอาจจะร่วมมือกันลงมือปฏิบัติทำการทดลองด้วยรถยนต์จำลองหรือกระดาษที่ตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นแบบจำลองทางเรขาคณิตที่ใช้แทนรถยนต์จำลอง หรือการเขียนภาพ เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาและแสดงเหตุผลประกอบ

เมื่อได้แนวคิดที่หลากหลายแล้ว ให้นักเรียน**ประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิด** พร้อมทั้งให้เหตุผลในการเลือกแนวคิด

นักเรียนส่งตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพื่อค้นหาคำตอบรับจากเพื่อนและครูผู้สอน ตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดและคำตอบของปัญหา ครูรวบรวมแนวคิดที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก การหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือการหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

นำแนวคิดไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาต่อไปเกี่ยวกับการค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในใบกิจกรรมนี้ซึ่งเกี่ยวข้องกับการความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจากคำตอบที่เป็นเงื่อนไขของรถยนต์คือ ความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์คันกลางจะต้องน้อยกว่าผลบวกของระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถคันหน้า ระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถคันหลัง และความยาวของรถยนต์คันกลาง

2. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3 คน แจกใบกิจกรรมที่ 5.2 “สมบัติของรูปสามเหลี่ยม

มุมฉาก” ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละรูป พร้อมทั้งหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นๆ ด้วย และนำข้อมูลมาเติมลงในตารางในตอนที 1 ของใบกิจกรรม แล้วช่วยกันสังเกต รวบรวมข้อมูลในตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในแต่ละรูป ซึ่งนักเรียนจะได้ข้อสรุปว่า **“ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก”** ครูแนะนำว่าความสัมพันธ์นี้เป็นทฤษฎีบทของพีทาโกรัส พร้อมทั้งแนะนำ พีทาโกรัส ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ที่เชื่อว่าเป็นผู้พิสูจน์ทฤษฎีบทนี้ ด้วยแผ่นโปร่งใส จากนั้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตอนที่ 2 ของใบกิจกรรม เพื่อแนะนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังสองเป็นสอง การเขียนความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในรูปของเลขยกกำลัง ซึ่งสัมพันธ์กับการหาความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากยกกำลังสองและสรุปเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากการแทนข้อความ “จำนวนนับโดยยกกำลังสองแล้วเท่ากับจำนวนที่กำหนดให้” ด้วยสมการกำลังสอง และหาจำนวนนับนั้นซึ่งเป็นคำตอบของสมการหรือเรียกว่าการแก้สมการกำลังสอง พร้อมทั้งแนะนำการหาคำตอบของสมการกำลังสองเมื่อไม่สามารถหาจำนวนนับที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนที่กำหนดให้ด้วยการตอบเป็นจำนวนที่อยู่ระหว่างจำนวนนับสองจำนวนหรือการใช้เครื่องหมาย และสามารถนำความสัมพันธ์ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านมาให้สองด้าน

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5.3 “กิจกรรมรายบุคคล” เป็นการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านมาให้สองด้านและหาคำตอบของปัญหาในใบกิจกรรมที่ 5.1

การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล

ใบกิจกรรมที่ 5.1

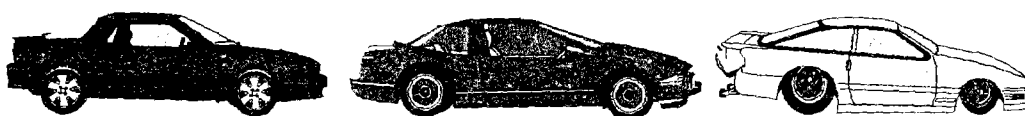
เงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะขับออกจากลานจอดรถได้

ชื่อ.....
ชั้น.....

ปัญหา

หาเงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะสามารถขับออกจากลานจอดรถ ซึ่งมีรถยนต์จอดปิดอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลัง โดยไม่เกิดปัญหาหรือความเดือดร้อน

ดังรูป



คำชี้แจง ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติการทดลองเพื่อหาเงื่อนไขดังกล่าว ด้วยอุปกรณ์ที่ครูเตรียมให้ เพื่อใช้แทนรถยนต์ ได้แก่ รถยนต์จำลอง กระดาษ ไม้บรรทัด กรรไกร กาว พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ โดยตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้านักเรียนใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตแทนรถยนต์ นักเรียนจะใช้รูปเรขาคณิตใดชนิดใดและมีรูปร่างลักษณะอย่างไร (นำกระดาษ ไม้บรรทัด กรรไกร กาว มาตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดนั้น และบันทึกลงในใบกิจกรรม)

.....

.....

ส่วนประกอบแต่ละส่วนของรูปเรขาคณิตชนิดนั้นแทนส่วนใดของรถยนต์

.....

.....

วาดภาพประกอบ

2. ให้นักเรียนแสดงภาพการขับรถยนต์ออกจากลานจอดรถ (รถยนต์จะต้องเคลื่อนออกจากลานจอดรถในลักษณะใด)

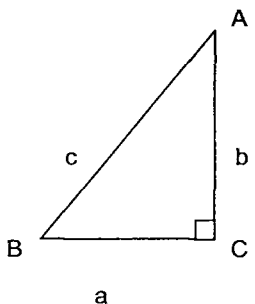
3. ดังนั้น เงื่อนไขของรถยนต์ที่คนขับจะสามารถขับออกจากลานจอดรถซึ่งมีรถยนต์คันอื่นจอดปิดอยู่ทั้งด้านหน้าและด้านหลัง คือ.....

.....

4. จากเงื่อนไขในข้อ 3 เกี่ยวข้องกับส่วนใดของรถยนต์คันกลาง
และเกี่ยวข้องกับส่วนใดของแบบจำลองทางเรขาคณิตที่นำมาใช้แทนรถยนต์.....
หรือเกี่ยวข้องกับส่วนใดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.....

ใบกิจกรรมที่ 5.2 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

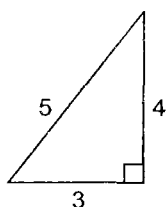
ชื่อ.....
 กลุ่ม.....ชั้น.....



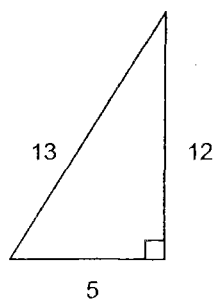
จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม C เป็นมุมฉาก
 ด้าน BC และ AC เรียก ด้านประกอบมุมฉาก ยาว a และ b
 หน่วย ตามลำดับ
 ด้าน AB เรียก ด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ในแต่ละรูป พร้อมทั้งหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นๆ ด้วย แล้วนำข้อมูลมาเติมลงในตาราง

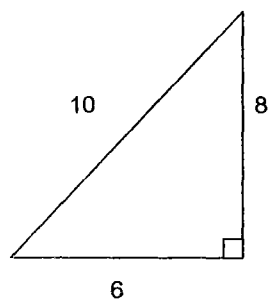
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่	ความยาวของ ด้านประกอบ มุมฉากด้านสั้น (หน่วย)	ความยาว ของด้าน ประกอบ มุมฉาก ด้านยาว (หน่วย)	ความยาว ของด้าน ตรงข้าม มุมฉาก (หน่วย)	พื้นที่ของรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้าน ประกอบมุม ฉากด้านสั้น (ตารางหน่วย)	พื้นที่ของรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส บนด้าน ประกอบมุม ฉากด้านยาว (ตารางหน่วย)	พื้นที่ของรูป สี่เหลี่ยม จัตุรัสบนด้าน ตรงข้าม มุมฉาก (ตารางหน่วย)
1						
2						
3						

จากตาราง สรุปความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและพื้นที่
ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ได้ว่า

.....

.....

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ความสัมพันธ์ที่นักเรียนสรุปได้ เรียกว่า ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ตอนที่ 2

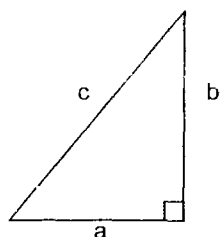
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีความยาวของด้าน เท่ากับ 3 หน่วย พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้ เท่ากับ 3×3 ตารางหน่วย

ซึ่ง 3×3 สามารถเขียนแทนด้วย 3^2 อ่านว่า สามยกกำลังสอง หรือ สามกำลังสอง หมายถึง สามสองตัวคูณกัน

เรียก 3^2 ว่า เลขยกกำลัง เรียก 3 ว่า ฐาน เรียก 2 ว่า เลขชี้กำลัง

1. ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1 4×4 เขียนแทนด้วย อ่านว่า หมายถึง.....
- 1.2 12×12 เขียนแทนด้วย อ่านว่า หมายถึง.....
- 1.3 axa เขียนแทนด้วย อ่านว่า หมายถึง.....
- 1.4 bxb เขียนแทนด้วย อ่านว่า หมายถึง.....
- 1.5 cxc เขียนแทนด้วย อ่านว่า หมายถึง.....



จากรูป พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก เท่ากับ และ ตารางหน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ..... ตารางหน่วย

จากความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านทั้งสามของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สรุปได้ในตอนที่ 1 สามารถเขียนแทนด้วย

ประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้.....

จากประโยคสัญลักษณ์ดังกล่าว สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้ว่า

.....

จากข้อความ “ จำนวนนับจำนวนหนึ่งยกกำลังสองเท่ากับ 49 ” เขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ ได้ว่า $a^2 = 49$ เมื่อ a แทน จำนวนนับจำนวนหนึ่ง ถามว่า a เท่ากับจำนวนนับใด

จาก ประโยคสัญลักษณ์ $a^2 = 49$ เรียกว่า สมการกำลังสอง

การหา a ซึ่งเป็นคำตอบของสมการกำลังสองนี้ เรียกว่า การแก้สมการกำลังสอง

จำนวนที่มากแทน a ใน $a^2 = 49$ แล้วทำให้ทางซ้ายและทางขวาเท่ากัน เรียกว่า คำตอบของสมการ $a^2 = 49$

จากสมการ นักเรียนอาจเดาหา จำนวนนับจำนวนหนึ่งที่คูณกันเองแล้วเท่ากับ 49 ซึ่ง ในที่นี้ คือ 7 เพราะว่า $7 \times 7 = 49$ หรือ $7^2 = 49$

ดังนั้น ถ้า $a^2 = 49$ แล้ว คำตอบคือ 7

2. เติมคำตอบต่อไปนี้

- 2.1 ถ้า $a^2 = 81$ แล้ว $a = \dots$ เพราะ.....
- 2.2 ถ้า $b^2 = 225$ แล้ว $b = \dots$ เพราะ.....
- 2.3 ถ้า $36 + 64 = c^2$ แล้ว $c = \dots$ เพราะ.....
- 2.4 ถ้า $a^2 + 16 = 25$ แล้ว $a = \dots$ เพราะ.....
- 2.5 ถ้า $144 + b^2 = 169$ แล้ว $b = \dots$ เพราะ.....

3. "จำนวนโดยยกกำลังสองเท่ากับ 5" เขียนแทนด้วยสมการ

3.1 นักเรียนสามารถหาจำนวนนับที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 5 ได้หรือไม่

3.2 จำนวนนับสองจำนวนใดที่ยกกำลังสองแล้วใกล้เคียง 5 ได้แก่

ดังนั้น จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 5 เป็นจำนวนที่อยู่ระหว่างจำนวนนับ กับ

จำนวนที่ยกกำลังสองเท่ากับ 5 เขียนแทนด้วย $\sqrt{5}$ อ่านว่า รากที่สองของห้า ซึ่ง $\sqrt{5}$ เป็น

จำนวนที่อยู่ระหว่าง กับ

นักเรียนสามารถบอกได้ว่า $\sqrt{5}$ แทนจำนวนใดโดยการประมาณ ด้วยการใช้เครื่องคิดเลข โดยการกดแป้น $\boxed{5}$ บนเครื่องคิดเลข แล้วกดแป้น $\boxed{\sqrt{\quad}}$ จะมีตัวเลขปรากฏบนจอ คือ 2.2360679... นั่นคือ $\sqrt{5}$ มีค่าประมาณ 2.2360679... ถ้าประมาณเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง จะได้ 2.24

4. จงใช้เครื่องคิดเลขหาจำนวนต่อไปนี้ (ประมาณเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

- 4.1 ถ้า $a^2 = 8$ แล้ว $a = \dots$
- 4.2 ถ้า $b^2 = 15$ แล้ว $b = \dots$
- 4.3 $\sqrt{2} \dots$
- 4.4 $\sqrt{7} \dots$
- 4.5 $\sqrt{35} \dots$

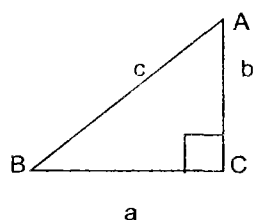
เอกสารเสริมสำหรับครู

ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งเมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้ได้และการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่มีความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาเกี่ยวข้อง โดยให้นักเรียนได้สำรวจ ใช้การสังเกต การลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันในกลุ่ม ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สอดคล้องกับกิจกรรม ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีสร้างตารางและยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี C เป็นมุมฉาก

เรียก $\triangle ABC$ ว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

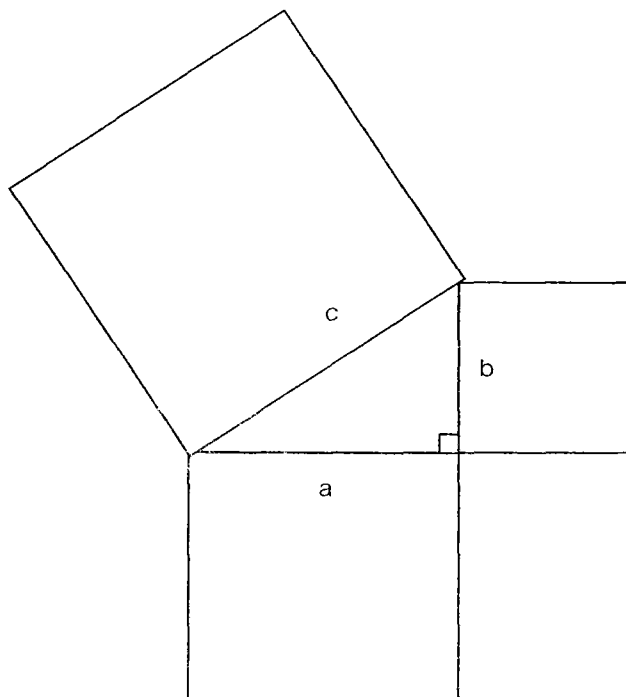
เรียก ด้าน AB ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

เรียก ด้าน BC และ ด้าน AC ว่า ด้านประกอบมุมฉาก ยาว a และ b หน่วย ตามลำดับ

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า **ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส** ซึ่งเป็นที่เชื่อกันว่านักคณิตศาสตร์ชาวกรีก ชื่อ พีทาโกรัส เป็นผู้พิสูจน์ได้เป็นคนแรก โดยใช้การพิสูจน์เชิงเรขาคณิต

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก



จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส เขียนแทนด้วย $c^2 = a^2 + b^2$

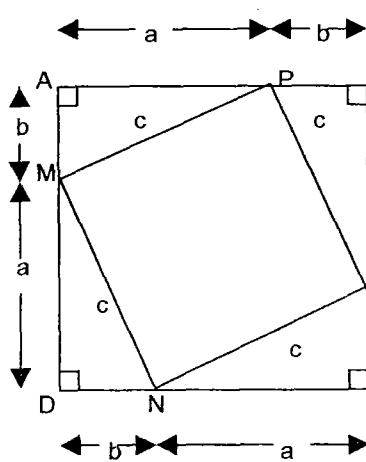
และสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้ว่า

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

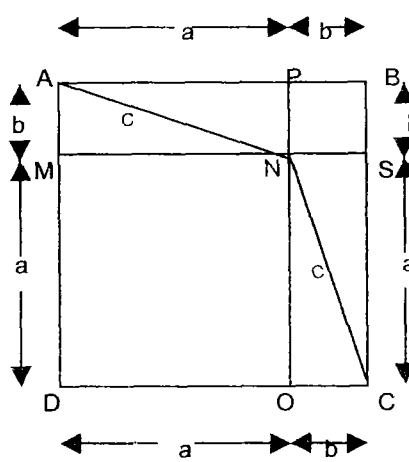
การพิสูจน์ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ได้มีผู้พิสูจน์ไว้หลายวิธี ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการแสดงว่า ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสเป็นจริง อาจแสดงด้วยภาพหรือลงมือปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพ อย่างเป็นรูปธรรม ดังนี้

จัดกระดาษเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเท่ากัน 8 รูป โดยให้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย ตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว a , b และ c หน่วย อย่างละ 1 รูป

นำรูปที่ตัดมาต่อกันเป็นรูป 1 และ รูป 2 ดังรูป



รูป 1



รูป 2

กำหนด ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ $a+b$ หน่วย

รูป 1 พ.ท. $\square$ ABCD = 4(พ.ท. $\triangle$ AMP) + พ.ท. ของ $\square$ MNOP

$$\text{ดังนั้น} \quad (a+b)^2 = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 \quad \text{----- (1)}$$

รูป 2 พ.ท. ของ $\square$ ABCD = พ.ท. ของ $\square$ MNOD + พ.ท. ของ $\square$ PBSN + 4 (พ.ท. ของ $\triangle$ AMN)

$$\text{ดังนั้น} \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 4\left(\frac{1}{2}ab\right) \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{แต่ (1) = (2);} \quad 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 = a^2 + b^2 + 4\left(\frac{1}{2}ab\right)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c^2 = a^2 + b^2$$

