

การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์
สิงหาคม 2558

การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์

สิงหาคม 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์

สิงหาคม 2558

สุมาลี มีสกุล. (2558). การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก. ปรินูญานิพนธ์ ปริญญาโท. (การวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ แขนงวิชาการทดสอบและวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม รศ.ดร.องอาจ นัยพัฒน์, ผศ.ดร.สุวิมล กฤษณกุลหาสน์, อาจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ชัมภลลิขิต.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายคือ 1) เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3) เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งกำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โดยได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) จำนวน 1,214 คน และทำการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model ผลการวิจัยสรุปได้ว่า

1. ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีทั้งหมดจำนวน 5 คุณลักษณะ ซึ่งสามารถนำมาสร้างแบบแผนการคิดที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 16 แบบแผน และนำมาสร้างข้อคำถามในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามวิธีการพัฒนาแบบทดสอบมาตรฐานเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของ Embretson (Embretson's Cognitive Design System Approach: CDS framework) ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก ที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่าได้ทั้งหมดจำนวน 32 ข้อ ที่มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามเท่ากับ 0.5641 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (KR-20) เท่ากับ 0.807 และแบบทดสอบให้ค่าสารสนเทศที่ได้จากการสอบสูงสุดเมื่อนำมาใช้กับกลุ่มผู้สอบที่มีระดับความสามารถ (θ) เท่ากับ 1.25

2. นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความรอบรู้ในความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเรียงลำดับจากมากไปน้อย คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการ การจัดรูปสมการโดยใช้สมบัติการแจกแจง การจัดรูปสมการโดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ส่วนผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยจำแนกตามระดับชั้นพบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ทุกคุณลักษณะ ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยจำแนกตาม

เพศ พบว่านักเรียนชายมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนหญิง จำนวน 2 คุณลักษณะ และผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยจำแนกตามแผนการเรียนรู้ พบว่านักเรียน แผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาสูงกว่า นักเรียนแผนการเรียนรู้ทั่วไปทุกคุณลักษณะ

3. G-DINA model และ DINA model ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าเมื่อนำมาใช้วิเคราะห์ข้อมูลกับกลุ่มนักเรียนที่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่า



THE DIAGNOSTIC ASSESSMENT OF THE LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS'
ABILITY IN SOLVING LINEAR EQUATION PROBLEM BY APPLYING
THE DIAGNOSTIC CLASSIFICATION MODEL.



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Doctor of Philosophy degree in Research and Development on Human Potentials
at Srinakharinwirot University
August 2015

Sumalee Meesakul. (2015). *The Diagnostic Assessment of the Lower Secondary School Students' Ability in Solving Linear Equation Problem by Applying the Diagnostic Classification Model*. Doctor Thesis, Ph.D. (Research and Development on Human Potentials: Educational Testing and Measurement Concentration Area). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Dr. Ong-art Naiyapatana, Asst. Prof. Dr. Suwimon Kritkharuehart, Dr. Choosak Khampalikit.

The purposes of this research were to: 1) develop a test to assess the lower secondary school students' ability in solving the linear equation problems; 2) diagnose the lower secondary school students' ability in solving the linear equation problems; and 3) compare the effectiveness of diagnostic classification models for using to diagnose the lower secondary school students' ability in solving the linear equation problems of groups of students classified by level, gender and academic plan. The targets of this research were 1,214 lower secondary school students who were studying in second semester of 2014 academic year, selected by multi-stage random sampling. The data from testing was analyzed by G-DINA model. The research results were as follow:

1. There were 5 attributes and 16 cognitive patterns, which students applied to solve the linear equation problems. The 16 cognitive patterns were employed to construct the items in diagnostic test, by using Embretson's Cognitive Design System Approach (or CDS framework). The developed diagnostic test consisted of 32 items, which had average diagnostic item discrimination index 0.5641. The reliability of the test (KR-20) was 0.807 and the test had the maximum information when the ability of examinee (θ) was 1.25.

2. The property of equality was the attribute, which the majority of lower secondary school students had mastered. In contrast, translating word problems into a system of equations was the attribute, which most of the students had not mastered. The 3rd grade students (or equivalent of the 9th grade in junior high schools) had mastered all the attributes more than the 1st and 2nd grade students had mastered. In addition, the results showed that male students had mastered the attributes more than female students had mastered. Most of the students in the Mathematics-Sciences academic program had mastered all attributes more than those in the general program had mastered.

3. Both G-DINA model and DINA model was more effective when they were used to analyze with group of students who mastered the attributes more than other groups.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก
ของ
สมาลี มีสกุล

ได้รับการอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่ เดือน สิงหาคม พ.ศ.2558

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยวัฒน์)

.....ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สังวรณัฏฐ์ จิตกระโทก)

.....ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล กฤษณกุล)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยวัฒน์)

.....ที่ปรึกษาร่วม
(อาจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ชัมภลสิทธิ์)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล กฤษณกุล)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ชัมภลสิทธิ์)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.รณิดา เขยชุม)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย

จาก

ทุนการศึกษา 40 ปี บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร. งามอาจ นัยพัฒน์ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล กฤษณฤทธาสน์ และ อาจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ชัมลิขิต กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาในการให้คำปรึกษา ข้อคิด ข้อเสนอแนะ อันเป็นประโยชน์ทั้งในการออกแบบการวิจัย การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ และการวางแผนการวิจัย รวมทั้งพิจารณาแก้ไขข้อบกพร่องในการทำปริญญานิพนธ์เล่มนี้จนเป็นงานที่สมบูรณ์ตลอดมา ด้วยความเอาใจใส่และเมตตาต่อผู้วิจัยอย่างยิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สังวรณัฏฐ์ จัตุระโทก และอาจารย์ ดร.รณิดา เขยชุม ซึ่งเป็นคณะกรรมการที่ได้รับการแต่งตั้งเพิ่มเติมที่ได้ให้ข้อเสนอแนะที่มีประโยชน์ในการทำ ให้งานปริญญานิพนธ์เล่มนี้เป็นงานที่สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ Prof.Dr.Jimmy de la Torre จาก Rutgers-State University of New Jersey ที่ให้ความอนุเคราะห์ส่งเอกสารที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษา และตัวอย่างไฟล์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ ข้อมูลสำหรับการวิจัย

ขอขอบคุณกัลยาณมิตรทางวิชาการทุกท่านที่ให้คำปรึกษา และส่งเอกสารที่เป็นประโยชน์ เกี่ยวกับการทำวิจัยให้ผู้วิจัยได้ศึกษา ตลอดระยะเวลาที่ทำงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญในการตรวจพิจารณาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทุกท่าน ที่ได้สละ เวลาในการตรวจคุณภาพ ให้ข้อเสนอแนะ และพิจารณาแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย ให้มีความ สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในงานวิจัยครั้งนี้จะสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีไม่ได้ หากผู้วิจัยไม่ได้รับ ความอนุเคราะห์จากผู้บริหารและคณะครู ที่อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือแก่ผู้วิจัยใน การเก็บข้อมูลเป็นอย่างดี จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้ และขอขอบใจนักเรียนในโรงเรียนที่เป็น กลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบด้วยความตั้งใจทุกคน

สุดท้ายนี้ผู้ที่เป็นกำลังใจสูงสุดซึ่งอยู่เบื้องหลังและมีส่วนสำคัญทำให้การเรียนครั้งนี้สำเร็จ ลุล่วงไปด้วยดี คือ มารดาและพี่ชายของผู้วิจัย ที่คอยให้ความรัก ให้กำลังใจ ช่วยเหลือ พร้อมทั้ง สนับสนุนในทุกเรื่องที่สามารถจะทำให้กับผู้วิจัยได้ตลอดการศึกษา รวมทั้งบิดาผู้ซึ่งเห็นความสำคัญ ของการศึกษาที่คอยปลุกฝังให้ผู้วิจัยเป็นคนรักและสนใจในการศึกษาตลอดเวลาที่ยังมีชีวิตอยู่

ขอให้คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ มอบเป็นเครื่องบูชาคุณแต่ บิดา มารดา และครูอาจารย์ ตลอดจนผู้ที่คอยให้การอบรมสั่งสอนข้าพเจ้ามาจนถึงปัจจุบัน

สุมาลี มีสกุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
คำถามการวิจัย.....	9
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	10
ความสำคัญของการวิจัย.....	10
ขอบเขตของการวิจัย.....	11
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	15
สมมติฐานของการวิจัย.....	20
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	21
การประเมินเชิงวิจจัย.....	22
มโนทัศน์พื้นฐานของการประเมินเชิงวิจจัย.....	22
การประเมินเพื่อวิจจัยทางพุทธิปัญญา.....	37
โมเดลการวิจจัยเชิงจำแนก.....	39
ประโยชน์ของการนำการประเมินเชิงวิจจัยมาใช้ทางการศึกษา.....	72
การให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ของผู้เรียน.....	73
ทฤษฎีทางการศึกษาเกี่ยวกับพุทธิปัญญา.....	75
แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์.....	75
ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพฤติกรรมนิยม.....	81
ความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	85
หลักสูตรและการวัดประเมินผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์.....	96
หลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา ตอนต้น ปีพุทธศักราช 2551.....	96
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการหาคำตอบของสมการ.....	101
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวิจจัยทางพุทธิปัญญา.....	106
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวิจจัยทางพุทธิปัญญา ในประเทศไทย.....	106

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ในต่างประเทศ.....	111
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และปัญหาในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว.....	119
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	122
การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	122
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	128
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	135
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	137
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	138
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	144
การพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการ แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	144
การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว.....	159
การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก.....	177
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	190
สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	190
สรุปผลการวิจัย.....	192
อภิปรายผล.....	201
ข้อเสนอแนะ.....	212
บรรณานุกรม.....	214
ภาคผนวก.....	223
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	266

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตัวอย่างการกำหนดนิยามของคุณลักษณะย่อย.....	34
2 ตัวอย่างการกำหนดรายละเอียดของคุณลักษณะ.....	35
3 การจัดกลุ่มของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models: DCMs).....	39
4 Q-matrix สำหรับทักษะความสามารถในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน.....	49
5 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย DINA model....	49
6 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย NIDA model....	51
7 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย Fusion model..	54
8 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย Reduced NC-RUM.....	56
9 Q-matrix สำหรับตัวอย่างข้อคำถาม 4 ข้อจากแบบวัด DSM-IV-TR.....	58
10 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย DINO model...	59
11 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย NIDO model...	61
12 การประมาณค่าในการประเมินเชิงวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย C-RUM.....	63
13 ลำดับขั้นและลักษณะพัฒนาการตามแนวความคิดของเพียเจต์.....	80
14 สารการเรียนรู้และตัวชี้วัดรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2.....	100
15 ประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในเขตจังหวัดอ่างทอง จำแนกตามขนาดและระดับชั้น.....	122
16 การสุ่มนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ.....	125
17 การสุ่มนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก.....	127
18 คำนำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	145
19 แบบแผนการคิดที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแต่ละระดับชั้น.....	146
20 ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาและข้อคำถามที่วัด.....	148
21 Q-matrix แทนความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและความสามารถในการแก้ปัญหา.....	149

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
22 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model.....	151
23 คุณภาพของข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model.....	152
24 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	153
25 คุณภาพของข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model	155
26 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	160
27 จำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	160
28 จำนวนนักเรียนและค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน.....	162
29 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น.....	163
30 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ.....	164
31 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียน.....	165
32 จำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละแบบแผน จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	166

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
33 จำนวนนักเรียนและค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน	168
34 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น.....	170
35 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ.....	173
36 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียน.....	175
37 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	177
38 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	178
39 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามเพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	182
40 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามเพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	183
41 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามแผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	186
42 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามแผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model.....	187

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
43 ค่าเฉลี่ยผลการสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประเทศ ตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 ย้อนหลัง 5 ปี การศึกษา.....	225
44 จำนวนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแยกตามห้องของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 5 จังหวัดอ่างทอง.....	226
45 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	255
46 การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ.....	256
47 คุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม.....	258
48 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบ.....	260
49 คุณภาพของข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม.....	262

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดการวิจัย.....	19
2 ความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องของผู้สอบที่มีแบบแผน ความสามารถต่างกัน จากการประมาณค่าในโมเดลที่ต่างกัน คือ DINA model, DINO model และ G-DINA model.....	65
3 ปัญหาความคงที่ของปริมาณ.....	79
4 การทดลองของธอร์นไคค์.....	82
5 วงจรกระบวนการคิดแก้ปัญหา.....	104
6 โค้งค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบ (Test Information Function).....	151
7 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความ รอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนก ตามระดับชั้น.....	172
8 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความ รอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนก ตามเพศ.....	174
9 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความ รอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนก ตามแผนการเรียน.....	176
10 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง ระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	180
11 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง ระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model.....	181
12 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง เพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	184
13 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง เพศจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model.....	185
14 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง แผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model.....	188
15 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง แผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model.....	189

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นกิจกรรมที่ควบคู่กันกับการจัดการเรียนการสอนมาเป็นระยะเวลาอันยาวนาน ดังคำกล่าวของ ศ.ดร.ชวาล แพรัตกุล บิดาแห่งการวัดผลของไทยที่ว่า “ที่ใดมีการสอน ที่นั้นย่อมมีการสอบ” (ชวาล แพรัตกุล. 2552: 1) ทั้งนี้เนื่องจากการสอบหรือการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนนั้นเป็นการปฏิบัติเพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความรู้และความสามารถเป็นไปตามที่ต้องการจากสิ่งที่สอนหรือไม่ เมื่อกล่าวถึงรูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนนับตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เริ่มตั้งแต่ในก่อนสมัยรัชกาลที่ 5 ในสมัยนั้นผู้เรียนมีเป็นจำนวนน้อย การวัดประเมินผลการเรียนนั้นถูกดำเนินการโดยครู ครูจะรู้จักผู้เรียนเป็นรายบุคคลว่าเมื่อทำการสอนไปแล้วใครมีความรู้ความสามารถในด้านใดและบรรลุผลตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าผู้เรียนไม่มีความรู้ความสามารถและไม่ได้อบรมผลตามที่ต้องการก็จะทำการซ่อมเสริมหรือเรียนซ้ำจนกว่าจะเป็นไปตามที่ต้องการ รูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้จึงขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอนว่าต้องการให้ผู้เรียนเป็นอย่างไร จนกระทั่งในสมัยรัชกาลที่ 5 ในสมัยของพระบาทสมเด็จพระจุลจอมเกล้าเจ้าอยู่หัวได้เกิดการปฏิรูปการศึกษาครั้งสำคัญในประเทศไทย กล่าวคือได้มีการจัดตั้งโรงเรียนสำหรับสามัญชนขึ้น โดยมีจุดมุ่งหมายหลักของการศึกษาเพื่อผลิตข้าราชการพลเรือนและทหารเป็นสำคัญและได้มีผู้เข้าเรียนเพิ่มมากขึ้น ทำให้รูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้แบบเดิมที่ใช้กันมานานทำได้ไม่ใคร่สะดวกนัก ในยุคสมัยนี้ได้เริ่มมีการสอบซึ่งถูกจัดขึ้นโดยหน่วยงานกลางของรัฐบาลคือกรมศึกษาธิการ ในรูปแบบที่เรียกว่าการสอบไล่ ผู้ที่จะจบการศึกษาและได้รับใบประกาศนียบัตรรับรองการจบหลักสูตรการศึกษาต้องผ่านการสอบไล่ด้วยข้อสอบในรูปแบบเดียวกันพร้อมกันทั่วทั้งประเทศ ต่อมาได้เกิดการขยายตัวทางการศึกษามากขึ้น ผู้เรียนมีเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมากกว่าแต่ก่อนทำให้การสอบไล่ผู้เรียนที่ทำโดยกรมศึกษาธิการมีภาระเพิ่มมากขึ้น จึงได้มีการจัดตั้งกองสอบไล่วิชาขึ้นในปี พ.ศ.2451 เมื่อตั้งกองสอบไล่วิชาแล้วการสอบซึ่งเคยจัดสอบทั่วประเทศทุกครั้งก็มีการกระจายให้ทำได้ตลอดปี และสอบเป็นโรงเรียนไม่สอบพร้อมกัน จะสอบพร้อมกันเฉพาะชั้นประโยคประถมและมัธยมเท่านั้น (สวัสดี วจนกล. 2527: 1-4)

ในปี พ.ศ.2515 มีการเปลี่ยนแปลงครั้งสำคัญเกิดขึ้นกับระบบการวัดประเมินผลการศึกษาไทย เนื่องด้วยได้มีประกาศของคณะปฏิวัติ ฉบับที่ 270 ที่มีใจความสำคัญเกี่ยวกับการวัดประเมินผลการศึกษา ให้ยกเลิกระบบการสอบไล่ที่ทำโดยหน่วยงานกลางของรัฐ และได้ถ่ายโอนอำนาจในการวัดผลและอนุมัติผลการเรียนให้โรงเรียนแต่ละโรงเรียนเป็นผู้ดำเนินการเอง โดยให้มีกลุ่มโรงเรียนเป็นองค์การให้การช่วยเหลือแนะนำ (สวัสดี วจนกล. 2527: 5) การเปลี่ยนแปลงนี้ได้ส่งผลกระทบต่อคุณภาพของผู้เรียนที่ออกมาจากระบบการศึกษาเป็นอย่างมาก เนื่องจากคงปฏิเสธ

ไม่ได้ว่าสถานศึกษาแต่ละแห่งนั้นมีมาตรฐานในการวัดประเมินผลคุณภาพผู้เรียนแตกต่างกัน สิ่งนี้เองได้เป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาที่เกิดขึ้นกับระบบการศึกษาของไทย ในเรื่องคุณภาพของผู้เรียนที่จบการศึกษาในแต่ละระดับชั้นจากในแต่ละสถานศึกษา โดยเฉพาะในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานซึ่งผู้ที่เกี่ยวข้องและมีหน้าที่รับผิดชอบได้ตระหนักถึงปัญหาที่เกิดขึ้นนี้และมีความพยายามที่จะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีการต่างๆ มาโดยตลอด จนกระทั่งในปี พ.ศ.2542 ได้มีการนำระบบการประกันคุณภาพการศึกษามาใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพการจัดการศึกษาของไทย โดยกระทรวงศึกษาธิการได้ออกพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 หมวด 6 ว่าด้วยเรื่องมาตรฐานและการประกันคุณภาพการศึกษา ระบบประกันคุณภาพการศึกษาที่นำเข้ามาใช้ ส่งผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงและผลกระทบต่อการดำเนินนโยบายทางการศึกษาหลายประการ ซึ่งรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงระบบการวัดประเมินผลผู้เรียน จากเดิมที่มีการใช้ผลการประเมินจากสถานศึกษาเพียงอย่างเดียว ได้มีการนำรูปแบบการสอบประเมินผลคุณภาพผู้เรียนเข้ามามีใช้ในการสอบวัดเพื่อประเมินความรู้ของผู้เรียน ในระดับชั้นต่างๆ เริ่มตั้งแต่การสอบประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (National Test: NT) มาจนถึงการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับเขตพื้นที่ (Local Assessment System: LAS) และการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Education Testing: O-NET) ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน เพื่อใช้ในการประกันคุณภาพผู้เรียน การตรวจสอบกำกับดูแลการดำเนินงาน และการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของโรงเรียน รวมทั้งได้เสริมสร้างให้ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาให้ตระหนักถึงความสำคัญของผลที่ได้จากการสอบดังกล่าว โดยการให้ความรู้และการนำผลการสอบไปใช้ประโยชน์ในหลายๆ ด้าน

ถึงแม้ว่าในปัจจุบันจะมีความพยายามในการประเมินคุณภาพการศึกษาของผู้เรียน โดยใช้การทดสอบทั้งในระดับเขตพื้นที่ที่เรียกว่าการสอบ LAS และการทดสอบในระดับประเทศที่เรียกว่าการสอบ O-NET ซึ่งระบบการประเมินคุณภาพการศึกษาของผู้เรียนที่กล่าวมาทั้งสองประเภทนี้ได้ถูกให้ความสำคัญในระดับมากสำหรับปัจจุบัน และเป็นการสอบที่มีผลกระทบต่อผู้ที่เกี่ยวข้องสูง ทำให้ผู้ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ นักเรียน ครู ผู้บริหาร ศิษยานุศิษย์ และผู้บริหารในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา เห็นความสำคัญของการสอบมากขึ้น โดยเฉพาะการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) แต่การจัดสอบประเมินความรู้นักเรียนที่ผ่านมาตลอดระยะเวลา 9 ปีที่ผ่านมา (พ.ศ.2548– พ.ศ.2556) กลับไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรและเป็นที่วิพากษ์วิจารณ์ของผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการศึกษาของประเทศมาโดยตลอด เมื่อพิจารณาผลคะแนนที่ได้ออกมาจากการสอบประเมินความรู้ของผู้เรียนนับตั้งแต่เริ่มมีการสอบเพื่อประกันคุณภาพของผู้เรียน ทั้งการสอบประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (NT) การประเมินคุณภาพการศึกษาระดับเขตพื้นที่ (LAS) และการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปรากฏว่าผลที่ได้จากการสอบอยู่ในระดับที่ไม่น่าพึงพอใจโดยเฉพาะผลการสอบในวิชาหลัก คือ ภาษาไทย วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษ เป็นวิชาที่มีค่าเฉลี่ยรวมของคะแนนสอบระดับประเทศต่ำกว่าร้อยละ 50 โดยภาษาอังกฤษเป็นวิชาที่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบต่ำที่สุด รองลงมาเป็นวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทย ตามลำดับ (เพชร เหมือนพันธุ์. 2556: 7) และเมื่อพิจารณา

ผลการสอบในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) ที่เรียกว่าการสอบ PISA ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) ที่มีจุดประสงค์เพื่อสำรวจว่าระบบการจัดการศึกษาของประเทศที่เข้าร่วมการสอบ ได้เตรียมเยาวชนของชาติให้มีความพร้อมสำหรับการใช้ชีวิตและการมีส่วนร่วมในสังคมในอนาคตได้เพียงพอหรือไม่ โดยข้อสอบ PISA เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนวัย 15 ปี ในการใช้ความรู้และทักษะเพื่อเผชิญกับโลกในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ในด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ พบว่าประเทศไทยมีผลการสอบในภาพรวมอยู่ในอันดับท้ายมาโดยตลอด และมีค่าเฉลี่ยรวมของคะแนนสอบเรียงจากมากไปน้อย คือ การอ่าน วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ถึงแม้ว่าจะมีการสอบ PISA ในประเทศไทยมาแล้วทั้งหมด 5 ครั้ง ตั้งแต่ครั้งแรกในปี ค.ศ.2000 จนถึงครั้งล่าสุดที่มีการสอบในปี ค.ศ.2012 (มีการจัดการสอบทุก 3 ปี) (ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553: 49–50)

ตามที่กล่าวมานี้เห็นได้ว่าถึงแม้จะมีการจัดสอบประเมินความรู้ของผู้เรียนและมีความพยายามในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบการวัดประเมินผลความรู้ของผู้เรียน แต่ผลที่ได้กลับยังไม่เป็นที่น่าพอใจ การวัดประเมินผลผู้เรียนยังไม่สามารถเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนและระบบการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้เท่าที่ควร เนื่องจากการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนทุกระดับที่ดำเนินการโดยเขตพื้นที่การศึกษาและการทดสอบในระดับประเทศ ไม่มีการให้สารสนเทศจากการสอบในเชิงการพัฒนาผู้เรียนเป็นรายบุคคล กล่าวคือไม่มีการให้ข้อมูลย้อนกลับไปยังนักเรียน ครู ผู้บริหาร และผู้ปกครอง เกี่ยวกับจุดแข็งหรือจุดอ่อนของผู้เรียนในสิ่งที่ผู้เรียนจำเป็นต้องบรรลุตามตัวชี้วัดที่กำหนดเป็นรายบุคคล ทำให้ขาดข้อมูลในเชิงวิเคราะห์สำหรับนำไปใช้ในการพัฒนาผู้เรียนเป็นรายบุคคลและปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ใช้สอบประเมินความรู้ของผู้เรียนทั้งในระดับชาติและระดับนานาชาติแต่กลับมีผลการประเมินอยู่ในอันดับท้าย

เมื่อพิจารณาการวิเคราะห์ผลการสอบ PISA วิชาคณิตศาสตร์ของไทย ซึ่งนำเสนอโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในปี ค.ศ.2009 แบ่งตามสาขาที่สอบในข้อสอบ PISA วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 7 สาขา คือ ความน่าจะเป็น จำนวน วิทยาศาสตร์ เรขาคณิต สถิติ ฟังก์ชัน และพีชคณิต พบว่าพีชคณิตเป็นสาขาที่มีจำนวนนักเรียนหาคำตอบได้อย่างถูกต้องต่ำสุด และมีผลการสอบต่ำห่างจากสาขาอื่นอยู่มาก ถึงแม้ว่าจะมีผลการสอบดีขึ้นกว่าการสอบในปี ค.ศ.2006 แต่ก็นับว่ายังไม่มากนัก (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553: 49–50) และเมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในวิชาคณิตศาสตร์ย้อนหลัง 5 ปีการศึกษา (พ.ศ.2551–พ.ศ.2555) ตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 (ข้อมูลอ้างอิงจากตาราง 43 ในภาคผนวก) พบว่าพีชคณิตยังคงเป็นเรื่องที่มีผลการสอบอยู่ในระดับต่ำเช่นเดียวกัน โดยมาตรฐานการเรียนรู้ในสาระ

หลักที่มีค่าเฉลี่ยของผลคะแนนสอบต่ำที่สุด 3 อันดับ เรียงจากมากไปน้อย คือ มาตรฐาน ค 4.2 , ค 5.3 และ ค 5.2 สารการเรียนรู้แกนกลางที่อยู่ในมาตรฐาน ค 4.2 คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแปลงทางเรขาคณิต อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการ ซึ่งมาตรฐานที่ 4.2 นี้เป็นมาตรฐานที่อยู่ในสาระหลัก คือ พีชคณิต สารการเรียนรู้แกนกลางที่อยู่ในมาตรฐาน ค 5.2 และ ค 5.3 คือ สถิติและความน่าจะเป็น ซึ่งมาตรฐาน 5.2 และ 5.3 นี้เป็นมาตรฐานที่อยู่ในสาระหลัก คือ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น จะเห็นได้ว่าจากทั้งผลการสอบ O-NET และผลการสอบ PISA พีชคณิตเป็นสาระหลักในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีผลการสอบอยู่ในระดับต่ำตรงกัน

สิริพร ทิพย์คง (2542: 15) กล่าวถึงปัญหาของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งประกอบด้วยสัญลักษณ์ต่างๆ และต้องอาศัยการคิดที่เป็นแบบแผนมีขั้นตอนและเหตุผลเพื่อหาคำตอบ จึงทำให้ผู้เรียนส่วนมากไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน ประกอบกับเนื้อหาที่เรียนมีลักษณะเป็นแบบใช้ความรู้ต่อเนื่อง โดยผู้เรียนต้องอาศัยพื้นฐานจากเรื่องหนึ่งเพื่อใช้ในการเรียนเรื่องต่อไป เมื่อนักเรียนไม่สามารถบรรลุผลการเรียนรู้ในเรื่องที่เป็นพื้นฐานการเรียนรู้ของเรื่องอื่น จะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นที่เรียนในลำดับต่อไปอยู่ในระดับต่ำ เมื่อพิจารณาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในสาระพีชคณิตของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นสารการเรียนรู้ซึ่งจัดให้นักเรียนเรียนต่อเนื่องกัน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 เนื่องจากเนื้อหาในเรื่องดังกล่าวเป็นเรื่องที่เป็นพื้นฐานสำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้กับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เนื้อหาอื่น แต่ในสภาพจริงที่เกิดขึ้นในการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่กลับไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเรื่องนี้และคิดว่าเป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจ ส่งผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องนี้อยู่ในระดับต่ำ ดังนั้นการทำการศึกษาเพื่อวิเคราะห์หาสาเหตุว่านักเรียนมีปัญหาด้านการเรียนรู้เรื่องดังกล่าวในประเด็นใดจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจและมีความจำเป็นเพื่อผู้ที่เกี่ยวข้องจะนำสารสนเทศที่ได้จากการศึกษามาใช้เป็นฐานคิดในการปรับปรุงการเรียนการสอน ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้มากขึ้น ส่งผลทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและเนื้อหาอื่นที่ต้องประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับที่สูงขึ้น

จากการทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการวัดประเมินผลเพื่อช่วยในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนและรูปแบบการจัดการเรียนการสอนในต่างประเทศ พบว่าในช่วงปลายศตวรรษที่ 20 ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ประสบปัญหาเกี่ยวกับคุณภาพในการจัดการศึกษา ทำให้ประธานาธิบดีของประเทศสหรัฐอเมริกา จอร์จ ดับเบิลยู บุช ได้ออกประกาศใช้พระราชบัญญัติทางการศึกษาที่มีชื่อว่า No Child Left Behind ในปี ค.ศ.2001 เพื่อปฏิรูปและยกระดับคุณภาพการจัดการเรียนการสอนของทุกรัฐในประเทศสหรัฐอเมริกา การประกาศใช้พระราชบัญญัตินี้ได้สร้างแรงกดดันให้กับผู้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาในประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นอย่างมาก สาระสำคัญส่วนหนึ่งของพระราชบัญญัติที่เกี่ยวกับการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนได้กล่าว

ไว้ว่า การวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนในทุกระดับต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ด้วยการให้สารสนเทศที่เป็นข้อวินิจฉัยเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยในสิ่งที่ผู้เรียนต้องบรรลุ ซึ่งเป็นผลมาจากการเรียนรู้เป็นรายบุคคล เพื่อที่ว่าผู้ที่เกี่ยวข้องคือนักเรียน ผู้ปกครอง และครู จะได้นำสารสนเทศดังกล่าวไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนรู้และรูปแบบการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ด้วยเหตุนี้เองทำให้นักการศึกษาของสหรัฐอเมริกาเกิดความตื่นตัวในการปรับปรุงแบบการวัดประเมินผลเพื่อสนองตอบต่อแนวทางในการวัดประเมินผลดังกล่าว จึงมีการนำแนวคิดเกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment : CDA) เข้ามาใช้ในการวัดประเมินผลของประเทศสหรัฐอเมริกา และแนวคิดดังกล่าวได้เริ่มแพร่ขยายไปยังกลุ่มประเทศใกล้เคียง ปัจจุบันนักการศึกษาได้นำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบและทำการศึกษาค้นคว้าพัฒนาองค์ความรู้เกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเป็นรูปแบบการประเมินที่สามารถให้สารสนเทศเกี่ยวกับผลการสอบได้ทั้งในแง่ของผลการประเมินโดยสรุปในภาพรวม และผลการประเมินซึ่งเป็นข้อวินิจฉัยเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนในสิ่งที่ประเมินได้เป็นรายบุคคล ต่างจากการประเมินในรูปแบบเดิมที่ใช้กันโดยทั่วไปซึ่งให้สารสนเทศเกี่ยวกับผู้สอบได้เฉพาะในภาพรวมแต่ไม่สามารถให้ผลการประเมินเป็นรายบุคคลได้ ถึงแม้ว่าจะมีการตื่นตัวในการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้ในการประเมินทางการศึกษาในปัจจุบัน แต่ก็นับได้ว่าการศึกษาค้นคว้าในเรื่องดังกล่าวยังคงอยู่ในช่วงเริ่มต้น ทั้งที่ต้นกำเนิดของการประเมินในรูปแบบนี้นับได้มีมาเป็นเวลานาน ตั้งแต่ในปี ค.ศ.1989 (Leighton & Gierl. 2007: 3)

การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (CDA) เป็นการประเมินเพื่อระบุปัญหา อุปสรรค ขอบกพร่อง จุดเด่น หรือจุดด้อยเกี่ยวกับทักษะความสามารถทางด้านพุทธิปัญญาของผู้เรียนที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหา และนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน ซึ่งทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของผู้เรียนที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหานี้เป็นคุณลักษณะด้านความรู้ ความคิด และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหา ในปัจจุบันมีวิธีการที่ใช้สำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (CDA) หลายวิธี แต่มีวิธีการสำคัญที่ใช้ซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 5 วิธี คือ การใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models : DCMs), การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ (Knowledge-Space Theory), การใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule-Space Method : RSM), การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method : AHM) และวิธีการวิเคราะห์จำแนกกลุ่ม (Clustering Algorithms) ซึ่งวิธีการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models : DCMs) เป็นวิธีการประมาณค่าคุณลักษณะของผู้สอบวิธีการเดียวที่มีพื้นฐานการคำนวณอยู่บนความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบ ส่วนวิธีการอีก 4 วิธีที่เหลือไม่ได้มีพื้นฐานการคำนวณอยู่บนความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบและมีข้อจำกัดในการใช้บางประการ ทำให้วิธีการดังกล่าวไม่เป็นที่นิยมนำมาใช้ในปัจจุบัน (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 96–108)

Gierl และ Leighton (2007: 343–345) ได้กล่าวถึงประเด็นของการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปใช้สำหรับการประเมินทางการศึกษาในอนาคตไว้หลายประเด็น ในหนังสือที่มีชื่อว่า Cognitive Diagnostic Assessment for Education: Theory and Application ประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจเป็นการนำวิธีการสร้างแบบทดสอบที่เป็นมาตรฐานเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปใช้สร้างแบบทดสอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เนื่องจากการประยุกต์ใช้ของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในปัจจุบัน จะใช้การนำแบบทดสอบประเมินมาตรฐานทางการศึกษาที่มีอยู่แล้ว มากำหนดรหัสที่เป็นทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่ใช้ในการหาคำตอบกับข้อคำถามแต่ละข้อแล้วจึงทำการวิเคราะห์ข้อมูล (Post-hoc หรือ Retrofitting) ซึ่งวิธีการนี้นับว่าเป็นวิธีการที่ให้ประสิทธิภาพในเรื่องของผลการวิเคราะห์ข้อมูลต่ำ เพราะวิธีการที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบเพื่อประเมินทางการศึกษาโดยทั่วไป ถูกกำหนดโดยขอบเขตของเนื้อหามากกว่าสมรรถนะที่เป็นโมเดลการคิดแก้ปัญหาในแบบทดสอบ ทำให้การวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงวินิจฉัยจากแบบทดสอบทางการศึกษาที่ไม่ได้พัฒนาขึ้นจากวิธีการสร้างแบบทดสอบที่เป็นมาตรฐานเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Principled Test Design) นี้ ได้ผลที่คลาดเคลื่อนและไม่สอดคล้องกับคุณลักษณะที่เป็นแบบการคิดแก้ปัญหาที่ถูกต้องของผู้เรียน จากข้อเสนอแนะดังกล่าวแสดงให้เห็นว่ายังไม่มี การประเมินมาตรฐานทางการศึกษาใดที่พัฒนาแบบทดสอบซึ่งใช้สำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโดยเฉพาะ

เมื่อทำการศึกษางานวิจัยในประเทศไทยเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปใช้ในการประเมินทางการศึกษา อมรรัตน์ สร้อยสังวาลย์ (2551: 23) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่ทำในประเทศไทยเกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษา ตั้งแต่อดีตจนถึงปี พ.ศ.2550 พบว่างานวิจัยส่วนใหญ่เป็นการพัฒนาหรือสร้างแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย รองลงมาเป็นการพัฒนาหรือใช้ดัชนีเพื่อบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ การใช้แนวคิดการประเมินกฎในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน การวินิจฉัยที่คำนึงถึงสภาพจริงในการแก้โจทย์ปัญหา การวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องโดยนักเรียน และการวินิจฉัยโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียง ลดลงตามลำดับ เมื่อพิจารณาเนื้อหาที่ใช้ในการวินิจฉัยพบว่างานวิจัยเกือบทุกเรื่องใช้เนื้อหาเฉพาะในหน่วยการเรียนรู้หรือเฉพาะบทเรียนเพียงหน่วยการเรียนรู้หรือบทเรียนเดียว ข้อคำถามแต่ละข้อจะวัดเพียงเนื้อหาย่อยเพียงเนื้อหาเดียวโดยไม่ได้มีการใช้ความรู้หรือทักษะในด้านต่างๆ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา และเมื่อพิจารณาในส่วนของงานวิจัยที่นำวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยมาใช้ในการวิจัยของไทย พบว่ามีงานวิจัยจำนวน 9 เรื่อง ที่นำการใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule space model : RSM) มาใช้ในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปใช้ในการประเมินทางการศึกษาของไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ.2551 จนถึงปี พ.ศ.2556 ของผู้วิจัย พบว่ามีเพียงงานวิจัยของ อมรรัตน์ สร้อยสังวาลย์ (2551) ที่นำโมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute hierarchy model : AHM) มาประยุกต์ใช้ในการวินิจฉัยสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิด เรื่อง การบวก ลบ เศษส่วน โดยใช้การทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ และเมื่อทำการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศในช่วง

ระหว่างปี ค.ศ.2009 จนถึงปี ค.ศ.2014 พบว่ามีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้ในการประเมินทางการศึกษาทั้งหมด จำนวน 13 เรื่อง ซึ่งสามารถแบ่งงานวิจัยที่ทำการศึกษาตามวัตถุประสงค์หลักและรูปแบบของการวิจัยได้ 9 แบบ คือ 1) การศึกษาเพื่อตรวจสอบวิธีการที่เหมาะสมในการกำหนด Q-matrix สำหรับใช้ในการประมาณค่า 2) การนำวิธีการลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) มาใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบ PSAT กับ SAT และตรวจสอบความเหมาะสมในการกำหนดโมเดลการคิดแก้ปัญหา 3) การนำโมเดลวินิจฉัยเชิงจำแนก Fusion model มาใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบ MELAB และตรวจสอบคุณภาพในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม 4) การศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลวินิจฉัยเชิงจำแนกที่มีข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเดียวกันแต่มีฐานคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างกัน 5) การศึกษาเงื่อนไขที่ทำให้ DINA model มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าสูงสุด โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า และความแม่นยำในการวิเคราะห์ผลการสอบ ภายใต้เงื่อนไขที่ต่างกัน 6) การศึกษาเพื่อพัฒนาโมเดลที่ใช้ในการประมาณค่าซึ่งมีความเหมาะสมกับข้อมูลจริงที่ได้จากการสอบ จากโมเดลฐาน คือ DINA model 7) การศึกษาเพื่อพัฒนาวิธีการทดสอบทางสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบของการวิเคราะห์ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model 8) การนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model ไปใช้ร่วมกับการทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์ (Cognitive Diagnostic Computerized Adaptive Testing: CD-CAT) และ 9) การศึกษาเพื่อพัฒนารูปแบบการรายงานผลคะแนนที่ได้จากการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โดยคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยส่วนใหญ่ของงานวิจัยที่ได้กล่าวมาเป็นการวัดความสามารถในการคิดคำนวณเรื่องเศษส่วนและการสอบวัดความสามารถทางด้านการอ่าน จากการศึกษางานวิจัยที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการนำองค์ความรู้ของการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา มาใช้ในการประเมินทางการศึกษาทั้งของไทยและต่างประเทศนั้นยังคงทำอยู่ในวงจำกัด และคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยยังไม่มีหลากหลายมากนัก ทั้งที่ในปัจจุบันมีความก้าวหน้าเกี่ยวกับวิธีการและรูปแบบที่ใช้ในการประเมินดังกล่าวค่อนข้างมาก

ด้วยเหตุที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะพัฒนารูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาประยุกต์ใช้ในการทดสอบ เนื่องจากการวัดประเมินผลที่เกิดประโยชน์กับผู้ที่เกี่ยวข้อง และผลที่ได้จากการประเมินเป็นการตอบปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นในไทย ซึ่งต้องการให้มีระบบการทดสอบที่ได้มาตรฐาน เชื่อมโยงกับหลักสูตร การเรียนการสอน และสามารถนำผลที่ได้ไปใช้ในการพัฒนาผู้เรียน เพราะการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เป็นการประเมินที่ให้สารสนเทศจากการประเมินที่มากกว่าการประเมินในรูปแบบปกติโดยทั่วไป กล่าวคือสามารถให้ผลการสอบได้ทั้งในแง่ของผลการประเมินโดยสรุปในภาพรวม และผลการประเมินซึ่งเป็นข้อวินิจฉัยเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนในสิ่งที่ประเมินได้เป็นรายบุคคล ซึ่งผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนการสอนและ

การจัดการเรียนรู้ได้ โดยใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models : DCMs) ซึ่งเป็นโมเดลการวิเคราะห์ผลการสอบที่พัฒนาขึ้นสำหรับการวิเคราะห์ผลการสอบในเชิงวินิจฉัย ในการนี้ผู้วิจัยเลือกที่จะประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญต่อการนำไปใช้ประโยชน์ แต่เป็นวิชาที่ผลการสอบออกมาอยู่ในระดับต่ำ ทั้งผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) และผลการสอบในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) โดยผู้วิจัยจะทำการประเมินวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ด้วยการพัฒนาแบบทดสอบมาตรฐานที่ใช้สำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ซึ่งเป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous score) และนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นไปใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลังจากนั้นจึงนำผลมาวิเคราะห์เพื่อวินิจฉัยคุณลักษณะของนักเรียนที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มรอบรู้ (Mastery) และกลุ่มไม่รอบรู้ (Non-mastery) ในทักษะต่างๆ ที่นำมาใช้แก้ปัญหา ด้วยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models : DCMs)

เนื่องจากความสามารถของผู้เรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นความสามารถซึ่งผู้เรียนต้องใช้ร่วมกันทั้งหมดจึงจะสามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และผู้เรียนที่มีความรอบรู้ในแบบแผนการคิดที่ต่างกัน อาจมีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดให้ต่างกัน ผู้วิจัยจึงเลือกใช้ G-DINA model ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพราะ G-DINA model เป็นโมเดลที่มีการประมาณค่าที่มีความยืดหยุ่นมากกว่าโมเดลอื่น โดยจะกำหนดให้ผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดในการหาคำตอบของปัญหาแตกต่างกันมีค่าความน่าจะเป็นในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน พร้อมกับนำผลการวิเคราะห์ที่ได้มาศึกษาในเชิงการเปรียบเทียบระหว่างทักษะความสามารถของผู้เรียนกับระดับชั้นที่ทำการศึกษายู่ เพศ แผนการเรียน เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปเป็นพื้นฐานสำหรับนำไปใช้ในการพัฒนาการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอนในลำดับต่อไป และเพื่อเป็นการเสริมสร้างความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับการนำโมเดลการประเมินเชิงวินิจฉัยไปใช้ในทางทฤษฎีให้มากขึ้น งานวิจัยนี้จะทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าความสามารถในการจำแนกของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก ซึ่งมีผู้นำมาใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาในการแก้ปัญหาของวิชาคณิตศาสตร์ แต่มีแนวคิดที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อคำถามและคุณลักษณะแตกต่างกันภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าเดียวกัน 2 โมเดล คือ G-DINA model และ DINA model ด้วยการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกดังกล่าวไปวิเคราะห์เพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับกลุ่มของผู้สอบที่มีความแตกต่างกันตามระดับชั้นที่กำลังศึกษาอยู่ เพศ และแผนการเรียน เพราะจากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อความแตกต่างระหว่างความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน ผู้วิจัยพบว่าความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนนั้นมีความผันแปรไป

ตามอายุ การฝึกหัด ประสบการณ์ที่ได้รับจากการเรียนรู้ ความแตกต่างระหว่างเพศ และความถนัดในการเรียน โดยพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดล จากค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลเชิงสัมบูรณ์ (Absolute fit index) และค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลเชิงสัมพัทธ์ (Relative fit index) ระหว่างผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model ทั้งนี้เนื่องจาก DINA model เป็นโมเดลที่ขจัดกลบเบี่ยงเบนของข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์เช่นเดียวกันกับ G-DINA model แต่มีการประมาณค่าความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาของผู้สอบได้อย่างถูกต้อง โดยไม่คำนึงถึงอิทธิพลซึ่งกันและกันของความแตกต่างของความรู้ในแบบแผนทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่นำมาใช้ในการหาคำตอบของผู้สอบ DINA model จึงมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการคำนวณเป็นจำนวนน้อยกว่า G-DINA model ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า DINA model เป็นโมเดลที่มีความประหยัดในทางสถิติมากกว่า G-DINA model

การศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาประยุกต์ใช้ ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ จึงเป็นการศึกษาที่มีประโยชน์ เนื่องจากเป็นวิธีการที่ให้สารสนเทศซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนรู้และเป็นการนำเสนอวิธีการที่เป็นทางเลือกหนึ่งในการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้กับการทดสอบในประเทศไทย นอกจากนี้ยังเป็นการเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกไปใช้ในบริบทของการประเมินที่ต่างกันของผู้สอบอย่างเหมาะสม

คำถามการวิจัย

1. แบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาให้มีคุณภาพอย่างไร
2. ผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นอย่างไร เมื่อทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนที่พัฒนาขึ้น
3. โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ต่างกัน ระหว่าง G-DINA model และ DINA model จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าและผลการวินิจฉัยความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เหมือนหรือต่างกันอย่างไร เมื่อนำไปใช้วิเคราะห์ข้อมูลกับกลุ่มของนักเรียนที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาในหลักสูตรแกนกลางปีพุทธศักราช 2551 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน

ความสำคัญของการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้มีประโยชน์และความสำคัญการแก้การวิจัย ด้วยเหตุผลต่อไปนี้

1. ผลจากงานวิจัยทำให้ได้แบบทดสอบมาตรฐานสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาในหลักสูตรแกนกลางปีพุทธศักราช 2551
2. การวิเคราะห์ผลการสอบของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการใช้โมเดลการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ทำให้ได้สารสนเทศที่เป็นข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล ซึ่งนักเรียน ครู ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถนำสารสนเทศดังกล่าวไปใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถใช้สำหรับการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในระดับที่สูงขึ้น
3. งานวิจัยนี้เป็นการเผยแพร่ความรู้และเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้กับการทดสอบทางการศึกษาในทางปฏิบัติ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากประเมินจะเป็นประโยชน์แก่นักเรียน ครู ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้อง ในการนำสารสนเทศดังกล่าวไปใช้เพื่อการพัฒนาดังนี้

3.1 นักเรียนทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับคุณลักษณะที่เป็นความสามารถของตนเอง ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนำข้อมูลที่ได้ดังกล่าวไปปรับปรุงตนเองในส่วนที่บกพร่องนั้น

3.2 ครูทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับคุณลักษณะที่เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนเป็นรายบุคคลและในภาพรวม ทำให้สามารถนำข้อมูล

ดังกล่าวมาใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนกับผู้เรียนเป็นรายบุคคล และเป็นกลุ่มในส่วนที่ผู้เรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนร่วมกันมากที่สุด

3.3 ผู้ปกครองทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับคุณลักษณะที่เป็นความสามารถของนักเรียนที่เป็นบุตรหลานของตนเอง ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้เป็นแนวทางในการให้ความช่วยเหลือนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องดังกล่าวนั้น เช่น สอนเองหากมีความรู้ หรือขอความช่วยเหลือจากผู้รู้จักซึ่งมีความรู้ในเรื่องนั้นๆ เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจเพิ่มมากขึ้น

3.4 ผู้บริหารทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับคุณลักษณะที่เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นรายบุคคลและในภาพรวม ทำให้สามารถนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้เป็นแนวทางในการช่วยเหลือนักเรียนและครูผู้สอน เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพมากขึ้น

3.5 ศึกษาวิเคราะห์ทราบข้อบกพร่องเกี่ยวกับคุณลักษณะที่เป็นความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนในเขตพื้นที่ของตนเอง รับผิดชอบ ทำให้สามารถนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้เป็นฐานคิดในการช่วยเหลือครูผู้สอนด้วยการจัดอบรมเกี่ยวกับวิธีการสอน หรือพัฒนาสื่อนวัตกรรมเพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครูและ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้น

4. งานวิจัยนี้เป็นการเผยแพร่ความรู้และเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไปใช้กับการทดสอบทางการศึกษาในทางทฤษฎี ดังนี้

4.1 เสริมความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับผลของการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ที่แตกต่างกัน คือ G-DINA model และ DINA model ไปใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในบริบทของกลุ่มตัวอย่างที่ต่างกัน คือ ระดับชั้นที่ผู้เรียนกำลังศึกษา เพศ และแผนการเรียน

4.2 ผู้ที่สนใจนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล สามารถเลือกใช้โมเดลการวิเคราะห์ที่ทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด ตามลักษณะของข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตจังหวัดอ่างทอง จำนวน 14 โรงเรียน รวมจำนวนทั้งสิ้น 6,794 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตจังหวัดอ่างทอง จำนวน 14 โรงเรียน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ตามวัตถุประสงค์และขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ

1.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) ระดับชั้นละ 3 คน รวมจำนวนทั้งหมด 9 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบขั้นต้นตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) จำนวน 90 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) ตามระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ระดับชั้นละ 30 คน

1.3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory) และคุณภาพในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม ด้วยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก จำนวน 718 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling)

2. กลุ่มตัวอย่างที่ทำการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก จำนวน 1,214 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling)

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ทำการศึกษาของงานวิจัย ในส่วนของวัตถุประสงค์การวิจัยที่เป็นการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีดังต่อไปนี้

ตัวแปรอิสระ

มีตัวแปรอิสระที่ทำการศึกษาทั้งหมดดังนี้

1. โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก จำนวน 2 โมเดล คือ G-DINA model และ DINA model
2. ระดับชั้น แบ่งออกเป็น 3 ระดับชั้น คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3
3. เพศ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ เพศชาย และ เพศหญิง
4. แผนการเรียน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และ แผนการเรียนทั่วไป

ตัวแปรตาม

ประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

นิยามศัพท์เฉพาะ

ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดคำนิยามศัพท์เฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ดังต่อไปนี้

1. การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา หมายถึง การประเมินเพื่อระบุปัญหาอุปสรรค ข้อบกพร่อง จุดเด่น หรือจุดด้อยเกี่ยวกับทักษะความสามารถทางด้านพุทธิปัญญาของผู้เรียนที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ทำการศึกษา เพื่อนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง คุณลักษณะซึ่งเป็นทักษะและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. แบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีคุณภาพ หมายถึง แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ประเมินความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นตามขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบที่ใช้สำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของ Embretson (Embretson's Cognitive Design System Approach: CDS framework) (Leighton และ Gierl. 2007: 181)
4. แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง คุณลักษณะเฉพาะที่เป็นการนำทักษะและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งกำหนดด้วยเมทริกซ์ขนาด $1 \times n$ เมื่อ n แทน จำนวนความสามารถทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยสมาชิกในเมทริกซ์มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อนักเรียนใช้คุณลักษณะ j ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด และสมาชิกในเมทริกซ์มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อนักเรียนไม่ใช้คุณลักษณะ j ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด เมื่อ $j \in \{1, 2, \dots, n\}$
5. Q-matrix หมายถึง เมทริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหากับข้อคำถาม โดยแถวของเมทริกซ์แทนข้อคำถาม และหลักของเมทริกซ์แทนความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา สมาชิกของเมทริกซ์ q_{ij} มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อข้อคำถามที่ i ใช้ทักษะทางพุทธิปัญญา j ในการแก้ปัญหา และสมาชิกของเมทริกซ์ q_{ij} มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อข้อคำถามที่ i ไม่ได้ใช้ทักษะทางพุทธิปัญญา j ในการแก้ปัญหา
6. สารสนเทศเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง ข้อมูลเกี่ยวกับความรอบรู้และความไม่รอบรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับ

คุณลักษณะที่เป็นทักษะและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ในการคิดหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

7. แบบแผนความรู้ความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน หมายถึง คุณลักษณะเฉพาะที่นักเรียนแต่ละคนมีความรอบรู้ เกี่ยวกับความรู้ และความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคิดหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งกำหนดด้วยจำนวน n ตัวเรียงต่อกัน เมื่อ n แทน จำนวนความสามารถทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยจำนวนที่มาเรียงต่อกันในแต่ละตัวนั้นมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะลำดับที่ j และมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ นักเรียนไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะลำดับที่ j เมื่อ $j \in \{1, 2, \dots, n\}$

8. โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก หมายถึง ตัวแบบที่เป็นวิธีการหรือสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นสำหรับใช้ในการวิเคราะห์ เพื่อระบุปัญหา อุปสรรค ข้อบกพร่อง จุดเด่นหรือจุดด้อย เกี่ยวกับทักษะความสามารถทางด้านพุทธิปัญญาของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

9. G-DINA model (Generalized deterministic-input noisy-and-gate model) หมายถึง โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ใช้สำหรับจำแนกคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ร่วมกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา โดยจำแนกผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มผู้รอบรู้ และกลุ่มผู้ไม่รอบรู้ จากแบบทดสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous) ซึ่งกำหนดให้ผู้ตอบที่ขาดคุณลักษณะที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาแตกต่างกันสำหรับข้อคำถามในแต่ละข้อ มีความน่าจะเป็นแตกต่างกันในการหาคำตอบสำหรับข้อคำถามแต่ละข้อ โดยที่ผู้สอบจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องต่ำสุดเมื่อผู้สอบไม่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาทุกคุณลักษณะ และจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องสูงสุดเมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาคอบทุกคุณลักษณะ ส่วนผู้สอบที่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหามบางคุณลักษณะจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องต่างกัน

10. DINA model (Deterministic-input, noisy-and-gate model) หมายถึง โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ใช้สำหรับจำแนกคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ร่วมกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา โดยจำแนกผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มผู้รอบรู้ และกลุ่มผู้ไม่รอบรู้ จากแบบทดสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous) ซึ่งกำหนดให้ผู้ตอบที่ขาดคุณลักษณะที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาแตกต่างกันสำหรับข้อคำถามในแต่ละข้อ มีความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องไม่แตกต่างกันในการหาคำตอบสำหรับข้อคำถามแต่ละข้อ โดยผู้สอบซึ่งขาดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหตั้งแต่ 1 คุณลักษณะขึ้นไป จะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องต่ำสุดเท่ากับค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องของผู้สอบที่ไม่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาคอบทุกคุณลักษณะ และจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องสูงสุดเมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะที่ต้องการวัดครบทุกคุณลักษณะ

11. ประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยได้อย่างถูกต้องและสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดล ดังต่อไปนี้

11.1 ดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ พิจารณาจากค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) โดยค่าที่ต่ำกว่าแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลที่ดีกว่า

11.2 ดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ พิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง -2Loglikelihood ($-2LL$), Akaike's information criterion (AIC) และ Bayesian information criterion (BIC) โดยค่าที่ต่ำกว่าแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลที่ดีกว่า

12. แผนการเรียนรู้ หมายถึง แผนการเรียนรู้ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมี 2 แผนการเรียนรู้ คือ แผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ซึ่งในหลักสูตรกำหนดให้เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จำนวน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ และคณิตศาสตร์เสริม จำนวน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ กับแผนการเรียนรู้ทั่วไป ซึ่งเรียนเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จำนวน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic assessment: CDA) เป็นการประเมินรูปแบบหนึ่งที่สามารถให้สารสนเทศเกี่ยวกับปัญหา อุปสรรค ข้อบกพร่อง จุดเด่น หรือจุดด้อยเกี่ยวกับทักษะความสามารถทางด้านพุทธิปัญญาของผู้เรียน ซึ่งสารสนเทศดังกล่าวนี้สามารถนำมาใช้ในการปรับปรุงการจัดกระบวนการเรียนรู้ของครูและการปรับปรุงตนเองของผู้เรียน Leighton & Gierl (2007: 13) ได้กล่าวไว้ในหนังสือที่มีชื่อว่า Cognitive Diagnostic Assessment for Education : Theory and Application เกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไว้ได้อย่างน่าสนใจว่า “การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเป็นการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีการคิดและกระบวนการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลจะเป็นตัวบ่งชี้ว่าผู้เรียนรู้และไม่รู้อะไรบ้างในเนื้อหาที่ต้องศึกษาด้วยข้อสอบที่ถูกออกแบบมาเพื่อประเมินคุณลักษณะที่จำเป็นต่อการหาคำตอบของผู้เรียนในเนื้อหาวิชาที่ทำการสอบ” การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจึงอาจนับได้ว่าเป็นการประเมินในแนวทางหนึ่งที่สามารถตอบโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประเมินคุณภาพของผู้เรียนในปัจจุบัน

จากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของผู้เรียน ผู้วิจัยสามารถสรุปแนวคิดเพื่อใช้ในการศึกษาและพัฒนารูปแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่อง

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียน และส่วนที่สองเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียน ซึ่งในแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน เป็นวิธีหนึ่งที่มีผู้นิยมนำมาใช้ในปัจจุบัน เนื่องจากเป็นที่การประมาณค่าคุณลักษณะของผู้สอบมีพื้นฐานการคำนวณอยู่บนความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบ (Rupp, Templin และ Henson. 2010: 96) เมื่อพิจารณาโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่มีผู้นำมาใช้ประเมินเพื่อวินิจฉัยในปัจจุบัน G-DINA model เป็นโมเดลหนึ่งที่มีผู้นำมาใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ จากการประเมินที่มีการตรวจให้คะแนนการทำแบบทดสอบเป็นแบบสองค่า (Dichotomous score) เพราะ G-DINA model เป็นโมเดลที่มีความยืดหยุ่นในการประมาณค่าสูงกว่าโมเดลอื่นที่ใช้ในการประมาณค่าภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์เดียวกัน โดยในการประมาณค่าของโมเดลจะกำหนดให้ผู้สอบที่มีความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่างกัน มีความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงใช้ G-DINA model ในการวิเคราะห์ผลการสอบที่ได้จากการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะเป็นโมเดลที่สอดคล้องกับการนำความสามารถไปใช้ในการแก้ปัญหาของผู้สอบ

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้ในการประเมินความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาในหลักสูตรแกนกลางปีพุทธศักราช 2551 โดยการพัฒนาแบบทดสอบเลือกตอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า ตามขั้นตอนการพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้เพื่อการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยวิธีของ Embretson's Cognitive Design System Approach (CDS framework) ซึ่ง Embretson และ Gorin (Leighton; & Gierl. 2007: 182) ได้กล่าวถึงข้อดีของการพัฒนาแบบทดสอบด้วยวิธีการนี้ว่าเป็นวิธีที่ให้ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของคุณลักษณะที่ทำการวัดซึ่งสามารถทำความเข้าใจได้ดีกว่าในการพัฒนาข้อคำถามและสามารถแปลผลคะแนนในเชิงการวินิจฉัยได้ง่ายกว่าวิธีการอื่น หลังจากนั้นจึงนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นมาทำการสอบกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และวิเคราะห์ผลการสอบที่ได้เพื่อวินิจฉัยคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก คือ G-DINA model และเพื่อเป็นการเสริมความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับผลการประเมินในเชิงวินิจฉัยให้มากขึ้น ผู้วิจัยได้นำผลการประเมินวินิจฉัยคุณลักษณะของผู้สอบที่ได้มาจำแนกตามเงื่อนไขซึ่งเป็นตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลให้การนำคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนมีความ

แตกต่างกัน จากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาและปัจจัยที่ส่งผลต่อความแตกต่างระหว่างความสามารถทางการคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่ามีปัจจัยที่ส่งผลให้เกิดความแตกต่างระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังนี้

1) พัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาและประสบการณ์ที่ได้รับจากการฝึกหัดในการแก้ปัญหา สันเคราะห์จากแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์ และกฎการฝึกหัด (Law of Exercise) ในทฤษฎีแบบความสัมพันธ์เชื่อมโยงของธอร์นไดค์ ซึ่งเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มพฤติกรรมนิยม ทำให้ความแตกต่างระหว่างอายุของผู้เรียนตามระดับชั้นที่กำลังศึกษาอยู่และการได้รับประสบการณ์จากการฝึกหัด ส่งผลต่อความแตกต่างระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนที่เรียนอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงกว่านักเรียนที่เรียนอยู่ในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

2) ความแตกต่างระหว่างเพศ สันเคราะห์จากแนวคิดเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (สุรางค์ ไคว์ตระกูล. 2553: 148–149) และผลจากการสันเคราะห์เอกสาร/บทความงานวิจัยของ Zheng Zhu (2007: 187–200) โดยเพศชายจะมีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าเพศหญิง ทั้งนี้เนื่องมาจากความแตกต่างในเรื่องของโครงสร้างและสารเคมีในสมอง

3) ความแตกต่างระหว่างเชาวน์ปัญญาและการจัดหลักสูตรสำหรับผู้เรียนที่มีความถนัดและระดับสติปัญญาแตกต่างกัน (สุรางค์ ไคว์ตระกูล. 2553: 97–98) โดยนักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนที่ต่างกันจะได้รับประสบการณ์การเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่ต่างกันตามความถนัดและระดับสติปัญญาของตนเอง ทำให้นักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงกว่านักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป

ด้วยเหตุดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยนำความแตกต่างระหว่างระดับชั้นที่ผู้เรียนกำลังศึกษาอยู่ คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ความแตกต่างระหว่างเพศ คือ ชาย และ หญิง และความแตกต่างระหว่างแผนการเรียนที่ผู้เรียนกำลังศึกษาอยู่ คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนทั่วไป เป็นตัวแปรปัจจัยในการศึกษาเปรียบเทียบผลการประเมินวินิจฉัยคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของกลุ่มผู้สอบ

ส่วนที่ 2 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เป็นที่น่าสนใจว่ายังมีโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีเงื่อนไขในการประมาณค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับ G-DINA model คือ DINA model ซึ่งทั้งสองโมเดลนี้มีความแตกต่างกันในเรื่องของแนวคิดที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดย G-DINA model มีวิธีที่ใช้ในการ

ประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ต่างจาก DINA model ซึ่งอาจส่งผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดล ดังนี้ (De La Torre, 2011: 179–198)

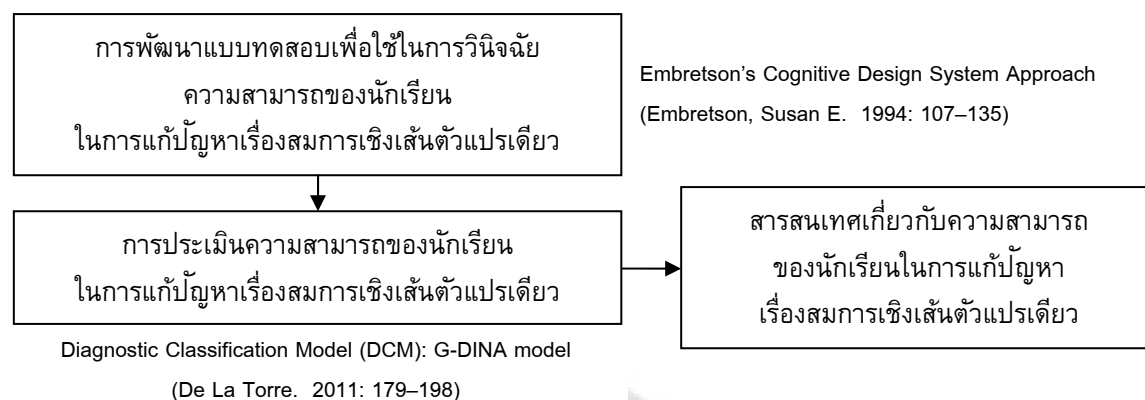
1) การประมาณค่าพารามิเตอร์ของ G-DINA model ใน G-DINA model จะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยกำหนดให้ผู้สอบที่มีแบบแผนคุณลักษณะที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาแตกต่างกันสำหรับข้อคำถามในแต่ละข้อ มีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องแตกต่างกัน โดยผู้สอบที่มีความรอบรู้ในแบบแผนคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่า จะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องมากกว่าผู้สอบที่มีความรอบรู้ในแบบแผนคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาน้อยกว่า กล่าวคือ G-DINA model จะมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ ค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามแต่ละข้อได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวนเท่ากับแบบแผนความรอบรู้ในคุณลักษณะของผู้สอบที่สามารถเป็นไปได้ทุกแบบแผน

2) การประมาณค่าพารามิเตอร์ของ DINA model ใน DINA model จะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยกำหนดให้ผู้สอบที่ไม่รอบรู้ในแบบแผนคุณลักษณะที่จำเป็นในการแก้ปัญหายังน้อย 1 ทักษะ มีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องเป็นค่าต่ำสุดเท่ากัน และผู้สอบที่มีความรอบรู้ในแบบแผนคุณลักษณะที่จำเป็นในการแก้ปัญหาคบทุกคุณลักษณะ มีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องสูงสุด กล่าวคือ DINA model จะมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ ค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามแต่ละข้อได้อย่างถูกต้องเป็นจำนวน 2 ค่า

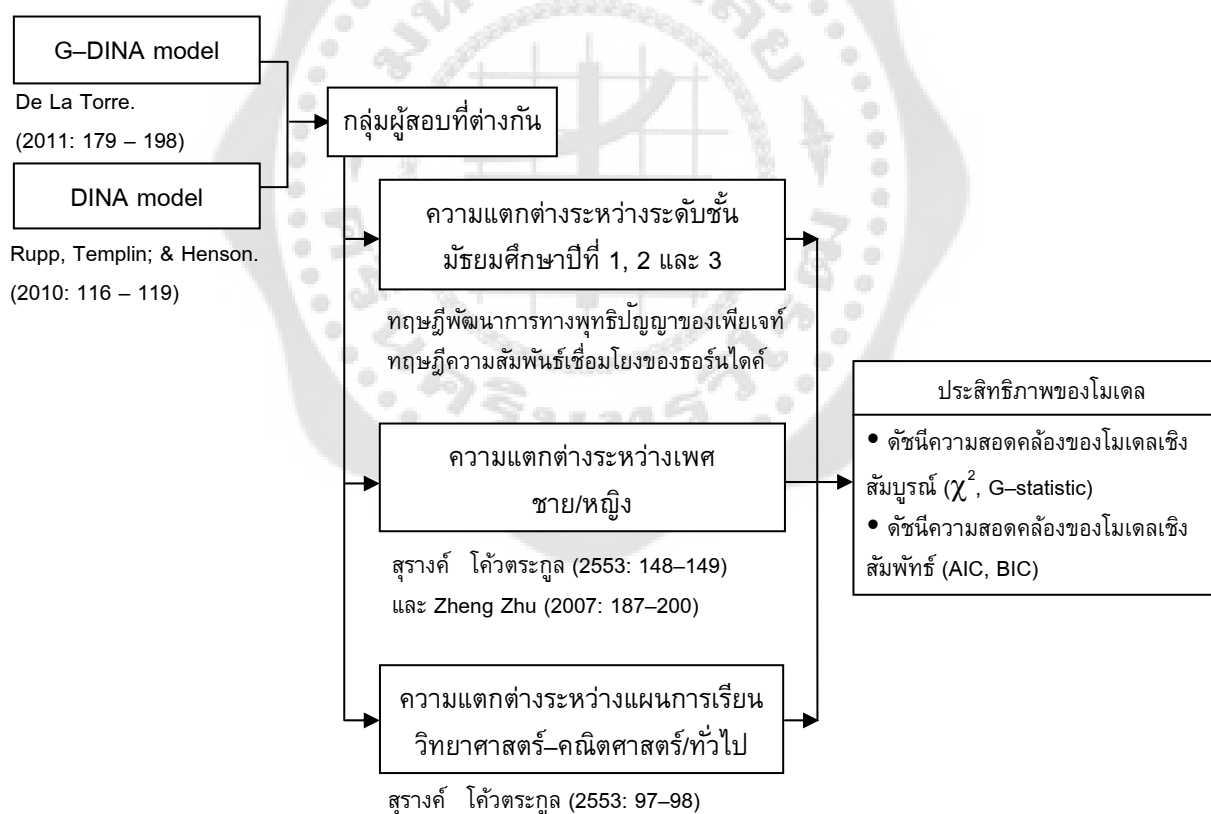
ดังนั้น DINA model จึงเป็นโมเดลที่มีการประมาณค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีความประหยัดในทางสถิติมากกว่า G-DINA model และเพื่อเป็นการเสริมความรู้ความเข้าใจในประสิทธิภาพของการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกไปใช้วิเคราะห์ข้อมูลในบริบทซึ่งส่งผลทำให้ผู้เรียนมีความสามารถไปใช้ในการแก้ปัญหาดังกัน ผู้วิจัยจึงนำความแตกต่างระหว่างระดับชั้นที่ผู้เรียนกำลังศึกษาอยู่ คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ความแตกต่างระหว่างเพศ คือ ชาย และ หญิง และความแตกต่างระหว่างแผนการเรียนที่ผู้เรียนกำลังศึกษาอยู่ คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนทั่วไป เป็นตัวแปรปัจจัยในการศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างของประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ต่างกัน

แผนภาพแสดงกรอบแนวคิดในการวิจัยสำหรับพัฒนาวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก แสดงได้ตามภาพประกอบ 1

ระยะที่ 1 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



ระยะที่ 2 การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่ใช้สำหรับวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัย

จากแนวคิดและทฤษฎีที่ผู้วิจัยได้ศึกษาสามารถนำมากำหนดสมมติฐานของการวิจัย ในส่วนของวัตถุประสงค์ของการวิจัยที่เป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระหว่าง G-DINA model และ DINA model ได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่ต่ำกว่า
2. นักเรียนชายจะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนหญิง
3. นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป
4. G-DINA model และ DINA model จะให้ประสิทธิภาพในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่แตกต่างกัน เมื่อนำไปวิเคราะห์กับนักเรียนที่มีความแตกต่างกันตามระดับชั้นที่กำลังศึกษาอยู่ เพศ และแผนการเรียน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ต้องการศึกษาและนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Assessment)

1.1 มโนทัศน์พื้นฐานของการประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Measurement)

1.2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment)

1.3 โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models)

1.4 ประโยชน์ของการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยมาใช้ในการศึกษา

1.5 การให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมิน (Feedback) เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

ตอนที่ 2 ทฤษฎีทางการศึกษาเกี่ยวกับพุทธิปัญญา

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพฤติกรรมนิยม : ทฤษฎีความต่อเนื่อง

2.3 ความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 หลักสูตรแกนกลางสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.1 หลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปีพุทธศักราช 2551

3.2 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการหาคำตอบของสมการ

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยในประเทศไทย

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในต่างประเทศ

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และปัญหาในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 1 การประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Assessment)

1.1 มโนทัศน์พื้นฐานของการประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic Measurement)

การประเมินเพื่อวินิจฉัยเป็นการประเมินในรูปแบบหนึ่งที่มีประโยชน์และมีการนำไปใช้ภายใต้บริบทของการวินิจฉัยที่แตกต่างกัน บุคคลที่ได้รับการวินิจฉัยอาจเป็นผู้ป่วยที่เข้ารับการรักษาตัวในโรงพยาบาล นักเรียนที่อยู่ในชั้นเรียนในโรงเรียนสำหรับนักเรียนปัญญาเลิศ หรือนักลงทุนที่ต้องการซื้อสินค้าความก้าวหน้าสำหรับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยไปใช้อาจรวมไปถึงการวินิจฉัยอาการและการวางแผนการรักษาที่มีประสิทธิภาพสำหรับผู้ป่วย การวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนในปริเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียนและการกำหนดวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน หรือการวินิจฉัยลักษณะของพฤติกรรมในการซื้อและการให้คำแนะนำที่มีประสิทธิภาพเกี่ยวกับแผนการตลาดสำหรับนักลงทุน จะเห็นได้ว่าการประเมินเพื่อวินิจฉัยเป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการนำผลที่ได้มาใช้ในการวางแผนพัฒนา การแก้ไขปัญหา หรือการตัดสินใจ ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้กับบริบทที่หลากหลายภายใต้ฐานคิดเดียวกัน

1.1.1 ความหมายของการวินิจฉัย

คำว่า “การวินิจฉัย” หรือ “Diagnosis” มีรากศัพท์มาจากคำว่า “diagnoskein” ในภาษากรีก ซึ่งหมายถึง การรู้อย่างชัดเจน การตัดสินใจ และการเห็นด้วย พจนานุกรมดั้งเดิมของประเทศอเมริกาเกี่ยวกับภาษาอังกฤษ (The American Heritage Dictionary of the English Language) ได้กำหนดความหมายของ “การวินิจฉัย” หรือ “Diagnosis” ไว้ดังนี้ (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 1)

1. ความหมายโดยทั่วไป

(ก) การวินิจฉัยคือการวิเคราะห์ในเชิงวิพากษ์วิจารณ์ถึงธรรมชาติของบางสิ่ง

(ข) การวินิจฉัยคือการเข้าถึงข้อสรุปโดยการวิเคราะห์

2. ความหมายในทางการแพทย์

(ก) การวินิจฉัย คือ การกระทำหรือกระบวนการในการระบุหรือกำหนดธรรมชาติและสาเหตุของโรคหรืออาการบาดเจ็บด้วยการประเมินประวัติของผู้ป่วย การสอบ และการพิจารณาข้อมูลจากห้องทดลอง

(ข) การวินิจฉัย คือ ความคิดเห็นที่ได้มาจากการประเมิน

3. ความหมายในทางชีววิทยา

การวินิจฉัย คือ คำบรรยายสั้นๆ ถึงลักษณะที่แตกต่างกันของพืชและสัตว์ สำหรับการจำแนกหมวดหมู่

ในพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน ฉบับปี 2554 ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยไว้ว่า หมายถึง การไต่ตรอง การใคร่ครวญ หรือการตัดสินใจขาด

เมื่อพิจารณาความหมายของ “การวินิจฉัย” ที่ถูกให้ความหมายโดยนักการศึกษาและนักจิตวิทยา พบว่าได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Baron และ Bernard (1958: 12) ให้ความหมายว่า หมายถึง การแปลความหมายข้อมูลเพื่อกำหนดสาเหตุเฉพาะที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

Good & Merkel (1973: 5) ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การค้นหาอุปสรรคหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้

Brown (1983: 21) ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การเปรียบเทียบการแสดงออกของบุคคลเพื่อกำหนดจุดเด่น จุดด้อย

Hopkins และ Antes (1990: 3) ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การจำแนกสถานะที่ไม่ดีหรือไม่เป็นไปตามที่ต้องการในลำดับการเรียนรู้ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดีขึ้น

Gregory (1993: 14) ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การกำหนดลักษณะที่เป็นอยู่หรือแหล่งของพฤติกรรมที่ไม่ปกติเพื่อจำแนกแบบแผนของพฤติกรรมตามระบบการวินิจฉัยที่ได้รับการยอมรับ

Gipps (2012: 213) ได้ให้ความหมายว่า หมายถึง การระบุปัญหาเฉพาะที่มีต่อความคิดหรือทักษะของนักเรียนแต่ละบุคคล

จากความหมายของการวินิจฉัยที่ได้กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น อาจสามารถสรุปความหมายของการวินิจฉัยเมื่อนำมาใช้ในบริบททางการศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนได้ว่าการวินิจฉัย หมายถึง การวิเคราะห์เพื่อระบุปัญหา อุปสรรค ข้อบกพร่อง จุดเด่น หรือจุดด้อยของนักเรียน เพื่อนำผลไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน

1.1.2 กระบวนการประเมินเพื่อวินิจฉัย

Rupp, Templin และ Henson (2010: 11) ได้ศึกษาทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวกับการประเมินทางคลินิกและจิตวิทยาการศึกษา ในเรื่องของการประเมินเพื่อวินิจฉัยแล้วได้สรุปความหมายของการประเมินเพื่อวินิจฉัยไว้ว่าเป็นกระบวนการที่เป็นระบบซึ่งใช้สำหรับการค้นพบสารสนเทศเฉพาะด้านเกี่ยวกับลักษณะทางจิตวิทยาของบุคคลโดยใช้กระบวนการที่หลากหลาย วัตถุประสงค์ของการประเมินเพื่อวินิจฉัยคือเพื่อให้เหตุผล คอบคุม และทำการตัดสินใจอย่างเหมาะสมเกี่ยวกับการกระทำที่เป็นผลอันเกิดมาจากลักษณะทางจิต กระบวนการเหล่านี้ประกอบไปด้วย

- (ก) การกำหนดคำถามสำหรับใช้ในการวินิจฉัย
- (ข) การเลือกวิธีการสำหรับใช้ในการวินิจฉัย
- (ค) การประยุกต์ใช้และประเมินผลข้อมูลที่ได้จากกระบวนการวินิจฉัย
- (ง) การแปลผลข้อมูลและการพัฒนาการรายงานผลการวินิจฉัย
- (จ) การออกแบบการดำเนินการเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง
- (ฉ) การประเมินประสิทธิผลของการดำเนินการที่ออกแบบขึ้น

ความหมายของการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่กล่าวมานี้สัมพันธ์อย่างชัดเจนกับความเข้าใจทั่วไปเกี่ยวกับการวินิจฉัยและการแก้ปัญหาได้เช่นเดียวกันกับความหมายของการวินิจฉัยที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้น แต่ความหมายดังกล่าวได้เน้นให้เห็นอย่างชัดเจนว่าขั้นตอนของการวินิจฉัยที่มีประสิทธิผลจำเป็นที่จะต้องมาจากกระบวนการดำเนินการที่เป็นระบบภายใต้ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้เป็นแนวคิดในการดำเนินการ

1.1.3 การประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

ในการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก มีคำศัพท์เฉพาะสำคัญที่นำมาใช้ดังนี้

ผู้ตอบ (Respondents) คือ บุคคลผู้ถูกทำการสังเกตพฤติกรรม

ข้อคำถาม (Items) คือ งานที่ต้องให้ผู้ตอบทำเพื่อวัดพฤติกรรมที่ต้องการสังเกต

การประเมินเพื่อวินิจฉัย (Diagnostic assessments) คือ ชุดของงานหรือข้อคำถามซึ่งใช้ในการสืบเสาะพฤติกรรมที่ต้องการจากผู้ตอบ

คุณลักษณะ (Attributes) คือ คุณลักษณะแฝงที่มีอยู่ในผู้ตอบ

ตัวแปรแฝง (Latent variables) คือ ตัวแปรที่แสดงคุณลักษณะของผู้ตอบ

โมเดลทางจิตวิทยา (Psychometric models) คือ โมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการตอบของผู้ตอบ

ในการศึกษานี้จะให้ความสนใจเฉพาะโมเดลทางจิตวิทยาที่ให้ผลในเชิงการจำแนก (Classifications) คุณลักษณะของผู้ตอบตามตัวแปรแฝงที่ต้องการจำแนกซึ่งเรียกโมเดลนี้ว่า โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic classification models) หรืออาจเรียกแบบย่อได้ว่า DCMs เป็นที่น่าสังเกตว่าค่าพารามิเตอร์หลักที่ใช้ใน DCMs ไม่ได้เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้เฉพาะกับโมเดลในกลุ่มนี้เท่านั้น แต่เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดยมีรากฐานมาจากศาสตร์การวัดทางจิตและกรอบแนวคิดทางสถิติ เช่น ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical test theory) ทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item response theory) การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory factor analysis) โมเดลโครงสร้างสมการเชิงเส้น (Structural equation modeling) การวิเคราะห์ข้อมูลแบบจำแนกกลุ่ม (Categorical data analysis) และสถิติแบบเบย์เซียน (Bayesian statistics)

โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic classification models: DCMs) อาจมีชื่อเรียกได้หลายแบบ ได้แก่ Cognitive psychometric models, Cognitive diagnostic models, Latent response model, restricted latent class models, multiple classification latent class models, Structured located latent class models และ Structured item response theory models แต่ในที่นี้จะใช้ชื่อเรียกว่า โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic classification models: DCMs) เนื่องจากเป็นชื่อที่เน้นให้เห็นถึงทฤษฎีเกี่ยวกับพื้นฐานของกระบวนการตอบในการนำไปใช้กับจิตวิทยาประยุกต์ทางด้านการคิดซึ่งถูกพิจารณาว่าเป็นการประยุกต์ใช้ในทางปฏิบัติของโมเดลนี้โดยมี DCMs เป็นเครื่องมือในทางสถิติ

การนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยไปใช้อย่างประสบความสำเร็จ ทั้งการออกแบบการนำไปใช้ และการแปลผล เป็นเรื่องที่ทำลายต่อความพยายามในการดำเนินการ ในการประเมินผลในระดับมหภาคความพยายามนี้ต้องการความร่วมมือระหว่างผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งประกอบไปด้วยผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหา ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผล และผู้มีส่วนได้ส่วนเสียที่สำคัญ การใช้ DCMs ในบริบททั่วไปควรถูกขับเคลื่อนโดยความต้องการสำหรับการจำแนกประเภทซึ่งรองรับการแปลความหมายเกี่ยวกับคุณลักษณะของผู้ตอบที่สัมพันธ์กับการเรียนรู้ที่กำหนดหรือพฤติกรรมเฉพาะ เพื่อความยุติธรรม DCMs ไม่ได้เป็นเฉพาะกลุ่มโมเดลเดียวที่สามารถนำวิธีการทางสถิติไปประยุกต์ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัย ยังมีวิธีการอื่นที่สามารถใช้ได้ เช่น วิธีการวิเคราะห์จัดกลุ่ม (Cluster analytic methods) ที่เป็นทางเลือก แต่ DCMs เป็นโมเดลที่มีอำนาจมากในทางสถิติเนื่องจากให้ข้อมูลเกี่ยวกับความสอดคล้องระหว่าง DCM กับข้อมูลที่ระดับต่างๆ และให้ข้อมูลเกี่ยวกับความน่าเชื่อถือของการจำแนกกลุ่ม

1.1.4 แนวคิดสำหรับการออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัย

แนวคิดที่สำคัญในปัจจุบันสำหรับหลักการออกแบบการประเมินโดยทั่วไปและหลักการออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยมีอยู่ 2 แนวคิด คือ การออกแบบจากระบบการคิด (Cognitive design system: CDS) ซึ่งเสนอโดย Susan Embretson และคณะ กับ การออกแบบแบบอิงสถานการณ์ (Evidence centered design: ECD) ซึ่งเสนอโดย Robert Mislevy และคณะ (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 15) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1.4.1 การออกแบบจากระบบการคิด (Cognitive design system: CDS)

การออกแบบจากระบบการคิดหรือชื่อเรียกโดยย่อ CDS ถูกพัฒนาโดยการวิจัยที่มีมาอย่างต่อเนื่องในเรื่องของกระบวนการตอบสนองทางความคิดสำหรับการประเมินซึ่งวัดความสามารถทางการคิดขั้นพื้นฐาน เช่น มิติสัมพันธ์ (Spatial rotation) หรือการให้เหตุผลโดยทั่วไป (General reasoning) การแสดงออกถึงภาวะสันนิษฐานเหล่านี้ผ่านการทำแบบทดสอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยมีพื้นฐานมาจากความเข้าใจในเรื่องของจิตวิทยาประยุกต์ทางการคิดในบริบทของการประยุกต์ใช้ในอุดมคติลักษณะที่ออกแบบขึ้นของงานในการประเมินเพื่อวินิจฉัยสามารถ หลักการของขั้นตอนการออกแบบการประเมินด้วย CDS ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้ (Embretson, Susan E. 1994: 110)

- 1) กำหนดเป้าหมายของการประเมิน
- 2) ระบุคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องในขอบข่ายของสิ่งที่ต้องการประเมิน
- 3) พัฒนาโมเดลการคิดที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาและกำหนดความสำคัญของโมเดลการคิดที่พัฒนาขึ้น
- 4) สร้างข้อคำถามตามโมเดลการคิด
- 5) ประเมินโมเดลการคิดในเชิงประจักษ์ด้วยการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้

6) คัดเลือกข้อคำถามเก็บไว้โดยพิจารณาจากความซับซ้อนของการใช้ความคิดในการแก้ปัญหา

7) ตรวจสอบความเที่ยงตรงของโมเดลการวัดที่ได้จากการทดสอบด้วยการตรวจสอบ Nomothetic span

Nomothetic span หมายถึง ความเที่ยงตรงและความสัมพันธ์ระหว่างภาวะสันนิษฐานซึ่งถูกวัดโดยการประเมิน (เช่น ความหัดหู้ใจ ความสามารถทางคณิตศาสตร์) กับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับภาวะสันนิษฐานนั้น ขั้นตอนทั้งหมด 7 ขั้นตอนด้านบนชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการร่วมกันในการขับเคลื่อนโมเดลการคิดทางทฤษฎีสำหรับกระบวนการตอบไปยังขั้นตอนของการพัฒนาแบบทดสอบ การผสมผสานนี้ได้ถูกกระทำขึ้นผ่านโมเดลทางจิตวิทยาซึ่งเชื่อมโยงลักษณะของแบบทดสอบในเชิงประจักษ์ เช่น ความยากและค่าอำนาจจำแนกกับตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบแบบทดสอบ ซึ่งมีอิทธิพลต่อความต้องการในกระบวนการคิดของงาน นั่นคือโมเดลทางสถิติได้กลายมาเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบสมมติฐานของการทดสอบ

รูปแบบการประยุกต์ใช้การสร้างแบบทดสอบสำหรับ CDS ในช่วงแรกคือการพัฒนาล้างเครื่องมือของมาตรวัดเชาว์ปัญญาดั้งเดิมที่ติดตัวมากับมนุษย์ (Fluid intelligence) ซึ่งเป็นเครื่องมือสำหรับใช้วัดการให้เหตุผลที่เป็นนามธรรมด้วยแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบเติมภาพที่ขาดหายไป ข้อบกพร่องที่สำคัญของการออกแบบการประเมินด้วยแนวคิดนี้ คือ CDS ไม่สามารถที่จะวิเคราะห์ข้อมูลความสามารถทางการคิดของผู้ถูกทดสอบหลายมิติที่ต้องใช้ร่วมกันในการแก้ปัญหาได้

1.1.4.2 การออกแบบแบบอิงสถานการณ์ (Evidence centered design:

ECD)

เป้าหมายของการสร้างแบบทดสอบแบบอิงสถานการณ์ (ECD-based test construction) คือ การรวบรวมเหตุการณ์ที่สนับสนุนการอ้างอิงเกี่ยวกับบุคคล ซึ่งแตกต่างจากการประเมินโดยทั่วไปที่จำกัดขอบเขตในการอ้างอิงเกี่ยวกับคะแนนที่แสดงถึงสมรรถนะที่ทำการประเมินเพียงประเภทเดียว (Leighton; & Gierl. 2007: 179) การออกแบบโดยใช้เหตุการณ์เป็นศูนย์กลางหรือชื่อเรียกโดยย่อ ECD ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อสร้างระบบการคิดของนักออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่เป็นอิสระจากภาวะสันนิษฐานที่การประเมินเพื่อวินิจฉัยนั้นต้องการวัด ซึ่งในความเป็นจริงการประเมินเพื่อวินิจฉัยส่วนใหญ่ได้รับประโยชน์จากการออกแบบการประเมินภายใต้แนวคิดของ ECD

อย่างไรก็ตามงานซึ่งประเมินสมรรถนะที่ซับซ้อนและนำไปสู่ทางเลือกที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้จากผู้ตอบ เช่น การประเมินโดยใช้เหตุการณ์จำลอง (Simulation-based assessment) จะได้ประโยชน์มากที่สุดจากการออกแบบที่มีพื้นฐานอยู่บนวิธีการของ ECD กรอบแนวคิดของ ECD บังคับให้ผู้ออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยนำเสนอการบรรยายเกี่ยวกับการวินิจฉัยที่ชัดเจนซึ่งเขาต้องการพัฒนาเกี่ยวกับผู้ตอบ แนวคิดที่มีประโยชน์ของกรอบแนวคิดของ ECD คือ งานควรถูกออกแบบเพื่อที่ว่างงานนั้นจะดึงดูดกิจกรรมซึ่งให้ข้อมูล

สูงสุดเกี่ยวกับโครงสร้างความสามารถแฝงของผู้ตอบ การออกแบบงานคือการพัฒนาการบรรยายสิ่งที่ต้องการวินิจฉัยและผลของการตัดสินใจและผลที่ตามมาสำหรับผู้ตอบที่จะแสดงสิ่งที่ต้องการวัดออกมาได้อย่างชัดเจน การใช้การออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยภายใต้กรอบแนวคิดของ ECD จึงเป็นวิธีการหนึ่งที่เหมาะสมในการออกแบบการประเมินที่เป็นมาตรฐาน (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 18–21)

หลักการออกแบบแบบอิงสถานการณ์นี้จะใช้การบรรยายเหตุการณ์เกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการประเมินว่าผู้ตอบต้องทำอะไรและใช้ความรู้ใดจึงจะบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหาในสถานการณ์หรืองานที่กำหนด

รายละเอียดของการออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยโดยใช้ ECD ประกอบไปด้วยองค์ประกอบทั้งหมด 5 แบบ ดังนี้

1) โมเดลนักเรียน (Student model) เป็นโมเดลที่แสดงการอ้างอิงของโครงสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในสถานการณ์ต่างๆ

2) โมเดลปัญหา (Task model) เป็นโมเดลที่แสดงระบบการปฏิบัติในการแก้ปัญหาว่าควรถูกกระทำในลักษณะใด

3) โมเดลเหตุการณ์ (Evidence model) เป็นโมเดลการวัดทางจิตวิทยาที่เชื่อมโยงระหว่างโมเดลนักเรียนและโมเดลปัญหา

4) โมเดลรวม (Assembly model) เป็นโมเดลที่จัดระบบว่าโมเดลนักเรียน โมเดลปัญหา และโมเดลสถานการณ์ เชื่อมโยงกันอย่างไรในการประเมิน

5) โมเดลนำเสนอ (Presentation model) เป็นโมเดลที่แสดงว่าปัญหาที่ใช้ในการประเมินจะถูกนำเสนออย่างไร

ซึ่งแต่ละองค์ประกอบมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) โมเดลนักเรียน (Student model) เป็นโมเดลที่ถูกพัฒนาโดยทฤษฎีการเรียนรู้ซึ่งอยู่ภายใต้ระบบการประเมินเพื่อวินิจฉัย โมเดลนี้จะกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องหรือกระบวนการเรียนรู้ที่ต้องการประเมินที่ระดับย่อยมากที่สุด (Grain size) ซึ่งเหมาะสมกับจุดมุ่งหมายของการประเมินในเพื่อวินิจฉัย เนื่องจากลักษณะส่วนใหญ่ของการเรียนรู้ที่ต้องการประเมินเป็นสิ่งที่ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง โมเดลนักเรียนจะให้โมเดลความน่าจะเป็นหรือโมเดลที่เป็นตัวแทนสำหรับนำไปอ้างอิงเกี่ยวกับข้อความ โครงสร้าง และการพัฒนาระบบความเข้าใจที่ซับซ้อนมากขึ้น สิ่งนี้อาจเกี่ยวข้องกับคุณลักษณะหรือพฤติกรรมที่ต้องการในการประเมินโดยทั่วไป สำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางการศึกษาที่มีนวัตกรรมเพิ่มมากขึ้น เช่น การใช้เกมหรือสถานการณ์จำลอง ก็ควรคำนึงถึงโมเดลหรือวิธีที่นักเรียนใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันหรือลักษณะหรือการเชื่อมโยงระหว่างทักษะของผู้ตอบเมื่อต้องเผชิญหน้ากับสถานการณ์ต่างๆ ในสาขาวิชาที่ทำการประเมิน

2) โมเดลปัญหา (Task model) โมเดลนี้จะจัดเตรียมกลุ่มของการกำหนดเหตุการณ์สำหรับสภาพแวดล้อมซึ่งผู้ตอบจะพูด ทำ หรือสร้างบางสิ่งบางอย่าง นั่นคือ โมเดลปัญหาจะกำหนดเงื่อนไขและรูปแบบภายใต้เงื่อนไขของข้อมูลที่ถูกเก็บรวบรวมมา ตัวแปร

ในโมเดลปัญหาจะถูกพัฒนาด้วยการแปลผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่มีความหมายพอที่จะให้คะแนน เราต้องการที่จะทำการแปลผลเกี่ยวกับผู้ตอบในเกมทางคณิตศาสตร์ที่สะท้อนให้เห็นถึงการฝึกหัดใช้กฎที่แสดงออกมาเมื่อทำการตัดสินใจทางเลือกใช่หรือไม่? ถ้าเป็นดังนั้นลักษณะของสถานการณ์ที่มีแนวโน้มที่จะดีและสะท้อนให้เห็นถึงประเภทของการคิดเหล่านั้นควรมีลักษณะเป็นอย่างไร? เราสามารถสร้างสถานการณ์ที่จะนำประเภทการคิดเหล่านั้นออกมาในวิธีทางใด?

3) โมเดลเหตุการณ์ (Evidence model) เป็นโมเดลที่ใช้เพื่อการอ้างอิงเกี่ยวกับการเรียนรู้ที่สะท้อนให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงในคุณลักษณะในโมเดลนักเรียน การประเมินองค์ประกอบของโมเดลเหตุการณ์จะกำหนดลักษณะเด่นว่าอะไรบ้างที่ผู้ตอบควรพูด ทำหรือสร้างขึ้นมาในสถานการณ์ปัญหา พร้อมกับกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน การจัดอันดับ หรือการจัดประเภทของลักษณะเด่นที่ได้จากการประเมิน ความน่าจะเป็นหรือองค์ประกอบทางสถิติของโมเดลเหตุการณ์จะกำหนดกฎการให้คะแนนโดยสิ่งที่เป็นเหตุการณ์ซึ่งรวบรวมได้ในการประเมินซึ่งใช้ในการแสดงเกี่ยวกับโมเดลนักเรียน ซึ่งหมายความว่าโมเดลทางสถิติที่เหมาะสม เช่น DCM จำเป็นที่จะต้องถูกเลือกสำหรับการสรุปข้อมูลที่สังเกตได้ซึ่งบรรจุอยู่ในตัวแปรบ่งชี้ผ่านโครงสร้างทางสถิติ และตัวแปร กับตัวแปรแฝง โมเดลทางสถิติจะให้กลไกสำหรับการปรับความน่าเชื่อถือเกี่ยวกับตัวแปรในโมเดลของผู้ตอบ เมื่อพิจารณาร่วมกันโมเดลเหตุการณ์จะให้องค์การอ้างอิงที่เป็นเหตุเป็นผลจากสมรรถนะที่สังเกตได้เพื่อเปลี่ยนสิ่งที่เชื่อว่ามีค่าสำคัญในกระบวนการคิดแก้ปัญหา สังคม อารมณ์ หรือการพัฒนาในรูปแบบอื่นของผู้ตอบ

4) โมเดลรวม (Assembly model) เป็นโมเดลที่ใช้สำหรับอธิบายว่าโมเดลนักเรียน โมเดลปัญหา และโมเดลสถานการณ์ สามารถรวมกันสำหรับตอบคำถามเฉพาะเกี่ยวกับการเรียนรู้ในสถานการณ์ประเมินที่กำหนดให้อย่างไร การใช้แบบสถานการณ์ที่คล้ายกันภายในคลังของแบบฝึกมาใช้ซ้ำ โมเดลรวมจะบรรยายว่าองค์ประกอบของโมเดลงาน โมเดลเหตุการณ์ และโมเดลของผู้ตอบใดที่ถูกเชื่อมโยงกันสำหรับการประเมิน แนวคิดของการนำแบบสถานการณ์มาใช้ซ้ำนี้คล้ายกับแนวคิดในการสร้างงานโดยอัตโนมัติในวิธีการออกแบบจากระบบการคิด (CDS) อย่างไรก็ตามแทนที่จะเริ่มต้นการสร้างงานโดยอัตโนมัติ การออกแบบแบบอิงสถานการณ์ (ECD) จะทำการสร้างงานภายใต้ข้อจำกัดที่ส่งผลในการทำงานซึ่งเปรียบเทียบกับได้กับการทำงานอย่างอื่นทั้งในด้านเนื้อหาและวิธีการทางสถิติ

5) โมเดลนำเสนอ (Presentation model) เป็นโมเดลที่ใช้สำหรับอธิบายว่าเมื่อใดที่โมเดลปัญหาและการนำเสนอผลของการแก้ปัญหาจะเปลี่ยนไประหว่างการประเมินในขั้นตอนต่างๆ และอะไรที่เป็นการประยุกต์ใช้ที่คาดหวังของการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้ ในทางปฏิบัติการออกแบบแบบอิงสถานการณ์ (ECD) สำหรับการประเมินที่กำหนดจะถูกสร้างร่วมกันและทำการตรวจสอบซ้ำอย่างละเอียด เนื่องจากโมเดลใดๆ ที่สร้างขึ้นมาจะเป็นสิ่งที่มีความหมายในการใช้เพื่อวินิจฉัย เมื่อโมเดลนั้นเป็นโมเดลที่สอดคล้องและสัมพันธ์กับโมเดลอื่น

1.1.5 บริบทของการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยไปใช้

สถานการณ์ที่มีการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยไปใช้ในทางปฏิบัติมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 42–45)

1.1.5.1 การวินิจฉัยทางคลินิกสำหรับความผิดปกติทางจิตวิทยาและประสาทวิทยา (Clinical diagnosis of psychological and neurological disorders)

มีการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกไปใช้ในการวินิจฉัยทางคลินิกสำหรับความผิดปกติทางจิตวิทยาและประสาทวิทยา คือ การวินิจฉัยเพื่อกำหนดลักษณะของนักพนัน (Pathological gamblers) โดยใช้ DSM–IV–TR ซึ่งเป็นเครื่องมือสำหรับการเก็บข้อมูลเพื่อการวินิจฉัย โดยมีเกณฑ์หรือคุณลักษณะที่ใช้ในการวัดจำนวนทั้งหมด 10 คุณลักษณะ ส่วนแบบสำรวจข้อมูลเพื่อการวินิจฉัยสำหรับอาการผิดปกติทางจิตแบบอื่นก็ถูกกำหนดด้วยแบบทดสอบ DSM–IV–TR เช่นเดียวกัน ยกตัวอย่างเช่นเกณฑ์ในการวินิจฉัยอาการความผิดปกติทางบุคลิกภาพแบบหวาดระแวง (Paranoid personality disorder) ซึ่งประกอบไปด้วยตัวบ่งชี้ทั้งหมด 7 ตัว ตั้งแต่การสงสัยว่าบุคคลอื่นมีเจตนาจะหลอกลวงโดยปราศจากเหตุผล ไปจนถึง “การแปลงความหมายที่ซ่อนอยู่เบื้องหลังจากเหตุการณ์ที่ไม่เป็นภัยคุกคาม”

แบบทดสอบ DSM–IV–TR จะกำหนดจำนวนอาการตั้งแต่ 4 อาการหรือมากกว่าไปจนถึง 7 อาการ ที่จำแนกได้ว่าบุคคลที่มีอาการตามจำนวนที่กล่าวมาเป็นบุคคลที่มีบุคลิกภาพแบบหวาดระแวง เช่นเดียวกับลักษณะของนักพนันที่เกณฑ์นี้ถูกกำหนดโดยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCM) ซึ่งข้อมูลที่ได้อาจจากการวินิจฉัยนี้ควรนำไปใช้ร่วมกับข้อมูลอื่นที่ต้องประเมินเพื่อนำมาใช้ร่วมกับการรักษา เช่น ข้อมูลจากครอบครัว ข้อมูลทางกายภาพและพฤติกรรม ซึ่งถ้าเป็นไปได้สิ่งนี้ควรถูกรวมเข้าไประหว่างโมเดลทางสถิติในฐานะที่เป็นตัวแปรร่วมในการทำนายการกำหนดเพื่อวินิจฉัยลักษณะของผู้ตอบ นอกจากตัวอย่างทั้งสองตัวอย่างที่กล่าวมาแล้ว ยังมีอาการผิดปกติทางจิตอีกหลายอาการที่สามารถใช้วิธีการดังกล่าวในการวินิจฉัยได้

1.1.5.2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการศึกษา (Cognitive diagnostic assessment in education)

โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic classification models: DCMs) ได้ถูกพัฒนาขึ้นในการประเมินทางการศึกษา เพื่อศึกษา ประเมิน และทำความเข้าใจกระบวนการคิดภายใต้การประเมินคำตอบของผู้สอบ เมื่อเปรียบเทียบกับประเมินเพื่อสรุปผลการเรียนแบบอิงมาตรฐานซึ่งใช้ในการติดตามระบบการศึกษาโดยการให้ข้อมูลอย่างหยวนเกี่ยวกับระดับความสามารถของผู้เรียนทั้งหมด การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจะค้นหาเพื่อเตรียมการแปลผลการสอบให้ละเอียดมากขึ้นเพื่อใช้สำหรับสนับสนุนการสอนและการเรียนรู้ Roussos, DiBello และ Stout กล่าวว่าเป้าหมายของการประเมินนี้คือความสามารถของการช่วยในกระบวนการเรียนรู้และจัดเตรียมข้อมูลย้อนกลับให้กับผู้เรียนที่ดีกว่าข้อมูลที่ได้ในการประเมินผลระหว่างการเรียนรู้

วิธีการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการประเมินทางการศึกษาเป็นการค้นหาที่ผสมผสานหลักการและการค้นพบของจิตวิทยาประยุกต์ทางด้านการคิดกับการศึกษาประสิทธิภาพของการศึกษา งานที่ทำในขั้นต้นเริ่มขึ้นในปี ค.ศ.1984 โดยได้มีการจัดการประชุม BUROS-Nebraska Symposium ซึ่งเป็นการประชุมเกี่ยวกับการวัดผลและการทดสอบภายใต้หัวข้อ “อิทธิพลของจิตวิทยาการคิดที่มีต่อการทดสอบ” การประชุมนี้ได้ให้นักจิตวิทยาการคิด นักจิตวิทยาทางการศึกษา และนักวัดทางจิตมาประชุมร่วมกัน ประโยชน์ของประเด็นที่ได้จากการประชุมซึ่งเห็นได้ชัดคือ ในปี ค.ศ.1995 Nichols, Chipman และ Brennan ได้นำเสนอเกี่ยวกับกลุ่มของโมเดลขั้นสูงและให้ข้อเสนอแนะสำหรับการนำเครื่องมือการวัดทางจิตวิทยาไปใช้ในการประเมินการคิดล่าสุดมีหนังสือที่ได้รับการรวบรวมโดย Leighton และ Gierl ในปี 2007 ที่สรุปประเด็นสำคัญของการศึกษาในเรื่องการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ด้วยความร่วมมือจากผู้แต่งที่มีความเชี่ยวชาญเฉพาะในการวัดผลการศึกษาและจิตวิทยาการคิดแบบประยุกต์

เพื่อแสดงให้เห็นถึงประเภทของการวิเคราะห์ที่ทำกันโดยทั่วไปในโมเดลการวินิจฉัยการคิดของคุณลักษณะ จะนำเสนอตัวอย่างที่มักได้รับการอ้างอิงถึงและการวิเคราะห์ข้อมูลการลบเศษส่วน ข้อมูลนี้ได้มาจากการประเมินเพื่อวินิจฉัยเรื่องเศษส่วน จำนวน 20 ข้อ ที่สร้างขึ้นเพื่อวัดกลุ่มของคุณลักษณะการคิดซึ่งเป็นกระบวนการที่จำเป็นของขั้นตอนการแก้ปัญหาข้อคำถามเรื่องการลบเศษส่วน การประเมินถูกสร้างขึ้นเพื่อที่จะเป็นวิธีการที่สั้นและง่ายในการกำหนดเนื้อหาในการศึกษาของครูและนักเรียนควรได้รับการเน้นเป็นพิเศษเมื่อเรียนรู้เกี่ยวกับการลบเศษส่วน สิ่งต่อไปนี้เป็นคุณลักษณะที่เป็นหลักการคิดที่อยู่บนพื้นฐานของการลบเศษส่วนและต้องได้รับการเรียน

- 1) การเปลี่ยนจำนวนเต็มให้เป็นเศษส่วน
- 2) การแยกจำนวนเต็มจากเศษส่วน
- 3) การทำให้ง่ายก่อนการลบ
- 4) การหา ค.ร.น. ของตัวส่วน
- 5) การยืมจำนวนเต็ม
- 6) การขอยืมจำนวนข้ามหลักในการลบตัวเศษลำดับที่สองจากลำดับ

แรก

- 7) การลบตัวเศษ
- 8) การตัดทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

พิจารณาที่คุณลักษณะเป็นการง่ายที่จะจินตนาการว่าข้อสอบหนึ่งข้อจะต้องใช้การดำเนินการทั้งหมด 8 ขั้นตอนอย่างเป็นลำดับในการลบเศษส่วนและข้อสอบที่ควรใช้เฉพาะการดำเนินการบางส่วนของขั้นตอนดังกล่าว เช่นเดียวกันกับในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถทางด้านภาษาเป็นเรื่องง่ายที่จะจินตนาการถึงผู้ตอบซึ่งรอบรู้ในทักษะซึ่งมีอยู่ร่วมกันในลักษณะที่แตกต่างกัน ในการจะทำให้ความคิดนี้เป็นรูปธรรมมากขึ้นยกตัวอย่างเช่น เพื่อที่จะ

แก้ปัญหา $\frac{5}{3} - \frac{3}{4} = ?$ ในการประเมิน ผู้ตอบจะต้องรอบรู้ในคุณลักษณะที่ 4 การหา ค.ร.น.

ของตัวส่วน คุณลักษณะที่ 6 การขอยืมจำนวนข้ามหลักในการลบตัวเศษลำดับที่สองจากลำดับแรก และคุณลักษณะที่ 7 การลบตัวเศษ โดยไม่มีคุณลักษณะอื่นที่จำเป็นต้องใช้สำหรับปัญหานี้ ในการพัฒนาการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญานี้จะต้องใช้การทำงาน เวลา และการลงทุนค่อนข้างมาก ในขั้นตอนของการออกแบบการประเมินซึ่งรวมไปถึงการกำหนดแบบแผนของการประเมินและ Q-matrix ที่สัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการประเมิน

กล่าวโดยสรุปการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการวัดผลทางการศึกษาเป็นการประเมินเพื่อระบุหรือวินิจฉัยคุณลักษณะทางความคิดซึ่งผู้ตอบจำเป็นต้องมีเพื่อที่จะทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือการประเมินทัศนคติได้อย่างถูกต้องเหมาะสม การประเมินที่เหมาะสมในสถานการณ์ที่ผู้มีส่วนได้ส่วนเสีย เช่น นักเรียน ผู้ปกครอง ครู ผู้บริหาร หรือผู้กำหนดนโยบายทางการศึกษา จำเป็นต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบของความรู้ซึ่งผู้ตอบต้องรอบรู้ในระดับขั้นตอนการคิดที่ละเอียด (A fine level of cognitive grain size) ดังนั้นบุคคลเหล่านั้นจะต้องคิดถึงความหลากหลายของบริบทในการประเมินสำหรับให้ผลการวิเคราะห์ที่มีความหมาย อย่างไรก็ตามเช่นเดียวกันกับวิธีการประเมินอื่น ไม่มีการประเมินทางการศึกษาใดเลยที่มีการวิเคราะห์อย่างเพียงพอในการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCM) เนื่องจากอาจไม่สามารถที่จะออกแบบทักษะที่แตกต่างกันเป็นจำนวนมากในระดับขั้นตอนการคิดที่ละเอียด การวิเคราะห์ข้อมูลจากการประเมินซึ่งถูกสร้างขึ้นด้วยวัตถุประสงค์ในการวัดผู้สอบบนช่วงที่เป็นมิติเดียวส่วนมากจะส่งผลให้เกิดผลลัพธ์ที่แยเมื่อพิจารณาจากมุมมองของการวินิจฉัย นอกเหนือไปจากนี้ Leighton และ Gierl ได้ระบุไว้ว่าการประเมินส่วนมากในระดับการวัดขั้นตอนการคิดที่ละเอียดจำเป็นที่จะต้องได้รับข้อมูลที่เชื่อถือได้เกี่ยวกับเนื้อหาในภาพกว้าง

1.1.5.3 การประเมินอิงมาตรฐานทางการศึกษา (Standards-based assessments in education)

ในประเทศอุตสาหกรรมหลายประเทศได้มีการประกาศนโยบายที่เน้นไปที่การเพิ่มความรับผิดชอบของครูและโรงเรียนในการจัดการศึกษาให้กับผู้เรียน ความรับผิดชอบที่ว่านี้ได้ถูกกำหนดโดยสัดส่วนของผู้เรียนที่สามารถทำข้อสอบได้ในระดับผ่านเกณฑ์ที่กำหนด (Proficient level) ในหลายวิชา ยกตัวอย่างเช่นพระราชบัญญัติทางการศึกษา No Child Left Behind ในปี 2002 ได้กำหนดให้นักเรียนทุกคนจำเป็นที่จะต้องมึผลการประเมินในระดับผ่านเกณฑ์ (Proficient level) สำหรับทุกวิชาที่ทำการประเมินในการประเมินมาตรฐานระดับชาติในปี 2014 ข้อบังคับนี้ได้ส่งผลต่อความต้องการระบบการประเมินซึ่งแบ่งกลุ่มผู้เรียนออกตามพื้นฐานของคะแนนที่ได้จากการประเมิน มาตรฐานการตัดสินผลการสอบในระดับผ่านเกณฑ์การประเมินระดับชาติสามารถประเมินได้โดยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic classification models: DCMs)

เพื่อที่จะแสดงให้เห็นว่าการใช้มาตรฐานการตัดสินผลการสอบของนักเรียนในระดับผ่านเกณฑ์การประเมินระดับชาติถูกวิเคราะห์ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกได้อย่างไร จะยกตัวอย่างการประเมินอิงมาตรฐานทางการศึกษาของ Kansas มาตรฐานการศึกษาของ Kansas ได้กำหนดว่านักเรียนจะต้องถูกประเมินความสามารถทั้งในด้านการอ่านและวิชาคณิตศาสตร์ ในเกรด 3 – 8 ประเมินเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ในเกรด 10 และประเมินเฉพาะการอ่านในเกรด 11 รัฐได้กำหนดระดับการจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 ระดับ เพื่อใช้ในการประเมินสมรรถนะของนักเรียน คือ ระดับไม่เป็นที่น่าพอใจ (Unsatisfactory) ระดับพื้นฐาน (Basic) ระดับผ่านเกณฑ์ (Proficient) ระดับสูง (Advance) และระดับยอดเยี่ยม (Exemplary) เมื่อนักเรียนจบการศึกษาในระดับชั้นที่กำหนด นักเรียนจะต้องเข้ารับการประเมินในแต่ละวิชาเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนเป็นรายบุคคลบนมาตรฐานระดับความสามารถที่กำหนดขึ้น การประเมินในแต่ละวิชานี้ถูกดำเนินการโดยการเชื่อมโยงระหว่างมาตรฐานและหลักสูตรจากรัฐไปยังกลุ่มของข้อคำถามที่เป็นตัวแทนซึ่งใช้ในการทดสอบ

นักกำหนดนโยบายทางการศึกษาใน Kansas จะทำการพิจารณาความสามารถของนักเรียนด้วยการเปรียบเทียบคะแนนดิบที่นักเรียนได้ในการประเมินแต่ละครั้งกับคะแนนจุดตัดซึ่งถูกกำหนดขึ้นด้วยขั้นตอนที่เป็นมาตรฐานและทำการจำแนกกลุ่มผู้เรียน คะแนนจุดตัดสำหรับระดับการประเมินที่แตกต่างกันถูกกำหนดโดยคณะผู้เชี่ยวชาญด้วยวิธีการที่หลากหลาย ถึงแม้ว่าการตัดสินใจกำหนดคะแนนจุดตัดนี้มีพื้นฐานอยู่บนการตัดสินของผู้เชี่ยวชาญ แต่ขั้นตอนการกำหนดที่เป็นมาตรฐานได้ถูกนำทางโดยการวิเคราะห์ทางสถิติซึ่งกำหนดให้สมรรถนะของนักเรียนในการประเมินสามารถถูกกำหนดได้ด้วยตัวเลขที่หลากหลายภายใต้ความเป็นเอกมิตติ

1.1.6 การกำหนดคุณลักษณะของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

คุณลักษณะเป็นตัวแปรนำเข้าที่สำคัญในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางการศึกษา เพราะให้การสรุปอ้างอิงถึงทักษะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบ แต่จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยไปใช้ในบริบททางการศึกษาส่วนใหญ่ไม่ได้มีการให้คำจำกัดความคุณลักษณะไว้อย่างชัดเจน แต่จะมีการให้คำจำกัดความที่แตกต่างกันไปตามบริบทของการนำไปใช้ นักวิจัยบางคนกล่าวถึงคุณลักษณะในความหมายทั่วไป โดยพิจารณาทักษะทางพุทธิปัญญาที่จำเป็นต้องใช้สำหรับการปฏิบัติงาน บางคนกล่าวถึงคุณลักษณะในความหมายเฉพาะในลักษณะการรวมองค์ประกอบย่อยทางพุทธิปัญญาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในเนื้อหาเฉพาะ คุณลักษณะจึงถูกนำไปใช้ทั้งในความหมายเฉพาะและความหมายทั่วไป เช่น Birenbaum Kelly & Tatsuoka (Gierl, Leighton; & Hunka. 2000; citing Birenbaum Kelly & Tatsuoka. 1993) ให้คำจำกัดความคุณลักษณะไว้ว่า “เป็นการบรรยายกระบวนการ ทักษะ หรือความรู้ของนักเรียนที่ต้องใช้เพื่อให้สามารถทำงานได้บรรลุเป้าหมาย แต่ไม่จำกัดเฉพาะความสามารถของนักเรียน ในบางครั้งคุณลักษณะอาจรวมถึงสิ่งที่นักเรียนใช้ช่วยในการเรียนรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา

Leighton, Gierl และ Hunka (2000: 89) กล่าวถึงคุณลักษณะไว้ว่า คุณลักษณะเป็นการบรรยายวิธีการหรือการอธิบายความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงานที่มีขอบเขตเฉพาะ แม้ว่าคุณลักษณะจะไม่ใช่วิธีการแก้ปัญหา แต่คุณลักษณะก็จะช่วยสร้างวิธีการแก้ปัญหา มากไปกว่านั้นชุดของคุณลักษณะจะถูกจัดเข้าสู่วิธีการแก้ปัญหาเพื่อสนับสนุนบทบาทในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น คุณลักษณะเป็นเอกลักษณ์เฉพาะตนที่มีลักษณะเป็นพลวัต ชุดคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในเวลาหนึ่งอาจไม่เหมือนชุดของคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในเวลาหนึ่ง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะพัฒนาการของนักเรียนหรือประสบการณ์ที่ได้รับจากการเรียนการสอน

1.1.6.1 การตั้งชื่อคุณลักษณะ (The meaning of attribute labels)

โดยทั่วไปคำว่าลักษณะแฝง (Latent characteristic) จะหมายถึงองค์ประกอบทางจิตซึ่งเป็นสิ่งที่สนใจในทางทฤษฎีที่ไม่สามารถสังเกตได้ สำหรับในบริบทของ DCMs จะใช้คำว่าตัวแปรแฝง (Latent variables) แทนคำว่าลักษณะแฝง ส่วนคำว่า Latent trait แสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบทางจิตที่สนใจซึ่งเชื่อว่ามีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาเปลี่ยนไป ในขณะที่ Latent states สามารถเปลี่ยนแปลงได้เมื่อเวลาเปลี่ยนไป คำว่า Element ใช้อ้างอิงถึงองค์ประกอบทางจิตซึ่งสร้างรูปแบบแนวคิดของสิ่งที่ใหญ่กว่าซึ่งเรียกว่า กระบวนการตอบสนองทางความคิด (Cognitive response process) คำว่าทักษะ (Skill) และคุณลักษณะ (Attribute) อาจถูกนำมาใช้อยู่เสมอในวรรณกรรมที่เกี่ยวกับการวัดซึ่งเป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัย คำเหล่านี้ถูกใช้มาเป็นระยะเวลาอันยาวนานในการวิเคราะห์องค์ประกอบ โดยมีคำที่ใช้ซึ่งมีความหมายคล้ายกัน ได้แก่ Latent trait และ Latent characteristic สำหรับในการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยนี้จะใช้คำว่าคุณลักษณะ (Attribute) แทนสิ่งที่ต้องการวินิจฉัย และใช้คำว่าแบบแผนคุณลักษณะ (Attribute profile) แทนคุณลักษณะเฉพาะของผู้ตอบแต่ละคน

สำหรับการกำหนดชื่อตัวแปรแฝงหรือคุณลักษณะนั้น เป็นเรื่องปกติที่จะมีการกำหนดชื่อตัวแปรแฝงที่ต้องการศึกษาขึ้นเองเนื่องจากไม่มีชื่อที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องอย่างแท้จริงสำหรับตัวแปรแฝงที่สนใจศึกษา ท้ายที่สุดสิ่งที่สำคัญที่สุดคือการแปลผลตัวแปรแฝงจะต้องอยู่บนพื้นฐานทางทฤษฎีที่เป็นพื้นฐานและการตัดสินใจเกี่ยวกับการกำหนดลักษณะของผู้ตอบ เพื่อที่จะให้ความเข้าใจเกี่ยวกับประเภทของคุณลักษณะและภาวะสันนิษฐานที่เกี่ยวข้องกันซึ่งถูกกำหนดในงานวิจัยเกี่ยวกับ DCMs

1.1.6.2 การกำหนดนิยามของคุณลักษณะย่อย (The definition grain size of the attribute)

การกำหนดนิยามของคุณลักษณะย่อย (Definitional grain size of the attribute) ที่ใช้ในขั้นตอนการคิดอย่างละเอียดเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในการประเมินเพื่อวินิจฉัย เนื่องจากจะช่วยให้ทราบคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้สำหรับการแก้ปัญหาที่กำหนด และส่งผลทำให้สามารถวินิจฉัยว่าผู้ตอบมีความบกพร่องของคุณลักษณะย่อยที่ใช้ในขั้นตอนการคิดใด ตาราง 1 แสดงการกำหนดนิยามของคุณลักษณะย่อยที่ใช้ในขั้นตอนการคิดของวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 1 ตัวอย่างการกำหนดนิยามของคุณลักษณะย่อย

ตัวแปรแฝง : การลบเศษส่วน	
• การเปลี่ยนจำนวนเต็มให้เป็นเศษส่วน	• การขอยืมเลขจากจำนวนเต็ม
• การแยกจำนวนเต็มจากเศษส่วน	• การขอยืมเลขจากหลักถัดไปที่มีค่ามากเพื่อลบ
• การทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายก่อนการลบ	• การลบตัวเศษ
• การหา ค.ร.น. ของตัวส่วน	• การหาคำตอบให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
ตัวแปรแฝง : ทักษะการคิดคำนวณทางพีชคณิตพื้นฐาน	
• การเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวน	• การคูณและการหาร (จำนวน 100 ถึง 1,000)
• การบวกและการลบ (จำนวน 0 ถึง 100)	• การคิดคำนวณแบบย้อนกลับ
• การบวกและการลบ (จำนวน 100 ถึง 1,000)	• การแก้ปัญหาที่ต้องใช้การดำเนินการของ
• การคูณและการหาร (จำนวน 0 ถึง 100)	จำนวน 2 แบบ
	• การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์
ตัวแปรแฝง : การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น	
• การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์และวิธีการหาคำตอบ	• การหาคำตอบของสมการกำลังสอง
• ความเข้าใจการบรรยายโจทย์ปัญหา	• การหาคำตอบของระบบสมการ
• การคำนวณทางพีชคณิต	• การสร้างตัวแบบตาราง
• การหาคำตอบของสมการเชิงเส้น	• การสร้างตัวแบบรูปภาพ

สำหรับปัญหาที่มีความยากและซับซ้อน ในการกำหนดคุณลักษณะย่อยควรมีกำหนดคุณลักษณะย่อยที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาทั้งหมด ซึ่งส่งผลทำให้มีจำนวนตัวแปรแฝงที่ใช้ในโมเดลมากขึ้น ซึ่งอาจทำให้ในการคำนวณด้วย DCMs ไม่สามารถทำได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดจำนวนของคุณลักษณะให้อยู่ในขอบเขตที่จะสามารถประมาณค่าในทางสถิติได้ตามความยาวของข้อคำถามและขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ ด้วยเหตุนี้ทำให้ในบางครั้งการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่ต้องประเมินการคิดที่ซับซ้อนมีความจำเป็นที่จะต้องใช้นิยามคุณลักษณะที่ละเอียดน้อยกว่า การนิยามคุณลักษณะและกระบวนการคิดอย่างหยาบมักถูกใช้ในตารางกำหนดรายละเอียดของข้อสอบหรือพิมพ์เขียวสำหรับการประเมินทางการศึกษา การบรรยายขั้นตอนการคิดและพฤติกรรมในระดับที่ละเอียดจะถูกใช้ในการประเมินอิงมาตรฐานที่เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบการบรรลุผลของหลักสูตร การสอน และการประเมิน กล่าวโดยสรุปความเหมาะสมของการกำหนดนิยามของคุณลักษณะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมินเพื่อวินิจฉัย คุณลักษณะที่ต้องการศึกษา และระดับประสบการณ์ของกลุ่มบุคคลที่ต้องการประเมิน

1.1.6.3 การกำหนดรายละเอียดของคุณลักษณะ (The Nature of the Attribute Specifications)

การกำหนดรายละเอียดของคุณลักษณะซึ่งเป็นสิ่งที่มีประโยชน์และจำเป็นมีอยู่ 3 สิ่ง คือ ชื่อของคุณลักษณะ คำนิยามของคุณลักษณะ และคำแนะนำในการกำหนดรหัสของคุณลักษณะ ซึ่งทั้งสามสิ่งนี้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้คือ

- 1) คุณลักษณะ คือ คำ ข้อความ หรือกลุ่มคำ ที่แสดงความหมายหลักของคุณลักษณะ
- 2) คำนิยามของคุณลักษณะ คือ การบรรยายหรือข้อความสั้นๆ ที่ให้รายละเอียดซึ่งใช้ในการแสดงด้านที่ต่างกันของคุณลักษณะ
- 3) คำแนะนำในการกำหนดรหัสของคุณลักษณะ คือ การเชื่อมโยงการประเมินเพื่อวินิจฉัยซึ่งช่วยผู้เชี่ยวชาญในการกำหนดว่าเมื่อใดที่คุณลักษณะนั้นจะถูกวัดโดยข้อคำถามที่สร้างขึ้น

ตาราง 2 แสดงตัวอย่างรายละเอียดของการกำหนดคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาสมการพีชคณิต ซึ่งนำมาจาก Leighton, Gierl และ Hunka (2000: 102)

ตาราง 2 ตัวอย่างการกำหนดรายละเอียดของคุณลักษณะ

คุณลักษณะ : ความหมายของสัญลักษณ์และการนำไปใช้

นิยามของคุณลักษณะ

ข้อคำถามที่ต้องการความรู้เกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์และการนำไปใช้ โดยผู้ตอบจำเป็นต้องรู้ว่า

- (ก) การดำเนินการทางพีชคณิตด้วยเครื่องหมาย $+$, $-$, $\times$, $/$, $=$, $|$ พจน์ $|$, $\sqrt{\quad}$, $>$, $<$ กับสัญลักษณ์ของจำนวน
 - (ข) การนำการดำเนินการไปใช้ใน $2n$, $2 \cdot (\text{พจน์})$, $(\text{พจน์})^2$, $n/2$
 - (ค) การกลับความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วและระยะทางที่เดินทาง
-

คำแนะนำในการกำหนดรหัสของคุณลักษณะ

เมื่อต้องการกำหนดรหัสให้กับข้อคำถาม สำหรับการมีอยู่ของคุณลักษณะให้ 1 การไม่มีให้ 0 ให้ยึดตามกฎต่อไปนี้

- (1) การรวมกันของการดำเนินการ (ก) – (ข) ให้คะแนน 1
 - (2) ไม่มีน้ำหนักความแตกต่างของน้ำหนักการให้คะแนนที่ขึ้นอยู่กับจำนวนของการดำเนินการที่ระบุไว้ใน (ก) – (ข) สำหรับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ถ้ามีการดำเนินการอย่างน้อย 1 แบบ จาก (ก), (ข) หรือ (ค) ให้คะแนน 1
 - (3) ถ้ามีวิธีการในการแก้ปัญหาหลายวิธีและวิธีที่เลือกใช้คุณลักษณะในข้อใดข้อหนึ่งจาก (ก) – (ข) ให้คะแนน 1
-

การกำหนดรายละเอียดของคุณลักษณะตามที่กล่าวมานี้เป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญสำหรับการประเมินเพื่อวินิจฉัย เนื่องจากต้องนำไปใช้เป็นเกณฑ์ในการให้ผู้เชี่ยวชาญ ตั้งแต่ 2 คนขึ้นไปพิจารณากำหนดรหัสในขั้นตอนของการพัฒนา Q-matrix เพื่อนำไปใช้ในการกำหนดลักษณะของโมเดลสำหรับการคำนวณในขั้นต่อไป

1.1.6.4 การพัฒนา Q-matrix

ในการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ไปใช้ในทางปฏิบัติ ต้องมีการกำหนดเมทริกซ์ซึ่งเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีชื่อว่า Q-matrix ซึ่ง Q-matrix นี้เป็นเมทริกซ์ที่แสดงถึงการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัย นอกเหนือไปจากนี้ยังแสดงให้เห็นถึงสมมติฐานในเชิงประจักษ์เกี่ยวกับโครงสร้างของคุณลักษณะที่ทำการทดสอบ ความถูกต้องของ Q-matrix เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการประมาณค่าที่แม่นยำของรูปแบบทักษะความสามารถของผู้สอบเมื่อใช้โมเดลการประเมินวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) Q-matrix เป็นเมทริกซ์ที่มีแถวเป็นลำดับที่ของข้อคำถามและมีหลักเป็นคุณลักษณะที่ต้องการวินิจฉัย โดยมีสมาชิกในเมทริกซ์เพียง 2 ค่า คือ 0 และ 1 กำหนดให้ a_{ij} แทนสมาชิกใน Q-matrix a_{ij} มีค่าเป็น 1 เมื่อข้อคำถามที่ i ต้องใช้คุณลักษณะ j ในการแก้ปัญหา และ a_{ij} มีค่าเป็น 0 เมื่อข้อคำถามที่ i ไม่จำเป็นต้องใช้คุณลักษณะ j ในการแก้ปัญหา การพัฒนา Q-matrix และกระบวนการตรวจสอบความเที่ยงตรงของ Q-matrix ถูกกำหนดด้วยกระบวนการในการพัฒนา 2 วิธีการหลัก คือ วิธีการในเชิงปริมาณและวิธีการในเชิงคุณภาพ

1) วิธีการในเชิงปริมาณ

วิธีการนี้เป็นวิธีที่ใช้ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในการพิจารณาว่าข้อคำถามที่กำหนดใช้วัดคุณลักษณะใดของผู้ตอบ ตามนิยามของคุณลักษณะที่กำหนด

2) วิธีการในเชิงคุณภาพ

วิธีการเป็นการวิเคราะห์กระบวนการในการแก้ปัญหาของผู้สอบ โดยการให้ผู้สอบแสดงกระบวนการคิดแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่กำหนดโดยเฉพาะ (Specific Tasks) ด้วยเทคนิคการคิดออกเสียง (Think-aloud protocol) ซึ่งเป็นวิธีที่ให้ผู้สอบแสดงสิ่งที่กำลังคิดในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในข้อสอบออกมาให้ผู้อื่นได้รับทราบ เป็นวิธีการที่เป็นเครื่องมือสำหรับนำมาใช้สำหรับการทำความเข้าใจธรรมชาติที่ซับซ้อนของกระบวนการคิดและยุทธวิธีที่ผู้สอบใช้ขณะที่กำลังแก้ปัญหา ขณะที่ผู้สอบกำลังทำการคิดขณะที่เขากำลังแก้ปัญหา ผู้วิจัยสามารถสังเกตกระบวนการคิดและวิธีการแก้ปัญหาของผู้สอบทางอ้อมได้ ผลที่ตามมาคือวิธีการให้ผู้สอบแสดงสิ่งที่กำลังคิดในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในข้อสอบออกมาให้ผู้อื่นได้รับทราบ (Think-aloud protocol) ถูกนำมาใช้ในการให้ข้อมูลในเชิงการพัฒนาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและทักษะทางพุทธิปัญญาและวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Q-matrix)

สำหรับบริบทของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางด้านพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) วิธีการในเชิงปริมาณที่ใช้ร่วมกันในการพัฒนา Q-matrix ประกอบไปด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน การวิเคราะห์ความเป็นพหุมิติ และการ

ตรวจการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อคำถามที่เป็นผลมาจากการใช้โมเดลการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (DCMs)

1.2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment)

1.2.1 มโนทัศน์พื้นฐานของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

Leighton และ Gierl (2007: 1) ได้ให้ความหมายของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาไว้ว่าเป็นการออกแบบเพื่อวัดโครงสร้างความรู้ที่เฉพาะเจาะจงและทักษะการนำความรู้ไปใช้ของนักเรียน เพื่อให้สารสนเทศเกี่ยวกับจุดแข็งและจุดอ่อนของกระบวนการคิด

การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) เป็นการประเมินผู้เรียนในรูปแบบหนึ่งที่ต่างไปจากการทดสอบในชั้นเรียนที่ออกแบบโดยครูหรือการประเมินในระดับมหภาคที่ออกแบบโดยผู้พัฒนาแบบทดสอบ เพื่อใช้ในการวัดว่าผู้เรียนมีความรู้มากเท่าไรเกี่ยวกับเนื้อหาในรายวิชาที่เรียน การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาได้ถูกออกแบบมาเพื่อวัดโครงสร้างความรู้ที่จำเพาะเจาะจง เช่น สมบัติการแจกแจงในวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะการนำความรู้ไปใช้ของนักเรียน เช่น การประยุกต์ใช้สมบัติการแจกแจงของวิชาคณิตศาสตร์ในบริบทที่เหมาะสม ซึ่งนักเรียนจำเป็นที่จะต้องมีความรู้ที่จำเพาะเจาะจงและทักษะการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ที่เหมาะสมเหล่านี้ ประเภทของสารสนเทศที่ได้จากผลของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาควรตอบคำถามต่อไปนี้ได้ คือ ผู้สอบมีความรู้ในเนื้อหาวิชาที่เรียนดีหรือไม่? ผู้สอบมีความเข้าใจผิดในเนื้อหาที่เรียนตรงส่วนใดหรือไม่? ผู้สอบแสดงการมีความรอบรู้สำหรับความรู้และทักษะเพียงบางส่วนหรือไม่? วัตถุประสงค์ของการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา คือ การให้ข้อมูลกับผู้ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ของผู้สอบโดยการชี้ให้เห็นข้อมูลเกี่ยวกับจุดอ่อนในการแก้ปัญหาเฉพาะของผู้สอบซึ่งนำไปสู่ปัญหาในการเรียนรู้ เพื่อเป็นการสนองตอบต่อวัตถุประสงค์ดังกล่าวนี้ การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจะให้ข้อมูลซึ่งเป็นการตรวจสอบในเชิงประจักษ์เกี่ยวกับความเข้าใจ แนวคิด เหตุผล และการแก้ปัญหาในเนื้อหาความรู้ของผู้เรียน (Leighton; & Gierl. 2007: 146)

1.2.2 การนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญามาใช้ในการประเมินทางการศึกษา

ในยุคของการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เป็นมาตรฐานซึ่งผลการสอบมีความสำคัญและมีผลกระทบต่อผู้เกี่ยวข้องในระดับสูง (Standardized achievement tests in the era of high-stake assessment) ได้เพิ่มความกดดันให้กับการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนโดยเฉพาะการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนในระดับมหภาค (Large-scale assessment) สำหรับในประเทศสหรัฐอเมริกา หลังจากได้ประกาศพระราชบัญญัติทางการศึกษา No Child Left Behind ขึ้นในปี 2001 ได้เกิดผลกระทบต่อการจัดระบบการศึกษาของประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นอย่างมาก ในส่วนของระบบการวัดประเมินผลการเรียนของผู้เรียนสาระสำคัญของพระราชบัญญัตินี้เกี่ยวกับการวัดประเมินผลการเรียนของผู้เรียน ระบุว่า

ทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียนของผู้เรียนจะต้องไม่ได้เป็นเพียงแค่การประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ยังเป็นการประเมินผลการจัดการเรียนการสอนด้วย การประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนควรมีการให้สารสนเทศย้อนกลับในเชิงการวินิจฉัยจุดเด่นและข้อบกพร่องของผู้เรียนเป็นรายบุคคลไปยังผู้ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ผู้เรียน ผู้ปกครอง ครู และผู้ที่มีหน้าที่เกี่ยวข้องในการกำหนดนโยบายทางการศึกษา

เมื่อกล่าวถึงการหาคุณภาพของข้อสอบและการประเมินผลคะแนนของผู้สอบที่ใช้กับการประเมินผลระดับมหภาค (Large-scale assessment) ในปัจจุบัน ส่วนใหญ่นิยมใช้วิธีการวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบและประเมินผลคะแนนของผู้สอบโดยใช้ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory: CTT) ร่วมกับทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory: IRT) แบบมิติเดียว การประเมินผลคะแนนของผู้สอบโดยใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory: IRT) มีประโยชน์ในการจัดอันดับผู้เข้าสอบภายใต้มาตรฐานวัดอันเดียว แต่วิธีการแบบที่ใช้กันอยู่นี้ได้เป็นที่วิพากษ์วิจารณ์ว่ายังขาดข้อมูลในเชิงวินิจฉัยที่จะบอกกับนักเรียนถึงจุดแข็งและจุดอ่อนในข้อบ่งชี้เนื้อหาที่เรียน ทำให้มีผู้พัฒนารูปแบบการประเมินเพื่อวิเคราะห์ผลการสอบในเชิงวินิจฉัยความสามารถของผู้เรียนขึ้น ซึ่งเรียกว่าการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางด้านพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) การประเมินนี้เป็นการประเมินทักษะความสามารถทางด้านการคิดของผู้เรียน ซึ่งสามารถให้ข้อมูลเกี่ยวกับจุดแข็งและจุดอ่อนทางด้านการคิด ผลที่ได้จากการประเมินจะทำให้ครูทราบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและทราบข้อมูลพื้นฐานสำหรับนำไปใช้ในการปรับวิธีการสอนในเนื้อหาที่ผู้เรียนไม่เข้าใจหรือไม่สามารถทำได้ วิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางด้านพุทธิปัญญา เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบและให้การประเมินผลคะแนนแบบเดิมโดยใช้ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory: CTT) ร่วมกับทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item Response Theory: IRT) พบว่าสามารถให้ข้อมูลที่เกี่ยวกับการสอนของครูและการเรียนรู้ของผู้เรียนได้มากกว่า แต่เมื่อพิจารณารูปแบบของการประเมินผู้เรียนระดับมหภาค พบว่ามีการประเมินไม่มากนักที่ถูกออกแบบมาสำหรับการให้ข้อมูลย้อนกลับในเชิงวินิจฉัยทางด้านพุทธิปัญญา การพัฒนาข้อคำถามโดยปกติจะถูกกำหนดโดยขอบเขตของเนื้อหาแทนที่จะถูกกำหนดด้วยโมเดลการวัดการคิดที่เชื่อมโยงกับกระบวนการคิดหาคำตอบของผู้เรียน

ด้วยเหตุดังกล่าวจึงทำให้ในปัจจุบันมีนักการศึกษาสนใจที่จะนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) ซึ่งเป็นการประเมินรูปแบบหนึ่งที่ทำให้สารสนเทศในการวิเคราะห์ข้อมูลที่มากกว่าการประเมินทางการศึกษาที่ใช้กันโดยทั่วไป กล่าวคือสามารถให้ข้อมูลที่เป็นคะแนนรวมและผลการวินิจฉัยจุดเด่นหรือข้อบกพร่องในคุณลักษณะที่ทำการประเมินได้มาใช้ในบริบทของการประเมินผู้เรียนมากขึ้น

กรอบแนวคิดของการออกแบบการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางด้านพุทธิปัญญาสามารถสรุปได้ดังนี้

(1) กำหนดเป้าหมายของการเรียนการสอนและการเรียนรู้ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์สำหรับวินิจฉัย

(2) ออกแบบข้อสอบที่สามารถให้ข้อมูลประเมินในเชิงวินิจฉัยคุณลักษณะของผู้เรียนตามเกณฑ์ที่กำหนด

(3) พัฒนาระบบการให้คะแนนที่ให้ผลลัพธ์ในเชิงวินิจฉัย และนำผลการวิเคราะห์เชิงวินิจฉัยไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด

1.3 โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models: DCMs)

รูปแบบและวิธีการที่ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่ถูกพัฒนาขึ้น สำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยในปัจจุบัน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.3.1 การจัดกลุ่มของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (A taxonomy of DCMs)

Rupp, Templin และ Henson (2010: 97) ได้จัดกลุ่มของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) โดยใช้เกณฑ์การพิจารณา 3 ข้อ คือ (1) ระดับการวัดตัวแปรสังเกตได้ (การตรวจให้คะแนนแบบสองค่ากับการตรวจให้คะแนนแบบหลายค่า) (2) ระดับการวัดตัวแปรแฝงที่ต้องการจำแนก (การจำแนกตัวแปรแฝงแบบสองค่ากับการจำแนกตัวแปรแฝงแบบหลายค่า) และ (3) ข้อตกลงสำหรับการประกอบกันของคุณลักษณะตัวแปรแฝงที่ต้องการทำนาย โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) สามารถจำแนกประเภทได้ดังตาราง 3

ตาราง 3 การจัดกลุ่มของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models: DCMs)

ระดับการวัด ตัวแปรสังเกตได้	ระดับของตัวแปรแฝงที่ต้องการจำแนก		ประเภทของโมเดล
	แบบสองค่า	แบบหลายค่า	
แบบสองค่า	RSM		Noncompensatory
	AHM		
	DINA		
	HO-DINA		
	MS-DINA		
	NIDA		
	RERUM		
	BIN	BIN	
	MCLCM	MCLCM	
	Full NC-RUM	Full NC-RUM	
	Reduced NC-RUM	Reduced NC-RUM	

ตาราง 3 (ต่อ)

ระดับการวัด ตัวแปรสังเกตได้	ระดับของตัวแปรแฝงที่ต้องการจำแนก		ประเภทของโมเดล
	แบบสองค่า	แบบหลายค่า	
แบบสองค่า	DINO		Compensatory คุณลักษณะที่สามารถ ชดเชยได้ด้วย คุณลักษณะอื่น
	NIDO		
	BIN	BIN	
	MCLCM	MCLCM	
	C-RUM	C-RUM	
	GDM	GDM	
	H-GDM	H-GDM	
	LDCM	LDCM	
	G-DINA	G-DINA	
แบบหลายค่า	RSM		Noncompensatory
	AHM		
	BIN	BIN	
	MCLCM	MCLCM	
	Full NC-RUM	Full NC-RUM	
	Reduced NC-RUM	Reduced NC-RUM	
	BIN	BIN	Compensatory
	MCLCM	MCLCM	
	C-RUM	C-RUM	
	GDM	GDM	
	H-GDM	H-GDM	
	LDCM	LDCM	
	G-DINA	G-DINA	

หมายเหตุ	RSM	:	rule-space method
	AHM	:	attribute hierarchy method
	DINA	:	deterministic input, noisy “and” gate
	HO-DINA	:	Higher order DINA
	MS-DINA	:	Multi-strategy DINA
	G-DINA	:	generalized DINA
	NIDA	:	noisy input, deterministic “and” gate
	DINO	:	deterministic input, noisy “or” gate

NIDO	:	noisy input, deterministic “or” gate
GDM	:	general diagnostic model
H-GDM	:	hierarchical GDM
RUM	:	reparameterized unified model/fusion model
C-RUM	:	compensatory RUM
NC-RUM	:	noncompensatory RUM
RERUM	:	random-effects RUM
Full NC-RUM	:	NC-RUM with continuous latent interaction term
Reduced NC-RUM	:	NC-RUM without latent interaction term
BIN	:	bayesian inference network
LCDM	:	log-linear cognitive diagnosis model
MCLCM	:	multiple classification latent class model

จากตาราง 3 มีประเด็นเกี่ยวกับโมเดลจำแนกประเภทในตารางที่ควรค่าแก่การทำความเข้าใจดังนี้ (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 97, 99–101)

1) โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ทุกโมเดลสามารถนำไปใช้กับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ซึ่งมีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (เช่น การตรวจให้คะแนนแบบ ถูก-ผิด) และการจำแนกตัวแปรแฝงที่ได้จากการวินิจฉัยแบบสองค่า (เช่น การจำแนกผู้สอบออกเป็น ผู้รอบรู้-ผู้ไม่รอบรู้) ทุกโมเดล

2) โมเดลบางโมเดลในตาราง เช่น multiple classification latent class models (MCLCMs) กับ bayesian inference networks (BINs) จะปรากฏอยู่ร่วมกันในทุกประเภทของกลุ่มโมเดลที่เป็น Noncompensatory model เนื่องจากทั้งสองโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อจำกัดในการประมาณค่าน้อยกว่าโมเดลอื่น กล่าวคือสามารถใช้ได้โดยทั่วไปกับทั้งข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ซึ่งมีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่าและแบบหลายค่า และสามารถจำแนกตัวแปรแฝงที่ได้จากการวินิจฉัยได้ทั้งแบบสองค่าและแบบหลายค่าในกลุ่มโมเดลที่เป็น Noncompensatory model

3) ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์และตัวแปรแฝงที่ได้จากการวินิจฉัยจะไม่ใช่ข้อมูลที่อยู่ในรูปของตัวแปรต่อเนื่อง เนื่องจากตัวแปรแฝงแบบต่อเนื่องจะไม่นำพาไปสู่การจำแนกทางสถิติโดยตรง ถึงแม้ว่าจะมีโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกบางโมเดลที่เอื้อต่อการรวมกันระหว่างข้อมูลตัวแปรแฝงแบบจัดประเภทและข้อมูลแบบตัวแปรแฝงต่อเนื่อง เช่น Full NC-RUM

4) การจัดประเภทของโมเดลในตารางไม่เพียงพอต่อการที่จะแสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างรายละเอียดของโมเดลย่อยแต่ละโมเดลภายในกลุ่มได้ (รายละเอียดความแตกต่างของแต่ละโมเดลย่อยในกลุ่มนี้จะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป)

5) มีโมเดลในตาราง 2 โมเดล คือ Rule-space methodology (RSM) และ Attribute hierarchy method (AHM) ที่แตกต่างจากโมเดลอื่นในเรื่องของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่า

เนื่องจากทั้งสองโมเดลมีวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการจำแนกซึ่งไม่ได้ใช้โครงสร้างโมเดลความน่าจะเป็นที่สมบูรณ์เหมือนกับโมเดลอื่น

1.3.2 วิธีการอื่นที่เป็นทางเลือกสำหรับการใช้ในการจำแนกตัวแปรแฝง

วิธีการที่เป็นที่นิยมและเป็นทางเลือกอื่นสำหรับการใช้ในการจำแนกตัวแปรแฝงเพื่อการประเมินและวินิจฉัย มีอยู่ด้วยกัน 4 วิธี ดังต่อไปนี้ (Rupp, Templin; & Henson. 2010: 101–107)

1.3.2.1 การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ (Knowledge-space theory)

การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ (Knowledge-space theory) นี้ถูกมองว่าเป็นแนวคิดเริ่มต้นของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ไม่ได้เป็นวิธีการที่นิยมใช้เฉพาะในการประเมินทางการศึกษาเท่านั้น แต่ยังเป็นวิธีการที่นิยมใช้ในทางชีววิทยาโดยนำไปประยุกต์ใช้กับข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่าและทำการจำแนกคุณลักษณะของตัวแปรแฝงออกเป็นสองกลุ่ม จุดประสงค์ของการใช้แนวคิดการประเมินความรู้ คือ การสร้างพื้นที่ในการรวมตัวกันของคุณลักษณะซึ่งแสดงให้เห็นถึงการวัดความรู้ที่สามารถเป็นไปได้โดยเครื่องมือการประเมินที่กำหนด ผลงานที่ออกตีพิมพ์เกี่ยวกับการใช้แนวคิดการประเมินความรู้ในช่วงแรกมีฐานคิดมาจากความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping) และการเดา (Guessing) ปัญหาเกี่ยวกับการกำหนด Q-matrix ที่เหมาะสมและความไม่เป็นอิสระระหว่างคุณลักษณะเป็นสิ่งที่ส่งผลต่อความสอดคล้องของโมเดล

การปฏิบัติในทางทฤษฎีของวิธีการใช้แนวคิดการประเมินความรู้ มีพื้นฐานอยู่บนกลุ่มทฤษฎีเซตในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถูกนำมาใช้ในการกำหนดความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุผลระหว่างกันของสมาชิกในพื้นที่ของความรู้ การใช้แนวคิดการประเมินความรู้เป็นทฤษฎีในยุคแรกที่ใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทฤษฎีซึ่งมีความยืดหยุ่นสำหรับการกำหนดโครงสร้างคุณลักษณะและความสัมพันธ์กับข้อคำถามที่ใช้ในการประเมิน ดังนั้นจึงเป็นความท้าทายอย่างมากในการแปลการทำนายทางทฤษฎีไปเป็นขั้นตอนการประมาณค่าในทางสถิติ ในขั้นตอนของการประมาณค่าจะใช้วิธีการประมาณค่าแบบดั้งเดิม คือ การประมาณค่าแบบแมกซิมัมไลกelihood โชคไม่ดีที่วรรณกรรมส่วนมากที่เกี่ยวกับการใช้แนวคิดการประเมินความรู้เน้นไปทางการใช้เทคนิควิธีซึ่งคนที่เข้าใจได้อย่างถ่องแท้ต้องเป็นบุคคลที่ได้รับการฝึกฝนทางคณิตศาสตร์มาเป็นอย่างดี นอกเหนือไปจากนี้การประมาณค่าส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับรหัสที่กำหนดโดยผู้เขียนหรือการกำหนดโดยโปรแกรมซึ่งทำให้การประยุกต์การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการประเมินในปัจจุบันไม่เป็นที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ

1.3.2.2 การใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule-space methodology)

การใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule-space methodology) หรือที่เรียกโดยย่อว่า RSM สามารถใช้กับโมเดลของข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่าและแบบหลายค่าได้ แต่สามารถจำแนกคุณลักษณะออกได้เพียงสองกลุ่มเท่านั้น (รอบรู้-ไม่รอบรู้) วิธี การใช้แนวคิดการประเมินกฎ สำหรับการจำแนกแสดงถึงข้อสมมติฐานเกี่ยวกับคุณลักษณะว่าเป็นแบบไม่ชดเชย (Non-compensatory) ในลักษณะที่ว่าคุณลักษณะที่ต้องการวัดทั้งหมดจะถูกนำไปใช้อย่างอิสระในการตอบคำถามแต่ละข้อ การใช้แนวคิดการประเมินกฎเป็นวิธีการจำแนกโดยใช้รูปแบบ (Pattern classification approach) ที่ไม่ใช่โมเดลความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอน 2 ขั้นตอน ในขั้นตอนแรกจะทำการประมาณค่าโดยใช้โมเดล IRT ที่เป็นมิติเดียวและผลที่ได้จากการประมาณค่าโดยใช้โมเดล IRT นี้จะถูกบันทึกไว้สำหรับใช้ในขั้นตอนที่สอง ในขั้นตอนที่สองผู้ตอบจะถูกจำแนกกลุ่มไปยังคุณลักษณะที่กำหนดโดยการวัดระยะทางแบบพหุตัวแปร แต่วิธีการจำแนกโดยใช้รูปแบบที่ใช้ในการใช้แนวคิดการประเมินกฎนี้ก็มีทั้งความได้เปรียบและความเสียเปรียบ ความได้เปรียบก็คือวิธีการนี้สามารถใช้กับจำนวนคุณลักษณะที่ต้องการจำแนกจำนวนมากได้ (15–20 คุณลักษณะ) และใช้กับกลุ่มตัวอย่างขนาดกลาง (1,000–2,000 คน) ซึ่งสิ่งนี้เป็นผลมาจากการแจกแจงทางสถิติที่ใช้ คือ โมเดล IRT ที่เป็นมิติเดียวจะต้องสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์และมีการจำแนกกลุ่มผู้สอบ ส่วนความเสียเปรียบก็คือยังไม่มีค่าสถิติที่แน่นอนสำหรับตรวจสอบความสอดคล้องของการแจกแจงข้อคำถาม ผู้ตอบ หรือวิธีการที่ใช้ทั้งหมด

สาเหตุที่การใช้แนวคิดการประเมินกฎไม่เป็นที่แพร่หลายสำหรับการใช้ในการประเมินอาจเนื่องมาจากความจริงที่ว่าวิธีการนี้จะต้องทำการประมาณค่าภายใต้โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณซึ่งมีเพียงโปรแกรมเดียวและต้องจ่ายค่าลิขสิทธิ์ในการใช้งานสำหรับใช้ในการวิจัย และต้องทำการคำนวณบนเครื่องของ Unix แต่ถึงกระนั้นหลายปีที่ผ่านมาการใช้แนวคิดการประเมินกฎได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในทางปฏิบัติและนำไปใช้ในกลุ่มข้อมูลที่มีความซับซ้อน ในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับนานาชาติ เช่น TIMSS มีการนำขั้นตอนนี้ไปใช้ในการวิเคราะห์กับกลุ่มตัวอย่างในเนื้อหาเรื่องการบวก ลบ เศษส่วน ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นจำนวนมาก แต่มีการนำไปประยุกต์ใช้น้อยมากในการตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องการอ่าน การฟัง ความรู้เกี่ยวกับการทำเกษตรกรรม และเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไป

1.3.2.3 การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute hierarchy

method)

การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) หรือที่เรียกโดยย่อว่า AHM ได้ถูกพัฒนาขึ้นในฐานะที่เป็นส่วนขยายของการใช้แนวคิดการประเมินกฎ ด้วยความพยายามที่จะใช้วิธีการที่อาศัยความน่าจะเป็นในการจำแนกผู้ตอบและเพื่อช่วยให้ผู้เชี่ยวชาญจัดระบบได้ว่าคุณลักษณะที่วัดนั้นมีความสัมพันธ์กับคุณลักษณะอื่นอย่างไร การพัฒนาของการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้โต้แย้งว่าการประยุกต์ใช้ของการใช้แนวคิดการประเมิน

กฎในหลายเรื่องได้ละเลยความไม่เป็นอิสระของกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้จัดวางความไม่เป็นอิสระนี้ไว้อย่างชัดเจนในขั้นตอนของการดำเนินการตามที่ใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้เสนอแนะไว้ วิธีดำเนินการจะถูกออกแบบขึ้นโดยเฉพาะสำหรับการประเมินที่การทำนายในเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับความไม่เป็นอิสระของคุณลักษณะสามารถถูกกำหนดขึ้นได้ ผลของความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะ เรียกว่า ลำดับชั้นของคุณลักษณะ (Attribute hierarchy)

