

ผลการแก้ไขความผิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและ
จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

สารนิพนธ์
ของ
นางสาวพรพิมล ยังฉิม ,

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2546

ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

510.712

พ ๒๔๑๗

ร.๓

ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและ
จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

บทคัดย่อ

ของ

นางสาวพรพิมล ยังนิม



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2546

๒๒๔๑๖ ร.๓

14 ส.ค. 2546

พรพิมล ยังฉิม. (2546) . ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์
เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอน
แบบระดมความคิด. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์:
รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมัลย์.

การศึกษานี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ระหว่าง
นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
หลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา จังหวัด
สุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีผลการเรียน 0 และได้คะแนนต่ำสุด ในรายวิชาคณิตศาสตร์
(ค 013) จำนวน 28 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าคือ แบบทดสอบอัตนัยที่แสดงวิธีทำ
จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้
รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ แบบแผนการทดลอง
ที่ใช้คือ One group pretest-posttest design วิเคราะห์ผลโดยใช้ t-test Independent
Samples. และ t-test Dependent Samples

ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีผลการเรียน 0 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ในเรื่อง นิยามของรากที่ 2 มากที่สุด รองลงมาคือ นิยามของรากที่ n การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ n การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ สมบัติของรากที่ n การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 และสมบัติของรากที่ 2

2. นักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์แตกต่างจากนักเรียนหญิงอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลังจากการได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE RESULTS OF CORRECTING MATHEMATICAL MISCONCEPTIONS OF THE n^{th}
ROOT OF REAL NUMBERS AND REAL NUMBERS IN THE RADICAL SIGN BY
USING BRAINSTORMING TEACHING TECHNIQUE

AN ABSTRACT

BY

MISS PORNPIMOL YOUNGCHIM

Presented in partial fulfillment of the requirements
For the Master of Education degree in Secondary Education
May 2003

Pornpimol Youngchim. (2003). *The Results of Correcting Mathematical Misconceptions of the n^{th} Root of Real Numbers and Real Numbers in the Radical Sign by Using Brainstorming Teaching Technique*. Master Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor : Assoc Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purposes of this study were to study and compare mathematics misconceptions of the n^{th} root of real numbers and real numbers in the radical sign by using brainstorming teaching technique between male students and female students , and to compare achievement of students who had misconceptions after being taught by using brainstorming teaching technique .

The subject were 28 students of Mattayomsuksa 5 Suantangwittaya School, Suphanburi who had grade 0 with lowest scores in Mathematics (MH 013) in the second semester of the academic year 2002. The instruments were the subjective test of 15 open-ended problems and the 30-item objective test .The One group pretest posttest design was used in this study. T-test Independent Samples and t-test Dependent Samples were used for data analysis.

The findings were as follows :

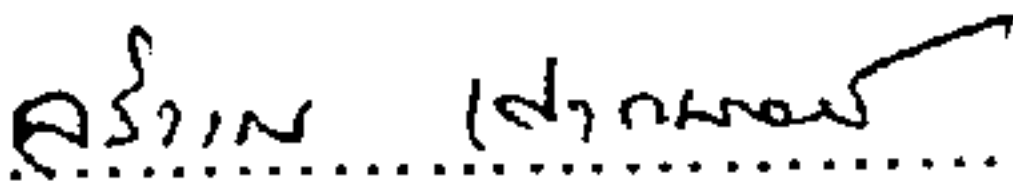
1. The definitions of the 2^{nd} root was the most difficult topic among mathematics misconceptions. The next ones were the definition of the n^{th} root , writing of n^{th} root notations , determination of sum and difference of radicals , properties of the n^{th} root , determination of product and quotient of radicals , writing of the 2^{nd} root notations , and properties of the 2^{nd} root.

2. There was no significant difference between male and female students' misconceptions of the n^{th} root of real numbers and real numbers in the radical sign.

3. The learning achievement of students after being corrected the misconceptions by using brainstorming teaching technique was statistically higher at .01 level of significance.

อาจารย์ที่ปรึกษา ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....

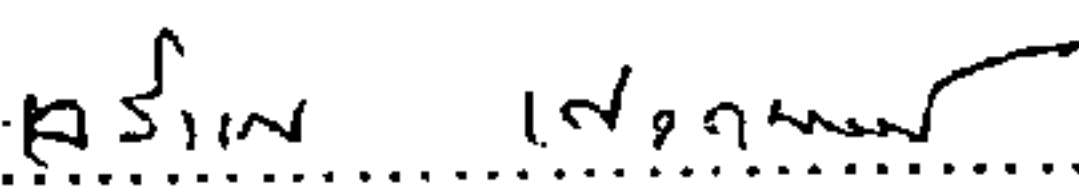
(รองศาสตราจารย์ ดร.จวีวรรณ เศวตมालย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

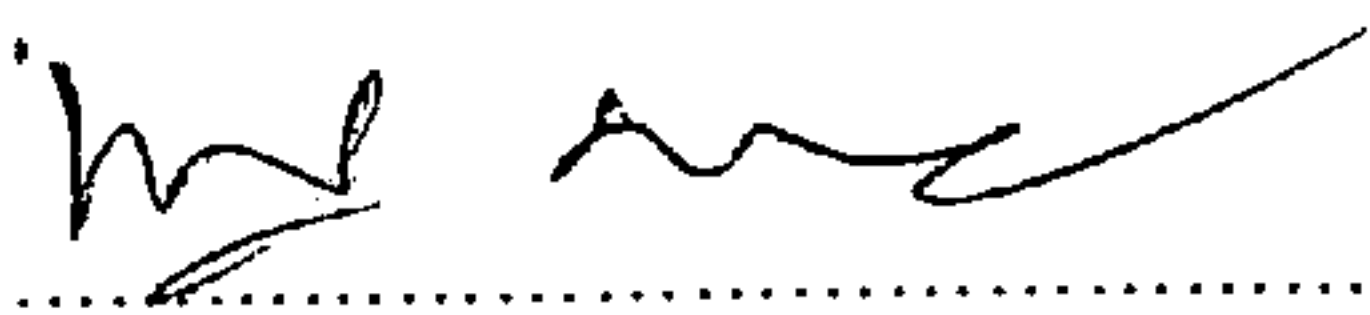
.....

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

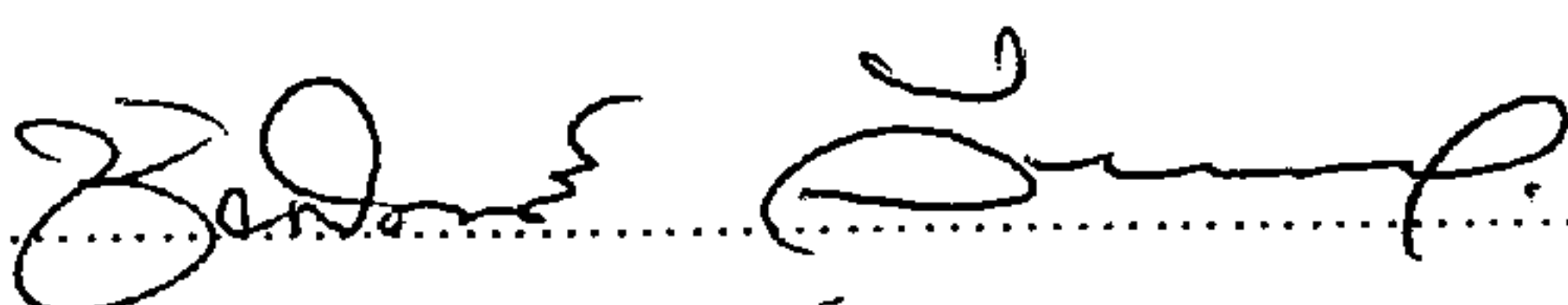
คณะกรรมการสอบ

..........ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.จวีวรรณ เศวตมालย์)

..........กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

..........กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษาของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..........คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.คมเพชร จิตรสกุล)

วันที่...3...เดือน...พฤษภาคม...พ.ศ. 2546

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลือและการให้คำแนะนำจาก
รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมัลย์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ
รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล
เป็นอย่างดี ผู้ทำสารนิพนธ์รู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมัลย์ อาจารย์เทพนริศ
ศุภนกร ผศ.ดร. สมพร แมลงภู และ อาจารย์อภิชาติ เพชรพลอย ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อ
บกพร่องและให้คำแนะนำในเรื่องแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดที่ผลิตทางด้านคณิตศาสตร์
เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ แบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักเรียน และแผนการสอนที่ใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด ที่ใช้ในการ
ทำสารนิพนธ์ครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสวนแตงวิทยา ผู้อำนวยการโรงเรียนสระ
กระโจมโสภณพิทยา ผู้อำนวยการโรงเรียนดอนคาวิทยา และคณะครูโรงเรียนสวนแตงวิทยา
ทุกท่านที่อำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูลในการทำสารนิพนธ์

ขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนสวนแตงวิทยา โรงเรียนสระกระโจมโสภณพิทยา โรงเรียน
ดอนคาวิทยา ที่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการเก็บข้อมูลในการทำสารนิพนธ์ครั้งนี้

ท้ายที่สุดนี้ผู้ทำสารนิพนธ์ ขอโน้มระลึกถึงพระคุณบิดามารดาที่วางรากฐานการศึกษา
แก่ผู้ทำสารนิพนธ์ คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์นี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ
บิดามารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่าน

พรพิมล ยังนิม

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการการศึกษาครั้งนี้.....	3
	ความสำคัญของการศึกษาครั้งนี้.....	3
	ขอบเขตของการศึกษาครั้งนี้	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้.....	4
	ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	5
	สมมุติฐานในการศึกษาครั้งนี้.....	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
	ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด.....	8
	ความหมายของความคิดรวบยอด.....	8
	ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์.....	10
	ประเภทของความคิดรวบยอด.....	11
	ความสำคัญของความคิดรวบยอด.....	12
	วิธีสอนความคิดรวบยอด.....	13
	ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด.....	17
	ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด.....	17
	งานวิจัยเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์.....	18
	ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวกับเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....	23
	ความหมายของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....	23
	หลักการและขั้นตอนของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....	24
	ข้อดีและข้อจำกัดของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....	28
	การเพิ่มประสิทธิภาพของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....	28
	งานวิจัยเกี่ยวกับการระดมความคิด.....	29
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ.....	31
	เอกสารเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ.....	31
	งานวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ.....	32

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
2(ต่อ) เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	34
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	38
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	38
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	38
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	43
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	45
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	48
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	52
สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	52
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	54
อภิปรายผล.....	54
ข้อเสนอแนะ.....	58
บรรณานุกรม.....	59
ภาคผนวก.....	67
รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	116
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	117

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 วิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์.....40
- 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย..... 41
- 3 ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์แยกตามเนื้อหาและจำนวนนักเรียน.....49
- 4 ผลการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง.....50
- 5 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....51
- 6 ดัชนีค่าความยาก (p) ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_n) ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์.....69
- 7 คะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนชายที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์.....71
- 8 คะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนหญิงที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์.....72
- 9 คะแนนการสอบข้อสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ก่อนและหลังที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.....73

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

โลกของมนุษย์เราในปัจจุบันนี้ประกอบไปด้วยเทคโนโลยีที่ก้าวล้ำนำสมัยต่าง ๆ มากมาย เช่น เครื่องอำนวยความสะดวก เครื่องมือสื่อสารที่จะนำเราไปสู่ความเท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นทุกวินาที หรือที่นิยมเรียกกันว่า กระแสโลกาภิวัตน์ ทั้งโลกสามารถติดต่อสัมพันธ์กันได้ อย่างรวดเร็วขึ้น เนื่องมาจากความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีสารสนเทศและโทรคมนาคม อันนำไปสู่โลกไร้พรมแดน (รุ่งโรจน์ แก้วอุไร.2540 :5) ซึ่งเทคโนโลยีต่าง ๆ นี้มีพื้นฐานที่สำคัญก่อเกิดมาจากคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง เพราะนอกจากจะนำไปใช้ในชีวิตประจำวันเพื่อเป็นรากฐานของวิทยาการหลายแขนง เช่น วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ คอมพิวเตอร์ ฯลฯ แล้วยังเป็นวิชาที่สามารถสร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์เกี่ยวกับกระบวนการคิดและเหตุผลด้วย (ยงยศ พุทธิให้. 2543 : 1)

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด มีโครงสร้างแสดงความ เป็นเหตุเป็นผลต่อกัน และสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งเป็นลักษณะนามธรรมที่ยากต่อการ เรียนรู้และยากต่อการทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว (วัลลภา ธารีรัตน์.2528:57) การสอน คณิตศาสตร์จึงจะต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้ อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการเรียนที่จะ ทำให้เกิดทักษะดังกล่าวนี้ เขาจะต้องเข้าใจในความคิดรวบยอดของเรื่องที่เรียนเป็นสำคัญ (พีระพล ศิริวงศ์ .2525:2)

การสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเป็นสิ่งจำเป็นมากสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ให้นักเรียนได้รับความคิดรวบยอดที่มีความหมายเพื่อ ที่เขาจะได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพเพราะในการแก้ปัญหาใด ๆ ก็ตาม ต้องอาศัยความคิด คนจะคิดเป็น คิดได้อย่างมีเหตุผล และคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อ ผู้คิดนั้นมีความคิดรวบยอดพื้นฐานในเรื่องนั้น ๆ อย่างเพียงพอและถูกต้องเสียก่อน (บุญเสริม ฤทธาภิรมย์.2523:10-16) การสอนให้ผู้เรียนมีความรู้อย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอ ครูต้องสอนให้นัก เรียนเกิดความคิดรวบยอด (สุมณ อมรวิวัฒน์ .2514: 3) เพราะความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานใน การพัฒนาสติปัญญาของผู้เรียนให้มีคุณภาพ (นันทนา ศิริพละ.2512:3) และใช้เป็นพื้นฐานในการนำ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

จะเห็นได้ว่าความคิดรวบยอดนั้นมีคุณค่าและมีความสำคัญต่อการเรียนการสอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความคิดรวบยอดที่เป็นจุดประสงค์สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจำเป็นจะต้องทำให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน แต่การสอนให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก เป็นเรื่องที่สร้างปัญหาและความหนักใจให้กับครูผู้สอนอยู่ไม่น้อย (ธวัชชัย ชัยจิรฉายากุล. 2520:4) ซึ่งบ่อยครั้งกลายเป็นปัญหาว่าจะมีวิธีใดจะช่วยให้การสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนนั้นถูกต้อง ไม่เกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดซึ่ง ชัย (ดารณี คำแหง. 2533:5 อ้างมาจาก Chai.1987) กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

“...ในการสอนคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ และการศึกษาความผิดพลาดจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูล ซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของเด็ก เกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอนซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา และสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่า เมื่อข้อผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมาทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเกิดขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงขึ้นในภายหลัง...”

การศึกษาข้อผิดพลาดทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาค้นคว้าผิดพลาดในเรื่องความคิดรวบยอดของนักเรียนจึงเป็นสิ่งจำเป็นยิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอน นำเอาผลที่ได้จากการศึกษาข้อผิดพลาดนี้ไปใช้ในการแก้ไขข้อผิดพลาดเหล่านี้ให้กับนักเรียนและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีคุณภาพยิ่งขึ้นต่อไป

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงคุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาความผิดพลาดของความคิดรวบยอดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งการมีประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายพบว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั้นเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก มีสูตรมาก เกิดความสับสนได้ง่ายอีกทั้งยังใช้เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนในระดับสูงต่อไป และเห็นได้จากปัญหาที่มักเกิดขึ้นกับนักเรียนระหว่างที่มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับนี้ ดังนั้นการที่ครูผู้สอนจะได้ศึกษาข้อผิดพลาดของความคิดรวบยอดของนักเรียนในเนื้อหาวิชาที่เป็นพื้นฐานนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญ เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในการแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดซึ่งเป็นเทคนิคการสอนที่นักเรียนจะได้ร่วมกันทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 7-10 คน ครูกับนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหา โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียน

ทุกคนได้แสดงความคิดเห็นในการหาทางแก้ปัญหาที่พบ โดยมีหัวหน้ากลุ่มเป็นผู้นำประเด็นปัญหาให้สมาชิกแต่ละคนร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาโดยไม่มีการวิจารณ์ความคิดของผู้ร่วมกลุ่ม เมื่อยุติการเสนอความคิดแล้วสมาชิกในกลุ่มจะร่วมกันประเมินหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดจากแนวคิดที่กลุ่มได้ร่วมกันเสนอมา ซึ่งเทคนิคการสอนนี้จะทำให้ผู้เรียนได้แสดงออกถึงความคิดรวบยอดที่ตนเองได้รับกับความคิดรวบยอดที่เพื่อนได้รับว่าถูกต้องตรงกันหรือไม่ และในตอนท้ายครูจะมีบทบาทในการร่วมสรุปความคิดรวบยอดร่วมกับนักเรียนอีกครั้ง ทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความเข้าใจถึงความคิดรวบยอดที่ตนเองได้รับในครั้งแรกว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นแรงจูงใจให้ผู้ทำวิจัยทำการวิจัยเรื่อง “ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด” ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พร้อมทั้งแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้กับผู้เรียน อันจะทำให้เกิดประโยชน์แก่การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
2. เพื่อเปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง
3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ทำให้ทราบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
2. ทำให้ทราบความแตกต่างระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

3. ทำให้ทราบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

4. เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ได้นำไปใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยเน้นการศึกษาหาความคิดรวบยอดที่นักเรียนมักเกิดความเข้าใจผิดและแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดนี้ให้ถูกต้อง ซึ่งจะส่งผลให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา อำเภอเมืองฯ จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีระดับผลการเรียน 0 ในรายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 013) จำนวน 45 คน

กลุ่มตัวอย่าง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา อำเภอเมืองฯ จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีระดับผลการเรียน 0 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ซึ่งได้มาจากการคัดเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยคัดเลือกนักเรียนที่มีคะแนนต่ำสุดจำนวน 28 คน เป็นนักเรียนชาย 11 คน และนักเรียนหญิง 17 คน

เนื้อหา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จากแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ค 013) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ระยะเวลาที่ใช้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ใช้เวลา 10 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

ทดสอบก่อนเรียน	1	คาบ
ดำเนินการสอน	8	คาบ
ทดสอบหลังเรียน	1	คาบ
รวม	10	คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) มี 2 ตัวแปร คือ
 - 1.1 เพศ
 - 1.2 เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) มี 2 ตัวแปร คือ
 - 2.1 ความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ความคิดรวบยอด** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะเข้าใจลักษณะร่วมกันสามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ
2. **ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดที่เป็นข้อสรุปที่ได้จากการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และการนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์
3. **ความคิดรวบยอดที่ผลิตผล** หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง หรือคลุมเครือเกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่าง ๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้
4. **ความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์** หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เช่น นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของรากที่ n หรือ นักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับสมบัติของรากที่ n หรือนักเรียนไม่เข้าใจวิธีการหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของกรณฑ์
5. **เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด** หมายถึง เทคนิคการสอนที่ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย 7 – 10 คน โดยครูและนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหา ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้แสดงความคิดเห็นในการหาทางแก้ปัญหาที่พบ ใช้เวลาประมาณ 10 – 20 นาที โดยครูเป็นผู้คอยจดบันทึก ให้ข้อเสนอแนะและสรุปความคิดเห็นที่ถูกต้องในภายหลัง
6. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์** หมายถึง ผลการเรียนรู้ที่แสดงถึงความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความผิดพลาดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ผลการเรียนของนักเรียนที่มีความผิดพลาดที่ผิดพลาดและได้รับการแก้ไขความผิดพลาดที่ผิดพลาดนี้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด ซึ่งวัดจากการที่นักเรียนทำแบบทดสอบปรนัย จำนวน 30 ข้อ

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ความผิดพลาดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงแตกต่างกัน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความผิดพลาดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์ สูงขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด

- 1.1 ความหมายของความคิดรวบยอด
- 1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของความคิดรวบยอด
- 1.4 ความสำคัญของความคิดรวบยอด
- 1.5 วิธีสอนความคิดรวบยอด
- 1.6 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
- 1.7 ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
- 1.8 งานวิจัยเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

★ 2. ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวกับเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

- 2.1 ความหมายของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
- 2.2 หลักการและขั้นตอนของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
- 2.3 ข้อดีและข้อจำกัดของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
- 2.4 การเพิ่มประสิทธิภาพของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
- 2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับการระดมความคิด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ

- 3.1 เอกสารเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ
- 3.2 งานวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ

4. เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยเกี่ยวกับความคิดรวบยอด

1.1 ความหมายของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดมาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาไทยหลายท่านได้ให้ชื่อภาษาไทยหลายชื่อแตกต่างกันเช่น ใช้ชื่อว่า สังกับ มโนมติ มโนภาพ มโนทัศน์ และความคิดรวบยอด สำหรับความหมายของความคิดรวบยอดนั้น นักวิชาการได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