ในการปฏิบัติกิจกรรมนี้ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- (1) รูป 1 และ รูป 2 ที่ได้ทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่ (เป็น)
- (2) รูป 1 และ รูป 2 มีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด (เท่ากัน เพราะว่าทั้งสองรูปมีความยาวของด้านเท่ากัน)
- (3) เมื่อเราอุปสามเหลี่ยมทั้งหมดออกจากรูป 1 และ รูป 2 พื้นที่ของรูปที่เหลือเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด (เท่ากัน เพราะพื้นที่ทั้งสองรูปเท่ากัน เมื่อพื้นที่ที่หักออกจากทั้งสองรูปเท่ากัน ดังนั้นพื้นที่ที่เหลือย่อมเท่ากัน)
- (4) พื้นที่ของรูป 1 ที่เหลือเป็นเท่าไร (c^2) และพื้นที่ของรูป 2 ที่เหลือเป็นเท่าไร ($a^2 + b^2$)
- (5) จากคำตอบในข้อ (3) และข้อ (4) จงเขียนความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปที่เหลือ ($c^2 = a^2 + b^2$)
- (6) ผลที่ได้ในข้อ (5) เป็นไปตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส หรือไม่ (เป็น)

ประวัติของพีทาโกรัส

พีทาโกรัส (Pythagoras) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก หลักฐานเกี่ยวกับประวัติของพีทาโกรัสยังเป็นที่คลุมเครือ แต่สันนิษฐานกันว่าพีทาโกรัสเกิดเมื่อประมาณ 572 ปีก่อนคริสต์ศักราช ที่เกาะซามอส (Samos) แห่งทะเลเอเจียน (Aegean) และได้รับความรู้ประสบการณ์จากการเดินทางไปยังอียิปต์และบาบิโลเนีย ในขณะที่พีทาโกรัสอยู่อียิปต์ เขาพบว่าชาวอียิปต์ใช้เชือกที่มี 13 ปมล้อมรอบไม้ 3 อัน ซึ่งปักอยู่บนพื้นที่นาเป็นเส้นกั้นระหว่างที่นา พีทาโกรัสพบว่ารูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการใช้เชือกล้อมรอบไม้ 3 อันนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หลังจากพีทาโกรัสกลับมาจากอียิปต์ก็พบว่า เกาะซามอสตกอยู่ภายใต้การยึดครองของเปอร์เซีย จึงอพยพไปยังเมืองโครโตนา (Crotona) เมืองท่าของกรีกที่ตั้งอยู่ตอนใต้ของอิตาลีในปัจจุบัน ที่นั่นพีทาโกรัสตั้งสำนักพีทาโกเรียน (Pythagorean school) สำนักนี้มีชื่อเสียงเกี่ยวกับการศึกษา ปรัชญา คณิตศาสตร์ และธรรมชาติวิทยาหรือวิทยาศาสตร์สมัยใหม่ ปรัชญาของสำนักพีทาโกเรียนมีว่า "จำนวนครอบครองจักรวาล (Number rule the universe)" และสัญลักษณ์ของสำนักพีทาโกเรียนเป็นรูปดาวห้าแฉก ดังนี้ ☆ เป็นที่เชื่อกันว่า พีทาโกรัสเป็นผู้พิสูจนทฤษฎีบทของพีทาโกรัสได้เป็นคนแรก ถึงแม้ว่าความจริงเกี่ยวกับทฤษฎีบทนี้จะเป็นที่รู้จักกันมาก่อนแล้วก็ตาม

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัสที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านประกอบมุมฉาก ถ้าเปลี่ยนจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปอื่น เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปวงกลมที่มีความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของแต่ละรูปเท่ากับความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่วงกลมสัมผัสหรือรูปครึ่งวงกลมที่มีด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปครึ่งวงกลม ความสัมพันธ์ที่ได้จะเป็นความสัมพันธ์เช่นเดียวกันสำหรับรูปอื่นๆ หรือไม่ กรุณาให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อสำรวจหรือแสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์เป็นเช่นเดียวกับความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัสเมื่อเปลี่ยนจากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นพื้นที่ของรูปอื่นๆ

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 5.1

(1) ใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตเป็นลักษณะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

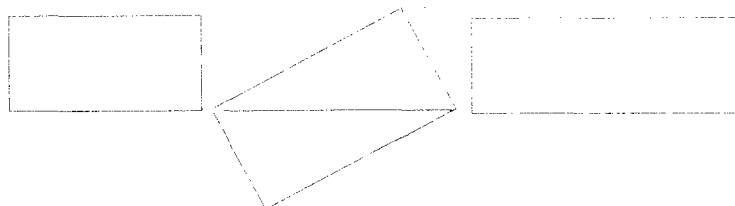


ความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นความกว้างและความยาวของรตนต์ ตามลำดับ

ความยาวของรตนต์

ความกว้างของรตนต์

(2) ภาพแสดงลักษณะของการขับรถออกจากลานจอดรถ



(3) ความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์จะต้องมีความยาวน้อยกว่าความยาวของรถคันกลางบวกกับระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหน้าและระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหลัง

(4) เส้นทแยงมุมของรถยนต์

เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 5.2

ตอนที่ 1

รูปที่	ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านสั้น (หน่วย)	ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านยาว (หน่วย)	ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก (หน่วย)	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากด้านสั้น (ตารางหน่วย)	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากด้านยาว (ตารางหน่วย)	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก (ตารางหน่วย)
1	3	4	5	9	16	25
2	5	12	13	25	144	169
3	6	8	10	36	64	100

จากตารางสรุปเป็นความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก ได้ว่า ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตอนที่ 2

ข้อ 1

1.1 4^2 อ่านว่า สี่ยกกำลังสองหรือสี่กำลังสอง หมายถึง 4 สองตัวคูณกัน

1.2 12^2 อ่านว่า สิบสองยกกำลังสองหรือสิบสองกำลังสอง หมายถึง 12 สองตัวคูณกัน

1.3 a^2 อ่านว่า เอยกกำลังสองหรือเอกำลังสอง หมายถึง a สองตัวคูณกัน

1.4 b^2 อ่านว่า บียกกำลังสองหรือบีกำลังสอง หมายถึง b สองตัวคูณกัน

1.5 c^2 อ่านว่า ซียกกำลังสองหรือซีกำลังสอง หมายถึง c สองตัวคูณกัน

$$a^2, b^2, c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อ 2

2.1 $a = 9$ เพราะว่า $9 \times 9 = 9^2 = 81$

2.2 $b = 15$ เพราะว่า $15 \times 15 = 15^2 = 225$

2.3 $c = 10$ เพราะว่า $36 + 64 = 100 = 10 \times 10 = 10^2$

2.4 $a = 3$ เพราะว่า $25 - 16 = 9 = 3 \times 3 = 3^2$

2.5 $b = 5$ เพราะว่า $169 - 144 = 25 = 5 \times 5 = 5^2$

ข้อ 3 $a^2 = 5$

3.1 ไม่ได้

3.2 2 กับ 3

2 กับ 3

$\sqrt{5}$ เป็นจำนวนที่อยู่ระหว่าง 2 กับ 3

ข้อ 4

4.1 $a = \sqrt{8}$ หรือประมาณ 2.83

4.2 $b = \sqrt{15}$ หรือประมาณ 3.87

4.3 $\sqrt{2}$ ประมาณ 1.41

4.4 $\sqrt{7}$ ประมาณ 2.65

4.5 $\sqrt{35}$ ประมาณ 5.92

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 5.3

ข้อ 1

1.1 $c^2 = 9^2 + 12^2$

$$c^2 = 81 + 144$$

$$c^2 = 225 = 15^2$$

$$c = 15$$

$$1.2 \quad 26^2 = a^2 + 24^2$$

$$676 = a^2 + 576$$

$$676-576 = a^2 - 576$$

$$100 = a^2$$

$$10^2 = a^2$$

$$a = 10$$

$$1.3 \quad 25^2 = 17^2 + b^2$$

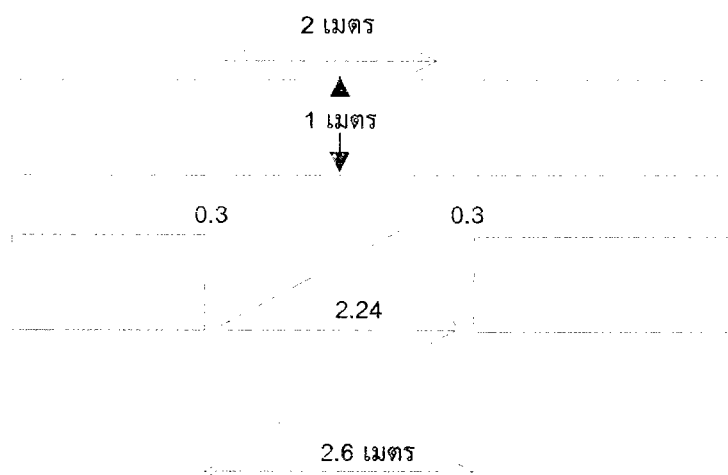
$$625 = 289 + b^2$$

$$625-289 = b^2 - 289$$

$$336 = b^2$$

b มีค่าประมาณ 18.33

ข้อ 2



เงื่อนไขก็คือ ความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์จะต้องมีความยาวน้อยกว่าความยาวของรถคันกลางบวกกับระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหน้าและระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหลัง

จากรูป รถคันกลางยาว 2 เมตร และกว้าง 1 เมตร ระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดทั้งด้านหน้าและด้านหลังเท่ากัน เท่ากับ 0.3 เมตร ดังนั้นความยาวของรถคันกลางบวกกับระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหน้าและระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหลัง เท่ากับ $2 + 0.3 + 0.3 = 2.6$ เมตร

การหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์ ก็คือการหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั่นเอง ดังนั้นเป็นการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้ในการหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์ จะได้ว่า

$$(\text{ความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์})^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$\text{ความยาวของเส้นทแยงมุมของรถยนต์} = \sqrt{5} \text{ หรือประมาณ } 2.24 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น คนขับสามารถขับรถออกจากลานจอดรถได้เพราะเส้นทแยงมุมของรถมีความยาวน้อยกว่าความยาวของรถคันกลางบวกกับระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหน้าและระยะห่างระหว่างรถคันกลางกับรถที่จอดอยู่ด้านหลังคือ $2.24 < 2.6$

ประวัติของพีทาโกรัส

พีทาโกรัส (Pythagoras) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก หลักฐานเกี่ยวกับประวัติของพีทาโกรัสยังเป็นที่คลุมเครือ แต่สันนิษฐานกันว่าพีทาโกรัสเกิดเมื่อประมาณ 572 ปีก่อนคริสต์ศักราช ที่เกาะซามอส (Samos) แห่งทะเลเอเจียน (Aegean) และได้รับความรู้ประสบการณ์จากการเดินทางไปอียิปต์และบาบิโลเนีย ในขณะที่พีทาโกรัสอยู่อียิปต์ เขาพบว่าชาวอียิปต์ใช้เชือกที่มี 13 ปมล้อมรอบไม้ 3 อัน ซึ่งปักอยู่บนพื้นดิน เป็นเส้นกั้นระหว่างที่ดิน พีทาโกรัสพบว่ารูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการใช้เชือกล้อมรอบไม้ 3 อันนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หลังจากพีทาโกรัสกลับมาจากอียิปต์ก็พบว่า เกาะซามอสตกอยู่ภายใต้การยึดครองของเปอร์เซีย จึงอพยพไปยังเมืองโครโตนา (Crotona) เมืองท่าของกรีกที่ตั้งอยู่ตอนใต้ของอิตาลีในปัจจุบัน ที่นี้พีทาโกรัสตั้งสำนักพีทาโกเรียน (Pythagorean school) สำนักนี้มีชื่อเสียงเกี่ยวกับการศึกษา ปรัชญา คณิตศาสตร์ และธรรมชาติวิทยาหรือวิทยาศาสตร์สมัยใหม่ ปรัชญาของสำนักพีทาโกเรียนมีว่า “จำนวนครอบครองจักรวาล (Number rule the universe)” และสัญลักษณ์ของสำนักพีทาโกเรียนเป็นรูปดาวห้าแฉก ดังนี้ ☆
เป็นที่เชื่อกันว่า พีทาโกรัสเป็นผู้พิสูจน์ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสได้เป็นคนแรก ถึงแม้ว่าความจริงเกี่ยวกับทฤษฎีบทนี้จะเป็นที่รู้กันมาก่อนแล้วก็ตาม

แผนการสอนกิจกรรมที่ 9

ชื่อกิจกรรม สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

จำนวน 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน” สามารถนำสมบัตินี้มาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน การหาระยะทางและความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก นักเรียนได้ใช้การสังเกต การลงมือปฏิบัติ การอภิปรายและให้เหตุผลร่วมกัน

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”
2. นำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้แก้ปัญหาและปฏิบัติการหาความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก

ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต

1. การวัด
2. บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน”

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

1. อัตราส่วน
2. อัตราส่วนที่เท่ากัน
3. การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้
4. สัดส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วน

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 9.1 “การประมาณความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก”
2. ใบกิจกรรมที่ 9.2 “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน”
3. ใบกิจกรรมที่ 9.3 “กิจกรรมรายบุคคล”
4. ไม้บรรทัด วงเวียน โปรแทรกเตอร์ กรรไกร

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา เกี่ยวกับการประมาณความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก ในที่นี้ คือ เสาธง ด้วยการนำหลักการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันมาใช้ โดยนำกระดาษแข็งตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดความยาวของด้านประกอบมุมฉากให้ทั้งสองด้าน แล้วนำมาเล็งยอดเสาธง ดังรูปในใบกิจกรรมที่ 9.1 “การประมาณความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก” ที่ครูแจกให้นักเรียน และตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งการหาความสูงของเสาธงนี้เกี่ยวข้องกับการหาความยาวของด้านด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน แต่ในขณะนี้นักเรียนยังไม่สามารถหาความยาวของด้านดังกล่าวได้ นักเรียนต้องเรียนรู้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันที่เกี่ยวข้องกับความยาวของด้านในใบกิจกรรมที่ 9.2 ก่อน จึงจะสามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ได้

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แจกใบกิจกรรมที่ 9.2 “สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน” ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับ รูปย่อ (50%) และรูปขยาย (200%) จากเครื่องถ่ายเอกสาร จำนวนสองชุด ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ โดยให้เหตุผลประกอบการพิจารณา ซึ่งใช้บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ในกิจกรรมที่ 8 คือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน คำตอบที่ควรจะเป็นคือ รูปสามเหลี่ยมต้นฉบับ รูปย่อ และรูปขยาย เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ จากนั้นให้แต่ละกลุ่มช่วยกันพิจารณาความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันข้างต้น เรียกว่าด้านคู่ที่สมนัยกัน ในแต่ละคู่ควรมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร โดยคำตอบที่ควรจะเป็นคือ รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปย่อมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปสามเหลี่ยมต้นฉบับทุกคู่ลดลงครึ่งหนึ่งและรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปขยายมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปสามเหลี่ยมต้นฉบับทุกคู่เพิ่มขึ้นสองเท่า ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ครูแนะนำว่าเราสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้และเป็นการนำไปสู่การแนะนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากันและการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ แล้วสรุปเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”

ให้แต่ละกลุ่มหาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับ รูปย่อและรูปขยายในแต่ละชุด ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และพิจารณาว่าหาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับกับรูปย่อ รูปต้นฉบับกับรูปขยาย เท่ากันหรือไม่ และจะได้ข้อสรุปว่าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับกับรูปย่อ เท่ากัน และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับกับรูปขยาย เท่ากัน จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาว่าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่คล้ายกันที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่ ซึ่งจะได้ว่าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่คล้ายกันที่กำหนดให้เท่ากัน แล้วสรุปเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่า

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”

เมื่อนักเรียนทราบสมบัติดังกล่าวแล้ว ครูแนะนำสัดส่วน ซึ่งเป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน ด้วยการให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันที่กำหนดให้ พร้อมทั้งแนะนำสัดส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าซึ่งแทนความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดด้วยการทำให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยใช้หลักการคูณหรือหลักการหาร แล้วให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วน และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายปัญหาในใบกิจกรรมที่ 9.1 ว่าป้อมจะนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันข้างต้นมาใช้หาความสูงของเสาธงได้หรือไม่ จะมีวิธีการหาคำตอบอย่างไร สามารถนำสมบัตินี้มาใช้หาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้หรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่ใช้การวัด) ซึ่งนักเรียนจะได้ข้อสรุปในการหาความยาวของด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่า เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทั้งสามคู่ แล้วหาอัตราส่วนทั้งสามและนำความรู้เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ สัดส่วนและการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วน มาใช้ในการหาความยาวของด้านที่ต้องการและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะทางของสิ่งต่างๆ ซึ่งนักเรียนสามารถนำหลักการนี้ไปใช้ในการปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9.3

3. ให้นักเรียนแต่ละคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9.3 “กิจกรรมรายบุคคล” โดยนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันที่สรุปได้ในข้อ 2 อัตราส่วนที่เท่ากันและการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้มาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันที่กำหนดให้และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาระยะทางของสิ่งต่างๆ เช่น ความกว้างของแม่น้ำ

การประเมินผล

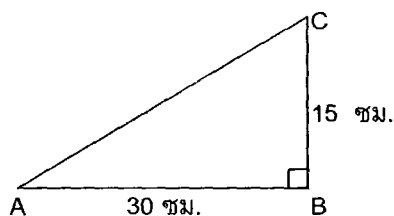
ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล

ใบกิจกรรมที่ 9.1 การประมาณความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก

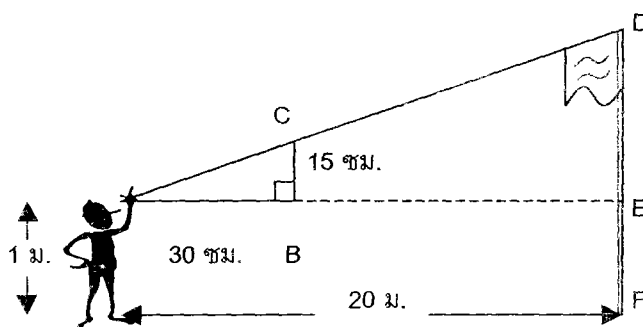
ชื่อ.....
ชั้น.....