เมื่อต้องการจำแนกกลุ่มผู้ตอบมีวิธีการทางสถิติหลายวิธีที่ถูกนำมาใช้สำหรับการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ วิธีการล่าสุดที่นำมาใช้ คือ การใช้เครือข่ายใยประสาท (Neural networks) แต่สำหรับการอธิบายสั้นๆ ในที่นี้จะเน้นไปที่วิธีการจำแนกแบบดั้งเดิม (Original classification approaches) เนื่องจากได้พบว่าเป็นวิธีการที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในหลายสถานการณ์ และวิธีการทั้งสองวิธีนี้ระหว่างการใช้เครือข่ายใยประสาทกับการจำแนกแบบดั้งเดิมสามารถนำมาใช้ได้ง่ายในการแสดงกระบวนการคิดตามขั้นตอนของการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ พื้นฐานของวิธีการจำแนกแบบดั้งเดิมมาจากโมเดล IRT เช่นเดียวกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎแต่โมเดลได้ถูกนำมาใช้ในวิธีการต่างกัน ขั้นตอนแรกของการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะ แบบแผนการตอบที่คาดหวังซึ่งได้มาจากคุณลักษณะที่กำหนดขึ้นแต่ละคุณลักษณะซึ่งมีความเป็นไปได้ภายใต้ลำดับชั้นของคุณลักษณะที่ถูกคำนวณขึ้นและใช้ในการกำหนดกลุ่มตัวอย่างของผู้ตอบที่ใหญ่กว่าด้วยแบบแผนนี้ เนื่องจากคะแนนรวมที่คาดหวังมีความสมนัยกันกับแบบแผนการตอบที่คาดหวังแต่ละแบบ การแจกแจงของการตอบด้วยแบบแผนการตอบที่คาดหวังได้ถูกกำหนดขึ้นเมื่อคะแนนรวมมีการแจกแจงที่แน่นอน เช่น การแจกแจงปกติแบบตัวแปรเดียว

ในขั้นตอนที่สองจะมีการสร้างกลุ่มตัวอย่างของข้อมูลแล้วนำมาใช้เป็นข้อมูลที่ถูกคำนวณโดยใช้โมเดล IRT แบบมิติเดียว เช่น โมเดลโลจิสติกแบบ 2 พารามิเตอร์ ความแตกต่างของขั้นตอนนี้ในการคำนวณระหว่างการใช้การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎ คือ ในการใช้แนวคิดการประเมินกฎจะใช้ข้อมูลจากการสังเกตได้ในการคำนวณในขณะที่การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะจะใช้ข้อมูลการตอบที่คาดหวัง ซึ่งนำไปสู่การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ต่างกันและการประมาณค่าตัวแปรแฝงที่ต่างกันสำหรับแบบแผนการตอบที่คาดหวังแต่ละแบบกับคุณลักษณะที่กำหนด

ในขั้นตอนที่สามผู้ตอบจะถูกจำแนกกลุ่มด้วยวิธีการจำแนกเพียงวิธีเดียวหรือหลายวิธี ในการจำแนกกลุ่มขั้นตอนแรกแบบแผนการตอบที่สังเกตได้แต่ละแบบจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับแบบแผนการตอบที่คาดหวัง วิธีการหนึ่งที่นำมาใช้คือการนำโมเดล IRT มาใช้ในการหาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping) และการเดา (Guessing) ขั้นตอนที่สองจะใช้เฉพาะความน่าจะเป็นสำหรับความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping) ขั้นตอนที่สามจะใช้เฉพาะความน่าจะเป็นสำหรับความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping) จากโมเดล IRT ในการเชื่อมต่อกับกฎสำหรับการสรุปทางตรรกะของคุณลักษณะที่กำหนด จำนวนการเปรียบเทียบ

ที่ต้องทำขึ้นอยู่กับจำนวนของผู้ตอบ ข้อคำถาม และแบบแผนการตอบแบบเดียวในกลุ่มของข้อมูล เช่น ถ้ามีกลุ่มผู้ตอบจำนวน 1,000 คน กับจำนวนข้อคำถาม 22 ข้อ ดังนั้นแบบแผนการตอบที่ต้องนำมาเปรียบเทียบเท่ากับ $22 \times 1,000 = 22,000$ ครั้ง ถ้าผู้ตอบบางคนมีแบบแผนการตอบที่สังเกตได้เหมือนกัน จำนวนครั้งที่ต้องเปรียบเทียบก็จะลดลง

สำหรับการใช้เครือข่ายใยประสาท ในการจำแนกกลุ่มของการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้มีผู้นำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจากการประเมินทางการศึกษาในระดับมหภาคเมื่อไม่นานมานี้ นักวิจัยผู้พัฒนาการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้เสนอดัชนีสำหรับการใช้ในการประเมินความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูลเช่นเดียวกันกับดัชนีความเชื่อมั่นสำหรับการจำแนกคุณลักษณะ โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะได้ใช้ในการประเมินการทำหน้าที่ต่างกันของข้อคำถามหรือความลำเอียงของข้อคำถาม สำหรับผู้สอบที่มีคุณลักษณะที่กำหนดเหมือนกันและใช้ในการจำแนกผู้ตอบในการประเมินเพื่อจำแนกแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ กล่าวโดยสรุปการใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะเป็นวิธีการที่มีความน่าเชื่อถือ แต่ก็ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกันกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎ คือ การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะเป็นวิธีการจำแนกกลุ่มที่ยังใช้รูปแบบอยู่ วิธีนี้ยังไม่ใช้โมเดลการจำแนกด้วยความน่าจะเป็น กล่าวอีกนัยหนึ่งคือเช่นเดียวกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎ การใช้โมเดลลำดับชั้นของคุณลักษณะยังกำหนดความต้องการโครงสร้างที่จะใช้ในการจำแนกผู้ตอบที่ไม่สมบูรณ์ทำให้ได้ผลลัพธ์ในการอ้างอิงทางสถิติที่เชื่อถือได้ต่ำ

1.3.2.4 การวิเคราะห์จำแนกกลุ่ม (Clustering Algorithms)

เมื่อไม่นานมานี้มีความพยายามในงานวิจัยที่จะใช้ขั้นตอนการย้อนกลับ (Step back) จากโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (DCMs) ด้วยโมเดลโครงสร้างความน่าจะเป็น นักวิจัยได้เริ่มต้นที่จะทำการสืบเสาะว่าวิธีการจำแนกกลุ่มแบบดั้งเดิมให้ผลสำเร็จอย่างไรจากสถิติวิเคราะห์ตัวแปรพหุนาม (Multivariate statistics) ซึ่งไม่ได้ขึ้นอยู่กับตัวแปรแฝงทั้งหมด เมื่อทำการเปรียบเทียบกับโมเดลการวัดที่ละเอียดกว่าเพื่อจำแนกผู้ตอบในกลุ่มของชั้นตัวแปรแฝงที่ต่างกัน วิธีการสอบวิธีที่นิยมใช้เพื่อตอบวัตถุประสงค์นี้ คือ K-means clustering และ Hierarchical agglomerative /divisive clustering วิธีการเหล่านี้ได้ถูกออกแบบมาเพื่อที่จะจัดกลุ่มของสิ่งที่ต้องการไปอยู่ในเซตที่ต่างกัน ในบริบทของการประเมินเพื่อวินิจฉัยสิ่งที่ต้องการจัดกลุ่มคือผู้ตอบ

วิธีการนี้ต้องการองค์ประกอบที่เป็นสององค์ประกอบ องค์ประกอบแรกคือ นิยามของมาตรวัดแบบพหุมิติ (Multidimensional metric) ซึ่งสามารถใช้ในการคำนวณระยะทางระหว่างสิ่งที่ต้องการจำแนกในพื้นที่ว่างพหุมิติ (Multidimensional space) ซึ่งถูกทำให้เชื่อมต่อกันโดยค่าของรูปแบบการตอบที่เป็นตัวแปรสังเกตได้หลายตัวแปร มาตรวัดระยะห่างที่ใช้คือการวัดระยะห่างแบบยูคลิด (Euclidean distance) หรือการวัดระยะห่างแบบซิตีบล็อก (City-block distance) วิธีการวัดระยะห่างแบบอื่นที่ใช้คือการหาระยะห่างแบบมหาลาโนบิส (Mahalanobis distance) ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้เช่นเดียวกันกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎ องค์ประกอบที่สองที่

ต้องการสำหรับขั้นตอนของการจำแนกกลุ่ม คือ การนิยามว่าระยะห่างระหว่างสิ่งที่ต้องการจำแนกหลายสิ่งนั้นถูกคำนวณบนมาตรวัดที่ถูกเลือกเพื่อที่ว่าสิ่งที่ต้องการจำแนกจะได้มีความใกล้เคียงกันกับสิ่งอื่นที่คล้ายคลึงกันในกลุ่มที่มีอยู่แล้ว วิธีการนี้ประกอบไปด้วยการคำนวณระยะทางเฉลี่ยที่มากที่สุดและน้อยที่สุดระหว่างสิ่งที่ต้องการจำแนกสองสิ่งใดๆ ในกลุ่มสองกลุ่ม

Rupp, Templin และ Henson (2010: 108) ได้กล่าวไว้ว่ามีงานวิจัยไม่มากนักเกี่ยวกับเรื่องการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยวิธีการจำแนกกลุ่ม โดยในปี 2007 Willse, Henson และ Templin และในปี 2009 Nugent, Dean, Ayers และ Junker ได้เริ่มทำการศึกษาและปรับปรุงวิธีการที่ใช้ งานวิจัยที่รวบรวมองค์ความรู้เกี่ยวกับวิธีการนี้ไว้มากที่สุดคืองานวิทยานิพนธ์ที่ทำโดย Chiu ในปี 2008 ซึ่งได้ทำการวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์จำแนกกลุ่มด้วยการจำลองข้อมูลและการศึกษากับข้อมูลจริง Chiu ได้แสดงให้เห็นว่าขั้นตอนวิธีการจำแนกกลุ่มแบบดั้งเดิมสามารถใช้ได้เป็นอย่างดีเมื่อเปรียบเทียบกับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกภายใต้สถานการณ์ที่แน่นอน โดยเฉพาะเขาพบว่าวิธีการวิเคราะห์จำแนกกลุ่มจะใช้ได้ดีสำหรับ DINA model แต่ก็ต้องเผชิญกับปัญหาอย่างมากในการสร้างการจำแนกกลุ่มผู้ตอบที่ถูกต้องสำหรับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ซับซ้อนกว่าในการจำลองข้อมูล โดยทั่วไปโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกดูเหมือนว่าจะใช้ได้ดีกว่าสำหรับวิธีการวิเคราะห์จำแนกกลุ่ม แต่ก็ต้องประสบความยุ่งยากในการคำนวณด้วยเช่นกัน เนื่องจากการวิเคราะห์จำแนกกลุ่มเป็นวิธีการในเชิงสำรวจซึ่งจำเป็นต้องคำนึงถึงผลเสียที่เป็นข้อจำกัดเช่นเดียวกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎและการใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะที่ให้ให้ผลลัพธ์ในการอ้างอิงทางสถิติที่เชื่อถือได้ต่ำ

1.3.3 โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกสำหรับข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (Diagnostic Classification Models for Dichotomous Data)

ในช่วงเวลาสองทศวรรษที่ผ่านมา นักจิตวิทยาได้เสนอโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models: DCMs) สำหรับใช้ในการวิเคราะห์ข้อคำถามที่มีการให้ตรวจคะแนนแบบสองค่า (ข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบถูก-ผิด) จากแบบทดสอบหลายตัวเลือกไว้หลายโมเดล โมเดลที่เป็นโมเดลเริ่มต้นสำหรับใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า คือ Log-Linear Cognitive Diagnostic Model (LCDM) และยังมีโมเดลอื่นที่ถูกพัฒนาขึ้นจาก LCDM สำหรับใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลภายใต้เงื่อนไขและบริบทของการวิเคราะห์ที่ต่างกันอีกหลายโมเดล รายละเอียดของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ถูกพัฒนาขึ้นซึ่งมีความสำคัญและเป็นที่ยอมรับมีดังต่อไปนี้

1.3.3.1 Log-Linear Cognitive Diagnostic Model (LCDM)

Log-Linear Cognitive Diagnostic Model หรือ LCDM เป็นโมเดลทั่วไปที่ให้การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการตอบถูกของข้อคำถามที่กำหนดใน Q-matrix และรูปแบบของทักษะ โมเดลนี้ใช้สำหรับข้อสอบตัวเลือกที่มีการให้คะแนนแบบถูกผิด มีฟังก์ชันในการประมาณค่า คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = \frac{e^{\lambda_{0,i} + \lambda_i^T h(\alpha_c, q_i)}}{1 + e^{\lambda_{0,i} + \lambda_i^T h(\alpha_c, q_i)}}$$

$$\text{โดยที่ } \lambda_i^T h(\alpha_c, q_i) = \sum_{k=1}^K \lambda_{1,i,k}(\alpha_{c,k} q_{i,k}) + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^{K-1} \lambda_{2,i,k,l}(\alpha_{c,k} \alpha_{c,l} q_{i,k} q_{i,l}) + \dots$$

เมื่อ	$\lambda_{0,i}$	แทน	พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter)
	$\lambda_{1,i,k}$	แทน	พารามิเตอร์อิทธิพลหลัก (Main Effect Parameter) สำหรับ Q-matrix ที่บ่งบอกถึงคุณลักษณะตัวที่ k ในข้อ คำถามที่ i
	$\lambda_{2,i,k,l}$	แทน	พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์ (Interaction Parameter) สำหรับทุกคู่ของคุณลักษณะใน Q-matrix ที่บ่งบอกถึง ทักษะตัวที่ k และ l ในข้อคำถามที่ i
	α_c	แทน	เวกเตอร์แสดงข้อมูลคุณลักษณะของผู้สอบในชั้น คุณลักษณะแฝง c

พารามิเตอร์จุดตัดเป็นค่าที่บอกถึงโลจิทของการตอบข้อคำถามที่ i ถูก สำหรับผู้สอบที่ไม่บรรลุคุณลักษณะใดๆ ใน Q-matrix สำหรับข้อคำถามที่ i

พารามิเตอร์อิทธิพลหลักเป็นค่าที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงในโลจิทของการตอบข้อคำถามที่ i ได้ถูกต้อง สำหรับผู้สอบที่บรรลุผลในคุณลักษณะที่ k ของข้อคำถามที่ i ซึ่งไม่มีปฏิสัมพันธ์กับคุณลักษณะอื่น

พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์เป็นค่าที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงในโลจิทของคนที่ตอบคำถามข้อที่ i ได้ถูกต้อง สำหรับปฏิสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ใน Q-matrix พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์นี้จะถูกกำหนดเมื่อโมเดลเป็นโมเดลที่อนุญาตให้คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาบางคุณลักษณะสามารถชดเชยด้วยคุณลักษณะอื่นที่ทำการวัดได้

โมเดลอื่นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปในงานวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการประเมินวินิจฉัยเพื่อจำแนกและมีฐานคิดมาจาก Log-Linear Cognitive Diagnostic Model (LCDM) ได้แก่ Deterministic-input, noisy-and-gate model (DINA model), Deterministic-input, noisy-or-gate model (DINO model), Noisy-input, deterministic-and-gate model (NIDA model), Noisy-input, deterministic-or-gate model (NIDO model), Noncompensatory reparameterized unified model (NC-RUM) และ Compensatory reparameterized unified model (C-RUM) เป็นต้น ซึ่งโมเดลทั้งหมดเหล่านี้มีข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้และมีวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณแตกต่างกัน

1.3.3.2 โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่ม Noncompensatory Model

โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่ม Noncompensatory Model เป็นโมเดลแบบไม่ชดเชย (Noncompensatory model) คุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาของโมเดลในกลุ่มนี้อยู่ร่วมกันภายใต้กฎการรวมกันที่เรียกว่า Conjunctive condensation rule กล่าวคือผู้สอบจำเป็นที่จะต้องให้คุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะร่วมกัน ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดจึงจะสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและมีค่าความน่าจะเป็นในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสูงสุด และผู้สอบที่มีทักษะที่ทำการวัดด้วยข้อคำถามเดียวกันเหมือนกันจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องเท่ากัน โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่มนี้มีทั้งหมด 4 โมเดล คือ DINA model, NIDA model, Fusion model และ Reduce NC-RUM ซึ่งแต่ละโมเดลมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) Deterministic-input, noisy-and-gate model (DINA model)

Deterministic-input, noisy-and-gate model หรือ DINA model เป็นโมเดลที่จำแนกกลุ่มของผู้สอบออกเป็น 2 กลุ่ม สำหรับข้อคำถามแต่ละข้อ กลุ่มแรกเป็นผู้ตอบที่รอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะ และอีกกลุ่มหนึ่งเป็นผู้ตอบที่ไม่รอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดอย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะ DINA model มีพารามิเตอร์สำหรับการประมาณค่าในฟังก์ชัน 2 ตัว คือ ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter: s_i) และการเดา (Guessing Parameter: g_i) ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ DINA model คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = P(x_{ic} = 1 | \xi_{ic}) = g_i^{(1-\xi_{ic})} (1-s_i)^{\xi_{ic}}$$

โดยที่ $\xi_{ic} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ck}^{q_{ik}}$

เมื่อ $P(x_{ic} = 1 | \alpha_c)$ แทน ความน่าจะเป็นอย่างมีเงื่อนไขของการตอบข้อคำถามที่ i ถูกต้อง ในรูปแบบของชั้นคุณลักษณะแฝง c ที่กำหนด

s_i แทน พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i

g_i แทน พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter) ของข้อคำถามที่ i

q_{ik} แทน สมาชิกที่มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ในแถวที่ i และหลักที่ k ของ Q-matrix เป็นค่าที่แสดงว่าข้อคำถามที่ i ต้องใช้คุณลักษณะ k ในการแก้ปัญหา

α_{ck} แทน เวกเตอร์แสดงข้อมูลคุณลักษณะของผู้สอบในชั้นคุณลักษณะแฝง c ในหลักที่ k

ข้อคำถามที่ i จะแบ่งผู้สอบในชั้นความสามารถแฝงที่ต่างกัน เป็นผู้ที่มิคุณลักษณะตามที่ต้องการทั้งหมดทุกคุณลักษณะจากคุณลักษณะที่ต้องการทั้งหมด ($\xi_{ic} = 1$) และผู้ที่ขาดคุณลักษณะที่ต้องการอย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะจากคุณลักษณะที่วัดทั้งหมด ($\xi_{ic} = 0$) ลักษณะที่สำคัญของ DINA model คือ จะกำหนดให้ผู้ตอบผู้ซึ่งขาดคุณลักษณะที่แตกต่างกันสำหรับข้อคำถามในแต่ละข้อไม่มีความแตกต่างกัน กล่าวคือจะกำหนดให้ผู้สอบทุกคนมีค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (s_i) และค่าการเดา (g_i) เท่ากันทุกคนในการหาคำตอบของข้อคำถามข้อที่ i ทำให้ DINA model มีเพียงค่าพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่าเพียง 2 ตัวต่อข้อคำถาม 1 ข้อ

ตัวอย่างในการประมาณค่าของ DINA model เช่น มีคุณลักษณะที่ทำการวัด 4 คุณลักษณะ คือ การบวก การลบ การคูณ และการหาร และมีข้อคำถามพร้อมกับคุณลักษณะที่ใช้ในการหาคำตอบดังในตาราง 4

ตาราง 4 Q-matrix สำหรับทักษะความสามารถในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน

ข้อที่	ข้อคำถาม	การบวก	การลบ	การคูณ	การหาร
1	$2 + 3 - 1 = ?$	1	1	0	0
2	$4/2 = ?$	0	0	0	1
3	$5 * 3 - 4 = ?$	0	1	1	0
4	$8 + 12 = ?$	1	0	0	0

จากข้อมูลในตาราง 4 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย DINA model ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 5

ตาราง 5 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย DINA model

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถของ ผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	g_1	g_2	g_3	g_4
2	[0,0,0,1]	g_1	$1 - s_2$	g_3	g_4
3	[0,0,1,0]	g_1	g_2	g_3	g_4
4	[0,0,1,1]	g_1	$1 - s_2$	g_3	g_4
5	[0,1,0,0]	g_1	g_2	g_3	g_4
6	[0,1,0,1]	g_1	$1 - s_2$	g_3	g_4
7	[0,1,1,0]	g_1	g_2	$1 - s_3$	g_4

ตาราง 5 (ต่อ)

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถของ ผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
8	[0,1,1,1]	g_1	$1 - s_2$	$1 - s_3$	g_4
9	[1,0,0,0]	g_1	g_2	g_3	$1 - s_4$
10	[1,0,0,1]	g_1	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
11	[1,0,1,0]	g_1	g_2	g_3	$1 - s_4$
12	[1,0,1,1]	g_1	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
13	[1,1,0,0]	$1 - s_1$	g_2	g_3	$1 - s_4$
14	[1,1,0,1]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
15	[1,1,1,0]	$1 - s_1$	g_2	$1 - s_3$	$1 - s_4$
16	[1,1,1,1]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$

หมายเหตุ : g_i แทน ค่าการเดาในข้อคำถามที่ i และ s_i แทน ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบข้อคำถามที่ i

จากข้อมูลในตาราง 5 เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าผู้ตอบจำเป็นที่จะต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะ เพื่อที่จะนำคุณลักษณะนั้นมาใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบเป็นผลมาจากข้อคำถาม แสดงว่าถ้าผู้ตอบขาดคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการหาคำตอบบางคุณลักษณะไปหรือไม่เลย เขาจะตอบคำถามข้อที่ i ได้อย่างถูกต้องด้วยค่าการเดาในข้อคำถามที่ i (g_i) เท่านั้น แต่ถ้าเขามีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการหาคำตอบครบทุกคุณลักษณะ เขาจะตอบคำถามข้อที่ i ผิดก็ต่อเมื่อเขาเกิดความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนในข้อคำถามที่ i (s_i) โอกาสที่เขาจะตอบถูกจึงเกิดมาจากการนำค่าทั้งหมดของความน่าจะเป็นลบด้วยค่าความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนนั้น ($1 - s_i$)

2) Noisy-input, deterministic-and-gate model (NIDA model)

Noisy-input, deterministic-and-gate model หรือ NIDA มีฟังก์ชันการประมาณค่าซึ่งถูกนิยามโดยพารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (s_i) และค่าการเดา (g_i) เช่นเดียวกับ DINA model แต่สิ่งที่แตกต่างจาก DINA model คือ ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบและค่าการเดาใน NIDA model เกิดขึ้นจากคุณลักษณะของผู้ตอบไม่ใช่เกิดจากลักษณะของข้อคำถาม NIDA model จะกำหนดให้ความน่าจะเป็นของการประยุกต์ใช้คุณลักษณะนั้นได้ถูกต้องมีค่าเท่ากันสำหรับทุกข้อ ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ NIDA model คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = \prod_{k=1}^K \left[(1 - s_k)^{\alpha_{ck}} g_k^{(1 - \alpha_{ck})} \right]^{q_{ik}}$$

เมื่อ	g_k	แทน	พารามิเตอร์ความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) ของทักษะที่ k
	s_k	แทน	พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter) ของทักษะที่ k
	q_{ik}	แทน	สมาชิกที่มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ในแถวที่ i และหลักที่ k ของ Q-matrix เป็นค่าที่แสดงว่าข้อคำถามที่ i ต้องใช้คุณลักษณะ k ในการแก้ปัญหา
	α_{ck}	แทน	ดัชนีบ่งชี้การมีทักษะที่ k ของผู้เข้าสอบในเวกเตอร์ข้อมูลทักษะของผู้สอบ ($\alpha_{ck} = 1$ หมายถึง มีคุณลักษณะ k และ $\alpha_{ck} = 0$ หมายถึง ไม่มีคุณลักษณะ k)

จากข้อมูลในตาราง 4 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย NIDA model ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 6

ตาราง 6 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย NIDA model

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถ ของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	g_1g_2	g_4	g_2g_3	g_1
2	[0,0,0,1]	g_1g_2	$1 - s_4$	g_2g_3	g_1
3	[0,0,1,0]	g_1g_2	g_4	$g_2(1 - s_3)$	g_1
4	[0,0,1,1]	g_1g_2	$1 - s_4$	$g_2(1 - s_3)$	g_1
5	[0,1,0,0]	$g_1(1 - s_2)$	g_4	$(1 - s_2)g_3$	g_1
6	[0,1,0,1]	$g_1(1 - s_2)$	$1 - s_4$	$(1 - s_2)g_3$	g_1
7	[0,1,1,0]	$g_1(1 - s_2)$	g_4	$(1 - s_2)(1 - s_3)$	g_1
8	[0,1,1,1]	$g_1(1 - s_2)$	$1 - s_4$	$(1 - s_2)(1 - s_3)$	g_1
9	[1,0,0,0]	$(1 - s_1)g_2$	g_4	g_2g_3	$1 - s_1$
10	[1,0,0,1]	$(1 - s_1)g_2$	$1 - s_4$	g_2g_3	$1 - s_1$
11	[1,0,1,0]	$(1 - s_1)g_2$	g_4	$g_2(1 - s_3)$	$1 - s_1$
12	[1,0,1,1]	$(1 - s_1)g_2$	$1 - s_4$	$g_2(1 - s_3)$	$1 - s_1$
13	[1,1,0,0]	$(1 - s_1)(1 - s_2)$	g_4	$(1 - s_2)g_3$	$1 - s_1$
14	[1,1,0,1]	$1 - s_1$	$1 - s_4$	$(1 - s_2)g_3$	$1 - s_1$

ตาราง 6 (ต่อ)

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถ ของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
15	[1,1,1,0]	$1 - s_1$	g_4	$(1 - s_2)(1 - s_3)$	$1 - s_1$
16	[1,1,1,1]	$1 - s_1$	$1 - s_4$	$(1 - s_2)(1 - s_3)$	$1 - s_1$

หมายเหตุ : g_k แทน ค่าการเดาของคุณลักษณะที่ k และ s_k แทน ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบของคุณลักษณะที่ k

จากข้อมูลในตาราง 6 เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าผู้ตอบจำเป็นที่จะต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะ เพื่อที่จะนำคุณลักษณะนั้นมาใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบเป็นผลมาจากคุณลักษณะ แสดงว่าถ้าผู้ตอบขาดคุณลักษณะ k ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ เขาจะตอบคำถามได้อย่างถูกต้องด้วยค่าการเดาจากคุณลักษณะที่ขาดไป (g_k) แต่ถ้าเขามีคุณลักษณะ k ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ เขาจะตอบคำถามผิดก็ต่อเมื่อเขาเกิดความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อน (s_k) โอกาสที่เขาจะตอบถูกจึงเกิดมาจากการนำค่าทั้งหมดของความน่าจะเป็นลบด้วยค่าความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนของคุณลักษณะนั้น ($1 - s_k$) ข้อคำถามข้อใดที่ใช้คุณลักษณะที่ทำการวัดในการหาคำตอบตั้งแต่ 2 คุณลักษณะขึ้นไป ความน่าจะเป็นในการตอบถูกจะเกิดจากผลคูณของความน่าจะเป็นในการตอบถูกของแต่ละคุณลักษณะตามการมีหรือไม่มีคุณลักษณะนั้น

3) Noncompensatory reparameterized unified model (Full NC–RUM)

Noncompensatory reparameterized unified model หรือ Full NC–RUM หรืออาจเรียกได้อีกอย่างหนึ่งว่า Fusion model เป็นโมเดลที่อนุญาตให้คุณลักษณะที่ต้องการแต่ละตัวมีผลต่อความน่าจะเป็นของบรรลุความสำเร็จในการแก้ปัญหาที่ต่างกันและให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบและค่าการเดาของคุณลักษณะมีค่าไม่เท่ากันระหว่างข้อได้ Full NC–RUM นี้มีต้นกำเนิดมาจาก Unified model โดยมีสมมติฐานเบื้องต้นที่ว่าคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ในการตอบข้อคำถามในแต่ละข้อมีความเป็นอิสระต่อกัน และนำค่าคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดไว้ใน Q-matrix ร่วมในการประมาณค่า ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ Full NC–RUM คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c, \theta_c) = \pi_i^* \prod_{k=1}^K r_{ik}^{*(1-\alpha_{ck}) \times q_{ik}} P_{c_i}(\eta_c)$$

โดยที่
$$P_{c_i}(\eta_c) = \frac{1}{1 + e^{-1.7[\eta_c - (-c_i)]}}$$

เมื่อ	α_c	แทน	เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่แสดงรูปแบบของคุณลักษณะที่มีในคุณลักษณะ k
	η_c	แทน	พารามิเตอร์ส่วนที่เหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดใน Q-matrix
	π_i^*	แทน	ความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องสำหรับผู้สอบที่มีทักษะที่ต้องใช้แก้ปัญหาใน Q-matrix ทุกคุณลักษณะในข้อคำถามที่ i
	r_{ik}^*	แทน	พารามิเตอร์อุปสรรคของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะ k สำหรับการขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะ k สำหรับข้อคำถาม i
	c_i	แทน	พารามิเตอร์แสดงระดับอิทธิพลของคุณลักษณะที่ไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ของฟังก์ชันการตอบข้อคำถาม

π_i^* นี้อาจเรียกได้ว่าเป็นพารามิเตอร์ฐาน (Baseline parameter) ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ค่าที่เข้าใกล้ 1 แสดงให้เห็นว่าสมาชิกทุกตัวใน Q-matrix มีความถูกต้อง ส่วน r_{ik}^* นี้อาจเรียกได้ว่าเป็นพารามิเตอร์อุปสรรค (Penalty parameter) หรือพารามิเตอร์ของอำนาจจำแนกในการวินิจฉัย เป็นค่าที่แสดงให้เห็นถึงสมรรถนะในการจำแนกผู้สอบที่มีและไม่มีคุณลักษณะที่ k ในข้อคำถามที่ i ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ข้อคำถามที่ i ซึ่งต้องใช้คุณลักษณะที่ k สำหรับการแก้ปัญหาในระดับที่มากจะมีค่า r_{ik}^* ที่ต่ำ ส่วนค่า c_i ที่ต่ำจะแสดงให้เห็นว่าการหาคำตอบของข้อคำถามนี้มีแนวโน้มที่จะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์เศษเหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งต้องใช้ในการแก้ปัญหาแต่ไม่ได้กำหนดไว้ใน Q-matrix (η_c)

จากข้อมูลในตาราง 4 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย Fusion model ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 7

ตาราง 7 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย Fusion model

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถ ของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	$\pi_1^* r_{11}^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
2	[0,0,0,1]	$\pi_1^* r_{11}^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
3	[0,0,1,0]	$\pi_1^* r_{11}^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
4	[0,0,1,1]	$\pi_1^* r_{11}^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
5	[0,1,0,0]	$\pi_1^* r_{11}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
7	[0,1,1,0]	$\pi_1^* r_{11}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
8	[0,1,1,1]	$\pi_1^* r_{11}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* r_{41}^* P_{c_4}(\eta_c)$
9	[1,0,0,0]	$\pi_1^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
10	[1,0,0,1]	$\pi_1^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
11	[1,0,1,0]	$\pi_1^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
12	[1,0,1,1]	$\pi_1^* r_{12}^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{32}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
13	[1,1,0,0]	$\pi_1^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
14	[1,1,0,1]	$\pi_1^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* r_{33}^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
15	[1,1,1,0]	$\pi_1^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* r_{24}^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$
16	[1,1,1,1]	$\pi_1^* P_{c_1}(\eta_c)$	$\pi_2^* P_{c_2}(\eta_c)$	$\pi_3^* P_{c_3}(\eta_c)$	$\pi_4^* P_{c_4}(\eta_c)$

หมายเหตุ : π_i^* แทน พารามิเตอร์ฐาน (Baseline parameter) ของข้อคำถามข้อที่ i ; r_{ik}^* แทน พารามิเตอร์อุปสรรค (Penalty parameter) ของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะที่ k ; $P_{c_i}(\eta_c)$ แทน พารามิเตอร์เศษเหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ของข้อคำถามที่ i

จากข้อมูลในตาราง 7 เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าผู้ตอบจำเป็นที่จะต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะ เพื่อที่จะนำคุณลักษณะนั้นมาใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบของข้อคำถามแต่ละข้อกับคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะเป็นอิสระจากกัน รวมทั้งคำนึงถึงอิทธิพลของคุณลักษณะอื่น

ที่ไม่ได้กำหนดไว้ใน Q-matrix ซึ่งอาจส่งผลต่อความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามของผู้สอบ แสดงว่าถ้าผู้ตอบขาดคุณลักษณะ k ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของข้อคำถามที่ i เขาจะตอบคำถามได้อย่างถูกต้องด้วยค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกซึ่งคำนวณจากการนำค่าพารามิเตอร์ฐานของข้อคำถามที่ i (π_i^*) คูณด้วยพารามิเตอร์อุปสรรคของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะที่ j (r_{ik}^*) ตามจำนวนของคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของข้อคำถามนั้นๆ และคูณด้วยพารามิเตอร์เศษเหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ($P_{c_i}(\eta_c)$) แต่ถ้าผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของข้อคำถามที่ i ครบทุกคุณลักษณะ เขาจะตอบคำถามได้อย่างถูกต้องด้วยค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกซึ่งคำนวณจากการนำเฉพาะค่าพารามิเตอร์ฐานของข้อคำถามที่ i (π_i^*) คูณด้วยพารามิเตอร์เศษเหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ($P_{c_i}(\eta_c)$)

4) Reduced noncompensatory reparameterized unified model (Reduced NC-RUM)

Reduced noncompensatory reparameterized unified model หรือ Reduced NC-RUM อาจเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่า rRUM เป็นโมเดลที่มีต้นกำเนิดมาจาก Full NC-RUM โดย Reduced NC-RUM นี้จะไม่นำพารามิเตอร์ส่วนที่เหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญที่ไม่ได้กำหนดไว้ใน Q-matrix (η_c) และพารามิเตอร์แสดงระดับอิทธิพลของคุณลักษณะที่ไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ของฟังก์ชันการตอบข้อคำถาม (c_i) มาใช้ในการประมาณค่าของโมเดลแบบเดียวกับที่ Full NC-RUM ใช้ ถ้าปราศจากพารามิเตอร์ η_c และ c_i ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ Reduced NC-RUM คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c, \theta_c) = \pi_i^* \prod_{k=1}^K r_{ik}^{*(1-\alpha_{ck}) \times q_{ik}}$$

ทั้ง Full NC-RUM หรือ Fusion model และ Reduced NC-RUM หรือ rRUM เป็นโมเดลที่นิยมใช้ร่วมกันโดยทั่วไปในการทดสอบทางสถิติเพื่อประเมินความสามารถในการวินิจฉัยของแบบทดสอบและข้อคำถาม พร้อมกับตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของ Q-matrix

จากข้อมูลในตาราง 4 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย Reduced NC-RUM ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 8

ตาราง 8 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย Reduced NC-RUM

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถ ของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
2	[0,0,0,1]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	π_2^*	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
3	[0,0,1,0]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{32}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
4	[0,0,1,1]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	π_2^*	$\pi_3^* r_{32}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
5	[0,1,0,0]	$\pi_{11}^* r_{11}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{33}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
6	[0,1,0,1]	$\pi_{11}^* r_{11}^*$	π_2^*	$\pi_3^* r_{33}^*$	$\pi_4^* r_{41}^*$
7	[0,1,1,0]	$\pi_{11}^* r_{11}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	π_3^*	$\pi_4^* r_{41}^*$
8	[0,1,1,1]	$\pi_{11}^* r_{11}^*$	π_2^*	π_3^*	$\pi_4^* r_{41}^*$
9	[1,0,0,0]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^*$	π_4^*
10	[1,0,0,1]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	π_2^*	$\pi_3^* r_{32}^* r_{33}^*$	π_4^*
11	[1,0,1,0]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{32}^*$	π_4^*
12	[1,0,1,1]	$\pi_{11}^* r_{12}^*$	π_2^*	$\pi_3^* r_{32}^*$	π_4^*
13	[1,1,0,0]	π_1^*	$\pi_2^* r_{24}^*$	$\pi_3^* r_{33}^*$	π_4^*
14	[1,1,0,1]	π_1^*	π_2^*	$\pi_3^* r_{33}^*$	π_4^*
15	[1,1,1,0]	π_1^*	$\pi_2^* r_{24}^*$	π_3^*	π_4^*
16	[1,1,1,1]	π_1^*	π_2^*	π_3^*	π_4^*

หมายเหตุ : π_i^* แทน พารามิเตอร์ฐาน (Baseline parameter) ของข้อคำถามข้อที่ i ; r_{ik}^* แทน พารามิเตอร์อุปสรรค (Penalty parameter) ของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะที่ k

จากข้อมูลในตาราง 8 เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อตกลงเบื้องต้นว่าผู้ตอบจำเป็นที่จะต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะ เพื่อที่จะนำคุณลักษณะนั้นมาใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบของข้อคำถามแต่ละข้อกับคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะเป็นอิสระจากกัน โดยไม่คำนึงถึงอิทธิพลของคุณลักษณะอื่นที่ไม่ได้กำหนดไว้ใน Q-matrix ซึ่งอาจส่งผลต่อความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามของผู้สอบจึงไม่นำค่าพารามิเตอร์เฉพาะเหลือของคุณลักษณะที่มีอิทธิพลสำคัญซึ่งไม่ได้กำหนดใน Q-matrix ($P_c(\eta_c)$) เข้ามาร่วมในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้อง ดังนั้น ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกเมื่อผู้ตอบขาดคุณลักษณะ k ที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของ

ข้อคำถามที่ i จะคำนวณจากการนำค่าพารามิเตอร์ฐานของข้อคำถามที่ i (π_i^*) คูณด้วย พารามิเตอร์อุปสรรคของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะที่ j (r_{ik}^*) ตามจำนวนของคุณลักษณะที่ จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของข้อคำถามนั้นๆ แต่ถ้าผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็นต้องใช้ในการ หาคำตอบของข้อคำถามที่ i ครบทุกคุณลักษณะ เขาจะตอบคำถามได้อย่างถูกต้องด้วยค่าความ น่าจะเป็นในการตอบถูกซึ่งคำนวณจากการนำเฉพาะค่าพารามิเตอร์ฐานของข้อคำถามที่ i (π_i^*)

1.3.3.3 โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่ม Compensatory Model

โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่ม Compensatory Model เป็น โมเดลแบบชดเชย (Compensatory model) คุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาของ โมเดลในกลุ่มนี้ไม่ได้อยู่ร่วมกันภายใต้กฎการรวมกันที่เรียกว่า Conjunctive condensation rule เช่นเดียวกับโมเดลแบบไม่ชดเชย (Noncompensatory model) สำหรับโมเดลในกลุ่มนี้ผู้สอบไม่ จำเป็นที่จะต้องให้คุณลักษณะที่ทำการวัดทุกคุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา เนื่องจาก ผู้สอบอาจใช้คุณลักษณะอื่นที่ทำการวัดในข้อเดียวกันแทนคุณลักษณะที่ไม่มี ในการหาคำตอบของ ปัญหาที่กำหนดได้ กล่าวคือผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถที่ทำการวัดแตกต่างกันจะมีค่า ความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกในกลุ่ม นี้มีทั้งหมด 4 โมเดล คือ DINO model, NIDO model, C-RUM และ G-DINA model ซึ่งแต่ละ โมเดลมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) Deterministic-input, noisy-or-gate model (DINO model)

Deterministic-input, noisy-or-gate model หรือ DINO model เป็นโมเดลที่อนุญาตให้คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาบางคุณลักษณะสามารถชดเชยด้วย คุณลักษณะอื่นที่ทำการวัดได้ กล่าวได้ว่า DINO model นี้เป็นโมเดลที่คู่ขนานกันกับ DINA model โดย DINO model มีพารามิเตอร์สำหรับการประมาณค่าในฟังก์ชัน 2 ตัว คือ ค่าความคลาด เคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) และค่าการเดา (Guessing Parameter) เช่นเดียวกับ DINA model ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ DINO model คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = P(x_{ic} = 1 | \varsigma_{ic}) = g_i^{*(1-\varsigma_{ic})} (1 - s_i^*) \varsigma_{ic}$$

โดยที่
$$\varsigma_{ic} = 1 - \prod_{k=1}^K (1 - \alpha_{ck})^{q_{ik}}$$

เมื่อ	g_i^*	แทน	พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i
	s_i^*	แทน	พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter) ของข้อคำถามที่ i

q_{ik}	แทน	สมาชิกที่มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ในแถวที่ i และหลักที่ k ของ Q-matrix เป็นค่าที่แสดงว่าข้อคำถามที่ i ต้องใช้คุณลักษณะ k ในการแก้ปัญหา
α_{ck}	แทน	ดัชนีบ่งชี้การมีทักษะที่ k ของผู้เข้าสอบในเวกเตอร์ข้อมูลทักษะของผู้สอบ ($\alpha_{ck} = 1$ หมายถึง มีคุณลักษณะ k และ $\alpha_{ck} = 0$ หมายถึง ไม่มีคุณลักษณะ k)

ข้อคำถามที่ i จะแบ่งผู้สอบในชั้นของความสามารถแฝงที่ต่างกันเป็นผู้ที่มีคุณลักษณะตามที่ต้องการอย่างน้อย 1 คุณลักษณะ จากคุณลักษณะที่ต้องการทั้งหมด ($\zeta_{ic} = 1$) และผู้ที่ไม่มีความรู้คุณลักษณะตามที่ต้องการเลยจากคุณลักษณะที่วัดทั้งหมด ($\zeta_{ic} = 0$)

ตัวอย่างในการประมาณค่าของ DINO model เช่น แบบวัดทางจิตวิทยาของสมาคมจิตวิทยาของสหรัฐอเมริกา DSM-IV-TR ซึ่งเป็นแบบวัดโรคติดการพนัน (Pathological gambling) มีคุณลักษณะที่ทำการวัดทั้งหมด 10 คุณลักษณะ แต่ในที่นี้จะนำมายกตัวอย่างเพียงแค่ 4 คุณลักษณะ ดังต่อไปนี้

คุณลักษณะที่ 1 : การโกหกเพื่อนหรือครอบครัวเพื่อปกปิดการเล่นการพนัน

คุณลักษณะที่ 2 : การละเมิดกฎหมายเพื่อนำเงินมาเล่นการพนัน

คุณลักษณะที่ 3 : การต้องสูญเสียความสัมพันธ์กับบุคคลอื่น เนื่องจากการเล่นการพนัน

คุณลักษณะที่ 4 : การขอความช่วยเหลือทางการเงินจากบุคคลอื่นเพื่อแก้ปัญหาเรื่องการเงิน เนื่องมาจากการนำไปเล่นการพนัน

และมีข้อคำถามพร้อมกับคุณลักษณะที่ใช้ในการหาคำตอบดังในตาราง 9

ตาราง 9 Q-matrix สำหรับตัวอย่างข้อคำถาม 4 ข้อจากแบบวัด DSM-IV-TR

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ			
	1	2	3	4
1. ฉันเก็บประสบการณ์ในการเล่นการพนันเป็นความลับ	1	0	0	0
2. ฉันมีปัญหาในเรื่องต่างเนื่องมาจากการนำเงินไปเล่นการพนัน	0	1	1	0
3. ฉันเล่นพนันด้วยเงินซึ่งฉันตั้งใจจะนำไปใช้จ่ายในเรื่องอื่น	0	0	0	1
4. ฉันทำทุกสิ่งทุกอย่างเพื่อให้ได้เงินมาสำหรับเล่นการพนัน	0	1	1	1

จากข้อมูลในตาราง 9 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย DINO model ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 10

ตาราง 10 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย DINO model

ชั้น ความสามารถ (Class)	แบบแผน ความสามารถ ของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถาม ข้อที่ 1	ข้อคำถาม ข้อที่ 2	ข้อคำถาม ข้อที่ 3	ข้อคำถาม ข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	g_1	g_2	g_3	g_4
2	[0,0,0,1]	g_1	g_2	$1 - s_3$	$1 - s_4$
3	[0,0,1,0]	g_1	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
4	[0,0,1,1]	g_1	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$
5	[0,1,0,0]	g_1	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
6	[0,1,0,1]	g_1	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$
7	[0,1,1,0]	g_1	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
8	[0,1,1,1]	g_1	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$
9	[1,0,0,0]	$1 - s_1$	g_2	g_3	g_4
10	[1,0,0,1]	$1 - s_1$	g_2	$1 - s_3$	$1 - s_4$
11	[1,0,1,0]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
12	[1,0,1,1]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$
13	[1,1,0,0]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
14	[1,1,0,1]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$
15	[1,1,1,0]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	g_3	$1 - s_4$
16	[1,1,1,1]	$1 - s_1$	$1 - s_2$	$1 - s_3$	$1 - s_4$

หมายเหตุ : g_i แทน ค่าการเดาในข้อคำถามที่ i และ s_i แทน ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบข้อคำถามที่ i

จากข้อมูลในตาราง 10 เนื่องจากโมเดลนี้เป็นโมเดลที่มีข้อตกลงเบื้องต้นว่า ถึงแม้ผู้ตอบจะมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ทำการวัดบางคุณลักษณะ ก็สามารถที่จะหาคำตอบของข้อคำถามที่กำหนดให้ได้ และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบเป็นผลมาจากข้อคำถาม แสดงว่าถ้าผู้ตอบมีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการหาคำตอบบางคุณลักษณะก็สามารถที่จะหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง เขาจะตอบคำถามข้อที่ i ผิดก็ต่อเมื่อเขาเกิดความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนในข้อคำถามที่ i (s_i) โอกาสที่เขาจะตอบถูกจึงเกิดมาจากการนำค่าทั้งหมดของความน่าจะเป็นลบด้วยค่าความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนนั้น ($1 - s_i$) แต่ถ้าเขาไม่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการหาคำตอบนั้นเลย เขาจะตอบคำถามข้อที่ i ได้อย่างถูกต้องด้วยค่าการเดาในข้อคำถามที่ i (g_i) เท่านั้น

2) Noisy-input, deterministic-or-gate model (NIDO model)

Noisy-input, deterministic-or-gate model หรือ NIDO model เป็นโมเดลที่อนุญาตให้คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาบางคุณลักษณะสามารถชดเชยด้วยคุณลักษณะอื่นที่ทำการวัดได้เช่นเดียวกับ DINO model แต่มีความแตกต่างไปจาก DINO model คือ ใน NIDO model ค่าความสับสนและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบของคุณลักษณะจะถูกกำหนดให้เท่ากันทุกข้อ ดังนั้นจึงมีเพียงค่าพารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบและค่าพารามิเตอร์ความสับสนเพียงค่าเดียวค่าเดียวที่ถูกประมาณค่าสำหรับคุณลักษณะแต่ละแบบฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ NIDO model คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = \frac{e^{\sum_{k=1}^K (\lambda_{.,0,k} + \lambda_{.,1,k} \alpha_{ck}) q_{ik}}}{1 + e^{\sum_{k=1}^K (\lambda_{.,0,k} + \lambda_{.,1,k} \alpha_{ck}) q_{ik}}}$$

เมื่อ α_{ck} แทน ดัชนีบ่งชี้การมีทักษะที่ k ของผู้เข้าสอบในเวกเตอร์ข้อมูลทักษะของผู้สอบ ($\alpha_{ck} = 1$ หมายถึง มีคุณลักษณะ k และ $\alpha_{ck} = 0$ หมายถึง ไม่มีคุณลักษณะ k)

$\lambda_{.,0,k}$ แทน พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter) สำหรับคุณลักษณะ k

$\lambda_{.,1,k}$ แทน พารามิเตอร์ความชัน (Slope Parameter) สำหรับคุณลักษณะ k

โดย $\lambda_{.,0,k}$ และ $\lambda_{.,1,k}$ จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากันทุกข้อใน NIDO model

จากข้อมูลในตาราง 9 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย NIDO model ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 11

ตาราง 11 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย NIDO model

ชั้นความสามารถ (Class)	แบบแผนความ สามารถของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถามข้อที่ 1	ข้อคำถามข้อที่ 2	ข้อคำถามข้อที่ 3	ข้อคำถามข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,0,(4)}$
2	[0,0,0,1]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)} + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
3	[0,0,1,0]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + \lambda_{.,0,(4)}$
4	[0,0,1,1]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
5	[0,1,0,0]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,0,(4)}$
6	[0,1,0,1]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)} + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
7	[0,1,1,0]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + \lambda_{.,0,(4)}$
8	[0,1,1,1]	$\lambda_{.,0,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
9	[1,0,0,0]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,0,(4)}$
10	[1,0,0,1]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,0,(3)} + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
11	[1,0,1,0]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + \lambda_{.,0,(4)}$
12	[1,0,1,1]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$\lambda_{.,0,(2)} + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
13	[1,1,0,0]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,0,(4)}$
14	[1,1,0,1]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)}$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + \lambda_{.,0,(3)} + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$
15	[1,1,1,0]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + \lambda_{.,0,(4)}$
16	[1,1,1,1]	$\lambda_{.,0,(1)} + \lambda_{.,1,(1)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)})$	$\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)}$	$(\lambda_{.,0,(2)} + \lambda_{.,1,(2)}) + (\lambda_{.,0,(3)} + \lambda_{.,1,(3)}) + (\lambda_{.,0,(4)} + \lambda_{.,1,(4)})$

3) Compensatory reparameterized unified model (C-RUM)

Compensatory reparameterized unified model หรือ C-RUM model เป็นโมเดลที่อนุญาตให้คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาบางคุณลักษณะสามารถชดเชยด้วยคุณลักษณะอื่นที่ทำการวัดได้เช่นเดียวกับ DINO model และ NIDO model แต่ในโมเดลนี้สามารถให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบและค่าการเดาของคุณลักษณะมีค่าไม่เท่ากันระหว่างข้อได้ ดังนั้นค่าพารามิเตอร์การเดาและค่าพารามิเตอร์ความคลาดเคลื่อนในการตอบจะถูกประมาณค่าสำหรับคุณลักษณะที่ถูกกำหนดให้ในแต่ละข้อใน Q-matrix ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ C-RUM คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = \frac{e^{\lambda_{i,0} + \sum_{k=1}^K \lambda_{i,1,k} \alpha_{ck} q_{ik}}}{1 + e^{\lambda_{i,0} + \sum_{k=1}^K \lambda_{i,1,k} \alpha_{ck} q_{ik}}}$$

เมื่อ $\lambda_{i,0}$ แทน พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter) ของข้อคำถามที่ i

$\lambda_{i,1,k}$ แทน พารามิเตอร์ความชัน (Slope Parameter) ของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะ k

$\lambda_{i,1,k}$ สามารถมีความผันแปรระหว่างข้อได้ใน C-RUM และดังนั้นการมีคุณลักษณะ k อาจมีความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามถูกที่แตกต่างกัน

จากข้อมูลในตาราง 9 สามารถเขียนการประมาณค่าของกลุ่มผู้สอบในการประเมินเพื่อวินิจฉัยด้วย C-RUM ของข้อคำถามในแต่ละข้อได้ดังตาราง 12

ตาราง 12 การประมาณค่าในการประเมินเพื่อวินิจฉัยของกลุ่มตัวอย่างด้วย C-RUM

ชั้นความสามารถ (Class)	แบบแผนความ สามารถของผู้ตอบ (α)	ข้อคำถามข้อที่ 1	ข้อคำถามข้อที่ 2	ข้อคำถามข้อที่ 3	ข้อคำถามข้อที่ 4
1	[0,0,0,0]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0}$
2	[0,0,0,1]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(4)}$
3	[0,0,1,0]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(3)}$
4	[0,0,1,1]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(3)} + \lambda_{4,1,(4)}$
5	[0,1,0,0]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)}$
6	[0,1,0,1]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(4)}$
7	[0,1,1,0]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(3)}$
8	[0,1,1,1]	$\lambda_{1,0}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(3)} + \lambda_{4,1,(4)}$
9	[1,0,0,0]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0}$
10	[1,0,0,1]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(4)}$
11	[1,0,1,0]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(3)}$
12	[1,0,1,1]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(3)} + \lambda_{4,1,(4)}$
13	[1,1,0,0]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)}$
14	[1,1,0,1]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(4)}$
15	[1,1,1,0]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(3)}$
16	[1,1,1,1]	$\lambda_{1,0} + \lambda_{1,1,(1)}$	$\lambda_{2,0} + \lambda_{2,1,(2)} + \lambda_{2,1,(3)}$	$\lambda_{3,0} + \lambda_{3,1,(4)}$	$\lambda_{4,0} + \lambda_{4,1,(2)} + \lambda_{4,1,(3)} + \lambda_{4,1,(4)}$

4) Generalized deterministic–input noisy–and–gate model

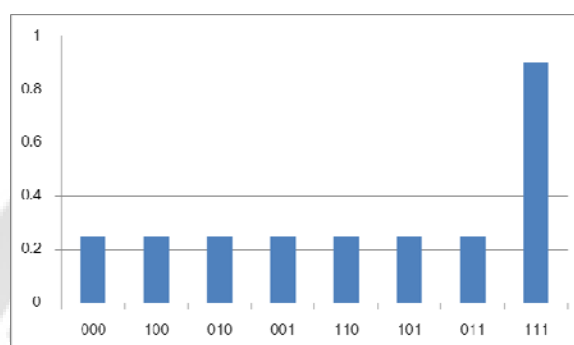
(G–DINA model)

Generalized deterministic–input, noisy–and–gate model หรือ G–DINA model เป็นโมเดลวินิจัยเชิงจำแนกในกลุ่ม Compensatory Model ซึ่งเป็นโมเดลแบบชดเชย (Compensatory model) ซึ่งมีเงื่อนไขในการประมาณค่าเพื่อวินิจัยคุณลักษณะของผู้สอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งขาดคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาที่ผ่นคล้ายกว่า DINA model และ DINO model กล่าวคือ ใน DINA model ผู้สอบซึ่งขาดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพียง 1 คุณลักษณะ จะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องต่ำสุดเท่ากันทุกแบบแผนความสามารถ และจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องสูงสุดเมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะที่ต้องการวัดครบทุกคุณลักษณะ ส่วนใน DINO model ผู้สอบซึ่งขาดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหามบางคุณลักษณะจะถูกชดเชยด้วยคุณลักษณะอื่นที่มีอยู่ ทำให้ค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องของผู้สอบที่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหามบางคุณลักษณะนั้นมีค่าสูงสุดเท่ากันทุกแบบแผนความสามารถ และจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องต่ำสุดเมื่อผู้สอบไม่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาทุกคุณลักษณะ แต่สำหรับ G–DINA model ผู้สอบซึ่งขาดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหามบางคุณลักษณะจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน โดยจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องต่ำสุดเมื่อผู้สอบไม่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาทุกคุณลักษณะ และจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องสูงสุดเมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหามครบทุกคุณลักษณะ ส่วนผู้สอบที่มีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหามบางคุณลักษณะก็จะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน (De La Torre. 2011: 179–198) ฟังก์ชันสำหรับการประมาณค่าของ G-DINA model คือ

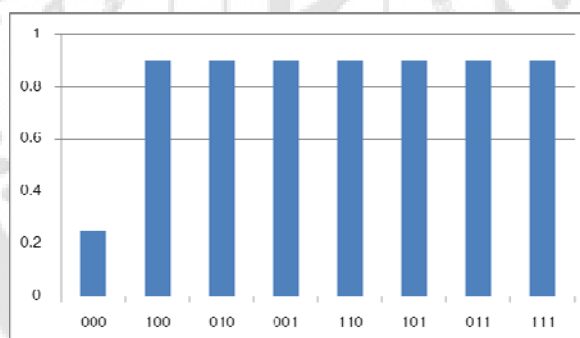
$$P(\alpha_{ij}^*) = \delta_{j0} + \sum_{k=1}^{K_j^*} \delta_{jk} \alpha_{ik} + \sum_{k'=k+1}^{K_j^*} \sum_{k=1}^{K_j^*-1} \delta_{jkk'} \alpha_{ik} \alpha_{ik'} \dots + \delta_{j12\dots K_j^*} \prod_{k=1}^{K_j^*} \alpha_{ik}$$

เมื่อ	δ_{j0}	แทน	พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter) ของข้อคำถามที่ j
	δ_{jk}	แทน	พารามิเตอร์ผลกระทบหลัก (Main Effect Parameter) ของ α_k
	$\delta_{jkk'}$	แทน	พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์ (Main Effect Parameter) ระหว่าง α_k และ $\alpha_{k'}$
	$\delta_{j12\dots K_j^*}$	แทน	พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์ (Main Effect Parameter) ของ $\alpha_1, \dots, \alpha_{K_j^*}$

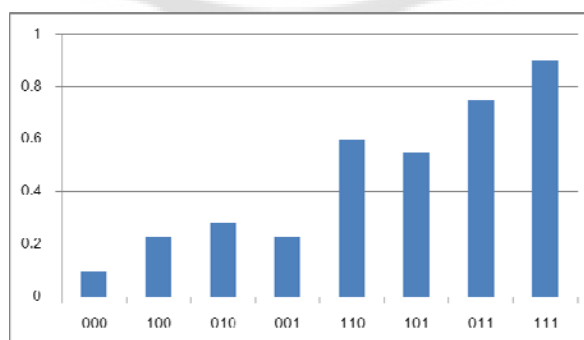
เพื่อให้มีความเข้าใจมากขึ้นเกี่ยวกับความแตกต่างในการประมาณค่าเพื่อวินิจฉัยคุณลักษณะของผู้สอบของโมเดลที่กล่าวมาข้างต้นทั้ง 3 โมเดล กำหนดสถานการณ์สมมติให้ในการประเมินต้องการวินิจฉัยคุณลักษณะของผู้สอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 คุณลักษณะ และมีข้อคำถามหนึ่งซึ่งผู้สอบต้องใช้คุณลักษณะในการแก้ปัญหานั้นข้อดังกล่าวทั้ง 3 คุณลักษณะ สามารถเขียนกราฟแสดงค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องของผู้สอบซึ่งมีแบบแผนความสามารถที่ต้องการวินิจฉัยทั้งหมด 3 คุณลักษณะที่แตกต่างกัน สำหรับแต่ละโมเดล คือ DINA model, DINO model และ G-DINA model ได้ดังภาพประกอบ



DINA model



DINO model



G-DINA model

ภาพประกอบ 2 ความน่าจะเป็นในการตอบข้อคำถามได้อย่างถูกต้องของผู้สอบที่มีแบบแผนความสามารถต่างกัน จากการประมาณค่าในโมเดลที่ต่างกัน คือ DINA model, DINO model และ G-DINA model

1.3.3.4 การประเมินความสอดคล้องของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

(Evaluating the Model Fit of Diagnostic Classification Models)

1) ค่าสถิติสำหรับใช้พิจารณาความสอดคล้องกลมกลืนของ

โมเดลทางสถิติกับข้อมูลเชิงประจักษ์ในเชิงสัมบูรณ์ (Absolute Fit Index)

ค่าสถิติพื้นฐานสำหรับนำไปใช้ในการพิจารณาความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลทางสถิติกับข้อมูลเชิงประจักษ์ที่ใช้ในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกนี้มี 3 ตัว คือ ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าการแปลงสหสัมพันธ์ (Transformed Correlation) และค่า Log-Odds Ratio ค่าสถิติแต่ละตัวมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\text{Prop} = \left[\frac{p_j(1-p_j)}{I} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$Z(\text{Corr}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)$$

$$\text{และ } \text{Log(OR)} = \left[I_{00}^{-1} + I_{10}^{-1} + I_{01}^{-1} + I_{11}^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

เมื่อ	Prop	แทน	ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct)
	p_j	แทน	ค่าคาดหวังของสัดส่วนการตอบถูก สำหรับข้อคำถามที่ j
	r	แทน	ค่าสหสัมพันธ์ของข้อคำถามรายข้อ
	Z (Corr)	แทน	ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)
	Log (OR)	แทน	ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)
	$I_{yy'}$	แทน	จำนวนของผู้สอบที่ได้คะแนน y ในข้อคำถามที่ j และ y' ในข้อคำถามที่ j'

2) ค่าสถิติสำหรับใช้พิจารณาเปรียบเทียบความสอดคล้องของ

โมเดลทางสถิติในเชิงสัมพัทธ์ (Relative Fit Index)

ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาเปรียบเทียบความสอดคล้องของโมเดลทางสถิติในเชิงสัมพัทธ์ของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมีอยู่ 3 ตัว คือ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC) และ Bayesian information criterion (BIC) โดยค่าสถิติทั้งสามตัวมีสมการที่ใช้ในการประมาณค่าดังนี้

$$-2LL = -2\ln(\text{ML})$$

โดยที่ ML = $\prod_i \sum_i p(\alpha_i) L(X_i | \hat{\beta}, \alpha_i)$
 เมื่อ $p(\alpha_i)$ แทน ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถ α_i
 $L(X_i | \hat{\beta}, \alpha_i)$ แทน ค่าโลลิฮูดฟังก์ชันความสามารถของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถ α_i

และ Information criterion = $-2\ln(L) + kp$

เมื่อ L แทน ค่า log-likelihood ที่คำนวณได้จากการประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก
 p แทน จำนวนข้อคำถามทั้งหมดและจำนวนพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก
 k แทน ค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 สำหรับดัชนี AIC และมีค่าเท่ากับค่าลอการิทึมของขนาดกลุ่มตัวอย่างสำหรับดัชนี BIC

ทั้งดัชนี $-2LL$, AIC และ BIC แสดงการรวมตัวกันระหว่างค่าความสอดคล้องของโมเดลและความประหยัของโมเดล ซึ่งหมายความว่าโมเดลที่มีความซับซ้อนมากจะนำไปสู่การพัฒนาความสอดคล้องของโมเดลเพียงเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับโมเดลที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าซึ่งจะมีอุปสรรคมากกว่า สำหรับค่าสถิติทั้งสามตัวค่าที่ต่ำกว่าจะเป็นค่าที่ยอมรับว่ามีประสิทธิภาพดีกว่า นอกจากนี้ยังมีดัชนีค่าความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ในกลุ่ม Information criterion ที่ถูกดัดแปลงไปโดยมีพื้นฐานอยู่บนดัชนี AIC และ BIC เช่น Sample-size adjusted AIC, DIC และ Bayes' factors

1.3.3.5 ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่สามารถหาดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามของโมเดลได้ เป็นโมเดลที่มีการประมาณค่าของข้อคำถามแต่ละข้อที่เป็นอิสระต่อกัน โมเดลที่มีลักษณะการประมาณค่าสอดคล้องกับข้อตกลงดังกล่าวมี 4 โมเดล คือ DINA model, Reduced NC-RUM, DINO model และ C-RUM ซึ่งดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยจะแบ่งออกเป็น 2 ค่า คือ ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามและดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะในข้อคำถาม ซึ่งแต่ละโมเดลมีสมการที่ใช้ในการประมาณค่าดัชนีอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม ดังนี้

1) ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามใน

DINA model

ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามและดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะในข้อคำถามใน DINA model จะมีค่าเท่ากันเพียงค่าเดียวตามลักษณะของการประมาณค่าและมีสมการที่ใช้ในการประมาณค่าที่เหมือนกัน ดังต่อไปนี้คือ

$$\begin{aligned} d_{i,DINA} &= (1 - s_i) - g_i \\ \text{และ} \quad d_{ia,DINA} &= (1 - s_i) - g_i \end{aligned}$$

เมื่อ $d_{i,DINA}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามที่ i ใน DINA model

$d_{ia,DINA}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะ a ของข้อคำถามที่ i ใน DINA model

s_i แทน พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i

g_i แทน พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter) ของข้อคำถามที่ i

โดยข้อคำถามจะมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยที่ดี เมื่อมีค่า s_i และ g_i ต่ำ

2) ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามใน

Reduced NC–RUM

ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามและดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะในข้อคำถามใน Reduced NC–RUM มีสมการในการประมาณค่าที่ต่างกัน ดังต่อไปนี้คือ

$$\begin{aligned} d_{i,NC-RUM} &= \pi_i^* - \pi_i^* \prod_{a=1}^A r_{ia}^{*q_{ia}} \\ \text{และ} \quad d_{ia,NC-RUM} &= \pi_i^* - \pi_i^* r_{ia}^{*q_{ia}} \end{aligned}$$

เมื่อ $d_{i,NC-RUM}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามที่ i ใน Reduced NC–RUM

$d_{ia,NC-RUM}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะ a ของข้อคำถามที่ i ใน Reduced NC–RUM

π_i^*	แทน	ความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามได้ถูกต้องสำหรับผู้สอบที่มีทักษะที่ต้องใช้แก้ปัญหาใน Q-matrix ทุกคุณลักษณะในข้อคำถามที่ i
r_{ia}^*	แทน	พารามิเตอร์อุปสรรคของข้อคำถามที่ i และคุณลักษณะ a สำหรับการขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะ a สำหรับข้อคำถาม i
q_{ia}	แทน	ดัชนีจาก Q – matrix ที่แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะ a ถูกวัดโดยข้อคำถาม i

โดยข้อคำถามจะมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยที่ดี เมื่อ

π_i^* มีค่าสูงและ r_{ia}^* มีค่าต่ำ

3) ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามใน

DINO model

ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามและดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะในข้อคำถามใน DINO model จะมีค่าเท่ากันเพียงค่าเดียวตามลักษณะของการประมาณค่าเช่นเดียวกับ DINA model และมีสมการที่ใช้ในการประมาณค่าที่เหมือนกัน ดังต่อไปนี้คือ

และ	$d_{i,DINO}$	=	$(1 - s_i) - g_i$
	$d_{ia,DINO}$	=	$(1 - s_i) - g_i$
เมื่อ	$d_{i,DINO}$	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามที่ i ใน DINO model
	$d_{ia,DINO}$	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะ a ของข้อคำถามที่ i ใน DINO model
	s_i	แทน	พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i
	g_i	แทน	พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter) ของข้อคำถามที่ i

โดยข้อคำถามจะมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยที่ดี เมื่อมี

ค่า s_i และ g_i ต่ำ

4) ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามใน C-

RUM

ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามและดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะในข้อคำถามใน C-RUM มีสมการในการประมาณค่าที่ต่างกัน ดังต่อไปนี้คือ

$$d_{i,C-RUM} = \frac{\exp\left(\lambda_{i,0} + \sum_{a=1}^A \lambda_{i,1,(a)} q_{ia}\right)}{1 + \exp\left(\lambda_{i,0} + \sum_{a=1}^A \lambda_{i,1,(a)} q_{ia}\right)} - \frac{\exp(\lambda_{i,0})}{1 + \exp(\lambda_{i,0})}$$

และ

$$d_{ia,C-RUM} = \frac{\exp(\lambda_{i,0} + \lambda_{i,1,(a)})}{1 + \exp(\lambda_{i,0} + \lambda_{i,1,(a)})} - \frac{\exp(\lambda_{i,0})}{1 + \exp(\lambda_{i,0})}$$

เมื่อ	$d_{i,C-RUM}$	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม i ใน C-RUM
	$d_{ia,C-RUM}$	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของคุณลักษณะ a ของข้อคำถามที่ i ใน C-RUM
	$\lambda_{i,0}$	แทน	พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter) ของข้อคำถาม i
	$\lambda_{i,1,(a)}$	แทน	พารามิเตอร์ความชัน (Slope Parameter) ของข้อคำถาม i และคุณลักษณะ a
	q_{ia}	แทน	ดัชนีจาก Q - matrix ที่แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะ a ถูกวัดโดยข้อคำถาม i

โดยข้อคำถามจะมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยที่ดี เมื่อ $\lambda_{i,0}$ มีค่าต่ำและ $\lambda_{i,1,(a)}$ มีค่าสูง

1.3.3.6 ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

ประเด็นในเรื่องของจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก Huebner (2010: 3) กล่าวว่ามียานวิจัยจำนวนไม่มากนักที่ให้ข้อมูลเกี่ยวกับขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมในการประมาณค่าด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก Rupp และ Templin (2008: 251) ได้เสนอว่าการวิเคราะห์แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อคำถามอยู่ระหว่าง 20 – 40 ข้อ และมีจำนวนทักษะทางพุทธิปัญญาที่ต้องการวินิจฉัยจำนวน 4–6 ทักษะ ด้วย DINA model ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับการประมาณค่าควรมีจำนวนไม่ต่ำกว่า 200 – 300 คน สำหรับโมเดลที่มีจำนวนพารามิเตอร์ที่ใช้ในการประมาณค่าเพิ่มมากขึ้น เช่น Fusion model นั้น ต้องการจำนวนกลุ่มตัวอย่างและจำนวนข้อคำถามที่เพิ่มขึ้น

มากกว่าการวิเคราะห์ด้วย DINA model นอกจาก Rupp และ Templin ที่เป็นผู้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก Agresti และ Finlay (1997: 258) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่าขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก ควรมีจำนวนไม่ต่ำกว่า $5(2^n)$ คน เมื่อ n แทน จำนวนคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัย เนื่องจากในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลการวินิจฉัยกับข้อมูลเชิงประจักษ์นั้น ต้องใช้ค่าสถิติไค-สแควร์เป็นพื้นฐานในการทดสอบ โดยในการคำนวณค่าสถิติไค-สแควร์นั้นจะได้ค่าที่มีความน่าเชื่อถือได้ เมื่อมีจำนวนข้อมูลในกลุ่มที่ต้องการจำแนกในแต่ละกลุ่มไม่ต่ำกว่า 5 คน

จากที่กล่าวมาข้างต้นพบว่าการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment) มีรูปแบบของวิธีการที่ใช้ในการประเมินอยู่ด้วยกันหลายวิธี ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ตามวิธีการที่ใช้เป็นฐานคิดในการประมาณค่า คือ วิธีที่ไม่ใช้ความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบร่วมในการประมาณค่า วิธีการที่ใช้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การใช้แนวคิดการประเมินความรู้ (Knowledge-Space Theory), การใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule-Space Method : RSM), การใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method : AHM) วิธีการวิเคราะห์จำแนกกลุ่ม (Clustering Algorithms) และวิธีที่ใช้ความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบร่วมในการประมาณค่า วิธีการที่ใช้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnostic Classification Models : DCMs) ซึ่งในปัจจุบันวิธีที่ใช้ความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบร่วมในการประมาณค่าเป็นวิธีการที่ได้รับความนิยม เนื่องจากเป็นวิธีการที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ สะดวกต่อการนำไปใช้ในทางปฏิบัติ และมีข้อจำกัดในเรื่องของโปรแกรมที่ใช้ในการประมาณค่าน้อยกว่าวิธีการอื่น โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่นำมาใช้ในการประมาณค่านั้น แบ่งประเภทได้ตามลักษณะของระดับการวัดตัวแปรสังเกตได้ คือ แบบสองค่า (Dichotomous) กับแบบหลายค่า (Dichotomous) ระดับของตัวแปรแฝงที่ต้องการจำแนก คือ แบบสองค่า (Dichotomous) กับแบบหลายค่า (Dichotomous) และความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะที่ต้องการทำการจำแนก คือ แบบชดเชยคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถที่ต้องการจำแนก (Compensatory) กับแบบไม่ชดเชยคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถที่ต้องการจำแนก (Noncompensatory)

สำหรับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ใช้กับการวัดตัวแปรสังเกตได้แบบสองค่าซึ่งต้องการวินิจฉัยจำแนกตัวแปรแฝงที่เป็นคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถออกเป็นสองค่า (มี/ไม่มี หรือ รอบรู้/ไม่รอบรู้) โดยคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถที่ทำการจำแนกนั้นเป็นคุณลักษณะหรือทักษะที่ต้องใช้ร่วมกันในการตัดสินใจแก้ปัญหา โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่ใช้ในกลุ่มนี้มีอยู่หลายโมเดลด้วยกัน แต่จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโมเดลวินิจฉัยเชิงจำแนกมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า โมเดลที่มีผู้นำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นแบบทดสอบทางการศึกษา ได้แก่ Fusion model, Reduced NC-RUM, DINA model และ G-DINA model โดย Fusion model เป็นโมเดลที่นิยมใช้กับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ผู้วิจัยคาดว่าน่าจะมีอิทธิพลของคุณลักษณะอื่นที่ไม่ได้ถูกกำหนดไว้ใน Q-matrix ซึ่งส่งผลต่อคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถที่

ผู้สอบใช้ในการแก้ปัญหา Reduced NC-RUM เป็นโมเดลที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล Q-matrix ถูกพัฒนาขึ้นมาเป็นอย่างดีทำให้ไม่คำนึงถึงอิทธิพลของมีอิทธิพลของคุณลักษณะอื่นที่ไม่ได้ถูกกำหนดไว้ใน Q-matrix ซึ่งส่งผลต่อคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถที่ผู้สอบใช้ในการแก้ปัญหา แต่คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนที่มีผลเนื่องมาจากลักษณะข้อคำถามและคุณลักษณะหรือทักษะความสามารถของผู้สอบ ส่วน DINA model เป็นโมเดลที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลโดยคำนึงถึงความคลาดเคลื่อนที่มีผลเนื่องมาจากลักษณะของข้อคำถาม และ G-DINA model เป็นโมเดลที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลในกรณีที่ต้องการผ่อนคลายเงื่อนไขในการประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถแตกต่างกัน โมเดลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการวินิจฉัยซึ่งเป็นแบบทดสอบทางการศึกษาในเชิงเปรียบเทียบ เนื่องจากมีลักษณะการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใกล้เคียงกัน คือ DINA model และ G-DINA model การใช้โมเดลดังกล่าวในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อวินิจฉัย ผู้วิจัยสามารถที่จะพิจารณาได้ว่าผลการวินิจฉัยมีความถูกต้องและสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์มากเพียงใดด้วยการพิจารณาดัชนีความสอดคล้องของโมเดลเชิงสัมบูรณ์และดัชนีความสอดคล้องของโมเดลเชิงสัมพัทธ์

1.4 ประโยชน์ของการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยมาใช้ทางการศึกษา

การประเมินเพื่อวินิจฉัยสามารถนำมาใช้ในบริบททางการศึกษาได้ใน 2 ลักษณะ คือ การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Assessment: CDA) และการประเมินอิงมาตรฐานทางการศึกษา (Standards-Based Assessments) ผลที่ได้จากการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยมาประยุกต์ใช้ในทางการศึกษา อาจส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอนของครูและการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ 2 ประการ ดังนี้ (Leighton; & Gierl. 2007: 143)

1) ช่วยเพิ่มความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถนะในการทำข้อสอบของผู้เรียนที่มีต่อการทำข้อสอบที่เป็นแบบทดสอบทางการศึกษาซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มีขั้นตอนของการหาคำตอบอยู่บนพื้นฐานของกระบวนการคิดแก้ปัญหา คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบเป็นตัวบ่งชี้หนึ่งที่แสดงว่าผู้เรียนคิดและแก้ปัญหาอย่างไรเกี่ยวกับการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดให้ เนื่องจากการแสดงออกทางความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง ทั้งที่เราอาจสามารถสันนิษฐานได้ว่าผู้เรียนที่สามารถแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องจะสามารถใช้ความรู้กระบวนการและวิธีการที่เหมาะสมในการคิดหาคำตอบ แต่ข้อสันนิษฐานข้อนี้ก็จะเป็นสิ่งที่หาหลักฐานเพื่อแสดงให้เห็นจริงได้ยาก ในบางกรณีข้อสันนิษฐานนี้จึงอาจไม่ถูกต้อง ยกตัวอย่างเช่น ผู้วิจัยแสดงให้เห็นได้ว่าผู้สอบที่สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องใช้ความรู้และคุณลักษณะที่ไม่สัมพันธ์กับจุดมุ่งหมายของการวัดที่อ้างอิงถึงซึ่งต้องการวัดที่กำหนดไว้ในข้อคำถาม เมื่อเกิดความไม่ลงรอยกันระหว่างจุดมุ่งหมายของการวัดที่อ้างอิงถึงและสมรรถนะที่แท้จริงของผู้เรียนเกิดขึ้น การอ้างอิงผลคะแนนสอบที่ได้จึงไม่ถูกต้องเพราะผู้เรียนไม่ได้ใช้ความรู้และทักษะความสามารถหรือคุณลักษณะที่ผู้พัฒนาแบบทดสอบตั้งใจที่จะทำการวัด เนื่องจากสมรรถนะในการทำแบบทดสอบที่ต้องใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ซ่อนอยู่ภายในและมีความซับซ้อน ด้วยเหตุนี้จึงทำให้มี