กิลฟอร์ด (Guilford.1952 : 1-3) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดหมายถึง สัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากประสบการณ์ของการผ่านพบเห็นสิ่งต่าง ๆ โดยรู้จักแยกแยะสิ่งของเหล่านั้นออกเป็นจำพวกต่าง ๆ และในจำพวกหนึ่ง ๆ ก็มีลักษณะร่วมกันอยู่

แมคโดนัล (McDonald.1959 : 184) ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า คือกลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน ความคิดรวบยอดไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวเองแต่ความคิดรวบยอดเป็นกลุ่มของสิ่งเร้า เหตุการณ์หรือลักษณะจำเพาะที่แน่นอน ดังนั้น ความคิดรวบยอดจึงเป็นความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคน ๆ หนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้น ในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้

กู๊ด (Good . 1973 : 124) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ 3 ลักษณะคือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบหรือลักษณะร่วมกันที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. ความคิดทั่วไปเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพความคิด

จำนง พรายแย้มแซ (2516:47) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง การเกิดมโนภาพขึ้นในความคิดของบุคคล ด้วยวิธีการรวบรวมความรู้ต่าง ๆ ที่เคยเรียนมาแล้วนำมาประมวลเข้าด้วยกัน เป็นความคิดขั้นสุดท้ายให้เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง”

พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รัชพลเดช (2517: 39) ได้กล่าวว่า “ ความคิดรวบยอดหมายถึง การสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราได้ประสบพบเห็นแล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์แทนคุณสมบัติดังกล่าวได้”

เมธี ลิ้มอักษร (2520:4) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง การสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราได้ประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520 :6) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่าหมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเองและการรู้จักนำเอาข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้อมาสัมพันธ์กัน

อาคม จันทสุนทร (2522: 47) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปรวมเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหลาย ๆ อย่าง หลาย ๆ แบบ แล้วได้ใช้คุณสมบัติของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกให้เกิดความคิดความเข้าใจ โดยสรุปรวมในสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น

พรรณิ ช. เจนจิต (2528: 213) ได้กล่าวว่า “ ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถที่ผู้เรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้า และสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะเหมือนกันรวมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้”

ชม ภูมิภาค (2528: 75) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง สมรรถภาพที่จะสามารถทำให้บุคคลสามารถชี้บอกสิ่งเร้าเข้าเป็นพวก ซึ่งอาศัยลักษณะร่วมกันบางประการ สิ่งเร้าเหล่านั้นอาจจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือบุคคลก็ได้

อรพรรณ ดันบรรจง (2529:51) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจในนามธรรมของสิ่งของ ประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่สัมพันธ์กันซึ่งหมายถึงกลุ่มของความคิดรวบยอด (Set of Concepts) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการปฏิบัติ (Operation of Concepts) ความเกี่ยวเนื่องของความคิดรวบยอด (Relational Concepts) และความคิดรวบยอดเกี่ยวกับโครงสร้าง (Structural Concepts)

บุญล้อม ไชยสิงห์ (2530:8) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นหลาย ๆ แบบ แล้วใช้คุณลักษณะของสิ่งนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น

สุชา จันทน์เอม (2531: 187) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของหรือสถานการณ์หลาย ๆ อย่าง ที่มีความหมายร่วมกันอยู่อย่างหนึ่ง

จากความหมายดังกล่าวอาจสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะเข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ

1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

รัสเซลล์ (Russell, 1965: 124-155) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า คือ ความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

เบลล์ (Bell, 1981: 108) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟัง ดู จับต้อง อภิปราย หรือคิดจากสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างและดูสิ่งที่มีสมบัติตรงกันข้าม นักเรียนระดับประถมศึกษาที่อยู่ในขั้นคิดเป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจำเป็นต้องดูด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในขั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยวิธีอภิปรายและตรรกะตรอง คนที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดได้

อุทุมพร ทองอุไทย (2510 : 12) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดความเข้าใจที่สรุปรวมเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้นั้นนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ มาก่อน

สุรัชย์ ขวัญเมือง (2522 : 13) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2524: 21) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

จากที่ได้กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดที่เป็นข้อสรุปที่ได้จากการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และการนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

1.3 ประเภทของความคิดรวบยอด

บรูเนอร์ (Bruner.1957: 41-43) ได้จำแนกความคิดรวบยอดออกเป็นสามลักษณะคือ

1. ความคิดรวบยอดรวมลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ ความคิดรวบยอดที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว และสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกันได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น ความคิดรวบยอดต่าง ๆ ที่เรารู้เคยในชีวิตประจำวันเป็นความคิดรวบยอดชนิดรวมกัน
 2. ความคิดรวบยอดแยกลักษณะ (Disconjunctive Concept) คือ ความคิดรวบยอดที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกกา หรือกาต้มน้ำ หรือการเขียนเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นความคิดรวบยอดของจำนวนศูนย์ วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไขฟองหนึ่ง
 3. ความคิดรวบยอดเชิงสัมพันธ์ (Relational Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ หรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างหรือมากกว่า เช่น การนำไม้ขีดไฟไปสัมพันธ์กับบุหรี่เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่
- รัสเซลล์ (Russell.1965:124-155) ได้แบ่งความคิดรวบยอดออกเป็น 8 ลักษณะ คือ
1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) คือความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวนและการวัดซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
 2. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเวลา (Concept of Time) คือ ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดเรื่องที่ว่าง (Concept of Space) แต่ความคิดรวบยอดในเรื่องเวลาเป็นนามธรรมมากกว่า เช่น กลางวัน กลางคืน เช้า บ่าย ฤดูกาลต่าง ๆ
 3. ความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) คือ ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับพื้นที่ว่างและที่ว่างอยู่ด้วย เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับเวลาที่แน่นอน เวลา น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ ด้วย
 4. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตัวเอง (Self Concept) คือ การที่บุคคลมีความรู้สึกของตัวเองคือใคร เป็นอะไร อย่างไร
 5. ความคิดรวบยอดทางสังคม (Social Concept) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม
 6. ความคิดรวบยอดทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) เป็นความคิดรวบยอดซึ่งสัมพันธ์กับความสวยงาม ขึ้นอยู่กับความคิดรวบยอดทางสังคมด้วย เช่น ภาพเขียน ดนตรี
 7. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความขบขัน (Humour Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่ในขอบข่ายของสังคมที่บุคคลนั้นอยู่อาศัย บางสิ่งเป็นของขบขันในสังคมหนึ่งแต่อาจไม่ขบขัน

ในอีกสังคมหนึ่ง

8. ความคิดรวบยอดในเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concept) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9 -10) ได้กล่าวถึงประเภทของความคิดรวบยอดว่า แบ่งเป็น 3 ประเภทคือ

1. ความคิดรวบยอดที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นประเภทของความคิดรวบยอดที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง
2. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่มมาพิจารณา คุณลักษณะหรือคุณค่าก็ผิดแผกแตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันบางลักษณะ
3. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่มซึ่งละเอียด ซับซ้อนกว่าความคิดรวบยอดสองประเภทที่กล่าวมา

ยงยศ พุทธิให้ (2543 :14) ได้กล่าวถึงประเภทของความคิดรวบยอดว่าแบ่งเป็น ความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดงความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ซึ่งเป็นความรู้สึภายใน เช่น อารมณ์ ค่านิยม เป็นต้น

จากการแบ่งประเภทของความคิดรวบยอดของนักวิชาการดังกล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดแบ่งเป็นความคิดรวบยอดที่เป็นลักษณะร่วม ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดแบบแยกลักษณะ ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์

1.4 ความสำคัญของความคิดรวบยอด

อาคม จันทสุนทร (2522: 47-50) ได้ให้ความสำคัญของความคิดรวบยอดดังนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบไม่สับสน เรียนรู้ง่ายไม่ยุ่งยาก
2. ทำให้เกิดความประหยัดที่ไม่ต้องเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งมากเกินไปจนเกินไป
3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปได้มากขึ้นและเร็วขึ้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523:10) กล่าวว่าความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างความคิดรวบยอดอยู่เสมอรอบเท่าที่มีสิ่งเข้ามาปะทะประสาทสัมผัสให้เกิดการรับรู้ ซึ่งประโยชน์ของความคิดรวบยอดมีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดความซ้ำซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่มากมายในโลกนี้ จัดรวมเข้าเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เพราะคนไม่มีความสามารถที่จะไปจดจำรายละเอียดสิ่งต่าง ๆ ในโลกได้
 2. ความคิดรวบยอดช่วยแบ่งแยกประเภท กำหนดชื่อสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเราทำให้เรารู้ว่าอะไรเป็นอะไร ทำให้เราแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่งได้ เป็นต้น
 3. เชื่อมโยงความรู้ความคิดเดิมกับความคิดรวบยอดใหม่ได้ ถ้าความคิดรวบยอดเกิดแจ่มชัด ถูกต้องและช่วยให้การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่สะดวกง่ายเข้า
 4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่ผู้เรียน คือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะได้รับในส่วนละเอียดหรือคุณลักษณะปลีกย่อยเพียงใด คุณลักษณะบางอย่างที่ไม่จำเป็นก็อาจจะข้ามหรือละเลยไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องนำมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา
 5. ความคิดรวบยอดช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้เพราะสามารถแบ่งแยก วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
- สรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดนั้นมีประโยชน์ต่อผู้เรียน เพราะ ความคิดรวบยอดนั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซ้ำซ้อนของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยในการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ในระดับสูงต่อไปทำได้ดี รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ต่อไป

1.5 วิธีสอนความคิดรวบยอด

ทราเวอร์ส (Travers.1967:142) กล่าวถึงการสอนความคิดรวบยอดว่า ผู้เรียนจะเกิดความคิดรวบยอดอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดมีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้เรียนในการเรียนความคิดรวบยอดคือ ผู้เรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวก และตัวอย่างทางลบ
2. ปัญหาที่มีคุณลักษณะซ้ำ ๆ กัน มักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่คุณลักษณะไม่ซ้ำกัน
3. เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอด ได้ง่ายขึ้นถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน
4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
5. ทักษะในการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะเพิ่มขึ้นตามอายุ
6. ความคิดรวบยอดที่ง่าย ความวิตกกังวลอาจจะช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของการเรียน

7. การเรียนความคิดรวบยอดที่ง่ายขึ้น ถ้าครูแนะจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อมกันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะง่ายขึ้น และสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสื่อสารความคิดรวบยอดให้แก่ตัวเองได้

10. เด็กสามารถเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น ถ้าเด็กรู้จักตัวอย่างของความคิดรวบยอด ทั้งตัวอย่างทางบวก และตัวอย่างทางลบ

11. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น

12. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ ๆ ในขั้นสูงขึ้น จะง่ายขึ้นถ้าเด็กได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

13. ควรสอนความคิดรวบยอดที่สัมพันธ์กันด้วย

14. ควรใช้วิธีการหลาย ๆ อย่างในการสอนความคิดรวบยอดควรให้ผู้เรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดที่ได้รับเข้ากับโครงสร้างของความคิดรวบยอดเดิม

ดี เซคโก (De Cecco.1968 : 402 - 416) ได้เสนอแนะวิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ 9 ขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังของนักเรียนว่า เขาจะต้องแสดงพฤติกรรมอะไรบ้างหลังจากที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นไปแล้ว

2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอน ถ้าความคิดรวบยอดที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะก็พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญ และจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. ใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจเพื่อเป็นสื่อกลางของความคิดรวบยอด

4. เสนอตัวอย่างของความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางบวก) และตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางลบ) ให้แก่ผู้เรียน

5. เสนอตัวอย่างที่ละอันในระยะใกล้เคียงกันหรือต่อเนื่องกันหรือเสนอพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกอันใหม่ แล้วให้นักเรียนบอกว่าใช้ความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นหรือไม่ ถ้านักเรียนบอกได้ แสดงว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดนั้น

7. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยสอนตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบรวมกัน แล้วให้นักเรียนเลือกตัวอย่างที่เป็นความคิดรวบยอดเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนองและได้แรงเสริมในการตอบสนองนั้น

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520:30-31) กล่าวถึงหลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดดังนี้

1. ความคิดรวบยอด เป็นสิ่งที่ไม่สามารถ “ให้” กันได้ จะต้องเกิดจากประสบการณ์และความคิดของตนเอง การสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยการจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียนทุกคน
 2. ความคิดรวบยอด จะต้องเกิดขึ้นเหมือนกับเป็นกระบวนการของการเจริญเติบโต คือ จะมีความหมายมากขึ้น และลึกซึ้งยิ่งขึ้นเรื่อย ๆ จากประสบการณ์หลาย ๆ ชนิด
 3. ความคิดรวบยอด จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้น เมื่อมันมีความสัมพันธ์โดยเป็นส่วนหนึ่งของทั้งหมด
 4. ความคิดรวบยอด จะพัฒนาจากประสบการณ์หลาย ๆ อย่างมากกว่าการสอนซ้ำ ๆ ซาก ๆ ดังนั้นการแก้ปัญหา การค้นพบ และงานประจำหลาย ๆ แบบ จะทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นกว่าทำซ้ำ ๆ ในการเรียนคณิตศาสตร์
 5. ระดับบทเรียนที่จะให้เกิดความคิดรวบยอด ควรจะขึ้นอยู่กับความพร้อม ความสนใจและความสามารถของผู้เรียน ดังนั้น การจัดบทเรียนแต่ละวัน ควรจะคำนึงถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล และความสนใจ จะเห็นว่าเด็กจะเรียนเศษส่วนทางพีชคณิตไม่ได้ดี ถ้าไม่มีภูมิหลังเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ความหมายเกี่ยวกับส่วนร่วม การหารด้วยศูนย์ใช้ไม่ได้ ตลอดจนเอกลักษณ์เกี่ยวกับการคูณเป็นต้น เด็กที่เรียนซ้ำไม่ควรให้เรียนหารากที่3 ก่อนที่จะเรียนหารากที่ 2 และไม่ควรหวังว่านักเรียนสามารถจะถอดสมการกำลังสองได้ก่อนที่จะเรียนการถอดสมการกำลังหนึ่ง
 6. ความคิดรวบยอดควรสร้างขึ้นจากสิ่งแวดล้อมของเขาเองมากกว่าจากครูคนเดียว ดังนั้น บทเรียนคณิตศาสตร์ปกติไม่ควรเป็นเลคเชอร์เท่านั้น แต่ควรจัดเป็นกลุ่มกิจกรรมในการแก้ปัญหามากกว่า
 7. กิริยาท่าทาง การทำด้วยมือ การคิดคำนึง คำพูด ตลอดจนการเขียน นักเรียนจะต้องพยายามดูว่าอะไรจะเกิดขึ้นตลอดเวลาที่มีการกระทำดังกล่าว ต้องตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อหาคำตอบ และต้องขอบตอบคำถามปัญหา ขอบทำผิด ๆ เพื่อค้นหาสิ่งที่ต้องการ
- นาดยา ปิรันธนานนท์(2542:14) กล่าวถึงการที่จะสังเกตว่าบุคคลใดจะเกิดความคิดรวบยอดแล้วจะทราบได้จากการดูว่าเขาเหล่านั้น
1. สามารถบอก ระบุ เรียกชื่อ ความคิดรวบยอดนั้นได้
 2. สามารถคัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่าง ทั้งที่ใช้ตัวอย่างและที่ไม่ใช่ตัวอย่าง

ของความคิดรวบยอดนั้นได้

3. สามารถบอกลักษณะของความคิดรวบยอดนั้นได้

4. สามารถอธิบาย สรุปความหมายของความคิดรวบยอดนั้น จากความรู้ ความเข้าใจ ของตนเอง และด้วยภาษาคำพูดของตนเอง

นวลเพ็ญ วิเชียรโชติ (2523: 2) ได้ให้แนวการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. บอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมแก่ผู้เรียนว่า เมื่อเรียนจบแล้วจะได้อะไร
 2. ครูกำหนด “ลักษณะเด่น” ในจำนวนลักษณะทั้งหมดของความคิดรวบยอดให้นักเรียน นั่นคือ ครูต้องเลือกสอนแต่ “ลักษณะเด่น” เพราะจากการทดลองวิจัยมีผู้พบว่า การบอกลักษณะย่อยทุกลักษณะจะทำให้ผู้เรียนสับสน
 3. ให้นักเรียนอ่านชื่อของความคิดรวบยอดนั้น ๆ
 4. ให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้หลาย ๆ ตัวอย่าง เวลาว่างตัวอย่างให้วางพวกเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบ ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่ถามว่าตัวอย่างที่ให้นั้นใช้หรือไม่ใช้ เมื่อนักเรียนตอบครูต้องบอกทันทีว่าถูกหรือผิด
 5. ให้นักเรียนเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ชนิด เพื่อให้นักเรียนสรุปรวบยอดได้อย่างถูกต้อง
 6. ทดสอบความรู้ ในขั้นนี้ครูจะให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้หลายชนิดอยู่ด้วยกัน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่ใช้เท่านั้น โดยครูจะไม่บอกนักเรียนว่าผิดหรือถูก เป็นการประเมินความรู้
 7. ให้นักเรียนบอกคำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น ๆ
- จากที่ได้กล่าวมาสรุปได้ว่า ขั้นตอนการสอนความคิดรวบยอดคือ
1. บอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
 2. ยกตัวอย่างที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ต้องการสอนทั้งตัวอย่างที่เป็นทางบวก และตัวอย่างที่เป็นทางลบ
 3. ให้นักเรียนลองยกตัวอย่างที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่เรียนนั้น ๆ
 4. ให้นักเรียนสรุปถึงความคิดรวบยอดที่ได้รับ
 5. ทดสอบความรู้

1.6 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด (Misconception) มีผู้ได้ให้ความหมายพอสรุปได้ดังนี้
เพาเวลล์ (ยงยศ พุทธิให้.2543:17; อ้างมาจาก Powell.1983) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่า หมายถึงความเข้าใจผิดอันมีพื้นฐานมาจากการให้ความหมายในสิ่งนั้น ๆ ไม่ถูกต้อง

รอน ฮอซ (ยงยศ พุทธิให้.2543:17 ; อ้างมาจาก Ron Hoz.1983) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่า หมายถึง โครงสร้างของความคิดที่ไม่ถูกต้อง

โสภาพรรณ แสงศัพท์ (2518: 12) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่า หมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523:10-11) ได้อธิบายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดไว้ว่า เป็นการสั่งสมหรือสรุปความคิดที่ผิดพลาดเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ ทำให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่ที่ล่าช้าและไม่บังเกิดผล

ยงยศ พุทธิให้ (2543:17) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่า หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ความเข้าใจผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้จากประสบการณ์และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

จากข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง หรือคลุมเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่างๆ ที่ได้รับการเรียนรู้

1.7 ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

ไพน์ส และ เวสต์ (Pines and West.1983:47-48) ได้แบ่งความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกันดังนี้

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน (Misconception Derived From Conflict Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ

1.1 ระยะของการรับรู้ (Awareness Phase) ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่าง ๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องหุ้มเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหาทำความเข้าใจกับความรู้ใหม่ ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอใจสำหรับเขาอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

1.2 ระยะของการไม่สมดุล(Disequilibrium Phase)

1.3 ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation Phase)

2. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน (Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบการหยั่งรู้ (Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ (New Meaning) หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำ อันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหารโดยทั่วไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่าอาหารของพืชมาจากการที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Misconception Derived From A Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่าง ๆ นี้ เห็นได้ชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่าง ๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบริมชันหรือสารประกอบโรเมติกเหล่านี้ เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริงได้

สรุปได้ว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดแบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกันและสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้

1.8 งานวิจัยเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีผู้วิจัยไว้หลายท่านสรุปได้ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

คาลด์เวล (Caldwell.1977:42) ได้ศึกษาผลกระทบของการสรุปและองค์ประกอบของการตั้งสมมุติฐานเกี่ยวกับความยากในการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนซึ่งประกอบด้วย การแปลความหมายโจทย์และการคำนวณ โดยศึกษาจากนักเรียนในเกรด 4-12 จำนวน 1,500 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาในทางเลขคณิตและพีชคณิตเบื้องต้น และแบบทดสอบทักษะทางการคำนวณซึ่งเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของความยาก 4 ชนิดในโจทย์ปัญหาคือ ความจริงของการสรุป สมมุติฐานโดยสรุป สมมุติฐานที่เป็นจริง กับการยอมรับความแตกต่างของพัฒนาการในลำดับขั้นการเรียนรู้ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในเกรด

สูงแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนในเกรดต่ำ และนักเรียนส่วนใหญ่สอบผ่านแบบสอบทักษะการคำนวณมากกว่าแบบทดสอบโจทย์ปัญหา

เดวิส (Davis.1979:58) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของสาเหตุข้อผิดพลาด พร้อมทั้งวิธีการแก้ไข ผลการวิจัยพบว่าข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส มี 7 อย่าง ได้แก่ การสับสนกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การสรุปประโยคที่แสดงเกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล การใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