คำสั่ง ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาข้างล่างนี้

ป้อมต้องการประมาณความสูงของเสาธง จึงใช้กระดาษแข็งตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



เขาใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เล็งยอดเสาธงในแนวด้าน AC และให้ด้าน AB ขนานกับระดับพื้นดิน ดังรูป เขายืนห่างจากเสาธง 20 เมตร ความสูงของป้อมวัดจากเท้าถึงตาได้ 1 เมตร



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ป้อมทราบได้อย่างไรว่า $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle AED$

2. นักเรียนคิดว่า ป้อมจะหาความสูงของเสาธงได้อย่างไร

3. ในขณะนี้นักเรียนจะหาความยาวของ $\overline{DE}$ ได้หรือไม่ (ถ้าไม่ใช้การวัด)

ดังนั้นในการหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เมื่อกำหนดความยาวของด้านอื่นๆ มาให้ นักเรียนจะต้องรู้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันเกี่ยวกับความยาวของด้านเพิ่มเติมจากการปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9.2

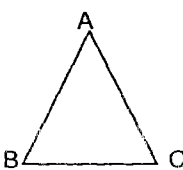
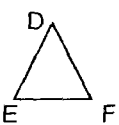
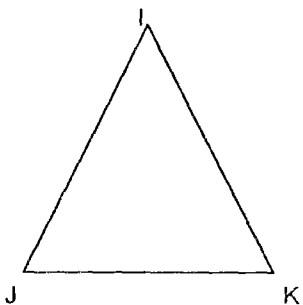
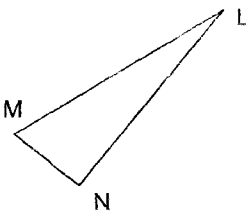
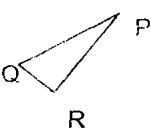
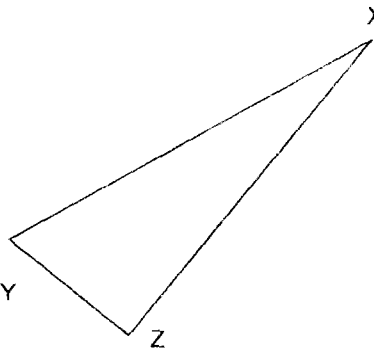
ใบกิจกรรมที่ 9.2 สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ชื่อ.....

กลุ่ม.....

ชั้น.....

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ที่เป็นรูปต้นฉบับกับรูปที่เป็นรูปย่อ และรูปต้นฉบับกับรูปขยายจากเครื่องถ่ายภาพเอกสาร ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ โดยให้เหตุผลประกอบ

ชุดที่	รูปต้นฉบับ (100%)	รูปย่อ (50 %)	รูปขยาย (200%)
1			
2			

1. ในรูปสามเหลี่ยมชุดที่ 1
1.1 รูปต้นฉบับและรูปย่อเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

1.2 รูปต้นฉบับและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

1.3 รูปย่อและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

2. ในรูปสามเหลี่ยมชุดที่ 2

2.1 รูปต้นฉบับและรูปย่อเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

2.2 รูปต้นฉบับและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

2.3 รูปย่อและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

จากคำตอบข้างต้น จะได้ว่า รูปที่เป็นรูปย่อ รูปขยาย จากเครื่องถ่ายเอกสารจะเป็นรูปที่คล้ายกับรูปต้นฉบับ ซึ่งเป็นตัวอย่างหนึ่งของการนำเรื่องความคล้ายไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ให้นักเรียนพิจารณาความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันข้างต้นซึ่งเรียกว่า ด้านคู่ที่สมนัยกัน ในแต่ละคู่ว่ามีการเปลี่ยนแปลงหรือสัมพันธ์กันอย่างไร

3. ในรูปสามเหลี่ยมชุดที่ 1

3.1 รูปต้นฉบับกับรูปย่อ

.....

.....

3.2 รูปต้นฉบับกับรูปขยาย

.....

.....

4. ในรูปสามเหลี่ยมชุดที่ 2

4.1 รูปต้นฉบับกับรูปย่อ

.....

.....

4.2 รูปต้นฉบับกับรูปขยาย

.....

.....

จะได้ว่า ความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกัน ได้แก่ ความยาวของด้านลดลงครึ่งหนึ่งหรือความยาวของด้านเพิ่มขึ้นสองเท่า

ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เราสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ส้มสายน้ำผึ้ง 3 กิโลกรัม ราคา 100 บาท

ดินสอแท่งละ 3 บาท

ข้อความข้างต้นแสดง อัตรา เราสามารถเขียนอัตราส่วนแทนอัตราได้

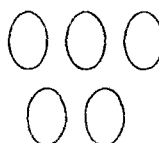
จากข้อความ “ส้มสายน้ำผึ้ง 3 กิโลกรัม ราคา 100 บาท” เขียนอัตราส่วนได้ดังนี้

น้ำหนักของส้ม ต่อ ราคา เป็น $3 : 100$ หรือ $\frac{3}{100}$

จากข้อความ “ดินสอแท่งละ 3 บาท” เขียนอัตราส่วนได้ดังนี้

จำนวนดินสอ ต่อ ราคา เป็น $1 : 3$ หรือ $\frac{1}{3}$

พิจารณารูปต่อไปนี้



เขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบจำนวนรูปสามเหลี่ยมและจำนวนรูปวงรี ได้ดังนี้

จำนวนรูปสามเหลี่ยม ต่อ จำนวนรูปวงรี เป็น $3 : 5$ หรือ $\frac{3}{5}$

จำนวนรูปวงรี ต่อ จำนวนรูปสามเหลี่ยม เป็น $5 : 3$ หรือ $\frac{5}{3}$

เราสามารถเขียนอัตราส่วนแทนอัตราและแทนการเปรียบเทียบ

อัตราส่วน a ต่อ b เขียนแทนด้วย $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$

เรียก a ว่า จำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่ง เรียก b ว่า จำนวนหลังหรือจำนวนที่สอง

นักเรียนคิดว่า อัตราส่วน $a : b$ และ $b : a$ เป็นอัตราส่วนเดียวกันหรือไม่.....

ให้แต่ละกลุ่มพิจารณาข้อความที่แสดงอัตราต่อไปนี้ แล้วเติมจำนวนมะนาวหรือจำนวนเงินในช่องว่างในตาราง
“มะนาวสองลูกราคา 5 บาท”

จำนวนมะนาว (ลูก)	2	4	6	8	10	
จำนวนเงิน (บาท)	5			20		30

พิจารณาอัตราส่วนที่เขียนแทนอัตรา ซึ่งแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างจำนวนมะนาวและจำนวนเงินในตาราง ดังนี้

$2 : 5$, $4 : \dots$, $6 : \dots$, $8 : 20$, $10 : \dots$ และ $\dots : 30$

หรือ $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{\dots}$, $\frac{6}{\dots}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{\dots}$ และ $\frac{\dots}{30}$

อัตราส่วนทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่แสดงอัตราเดียวกัน เรียกอัตราส่วนดังกล่าวว่า อัตราส่วนที่เท่ากัน

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

จากอัตราส่วนที่เท่ากันข้างต้น

$$\frac{2}{5} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{6}{15} \quad \frac{8}{20} \quad \frac{10}{25} \quad \frac{12}{30}$$

จำนวนที่หนึ่งของแต่ละอัตราส่วนมี 2 เป็นตัวประกอบหรือไม่ ถ้ามี จงเขียนจำนวนที่หนึ่งของแต่ละอัตราส่วนให้อยู่ในรูปการคูณกันของ 2 กับอีกจำนวนหนึ่ง

จำนวนที่สองของแต่ละอัตราส่วนมี 5 เป็นตัวประกอบหรือไม่ ถ้ามี จงเขียนจำนวนที่สองของแต่ละอัตราส่วนให้อยู่ในรูปการคูณกันของ 5 กับอีกจำนวนหนึ่ง

จากอัตราส่วนที่เท่ากันข้างต้น เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 1}{5 \times 1} \quad \frac{4}{10} = \frac{2 \times \dots}{5 \times \dots} \quad \frac{6}{15} = \frac{2 \times \dots}{5 \times \dots} \quad \frac{8}{20} = \frac{2 \times \dots}{5 \times \dots}$$

$$\frac{10}{25} = \frac{2 \times \dots}{5 \times \dots} \quad \text{และ} \quad \frac{12}{30} = \frac{2 \times \dots}{5 \times \dots}$$

ความเกี่ยวข้องของอัตราส่วนดังกล่าวกับอัตราส่วน $2 : 5$ เป็นไปตามหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน ดังนี้

หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

1. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{2}{3}$ มาอีก 3 อัตราส่วน โดยใช้หลักการคูณ

2. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{45}{63}$ มาอีก 2 อัตราส่วน โดยใช้หลักการหาร

3. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $12 : 28$ มาอีก 5 อัตราส่วน

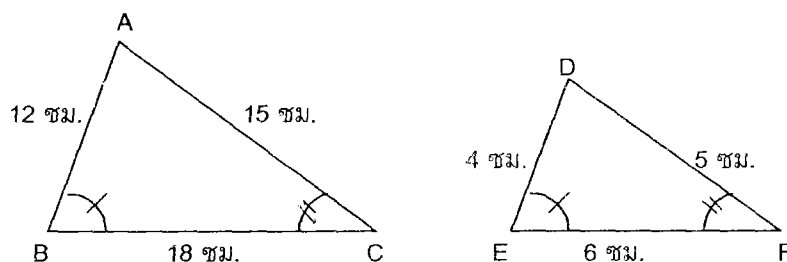
4. จากรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับ รูปย่อ และ รูปขยาย ชุดที่ 1 ข้างต้น จะได้ $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ และ $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle IJK$

อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันเท่ากัน/ไม่เท่ากัน.....

5. จากรูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปต้นฉบับ รูปย่อ และ รูปขยาย ชุดที่ 2 ข้างต้น จะได้ $\triangle LMN$ คล้ายกับ $\triangle PQR$ และ ได้ $\triangle LMN$ คล้ายกับ $\triangle XYZ$

อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากัน/ไม่เท่ากัน.....

6.



- 6.1 จากรูป $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองคล้ายกันหรือไม่.....เพราะ.....

6.2 อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองทั้งสามคู่เท่ากันหรือไม่.....

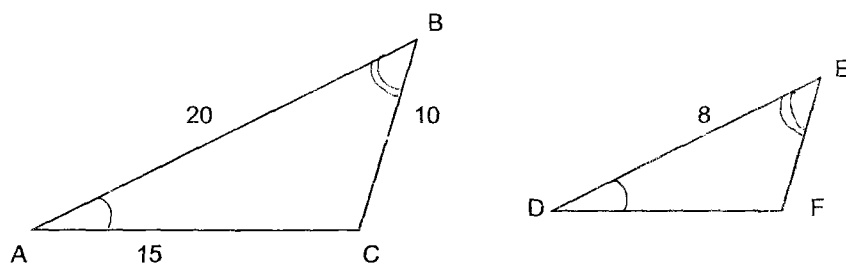
คำตอบที่ได้เป็นไปตามสมบัติที่ว่า

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน

หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

7.



จากรูป

7.1 $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

7.2 จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองให้ครบทั้งสามคู่ที่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน เรียกว่า สัดส่วน

จากข้อ 7 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ เป็นสัดส่วน

จะได้ $\frac{20}{8} = \frac{10}{EF}$

เราจะพบว่าในสัดส่วนข้างบนมีจำนวนที่ไม่ทราบค่าอยู่หนึ่งจำนวน ในที่นี้คือ ความยาวของด้าน EF เราสามารถหาความยาวของด้าน EF ได้ ด้วยวิธีการหนึ่ง คือ การหาอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยใช้หลักการคูณหรือหลักการหาร ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

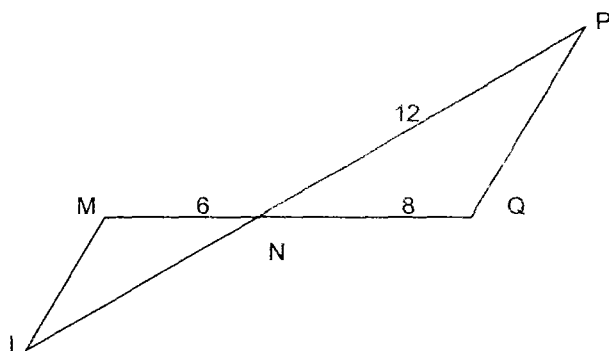
$$\text{จาก } \frac{20}{8} = \frac{10}{EF}$$

$$\frac{20 \div 2}{8 \div 2} = \frac{10}{EF}$$

$$\frac{10}{4} = \frac{10}{EF}$$

$$\text{ดังนั้น } EF = 4$$

8.



จากรูป $\overline{LM}$ ขนานกับ $\overline{QP}$ จงหาความยาวของ $\overline{LN}$

8.1 $\triangle LMN$ คล้ายกับ $\triangle PQN$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

8.2 จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองให้ครบทั้งสามคู่ที่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

.....

8.3 จงเขียนสัดส่วนที่มีความยาวของด้าน LN เป็นจำนวนที่ไม่ทราบค่าเพียงหนึ่งจำนวนที่อยู่ในสัดส่วน

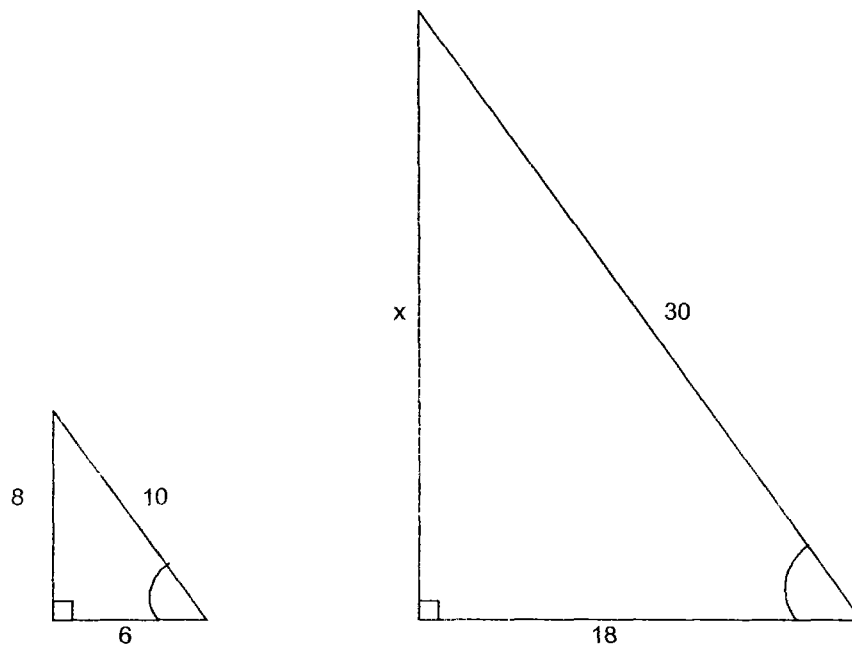
.....

ใบกิจกรรมที่ 9.3 กิจกรรมรายบุคคล

ชื่อ.....
กลุ่ม.....
ชั้น.....

ให้นักเรียนตอบคำถามจากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.



1.1 รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน/ไม่คล้ายกัน.....เพราะ.....

1.2 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ได้แก่
เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน/ไม่เท่ากัน.....เพราะ.....

1.3 ให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่า x

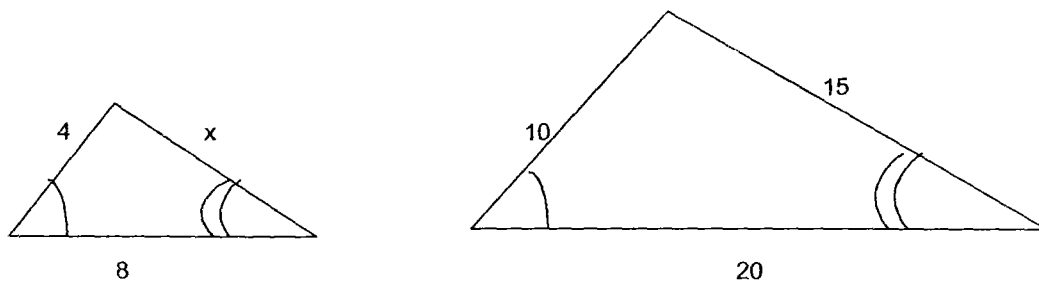
.....

.....

.....

.....

2.

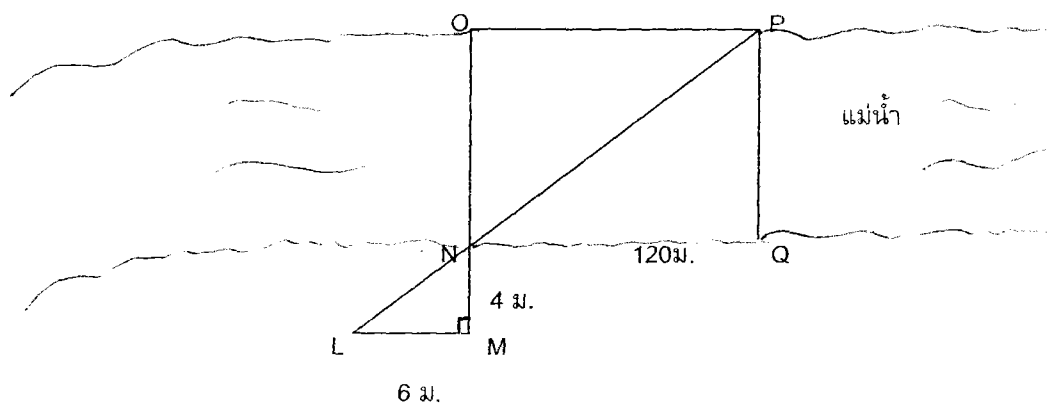


2.1 รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่คล้ายกัน.....เพราะ.....