ความต้องการที่จะเชื่อมโยงระหว่างทักษะการแก้ปัญหาของผู้สอบด้วยการแปลผลคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ การพัฒนาและการใช้โมเดลการคิดของสมรรถนะที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นวิธีการหนึ่งสำหรับการใช้ในการกำหนดและวัดคุณลักษณะเหล่านี้ ดังนั้นจึงทำให้เราสามารถเชื่อมโยงระหว่างสมรรถนะที่ใช้ในการทำแบบทดสอบและการแปลผลคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบได้

2) การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ในการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีที่เกี่ยวกับการคิดและกระบวนการเรียนรู้ในการจัดการเรียนการสอน แบบทดสอบทางการศึกษาในระดับมหภาคที่ใช้เป็นส่วนใหญ่ให้ผลลัพธ์ที่เป็นข้อมูลเพียงเล็กน้อยสำหรับผู้เรียน ผู้สอน และผู้ปกครอง เกี่ยวกับเรื่องที่ว่าทำไมผู้เรียนบางคนจึงทำได้ไม่ดีหรือเงื่อนไขของการสอนแบบใดที่ควรเปลี่ยนแปลงเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการคิดที่เพิ่มมากขึ้นในปัจจุบันได้เพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถนะของผู้เรียนที่มีต่อการทำแบบทดสอบทางการศึกษา มุมมองที่มีเพิ่มมากขึ้นของความคิดนี้ได้นำไปสู่ความเข้าใจที่ดีขึ้นเกี่ยวกับเรื่องที่ว่าควรจัดการประเมินทางการศึกษาอย่างไรจึงจะสามารถประเมินการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนการสอนได้ การตัดสินใจเกี่ยวกับการสอนจึงได้ถูกดำเนินการขึ้นเพื่อพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน ดังนั้นผู้สอนจึงต้องทำการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนและถ้าเป็นไปได้จะต้องพัฒนาวิธีการสำหรับทำให้ผู้เรียนแสดงการคิดออกมาเพื่อที่ว่าทักษะการคิดนี้จะได้ถูกประเมินได้ การให้ข้อมูลย้อนกลับในการจัดการเรียนการสอนจะให้ความสำคัญในส่วนที่เป็นข้อบกพร่อง การกำหนดโมเดลการคิดของคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นวิธีการหนึ่งสำหรับการแสดงถึงความคิดที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด เนื่องจากโมเดลนี้กำหนดโครงสร้างความรู้และทักษะกระบวนการที่จำเป็นต่อการใช้ตอบข้อคำถามในแบบทดสอบ จึงเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของข้อมูลที่ได้จากการแปลผลคะแนนและใช้ในการกำหนดรูปแบบการจัดการเรียนการสอนเมื่อความรู้และทักษะที่กำหนดในโมเดลถูกระบุว่าบกพร่องหรือไม่ผ่านเกณฑ์ กล่าวอย่างง่ายคือนักการศึกษาต้องการแบบทดสอบซึ่งสนับสนุนการวินิจฉัยเกี่ยวกับทักษะความสามารถทางการคิดของผู้สอบบนแบบทดสอบทางการศึกษาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย คุณลักษณะของผู้สอบที่มีต่อการทำแบบทดสอบเหล่านี้สามารถช่วยให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนได้ เนื่องจากการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาให้ผลลัพธ์เป็นคะแนนซึ่งเป็นข้อวินิจฉัยเกี่ยวกับจุดแข็งและข้อบกพร่องในการคิดแก้ปัญหาของผู้สอบ แบบทดสอบที่ใช้จึงสามารถช่วยในการเชื่อมโยงว่าผู้เรียนรู้และไม่รู้อะไรบ้างในเนื้อหาที่ต้องศึกษาด้วยวิธีการสอบที่ถูกออกแบบมาเพื่อพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนในเนื้อหานั้น

1.5 การให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมิน (Feedback) เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

การประเมินเพื่อวินิจฉัยเป็นการประเมินในรูปแบบหนึ่งซึ่งให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมิน (Feedback) แก่ผู้เรียนเกี่ยวกับสิ่งที่เขาจำและไม่รู้ เพื่อที่ผู้เรียนจะได้ใช้สารสนเทศดังกล่าวในการพัฒนาการเรียนรู้และสมรรถนะของตนเอง มีข้อค้นพบจากงานวิจัยที่น่าสนใจเกี่ยวกับ

ประโยชน์ของการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนว่า การให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินสามารถเอื้อประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน การปราศจากการให้สารสนเทศย้อนกลับเกี่ยวกับแนวคิดที่ผิดหรือการขาดความสามารถที่ใช้ในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนนั้น จะทำให้ผู้เรียนมีแนวโน้มที่จะทำข้อผิดพลาดเดียวกันซ้ำอีกในการทำแบบทดสอบ ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณงานวิจัยจำนวน 131 เรื่อง ของ Kluger และ DeNisi ในปี 1996 รายงานว่ามีขนาดอิทธิพลโดยเฉลี่ยหรือผลที่ได้รับในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนอันเนื่องมาจากการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินเท่ากับ .40 และพบว่ามีงานวิจัยประมาณ 1 ใน 3 ของงานวิจัยทั้งหมดแสดงถึงผลกระทบในทางลบที่เกิดขึ้นจากการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมิน นอกจากนี้ยังมีความพยายามในการศึกษาการกำหนดลักษณะของสารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินที่สัมพันธ์กับผลกระทบที่เกิดขึ้นในทางบวก Kluger และ DeNisi พบว่า การเรียนรู้มีแนวโน้มที่จะพัฒนาในทางที่ดีขึ้นเมื่อสารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินเน้นไปที่การให้ข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะของงานที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติได้และเน้นไปที่วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ การค้นพบที่สำคัญจากบทความและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินนี้ สอดคล้องกับเหตุผลสำหรับข้อควรปฏิบัติในการวัดประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนซึ่งกำหนดให้สมรรถนะในการปฏิบัติงานหรือการกระทำของผู้เรียนนั้นถูกตัดสิน โดยพิจารณาจากความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์ซึ่งถูกกำหนดมาเป็นอย่างดีและมีความเป็นมาตรฐาน (มากกว่าการตัดสินจากการเปรียบเทียบกับผู้เรียนคนอื่น) การให้คำชมที่ผิดสำหรับการใช้ความพยายามในการกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความต้องการในการเรียนรู้และยกย่องให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองนั้นเป็นสิ่งที่ไม่ถูกต้อง การให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินที่ผิดสามารถทำลายการเรียนรู้และความตั้งใจของผู้เรียนที่จะสร้างความพยายามสำหรับการเรียนในเวลาต่อมา ความเข้าใจของครูเกี่ยวกับผลที่เป็นแรงจูงใจของการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินจะมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อสารสนเทศนั้นให้ข้อมูลเกี่ยวกับคุณภาพของงานที่นักเรียนทำซึ่งมีความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่สร้างขึ้น โดยบ่งชี้จุดแข็ง จุดอ่อน และให้คำแนะนำเกี่ยวกับสิ่งที่ผู้เรียนต้องทำการพัฒนา โดยครูควรมีความสามารถที่จะวิเคราะห์การทำงานของนักเรียนและกำหนดแบบแผนความผิดพลาดและความแตกต่างที่ผู้เรียนมีความแตกต่างจากผู้เรียนคนอื่นซึ่งจำเป็นต้องถูกกำหนดมากที่สุด (ไม่ใช่ข้อผิดพลาดที่สามารถเป็นไปได้ทุกจุด) (Hammond; & Bransford. 2005: 287–288)

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าการให้สารสนเทศย้อนกลับจากการประเมินให้กับผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสม เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ เพื่อที่ว่าผู้เรียนจะใช้สารสนเทศดังกล่าวในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนรู้ของตนเอง

ตอนที่ 2 ทฤษฎีทางการศึกษาเกี่ยวกับพุทธิปัญญา

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์ (Piaget) เกิดที่ประเทศสวิตเซอร์แลนด์ มีบิดาเป็นศาสตราจารย์ทางประวัติศาสตร์ ในวัยเด็กเขามีความสนใจเกี่ยวกับการสังเกตพฤติกรรมของสัตว์และได้เขียนบทความซึ่งเป็นรายงานเกี่ยวกับการสังเกตนกกระจอกเทศเผือกในสวนสาธารณะซึ่งได้รับการตีพิมพ์ในวารสารธรรมชาติวิทยา เมื่อเขาอายุ 11 ปี เพียเจต์สำเร็จปริญญาเอกสาขาชีววิทยาจากมหาวิทยาลัยนุชาแตลเมื่ออายุ 21 ปี ต่อมาเขาเริ่มมีความสนใจในจิตวิทยาและเขียนบทความโดยนำจิตวิเคราะห์มาสัมพันธ์กับจิตวิทยาเด็ก และได้ไปศึกษาต่อทางด้านจิตวิทยาของผู้ไม่ปกติที่ประเทศฝรั่งเศส เขาเขียนบันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ศึกษาและพบว่ามีความผิดพลาดอยู่มากที่มองว่าเด็กไม่แตกต่างไปจากผู้ใหญ่ ซึ่งเขาเห็นว่ากระบวนการทางด้านความคิดของเด็กมีความแตกต่างจากผู้ใหญ่ หลังจากเพียเจต์ได้เป็นผู้อำนวยการวิจัยที่สถาบันจองจาครุสโซ กรุงเจนีวา ทำให้เขาได้ศึกษาพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาอย่างเต็มที่ เพียเจต์สนใจอย่างมากเพื่อจะหาคำอธิบายว่าเด็กมีการคิดอย่างไร และมีความเปลี่ยนแปลงในการแก้ปัญหาอย่างไรเมื่อเติบโตขึ้น เขาได้อธิบายถึงลำดับขั้นพัฒนาการทางความคิดไว้อย่างชัดเจน และเชื่อว่าความสามารถทางการคิดนี้จะเกิดขึ้นเองตามธรรมชาติเมื่อถึงวัย เด็กจะต้องทำงานพัฒนาในระยะต้นได้ก่อนจึงจะสามารถบรรลุพัฒนาการในขั้นต่อไป กล่าวคือเด็กมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น เพียเจต์เน้นว่าเด็กกระทำต่อสิ่งแวดล้อม ดังนั้นประสบการณ์จะมีผลต่อความสามารถของเด็กตั้งแต่ระดับต่ำไปสู่ระดับที่สูงขึ้น สิ่งแวดล้อมไม่ว่าจะเป็นที่บ้านหรือโรงเรียนมีส่วนในการเสริมสร้างและพัฒนาความสามารถของเด็กในการแก้ปัญหา ครูที่ให้สิ่งกระตุ้นซึ่งเหมาะกับระดับความสามารถของเด็กย่อมช่วยให้เขาเรียนรู้การแก้ปัญหาในวัยของเขาซึ่งจะไปสู่การพัฒนาในระยะต่อไป (ศิริบุรณ์ สายโกสุม. 2546: 19–20)

2.1.1 หลักการพื้นฐาน

มีผู้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานที่เป็นพัฒนาการด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์ไว้ดังต่อไปนี้คือ

ศิริบุรณ์ สายโกสุม (2546: 20) กล่าวว่าแนวความคิดเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานที่เป็นพัฒนาการด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์สะท้อนให้เห็นถึงความสนใจทางด้านชีววิทยาของเขา เพียเจต์วางหลักการไว้ว่ามนุษย์เราได้รับการถ่ายทอดพื้นฐานทางกรรมพันธุ์ 2 ประการ คือ แนวโน้มที่จะจัดระเบียบรวบรวมกระบวนการต่างๆ อย่างเป็นระบบ (Organization) และแนวโน้มที่จะปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม (Adaption) โดยเขาเชื่อว่ากระบวนการทางสติปัญญาต้องอยู่ในภาวะที่สมดุล (Equilibrium) เช่นเดียวกับกระบวนการทางชีววิทยา กล่าวคือต้องมีการผสมผสานทำให้สอดคล้อง การจัดระเบียบ การปรับตัว และภาวะสมดุล เป็นพื้นฐานโดยทั่วไปแต่วิธีการเบื้องต้นที่เด็กปรับภาวะประสบการณ์มาเป็นความรู้ขึ้นอยู่กับกระบวนการ 2 อย่าง คือ การดูดซับ (Assimilation) และการปรับโครงสร้างความคิด (Accommodation) ซึ่งมีการทำงานประสานกัน การดูดซับ คือ กระบวนการที่องค์ประกอบต่างๆ ในสิ่งแวดล้อมเข้ามาสู่โครงสร้างทางความคิดของ

เด็กเป็นการรับข้อมูลเข้ามา การปรับโครงสร้างความคิด (Accommodation) คือ การปรับภาวะความคิด โดยรับประสบการณ์ใหม่เข้ามาทำให้มีการเปลี่ยนแปลงการตอบสนองต่อสิ่งต่างๆ เป็นการปรับความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งใหม่ เมื่อเด็กรับข้อมูลและปรับภาวะความคิดย่อมเกิดเป็นแบบแผนเป็นระบบระเบียบ เพียเจท์กล่าวว่าเด็กจะพัฒนาแบบแผน (Schema) ซึ่งอาจเป็นการกระทำต่อสภาพการณ์บางอย่าง เช่น ทารกมีแบบแผนพฤติกรรมในการดูด แบบแผน (Schema) นี้จะหมายถึงการเปลี่ยนโครงสร้างทางความคิดอันเป็นพื้นฐานของพฤติกรรม เช่น เมื่อเด็กเรียนรู้การพูด เด็กต้องมีพื้นฐาน แบบแผนของวัตถุ สภาพการณ์ต่างๆ และความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านี้

พาสนา จูร์ตัน (2548: 22-23) กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานที่เป็นพัฒนาการด้านพุทธิปัญญาของเพียเจท์ไว้ว่า เพียเจต์เชื่อว่ามนุษย์ทุกคนมีความพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตั้งแต่เกิด พัฒนาการทางสติปัญญาเป็นผลจากการที่บุคคลมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับโลกภายนอกหรือสิ่งแวดล้อม ซึ่งจะทำให้เกิดกระบวนการดูดซึม (Assimilation) ข้อมูลจากสิ่งแวดล้อม และบุคคลจะต้องใช้การปรับตัว (Adaptation) ด้วยกระบวนการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา (Accommodation) จนทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากการสัมผัส การคิดแบบรูปธรรมและพัฒนาไปเรื่อยๆ จนเกิดความคิดที่เป็นนามธรรม ซึ่งจะเกิดการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเป็นลำดับ กระบวนการพัฒนาของสติปัญญาจะเป็นไปตามลำดับขั้นการคิดในขั้นหนึ่งจะแตกต่างไปจากอีกขั้นหนึ่ง เพราะการพัฒนาจากขั้นหนึ่งไปอีกขั้นหนึ่งเป็นการเพิ่มทั้งคุณภาพและปริมาณ โดยทั้งนี้ต้องขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะและการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล อย่างไรก็ตามลำดับขั้นของการพัฒนาจะเหมือนกันทุกคน แต่ช่วงเวลาในแต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปเพราะอิทธิพลของพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม

กลุยา ตันติผลาชีวะ (2543: 43) ได้กล่าวถึงแนวคิดของทฤษฎีพุทธิปัญญาเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเพียเจท์ไว้ว่าการเรียนรู้ของมนุษย์เกิดจากกระบวนการรับรู้ การสร้างความเข้าใจ และการคิดของมนุษย์เมื่อมีวุฒิภาวะ ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดจากการทำ 2 ประการ คือ กระบวนการซึมซับสิ่งใหม่ (Assimilation) ซึ่งเป็นกระบวนการของการนำประสบการณ์ใหม่ไปสู่การเปลี่ยนกรอบความรู้ที่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ แล้วซึมซับเป็นความรู้ การที่จะซึมซับหรือไม่ขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อที่มีมาอยู่ก่อน ถ้าความรู้ใหม่สัมพันธ์กับความรู้เก่าที่มีอยู่แล้ว จะทำให้เกิดการรวมกันของกรอบความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับเข้าไป และเกิดกระบวนการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา (Accommodation) ซึ่งกระบวนการนี้จะพัฒนาไปตามวัยของเด็ก

กล่าวโดยสรุป แนวคิดเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานที่เป็นพัฒนาการด้านพุทธิปัญญาของเพียเจท์ ประกอบไปด้วย 2 ขั้นตอน คือ การดูดซึม (Assimilation) หมายถึง การนำประสบการณ์ใหม่เข้ามา และการปรับโครงสร้างความคิด (Accommodation) หมายถึง การปรับโครงสร้างความคิด ซึ่งเป็นกระบวนการของการนำประสบการณ์ใหม่ไปสู่การเปลี่ยนกรอบความรู้ที่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ แล้วซึมซับเป็นความรู้ กลายแบบแผน (Schema) ซึ่งหมายถึง แบบแผนพฤติกรรมหรือความคิดซึ่งมีการจัดระเบียบรวบรวม โดยเด็กจะสร้างขึ้นเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เป็นกระบวนการของความคิดความเข้าใจเป็นการสะสมโนมติ (Concept) หรือภาพใน

ใจ (Image) เป็นโครงสร้างทางความคิดซึ่งเกิดจากกลุ่มโครงสร้างจากการกระทำคล้ายๆ กัน เด็กจะพัฒนาแบบแผนได้อย่างมากมาย

2.1.2 ขั้นของพัฒนาการ

ขณะเด็กเจริญเติบโตขึ้นจะมีกระบวนการของการคิดในแต่ละวัยไม่แตกต่างกัน ไม่ว่าจะเป็นทารก เด็ก วัยรุ่น หรือผู้ใหญ่ก็ตาม กล่าวคือจะมีการจัดระเบียบรวบรวม (Organization) และการปรับให้เหมาะสม (Adaption) อยู่อย่างสม่ำเสมอ ขณะเดียวกับแบบแผนพฤติกรรมหรือความคิด (Schemes) จะมีความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นอย่างเป็นระบบในช่วงเวลาเฉพาะ ซึ่งเป็นผลให้มีความแตกต่างของความคิดในมนุษย์แต่ละวัย ยกตัวอย่างเช่น แบบแผนพฤติกรรมความคิดของทารกจะเกี่ยวกับประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว เรามักเรียกสิ่งนี้ว่าความเคยชินหรือปฏิกิริยาสะท้อน ในวัยเด็กตอนต้นแบบแผนพฤติกรรมความคิดจะค่อยๆ กลายเป็นเรื่องของจิตใจซึ่งเราเรียกว่ามโนคติ พอระยะวัยรุ่นตอนปลายหรือวัยผู้ใหญ่ตอนต้นแบบแผนพฤติกรรมความคิดจะมีความซับซ้อนขึ้นมีผลทำให้เกิดการวางแผนพฤติกรรม (ศิริบุรณ์ สายโกสม. 2546: 21-29)

จากผลการศึกษาเพียเจต์สรุปว่าแบบแผนพฤติกรรมความคิดของมนุษย์แบ่งออกเป็น 4 ระยะ แต่ละระยะจะมีความต่อเนื่องกันเป็นแบบแผนที่ลดเลี้ยว หมายความว่าเด็กจะไม่กระโดดข้ามไปยังพัฒนาการขั้นต่อไปอย่างทันทีทันใด พัฒนาการทางความคิดจะมีลำดับขั้นตอนที่แน่นอน แต่ในบางครั้งความคิดอาจมีความก้าวหน้าขึ้นหรือถดถอยหลังกลับไป อัตราพัฒนาการของเด็กแต่ละคนมีความแตกต่างกัน แต่เพียเจต์เชื่อว่าจะมีลำดับขั้นอย่างเดียวกันดังต่อไปนี้

1) ระยะประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor Stage) : แรกเกิด- 2 ปี ตั้งแต่วัยทารกถึงอายุ 2 ขวบ เด็กจะมีความเข้าใจสิ่งต่างๆ โดยทางประสาทสัมผัสและกิจกรรมเคลื่อนไหวเพราะเด็กเดือนแรกยังไม่สามารถเคลื่อนไหวไปรอบๆ ด้วยตนเองได้ แบบแผนความคิด (Schemes) ของเขาจึงเกิดจากการค้นหาทางประสาทสัมผัส หลังจากที่เด็กฝึกเดิมและจัดการกับสิ่งของต่างๆ ได้เขาจะสร้างแบบแผนพฤติกรรมความคิดเกี่ยวกับสภาพการณ์และวัตถุภายนอก เด็กอายุต่ำกว่า 2 ขวบ ส่วนใหญ่จะสามารถใช้แบบแผนพฤติกรรมความคิดซึ่งตนมีในการลองผิดลองถูกทั้งทางมโนทัศน์และทางพฤติกรรม เมื่ออายุ 2 ขวบ เด็กจะสังเกตแบบแผนพฤติกรรมของคนอื่น ของคนที่เขาไม่เคยสังเกตมาก่อน ของสัตว์ และที่สำคัญอย่างยิ่งคือเด็กจะเลียนแบบแม้ว่าตัวแบบจะไม่ได้อยู่ในที่นั้นแล้วก็ตาม แสดงให้เห็นความสามารถในการคิดที่เพิ่มขึ้นในเชิงของสัญลักษณ์

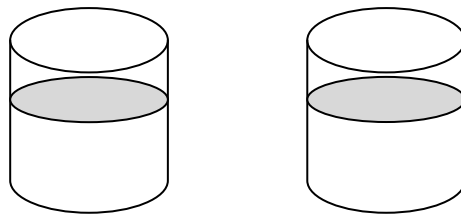
2) ระยะก่อนปฏิบัติการทางความคิดความเข้าใจ (Preoperational Stage) : 2 - 5 ปี เด็กจะเริ่มสามารถใช้สัญลักษณ์ เช่น คำพูด ซึ่งจะช่วยให้เขาได้ประโยชน์จากประสบการณ์ที่ผ่านมา เพียเจต์เชื่อว่าสัญลักษณ์หลายอันมาจากการเลียนแบบทางความคิดซึ่งเกี่ยวกับภาพจากการเห็นและการรับสัมผัสทางกาย แม้ว่าความคิดของเด็กวัยนี้จะมีความซับซ้อนขึ้นกว่าตอนช่วงอายุ 1 - 2 ขวบ แต่เด็กยังมีความสามารถจำกัดที่จะใช้แบบแผนพฤติกรรมความคิดของสัญลักษณ์

ใหม่ๆ ที่ตนมี ถ้าดูจากมุมมองของผู้ใหญ่อาจเห็นว่าพฤติกรรมความคิดของเด็กไม่สมเหตุสมผล เมื่อเพียเจท์ใช้คำว่า “ปฏิบัติการ” (Operation) ซึ่งหมายความถึงการกระทำที่สมเหตุสมผล ดังนั้น ก่อนคำว่าปฏิบัติการ หมายถึง ก่อนจะมีเหตุผล สิ่งที่ขัดขวางความคิดเห็นที่เป็นเหตุเป็นผลของเด็กก่อนวัยเรียน มี 3 ประการ คือ

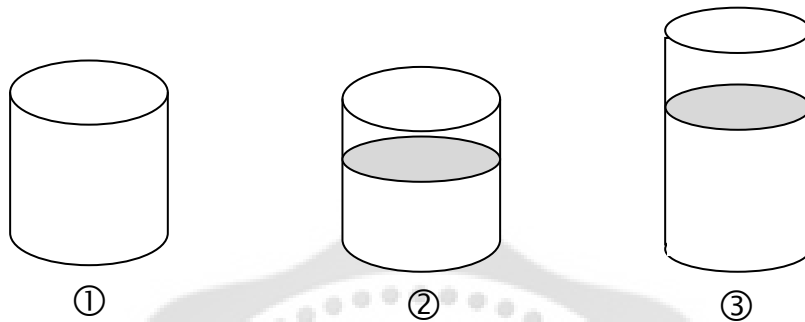
1. การยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentric) คือ การที่เด็กไม่สามารถเข้าใจความคิดของผู้อื่น
2. การที่ไม่สามารถคิดย้อนกลับได้ (Irreversibility)
3. การรับรู้ได้ครั้งละอย่างเดียว (Perceptual Concentration)

เราจะเห็นสิ่งที่ขัดขวางเหล่านี้ได้อย่างชัดเจนเมื่อเด็กพยายามแก้ปัญหาเกี่ยวกับความคงที่ ซึ่งเป็นปัญหาที่ใช้ทดสอบความสามารถของเด็กที่จะเข้าใจถึงความคงที่ของคุณสมบัติของสารแม้ว่ารูปร่างเปลี่ยนแปลงไป ปัญหาความคงที่ซึ่งรู้จักกันเป็นอย่างดี คือ ความคงที่ของปริมาณ ในการทดลองครั้งแรกจะเทน้ำใส่แก้วใบขนาดเท่ากันในปริมาณเท่ากัน เมื่อเทน้ำจากแก้วใบหนึ่งใส่แก้วทรงสูงซึ่งแคบกว่าระดับน้ำจะสูงขึ้น ผู้ทดลองจะถามว่าน้ำในแก้ว 2 ใบ (ใบหนึ่งมีระดับน้ำสูงกว่าอีกใบ) เท่ากันหรือไม่ เมื่อเด็กให้คำตอบผู้ทดลองจะถามต่อไปเพื่อให้เข้าใจเหตุผลที่อยู่เบื้องหลังคำตอบนั้นและเข้าใจถึงกระบวนการของความคิดอย่างชัดเจนในการทดลองกับเด็กระดับอายุต่างกัน เพียเจท์พบว่าเด็กอายุต่ำกว่า 6 ขวบ ลงไปจะเชื่อว่าน้ำในแก้วทรงสูงซึ่งระดับน้ำสูงกว่า มีปริมาณมากกว่า แม้ว่าในการทดลองครั้งแรกเด็กจะเห็นว่าน้ำในแก้วสองใบมีระดับเท่ากันก็ตาม เด็กจะยืนยันว่าน้ำอีกแก้วมีมากกว่า เมื่อถามว่าทำไมเด็กจะตอบด้วยความมั่นใจว่าเพราะมีระดับสูงกว่า เด็กที่อายุสูงกว่า 6 ขวบ กลับตรงข้ามมักตอบว่ามันดูเหมือนมากกว่าเพราะระดับน้ำสูงกว่าแต่จริงๆ แล้วมีปริมาณเท่ากัน

เหตุผลที่เด็กวัยนี้มีความยากลำบากในการแก้ปัญหาเรื่องความคงที่เพราะเด็กสามารถรับรู้ได้เพียงมิติเดียว (Perceptual Concentration) ในแต่ละครั้งเด็กจะมองเห็นเพียงลักษณะอย่างเดียวของวัตถุหรือด้านเดียวของปัญหาหรือเหตุการณ์เดียวในแต่ละครั้ง ดังนั้นเด็กจึงมองแต่ความสูงของระดับน้ำแต่ไม่เห็นถึงความกว้างหรือปริมาตรของน้ำ เหตุผลประการต่อมาคือการที่ไม่สามารถคิดย้อนกลับได้ เด็กเล็กๆ จะไม่สามารถคิดย้อนกลับจากแก้วใบที่มีระดับน้ำสูงขึ้นกลับไปยังแก้วใบเดิมซึ่งมีระดับน้ำต่ำกว่า และทำนองเดียวกันเด็กเล็กๆ จะไม่เข้าใจตรรกะง่ายๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น $4 + 5 = 9$ หรือ $9 - 5 = 4$ ได้ และเหตุผลประการสุดท้าย คือ การยึดเอาตนเองเป็นศูนย์กลาง การยึดเอาตนเองเป็นศูนย์กลางไม่ได้หมายถึงความเห็นแก่ตัวหรือความเย่อหยิ่ง แต่หมายถึงเป็นเรื่องยากที่เด็กจะทำความเข้าใจหรือเป็นไปได้ที่จะทำความเข้าใจทฤษฎีหรือความคิดของผู้อื่น ในการทดลองเมื่อคุยกับเด็กเขาจะบอกว่าเขามีความลำบากในการทำทำความเข้าใจความคิดคนอื่น เด็กมักนึกว่าคนอื่นคิดหรือเห็นเช่นเดียวกับตน บางครั้งจึงดูเหมือนเด็กคือคนที่พยายามยืนยันถึงความคิดของตน เช่น ในกรณีระดับน้ำในแก้วทรงสูงมีปริมาณมากกว่า



แก้วน้ำ 2 ใบขนาดเท่ากัน ที่มีน้ำอยู่เท่ากัน



ระดับน้ำเปลี่ยนไปเมื่อเทน้ำจากแก้วใบที่ 1 ไปใบที่ 3

ภาพประกอบ 3 ปัญหาความคงที่ของปริมาณ

3) ระยะปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) : 7 – 11 ปี จากกระบวนการเรียนการสอนในโรงเรียน ประสบการณ์ในชีวิต และวุฒิภาวะ ช่วยให้การรับรู้แต่เพียงมิติเดียวในแต่ละครั้งของเด็กอายุตั้งแต่ 7 ขวบลงไปลดลง รวมทั้งการยึดเอาตนเองเป็นศูนย์กลางค่อยๆ ลดลง แบบแผนพฤติกรรมความคิดค่อยๆ พัฒนาขึ้นช่วยให้เด็กเข้าใจเหตุผลที่อยู่เบื้องหลังความคงที่ แต่ความคิดความเข้าใจของเด็กยังจำกัดอยู่เพียงวัตถุซึ่งปรากฏอยู่จริงหรือสิ่งที่เด็กเคยมีประสบการณ์โดยตรงอย่างเป็นรูปธรรม ด้วยเหตุนี้เพียเจต์จึงเรียกวัยนี้ว่า ปฏิบัติการทางความคิดความเข้าใจเชิงรูปธรรม

ในช่วงอายุ 7 ขวบ เด็กส่วนใหญ่จะสามารถอธิบายได้อย่างถูกต้องว่าน้ำในแก้วสูงและแก้วเตี้ยแม้มีระดับต่างกันแต่มีปริมาตรเท่ากัน แต่การที่เด็กแก้ปัญหาการถ่ายเทน้ำได้ไม่ได้หมายความว่าเด็กจะสามารถแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันได้เสมอไป เช่น ดินน้ำมันสองก้อนขนาดเท่ากันเมื่อปั้นอีกก้อนยาวกว่าเด็กอาจบอกว่าก้อนนี้มากกว่า เด็กชั้นประถมศึกษาจะแก้ปัญหาจากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม มีแนวโน้มที่จะสามารถนำหลักการกว้างๆ จากสภาพการณ์หนึ่งไปใช้แก้ปัญหาที่สภาพการณ์ที่เหมือนกันได้ แต่ความสามารถไม่ค่อยมีความคงที่จนเข้าสู่ตอนปลายของชั้นประถม ยิ่งกว่านั้นถ้าถามปัญหาเกี่ยวกับสมมุติฐานต่างๆ เด็กจะยังไม่สามารถแก้ปัญหาที่เป็นนามธรรมซึ่งต้องใช้ความคิดในการค้นหาคำตอบได้ เขาจำเป็นต้องมีโอกาสมิ่ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม สัมผัส ต่จะต้อง เห็น และจัดกระทำวัตถุนั้น หรือรวบรวมประสบการณ์เฉพาะที่ผ่านมาเพื่อสามารถทำความเข้าใจและอธิบายให้กับตนเองหรือผู้อื่นได้

สรุปความสามารถของเด็กวัยนี้จะสามารถเข้าใจถึงหลักการของความคงที่ โดยเข้าใจว่าวัตถุแม้จะมีรูปร่างเปลี่ยนไปก็ยังคงมีปริมาตรเท่าเดิม เช่น ระดับน้ำและปริมาตรน้ำ สามารถคิดย้อนกลับได้ สามารถมีความเข้าใจเกี่ยวกับการเรียงลำดับจัดระเบียบ สามารถปฏิบัติตามคำสั่งเป็นขั้นเป็นตอน สามารถนำความคิดของตนไปสัมพันธ์กับผู้อื่นได้ในสภาพการณ์ง่าย ๆ สามารถสร้างภาพในใจอธิบายแผนที่เส้นทางได้

4) ระยะปฏิบัติการทางความคิดความเข้าใจเชิงนามธรรม (Formal Operational Stage) : 12 – 15 ปี เด็กเข้าสู่ขั้นตอนสุดท้ายของพัฒนาการทางความคิดความเข้าใจ สามารถเข้าใจสิ่งที่เป็นามธรรมมากขึ้น สามารถสร้างและทดสอบสมมุติฐาน สันนิษฐาน ตั้งข้อสรุป ตีความ การคิดเชิงนามธรรมเป็นความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบระเบียบ มีการพิจารณาตัวแปรต่างๆ ตัวอย่างเช่น 5 : 15 เท่ากับ 1 : 3 เป็นการเปรียบเทียบสัดส่วน เด็กจะสามารถเข้าใจและใช้ภาษาที่มีความซับซ้อน เช่น สุภาษิต “ดีเหล็กกำลังร้อน” การอุปมาอุปมัย “การผัดวันประกันพรุ่งเท่ากับเป็นการปล้นเวลาให้หมดไป” การใช้คำพูดเยาะเย้ยเสียดสี และสามารถวางรูปแบบความคิด ตั้งข้อสันนิษฐานมองหาทางเป็นไปได้ต่างๆ มีอุดมการณ์ อุดมคติ ความคิดฝัน ในบางครั้งสิ่งที่วัยรุ่นคิดอาจไม่สอดคล้องกับความเป็นจริงและยากต่อการนำมาปฏิบัติ เช่น การแก้ปัญหาสังคม อันอาจทำให้เกิดปัญหาความยากลำบาก แบบแผนพฤติกรรมความคิดใหม่ๆ จะค่อยๆ พัฒนาขึ้น แม้ว่าวัยรุ่นจะสามารถใช้ความคิดในเชิงนามธรรมได้ในบางครั้ง แต่เด็กส่วนใหญ่แก้ปัญหาได้โดยบังเอิญจากการลองผิดลองถูก จนกระทั่งใกล้จบชั้นมัธยมวัยรุ่นจะสามารถแก้ปัญหาได้โดยตั้งสมมุติฐาน ใช้ความคิดค้นหาทางแก้ และมีการทดสอบอย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่ทางออกที่มีประสิทธิภาพที่สุด

ตาราง 13 ลำดับขั้นและลักษณะพัฒนาการตามแนวความคิดของเพียเจต์

ขั้นพัฒนาการ	ลักษณะพัฒนาการ	ตัวอย่าง
ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (0–2 ปี)	พฤติกรรมมุ่งสู่เป้าหมาย (Objective Permanence) ภาพของวัตถุในความทรงจำ	มองหาของที่อยู่ข้างหลังแม่ เล่นของเล่นที่กดปุ่มแล้วเผลอขึ้นมา
ก่อนปฏิบัติการทางความคิดความเข้าใจเชิงรูปธรรม (2–7 ปี)	พัฒนาการความสามารถทางภาษาดำเนินไปอย่างรวดเร็ว สามารถใช้ภาษาได้อย่างกว้างขวาง มีความคิดเป็นสัญลักษณ์ ถูกครอบงำด้วยการรับรู้	เราจะไปซื้อขนม ซื้ไปที่กระจก เห็นรถพูดว่า “รถบรรทุก”
ปฏิบัติการทางความคิดความเข้าใจเชิงรูปธรรม (7–11 ปี)	มีความคิดเป็นเหตุเป็นผลต่อสิ่งที่เป็รูปธรรม	สรุปว่าของสองสิ่งเท่ากัน คือ มวลสารเท่ากัน แม้อีกอันจะดูใหญ่กว่า หากใส่ของสัมพันธ์กับของที่ลดลง

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นพัฒนาการ	ลักษณะพัฒนาการ	ตัวอย่าง
ปฏิบัติการทางความคิด ความเข้าใจเชิงนามธรรม (11 ปี–ผู้ใหญ่)	แบ่งประเภท จัดระเบียบแก้ปัญหาที่เป็น นามธรรมและปัญหาจากสมมุติฐาน	พิจารณาผลจาก สงครามโลกครั้งที่ 2 ถ้า ญี่ปุ่นแพ้สงคราม ตัดสินใจอย่างเป็นระบบว่า จะทำแก๊งได้ก็อย่าง จาก ปลา ไก่ และหมู

จากแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจท์ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น พบว่าความสามารถในการคิดของมนุษย์จะเพิ่มขึ้นตามวัยที่เปลี่ยนไป โดยมนุษย์จะสามารถคิดประมวลผลในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ดีเมื่ออายุตั้งแต่ 11 ปี ขึ้นไปจนถึงวัยผู้ใหญ่ และจะมีพัฒนาการทางด้านการคิดเพิ่มมากขึ้นตามประสบการณ์ที่ได้รับจากการสังเกต การฝึกหัด การเลียนแบบ และการถ่ายทอดด้วยวิธีการต่างๆ

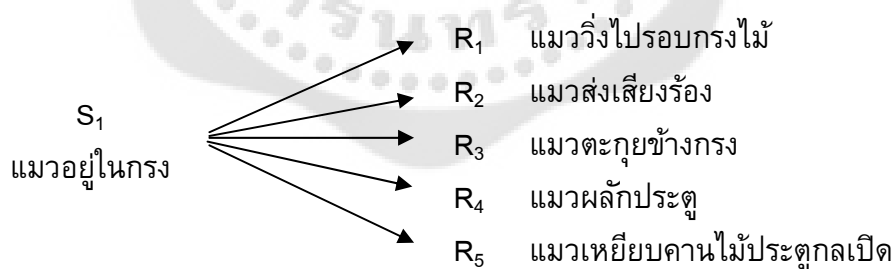
2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพฤติกรรมนิยม

ทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มพฤติกรรมนิยม (พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. 2554: 89–93) เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่ศึกษาการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนอง (Response) โดยอินทรีย์จะต้องสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองซึ่งจะนำไปสู่ความสามารถในการแสดงพฤติกรรมหรือการเรียนรู้ นักจิตวิทยาที่เป็นบุคคลสำคัญซึ่งเป็นต้นกำเนิดของทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ คือ พาฟลอฟ (Ivan Pavlov) ธอร์นไดร์ (Edward Thorndike) และสกินเนอร์ (B.F. Skinner) โดยพาฟลอฟ เป็นผู้เสนอทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบคลาสสิก (Classical conditioning theory) ธอร์นไดร์ เป็นผู้เสนอทฤษฎีความต่อเนื่อง (The Connection) และสกินเนอร์ เป็นผู้เสนอทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำ (Operant Conditioning Theory) ทั้งสามทฤษฎีนี้มีทฤษฎีที่น่าสนใจและมีความเกี่ยวข้องกับพัฒนาการทางพุทธิปัญญาของมนุษย์ ทฤษฎีดังกล่าวนี้คือทฤษฎีความต่อเนื่องหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่าทฤษฎีความสัมพันธ์เชื่อมโยงของธอร์นไดค์

ธอร์นไดค์ (Edward L. Thorndike : ค.ศ.1875–1949) นักจิตวิทยาชาวอเมริกาซึ่งได้รับการยกย่องว่าเป็นบิดาแห่งจิตวิทยาการศึกษา ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (Stimulus) กับการตอบสนอง (Response) ธอร์นไดค์ (Thorndike) เชื่อว่าการเรียนรู้เบื้องต้นของสิ่งมีชีวิตไม่ว่ามนุษย์หรือสัตว์จะใช้วิธีการเรียนรู้แบบลองผิดลองถูก (Trial and Error) กล่าวคือ อินทรีย์จะเรียนรู้ได้เมื่อเกิดปัญหาขึ้นและมีความต้องการที่จะแก้ปัญหา นั้น แล้วจึงลองแสดงพฤติกรรมตอบสนองออกไปหลายๆ วิธี เพื่อแก้ปัญหา จนกว่าอินทรีย์

จะพบวิธีการตอบสนองที่ได้ผลดีที่สุดแล้วจึงเลือกวิธีการที่เหมาะสมนั้นไว้ สำหรับใช้ในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าในครั้งต่อไป ดังนั้นธอร์นไดค์จึงสรุปว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ ด้วยการที่มนุษย์หรือสัตว์ได้เลือกเอาวิธีการตอบสนอง (Response) ที่ดีที่สุดเพื่อเชื่อมโยงกับสิ่งเร้า (Stimulus) ให้เหมาะสม เราจึงเรียกทฤษฎีของธอร์นไดค์ว่า ทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยง (Connectionism Theory) หรือ S-R Bond Theory

ธอร์นไดค์ได้ทำการทดลองโดยสร้างกรงไม้ที่มีประตูกล ที่พื้นกรงมีแผ่นไม้ซึ่งมีเชือกผูกโยงไปถึงประตู ถ้ากดแผ่นไม้เมื่อไรประตูกลจะเปิดออกทันที ในการทดลองธอร์นไดค์ได้นำแมวที่หิวมาตัวหนึ่งแล้วจับแมวที่กำลังหิวนี้ใส่เข้าไปในกรงไม้ที่มีประตูกล ข้างนอกกรงด้านประตูกลจะมีปลามาวางล่อไว้ ในระยะห่างจากกรงที่แมวพอจะเห็นได้แต่ไม่สามารถจะเข้าเท้าเข้าไปถึงสถานการณ์เช่นนี้แมวจะแสดงพฤติกรรมต่างๆ เพื่อหาทางออกจากกรงมากินปลา จนในที่สุดแมวไปเหยียบเอาแผ่นไม้ทำให้ประตูกลเปิด ธอร์นไดค์ทดลองเช่นนี้ทุกวัน วันละ 20 ครั้ง ภายหลังจากที่แมวถูกทดลองครบ 10 ครั้ง มันจะได้กินอาหารแล้วหยุดพักทันที ธอร์นไดค์ทำการทดลองเช่นนี้เป็นเวลา 5 วัน รวมการทดลองทั้งสิ้น 100 ครั้ง จากผลการทดลองพบว่าเมื่อเริ่มการทดลองใหม่แมวจะพยายามแสดงพฤติกรรมตอบสนองหลายวิธีอย่างเดาสุ่มเพื่อจะหาทางออกจากกรง จนกระทั่งไปเหยียบแผ่นไม้ที่มีเชือกผูกโยงไปถึงประตูและทำให้ประตูกลเปิดออกและสามารถออกไปกินอาหารได้ ในการทดลองครั้งต่อไปพบว่าแมวจะลดวิธีการตอบสนองต่างๆ ลงจนในที่สุดเมื่อการทดลองผ่านไปหลายสิบครั้ง แมวจะเหยียบแผ่นไม้เพื่อทำให้ประตูกลเปิดออกโดยไม่ต้องเสียเวลาให้วิธีการอื่นอีก ซึ่งธอร์นไดค์สรุปว่าแมวเกิดการเรียนรู้ขึ้นในการที่จะออกจากกรง โดยการเหยียบไม้กระดานเพื่อทำให้ประตูกลเปิด ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวเกิดขึ้นจากการที่แมวมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างแผ่นไม้กระดานกับการเปิดประตู



ภาพประกอบ 4 การทดลองของธอร์นไดค์

จากภาพประกอบ 4 จะเห็นว่าสิ่งเร้าเพียงอย่างเดียวคือเมื่อแมวถูกนำเข้าไปในกรง แมวจะแสดงการตอบสนองหลายวิธีและแมวจะตอบสนองเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเลือกวิธีการตอบสนองที่ได้ผลดีที่สุดแล้วจึงจะใช้วิธีการที่ได้ผลนั้นเพียงอย่างเดียว การทดลองของธอร์นไดค์สามารถสรุปเป็นกฎการเรียนรู้ที่สำคัญ 3 กฎ เรียกว่า กฎการเรียนรู้ที่สำคัญของธอร์นไดค์ (Thorndike's Major Laws of Learning) ดังนี้ (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 140–141)

1. กฎแห่งความพึงพอใจ หรือ กฎแห่งผล (Law of Effect) ธอร์นไดค์ได้สรุปการทดลองของเขาไว้ว่า อินทรีย์จะทำในสิ่งที่ก่อให้เกิดความพึงพอใจและจะหลีกเลี่ยงสิ่งที่ทำให้เขาไม่พึงพอใจ ธอร์นไดค์ได้เน้นถึงการใช้เทคนิคที่จะสร้างความพึงพอใจให้กับผู้เรียน เช่น การชม การให้รางวัล เป็นต้น

2. กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) การเรียนรู้จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพพร้อมที่จะเรียนหรือพร้อมที่จะทำกิจกรรม ความพร้อมในที่นี้รวมความถึงความพร้อมทางด้านร่างกาย สติปัญญา สังคม และอารมณ์ สำหรับความพร้อมในการเรียนรู้พอสรุปได้ดังนี้

ก. คนเราเมื่อพร้อมที่จะทำอะไร แล้วลงมือทำจึงจะเกิดผลดี

ข. คนเราเมื่อพร้อมที่จะทำอะไร แต่ไม่ได้ทำ จะเกิดความรำคาญใจ

ค. คนเราเมื่อไม่พร้อมที่จะทำอะไร แต่ถูกบังคับให้ทำ จะเกิดความไม่พอใจ

3. กฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) ประกอบด้วยกฎที่สำคัญ 2 ข้อ คือ

ก. กฎแห่งการใช้ (Law of Use) พฤติกรรมใดที่อินทรีย์ได้มีการกระทำอยู่เสมอๆ หรือมีการฝึกฝนเป็นประจำไม่ได้ทั้งช่วงไว้นาน อินทรีย์ย่อมจะเกิดทักษะและการกระทำพฤติกรรมนั้นได้ดี

ข. กฎแห่งการไม่ใช้ (Law of Disuse) พฤติกรรมใดก็ตามที่อินทรีย์ทิ้งช่วงไว้นาน อินทรีย์ย่อมจะเกิดการลืมหรือกระทำพฤติกรรมนั้นไม่ได้ดี

ธอร์นไดค์มีความเชื่อว่า การเรียนรู้จะได้ผลต้องอาศัยการได้ฝึกหรือทำซ้ำเสมอ เพราะการฝึกฝนจะทำให้พันธะ (Bond) ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองมั่นคงขึ้น ในทางตรงกันข้ามถ้าขาดการฝึกฝนก็จะทำให้พันธะระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองคลายความมั่นคง จนในที่สุดจะหมดไปทำให้การเรียนรู้ไม่เกิดขึ้น แต่อย่างไรก็ตามการฝึกฝนบ่อยๆ นี้ ผู้เรียนจะต้องมีความตั้งใจ ความสนใจ ความพร้อม และเป้าหมายเป็นพื้นฐานอยู่ก่อน มิฉะนั้นการเรียนรู้ก็ไม่มีประสิทธิภาพ

นอกจากกฎที่สำคัญ 3 ข้อ แล้ว ธอร์นไดค์ยังได้กล่าวถึงกฎย่อยอีก 5 ข้อ ดังนี้

1. กฎแห่งการตอบสนองหลายแบบ (Law of Multiple Responses) เมื่ออินทรีย์เผชิญกับปัญหาจะมีพฤติกรรมตอบสนองหลายๆ รูปแบบ แล้วในที่สุดจะเลือกการตอบสนองเพียงแบบเดียวที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างเป็นที่พอใจ

2. กฎแห่งทัศนคติและความเชื่อ (Law of Attitude Set or Disposition) ธอร์นไดค์เชื่อว่าอินทรีย์จะสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้ ก็ต่อเมื่อได้กำหนดจุดมุ่งหมายหรือต้องมีทัศนคติที่ดีต่อสิ่งนั้น จึงจะทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ เพราะทัศนคติจะเป็นตัวกำหนดแนวทางในการเรียนรู้และจะเป็นเครื่องตัดสินว่า อะไรคือความพอใจ และอะไรคือความไม่พอใจ

3. กฎการเลือกตอบสนอง (Law of Partial Activity) ธอร์นไดค์มีความเห็นว่าการเรียนรู้ของอินทรีย์จะเกิดจากการลองผิดลองถูกก็ตาม แต่การลองผิดลองถูกของมนุษย์ก็

จะอาศัยความคิดและสติปัญญามากกว่าสัตว์ ซึ่งคนเราจะเลือกวิธีแก้ไขปัญหามาที่ตนคิดว่าแก้ไขได้ดีที่สุดก่อน และถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาได้ จึงจะเลือกตอบสนองด้วยวิธีอื่นต่อไป

4. กฎแห่งความคล้ายคลึงและเปรียบเทียบ (Law of Assimilation of Analogy) สถานการณ์หรือเรื่องราวบางส่วนที่คล้ายคลึงกัน ย่อมเรียนรู้ได้ง่ายขึ้นโดยอาศัยแนวทางเดิมที่เคยใช้ได้ผลมาก่อน เพราะโดยปกติเมื่อคนเราเผชิญกับปัญหา ก็มักจะนำวิธีการแก้ไขปัญหามาประสบความสำเร็จในครั้งก่อนๆ มาวิเคราะห์เปรียบเทียบ เพื่อประยุกต์ใช้กับปัญหาที่พบต่อไป

5. กฎแห่งการถ่ายโยง (Law of Association Shifting) การเรียนรู้อย่างหนึ่งสามารถถ่ายโยงไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้ใหม่มีความสัมพันธ์กับความรู้เดิม เพราะคนเราจะเรียนรู้ได้สะดวกและรวดเร็วขึ้น ถ้าเรื่องราวหรือสถานการณ์นั้นสัมพันธ์กับสิ่งที่คุ้นเคยมาในอดีต

ในการจัดการเรียนการสอนนั้น ครูสามารถนำแนวคิดของธอร์นไคด์ไปใช้ได้ ดังนี้ (พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. 2554: 93)

1. การจัดสิ่งเร้าที่จะกระตุ้นให้เด็กเกิดการตอบสนองเพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจ โดยการให้การเสริมแรงทางบวก เพื่อให้เด็กเกิดความพึงพอใจในการเรียนการสอน
2. จัดหาอุปกรณ์ที่น่าสนใจเหมาะแก่การเรียนรู้เพื่อให้เด็กรู้สึกพึงพอใจในการเรียนการสอน
3. ในวิชาประเภททักษะควรให้เด็กได้มีโอกาสฝึกปฏิบัติหรือทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ จนทำได้คล่องแคล่วและเกิดแรงจูงใจ มีความสนใจ สามารถเข้าถึงเป้าหมายและคุณค่าของสิ่งที่ทำนั้น โดยมีครูผู้สอนคอยให้ข้อมูลย้อนกลับในการฝึกทักษะนั้นๆ ด้วย ทั้งนี้เพราะเด็กในวัยนี้ต้องการได้รับการฝึกฝนให้เกิดทักษะ
4. การฝึกฝนไม่ควรกระทำนานๆ จนเด็กรู้สึกจำเจซ้ำซากและเกิดความเบื่อหน่ายเพราะเด็กในวัยนี้มีช่วงความสนใจต่ำ เมื่อรู้สึกว่าการจดความสนใจในสิ่งที่ได้ฝึกฝนมาช่วงเวลาหนึ่งแล้วควรเปลี่ยนกิจกรรมเป็นอย่างอื่นหรือจัดกิจกรรมหลากหลายให้เด็กได้มีโอกาสฝึกทักษะอื่นๆ ต่อไป
5. หลีกเลี่ยงสถานการณ์ที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความวิตกกังวลหรือเกิดความเครียด เช่น ไม่เปรียบเทียบผู้เรียนกับเพื่อนๆ เพราะจะทำให้เขาเกิดความรู้สึกด้อย หรือไม่ลงโทษต่อหน้าเพื่อนๆ จำนวนมาก เป็นต้น

จากทฤษฎีความต่อเนื่องหรือทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยงของธอร์นไคด์ ซึ่งเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มพฤติกรรมนิยมที่ได้กล่าวมาข้างต้น มีแนวคิดที่น่าสนใจเกี่ยวกับกฎการเรียนรู้ที่สำคัญของธอร์นไคด์ ซึ่งส่งผลต่อพัฒนาการทางพุทธิปัญญาของผู้เรียน คือ กฎการฝึกหัด (Law of Exercise) เนื่องจากการเรียนรู้ที่ได้ผลดีต้องอาศัยการได้ฝึกหรือทำซ้ำเสมอ เพราะการฝึกฝนจะทำให้พันธะ (Bond) ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองมั่นคงขึ้น ในทางตรงกันข้ามถ้าขาดการฝึกฝนก็ทำให้พันธะระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองคลายความมั่นคง จนในที่สุดจะหมดไปทำให้การเรียนรู้ไม่เกิดขึ้น ทำให้การจัดการเรียนรู้ของวิชาที่ต้องใช้ทักษะ เช่น วิชาคณิตศาสตร์ จึงควรให้

เด็กได้มีโอกาสฝึกปฏิบัติหรือทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ จนทำได้อย่างคล่องแคล่วเพราะเด็กต้องได้รับการฝึกฝนให้เกิดทักษะ เพื่อนำทักษะและความรู้ดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนได้

2.3 ความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยามีความสนใจศึกษาเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual difference) มาเป็นเวลานาน เช่น การศึกษาความแตกต่างระหว่างเชาวน์ปัญญาของบุคคล ความแตกต่างทางความคิด ความแตกต่างทางบุคลิกภาพ ความแตกต่างระหว่างเพศ เป็นต้น นักจิตวิทยาที่ศึกษาเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้แบ่งความแตกต่างระหว่างบุคคลออกเป็น 2 ประเภท คือ (สุรางค์ โคว์ตระกูล. 2553: 131)

1) ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Inter-individual differences) หมายถึง ความแตกต่างทางลักษณะและคุณสมบัติต่างๆ ระหว่างบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ความแตกต่างนี้อาจเป็นความแตกต่างทางเชาวน์ปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ หรือความแตกต่างชนิดอื่น

2) ความแตกต่างภายในตัวบุคคล (Intra-individual differences) นักจิตวิทยาพบว่าแต่ละบุคคลมีความแตกต่างภายในตัว เช่น นักเรียนบางคนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง แต่มีความสามารถทางภาษาต่ำ เป็นต้น

ความแตกต่างระหว่างบุคคลดังกล่าว อาจส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรม ความคิด การกระทำ ฯลฯ ของบุคคลที่ต่างกันด้วย ความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้คือ

2.3.1 ความแตกต่างระหว่างบุคคลทางเชาวน์ปัญญาและความถนัด

2.3.1.1 ความหมายของเชาวน์ปัญญา

เมื่อกล่าวถึงคำว่า “เชาวน์ปัญญา” มีนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายของคำดังกล่าวไว้แตกต่างกัน ศาสตราจารย์แมคเนมาร์ (McNemar) แห่งมหาวิทยาลัยแอสตันฟอร์ด ได้ศึกษาคำจำกัดความของคำว่าเชาวน์ปัญญา และสรุปความหมายของเชาวน์ปัญญาที่มีนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายไว้ออกเป็น 4 กลุ่ม ดังต่อไปนี้คือ (สุรางค์ โคว์ตระกูล. 2553: 97–98)

กลุ่มที่ 1 ให้คำจำกัดความของเชาวน์ปัญญาว่าเป็นความสามารถในการปรับตัว (Adaptability) ให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม

กลุ่มที่ 2 เน้นความหมายของเชาวน์ปัญญาว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา (Problem solving) บุคคลที่มีเชาวน์ปัญญาสูงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่าบุคคลที่มีเชาวน์ปัญญาต่ำ

กลุ่มที่ 3 เชาวน์ปัญญาว่า คือ ความสามารถในการคิดแบบนามธรรม

กลุ่มที่ 4 เชาวน์ปัญญา คือ ความสามารถในการเรียนรู้ คนที่มีเชาวน์ปัญญาสูงจะสามารถเรียนรู้ได้เร็วกว่าคนที่มีเชาวน์ปัญญาต่ำ

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าไม่มีคำจำกัดความใดที่จะให้ความหมายของคำว่า “เชาวน์ปัญญา” ได้อย่างสมบูรณ์ แต่จากความหมายทั้งหมดดังกล่าวอาจสรุปรวมได้ว่าเชาวน์ปัญญา เป็นความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหา การคิด การเรียนรู้ และความสามารถในการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม บุคคลแต่ละคนนั้นจะมีความแตกต่างกันทางเชาวน์ปัญญา ซึ่งส่งผลให้มีความสามารถในการแก้ปัญหา การคิด การเรียนรู้ และความสามารถในการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมที่ต่างกัน ดังนั้นในการทำการสอนนักเรียนผู้สอนต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างนักเรียนแต่ละคนในด้านเชาวน์ปัญญาและทำการออกแบบการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาที่แตกต่างกัน เพื่อให้การสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

2.3.1.2 ทฤษฎีเชาวน์ปัญญา

มีนักจิตวิทยาหลายท่านได้ค้นคว้าเกี่ยวกับเชาวน์ปัญญาและเสนอเป็นทฤษฎีไว้หลายทฤษฎี ในที่นี้จะขอแนะนำเฉพาะทฤษฎีที่สำคัญที่มีผู้เสนอไว้ทั้งหมด 5 ทฤษฎี ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) ทฤษฎีเอกนิยมหรือทฤษฎีองค์ประกอบเดียว (Unifactor theory)

อัลเฟรด บิเนต (Alfred Binet) เป็นผู้นำเสนอทฤษฎีเชาวน์ปัญญานี้เป็นครั้งแรก โดยอธิบายว่าเชาวน์ปัญญาเป็นความสามารถทั่วไปที่เป็นความสามารถรวม ไม่สามารถแยกจากกันได้ เพราะประกอบด้วยองค์ประกอบเดียว คือ องค์ประกอบทั่วไป (General factor ตัวย่อ G-Factor) (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 65-66) ที่ เป็นความสามารถในการคิดแบบนามธรรมเพียงอย่างเดียว ซึ่งองค์ประกอบดังกล่าวนี้จะพัฒนาไปตามวุฒิภาวะของแต่ละบุคคล (นันทา สุรักษา. 2544: 90)

2) ทฤษฎีสองตัวประกอบ (Two factors theory)

สเปียร์แมน (Charles Spearman) เป็นผู้นำเสนอทฤษฎีนี้ สเปียร์แมนได้อธิบายว่าเชาวน์ปัญญาประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบ (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 66) คือ

2.1) องค์ประกอบทั่วไป (General factor ตัวย่อ G-Factor) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานของบุคคลในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ทั่วไป เช่น ปฏิภาณ ไหวพริบ และการสังเกต เป็นต้น

2.2) องค์ประกอบเฉพาะ (Specific factor ตัวย่อ S-Factor) เป็นความสามารถเฉพาะของบุคคลที่ใช้เฉพาะในการทำกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งโดยเฉพาะ เช่น ความสามารถทางภาษา ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางดนตรี เป็นต้น ซึ่งความสามารถเหล่านี้แต่ละบุคคลมีต่างกัน

3) ทฤษฎีหลายตัวประกอบ (Multiple factors theory)

มีนักจิตวิทยาหลายท่านที่ได้เสนอทฤษฎีนี้แต่ทฤษฎีที่มีความสำคัญและเป็นที่ยอมรับมากกว่าทฤษฎีอื่น มีเพียง 2 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีของธอร์นไคค์ และทฤษฎีของ

เธอร์สโตน โดยมีรายละเอียดของแต่ละทฤษฎี ดังต่อไปนี้ (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 67–69)

3.1) ทฤษฎีของธอร์นไดค์ (Thorndike's theory) ทฤษฎีนี้ถูกนำเสนอโดยธอร์นไดค์ ซึ่งเขาอธิบายว่าเชาวน์ปัญญาประกอบด้วยความสามารถ 3 ด้าน คือ ความสามารถในการคิดเชิงนามธรรม (Abstract ability) ความสามารถในการด้านเครื่องจักรกล (Mechanical ability) และความสามารถในการปรับตัวอยู่ในสังคม (Social ability)

3.2) ทฤษฎีของเธอร์สโตน (Thurstones' theory) ทฤษฎีนี้กล่าวว่าความสามารถทางสมองของมนุษย์หรือเชาวน์ปัญญาประกอบด้วยความสามารถทางสมองย่อยๆ หลายอย่าง ซึ่งเรียกว่าความสามารถทางสมองขั้นปฐมภูมิ (Primary mental abilities) ที่ประกอบไปด้วยความสามารถ 7 ประการ คือ ความสามารถด้านความเข้าใจภาษา ความสามารถในการใช้คำอย่างคล่องแคล่ว ความสามารถด้านการใช้ตัวเลข ความสามารถในการมองเห็นภาพมิติ ความสามารถทางด้านการไวต่อการรับรู้ ความสามารถทางความจำ และความสามารถทางด้านเหตุผล

4) ทฤษฎีโครงสร้างเชาวน์ปัญญาสามมิติของกิลฟอร์ด (Guilford's theory) กิลฟอร์ดได้นำเสนอรูปแบบโครงสร้างทางเชาวน์ปัญญา (Model of structure of intellect) หรือที่เรียกสั้นๆ ว่า SL model โดยแยกลักษณะทางเชาวน์ปัญญาออกเป็นกิจกรรมทางสมอง 3 มิติ (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 70) ซึ่งประกอบไปด้วยมิติด้านเนื้อหา แบ่งออกเป็นการรับรู้ทางการได้ยิน การรับรู้ด้วยสายตา สัญลักษณ์ ภาษา และพฤติกรรม มิติด้านวิธีการ แบ่งออกเป็นความเข้าใจ ความจำ การคิดแบบอเนกนัย การคิดแบบเอกนัย และการประเมิน และมิติด้านผล แบ่งออกเป็นหน่วย การจำแนกกลุ่ม ความสัมพันธ์ ระบบ การแปลงรูป และการประยุกต์ใช้ ซึ่งเชาวน์ปัญญาเป็นผลมาจากการรวมกันของกิจกรรมทางสมองทั้ง 3 มิติ (นันทา สุรักษา. 2544: 92)

5) ทฤษฎีการจัดกลุ่มและอันดับ (Hierarchical theory) นักจิตวิทยาชาวอังกฤษชื่อเบิร์ท (Burt) และเวอร์นอน (Vernon) ได้นำแนวความคิดของสเปียร์แมนเกี่ยวกับทฤษฎีเชาวน์ปัญญามาวิเคราะห์ให้ละเอียดยิ่งขึ้น และจัดกลุ่มอันดับใหม่ ทฤษฎีนี้อธิบายว่าเชาวน์ปัญญาเป็นพฤติกรรมทางสมองของมนุษย์ จำแนกเป็น 2 ลักษณะ คือ เชาวน์ปัญญาที่เป็นอิสระปราศจากการเรียนรู้และประสบการณ์ (Fluid intelligence) ซึ่งเป็นเชาวน์ปัญญาที่ได้รับการถ่ายทอดมาจากพันธุกรรม และเชาวน์ปัญญาที่ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และการเรียนรู้ (Crystallized intelligence) ซึ่งเป็นเชาวน์ปัญญาที่เป็นผลจากการเรียนรู้ วัฒนธรรม ประสบการณ์ และสิ่งแวดล้อม (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 75–76) ทฤษฎีนี้ได้เน้นความสำคัญของเชาวน์ปัญญาที่ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และการเรียนรู้มากกว่าเชาวน์ปัญญาที่เป็นอิสระปราศจากประสบการณ์ และได้อธิบายว่าความสามารถของบุคคลประกอบไปด้วยองค์ประกอบทั่วไป (General factor ตัวย่อ G-Factor) ซึ่งแตกแขนงออกเป็นองค์ประกอบใหญ่ 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบด้านภาษาและการศึกษา แบ่งเป็นองค์ประกอบในการเข้าใจพัฒนาการทางภาษา และองค์ประกอบด้านการใช้ตัวเลขและความสามารถทางคณิตศาสตร์ กับองค์ประกอบทางการปฏิบัติ ซึ่งแตกแขนงออกเป็นองค์ประกอบใหญ่ 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบทางด้านการรับรู้ภาพมิติต่างๆ อย่างเป็นเหตุผล และองค์ประกอบด้านความสามารถและความเข้าใจทางเครื่องจักรกล (พาสนา จุลรัตน์. 2548: 75–76)

จากทฤษฎีเกี่ยวกับเชาวน์ปัญญาที่ได้กล่าวมาทั้งหมด พบว่าความสามารถทางด้านตัวเลขหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบหนึ่งในเชาวน์ปัญญาของมนุษย์ และแนวคิดเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ที่ได้กล่าวไว้ว่าบุคคลมีความแตกต่างกัน และสิ่งหนึ่งที่บุคคลมีความแตกต่างกัน คือ เชาวน์ปัญญา ความสามารถทางด้านตัวเลขหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มนุษย์แต่ละคนมีแตกต่างกัน

2.3.1.3 ความหมายของความถนัด

เมื่อก้าวถึงคำว่า “ความถนัด (Aptitude)” มีผู้ให้ความหมายของความถนัดไว้ดังนี้

พาสนา จุรรัตน์ (2548: 97) ให้ความหมายของ ความถนัด ไว้ว่าเป็น ศักยภาพของบุคคลในการกระทำกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อบุคคลได้รับการฝึกฝน และจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม

ล้วน และ อังคณา สายยศ (2541: 17) ให้ความหมายของ ความถนัด ว่าเป็นความสามารถที่บุคคลได้รับประสบการณ์ ฝึกฝนตนเอง และมีการสั่งสมไว้จนเกิดทักษะพิเศษ แสดงเด่นชัดด้านใดด้านหนึ่งพร้อมที่จะปฏิบัติกิจกรรมนั้นได้อย่างดี

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2549: 45) ให้ความหมายของ ความถนัด ว่าเป็นสมรรถภาพพื้นฐานทางสมองที่มีอยู่ในตัวบุคคล มีลักษณะเป็นกลุ่มของสมรรถภาพ ซึ่งเกิดจากการสั่งสมประสบการณ์ และมีผลต่อการเรียนรู้ และความสำเร็จในอนาคต

จากความหมายของความถนัดที่มีผู้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าความถนัด หมายถึง ความสามารถหรือศักยภาพที่เป็นสมรรถภาพพื้นฐานที่มีอยู่ในตัวบุคคลในการทำกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งความสามารถหรือศักยภาพเหล่านี้ได้จากการสั่งสมประสบการณ์ และการฝึกฝนของบุคคล

2.3.1.4 ประเภทของความถนัด

พาสนา จุรรัตน์ (2548: 98) กล่าวว่านักจิตวิทยาได้แบ่งความถนัดออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1) ความถนัดทางการเรียน (Scholastic Aptitude) ซึ่งเป็นความสามารถในการเรียนรู้วิชาการต่างๆ ได้ดีและมีประสิทธิภาพ ความถนัดทางการเรียนนี้มีความสัมพันธ์กับระดับเชาวน์ปัญญาของบุคคล กล่าวคือบุคคลที่มีเชาวน์ปัญญาสูงมักจะมี ความถนัดทางการเรียนสูงด้วยเช่นกัน

2) ความถนัดเฉพาะหรือความถนัดพิเศษ (Specific Aptitude) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการทำกิจกรรมหรือทักษะเฉพาะอย่าง และมีความสัมพันธ์กับเชาวน์ปัญญาน้อย ความถนัดเฉพาะนี้สามารถจำแนกออกเป็นด้านต่างๆ ได้ทั้งหมด 8 ด้าน ดังต่อไปนี้ (พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. 2544: 49–50)

2.1) ความถนัดทางด้านประสาทสัมผัส บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้จะมีประสาททางตาและทางหูเป็นพิเศษ และสามารถรับรู้ความรู้สึกต่าง ๆ ได้ดี

2.2) ความถนัดทางด้านการเคลื่อนไหว บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้จะมีความสามารถในการใช้งานและเคลื่อนไหวอวัยวะต่าง ๆ ของร่างกายได้อย่างคล่องแคล่ว

2.3) ความถนัดทางด้านความจำและความคิด บุคคลที่มีความถนัดทางด้านความจำนี้มักจะได้เปรียบในเรื่องของการเรียนรู้ เพราะสามารถจำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปอย่างถูกต้องและเป็นระยะเวลานาน และบุคคลที่มีความถนัดทางด้านความคิดมักจะคิดพิจารณาสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล และมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้ดี โดยขึ้นอยู่กับประสบการณ์และการได้รับการฝึกฝนของบุคคลนั้นด้วย

2.4) ความถนัดทางด้านการคำนวณ บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้มักจะสามารถคิดคำนวณตัวเลขได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง สนุกกับการคิดคำนวณ และมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

2.5) ความถนัดทางด้านภาษา บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้จะสามารถใช้ภาษาได้ดี ทั้งการพูด การอ่าน การเขียน การใช้คำศัพท์ การสนทนาต่าง ๆ และมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในอาชีพที่ต้องใช้ความสามารถทางด้านภาษา

2.6) ความถนัดทางด้านศิลปะ บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้จะสามารถทำงานที่เกี่ยวข้องกับศิลปะ เช่น การวาดรูป การปั้น การแกะสลัก การร้องเพลง หรือการฟ้อนรำได้ดี

2.7) ความถนัดทางด้านการใช้มือ บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้มักจะสามารถทำงานที่ต้องใช้มือได้ดี เช่น การทำงานเกี่ยวกับเครื่องยนต์ การฝีมือ หรืองานที่ต้องอาศัยความละเอียด ประณีต

2.8) ความถนัดทางด้านงานเสมียน บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้มักจะมีความสามารถในการพิมพ์ดีด การจัดเอกสาร เตรียมการประชุม มีความคล่องแคล่วในการทำงาน โดยเฉพาะงานธุรการ

จากประเภทของความถนัดที่ได้กล่าวมาข้างต้น พบว่าความถนัดทางด้านการคำนวณเป็นความถนัดเฉพาะหรือความถนัดพิเศษด้านหนึ่งที่บุคคลอาจมีแตกต่างกัน บุคคลที่มีความถนัดทางด้านนี้มักจะสามารถคิดคำนวณตัวเลขได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง สนุกกับการคิดคำนวณ และมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งความถนัดดังกล่าวส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2.3.1.5 การจัดการสอนสำหรับนักเรียนที่มีเชาว์ปัญญาแตกต่างกัน

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2553: 143–145) กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนของครูให้กับนักเรียนในห้องเรียนว่า ในการสอนโดยทั่วไปครูส่วนใหญ่จะคิดถึงนักเรียนทั้งห้องเป็นส่วนรวมและมักจะตั้งความคาดหวังว่านักเรียนส่วนมากจะเกิดการเรียนรู้ แต่กลับมีครูเพียง

จำนวนน้อยที่คิดถึงนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาชั้นอัจฉริยะ และนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำกว่าปานกลาง ซึ่งที่จริงแล้วนักเรียนสองประเภทนี้ต้องการความช่วยเหลือจากครูเป็นพิเศษ นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาชั้นอัจฉริยะมักจะมีเบื่อหน่ายเพราะบทเรียนง่ายเกินไป ถ้าหากโรงเรียนไม่จัดโปรแกรมหรือแผนการเรียนให้เป็นพิเศษ นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาชั้นอัจฉริยะอาจมีพฤติกรรมต่อไปนี้

- 1) ขาดความสนใจในบทเรียน
- 2) อาจแสดงพฤติกรรมก่อกวน เนื่องจากทำงานเสร็จและไม่มีอะไรทำ
- 3) ไม่มีแรงจูงใจในการทำงาน เนื่องจากครูให้ทำงานง่ายเกินไปและไม่

ท้าทายให้สนใจ

ในการบ่งชี้ว่าเด็กคนใดเป็นเด็กอัจฉริยะ นอกจากการใช้คะแนนจากแบบทดสอบ IQ แล้ว เด็กอัจฉริยะจะมีคุณสมบัติพิเศษที่ครูอาจใช้เป็นเกณฑ์ในการบ่งชี้นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาชั้นอัจฉริยะ ในด้านวิชาการเด็กอัจฉริยะมักจะเรียนเก่งทุกวิชา มีความคิดสร้างสรรค์ และมักจะเป็นผู้ที่มีความสามารถในการเป็นผู้นำ ทางโรงเรียนอาจจะรวบรวมพฤติกรรมเฉพาะของเด็กอัจฉริยะทำเป็นบัญชีให้ครูใช้เป็นเกณฑ์เพื่อช่วยชี้ตัวนักเรียนที่เป็นเด็กอัจฉริยะ ตัวอย่างเกณฑ์พฤติกรรมของเด็กอัจฉริยะที่โรงเรียนรัฐบาล เมืองซานฟรานซิสโก รัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกาได้มอบแก่ครู เพื่อใช้ช่วยในการชี้ตัวนักเรียนที่เป็นเด็กอัจฉริยะดังนี้

- 1) เป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้นที่จะอ่านหนังสือทุกประเภท
- 2) เป็นผู้ที่มีความสนใจและกระตือรือร้นที่จะเรียนรู่วิทยาศาสตร์หรือ

วรรณคดี

- 3) ได้รับรางวัลเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์ ศิลปะ หรือวรรณคดี
- 4) มีความรวดเร็ว ว่องไว ในการตอบคำถาม
- 5) เป็นผู้ที่เรียนดีเด่นทางคณิตศาสตร์
- 6) เป็นผู้ที่มีความสนใจกว้างขวาง
- 7) เป็นผู้ที่ชอบเสี่ยงหรือทดลองสิ่งใหม่ๆ
- 8) เป็นผู้ที่มีอารมณ์มั่นคงไม่หวั่นไหวง่าย
- 9) เป็นผู้นำของเพื่อนร่วมวัย
- 10) เป็นผู้ที่ชอบทำอะไรด้วยตนเอง
- 11) มีความเชื่อมั่นในตนเองสูง
- 12) มีวินัยในตนเอง และไม่ต้องให้มีผู้อื่นคอยบังคับ
- 13) เป็นผู้มีความคิดริเริ่ม สามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างฉลาด
- 14) มีความคิดสร้างสรรค์ สามารถเห็นความเชื่อมโยงสิ่งต่างๆ และมี

ความคิดที่แปลกและใหม่

- 15) สามารถที่จะแสดงออกได้ดีทั้งทางด้านการพูดและกิริยาท่าทาง

- 16) สามารถที่จะเล่าเรื่องที่คิดขึ้นเองจากจินตนาการ
- 17) เป็นผู้ที่ช่างซักถาม
- 18) ชอบใช้ความคิดพิจารณา
- 19) กระตือรือร้นเกี่ยวกับสิ่งที่ตนค้นพบใหม่
- 20) แสดงความตื่นตัวในน้ำเสียงเวลาที่เล่าถึงสิ่งที่ตนค้นพบใหม่ๆ

โปรแกรมการศึกษาของสหรัฐอเมริกา ได้จัดให้เด็กอัจฉริยะมี 3 ประเภท คือ (1) การข้ามชั้น (2) การจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ และ (3) การแบ่งกลุ่มสอน ซึ่งรายละเอียดของแต่ละโปรแกรมการศึกษาดังกล่าว มีดังต่อไปนี้

1) การข้ามชั้น (Acceleration) หมายถึง การอนุญาตให้นักเรียนที่เรียนเก่งมากข้ามชั้นตอนกลางปี หรือกระโดดชั้นตอนปลายปี ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนเก่งมากได้คะแนนดีทุกวิชาตอนสอบไล่ชั้นประถมปีที่ 3 อาจจะกระโดดไปเรียนประถมปีที่ 5 โดยไม่ต้องผ่านชั้นประถมปีที่ 4 นักการศึกษาส่วนมากไม่ชอบวิธีนี้เพราะเกรงว่านักเรียนจะปรับตัวลำบากในด้านอารมณ์และสังคม แต่จากการวิจัยแบบการศึกษาระยะยาว พบว่านักเรียนที่เรียนข้ามชั้นสามารถปรับตัวให้เข้ากับสังคมและการเปลี่ยนแปลงของตนเองได้ดี ในประเทศไทยในขณะนี้ได้ยกเลิกการข้ามชั้น ของผู้เรียนไปแล้ว ยกเว้นนักเรียนที่มีความอัจฉริยะและมีความโดดเด่นเป็นพิเศษ ที่สามารถจะเรียนข้ามชั้นได้แต่ทั้งนี้ต้องผ่านความเห็นชอบจากทางโรงเรียน ครูผู้สอน ผู้ปกครอง และความต้องการของนักเรียนเอง

2) การจัดโปรแกรมเสริมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ (Enrichment program) การจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้แก่นักเรียนอัจฉริยะ นอกเหนือไปจากหลักสูตรของแต่ละวิชา เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กอัจฉริยะได้เรียนวิชาแต่ละวิชาตามความสามารถของตนไม่ต้องคอยนักเรียนอื่นๆ ดังนั้นนักเรียนอัจฉริยะจะจบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายด้วยเวลาน้อยกว่า 12 ปี การจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ให้แก่นักเรียนอัจฉริยะมีหลายแบบแต่ที่น่าสนใจและอาจจะนำไปปฏิบัติในโรงเรียนได้ คือ วิธีการของเร็นชัลลี ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นแรก ประกอบด้วยการจัดกิจกรรมและสภาพห้องเรียนให้นักเรียนมีโอกาสสำรวจให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสเท่ากัน โดยใช้เนื้อหาในหลักสูตร แต่จัดอุปกรณ์การสอนและประสบการณ์ที่ท้าทายความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนสำรวจและค้นพบ ครูอาจจะส่งเสริมให้นักเรียนเฝ้าหาความรู้นอกห้องเรียนด้วย โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ความสนใจและแรงจูงใจของนักเรียนขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูจะสามารถสังเกตว่านักเรียนคนใดสนใจในวิชาอะไร และอาจจะชี้ตัวคนที่มีความสามารถเด่นกว่าคนอื่น ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 และ 3 ต่อไป

ขั้นที่สอง ของการจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ของเร็นชัลลี คือ การจัดการสอนเป็นกลุ่ม (Group training activities) หลังจากทีครูสามารถแบ่งกลุ่มนักเรียนตามความสนใจและความสามารถจากการสังเกตการทำงาน of นักเรียนในขั้นแรกแล้ว ครู

จะต้องหาวิธีสอนที่เหมาะสมรวมทั้งจัดกิจกรรมและอุปกรณ์การสอน การสอนให้นักเรียนคิดเป็นสิ่งสำคัญในขั้นนี้ ครูอาจจะเน้นและส่งเสริมความคิดแบบอเนกนัยของกิลฟอร์ด คือ เน้นในเรื่องความคิดริเริ่ม ความคล่อง และการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อม และการรู้จักวางแผนอย่างละเอียด หรือใช้วิธีสอนที่ส่งเสริมนักเรียนให้มีความรู้ขั้นสูง เช่น ให้รู้จักตลอดคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และรู้จักนำความรู้ที่เรียนรู้ไปประยุกต์ รวมทั้งรู้จักประเมินผลงานที่ทำ เป็นต้น

ขั้นที่สาม ของการจัดโปรแกรมพิเศษเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ให้ดีขึ้นของเร็นซัลลี คือ การเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มได้สำรวจตรวจสอบปัญหาของชีวิตจริง (Individual and small group investigations of real problems) ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่สำคัญ 4 ประการ คือ

- (1) สามารถชี้ตัวนักเรียนว่าคนไหนมีความสนใจอะไร
- (2) ช่วยนักเรียนวางแผนการเรียนรู้ เริ่มจากการเขียนจุดประสงค์เฉพาะ กิจกรรม และวิธีการที่จะใช้ในการค้นคว้าหาความรู้ทั้งระยะสั้นและระยะยาว
- (3) ช่วยนักเรียนสรุปผลงานที่ทำ โดยช่วยแนะนำวิธีเขียนรายงานผลของการค้นคว้าเพื่อประกาศให้ผู้อื่นทราบ
- (4) พัฒนาและสร้างบรรยากาศห้องเรียนให้เหมือนห้องปฏิบัติการในการค้นคว้าหาความรู้แม้ว่าการจัดโปรแกรมพิเศษของเร็นซัลลีจะเน้นเกี่ยวกับการสำรวจ และการแก้ปัญหาของชีวิตจริง แต่ในทางปฏิบัติทางโรงเรียนอาจจะใช้หัวข้อบทเรียนในหลักสูตรเป็นจุดเริ่มต้น แต่พยายามส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดอเนกนัย คิดแก้ปัญหา โดยใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ ข้อสำคัญที่สุด ครูควรจะรู้จักนักเรียนว่ามีความสนใจอะไรบ้าง และพยายามส่งเสริมไม่ว่าจะเป็นวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ศิลปะ หรือภาษา นักเรียนควรจะมีโอกาสที่จะเรียนรู้ตามศักยภาพของตนเอง

3) การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสอนตามความสามารถ การช่วยเหลือเด็กอัจฉริยะวิธีนี้ ได้แก่ การจัดกลุ่มนักเรียนของแต่ละห้องเรียนออกเป็นกลุ่มที่เก่งมาก กลุ่มที่มีความสามารถปานกลาง และกลุ่มที่มีความสามารถต่ำกว่าปานกลางในโรงเรียนประถมศึกษา การแบ่งกลุ่มสอนตามความสามารถมักจะแบ่งตามระดับความสามารถในวิชาต่างๆ เช่น การอ่าน การคิดเลข และการเขียน เด็กคนหนึ่งอาจจะอยู่ในกลุ่มที่เก่งมากในการคิดเลข แต่อยู่ในกลุ่มที่มีความสามารถปานกลางในการอ่าน เป็นต้น โดยปกติแม้การแบ่งกลุ่มตามความสามารถในระดับประถมศึกษาเป็นการแบ่งที่ไม่คงตัว เด็กอาจย้ายจากกลุ่มปานกลางไปในกลุ่มที่มีความสามารถสูงได้ ถ้าหากครูสังเกตว่าเด็กทำได้ดีกว่าคนอื่นในกลุ่มปานกลางในโรงเรียนมัธยมศึกษา การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสอนตามความสามารถมักจะทำได้ยาก เพราะครูจะต้องเพิ่มงานขึ้นมาก ในประเทศไทยการแบ่งกลุ่มสอนตามความสามารถทำได้ในโรงเรียนที่มีนักเรียนเป็นจำนวนมาก การแบ่งกลุ่มนักเรียนทำโดยใช้คะแนนสอบเข้า ตัวอย่างเช่น โรงเรียนที่มีนักเรียนสมัครสอบเข้าเรียนหลายพันคน ทางโรงเรียนสามารถแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มหรือชั้นเรียนตามความสามารถ ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าปานกลาง รวมทั้งนักเรียนอัจฉริยะได้เรียนร่วมกันในห้อง

เดียวกัน ทำให้นักเรียนมีการแข่งขันกัน อัตราความเร็วในการสอนของครูก็เป็นไปตามความสามารถของนักเรียน เพราะไม่ต้องมีนักเรียนที่ไม่เก่งถ่วงไว้ ทำให้นักเรียนที่เก่งมีความสนใจในการเรียนและไม่เบื่อหน่าย อย่างไรก็ตามครูจะต้องเป็นผู้ที่ใช้การสังเกตดูว่ามีนักเรียนคนใดที่ท้อเร็วก่อน และควรเตรียมกิจกรรมพิเศษของวิชานั้นให้ทำแต่จะต้องเป็นงานที่ทำหายระดับสติปัญญาของเด็กชั้นมัธยมศึกษา

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น พบว่าปัจจัยทำให้นักเรียนมีความสามารถทางการคิดแก้ปัญหาและการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ต่างกัน คือ เชวชนปัญญาหรือสติปัญญาและความถนัด ซึ่งได้มีผู้เสนอแนวทางในการแก้ปัญหาในการสอนนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาที่แตกต่างกันไว้ 3 แนวทาง แต่ที่เห็นได้ชัดและมีการปฏิบัติในโรงเรียนโดยทั่วไป คือ การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสอนตามความสามารถ และความถนัดด้วยการใช้คะแนนสอบเข้าเป็นเกณฑ์ในการจัดกลุ่มเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งโรงเรียนจะใช้คะแนนสอบเข้าเป็นเกณฑ์ในการจัดห้องเรียนและแผนการเรียนให้กับนักเรียน แผนการเรียนของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนั้นจะยังไม่มีหลากหลายเหมือนกับในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กล่าวคือโรงเรียนส่วนใหญ่จะจัดแผนการเรียนออกเป็น 2 แผน คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ซึ่งมุ่งเน้นเนื้อหาในการเรียนไปที่วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เป็นหลัก นักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนนี้จะได้เรียนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ด้วยจำนวนหน่วยการเรียนรู้ที่มากกว่าแผนการเรียนอื่น และแผนการเรียนทั่วไป ซึ่งมุ่งสอนเนื้อหาวิชาโดยทั่วไปและอาจเพิ่มวิชาเฉพาะตามความถนัดและความสนใจของผู้เรียนบ้างเป็นบางวิชา เช่น วิชาช่างอุตสาหกรรม วิชาการทำอาหาร เป็นต้น ทำให้นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีความแตกต่างกับนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป ในเรื่องของการได้รับประสบการณ์ในการเรียนวิชาที่ตนมุ่งเน้นเฉพาะ คือ วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ รวมทั้งสติปัญญาของนักเรียนซึ่งถูกกำหนดโดยคะแนนสอบเข้าในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นอกจากนี้ในบางโรงเรียนเมื่อนักเรียนทำการศึกษาไปแล้วในแต่ละปีการศึกษาจะนำผลการเรียนเฉลี่ยของนักเรียนมาเรียงลำดับและจัดห้องเรียนใหม่ตามความสามารถที่อาจเปลี่ยนไป ทำให้นักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนที่ต่างกันทั้งสองแผนการเรียนนี้มีความแตกต่างกัน

2.3.2 ความแตกต่างระหว่างเพศ

แม้ว่าจะเป็นที่ยอมรับกันว่าผู้หญิงและผู้ชายมีความแตกต่างกันทางสรีรวิทยาหรือมีความแตกต่างทางร่างกาย ความแตกต่างทางพฤติกรรมของหญิงและชายขึ้นอยู่กับสังคมและวัฒนธรรม บางวัฒนธรรมถือว่าผู้ชายเก่งกว่าผู้หญิงทุกด้าน ผู้หญิงจะต้องอยู่ใต้ข้อบังคับของผู้ชายทุกอย่าง แต่บางวัฒนธรรมถือว่าผู้หญิงมีความสามารถทำอะไรทุกอย่างได้เหมือนผู้ชาย สังคมและวัฒนธรรมของไทยจัดว่าอยู่ประเภทหลัง ผู้หญิงได้รับสิทธิทุกอย่างเหมือนกับผู้ชายและในการเลือกอาชีพ ผู้หญิงมีโอกาสเลือกได้ทุกอาชีพขึ้นกับความสามารถของคน ในประเทศสหรัฐอเมริกา มีนักจิตวิทยาที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศมาก แต่ผลที่ได้

บางครั้งมักจะขัดแย้งกัน แมคโคบีและแจ๊คคลิน ได้รวบรวมผลการวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศทั้งหมดและได้สรุปความแตกต่างระหว่างเพศหญิงและชายที่นักวิจัยได้สรุปเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศที่เป็นผลการวิจัยออกเป็น 3 กลุ่ม คือ (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2553: 148–149)

- 1) ความแตกต่างระหว่างเพศที่มีผลการวิจัยสนับสนุนเป็นที่เชื่อถือได้
- 2) ความแตกต่างระหว่างเพศที่ยังไม่มีผลการวิจัยสนับสนุนแน่นอน
- 3) ความแตกต่างระหว่างเพศที่ยังไม่มีผลการวิจัยสนับสนุนเพียงพอ

แมคโคบีและแจ๊คคลิน พบว่าความแตกต่างระหว่างเพศที่มีผลการวิจัยสนับสนุนเป็นที่เชื่อถือได้ ซึ่งเพศชายมีความแตกต่างจากเพศหญิง ดังต่อไปนี้

- 1) เพศชายมีความสามารถทางการจำรูปรูปร่างสิ่งของได้ แม้ว่าจะตั้งพลิกแพลงในท่าต่าง ๆ หรือสามารถที่จะเห็นความสัมพันธ์ของ Space-form ในจินตนาการได้ (Spatial Ability)
- 2) เพศชายมีความสามารถทางคณิตศาสตร์มากกว่าเพศหญิง (Quantitative Abilities)
- 3) เพศชายแสดงพฤติกรรมก้าวร้าวมากกว่าเพศหญิง

Zheng Zhu (2007: 187–200) ได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความแตกต่างระหว่างเพศที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และได้สังเคราะห์เรื่องที่ทำการศึกษาดังกล่าวเขียนสรุปเป็นบทความงานวิจัยในวารสาร International Education Journal ซึ่งมีชื่อว่า Gender differences in mathematical problem solving patterns: A review of literature ในปี 2007 บทความดังกล่าวนี้มีสาระสำคัญที่น่าสนใจซึ่งสามารถสรุปได้ คือ มีความแตกต่างระหว่างเพศในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเพศชายจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าเพศหญิง วิธีการที่เพศชายและเพศหญิงใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นแบบแผนในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันระหว่างเพศ ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถทางพุทธิปัญญาและลักษณะทางจิต โดยมีประสบการณ์และการได้รับการศึกษาเป็นสิ่งที่เชื่อมโยงระหว่างความสามารถทางพุทธิปัญญาและลักษณะทางจิต นอกจากนี้ยังมีผู้ที่ทำการศึกษาตัวแปรในระดับบุคคลซึ่งประกอบไปด้วยชีววิทยาของร่างกาย ลักษณะทางจิต และสภาพแวดล้อม ที่เป็นสาเหตุทำให้เกิดความแตกต่างดังกล่าว ผลการศึกษาพบว่าเพศชายและเพศหญิงมีโครงสร้างทางสมองที่ต่างกัน โดยเพศหญิงจะมีโครงสร้างทางสมองที่เอื้อต่อการประมวลผลทางด้านภาษามากกว่าทางด้านมิติสัมพันธ์ ส่วนเพศชายจะมีโครงสร้างทางสมองที่เอื้อต่อการประมวลผลทางด้านมิติสัมพันธ์มากกว่าทางด้านภาษา ประกอบกับเพศชายมีฮอร์โมนเทสโทสเตอโรนในระดับที่สูงกว่าเพศหญิง ซึ่งฮอร์โมนดังกล่าวนี้ส่งผลทำให้สมองซีกขวาทำงานดีกว่าสมองซีกซ้าย ซึ่งสมองซีกขวานี้จะควบคุมการทำงานในเรื่องของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางมิติสัมพันธ์ จึงทำให้เพศชายมีความสามารถในเรื่องดังกล่าวที่โดดเด่นกว่าเพศหญิง เมื่อพิจารณา

ลักษณะทางจิตที่แตกต่างกันระหว่างเพศในเรื่องของรูปแบบการเรียนรู้ พบว่าทั้งสองเพศจะมีรูปแบบการเรียนรู้ที่ต่างกัน โดยเพศหญิงจะเรียนรู้ได้ดีจากการสนทนาระหว่างกลุ่ม การทำงานเป็นทีม และการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างกัน ส่วนเพศชายจะมีรูปแบบในการเรียนรู้ที่ตรงข้ามกัน กล่าวคือจะเรียนจากการหาข้อโต้แย้งและทำกิจกรรมด้วยตนเองเพียงลำพังที่ต้องมีการแข่งขันอย่างเป็นอิสระ ซึ่งห้องเรียนวิทยาศาสตร์ส่วนมากจะจัดการเรียนรู้ที่เอื้อต่อรูปแบบการเรียนรู้ของเพศชาย ทำให้เพศหญิงมีแนวโน้มที่จะเสียเปรียบกว่าผู้ชายในการพัฒนาความสามารถหรือวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาสภาพแวดล้อมของนักเรียน พบว่าสถานะทางเศรษฐกิจและสังคมเป็นตัวแปรที่ทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างเพศในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเพศชายที่มาจากครอบครัวที่มีสถานะภาพทางเศรษฐกิจและสังคมในระดับสูงและปานกลางจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนเพศหญิง ส่วนนักเรียนที่มาจากครอบครัวที่มีสถานะภาพทางเศรษฐกิจและสังคมในระดับต่ำจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันทั้งเพศชายและเพศหญิง นอกจากนี้ Penner & Paret (2007: 239–253) ได้ทำการศึกษาผลของความแตกต่างระหว่างเพศที่มีต่อความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา โดยการใช้ข้อมูลจากการศึกษาแบบติดตามในระยะยาวกับกลุ่มนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับอนุบาลไปจนถึงเกรด 5 และพบว่าความแตกต่างระหว่างเพศส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างของความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนกำลังศึกษาอยู่ในช่วงปลายของระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและช่วงต้นของระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แต่ความแตกต่างนี้ผันแปรไปตามเชื้อชาติ โดยนักเรียนในแถบเอเชีย สำหรับกลุ่มของผู้ที่มีความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์สูงนักเรียนชายจะมีจำนวนคนในกลุ่มนี้นี้นักเรียนหญิง ส่วนนักเรียนในแถบละตินสำหรับกลุ่มของผู้ที่มีความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์สูงนักเรียนหญิงจะมีจำนวนคนในกลุ่มนี้นี้นักเรียนชาย

จากการศึกษาวรรณกรรมในเรื่องแนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพฤติกรรมนิยม (ทฤษฎีความต่อเนื่อง) และความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งได้กล่าวมาข้างต้น เป็นที่น่าสนใจว่าความสามารถทางด้านพุทธิปัญญาที่เพิ่มขึ้นจากการได้รับประสบการณ์ และการฝึกหัดตามระดับชั้นที่นักเรียนศึกษาอยู่ รวมทั้งความแตกต่างระหว่างบุคคล คือ แผนการเรียนที่ต่างกัน และความแตกต่างระหว่างเพศ อาจส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในเรื่องของประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยทักษะความสามารถของผู้เรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในการนี้ผู้วิจัยจึงนำตัวแปรทั้งสามตัว คือ ระดับชั้นที่ผู้เรียนศึกษาอยู่ แผนการเรียน และ เพศ มาทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยทักษะความสามารถของผู้เรียน 2 โมเดล คือ G-DINA model และ DINA model เพื่อเป็นการขยายความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบของทักษะทางพุทธิปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนแต่ละกลุ่มซึ่งมีลักษณะแตกต่างกันใช้ในการคิดแก้ปัญหา

ตอนที่ 3 หลักสูตรและการวัดประเมินผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

3.1 หลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา ตอนต้น ปีพุทธศักราช 2551

3.1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2553: 1-6)

3.1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

1) จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริงสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2) การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงิน และเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญห เกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

3) เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทาง เรขาคณิต(geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน(reflection) และการหมุน (rotation)

4) พีชคณิต แบบรูป(pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการ ดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียน ข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และ ช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.1.3 สารและมาตรฐานการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีสาระการเรียนรู้ทั้งหมด 6 สาร และ มี มาตรฐานการเรียนรู้ในแต่ละสารดังนี้

สารที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สารที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สารที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สารที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สารที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.1.4 คุณภาพผู้เรียน

คุณภาพผู้เรียนที่เกิดขึ้นจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากจบในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3) สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และการนำไปใช้

5) สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6) สามารถวิเคราะห์และอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ของแบบรูปสถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและกราฟในการแก้ปัญหาได้

7) สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8) เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9) เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้

10) ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.1.5 หลักสูตรแกนกลางวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1.5.1 คำอธิบายรายวิชา

จากการศึกษาคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลาง ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่าระดับชั้นที่สอนในเรื่องดังกล่าวโดยตรงมี 2 ระดับชั้น คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ซึ่งมีรายละเอียดของคำอธิบายรายวิชาที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบรูปและความสัมพันธ์ คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1.5.2 สารการเรียนรู้และตัวชี้วัด

สารการเรียนรู้และตัวชี้วัดรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลาง มีรายละเอียดดังในตาราง 5

ตาราง 14 สารการเรียนรู้และตัวชี้วัดรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับ

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐาน	สารการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ค 4.2 1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย 2. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย 3. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1. แบบรูปและความสัมพันธ์ 2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3. การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ หรือปัญหา 4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ 2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย 3. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย 4. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายพร้อมตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1. วิเคราะห์แบบรูป 2. หาคำคำตอบเดียว 3. วิเคราะห์สมการ สถานการณ์ 4. เขียนเงื่อนไข 5. แก้สมการ สมบัติ และแสดง โจทย์ปัญหา

จากหลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปี พุทธศักราช 2551 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กล่าวมา พบว่าเรื่องดังกล่าวนี้เป็นเรื่องที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ต้องเรียน เนื้อหาที่เรียนในแต่ละระดับชั้นนั้นมีส่วนที่คล้ายและส่วนที่แตกต่างกัน โดยเนื้อหาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะเป็นเรื่องที่เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและมีโจทย์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เรื่องสมการในการแก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนมากนัก ส่วนเนื้อหาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะเป็นการทบทวนวิธีการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและเพิ่มโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะเรียนทบทวนเนื้อหาเดิมและเพิ่มเติมความรู้ใหม่เกี่ยวกับการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในบริบทที่ยากขึ้น เมื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่นักเรียนต้องเรียนสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ การหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเมื่อศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนต้องเรียนเรื่องสมการเส้นตรงระบบสมการ และอสมการ ซึ่งเรื่องดังกล่าวต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นพื้นฐานในการศึกษา นั่นคือนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนั้นจะต้องใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการเรียนตลอดการศึกษาในทุกๆระดับชั้น โดยนำไปใช้เป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้น

3.2 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการหาคำตอบของสมการ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear equations in one variable) คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเท่ากับ 1 สามารถเขียนบทนิยามของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ดังนี้ (เดช บุญประจักษ์. 2554: 57–60)

บทนิยาม

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการที่เขียนอยู่ในรูป $ax + c = 0$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $a \neq 0$

ตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เช่น

$$3x + 2 = 11 \quad , \quad 5x + 1 = 4x - 7 \quad , \quad 8x + 2 = 10 \quad \text{หรือ} \quad \frac{2x - 5}{3} = \frac{4x - 1}{6}$$

จากสมการ $3x - 2 = 11$ หากลองแทน $x = 3$ จะได้ $3(3) + 2 = 11$ เป็นจริง เรียกจำนวนที่แทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงว่า คำตอบของสมการ

การหาคำตอบของสมการ หรือ การแก้สมการ หากสมการที่กำหนดมีความซับซ้อน เช่น $4x + 3 = 5(x - 2)$ การหาคำตอบของสมการโดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการเพื่อหาค่าที่ทำให้สมการเป็นจริง อาจต้องเสียเวลานาน เพื่อให้สามารถหาคำตอบของสมการได้ถูกต้องรวดเร็ว นักเรียนจำเป็นที่จะต้องใช้สมบัติของจำนวนจริง ดังต่อไปนี้

1. สมบัติของการเท่ากัน (Property of equality)

สำหรับจำนวนจริง a , b และ c ใดๆ

- 1) ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก
- 2) ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$ สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ
- 3) ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$ เมื่อ $c \neq 0$ สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
- 4) ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ เมื่อ $c \neq 0$ สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร
- 5) ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ สมบัติสมมาตร
- 6) ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ สมบัติการถ่ายทอด

นอกจากสมบัติของการเท่ากันแล้วยังอาจต้องใช้สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณในการหาคำตอบของสมการ ดังนี้

2. สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ
สำหรับจำนวนจริง a, b และ c ใดๆ

- 1) $a + b = b + a$ สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก
- 2) $ab = ba$ สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ
- 3) $(a + b) + c = a + (b + c)$ สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก
- 4) $(a + b) + c = a + (b + c)$ สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ
- 5) $a(b + c) = ab + ac$ สมบัติการแจกแจง

สำหรับสมการที่มีความซับซ้อน เช่น $2(3x - 5) + 4(x + 3) = 7(x - 1)$ ในการหาคำตอบอาจต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการบวกและการลบเอกนาม เพื่อให้สมการอยู่ในรูปที่ง่ายต่อการหาคำตอบ

ในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้ จะมีคำตอบที่เป็นไปได้ 3 ลักษณะ คือ

1. มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบของสมการ ซึ่งจะมีเพียงคำตอบเดียว
2. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบของสมการ เกิดขึ้นเมื่อทำการหาคำตอบของสมการแล้วตัวแปรถูกกำจัดให้หมดไป และเหลือเฉพาะตัวเลขที่มีค่าเท่ากัน เช่น $6 = 6$ ซึ่งข้อความดังกล่าวนี้เป็นจริง
3. ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ เกิดขึ้นเมื่อทำการหาคำตอบของสมการแล้วตัวแปรถูกกำจัดให้หมดไป และเหลือตัวเลขที่มีค่าไม่เท่ากัน เช่น $3 = 9$ ซึ่งข้อความดังกล่าวนี้เป็นเท็จ

Ross (2010: 21–49) ได้กล่าวถึงความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องใช้ในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่ามีดังต่อไปนี้คือ

1. สมบัติการสลับที่ (Commutative) การเปลี่ยนหมู่ (Associative) และการแจกแจง (Distributive) ของการบวกและการคูณ
2. การรวมพจน์ที่คล้ายกันในสมการพีชคณิต

3. การจัดรูปสมการพีชคณิตให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยการกำจัดวงเล็บและรวมพจน์ที่คล้ายกัน

4. การหาตัวคูณร่วมน้อย เพื่อนำมาใช้กำจัดจำนวนที่เป็นตัวส่วน สำหรับสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน

5. ลำดับการคำนวณในการบวก ลบ คูณ และหาร เพื่อกำจัดตัวเลข สำหรับหาค่าของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ในสมการพีชคณิต

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ โจทย์ปัญหาที่ต้องมีการคิดหาคำตอบ ด้วยการสร้างตัวแบบที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อช่วยในการหาคำตอบ ขั้นตอนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถดำเนินการได้โดยใช้ขั้นตอนของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นวงจรของโพลยา มีรายละเอียดดังนี้ (อุษาวดี จันทรสนธิ. 2554: 6–8)

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญยิ่งเพราะเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหา ถ้าเริ่มต้นถูกต้องทางย่อมมีโอกาสที่จะแก้ปัญหาได้ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะศึกษาและทำความเข้าใจส่วนสำคัญต่างๆ ของปัญหาอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ได้แก่ ข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ต้องค้นหาหรือพิสูจน์ ผู้เรียนอาจใช้วิธีการเขียนรูป เขียนแผนภาพ หรือแฉงสาระต่างๆ ของปัญหาโดยใช้ถ้อยคำของตนเอง การทำความเข้าใจปัญหา คือ การพยายามหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้

- ความหมายของคำศัพท์สำคัญในปัญหาคืออะไรบ้าง
- การแปลงปัญหาดังต้นให้เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ ทำได้อย่างไร
- สิ่งที่กำหนดให้ในปัญหามีอะไรบ้าง
- เป้าหมายของปัญหาคืออะไร
- ข้อมูลในปัญหามีเพียงพอหรือไม่
- ปัญหานี้คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยทำได้มาแล้วหรือไม่

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและเงื่อนไขของปัญหากับสิ่งที่ต้องค้นหาหรือพิสูจน์ และนำความสัมพันธ์นั้นมาประสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา จนสามารถเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 3 การดำเนินงานตามแผน เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของยุทธวิธีแก้ปัญหา การเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนหาคำตอบได้ ผู้เรียนอาจคิดย้อนกลับไปขั้นที่ 1 แล้วค้นหายุทธวิธีใหม่ในการแก้ปัญหา คำถามต่อไปนี้ใช้ตรวจสอบและควบคุมการคิดของผู้เรียนในระหว่างดำเนินการตามแผน

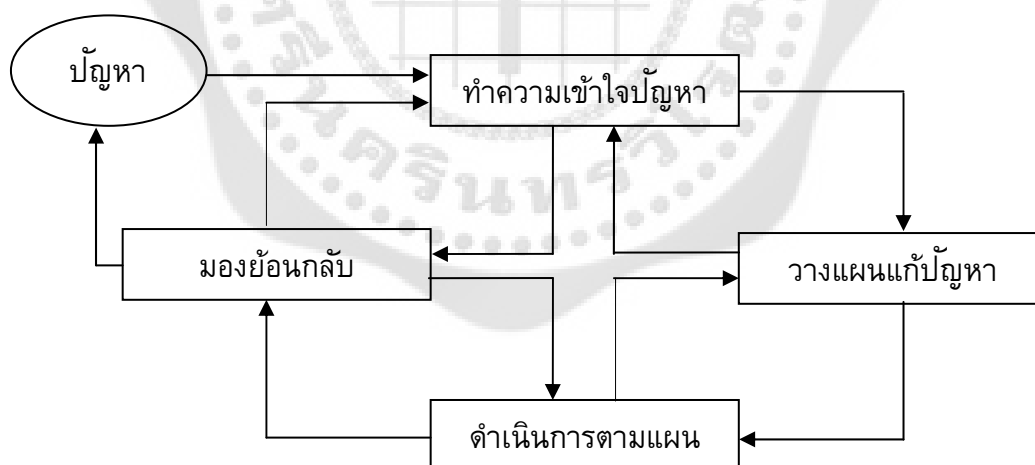
- ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เลือกมานั้นทำให้ได้คำตอบภายใต้เงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ หรือทำให้ได้ผลบางประการอันนำไปสู่การเลือกยุทธวิธีใหม่หรือไม่
- เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหามีเหมาะสมหรือไม่

ถ้าผู้เรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ภายในเวลาที่เหมาะสม ผู้เรียนสามารถหาคำแนะนำจากผู้อื่น หรือวางปัญหานั้นไว้ก่อน แล้วกลับมาคิดใหม่ภายหลัง ความคิดอาจจะเด่นและแก้ปัญหาได้ การไม่ท้อแท้ที่จะเริ่มต้นใหม่เมื่อแก้ปัญหาไม่ได้ ทุกครั้งที่เริ่มต้นใหม่ จะพบความคิดใหม่จากการใช้ยุทธวิธีใหม่เสมอ

ขั้นที่ 4 การมองย้อนกลับ ขั้นนี้ต้องการให้ผู้เรียนคิดไตร่ตรองกับคำตอบที่ได้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบอื่นหรือยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหาหรือไม่ ในขั้นตอนนี้ผู้เรียนตั้งคำถามกับตนเองว่า

- ยุทธวิธีที่ใช้ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือไม่
- คำตอบที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่
- มียุทธวิธีอื่นที่ง่ายกว่าในการหาคำตอบหรือไม่
- ยุทธวิธีที่ใช้สามารถขยายคำตอบไปสู่กรณีทั่วไปได้หรือไม่

การนำกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาใช้นั้น ไม่จำเป็นที่จะต้องเรียงตามลำดับขั้นตอน 4 ขั้น ตามที่ได้กล่าวมา ธรรมชาติของการแก้ปัญหาของโพลยา เป็นวงจรกระบวนการคิดแก้ปัญหาในสมองของบุคคลที่ไม่เหมือนกัน แต่ละบุคคลจะใช้ยุทธวิธีการคิด การคาดเดา และการตรวจสอบย้อนกลับไปกลับมาในวงจร 4 ขั้นตอนตามแบบของเขาเอง วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ ได้อธิบายวงจรการคิดแก้ปัญหาไว้ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 5 วงจรกระบวนการคิดแก้ปัญหา

จากภาพอธิบายได้ว่าเมื่อบุคคลเผชิญปัญหาและเขามีความต้องการที่จะแก้ปัญหานั้น ในกระบวนการคิดของเขา เขาจะพยายามทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีคิดต่างๆ ส่วนมากใช้วิธีการวาดรูป แจงข้อมูลที่กำหนดให้ ค้นหาแบบรูป เพื่อให้เห็นเส้นทางแก้ปัญหา แล้วเลือกยุทธวิธีคิดที่จะใช้แก้ปัญหา ขั้นทำความเข้าใจปัญหาจึงเป็นขั้นสำคัญที่สุด บุคคลจึงใช้เวลาคิด

ย้อนกลับไปมาระหว่างชั้นทำความเข้าใจปัญหาเกี่ยวกับชั้นวางแผน บางคนเมื่อดำเนินการแก้ปัญหาแล้วไม่ได้ผลตามที่ต้องการ อาจย้อนกลับไปหายุทธวิธีใหม่หรือกลับไปทำความเข้าใจปัญหาอีกครั้ง

เมื่อทำการศึกษาหนังสือแบบเรียนที่ใช้ในโรงเรียน ซึ่งจัดทำขึ้นโดยสาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่าโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ให้ผู้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนนั้นจะอยู่ในรูปที่ไม่ซับซ้อนมากนัก เช่น $3x - 7 = 8$, $5(x - 6) = 2$ เป็นต้น แต่โจทย์ที่ให้ผู้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรียนนั้นจะอยู่ในรูปที่ซับซ้อนมากขึ้น เช่น $\frac{2x-5}{3} = \frac{4x-1}{6}$, $2(3x-5) = 7x$ ซึ่งมีความจำเป็นที่จะให้ผู้เรียนต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการจัดสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเพื่อหาคำตอบ สำหรับในส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นก็เช่นเดียวกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าคุณลักษณะที่เป็นความสามารถซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน มีดังนี้

1. การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง และความรู้เกี่ยวลำดับการคำนวณในการกำจัดตัวเลข เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ
2. การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง
3. การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน
4. การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ
5. การแปลโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในประเทศไทย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยในประเทศไทย ที่ทำในระหว่างปี พ.ศ.2551 – 2556 ผู้วิจัยพบว่าม้งงานวิจัยเพียงงานเดียวของ อมรรัตน์ สร้อยสังวาล ที่ทำเกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยเมื่อปี 2551 ซึ่งงานวิจัยดังกล่าวมีรายละเอียดดังนี้

อมรรัตน์ สร้อยสังวาล (2551) ได้พัฒนาวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัย โดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการประเมินสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิด เรื่อง การบวกลบเศษส่วน ของนักเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6) รวมทั้งศึกษาหาคุณภาพและเปรียบเทียบคุณภาพตลอดจนศึกษาความคิดเห็นของผู้ที่เกี่ยวข้องต่อวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น ในขั้นต้นผู้วิจัยได้ศึกษาและสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษาในไทย ผลการศึกษาที่ได้สามารถจัดประเภทของรูปแบบการทำงานวิจัยเกี่ยวกับการวินิจฉัยได้ทั้งหมด 6 แบบ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้คือ

1) งานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย

มีผู้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย แบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

1.1) การสร้างหรือพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหรือการพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยส่วนใหญ่เป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบถูกพัฒนาขึ้นโดยวิธีการดำเนินการ 2 ขั้นตอน ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ขั้นตอนที่ 2 เป็นการวินิจฉัยข้อบกพร่อง แบบทดสอบที่ใช้เป็นแบบเลือกตอบที่มีตัวเลือกจำนวน 4 หรือ 5 ตัวเลือก และแยกเป็นฉบับย่อยๆ ตามลักษณะของเนื้อหาที่ใช้ในการวินิจฉัย สำหรับการวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบ พบว่าส่วนใหญ่ใช้ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical test theory) มีการใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item response theory) จำนวนน้อยมาก ซึ่งในจำนวนนั้นเป็นแบบตรวจให้คะแนน 2 ค่า (Dichotomous) ทั้งหมด

1.2) การสร้างหรือพัฒนาแบบทดสอบและการแก้ไขข้อบกพร่อง

งานวิจัยที่มีรายละเอียดเกี่ยวกับการสร้างหรือพัฒนาแบบทดสอบและการแก้ไขข้อบกพร่องมีจำนวน 2 เรื่อง ในวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทย การดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนที่ 1 เป็นขั้นวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบจำแนกตามจุดประสงค์หรือเนื้อหาย่อย ขั้นตอนที่ 2 เป็นขั้นแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งวิชาภาษาไทยใช้แบบฝึกหัด ส่วนวิชาคณิตศาสตร์ใช้บทเรียนสำเร็จรูป

1.3) การเขียนตัวลง

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการเขียนตัวลงในแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย มีจำนวน 1 เรื่อง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 4 ฉบับ โดยสร้างตัวลงด้วยวิธีที่ต่างกัน 4 วิธี คือ การใช้คำตอบผิดของนักเรียนที่ซ้ำกันมากที่สุด การวิเคราะห์หาคุณภาพจากแบบทดสอบเพื่อการสำรวจ การสุ่มคำตอบผิดของนักเรียน และการให้ครูผู้สอนกำหนด ผลการวิจัย พบว่าแบบทดสอบที่มีค่าความยากมากที่สุด ได้แก่ แบบทดสอบที่สร้างตัวลงโดยใช้คำตอบผิดของนักเรียนที่ซ้ำกันมากที่สุด รองลงมา ได้แก่ แบบทดสอบที่สร้างตัวลงโดยวิธีสุ่มคำตอบผิดของนักเรียน แบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกและความเชื่อมั่นสูงสุด ได้แก่ จากการวิเคราะห์หาคุณภาพจากแบบทดสอบเพื่อการสำรวจ รองลงมา ได้แก่ แบบทดสอบที่สร้างตัวลงซึ่งกำหนดโดยครู แบบทดสอบที่สร้างตัวลงโดยใช้คำตอบผิดของนักเรียนที่ซ้ำกันมากที่สุดและแบบทดสอบที่สร้างตัวลงโดยวิธีสุ่มคำตอบผิดของนักเรียน นอกจากนี้ยังพบว่าการสร้างตัวลงโดยวิธีที่แตกต่างกัน ส่งผลให้ค่าความยากเฉลี่ย ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ย และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบไม่แตกต่างกัน

2) งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบ

มีผู้ทำงานวิจัยเกี่ยวกับการใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

2.1) การพัฒนาดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบมีจำนวน 2 เรื่อง งานวิจัยเรื่องแรกเป็นการพัฒนาดัชนีเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของดัชนีของกัตแมนและซาโต้ ในกรณีการใช้ค่าความยากซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถของกลุ่มในการจัดเรียงข้อสอบ โดยได้พัฒนาดัชนีชี้ความบกพร่องของผู้ตอบแบบทดสอบโดยการวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบ ซึ่งจัดเรียงข้อสอบตามค่าความยากและเรียงผู้สอบตามระดับความสามารถที่ไม่เกี่ยวกับคะแนนรวมของกลุ่มแต่ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของข้อสอบตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบดัชนีที่พัฒนาขึ้นมีจำนวน 2 ดัชนี คือ ดัชนี FC1 และดัชนี FC2 ผลจากการศึกษาความเที่ยงตรงของดัชนีที่พัฒนาขึ้น พบว่าดัชนีที่พัฒนาขึ้นทั้ง 2 ตัว มีความเที่ยงตรงในการจำแนกผู้ตอบแบบทดสอบที่มีความบกพร่องและมีความสัมพันธ์กับดัชนีของซาโต้สูง ดัชนี FC1 มีประสิทธิภาพในการวินิจฉัยความบกพร่องของผู้ตอบแบบทดสอบในแบบแผนการตอบสูงกว่าดัชนี FC2 และดัชนีของซาโต้ เมื่อผู้สอบมีความสามารถปานกลางแต่สำหรับผู้สอบที่มีความสามารถสูงและต่ำ ดัชนี FC2 มีประสิทธิภาพในการวินิจฉัยสูงกว่าดัชนี FC และดัชนีของซาโต้ ส่วนงานวิจัยเรื่องที่สองเป็นการพัฒนาดัชนีเอพี (Actual pattern) เพื่อบ่งชี้ว่าแบบแผนการตอบข้อสอบของผู้สอบมีระดับความสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่มีลักษณะเป็นกัตแมนสมบูรณ์มากน้อยเพียงใด ผลจากการตรวจสอบความเที่ยงตรงของดัชนีที่พัฒนาขึ้น พบว่าดัชนีที่พัฒนาขึ้นมีความเที่ยงตรงในการบ่งชี้ความสอดคล้องของแบบแผนการตอบข้อสอบที่ผู้สอบทำได้กับที่มีลักษณะเป็นกัตแมนสมบูรณ์

2.2) การใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ มีจำนวน 2 เรื่อง เป็นการใช้อยู่ในแบบแผนภูมิเอส-พี และดัชนีบ่งชี้ของชาโตในการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมกับอัตราส่วนและร้อยละ ผลการวิจัยในการวินิจฉัยข้อบกพร่องเรื่องทศนิยม พบว่านักเรียนในโรงเรียนขนาดกลางมีข้อบกพร่องในแบบแผนการตอบมากที่สุด เนื้อหาที่มีข้อบกพร่องของแบบแผนการตอบมากที่สุด คือ พฤติกรรมด้านความเข้าใจและพฤติกรรมด้านการนำไปใช้ในเรื่องการลบทศนิยมที่ไม่เกิน 2 ตำแหน่ง นอกจากนี้ยังพบว่าโรงเรียนขนาดใหญ่และขนาดกลางนักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ส่วนในเรื่องอัตราส่วนและร้อยละพบว่านักเรียนที่เรียนแผนการเรียนช่างมีข้อบกพร่องในแบบแผนการตอบมากที่สุด รองลงมา ได้แก่ แผนการเรียนศิลปศึกษา แผนการเรียนเกษตร แผนการเรียนธุรกิจ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนคหกรรม ด้านข้อบกพร่องทางการเรียนพบว่านักเรียนที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ไม่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาใด ส่วนแผนการเรียนอื่นๆ มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากันและเรื่องร้อยละ

2.3) การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบ

งานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมเพื่อวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบมีจำนวน 1 เรื่อง มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาโปรแกรมไมโครคอมพิวเตอร์เพื่อวิเคราะห์แบบแผนการตอบข้อสอบ โดยใช้สูตรดัชนีชี้เตือนที่ปรับปรุงโดยฮาร์นิสและลินน์ มีขั้นตอนในการวิจัยและพัฒนาโปรแกรม 7 ขั้นตอน ได้แก่ กำหนดปัญหา วิเคราะห์ปัญหาและสิ่งที่ต้องการ ออกแบบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เลือกภาษาคอมพิวเตอร์และเขียนโปรแกรม ทดสอบและปรับปรุงแก้ไขโปรแกรม ประเมินประสิทธิภาพของโปรแกรมและจัดทำคู่มือการใช้โปรแกรม ผลจากการพัฒนาโปรแกรมทำให้ได้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปและคู่มือการใช้ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถวิเคราะห์คำตอบจากการสอบที่ใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบไม่เกิน 5 ตัวเลือก โดยสามารถแสดงผลทั้งบนจอภาพและเครื่องพิมพ์

3) งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการประเมินกฎในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีจำนวน 2 เรื่อง เป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกเลขจำนวนเต็มลบและเรื่องอาหาร งานวิจัยเรื่องแรกมีกระบวนการวิจัย 3 ขั้นตอน คือ สำรวจแบบการคิดทั้งหมดที่เป็นไปได้ สร้างข้อสอบจากรูปแบบข้อสอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ในแบบแผนการตอบทั้งหมด ซึ่งสามารถย้อนรอยกระบวนการคิดของผู้สอบแต่ละคนและวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน 2 ขั้นตอน คือ การวินิจฉัยเชิงสำรวจและการวินิจฉัยเพื่อยืนยันแบบการคิดผิด ผลการวิจัยพบว่าวิธีที่พัฒนาขึ้นมีความคงที่ในการวินิจฉัยและมีความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพัทธ์เมื่อใช้การวินิจฉัยของครูเป็นเกณฑ์

งานวิจัยเรื่องที่สองใช้เครื่องมือในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จำนวน 4 ฉบับ คือ แบบวัดเพื่อสำรวจข้อบกพร่อง แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แบบวัดเพื่อย้อนรอยการคิด และแบบวัดพื้นฐานความเข้าใจ การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้ สำรวจข้อบกพร่องเพื่อสร้างเป็นแบบการคิดที่เป็นไปได้ทั้งหมด เปรียบเทียบชุดคำตอบของนักเรียนกับชุดคำตอบของแบบการคิดในการทดสอบด้วยแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและแบบวัดเพื่อย้อนรอยการคิด กรณีที่ไม่สามารถวินิจฉัยได้สำหรับนักเรียนในกลุ่มเรียนอ่อนและกลุ่มที่ตอบแบบเดาสุ่มแบบวัดพื้นฐานความเข้าใจ ผลการวิจัยพบว่ามีแบบการคิดทั้งหมด 15 แบบการคิด นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการใช้แบบการคิดที่ 1 คือ ไม่เข้าใจการกระจายเศษมีจำนวนมากที่สุด การวินิจฉัยนักเรียนในกลุ่มเดาสุ่มพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความบกพร่องในการหารเหลือเศษ กรณีตัวตั้ง 1 หลักที่มีค่าน้อยกว่าตัวหาร การหารเหลือเศษกรณีตัวตั้ง 2 หลัก ผลหาร 2 หลัก มีการกระจายเศษ ผลการประเมินวิธีการวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นพบว่าเป็นวิธีการวินิจฉัยที่สามารถนำไปใช้ได้และมีความตรงเชิงเกณฑ์สัมพัทธ์เมื่อใช้ผลการวินิจฉัยของครูเป็นเกณฑ์

4) งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้การคำนึงถึงสภาพจริงในการแก้โจทย์ปัญหา

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้การคำนึงถึงสภาพจริงในการแก้โจทย์ปัญหา มีจำนวน 1 เรื่อง เป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ขั้นตอนในการวินิจฉัยจำแนกเป็น 3 มิติ ได้แก่ มิติความเข้าใจการแก้โจทย์ปัญหา มิติการคิดคำนวณและมิติการให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบที่วัดความสามารถของนักเรียนทั้ง 3 มิติ จำนวน 18 ข้อ ผลการวิจัยพบว่าวิธีการที่พัฒนาขึ้นมีความเชื่อมั่นแบบคู่ขนาน โดยใช้ผลการวินิจฉัยในการจำแนกความสามารถของนักเรียนได้สอดคล้องกันร้อยละ 81.86 มีความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพัทธ์ โดยให้ผลการวินิจฉัยตรงกับวิธีการคิดออกเสียงร้อยละ 86.87

5) งานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องโดยนักเรียน

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องโดยนักเรียน มีจำนวน 1 เรื่อง เป็นการสอนวิธีการวินิจฉัยและแก้ไขงานเขียนเรียงความที่ไม่ชัดเจน การดำเนินการสอนวิธีการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องใช้เวลา 2 คาบเรียน/สัปดาห์ เป็นระยะเวลา 8 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการเขียนเรียงความภาษาไทยซึ่งเป็นแบบปรนัยและแบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนวิธีการวินิจฉัยและแก้ไขงานเขียนเรียงความที่ไม่ชัดเจนมีความสามารถทางการเขียนเรียงความภาษาไทยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ โดยมีความสามารถสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

6) งานวิจัยที่ใช้เทคนิคการคิดออกเสียงในการวินิจฉัย

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้เทคนิคการคิดออกเสียงในการวิจัยมีจำนวน 1 เรื่อง เป็นการใช้เทคนิคการคิดออกเสียงเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อจัดซ่อมเสริมและเพื่อศึกษากระบวนการคิดและวิธีแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ วิเคราะห์วิธีคิดของนักเรียนที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนด วินิจฉัยข้อบกพร่องในวิธีคิดและศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมตามวิธีคิดที่บกพร่องที่ค้นพบ ผลการวิจัยพบว่าวิธีคิดของนักเรียน

ในการนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มี 6 วิธี ได้แก่ วิธีการกำหนดตัวแปรไม่ทราบค่า วิธีการสร้างภาพ วิธีการสร้างตาราง วิธีการให้เหตุผล วิธีการทำย้อนกลับ และวิธีการคาดคะเนและตรวจสอบ วิธีที่นักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละข้อมากที่สุด ได้แก่ วิธีการคาดคะเนและตรวจสอบ วิธีการให้เหตุผล วิธีการสร้างภาพ วิธีการสร้างตาราง และวิธีการสร้างภาพ/วิธีการทำย้อนกลับ ด้านข้อบกพร่องในวิธีคิด พบว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมนักเรียนมีข้อบกพร่องในวิธีคิด โดยมีสาเหตุจากการไม่รู้จักรูปวิธีคิดมากที่สุด หลังการสอนซ่อมเสริมพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในการคิดโดยมีสาเหตุจากการคิดไม่ถูกวิธีมากที่สุด และนักเรียนยังคงใช้วิธีคิดวิธีเดิมมากที่สุด ด้านสาเหตุที่ทำให้คะแนนเพิ่มขึ้นพบว่า การเปลี่ยนวิธีคิดทำให้นักเรียนมีคะแนนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ผลของการสอนซ่อมเสริมทำให้นักเรียนมีคะแนนเพิ่มขึ้น ร้อยละ 40 มีคะแนนลดลงร้อยละ 12 มีคะแนนเท่าเดิมร้อยละ 48

ผลการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษาในไทยตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น เป็นพื้นฐานนำไปสู่การพัฒนาขั้นตอนการดำเนินการวิจัย 4 ระยะ คือ 1) การพัฒนาชุดของข้อสอบ แบบทดสอบแบบเขียนตอบบนกระดาษคำตอบและคลังข้อสอบ 2) การพัฒนาชุดของข้อสอบและโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัย 3) การประเมินเพื่อวินิจฉัยสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดในการบวกลบเศษส่วน และ 4) การศึกษาคุณภาพและความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น ผลการศึกษาพบว่าวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถประยุกต์ใช้ประโยชน์จากแนวคิดทฤษฎีทางพุทธิปัญญาและทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางการศึกษาได้อย่างมีคุณภาพ โดยให้ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดที่มีความเชื่อมั่นและความเที่ยงตรง รวมทั้งมีจำนวนข้อสอบและเวลาที่ใช้ในการทดสอบไม่มาก เมื่อเปรียบเทียบคุณภาพตามเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินความรอบรู้ที่แตกต่างกัน พบว่า มีความเชื่อมั่น ความเที่ยงตรง และจำนวนข้อสอบที่ใช้ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีจำนวนเวลาที่ใช้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ด้านความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น พบว่า ทั้งครูและนักเรียนมีความคิดเห็นสอดคล้องกัน โดยเห็นว่า วิธีการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นนำไปใช้ได้ไม่ยาก มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สูง ผู้ที่เกี่ยวข้องได้รับประโยชน์จากผลการประเมินมาก ผู้ใช้ชอบและเลือกที่จะได้รับการประเมินหรือใช้วิธีการประเมินที่พัฒนาขึ้นมากกว่าการประเมินโดยใช้การเขียนตอบบนกระดาษคำตอบแบบดั้งเดิม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษาในประเทศไทย พบว่าการวินิจฉัยทางการศึกษายังจำกัดอยู่เฉพาะการศึกษาที่เน้นการสร้างหรือพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยมากกว่าการใช้รูปแบบและวิธีการอื่น มีการใช้ข้อมูลเชิงวินิจฉัยในการแก้ไขปรับปรุงนักเรียน ส่วนการนำแนวคิดทฤษฎีทางพุทธิปัญญามาใช้ในการวินิจฉัยและการใช้ทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ในการวิเคราะห์ข้อมูลยังมีจำนวนน้อยมาก และยังไม่มี การนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกเข้ามาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในต่างประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยในต่างประเทศ ที่ทำในระหว่างปี ค.ศ.2009 – 2014 ผู้วิจัยพบว่าม้งงานวิจัยจำนวน 13 เรื่อง ที่เกี่ยวกับการนำการประเมินเพื่อวินิจฉัยมาใช้ในการวิจัยทางการศึกษา ซึ่งงานวิจัยดังกล่าวมีรายละเอียดดังนี้

Leighton, Cui และ Cor (2009) ได้ทำการสำรวจเพื่อเปรียบเทียบความพอเพียงของโมเดลการคิดจำนวน 2 โมเดล ที่ใช้สำหรับการทำนายสมรรถนะของผู้สอบในการแก้ปัญหาในวิชาพีชคณิต 1 และ 2 จากการทดสอบ SATTM ในเดือนมีนาคม ปี 2005 โมเดลที่ใช้ในการทดสอบโมเดลที่ 1 ได้มาจากการรายงานตนเองทางวาจาจากผู้เข้าสอบจำนวน 21 คน เมื่อนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาในข้อสอบ SATTM และอีกโมเดลหนึ่งถูกกำหนดจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา แล้วนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยโมเดลคุณลักษณะลำดับชั้นแล้ววิเคราะห์หาคุณภาพของโมเดลด้วยดัชนีความสอดคล้องของคุณลักษณะ (HCI) ความพอเพียงของโมเดลการคิดทั้ง 2 โมเดลถูกทดสอบด้วยกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดต่างกัน 3 กลุ่ม ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าโมเดลการคิดที่ได้จากนักเรียนจะทำนายสมรรถนะในการแก้ปัญหของผู้สอบที่มีความสามารถค่อนข้างสูงด้วยความแม่นยำที่สูง แต่ทำนายสมรรถนะในการแก้ปัญหของผู้สอบที่มีความสามารถในระดับกลางด้วยความแม่นยำที่ต่ำ เมื่อเปรียบเทียบกับโมเดลการคิดที่ได้จากความเห็นของผู้เชี่ยวชาญนั้นมีความคงเส้นคงวามากกว่าในการทำนายสมรรถนะในการทำของผู้สอบทั้งในกลุ่มที่มีความสามารถค่อนข้างสูงและกลุ่มที่มีความสามารถในระดับกลาง แสดงว่าโมเดลการคิดที่ได้จากการตัดสินใจโดยผู้เชี่ยวชาญมีความแม่นยำในการทำนายกระบวนการคิดหาคำตอบของผู้สอบได้กับกลุ่มผู้สอบที่มีความหลากหลาย ในขณะที่โมเดลการคิดที่ได้จากนักเรียนอาจใช้ในการอ้างอิงการตัดสินใจเกี่ยวกับผู้สอบได้เฉพาะระดับความสามารถบางระดับเท่านั้น

Gierl, Alves และ Majeau (2010) ได้ประยุกต์ใช้วิธีการลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) ในโปรแกรมการประเมินความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์เกรด 3 และเกรด 6 ที่เรียกว่าการสอบ Preliminary SAT/National Merit Scholarship Qualifying Test (PSAT) ในปี 2005 และ 2006 เพื่อแสดงให้เห็นถึงข้อมูลเกี่ยวกับทักษะความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน วิธีการลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) เป็นวิธีการที่นำมาใช้สำหรับการจำแนกรูปแบบการตอบของผู้สอบออกเป็นกลุ่มของรูปแบบโครงสร้างคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับโมเดลการคิดทางพุทธิปัญญา โดยผู้วิจัยได้ให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้กำหนดลำดับของคุณลักษณะที่ต้องใช้สำหรับการหาคำตอบของปัญหาจากข้อสอบ PSAT ที่ใช้ในการสอบกับนักเรียนเกรด 3 และเกรด 6 ตามคุณลักษณะที่กำหนดไว้ในหลักสูตรของแต่ละระดับชั้น โดยในเกรด 3 ทำการวัดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหา 8 คุณลักษณะ และเกรด 6 ทำการวัดคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาจำนวน 5 คุณลักษณะ แล้วจึงเรียงข้อสอบตามลำดับชั้นของคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้ปัญหาและนำแบบทดสอบไปใช้สอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย (Retrofitting) หลังจากนั้นนำผลการสอบมาวิเคราะห์โดยนำการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันทางจิตวิทยามาใช้

ในการประเมินข้อมูลรูปแบบการตอบ ทำการประมาณค่าความสอดคล้องของโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะกับข้อมูลเชิงประจักษ์ด้วยดัชนี HCI_i และหาค่าความน่าจะเป็นสำหรับการรายงานคะแนนวินิจฉัยและค่าความเชื่อมั่น ผลการวิจัยพบว่าค่าดัชนี HCI_i สำหรับแบบทดสอบ PSAT ที่ใช้สอบกับนักเรียนเกรด 3 มีค่าเท่ากับ 0.66 และนักเรียนเกรด 6 มีค่าเท่ากับ 0.67 แสดงให้เห็นว่าโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะที่กำหนดมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ในระดับกลาง ค่าเฉลี่ยของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบสำหรับเกรด 3 ทั้ง 8 คุณลักษณะ มีค่าอยู่ในช่วง 0.66–0.97 ค่าเฉลี่ยของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบสำหรับเกรด 3 ทั้ง 8 คุณลักษณะ มีค่าอยู่ในช่วง 0.47–0.98 และความผันแปรของระดับความน่าจะเป็นนี้เพิ่มขึ้นเมื่อความยากของคุณลักษณะเพิ่มมากขึ้น ส่วนความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้าและการจำแนกผู้สอบตามคุณลักษณะที่ทำการวัดใช้การหาเมตริกสหสัมพันธ์ระหว่างค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะพบว่าคุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์กันสูงจะวัดคุณลักษณะที่ต้องใช้ทักษะใกล้เคียงกัน คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์กันต่ำจะวัดคุณลักษณะที่ต้องใช้ทักษะต่างกัน นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์ยังให้ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบเป็นรายบุคคล ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในครั้งถัดไปคือ ควรทำการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการรายงานคะแนนและผลการวิเคราะห์ในเชิงวินิจฉัย กับการทดสอบเชิงวินิจฉัยโดยใช้ข้อสอบแบบปรับเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

De La Torre และ Lee (2010) ได้ทำการศึกษาเงื่อนไขที่ส่งผลทำให้ DINA model มีความสอดคล้องกับรูปแบบในการตอบข้อคำถามของผู้สอบ และเงื่อนไขที่ทำให้พารามิเตอร์ในโมเดลคือ ค่าการเดา (g_j) และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (s_j) มีค่าคงที่ โดยพิจารณาจากการแจกแจงของคุณลักษณะที่ศึกษาทั้งหมด 4 แบบ ซึ่งการแจกแจงของคุณลักษณะจำนวน 3 แบบ ได้มาจาก HO-DINA model ที่มีลักษณะของลำดับชั้นคุณลักษณะแตกต่างกัน ($N(-1, 1)$, $N(0, 1)$ และ $N(1, 1)$) และการแจกแจงของคุณลักษณะที่เวกเตอร์ของคุณลักษณะถูกกำหนดให้มีสัดส่วนเท่ากัน เช่นเดียวกันกับเวกเตอร์ของคุณลักษณะที่มีการแจกแจงแบบเอกรูป ผู้วิจัยได้ศึกษากับข้อมูลที่ถูกรวบรวมขึ้นและข้อมูลที่ได้จากการสอบจริง ในการศึกษาข้อมูลจำลองได้จำลองข้อมูลซึ่งมีคุณลักษณะที่ต้องการวินิจฉัย 5 คุณลักษณะ ข้อคำถาม 20 ข้อ กลุ่มผู้ตอบ 1,000 คน และข้อคำถามทุกข้อ มีค่าการเดา (g_j) และค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (s_j) เท่ากับ 0.10 ส่วนการศึกษากับข้อมูลจริงได้เก็บข้อมูลผลการสอบจริง จากการสอบเรื่องการบวกลบเศษส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา จำนวน 536 คน โดยใช้ข้อคำถามทั้งหมด 15 ข้อ และมีคุณลักษณะที่ต้องการวินิจฉัย 5 คุณลักษณะ ใช้วิธีการประมาณค่าแบบ EM ร่วมกับการประมาณค่าแบบมาร์จินัลแมกซ์ิมัมไลลียูด (Marginal maximum likelihood estimation : MMLE) ผลการ ศึกษาพบว่าค่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ DINA model มีค่าคงที่เมื่อโมเดลมีความสอดคล้องอย่างสมบูรณ์กับข้อมูลและคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัย ทั้งการศึกษาจากการจำลองข้อมูลและการศึกษากับข้อมูลจริง นอกจากนี้เมื่อใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบ Markov Chain Monte Carlo (MCMC) ผลที่ได้พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ DINA model มีค่าคงที่เมื่อโมเดลมีความสอดคล้องอย่าง

สมบูรณกับข้อมูลและคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัย เช่นเดียวกันกับการประมาณค่าด้วย EM และ MMLE

De La Torre, Hong และ Deng (2010) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อคำถามและความแม่นยำในการจำแนกคุณลักษณะของ DINA model โดยตัวแปรที่ส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อคำถามและความแม่นยำในการจำแนกคุณลักษณะของ DINA model ที่นำมาศึกษามีทั้งหมด 5 ตัวแปร คือ โครงสร้างของตัวแปรแฝง (Unstructured, Hierarchical และ Higher-order) โครงสร้างการแจกแจงของ Prior (Unstructured และ Hierarchical) ค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (ต่ำและสูง) ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (1,000 2,000 และ 4,000 คน) และวิธีที่ใช้ในการประมาณค่า (Fully Bayes or Empirical Bayes) ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มตัวอย่างขนาด 1,000 คน เพียงพอต่อความแม่นยำในการประมาณค่า และเมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างเพิ่มมากขึ้นส่งผลทำให้ประสิทธิภาพและความแม่นยำในการประมาณค่ามีค่าสูงขึ้น การจำแนกคุณลักษณะของ DINA model มีความแม่นยำในระดับสูง เมื่อค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบอยู่ในระดับต่ำ วิธีการประมาณค่าแบบ Fully Bayes ให้ความแม่นยำในการประมาณค่าสูงสุดเมื่อโครงสร้างการแจกแจงของ Prior สอดคล้องกับโครงสร้างของตัวแปรแฝงที่ทำการศึกษา และเมื่อไม่สามารถกำหนดโครงสร้างของตัวแปรแฝงที่ทำการศึกษาได้ (Unstructured) วิธีการประมาณค่าแบบ Empirical Bayes จะเป็นวิธีที่ให้ความแม่นยำในการประมาณค่าที่ดีกว่าวิธีการอื่น

Li (2011) ได้วิเคราะห์คุณสมบัติในการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของข้อคำถามในแบบทดสอบการอ่าน Michigan English Language Assessment Battery (MELAB) reading test และวินิจฉัยทักษะความสามารถทางการอ่านของผู้สอบ Fusion model ได้ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าทักษะความสามารถทางการอ่านของผู้สอบ โดยการใช้โปรแกรม Arpeggio ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสำหรับการพัฒนา Q-matrix ได้มาจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทางการอ่านและวิธีการเทคนิคคิดออกเสียง (Think-aloud protocol) Q-matrix ที่พัฒนาขึ้นได้นำมาตรวจสอบความเที่ยงตรงด้วยการใช้ Fusion model มีทักษะความสามารถทางการอ่านที่ถูกค้นพบในแบบทดสอบการอ่าน Michigan English Language Assessment Battery (MELAB) reading test คือ คำศัพท์ (Vocabulary) ไวยากรณ์ (Syntax) การสกัดข้อมูลที่เห็นได้ชัดแจ้ง (Extracting explicit information) และความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลที่ซ่อนอยู่ (Understanding implicit information) ข้อมูลเกี่ยวกับการมีทักษะความสามารถของผู้สอบได้ถูกวิเคราะห์ในฐานที่เป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ในเชิงการวินิจฉัยทักษะทางด้านพุทธิปัญญา ผลการศึกษาจากการนำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างผู้สอบจำนวน 2,019 คน ในด้านคุณภาพของข้อคำถามของแบบทดสอบ พบว่าข้อสอบที่ใช้ในแบบทดสอบทั้งหมด 20 ข้อ มีสมบัติในการวัดทักษะที่ต้องการซึ่งถูกกำหนดใน Q-matrix อยู่ในระดับสูงทุกข้อ สำหรับผลการศึกษาในด้านการวินิจฉัยทักษะความสามารถของผู้สอบ พบว่าผู้สอบที่มีทักษะความสามารถเกี่ยวกับการอ่านทุกทักษะคิดเป็นร้อยละ 16.05 ผู้สอบที่มีทักษะความสามารถเกี่ยวกับการอ่าน 3 ทักษะคิดเป็นร้อยละ 9.90 ผู้สอบ

ที่มีทักษะความสามารถเกี่ยวกับการอ่าน 2 ทักษะคิดเป็นร้อยละ 10.39 ผู้สอบที่มีทักษะความสามารถเกี่ยวกับการอ่านเพียงทักษะเดียวคิดเป็นร้อยละ 12.05 และผู้สอบที่ไม่มีทักษะความสามารถเกี่ยวกับการอ่านเลยคิดเป็นร้อยละ 51.61

Wang และ Gierl (2011) ได้วินิจฉัยเกี่ยวกับทักษะด้านการคิดของนักเรียนในการอ่านเชิงวิเคราะห์โดยใช้วิธีการโมเดลคุณลักษณะลำดับขั้น (AHM) กับการสอบ SAT ด้วยการพัฒนาโมเดลการคิดจำนวน 3 โมเดล จากการทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับการอ่านเชิงวิเคราะห์ที่ใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบ SAT แล้วตรวจสอบความเที่ยงตรงของโมเดลทั้ง 3 โมเดลที่พัฒนาขึ้นโดยนำไปทดสอบกับนักเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาของข้อสอบที่พัฒนาขึ้นตามโมเดลที่กำหนดด้วยการใช้เทคนิคคิดออกเสียง หลังจากนั้นจึงใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างรูปแบบการตอบที่คาดหวังและรูปแบบการตอบที่สังเกตได้ของผู้สอบจากกลุ่มตัวอย่างผู้สอบจำนวน 2,000 คน โมเดลที่ได้แสดงให้เห็นว่ามีความสอดคล้องเป็นอย่างมากระหว่างโมเดลการคิดแก้ปัญหาที่พัฒนาขึ้นและข้อมูลเชิงประจักษ์ที่ได้จากการสอบกับกลุ่มตัวอย่าง ทั้ง 3 โมเดล หลังจากนั้นได้หาค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของนักเรียนที่ทำการสอบจำนวน 15 คน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของผลการจำแนกคุณลักษณะ พบว่าโมเดลลำดับขั้นคุณลักษณะที่กำหนดมีความเที่ยงตรงเชิงสูงเข้า แสดงว่าคุณลักษณะที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่ใกล้เคียงกันที่นำมาใช้แก้ปัญหา

Gu (2011) ได้หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 6 ที่ใช้ในการประเมินคุณภาพทางการศึกษาของรัฐ Ontario (Ontario Education Quality and Accountability Office: EQAO) และวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนที่สอบด้วยแบบทดสอบดังกล่าว ด้วยการใช้โมเดลการประเมินเชิงวินิจฉัย 2 โมเดลเปรียบเทียบกัน คือ DINA model และ MC-DINA model ซึ่ง MC-DINA model เป็นโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่ถูกพัฒนาขึ้นใหม่สำหรับการวิเคราะห์ข้อคำถามที่มีรูปแบบคำตอบเป็นแบบหลายตัวเลือก จากการสร้าง Q-matrix เพื่อกำหนดทักษะที่ต้องการวัดของข้อคำถามในแต่ละข้อ พบว่าข้อคำถามทุกข้อวัดทักษะความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ 4 ทักษะ คือ ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense/ understanding of magnitude) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณในโจทย์ปัญหาเลขคณิตหรือเรขาคณิต (Computational applications of knowledge in arithmetic or geometry) ความเข้าใจในการแปลคำถามจากโจทย์เป็นสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ (Understanding and transforming verbally posed questions to mathematics) และความสามารถในด้านการอ่าน การใช้ภาพ กราฟ ตาราง และแผนภูมิ (Reading and using figures, graph, tables and charts) ผลการศึกษากับกลุ่มตัวอย่างผู้สอบจำนวน 20,000 คน ในด้านการเปรียบเทียบผลที่ได้ในเชิงจำแนกกลุ่มทักษะความสามารถของผู้สอบ พบว่าทั้ง 2 โมเดลให้ผลในการจำแนกที่คล้ายคลึงกันสำหรับทักษะที่ต้องการวัดจำนวน 3 ทักษะ คือ ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense/ understanding of magnitude) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณในโจทย์ปัญหาเลขคณิตหรือเรขาคณิต (Computational applications of knowledge in arithmetic or geometry) และความสามารถในด้านการอ่าน การใช้ภาพ กราฟ ตาราง และแผนภูมิ (Reading and using figures, graph, tables and

charts) ส่วนทักษะความสามารถในด้านความเข้าใจในการแปลคำถามจากโจทย์เป็นสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ (Understanding and transforming verbally posed questions to mathematics) ทั้งสองโมเดลให้ผลการวิเคราะห์ที่ต่างกัน นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการวินิจฉัยของตัวเลือก พบว่าตัวเลือกที่ถูกต้องให้ข้อมูลในเชิงวินิจฉัยความสามารถของผู้สอบมากกว่าตัวลวง ทำให้สรุปได้ว่าแบบทดสอบวัดความสามารถวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันซึ่งใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ควรได้รับการพัฒนาความสามารถในเชิงวินิจฉัยสำหรับตัวลวงให้เพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้ยังได้จำลองข้อมูลเพื่อศึกษาเปรียบเทียบความคงเส้นคงวาในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาเงื่อนไขที่ทำให้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วย MC-DINA model ได้สารสนเทศจากการวิเคราะห์ข้อมูลมากที่สุด โดยกำหนดเงื่อนไขของกลุ่มตัวอย่างที่ทำการวิเคราะห์ข้อมูลให้แปรผันได้ คือ การแจกแจงของกลุ่มผู้สอบและอำนาจจำแนกของข้อคำถาม กับกำหนดเงื่อนไขคงที่ คือ Q-matrix และจำนวนข้อคำถามกับทักษะที่ต้องการวัด ในโมเดลการวิเคราะห์ข้อมูล 2 โมเดล คือ DINA model และ MC-DINA model ผลการศึกษาพบว่า MC-DINA model ให้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่คงเส้นคงวาและมีนัยสำคัญทางสถิติมากกว่า DINA model โดยเฉพาะเมื่อมีทักษะบางทักษะมีความสัมพันธ์กับทักษะที่เหลือน้อย (มีความเป็นพหุมิติ) และข้อคำถามมีความไวต่อการวินิจฉัยน้อย (ค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยต่ำ) ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ตัวลวงในการวิเคราะห์ข้อมูลร่วมด้วยจะให้สารสนเทศในเชิงการวินิจฉัยได้แม่นยำกว่าสำหรับการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบ

Roberts (2012) ได้วิจัยเพื่อพัฒนารูปแบบการรายงานผลคะแนนที่ได้จากการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ตามมาตรฐานการรายงานคะแนนที่กำหนดโดยมาตรฐานการทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา (Standards for Educational and Psychological Testing) ของสหรัฐอเมริกา การรายงานผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่มีประสิทธิภาพต้องทำการประเมินความต้องการจากผู้ที่เกี่ยวข้องกับการนำผลการทดสอบไปใช้ในหลายๆ ด้าน แนวทางสำหรับการรายงานและนำเสนอผลคะแนนจากการประเมินเพื่อวินิจฉัยอยู่บนพื้นฐานของการพิจารณาการรายงานผลคะแนนสอบในปัจจุบันและการทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับการออกแบบการรายงานผลคะแนน งานวิจัยนี้ได้ใช้ข้อมูลจากการประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 และพัฒนารูปแบบการรายงานผลคะแนน จำนวน 3 รูปแบบ แล้วนำรูปแบบที่พัฒนาขึ้นไปหาคุณภาพในขั้นต้นด้วยการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญที่เป็นนักการศึกษาซึ่งทำงานในด้านนี้ หลังจากนั้นจึงนำรูปแบบการรายงานผลคะแนนที่ถูกพัฒนาขึ้นไปให้ครูผู้สอนประเมินใน 3 ด้าน คือ (1) เนื้อหาและรูปแบบ (2) ความเข้าใจและการแปลผล (3) การนำไปใช้และความพึงพอใจ ในผลคะแนนที่รายงาน ผลจากการศึกษาพบว่ารูปแบบการรายงานผลคะแนนที่พัฒนาขึ้นทั้ง 3 รูปแบบให้ผลการรายงานที่สอดคล้องกับสารสนเทศที่ครูต้องการจากการประเมินเพื่อวินิจฉัย ครูสามารถทำความเข้าใจและแปลผลคะแนนจากรายงานได้ง่าย แต่มีข้อแนะนำคือควรพัฒนารูปแบบให้เหมาะสมและควรให้ความหมายของคุณลักษณะที่ปรากฏในรายงาน ข้อมูลเบื้องต้นที่ถูกกำหนดไว้ในรายงาน คือ การสื่อสารเกี่ยวกับข้อมูลการเรียนรู้ของนักเรียนไปยังพ่อแม่และนักเรียน การให้ข้อมูลการวางแผนเกี่ยวกับการสอนของครู การประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน และการสรุป

รวบยอดผลการประเมินทั้งหมดในรายงาน เพื่อที่จะใช้ประโยชน์จากผลการประเมินควรมีการนำผลที่ได้จากการสอบด้วยข้อสอบแบบดั้งเดิมและรายงานผลในระดับชั้นเรียนขึ้นบนเว็บไซต์ก็เป็นสิ่งที่ควรนำไปปฏิบัติ

Su (2013) ได้ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก ระหว่าง DINA model กับ DINA-H model และ DINO model กับ DINO-H model ด้วยการจำลองข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูลผลการสอบ TIMSS ที่ทำการสอบในปี 2003 ภายใต้เงื่อนไขของแบบทดสอบที่ต่างกัน คือ จำนวนของคุณลักษณะที่ทำการจำแนก ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และโครงสร้างลำดับชั้นของคุณลักษณะ รวมทั้งได้ศึกษาเปรียบเทียบผลกระทบของการกำหนดโครงสร้างลำดับชั้นของคุณลักษณะที่ไม่ถูกต้องภายใต้ข้อตกลงของความเป็นอิสระและไม่เป็นอิสระของคุณลักษณะที่ทำการจำแนก ผลการศึกษาทั้งจากการจำลองข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูลผลการสอบ TIMSS พบว่าการวิเคราะห์ข้อมูลซึ่งคุณลักษณะที่วิเคราะห์เป็นลำดับชั้น ควรใช้ DINA-H model และ DINO-H model ในการวิเคราะห์ข้อมูล เนื่องจากให้ผลการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าการใช้ DINA model และ DINO model ในการวิเคราะห์ข้อมูล การนำคุณลักษณะที่เป็นลำดับชั้นไปวิเคราะห์ด้วย DINA model และ DINO model ส่งผลทำให้ชั้นความสามารถแฝงที่ต้องการจำแนกมีจำนวนลดลงและทำให้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์มีจำนวนลดลง เมื่อจำนวนคุณลักษณะที่จำแนกเพิ่มมากขึ้น โมเดลการวิเคราะห์จะให้ผลการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพดีขึ้นเมื่อจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีขนาดเพิ่มมากขึ้น และจำนวนข้อคำถามที่ใช้ในการทดสอบมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น

Chang และคณะ (2013) ได้นำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมาใช้ร่วมกับการทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์ (Cognitive Diagnostic Computerized Adaptive Testing: CD-CAT) โดยพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาอังกฤษ สำหรับใช้กับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 ในประเทศจีน ด้วยการนำแบบทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์และนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่มีชื่อว่า DINA model มาใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบในการวินิจฉัยคุณลักษณะที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียน แบบทดสอบที่ถูกพัฒนาขึ้นได้นำไปใช้ทดสอบกับนักเรียนชาวจีนในกรุงปักกิ่ง จำนวน 584 คน และผู้วิจัยได้นำผลที่ได้จากการวินิจฉัยไปตรวจสอบความเที่ยงตรงของผลที่ได้ในเชิงประจักษ์ ด้วยการสุ่มตัวอย่างนักเรียนที่เข้าร่วมการสอบจำนวน 90 คน และนำผลการวินิจฉัยที่ได้จากการทำ CD-CAT ของนักเรียนทั้ง 90 คนนี้ ไปตรวจสอบกับผลที่ได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาอังกฤษในชั้นเรียนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่าแบบทดสอบที่ถูกพัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้ในการวินิจฉัยได้อย่างมีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับคุณลักษณะที่แท้จริงของนักเรียน โดยมีความแปรปรวนทางสถิติที่สามารถอธิบายได้ 98.1% ข้อเสนอแนะที่น่าสนใจจากงานวิจัยนี้ คือ ผู้วิจัยได้เสนอว่าถึงแม้ DINA model จะเป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวินิจฉัยทักษะความสามารถของนักเรียน แต่ในการศึกษาครั้งถัดไปผู้วิจัยควรศึกษาว่าธรรมชาติของคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยกับแบบแผนการตอบของผู้สอบมีปฏิสัมพันธ์กันหรือไม่

และถ้ามีปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นมีลักษณะเป็นอย่างไร นอกจากนี้ยังควรศึกษาด้วยว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกอื่นที่ถูกพัฒนาขึ้น ได้แก่ NIDA model, DINA-H model, Fusion model ฯลฯ จะให้ผลการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพเช่นเดียวกับ DINA model หรือไม่