เบล และคนอื่น ๆ (Bell et al. 1984:140) พบว่านักเรียนชาวอังกฤษที่มีอายุ 11- 16 ปี ส่วนมากคิดว่า 1.07 ปอนด์ คือ 1 ปอนด์ 7 ออন্ซ์ และความเร็ว 11.9 ไมล์ต่อชั่วโมงคือความเร็ว 11 ไมล์ และ 9 นาทีต่อชั่วโมง และนักเรียนส่วนมากคิดว่า 0.8 คือ เศษหนึ่งส่วนแปด นอกจากนี้ได้ศึกษานักเรียนชาวอังกฤษที่มีอายุ 12 ปี เกี่ยวกับการแก้โจทย์ทศนิยม ตัวอย่าง คำถามเช่น น้ำมันราคาแกลลอนละ 1.33 ปอนด์ ถ้าต้องการเติมน้ำมันเพียง 0.53 แกลลอนจะต้องจ่ายเงินเท่าใด นักเรียนส่วนมากจะตอบว่า ต้องจ่ายเงินเพียง $1.33 \div 0.53$ ซึ่งเท่ากับ 2.51 ปอนด์

บูท และคนอื่น ๆ (Boot et al. 1984:45) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหาข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุระหว่าง 13-15 ปี จำนวน 3,500 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบที่มีชื่อว่า CSMS (Concepts In Secondary Mathematics and Science) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่าง ๆ เช่น การให้ความหมายของตัวอักษร ความสัมพันธ์ของอักษร เครื่องหมาย กฎและสัญลักษณ์ วิธีการที่นักเรียนใช้ในการคำนวณ วิธีการใช้สัญลักษณ์ เป็นต้น

มาร์คชู (Markshoe .1985 : 42-45) ได้ทำการศึกษาเรื่อง “ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในประเทศไทย” กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วยนักเรียนจำนวน 160 คน ที่คัดมาจาก 8 โรงเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการพีชคณิต 19 ข้อ เพื่อศึกษาถึงการกระจายในข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เก่งและอ่อนคณิตศาสตร์ นักเรียนหญิงและนักเรียนชาย และเปรียบเทียบเทียบจำนวนข้อผิดพลาดของนักเรียนจากความแตกต่างของที่ตั้งโรงเรียน โดยวิเคราะห์ข้อผิดพลาดในการปฏิบัติ การประยุกต์ใช้ ความผิดพลาดซึ่งให้ความหมายโดย แครรี่และคณะ (Carry et al.1980) ว่าความผิดพลาดซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนนำกฎที่ทราบมาสร้างรูปแบบที่ผิดในการปฏิบัติการ หรือการที่นัก

เรียนนำกฎไปใช้ผิดรูปแบบ ความผิดพลาดในการประยุกต์ใช้ซึ่งเป็นผลมาจากการที่นักเรียนเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของปัญหาและความผิดพลาดซึ่งเป็นผลมาจากความไม่สมบูรณ์ของการคำนวณ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางด้านการคำนวณน้อย แต่มีความผิดพลาดมากในการประยุกต์ใช้ ความผิดพลาดในเรื่องรูปแบบสำหรับนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างกัน แต่มีความแตกต่างกันในแต่ละโรงเรียน

คาร์เพนเตอร์ และคนอื่น ๆ (Carpenter *et al.* 1987:36) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความผิดพลาดทางความคิดรวบยอดของเลขทศนิยม พบว่าเด็กชาวอเมริกันที่มีอายุ 12 – 16 ปี มีปัญหาเกี่ยวกับการเรียงค่าของทศนิยมจากมากไปหาน้อยหรือจากน้อยไปหามาก ประมาณร้อยละ 50 ของนักเรียนจะตัดจุดทศนิยมออกและคิดว่าทศนิยมนั้นคือ จำนวนเต็ม จึงทำให้การเรียงค่าของทศนิยมผิดพลาด

ชัยและคนอื่น ๆ (Chai *et al.* 1987:62-64) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องซึ่งสร้างโดยปรับปรุงมาจากแบบทดสอบของโครงการในประเทศอังกฤษ ซึ่งมีความคิดรวบยอดของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายและโครงการที่มีชื่อว่ากลวิธีและความผิดพลาดของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และการทดสอบนักเรียนโดยการสัมภาษณ์ นำผลการสอบทั้งสองอย่างของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหาจุดบกพร่องในวิธีการ 6 อย่าง คือ การประเมินตัวอักษร ตัวอักษรที่ไม่มีประโยชน์ ตัวอักษรที่ใช้แทนสิ่งของ ตัวอักษรที่ไม่ทราบความหมาย ตัวอักษรที่ใช้แทนตัวเลข และตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้กลวิธีของเขาเองจะล้มเหลวถ้าพบปัญหาที่ยาก นอกจากนั้นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่เนื่องมาจากการตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในการตีความหมายของตัวอักษรและจากการสัมภาษณ์ทำให้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดรวบยอดหรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ

ทรูแรน (Truran.1987 : 58 - 60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7 - 15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้และนำมาสรุปผลการหาสาเหตุที่ผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้านของคาเซย์ คือ รูปแบบคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาด

ความระมัดระวังและความผิดพลาด ซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไขคือให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมาย ใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยค อ่านข้อข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจปรับระดับและสไตส์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถามและแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหของบทเรียนโดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

บลันโด และคนอื่น ๆ (Blando et al. 1989:47-52) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ การวิเคราะห์และรูปแบบความผิดพลาดเลขคณิต” วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบความผิดพลาดของนักเรียนในการใช้เครื่องหมายทางเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวนกลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐซานฟรานซิสโก โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นสองกลุ่มคือ กลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตอยู่ในเกณฑ์ดี กับกลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตในเกณฑ์ต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับความผิดพลาดในการทำเลขคณิตของนักเรียนจำนวน 3 ฉบับ โดยศึกษาความผิดพลาดของนักเรียนมีหลายรูปแบบ เช่น ผิดพลาดในการบวกก่อนคูณ 67% การคูณแทนการบวก 10% และขาดความระมัดระวังในการคูณ 3 % เป็นต้น

งานวิจัยในประเทศ

ยุพิน กรณ์ทอง (2533: 63-64) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีเรื่องการตีปัญหาโจทย์สมการเกี่ยวกับอายุ อัตราเร็ว ระยะทาง โจทย์สมการเกี่ยวกับอัตราเร็ว อายุ และการแก้สมการในรูปเศษส่วนพหุนาม
2. มีความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการ การตีปัญหาโจทย์สมการ และการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนที่มีขนาดต่างกัน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วนิดา มณีวรรณ (2534: 39 – 41) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากกว่านักเรียนหญิง แต่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนทั้งชายและหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่ มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากกว่านักเรียนที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ยงยศ พุทธิให้.(2543: 71-72) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา เขตป้อมปราบ กรุงเทพฯ ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 100 คน โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยที่แสดงเหตุผลจำนวน 6 ข้อ เป็นเครื่องมือในการสำรวจ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องเซต การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขสมาชิก เพาเวอร์เซต สับเซต เซตที่เท่ากัน คอมพลีเมนต์ ยูเนียนและอินเตอร์เซกชัน ผลต่าง ตามลำดับ

2. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต” ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย กับนักเรียนที่ได้รับการเลี้ยงดูแบบเข้มงวด กวดขัน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ระหว่างนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองระดับต่ำกว่าปริญญาตรี กับนักเรียนที่มีภูมิหลังการศึกษาของผู้ปกครองระดับปริญญาตรีหรือสูงกว่า แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลงานวิจัยที่ได้ศึกษาทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีสาเหตุมาจากการบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม การใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษาอังกฤษ วิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เป็นต้น นักเรียนที่เรียนอ่อนมีความผิดพลาดมากกว่านักเรียนเรียนเก่ง แต่นักเรียนเก่งมีความผิดพลาดทางการประยุกต์ใช้มากกว่าการคำนวณ และคะแนนความคิดรวบยอดมีความ

สัมพันธ์กันในทางบวกกับคะแนนการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนส่วนมากมีความผิดพลาดด้านการตีความหมายโจทย์ ลำดับขั้นในการแก้ปัญหา และเมื่อนักเรียนรับความรู้ในเนื้อหาเรื่องนั้นมากขึ้น ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจะลดลง นักเรียนชายและนักเรียนหญิง รวมทั้งนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูที่แตกต่างกันจะมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดแตกต่างกันในบางเนื้อหา ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดต่างกันก็จะแตกต่างกัน

✧ 2.ทฤษฎี หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวกับเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

2.1 ความหมายของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเทคนิคการสอนแบบระดมความคิดโดยใช้คำที่แตกต่างกันออกไป เช่น เทคนิคการสอนแบบระดมสมอง เทคนิคการสอนแบบแบ่งกลุ่มระดมความคิด เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด การระดมสมอง หรือ การระดมความคิด ผู้วิจัยได้รวบรวมความหมาย และขอใช้คำว่า “เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด” แทนคำเหล่านี้ ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

จริย สุวดี (2534:89) ได้กล่าวถึง ความหมายของการระดมพลังสมองไว้ว่าเป็นวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาของ อเล็ก ออสบอร์น (Alex Osborn) จุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมให้บุคคลที่มีความคิดหลายทิศทาง คิดได้คล่องในช่วงเวลาที่จำกัดโดยการให้บุคคลเป็นกลุ่มคิดแล้วจดรายการความคิดต่าง ๆ ที่คิดไว้โดยไม่คำนึงการประเมินความคิดแต่เน้นที่ปริมาณความคิด และในขั้นสุดท้ายก็เลือกเอาความคิดที่ดีที่สุดมาใช้ในการแก้ปัญหา และจัดลำดับทางเลือก หรือการแก้ปัญหา รอง ๆ ไว้อีกด้วย

บุญชม ศรีสะอาด (2537:64) ได้ให้ความหมายของการสอนโดยการระดมความคิด (Brainstorming) ว่าเป็นการให้ผู้เรียนทุกคนได้แสดงความคิดเห็น ให้ข้อเสนอแนะในการแก้ปัญหาให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้โดยไม่มีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะที่ผู้เรียนเสนอมา นั้น มีการบันทึกความคิดหรือข้อเสนอแนะทั้งหมด

กาญจนา วัฒายุ (2544:161) ได้ให้คำจำกัดความของการสอนแบบระดมพลังสมองว่าเป็นวิธีการสอนที่ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 8-10 คน หรืออย่างมากไม่เกิน 15 คน ครูและนักเรียน

ร่วมกันกำหนดปัญหาสำหรับการระดมพลังความคิด ซึ่งความคิดเห็นไม่มีการตำหนิว่า “ถูก” หรือ “ผิด” และมีการนำเสนอให้กลุ่มใหญ่ในชั้นฟัง

ทองระย้า นัยซิด (2544:12) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสอนแบบระดมความคิดว่า ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ที่หลากหลาย โดยมุ่งให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างมีความสุข สนุกสนาน สามารถสร้างองค์ความรู้เป็นหลักการได้

จากข้างต้นสรุปได้ว่า เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด คือ การเรียนการสอนที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้แบ่งกลุ่มกันและร่วมกันแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาที่พบ โดยครูเป็นผู้คอยจัดบันทึกและให้ข้อเสนอแนะในภายหลัง แล้วเลือกเอาคำตอบที่ดีที่สุด เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 หลักการและขั้นตอนของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

ออสบอน (พวงผกา โกมุติกานนท์ 2544:33; อ้างมาจาก Osborn.1963) ผู้ริเริ่มการระดมความคิด โดยใช้หลักของการระดมความคิดซึ่งให้เกณฑ์ไว้ 4 ประการดังนี้

- 1) ไม่วิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นของสมาชิกที่แสดงออกมาเพราะความคิดสร้างสรรค์อาจหายไป เพราะคิดว่าคนอื่นคงเห็นว่าความคิดของตนไม่สำคัญ และไม่มีคุณค่าจึงทำให้ระงับกระแสดความคิดของตนไว้เสีย
- 2) ให้มีการเสนอความคิดไปเรื่อย ๆ อย่างอิสระยิ่งได้ความกว้างขวางมากเท่าใดยิ่งดีเท่านั้น
- 3) ปริมาณมากเป็นสิ่งที่ต้องการยิ่งมีความคิดหลากหลายเท่าไรศักยภาพในการแก้ปัญหาจะมีมากขึ้นเท่านั้น
- 4) พยายามรวมความคิดที่คล้ายกัน หรือเหมือนกันให้เป็นอันเดียวกัน และพยายามปรับปรุงความคิดบางความคิดให้ดีขึ้น สมาชิกในกลุ่มอาจช่วยแนะนำว่าความคิดนั้นจะดีขึ้นอย่างไร

อารี พันธุ์ณี (2534:89) ได้เสนอหลักเกณฑ์ในการระดมความคิดไว้ดังต่อไปนี้

- 1) ประวิงการตัดสินใจ เมื่อบุคคลเสนอความคิดขึ้นมาจะไม่มีการวิพากษ์วิจารณ์หรือตัดตอนความคิดใด ๆ ทั้งสิ้นไม่ว่าจะเป็นความคิดเห็นว่าดีมีคุณภาพ หรืออาจจะมีประโยชน์น้อยก็ตาม การตัดสินใจจะยังไม่กระทำในตอนเริ่มต้นคิด
- 2) อิสระทางความคิด บุคคลมีอิสระที่จะคิดหาคำตอบ หรือเสนอความคิด ความคิดยิ่งแปลกแตกต่างจากผู้อื่นยิ่งเป็นความคิดที่ดี เพราะความคิดแปลกอาจนำไปสู่ความคิดริเริ่ม

3) ปริมาณความคิด บุคคลยิ่งคิดได้มากได้เร็วยิ่งเป็นที่ต้องการ ส่งเสริมและกระตุ้นให้บุคคลคิดได้มาก ๆ ยิ่งขึ้น

4) การปรุงแต่งความคิด ความคิดที่ได้เสนอไว้ทั้งหมดนำมาประมวลแล้ว พิจารณาตัดสินจัดลำดับความสำคัญของความคิดโดยใช้กฎเกณฑ์กำหนดในเรื่องเวลา บุคคล งบประมาณ ประโยชน์ เป็นต้น

จากข้างต้นสรุปได้ว่า หลักการในการระดมความคิดนั้นควรเปิดโอกาสให้สมาชิก ได้แสดงความคิดอย่างอิสระ ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือตัดสินว่าความคิดใดผิด กระตุ้นให้บุคคลในกลุ่ม ได้แสดงความคิดมาก ๆ แล้วนำมาประมวลปรับปรุงความคิดให้ดียิ่งขึ้นเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

จักรกฤษณ์ สาราญใจ (2543:35-38) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการระดมความคิดในห้องเรียน ไว้ดังนี้

1) อธิบายความหมายของการระดมความคิดให้ผู้เรียนเข้าใจ ให้ทราบว่า การระดมความคิด เป็นวิธีการหาแนวความคิดให้ได้จำนวนมากที่สุด ความคิดที่ได้ทุกความคิดมีคุณค่า อาจมีคำถามนำ หรือให้ทดลองปฏิบัติก่อน ก่อนที่จะเริ่มระดมความคิด

2) แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยเพื่อระดมความคิด ขนาดของกลุ่มประมาณ 3 - 11 คน อาจเป็นหญิงล้วน หรือชายล้วน หรือคละกันก็ได้ จำนวนสมาชิกควรเป็นจำนวนเลขคู่ เพราะจะได้มีเสียงส่วนใหญ่ และหลีกเลี่ยงการมีคะแนนเสียงเท่ากัน

3) เลือกผู้นำกลุ่ม แต่ละกลุ่มย่อยควรมีผู้นำกลุ่มการเสนอปัญหา และคอยประสานงานให้กลุ่มดำเนินกิจกรรมไปตามกระบวนการระดมความคิด

4) เลือกปัญหา ปัญหาที่จะนำมาระดมความคิดควรเป็นปัญหาที่เด็กสนใจ การเลือกปัญหา อาจเริ่มต้นด้วยปัญหาง่าย ๆ ที่หลาย ๆ คนสนใจ การเลือกปัญหาต้องไม่ลืมว่าปัญหานั้นต้องเหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของเด็กประกอบกันไปด้วย

5) กำหนดขอบเขตของปัญหา ควรกำหนดขอบเขตให้แน่นอนทั้งนี้เพื่อให้แน่ใจว่าปัญหานั้นเฉพาะเจาะจงเกินไป และเป็นปัญหาที่ง่ายไม่ซับซ้อน และสิ่งที่ควรคำนึงถึงในการกำหนดขอบเขตของปัญหาก็คือ ปัญหานั้นควรเป็นปัญหาที่มีคำตอบได้หลายทาง

6) เริ่มประชุมระดมความคิด ก่อนอื่นต้องอธิบายปัญหาให้สมาชิกได้เข้าใจปัญหาคืออะไร ขอบเขตแค่ไหน และผู้นำกลุ่มต้องทำความเข้าใจในหลักของการระดมความคิดกับสมาชิก ก่อนแล้วผู้นำจะเริ่มแนะนำว่าปัญหานั้นจะแก้ไขอย่างไร พยายามให้มีการเสนอความคิดโดยทั่วถึง หลังจากนั้นนักเรียนมีทักษะในการระดมความคิดมากขึ้นแล้ว อาจมีการขอให้สมาชิกในกลุ่มเก็บปัญหานั้นไปคิดกัน ต่อมาก็เสนอคำตอบที่เขาคิดไตร่ตรองเองมาแล้ว ซึ่งจะใช้วิธีอื่นๆ ที่แตกต่างออกไปก็ได้

7) ประเมินความคิดที่สมาชิกเสนอ เมื่อเสร็จสิ้นการระดมความคิด ผู้นำอาจมีการจัดเรียงเรียงความคิดเพื่อตัดสินใจเลือกแนวคิดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาในช่วงนี้ ครูจะต้องตัดสินใจว่าจะให้นักเรียนในกลุ่มเสนอความคิด หรือนักเรียนกลุ่มอื่นเป็นผู้ประเมิน ครูมีอิสระอย่างเต็มที่ในการเลือกวิธีการประเมินแนวความคิด เพื่อสะดวกในการประเมินผล ควรจัดเตรียมเกณฑ์ที่จะใช้ในการประเมิน เช่น ความเป็นไปได้ ความยุ่งยากซับซ้อน ความเหมาะสมกับเวลาหรือสถานการณ์ และมีการปรับปรุงให้ดีขึ้น เป็นต้น เกณฑ์ที่ใช้ประเมินต้องเหมาะสมสอดคล้องกับปัญหา ปัญหาแต่ละปัญหาควรมีรายการของเกณฑ์ที่ใช้ประเมินโดยเฉพาะ หรืออาจให้นักเรียนช่วยกันคิดหาเกณฑ์ที่ใช้ประเมินโดยเฉพาะ

คาทีนา (พวงผกา โกมุติกานนท์.2544:35 ;อ้างมาจาก Khatena.1977) ได้กล่าวถึงรูปแบบของการระดมความคิดจะมีขั้นตอนดังนี้

- 1) ผู้ร่วมกิจกรรมจะมานั่งเป็นวงกลม ขนาดของกลุ่มอาจมีประมาณ 10 - 15 คน
- 2) หัวหน้ากลุ่มจะเป็นผู้ยกปัญหา หรือประเด็นขึ้นมา ซึ่งเป็นปัญหาที่สมาชิกจะสามารถหาคำตอบได้หลายแง่มุม
- 3) ผู้ร่วมกิจกรรมจะได้รับการกระตุ้นให้คิดคำตอบออกมาให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้โดยจะไม่มีการตัดสินหรือประเมินว่าความคิดนั้นจะถูกหรือผิด ดีหรือไม่ดี นั่นคือในช่วงนี้จะไม่มีการวิจารณ์ความคิดของผู้อื่นแต่สมาชิกในกลุ่มจะต้องยอมรับทุก ๆ ความคิดของทุกคน
- 4) คำตอบที่สมาชิกตอบจะได้รับการบันทึกไว้บนกระดานดำข้อความที่ได้บันทึกไว้จะเป็นแนวทางให้ผู้อื่นคิดเพิ่มเติมในแนวทาง หรือแนวสีก หรือคิดในแง่อื่นต่อไป
- 5) ดำเนินการประมาณ 15 - 20 นาทีแล้วยุติ ต่อจากนั้นกลุ่มจะช่วยกันจัดหมวดหมู่ของความคิดเป็นกลุ่ม ๆ
- 6) สมาชิกในกลุ่มจะช่วยกันกำหนดเกณฑ์ในการประเมินความคิดที่ได้ เช่น แนวความคิดแต่ละความคิดนั้นช่วยแก้ปัญหา หรือก่อให้เกิดแนวคิดสร้างสรรค์ใหม่ ๆ หรือไม่ในความเป็นจริง แนวคิดนั้นปฏิบัติได้หรือไม่ สามารถจะใช้ได้ในสภาวะปัจจุบัน หรืออนาคตอันใกล้หรือไม่ ความคิดนั้นสอดคล้องหรือเหมาะสมกับสภาพความเป็นอยู่ของสังคมหรือไม่
- 7) สมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อประเมินความคิดที่ได้จากข้อ 3-5 โดยอาศัยเกณฑ์ในข้อ 6 การอภิปรายนี้อาจจะกระทำโดยสมาชิกของกลุ่มอีกกลุ่มหนึ่งซึ่งทำหน้าที่ประเมินโดยตรงก็ได้
- 8) หากการประเมินความคิดกระทำโดยสมาชิกในกลุ่มหนึ่งที่ไม่ใช่ผู้คิดก็จะมีกรรายงานผลการประเมินกลับไปยังกลุ่มสมาชิกที่คิด หากเป็นที่ยอมรับว่าวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว มีคุณค่าอย่างสร้างสรรค์ก็ยุติประเด็นนั้นแล้วมองปัญหาอื่น ๆ ที่ระดมความคิดต่อไป