2.2 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ได้แก่
เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่เท่ากัน.....เพราะ.....

2.3 ให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่า x

3. จากรูป จงหาความกว้างของแม่น้ำระหว่างจุด P และ Q



4. ให้นักเรียนนำหลักการหาความสูงของเสาธงของบ๊อมไปปฏิบัติการหาความสูงของสิ่งที่มีความสูงมาก คนละ 1 สิ่ง และรายงานผลการปฏิบัติการ ด้วยการแสดงภาพประกอบและแนวคิดในการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เอกสารเสริมสำหรับครู

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน” หรือ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน” สามารถนำสมบัตินี้มาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน การหาความสูงของสิ่งที่มีความสูงมากและการหาระยะทางของสิ่งต่างๆ

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

จากกิจกรรมที่ 8 ได้กล่าวถึงนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน และสามารถนำนิยามนี้มาใช้ในการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันหรือไม่ โดยการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่หรือไม่ ในกิจกรรมที่ 9 นี้เป็นการขยายความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยกล่าวถึงสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ คล้ายกันเมื่ออัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันเท่ากันทุกอัตราส่วน แล้วนำสมบัตินี้มาใช้ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน หาความสูงของสิ่งที่มีความสูงมากและหาระยะทางของสิ่งต่างๆ เป็นต้น

ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน หาความสูงของสิ่งที่มีความสูงมากและหาระยะทางของสิ่งต่างๆ นั้น เป็นการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วน ซึ่งในกิจกรรมการเรียนการสอนได้เสนอวิธีการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าไว้เพียงหนึ่งวิธีคือการหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการคูณหรือหลักการหาร นอกจากวิธีการดังกล่าวนี้แล้ว เรายังสามารถนำสมบัตินี้ที่กล่าวว่า “อัตราส่วนสองอัตราส่วนเท่ากันเมื่อผลคูณ

ไขว้ของอัตราส่วนเท่ากัน” แทนด้วย $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ เมื่อ $ad = bc$ มาใช้ในการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าในสัดส่วนได้อีกวิธีหนึ่ง โดยเมื่อได้ผลคูณไขว้ของอัตราส่วนที่เท่ากันแล้ว ก็แก้สมการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งรายละเอียดในการหาจำนวนที่ไม่ทราบค่าโดยวิธีนี้ อาจพบได้ในหนังสือเรียนหรือคู่มือครูรายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง และรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง ที่พัฒนาโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 9.1

1. $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle AED$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ ได้แก่ $\hat{A} = \hat{A}$ (มุมเดียวกันย่อมมีขนาดเท่ากัน) , $\hat{B} = \hat{E}$ (มุมฉาก) และ $\hat{C} = \hat{D}$ (มุมคู่ที่เหลี่ยวย่อมมีขนาดเท่ากัน)

2. ป้อมจะหาความสูงของเสาธง โดย หาความยาวของ DE แล้วนำมารวมกับความสูงของป้อมที่วัดจากเท้าถึงตา)
3. ไม่ได้

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 9.2

1. ในรูปสามเหลี่ยมซดที่ 1

- 1.1 รูปต้นฉบับและรูปย่อเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่
- 1.2 รูปต้นฉบับและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่
- 1.3 รูปย่อและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่

2. ในรูปสามเหลี่ยมซดที่ 2

- 2.1 รูปต้นฉบับและรูปย่อเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่
- 2.2 รูปต้นฉบับและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่
- 2.3 รูปย่อและรูปขยายเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ
จำนวนสามคู่

3. ในรูปสามเหลี่ยมซดที่ 1

- 3.1 รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปย่อมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปต้นฉบับลดลงครึ่งหนึ่งทุกคู่
- 3.2 รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปขยายมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปต้นฉบับเพิ่มขึ้นสองเท่าทุกคู่

4. ในรูปสามเหลี่ยมซดที่ 2

- 4.1 รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปย่อมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปต้นฉบับลดลงครึ่งหนึ่งทุกคู่
- 4.2 รูปสามเหลี่ยมที่เป็นรูปขยายมีความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกับรูปต้นฉบับเพิ่มขึ้นสองเท่าทุกคู่

อัตราส่วน $a : b$ และ $b : a$ ไม่เป็นอัตราส่วนเดียวกัน

จำนวนมะนาว (ลูก)	2	4	6	8	10	12
จำนวนเงิน (บาท)	5	10	15	20	25	30

2 : 5 , 4 : 10 , 6 : 15 , 8 : 20 , 10 : 25 และ 12 : 30

หรือ $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{25}$, และ $\frac{12}{30}$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 1}{5 \times 1} , \quad \frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} , \quad \frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} , \quad \frac{8}{20} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} ,$$

$$\frac{10}{25} = \frac{2 \times 5}{5 \times 5} \quad \text{และ} \quad \frac{12}{30} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6}$$

- อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{2}{3}$ ได้แก่ $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{10}{15}$
- อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{45}{63}$ ได้แก่ $\frac{5}{7}$, $\frac{15}{21}$
- อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน 12 : 28 ได้แก่ 3 : 7 , 6 : 14 , 24 : 56 , 36 : 84 , 60 : 140
- อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันเท่ากัน
- อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากัน

6.

6.1 $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ เพราะ มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่

6.2 อัตราส่วนของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองทั้งสามคู่เท่ากัน

7.

7.1 $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ เพราะ มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ ได้แก่ $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$

7.2 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

8.

8.1 $\triangle LMN$ คล้ายกับ $\triangle PQN$ เพราะ มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ ได้แก่ $\hat{L} = \hat{P}$, $\hat{M} = \hat{Q}$ และ $\hat{N} = \hat{N}$

8.2 $\frac{LM}{PQ} = \frac{MN}{QN} = \frac{NL}{NP}$

$$8.3 \quad \frac{MN}{QN} = \frac{NL}{NP}$$

$$8.4 \quad \text{จาก} \quad \frac{MN}{QN} = \frac{NL}{NP}$$

$$\text{จะได้} \quad \frac{6}{8} = \frac{NL}{12}$$

$$6 \times \frac{12}{8} = \frac{NL}{12}$$

$$8 \times \frac{12}{8} = \frac{NL}{12}$$

$$\frac{6 \times 1.5}{8 \times 1.5} = \frac{NL}{12}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{NL}{12}$$

ดังนั้น $NL = 9$ หน่วย

แต่ $NL = LN$

จะได้ว่า $LN = 9$ หน่วย

9. ได้

ความสูงของเสาธง เท่ากับ ความยาวของ $\overline{DE}$ บวกกับ ความสูงจากตาถึงเท้าของป้อม

จะหาความยาวของ $\overline{DE}$ โดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ดังนี้

จาก $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle AED$

จะได้

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$$

$$\frac{30}{20} = \frac{15}{ED}$$

$$30 \times \frac{1}{20} = \frac{15}{ED}$$

$$20 \times \frac{1}{20} = \frac{15}{ED}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{15}{ED}$$

ดังนั้น $ED = 10$

ความสูงของเสาธง เท่ากับ $10 + 1 = 11$ เมตร

แนวตอบใบกิจกรรมที่ 9.3

ข้อ 1

1.1 รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่

1.2 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ได้แก่ $\frac{6}{18}$, $\frac{8}{x}$ และ $\frac{10}{30}$ ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

เพราะเป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

1.3 แสดงวิธีการหาจำนวนที่แทน x โดยทำให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

จาก $\frac{8}{x} = \frac{10}{30}$

$$\frac{8}{x} = \frac{10x \cdot \frac{8}{10}}{10 \cdot \frac{8}{10}}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{10x \cdot 8}{30x \cdot 8}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{24}$$

ดังนั้น $x = 24$

ข้อ 2

2.1 รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่

2.2 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ได้แก่ $\frac{4}{10}$, $\frac{x}{15}$ และ $\frac{8}{20}$ ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน เพราะ เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2.3 แสดงวิธีหาจำนวนที่แทน x โดยทำให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{4}{10} &= \frac{x}{15} \\ \frac{4 \times 15}{10} &= \frac{x}{15} \\ \frac{15}{10} &= \frac{x}{15} \\ \frac{4 \times 1.5}{10 \times 1.5} &= \frac{x}{15} \\ \frac{6}{15} &= \frac{x}{15} \\ \text{ดังนั้น } x &= 6 \end{aligned}$$

ข้อ 3

 LMN  PON เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ จำนวนสามคู่ ได้แก่ $\hat{L} = \hat{P}$ (มุมแย้ง),

$\hat{M} = \hat{O}$ (มุมแย้ง) และ $\hat{N} = \hat{N}$ (มุมตรงข้าม)

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{LM}{PO} &= \frac{MN}{ON} \\ \frac{6}{120} &= \frac{4}{ON} \\ \frac{4}{6} &= \frac{4}{ON} \\ \frac{4}{80} &= \frac{4}{ON} \end{aligned}$$

จะได้ $ON = 80$
 $PQ = 80$

ดังนั้น แม่น้ำกว้าง 80 เมตร

แผนการสอนกิจกรรมที่ 10

ชื่อกิจกรรม ค้นหาสมบัติของวงกลม

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลม ได้แก่ ส่วนต่างๆ ของวงกลม มุมในครึ่งวงกลมและค้นหาสมบัติบางประการของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม และสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด ที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ เช่น การหาจุดศูนย์กลาง ความยาวของรัศมีของสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม การหาขนาดของซอกหรือเศษชิ้นส่วนของสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม เช่น จาน วงล้อเกวียน ของโบราณต่างๆ ที่มีบางส่วนเป็นส่วนโค้งของวงกลม ในกิจกรรมนี้ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจ สังเกต ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและการร่วมมือกันในกลุ่มในการคิดหาวิธีการ แนวคิดและเหตุผลต่างๆ

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกชื่อของส่วนต่างๆ ของวงกลม
2. บอกลักษณะของมุมในครึ่งวงกลม
3. ค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและคอร์ด
4. นำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและคอร์ด ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต

1. วงกลม ส่วนต่างๆ ของวงกลม
2. การลากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่กำหนด

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 10.1 “นักโบราณคดี”
2. ใบกิจกรรมที่ 10.2 “ค้นหาสมบัติของวงกลม”
3. ใบกิจกรรมที่ 10.3 “กิจกรรมรายบุคคล”
4. แผ่นใสรูปวงกลม พร้อมแสดงชื่อส่วนต่างๆ ของวงกลม
5. เศษชิ้นส่วนจาน
6. กระดาษรูปวงกลม ขนาดต่างๆ กัน
7. ไม้บรรทัด โปรแทรกเตอร์ วงเวียน

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูนำเศษชิ้นส่วนของจานมาให้นักเรียนช่วยกันสังเกตรูปร่างลักษณะของจานที่สมบูรณ์และร่วมมือกันอภิปรายเพื่อค้นหาแนวคิดในการหาขนาดของจานที่สมบูรณ์ของเศษชิ้นส่วนของจานใบนี้ โดยนำกระบวนการ

แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาใช้ประกอบการสังเกตและการอภิปราย พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 10.1 “นักโบราณคดี” ซึ่งในใบกิจกรรมข้อ 1 ประกอบด้วยรูปภาพของเศษชิ้นส่วนจานและคำถามที่ช่วยในการกระตุ้นให้นักเรียนได้แนวคิดว่าการหาขนาดของจานที่สมบูรณ์นั้น จะต้องเกี่ยวข้องกับส่วนใดของจานและจะหาได้อย่างไร ในที่นี้นักเรียนควรจะได้แนวคิดว่าการหาขนาดของจานที่สมบูรณ์จะมีรูปร่างลักษณะเป็นวงกลม ส่วนขนาดของจานที่สมบูรณ์เกี่ยวข้องกับรัศมีของจานหรือรัศมีของวงกลมนั่นเอง ดังนั้นการหาขนาดของจานที่สมบูรณ์จึงเกี่ยวข้องกับการหาความยาวของรัศมีของวงกลมหรือความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมีความยาวเป็นสองเท่าของความยาวของรัศมี และจะต้องรู้ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของวงกลม จึงจะสามารถหาความยาวของรัศมีหรือความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมได้ นักเรียนจะมีวิธีการหาจุดศูนย์กลางของจานที่สมบูรณ์ซึ่งมีรูปร่างลักษณะเป็นวงกลมได้หรือไม่ ถ้าได้จะมีวิธีการหาอย่างไร ซึ่งอาจจะมีนักเรียนบางคนเสนอแนวคิดมาให้พบครึ่งรูปภาพเศษชิ้นส่วนจานสองครึ่ง แล้วรอยพับจะตัดกันที่จุดจุดหนึ่งซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของจาน แต่เนื่องจากเรายังไม่ทราบขนาดและรูปร่างที่สมบูรณ์ของจาน จึงยังไม่สามารถหาส่วนโค้งที่เป็นครึ่งหนึ่งของจานที่สมบูรณ์ได้ ดังนั้นในการหาจุดศูนย์กลางของวงกลมหรือเศษชิ้นส่วนของสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะที่สมบูรณ์เป็นวงกลม นักเรียนจำเป็นต้องรู้เกี่ยวกับสมบัติบางประการของวงกลม เช่น สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด จึงจะสามารถนำสมบัติเหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาจุดศูนย์กลางและขนาดหรือความยาวของรัศมีของวงกลมหรือสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะเป็นวงกลมได้ เพื่อเป็นการทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลมและส่วนต่างๆ ของวงกลม ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ข้อ 2 ของใบกิจกรรม

2. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แจกใบกิจกรรมที่ 10.2 “ค้นหาสมบัติของวงกลม” พร้อมอุปกรณ์ต่างๆ ได้แก่ ไม้บรรทัด ไพรแทรกเตอร์และวงเวียน เพื่อให้แต่ละกลุ่มได้ร่วมมือกันปฏิบัติกิจกรรมตอนที่ 1 เพื่อเรียนรู้เกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม แล้วค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม “มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา” ในตอนที่ 2 ค้นหาสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับ “จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่มีจุดทั้งสองนั้นเป็นจุดปลาย” และเป็นแนวคิดที่สามารถสรุปเป็นสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด “เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น” หลังจากที่แต่ละกลุ่มได้ร่วมมือกันปฏิบัติกิจกรรม ตอบคำถามและสามารถสรุปเป็นสมบัติของวงกลมดังกล่าวแล้ว ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายว่าจะนำสมบัติของวงกลมเหล่านี้มาใช้ในการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 10.1 คือหาขนาดของจานที่สมบูรณ์ได้หรือไม่ ถ้าได้จะมีวิธีการอย่างไร โดยปฏิบัติในตอนที่ 3 ของใบกิจกรรม จากนั้นให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูรวบรวมแนวคิดจากที่นักเรียนนำเสนอและอธิบายให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งแนะนำว่าเราสามารถนำสมบัติของวงกลมทั้งสองไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้อีก เช่น การหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมหรือสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะเป็นวงกลมในใบกิจกรรมที่ 10.3 “กิจกรรมรายบุคคล และปัญหาที่จะกล่าวต่อไปในกิจกรรมที่ 11

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10.3 “กิจกรรมรายบุคคล” พร้อมกระดาษที่ตัดเป็นวงกลมขนาดต่างๆ กัน ให้นักเรียนแสดงวิธีการที่แตกต่างกันในการหาจุดศูนย์กลาง และความยาวของรัศมีของวงกลมที่กำหนดให้

การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล

ใบกิจกรรมที่ 10.1 นักโบราณคดี

ชื่อ.....
ชั้น.....

1. ให้นักเรียนสังเกตเศษชิ้นส่วนของจานโบราณที่นักโบราณคดีขุดมาได้ ดังรูป แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



1.1 จานที่สมบูรณ์ของเศษชิ้นส่วนของจานใบนี้มีรูปร่างลักษณะ

.....

1.2 ขนาดของจานที่สมบูรณ์เกี่ยวข้องกับส่วนใดของจาน

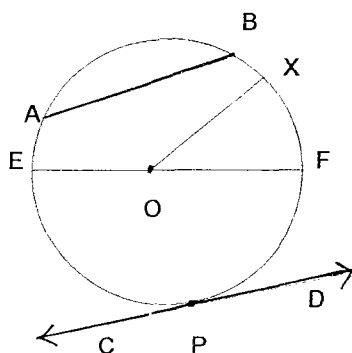
.....

1.3 ถ้าจะหาขนาดของจานที่สมบูรณ์ใบนี้จะต้องหาส่วนใดของจาน

.....

1.4 นักเรียนสามารถหาส่วนที่เกี่ยวข้องกับขนาดของจานใบนี้ได้/ไม่ได้.....

2. ให้นักเรียนชื่อก่อนส่วนต่างๆ ของวงกลม O



2.1 จุด O เรียกว่า.....

2.2 $\overline{EF}$ เรียกว่า

2.3 $\overline{OX}$ เรียกว่า

2.4 $\overline{OE}$ เรียกว่า

2.5 $\overline{AB}$ เรียกว่า

2.6 เส้นตรง CD เรียกว่า

2.7 จุด P เรียกว่า

ใบกิจกรรมที่ 10.2 ค้นหาสมบัติของวงกลม

ชื่อ.....
กลุ่ม.....
ชั้น.....