Basokcu, Ogretmen และ Kelecioğlu (2013) ได้ศึกษาการนำ G-DINA model และ DINA model ไปใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับชาติของนักเรียนเกรด 6 จำนวน 4,677 คน จากการสอบ OKS ในประเทศตุรกี ในปี 2008 ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มีข้อคำถามจำนวน 16 ข้อ วัดผลการเรียนรู้ใน 4 สาระ คือ จำนวน เรขาคณิต สถิติ/ความน่าจะเป็น และพีชคณิต โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลและผลการวิเคราะห์ซึ่งเป็นคุณภาพของข้อคำถามที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model กับกลุ่มตัวอย่าง ภายใต้การใช้แบบทดสอบ และ Q-matrix ชุดเดียวกัน ค่าสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าในเชิงสัมพัทธ์ คือ ค่าดัชนี -2LL, AIC และ BIC ดัชนีค่าความสอดคล้องของข้อคำถามถูกประมาณค่าโดยค่าสหสัมพันธ์สหเหลือและค่าความน่าจะเป็น ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า G-DINA model ให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าดีกว่า DINA model ซึ่ง DINA model จะให้ผลลัพธ์ในการประมาณค่าที่ดีกว่าเมื่อทำการประมาณค่ากับกลุ่มนักเรียนที่มีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาตรงกับข้อคำถามที่ต้องการวัดทุกทักษะ ในทางกลับกัน G-DINA model จะทำการประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถต่างกันไม่เท่ากัน โดยผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถตรงกับข้อคำถามที่ต้องการวัดทุกทักษะจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกสูงสุด ส่วนผู้สอบที่ไม่มีทักษะที่ต้องการวัดเลยจะมีค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกต่ำสุด ส่งผลทำให้ความน่าจะเป็นในการตอบคำถามได้อย่างถูกต้องของนักเรียนในข้อคำถามที่ต้องการทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ทักษะ ของนักเรียนที่มีทักษะที่ตรงกับที่ต้องการวัดบางทักษะมีค่าไม่เท่ากัน ข้อค้นพบดังกล่าวนี้ได้ให้ข้อมูลที่สำคัญกับผู้สร้างแบบทดสอบในการประเมินข้อคำถามที่เป็นแบบเลือกตอบที่มีความซับซ้อน ซึ่งต้องทำการประเมินแบบแผนการใช้ทักษะในการแก้ปัญหาของผู้ทำข้อสอบในการสร้างข้อคำถาม

Huang และ Wang (2014) ได้พัฒนาโมเดลที่ใช้ในการประมาณค่าเพื่อวินิจฉัยคุณลักษณะของผู้สอบ จากโมเดลพื้นฐาน DINA model จำนวน 2 โมเดล คือ RS-DINA model ซึ่งเป็นโมเดลที่ปรับแก้จาก DINA model โดยกำหนดให้อธิพจน์ของค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ (s_j) ของผู้สอบแต่ละคนมีผลในการประมาณค่า และ AG-DINA model ซึ่งเป็นโมเดลที่ปรับแก้จาก DINA model โดยปรับสูตรการคำนวณค่าการเดา (g_j) ด้วยการถ่วงน้ำหนักความสามารถของผู้สอบแต่ละคนในการเดาตามค่าความสามารถ (θ_j) แล้วศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลที่พัฒนาขึ้นใหม่ทั้งสองโมเดล (RS-DINA model และ AG-DINA model) กับโมเดลเดิม คือ DINA model โดยใช้เทคนิคการจำลองข้อมูล ตามเงื่อนไขในการประมาณค่าที่ต่างกัน คือ ความยาวของแบบทดสอบ 20 และ 40 ข้อ จำนวนผู้สอบ 1,000 และ 2,000 คน และค่าอำนาจจำแนกพารามิเตอร์อันดับที่สอง ใช้การประมาณค่าแบบเบย์เซียนด้วยวิธี Markov chain

Monte Carlo (MCMC method) Q-matrix ได้ถูกกำหนดให้มีค่าความน่าจะเป็น 0.5 สำหรับแต่ละคุณลักษณะ หลังจากนั้นนำโมเดลที่พัฒนาขึ้นทั้งสองโมเดล (RS-DINA model และ AG-DINA model) กับโมเดลเดิม คือ DINA model ไปวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากผลการสอบจริง ในการสอบเรื่องการบวกเศษส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา จำนวน 536 คน ผลการศึกษาพบว่าโมเดลที่พัฒนาขึ้นทั้งสองโมเดล คือ RS-DINA model และ AG-DINA model ให้การประมาณค่าในการจำแนกคุณลักษณะของผู้สอบที่มีประสิทธิภาพดีกว่า DINA model นอกจากนี้ความยาวของแบบทดสอบและจำนวนผู้สอบส่งผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลทุกโมเดล โดยแบบทดสอบที่มีความยาวมากจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าเพื่อจำแนกคุณลักษณะของผู้สอบที่มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบทดสอบที่มีความยาวน้อย และผู้สอบที่ใช้ในการประมาณค่าจำนวนมากกว่าจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าเพื่อจำแนกคุณลักษณะของผู้สอบที่มีประสิทธิภาพมากกว่าสอบที่ใช้ในการประมาณค่าจำนวนน้อยกว่า

Hou, De La Torre และ Nandakumar (2014) ได้ตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบ (DIF) ของการวิเคราะห์ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model โดยการใช้การทดสอบแบบวาลด์ (Wald test) ทั้งการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบแบบเอกรูป (Uniform DIF) และแบบเอนกรูป (Nonuniform DIF) ด้วยการจำลองข้อมูลผลการสอบจากแบบทดสอบ 30 ข้อ และคุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัย 5 คุณลักษณะ ภายใต้เงื่อนไขจำนวนผู้สอบที่ต่างกัน คือ จำนวนผู้สอบ (กลุ่มอ้างอิง 500 คน และกลุ่มสนใจ 500 คน กับกลุ่มอ้างอิง 1,000 คน และกลุ่มสนใจ 1,000 คน), ค่าพารามิเตอร์อ้างอิงของข้อคำถาม (0.1, 0.2 และ 0.3), DIF size (0.05 และ 0.10) และประเภทของการตรวจสอบ DIF (เอกรูปและเอนกรูป) ผลการศึกษาพบว่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบแบบวาลด์ (Wald test) มีค่าใกล้เคียงกับระดับปกติซึ่งเป็นเกณฑ์ที่ยอมรับในประสิทธิภาพของการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบได้ในทุกเงื่อนไข นอกจากนี้เมื่อตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบด้วยการทดสอบแบบวาลด์ (Wald test) เปรียบเทียบกับการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบด้วยวิธี Mantel Haenszel Test (MH) และ SIPTTEST พบว่าการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบด้วยการทดสอบแบบวาลด์ (Wald test) ให้ผลไม่ต่างจากการทดสอบด้วยวิธี Mantel Haenszel Test (MH) และ SIPTTEST แสดงว่าการทดสอบแบบวาลด์ (Wald test) เป็นการทดสอบทางสถิติที่มีความน่าเชื่อถือสำหรับนำมาใช้ในการตรวจสอบการทำหน้าที่ต่างกันของข้อสอบ (DIF) ของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และปัญหาในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และปัญหาในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยพบว่าม้งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องดังกล่าว จำนวน 4 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

Mary และ Heather (2006) ได้ศึกษารูปแบบปัญหาที่เกิดขึ้นในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปภาษา (Word problem) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ด้วยการให้นักเรียนจำนวน 668 คน ในห้องเรียนที่ถูกคัดเลือกมาจากโรงเรียนที่อยู่ในรัฐเท็กซัสและเดลาแวร์ จำนวน 25 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการหาคำตอบของสมการ จำนวน 15 ข้อ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 7 ข้อ ข้อสอบปรนัยแบบเติมคำตอบ จำนวน 7 ข้อ และข้อสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ ที่มีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบลำดับขั้น ซึ่งข้อคำถามมีรูปแบบเป็นโจทย์ปัญหาในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 12 ข้อ และเป็นโจทย์ปัญหาในรูปภาษา (Word problem) จำนวน 3 ข้อ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ข้อ และข้อสอบปรนัยแบบเติมคำตอบ 1 ข้อ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนสามารถหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในรูปภาษา ทั้ง 3 ข้อ ได้อย่างถูกต้องคิดเป็นร้อยละ 9 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และได้ศึกษาเพื่อหาข้อบกพร่องของนักเรียนในการทำโจทย์ปัญหาในรูปภาษาด้วยการสำรวจจากนักเรียน จำนวน 60 คน ทำให้ได้แบบแผนของข้อบกพร่องในการคิดที่ได้ จำนวน 7 แบบ และศึกษาเพื่อยืนยันผลที่ได้ดังกล่าวด้วยการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 5 คน เกี่ยวกับกระบวนการคิดหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ผลที่ได้พบว่าแบบแผนข้อบกพร่องในการคิดที่นักเรียนมีปัญหาตรงกันมากที่สุด คือ การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ เนื่องจากนักเรียนไม่มีความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างข้อความที่เป็นคำสำคัญหรือข้อมูลที่โจทย์ให้มาสร้างเป็นตัวแทนในรูปสมการเพื่อหาคำตอบได้

Ding, Song & Richardson (2006) ทำการศึกษาความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในประเทศสหรัฐอเมริกา ด้วยการศึกษาลงจากการสอบของโรงเรียน 2 โรงเรียน ใน 2 เมือง ของสหรัฐอเมริกา และใช้โมเดลพหุระดับแบบติดตามระยะยาว (Longitudinal multilevel modeling) ในการตรวจสอบความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่าทั้งนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีแนวโน้มพัฒนาการในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นคะแนนมาตรฐานไม่แตกต่างกัน แต่มีความแตกต่างที่เห็นได้อย่างชัดเจนเมื่อนักเรียนมีอายุเพิ่มมากขึ้น โดยนักเรียนหญิงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชาย และเมื่อทำการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลทำให้ผลการวิจัยเป็นตามทีกล่าวมา พบว่าในปัจจุบันทุกรัฐได้ให้ความสำคัญกับการทดสอบมาตรฐานเพื่อวัดความรู้ผู้เรียน ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้ครูจัดการเรียนการสอนที่เน้นความสำคัญของผู้เรียนทุกคนอย่างเท่าเทียมกัน จึงช่วยลดความ

แตกต่างระหว่างเพศในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และด้วยลักษณะของเพศหญิงที่มีความขยันและอดทนมากกว่าเพศชายทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชายเมื่อมีวุฒิภาวะสูงขึ้น

Mundia (2010) ทำการศึกษาปัญหาที่เกิดขึ้นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ในประเทศบรูไน ด้วยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบมาตรฐานเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ Wide Range Achievement Test และ Woodcock-Johnson Psycho-Educational Battery ผลการศึกษาพบว่านักเรียนหญิงในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงกว่านักเรียนชายในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการทำแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ และนักเรียนชายในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงกว่านักเรียนหญิงในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบฉบับที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยรูปแบบของข้อสอบในแบบทดสอบฉบับที่ 1 ส่วนใหญ่เป็นโจทย์ปัญหาในรูปของภาษา (Word problem) ส่วนแบบทดสอบฉบับที่ 2 มีรูปแบบของข้อสอบที่เป็นการคิดคำนวณในรูปของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นว่าลักษณะของข้อสอบที่ใช้ในการสอบส่งผลต่อความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนที่มีเพศแตกต่างกัน โดยนักเรียนหญิงจะมีความสามารถในการทำแบบทดสอบที่มีโจทย์ปัญหาในรูปของภาษาได้ดีกว่านักเรียนชาย และนักเรียนชายจะมีความสามารถในการทำแบบทดสอบที่มีโจทย์ปัญหาในรูปของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่านักเรียนหญิง

Marks (2008) ได้ศึกษาเพื่อหาสาเหตุของความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์และความสามารถทางด้านภาษาของนักเรียนอายุ 15 ปี ของประเทศต่างๆ จำนวน 31 ประเทศทั่วโลก จากผลการสอบ PISA ในปี 2000 ผลการศึกษาพบว่าปัจจัยสำคัญที่มีส่วนส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างเพศในด้านความสามารถทางด้านการอ่าน คือ ปัจจัยที่เป็นผลมาจากการจัดระบบการสอนภายในโรงเรียน ทำให้นักเรียนหญิงมีความสามารถทางด้านการอ่านมากกว่านักเรียนชาย ส่วนปัจจัยสำคัญที่มีส่วนส่งผลให้เกิดความแตกต่างระหว่างเพศในด้านความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ คือ นโยบายทางด้านการศึกษารัฐ โดยในสังคมที่รัฐให้การยอมรับความเท่าเทียมกันระหว่างเพศและมีนโยบายให้นักเรียนทั้งสองเพศได้รับการศึกษาอย่างเท่าเทียมกัน จะพบความแตกต่างของความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างเพศน้อยมาก แต่จะพบความแตกต่างของความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างเพศมากกว่า เมื่อรัฐมีนโยบายให้การสนับสนุนและค่านิยมของสังคมในการศึกษาระหว่างเพศไม่เท่าเทียมกัน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางการศึกษาในต่างประเทศ พบว่าในปัจจุบันมีการทำการศึกษเกี่ยวกับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมากขึ้น ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการนำโมเดลการวินิจฉัยทางการศึกษามาใช้ในสถานการณ์ต่างๆ และการพัฒนาดัชนีสำหรับใช้เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดล ทั้งการศึกษาด้วยการจำลองข้อมูลและการนำข้อมูลจากการทดสอบจริงมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อยืนยันผลการศึกษาในเชิงทฤษฎี โดยที่ข้อมูลจากการทดสอบจริงที่ใช้ในงานวิจัยส่วนใหญ่ใช้ข้อมูลที่ได้จากการสอบทั่วไป ด้วยการนำแบบทดสอบประเมินทางการศึกษาที่ทำการทดสอบอยู่แล้วมากำหนดรหัสสำหรับคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาเพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูล (Post-hoc หรือ Retrofitting) คุณลักษณะที่ทำการวินิจฉัยส่วนใหญ่เป็นการวัดความสามารถในการคิดคำนวณเรื่องเศษส่วน แต่ยังไม่มีการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยที่ได้จากโมเดลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ต่างกัน เมื่อนำมาใช้กับเงื่อนไขคุณลักษณะของผู้สอบที่มีความแตกต่างกัน

กล่าวโดยสรุป จากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยทฤษฎีทางการศึกษาเกี่ยวกับพุทธิปัญญา หลักสูตรแกนกลางสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น ผู้วิจัยพบว่าประเด็นที่น่าสนใจสำหรับนำมาใช้ในการพัฒนางานวิจัย ดังนี้

1. การพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้เพื่อการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน เนื่องจากยังไม่มีแบบทดสอบมาตรฐานทางการศึกษาใดที่ถูกพัฒนาขึ้นภายใต้แนวคิดของการพัฒนาแบบทดสอบ สำหรับใช้เพื่อการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเฉพาะ

2. การวิเคราะห์ข้อมูลในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน จากแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นสำหรับใช้เพื่อการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกที่นิยมใช้สำหรับข้อคำถามที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (0 และ 1) จำแนกผู้เรียนออกเป็นสองกลุ่ม (รอบรู้ และไม่รอบรู้) ภายใต้เงื่อนไขของคุณลักษณะแบบชดเชยความสามารถ (Compensatory) คือ G-DINA model

3. การเปรียบเทียบผลการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนตามตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน

4. การเปรียบเทียบความเที่ยงตรงของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัย โดยพิจารณาจากประสิทธิภาพของโมเดลที่นิยมนำมาใช้ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ตามตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยออกแบบการวิจัยให้มีการเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณเป็นแนวทางหลัก ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และทำการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รวมทั้งศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้วิจัยดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตจังหวัดอ่างทอง จำนวน 14 โรงเรียน รวมจำนวนทั้งสิ้น 6,794 คน

ตาราง 15 ประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในเขตจังหวัดอ่างทอง จำแนกตามขนาดและระดับชั้น

ขนาด	โรงเรียน	นักเรียน ทั้งหมด	นักเรียนระดับชั้น			รวมนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น
			ม.1	ม.2	ม.3	
ใหญ่พิเศษ	สตรีอ่างทอง	3,351	612	597	616	1,825
	อ่างทองปัทมโรจน์วิทยาคม	2,887	574	557	521	1,652
ใหญ่	วิเศษไชยชาญ “ตันติวิทยานุกูล”	1,712	285	271	284	840
กลาง	โพธิ์ทอง “จินดาภิเษก”	1,115	211	210	186	607
	สามโก้วิทยาคม	622	105	120	107	332

ตาราง 15 (ต่อ)

ขนาด	โรงเรียน	นักเรียน ทั้งหมด	นักเรียนระดับชั้น			รวมนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น
			ม.1	ม.2	ม.3	
เล็ก	วิเศษไชยชาญวิทยาคม	163	52	30	32	114
	โพธิ์ทองพิทยาคม	418	7	17	114	138
	รวิหว่าวิทยาคม	206	37	30	39	106
	ป่าโมกข์วิทยาคม	555	96	93	104	293
	บางเสด็จวิทยาคม	530	105	108	105	318
	แสวงหาวิทยาคม	538	97	83	111	291
	ราชสถิตยวิทยา	273	63	50	39	152
	โยธินบูรณะอ่างทอง	113	14	17	31	62
	ไผ่ม่วงวิทยา	99	18	16	30	64
รวม		12,582	2,199	2,319	6,794	2,199

หมายเหตุ : กลุ่มขนาดโรงเรียน แบ่งตามเกณฑ์ที่กำหนดโดย สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2555) ดังนี้ โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จำนวนนักเรียนมากกว่า 2,500 คน โรงเรียนขนาดใหญ่ จำนวนนักเรียน 1,500 – 2,499 คน โรงเรียนขนาดกลาง จำนวนนักเรียน 500 – 1,499 คน และโรงเรียนขนาดเล็ก จำนวนนักเรียน 1 – 499 คน

ที่มา : ระบบรายงานสารสนเทศและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ศูนย์ปฏิบัติการ GPA
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2557)

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตจังหวัดอ่างทอง จำนวน 14 โรงเรียน แบ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยออกเป็น 2 กลุ่ม ตามวัตถุประสงค์และขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้น

1.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix ในเชิงประจักษ์ โดยการใช้วิธีการคิดออกเสียง (Think aloud protocol) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ระดับชั้นละ 3 คน รวมจำนวนทั้งหมด 9 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) โดยทำการเลือกนักเรียนที่ได้ผลการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 3 ขึ้นไป เพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ในเชิงประจักษ์

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบขั้นต้นตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) จำนวน 90 คน แบ่งออกเป็นนักเรียนในระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 1 , 2 และ 3 ระดับชั้นละ 30 คน ทำการสุ่มนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างดังกล่าวแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) โดยแบ่งกลุ่มผู้เรียนตามระดับความสามารถทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แล้วสุ่มเลือกผู้เรียนในแต่ละกลุ่มด้วยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) ในอัตราส่วน 1 : 1 : 1 กล่าวคือสุ่มนักเรียนในแต่ละระดับชั้นตามกลุ่มที่แบ่งจากผลการเรียนกลุ่มละ 10 คน ในการแบ่งกลุ่มผู้เรียนในแต่ละระดับชั้นใช้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 เป็นเกณฑ์ในการแบ่ง กลุ่มเก่งเป็นนักเรียนที่ได้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3 ขึ้นไป กลุ่มปานกลางเป็นนักเรียนที่ได้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2 – 2.5 และกลุ่มอ่อนเป็นนักเรียนที่ได้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 – 1.5

1.3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory) และตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ในเชิงสถิติ ด้วยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก จำนวน 718 คน ซึ่งเป็นจำนวนมากกว่าขนาดกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสม สำหรับการวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีการตอบข้อคำถามของ Geoffrey และ Andrej (2012: 10) ที่กำหนดว่ากลุ่มตัวอย่างควรมีขนาดไม่ต่ำกว่า 500 คน และการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของ Rupp และ Templin (2008: 251) ที่กำหนดว่ากลุ่มตัวอย่างควรมีขนาดไม่ต่ำกว่า 200–300 คน โดยทำการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling) วิธีการสุ่มนี้เป็นวิธีที่มีข้อดีและเหมาะสมสำหรับนำมาใช้กับโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก เนื่องจากทำให้กลุ่มตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์ข้อมูลมีการกระจายตัวในทุกกลุ่มของข้อมูลที่ต้องการจำแนก ซึ่งส่งผลทำให้ค่าสถิติไคแอสควร์ที่ใช้ในการทดสอบความถูกต้องเหมาะสมของข้อมูลเชิงประจักษ์กับโมเดลที่ใช้ในการจำแนกกลุ่มมีความน่าเชื่อถือ โดยมีแผนการสุ่มตัวอย่างและขั้นตอนการสุ่มตัวอย่าง ดังต่อไปนี้

1) กำหนดกลุ่มประชากรซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่กำลังศึกษาอยู่ในโรงเรียนที่เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 5 จังหวัดอ่างทอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ทั้งหมด 14 แห่ง จำนวน 6,794 คน

2) สุ่มเลือกโรงเรียนที่ใช้ในการเก็บข้อมูลด้วยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) โดยใช้ขนาดของโรงเรียนเป็นชั้นภูมิในการสุ่ม สุ่มเลือกโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จำนวน 1 โรงเรียน คือ โรงเรียนสตรีอ่างทอง โรงเรียนขนาดกลาง จำนวน 1 โรงเรียน คือ โรงเรียนโพธิ์ทอง “จินดามณี” และโรงเรียนขนาดเล็ก จำนวน 2 โรงเรียน คือ โรงเรียนบางเสด็จวิทยาคม และโรงเรียนราชสถิตวิทยา

3) สุ่มเลือกนักเรียนในแต่ละระดับชั้น คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 , 2 และ 3 ของโรงเรียนที่สุ่มเลือกไว้ในข้อ 2) ตามแผนการเรียนของนักเรียนซึ่งแบ่งออกเป็นสองกลุ่ม คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนทั่วไป แล้วใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม และสุ่มให้ได้จำนวนห้องเรียนเท่าๆ กัน ในแต่ละแผนการเรียนของแต่ละโรงเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีการกระจายความสามารถ รายละเอียดของการสุ่มเลือกนักเรียนในขั้นนี้แสดงได้ดังในตาราง 16

ตาราง 16 การส่มนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ

ขนาด	โรงเรียน	ระดับชั้น	จำนวนห้องตามแผนการเรียน			จำนวนห้องที่สุม			จำนวนนักเรียนที่สุม		
			วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม	วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม	วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม
ใหญ่พิเศษ	สตรีอ่างทอง	ม.1	6	8	14	1	1	2	45	44	89
		ม.2	5	8	13	1	1	2	37	50	87
		ม.3	6	8	14	1	1	2	42	45	87
กลาง	โพธิ์ทอง “จินตามณี”	ม.1	2	3	5	1	1	2	43	45	88
		ม.2	2	3	5	1	1	2	44	45	89
		ม.3	2	3	5	1	1	2	42	38	90
เล็ก	บางเสด็จวิทยาคม	ม.1	1	2	3	1	—	1	35	—	35
		ม.2	1	2	3	1	—	1	33	—	33
		ม.3	1	2	3	1	—	1	35	—	35
	ราชสถิตยวิทยา	ม.1	—	1	1	—	1	1	—	31	31
		ม.2	—	1	1	—	1	1	—	25	25
		ม.3	—	1	1	—	1	1	—	39	39
รวม			26	42	68	9	9	18	356	362	718

2. กลุ่มตัวอย่างที่ทำการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก จำนวน 1,214 คน ซึ่งเป็นจำนวนมากกว่าขนาดกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์โดยใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของ Rupp และ Templin (2008: 251) ที่กำหนดว่ากลุ่มตัวอย่างควรมีขนาดไม่ต่ำกว่า 200–300 คน โดยทำการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling) เช่นเดียวกับการสุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory) และตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ในเชิงสถิติ ด้วยการใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก แต่จะทำการสุ่มเลือกโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างไม่ซ้ำกับโรงเรียนที่ทำการทดลองใช้เพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือ เพื่อป้องกันการจำข้อสอบได้ของผู้สอบ ซึ่งอาจทำให้ผลการวิจัยเกิดความคลาดเคลื่อนได้ แผนการสุ่มตัวอย่างและขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างในส่วนนี้ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้คือ

1) กำหนดกลุ่มประชากรซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่กำลังศึกษาอยู่ในโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 5 จังหวัดอ่างทอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ทั้งหมด 14 แห่ง จำนวน 6,794 คน

2) สุ่มเลือกโรงเรียนที่ใช้ในการเก็บข้อมูลด้วยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) โดยใช้ขนาดของโรงเรียนเป็นชั้นภูมิในการสุ่ม สุ่มเลือกโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จำนวน 1 โรงเรียน คือ โรงเรียนอ่างทองปัทมโรจน์วิทยาคม โรงเรียนขนาดใหญ่ จำนวน 1 โรงเรียน คือ โรงเรียนวิเศษไชยชาญ “ตันติวิทยานุกูล” โรงเรียนขนาดกลาง จำนวน 1 โรงเรียน คือ โรงเรียนสามโก้วิทยาคม โรงเรียนขนาดเล็ก จำนวน 2 โรงเรียน คือ โรงเรียนป่าโมกษวิทยานุกูล และโรงเรียนแสงสว่างวิทยาคม

3) สุ่มเลือกนักเรียนในแต่ละระดับชั้น คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 , 2 และ 3 ของโรงเรียนที่สุ่มเลือกไว้ในข้อ 2) ตามแผนการเรียนของนักเรียนซึ่งแบ่งออกเป็นสองกลุ่ม คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนทั่วไป แล้วใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม และสุ่มให้ได้จำนวนห้องเรียนเท่าๆ กัน ในแต่ละแผนการเรียนของแต่ละโรงเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีการกระจายความสามารถ รายละเอียดของการสุ่มเลือกนักเรียนในขั้นนี้แสดงได้ดังในตาราง 17

ตาราง 17 การสຸ່มนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการประมาณค่าของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

ขนาด	โรงเรียน	ระดับชั้น	จำนวนห้องตามแผนการเรียน			จำนวนห้องที่สุม			จำนวนนักเรียนที่สุม		
			วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม	วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม	วิทย์- คณิต	ทั่วไป	รวม
ใหญ่พิเศษ	อ่างทองปัทมโรจน์วิทยาคม	ม.1	4	8	12	2	2	4	75	100	175
		ม.2	4	8	12	2	2	4	65	102	167
		ม.3	4	7	11	2	2	4	76	99	175
ใหญ่	วิเศษไชยชาญ “ตันติวิทยาภูมิ”	ม.1	3	5	8	2	1	3	72	36	108
		ม.2	3	5	8	2	1	3	73	32	105
		ม.3	3	5	8	2	1	3	52	39	91
กลาง	สามโก้วิทยาคม	ม.1	1	2	3	1	1	2	35	35	70
		ม.2	1	2	3	1	1	2	38	40	78
		ม.3	1	2	3	1	1	2	36	33	69
เล็ก	ป่าโมกษวิทยาภูมิ	ม.1	1	2	3	1	–	1	32	–	32
		ม.2	1	3	4	1	–	1	22	–	22
		ม.3	1	3	4	1	–	1	23	–	23
	แสวงหาวิทยาคม	ม.1	1	2	3	–	1	1	–	32	32
		ม.2	1	2	3	–	1	1	–	28	28
		ม.3	1	2	3	–	1	1	–	39	39
รวม			30	58	88	18	17	35	599	615	1,214

จากข้อมูลในตาราง 17 เมื่อแบ่งกลุ่มนักเรียนตามระดับชั้นที่ศึกษาอยู่ มีจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับชั้น คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 417 คน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 400 คน และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 397 คน และเมื่อแบ่งกลุ่มนักเรียนตามเพศ มีจำนวนนักเรียนแยกตามเพศ คือ เพศชาย 603 คน และเพศหญิง 611 คน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ตามขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูลในงานวิจัย ดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบไปด้วยแบบประเมินทั้งหมด 3 ฉบับ คือ

1.1 แบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.2 แบบประเมินค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน

1.3 แบบประเมินความถูกต้องของ Q-matrix

2. เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก ที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า จำนวน 32 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย สามารถแบ่งขั้นตอนการสร้างออกเป็น 2 ส่วน ตามลักษณะของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล ดังนี้

1. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเครื่องมือในส่วนนี้ ทั้งหมด 3 ฉบับ ดังต่อไปนี้คือ

1.1 แบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบประเมินเพื่อสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการกำหนดด้วยการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนและการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้วิจัย

1.2 แบบประเมินค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบประเมินสอบถามความ

คิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับค่าน้ำหนักความสำคัญของความสามารถที่นักเรียนใช้ประกอบกันในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแต่ละระดับชั้น

1.3 แบบประเมินความถูกต้องของ Q-matrix เป็นแบบประเมินเพื่อสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความถูกต้องของการกำหนดคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในแต่ละข้อ

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้พัฒนาแบบทดสอบดังกล่าวตามวิธีการพัฒนาแบบทดสอบมาตรฐานเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของ Embretson (Embretson's Cognitive Design System Approach: CDS framework) (Leighton; & Gierl. 2007: 181) ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

2.1 กำหนดวัตถุประสงค์ของการสร้างแบบทดสอบ แล้วทำการศึกษามาตรฐานตัวชี้วัด และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2 กำหนดความสามารถของนักเรียน ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่เป็นทักษะและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ในการคิดหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ต้องการวัด ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้คือ

1) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) กำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการศึกษาในขั้นตอนที่ 1) ผู้วิจัยสามารถกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ทั้งหมด 5 คุณลักษณะ ดังนี้

2.1) การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.2) การจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

2.3) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

2.4) การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.5) การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

3) นำความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่กำหนดไปให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม

4) สรุปความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.3 กำหนดแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Attribute profile) โดยพิจารณาความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของการรวมตัวกันระหว่างคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาในแต่ละรูปแบบ

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์ค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วนำตารางที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาจำนวน 3 ท่าน กำหนดค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ตามตัวชี้วัดที่ระบุไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน เพื่อใช้ในการกำหนดจำนวนข้อคำถามที่เหมาะสมในการสร้างข้อสอบสำหรับนำไปใช้สอบกับนักเรียน

2.5 สร้างข้อคำถามวัดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามแบบแผนการคิดที่กำหนดจากสัดส่วนความสำคัญที่กำหนดโดยผู้เชี่ยวชาญจากผลที่ได้ในข้อ 2.4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยจำนวนของข้อคำถามที่สร้างหลังจากผ่านการหาคุณภาพในทุกขั้นตอนแล้วควรมีจำนวนไม่ต่ำกว่า 31 ข้อ ซึ่งเป็นจำนวนขั้นต่ำของข้อคำถามที่เหมาะสมซึ่งได้จากสูตรการคำนวณจำนวนขั้นต่ำของข้อคำถามที่เหมาะสม คือ $2^n - 1$ เมื่อ n แทน จำนวนทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Rupp, Templin & Henson, 2010: 194) ในขั้นนี้จึงต้องสร้างข้อคำถามให้มีจำนวนเกินกว่าจำนวนขั้นต่ำที่ต้องการ ดังนั้น ผู้วิจัยจะทำการสร้างข้อคำถามเพื่อใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือทั้งหมดจำนวน 48 ข้อ และใช้ระยะเวลาในการสอบ 2 ชั่วโมง

2.6 กำหนด Q-matrix ซึ่งเป็นเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของข้อคำถามกับคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถที่ใช้ในการหาคำตอบของข้อคำถามนั้น โดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อนักเรียนต้องใช้คุณลักษณะนั้นในการหาคำตอบ และกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อนักเรียนไม่ใช้คุณลักษณะนั้นในการหาคำตอบ

2.7 ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของ Q-matrix ที่กำหนดขึ้น หลังจากนั้นจึงตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของ Q-matrix ที่ได้ในเชิงประจักษ์อีกครั้งหนึ่ง ด้วยการให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบและใช้เทคนิคคิดออกเสียง (Think aloud protocol) เพื่อหารูปแบบการคิดหาคำตอบของนักเรียนและทำการตรวจสอบว่าตรงกับ Q-matrix ที่ได้หรือไม่ พร้อมกับทำการปรับปรุง Q-matrix ให้มีความถูกต้องสอดคล้องกับความเป็นจริงมากที่สุด

2.8 จัดพิมพ์แบบทดสอบและนำไปทดลองใช้กับนักเรียน จำนวน 90 คน แล้วทำการหาคุณภาพของแบบทดสอบขั้นต้นตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) ด้วยการหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r)

2.9 ปรับปรุงและคัดเลือกข้อคำถามที่มีคุณภาพตรงตามเกณฑ์ที่กำหนดในทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) โดยทำการคัดเลือกข้อคำถามที่มีดัชนีค่าความยาก (p) ในช่วง $0.2 \leq p \leq 0.8$ และดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) ในช่วง $r \geq 0.2$ (ศิริชัย กาญจนวาสี. 2552: 228) และหาค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ของแบบทดสอบ โดยการหาความสัมพันธ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบ

2.10 นำข้อคำถามที่ผ่านเกณฑ์การหาคุณภาพตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) ไปทดลองใช้กับนักเรียน จำนวน 718 คน และทำการหาคุณภาพของแบบทดสอบ ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory: IRT) โดยใช้โมเดลการวิเคราะห์แบบ 3-PL เพื่อหาดัชนีค่าอำนาจจำแนก (a) ดัชนีค่าความยาก (b) และดัชนีค่าการเดา (c)

2.11 คัดเลือกข้อคำถามที่มีคุณภาพตรงตามเกณฑ์ที่กำหนดในทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory: IRT) โดยพิจารณาเฉพาะดัชนีค่าการเดา (c) ของข้อคำถามที่อยู่ในช่วง $0 \leq c \leq 0.25$ (Hambleton, Swaminathan; & Rogers. 1991: 17) เนื่องจากแบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับวินิจฉัยผู้เรียน จึงไม่ควรที่จะมีค่าความน่าจะเป็นในการเดาสูงเกินกว่าค่าความน่าจะเป็นในการเดาที่คำนวณได้จากทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม

2.12 นำข้อคำถามที่ผ่านเกณฑ์การหาคุณภาพตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory: IRT) ไปหาคุณภาพในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามแต่ละข้อด้วย DINA model และหาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนความรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาต่างกันด้วย G-DINA model

2.13 จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ประเมินทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ลงในช่องความเห็น โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

+1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน**จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

0 หมายถึง **ไม่แน่ใจว่า** ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน**จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

-1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน **ไม่จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

หากคุณลักษณะใดที่ท่านพิจารณาแล้วเห็นว่าไม่มีความถูกต้อง เหมาะสม หรือสมควรปรับปรุงแก้ไข กรุณาเสนอแนะไว้ข้างท้ายเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ความสามารถ	ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ				
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง				
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน				
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ				
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ				

2. ตัวอย่างตารางวิเคราะห์ค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามตัวชี้วัดที่ระบุไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใส่ระดับคะแนนความสำคัญ 1 – 5 ลงในช่องว่างที่กำหนด โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

5 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับมากที่สุด

4 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับมาก

3 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับปานกลาง

2 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับน้อย

1 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับน้อยที่สุดหรือไม่มีความจำเป็นต้องใช้เลย

จุดประสงค์การเรียนรู้	แบบแผนการคิด			
	[1,0,0,0,0]	[1,1,0,0,0]	[1,0,1,0,0]	
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1				
1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้				
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้				
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2				
3. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้				
4. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้				

หมายเหตุ กำหนด [S1,S2,S3,S4,S5] แทน แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อ

S1 แทน การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง และความรู้เกี่ยวกับลำดับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S2 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

S3 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

S4 แทน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S5 แทน การแปลโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ

และ 1 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

0 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนไม่ต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

3. ตัวอย่างแบบประเมินความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความถูกต้องของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในข้อคำถามแต่ละข้อที่ระบุไว้ใน Q-matrix โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ลงในช่องความเห็น โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

+1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนดทุกคุณลักษณะ

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนด

-1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่ไม่ตรงกับคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนด

หากความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix สำหรับข้อคำถามใดที่ท่านพิจารณาแล้วเห็นว่าไม่มีความถูกต้อง เหมาะสม หรือสมควรปรับปรุงแก้ไข กรุณาเสนอแนะไว้ข้างท้ายเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใน Q-matrix ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
1. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $x - 7 = 8$	1	0	0	0	0				
2. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x = 75$	1	0	0	0	0				
3. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{6x}{7} = 42$	1	0	0	0	0				
4.									

4. ตัวอย่างแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้อที่เห็นว่าถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $x - 7 = 8$

ก. 12

ข. 15

ค. 18

ง. 21

เฉลย : ง. -15

ผลการวินิจฉัย :

ถ้านักเรียนตอบถูก แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

ถ้านักเรียนตอบผิด แสดงว่านักเรียนขาดความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

2. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x = 75$

ก. 15

ข. 17

ค. 19

ง. 21

เฉลย : ค. $\frac{1}{2}$

ผลการวินิจฉัย :

ถ้านักเรียนตอบถูก แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

ถ้านักเรียนตอบผิด แสดงว่านักเรียนขาดความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

3. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{6x}{7} = 42$

ก. 28

ข. 35

ค. 49

ง. 56

เฉลย : ค. $\frac{1}{2}$

ผลการวินิจฉัย :

ถ้านักเรียนตอบถูก แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

ถ้านักเรียนตอบผิด แสดงว่านักเรียนขาดความรอบรู้เกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงและลำดับการคำนวณ เพื่อหาคำตอบของสมการ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยจะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามแบบแผนและขั้นตอนการวิจัยที่ได้กำหนดไว้ดังนี้

1. การรวบรวมข้อมูลเพื่อกำหนดความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยทำการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการประเมินทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียนในแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.2 ประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียน ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งได้จากการกำหนดของผู้วิจัยในข้อ 1.1 และประเมินกำหนดค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนแต่ละระดับชั้น โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา 3 ท่าน เป็นผู้ประเมิน

2. การหาคุณภาพของแบบทดสอบที่ใช้สำหรับวินิจฉัยความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

2.1 ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ในเชิงทฤษฎี ด้วยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เป็นผู้ประเมิน ผู้เชี่ยวชาญแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

1) ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย

- ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีวิทยฐานะระดับชำนาญการพิเศษ และมีประสบการณ์สอน 12 ปี จำนวน 1 ท่าน

- ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่จบการศึกษาระดับปริญญาโท สาขาการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

- อาจารย์ผู้สอนในระดับมหาวิทยาลัย ที่จบการศึกษาทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ และปฏิบัติหน้าที่เกี่ยวกับการสอนรายวิชาการสอนคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษา รวมทั้งมีประสบการณ์สอนคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 1 ท่าน

2) อาจารย์ผู้สอนในระดับมหาวิทยาลัยที่จบการศึกษาทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ศึกษา และปฏิบัติหน้าที่เกี่ยวกับการสอนรายวิชาการสอนคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษา จำนวน 2 ท่าน

2.2 ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ในเชิงประจักษ์ ด้วยการให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 , 2 และ 3 ระดับชั้นละ 3 คน จำนวน 9 คน ทำแบบทดสอบและใช้เทคนิคคิดออกเสียง (Think aloud protocol) เพื่อตรวจสอบรูปแบบการใช้ความสามารถของนักเรียน ในการหาคำตอบเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับ Q-matrix ที่กำหนดขึ้น

2.3 นำแบบทดสอบที่ผ่านการหาคุณภาพในขั้นต้นไปทดลองใช้กับนักเรียน จำนวน 90 คน แล้วทำการหาคุณภาพของแบบทดสอบขั้นต้นตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory) และหาค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ของแบบทดสอบ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบ

2.4 นำแบบทดสอบที่ผ่านการหาคุณภาพตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory: CTT) ไปทำการหาคุณภาพตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory: IRT) ด้วยการนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างซึ่งได้กำหนดไว้ในแผนและขั้นตอนการสุ่มตัวอย่าง จำนวน 718 คน

2.5 หาคุณภาพในเชิงวินิจัยของข้อคำถาม และหาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนความรู้ในทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่ต้องการประเมินต่างกัน

3. การวินิจัยความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำแบบทดสอบที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปทำการสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างซึ่งได้กำหนดไว้ในแผนและขั้นตอนการสุ่มตัวอย่าง จำนวน 1,214 คน พร้อมกับตรวจให้คะแนนแล้วนำคะแนนมาจัดระบบและบันทึกผล เพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยที่กำหนดไว้ต่อไป

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้กำหนดการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1 สังเคราะห์และสรุปความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ จากแบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของความสามารถของนักเรียน ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยการหาค่า IOC

1.2 ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix สำหรับแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้น โดยการวิเคราะห์เนื้อหาและพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมจากข้อมูลที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญและการทดลองในเชิงประจักษ์กับนักเรียน

1.3 หาคุณภาพของแบบทดสอบขั้นต้นตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory)

1.4 หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ของแบบทดสอบ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบ

1.5 หาคุณภาพของแบบทดสอบในขั้นที่สองตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory: IRT)

1.6 หาคุณภาพในเชิงวินิจัยของข้อคำถามและหาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนความรู้ในความสามารถที่ต้องการประเมินต่างกัน โดยใช้โมเดลการวินิจัยเชิงจำแนก คือ DINA model และ G-DINA

model ด้วยโปรแกรม Ox Edit Version 7.00 (หลักฐานอ้างอิงการอนุญาตให้ใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการศึกษาจาก De La Torre ในภาคผนวกหน้า 236)

1.7 การวิเคราะห์ข้อมูลในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในขั้นตอนนี้จะทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก คือ G-DINA model ด้วยโปรแกรม Ox Edit Version 7.00 (หลักฐานอ้างอิงการอนุญาตให้ใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการศึกษาจาก De La Torre ในภาคผนวกหน้า 236)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตรวจสอบความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่มจำแนกตามความแตกต่างระหว่างระดับชั้นที่กำลังศึกษา เพศ และแผนการเรียน ที่มีความรอบรู้และไม่รอบรู้ในความสามารถและแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขั้นตอนนี้จะทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติไคแอสควร์ (Chi-square test) ซึ่งเป็นสถิติแบบนอนพาราเมตริก ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติไคแอสควร์นี้ มีข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ คือ จำนวนข้อมูลในกลุ่มย่อยทุกกลุ่มต้องไม่ต่ำกว่า 5 แต่หากพบว่ามีจำนวนข้อมูลในบางกลุ่มไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบไคแอสควร์ กล่าวคือมีจำนวนน้อยกว่า 5 ในบางเซลล์ Hinkle, William & Jurs (2002: 254) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวไว้ 2 วิธี คือ การใช้ดัชนีปรับแก้ของเยทส์ (Yates' correction for continuity) และการใช้วิธีการแบ่งกลุ่มของตัวแปรที่ศึกษาใหม่ โดยรวมกลุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน เพื่อให้ความถี่ของจำนวนนักเรียนที่จำแนกได้เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ

3. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขั้นตอนนี้จะทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโมเดลการวิเคราะห์ 2 โมเดล คือ G-DINA model และ DINA model โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลกับกลุ่มผู้เรียนที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน ด้วยโปรแกรม Ox Edit Version 7.00 (หลักฐานอ้างอิงการอนุญาตให้ใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการศึกษาจาก De La Torre ในภาคผนวกหน้า 236)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้สถิติทั้งหมด 2 ส่วน ในการวิเคราะห์ข้อมูล สถิติที่ใช้ประกอบด้วย สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล สถิติที่ใช้ในแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ : ในส่วนของสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ มีทั้งหมด 3 กลุ่ม ตามทฤษฎีที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

1.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม

1) วิเคราะห์หาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของแบบทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 $\sum R$ แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) วิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร

$$p = \frac{Ru + RI}{2f}$$

$$\text{และ } r = \frac{Ru - RI}{f}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก
 r แทน ค่าอำนาจจำแนก
 f แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำซึ่งมีจำนวนเท่ากัน
 Ru แทน จำนวนคนกลุ่มสูงที่ตอบคำถามถูก
 RI แทน จำนวนคนกลุ่มต่ำที่ตอบคำถามถูก

3) วิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson)

$$r_{tt} = \frac{K}{K-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือ
 K แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 p แทน สัดส่วนของผู้ที่ตอบถูกหรือความยากของแต่ละข้อ
 q แทน สัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด ซึ่งเท่ากับ $1 - p$
 S_x^2 แทน คะแนนผลรวมของข้ออื่นๆ ที่เหลือทุกข้อ

4) วิเคราะห์หาความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร
 การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient)
 (สุวิมล ทิรกานันท์. 2551: 167)

$$r_{xy} = \frac{N \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[N \sum x^2 - (\sum x)^2][N \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

เมื่อ	r_{xy}	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน
	N	แทน	จำนวนคนในกลุ่ม
	X	แทน	คะแนนของผู้สอบ
	Y	แทน	ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้สอบ

1.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ตามทฤษฎีการตอบข้อคำถาม

1) วิเคราะห์หาค่าความยาก (b_i) ค่าอำนาจจำแนก (a_i) และค่าการเดา (c_i) ของข้อคำถาม ด้วยการใช้โมเดลโลจิสติกแบบ 3 พารามิเตอร์ ซึ่งมีสมการในการประมาณค่า คือ

$$P_i(\theta) = c_i + (1 - c_i) \cdot \frac{e^{Da_i(\theta - b_i)}}{1 + e^{Da_i(\theta - b_i)}}$$

เมื่อ	$P_i(\theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามที่ i ถูกต้อง สำหรับผู้สอบที่มีความสามารถ θ
	θ	แทน	ระดับความสามารถของผู้สอบ
	D	แทน	ค่าคงที่ปรับสเกลมีค่าเท่ากับ 1.7
	b_i	แทน	ค่าความยากของข้อคำถามที่ i
	a_i	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อคำถามที่ i
	c_i	แทน	ค่าการเดาของข้อคำถามที่ i

2) วิเคราะห์หาสารสนเทศของแบบทดสอบ โดยคำนวณจากสูตร

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^n I_i(\theta)$$

$$\text{โดยที่ } I_i(\theta) = \frac{[P'_i(\theta)]^2}{P_i(\theta) \cdot Q_i(\theta)}$$

เมื่อ	$P_i(\theta)$	แทน	สมการที่ใช้ในการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามที่ i ถูกต้อง สำหรับผู้สอบที่มีความสามารถ θ
	$Q_i(\theta)$	แทน	สมการที่ใช้ในการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการตอบข้อคำถามที่ i ไม่ถูกต้อง สำหรับผู้สอบที่มีความสามารถ θ

1.3 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

DINA model

วิเคราะห์หาดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม ด้วยการใช้ DINA model โดยคำนวณจากสูตร

$$d_{i,DINA} = (1 - s_i) - g_i$$

และ

$$d_{ia,DINA} = (1 - s_i) - g_i$$

เมื่อ $d_{i,DINA}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัย
ของข้อคำถามที่ i ใน DINA model

$d_{ia,DINA}$ แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัย
ของคุณลักษณะ a ของข้อคำถามที่ i
ใน DINA model

s_i แทน พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ
(Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i

g_i แทน พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter)
ของข้อคำถามที่ i

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล : ในส่วนของสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล มี 2
กลุ่ม ดังนี้

2.1 สถิติที่ใช้ในการประมาณค่า ในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

1) Deterministic-input, noisy-and-gate model (DINA model) มีสมการที่ใช้ในการประมาณค่า คือ

$$P(x_{ic} = 1 | \alpha_c) = P(x_{ic} = 1 | \xi_{ic}) = g_i^{(1-\xi_{ic})} (1 - s_i)^{\xi_{ic}}$$

$$\text{โดยที่ } \xi_{ic} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ck}^{q_{ik}}$$

เมื่อ $P(x_{ic} = 1 | \alpha_c)$ แทน ความน่าจะเป็นอย่างมีเงื่อนไขของการตอบ
ข้อคำถามที่ i ถูกต้อง ในรูปแบบของชั้น
ความสามารถแฝง c ที่กำหนด

s_i แทน พารามิเตอร์ค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ
(Slipping Parameter) ของข้อคำถามที่ i

g_i แทน พารามิเตอร์การเดา (Guessing Parameter)
ของข้อคำถามที่ i

q_{ik}	แทน สมาชิกที่มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ในแถวที่ i และหลักที่ k ของ Q-matrix เป็นค่าที่แสดงว่า ข้อคำถามที่ i ต้องใช้คุณลักษณะ k แก้ปัญหา
α_{ck}	แทน ดัชนีบ่งชี้การมีทักษะที่ k ของผู้เข้าสอบ ในเวกเตอร์ข้อมูลทักษะของผู้สอบ ($\alpha_{ck} = 1$ หมายถึง มีคุณลักษณะ k และ $\alpha_{ck} = 0$ หมายถึง ไม่มีคุณลักษณะ k)

2) Generalized-deterministic-input, noisy-and-gate model (G-DINA model) มีสมการที่ใช้ในการประมาณค่า คือ

$$P(\alpha_{ij}^*) = \delta_{j0} + \sum_{k=1}^{K_j^*} \delta_{jk} \alpha_{ik} + \sum_{k'=k+1}^{K_j^*} \sum_{k=1}^{K_j^*-1} \delta_{jkk'} \alpha_{ik} \alpha_{ik'} \dots + \delta_{j12\dots K_j^*} \prod_{k=1}^{K_j^*} \alpha_{ik}$$

เมื่อ	δ_{j0}	แทน	พารามิเตอร์จุดตัด (Intercept Parameter) ของข้อคำถามที่ j
	δ_{jk}	แทน	พารามิเตอร์ผลกระทบหลัก (Main Effect Parameter) ของ α_k
	$\delta_{jkk'}$	แทน	พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์ (Main Effect Parameter) ระหว่าง α_k และ $\alpha_{k'}$
	$\delta_{j12\dots K_j^*}$	แทน	พารามิเตอร์ปฏิสัมพันธ์ (Main Effect Parameter) ของ $\alpha_1, \dots, \alpha_{K_j^*}$

2.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของการประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

1) ค่าสถิติสำหรับใช้พิจารณาความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลทางสถิติกับข้อมูลเชิงประจักษ์ในเชิงสัมบูรณ์ (Absolute Fit Index) คือ ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าการแปลงสหสัมพันธ์ (Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ซึ่งค่าสถิติแต่ละตัวมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$\text{Prop} = \left[\frac{p_j(1-p_j)}{1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$Z(\text{Corr}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)$$

และ $\text{Log (OR)} = \left[I_{00}^{-1} + I_{10}^{-1} + I_{01}^{-1} + I_{11}^{-1} \right]^{1/2}$

เมื่อ	Prop	แทน	ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct)
	p_j	แทน	ค่าคาดหวังของสัดส่วนการตอบถูก สำหรับข้อคำถามที่ j
	r	แทน	ค่าสหสัมพันธ์ของข้อคำถามรายข้อ
	Z (Corr)	แทน	ค่าการแปลงสหสัมพันธ์มาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)
	Log (OR)	แทน	ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)
	$I_{yy'}$	แทน	จำนวนของผู้สอบที่ได้คะแนน y ในข้อคำถามที่ j และ y' ในข้อคำถามที่ j'

2) ค่าสถิติสำหรับใช้พิจารณาเปรียบเทียบความสอดคล้องของโมเดลทางสถิติในเชิงสัมพัทธ์ (Relative Fit Index) คือ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC) และ Bayesian information criterion (BIC) ซึ่งคำนวณจากสูตร

$$-2\text{LL} = -2\ln(\text{ML})$$

โดยที่

$$\text{ML} = \prod_i \sum_l p(\alpha_l) L(X_i | \beta, \alpha_l)$$

เมื่อ $p(\alpha_l)$ แทน ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถ α_l

$L(X_i | \beta, \alpha_l)$ แทน ค่าโลลิฮูดฟังก์ชันความสามารถของผู้สอบที่มีแบบแผนทักษะความสามารถ α_l

และ

$$\text{AIC} = -2\ln(L) + 2p$$

$$\text{BIC} = -2\ln(L) + \ln(N) \cdot p$$

เมื่อ	L	แทน	ค่า log-likelihood ที่คำนวณได้จากการประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก
	p	แทน	จำนวนข้อคำถามทั้งหมดและจำนวนพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าในโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก
	N	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียน รวมทั้งศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน เพื่อให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ผู้วิจัยจึงทำการวิเคราะห์ข้อมูลและนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 3 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

ตอนที่ 1 การพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1 การกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากการตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งได้มาจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง ด้วยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ผลปรากฏว่ามีความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทั้งหมดจำนวน 5 คุณลักษณะ ดังนี้

- 1) การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ
- 2) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง
- 3) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน
- 4) การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ
- 5) การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

1.2 การสร้างแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสามารถของนักเรียนซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดขึ้น สามารถนำมากำหนดแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Attribute profile) โดยพิจารณาความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของการรวมตัวกันระหว่างคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 16 แบบ จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละแบบมีค่าน้ำหนักความสำคัญซึ่งสามารถนำไปใช้ในการกำหนดจำนวนข้อคำถามในแบบทดสอบแต่ละแบบแผนความสามารถ ได้ดังในตาราง 18

ตาราง 18 ค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบแผนการคิด [S1,S2,S3,S4,S5]	ค่าน้ำหนัก ความสำคัญ	จำนวนข้อคำถามที่ ควรสร้างทั้งหมด	จำนวนข้อคำถามขั้นต่ำ ที่ควรคัดเลือกไว้
[1,0,0,0,0]	5	6	5
[1,1,0,0,0]	3	4	3
[1,0,1,0,0]	3	4	3
[1,0,0,1,0]	3	4	3
[1,0,0,0,1]	3	4	3
[1,1,1,0,0]	2	3	2
[1,1,0,1,0]	2	3	2
[1,1,0,0,1]	1	2	1
[1,0,1,1,0]	2	3	2
[1,0,1,0,1]	1	2	1
[1,0,0,1,1]	1	2	1
[1,1,1,1,0]	2	3	2
[1,1,1,0,1]	1	2	1
[1,1,0,1,1]	1	2	1
[1,0,1,1,1]	1	2	1
[1,1,1,1,1]	1	2	1
รวม	—	48	32

หมายเหตุ กำหนด $[S1, S2, S3, S4, S5]$ แทน แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อ

S1 แทน การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S2 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

S3 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

S4 แทน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S5 แทน การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ

และ 1 หมายถึง ข้อคำถามดังกล่าวใช้ความสามารถที่กำหนดในการหาคำตอบของปัญหา

0 หมายถึง ข้อคำถามดังกล่าวไม่ใช้ความสามารถที่กำหนดในการหาคำตอบของปัญหา

จากตาราง 18 เมื่อนำค่าน้ำหนักความสำคัญที่กำหนดโดยผู้เชี่ยวชาญมาใช้ในการกำหนดจำนวนข้อคำถาม จะได้จำนวนข้อคำถามขั้นต่ำของแบบทดสอบรวมทั้งหมดจำนวน 32 ข้อ และจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนต้องมีความรอบรู้เพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหลังเรียนจบหน่วยการเรียนรู้ ได้ผลแสดงดังในตาราง 19

ตาราง 19 แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแต่ละระดับชั้น

แบบแผนการคิด	ระดับชั้น		
	มัธยมศึกษาปีที่ 1	มัธยมศึกษาปีที่ 2	มัธยมศึกษาปีที่ 3
[1,0,0,0,0]	✓	✓	✓
[1,1,0,0,0]	✓	✓	✓
[1,0,1,0,0]	✓	✓	✓
[1,0,0,1,0]	✓	✓	✓
[1,0,0,0,1]	✓	✓	✓
[1,1,1,0,0]	–	✓	✓
[1,1,0,1,0]	–	✓	✓

ตาราง 19 (ต่อ)

แบบแผนการคิด	ระดับชั้น		
	มัธยมศึกษาปีที่ 1	มัธยมศึกษาปีที่ 2	มัธยมศึกษาปีที่ 3
[1,1,0,0,1]	✓	✓	✓
[1,0,1,1,0]	–	✓	✓
[1,0,1,0,1]	✓	✓	✓
[1,0,0,1,1]	✓	✓	✓
[1,1,1,1,0]	–	✓	✓
[1,1,1,0,1]	–	✓	✓
[1,1,0,1,1]	–	✓	✓
[1,0,1,1,1]	–	✓	✓
[1,1,1,1,1]	–	✓	✓

หมายเหตุ ในช่องที่มีเครื่องหมาย ✓ หมายถึง แบบแผนการคิดที่นักเรียนซึ่งศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่กำหนดตามหลักสูตรต้องมีความรอบรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากตาราง 19 พบว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต้องมีความรอบรู้ในแบบแผนการคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้งหมด 8 แบบแผน ส่วนนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ต้องมีความรอบรู้ในแบบแผนการคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้งหมด 16 แบบแผน ซึ่งเป็นแบบแผนเดียวกันกับที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต้องมีความรอบรู้ จำนวน 8 แบบแผน และแบบแผนอื่นซึ่งเป็นการนำความสามารถทั้ง 5 คุณลักษณะมาใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาที่มีความซับซ้อนของการนำไปใช้มากขึ้น จำนวน 8 แบบแผน

1.3 การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix

1) การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ

ผลการตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ โดยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา พบว่าผู้เชี่ยวชาญทุกคนมีความเห็นตรงกันว่าความสามารถที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในแต่ละข้อซึ่งกำหนดโดยผู้วิจัย เป็นความสามารถที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทุกข้อ ดังผลที่ได้ในตาราง 48 ของภาคผนวก ค

2) การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงคุณภาพ

จากการตรวจสอบความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix ในเชิงคุณภาพ โดยใช้วิธีการคิดออกเสียง (Think aloud protocol) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 จำนวน 9 คน พบว่านักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทุกคนใช้ความสามารถตรงกับที่กำหนดใน Q-matrix ซึ่งผลที่ได้นี้สอดคล้องกับผลที่ได้จากการตรวจสอบความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ โดยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาและข้อคำถามที่วัดสามารถเขียนแสดงได้ ดังตาราง 20

ตาราง 20 ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาและข้อคำถามที่วัด

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา	ข้อคำถามที่วัด
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	6, 7, 8, 18, 19, 20, 21, 22, 27, 28, 29, 30, 32
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	9, 10, 11, 18, 19, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 31, 32
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	12, 13, 14, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 28, 30, 31, 32
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ	15, 16, 17, 22, 25, 26, 29, 30, 31, 32

จากตาราง 20 พบว่ามีข้อคำถามที่วัดความสามารถ S1 จำนวน 32 ข้อ วัดความสามารถ S2 จำนวน 13 ข้อ วัดความสามารถ S3 จำนวน 13 ข้อ วัดความสามารถ S4 จำนวน 13 ข้อ และวัดความสามารถ S5 จำนวน 10 ข้อ Q-matrix แทนความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและความสามารถในการแก้ปัญหาในแบบทดสอบ สามารถเขียนแสดงได้ดังในตาราง 21

ตาราง 21 Q-matrix แทนความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและความสามารถในการแก้ปัญหา

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา				
	S1	S2	S3	S4	S5
1	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0
6	1	1	0	0	0
7	1	1	0	0	0
8	1	1	0	0	0
9	1	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	0	0
12	1	0	0	1	0
13	1	0	0	1	0
14	1	0	0	1	0
15	1	0	0	0	1
16	1	0	0	0	1
17	1	0	0	0	1
18	1	1	1	0	0
19	1	1	1	0	0
20	1	1	0	1	0
21	1	1	0	1	0
22	1	1	0	0	1
23	1	0	1	1	0
24	1	0	1	1	0
25	1	0	1	0	1
26	1	0	0	1	1
27	1	1	1	1	0
28	1	1	1	1	0
29	1	1	1	0	1
30	1	1	0	1	1
31	1	0	1	1	1
32	1	1	1	1	1

- หมายเหตุ 1 หมายถึง ข้อคำถามดังกล่าวใช้ความสามารถที่กำหนดในการแก้ปัญหา
 0 หมายถึง ข้อคำถามดังกล่าวไม่ใช้ความสามารถที่กำหนดในการแก้ปัญหา

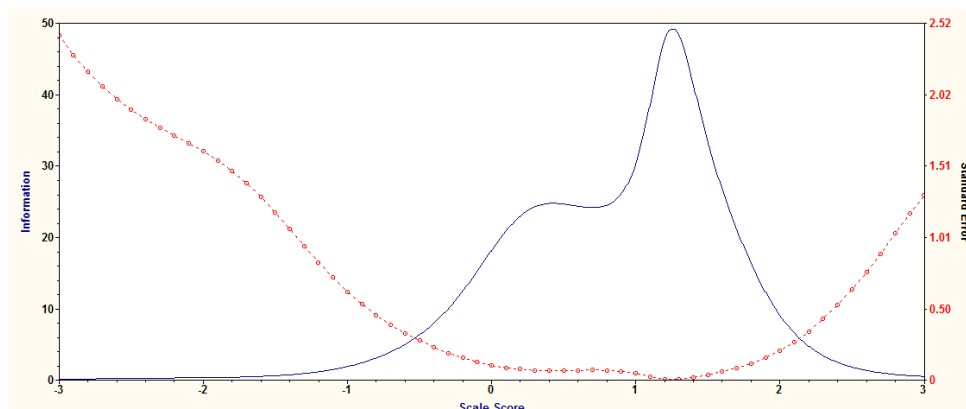
1.4 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถาม

1) ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม

ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม หลังการนำไปทดลองใช้ในขั้นต้นกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 90 คน พบว่าข้อคำถามมีค่าความยาก (p) ต่ำสุดเท่ากับ 0.221 สูงสุดเท่ากับ 0.794 มีค่าเฉลี่ยของค่าความยากเท่ากับ 0.555 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยากเท่ากับ 0.187 ข้อคำถามมีค่าอำนาจจำแนก (r) ต่ำสุดเท่ากับ 0.222 สูงสุดเท่ากับ 0.507 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.358 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.089 แบบทดสอบทั้งฉบับมีความเชื่อมั่น (KR-20) เท่ากับ 0.807 และมีค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.855

2) ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม

ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม หลังการนำไปทดลองใช้ในขั้นที่สองกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 718 คน พบว่าข้อคำถามมีค่าความยาก (b) ต่ำสุดเท่ากับ -2.447 สูงสุดเท่ากับ 1.659 มีค่าเฉลี่ยของค่าความยากเท่ากับ 0.470 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยากเท่ากับ 0.776 ข้อคำถามมีค่าอำนาจจำแนก (a) ต่ำสุดเท่ากับ 1.231 สูงสุดเท่ากับ 9.524 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 3.061 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 1.511 ข้อคำถามมีค่าการเดา (c) ต่ำสุดเท่ากับ 0.101 สูงสุดเท่ากับ 0.244 มีค่าเฉลี่ยของค่าการเดาเท่ากับ 0.191 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าการเดาเท่ากับ 0.038 และแบบทดสอบให้ค่าสารสนเทศจากการสอบสูงสุดเมื่อนำมาใช้กับกลุ่มผู้สอบที่มีระดับความสามารถ (θ) เท่ากับ 1.25 โค้งค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบ (Test Information Function) แสดงได้ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 โค้งค่าฟังก์ชันสารสนเทศของแบบสอบ (Test Information Function)

3) ผลการตรวจสอบคุณภาพข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

ผลการตรวจสอบคุณภาพข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ ซึ่งพิจารณาจากค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) แสดงดังในตาราง 22

ตาราง 22 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct)	ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)	ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)
ค่าเฉลี่ย	.0040	.0791	.3587
ค่าสูงสุด	.0119	.2975	2.1454
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0183	.0368	.3245

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 22 พบว่า ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อยู่ในระดับต่ำ แสดงว่า DINA model เป็นโมเดลที่มีความเหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม

ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model แสดงได้ดังในตาราง 23

ตาราง 23 คุณภาพของข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model

ข้อคำถาม ที่	ค่าการเดา (g_i)	ค่าความคลาดเคลื่อน ในการตอบ (s_i)	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก ในเชิงการวินิจฉัย ($d_{i,DINA}$)
1	.8946	.0174	.0880
2	.5497	.0713	.3791
3	.4069	.0315	.5617
4	.2429	.2863	.4708
5	.1799	.1303	.6898
6	.4512	.0197	.5291
7	.2631	.0476	.6893
8	.3026	.0522	.6452
9	.2937	.0317	.6746
10	.2690	.0864	.6446
11	.3456	.0576	.5968
12	.2532	.0924	.6543
13	.3245	.0333	.6422
14	.3580	.0118	.6303
15	.4009	.0141	.5850
16	.4500	.0000	.5500
17	.3046	.0328	.6626
18	.4039	.0423	.5538
19	.2873	.2946	.4181
20	.2014	.1890	.6096
21	.2445	.2317	.5238
22	.3575	.0261	.6164
23	.3096	.1476	.5428
24	.1904	.3710	.4386
25	.3169	.0006	.6826
26	.2525	.1707	.5769
27	.2884	.2611	.4506

ตาราง 23 (ต่อ)

ข้อคำถาม ที่	ค่าการเดา (g_i)	ค่าความคลาดเคลื่อน ในการตอบ (s_i)	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก ในเชิงการวินิจฉัย ($d_{i,DINA}$)
28	.2201	.2769	.5030
29	.2413	.0000	.7586
30	.1063	.1912	.7025
31	.2266	.2375	.5359
32	.2371	.3181	.4448
$\bar{X}$	.3179	.1180	.5641
S.D.	.1390	.1128	.1276

ผลการวิเคราะห์จากข้อมูลในตาราง 23 พบว่าข้อคำถามมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัย ($d_{i,DINA}$) ต่ำสุดเท่ากับ 0.0880 สูงสุดเท่ากับ 0.7586 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยเท่ากับ 0.5641 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยเท่ากับ 0.1276

ผลการตรวจสอบคุณภาพข้อคำถาม โดยการหาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่างกันด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ ซึ่งพิจารณาจากค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) แสดงดังในตาราง 24

ตาราง 24 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพ การวินิจฉัยของข้อ คำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบ ถูก (Proportion Correct)	ค่าสหสัมพันธ์การแปลง มาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)	ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)
ค่าเฉลี่ย	.0034	.0419	.2012
ค่าสูงสุด	.0104	.2473	2.1951
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0183	.0368	.3227

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 24 พบว่า ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อยู่ในระดับต่ำ แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีความเหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อ เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประเมินต่างกัน

ผลการตรวจสอบคุณภาพของข้อคำถาม โดยการหาค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประเมินต่างกันด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model ปรากฏผลดังในตาราง 25



ตาราง 25 คุณภาพของข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model

ข้อ คำถาม	แบบแผน การคิดที่ใช้	ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดแก้ปัญหา															
		00000	10000	01000	00100	00010	00001	11000	10100	10010	10001	01100	01010	01001	00110	00101	00011
1	[1,0,0,0,0]	.9054	.9768	.9054	.9054	.9054	.9054	.9768	.9768	.9768	.9768	.9054	.9054	.9054	.9054	.9054	.9054
2	[1,0,0,0,0]	.5734	.9292	.5734	.5734	.5734	.5734	.9292	.9292	.9292	.9292	.5734	.5734	.5734	.5734	.5734	.5734
3	[1,0,0,0,0]	.4554	.9544	.4554	.4554	.4554	.4554	.9544	.9544	.9544	.9544	.4554	.4554	.4554	.4554	.4554	.4554
4	[1,0,0,0,0]	.2661	.7211	.2661	.2661	.2661	.2661	.7211	.7211	.7211	.7211	.2661	.2661	.2661	.2661	.2661	.2661
5	[1,0,0,0,0]	.2313	.8615	.2313	.2313	.2313	.2313	.8615	.8615	.8615	.8615	.2313	.2313	.2313	.2313	.2313	.2313
6	[1,1,0,0,0]	.3967	.5967	.3967	.3967	.3967	.3967	.9758	.5967	.5967	.5967	.3967	.3967	.3967	.3967	.3967	.3967
7	[1,1,0,0,0]	.2614	.1417	.2614	.2614	.2614	.2614	.9686	.1417	.1417	.1417	.2614	.2614	.2614	.2614	.2614	.2614
8	[1,1,0,0,0]	.2935	.2963	.2935	.2935	.2935	.2935	.9298	.2963	.2963	.2963	.2935	.2935	.2935	.2935	.2935	.2935
9	[1,0,1,0,0]	.2641	.6891	.2641	.2641	.2641	.2641	.6891	.9698	.6891	.6891	.2641	.2641	.2641	.2641	.2641	.2641
10	[1,0,1,0,0]	.2704	.4194	.2704	.2704	.2704	.2704	.4194	.9751	.4194	.4194	.2704	.2704	.2704	.2704	.2704	.2704
11	[1,0,1,0,0]	.3408	.6148	.3408	.3408	.3408	.3408	.6148	.9473	.6148	.6148	.3408	.3408	.3408	.3408	.3408	.3408
12	[1,0,0,1,0]	.2010	.6596	.2010	.2010	.2010	.2010	.6596	.6596	.9394	.6596	.2010	.2010	.2010	.2010	.2010	.2010
13	[1,0,0,1,0]	.2441	.7907	.2441	.2441	.2441	.2441	.7907	.7907	.9568	.7907	.2441	.2441	.2441	.2441	.2441	.2441
14	[1,0,0,1,0]	.2848	.7958	.2848	.2848	.2848	.2848	.7958	.7958	.9999	.7958	.2848	.2848	.2848	.2848	.2848	.2848
15	[1,0,0,0,1]	.2807	.5757	.2807	.2807	.2807	.2807	.5757	.5757	.5757	.9870	.2807	.2807	.2807	.2807	.2807	.2807
16	[1,0,0,0,1]	.3219	.6378	.3219	.3219	.3219	.3219	.6378	.6378	.6378	.9999	.3219	.3219	.3219	.3219	.3219	.3219
17	[1,0,0,0,1]	.2381	.3944	.2381	.2381	.2381	.2381	.3944	.3944	.3944	.9690	.2381	.2381	.2381	.2381	.2381	.2381
18	[1,1,1,0,0]	.3008	.5156	.3008	.3008	.3008	.3008	.9121	.9121	.5156	.5156	.3008	.3008	.3008	.3008	.3008	.3008

ตาราง 25 (ต่อ)

ข้อ คำถาม	แบบแผน การคิดที่ใช้	ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดแก้ปัญหา															
		00000	10000	01000	00100	00010	00001	11000	10100	10010	10001	01100	01010	01001	00110	00101	00011
19	[1,1,1,0,0]	.2905	.6343	.2905	.2905	.2905	.2905	.3238	.4445	.6343	.6343	.2905	.2905	.2905	.2905	.2905	.2905
20	[1,1,0,1,0]	.1665	.3475	.1665	.1665	.1665	.1665	.4731	.3475	.3990	.3475	.1665	.1665	.1665	.1665	.1665	.1665
21	[1,1,0,1,0]	.2378	.3149	.2378	.2378	.2378	.2378	.4606	.3149	.2378	.3149	.2378	.0597	.2378	.2378	.2378	.2378
22	[1,1,0,0,1]	.2493	.5222	.2493	.2493	.2493	.2493	.5076	.5222	.5222	.1265	.2493	.2493	.2493	.2493	.2493	.2493
23	[1,0,1,1,0]	.2675	.5256	.2675	.2675	.2675	.2675	.5256	.5268	.9769	.5256	.2675	.2675	.2675	.2675	.2675	.2675
24	[1,0,1,1,0]	.1898	.2213	.1898	.1898	.1898	.1898	.2213	.2846	.5037	.2213	.1898	.1898	.1898	.1898	.1898	.1898
25	[1,0,1,0,1]	.2334	.4096	.2334	.2334	.2334	.2334	.4096	.4497	.4096	.9043	.2334	.2334	.2334	.2334	.2334	.2334
26	[1,0,0,1,1]	.0000	.2098	.0000	.0000	.2098	.2098	.2098	.2098	.3117	.3358	.0000	.2098	.2098	.2098	.2098	.2098
27	[1,1,1,1,0]	.0719	.2655	.1651	.1982	.2655	.0719	.4018	.2655	.2655	.2655	.2655	.2655	.1651	.2655	.1982	.2655
28	[1,1,1,1,0]	.0001	.2531	.1375	.1375	.1375	.1375	.3190	.2531	.2531	.2531	.1375	.1375	.1375	.1375	.1375	.1375
29	[1,1,1,0,1]	.0001	.2689	.1437	.1437	.0001	.1437	.2689	.2689	.2689	.3779	.1482	.1437	.1482	.1437	.1482	.1437
30	[1,1,0,1,1]	.0000	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.1292	.1294	.1294	.2423	.1080	.1080	.1080	.1080	.1080	.1080
31	[1,0,1,1,1]	.0000	.2109	.0001	.0001	.0001	.0001	.2109	.2109	.2109	.2109	.1838	.1838	.1838	.1838	.1838	.1838
32	[1,1,1,1,1]	.0000	.2156	.0001	.0001	.0001	.0001	.2271	.2271	.2271	.2271	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004

ตาราง 25 (ต่อ)

ข้อ คำถาม	แบบแผน การคิดที่ใช้	ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดแก้ปัญหา															
		11100	11010	11001	10110	10101	10011	01110	01101	01011	00111	11110	11101	11011	10111	01111	11111
1	[1,0,0,0,0]	.9768	.9768	.9768	.9768	.9768	.9768	.9054	.9054	.9054	.9054	.9768	.9768	.9768	.9768	.9054	.9768
2	[1,0,0,0,0]	.9292	.9292	.9292	.9292	.9292	.9292	.5734	.5734	.5734	.5734	.9292	.9292	.9292	.9292	.5734	.9292
3	[1,0,0,0,0]	.9544	.9544	.9544	.9544	.9544	.9544	.4554	.4554	.4554	.4554	.9544	.9544	.9544	.9544	.4554	.9544
4	[1,0,0,0,0]	.7211	.7211	.7211	.7211	.7211	.7211	.2661	.2661	.2661	.2661	.7211	.7211	.7211	.7211	.2661	.7211
5	[1,0,0,0,0]	.8615	.8615	.8615	.8615	.8615	.8615	.2313	.2313	.2313	.2313	.8615	.8615	.8615	.8615	.2313	.8615
6	[1,1,0,0,0]	.9758	.9758	.9758	.5967	.5967	.5967	.3967	.3967	.3967	.3967	.9758	.9758	.9758	.5967	.3967	.9758
7	[1,1,0,0,0]	.9686	.9686	.9686	.1417	.1417	.1417	.2614	.2614	.2614	.2614	.9686	.9686	.9686	.1417	.2614	.9686
8	[1,1,0,0,0]	.9298	.9298	.9298	.2963	.2963	.2963	.2935	.2935	.2935	.2935	.9298	.9298	.9298	.2963	.2935	.9298
9	[1,0,1,0,0]	.9698	.6891	.6891	.9698	.9698	.6891	.2641	.2641	.2641	.2641	.9698	.9698	.6891	.9698	.2641	.9698
10	[1,0,1,0,0]	.9751	.4194	.4194	.9751	.9751	.4194	.2704	.2704	.2704	.2704	.9751	.9751	.4194	.9751	.2704	.9751
11	[1,0,1,0,0]	.9473	.6148	.6148	.9473	.9473	.6148	.3408	.3408	.3408	.3408	.9473	.9473	.6148	.9473	.3408	.9473
12	[1,0,0,1,0]	.6596	.9394	.6596	.9394	.6596	.9394	.2010	.2010	.2010	.2010	.9394	.6596	.9394	.9394	.2010	.9394
13	[1,0,0,1,0]	.7907	.9568	.7907	.9568	.7907	.9568	.2441	.2441	.2441	.2441	.9568	.7907	.9568	.9568	.2441	.9568
14	[1,0,0,1,0]	.7958	.9999	.7958	.9999	.7958	.9999	.2848	.2848	.2848	.2848	.9999	.7958	.9999	.9999	.2848	.9999
15	[1,0,0,0,1]	.5757	.5757	.9870	.5757	.9870	.9870	.2807	.2807	.2807	.2807	.5757	.9870	.9870	.9870	.2807	.9870
16	[1,0,0,0,1]	.6378	.6378	.9999	.6378	.9999	.9999	.3219	.3219	.3219	.3219	.6378	.9999	.9999	.9999	.3219	.9999
17	[1,0,0,0,1]	.3944	.3944	.9690	.3944	.9690	.9690	.2381	.2381	.2381	.2381	.3944	.9690	.9690	.9690	.2381	.9690
18	[1,1,1,0,0]	.9999	.9121	.9121	.9121	.9121	.5156	.3008	.3008	.3008	.3008	.9999	.9999	.9121	.9121	.3008	.9999