กาญจนา วัฒนา (2544:161) ได้กล่าวถึงการสอนโดยใช้การระดมพลังสมองว่าเป็น การแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 8-10 คน หรือไม่เกิน 15 คน ครูและนักเรียนร่วมกัน กำหนดปัญหาสำหรับการระดมความคิด การระดมความคิดใช้เวลาสั้น ๆ ประมาณ 10-15 นาที แต่ละกลุ่มมีประธานกลุ่ม เลขานุการกลุ่ม ประธานเป็นผู้ส่งเสริมให้สมาชิกในกลุ่มแสดงความคิดเห็น ซึ่งความคิดเห็นไม่มีการตำหนิว่า “ถูก”หรือ “ผิด” และเลขานุการกลุ่มเป็นผู้มีหน้าที่จดบันทึก โดยไม่คำนึงถึงความสำคัญก่อนหลัง จากนั้นผู้แทนกลุ่มนำมารายงานให้กลุ่มใหญ่ในชั้นเรียนทราบ ผลการระดมความคิด

ทองระย้า นัยชิต (2544:12-15) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้เด็กเกิด โดยใช้การระดมความคิดดังนี้

1. ทบทวนความรู้เดิม

เป็นการทบทวนความรู้ หรือทักษะพื้นฐานหรือเนื้อหาที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ ที่จำเป็น เพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่และเป็นการเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้ากับความรู้ใหม่

2. ขั้นการเรียนรู้

เป็นขั้นที่เรียนรู้เนื้อหาใหม่ นักเรียนแบ่งกลุ่มซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเก่ง ปานกลาง อ่อน โดยนักเรียนช่วยกันระดมความคิด วิเคราะห์ วิวิจารณ์ สร้างทางเลือกอย่างหลากหลาย ประเมิน และเลือกทางเลือก กำหนดและลำดับขั้นตอนการปฏิบัติด้วยความชื่นชม

3. อภิปราย-สรุปหลักการ

4. ฝึกทักษะ

เป็นขั้นฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจให้เกิดทักษะการคิดคำนวณ การแก้โจทย์ปัญหา การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ และเกิดความคงทนในการเรียนรู้ โดยนักเรียนร่วมกันคิด แบบฝึกทักษะต่าง ๆ ทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคล แล้วฝึกปฏิบัติ มีการประเมินผลการปฏิบัติงาน

5. ประเมินผลงานร่วมกัน

เป็นขั้นตรวจสอบผลการเรียนรู้ โดยนักเรียนร่วมกันประเมินตามสภาพที่แท้จริง ตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดร่วมกัน

จากที่ได้กล่าวมาสรุปขั้นตอนการระดมความคิดได้ดังนี้

1. แจ้งให้นักเรียนทราบถึงเป้าหมาย วิธีการระดมความคิดให้เข้าใจตรงกัน
2. แบ่งกลุ่มการระดมความคิดออกเป็นกลุ่มละประมาณ 7 - 10 คนโดยควรแบ่งให้มีจำนวนเป็นเลขคู่เพื่อความเป็นเอกฉันท์
3. หัวหน้ากลุ่มนำประเด็นปัญหาให้สมาชิกร่วมกันอภิปรายหาแนวทางแก้ปัญหา
4. คำตอบที่สมาชิกตอบจะจดบันทึกเอาไว้ ไม่มีการวิจารณ์ความคิดของผู้ร่วมกลุ่ม

5. ดำเนินการประมาณ 10 - 20 นาที เมื่อยุติแล้วในกลุ่มช่วยกันจัดหมวดหมู่ของความคิด
6. สมาชิกในกลุ่มร่วมกันประเมินหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดจากแนวคิดที่กลุ่มได้ร่วมกันเสนอมา
7. ครูให้ข้อเสนอแนะและสรุปความคิดเห็นที่ถูกต้อง

2.3 ข้อดีและข้อจำกัดของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

บุญชม ศรีสะอาด.(2537:64-65) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการสอนโดยการระดมความคิดดังนี้

ข้อดี

1. วิธีนี้ใช้ได้ดีเมื่อผู้สอนต้องการกระตุ้นให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ในประเด็นใดประเด็นหนึ่ง
2. ช่วยให้ได้แนวความคิดที่กว้างขวาง แนวความคิดใหม่ ก่อนที่จะนำมาจัดประเภทและประเมิน
3. ทุกคนมีโอกาสได้พูดแสดงความคิดเห็นอย่างเสรี มีความสบายใจ
4. ช่วยให้ผู้สามารถตัดสินใจหรือแก้ปัญหาได้ดี

ข้อจำกัด

1. อาจใช้เวลามาก และมีความคิดที่ใช้ไม่ได้
2. ผู้ไม่คุ้นเคยกับวิธีนี้จะไม่ค่อยเสนอแนวคิดที่แปลก ๆ ในระยะแรก ๆ

2.4 การเพิ่มประสิทธิภาพของเทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

บุญชม ศรีสะอาด.(2537:65) ได้เสนอแนะเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการสอนโดยการระดมความคิดดังนี้

1. จะต้องให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจว่า ในการระดมความคิดนั้นต้องการให้เสนอความคิดให้มากที่สุด โดยเสนอได้อย่างเสรี ไม่มีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นของคนอื่น การเสนอความคิดที่แปลกเป็นสิ่งที่พึงปรารถนา ความคิดที่เสนอมานั้นอาจเป็นการปรับปรุงแนวความคิดของคนอื่น ๆ ก็ได้
2. ในการระดมความคิดจะต้องดำเนินการไม่ให้มีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของคนอื่น ที่เสนอไปแล้ว ไม่ควรให้มีลักษณะผูกขาดเกินไป และไม่ควบบังคับให้ทุกคนเสนอความคิด

3. ทำการจดบันทึกแนวความคิดทุกอย่างที่ผู้เรียนเสนอมาลงบนกระดานดำ หรือแผ่นกระดาษที่เตรียมไว้ ให้ทุกคนได้มองเห็น และเก็บไว้เพื่อจัดหมวดหมู่ สรุป และประเมินผลต่อไป
4. ควรจัดที่นั่งแบบครึ่งวงกลมเพื่อสะดวกต่อการประเมินผล
5. หลังจากการระดมความคิดแล้ว ควรมีการจัดหมวดหมู่อภิปราย ทบทวน ความคิดทั้งหมดนั้น เพื่อตัดสินใจว่ามีวิธีใดบ้างที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
6. โดยทั่วไปจะให้เสนอความคิดด้วยปากเปล่า แต่ถ้าหากเป็นกลุ่มใหญ่อาจให้ผู้เรียนเขียนใส่กระดาษแล้วรวบรวมไว้

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่าการทำงานที่จะทำให้การสอนโดยใช้เทคนิคการระดมความคิดประสบผลสำเร็จนั้น ครูผู้สอนจะต้องคอยดูแลการทำงานเป็นกลุ่มของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ให้อิสระกับนักเรียนในการแสดงความคิดเห็นในกลุ่มอย่างเสรี ให้เวลากับการระดมความคิดของกลุ่ม

2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับการระดมความคิด

งานวิจัยเกี่ยวกับการระดมความคิด มีผู้วิจัยไว้หลายท่านสรุปได้ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

พานส์ และมิโดส์ (อาร์ รังสินันท์.2526:111;อ้างมาจาก Parnes and Meadeos.1967) ได้ทดลองใช้วิธีระดมความคิดในการหาวิธีแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยให้กลุ่มที่ 1 ใช้วิธีระดมความคิดคือ ให้ทุกคนพูดเท่าที่คิดออกมาไม่ว่าจะเป็นวิธีแก้ปัญหาที่ดี และเกี่ยวข้องให้พูดเท่าที่ความคิดใดผ่านแวบเข้ามาในสมอง กลุ่มที่ 2 ให้เสนอวิธีคิดแก้ปัญหาเฉพาะความคิดที่ดี และมีความสัมพันธ์กับเรื่อง ผลการศึกษาพบว่า ในระยะเวลาแก้ปัญหาเท่ากัน กลุ่มที่ใช้วิธีระดมความคิดแก้ปัญหา มากกว่ากลุ่มที่ต้องออกความคิดเฉพาะความคิดที่ดีและเกี่ยวเนื่องเท่านั้น

ไซโมนิส (สุวิมล ชอบทำกิจ.2522:29;อ้างมาจาก Simonis.1978) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการกระตุ้นให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนระดับปริญญาตรีในมหาวิทยาลัยไอโอวา(IOWA) ซึ่งกำลังเรียนวิทยาศาสตร์โดยครูดำเนินการสอนแบบให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง แบ่งนักศึกษาเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มทดลองใช้การสอนแบบระดมความคิด และฝึกเพื่อพัฒนาความสามารถในด้านการคิดอย่างมีเหตุผล ใช้แบบทดสอบของทอร์เรนซ์ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในกลุ่มควบคุม

เฟอร์กูสัน และอิสราปรีดา(ประสาธ อิศราปรีดา.2518:16-17;อ้างมาจาก Ferguson and Isarapreeda.1975) ได้ศึกษาโดยการประเมินโครงการพิเศษสำหรับเด็กปัญญาเลิศ ในเขตชนบทของรัฐเนบราสกา ในโครงการดังกล่าวจะมีทั้งโปรแกรมพัฒนาความคิดสร้างสรรค์สำหรับเด็กเกรด 3-5 และมีโปรแกรมเตรียมครูเพื่อเข้าร่วมโครงการ กลวิธีที่ใช้ในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะอยู่

ในรูปของการผสมผสานระหว่างวิธีระดมความคิด วิธีซินเนคติกส์ (Synectics) การเสริมแรง รวมถึงการนำเด็กออกไปหาประสบการณ์นอกสถานที่และนำวิทยากรผู้ทรงคุณวุฒิมาบรรยายเพื่อให้เด็กเกิดแนวคิดใหม่ ๆ แปลก ๆ และกว้างไกลหลังจากทำการทดลองกับเด็กดังกล่าว 5 สัปดาห์ ก็ทำการประเมินโครงการ เพื่อดูความก้าวหน้าด้านความคิดสร้างสรรค์ของเด็ก ผลการศึกษาพบว่าคะแนนความคิดสร้างสรรค์ของเด็กได้ก้าวหน้ามากขึ้นกว่าก่อนเริ่มโครงการอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

ศิริอร ไช้ภูพิรัตน์ (2527:50-51) ได้ศึกษารูปแบบการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ โดยมีการฝึกแบบระดมความคิดและแบบฝึกกรายบุคคล กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพุทธจักรวิทยา กรุงเทพมหานคร จำนวน 75 คน แบ่งเป็น กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม กลุ่มละ 25 คน กลุ่มควบคุมใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยไม่มีการฝึกแบบระดมความคิด ส่วนกลุ่มทดลองอีก 2 กลุ่ม ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยมีการฝึกระดมความคิด และฝึกกรายบุคคล ซึ่งทั้งสองกลุ่มจะใช้แบบฝึกความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ชุดเดียวกันผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนวิทยาศาสตร์ด้วยการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ โดยมีการฝึกระดมความคิด และการฝึกกรายบุคคลมีความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์รวมทั้งองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน คือ ความคิดริเริ่ม ความคิดยืดหยุ่น และความคิดคล่องแคล่ว แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และกลุ่มที่มีการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยการฝึกระดมความคิดกับแบบฝึกกรายบุคคลมีความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ รวมทั้งองค์ประกอบ 3 ด้านคือ ความคิดริเริ่ม ความคิดยืดหยุ่น และความคิดคล่องแคล่ว แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

วรวัลย์ อินทรัตน์ (2540:62-63) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการฝึกระดมสมองตามแนวคิดของวิลเลียมส์เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพิพัฒนา กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2540 ที่มีความคิดสร้างสรรค์ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 ลงมา จำนวน 30 คน ซึ่งมาจากการสุ่มอย่างง่าย แล้วสุ่มอย่างง่ายอีกครั้งหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 15 คน โดยให้กลุ่มทดลองใช้โปรแกรมการฝึกความคิดสร้างสรรค์ด้วยวิธีการระดมความคิดตามแนวคิดของวิลเลียมส์ เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ๆ ละ 2 ครั้ง รวม 12 ครั้ง ครั้งละ 40 นาที หลังจบการทดลองให้กลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้น หลังจากได้รับการฝึกระดมความคิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการฝึกระดมความคิดมีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นมากกว่า นักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกระดมความคิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัยพร พงษ์พิสันต์รัตน์ (2544:55) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของวิธีระดมสมองและวิธีชีเนคติคส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดบวรนิเวศ กรุงเทพมหานคร ซึ่งมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์ตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา จำนวน 30 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ 15 คน ด้วยวิธีการจับคู่ กลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการฝึกโดยวิธีระดมสมองและกลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการฝึกโดยวิธีชีเนคติคส์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ภายหลังการใช้วิธีระดมสมอง และนักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ภายหลังการใช้วิธีชีเนคติคส์ และนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยวิธีระดมสมอง และนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยวิธีระดมสมองและวิธีชีเนคติคส์มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกัน

จากผลงานวิจัยที่ได้ศึกษาทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การใช้การระดมความคิดเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาสมองไปสู่ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล และการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

3. เอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ

3.1 เอกสารเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ

นักจิตวิทยาในปัจจุบันให้ความสนใจศึกษาเรื่องความแตกต่างระหว่างเพศอย่างมาก พยายามค้นหาสาเหตุแห่งความแตกต่างเหล่านี้อย่างจริงจังมากขึ้น ซึ่งความแตกต่างระหว่างเพศที่นักจิตวิทยาสนใจศึกษาค้นคว้าอย่างจริงจัง ได้แก่ เชาว์ปัญญา และบุคลิกภาพ ข้อเท็จจริงสำคัญที่สรุปเป็นลักษณะทั่วไปในเรื่องนี้ คือ ความแตกต่างระหว่างเพศจะน้อยกว่าความแตกต่างระหว่างบุคคล การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างเพศจะมีอิทธิพลของพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อมมาเกี่ยวข้อง และประสานสัมพันธ์กันอย่างแน่นแฟ้นจนไม่สามารถจะพิจารณาแยกจากกันได้ อาจสรุปผลการค้นคว้าเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศดังนี้ (เอนกกุล กริแสง.2521:35-37)

1. ระดับเชาว์ปัญญา (General Intelligence) ผลการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศในด้านระดับสติปัญญายังไม่สามารถจะลงข้อยุติโดยเด็ดขาดได้ ผลงานวิจัยบางรายแสดงว่าหญิงฉลาดกว่าชาย แต่บางรายก็ได้ผลที่ตรงกันข้าม ความแตกต่างที่เกิดขึ้นมักจะเป็นผลเนื่องมาจากการทดสอบ ลักษณะของข้อคำถาม อายุของผู้รับการทดสอบ ข้อสอบเชาว์ปัญญาได้พยายามจัดข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับประสบการณ์ที่ต่างกันระหว่างเพศออกไปให้มากที่สุด ผลการวิจัยโดยทั่วไปสรุปว่า ในวัยก่อนเข้าเรียน เด็กหญิงจะทำคะแนนได้สูงกว่า แต่เมื่อถึงระดับมัธยมศึกษา เด็กชายจะทำคะแนนได้สูงกว่าเด็กหญิง

2. ความสามารถทางภาษา (Verbal Ability) เด็กหญิงมีความสามารถทางภาษาสูงกว่าเด็กชาย โดยทั่วไปแล้ว เด็กหญิงจะพูดก่อนเด็กชาย รู้คำศัพท์มากกว่า พูดได้คล่องกว่า หัดอ่านได้เร็วกว่า มักทำคะแนนวิชาหลักภาษาและการเขียนสะกดคำได้ดีกว่า แต่ในด้านการคิดหาเหตุผลทางภาษาและความเข้าใจที่เกี่ยวกับภาษานั้น ผลการวิจัยยังไม่อาจสรุปได้แน่นอน

3. ความสามารถทางคณิตศาสตร์ (Number Ability) ในระยะวัยก่อนเข้าโรงเรียนจะไม่ปรากฏความแตกต่างระหว่างเพศ แต่เมื่อจบชั้นประถมศึกษาแล้วเด็กชายเริ่มมีความสามารถทางเลขคณิตเหนือกว่าเด็กหญิง และจะเพิ่มมากขึ้นตามวัย ทั้งนี้อาจจะเนื่องมาจากความแตกต่างด้านบทบาททางเพศ แต่ยังไม่สามารถจะลงข้อยุติเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ 2 ลักษณะนี้

4. ความสามารถเชิงมิติสัมพันธ์ (Spatial Ability) เพศชายจะมีความสามารถเหนือกว่าเพศหญิงอย่างเห็นได้ชัด นักจิตวิทยาเชิงสรีรวิทยาเชื่อว่า เป็นคุณสมบัติที่มีลักษณะเฉพาะเพศ

5. การแก้ไขปัญหา (Problem Solving) ผลการวิจัยทางด้านนี้มักรวมกับงานค้นคว้าด้านอื่น ๆ เป็นต้นว่า ความคิดริเริ่ม การวิเคราะห์ ปฏิภาณปัญญา เป็นต้น เมื่อกล่าวโดยสรุป เพศชายมีความสามารถเหนือกว่าเพศหญิง มักนิยมทดลองใช้วิธีการใหม่ ๆ รู้จักพิจารณาแยกแยะรายละเอียดต่าง ๆ ส่วนเพศหญิงจะแก้ปัญหาเกี่ยวกับมนุษย์สัมพันธ์ได้ดีกว่าเพศชาย

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (School Achievement) โดยส่วนรวมแล้วเด็กหญิงจะมีผลการเรียนดีกว่าเด็กชาย และที่สังเกตได้เด่นชัดที่สุด คือ ในระดับประถมศึกษา ซึ่งแม้แต่วิชาเลขคณิตและวิชาวิทยาศาสตร์ก็มิได้มีข้อยกเว้น ความแตกต่างระหว่างเพศในเรื่องนี้จะค่อยน้อยลงในชั้นเรียนที่สูงขึ้นไป ผลการเรียนของเด็กหญิงจะค่อนข้างคงที่สม่ำเสมอ มีการเปลี่ยนแปลงน้อย

7. การก้าวร้าว (Aggression) เพศชายมีพฤติกรรมก้าวร้าวมากกว่าหญิงและจะเป็นเช่นนี้ตลอดไปทุกวัย

3.2 งานวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ

งานวิจัยเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศ มีผู้วิจัยไว้หลายท่านสรุปได้ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

อะแนสตาสี (Anastasi.1958:497) ศึกษาเรื่องความแตกต่างระหว่างเพศชายและเพศหญิง ในด้านความสามารถทางคณิตศาสตร์ พบว่า เพศชายมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่าเพศหญิง เพศหญิงมีความสามารถด้านภาษาและความสามารถด้านความจำสูงกว่าเพศชาย

คล้าก (Clark.1961:205) ได้ศึกษาถึงความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างเพศ โดยควบคุมในเรื่องอายุจริง อายุสมอง ต้องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเกรด 3,4 และ 8 ด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างจากนักเรียนชั้นละ 150 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชายหญิงไม่แตกต่างกันในเรื่องเกณฑ์สติปัญญา และทักษะพื้นฐานในการอ่าน การทำเลขคณิต แต่ในเรื่องการใช้ภาษาและการสะกดคำ ปรากฏว่านักเรียนหญิงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนชาย แสดงให้เห็นว่า โดยเฉพาะเรื่องภาษา นักเรียนหญิงมีความสามารถสูงกว่านักเรียนชาย

พาร์สเลย์ (Parsley.1963:210-212) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวิชาต่าง ๆ โดยเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างเพศ และได้กล่าวว่ามีนักการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างเพศไว้ เช่น ลินคอล์นพบว่า นักเรียนหญิงมีความสามารถมากกว่านักเรียนชายในเรื่องการอ่าน การสะกดคำและการเขียน และนักเรียนชายมีความสามารถในวิชาประวัติศาสตร์ เรขาคณิต ภูมิศาสตร์ มากกว่านักเรียนหญิงซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าความแตกต่างระหว่างเพศมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

งานวิจัยในประเทศ

พิตร ทองชั้น (2511:89) ศึกษา นักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายพบว่านักเรียนชายมีความสามารถมากกว่านักเรียนหญิง ในแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน อุปมาอุปไมย มิติสัมพันธ์ และคณิตศาสตร์