ตอนที่ 1 ให้แต่ละกลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สร้างวงกลม 3 วง ให้มีรัศมีต่างๆ กัน
2. ในแต่ละวง ให้กำหนดจุดศูนย์กลางของวงกลมและเขียนเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
3. ในแต่ละวง ให้สร้างมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองข้างของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
4. วัดขนาดของมุมที่สร้างในข้อ 3 ของวงกลมแต่ละวง

มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองข้างของเส้นผ่านศูนย์กลาง เรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

ตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) มุมทั้งสามที่สร้างขึ้นในข้อ 3 เรียกว่า
- (2) ขนาดของมุมที่สร้างขึ้นในข้อ 3 ของวงกลมแต่ละวงเท่ากับ.....องศา

คำตอบที่ได้ข้างต้น เป็นไปตามสมบัติเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม ที่กล่าวว่า

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา

(3) ถ้ากำหนดจุด A บนวงกลมวงหนึ่ง เขียนคอร์ด AB ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วสร้างมุม BAC ให้มีขนาด 90° องศา โดยที่จุด C อยู่บนวงกลม แล้วส่วนของเส้นตรง BC จะเป็นส่วนของวงกลมวงนี้ เพราะเหตุใด (เขียนภาพประกอบด้วย)

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 ให้แต่ละกลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดจุดสองจุด ให้เป็นจุด A และ จุด B ลาก $\overline{AB}$
2. สร้างเส้นตรง l แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด C
3. กำหนดจุด x , x_1 และ x_2 บนเส้นตรง l

ตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) จุด x อยู่ห่างจากจุด A และ จุด B เป็นระยะทางเท่ากันไม่เท่ากัน (ใช้วงเวียนตรวจสอบหรือการวัด)

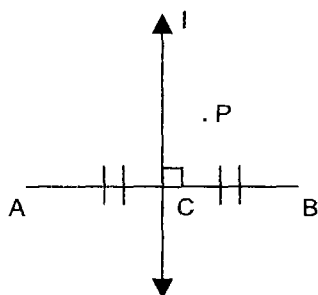
.....

(2) ถ้าใช้จุด x เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ได้/ไม่ได้.....
เพราะ.....

(3) ถ้าใช้จุด x_1 และ x_2 เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ได้/ไม่ได้ เพราะ.....

(4) แต่ละจุดบนเส้นตรง l จะเป็น/ไม่เป็น.....จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งที่ผ่านจุด A และ จุด B

(5)



ถ้า P เป็นจุดๆ หนึ่งที่ไม้อยู่บนเส้นตรง l จะอยู่ห่างจากจุด A และ จุด B เท่ากัน/ไม่เท่ากัน

(6) ใช้จุด P เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ได้/ไม่ได้.....
เพราะ.....

คำตอบที่ได้ข้างต้น เป็นไปตามสมบัติของวงกลมที่กล่าวว่า

จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่มีจุดทั้งสองนั้นเป็นจุดปลาย

(7) จะกล่าวได้/ไม่ได้..... ว่าเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนั้น
เพราะ.....

จากคำตอบข้างต้นนี้เป็นไปตามสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด ที่กล่าวว่า

เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

(8) ถ้าเขียนคอร์ด AB และ คอร์ด CD ที่ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน ในวงกลมวงหนึ่ง แล้วลาก $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{XY}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB และคอร์ด CD ตามลำดับ ให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง กำหนดเป็นจุด O จะได้ว่า จุด O เป็นส่วนใดของวงกลมวงนี้ เพราะเหตุใด และส่วนใดเป็นรัศมีของวงกลมวงนี้ (เขียนภาพประกอบด้วย)

.....

.....

.....

.....

นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด จึงต้องกำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน

.....

.....

.....

.....

(9) ถ้าเขียนคอร์ด AB และ คอร์ด BC ในวงกลมวงหนึ่ง แล้วลาก $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{XY}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ด AB และคอร์ด BC ตามลำดับ ให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{XY}$ ตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง กำหนดเป็นจุด O จะได้ว่า จุด O เป็นส่วนใดของวงกลมวงนี้ เพราะเหตุใด และส่วนใดเป็นรัศมีของวงกลมวงนี้ (เขียนภาพประกอบด้วย)

จากตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ให้แต่ละกลุ่มสรุปว่าสมบัติของวงกลมต่อไปนี้ กล่าวอย่างไร

1. สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม

2. สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด

ตอนที่ 3 ให้แต่ละกลุ่มแสดงแนวคิดในการหาขนาดของงานที่สมบูรณ์ของเศษชิ้นส่วนงานในใบกิจกรรมที่ 10.1
ข้อ 1 (แสดงภาพประกอบด้วย)

[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 10.3 กิจกรรมรายบุคคล

ชื่อ.....

กลุ่ม.....ชั้น.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลม จากกระดาษที่ตัดเป็นวงกลมที่ครูแจกให้นักเรียนแต่ละคน ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งเขียนวิธีหาให้ชัดเจน

เอกสารเสริมสำหรับครู

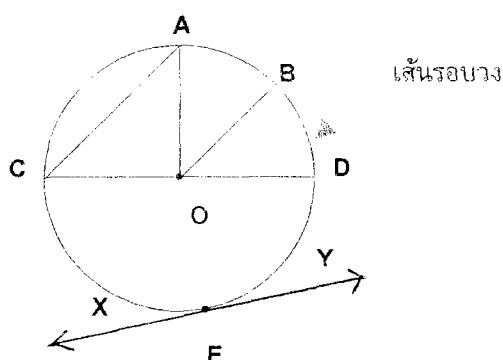
ค้นหาสมบัติของวงกลม

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับวงกลม ส่วนต่างๆ ของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม และค้นหาสมบัติบางประการของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมและสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ด ที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ ในกิจกรรมนี้ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจ สังเกต ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและการร่วมมือกันในกลุ่มในการค้นหาวิธีการ แนวคิดและเหตุผลต่างๆ

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับวงกลมและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

ความหมายของวงกลม

วงกลม คือ รูปซึ่งประกอบด้วยจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน



ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม ประกอบด้วย

1. จุดศูนย์กลาง เป็นจุดคงที่ ที่ห่างจากจุดทุกจุดบนเส้นรอบวงเป็นระยะทางคงที่ ในที่นี้คือจุด O
2. รัศมี เป็นส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดที่อยู่บนเส้นรอบวง จากรูป ได้แก่ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ และเป็นระยะทางหรือความยาวของส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดที่อยู่บนเส้นรอบวง ซึ่งเป็นระยะทางคงที่
3. คอร์ดของวงกลม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดใดๆ บนวงกลมนั้น จากรูป $\overline{AC}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O
4. เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม คือ ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดใดๆ บนวงกลม และ ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม หรือคอร์ดที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม จากรูป $\overline{CD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ของวงกลม O ดังนั้น เส้นผ่านศูนย์กลางเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุด

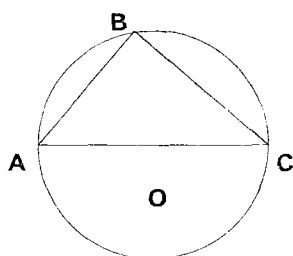
5. **เส้นสัมผัสของวงกลม** คือ เส้นตรงซึ่งตัดหรือแตะวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น จากรูป $\overleftrightarrow{XY}$ เป็นเส้นสัมผัสของวงกลม O เรียกจุด E ว่า **จุดสัมผัสของวงกลม**

ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของวงกลม

1. สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

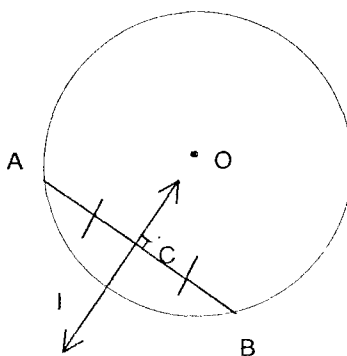
สมบัติของขนาดของมุมในครึ่งวงกลม : มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก



จากรูป มุม ABC เป็นมุมในครึ่งวงกลม เพราะแขนทั้งสองข้างของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง
จะได้ว่า ขนาดของมุม ABC เท่ากับ 90 องศา

2. สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอर्ड

สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอर्ड : เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอर्डของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น



สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอर्डข้างต้นนี้ เป็นสมบัติที่ได้แนวคิดมาจากสมบัติเกี่ยวกับวงกลมที่กล่าวว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่มีจุดทั้งสองนั้นเป็นจุดปลาย

เราสามารถนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม และสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอรัด มาใช้ในการหาจุดศูนย์กลางของวงกลมใดๆ ที่ไม่ได้กำหนดจุดศูนย์กลางมาให้ได้ ดังในแนวการตอบใบกิจกรรมที่ 10.3

แนวการตอบใบกิจกรรมที่ 10.1

ข้อ 1

1.1 วงกลม

1.2 รัศมีหรือเส้นผ่านศูนย์กลางของจาน

1.3 รัศมีหรือเส้นผ่านศูนย์กลางของจาน

1.4 ไม่ได้ เนื่องจากขณะนี้ยังไม่รู้ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของจานใบนี้ จึงยังไม่สามารถหารัศมีหรือเส้นผ่านศูนย์กลางได้

ข้อ 2

2.1 จุดศูนย์กลางของวงกลม

2.2 เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

2.3 รัศมีของวงกลม

2.4 รัศมีของวงกลม

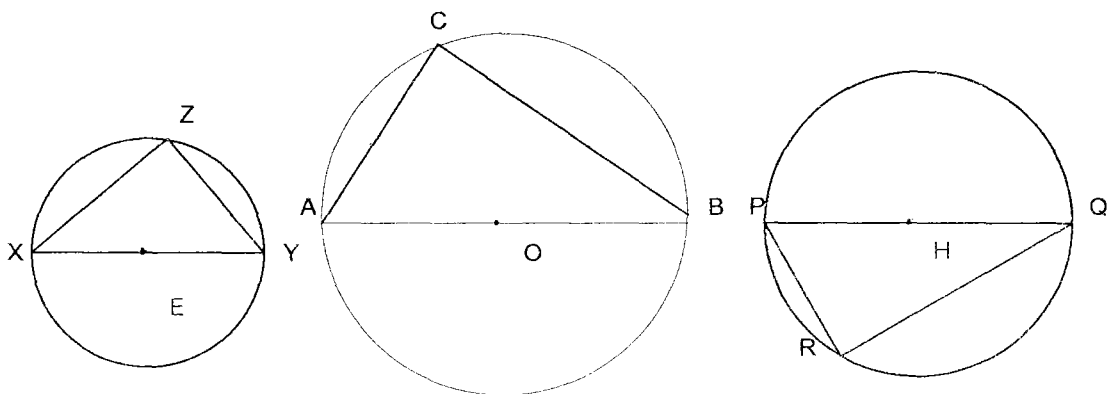
2.5 คอรัด

2.6 เส้นสัมผัสของวงกลม

2.7 จุดสัมผัสของวงกลม

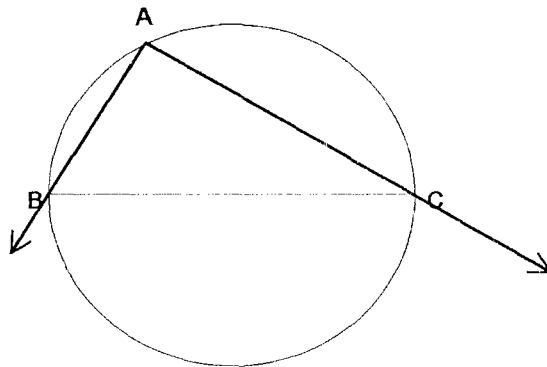
แนวการตอบใบกิจกรรมที่ 10.2

ตอนที่ 1 ตัวอย่างภาพคำตอบ



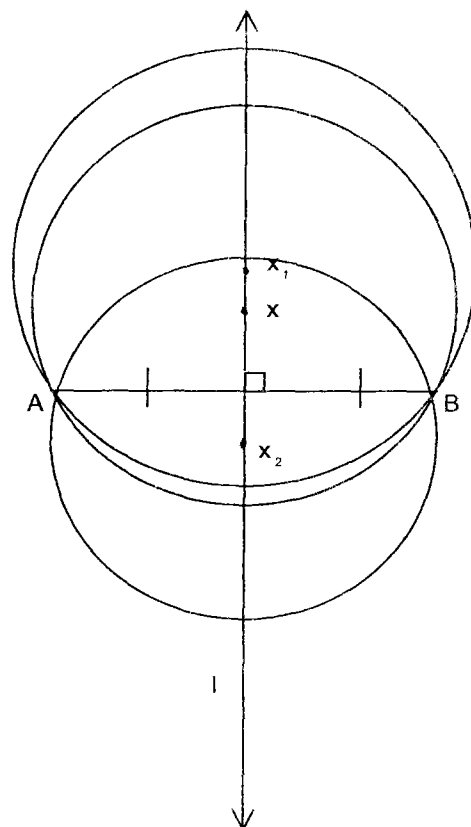
ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมแต่ละวงเท่ากับ 90 องศา

- (1) มุมในครึ่งวงกลม
- (2) 90 องศา
- (3) ตัวอย่างภาพคำตอบ



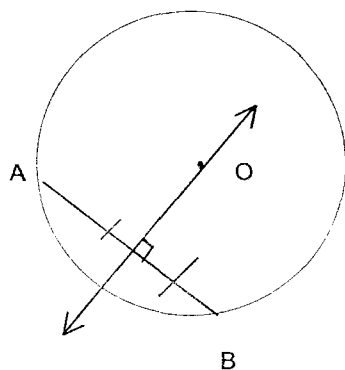
ส่วนของเส้นตรง BC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เพราะมุม BAC เป็นมุมในครึ่งวงกลมที่มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ดังนั้นแขนของมุม BAC ทั้งสองแขน คือ AB และ AC จะผ่านจุดปลายทั้งสองข้างของเส้นผ่านศูนย์กลาง จะได้จุด B และ จุด C เป็นจุดปลายทั้งสองข้างของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้

ตอนที่ 2



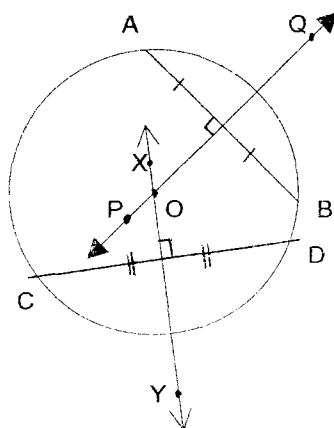
- (2) ถ้าใช้จุด x เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ได้ เพราะจุด x อยู่ห่างจากจุด A และ จุด B เป็นระยะทางเท่ากัน ซึ่งระยะห่างระหว่างจุด x และจุดใดจุดหนึ่งก็คือรัศมีของวงกลมนั่นเอง
- (3) ถ้าใช้จุด x_1 และ x_2 เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ได้ เพราะแต่ละจุดอยู่ห่างจากจุด A และ จุด B เป็นระยะทางเท่ากัน ซึ่งระยะห่างระหว่างจุด x_1 และจุดใดจุดหนึ่ง และระยะห่างระหว่างจุด x_2 และจุดใดจุดหนึ่งก็คือรัศมีของวงกลมนั่นเอง
- (4) แต่ละจุดบนเส้นตรง l จะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งที่ผ่านจุด A และ จุด B
- (5) ถ้า P เป็นจุดๆ หนึ่งที่ไม่อยู่บนเส้นตรง l จากการใช้วงเวียนตรวจสอบหรือวัดจะได้ว่า จุด P จะอยู่ห่างจากจุด A และ จุด B ไม่เท่ากัน
- (6) ใช้จุด P เป็นจุดศูนย์กลาง จะสร้างวงกลมให้ผ่านจุด A และ จุด B ไม่ได้ เพราะจุด P อยู่ห่างจากจุด A และ จุด B ไม่เท่ากัน

(7)



เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนั้น เพราะว่าจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่เป็นจุดปลายของคอร์ดของวงกลมจะอยู่บนเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เป็นคอร์ดของวงกลมวงนั้น

(8)

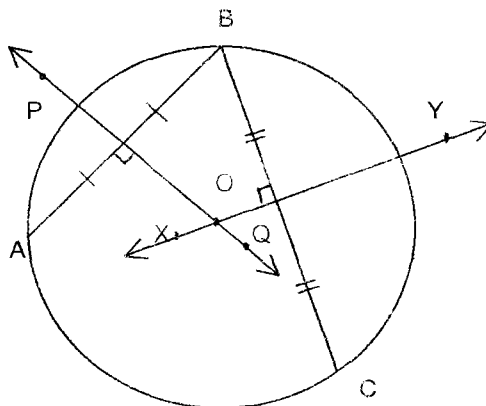


จากสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดี เราทราบว่าเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY ต่างก็ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม จุดศูนย์กลางของวงกลมจึงต้องเป็นจุดที่อยู่บนเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY ดังนั้นจุดตัดของเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY จึงเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ในที่นี้คือ จุด O เพราะว่าจุด O อยู่ห่างจากจุด A , จุด B , จุด C และ จุด D เป็นระยะทางเท่ากัน นั่นคือ

$\overline{OA}$ หรือ $\overline{OB}$ หรือ $\overline{OC}$ หรือ $\overline{OD}$ เป็นรัศมีของวงกลมวงนี้

ถ้ากำหนดคอร์ดีทั้งสองให้ขนานกันแล้ว เส้นตรง l และ เส้นตรง m จะต่อกันเป็นเส้นตรงเดียวกัน ทำให้ไม่สะดวกในการหาจุดตัดของเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดีทั้งสอง ซึ่งจะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนั้น แต่เราสามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมได้เช่นกัน เมื่อเส้นตรง l และ เส้นตรง m จะต่อกันเป็นเส้นตรงเดียวกัน เส้นตรงเส้นนี้ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดวงกลมที่จุดสองจุด ดังนั้นจุดศูนย์กลางของวงกลมก็คือ จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดนั้น

(9)



จากสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดี เราทราบว่าเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY ต่างก็ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม จุดศูนย์กลางของวงกลมจึงต้องเป็นจุดที่อยู่บนเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY ดังนั้นจุดตัดของเส้นตรง PQ และเส้นตรง XY จึงเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ในที่นี้คือ จุด O เพราะว่าจุด O อยู่ห่างจากจุด A , จุด B , และจุด C เป็นระยะทางเท่ากัน นั่นคือ

$\overline{OA}$ หรือ $\overline{OB}$ หรือ $\overline{OC}$ เป็นรัศมีของวงกลมวงนี้

สมบัติของวงกลม

1. สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม กล่าวว่ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมเท่ากับ 90 องศา
2. สมบัติของวงกลมที่กล่าวว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่มีจุดทั้งสองนั้นเป็นจุดปลาย

สมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดี กล่าวว่เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ดีของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนั้น

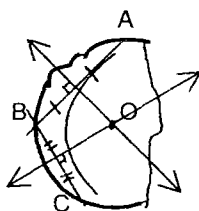
ตอนที่ 3

จากสมบัติของวงกลมในตอนท่ 1 สามารถนำมาใช้หาขนาดของจวนที่สมบูรณ์ในใบกิจกรรมที่ 10.1 ได้ โดยนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมมาใช้หาจุดศูนย์กลางของจวนและความยาวของรัศมีดังนี้



1. สร้างคอร์ดี AB ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางบนเศษชิ้นส่วนจวน
2. สร้างมุม CAB ให้มีขนาดเท่ากับ 90 องศา ตัดส่วนโค้งของเศษชิ้นส่วนจวนที่จุด C (ในกรณีที่เศษชิ้นส่วนจวนมีขนาดเกินครึ่งหนึ่งของจวนที่สมบูรณ์)
3. ลาก $\overline{BC}$ ซึ่ง $\overline{BC}$ จะเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของจวน
4. แบ่งครึ่ง $\overline{BC}$ ที่จุด O จุด O จะเป็นจุดศูนย์กลางของจวน
5. วัดความยาวของ $\overline{BO}$ หรือ ของ $\overline{CO}$ จะได้ความยาวของรัศมีของจวนหรือขนาดของจวน

จากสมบัติของวงกลมในตอนท่ 2 สามารถนำมาใช้หาขนาดของจวนที่สมบูรณ์ในใบกิจกรรมที่ 10.1 ได้ โดยนำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดีของวงกลมมาใช้หาจุดศูนย์กลางของจวน แล้วหาความยาวของรัศมีโดยการวัด ดังนี้

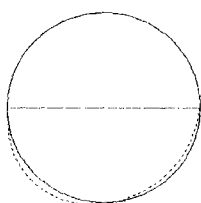
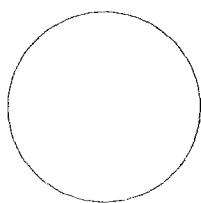


1. กำหนดจุด 3 จุด บนส่วนโค้งของจวน สมมติให้เป็นจุด A , B และ C (เนื่องจากจวนไม่สมบูรณ์ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการหารัศมีของจวน เราสามารถกำหนดจุดเพียง 3 จุด บนส่วนโค้งของจวนก็ได้)
2. ลาก $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ซึ่ง $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ เป็นคอร์ดีของวงกลมที่ไม่อยู่ในแนวขนานกัน
3. ลากเส้นตรงแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ให้ตัดกันที่จุด ๆ หนึ่ง กำหนดเป็นจุด O จุด O นั้นเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม (จากสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดี)
4. ลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ และวัดความยาวของ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ซึ่งจะได้ว่า $OA = OB$ ดังนั้น $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ เป็นรัศมีของวงกลม (รัศมีของวงกลมเดียวกันต้องยาวเท่ากัน)

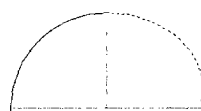
แนวตอบใบกิจกรรมที่ 10.3

วิธีการหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดวงกลมมาให้

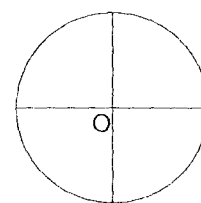
วิธีที่ 1 ใช้วิธีพับครึ่งสองครั้ง แล้วคลี่ออก รอยที่พับครึ่งครั้งแรกนั้นจะเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เมื่อพับครึ่งอีกครั้งแล้วคลี่ออก จะเป็นรอยเส้นผ่านศูนย์กลางสองเส้นตัดกัน จุดตัด (จุด O) นั้นจะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้ แล้ววัดรัศมีของวงกลมหรือวัดความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วหารด้วยสอง จะได้รัศมีของวงกลมนี้ ดังรูป



พับครึ่งครั้งที่ 1

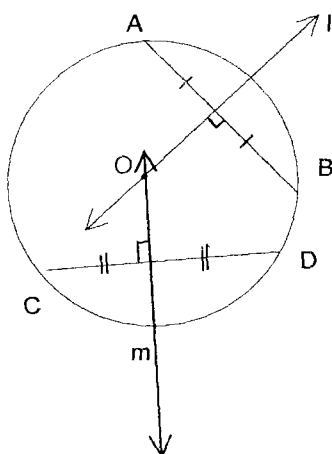


พับครึ่งครั้งที่ 2



คลี่ออก

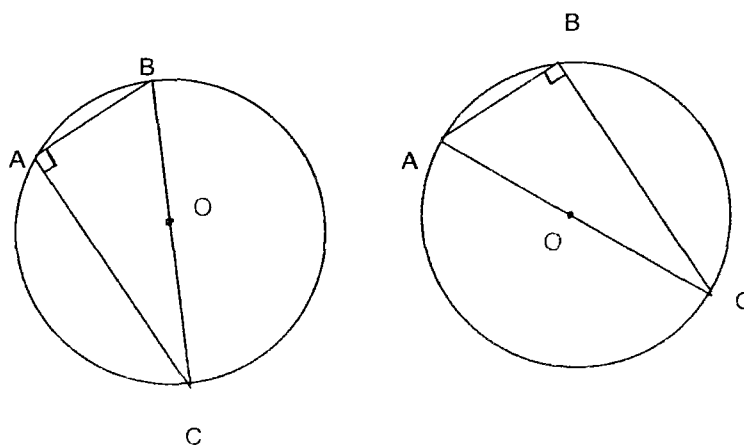
วิธีที่ 2 นำสมบัติของวงกลมเกี่ยวกับคอร์ดมาใช้ โดย

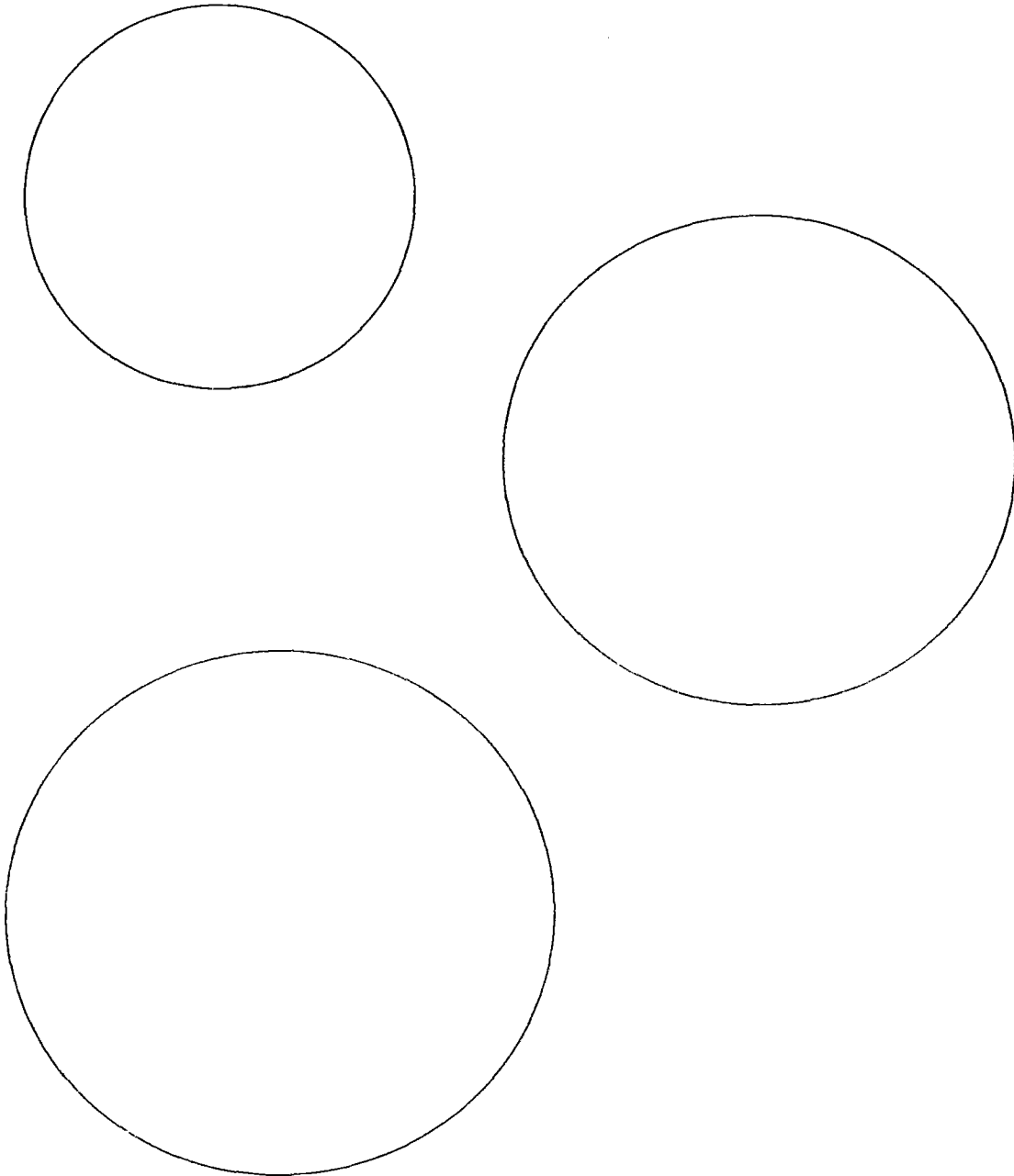


จากวงกลมที่กำหนดให้ สร้างคอร์ดสองเส้นที่ไม่มีจุดร่วมกันและไม่ขนานกัน หรือสร้างคอร์ดสองเส้นที่มีจุดร่วมกันหนึ่งจุด แล้วสร้างเส้นตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดแต่ละเส้น จุดตัดของเส้นตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดทั้งสอง คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม

วิธีที่ 3 นำสมบัติของขนาดของมุมในครึ่งวงกลมมาใช้ โดย

สร้างคอร์ดเส้นหนึ่งที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วสร้างคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางอีกเส้นหนึ่งให้ตั้งฉากกับจุดปลายข้างใดข้างหนึ่งของคอร์ดเส้นแรก ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดปลายของคอร์ดทั้งสองที่เป็นจุดปลายของแขนทั้งสองของมุมฉาก จะได้ว่าส่วนของเส้นตรงนี้เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงนี้ก็คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม





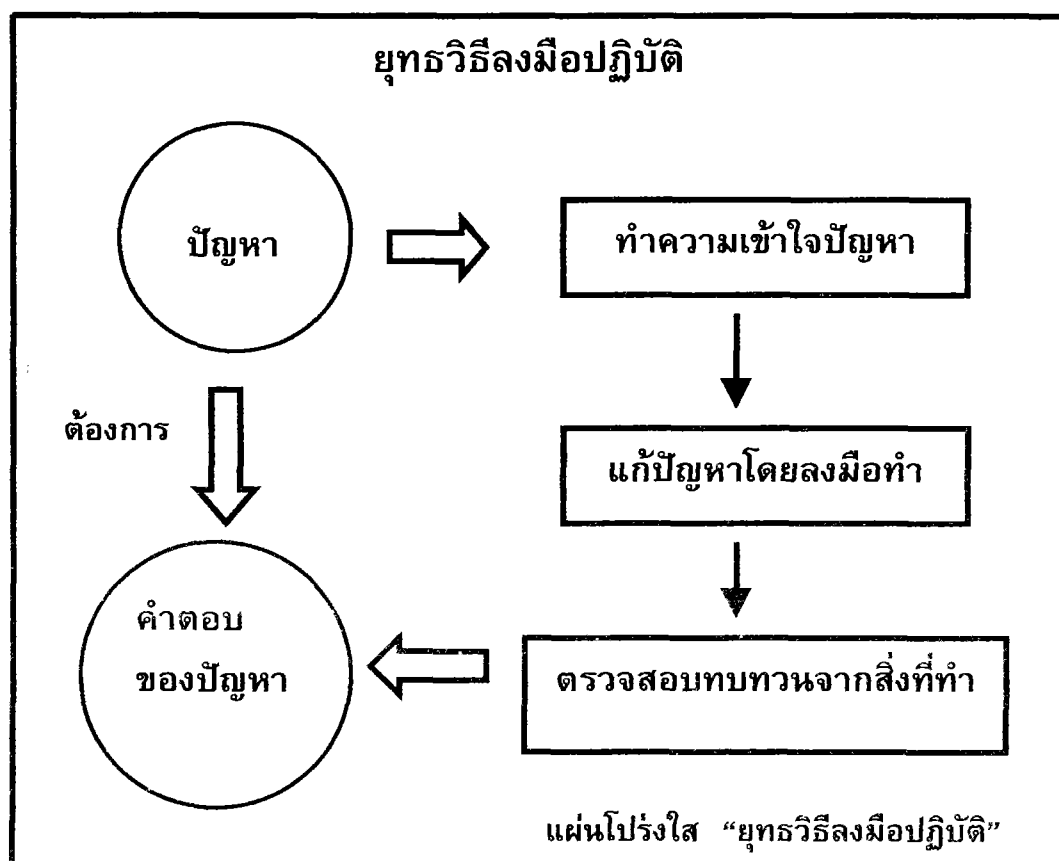
สื่อประกอบ

แผ่นโปสเตอร์ กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และ ยุทธวิธีแก้ปัญหา

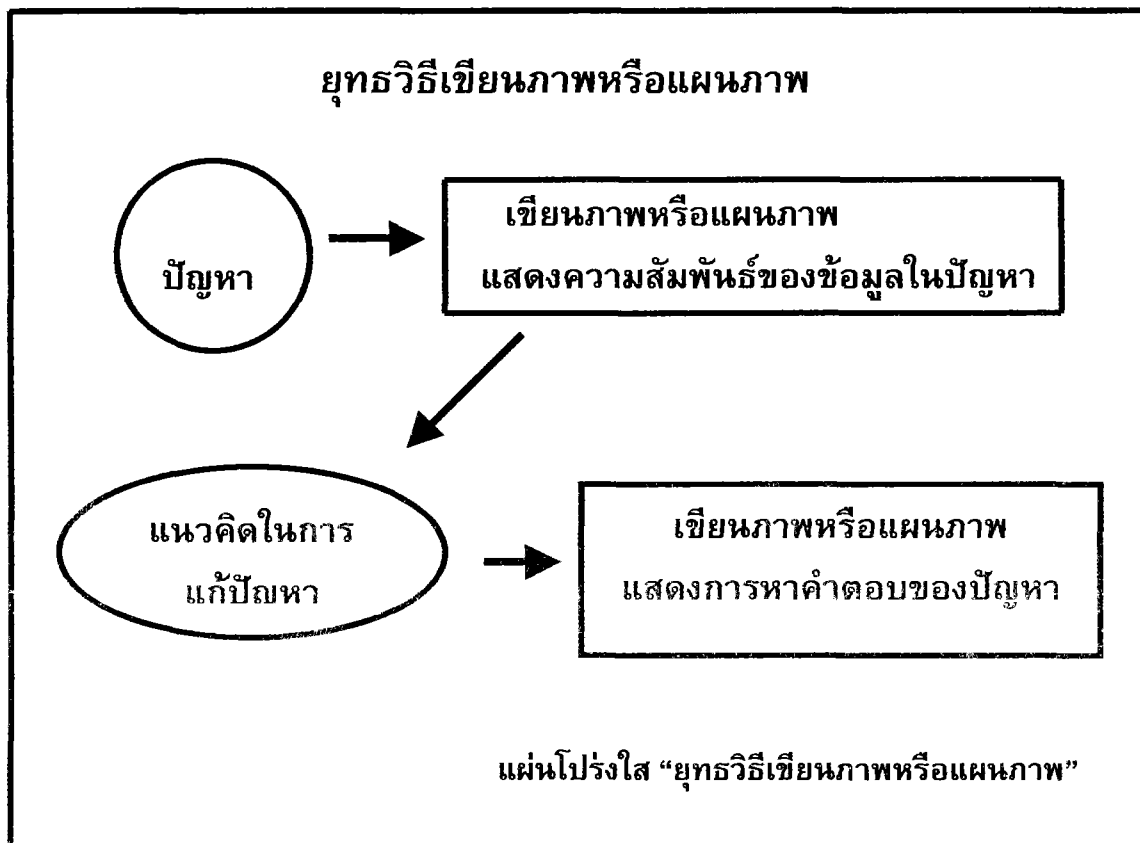
กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

1. ทำความเข้าใจปัญหา ด้วยการค้นหาข้อเท็จจริง และค้นหาปัญหา พิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนด สิ่งที่เกี่ยวข้องถามหรือโจทย์ ต้องการ
2. ค้นหาแนวคิด ด้วยการระดมความคิดเพื่อหาแนวคิด ในการแก้ปัญหา หรือหาคำตอบของปัญหาให้ได้ หลากหลายวิธี
3. ประเมินหรือตัดสินใจเลือกแนวคิด ดำเนินการวางแผนเพื่อวิเคราะห์หาหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมในการเลือกแนวคิดที่ดีที่สุด มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ควรเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่ เป็นของตนเอง
4. ค้นหาการยอมรับ ด้วยการนำแนวคิดเสนอต่อเพื่อน นักเรียนหรือครูผู้สอน เพื่อค้นหาการยอมรับแนวคิด
5. นำแนวคิดไปปฏิบัติใช้ในการแก้ปัญหาดต่อไป นำแนวคิดที่ได้รับการยอมรับแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาดต่อไป