ตาราง 25 (ต่อ)

ข้อ คำถาม	แบบแผน การคิดที่ใช้	ค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดแก้ปัญหา															
		11100	11010	11001	10110	10101	10011	01110	01101	01011	00111	11110	11101	11011	10111	01111	11111
19	[1,1,1,0,0]	.7097	.3238	.3238	.4445	.4445	.6343	.2905	.2905	.2905	.2905	.7097	.7097	.3238	.4445	.2905	.7097
20	[1,1,0,1,0]	.4731	.9051	.4731	.3990	.3475	.3990	.1665	.1665	.1665	.1665	.9051	.4731	.9051	.3990	.1665	.9051
21	[1,1,0,1,0]	.2378	.8812	.4606	.2378	.3149	.2378	.0597	.2378	.0597	.2378	.8812	.4606	.8812	.2378	.0597	.8812
22	[1,1,0,0,1]	.5076	.5076	.9761	.5222	.1265	.1265	.2493	.2493	.2493	.2493	.5076	.9761	.9761	.1265	.2493	.9761
23	[1,0,1,1,0]	.5268	.9769	.5256	.9999	.5268	.9769	.2675	.2675	.2675	.2675	.9999	.5268	.9769	.9999	.2675	.9999
24	[1,0,1,1,0]	.2846	.5037	.2213	.9336	.2846	.5037	.1898	.1898	.1898	.1898	.9336	.2846	.5037	.9336	.1898	.9336
25	[1,0,1,0,1]	.4497	.4096	.9043	.4497	.9999	.9043	.2334	.2334	.2334	.2334	.4497	.9999	.9043	.9999	.2334	.9999
26	[1,0,0,1,1]	.2098	.3117	.3358	.3117	.3358	.8865	.2098	.2098	.2098	.2098	.3117	.3358	.8865	.8865	.2098	.8865
27	[1,1,1,1,0]	.9518	.8017	.4018	.9119	.2655	.2655	.2655	.2655	.2655	.2655	.9999	.9518	.8017	.9119	.2655	.9999
28	[1,1,1,1,0]	.6301	.3312	.3190	.4226	.2531	.2531	.1375	.1375	.1375	.1375	.9273	.6301	.3312	.4226	.1375	.9273
29	[1,1,1,0,1]	.2689	.2689	.4178	.2689	.4016	.3779	.1482	.1482	.1482	.1482	.2689	.9999	.4178	.4016	.1482	.9999
30	[1,1,0,1,1]	.1292	.1294	.4708	.1294	.2423	.2770	.1080	.1080	.1080	.1080	.1294	.2770	.8606	.2423	.1080	.8606
31	[1,0,1,1,1]	.2109	.2109	.2942	.2109	.2109	.2109	.1838	.1838	.1838	.1838	.2109	.3288	.6744	.8388	.1838	.8388
32	[1,1,1,1,1]	.3080	.3080	.3080	.3080	.3080	.3080	.1279	.1279	.1279	.1279	.5000	.9996	.7316	.9996	.2271	.9998

จากผลการวิเคราะห์จากข้อมูลในตาราง 25 ซึ่งเป็นค่าความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดแก้ปัญหาแบบต่างๆ ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่าความรอบรู้ในเรื่องการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เป็นความสามารถที่มีความสำคัญมากที่สุดที่ผู้เรียนนำไปใช้ในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับข้อคำถามที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้สอบที่ขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะดังกล่าว จะมีค่าความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของข้อคำถามได้อย่างถูกต้องต่ำกว่าผู้สอบที่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะดังกล่าวทุกข้อ ส่วนข้อคำถามที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาพบว่าความรอบรู้ในเรื่องการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และความรอบรู้ในเรื่องการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ทั้งสองคุณลักษณะเป็นความสามารถที่มีความสำคัญมากที่สุดที่ผู้เรียนใช้ร่วมกันเพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบ เนื่องจากผู้สอบที่ขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะดังกล่าวทั้งสองคุณลักษณะ จะมีค่าความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของข้อคำถามที่เป็นโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องต่ำกว่าผู้สอบที่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะดังกล่าวทุกข้อ

ตอนที่ 2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.1 การตรวจสอบข้อมูลเบื้องต้นที่ได้จากการสอบ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบข้อมูลเบื้องต้นที่ได้จากการสอบในส่วนของข้อมูลขาดหาย พบว่ามีข้อมูลที่ขาดหายอย่างสุ่ม จำนวน 21 ฉบับ คิดเป็นร้อยละ 1.70 ของจำนวนนักเรียนที่สอบทั้งหมด จึงได้ทำการแก้ปัญหาข้อมูลที่ขาดหายไปด้วยวิธีการตัดทิ้งเพื่อป้องกันความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการประเมินทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้สอบที่ตอบข้อสอบไม่ครบ

2.2 การตรวจสอบความเหมาะสมของการนำ G-DINA model มาใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นไปใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 1,214 คน และนำผลการสอบที่ได้มาวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ได้ค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ ซึ่งพิจารณาจากค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ดังในตาราง 26

ตาราง 26 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct)	ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)	ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)
ค่าเฉลี่ย	.0028	.0422	.2081
ค่าสูงสุด	.0059	.2332	2.1835
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0143	.0287	.2548

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 26 พบว่า ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อยู่ในระดับต่ำ แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีความเหมาะสมในการนำมาใช้ประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.3 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

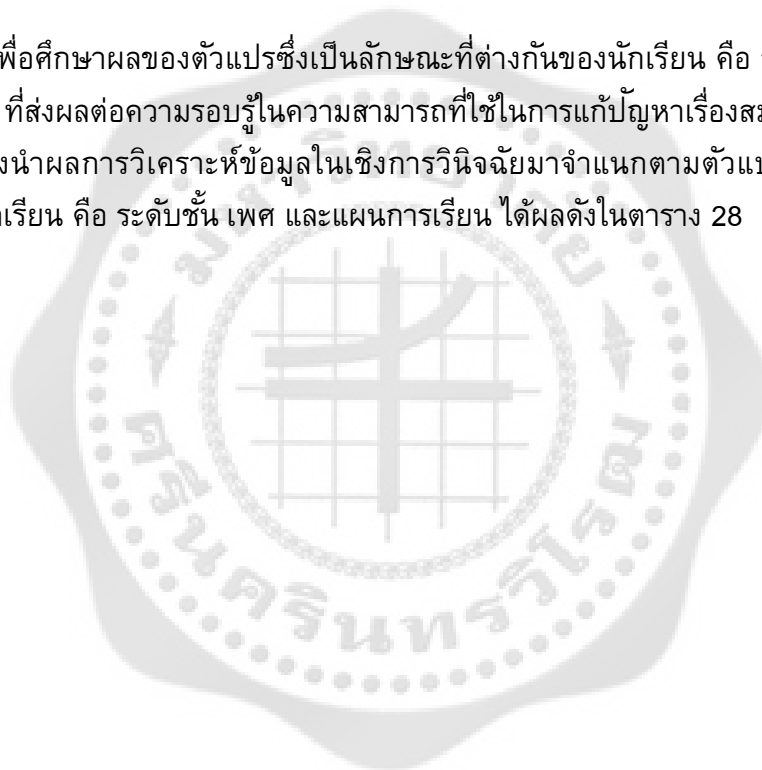
ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model แสดงได้ดังในตาราง 27

ตาราง 27 จำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	719	59.23
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	566	46.62
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	336	27.68
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	210	17.30
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ	183	15.07

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 27 พบว่านักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 59.23 นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง เป็นอันดับที่สอง คิดเป็นร้อยละ 46.62 นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน เป็นอันดับที่สาม คิดเป็นร้อยละ 27.68 นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เป็นอันดับที่สี่ คิดเป็นร้อยละ 17.30 และนักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 15.07

เพื่อศึกษาผลของตัวแปรซึ่งเป็นลักษณะที่ต่างกันของนักเรียน คือ ระดับชั้น เพศ และ แผนการเรียน ที่ส่งผลต่อความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยจึงนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยมาจำแนกตามตัวแปรซึ่งเป็นลักษณะที่ต่างกันของนักเรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ได้ผลดังในตาราง 28



ตาราง 28 จำนวนนักเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนมีความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			เพศ		แผนการเรียน	
	ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	ชาย	หญิง	วิทย์-คณิต	ทั่วไป
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	175 (41.97%)	242 (60.50%)	302 (76.07%)	387 (64.18%)	332 (54.34%)	445 (74.29%)	274 (44.55%)
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	110 (26.38%)	201 (50.25%)	255 (64.23%)	292 (48.42%)	274 (44.84%)	374 (62.44%)	192 (31.22%)
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	40 (9.59%)	69 (17.25%)	234 (58.94%)	193 (32.01%)	150 (24.55%)	250 (41.74%)	93 (15.12%)
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	20 (4.80%)	21 (5.25%)	190 (47.86%)	112 (18.57%)	119 (19.48%)	202 (33.72%)	29 (4.72%)
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ	7 (1.68%)	11 (2.75%)	165 (41.56%)	85 (14.10%)	98 (16.04%)	169 (28.21%)	14 (2.28%)

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 28 ทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่จำแนกได้ตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ในแต่ละคุณลักษณะด้วยการทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test) ซึ่งเป็นสถิติแบบนอนพาราเมตริก เพื่อหาว่าความแตกต่างของจำนวนนักเรียนที่จำแนกได้ดังกล่าวเป็นความแตกต่างที่มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ผลการทดสอบแสดงได้ดังในตาราง 29, 30 และ 31

ตาราง 29 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนมีความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			Pearson Chi-Square
	ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	175	242	302	93.354*
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	110	201	255	120.251*
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	40	69	234	279.975*
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวน จริงใดๆ	20	21	190	318.283*
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของ สมการเพื่อหาคำตอบ	7	11	165	323.478*

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลในตาราง 29 เมื่อทำการจำแนกความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามระดับชั้น และทดสอบความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะซึ่งศึกษาอยู่ในระดับชั้นต่างกัน พบว่านักเรียนทั้งสามระดับชั้นมีจำนวนของนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกทักษะ โดยนักเรียนระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวน้อยที่สุด ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากที่สุด

ตาราง 30 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนมีความรอบรู้	เพศ		Pearson Chi-Square
	ชาย	หญิง	
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	387	332	16.460*
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	292	274	1.563
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	193	150	8.325*
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	112	119	.160
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ	85	98	.895

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลในตาราง 30 เมื่อทำการจำแนกความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามเพศ และทดสอบความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะซึ่งมีเพศต่างกัน พบว่านักเรียนมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จำนวน 2 คุณลักษณะ คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน นักเรียนชายมีความรอบรู้ในทักษะดังกล่าวมากกว่านักเรียนหญิง ส่วนที่เหลืออีก 3 คุณลักษณะ คือ การจัดรูปสมการให้อยู่

ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ พบว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความรอบรู้ในคุณลักษณะดังกล่าวไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตาราง 31 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียน

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนมีความรอบรู้	แผนการเรียน		Pearson Chi-Square
	วิทย์-คณิต	ทั่วไป	
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	445	274	111.122*
S2 การจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	374	192	118.833*
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	250	93	106.032*
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	202	29	165.719*
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ	169	14	159.463*

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลในตาราง 31 เมื่อทำการจำแนกความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามแผนการเรียน และทดสอบความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะซึ่งศึกษาอยู่ในแผนการเรียนต่างกัน พบว่านักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนต่างกันมีจำนวนของนักเรียนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกคุณลักษณะ โดยนักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนทั่วไป

2.4 การประเมินแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ผลการประเมินแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model แสดงได้ดังในตาราง 32

ตาราง 32 จำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละแบบแผน จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model

จำนวนทักษะที่ นักเรียนมีความรอบรู้	แบบแผน ความรอบรู้	จำนวนนักเรียน ในแต่ละแบบแผน	จำนวนนักเรียน รวม	คิดเป็น ร้อยละ
0	00000	495	495	40.77
1	10000	95	95	7.83
2	11000	240	273	22.49
	10100	28		
	10010	5		
	10001	0		
3	11100	110	158	13.01
	11010	32		
	11001	0		
	10110	5		
	10101	7		
	10011	4		
4	11110	21	38	3.13
	11101	8		
	11011	0		
	10111	9		
5	11111	155	155	12.77
	รวม	1,214	1,214	100.00

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 32 พบว่า นักเรียนมีความรอบรู้อยู่ในแบบแผนที่ไม่มี
ความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย เป็นจำนวนมากที่สุด
495 คน คิดเป็นร้อยละ 40.77 นักเรียนมีความรอบรู้ในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถ

สามารถใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 คุณลักษณะ เป็นจำนวนรองลงมาในลำดับที่สอง 273 คน คิดเป็นร้อยละ 22.49 นักเรียนมีความรอบรู้ในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ เป็นจำนวนรองลงมาในลำดับที่สาม 158 คน คิดเป็นร้อยละ 13.01 นักเรียนมีความรอบรู้ในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5 คุณลักษณะ เป็นจำนวนรองลงมาในลำดับที่สี่ 155 คน คิดเป็นร้อยละ 12.77 นักเรียนมีความรอบรู้ในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คุณลักษณะ เป็นจำนวนรองลงมาในลำดับที่ห้า 95 คน คิดเป็นร้อยละ 7.83 และนักเรียนมีความรอบรู้ในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 คุณลักษณะ เป็นจำนวนรองลงมาในลำดับสุดท้าย 38 คน คิดเป็นร้อยละ 3.13

เพื่อศึกษาผลของตัวแปรซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต่างกันของนักเรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ที่ส่งผลต่อแบบแผนความรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยจึงนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยมาจำแนกตามตัวแปรซึ่งเป็นลักษณะที่ต่างกันของนักเรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ได้ผลดังในตาราง 33

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 33 ทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่จำแนกได้ตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ในแต่ละแบบแผนด้วยการทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test) ซึ่งเป็นสถิติแบบนอนพาราเมตริก เพื่อตรวจสอบว่าความแตกต่างของจำนวนนักเรียนที่จำแนกได้ในแต่ละกลุ่มเป็นความแตกต่างที่มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ แต่จากข้อมูลในตาราง 33 พบว่ามีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวบางกลุ่ม ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบไคสแควร์ กล่าวคือมีจำนวนน้อยกว่า 5 คน ในบางเซลล์ Hinkle, William และ Jurs (2002: 254) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวไว้ 2 แบบ คือ การใช้ดัชนีปรับแก้ของเยทส์ (Yates' correction for continuity) และการใช้วิธีการแบ่งกลุ่มของตัวแปรที่ศึกษาใหม่อย่างมีความหมาย เพื่อให้ความถี่ของจำนวนนักเรียนที่จำแนกได้เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ แต่จากการศึกษาของ Camilli และ Hopkins ในปี 1978 พบว่าการใช้ดัชนีปรับแก้ของเยทส์ (Yates' correction for continuity) เป็นวิธีการที่ไม่เหมาะสม สำหรับการหาความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่อยู่ในรูปตารางการถัวแบบ 2x2 ในที่นี้เพื่อความเหมาะสมกับข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ในตาราง 33 ผู้วิจัยจึงเลือกใช้วิธีการแบ่งกลุ่มของตัวแปรที่ศึกษาใหม่อย่างมีความหมายแก้ปัญหา และได้ทำการจัดกลุ่มแบบแผนความรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนใหม่ตามความซับซ้อนของการนำความสามารถไปประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งพิจารณาจากจำนวนความสามารถที่นักเรียนมีความรอบรู้ในแบบแผน แล้วจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของกลุ่มที่จัดขึ้นใหม่ตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ด้วยการทดสอบไคสแควร์ (Chi-square test)

ตาราง 33 จำนวนนักเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จาก
การวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน

แบบแผนความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			เพศ		แผนการเรียน	
	ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	ชาย	หญิง	วิทย์-คณิต	ทั่วไป
00000	242 (58.03%)	158 (39.50%)	95 (23.93%)	216 (35.82%)	279 (45.66%)	154 (25.71%)	341 (55.45%)
10000	43 (10.31%)	28 (7.00%)	24 (6.05%)	56 (9.29%)	39 (6.38%)	46 (7.68%)	49 (7.97%)
11000	73 (17.51%)	130 (32.50%)	37 (9.32%)	119 (19.73%)	121 (19.80%)	116 (19.37%)	124 (20.16%)
10100	11 (2.64%)	5 (1.25%)	12 (3.02%)	16 (2.65%)	12 (1.96%)	7 (1.17%)	21 (3.41%)
10010	4 (.96%)	1 (.25%)	0 (.00%)	2 (.33%)	3 (.49%)	4 (.67%)	1 (.16%)
10001	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)
11100	24 (5.76%)	53 (13.25%)	33 (8.31%)	76 (12.60%)	34 (5.56%)	66 (11.02%)	44 (7.15%)
11010	13 (3.12%)	12 (3.00%)	7 (1.76%)	14 (2.32%)	18 (2.95%)	25 (4.17%)	7 (1.14%)
11001	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)

ตาราง 33 (ต่อ)

แบบแผนความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			เพศ		แผนการเรียน	
	ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	ชาย	หญิง	วิทย์-คณิต	ทั่วไป
10110	0 (.00%)	2 (.50%)	3 (.76%)	5 (.83%)	0 (.00%)	1 (.17%)	4 (.65%)
10101	4 (.96%)	3 (.75%)	0 (.00%)	4 (.66%)	3 (.49%)	4 (.67%)	3 (.49%)
10011	2 (.48%)	2 (.50%)	0 (.00%)	3 (.50%)	1 (.16%)	4 (.67%)	0 (.00%)
11110	0 (.00%)	0 (.00%)	21 (5.29%)	14 (2.32%)	7 (1.15%)	11 (1.84%)	10 (1.63%)
11101	0 (.00%)	2 (.50%)	6 (1.51%)	4 (.66%)	4 (.65%)	4 (.67%)	4 (.65%)
11011	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)	0 (.00%)
10111	1 (.24%)	0 (.00%)	8 (2.02%)	9 (1.49%)	0 (.00%)	5 (.83%)	4 (.65%)
11111	0 (.00%)	4 (1.00%)	151 (38.04%)	65 (10.78%)	90 (14.73%)	152 (25.38%)	3 (.49%)
รวม	417	400	397	603	611	599	615

การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้นสามารถแบ่งกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามจำนวนความสามารถที่นักเรียนมีความรอบรู้ได้ทั้งหมด 5 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเลย กลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 1 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 2 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 3 คุณลักษณะ และกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 4 และ 5 คุณลักษณะ ผู้วิจัยได้นำมารวมกัน เนื่องจากจำนวนนักเรียนในกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 5 คุณลักษณะ มีจำนวนไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบโดยใช้สถิติไคสแควร์ และมีแนวโน้มความแตกต่างของจำนวนนักเรียนในกลุ่มย่อย คือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 เช่นเดียวกันกับจำนวนนักเรียนในกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา 4 คุณลักษณะ ผลการทดสอบแสดงได้ดังในตาราง 34

ตาราง 34 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น

จำนวนคุณลักษณะ ที่นักเรียนมีความรอบรู้	แบบแผน ความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			Pearson Chi-Square
		ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	
0	00000	242	158	95	98.354*
1	10000	43	28	24	5.696
2	11000	88	136	49	44.608*
	10100				
	10010				
	10001				
3	11100	43	72	43	11.687*
	11010				
	11001				
	10110				
	10101				
	10011				

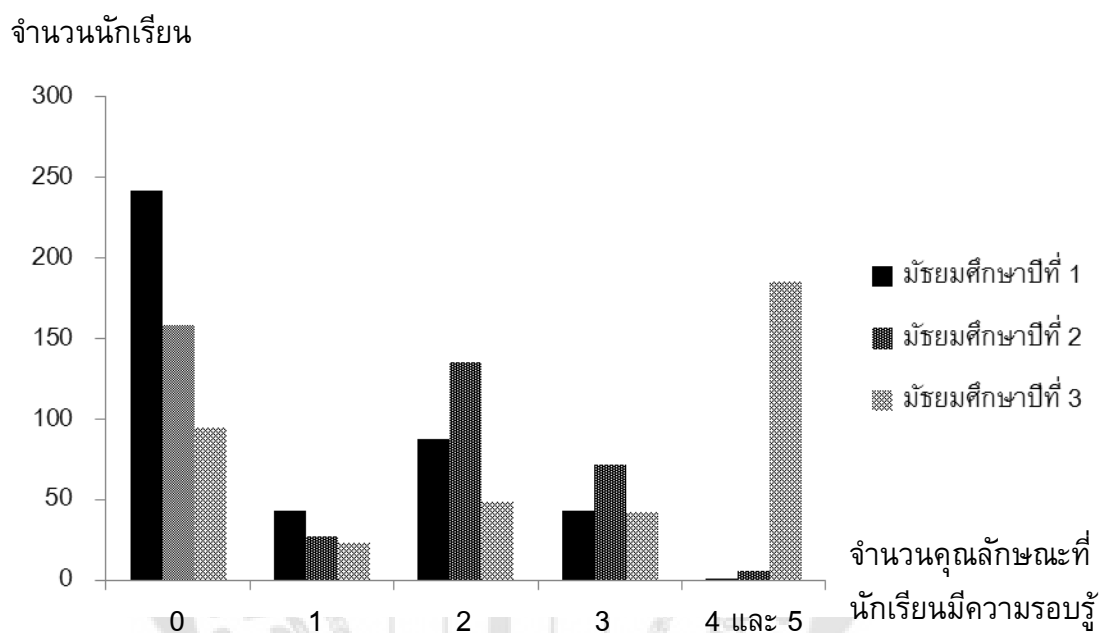
ตาราง 34 (ต่อ)

จำนวนคุณลักษณะ ที่นักเรียนมีความรอบรู้	แบบแผน ความรอบรู้	ระดับชั้นมัธยมศึกษา			Pearson Chi-Square
		ปีที่ 1	ปีที่ 2	ปีที่ 3	
4 และ 5	11110	1	6	186	367.410*
	11101				
	11011				
	10111				
	11111				

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 34 เมื่อจำแนกนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามระดับชั้น พบว่านักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่ต่ำกว่าจะมีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่า นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คุณลักษณะ มีจำนวนไม่แตกต่างกันระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กล่าวคือนักเรียนทั้งสามระดับชั้นมีจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้ไม่แตกต่างกัน นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้มากที่สุด นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้รองลงมา และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้น้อยที่สุด นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้มากที่สุด และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 3 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้ไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 และ 5 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้มากที่สุด นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้รองลงมา และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้น้อยที่สุด สามารถเขียนแผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น

การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ สามารถแบ่งกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ทั้งหมด 6 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่มีความรอบรู้ในทักษะใดเลย กลุ่มที่มีความรอบรู้ 1 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ 2 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ 3 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ 4 คุณลักษณะ และกลุ่มที่มีความรอบรู้ 5 คุณลักษณะ ผลการทดสอบแสดงได้ดังในตาราง 35

ตาราง 35 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ

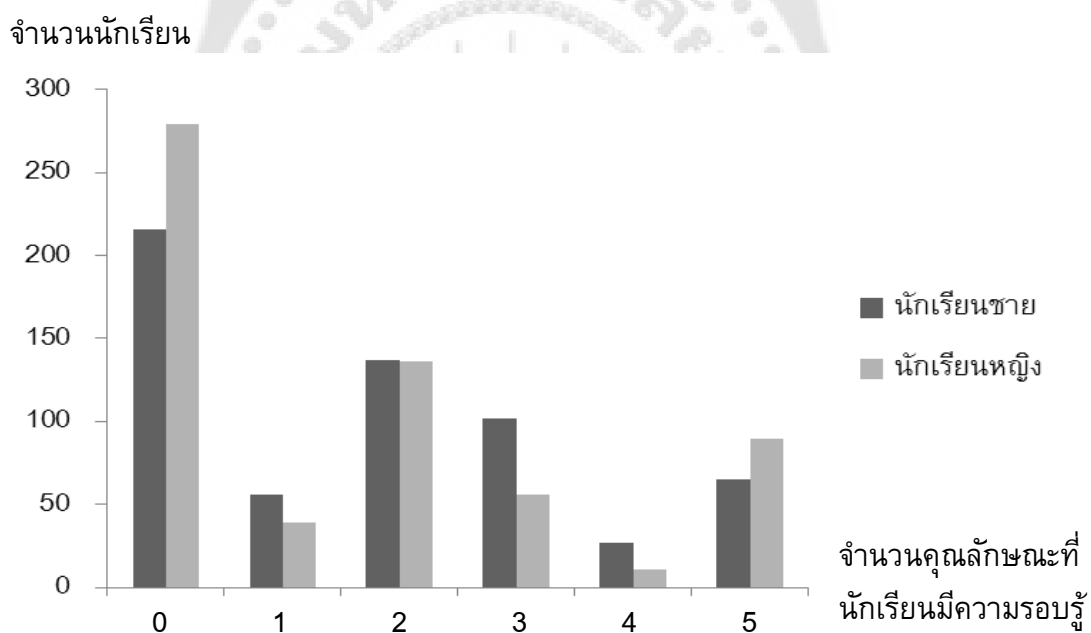
จำนวนคุณลักษณะ ที่นักเรียนมีความรอบรู้	แบบแผน ความรอบรู้	เพศ		Pearson Chi-Square
		ชาย	หญิง	
0	00000	216	279	12.173*
1	10000	56	39	3.548
2	11000 10100 10010 10001	137	136	.030
3	11100 11010 11001 10110 10101 10011	102	56	14.317*
4	11110 11101 11011 10111	27	11	6.840*
5	11111	65	90	4.253**

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

** หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 35 เมื่อจำแนกนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามเพศ พบว่านักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนหญิงมีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยสูงกว่านักเรียนชาย นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คุณลักษณะ และ 2

คุณลักษณะ มีจำนวนไม่แตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กล่าวคือ นักเรียนทั้งสองเพศมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่แตกต่างกัน นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนชายจะมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนนี้สูงกว่านักเรียนหญิง นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนชายจะมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนนี้มากกว่านักเรียนหญิง ส่วนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนหญิงมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนนี้มากกว่านักเรียนชาย สามารถเขียนแผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ ได้ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ

การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียน สามารถแบ่งกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ทั้งหมด 5 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่มีความรอบรู้ในทักษะใดเลย กลุ่มที่มีความรอบรู้ 1 คุณลักษณะ

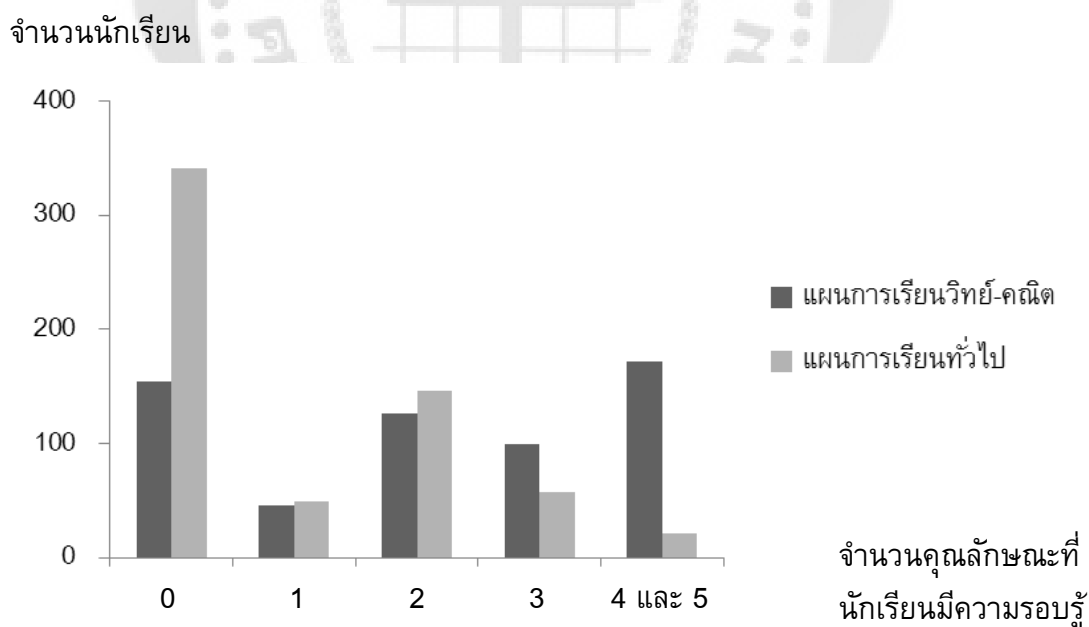
กลุ่มที่มีความรอบรู้ 2 คุณลักษณะ กลุ่มที่มีความรอบรู้ 3 คุณลักษณะ และกลุ่มที่มีความรอบรู้ 4 และ 5 คุณลักษณะ ผู้วิจัยได้จัดไว้รวมกัน เนื่องจากจำนวนนักเรียนที่มีความรอบรู้ 5 คุณลักษณะ มีจำนวนไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบโดยใช้สถิติไคสแควร์ และมีแนวโน้มความแตกต่างของจำนวนนักเรียนในกลุ่มย่อย คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนทั่วไปเช่นเดียวกันกับจำนวนนักเรียนในกลุ่มนักเรียนที่มีความรอบรู้ 4 คุณลักษณะ ผลการทดสอบแสดงได้ดังในตาราง 36

ตาราง 36 การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียน

จำนวนคุณลักษณะ ที่นักเรียนมีความรอบรู้	แบบแผน ความรอบรู้	แผนการเรียน		Pearson Chi-Square
		วิทย์-คณิต	ทั่วไป	
0	00000	154	341	111.122*
1	10000	46	49	.035
2	11000	127	146	3.814
	10100			
	10010			
	10001			
3	11100	100	58	12.574*
	11010			
	11001			
	10110			
	10101			
	10011			
4 และ 5	11110	172	21	126.187*
	11101			
	11011			
	10111			
	11111			

หมายเหตุ * หมายถึง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลการวิเคราะห์ในตาราง 36 เมื่อจำแนกนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามแผนการเรียนรู้ พบว่านักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนแผนการเรียนรู้ทั่วไปมีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยมากกว่านักเรียนแผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คุณลักษณะ และ 2 คุณลักษณะ มีจำนวนไม่แตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กล่าวคือนักเรียนทั้งสองแผนการเรียนรู้มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ กับ 4 และ 5 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนแผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จะมีจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้มากกว่านักเรียนแผนการเรียนรู้ทั่วไป สามารถเขียนแผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียนรู้ ได้ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 แผนภูมิแท่งแสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียนรู้

ตอนที่ 3 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

3.1 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้น ระหว่าง G-DINA model และ DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้น ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ ปรากฏผลดังในตาราง 37

ตาราง 37 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพ การวินิจฉัยของข้อ คำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบ ถูก (Proportion Correct)		ค่าสหสัมพันธ์การแปลง มาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)		ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)	
	G-DINA Model	DINA Model	G-DINA Model	DINA Model	G-DINA Model	DINA Model
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1						
ค่าเฉลี่ย	.0046	.0043	.0604	.0689	.2336	.2738
ค่าสูงสุด	.0132	.0130	.2617	.3091	2.4510	2.7681
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0244	.0245	.0491	.0491	.4457	.4125
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2						
ค่าเฉลี่ย	.0045	.0055	.0638	.0713	.2174	.2538
ค่าสูงสุด	.0125	.0147	.2935	.2985	2.0596	2.1549
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0245	.0227	.0502	.0502	.7034	.7707
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3						
ค่าเฉลี่ย	.0034	.0039	.0605	.1099	.3191	.5497
ค่าสูงสุด	.0116	.0105	.2977	.4758	2.1281	2.2834
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0222	.0225	.0504	.0504	.5032	.2553

จากผลในตาราง 37 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าเฉลี่ยและค่าสูงสุดของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) กับ

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model เพียงเล็กน้อย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าการแปลงสหสัมพันธ์ (Z-Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดล แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model เกือบทุกค่ามีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัดส่วนการตอบถูกที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model เพียงเล็กน้อย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดล แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าสูงสุดของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดล แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้น ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ ปรากฏผลดังในตาราง 38

ตาราง 38 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัย ของข้อคำถามในเชิงสัมพัทธ์	G-DINA Model	DINA Model
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1		
-2Loglikelihood (-2LL)	15,632.5740	16,108.5276
Akaike's information criterion (AIC)	16,226.5740	16,310.5276
Bayesian information criterion (BIC)	17,424.4006	16,717.8693

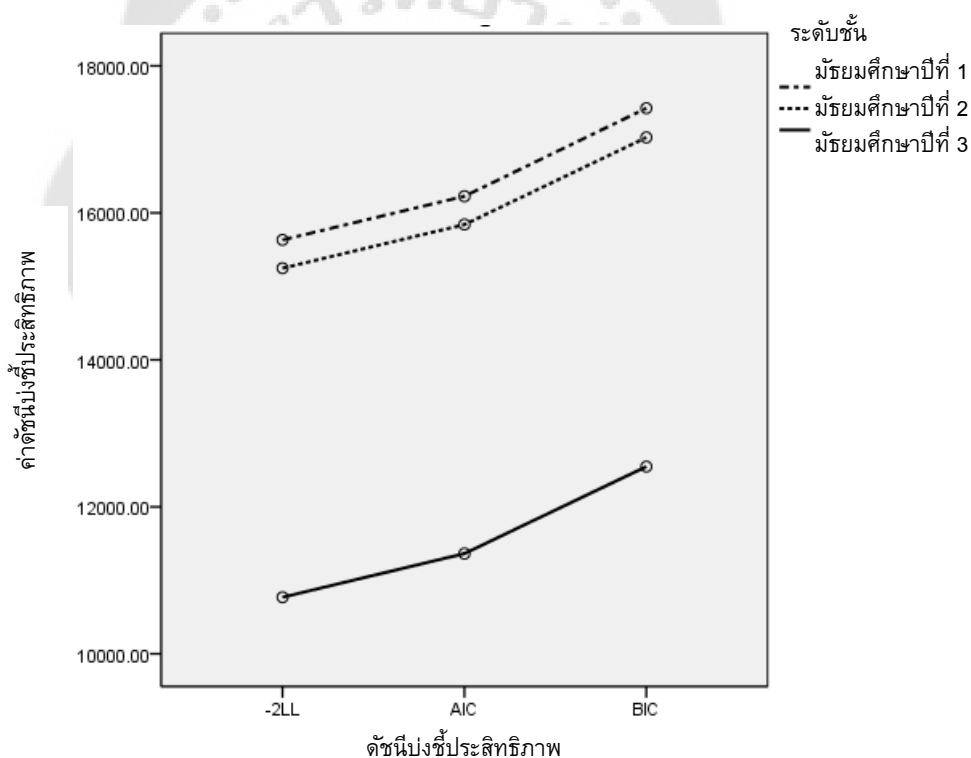
ตาราง 38 (ต่อ)

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัย ของข้อคำถามในเชิงสัมพัทธ์	G-DINA Model	DINA Model
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2		
-2Loglikelihood (-2LL)	15,247.6358	15,651.4784
Akaike's information criterion (AIC)	15,841.6358	15,854.4784
Bayesian information criterion (BIC)	17,027.1007	16,257.6163
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3		
-2Loglikelihood (-2LL)	10,770.2592	11,715.1879
Akaike's information criterion (AIC)	11,364.2592	11,917.1879
Bayesian information criterion (BIC)	12,547.4882	12,319.5655

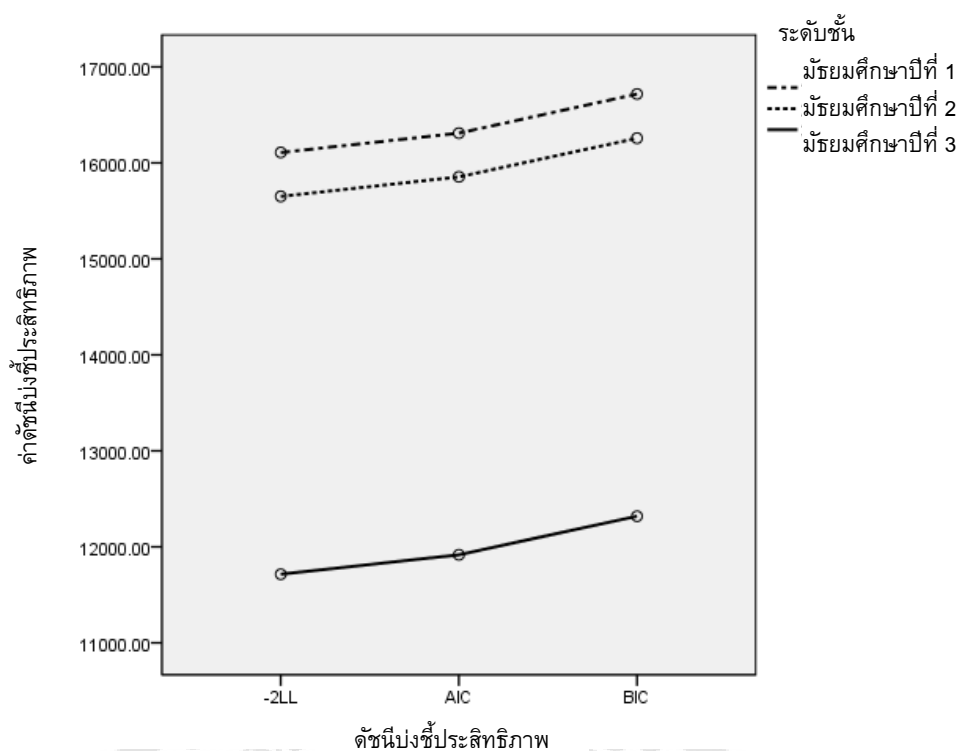
จากผลที่ได้ในตาราง 38 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างระดับชั้น พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC) และค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการ

วิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 และค่าของ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC) และค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีค่าใกล้เคียงกัน โดยค่าที่ได้จากนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล็กน้อย แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีที่สุดเมื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกัน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพียงเล็กน้อย สามารถเขียนกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างระดับชั้นของ G-DINA model และ DINA Model ได้ดังภาพประกอบ 10 และ 11



ภาพประกอบ 10 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model



ภาพประกอบ 11 การเปรียบเทียบค่าดัชนีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างระดับชั้นจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model

3.2 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสมบูรณ์ ปรากฏผลดังในตาราง 39

ตาราง 39 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัยของข้อคำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct)		ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation)		ค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio)	
	G-DINA Model	DINA Model	G-DINA Model	DINA Model	G-DINA Model	DINA Model
เพศชาย						
ค่าเฉลี่ย	.0031	.0033	.0563	.0946	.2895	.4630
ค่าสูงสุด	.0114	.0079	.2662	.4382	2.4514	3.1728
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0198	.0204	.0408	.0408	.4007	.3676
เพศหญิง						
ค่าเฉลี่ย	.0035	.0051	.0501	.0780	.2409	.3614
ค่าสูงสุด	.0096	.0162	.2528	.3152	2.2176	2.1526
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0202	.0202	.0406	.0406	.3534	.3666

จากผลในตาราง 39 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชาย พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่ มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าสูงสุดของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าการแปลงสหสัมพันธ์ (Z-Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดล แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนหญิง พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่ มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าสูงสุดของค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model เพียงเล็กน้อย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-

Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดลแสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ ปรากฏผลดังในตาราง 40

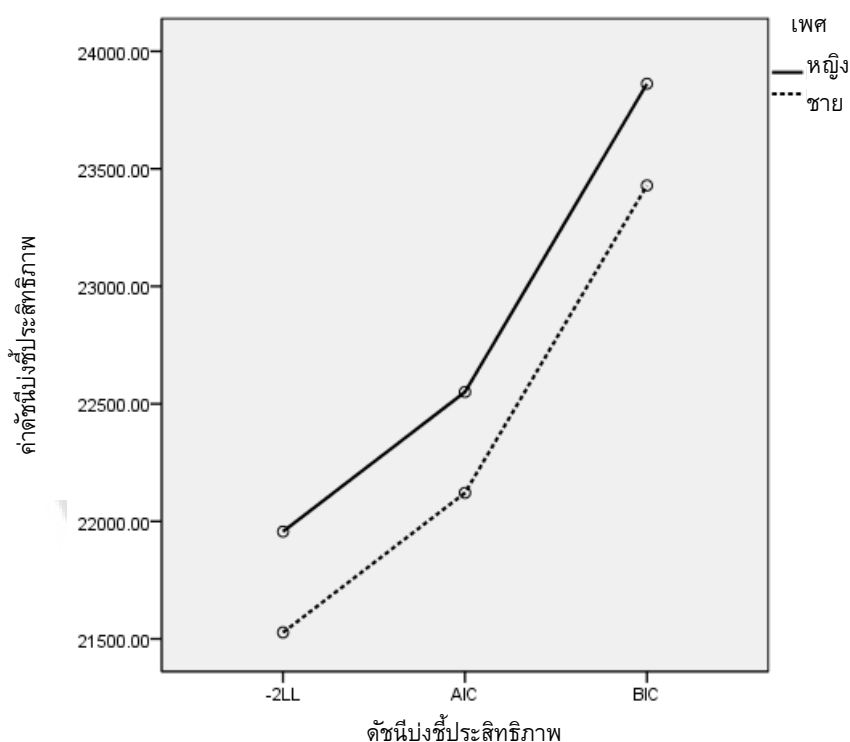
ตาราง 40 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัย ของข้อคำถามในเชิงสัมพัทธ์	G-DINA Model	DINA Model
เพศชาย		
-2Loglikelihood (-2LL)	21,527.5124	22,498.4210
Akaike's information criterion (AIC)	22,121.5124	22,700.4210
Bayesian information criterion (BIC)	23,428.8818	23,145.0147
เพศหญิง		
-2Loglikelihood (-2LL)	21,956.4686	22,648.6650
Akaike's information criterion (AIC)	22,550.4686	22,850.6650
Bayesian information criterion (BIC)	23,861.7524	23,296.5898

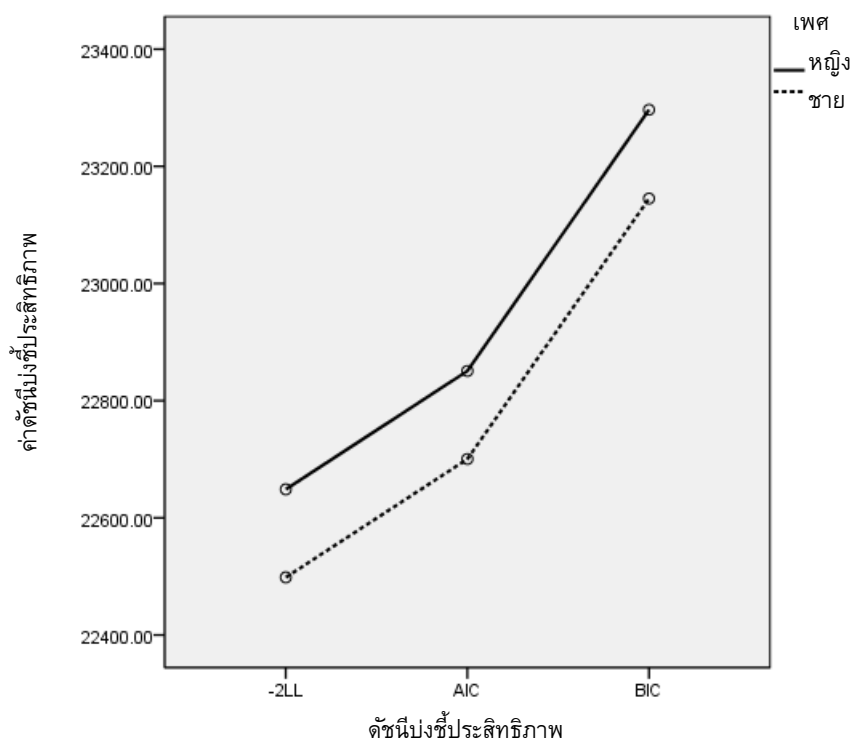
จากผลที่ได้ในตาราง 40 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชาย พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนหญิง พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างเพศ พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC)

และค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีค่าใกล้เคียงกัน โดยค่าที่ได้จากนักเรียนชายมีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากนักเรียนหญิง แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกัน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชายให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนหญิงเพียงเล็กน้อย สามารถเขียนกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเพศของ G-DINA model และ DINA Model ได้ดังภาพประกอบ 12 และ 13



ภาพประกอบ 12 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเพศจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model



ภาพประกอบ 13 การเปรียบเทียบค่าดัชนีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเพศจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model

3.3 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียนรู้ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียนรู้ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสมบูรณ์ ปรากฏผลดังในตาราง 41

ตาราง 41 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมบูรณ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพ การวินิจฉัยของข้อ คำถามในเชิงสัมบูรณ์	ค่าสัดส่วนการตอบ		ค่าสหสัมพันธ์การแปลง		ค่าอัตราส่วน	
	ถูก (Proportion		มาตรฐาน		Log-Odds	
	Correct)		(Z-Transformed Correlation)		(Log-Odds Ratio)	
	G-DINA	DINA	G-DINA	DINA	G-DINA	DINA
	Model	Model	Model	Model	Model	Model
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์						
ค่าเฉลี่ย	.0038	.0048	.0582	.0881	.2965	.4306
ค่าสูงสุด	.0145	.0133	.3083	.3824	2.6229	2.6819
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0201	.0182	.0410	.0410	.4382	.4551
แผนการเรียนทั่วไป						
ค่าเฉลี่ย	.0036	.0028	.0570	.0645	.2144	.2208
ค่าสูงสุด	.0110	.0085	.2355	.2733	2.0837	2.1046
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	.0198	.0202	.0404	.0404	.3903	.3584

จากผลในตาราง 41 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่ มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าสูงสุดกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าการแปลงสหสัมพันธ์ (Z-Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดล แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่ มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model ยกเว้นค่าเฉลี่ยกับค่าสูงสุดของค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) ที่ผลจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ให้ค่าสูงกว่าผลจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model เพียงเล็กน้อย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-

Transformed Correlation) ที่มีค่าเท่ากันทั้งสองโมเดลแสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียน ระหว่าง G-DINA model และ DINA model ด้วยค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ ปรากฏผลดังในตาราง 42

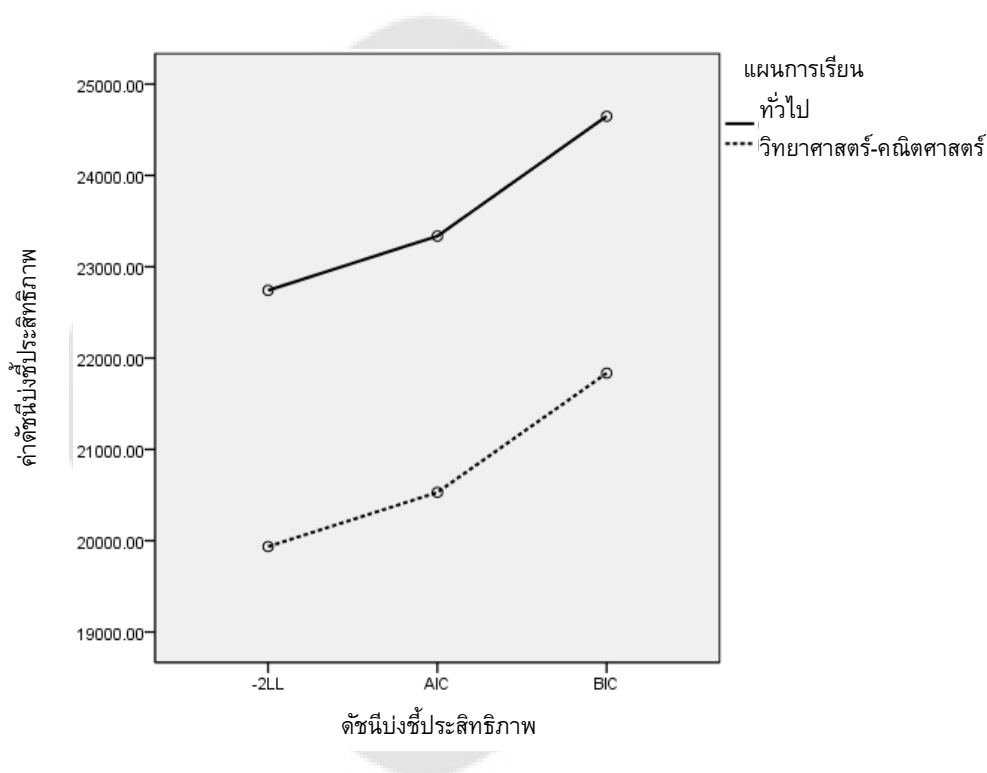
ตาราง 42 ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการประเมินเพื่อวินิจฉัยในเชิงสัมพัทธ์กับกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA model

ดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพการวินิจฉัย ของข้อคำถามในเชิงสัมพัทธ์	G-DINA Model	DINA Model
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์		
-2Loglikelihood (-2LL)	19,935.6889	20,918.1853
Akaike's information criterion (AIC)	20,529.6889	21,120.1853
Bayesian information criterion (BIC)	21,835.0816	21,564.1067
แผนการเรียนทั่วไป		
-2Loglikelihood (-2LL)	22,741.4532	23,298.8990
Akaike's information criterion (AIC)	23,335.4532	23,500.8990
Bayesian information criterion (BIC)	24,648.6750	23,947.4829

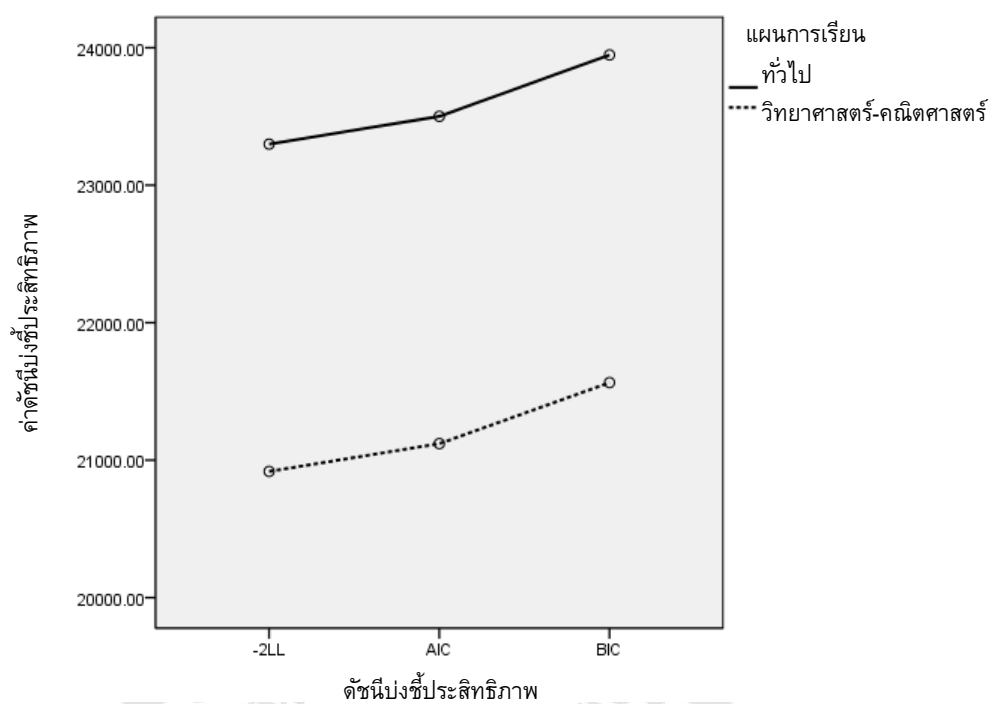
จากผลที่ได้ในตาราง 42 สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แต่ค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model แสดงว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model

เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างแผนการเรียน พบว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion

(AIC) และค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์มีค่าต่ำกว่าค่าของ -2Loglikelihood (-2LL), Akaike's information criterion (AIC) และค่าของ Bayesian information criterion (BIC) ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model กับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป สามารถเขียนกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างแผนการเรียนของ G-DINA model และ DINA Model ได้ดังภาพประกอบ 14 และ 15



ภาพประกอบ 14 การเปรียบเทียบค่าดัชนีบ่งชี้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างแผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model



ภาพประกอบ 15 การเปรียบเทียบค่าดัชนีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่าง
แผนการเรียนจากการวิเคราะห์ด้วย DINA model

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในบทนี้ผู้วิจัยนำเสนอสาระสำคัญในภาพรวมของการวิจัยครั้งนี้ ในส่วนของสังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย หลังจากนั้นจะเป็นการนำเสนอการสรุปผลของการวิจัย การอภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะตามลำดับดังต่อไปนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยโดยใช้วิธีการเชิงปริมาณ โดยมี ความมุ่งหมายของการวิจัย คือ เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาในหลักสูตรแกนกลางปีพุทธศักราช 2551 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน

สมมติฐานของการวิจัย

จากแนวคิดและทฤษฎีที่ผู้วิจัยได้ศึกษาสามารถนำมากำหนดสมมติฐานของการวิจัย ในส่วนของวัตถุประสงค์ของการวิจัยที่เป็นการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระหว่าง G-DINA model และ DINA model ได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่ต่ำกว่า
2. นักเรียนชายจะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนหญิง

3. นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป

4. G-DINA model และ DINA model จะให้ประสิทธิภาพในการวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่แตกต่างกัน เมื่อนำไปวิเคราะห์กับนักเรียนที่มีความแตกต่างกันตามระดับชั้นที่กำลังศึกษาอยู่ เพศ และแผนการเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตจังหวัดอ่างทอง จำนวน 1,214 คน ซึ่งได้มาจากเทคนิคการสุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการกำหนดความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วย แบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบประเมินค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบประเมินความถูกต้องของ Q-matrix

2. เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้กำหนดความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการประเมินความสามารถของนักเรียนในแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ประเมินเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของความสามารถที่กำหนดขึ้น แล้วจึงนำความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้ มาใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามวิธีการพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของ Embretson (Embretson's Cognitive Design System Approach: CDS framework) (Leighton และ Gierl. 2007: 181) และนำแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นไปสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 1,214 คน เพื่อวินิจฉัยความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model ในการวิเคราะห์ข้อมูล หลังจากนั้นจึงทำการ ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระหว่าง G-DINA model และ DINA model ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้นเพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้โมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีผลการวิจัยซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1 ความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีทั้งหมดจำนวน 5 คุณลักษณะ ดังนี้

1) การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

2) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

3) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

4) การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

5) การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

1.2 การสร้างแบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนที่กำหนด สามารถนำมากำหนดแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Attribute profile) ตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ทั้งหมด 16 แบบ โดยมีจำนวนข้อคำถามขั้นต่ำที่ควรสร้างในแบบทดสอบทั้งหมด 32 ข้อ และนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นต่างๆ มีแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวดังนี้

1) นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้งหมด 8 แบบแผน คือ

1.1) แบบแผนการคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แบบแผน ได้แก่

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เพียงคุณลักษณะเดียวในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 1 แบบแผน

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร่วมกับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ คุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งร่วมกัน 1 คุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 3 แบบแผน

1.2) แบบแผนการคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปโจทย์ปัญหา จำนวน 4 แบบแผน ได้แก่

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ ร่วมกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เพียงคุณลักษณะเดียวในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 1 แบบแผน

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ ร่วมกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ กับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ คุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งร่วมกัน 2 คุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 3 แบบแผน

2) นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้งหมด 16 แบบแผน ซึ่งเป็นแบบแผนเดียวกันกับที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต้องมีความรอบรู้จำนวน 8 แบบแผน และแบบแผนอื่นอีก 8 แบบแผน ซึ่งเป็นแบบแผนที่นำความสามารถต่างๆ มาใช้ร่วมกัน โดยมีความสามารถในการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เป็นคุณลักษณะที่ใช้ร่วมกับความสามารถอื่นอีกทุกคุณลักษณะ คือ

2.1) แบบแผนการคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แบบแผน ได้แก่

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ กับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ คุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งร่วมกัน 3 คุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 3 แบบแผน

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร่วมกับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ทั้งหมด 4 คุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 1 แบบแผน

2.2) แบบแผนการคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปโจทย์ปัญหา จำนวน 4 แบบแผน ได้แก่

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ ร่วมกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ กับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ คุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งร่วมกัน 3 คุณลักษณะ ในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 3 แบบแผน

- นักเรียนใช้ความสามารถเกี่ยวกับการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ร่วมกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร่วมกับความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ทั้งหมด 4 คุณลักษณะในการหาคำตอบของปัญหา จำนวน 1 แบบแผน

1.3 การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix

1) การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ โดยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา ผู้เชี่ยวชาญทุกคนมีความเห็นตรงกันว่าความสามารถที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในแต่ละข้อที่กำหนด เป็นความสามารถที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทุกข้อ

2) การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงคุณภาพ โดยใช้วิธีการคิดออกเสียง (Think aloud protocol) พบว่านักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทุกคนใช้ความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาตรงกับที่กำหนดใน Q-matrix

โดยมีข้อคำถามที่วัดความสามารถในการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ จำนวน 32 ข้อ วัดความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง จำนวน 13 ข้อ วัดความสามารถในการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b =$

c เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน จำนวน 13 ข้อ วัดความสามารถในการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ จำนวน 13 ข้อ และวัดความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

1.4 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถาม

1) การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม พบว่าข้อคำถามมีค่าความยาก (p) ต่ำสุดเท่ากับ 0.221 สูงสุดเท่ากับ 0.794 มีค่าเฉลี่ยของค่าความยากเท่ากับ 0.555 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยากเท่ากับ 0.187 ข้อคำถามมีค่าอำนาจจำแนก (r) ต่ำสุดเท่ากับ 0.222 สูงสุดเท่ากับ 0.507 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.358 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.089 แบบทดสอบทั้งฉบับมีค่าความเชื่อมั่น (KR-20) เท่ากับ 0.807 และมีค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity) ของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.855

2) การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม พบว่าข้อคำถามมีค่าความยาก (b) ต่ำสุดเท่ากับ -2.447 สูงสุดเท่ากับ 1.659 มีค่าเฉลี่ยของค่าความยากเท่ากับ 0.470 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยากเท่ากับ 0.776 ข้อคำถามมีค่าอำนาจจำแนก (a) ต่ำสุดเท่ากับ 1.231 สูงสุดเท่ากับ 9.524 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 3.061 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ 1.511 ข้อคำถามมีค่าการเดา (c) ต่ำสุดเท่ากับ 0.101 สูงสุดเท่ากับ 0.244 มีค่าเฉลี่ยของค่าการเดาเท่ากับ 0.191 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าการเดาเท่ากับ 0.038 และแบบทดสอบให้ค่าสารสนเทศจากการสอบสูงสุดเมื่อนำมาใช้กับกลุ่มผู้สอบที่มีระดับความสามารถ (θ) เท่ากับ 1.25

3) การตรวจสอบคุณภาพข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก พบว่า DINA model เป็นโมเดลที่มีความเหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถาม เนื่องจากค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ที่ได้ คือ ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อยู่ในระดับต่ำ โดยข้อคำถามมีดัชนีค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัย ($d_{i,DINA}$) ต่ำสุดเท่ากับ 0.0880 สูงสุดเท่ากับ 0.7586 มีค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยเท่ากับ 0.5641 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยเท่ากับ 0.1276

4) การตรวจสอบคุณภาพข้อคำถาม โดยการหาคุณภาพของข้อคำถามแต่ละข้อเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนการคิดที่ต้องการประเมินต่างกัน ด้วย G-DINA model พบว่าความรอบรู้ในเรื่องการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการเป็นความสามารถมีความสำคัญมากที่สุดที่ผู้เรียนนำไปใช้ในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับข้อคำถามที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาพบว่าความรอบรู้ในเรื่อง

การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการและความรอบรู้ในเรื่องการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบเป็นความสามารถที่มีความสำคัญมากที่สุดที่ผู้เรียนนำไปใช้ในการหาคำตอบ

2. การประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.1 การประเมินความเหมาะสมของการใช้ G-DINA model ในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ พบว่าค่าสัดส่วนการตอบถูก (Proportion Correct) ค่าสหสัมพันธ์การแปลงมาตรฐาน (Z-Transformed Correlation) และค่าอัตราส่วน Log-Odds (Log-Odds Ratio) มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อยู่ในระดับต่ำ G-DINA model จึงเป็นโมเดลที่มีความเหมาะสมในการนำมาใช้ประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่านักเรียนมีความรอบรู้ในการนำความสามารถดังกล่าวไปใช้ เรียงลำดับจากมากไปน้อยได้ ดังนี้

1) การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร้อยละ 59.23

2) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง ร้อยละ 46.62

3) การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน ร้อยละ 27.68

4) การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร้อยละ 17.30

5) การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ร้อยละ 15.07

เมื่อนำการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยมาจำแนกตามตัวแปรซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต่างกันของนักเรียน ซึ่งส่งผลต่อความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ได้ผลดังนี้

1) นักเรียนที่ศึกษาอยู่ต่างระดับชั้นกัน มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนน้อยที่สุด ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นกลุ่มที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากที่สุด

2) นักเรียนที่มีเพศต่างกัน มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จำนวน 2 คุณลักษณะ คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน โดยนักเรียนชายมีความรอบรู้ในความสามารถดังกล่าวมากกว่านักเรียนหญิง ส่วนที่เหลืออีก 3 คุณลักษณะ คือ การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง, การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ พบว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความรอบรู้ในความสามารถดังกล่าวไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3) นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนต่างกัน มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนทั่วไปทุกคุณลักษณะ

2.3 การประเมินแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่านักเรียนมีแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหา เรียงลำดับจากมากไปน้อย ดังนี้

- 1) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่ไม่มีมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย จำนวน 495 คน คิดเป็นร้อยละ 40.77
- 2) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 คุณลักษณะ จำนวน 273 คน คิดเป็นร้อยละ 22.49
- 3) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ จำนวน 158 คน คิดเป็นร้อยละ 13.01
- 4) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5 คุณลักษณะ จำนวน 155 คน คิดเป็นร้อยละ 12.77
- 5) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คุณลักษณะ จำนวน 95 คน คิดเป็นร้อยละ 7.83
- 6) นักเรียนอยู่ในแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 คุณลักษณะ จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 3.13

เมื่อนำการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการประเมินมาจำแนกตามตัวแปรซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต่างกันของนักเรียนซึ่งส่งผลต่อแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน คือ ระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน ได้ผลดังนี้

แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างเพศอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนหญิงมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนนี้นี้นักเรียนชาย

3) ผลการวิเคราะห์จำแนกตามแผนการเรียนรู้ พบว่านักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลย มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนแผนการเรียนรู้ทั่วไปมีจำนวนในกลุ่มแบบแผนความรู้ที่ไม่มีความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยมากกว่านักเรียนแผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ นักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 ทักษะ และ 2 คุณลักษณะ มีจำนวนไม่แตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กล่าวคือนักเรียนทั้งสองแผนการเรียนรู้มีแบบแผนความรู้ในกลุ่มนี้เป็นจำนวนไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ กับ 4 และ 5 คุณลักษณะ มีจำนวนแตกต่างกันระหว่างแผนการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนแผนการเรียนรู้วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีจำนวนในกลุ่มแบบแผนนี้สูงกว่านักเรียนแผนการเรียนรู้ทั่วไป

3. การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก

3.1 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับชั้น ระหว่าง G-DINA model และ DINA model จากการวิเคราะห์ข้อมูลได้ผลดังนี้

1) ค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนในทุกระดับชั้น และค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำนวน 2 ตัว คือ -2Loglikelihood (-2LL) และ Akaike's information criterion (AIC) มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนทุกระดับชั้น G-DINA model จึงเป็นโมเดลที่ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนในทุกระดับชั้น

2) การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างระดับชั้น ทั้งจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 แต่ค่าดัชนีความสอดคล้องในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีค่าใกล้เคียงกัน โดยค่าที่ได้จากนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากนักเรียน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล็กน้อย แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีที่สุดเมื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกัน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพียงเล็กน้อย

3.2 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามเพศ ระหว่าง G-DINA model และ DINA model

1) ค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนทุกเพศ และค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำนวน 2 ตัว คือ $-2\text{Loglikelihood} (-2LL)$ และ Akaike's information criterion (AIC) มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนทุกเพศ G-DINA model จึงเป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนทุกเพศ

2) การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างเพศ ทั้งจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีค่าใกล้เคียงกัน โดยค่าที่ได้จากนักเรียนชายมีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากนักเรียนหญิง แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกัน โดยการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชายให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนหญิงเพียงเล็กน้อย

3.3 การศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกของกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามแผนการเรียน ระหว่าง G-DINA model และ DINA model

1) ค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมบูรณ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model ส่วนใหญ่มีค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนในทุกแผนการเรียน และค่าดัชนีความสอดคล้องของโมเดลในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model จำนวน 2 ตัว คือ $-2\text{Loglikelihood} (-2LL)$ และ Akaike's information criterion (AIC) มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนในทุกแผนการเรียน G-DINA model จึงเป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนในทุกแผนการเรียน

2) การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกระหว่างแผนการเรียน ทั้งจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model และ DINA Model พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องในเชิงสัมพัทธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์กับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป แสดงว่าโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนแผนการเรียนทั่วไป

อภิปรายผล

การอภิปรายผล ได้แยกส่วนพิจารณาออกเป็น 3 ประเด็น ตามสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

ประเด็นที่ 1 การอภิปรายผลการวิจัยในส่วนของการพัฒนาแบบทดสอบสำหรับใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีทั้งหมดจำนวน 5 คุณลักษณะ คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ซึ่งสามารถนำมากำหนดแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Attribute profile) โดยพิจารณาความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของการรวมตัวกันระหว่างคุณลักษณะซึ่งเป็นความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาได้ทั้งหมด 16 แบบ และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนต้องมีความรอบรู้เพื่อนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหลังเรียนจบหน่วยการเรียนรู้ ตามหลักสูตรสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และกลุ่มนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 โดยนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะมีความรอบรู้ในแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งต้องนำความสามารถแต่ละคุณลักษณะมาใช้ร่วมกันในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อยกว่า นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3

แบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นสำหรับใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน มีทั้งหมดจำนวน 32 ข้อ ผลการตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหากับข้อคำถามแต่ละข้อด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ โดยการสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และวิธีการในเชิงคุณภาพ โดยใช้วิธีการคิดออกเสียง พบว่าความสามารถที่ต้องใช้ในการหาคำตอบของ

ปัญหาในแต่ละข้อที่กำหนด เป็นความสามารถที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทุกข้อ ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม พบว่าแบบทดสอบทั้งฉบับมีค่าความเชื่อมั่น (KR-20) เท่ากับ 0.807 และมีค่าความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion –Related Validity) ของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.855 ซึ่งอยู่ในระดับที่สูงพอที่จะยอมรับได้ว่าผลที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นมีความสามารถที่จะบอกถึงความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้องตามสภาพที่เป็นจริง ค่าเฉลี่ยค่าความยากของข้อคำถามมีค่าเท่ากับ 0.555 แสดงว่ามีค่าความยากอยู่ในระดับปานกลาง (สุวิมล ติรภานนท์. 2551: 148) และค่าเฉลี่ยค่าอำนาจจำแนกของข้อคำถามเท่ากับ 0.358 แสดงว่ามีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับดีพอสมควร (สุวิมล ติรภานนท์. 2551: 153) ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม พบว่าแบบทดสอบให้สารสนเทศจากการสอบสูงสุดเมื่อนำมาใช้กับกลุ่มผู้สอบที่มีระดับความสามารถ (θ) เท่ากับ 1.25 แสดงให้เห็นว่าแบบทดสอบจะให้สารสนเทศจากการสอบสูงสุดเมื่อนำไปใช้กับผู้สอบที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในระดับสูง ค่าเฉลี่ยค่าการเดาของข้อคำถามมีค่าเท่ากับ 0.191 แสดงว่ามีค่าการเดาของข้อคำถามอยู่ในระดับที่ไม่สูงมาก และผลการตรวจสอบคุณภาพข้อคำถามในเชิงการวินิจฉัยด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก DINA model พบว่าค่าเฉลี่ยของค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยของข้อคำถามมีค่าเท่ากับ 0.5641 แสดงว่าข้อคำถามมีอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัยอยู่ในระดับค่อนข้างสูง จากผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นเป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพสำหรับนำมาใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ประเด็นที่ 2 การอภิปรายผลการวิจัยในส่วนของการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่าความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความรอบรู้เป็นจำนวนเรียงจากมากไปน้อย คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจของนักเรียนในการนำความสามารถไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำสมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b

และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ไปใช้ได้ แต่จะมีปัญหาเพิ่มมากขึ้นเมื่อต้องใช้ความสามารถอื่นร่วมในการจัดรูปสมการเพื่อหาคำตอบเรียงตามลำดับ คือ การใช้สมบัติการแจกแจง การรวมพจน์ที่คล้ายกัน และการจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ส่วนความสามารถที่นักเรียนมีความรอบรู้ในการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวน้อยที่สุด คือ ทักษะการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ผลที่ได้นี้สอดคล้องกับผลจากงานวิจัยของ Mary และ Heather (2006) ที่ทำการศึกษารูปแบบของปัญหาที่เกิดขึ้นในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปภาษา (Word problem) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ด้วยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการ ผลที่ได้พบว่าแบบแผนข้อบกพร่องในการคิดหาคำตอบที่นักเรียนมีปัญหาดังกล่าวมากที่สุด คือ การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ เนื่องจากนักเรียนขาดความเข้าใจในการนำข้อความที่เป็นคำสำคัญหรือข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาสร้างเป็นตัวแบบในรูปสมการเพื่อหาคำตอบ ทั้งที่ทักษะดังกล่าวนี้มีความสำคัญเป็นอย่างมากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชลธิชา ใจพนัส (2556) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และพบว่าความสามารถในการเปลี่ยนภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มากที่สุด ซึ่งโจทย์ปัญหาในรูปภาษาในแบบทดสอบ ส่วนใหญ่จะเป็นสถานการณ์เชื่อมโยงการนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การขาดความรอบรู้ในทักษะดังกล่าวอาจส่งผลทำให้นักเรียนขาดการเห็นคุณค่าและความสำคัญที่แท้จริงของการเรียนคณิตศาสตร์ที่มุ่งหวังให้นักเรียนนำความรู้จากการเรียนไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และทำให้ผลการสอบในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment) ที่เรียกว่าการสอบ PISA ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำ โดยเฉพาะข้อสอบที่ต้องใช้สมรรถนะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการสอบ PISA นี้มีจุดมุ่งหมายในการประเมินเพื่อหาคำตอบว่านักเรียนสามารถนำสิ่งที่ได้เรียนในโรงเรียนไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่นักเรียนมีโอกาสพบเจอในชีวิตจริงได้หรือไม่และให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ในสถานการณ์จริงของโลกที่เป็นสถานการณ์ในธรรมชาติ สังคม และวัฒนธรรมที่อาศัยอยู่ (ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553: 33)

2. ผลการประเมินความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่ามีนักเรียนในกลุ่มแบบแผนที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยเป็นจำนวนมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 40.77 และเมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความสามารถที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนในระดับมาก คือ 3, 4 และ 5 คุณลักษณะ กลับพบว่ามึนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนนี้ คิดเป็นร้อยละ 13.01, 3.13 และ 12.77 ซึ่งถือว่าเป็นจำนวนที่ต่ำ เนื่องจากนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความสามารถนี้ต้องใช้ความสามารถหลายความสามารถร่วมกันในหาคำตอบของปัญหา ทำให้ระดับความยากในการนำ

แบบแผนความสามารถดังกล่าวไปใช้มีสูงกว่าการใช้แบบแผนความสามารถอื่นที่ใช้ความสามารถเป็นจำนวนน้อยกว่าในการหาคำตอบ จึงมีนักเรียนอยู่ในกลุ่มแบบแผนดังกล่าวนี้เป็นจำนวนน้อย และเมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความสามารถที่นักเรียนมีความรอบรู้ในความสามารถที่เป็นพื้นฐานสำหรับใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ กลุ่มแบบแผนความรู้ที่มีความรอบรู้เฉพาะการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เพียงคุณลักษณะเดียว พบว่ามีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนนี้ คิดเป็นร้อยละ 7.83 ซึ่งนับว่าอยู่ในระดับต่ำเช่นเดียวกัน ผลดังกล่าวนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนจำนวนไม่มากนักที่ประยุกต์ใช้ความสามารถต่างๆ ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนักเรียนมีปัญหในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวคิดเป็นจำนวนอยู่ในระดับที่สูงมาก ทั้งในการนำความสามารถที่เป็นพื้นฐานไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหา และในการใช้ความสามารถทั้งหมดร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหา

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความสามารถที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 คุณลักษณะ พบว่าจะมีนักเรียนในแบบแผนความสามารถนี้เป็นจำนวนมากที่สุด เมื่อนำความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร่วมกับการจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง แต่จะมีนักเรียนเป็นจำนวนลดลง เมื่อนำความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ไปใช้ร่วมกับความสามารถอื่น และเมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความสามารถที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ พบว่าจะมีนักเรียนในแบบแผนความสามารถนี้เป็นจำนวนมากที่สุด เมื่อนำความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ร่วมกับการจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง และการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน แต่จะมีนักเรียนเป็นจำนวนลดลง เมื่อนำความสามารถเกี่ยวกับการใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ไปใช้ร่วมกับความสามารถอื่นอีก 2 คุณลักษณะ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนผู้สอนควรตระหนักถึงความสำคัญของการสอนให้นักเรียนมีความรอบรู้ในความสามารถพื้นฐานที่นำไปใช้หาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เพื่อเป็นพื้นฐานให้นักเรียนนำไปใช้ร่วมกับความสามารถอื่นสำหรับนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาให้นักเรียนสามารถนำความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่า 1 คุณลักษณะ ไปใช้ร่วมกันในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหารูปแบบต่างๆ ใน

ส่วนที่นักเรียนยังคงมีความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถนั้นเป็นจำนวนไม่มากนักตามที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้น

3. ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้นพบว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่ามีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่ต่ำกว่าทุกคุณลักษณะ และผลการประเมินความรอบรู้ในแบบแผนความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามระดับชั้น พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนในระดับชั้นอื่น ซึ่งจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนนี้จะมีจำนวนลดลง ในนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ตามลำดับ โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนที่ลดลงระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 4 และ 5 คุณลักษณะ พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนมากกว่านักเรียนในระดับชั้นอื่น และจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนนี้มีจำนวนลดลงในนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 1 ตามลำดับ โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนที่ลดลงระหว่างระดับชั้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่เป็นที่น่าสังเกตว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพียง 6 คน ที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนนี้ ทั้งที่แบบแผนความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต้องมีความรอบรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาดตามหลักสูตร กำหนดว่านักเรียนต้องมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทุกคุณลักษณะ และเมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 และ 3 คุณลักษณะ พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนแตกต่างจากนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนมากกว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นว่าการจัดหลักสูตรแกนกลางสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของสถานศึกษา ที่จัดให้นักเรียนได้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ต่อเนื่องกันทั้ง 2 ระดับชั้น ส่งผลทำให้นักเรียนมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพิ่มขึ้น แต่จะมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้เป็นจำนวนเพิ่มมากขึ้นกว่าเดิมจนครบทุกคุณลักษณะ เมื่อนักเรียนได้นำความรู้มาประยุกต์ใช้อย่างต่อเนื่องกับการศึกษาเรื่องอื่นในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยที่ได้ดังกล่าวนี้นี้เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยและสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่ม