วิเชียร เกตุสิงห์ (2512:89) ศึกษา กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนมัธยมศึกษา ผลจากการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชาย กับนักเรียนหญิง ปรากฏว่านักเรียนหญิงได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่าชายในแบบทดสอบวัดความถนัดด้านภาษาไทย และทักษะทางตา ส่วนนักเรียนชายได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่าหญิงในแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน อุปมาอุปไมย และมิติสัมพันธ์ สำหรับแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ และไม่เข้าพวก ได้คะแนนเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

สุนันท์ จันตระ (2526:72) ได้ศึกษาองค์ประกอบบางประการ ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครศรีธรรมราช เมื่อปี พ.ศ. 2526 พบว่า เพศของนักเรียนมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยที่นักเรียนหญิงจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเพศชาย

จากงานวิจัยที่ได้ศึกษาทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เพศมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความถนัดในด้านต่าง ๆ แต่ยังไม่สามารถระบุได้ว่าเพศใดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าหรือเพศใดมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มากกว่ากัน จึงทำให้ผู้วิจัยอยากทราบถึง

ความแตกต่างระหว่างเพศที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

บีเกิล (สมพร ดอกลำเจียก.2529:19 อ้างมาจากBegle.1967) ได้กล่าวถึงข้อสังเกตเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาของที่ประชุมผู้เชี่ยวชาญ การศึกษาด้านคณิตศาสตร์ขององค์การวิทยาศาสตร์ และวัฒนธรรมแห่งสหประชาชาติ ณ เมือง แอมบูร์ก เยอรมัน เมื่อเดือนมกราคม 1966 ไว้ 4 ประการคือ

1. ความคิดรวบยอดที่ทำให้เด็กเข้าใจยากบางประการ แต่จำเป็นต้องนำมาสอน เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาในระดับสูงขึ้นในโอกาสต่อไปโดยทำให้ง่ายขึ้น
2. ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนบางเรื่องในบางครั้งอาจลดลง เมื่อนักเรียนมีอายุมากขึ้น
3. การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บางประการให้แก่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้เวลานานพอสมควร ดังนั้นจึงควรให้นักเรียนเริ่มเรียนในขั้นต้น ๆ ย่อมเป็นการดีกว่าการที่จะให้เริ่มเรียนในขั้นสูง
4. นักเรียนได้รับการวางพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไว้มากเพียงใด ก็จะทำให้มีความสามารถในการเรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้มากเพียงนั้น

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ศรไกร รุ่งรอด.2533:22) ซึ่งวิลสัน (Wilson.1971:643-696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้
 - 1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้ว
 - 1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology)

เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้อย่างน้อย ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ขั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะความคิดรวบยอดเป็นนามธรรมซึ่งประมวลมาจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่าง ๆ ไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow A line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถ ในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา ที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.3 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.4 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.5 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา ที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์

ผสมผสานกัน เพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุด ของการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจความคิดรวบยอด นิยามตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์ อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้อง ให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา อำเภอเมืองฯ จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีระดับผลการเรียน 0 ในรายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 013) จำนวน 40 คน

กลุ่มตัวอย่าง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา อำเภอเมืองฯ จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีระดับผลการเรียน 0 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ซึ่งได้มาจากการคัดเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยคัดเลือกนักเรียนที่มีคะแนนต่ำสุด จำนวน 28 คน เป็นนักเรียนชาย 11 คน และนักเรียนหญิง 17 คน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบอัตนัยวัดความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ ๓ ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์ที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการคิด จำนวน 15 ข้อ
2. แผนการสอนที่ใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดจำนวน 6 แผนการสอน
3. แบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ ๓ ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์จำนวน 30 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แบบทดสอบอัตนัยวัดความคิดรวบยอดที่มิตผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ที่ให้นักเรียนแสดงผลในการคิดมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหา หลักการ ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จากเอกสารตำราต่าง ๆ คู่มือครู แบบเรียน

1.2 ศึกษาหลักสูตร แบบเรียนคณิตศาสตร์ คู่มือครูเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เนื้อหาและพฤติกรรมโดยทำการวิเคราะห์จากเนื้อหา และจุดมุ่งหมายของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (ค013) เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ดังตาราง 1

ตาราง1 วิเคราะห์เนื้อหา และพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

เนื้อหา	พฤติกรรมหลัก	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
1. นิยามของรากที่ n	ความจำ ความเข้าใจ	1. นักเรียนสามารถบอกความหมาย / สัญลักษณ์ของรากที่ n ได้ 2. นักเรียนสามารถหารากที่ n ของจำนวนจริงได้ถูกต้อง
2. สมบัติของรากที่ n	ความจำ ความเข้าใจ	1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่าง ๆ ของรากที่ n ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนนำสมบัติของรากที่ n ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
3. การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์	การนำไปใช้ การวิเคราะห์	1. เมื่อกำหนดปัญหาเกี่ยวกับการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์มาให้ นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง 2. เมื่อนักเรียนเรียนเกี่ยวกับการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์แล้วสามารถสรุปหลักการและวิธีการหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้
4. การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์	การนำไปใช้ การวิเคราะห์	1. เมื่อกำหนดปัญหาเกี่ยวกับการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์มาให้ นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง 2. เมื่อนักเรียนเรียนเกี่ยวกับการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์แล้วสามารถสรุปหลักการและวิธีการหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้

1.4 สร้างแบบทดสอบเพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด ได้ข้อสอบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผลและวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 15 ข้อ

1.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน การตรวจแบบทดสอบอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยเป็นคนตรวจให้คะแนนทีละข้ออย่างต่อเนื่องว่า คำตอบและเหตุผลที่นักเรียนแสดงออกมามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนมีดังตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

ขั้นตอน	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
เติมคำตอบ	(1) นักเรียนเติมคำตอบผิดหรือไม่เติมคำตอบ	0
	(2) นักเรียนเติมคำตอบถูกต้องครบถ้วน	1
แสดงเหตุผล	(1) นักเรียนแสดงเหตุผลผิดหรือไม่เติมเหตุผล	0
	(2) นักเรียนแสดงเหตุผลถูกต้องบางส่วน	1
	(3) นักเรียนแสดงเหตุผลครบถ้วนสมบูรณ์	2
วิธีคิด	(1) นักเรียนแสดงเหตุผลผิดหรือไม่แสดงเหตุผล	0
	(2) นักเรียนแสดงวิธีคิดไม่ละเอียดเท่ากับคำตอบ	1
	(3) นักเรียนแสดงเหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	2

1.6 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านตรวจสอบความถูกต้องและความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุง

2. แผนการสอนที่ใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด
- มีขั้นตอนการสร้างดังนี้
1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และขอบข่ายของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
 2. เลือกเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการทดลอง ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
 3. ศึกษาเทคนิคการสอนแบบระดมความคิดจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง
 4. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดจากเนื้อหาวิชาเพื่อนำไปใช้ในการสร้างแผนการสอน
 5. กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของความคิดรวบยอดที่ต้องการให้เกิดกับ

นักเรียน

6. สร้างแผนการสอนแบบใช้เทคนิคการสอนแบบแบ่งกลุ่มระดมความคิด มีเนื้อหา ดังนี้

แผนการสอนที่ 1	เรื่องราวที่ 2
แผนการสอนที่ 2	เรื่องราวที่ n
แผนการสอนที่ 3	เรื่องสมบัติของรากที่ 2
แผนการสอนที่ 4	เรื่องสมบัติของรากที่ n
แผนการสอนที่ 5	เรื่องการหาผลบวกและผลต่างของ กรณี
แผนการสอนที่ 6	เรื่องการหาผลคูณและผลหารของ กรณี

ซึ่งแต่ละแผนการสอนมีขั้นตอนดังนี้

6.1 ผู้วิจัยแนะนำวิธีการระดมความคิดให้นักเรียนทราบแล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

6.2 แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม ๆ ละ 7 คน โดยการแจกแผ่นกระดาษสีให้นักเรียนคนละ 1 ใบ นักเรียนที่ได้กระดาษสีเดียวกันให้อยู่กลุ่มเดียวกัน

6.3 ให้แต่ละกลุ่มเลือกประธาน เลขานุการกลุ่มและผู้วิจัยอธิบายถึงหน้าที่ของประธานและเลขานุการกลุ่ม

6.4 ผู้วิจัยแจกใบงานให้แต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาคำตอบและวิธีการโดยใช้เวลา 15 นาที

6.5 เมื่อสิ้นสุดการระดมความคิดประธานกลุ่มจะสรุปความคิดเห็นต่าง ๆ และให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลงานกลุ่ม

6.6 ขึ้นสรุป ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันสรุป และผู้วิจัยสรุปความคิดเห็นที่ถูกต้อง

7. นำแผนการสอนที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญทางการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เป็นผู้ตรวจสอบเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

8. ผู้วิจัยทำการปรับปรุงแก้ไขแผนการสอน

3. แบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ วิธีการวัด และประเมินผล จากหนังสือ เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2. ศึกษาหลักสูตร แบบเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ คู่มือครู ใน เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

3. สร้างแบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับ การแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแดงวิทยา เนื้อหา เกี่ยวกับหัวข้อที่เป็นปัญหาของนักเรียน จำนวน 50 ข้อ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปและภาษาสำนวนตลอดจนความถูกต้องเหมาะสมตามหลักการเขียนข้อสอบ

4. นำแบบทดสอบที่สร้างและปรับปรุงแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนสระกระโจมโสภณพิทยา อำเภอดอนเจดีย์ จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 100 คน

5. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อที่ ตอบถูกต้อง และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด

6. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกและปรับปรุงแบบทดสอบ เลือกข้อที่มีความยากตั้งแต่ 0.23-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20-0.64 จำนวน 30 ข้อ

7. นำแบบทดสอบจำนวน 30 ข้อที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนดอนคาวิทยา อำเภออุ้มทอง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ Kuder-Richardson (KR-20) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.7977

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการทดลอง

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน หลังจากที่ได้รับ การแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่มีความคิด

รวบยอดที่ผิดพลาด และใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดในการแก้ไขข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้การทดลองแบบ One group pretest posttest design. (พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540:60)

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง

T₁ แทน การสอบก่อนการทดลอง (Pretest)

X แทน การจัดกระทำหรือการให้ตัวแปรทดลอง (Treatment)

T₂ แทน การสอบหลังการทดลอง (Posttest)

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

หลังจากที่ได้คัดเลือกนักเรียนที่มีคะแนนรวมในวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ต่ำสุด จำนวน 28 คน ได้กลุ่มทดลองแล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามขั้นตอนดังนี้

1. จัดกลุ่มทดลองเป็น 4 กลุ่ม ๆ ละ 7 คน ปฐมนิเทศนักเรียนกลุ่มทดลอง ทั้ง 4 กลุ่ม เพื่อทำความเข้าใจกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียน บทบาทของนักเรียน จุดประสงค์ของการเรียนและวิธีการประเมินผลการเรียน

2. ทำการทดสอบกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบอัตนัยวัดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องรากที่ ๓ ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์

3. นำผลจากการสอบในข้อ 2 ไปสร้างแผนการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดจำนวน 6 แผนการสอน และสร้างแบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองภายหลังที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ

4. ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบปรนัย 30 ข้อ

5. ทำการสอนกลุ่มทดลองโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดตามแผนการสอนที่ได้สร้างไว้เป็นเวลา 8 คาบ ๆ ละ 50 นาที

6. ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) โดยใช้แบบทดสอบปรนัยชุดเดิมเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

7. ตรวจสอบผลการสอบที่ได้ แล้วนำมาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีทางสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

- 1. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยาโดยนำเสนอในรูปความถี่และร้อยละตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
- 2. เปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงโดยใช้ t-test Independent Samples
- 3. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ t-test Dependent Samples

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

- 1. สถิติพื้นฐาน
 - 1.1 คะแนนเฉลี่ย(Mean)
 - 1.2 ความแปรปรวน (Variance)
- 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
 - 2.1 หาค่าความเที่ยงตรงเชิงประจักษ์ (IOC)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
 $\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาทั้งหมด
N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540:130-131)

$$\text{ดัชนีค่าความยาก}(P) \quad p = \frac{R}{N}$$

$$\text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก}(r) \quad r = \frac{R_u - R_e}{\frac{N}{2}}$$

- p คือ ดัชนีค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ
 r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
 R คือ จำนวนผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ
 R_u คือ จำนวนผู้ที่ตอบถูกในข้อนั้นในกลุ่มเก่ง
 R_e คือ จำนวนผู้ที่ตอบถูกในข้อนั้นในกลุ่มอ่อน
 N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.3 ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบปรนัย ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน

(Kuder-Richardson) โดยสูตร K.R. 20 (พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540:125-126)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\}$$

- n คือ จำนวนข้อ
 p คือ สัดส่วนของคนทำถูกในแต่ละข้อ
 q คือ สัดส่วนของคนทำผิดในแต่ละข้อ = 1- p
 s_t² คือ ความแปรปรวนของคะแนนดิบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง

ใช้ t-test Independent Samples (พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540:163)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}}$$

t คือ ค่าวิกฤตที่ใช้ใน t-Distribution

$\bar{x}_1$ คือ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$\bar{x}_2$ คือ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

s_1^2 คือ ค่าความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

s_2^2 คือ ค่าความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

n_1 คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ 1

n_2 คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ 2

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

3.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียน ใช้ t-test Dependent Samples

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540:165)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

D คือ ผลต่างของคะแนนในแต่ละคู่

n คือ จำนวนคู่

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เรื่อง “ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด” ผลการเก็บรวบรวมข้อมูลปรากฏว่าจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 28 คน (คิดเป็น 100%) ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาตอบคำถามสำหรับการวิจัยในบทที่ 3 ดังนั้นสาระของบทนี้จึงประกอบด้วยเรื่องใหญ่ ๆ 3 เรื่องคือ

1. ผลการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียน 0 ในรายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 013) โรงเรียนสวนแตงวิทยา
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง
3. ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียน 0 ในรายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 013) โรงเรียนสวนแตงวิทยา ตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามเนื้อหาและจำนวนนักเรียน เรียงลำดับความผิดพลาดจากมากไปน้อย ดังแสดงในตาราง 3

ตาราง 3 ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ซึ่งประกอบด้วย 6 เรื่อง จำแนกตามเนื้อหาและจำนวนนักเรียน ดังนี้

ลักษณะความคิด รวบยอดที่ผิดพลาด	จำนวนนักเรียนที่มีความ คิดรวบยอดที่ผิดพลาด	ร้อยละ
1. นิยามของรากที่ 2 เช่น นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผล ของการหารากที่สองได้ หรือเขียนค่ารากที่สองไม่ครบ	28	100
2. นิยามของรากที่ n เช่น นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผล ของการหารากที่ n ได้หรือเขียนค่า รากที่ n ได้ไม่ครบหรือหาค่ารากที่ n ไม่ได้	26	92.86
3. การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ n เช่น นักเรียนเขียนแทนสัญลักษณ์ของ รากที่ n ไม่ถูกต้อง	15	53.57
4. การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ เช่น นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการหาผลบวก หรือผลต่างของกรณฑ์	15	53.57
5. สมบัติของรากที่ n เช่น นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติของรากที่ n	10	35.71
6. การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ เช่น นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการหาผลคูณ หรือผลหารของกรณฑ์	9	32.14
7. การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 เช่น นักเรียนเขียนแทนสัญลักษณ์ของ รากที่สองไม่ถูกต้อง	8	28.57
8. สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ เช่น นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติของรากที่ 2	6	21.43

จากตาราง 3 เมื่อพิจารณาจะเห็นว่านักเรียนจะมีความคิดรวบยอดเรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยตามเนื้อหา ดังนี้ นิยามของรากที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ นิยามของรากที่ n คิดเป็นร้อยละ 92.86 การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ n และการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 53.57 สมบัติของรากที่ n คิดเป็นร้อยละ 35.71 การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ คิดเป็น 32.14 การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 28.57 และน้อยที่สุดคือ สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ คิดเป็นร้อยละ 21.43

2. เปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง โดยใช้ Pooled t test (Independent Samples) ปรากฏในตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง

เพศ	$\bar{x}$	n	S^2	t
ชาย	13.27	11	47.618	0.266
หญิง	14.176	17	95.279	

$t_{(.05,26)} = 2.056$

จากตาราง 4 พบว่านักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์แตกต่างจากนักเรียนหญิงอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมุติฐานข้อ 1 ซึ่งแสดงว่า เพศชายและเพศหญิงมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ไม่แตกต่างกัน

2. ศึกษาผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดโดยใช้การทดสอบค่าที (t-test) ปรากฏในตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

	n	$\bar{x}$	ΣD	ΣD^2	t
PRETEST	28	13.85	144	1076	7.721**
POSTTEST	28	19			

$t_{(.01,26)} = 2.479$

จากตาราง 5 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมุติฐานข้อ 2 นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์สูงขึ้น

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมาย

1. เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียน 0 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
2. เพื่อเปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง
3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงแตกต่างกัน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ สูงขึ้น

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา อำเภอเมือง ฯ จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีระดับผลการเรียน 0 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) ซึ่งได้มาจากการคัด

เลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยคัดเลือกนักเรียนที่มีคะแนนต่ำสุด จำนวน 28 คน เป็นนักเรียนชาย 11 คน และนักเรียนหญิง 17 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แบบทดสอบอัตนัยวัดความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์ที่ให้นักเรียนแสดงผลในการคิดจำนวน 15 ข้อ
2. แผนการสอนที่ใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดจำนวน 6 แผน
3. แบบทดสอบปรนัยเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์จำนวน 30 ข้อ

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบอัตนัย เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณ์ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีความคิดรวบยอดที่ผลิตผล จำนวน 28 คน
2. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผลิตผล เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณ์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เป็นเวลา 8 คาบ
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณ์ไปทดสอบกับนักเรียนที่ได้รับการสอนจนครบทุกเนื้อหาแล้ว

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียน 0 ในรายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 013) โรงเรียนสวนแตงวิทยา
2. เปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง
3. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผลิตผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จากการทำแบบทดสอบอัตนัยของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด โดยแยกเป็นเนื้อหาเรียงลำดับจากมากไปน้อยได้ดังนี้ นิยามของรากที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือนิยามของรากที่ n คิดเป็นร้อยละ 92.86 การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ n และการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 53.57 สมบัติของรากที่ n คิดเป็นร้อยละ 35.71 การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ คิดเป็น 32.14 การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 28.57 และน้อยที่สุดคือ สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ คิดเป็นร้อยละ 21.43

2. การเปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง ปรากฏผลดังนี้ นักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์แตกต่างจากนักเรียนหญิงอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

3 การแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ พบว่าจะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดสูงกว่าคะแนนสอบก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

การศึกษาในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงและศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในประเด็นลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดต่าง ๆ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

1.1 จากการศึกษาพบว่านักเรียนมีปัญหาเรื่องนิยามของรากที่ 2 และนิยามของรากที่ n โดยนักเรียนมักจะนำนิยามรากที่ 2 และรากที่ n มาใช้ไม่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนไม่สามารถให้

เหตุผลของการหารากที่ 2 และรากที่ n ได้ หรือนักเรียนเขียนค่ารากได้ไม่ครบ โดยเวลาตอบแบบทดสอบนักเรียนไม่ได้ย้อนคิดถึงนิยามของราก จึงทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในการหาคำตอบซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ทศพร ทักษิมา (2545:55) ที่พบว่านักเรียนจะมีความผิดพลาดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ นิยามหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 32 โดยเฉพาะการนำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ นิยามหรือสูตรไปใช้ และงานวิจัยของโมวัชววิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar, et al. 1987 : 3-14) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเกรด 11 จำนวน 110 คน พบว่าลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิต ซึ่งข้อบกพร่องที่พบข้อหนึ่งคือ ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา และอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม และจากงานวิจัยของ สุริยา รัตนพลที (2545:45 - 47) ที่ได้ศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเบญจมบพิตรถึงความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ ซึ่งได้วิเคราะห์พบว่าสาเหตุของการที่นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเรื่องนี้สาเหตุหนึ่งคือนักเรียนมีความคิดรวบยอดพื้นฐานที่ผิดพลาด สับสนในนิยามและสัญลักษณ์ ดังนั้นผู้สอนจึงควรมีการสอนให้นักเรียนรู้จักใช้กฎ สูตร หรือฝึกการตีความนิยามและให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจถึงรายละเอียดของเรื่องนั้น ๆ มากขึ้น