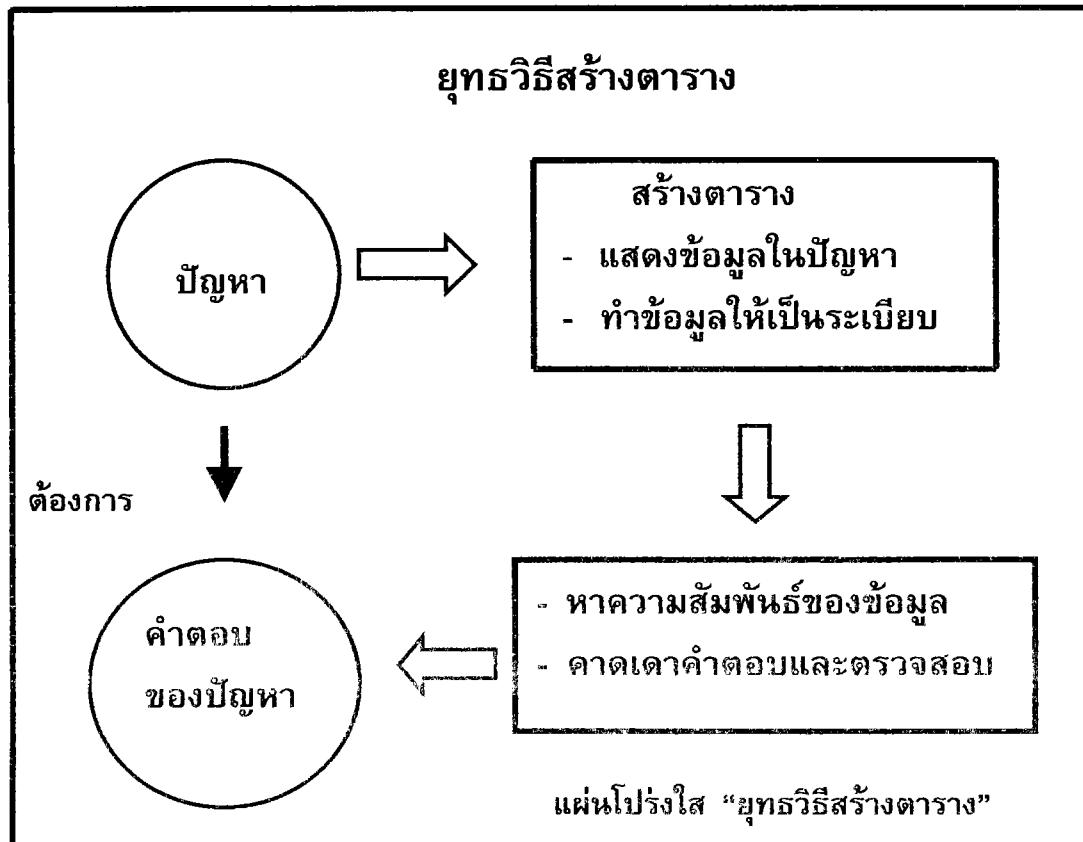
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”



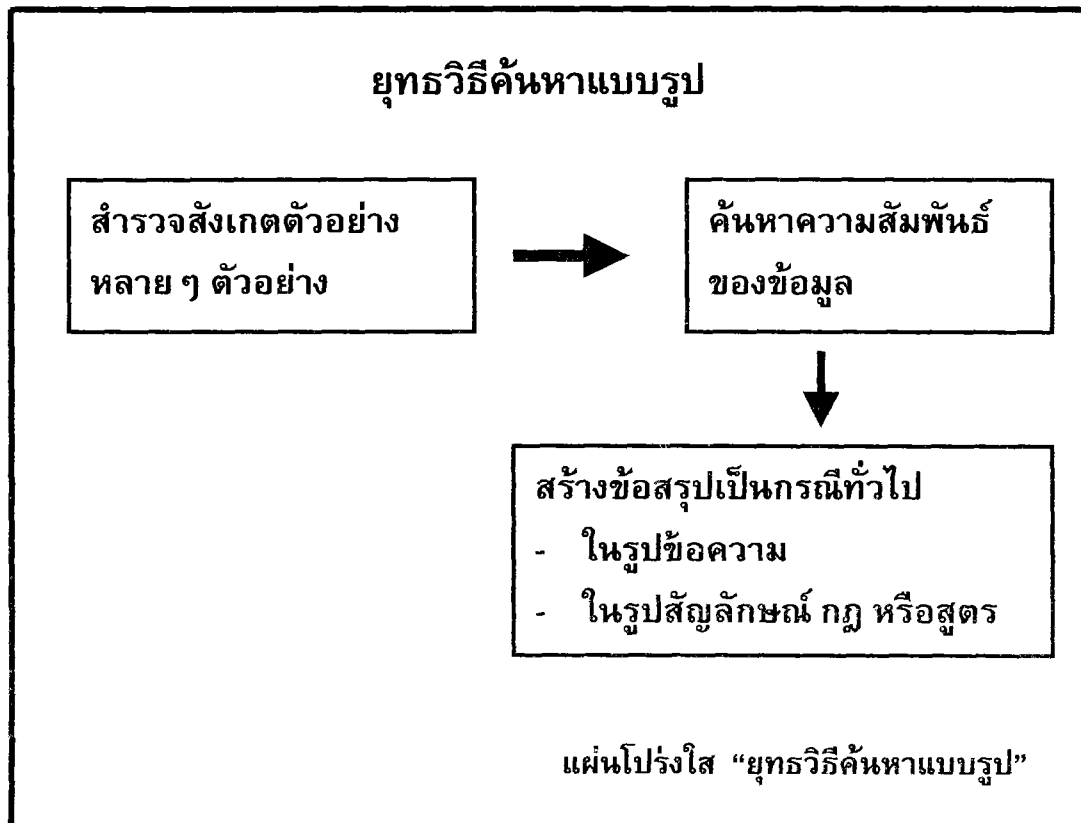
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ”



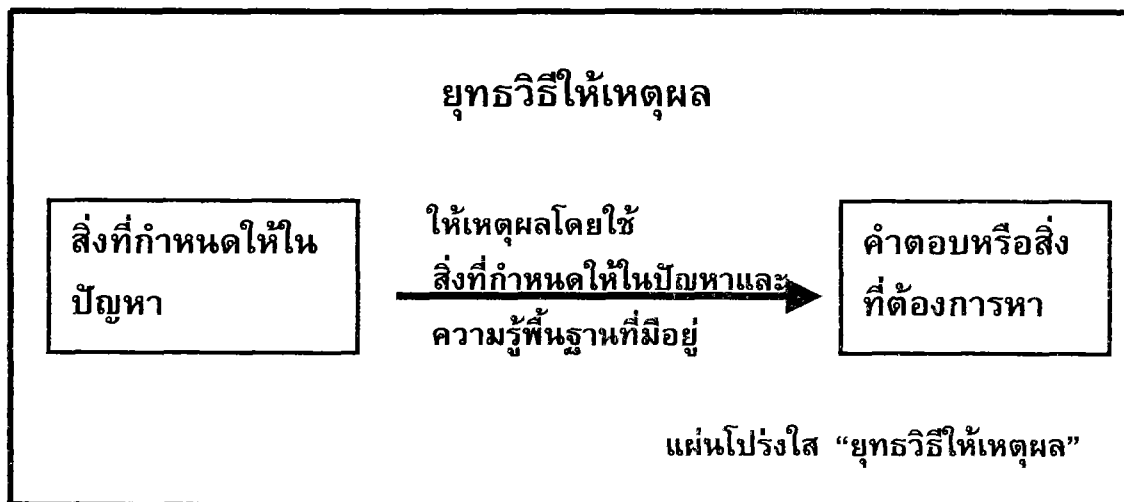
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีสร้างตาราง”



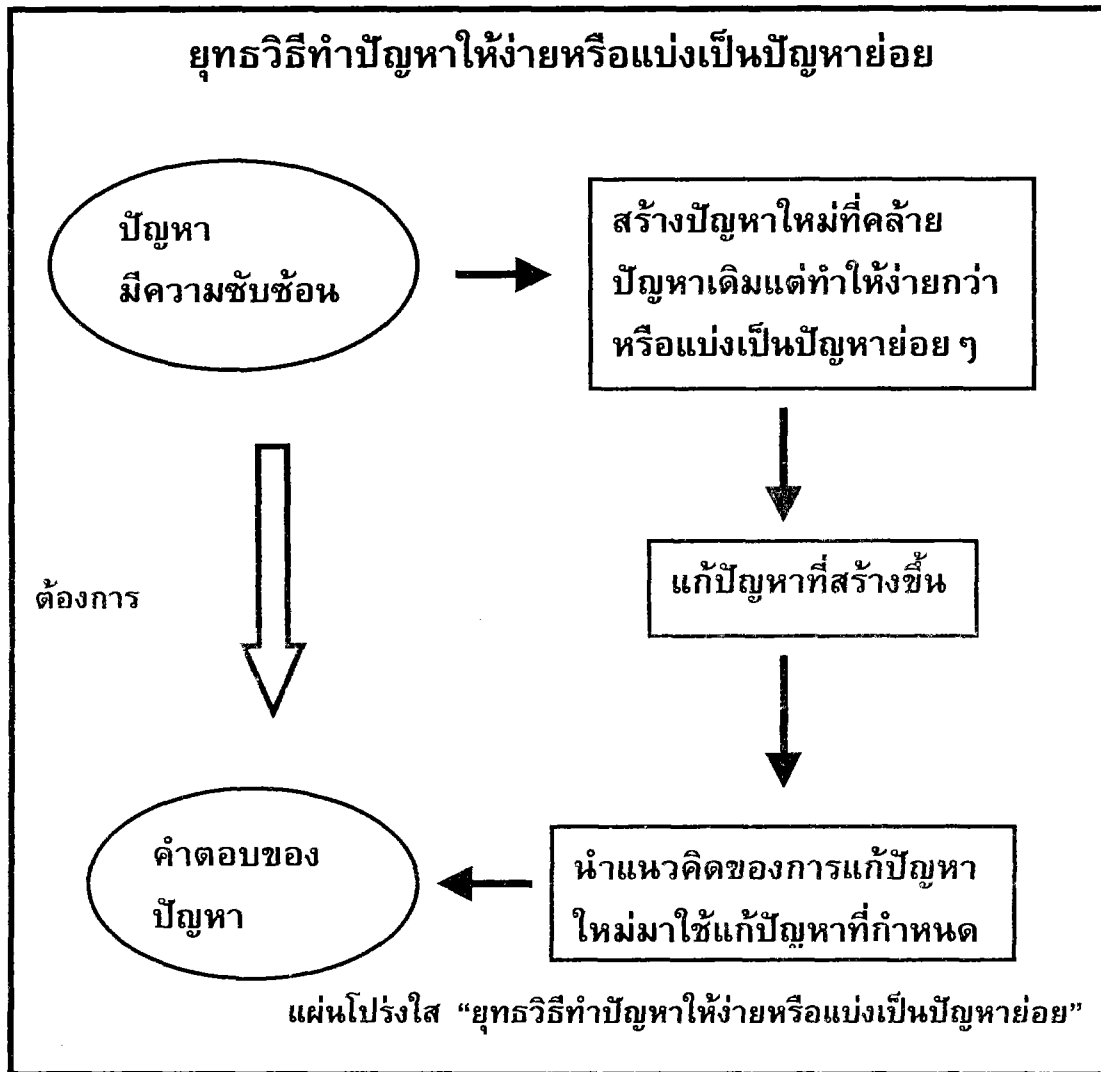
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”



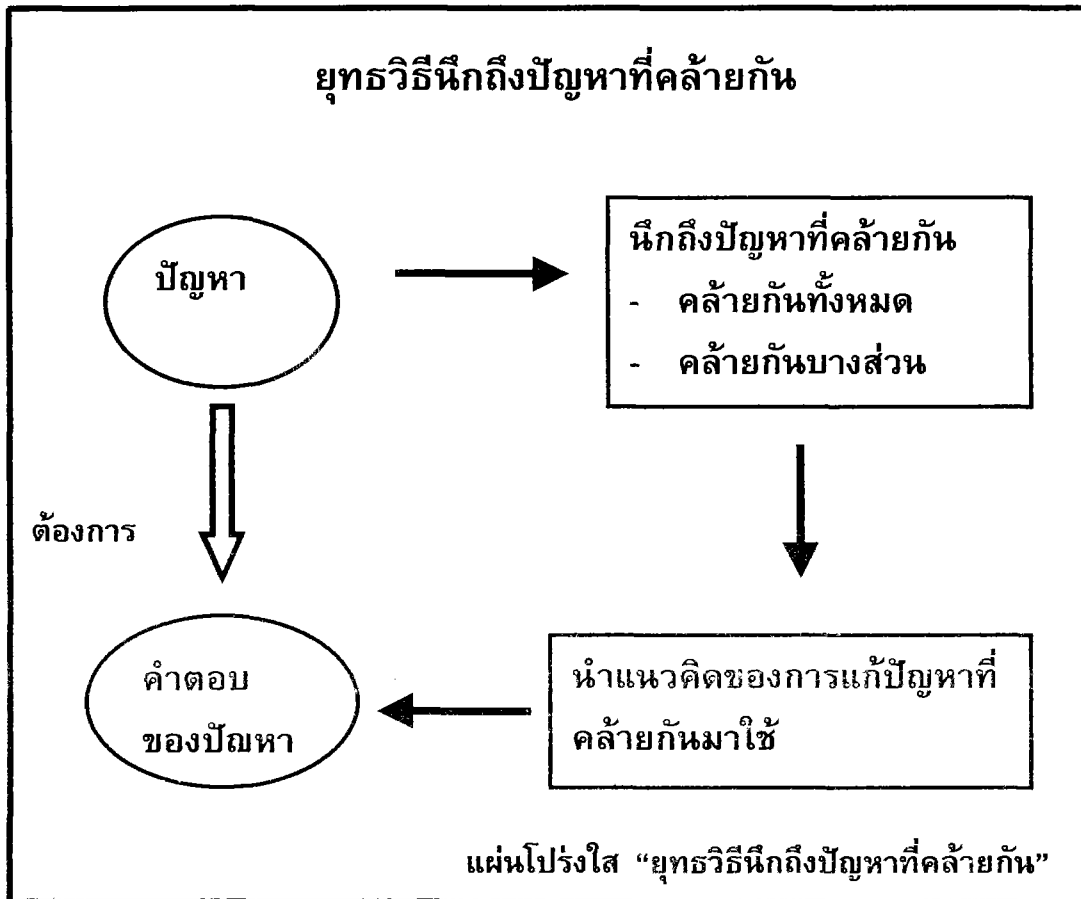
แผ่นโปร่งใส “ยุทธวิธีให้เหตุผล”



แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย”



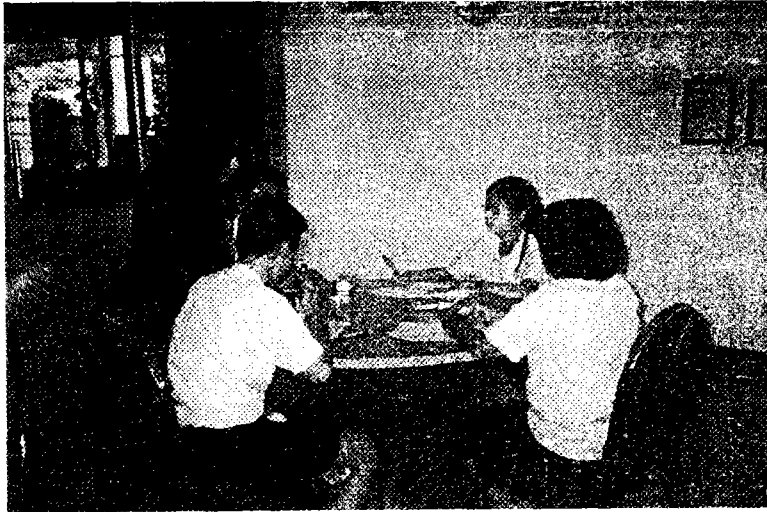
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน”



ภาคผนวก ง

ตัวอย่างภาพกิจกรรมและผลงานของนักเรียน

ภาพการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน



ครูชี้แจงการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม



ปฏิบัติการแบ่งแขนวิช

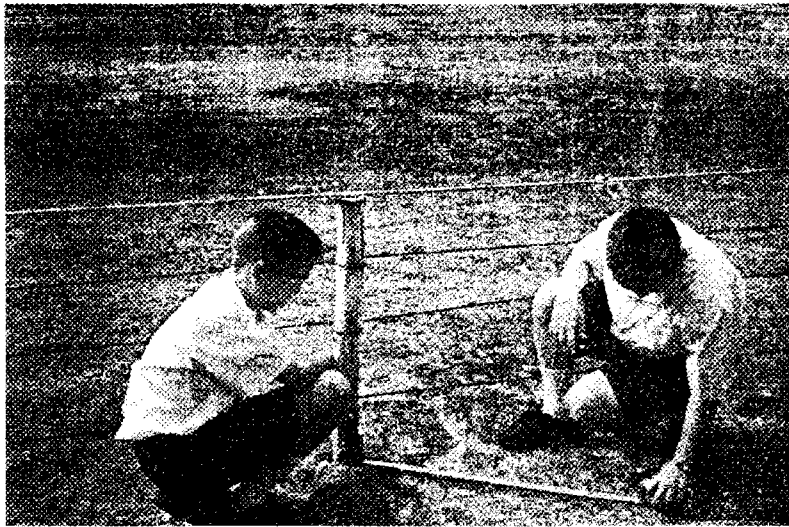


ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม

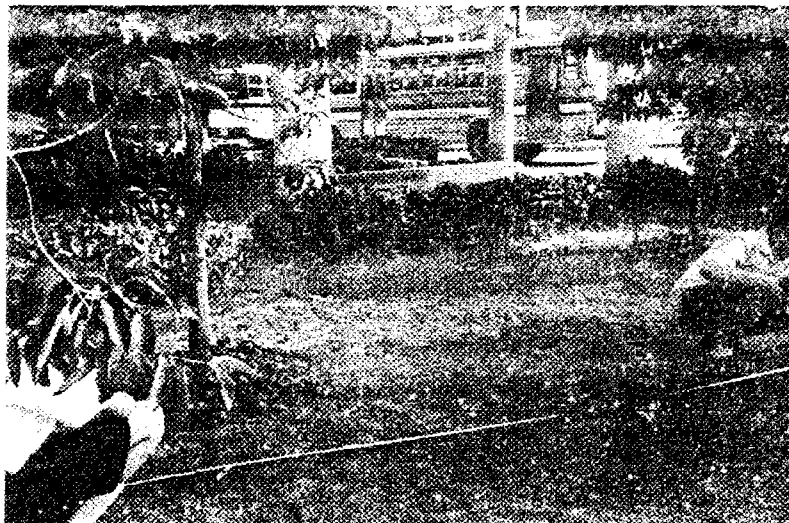


ร่วมกันแสดงแนวคิด

ปฏิบัติการหาความสูงโดยอาศัยแสงอาทิตย์



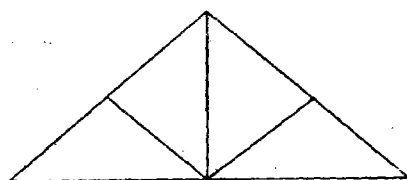
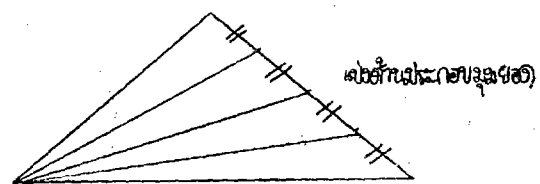
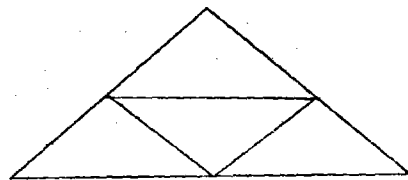
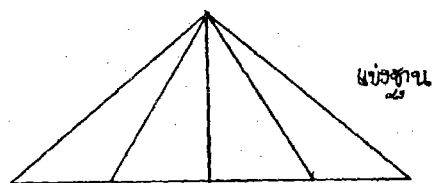
วัดความยาวของเงาของหลักไม้