พฤติกรรมนิยามที่นำมาอธิบายความสามารถทางพุทธิปัญญาที่เพิ่มขึ้นของมนุษย์ คือ แนวคิดเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านพุทธิปัญญาของเพียเจต์ที่มีแนวคิดว่าความสามารถในการคิดของมนุษย์จะเพิ่มขึ้นตามวัยที่เปลี่ยนไป โดยมนุษย์จะสามารถคิดประมวลผลในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ดีเมื่ออายุตั้งแต่ 11 ปี ขึ้นไปจนถึงวัยผู้ใหญ่ และจะมีพัฒนาการด้านการคิดเพิ่มมากขึ้นตามประสบการณ์ที่ได้รับจากการสังเกต การฝึกหัด การเลียนแบบ และการถ่ายทอดด้วยวิธีการต่างๆ (ศิริบุรณ์ สายโกสม. 2546: 25–26) และสอดคล้องกับกฎการฝึกหัด (Law of Exercise) ในทฤษฎีแบบความสัมพันธ์เชื่อมโยงของธอร์นไคค์ที่กล่าวว่า การเรียนรู้จะได้ผลดีต้องอาศัยการได้ฝึกหรือทำซ้ำอยู่เสมอ เพราะการฝึกฝนจะทำให้พันธะ (Bond) ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองมั่นคงขึ้น ในทางตรงกันข้าม ถ้าขาดการฝึกฝนก็จะทำให้พันธะระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองคลายความมั่นคงจนในที่สุดจะหมดไปทำให้การเรียนรู้ไม่เกิดขึ้น (พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. 2554: 93) ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นสูงกว่าจะมีความพร้อมในการเรียนรู้ ได้รับการฝึกฝน และมีประสบการณ์ในการเรียนรู้มากกว่านักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นต่ำกว่า จากการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ตามหลักสูตร ซึ่งนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะเรียนการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีความซับซ้อนของการนำความสามารถไปใช้ไม่มากนัก ในขณะที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะมีโอกาสได้ศึกษาและฝึกฝนความสามารถในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และได้ศึกษาเกี่ยวกับการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีความซับซ้อนของการนำทักษะไปใช้มากกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะได้รับการฝึกฝนประสบการณ์มากขึ้นในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นสถานการณ์ในเรื่องต่างๆ ทำให้นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่ามีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นต่ำกว่า ซึ่งเป็นผลมาจากประสบการณ์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตร การฝึกฝนด้วยการนำไปใช้ และวุฒิภาวะของนักเรียนที่เพิ่มขึ้นตามวัย

4. ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามเพศ พบว่านักเรียนชายมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากว่านักเรียนหญิง 2 คุณลักษณะ คือ การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน แต่นักเรียนชายมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนไม่แตกต่างจากนักเรียนหญิง 3 คุณลักษณะ คือ การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ ส่วนผลการประเมินแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิง

เส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามระดับเพศ พบว่านักเรียนชายมีจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยเป็นจำนวนน้อยกว่านักเรียนหญิง โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 และ 4 คุณลักษณะ พบว่านักเรียนชายมีจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนมากกว่านักเรียนหญิง โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทุกคุณลักษณะ กลับพบว่านักเรียนหญิงมีจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนมากกว่านักเรียนชาย โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 และ 2 คุณลักษณะ พบว่านักเรียนชายมีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนไม่แตกต่างจากนักเรียนหญิง ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแตกต่างกันในบางกรณีซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัย จากการศึกษางานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่ามิงานวิจัยของ Mundia (2010) ที่ทำการศึกษาปัญหาที่เกิดขึ้นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ในประเทศบรูไน ด้วยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบมาตรฐานวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนหญิงในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงกว่านักเรียนชายในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการทำแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ และนักเรียนชายในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงกว่านักเรียนหญิงในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบฉบับที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยรูปแบบของข้อสอบในแบบทดสอบฉบับที่ 1 ส่วนใหญ่เป็นโจทย์ปัญหาในรูปของภาษา (Word problem) ส่วนแบบทดสอบฉบับที่ 2 มีรูปแบบของข้อสอบที่เป็นการคิดคำนวณในรูปของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์

ผลที่ได้ข้างต้นแสดงให้เห็นว่าลักษณะของข้อสอบที่ใช้ในการสอบส่งผลต่อความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนที่มีเพศแตกต่างกัน Ding, Song & Richardson (2006) ได้ทำการศึกษาความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการศึกษาพบว่าความแตกต่างระหว่างเพศไม่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เนื่องมาจากในปัจจุบันที่รัฐได้ให้ความสำคัญกับการทดสอบมาตรฐานเพื่อวัดความรู้ผู้เรียน จึงเป็นแรงจูงใจให้ครูจัดการเรียนการสอนที่เน้นความสำคัญของผู้เรียนทั้งสองเพศอย่างเท่าเทียมกัน

และจากการศึกษาความแตกต่างระหว่างเพศที่ส่งผลต่อความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์และความสามารถทางด้านภาษาของนักเรียนอายุ 15 ปี ของประเทศต่างๆ จำนวน 31 ประเทศทั่วโลก จากผลการสอบ PISA ของ Marks (2008) พบว่าปัจจัยสำคัญที่มีส่วนส่งผลทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างเพศในด้านความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ คือ นโยบายทางการศึกษาของรัฐ โดยในสังคมที่รัฐให้การยอมรับความเท่าเทียมกันระหว่างเพศและมีนโยบายให้นักเรียนทั้งสองเพศได้รับการศึกษาอย่างเท่าเทียมกัน จะพบความแตกต่างของความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างเพศน้อยมาก Diane, Jonathan และ Amanda (2005: 48) ได้กล่าวถึงความแตกต่างของความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างเพศว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ที่ต่างกันไปในบางสถานการณ์ โดยนักเรียนชายจะมีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนหญิง เมื่อทำการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์และปัญหาที่ต้องอาศัยความคิดที่เป็นนามธรรมในการหาคำตอบ แต่ในบางครั้งนักเรียนหญิงอาจมีความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่านักเรียนชาย เมื่อต้องใช้ทักษะความสามารถทางด้านภาษาร่วมในการแก้ปัญหา

ทำนองเดียวกันกับการวิเคราะห์ผลการสอบ PISA ในปี 2009 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่พบว่านักเรียนชายที่ทำข้อสอบถูกมีจำนวนไม่แตกต่างจากนักเรียนหญิง ยกเว้นข้อสอบในเรื่องความน่าจะเป็น วิยุตคณิต และเรขาคณิต ซึ่งนักเรียนชายที่ทำข้อสอบถูกมีจำนวนมากกว่านักเรียนหญิงแต่ความแตกต่างไม่สูงมาก (ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553: 50) ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาจึงเป็นไปได้ว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงจะมีความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในระดับที่ไม่แตกต่างกันมากนัก นักเรียนชายอาจมีความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสูงกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงอาจมีความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสูงกว่านักเรียนชาย หรือนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอาจมีความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ไม่แตกต่างกันในบางกรณี ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปแบบของข้อสอบที่ใช้สอบในงานวิจัยนี้ มีทั้งข้อสอบที่เป็นสมการในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์และข้อสอบที่เป็นสมการในรูปโจทย์ปัญหาภาษา ซึ่งต้องใช้ทักษะความสามารถที่สอดคล้องกับความถนัดของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงในการหาคำตอบของปัญหาต่างกัน ประกอบกับประเทศไทยเป็นประเทศที่มีนโยบายทางการศึกษาที่ให้ความสำคัญกับความเท่าเทียมกันระหว่างบุคคล และสังคมไทยมีค่านิยมที่ส่งเสริมให้บุตรหลานของตนเองได้รับการศึกษาทั้งเพศชายและเพศหญิง ทำให้กลุ่มตัวอย่างที่ถูกสุ่มมาทำข้อสอบในครั้งนี้มีความเท่าเทียมกันระหว่างเพศในการได้รับความรู้จากการศึกษาในโรงเรียน ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่แตกต่างกันในบางคุณลักษณะ

5. ผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามแผนการเรียนพบว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจำนวนมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไปทุกคุณลักษณะ และผลการประเมินแบบแผนความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกตามแผนการเรียนพบว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนที่ไม่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเลยเป็นจำนวนน้อยกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนระหว่างแผนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้ที่มีความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3 คุณลักษณะ กับ 4 และ 5 คุณลักษณะ พบว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มแบบแผนความรอบรู้นี้เป็นจำนวนมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป โดยมีความแตกต่างของจำนวนนักเรียนระหว่างแผนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลการวิจัยข้างต้นเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย และสอดคล้องกับแนวคิดเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ส่งผลต่อความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ว่าความแตกต่างทางเชาวน์ปัญญาส่งผลต่อความสามารถที่ใช้แก้ปัญหา โดยนักเรียนที่มีระดับเชาวน์ปัญญาสูงกว่าจะมีความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีระดับเชาวน์ปัญญาดำกว่า ทำให้นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์มีความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป (สรวงศ์ โค้วตระกูล, 2553: 97-98) เนื่องจากโดยปกติการจัดแผนการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จะแบ่งตามระดับเชาวน์ปัญญาและความถนัดของนักเรียน ซึ่งพิจารณาจากผลคะแนนที่ได้จากการสอบคัดเลือกนักเรียนเพื่อเข้าศึกษาต่อ ทำให้นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ มีระดับเชาวน์ปัญญาและความถนัดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป ประกอบกับการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนของนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จะมีวิชาเลือกให้นักเรียนได้เรียนเพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจเป็นวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป ทำให้นักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์มีโอกาสดำเนินการประสบการณ์และการฝึกฝนเป็นระยะเวลาที่มากกว่านักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนทั่วไป ส่งผลทำให้นักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์มีความรอบรู้ในทักษะที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่านักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนทั่วไป

ประเด็นที่ 3 การอภิปรายผลการวิจัยในส่วนของการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโมเดลที่นำมาใช้ในการวินิจฉัยความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แตกต่างกัน

1. G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model เมื่อนำมาใช้วิเคราะห์ข้อมูลกับกลุ่มนักเรียนทุกระดับชั้น ทุกเพศ และทุกแผนการเรียน ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Basokcu, Ogretmen และ Kelecioğlu (2013) ที่ได้ศึกษาการนำ G-DINA model และ DINA model ไปใช้ในการวิเคราะห์ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับชาติของนักเรียนเกรด 6 จำนวน 4,677 คน จากการสอบ OKS ในประเทศตุรกี ในปี 2008 ซึ่งพบว่า G-DINA model เป็นโมเดลให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าดีกว่า DINA model ทั้งนี้เนื่องจากฐานคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ G-DINA model ที่มีความยืดหยุ่นเหมาะสมกับแบบแผนความสามารถของผู้สอบที่ต่างกัน โดย G-DINA model จะกำหนดให้ผู้สอบซึ่งมีแบบแผนทักษะความสามารถต่างกันมีความน่าจะเป็นในการทำข้อสอบได้อย่างถูกต้องไม่เท่ากัน นักเรียนที่มีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหามากกว่า จะมีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องมากกว่านักเรียนที่มีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาน้อยกว่า และจะมีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องมากที่สุดเมื่อมีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทุกทักษะ (De La Torre, 2011: 190–192) ต่างจาก DINA model ที่มีฐานคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความยืดหยุ่นน้อยกว่า โดย DINA model จะกำหนดให้นักเรียนที่มีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาไม่สอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหามีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องเท่ากันเป็นค่าต่ำสุดในทุกแบบแผน และมีความน่าจะเป็นในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องมากที่สุด เมื่อมีแบบแผนทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาสอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทุกทักษะ (Rupp, Templin & Henson, 2010: 116–119) ซึ่งแบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยครั้งนี้มีข้อคำถามหลายข้อนักเรียนต้องใช้ทักษะร่วมกันหลายทักษะเพื่อหาคำตอบ และในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ต้องใช้ทักษะในการหาคำตอบร่วมกันหลายทักษะ นักเรียนที่มีแบบแผนความรอบรู้ในทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาดตรงกับแบบแผนทักษะความสามารถที่ต้องใช้ในการหาคำตอบมากกว่า จะมีโอกาสในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องมากกว่านักเรียนที่มีแบบแผนความรอบรู้ในทักษะความสามารถที่ใช้แก้ปัญหาดตรงกับทักษะที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาน้อยกว่าหรือไม่ตรงเลย ทำให้ G-DINA model เป็นโมเดลที่มีประสิทธิภาพในการนำไปใช้วิเคราะห์ข้อมูลสูงกว่า DINA model ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่นักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model และ DINA Model กับกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับชั้นต่างกัน พบว่าทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีที่สุดเมื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกันเมื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพียงเล็กน้อย เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model และ DINA Model กับกลุ่มตัวอย่างที่มีเพศต่างกัน พบว่าทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลใกล้เคียงกันทั้งนักเรียนชายและนักเรียนหญิง โดยการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนชายให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนหญิงเพียงเล็กน้อย และเมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนก G-DINA model และ DINA Model กับกลุ่มตัวอย่างที่มีแผนการเรียนต่างกัน พบว่าทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนอยู่ในแผนการเรียนทั่วไป เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้กับผลการประเมินเพื่อวินิจฉัยทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน พบว่าโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสองโมเดลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าเมื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์กับกลุ่มนักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่า

ทั้งนี้จากการศึกษางานวิจัยที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพของโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลของ De La Torre, Hong และ Deng (2010) พบว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อคำถามและความแม่นยำในการจำแนกคุณลักษณะของ DINA model มีทั้งหมด 5 ตัวแปร คือ โครงสร้างของตัวแปรแฝง โครงสร้างการแจกแจงของ Prior ค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และวิธีที่ใช้ในการประมาณค่า เมื่อพิจารณาการแบ่งกลุ่มตัวอย่างเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยนี้ พบว่าปัจจัยที่กลุ่มตัวอย่างย่อยแต่ละกลุ่มที่วิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยนี้มีต่างกันและส่งผลต่อการประมาณค่าของกลุ่มตัวอย่างย่อยแต่ละกลุ่มมีเพียงค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ เนื่องจากในการสุ่มตัวอย่างผู้วิจัยกำหนดให้ขนาดของกลุ่มตัวอย่างย่อยแต่ละกลุ่มมีจำนวนใกล้เคียงกัน แบบทดสอบที่ใช้สอบเป็นฉบับเดียวกันทำให้มี Q-matrix ที่เป็นตัวกำหนดโครงสร้างของตัวแปรแฝงเหมือนกัน และใช้วิธีการประมาณค่าเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลแบบเดียวกัน คือ Fully Bayes Method เมื่อปัจจัยที่ส่งผลต่อการประมาณค่าของกลุ่มตัวอย่างย่อยแต่ละกลุ่มมีเพียงค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบ จากผลการวิจัยของ De La Torre, Hong และ Deng (2010) พบว่าโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลจะให้ประสิทธิภาพในการประมาณค่าดีที่สุดเมื่อค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบอยู่ในระดับต่ำ ซึ่งนักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญานักเรียนใช้

แก้ปัญหามากกว่าย่อมจะมีความรอบคอบในการคิดหาคำตอบของปัญหามากกว่านักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญาที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาน้อยกว่าหรือไม่มีความรอบรู้เลย ทำให้ในการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะที่ใช้แก้ปัญหามากกว่าได้ค่าการเดาและค่าความคลาดเคลื่อนในการตอบต่ำกว่าการวิเคราะห์ข้อมูลกับนักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่าหรือไม่มีความรอบรู้เลย จึงส่งผลทำให้โมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่าเมื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลกับกลุ่มนักเรียนที่มีความรอบรู้ในทักษะที่ใช้แก้ปัญหามากกว่า

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

ผลการวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ในการพัฒนาความสามารถที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ใช้ในการแก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมาใช้ในการทดสอบทางการศึกษาได้ ดังนี้

1.1 จากผลการประเมินพบว่าความสามารถที่นักเรียนมีความรอบรู้น้อยที่สุด คือ การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในเรื่องการนำความสามารถดังกล่าวมาประยุกต์ใช้และเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริงในการแก้ปัญหานั้น ในการจัดการเรียนการสอนของครูจึงควรเน้นการพัฒนาความสามารถดังกล่าวให้กับนักเรียน โดยการฝึกให้นักเรียนได้สร้างตัวแบบที่เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์จริงในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของการนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

1.2 การฝึกหัดและประสบการณ์เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความรอบรู้ในความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหานั้น ในการจัดการเรียนการสอนครูควรจัดให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่หลากหลายและมีปริมาณในการฝึกการแก้ปัญหามากพอต่อการทำให้นักเรียนเกิดความรอบรู้ในความสามารถที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในรูปแบบต่างๆ ได้

1.3 ในการสอนของครูควรฝึกฝนให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถต่างๆ ในการหาคำตอบของปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่มีการใช้ความสามารถขั้นพื้นฐานในการหาคำตอบ และเพิ่มความซับซ้อนของการประยุกต์ใช้ความสามารถต่างๆ ที่มากกว่า 1 คุณลักษณะ ร่วมกันในการหาคำตอบของปัญหาให้มากขึ้นตามวุฒิภาวะในการเรียนรู้และความสามารถของนักเรียน

1.4 การนำโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมาใช้เพื่อวินิจฉัยความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหारेื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว G-DINA model เป็นโมเดลที่ควรนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยมากกว่า DINA model เนื่องจากผลจากการวิจัยพบว่า G-DINA model เป็นโมเดลที่ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลดีกว่า DINA model ทั้งการวิเคราะห์ข้อมูล ผลการสอบของนักเรียน จำแนกตามระดับชั้น เพศ และแผนการเรียน แสดงให้เห็นว่า G-DINA

model เป็นโมเดลที่มีฐานคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์เหมาะสมกับคุณลักษณะที่ทำการวิเคราะห์ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมากกว่า DINA model

1.5 ทั้ง G-DINA model และ DINA model ให้ประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลในเชิงการวินิจฉัยดีกว่าเมื่อนำมาใช้วิเคราะห์กับกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหา มากกว่า

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 เนื่องจากในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยไม่ได้มีการทำการศึกษาความเที่ยงตรงของผลการประเมินที่ได้กับข้อมูลเชิงประจักษ์ คือ ความสอดคล้องระหว่างแบบแผนความรู้ในความสามารถใช้แก้ปัญหามาจากการวิเคราะห์ด้วย G-DINA model กับแบบแผนความรู้ในความสามารถใช้แก้ปัญหามาจากผู้สอบแต่ละคน ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการตรวจสอบความเที่ยงตรงของผลการประเมินในเชิงวินิจฉัยที่ได้กับข้อมูลในเชิงประจักษ์ว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ โดยใช้วิธีการอื่นในการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถของผู้สอบและพิจารณาว่าผลการประเมินจากวิธีการประเมินที่ต่างกันกับผู้สอบคนเดียวมีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

2.2 การประเมินเพื่อวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกมีโมเดลที่ใช้ในการประเมินอยู่ด้วยกันหลายโมเดล ในการทำวิจัยครั้งต่อไปผู้วิจัยอาจประยุกต์ใช้โมเดลอื่นในการวิเคราะห์ข้อมูล แล้วทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโมเดลที่ต่างกันว่าผลที่ได้มีความสอดคล้องกันหรือไม่และโมเดลใดมีประสิทธิภาพมากกว่ากัน

2.3 ควรทำการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินเพื่อวินิจฉัยความสามารถที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องอื่น ทั้งในวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาอื่น เพื่อเป็นการเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน และนำผลการศึกษาที่ได้มาช่วยประโยชน์ในการพัฒนานักเรียน

2.4 อาจทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลของโมเดลการวินิจฉัยเชิงจำแนกโมเดลอื่น ตามเงื่อนไขตัวแปรปัจจัยเกี่ยวกับคุณภาพของข้อคำถามในแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัย เช่น แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินซึ่งมีข้อคำถามที่มีระดับความยาก ค่าอำนาจจำแนกในเชิงการวินิจฉัย ความยาว รูปแบบข้อคำถาม รูปแบบของ Q-matrix ฯลฯ ต่างกัน ว่าปัจจัยดังกล่าวส่งผลต่อผลการวิเคราะห์ในเชิงการวินิจฉัยที่ได้และประสิทธิภาพของโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยอย่างไร ทั้งในการศึกษาด้วยการจำลองข้อมูลและการศึกษาจากข้อมูลที่ได้จากการสอบจริง

2.5 อาจนำวิธีการประเมินดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในการประเมินเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ในการสอบวัดประเมินผลการเรียนรู้ทั้งการทดสอบในระดับเขตพื้นที่การศึกษาและการทดสอบระดับชาติ เพื่อนำผลการประเมินที่ได้เป็นสารสนเทศย้อนกลับไปยังโรงเรียน เขตพื้นที่การศึกษา หรือหน่วยงานที่มีหน้าที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา นำไปใช้ในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน



บรรณานุกรม

- กุลยา ตันติผลาชีวะ. (2543). การสอนแบบจิตปัญญา: แนวการใช้ในการสร้างแผนการสอนระดับ
อนุปริญญา. กรุงเทพฯ: เอดิสัน เพรส โปรดัก.
- จาตุรนต์ ฉายแสง. (2556). 8 นโยบายการศึกษา นายจาตุรนต์ ฉายแสง รัฐมนตรีว่าการ
กระทรวงศึกษาธิการ. สืบค้นเมื่อ 11 สิงหาคม 2556, จาก [http://www.kruthai.info/
view.php?article_id=5678](http://www.kruthai.info/view.php?article_id=5678)
- ชลธิชา ใจพนัส. (2556). ปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนคริน
ทรวิโรฒ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชวลิต ชูกำแพง. (2550). การประเมินการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัย
มหาสารคาม.
- ชวาล แพรัตกุล. (2552). เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ:
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. (2549, กันยายน-ธันวาคม). การวัดความถนัด. การวัดผล
การศึกษา. 28(83): 43-50.
- เดช บุญประจักษ์. (2554). ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยที่ 7 การจัดประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับพีชคณิต. นนทบุรี:
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. (2555). สถิติขั้นสูง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเคอนพริ้นติ้ง.
- นันทา สุรักษา. (2544). เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการ
แนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ประสาธ อิศรปรีดา. (2538). สารัตถะจิตวิทยาการศึกษา. มหาสารคาม: นำอักษรการพิมพ์.
- ผจงจิต อินทสุวรรณ. (2545). ทฤษฎีการตอบข้อคำถาม (Item Response Theory). กรุงเทพฯ:
สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. (2554). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.
- พาสนา จุลรัตน์. (2548). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการแนะแนวและจิตวิทยา
การศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2545). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: แฮส
ออฟ เคอร์มีสท์.
- เพชร เหมือนพันธุ์. (2556, 21 มีนาคม). O-NET ช่วยให้การศึกษไทยดีขึ้นหรือเลวลง. มติชน
รายวัน. 36(12794): 7.

- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2545). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: แฮส ออฟ เคอร์มีส์.
- ไพศาล หวังพานิช. (2523). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- มยุรี ศรีชัย. (2538). *เทคนิคการสุ่มตัวอย่าง*. กรุงเทพฯ: วี เจ พรินติ้ง.
- ราตรี นันทสุคนธ์. (2553). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (ฉบับปรับปรุง)*. สุราษฎร์ธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบวัดความถนัดทางการเรียน*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณิ ลิ้มอักษร. (2554). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยทักษิณ สงขลา.
- วิชาการ, กรม. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- วิชาการ, กรม. (2551). *การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2545). *ทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2552). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริบุรณ์ สายโกสม. (2546). *จิตวิทยาการศึกษา (Educational Psychology)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศูนย์ปฏิบัติการ GPA. (2556). *ระบบรายงานสารสนเทศและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. สืบค้นเมื่อ 2 ธันวาคม 2556, จาก <http://gpa2.moe.go.th>
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2548). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ 2544*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2553). *โครงการประเมินผล PISA*.
กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. สืบค้นเมื่อ 2
พฤษภาคม 2558, จาก <http://pisathailand.ipst.ac.th/>
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2553). *รายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูล
เบื้องต้น โครงการ PISA 2009*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การ
อ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2555). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้
พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*.
พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2555). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้
พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*.
พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ครูสภาลาดพร้าว.
- สวัสดิ์ จงกล. (2527). *ร้อยปีการวัดผลการศึกษาไทย*. กรุงเทพฯ: สมาคมผู้บริหารการศึกษาแห่ง
ประเทศไทย.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2553). *แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนา
ทักษะการคิด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: กลุ่มพัฒนากระบวนการเรียนรู้
สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2542). *งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2521–2542*.
กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิมล ติรกานนท์. (2550). *สถิติและการวิจัยเบื้องต้นทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ:
สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุวิมล ติรกานนท์. (2551). *การสร้างเครื่องมือวัดตัวแปรในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ แนวทางสู่
การปฏิบัติ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2555, 30 กรกฎาคม). สพฐ. ชงเกณฑ์ใหม่ย้าย
ผู้บริหาร. *สยามรัฐ*. สืบค้นเมื่อ 27 มกราคม 2557, จาก <http://www.siamrath.co.th>
- อนุสรณ์ ติปยานนท์. (2556, 22–28 กุมภาพันธ์). *ร่างทรงของ O-NET*. *มติชนสุดสัปดาห์*.
33(1697): 52.

- อมรรัตน์ สร้อยสัจจาลย์. (2551). *การพัฒนาวิธีการประเมินวินิจัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์*. วิทยานิพนธ์ ค.ด. (การวัดและประเมินผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อำนาจ เลิศขยันดี. (2542). *การประเมินผลการศึกษา (EDUCATIONAL EVALUATION)*. กรุงเทพฯ: ศิลป์สนองการพิมพ์.
- อุษาวดี จันทรสนธิ. (2554). *ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 10 การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีแก้ปัญหา*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- Agresi, A.; & Finlay, B. (1997). *Statistical methods for the social sciences*. 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- Ayala, De R.J. (2009). *The Theory and Practice of Item Response Theory*. New York: Guilford Press.
- Baron, Denis; & Bernard, Harold W. (1958). *Evaluation techniques for classroom teachers*. New York: McGraw-Hill.
- Basokcu, Oguz T., Ogretmen, Tuncay & Kelecioğlu, Hulya. (2013, December). Model Data Fit Comparison Between DINA and G-DINA in Cognitive Diagnostic Model. *Education Journal*. 2(6): 256–262.
- Berry, Tiffany; & Eddy, Rebecca M. (2008). *Consequences of No Child Left Behind for Educational Evaluation No.117*. Washington D.C.: Wiley InterScience.
- Brown, Frederick G. (1983). *Principles of educational and psychological testing*. 3rd ed. New York: Holt, Rinehart, and Winston.
- Chang, Hua–Hua; et al. (2013). The Development of Computerized Adaptive Testing with Cognitive Diagnosis for an English Achievement Test in China. *Classification*. 30: 152–172. Retrieved May 13, 2013, from <https://internal.psychology.illinois.edu/>
- Cohen, Ronald Jay. (2010). *Psychological Testing and Assessment An Introduction to Tests & Measurement*. 7th ed. New York: McGraw–Hill.
- Cox, Peter. (2000, January). Regional and Gender Differences in Mathematics Achievement. *Journal of Research in Rural Education*. 16(1): 22–29.
- De La Torre, Jimmy. (2011, April). The Generalized DINA Model Framework. *Psychometrika*. 76(2): 179 – 199.
- De La Torre, Jimmy, Hong, Yuan; & Deng, Weiling. (2010, July–September). Factor Affecting the Item Parameter Estimation and Classification Accuracy of the DINA Model. *Journal of Educational Measurement*. 47(2): 227 – 249.

- De La Torre, Jimmy; & Lee, Young-Song. (2010, April-June). A Note on the Invariance of the DINA Model Parameters. *Journal of Educational Measurement*. 47(1): 115 – 127.
- Ding, Cody S., Song, Kim; & Richardson, Lloyd I. (2006, September). Do Mathematical Gender Differences Continue? A Longitudinal Study of Gender Difference and Excellence in Mathematics Performance in the U.S. *Educational Studies*. 40(3): 279 – 295.
- Diane, Halpern F, Jonathan, Wai; & Amanda, Saw. (2005). A Psychobiosocial Model: Why Females Are Sometimes Greater Than And Sometimes Less Than Males in Math Achievement. In *Gender Difference in Mathematics*. Gallagher, Ann M & Kaufman, James C. pp.48 – 72. V.1. New York: Press Syndicate.
- Embretson, Susan E. (1994). Applications of Cognitive Design Systems to Test Development. In *Cognitive Assessment: A Multidisciplinary Perspective*. Reynolds, Cecil R. pp.107 – 135. V.1. New York: Plenum Press.
- Embretson, Susan E.; & Reise, Steven P. (2000). *Item Response Theory for Psychologists*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gallagher, Ann M.; & Kaufman, James C. (2005). *Gender Difference in Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Gipps, Caroline V. (2012). *Beyond testing : towards a theory of educational assessment*. New York: Routledge.
- Gedye, Sharon. (2009, January). Formative assessment and feedback a review. *Planet Issue*. 23(1): 40 – 44.
- Geoffrey, Thorpe L.; & Andrej, Favia. (2012). *Data Analysis Using Item Response Theory Methodology: An Introduction to Selected Programs and Applications*. Maine: Psychology Faculty Scholarship University of Maine. Retrieved January 28, 2013, from <http://digitalcommons.library.umaine.edu>
- Gierl, Mark J., Alves, Cecilia; & Majeau, Renate Taylor. (2010). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees' Knowledge and Skills in Mathematics: An Operational Implementation of Cognitive Diagnostic Assessment. *International Journal of Testing*. 10: 318-341. Retrieved May 13, 2013, from <http://ehis.ebscohost.com>
- Good, Carter V.; & Merkel, Winifred R. (1973). *Dictionary of education : prepared under the auspices of Phi Delta Kappa*. New York: McGraw-Hill.

- Gregory, Thomas B. (1993). *Making high school work: lessons from the open school*. New York: Teachers College Press.
- Gu, Zhimei. (2011). *Maximizing the Potential of Multiple – Choice Items for Cognitive Diagnostic Assessment*. Dissertation Ph.D. (Human Development and Applied Psychology). Toronto: Graduate school The University of Toronto. Photocopied.
- Hambleton, Swaminathan; & Rogers. (1991). *Fundamentals of Item Response Theory*. United States: Sage Publication.
- Hammond, Linda Darling; & Bransford, John. (2005). *Preparing Teachers for A Changing World! What teachers should learn and be able to do*. United States: Jossey-Bass.
- Henson, Robert; & Douglas, Jeff. (2005, July). Test Construction for Cognitive Diagnosis. *Applied Psychological Measurement*. 29(4): 262 – 277.
- Hinkle, Dennis E., Wiersma, William & Jurs, Stephen G. (2002). *Applied Statistics for the Behavioral Sciences*. 5th ed. New York: Houghton Mifflin.
- Hopkins, Charles D.; & Antes, Richard L. (1990). *Classroom measurement and evaluation*. 3rd ed. Itasca: Peacock.
- Hou, Likun, de la Torre, Jimmy; & Nandakumar, Ratna. (2014, March–June). The Random Effect DINA model. *Journal of Educational Measurement*. 51(1): 75 – 97.
- Huang, Hung-U; & Wang, Wen-Chung. (2014, March–June). Differential Item Functioning Assessment in Cognitive Diagnostic Modeling: Application of the Wald Test to Investigate DIF in the DINA Model. *Journal of Educational Measurement*. 51(1): 98 – 125.
- Huebner, Alan. (2010, January). An Overview of Recent Developments in Cognitive Diagnostic Computer Adaptive Assessments. *Practical Assessment Research & Evaluation*. 15(3): 1 – 6.
- Jang, Eunice Eunhee. (2008). *A Framework for Cognitive Diagnostic Assessment*. Ontario: University of Toronto.
- Ketterlin-Geller, Leanne R. (2009, October). Diagnostic Assessments in Mathematics to Support Instructional Decision Making. *Practical Assessment Research & Evaluation*. 14(16): 1 – 9.
- Leighton, Jacqueline P., Gierl, Mark J.; & Hunka, Stephen M. (2000, September). Exploring the logic of Tatsuoaka's rule-space model for test development and analysis. *Educational Measurement Issues and Practice*, 19(3), 34–44.
- Leighton, Jacqueline P.; & Gierl, Mark J. (2007). *Cognitive Diagnostic Assessment for Education Theory and Applications*. New York: Cambridge University Press.

- Leighton, Jacqueline P., Cui, Ying; & Cor, M. Ken. (2009). Testing Expert-Based and Student-Based Cognitive Models: An Application of the Attribute Hierarchy Method and Hierarchy Consistency Index. *Applied Measurement in Education*. 22: 229–254. Retrieved May 13, 2013, from <http://ehis.ebscohost.com>
- Li, Hongli. (2011). A Cognitive Diagnostic Analysis of the MELAB Reading Test. *Spaan Fellow Working Papers in Second or Foreign Language Assessment*. 9: 17–46. Retrieved May 13, 2013, from <http://www.cambridgemichigan.org>
- Marks, Gary N. (2008, February). Accounting for the Gender Gaps in Student Performance in Reading and Mathematics: Evidence From 31 Countries. *Oxford Review of Education*. 34(1): 89 – 109.
- Mary, Margaret C.; & Heather, Joffrion. (2006, April-June). Algebraic Equations: Can Middle- School Students Meaningfully Translate From Words to Mathematical Symbols. *Reading Psychology*. 27(2): 147 – 164.
- Mundia, Lawrence. (2010, August). Problem in Learning Mathematics: Comparison of Brunei Junior High School Students in Classes With and Without Repeaters. *Mathematics Research*. 2(3): 150 – 160.
- Penner, Andrew M.; & Paret, Marcel. (2007, August). Gender Differences in Mathematics Achievement Exploring the Early Grades and the Extremes. *Social Science Research*. 37(1): 239–253.
- Roberts, Mary Patrice Roduta. (2012). *Developing and Evaluating Score Reports for Cognitive Diagnostic Assessment*. Dissertation Ph.D. (Measurement Evaluation and Cognition). Alberta: Graduate school The University of Alberta. Photocopied.
- Ronald, Reynold B.; & Wilson, Livingston Victor. (2009). *Measurement and Assessment in Education*. 2nd ed. New Jersey: Pearson Education.
- Ross, Debra Anne. (2010). *Master Math: Algebra*. Massachusetts: Cengage Learning.
- Rupp, Andre A. & Templin, Jonathan.; (2008, February). Unique Characteristics of Diagnostic Classification Models A Comprehensive Review of the Current State-of-the-Art. *Measurement*. 8(6): 219 – 262.
- Rupp, Andre A., Templin, Jonathan & Henson, Robert A. (2010). *Diagnostic Measurement Theory, Methods and Applications*. New York: The Guilford Press.
- Su, Yu-Lan. (2013). *Cognitive Diagnostic Analysis using Hierarchically Structured Skill*. Dissertation Ph.D. (Education Psychology). Iowa: Graduate school The University of Iowa. Photocopied.

- Wang, Changjiang; & Gierl, Mark J. (2011). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees' Cognitive Skills in Critical Reading. *Journal of Educational Measurement*. 48(2): 165-187. Retrieved May 13, 2013, from <http://ehis.ebscohost.com>
- Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. U.S.A: McGraw-Hill.
- Zhu, Zheng. (2007, January). Gender differences in mathematical problem solving patterns A review of literature. *International Education Journal*. 8(2): 187 – 203.





ภาคผนวก ก

- ค่าเฉลี่ยผลการสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ระดับประเทศ วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- จำนวนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแยกตามห้องของโรงเรียนในสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 5 จังหวัดอ่างทอง

ตาราง 43 ค่าเฉลี่ยผลการสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประเทศ ตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 ย้อนหลัง 5 ปีการศึกษา

ปีการศึกษา สาระ/ตัวชี้วัด	2551	2552	2553	2554	2555	คะแนน เฉลี่ย
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ						
มาตรฐาน ค 1.1	29.00	28.15	37.87	24.23	36.47	31.14
มาตรฐาน ค 1.2	34.67	23.03	29.19	49.07	23.15	31.82
มาตรฐาน ค 1.3	—	33.22	35.27	59.67	12.36	35.13
มาตรฐาน ค 1.4	30.55	32.91	29.63	35.52	22.33	30.19
สาระที่ 2 การวัด						
มาตรฐาน ค 2.1	29.00	34.00	35.44	14.28	48.57	32.26
มาตรฐาน ค 2.2	29.88	36.38	43.35	29.82	25.94	33.07
มาตรฐาน ค 2.3	—	—	35.00	35.01	—	35.01
สาระที่ 3 เรขาคณิต						
มาตรฐาน ค 3.1	34.80	19.46	73.24	39.01	11.94	35.69
มาตรฐาน ค 3.2	28.75	25.99	35.23	32.06	38.48	32.10
สาระที่ 4 พีชคณิต						
มาตรฐาน ค 4.1	—	32.70	39.09	39.24	57.59	42.16
มาตรฐาน ค 4.2	32.78	23.99	28.64	30.34	30.62	29.27
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น						
มาตรฐาน ค 5.1	50.33	44.92	26.64	36.04	30.50	37.69
มาตรฐาน ค 5.2	40.67	21.00	22.85	27.50	22.07	26.82
มาตรฐาน ค 5.3	32.33	27.97	29.51	28.78	26.30	28.98
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์						
มาตรฐาน ค 6.1	—	14.26	29.38	6.12	11.55	15.33
มาตรฐาน ค 6.2	—	—	2.24	—	—	2.24
มาตรฐาน ค 6.3	—	—	14.66	3.14	—	8.90
มาตรฐาน ค 6.4	—	—	8.44	6.59	—	7.52
มาตรฐาน ค 6.5	—	—	3.34	0.61	—	1.98

หมายเหตุ : คะแนนคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็มในแต่ละสาระ สำหรับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระที่ปกติจะบูรณาการแทรกอยู่ในสาระที่ 1 – 5 และไม่ได้ทำการสอบครบทุกตัวชี้วัดในทุกปีการศึกษา จึงไม่นำผลการสอบมาพิจารณาในงานวิจัยนี้

ตาราง 44 (ต่อ)

โรงเรียน	ระดับ ชั้น	ห้อง													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ปทุมธานีวิทยา ภูมิ	ม.1	32	32	32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.2	22	22	29	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.3	23	29	28	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
บางเสด็จ วิทยาคม	ม.1	35	35	35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.2	33	34	38	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.3	35	35	35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
แสงหาวิทยาคม	ม.1	32	32	33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.2	28	28	27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.3	34	39	38	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ราชสถิตยวิทยา	ม.1	31	32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.2	25	25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ม.3	39	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

หมายเหตุ : ตัวเลขที่พิมพ์ด้วยอักษรตัวหนาที่บ หมายถึง จำนวนนักเรียนในห้องเรียนที่เป็น
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์- คณิตศาสตร์

ตัวเลขที่พิมพ์ด้วยอักษรปกติ หมายถึง จำนวนนักเรียนในห้องเรียนที่เป็นแผนการ
เรียนทั่วไป

ตัวเลขที่มีแถบสีเทา หมายถึง จำนวนนักเรียนในห้องที่ถูกสุ่มเป็นกลุ่มตัวอย่างใน
งานวิจัย



รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ

อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร.พงศธร มหาวิจิตร	อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
อาจารย์ ดร.กัณฑ์ฤทัย คลังพหล	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
อาจารย์ณัฐ สิทธิกร	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
อาจารย์ชุตินา ไชยสิทธิ์	ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนวิเศษไชยชาญ “ตันติวิทยานุกูล”





ภาควิทย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของการกำหนดความสามารถของนักเรียน ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความถูกต้องและความเหมาะสมของความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ลงในช่องความเห็น โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

+1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน**จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

0 หมายถึง **ไม่แน่ใจว่า** ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน**จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

-1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดเป็นคุณลักษณะที่นักเรียน **ไม่จำเป็นต้องใช้**ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

หากความสามารถที่ท่านพิจารณาแล้วเห็นว่าไม่มีความถูกต้อง เหมาะสม หรือสมควรปรับปรุงแก้ไข กรุณาเสนอแนะไว้ข้างท้ายเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดความสามารถของนักเรียน ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้มีประสิทธิภาพต่อไป

นิยามศัพท์เฉพาะ

ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง คุณลักษณะซึ่งเป็นทักษะและความสามารถทางด้านความรู้ ความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ในการคิดหาคำตอบของปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างประกอบคำอธิบายคุณลักษณะที่กำหนด

S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $2x - 3 = 5$

วิธีทำ

$$2x - 3 = 5$$

นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$2x = 8$$

นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 8$$

$$x = 4$$

ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ 4

S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $5(2x + 1) = 21$

วิธีทำ

$$5(2x + 1) = 21$$

นำ 5 คูณเข้าไปในวงเล็บโดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$\text{จะได้ } 10x + 5 = 21$$

นำ -5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$10x + 5 + (-5) = 21 + (-5)$$

$$10x = 16$$

นำ $\frac{1}{10}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{10} \cdot 10x = \frac{1}{10} \cdot 16$$

$$x = \frac{8}{5}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ $\frac{8}{5}$

ใช้คุณลักษณะ S2

ใช้คุณลักษณะ S1

S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $7x - 2 + 5x + 5 = 51$

วิธีทำ

$$7x - 2 + 5x + 5 = 51$$

รวมพจน์ที่คล้ายกัน

$$\text{จะได้ } 12x + 3 = 51$$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$12x + 3 + (-3) = 51 + (-3)$$

$$12x = 48$$

นำ $\frac{1}{12}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{12} \cdot 12x = \frac{1}{12} \cdot 48$$

$$x = 4$$

ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ 4

ใช้คุณลักษณะ S3

ใช้คุณลักษณะ S1

S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $\frac{8x-5}{6} = \frac{5}{2}$

วิธีทำ $\frac{8x-5}{6} = \frac{5}{2}$

กำจัดตัวส่วนด้วยการนำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $6 \cdot \frac{8x-5}{6} = 6 \cdot \frac{5}{2}$

$$8x - 5 = 15$$

นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$8x - 5 + 5 = 15 + 5$$

$$8x = 20$$

นำ $\frac{1}{8}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{8} \cdot 8x = \frac{1}{8} \cdot 20$$

$$x = \frac{5}{2}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการนี้ คือ $\frac{5}{2}$

ใช้คุณลักษณะ S4

ใช้คุณลักษณะ S1

S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการเพื่อหาคำตอบ

ตัวอย่าง เก้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 5 มีค่าเท่ากับ 50 จงหาว่าเลขจำนวนดังกล่าวนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ให้ x แทน เลขจำนวนดังกล่าวนี้

เก้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 5 สามารถแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ คือ $9x + 5$

จะได้ สมการที่ใช้ในการหาคำตอบ คือ $9x + 5 = 50$

นำ -5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$9x + 5 + (-5) = 50 + (-5)$$

$$9x = 45$$

นำ $\frac{1}{9}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{9} \cdot 9x = \frac{1}{9} \cdot 45$$

$$x = 5$$

ดังนั้น เลขจำนวนดังกล่าวนี้ คือ 5

ใช้คุณลักษณะ S5

ใช้คุณลักษณะ S1

ความสามารถ	ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	+1	0	-1	
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ				
S2 การจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง				
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน				
S4 การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ				
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ				

**ตารางวิเคราะห์ค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิด
ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินค่าน้ำหนักความสำคัญระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้และแบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามตัวชี้วัดที่ระบุไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใส่ระดับคะแนนความสำคัญ 1 – 5 ลงในช่องว่างที่กำหนด โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

5 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับมากที่สุด

4 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับมาก

3 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับปานกลาง

2 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับน้อย

1 หมายถึง แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดในระดับน้อยที่สุดหรือไม่มีความจำเป็นต้องใช้เลย

จุดประสงค์การเรียนรู้	แบบแผนการคิด							
	[1,0,0,0,0]	[1,1,0,0,0]	[1,0,1,0,0]	[1,0,0,1,0]	[1,0,0,0,1]	[1,1,1,0,0]	[1,1,0,1,0]	[1,1,0,0,1]
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1								
1. แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2								
1. แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								

จุดประสงค์การเรียนรู้	แบบแผนการคิด							
	[1,0,1,1,0]	[1,0,1,0,1]	[1,0,0,1,1]	[1,1,1,1,0]	[1,1,1,0,1]	[1,1,0,1,1]	[1,0,1,1,1]	[1,1,1,1,1]
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1								
1. แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2								
1. แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								
2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้								

หมายเหตุ กำหนด $[S1, S2, S3, S4, S5]$ แทน แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อ

S1 แทน การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง และความรู้เกี่ยวกับลำดับการ
ใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c
เป็นจำนวนจริงใดๆ

S2 แทน การจัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวน
จริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

S3 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวน
จริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

S4 แทน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน ให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b
และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S5 แทน การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

และ 1 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนต้องใช้ในการหาคำตอบ
ของปัญหาที่กำหนด

0 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนไม่ต้องการใช้ในการหา
คำตอบของปัญหาที่กำหนด

แบบประเมินความถูกต้องของการกำหนด Q-matrix

คำชี้แจง ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความถูกต้องของการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในข้อคำถามแต่ละข้อที่ระบุไว้ใน Q-matrix โดยทำเครื่องหมายถูก (✓) ลงในช่องความเห็น โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

+1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนดทุกคุณลักษณะ

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนด

-1 หมายถึง ความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix เป็นคุณลักษณะที่ไม่ตรงกับคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อคำถามที่กำหนด

หากความสามารถที่กำหนดใน Q-matrix สำหรับข้อคำถามใดที่ท่านพิจารณาแล้วเห็นว่าไม่มีความถูกต้อง เหมาะสม หรือสมควรปรับปรุงแก้ไข กรุณาเสนอแนะไว้ข้างท้ายเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดความสามารถของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใน Q-matrix ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
1. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $x - 7 = 8$	1	0	0	0	0				
2. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x = 75$	1	0	0	0	0				
3. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{6x}{7} = 42$	1	0	0	0	0				
4. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2x + 5 = 17$	1	0	0	0	0				
5. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $27 - 3x = 12$	1	0	0	0	0				
6. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{6} - 2 = 5$	1	0	0	0	0				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
7. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5(x - 3) = 14$	1	1	0	0	0				
8. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $9(2x + 1) = 10$	1	1	0	0	0				
9. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $4(x + 5) = 21$	1	1	0	0	0				
10. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $7(3x - 1) = 10$	1	1	0	0	0				
11. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x + 3 - 2x = 15$	1	0	1	0	0				
12. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $3x - 7 + x = 21$	1	0	1	0	0				
13. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $8x - 4 = 3x + 41$	1	0	1	0	0				
14. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $7x + 2 = 4x + 38$	1	0	1	0	0				
15. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x - 3}{6} = \frac{7}{2}$	1	0	0	1	0				
16. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x + 4}{10} = \frac{2}{5}$	1	0	0	1	0				
17. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{3x - 1}{4} = \frac{7}{2}$	1	0	0	1	0				
18. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{4x + 2}{21} = \frac{6}{7}$	1	0	0	1	0				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
19. รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมันอยู่ $\frac{6}{7}$ ของถัง เมื่อแล่นไปได้ระยะหนึ่ง พบว่าใช้น้ำมันไป 18 ลิตร จึงเหลือน้ำมันในถัง 12 ลิตร อยากทราบว่าถังน้ำมันของรถยนต์คันนี้สามารถจุน้ำมันได้ทั้งหมดกี่ลิตร	1	0	0	0	1				
20. สามในห้าของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นผู้ชาย ถ้ามีนักเรียนผู้ชายในชั้นเรียนจำนวน 27 คน อยากทราบว่านักเรียนชั้นนี้มีทั้งหมดกี่คน	1	0	0	0	1				
21. แก้วเท้าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 5 มีค่าเท่ากับ 50 จงหาว่าเลขจำนวนดังกล่าวนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด	1	0	0	0	1				
22. พ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อมีผู้ซื้อเงินสดเขาคิดราคาเพียง $\frac{2}{3}$ ของราคาที่ปิดไว้ สุธีราซื้อสินค้านั้นในราคา 350 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้เท่าใด	1	0	0	0	1				
23. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2(x + 3) + 3(x + 1) = 24$	1	1	1	0	0				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
24. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5(2x + 1) - 4(x + 1) = 37$	1	1	1	0	0				
25. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $6(2x + 5) - 10(x - 2) = 40$	1	1	1	0	0				
26. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2(x - 3)}{5} = \frac{6}{7}$	1	1	0	1	0				
27. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2x + 5}{9} = \frac{2}{5}$	1	1	0	1	0				
28. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{5(x + 7)}{2} = \frac{7}{8}$	1	1	0	1	0				
29. สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 4 มีค่าเท่ากับ 16 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับข้อใด	1	1	0	0	1				
30. สี่เท่าของผลต่างของเลขจำนวนหนึ่งกับ 8 เท่ากับ 7 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับข้อใด	1	1	0	0	1				
31. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 18$	1	0	1	1	0				
32. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{5x}{6} = \frac{1}{2} - \frac{2x}{5}$	1	0	1	1	0				
33. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{4x}{7} = 2 + \frac{3x}{5}$	1	0	1	1	0				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
34. จำนวนสามจำนวนเรียงติดกัน มีผลบวกเท่ากับ 30 อยากทราบว่าจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันนั้น จำนวนที่มีค่ามากที่สุดมีค่าเท่ากับข้อใด	1	0	1	0	1				
35. เลขสองจำนวนมีผลบวกเป็น 21 ถ้าจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่าอยู่ 17 อยากทราบว่าจำนวนสองจำนวนดังกล่าว จำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าเท่ากับข้อใด	1	0	1	0	1				
36. ต้องการแบ่งเงินให้เด็กจำนวน 8 คน ซึ่งถ้าได้เงินเพิ่มอีก 5 บาท เด็กแต่ละคนจะได้รับเงินคนละ $10\frac{1}{2}$ บาท อยากทราบว่าเดิมมีเงินทั้งหมดเท่าไร	1	0	0	1	1				
37. ผ้าผืนหนึ่งเมื่อตัดปลายที่รุ่มและเสียออกไปยาว 20 เซนติเมตร แล้วนำผ้าที่เหลือไปตัดเสื้อจำนวน 10 ตัว จะได้ผ้าที่นำไปตัดเสื้อมีความยาวตัวละ $\frac{171}{2}$ เซนติเมตร อยากทราบว่าเดิมผ้ามีความยาวเท่าใด	1	0	0	1	1				
38. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x-3}{4} + \frac{x+2}{3} = 4$	1	1	1	1	0				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
39. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x+4}{2} = 3 + \frac{x-1}{5}$	1	1	1	1	0				
40. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{5}{4} + \frac{2x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$	1	1	1	1	0				
41. สองเท่าของผลบวกของ จำนวนหนึ่งกับ 4 เมื่อนำมา รวมกับสามเท่าของผลต่าง ของจำนวนนั้นกับ 2 จะมีค่า เท่ากับ 37 จำนวนดังกล่าว มีค่าเท่าใด	1	1	1	0	1				
42. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูป หนึ่งมีความยาวของด้าน ประกอบมุมยอดน้อยกว่า สองเท่าของความยาวด้าน ฐานอยู่ 1 นิ้ว และ สามเหลี่ยมรูปนี้มีความยาว รอบรูปเท่ากับ 28 นิ้ว อยาก ทราบว่าสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปนี้มีความยาวด้านฐาน เท่ากับเท่าใด	1	1	1	0	1				
43. สองในสามของผลบวก ระหว่างจำนวนหนึ่งกับ 10 มีค่าเท่ากับ $\frac{7}{5}$ อยากทราบ ว่าจำนวนดังกล่าวนี้มีค่า เท่ากับเท่าใด	1	1	0	1	1				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
44. แม่ค้าซื้อมังคุดมาจำนวนหนึ่งเพื่อนำมาขายต่อ เนื่องจากมังคุดที่ซื้อมามีรสดี แม่ค้าจึงแบ่งไว้รับประทานเอง 5 กิโลกรัม และนำส่วนที่เหลือไปขาย ปรากฏว่าในวันแรกแม่ค้าขายมังคุดไปได้ $22\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ซึ่งคิดเป็น $\frac{3}{5}$ ของมังคุดส่วนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้รับประทาน อยากทราบว่าเดิมแม่ค้าซื้อมังคุดไว้ทั้งหมดกี่กิโลกรัม	1	1	0	1	1				
45. จำนวนหนึ่งเมื่อนำมาหารด้วย 3 จะมีค่ามากกว่าเมื่อนำจำนวนดังกล่าวนั้นมาหารด้วย 5 อยู่เท่ากับ 10 อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด	1	0	1	1	1				
46. สดศรีมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง หลังจากนั้นเงินที่มีอยู่นั้นไปซื้อหนังสือ $\frac{2}{5}$ และนำไปซื้อรองเท้า $\frac{1}{3}$ สดศรีเหลือเงิน 220 บาท อยากทราบว่าเดิมสดศรีมีเงินเท่ากับเท่าใด	1	0	1	1	1				

ข้อคำถามที่	ความสามารถที่ใช้					ความเห็น			ข้อเสนอแนะ
	S1	S2	S3	S4	S5	+1	0	-1	
47. ผลต่างของจำนวนหนึ่งกับ 1 หารได้ด้วย 4 มากกว่า ผลบวกของจำนวนนั้นกับ 5 หารด้วย 6 เท่ากับ 10 อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด	1	1	1	1	1				
48. สุตอ่านหนังสือวิชา วิทยาศาสตร์เพื่อเตรียมสอบ วันแรกอ่านได้ 50 หน้า วันที่ สองอ่านได้ $\frac{1}{4}$ ของหน้าที่ เหลือ รวมสองวันสุตาอ่าน หนังสือได้ $\frac{2}{5}$ ของจำนวน หน้าหนังสือทั้งหมด อยากทราบว่าหนังสือเล่มนี้มี ทั้งหมดกี่หน้า	1	1	1	1	1				

หมายเหตุ กำหนด [S1,S2,S3,S4,S5] แทน แบบแผนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อ

S1 แทน การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง และความรู้เกี่ยวกับลำดับการ ใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S2 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง

S3 แทน การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน

S4 แทน การจัดรูปสมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

S5 แทน การแปลโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ

และ 1 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนต้องใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

0 หมายถึง ความสามารถซึ่งเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนไม่ต้องการใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ซึ่งมีข้อคำถามทั้งหมดจำนวน 32 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้อที่เห็นว่าถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x = 75$

ก. 15

ข. 17

ค. 19

ง. 21

2. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{6x}{7} = 42$

ก. 28

ข. 35

ค. 49

ง. 56

3. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2x + 5 = 17$

ก. 6

ข. 9

ค. 12

ง. 15

4. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $27 - 3x = 12$

ก. -5

ข. -15

ค. 5

ง. 15

5. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{6} - 2 = 5$

ก. 24

ข. 30

ค. 36

ง. 42

6. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5(x - 3) = 14$

ก. $\frac{29}{3}$ ข. $\frac{29}{5}$ ค. $\frac{31}{3}$ ง. $\frac{31}{5}$

7. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $9(2x + 1) = 10$

ก. $\frac{1}{3}$ ข. $\frac{1}{6}$ ค. $\frac{1}{9}$ ง. $\frac{1}{18}$

8. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $7(3x - 1) = 10$

ก. $\frac{17}{21}$ ข. $\frac{13}{21}$ ค. $\frac{3}{7}$ ง. $\frac{1}{7}$

9. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x + 3 - 2x = 15$

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

10. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $3x - 7 + x = 21$

ก. $-\frac{28}{3}$

ข. $\frac{28}{3}$

ค. -7

ง. 7

11. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $8x - 4 = 3x + 41$

ก. -9

ข. 9

ค. $-\frac{45}{11}$

ง. $\frac{45}{11}$

12. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x-3}{6} = \frac{7}{2}$

ก. 15

ข. 18

ค. 21

ง. 24

13. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x+4}{10} = \frac{2}{5}$

ก. 0

ข. 2

ค. 4

ง. 6

14. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{4x+2}{21} = \frac{6}{7}$

ก. 2

ข. 4

ค. 6

ง. 8

15. รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมันอยู่ $\frac{6}{7}$ ของถัง เมื่อแล่นไปได้ระยะหนึ่ง พบว่าใช้น้ำมันไป 18 ลิตร จึงเหลือน้ำมันในถัง 12 ลิตร อยากทราบว่าถังน้ำมันของรถยนต์คันนี้สามารถจุน้ำมันได้ทั้งหมดกี่ลิตร

ก. 30 ลิตร

ข. 35 ลิตร

ค. 40 ลิตร

ง. 45 ลิตร

16. สามในห้าของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นผู้ชาย ถ้ามีนักเรียนผู้ชายในชั้นเรียนจำนวน 27 คน อยากทราบว่านักเรียนชั้นนี้มีทั้งหมดจำนวนกี่คน

ก. 35 คน

ข. 40 คน

ค. 45 คน

ง. 50 คน

17. พ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อมีผู้ซื้อเงินสดเขาคิดราคาเพียง $\frac{2}{3}$ ของราคาที่ปิดไว้ สุธีราซื้อสินค้านั้นในราคา 350 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้เท่าใด

ก. 475 บาท

ข. 500 บาท

ค. 525 บาท

ง. 550 บาท

18. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2(x+3) + 3(x+1) = 24$

ก. 3

ข. 7

ค. 11

ง. 15

19. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $6(2x + 5) - 10(x - 2) = 40$

- ก. -5 ข. 5 ค. -10 ง. 10

20. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2(x-3)}{5} = \frac{6}{7}$

- ก. 17 ข. 18 ค. $\frac{34}{7}$ ง. $\frac{36}{7}$

21. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2x+5}{9} = \frac{2}{5}$

- ก. 17 ข. 18 ค. $-\frac{7}{10}$ ง. $\frac{7}{10}$

22. สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 4 มีค่าเท่ากับ 16 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{4}{3}$ ข. $\frac{5}{3}$ ค. $\frac{20}{3}$ ง. 4

23. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 18$

- ก. 30 ข. 40 ค. 48 ง. 54

24. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{5x}{6} = \frac{1}{2} - \frac{2x}{5}$

- ก. $\frac{15}{37}$ ข. $-\frac{15}{37}$ ค. $\frac{15}{13}$ ง. $-\frac{15}{13}$

25. จำนวนสามจำนวนเรียงติดกัน มีผลบวกเท่ากับ 30 อยากทราบว่าจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันนั้น จำนวนที่มีค่ามากที่สุดมีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 11 ข. 13 ค. 15 ง. 17

26. ผ้าผืนหนึ่งเมื่อตัดปลายที่รุ่มและเสียออกไปยาว 20 เซนติเมตร แล้วนำผ้าที่เหลือไปตัดเสื้อจำนวน 10 ตัว จะได้ผ้าที่นำไปตัดเสื้อมีความยาวตัวละ $\frac{171}{2}$ เซนติเมตร อยากทราบว่าเดิมผ้ามีความยาวเท่าใด

- ก. 825 เซนติเมตร ข. 840 เซนติเมตร ค. 855 เซนติเมตร ง. 875 เซนติเมตร

27. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x-3}{4} + \frac{x+2}{3} = 4$

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

28. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x+4}{2} = 3 + \frac{x-1}{5}$

ก. $\frac{8}{3}$ ข. $\frac{9}{4}$

ค. 2

ง. 3

29. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 4 เมื่อนำมารวมกับสามเท่าของผลต่างของจำนวนนั้นกับ 2 จะมีค่าเท่ากับ 37 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่าใด

ก. 5

ข. 6

ค. 7

ง. 8

30. สองในสามของผลบวกระหว่างจำนวนหนึ่งกับ 10 มีค่าเท่ากับ $\frac{7}{5}$ อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{69}{10}$ ข. $\frac{69}{10}$ ค. $\frac{79}{10}$ ง. $\frac{79}{10}$

31. สดศรีมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง หลังจากนำเงินที่มีอยู่นั้นไปซื้อหนังสือ $\frac{2}{5}$ และนำไปซื้อรองเท้า $\frac{1}{3}$ สดศรีเหลือเงิน 220 บาท อยากทราบว่าเดิมสดศรีมีเงินเท่ากับเท่าใด

ก. 800 บาท

ข. 825 บาท

ค. 850 บาท

ง. 875 บาท

32. ผลต่างของจำนวนหนึ่งกับ 1 หารได้ด้วย 4 มากกว่าผลบวกของจำนวนนั้นกับ 5 หารด้วย 6 เท่ากับ 10 อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 123

ข. 125

ค. 133

ง. 135

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ซึ่งมีข้อคำถามทั้งหมดจำนวน 32 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบข้อที่เห็นว่าถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x = 75$

- ~~X~~ 15 ข. 17 ค. 19 ง. 21

2. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{6x}{7} = 42$

- ก. 28 ข. 35 ~~X~~ 49 ง. 56

3. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2x + 5 = 17$

- ~~X~~ 6 ข. 9 ค. 12 ง. 15

4. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $27 - 3x = 12$

- ก. -5 ข. -15 ~~X~~ 5 ง. 15

5. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{6} - 2 = 5$

- ก. 24 ข. 30 ค. 36 ~~X~~ 42

6. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5(x - 3) = 14$

- ก. $\frac{29}{3}$ ~~X~~ $\frac{29}{5}$ ค. $\frac{31}{3}$ ง. $\frac{31}{5}$

7. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $9(2x + 1) = 10$

- ก. $\frac{1}{3}$ ข. $\frac{1}{6}$ ค. $\frac{1}{9}$ ~~X~~ $\frac{1}{18}$

8. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $7(3x - 1) = 10$

- ~~X~~ $\frac{17}{21}$ ข. $\frac{13}{21}$ ค. $\frac{3}{7}$ ง. $\frac{1}{7}$

9. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $5x + 3 - 2x = 15$

- ~~X~~ 4 ข. 5 ค. 6 ง. 7

10. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $3x - 7 + x = 21$

ก. $-\frac{28}{3}$

ข. $\frac{28}{3}$

ค. -7

~~ง. 7~~

11. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $8x - 4 = 3x + 41$

ก. -9

~~ข. 9~~

ค. $-\frac{45}{11}$

ง. $\frac{45}{11}$

12. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x-3}{6} = \frac{7}{2}$

ก. 15

ข. 18

ค. 21

~~ง. 24~~

13. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x+4}{10} = \frac{2}{5}$

~~ก. 0~~

ข. 2

ค. 4

ง. 6

14. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{4x+2}{21} = \frac{6}{7}$

ก. 2

~~ข. 4~~

ค. 6

ง. 8

15. รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมันอยู่ $\frac{6}{7}$ ของถัง เมื่อแล่นไปได้ระยะหนึ่ง พบว่าใช้น้ำมันไป 18 ลิตร จึงเหลือน้ำมันในถัง 12 ลิตร อยากทราบว่าถังน้ำมันของรถยนต์คันนี้สามารถจุน้ำมันได้ทั้งหมดกี่ลิตร

ก. 30 ลิตร

~~ข. 35 ลิตร~~

ค. 40 ลิตร

ง. 45 ลิตร

16. สามในห้าของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นผู้ชาย ถ้ามีนักเรียนผู้ชายในชั้นเรียนจำนวน 27 คน อยากทราบว่านักเรียนชั้นนี้มีทั้งหมดจำนวนกี่คน

ก. 35 คน

ข. 40 คน

~~ค. 45 คน~~

ง. 50 คน

17. พ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อมีผู้ซื้อเงินสดเขาคิดราคาเพียง $\frac{2}{3}$ ของราคาที่ปิดไว้ สุธีราซื้อสินค้านั้นในราคา 350 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าปิดราคาสินค้าไว้เท่าใด

ก. 475 บาท

ข. 500 บาท

~~ค. 525 บาท~~

ง. 550 บาท

18. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $2(x+3) + 3(x+1) = 24$

~~ก. 3~~

ข. 7

ค. 11

ง. 15

19. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $6(2x + 5) - 10(x - 2) = 40$

☒ -5

☐ 5

☐ -10

☐ 10

20. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2(x-3)}{5} = \frac{6}{7}$

☐ 17

☐ 18

☐ $\frac{34}{7}$

☒ $\frac{36}{7}$

21. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{2x+5}{9} = \frac{2}{5}$

☐ 17

☐ 18

☒ $-\frac{7}{10}$

☐ $\frac{7}{10}$

22. สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 4 มีค่าเท่ากับ 16 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับข้อใด

☒ $\frac{4}{3}$

☐ $\frac{5}{3}$

☐ $\frac{20}{3}$

☐ 4

23. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 18$

☐ 30

☒ 40

☐ 48

☐ 54

24. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{5x}{6} = \frac{1}{2} - \frac{2x}{5}$

☒ $\frac{15}{37}$

☐ $-\frac{15}{37}$

☐ $\frac{15}{13}$

☐ $-\frac{15}{13}$

25. จำนวนสามจำนวนเรียงติดกัน มีผลบวกเท่ากับ 30 อยากทราบว่าจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันนั้น จำนวนที่มีค่ามากที่สุดมีค่าเท่ากับข้อใด

☒ 11

☐ 13

☐ 15

☐ 17

26. ผ้าผืนหนึ่งเมื่อตัดปลายที่รุ่มและเสียออกไปยาว 20 เซนติเมตร แล้วนำผ้าที่เหลือไปตัดเสื้อจำนวน 10 ตัว จะได้ผ้าที่นำไปตัดเสื้อมีความยาวตัวละ $\frac{171}{2}$ เซนติเมตร อยากทราบว่าเดิมผ้ามีความยาวเท่าใด

☐ 825 เซนติเมตร

☐ 840 เซนติเมตร

☐ 855 เซนติเมตร

☒ 875 เซนติเมตร

27. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x-3}{4} + \frac{x+2}{3} = 4$

☒ ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

28. ข้อใดเป็นค่าของตัวแปร x เมื่อ $\frac{x+4}{2} = 3 + \frac{x-1}{5}$

☒ ก. $\frac{8}{3}$

ข. $\frac{9}{4}$

ค. 2

ง. 3

29. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 4 เมื่อนำมารวมกับสามเท่าของผลต่างของจำนวนนั้นกับ 2 จะมีค่าเท่ากับ 37 จำนวนดังกล่าวมีค่าเท่าใด

ก. 5

ข. 6

☒ ค. 7

ง. 8

30. สองในสามของผลบวกระหว่างจำนวนหนึ่งกับ 10 มีค่าเท่ากับ $\frac{7}{5}$ อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{69}{10}$

ข. $\frac{69}{10}$

ค. $\frac{79}{10}$

☒ ง. $\frac{79}{10}$

31. สดศรีมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง หลังจากนำเงินที่มีอยู่นั้นไปซื้อหนังสือ $\frac{2}{5}$ และนำไปซื้อรองเท้า $\frac{1}{3}$ สดศรีเหลือเงิน 220 บาท อยากทราบว่าเดิมสดศรีมีเงินเท่ากับเท่าใด

ก. 800 บาท

☒ ข. 825 บาท

ค. 850 บาท

ง. 875 บาท

32. ผลต่างของจำนวนหนึ่งกับ 1 หารได้ด้วย 4 มากกว่าผลบวกของจำนวนนั้นกับ 5 หารด้วย 6 เท่ากับ 10 อยากทราบว่าจำนวนดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 123

ข. 125

☒ ค. 133

ง. 135



ภาคผนวก ง

คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตาราง 45 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน

ทักษะความสามารถทางพุทธิปัญญา	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวมคะแนน	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
S1 การใช้สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง เพื่อหาคำตอบของสมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	+1	+1	+1	3	1.00
S2 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้สมบัติการแจกแจง	+1	+1	+1	3	1.00
S3 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยใช้การรวมพจน์ที่คล้ายกัน	+1	+1	+1	3	1.00
S4 การจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปเศษส่วนให้อยู่ในรูป $ax + b = c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ	+1	+1	+1	3	1.00
S5 การแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ เพื่อหาคำตอบ	+1	+1	+1	3	1.00

ตาราง 46 การตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของการกำหนด Q-matrix ด้วยวิธีการในเชิงปริมาณ

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม ของคะแนน	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
19	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
21	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
26	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
27	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
28	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00

ตาราง 46 (ต่อ)

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม ของคะแนน	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
29	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
30	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
31	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00
32	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00



ตาราง 47 คุณภาพของแบบทดสอบและข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม

ข้อคำถามที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.762	0.329
2	0.765	0.219
3	0.733	0.221
4	0.538	0.540
5	0.721	0.359
6	0.723	0.242
7	0.794	0.388
8	0.608	0.394
9	0.708	0.364
10	0.644	0.575
11	0.717	0.332
12	0.769	0.390
13	0.769	0.423
14	0.798	0.269
15	0.510	0.477
16	0.673	0.388
17	0.365	0.383
18	0.656	0.332
19	0.442	0.351
20	0.538	0.356
21	0.538	0.479
22	0.356	0.288
23	0.683	0.452
24	0.288	0.256
25	0.462	0.299
26	0.394	0.320
27	0.375	0.381
28	0.260	0.438
29	0.221	0.409

ตาราง 47 (ต่อ)

ข้อคำถามที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
30	0.292	0.222
31	0.327	0.318
32	0.337	0.263
$\bar{X}$	0.555	0.358
S.D.	0.187	0.089



ตาราง 48 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการสอบกับผลการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบ

ผู้สอบคนที่	ผลการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ (X_i)	คะแนนสอบ (Y_i)	ผู้สอบคนที่	ผลการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ (X_i)	คะแนนสอบ (Y_i)
1	1.5	9	30	1.5	9
2	1	9	31	1.5	10
3	2	12	32	3	21
4	1.5	9	33	1	5
5	1	6	34	2.5	20
6	1.5	9	35	2	12
7	3.5	30	36	1	7
8	2.5	19	37	1.5	9
9	4	31	38	1.5	9
10	2	19	39	2	12
11	3	21	40	2.5	12
12	2.5	12	41	1	4
13	2	16	42	2.5	21
14	3	18	43	1.5	10
15	2.5	18	44	2	12
16	1	8	45	1	7
17	2.5	17	46	3	21
18	2	20	47	1	9
19	2.5	12	48	1.5	7
20	1.5	7	49	2.5	12
21	1	7	50	3.5	31
22	2.5	7	51	1	10
23	1.5	9	52	1.5	8
24	2	17	53	2	10
25	3	23	54	1.5	7
26	2	15	55	4	32
27	2.5	16	56	1	6
28	1.5	8	57	2	11
29	3	26	58	1.5	8

ตาราง 48 (ต่อ)

ผู้สอบคนที่	ผลการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ (X_i)	คะแนนสอบ (Y_i)	ผู้สอบคนที่	ผลการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ (X_i)	คะแนนสอบ (Y_i)
59	3.5	15	75	2.5	21
60	3	21	76	3.5	25
61	1.5	18	77	3.5	29
62	3	21	78	2	12
63	2	4	79	3.5	27
64	1.5	9	80	2	12
65	3.5	20	81	4	29
66	3	21	82	1.5	14
67	2.5	8	83	3	23
68	1.5	5	84	3.5	23
69	2	20	85	3.5	24
70	4	20	86	4	31
71	3.5	17	87	4	32
72	4	22	88	3	29
73	3	14	89	2	20
74	2.5	24	90	3.5	27
ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r_{XY}) = .855					

ตาราง 49 คุณภาพของข้อคำถามจากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการตอบข้อคำถาม

ข้อคำถามที่	ค่าความยาก (b)	ค่าอำนาจจำแนก (a)	ค่าการเดา (c)
1	-2.447	1.231	0.240
2	-0.653	1.813	0.202
3	-0.443	2.656	0.156
4	0.426	1.575	0.168
5	0.037	2.400	0.107
6	-0.200	2.020	0.151
7	0.338	2.569	0.168
8	0.314	2.246	0.190
9	0.014	2.778	0.144
10	0.268	3.107	0.208
11	0.082	2.730	0.217
12	0.406	3.728	0.184
13	0.135	3.318	0.162
14	0.186	4.269	0.244
15	0.463	1.966	0.190
16	0.257	2.065	0.187
17	0.898	3.407	0.233
18	0.071	3.078	0.183
19	0.768	2.022	0.183
20	0.792	2.340	0.136
21	0.986	2.078	0.200
22	0.692	1.952	0.190
23	0.474	1.997	0.171
24	1.170	3.598	0.195
25	0.828	2.877	0.224
26	1.352	3.670	0.236
27	0.942	2.788	0.228
28	1.162	4.594	0.223
29	1.217	9.524	0.239
30	1.417	5.045	0.101

ตาราง 49 (ต่อ)

ข้อคำถามที่	ค่าความยาก (b)	ค่าอำนาจจำแนก (a)	ค่าการเดา (c)
31	1.432	4.327	0.215
32	1.659	4.189	0.232
$\bar{X}$	0.470	3.061	0.191
S.D.	0.776	1.511	0.038





ภาคผนวก จ

หลักฐานอ้างอิงการอนุญาตให้ใช้โปรแกรมในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการศึกษา



SUMALEE MEESAKUL <suchaew@gmail.com>

Need your help!

3 ข้อความ

SUMALEE MEESAKUL <suchaew@gmail.com>

15 กันยายน 2557 07:53

ถึง: j.delatorre@rutgers.edu

Dear de la Torre,

My name is Sumalee Meesakul. I'm a doctoral student at Srinakharinwirot University in Thailand. Now I do the dissertation in the topic about cognitive diagnostic assessment and I will use Ox program to analyze the data. In order to do this, I prefer to use G-DINA and DINA model. I read your article about estimation code for G-DINA model. This article recommend the reader, who want to use Ox program, that they should contact you for the code to analyze the data. Would you mind if I want you sending the code for me? You can contact me through this e-mail.

Sincerely your,
Sumalee.

Jimmy de la Torre <j.delatorre@rutgers.edu>

15 กันยายน 2557 14:32

ถึง: SUMALEE MEESAKUL <suchaew@gmail.com>

Hi Sumalee,

Attached are the DINA and G-DINA Ox codes and some relevant files. You can start with the ppsx file.

For instruction in installing Ox, look at the pdf file.

Best,

Jimmy

Jimmy de la Torre, Ph.D.
Professor
Department of Educational Psychology
Rutgers, The State University of New Jersey
10 Seminary Place
New Brunswick, NJ 08901

Phone: (848) 932-0848
Email: j.delatorre@rutgers.edu

เอกสารแนบ 6 ฉบับ

Gdina_1111.ox
10K

dina_ox.ppsx
1201K

Dina_1111.ox
7K

q_sample.txt
1K

sample.dat
413K

ankara.pdf
142K

SUMALEE MEESAKUL <suchaew@gmail.com>

15 กันยายน 2557 15:40

ถึง: Jimmy de la Torre <j.delatorre@rutgers.edu>

Thanks for your kindness!



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	สุมาลี มีสกุล
วันเดือนปีเกิด	30 ตุลาคม 2525
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดอ่างทอง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	75/1 หมู่ 9 ตำบลศาลเจ้าโรงทอง อำเภอวิเศษชัยชาญ จังหวัดอ่างทอง 14110
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนวิเศษไชยชาญ “ตันติวิทยาภูมิ” อำเภอวิเศษชัยชาญ จังหวัดอ่างทอง

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2543	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี
พ.ศ.2547	วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ เกียรตินิยมอันดับ 1 จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ.2552	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ.2558	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต (ปร.ด.) สาขาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ แขนงวิชาการทดสอบและวัดผลทางการศึกษา จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