1.2 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ในประเด็นความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในหัวข้อการเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 และ รากที่ n สังเกตได้จากนักเรียนมักสับสนในการเขียนสัญลักษณ์ เช่น รากที่ 3 ของ 125 จะพบว่านักเรียนจะเขียนสัญลักษณ์แทนว่า $^{125}\sqrt{3}$, $3\sqrt{125}$ หรือ รากที่สองของ 16 นักเรียนจะเขียนสัญลักษณ์แทนว่า $\sqrt[3]{16}$, $2\sqrt{16}$ ถือได้ว่าเป็นการผิดพลาดที่เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทำให้อาจมีผลต่อการเรียนเรื่องต่อ ๆ ไป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบูท และคณะ (Booth et al. 1984:45) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์และหาข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการออกข้อสอบ และข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาของประเทศอังกฤษที่มีอายุประมาณ 13 - 15 ปี จำนวน 3,500 คน ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่าง ๆ เช่น เครื่องหมาย กฎและสัญลักษณ์ วิธี ดังนั้นในการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในด้านการใช้สัญลักษณ์ ครูจึงควรมีการเน้นจุดสำคัญและตรวจสอบความถูกต้องของความคิดรวบยอดที่นักเรียนได้รับในแต่ละครั้งอย่างสม่ำเสมอ และให้นักเรียนได้เขียนสรุปความคิดรวบยอดที่ได้ในแต่ละครั้ง

1.3 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ในประเด็นการหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของกรณฑ์ พบว่า จำนวนนักเรียนที่ไม่สามารถหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ ได้ถูกต้องมีมากกว่าจำนวนนักเรียนที่ไม่สามารถหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ ซึ่งอาจเนื่องมาจากการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์นั้นจะต้องอาศัยความรู้หลายเรื่องเชื่อมโยงกัน เช่น นิยาม ของราก สมบัติต่าง ๆ ของราก สมบัติการแจกแจง และมีหลักการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ ที่เฉพาะ จึงทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในการหาผลบวกและผลต่าง ได้มากกว่าการหาผลคูณ และผลหารของกรณฑ์ ซึ่งประเด็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการหาผลคูณและผลหารของ กรณฑ์ที่พบจากนักเรียนคือ นักเรียนมักจะนำสมบัติของรากที่เป็นความรู้พื้นฐานจำเป็นในการนำมา ใช้ในการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์มาใช้ไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนนำสมบัติมาใช้สลับกัน และ ความผิดพลาดที่พบอีกประการหนึ่งคือนักเรียนคูณและหารจำนวนจริง และเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากการขาดความระมัดระวังของนักเรียนเองหรือเกิดเนื่องจากนักเรียนขาดความรู้พื้น ฐานในเรื่องนี้ โดยครูอาจมองข้ามความรู้พื้นฐานที่จำเป็นจะต้องนำมาใช้เชื่อมโยงให้เหล่านี้นัก นักเรียน ซึ่งจากงานวิจัยของเบลนโดและคณะ (Blando et al.1989:301-308) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการ วิเคราะห์และหาความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิตได้สรุปข้อผิดพลาดที่สำคัญข้อหนึ่งทางการเรียนเลข คณิตว่า นักเรียนมักขาดความระมัดระวังในการคำนวณ และจากข้อสรุปของ ยุพิน พิพิธกุล (2519:23-26) ซึ่งกล่าวว่านักเรียนจะพร้อมที่จะเรียนความรู้ใหม่นั้นต้องอาศัยความรู้เดิมของเขาและ จะต้องอาศัยทั้งความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ของนักเรียน เช่น ถ้านักเรียนมีความเข้าใจผิดพลาดใน เรื่องการหาผลคูณและผลหารของจำนวนจริง และการคูณ การหารเลขยกกำลัง แล้วนักเรียนจะหา ผลคูณและผลหารของกรณฑ์ผิดได้ ในสถานการณ์การเรียนการสอนครูผู้สอนจึงควรมีการทบทวน ความรู้เดิมที่จะเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ จนนักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง เปิดโอกาสให้นัก เรียนได้ซักถามหรือครูมีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ให้นักเรียนได้รู้จักนำความรู้ใหม่กับ ความรู้เดิมใช้ร่วมกันเพื่อเป็นแนวทางไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง

1.4 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ในประเด็นความคิดรวบยอดที่ผิด พลาดในหัวข้อสมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ และสมบัติของรากที่ n ซึ่งสังเกตได้จากนักเรียนมี ความไม่เข้าใจในสมบัติของรากต่าง ๆ เพราะนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบที่เกี่ยวกับสมบัติของ รากได้ถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดเนื่องมาจากนักเรียนจำสมบัติของรากไม่ได้ นักเรียนไม่รอบคอบในการ พิจารณาโจทย์ที่เกี่ยวกับการนำสมบัติมาใช้ได้ไม่ถูกต้อง เช่น $\sqrt[4]{-8} \cdot \sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{16} = 2$ จะเห็นว่า นักเรียนยังมีความสับสนเรื่องสมบัติของรากที่มีลำดับเป็นจำนวนคู่ เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย ของ สุนิสา พงษ์ประยูร (2543:12) ที่ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์สมการ พบลักษณะข้อบกพร่องหนึ่งคือการทำให้นักเรียนมีการจำ

การใช้สมบัติและการประยุกต์ข้อมูลกับสมบัติบทพร่องจึงทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและส่งผลถึงการเชื่อมโยงความรู้ในเรื่องต่อ ๆ ไป ดังนั้นจะเห็นว่าถ้านักเรียนจำสมบัติไม่ได้หรือไม่สามารถนำสมบัติมาใช้ในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนก็จะไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์ต่าง ๆ ได้ ครูจึงควรมีการจัดกิจกรรมให้เหมาะสม และส่งเสริมให้นักเรียนได้รู้จักนำสมบัติต่าง ๆ ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมุติฐานข้อ 1 กล่าวคือ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงไม่แตกต่างกัน ซึ่งอาจเนื่องมาจากการเรียนเรื่องนี้ต้องใช้ความคิดรวบยอดและทักษะหลายด้านประกอบกัน ทั้งด้านความรู้ความจำคือ นักเรียนจะต้องจำนิยามและสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับรากได้ มีทักษะการคิดคำนวณ คือ นักเรียนจะต้องมีความทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณเลขที่ถูกต้องมีความสามารถในการนำไปใช้ คือการที่นักเรียนจะต้องสามารถที่จะนำนิยามและสมบัติต่าง ๆ ของรากไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา และประกอบกับการที่นักเรียนไม่ได้เอาใจใส่ตรวจสอบความคิดรวบยอดที่ตนได้รับตั้งแต่ครั้งแรกของการเรียนรู้จึงทำให้เพศไม่ส่งผลต่อความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วนิตา มณีวรรณ (2534:39-41) ที่พบว่านักเรียนเพศใดก็ตามถ้าไม่ได้รับการเอาใจใส่หรือคอยตรวจสอบความคิดรวบยอดที่ได้รับจากการเรียนรู้แต่ละครั้งจากครูผู้สอนและตนเองว่าถูกต้องหรือไม่นั้น เพศก็ไม่มีความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่ได้รับ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิดสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับสมมุติฐานข้อ 2 ซึ่งมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้เกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องและประกอบกับการที่ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมระหว่างที่นักเรียนร่วมกันระดมความคิดพบว่านักเรียนมีความสนใจ กระตือรือร้น และตั้งใจในการทำกิจกรรมในแต่ละครั้ง บรรยากาศการทำกิจกรรมเป็นไปด้วยดี สนุกสนานเป็นกันเองโดยมีประธานกลุ่มเป็นผู้คอยควบคุมในการดำเนินการทำกิจกรรม ซึ่งในการที่นักเรียนแต่ละคนได้คิดและแสดงความคิดเห็นออกมาโดยที่ไม่ถูกวิพากษ์วิจารณ์ทำให้นักเรียนแต่ละคนมีความเชื่อมั่นและพยายามแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างต่อเนื่องส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ รัตนา ตรีกลาง (2537:66) ที่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น

เป็นโดยการเรียนเป็นกลุ่มละกัน 5-6 คนและการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มที่เรียนเป็นคณะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า และจากงานวิจัยของ รจนา รัตนนิคม (2544:30-31) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ศึกษาค้นคว้าความรู้ร่วมกันจากสถานการณ์ที่กำหนด มีการช่วยเหลือกันในกลุ่ม แสดงความคิดเห็น อภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้ผลการทำกิจกรรมของผู้เรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ดังนั้นการเลือกใช้เทคนิคการสอนจึงเป็นสิ่งที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูควรทำการทดสอบวัดความคิดรวบยอดของนักเรียนหลังจากที่นักเรียนได้เรียนจบแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อที่ครูจะได้ทราบว่านักเรียนคนใดควรได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเรื่องใดเพราะการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องต่อไปจะต้องมีการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเดิมกับความคิดรวบยอดใหม่ ถ้าความคิดรวบยอดเดิมไม่ถูกต้องจะทำให้มีผลต่อการเรียนความคิดรวบยอดในเรื่องถัดไปได้
2. ครูควรพิจารณาเลือกใช้วิธีการสอนหรือเทคนิคการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอย่างระมัดระวังและเหมาะสม
3. ครูควรเน้นกิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติร่วมกัน เพื่อเป็นการให้นักเรียนได้เสนอความคิดของตนเองเป็นการตรวจสอบว่านักเรียนมีความคิดที่ถูกต้องตรงกันหรือไม่ในเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ใหม่

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรทำการศึกษาเรื่องเดียวกันนี้กับประชากรกลุ่มอื่น ๆ เพื่อจะได้เปรียบเทียบผลการวิจัยว่าแตกต่างกันหรือไม่
2. ควรทำการศึกษาความคิดรวบยอดโดยใช้เครื่องมือชนิดอื่น ๆ ตามพระราชบัญญัติการศึกษาฉบับใหม่ เช่น ให้นักเรียนประเมินตนเอง การศึกษาเป็นรายกรณี
3. ควรทำการศึกษาในเรื่องอื่น ๆ ว่านักเรียนเกิดความคิดรวบยอดผิดได้อีกบ้างหรือไม่
4. ควรมีการเลือกเทคนิคการสอนแบบอื่น ๆ เพื่อแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ✓ กาญจนา วัฒายุ.(2544).การวิจัยในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน.กรุงเทพฯ :
สถาบันพัฒนาผู้บริหารการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.
- ✓ จรรย์ สุวดี.(2534).กล้าคิดกล้าเผชิญ.กรุงเทพฯ:ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.
- ✓ จักรกฤษณ์ ลำราญใจ.(2543,ธันวาคม).”การเรียนเชิงสร้างสรรค์:การระดมพลังสมอง,”ครูปริทัศน์.
6(12):35-38
- จำนง พรายแยมแซ.(2516).เทคนิคและวิธีสอนวิทยาศาสตร์.กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ชม ภูมิภาค.(2528).เทคโนโลยีทางการสอนและการศึกษา.กรุงเทพฯ: ประสานมิตร.
- ✓ ชัยพร พงษ์พิสันต์รัตน์.(2544).การเปรียบเทียบผลของวิธีระดมสมองและวิธีซีเนดติกส์ที่มีต่อความ
คิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดบวรนิเวศ กรุงเทพมหานคร.
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(จิตวิทยาการแนะแนว).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ดารณี คำแหง.(2533).การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 5.วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(การศึกษาคณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทศพร ทักขิมา.(2545).การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ:บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ✓ ทองระย้า นัยชิด.(2544).ร่วมปฏิรูปการเรียนรู้กับครูต้นแบบ.กรุงเทพฯ:ดับบลิว.เจ. พร็อพเพอร์ตี้.
ธวัชชัย ชัยจิรญากุล.(2520).การสอนความคิดรวบยอดและหลักการ.กรุงเทพฯ:เจริญวิทย์
การ พิมพ์.
- นวลเพ็ญ วิเชียรโชติ.(2523).”วิธีสอนวิธีสร้างสักับในวิชาสังคมศึกษา”ในเอกสารประกอบการ
สัมมนาอาจารย์ผู้สอนวิชาการสอนสังคมศึกษาในระดับมัธยมศึกษา.มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- นาดยา ปลัณธนานนท์.(2542).การเรียนรู้ความคิดรวบยอด.กรุงเทพฯ:สำนักพิมพ์ แม็ค จำกัด.
- นันทนา ศิริพละ.(2512).การศึกษาเกี่ยวกับการสอนวิทยาศาสตร์ในระดับประถมศึกษาตอนปลาย
ในโรงเรียนเทศบาล จังหวัดพระนคร ปีการศึกษา 2511.ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา) .กรุงเทพฯ:วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด.(2537).การพัฒนาการสอน.กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น .

- บุญล้อม ไชยสิงห์.(2530).การเปรียบเทียบวิธีสอนแบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้าน
มโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.ปริญญาโท กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- บุญเสริม ฤทธาภิรมย์.(2523,31 กุมภาพันธ์).”การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด”. ประชา
ศึกษา:6-17
- ประสาธ อิศรปรีดา.(2518).ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้.กรุงเทพฯ:จินตทัศน์การพิมพ์.
- ✓ พวงผกา โกมุติกานนท์.(2544). การเปรียบเทียบผลของการระดมพลังสมองและเทคนิคการคิด
แบบหวนทบทวนที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน
ชุมทางดลิ่งชัน เขตดลิ่งชัน กรุงเทพมหานคร.ปริญญาโท กศ.ม.(จิตวิทยาการ
ศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษาพลเดช.(2517). “คณิตศาสตร์ตอนที่ 3,”ใน วิธีสอน
คณิตศาสตร์.กรุงเทพฯ:โรงพิมพ์คุรุสภา.หน้า27.
- พรรณทิพย์ ม้ามณี.(2520).การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา.กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์
คุรุสภา.
- พรรณิ ช.เจนจิต.(2528).จิตวิทยาการเรียนการสอน.พิมพ์ครั้งที่ 3.กรุงเทพฯ:อมรินทร์การพิมพ์.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์.(2540).วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.พิมพ์ครั้งที่ 7.
กรุงเทพฯ:สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร.
- พิตร ทองชั้น.(2511).สมรรถภาพสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความสามารถทางศิลปะของ
นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย.ปริญญาโท กศ.ม.กรุงเทพฯ:มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- พีระพล ศิริวงศ์.(2525).การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนรู้และความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 จาก
การสอนที่ให้อย่างแตกต่างกันสองแบบ.ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.
- เมธี ลิ้มอักษร.(2520).แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์.สงขลา:ภาควิชาคณิตศาสตร์.
คณะวิทยาศาสตร์.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยงยศ พุทธิให้.(2543).การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต” ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา.กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.

- ยุพิน กรณ์ทอง.(2533).การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์ ศศ.ม.(ศึกษาศาสตร์-การสอน).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย เกษตรศาสตร์.ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล.(2519).การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.กรุงเทพฯ:ภาควิชามัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เยาวลักษณ์ สมवास.(2545).ผลการสอนซ่อมเสริมโดยใช้คอมพิวเตอร์มัลติมีเดียเรื่องสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- รจนา รัตนนิคม.(2544).การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด.ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- รุ่งโรจน์ แก้วอุไร.(2540,กันยายน-ธันวาคม).”เทคโนโลยีสารสนเทศและแนวโน้มของเทคโนโลยี การศึกษา,”ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.2(2):5.
- รัตนา ตริกลาง.(2537).การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยการเรียนรู้เป็นคณะและการเรียนรู้เป็นกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้น.วิทยานิพนธ์ ศบ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.ถ่ายเอกสาร
- วนิดา มณีวรรณ.(2534).มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่ม 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร.ปรินูญานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วรวลัย อินทรรัตน์.(2540).ผลของการฝึกกระดมพลังสมองตามแนวคิดของวิลเลียมส์เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพิพัฒนา กรุงเทพมหานคร.ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(จิตวิทยาการศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- วิเชียร เกตุสิงห์.(2512).การเปรียบเทียบความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ของแบบทดสอบวัดความถนัดที่ยังไม่ได้วิเคราะห์ กับที่วิเคราะห์แล้ว ที่มีต่อวิชาต่าง ๆ ในกลุ่มตัวอย่างนักเรียนมัธยมแบบประสม.ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(วัดผลการศึกษา).กรุงเทพฯ: วิทยาลัยวิชาการ ศึกษา ประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.

- วัลลภา ธารีรัตน์.(2528,ตุลาคม)."สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร,"
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.9(1):57-69.
- ศรไกร รุ่งรอด.(2533).การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือ
ต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ
STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท.ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ.บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .ถ่ายเอกสาร.
- ✓ศิริอร ไช้ภูพิรัตน์.(2527).การศึกษารูปแบบการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยมีการฝึกแบบการ
ระดมพลังสมองและแบบฝึกหัดรายบุคคล.ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย .มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .ถ่ายเอกสาร.
- สมพร ดอกลำเจียก.(2529).การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และ
ทัศนคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนเรื่องการ
หาร โดยวิธีสอนของ สสวท. กับวิธีสอนของวรรณ.ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา)
ศึกษา) .กรุงเทพฯ:มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ✓สุวิมล ขอบทำกิจ.(2522).ความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติเชิงวิทยาศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเขตการศึกษา 2.วิทยานิพนธ์ ค.ม.(การศึกษา
วิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.ถ่ายเอกสาร.
- สุชา จันทน์เอม.(2531).จิตวิทยาการศึกษา.กรุงเทพฯ:โรงพิมพ์จรัสสินทวงศ์.
- สุนิษา พงษ์ประยูร.(2543).การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 .สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ จันทร.(2526).องค์ประกอบของประชากรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดนครศรีธรรมราช.วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.
(ศึกษาศาสตร์-การสอน.กรุงเทพฯ:มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.ถ่ายเอกสาร.
- สุนน อมรวิวัฒน์.(2514)."การสอนสังคมศึกษา"ในเอกสารทางวิชาการ.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
ถ่ายเอกสาร.
- สุรัชย์ ขวัญเมือง.(2522).วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา.กรุงเทพฯ:
เทพนิมิตการพิมพ์.
- สุรียา รัตนพลที.(2545).ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง "วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ
จัดหมู่"ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเบญจมบพิตร.สารนิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.

- โสภภาพรรณ แสดงศัพท์.(2518) .การสำรวจความรู้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากแบบเรียน
วิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.ปริญญานิพนธ์ ค.ม.(การศึกษาวิทยาศาสตร์).
กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .ถ่ายเอกสาร.
- อรพรรณ ต้นบรรจง.(2529).ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.กรุงเทพฯ:คณะศึกษา
ศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว.(2524) .การเปรียบเทียบมโนทัศน์ขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อ
การสอนและการบรรยายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 . ปริญญานิพนธ์ ค.ม.
(การศึกษาคณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
ถ่ายเอกสาร.
- อาคม จันทสุนทร.(2522,4สิงหาคม).”ความคิดรวบยอดและหลักการ,”ในครูปริทัศน์ หน้า 47-50.
- ✓อารี พันธุ์มณี.(2534).ความคิดสร้างสรรค์.กรุงเทพฯ:ม.ป.พ.
- ✓อารี รังสินันท์.(2526).ความคิดสร้างสรรค์.กรุงเทพฯ:ภาควิชาการแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อุทุมพร ทองอุไทย.(2510).การเปรียบเทียบความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของนักเรียน
ไทยในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 6 จังหวัดพระนครศรีอยุธยา.ปริญญานิพนธ์ ค.ม.
(ประถมศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.ถ่ายเอกสาร.
- เอนกกุล กรี่แสง.(2521).จิตวิทยาที่เกี่ยวกับการศึกษา.พิษณุโลก:มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Anastasi. (1958) . *Differential Psychology*.3rd ed. New York : The Macmillan Company.
- Begle , E.G. (1967) .”Goal for the Primary School Mathematics,”*Mathematics Reform in the
Primary School ”* . P 46.
- Bell,A. , Fishchbein ,E . & Greer , B. (1984, 15 February). “ Choice of operation in
Verbal Arithmetic Problems: The Effects of Number Size: Problem
Structure and Context,”*Educational Studies in Mathematics*.P 129-147.
- Bell,F.H. (1981) .*Teaching and Learning mathematics*. Dubuque , Iowa : Wm.C.Brown
Company Publishers.
- Blando,J. A.et al. (1989,20 May) “ Analyzing and Modeling Arithmetic Errors,”*Journal for
Research in Mathematics Education*. p301-308.
- Booth,L.R. et al. (1984) . *A Study of Thinking*. New York : John Wiley and Sons.
- Bruner, J.S. , Goodnow , Jacqueline J. & Austin , George A.(1957). *A Study of Thinking*.
New York : John Wiley and Sons.