วัดความยาวของเงาของต้นไม้

ผลงานของนักเรียน

กิตติพงศ์ ป.6/1



การแบ่งรูปสามเหลี่ยมให้เป็นรูปสามเหลี่ยมจำนวนหนึ่งที่พื้นที่เท่ากัน

การหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ตอนที่ 5 ให้นักเรียนช่วยกันหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมและรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า พร้อมอธิบายเหตุผลให้ชัดเจน โดยอาศัยข้อมูลที่นักเรียนเติมลงในตารางนี้

จำนวนด้าน	จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุมจากจุดยอดมุมจุดหนึ่ง	ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
4 	2	360
5 	3	540
6 	4	720

จากข้อมูลในตาราง ให้นักเรียนสรุปวิธีการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในของรังผึ้งหรือค้ายาประยุกต์
ฟุตบอลซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ลากเส้นทแยงมุมจากมุมหนึ่ง 1 ทิศเกิด มุมภายใน 180 องศาจึงมุม 180 องศา



$$180 \times 4 = 720$$

ดังนั้น ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เป็นดังนี้

จำนวนด้าน	ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
3	180
4	360
5	540
6	720

ตอนที่ 6 ให้นักเรียนหาแนวคิดในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกแต่ละมุมของ
รังผึ้งหรือดาซายประตูปูฟุตบอล ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ที่แตกต่างไปจากวิธีการข้างต้น

ลากเส้น  และ นามว่า มุมภายในรูป $\square = 360$

$$\text{รูป } \Delta = 180 = 180 + 180 + 360 = 720^\circ$$

กำหนดจุด  เป็น ~~มุมของรูป~~ และนำ ~~180 ไปคูณ~~

และ ลากเส้นจากจุดไปทุก ~~ด้าน~~ ยอดมุมทุกด้านและจะเกิด
 Δ ขึ้นตามแนว ~~มุมของรูป~~ นั้นๆ และนำ ~~180 ไปคูณ~~ 6 แล้วนำ ~~ไปลบ~~ 360:

$$= 720^\circ$$

วิธีที่ 2

ตอนที่ 6 ให้นักเรียนหาแนวคิดในการหาผลบวกของขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกแต่ละมุมของ
รังผึ้งหรือดาซายประตูปูฟุตบอล ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ที่แตกต่างไปจากวิธีการข้างต้น

รูป  เป็น ~~รูป~~ และ นำ ~~180 ไปคูณ~~

รูป  นำ ~~180 ไปคูณ~~ 6 แล้วนำ ~~ไปลบ~~ 360

รูป  นำ ~~180 ไปคูณ~~ 6 แล้วนำ ~~ไปลบ~~ 360

รูป  นำ ~~180 ไปคูณ~~ 6 แล้วนำ ~~ไปลบ~~ 360

$$= 720^\circ$$

รูป  นำ ~~180 ไปคูณ~~ 6 แล้วนำ ~~ไปลบ~~ 360

วิธีที่ 3 จากกลุ่มอื่น

ใบกิจกรรมที่ 3.4 กิจกรรมรายบุคคล

ชื่อ	ด.ช. วิชา
กลุ่ม	ชั้น ป. 6/7

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. จงหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ต่อไปนี้

(1) รูป 15 เหลี่ยม

$$\begin{aligned} \text{วิธีการหา มุมภายในทั้งหมด} &= (n-2) \times 180 \\ &= (15-2) \times 180 = 2,340 \\ \text{วิธีการหา แต่ละมุม} &= (n-2) \times 180 \div n \\ &= (15-2) \times 180 \div 15 = 156 \end{aligned}$$

(2) รูป 360 เหลี่ยม

$$\begin{aligned} \text{วิธีการหา มุมภายในทั้งหมด} &= (n-2) \times 180 \\ &= (360-2) \times 180 = 64,440 \\ \text{วิธีการหา แต่ละมุม} &= (n-2) \times 180 \div n \\ &= (360-2) \times 180 \div 360 = 179 \end{aligned}$$

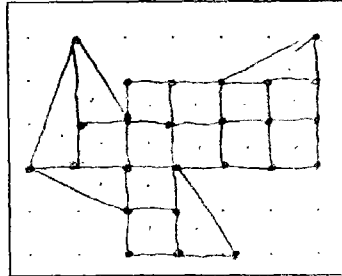
2. จงหาจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ที่มีขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 2700 องศา

$$\begin{aligned} \text{วิธีการหา ด้านที่มีมุมภายใน} &= (n-2) \times 180 \\ &= 2700 \\ 2700 \div 180 &= n-2 \\ (2700 \div 180) + 2 &= n \\ 17 &= n \\ \text{รูปหลายเหลี่ยมที่มีจำนวนด้าน} &= 17 \text{ ด้าน} \end{aligned}$$

3. จงหาจำนวนด้านของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปหนึ่งที่มีขนาดของมุมภายในแต่ละมุมเท่ากับ 150 องศา (ข้อแนะ : จำนวนด้านมากกว่า 10 แต่ไม่เกินกว่า 15)

$$\begin{aligned} \text{วิธีการหา ด้าน} &= (n-2) \times 180 \div n = 150 \\ \frac{(n-2) \times 180}{n} &= 150 \Rightarrow 15 \geq 5 \\ n-2 &= \frac{150}{18} \times 6 \\ \text{หรือ หา จากข้อแนะให้ 5} &= 6(n-2) = 5n \\ 6n-12 &= 5n \\ 6n-5n &= 12 \\ n &= 12 \\ 12 &\text{ คือ จำนวนด้าน} \end{aligned}$$

การหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด



รูปที่ 5

$$\triangle = 1.5 \text{ ได้ } 1 = 1.5$$

$$\triangle = 1 \text{ ได้ } 4 = 4 \quad 1.5 \times 9 + 11 = 16.5 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\square = 1 \text{ ได้ } 11 = 11$$

2. ให้นักเรียนนำค่าต่างๆ ของรูปหลายเหลี่ยมแต่ละรูปไปใบกิจกรรมที่ 1 และใบกิจกรรมที่ 2 ได้แก่ พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม จำนวนจุดบนขอบของรูปหลายเหลี่ยม จำนวนจุดบนขอบหารด้วยสอง และจำนวนจุดภายในรูปของรูปหลายเหลี่ยม มาเติมลงในตารางข้างล่างนี้

รูปที่	พื้นที่	จำนวนจุดบนขอบ	<u>จำนวนจุดบนขอบ</u> 2	จำนวนจุดภายในรูป	ผลบวกของจำนวนจุดบนขอบ/2 กับจำนวนจุดภายในรูป
1	13.5	13	6.5	8	14.5
2	18.5	17	8.5	11	19.5
3	10.5	13	6.5	5	11.5
4	12	14	7	6	13
5	16.5	17	8.5	9	14.5

3. ให้นักเรียนสำรวจ สังเกตข้อมูลในตาราง และหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม และ ผลบวกของจำนวนจุดบนขอบหารกับจำนวนจุดที่อยู่ภายในรูปของรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตะปูหรือกระดาษจุด

$$\text{พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมเท่ากับ } (\text{จำนวนจุดบนขอบ} \div 2) + \text{จำนวนจุดภายในรูป}$$

$$= 1 = \text{พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม}$$

ภาคผนวก จ

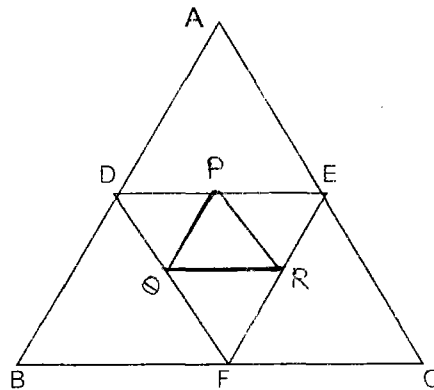
แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน
และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา

แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ก่อนเรียนและหลังเรียน

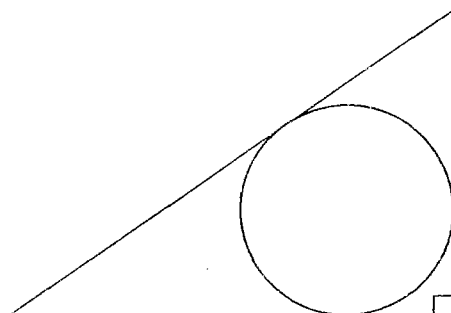
แบบทดสอบการแก้ปัญหาอย่างทางเรขาคณิตสร้างสรรค์ก่อนเรียน

คำสั่ง จงแสดงแนวคิด/วิธีคิดในการหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 100 ตารางเซนติเมตร เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อกึ่งกลางของแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้ จะเกิดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด เพราะเหตุใด และมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร
2. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมไปเรื่อยๆ จะได้ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับ 6 หน่วย รูปสามเหลี่ยม ABC มีความยาวรอบรูปและพื้นที่เท่ากับเท่าไร

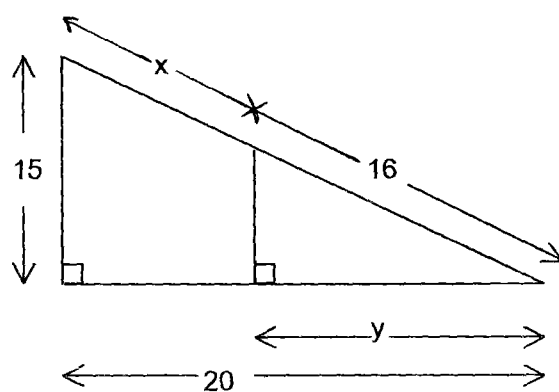


3. หาค่าของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านประกอบมุมฉากเป็น 6 และ 8 เซนติเมตร



4. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว 15 เซนติเมตร คอร์ด AB ขนานกับคอร์ด CD ถ้า $AB = CD$ เท่ากับ 24 เซนติเมตร จงหาระยะห่างระหว่างคอร์ดทั้งสอง

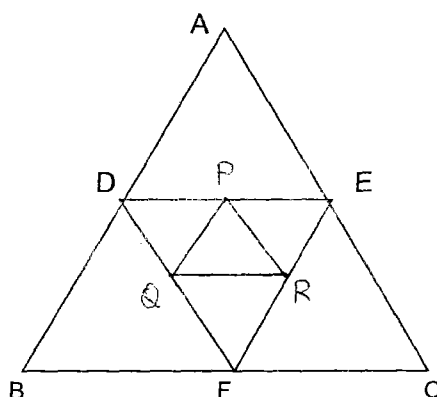
5. จงหาค่า x และ y จากรูปที่กำหนดข้างล่างนี้



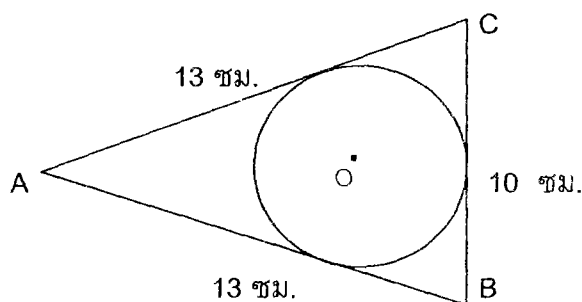
แบบทดสอบการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์หลังเรียน

คำสั่ง จงแสดงแนวคิด/วิธีคิดในการหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 64 ตารางเซนติเมตร E และ F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD และ CD ตามลำดับ รูปสี่เหลี่ยม ACFE เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใดและมีพื้นที่เท่ากับเท่าไร
2. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมไปเรื่อยๆ จะได้ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับ 12 หน่วย

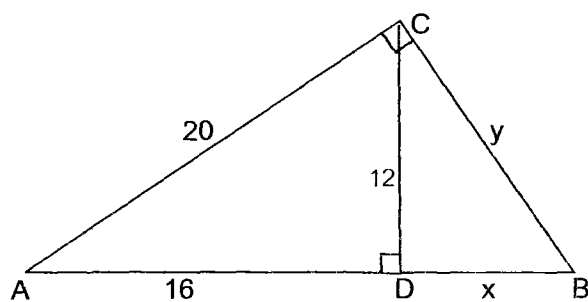


- 2.1 ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าไร
 - 2.2 พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับเท่าไร
3. หารัศมีของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC



4. วงกลมวงหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 26 เซนติเมตร คอร์ด AB ขนานกับคอร์ด CD และ $AB = CD$ ระยะห่างระหว่างคอร์ดทั้งสองเท่ากับ 10 เซนติเมตร จงหาความยาวของคอร์ดทั้งสอง

5. จงหาค่า x และ y จากรูปที่กำหนดข้างล่างนี้



เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์

การตรวจให้คะแนนผลงานการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์จากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนและการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม ดังตาราง

ตาราง เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์แบบองค์รวม

คะแนน/ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ยอดเยี่ยม	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบของปัญหาถูกต้อง สมบูรณ์
3 ดี	- ดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไป โดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหาหรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสมและแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสมและได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งแสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหาหรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบหรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้องและนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาดหรือหาคำตอบไม่ได้หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อยๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้หรือ - ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 ยังต้องปรับปรุง	- แสดงวิธีหาคำตอบและมีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการและมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องหรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้และไม่คิดหายุทธวิธีอื่นหรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อยๆ ของปัญหาแต่ไม่ดำเนินการต่อ
0 ไม่พยายาม	- ไม่แสดงการแก้ปัญหาหรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ภาคผนวก จ

แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
และเกณฑ์การประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

แบบรายงานพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

กิจกรรมที่.....ชื่อกิจกรรม.....

ชื่อนักเรียน.....กลุ่มที่.....ชั้น.....

1. ความคิดยืดหยุ่น

ระดับคะแนน

0

1

2

3

บันทึกเพิ่มเติม.

.....

.....

.....

2. ความคิดริเริ่ม

ระดับคะแนน

0

1

2

3

บันทึกเพิ่มเติม.

.....

.....

.....

3. ความคิดละเอียดลออ

ระดับคะแนน

0

1

2

3

บันทึกเพิ่มเติม.

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาต่างๆ ได้แก่ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น

คะแนน/ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	แสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้มากกว่าหนึ่งวิธี
2 ดี	แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้หนึ่งวิธี และมีสิ่งบ่งชี้ค่อนข้างชัดเจนถึงความพยายามที่จะแสวงหาแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบอย่างอื่นอีกในแนวทางที่ถูกต้องแต่ยังแสดงได้ไม่สมบูรณ์
1 พอใช้	มีความพยายามที่จะแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือ แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหามากกว่าหนึ่งวิธีแต่ยังแสดงได้ไม่ถูกต้อง
0 ต้องแก้ไข	ไม่แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาให้ได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือไม่แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้ มากกว่าหนึ่งวิธี

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนน ความคิดริเริ่ม

คะแนน/ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความ เป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา
2 ดี	นำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของ ตนเองและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้
1 พอใช้	มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่
0 ต้องแก้ไข	ไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนน ความคิดละเอียดลออ

คะแนน/ความหมาย	การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่าง ละเอียดชัดเจน มีการใช้ตัวแบบหรือสิ่งแทนปัญหา เช่น สิ่งของ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง
2 ดี	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ ครอบคลุมสาระสำคัญครบถ้วน
1 พอใช้	นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ อย่างคร่าวๆ พอมองเห็นแนวทาง
0 ต้องแก้ไข	ไม่สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการ แก้ปัญหาได้

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ นางอาพันธ์ชนิต เจนจิต
 เกิด 8 กุมภาพันธ์ 2507
 สถานที่เกิด อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา
 ที่อยู่ปัจจุบัน 64/25 หมู่บ้านสามมุขธานี ถนนบางแสน – อ่างศิลา ตำบลแสนสุข
 อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20130
 ตำแหน่ง อาจารย์ ระดับ 7
 สถานที่ทำงาน ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
 อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2525	ม.ศ.5 (วิทยาศาสตร์)	โรงเรียนสตรีนนทบุรี ตำบลสวนใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี
พ.ศ. 2529	ค.บ. (คณิตศาสตร์)	วิทยาลัยครูสวนสุนันทา
พ.ศ. 2531	ศศ.ม.(การสอนคณิตศาสตร์)	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พ.ศ. 2546	กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)	มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