- Caldwell, J.H. (1977 February). "The Effects of Abstract and Hypothetical Factors On Word problem Difficulty in School Mathematics," *Dissertation Abstracts International*. 1-3 : 189-198.
- Carpenter, T.P. et al. (1987, April). "Decimals : Results and Implications from National Assessment," *Arithmetic Teacher*. 28:34 -37.
- Chai, C.M. & Ang, B.H. (1987, June). "Identifying the Reasons Underlying Pupils Particular Errors in Simple Algebraic Expressions and Equation" *Proceedings Of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*. 1-3:189-198
- Clark, Willis W. (1961, February). "Boys and Girls : Are there Significant Ability and Achievement Difference?," *The Journal of Education Research*. 54:205.
- Davis, R.B. (1979). "Error Analysis in High School Mathematics," *Annual Meeting of the American Education Research Association*. 8-12:17-18.
- De Cecco, J.P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction Education Psychology*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall.
- Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw-Hill Book Company.
- Guilford, J.P. (1952). *General Psychology*. New Jersey : Nostrand Company.
- Markshoe, P. (1985, February). "Error in Problem Solving in Ninth-Grade Mathematics," *Dissertation Abstracts International*. 47:455-A
- McDonald, F.J. (1959). *Education Psychology*. San Francisco : Wadsworth Publishing.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987, January). "Analyzing and Modelling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 18:3-14.
- Parsley, Kenneth M. (1963, December). "Are There Really Sex Differences in Achievement," *The Journal of Education Research*. 57:210-212.

- Pines,A.I. and West , L.H.T.(1983). " A Framework For Conceptual Change special Reference To Misconceptions,"*Proceedings of The International Seminar Misconceptions In Science and Mathematics*.New York : Cornell University. p 47-55.
- Russell,D.H.(1965). *Children'sThinking*. Boston : Ginne and Company.
- Travers.(1967).*Essential of Learning : An overview for students of Education*. London : Macmillan.560P.
- Truan,K.M.(1987,June). " Error Analysis as a Remedial Teaching Technique,"*Proceeding of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*. 1-3 : 92-96.
- Wilson , James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics, " *In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning* . p 643-696. Ed. By Benjamin S. Bloom .New York : McGraw-Hill Book.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตารางดัชนีค่าความยาก (P) ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_h) ของ
คูเตอร์-ริชาร์ดสัน ของ แบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้
รับการแก้ไขความผิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริง
และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

ตาราง 6 ดัชนีค่าความยาก (P) ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของ
คูเดอร์-ริชาร์ดสัน ของ แบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจาก
ที่ได้รับการแก้ไขความผิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบ
จำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

ข้อ	P	r	ข้อ	P	r
1	0.42	0.26	16	0.33	0.20
2	0.73	0.22	17	0.64	0.52
3	0.45	0.30	18	0.57	0.58
4	0.73	0.22	19	0.66	0.60
5	0.80	0.20	20	0.72	0.52
6	0.40	0.36	21	0.46	0.56
7	0.60	0.28	22	0.35	0.50
8	0.79	0.22	23	0.44	0.64
9	0.58	0.32	24	0.45	0.46
10	0.36	0.24	25	0.47	0.22
11	0.50	0.40	26	0.33	0.30
12	0.63	0.46	27	0.62	0.40
13	0.23	0.30	28	0.50	0.44
14	0.52	0.44	29	0.54	0.36
15	0.59	0.50	30	0.34	0.20

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) = 0.7977

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\}$$

แทนค่าในสูตรจะได้

$$r_{tt} = \frac{100}{99} \left\{ 1 - \frac{6.7421}{32.06818} \right\}$$

$$r_{tt} = 0.7977$$

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนชายที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
2. ตารางคะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนหญิงที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
3. ตารางคะแนนการสอบข้อสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ก่อนและหลังที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการระดมความคิด

ตาราง 7 คะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนชายที่มีความคิดรวบยอด
ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

นักเรียนชายคนที่	คะแนนที่ได้ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)
1	12
2	12
3	11
4	25
5	1
6	12
7	23
8	6
9	15
10	11
11	18

ตาราง 8 คะแนนการสอบข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ ของนักเรียนหญิงที่มีความคิดรวบยอด
ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณ์

นักเรียนหญิงคนที่	คะแนนที่ได้ (คะแนนเต็ม45คะแนน)
1	3
2	1
3	21
4	15
5	22
6	14
7	23
8	4
9	25
10	2
11	18
12	3
13	26
14	1
15	23
16	26
17	14

ตาราง 9 คะแนนการสอบข้อสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ก่อนและหลังที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด(คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียน คนที่	คะแนน หลังสอน	คะแนน ก่อนสอน	ΣD	นักเรียน คนที่	คะแนน หลังสอน	คะแนน ก่อนสอน	ΣD
1	23	15	8	15	25	14	11
2	20	16	4	16	13	10	3
3	10	7	3	17	25	21	4
4	14	10	4	18	12	11	1
5	10	9	1	19	22	18	4
6	28	17	11	20	29	24	5
7	29	24	5	21	11	7	4
8	22	18	4	22	17	13	4
9	23	17	6	23	9	8	1
10	24	15	9	24	17	6	11
11	19	7	12	25	16	15	1
12	12	8	4	26	28	23	5
13	21	12	9	27	26	17	9
14	11	11	0	28	16	15	1

ภาคผนวก ค

1. แบบทดสอบอัตนัยวัดความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จำนวน 15 ข้อ
2. แบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนภายหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผลิตโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์
เรื่อง รากที่ ๓ ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
ข้อสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ เวลา 90 นาที

หลักเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนน มีดังนี้

คำตอบถูกต้องครบถ้วนให้	1 คะแนน
แสดงเหตุผลและวิธีคิดถูกต้องบางส่วน	1 คะแนน
แสดงเหตุผลและวิธีคิดถูกต้องครบถ้วน	2 คะแนน

คำชี้แจง โปรดเติมคำตอบลงในช่องว่างพร้อมทั้งแสดงเหตุผลว่าคำตอบของนักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร หรือแสดงวิธีทำตามความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

ตัวอย่าง

แสดงคำถามและคำตอบของนักเรียนพร้อมเหตุผล

จงหาค่าของ $\frac{\sqrt{5}\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

ตอบ

$\sqrt{15}$

วิธีทำ

ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

จะได้ $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{30}$

และถ้า x และ $y \geq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$

ดังนั้น $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{30}{2}} = \sqrt{15}$

แบบทดสอบ

1. รากที่สองของสิบหก เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....
 และมีค่าเท่ากับ.....และเนื่องจาก.....

2. รากที่สามของหนึ่งร้อยยี่สิบห้า เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....
 และมีค่าเท่ากับ.....เนื่องจาก.....

3. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\sqrt[3]{-64}$

วิธีทำ ถ้า n เป็นจำนวนคี่ และ $x < 0$ แล้ว รากที่ n ของ x คือ $-\sqrt[n]{x}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \sqrt[3]{-64} &= \sqrt[3]{(-\dots\dots\dots)} \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

4. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\sqrt{8y^2}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \sqrt{8y^2} &= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot y \cdot y} \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

5. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย $\sqrt{\frac{9x^3}{3x}}$

วิธีทำ ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$ และ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{\frac{9x^3}{3x}} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

6. จงทำให้ส่วนไม่ติดกรณฑ์ $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{15}}$

วิธีทำ ถ้า x และ $y \geq 0$ แล้ว

$$\text{ดังนั้น } \frac{\sqrt{55}}{\sqrt{15}} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

7. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}$

วิธีทำ ถ้า x และ $y \geq 0$ แล้ว

$$\sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

8. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $2\sqrt{3}(\sqrt{6} - 3\sqrt{3})$

วิธีทำ ถ้า $a(x+y) = ax + ay$

$$\text{ดังนั้น } 2\sqrt{3}(\sqrt{6} - 3\sqrt{3}) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

9. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

วิธีทำ ถ้า $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

$$\text{ดังนั้น } (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

10. จงหาค่าของ $3\sqrt{7} + \sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

วิธีทำ ถ้า $ax+bx+cx = (a+b+c)x$

$$\text{ดังนั้น } 3\sqrt{7} + \sqrt{7} - 2\sqrt{7} = (\dots\dots\dots) \dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

11. จงหาค่าของ $\sqrt{45} + \sqrt{12}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt{45} = \dots\dots\dots$ และ $\sqrt{12} = \dots\dots\dots$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{45} + \sqrt{12} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

12. จงหาค่าของ $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54}$

วิธีทำ เนื่องจาก $\sqrt[3]{16} = \dots\dots\dots$ และ $\sqrt[3]{54} = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} &= \dots\dots\dots + 2\sqrt[3]{2} - \dots\dots\dots \\ &= (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

13. จงหาค่าของ $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{5}$

วิธีทำ ถ้า x และ $y \geq 0$ แล้ว $\dots\dots\dots$ และ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{5} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

14. จงหาค่าของ $\frac{\sqrt[4]{a^8}}{\sqrt[4]{a^2}}$

วิธีทำ จากทฤษฎีบทที่กล่าวว่า $\dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{\sqrt[4]{a^8}}{\sqrt[4]{a^2}} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

15. จงหาค่าของ $\sqrt[3]{3a^2} \cdot \sqrt[3]{9a^4}$

วิธีทำ จากทฤษฎีบทที่กล่าวว่า $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \sqrt[3]{3a^2} \cdot \sqrt[3]{9a^4} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

แบบทดสอบปรนัยวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที
2. ให้นักเรียนอ่านคำถามให้เข้าใจแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในกระดาษคำตอบดังตัวอย่าง (0) ข้อใดถูกต้อง

ก. $\sqrt{10} = 1\sqrt{5}$

ข. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{30} = 3\sqrt{5}$

ง. $\sqrt{40} = 4\sqrt{5}$

ข้อนี้คำตอบที่ถูกต้องคือข้อ ข ดังนั้นจึงทำเครื่องหมาย x ในช่องที่ตรงกับข้อ ข

ข้อ	ก	ข	ค	ง
(0)		X		

3. ถ้านักเรียนทำเครื่องหมายผิดหรือต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ เช่น ต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข เป็นข้อ ก ให้นักเรียนทำเครื่องหมายดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
(0)	X	X		

4. ห้ามนักเรียนขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงบนแบบทดสอบโดยเด็ดขาด และคืนแบบทดสอบและกระดาษคำตอบเมื่อหมดเวลา
5. หากนักเรียนต้องการทดเลขให้ทำบนพื้นที่ว่างด้านหลังกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดหมายถึง $\sqrt[3]{2}$

- ก. ค่าหลักของรากที่สองของสาม
- ข. กรณฑ์ที่สองของสาม
- ค. รากที่สามที่เป็นบวกของสอง
- ง. รากที่สามของสอง

2. รากที่สองของ 25 คือจำนวนในข้อใด

- ก. 5
- ข. -5
- ค. ± 5
- ง. ± 625

3. $-\frac{1}{3}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด

- ก. $\frac{1}{9}$
- ข. $\frac{1}{6}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. 2 เป็นรากที่สี่ของจำนวนในข้อใด

- ก. $\sqrt{2}$
- ข. $\sqrt[4]{2}$
- ค. 8
- ง. 16

5. -5 เป็นค่ารากที่สามของจำนวนในข้อใด

- ก. 125
- ข. 15
- ค. -15
- ง. -125

6. $\sqrt{1}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 1
- ข. -1
- ค. ± 1
- ง. $\frac{1}{2}$

7. $-\sqrt{25}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. -5
- ข. 5
- ค. ± 5
- ง. $-\sqrt{5}$

8. รากที่สองของ 36 คือจำนวนในข้อใด

- ก. ± 1269
- ข. ± 18
- ค. ± 6
- ง. ± 3

9. $\frac{2}{\sqrt[3]{-8}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. -2
- ข. -1
- ค. 1
- ง. 2

10. $\frac{\sqrt[3]{81x^{10}}}{\sqrt[3]{3x}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $3x^3$
- ข. $3x^6$
- ค. $9x^3$
- ง. $9x^6$

11. $\sqrt[5]{(-5)^5}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 5^5
- ข. $(-5)^5$
- ค. $|5|$
- ง. -5

12. ข้อใดผิด

- ก. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$
- ข. $\sqrt{\frac{5}{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- ค. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- ง. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

13. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ มีค่าไม่เท่ากับข้อใด

- ก. $\sqrt{\frac{1}{2}}$
- ข. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ค. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ง. $\frac{2}{\sqrt{2}}$

14. $\sqrt[5]{(-3)^5}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 3
- ข. -3
- ค. $(-3)^5$
- ง. 5^{-3}

15. ข้อใดผิด

- ก. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$
- ข. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$
- ค. $\sqrt{2}\sqrt{5} = \sqrt{7}$

ง. $\sqrt{5}\sqrt{10} = 5\sqrt{2}$

16. $\sqrt{\frac{5}{2}}$ มีค่าไม่เท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- ข. $\sqrt{2.5}$
- ค. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- ง. $\sqrt{\frac{50}{20}}$

17. $7\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. 25
- ข. 5
- ค. $5\sqrt{0}$
- ง. $5\sqrt{5}$

18. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $5\sqrt{3}$
- ข. $4\sqrt{3}$
- ค. $3\sqrt{3}$
- ง. $-\sqrt{3}$

19. $5\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{4}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $3\sqrt[3]{4}$
- ข. $3\sqrt[3]{0}$
- ค. $3\sqrt{3}$
- ง. 3

20. ข้อใดมีผลลัพธ์ไม่เท่ากับ $15\sqrt{3}$

- ก. $10\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
- ข. $20\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$
- ค. $10\sqrt{2} + 5\sqrt{1}$
- ง. $10\sqrt{2} + 15\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$

21. $\sqrt{75} + \sqrt{12} - \sqrt{27}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{60}$

ข. $60\sqrt{2}$

ค. $4\sqrt{2}$

ง. $4\sqrt{3}$

22. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt[6]{70}$

ข. $5\sqrt[6]{2}$

ค. $\sqrt[3]{70}$

ง. $5\sqrt[3]{2}$

23. $5\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $6\sqrt[3]{12}$

ข. $6\sqrt[3]{4}$

ค. $7\sqrt[3]{12}$

ง. $7\sqrt[3]{4}$

24. $\sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{15} + \sqrt{10}$

ข. $\sqrt{8} + \sqrt{7}$

ค. $\sqrt{5}$

ง. 5

25. $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{5} - 1$

ข. $2\sqrt{5} - 1$

ค. 4

ง. $\sqrt{10} - 1$

26. $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 4

ข. $2\sqrt{2}$

ค. $-2\sqrt{2}$

ง. -4

27. $\sqrt[3]{\frac{15}{3}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt[3]{5}$

ข. $\sqrt{5}$

ค. $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

28. $\frac{2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 5

ข. $5\sqrt[3]{5}$

ค. $5\sqrt[3]{25}$

ง. $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

29. $\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{25}{3}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{15}$

ข. $\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{3}$

ง. $\sqrt{\frac{25}{15}}$

30. $2\sqrt{3}$ มีค่าไม่เท่ากับข้อใด

ก. $\sqrt{12}$

ข. $\frac{6}{\sqrt{3}}$

ค. $5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

ง. $2 + \sqrt{3}$

ภาคผนวก ง

แผนการสอนที่ใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด

แผนการสอนที่ 1

เรื่อง รากที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

ถ้า x, y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่สองของ x ก็ต่อเมื่อ $y^2 = x$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายและสัญลักษณ์ของรากที่สองได้
2. นักเรียนสามารถหารากที่สองของจำนวนที่กำหนดให้ได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่ม ๆ ละ 7 คน โดยการแจกแผ่นกระดาษสีให้นักเรียนคนละ 1 ใบ นักเรียนที่ได้รับกระดาษสีเดียวกันให้อยู่กลุ่มเดียวกัน
- เน้นการทบทวนถึงบทบาทของการระดมความคิด
- ครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบ เช่น ให้นักเรียนลองแยกตัวประกอบของ 16 , 25 , 81 และชักชวนพูดคุยปัญหาที่พบเกี่ยวกับการหารากที่ 2 ที่นักเรียนเคยพบ เช่น รากที่สองของ 4 คือจำนวนใด (10 นาที)

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับใบทบทวนความรู้เรื่องรากที่ 2 ให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันศึกษาและรับใบงานที่ 1 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดโดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 1

ขั้นสรุป

- นักเรียนร่วมกันสรุปนิยามของรากที่ 2 พร้อมกันอีกครั้ง
- นักเรียนทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้งแล้วครูเฉลยให้นักเรียนตรวจด้วยตนเอง

4. สื่อการเรียนรู้การสอน

- ใบงานที่ 1
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องรากที่สอง

- ใบทบทวนความรู้เรื่องรากที่ 2

5. วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

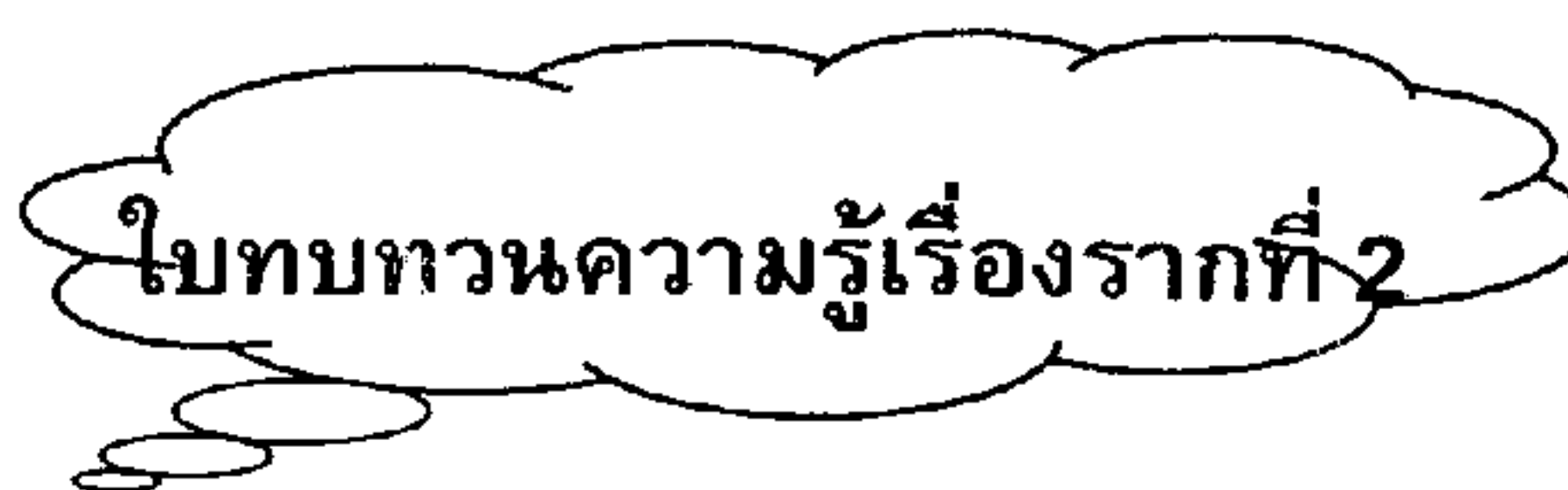
- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจสอบจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปบทนิยาม
- ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปนิยามของรากที่สองได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

6. กิจกรรมเสนอแนะ

1. ถ้านักเรียนกลุ่มใดไม่ให้ความสนใจในการร่วมกันระดมความคิด ครูควรมีการปรับเปลี่ยนกลุ่มหรือเปลี่ยนหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มในการระดมความคิดครั้งต่อ ๆ ไป
2. ตรวจสอบดูเวลาที่ให้นักเรียนใช้ในการระดมความคิดว่ามากหรือน้อยเกินไปหรือไม่ เพื่อปรับปรุงการใช้เวลาในครั้งต่อไป



- 2 เป็นรากที่ 2 ของ 4 เพราะ $2^2 = 4$
- 2 เป็นรากที่ 2 ของ 4 เพราะ $(-2)^2 = 4$
- 3 เป็นรากที่ 2 ของ 9 เพราะ $3^2 = 9$
- 3 เป็นรากที่ 2 ของ 9 เพราะ $(-3)^2 = 9$
- $\sqrt{7}$ เป็นรากที่ 2 ของ 7 เพราะ $(\sqrt{7})^2 = 7$
- $-\sqrt{7}$ เป็นรากที่ 2 ของ 7 เพราะ $(-\sqrt{7})^2 = 7$

จากตัวอย่างจะเห็นว่าในระบบจำนวนจริง รากที่ 2 ของ 4 มีสองรากคือ 2 และ -2

รากที่ 2 ของ 9 มีสองรากคือ 3 และ -3

รากที่ 2 ของ 7 มีสองรากคือ $\sqrt{7}$ และ $-\sqrt{7}$

แสดงว่าจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบจะมีรากที่ 2 เสมอ

และถ้า x, y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่สองของ x ก็ต่อเมื่อ $y^2 = x$

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องนิยามของรากที่2

ชื่อ-นามสกุล.....

จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง

- 1. รากที่สองของ 49 คือ.....
- 2. รากที่สองของ 0 คือ.....
- 3. -9 เป็นรากที่สองของ.....
- 4. รากที่สองที่เป็นบวกของ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....และรากที่สองที่เป็นลบของ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....
- 5. รากที่สองของ 7 คือ.....
- 6. รากที่สองของ $\frac{1}{4}$ คือ.....
- 7. $-\frac{1}{5}$ เป็นรากที่สองของ.....
- 8. $\sqrt{9}$ เป็นรากที่สองของ.....
- 9. y เป็นรากที่สองของ x ก็ต่อเมื่อ.....
- 10. รากที่สองของ x เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ว่า.....และ.....

สรุป นิยามของรากที่สองของ x คือ
.....
.....
.....

คะแนนที่ได้

ใบงานที่ 1

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
4).....5).....6).....
7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาคำตอบและให้เหตุผลที่ถูกต้อง

โจทย์	คำตอบ	ถูก/ผิด	เหตุผลที่ผิด
1. รากที่สองของ 4คือจำนวนใด	2		
2.รากที่สองของ -4คือจำนวนใด	-2		
3. รากที่สองของ 0 คือจำนวนใด	0		
4. รากที่สองของ 16	4 และ -4		
5. สัญลักษณ์ของรากที่สอง ของ 5 เขียนแทนได้อย่างไร	$\sqrt{5}$		
6. -3 เป็นรากที่สองของจำนวนใด	-9		
7. 3 เป็นรากที่สองของจำนวนใด	9		
8. รากที่สองของ 8 คือจำนวนใด	4 และ -4		
9.รากที่สองที่ไม่เป็นลบของ 5 คือจำนวนใด	$\sqrt{5}$		
10. รากที่สองที่เป็นบวกของ10 คือจำนวนใด	$\sqrt{10}$		
11. $-\sqrt{4}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด	2		
12. $\sqrt{4}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด	4		
13. $\frac{1}{16}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด	$\frac{1}{4}$		
14. $-\frac{2}{5}$ เป็นรากที่สองของจำนวนใด	$\frac{4}{25}$		
15. y เป็นรากที่สองของ x เมื่อใด	เมื่อ $x^2=y$		

แผนการสอนที่ 2

เรื่อง รากที่ n

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

- ให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 x และ y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อ เมื่อ $y^n = x$
- ค่าหลักของรากที่ n
 - ถ้า n เป็นจำนวนคู่ กรณีที่ $x = 0$ รากที่ n ของ x คือ 0
 - กรณีที่ $x < 0$ จะไม่มีจำนวนจริงเป็นรากที่ n ของ x
 - กรณีที่ $x > 0$ รากที่ n ของ x มีสองจำนวน เป็นจำนวนบวก และจำนวนลบ แทนด้วย $\sqrt[n]{x}$ และ $-\sqrt[n]{x}$ ตามลำดับ
 - ถ้า n เป็นจำนวนคี่ กรณีที่ $x = 0$ รากที่ n ของ x คือ 0
 - กรณีที่ $x < 0$ รากที่ n ของ x เป็นจำนวนลบจำนวนเดียว แทนด้วย $-\sqrt[n]{x}$
 - กรณีที่ $x > 0$ รากที่ n ของ x เป็นจำนวนบวกจำนวนเดียว แทนด้วย $\sqrt[n]{x}$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายและสัญลักษณ์ของรากที่ n ได้
2. นักเรียนสามารถหารากที่ n ของจำนวนที่กำหนดให้ได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนนั่งเข้าเป็นกลุ่ม ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเรื่องนิยามของรากที่ 2 การหารากที่ 2 โดยการยกตัวอย่างโจทย์ประกอบเพื่อซักถามนักเรียนเป็นรายกลุ่มและรายบุคคล เช่น รากที่สองของ 16 คือจำนวนใด , $\sqrt[3]{27}$ มีค่าเท่าใด , $\sqrt[3]{-27}$ มีค่าเท่าใด , เราสามารถหารากของ $\sqrt{-4}$ ได้หรือไม่
- เน้นการทบทวนถึงบทบาทของการระดมความคิด

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับใบทบทวนความรู้เรื่องรากที่ n ให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันศึกษาและรับใบงานที่ 2 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดโดยใช้เวลาประมาณ 15 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 2

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปนิยามของรากที่ n ด้วยการซักถาม โดยเน้นถึงการหารากที่เป็นคู่และการหารากที่เป็นคี่ และทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้ง

3. สื่อการเรียนรู้การสอน

- ใบทบทวนความรู้เรื่องรากที่ n
- ใบงานที่ 2
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องรากที่ n

4. วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจดูจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปนิยาม
- ตรวจจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปนิยามของรากที่ n ได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

5. กิจกรรมเสนอแนะ

1. ถ้านักเรียนกลุ่มใดไม่ให้ความสนใจในการร่วมกันระดมความคิด ครูควรมีการปรับเปลี่ยนกลุ่มหรือเปลี่ยนหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มในการระดมความคิดครั้งต่อไป
2. สังเกตผลงานของกลุ่มจากการนำเสนอ พิจารณากลุ่มใดควรได้รับการเอาใจใส่อย่างใกล้ชิดจากครูเพื่อนำไปปรับใช้ในการสอนครั้งต่อไป

หมายเหตุ การเข้ากลุ่มของนักเรียนทำเช่นเดียวกับขั้นตอนการแบ่งกลุ่มในแผนการสอนที่ 1

บทบทวนความรู้ เรื่องรากที่ n และค่าหลักของรากที่ n

2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ $2^4=16$

-2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ $(-2)^4=16$

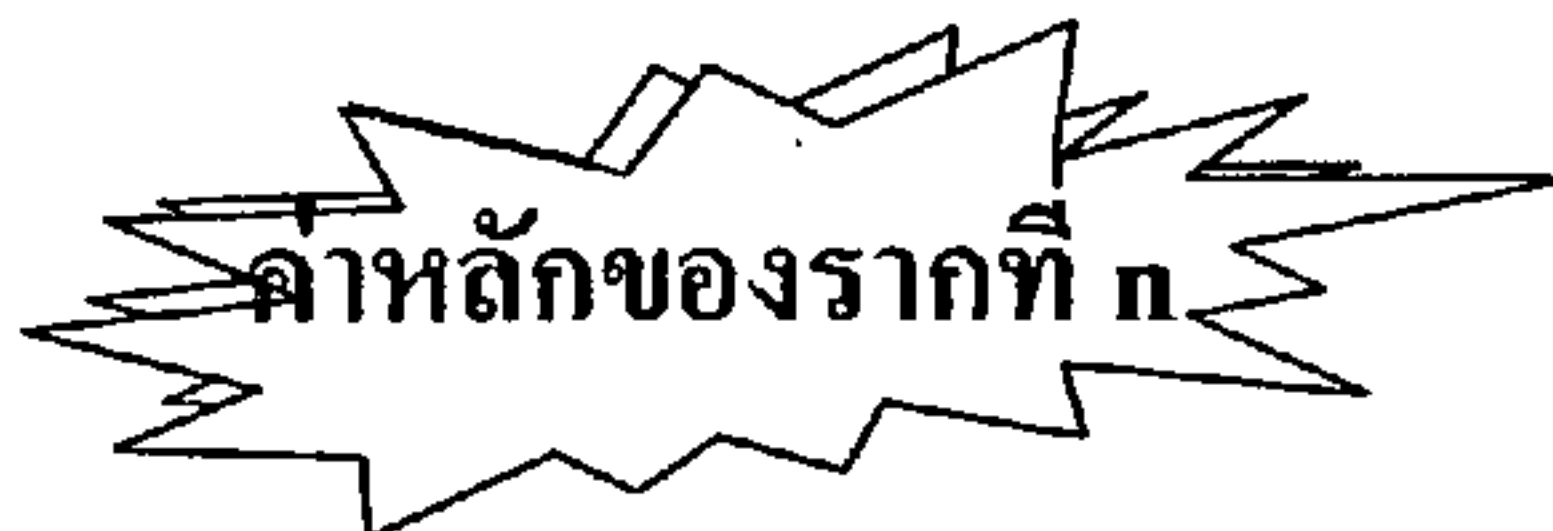
-3 เป็นรากที่ 5 ของ -243 เพราะ $(-3)^5 = -243$

a เป็นรากที่ n ของ b เนื่องจาก $a^n = b$

จากตัวอย่างจะเห็นว่าในระบบจำนวนจริง รากที่ 4 ของ 16 มีสองรากคือ 2 และ -2

ในระบบจำนวนจริง รากที่ 5 ของ -243 มีรากเดียวคือ -3

**แสดงว่าจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบจะมีรากที่ n เสมอ
และจำนวนจริงที่เป็นลบจะมีรากที่ n เมื่อ n เป็นเลขคี่
เช่นรากที่ 3 ของ -8, รากที่ 5 ของ -32**



ถ้า n เป็นจำนวนคู่แล้ว

กรณี $x = 0$ รากที่ n ของ x คือ 0 แทนด้วย $\sqrt[n]{0}$

กรณี $x < 0$ จะไม่มีจำนวนจริงเป็นรากที่ n ของ x เช่น $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{-81}$

กรณี $x > 0$ รากที่ n ของ x มีสองจำนวนทั้งจำนวนบวกและจำนวนลบ แทนด้วย $\sqrt[n]{x}$, $-\sqrt[n]{x}$

เช่น รากที่ 2 ของ 16 คือ 4 และ -4 รากที่ 4 ของ 81 คือ 3 และ -3

ถ้า n เป็นจำนวนคี่แล้ว

กรณี $x = 0$ รากที่ n ของ x คือ 0 แทนด้วย $\sqrt[n]{0}$

กรณี $x < 0$ รากที่ n ของ x เป็นจำนวนลบจำนวนเดียว แทนด้วย $-\sqrt[n]{x}$

เช่น รากที่สามของ -8 คือ -2 , รากที่ 5 ของ $-\frac{1}{64}$ คือ $-\frac{1}{2}$

กรณี $x > 0$ รากที่ n ของ x เป็นจำนวนบวกจำนวนเดียว แทนด้วย $\sqrt[n]{x}$

เช่น รากที่สามของ 8 คือ 2 , รากที่ 5 ของ 243 คือ 3

เรียก $\sqrt[n]{x}$ ว่าค่าหลักของรากที่ n ของ x

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องนิยามของรากที่ n

ชื่อ-นามสกุล.....

จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง

- 1. รากที่สามของ 9 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....
- 2. รากที่สามของ -8 คือ.....
- 3. -2 เป็นรากที่สามของ.....
- 4. -5 เป็นรากที่สี่ของจำนวนใด.....
- 5. รากที่สี่ที่เป็นบวกของ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....และรากที่สี่ที่เป็นลบของ 8 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....
- 6. รากที่ห้าของ 7 คือ.....
- 7. $\sqrt[3]{5}$ เป็นรากที่สี่ของจำนวนใด.....
- 8. $\sqrt{-3}$ เป็นรากที่ห้าของ.....
- 9. y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ.....
- 10. รากที่ n ของ x เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ.....

สรุป นิยามของรากที่ n ของ x คือ
.....
.....
.....

คะแนนที่ได้

ใบงานที่ 2

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
4).....5).....6).....
7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาคำตอบและให้เหตุผลที่ถูกต้อง

โจทย์	คำตอบ	ถูก/ ผิด	เหตุผลที่ผิด
1. รากที่สามของ 8 คือจำนวนใด	2		
2.รากที่สามของ -27คือจำนวนใด	-9		
3. รากที่สี่ของ 1 คือจำนวนใด	1		
4. รากที่ห้าของ 32	2		
5. สัญลักษณ์ของรากที่สาม ของ 5 เขียนแทนได้อย่างไร	$3\sqrt{5}$		
6. สัญลักษณ์ของรากที่ห้า ของ -10 เขียนแทนได้อย่างไร	$\sqrt[5]{-10}$		
7. รากที่สี่ของ 625 คือจำนวนใด	-5		
8. $\sqrt[4]{3}$ เป็นรากที่สี่ของจำนวนใด	3 และ -3		
9.ค่าหลักของรากที่สามของ -125 คือจำนวน ใด	-25		
10. ค่าหลักของรากที่สี่ของ 16 คือจำนวนใด	4 และ -4		
11. $\sqrt[3]{-2}$ เป็นรากที่สามของจำนวนใด	2		
12. $\sqrt[3]{2^3}$ เป็นรากที่สามของจำนวนใด	2		
13. $\frac{1}{8}$ เป็นรากที่สามของจำนวนใด	$\frac{1}{2}$		
14. -5 เป็นรากที่สี่ของจำนวนใด	625		
15. y เป็นรากที่ n ของ x เมื่อใด	เมื่อ $x^n=y$		

สรุป นิยามของรากที่ n ของ x คือ

.....
.....
.....

แผนการสอนที่ 3

เรื่อง สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

ทฤษฎีบท 2 ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่าง ๆ ของรากที่ 2 ได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถนำสมบัติของรากที่ 2 ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม แล้วช่วยกันทบทวนเรื่องการหารากที่ n โดยการซักถามถึงเรื่องที่นักเรียนยังเข้าใจคลุมเครือ ยกตัวอย่างโจทย์ให้นักเรียนช่วยหาคำตอบ เช่น จงหาค่าของ $\sqrt{4x^2}$ และ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับใบทบทวนความรู้เรื่องสมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ และรับใบงานที่ 3 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด โดยใช้เวลาประมาณ 15 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 3

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของรากที่ 2 โดยการซักถาม และทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้ง

3. สื่อการเรียนรู้

- ใบทบทวนความรู้เรื่องสมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ
- ใบงานที่ 3
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องสมบัติของรากที่ 2

4. วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจสอบจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปบทนิยาม
- ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปสมบัติของรากที่สองได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

5. กิจกรรมเสนอแนะ

1. ถ้านักเรียนกลุ่มใดไม่ให้ความสนใจในการร่วมกันระดมความคิด ครูควรมีการปรับเปลี่ยนกลุ่มหรือเปลี่ยนหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มในการระดมความคิดครั้งต่อ ๆ ไป
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดที่นักเรียนใช้ตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง เพื่อตรวจสอบดูว่านักเรียนคนใดยังมีความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบเพื่อที่จะให้นักเรียนเหล่านั้นลองฝึกทำโจทย์เพิ่มเติม

หมายเหตุ การเข้ากลุ่มของนักเรียนเพื่อระดมความคิดทำเช่นเดียวกับขั้นตอนการแบ่งกลุ่มในแผนการสอนที่ 1

ใบทบทวนความรู้
เรื่องสมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ

สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบประกอบด้วยสมบัติที่เกี่ยวกับการคูณและ
การหารดังตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างการใช้สมบัติของรากที่ 2

$$1. \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{7 \cdot 6} = \sqrt{42}$$

$$2. \quad \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{14}{2}} = \sqrt{7}$$

$$3. \quad \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$$

$$4. \quad \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 5}}{5} = \frac{\sqrt{45}}{5}$$

ใบงานที่ 3

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
- 4).....5).....6).....
- 7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อตรวจสอบว่าขั้นตอนการหาคำตอบขั้นตอนใดที่มีความผิดพลาดและจะแก้ไขความผิดพลาดได้อย่างไร (โดยแก้ไขด้านหลังของบรรทัดที่ผิด)

1. $\sqrt{2}\sqrt{18}$

$= \sqrt{2 \times 18}$

$= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3}$

$= \sqrt{2^2 \times 3^2}$

$= \pm 6$
2. $\sqrt{-2}\sqrt{-2}$

$= \sqrt{(-2) \times (-2)}$

$= \sqrt{4}$

$= 2$
3. $\sqrt{3}\sqrt{9}\sqrt{27}$

$= \sqrt{3 \times 9 \times 27}$

$= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$= \sqrt{3^6}$

$= 3^2$

$= 9$
4. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{7}\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \sqrt{7}$
5. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{-5}}$

$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{-5}}{\sqrt{-5}}$

$= \sqrt{2}$
6. $\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{6}{5}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 5}{3 \times 6}}$

$= \sqrt{\frac{10}{18}}$

$= \sqrt{\frac{5}{9}}$

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องสมบัติของรากที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาผลลัพธ์แต่ละข้ออย่างละเอียด

1. $\sqrt{2}\sqrt{4}\sqrt{6} =$
.....

2. $\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{11}} =$
.....

3. $\sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} =$
.....

4. $\sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{25}{33}} =$
.....

5. $\frac{\sqrt{1}\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{0}}{\sqrt{11}} =$
.....

สรุป สมบัติของรากที่ 2 ที่ไม่เป็นลบ คือ

1.....

2.....

แผนการสอนที่ 4

เรื่อง สมบัติของรากที่ n

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

สมบัติของรากที่ n

ทฤษฎีบท 1 ถ้า x และ y มีรากที่ n แล้ว $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$ ทฤษฎีบท 2 ถ้า x และ y มีรากที่ n แล้ว $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่าง ๆ ของรากที่ n ได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถนำสมบัติของรากที่ n ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนนั่งเข้ากลุ่ม แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนเรื่องสมบัติของรากที่ 2 โดยครูยกตัวอย่างโจทย์ซักถามนักเรียนถึงวิธีการหาคำตอบเป็นรายบุคคลและรายกลุ่มเกี่ยวกับสมบัติของรากที่ 2 เช่น $\frac{\sqrt{3}\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับใบทบทวนความรู้เรื่องสมบัติของรากที่ n และรับใบงานที่ 4 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด โดยใช้เวลาประมาณ 15 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 4

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของรากที่ n โดยการซักถาม และทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้ง

4. สื่อการเรียนรู้

- ใบทบทวนความรู้เรื่องสมบัติของรากที่ n
- ใบงานที่ 4
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องสมบัติของรากที่ n

5. วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจดูจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปบทนิยาม
- ตรวจจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปสมบัติของรากที่สองได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

6. กิจกรรมเสนอแนะ

- สังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มถึงความร่วมมือกันระดมความคิดถ้ากลุ่มใดมีการร่วมมือกันน้อยครูควรเข้าไปร่วมให้คำแนะนำหรือกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิด

หมายเหตุ การเข้ากลุ่มของนักเรียนเพื่อระดมความคิดทำเช่นเดียวกับขั้นตอนการแบ่งกลุ่มในแผนการสอนที่ 1

บททบทวนความรู้
เรื่องสมบัติของรากที่ n

สมบัติของรากที่ n และรากที่ 2 มีลักษณะที่คล้ายกัน นั่นก็คือสมบัติของรากที่ n จะประกอบด้วยสมบัติที่เกี่ยวกับการคูณและการหารดังตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างการใช้สมบัติของรากที่ n

$$1. \quad \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{-2} = \sqrt[3]{4 \cdot (-2)} = \sqrt[3]{-8}$$

$$2. \quad \frac{\sqrt[5]{10}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{\frac{10}{2}} = \sqrt[5]{5}$$

$$3. \quad \frac{\sqrt[4]{10} \cdot \sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt[4]{10 \cdot 5}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt[4]{50}}{\sqrt[4]{25}} = \sqrt[4]{\frac{50}{25}} = \sqrt[4]{2}$$

ใบงานที่ 4

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
4).....5).....6).....
7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อตรวจสอบว่าขั้นตอนการหาคำตอบขั้น
ตอนใดที่มีความผิดพลาดและจะแก้ไขความผิดพลาดได้อย่างไร(โดยแก้ไขด้านหลังบรรทัดที่ผิด)

1. $\sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 5}$
 $= \sqrt[3]{125 \times 5}$
 $= \sqrt[3]{5^3 \times 5}$
 $= 5\sqrt[3]{5}$

2. $\sqrt[6]{(-3)^6} = -3$

3. $\frac{\sqrt[3]{-120}}{\sqrt[3]{15}} = \sqrt[3]{\frac{-120}{15}}$
 $= \sqrt[3]{\frac{-(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5)}{3 \times 5}}$
 $= \sqrt[3]{(-2)^3}$
 $= |-2|$
 $= 2$

4. $\sqrt[4]{-8}\sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{(-8) \times (-2)}$
 $= \sqrt[4]{16}$
 $= \sqrt[4]{2^4}$
 $= |-2|$
 $= 2$

5. $\sqrt[3]{2a^2}\sqrt[3]{4a} = \sqrt[6]{2a^2 \bullet 4a}$
 $= \sqrt[6]{8a^3}$

6. $\frac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{27}{3}}$
 $= \sqrt[3]{9}$
 $= 3$

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องสมบัติของรากที่ n

ชื่อ-นามสกุล.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาผลลัพธ์แต่ละข้ออย่างละเอียด

1. $\sqrt[3]{-8} =$
.....
.....

2. $\frac{\sqrt[4]{32a^5}}{\sqrt[4]{2a}} =$
.....
.....

3. $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt[3]{5} =$
.....
.....

4. $\sqrt[3]{\frac{16}{11}} \cdot \sqrt[3]{\frac{11}{2}} =$
.....
.....

5. $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{35}} =$
.....
.....

สรุป สมบัติของรากที่ n คือ

- 1.....
- 2.....

แผนการสอนที่ 5

เรื่อง การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

กรณฑ์ที่มีอันดับเดียวกันและมีจำนวนภายใต้เครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกันจะบวกและลบกันได้ โดยใช้สมบัติการแจกแจงของระบบจำนวนจริง เช่น

$$4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = (4 + 5)\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$$

$$4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (4 - 3)\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เมื่อกำหนดปัญหาเกี่ยวกับการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์มาให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง
2. เมื่อนักเรียนเรียนเกี่ยวกับการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์แล้วสามารถสรุปหลักการและวิธีการหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่ม แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนเรื่องสมบัติการแจกแจง การเปลี่ยนกลุ่มและการสลับที่การบวกในระบบจำนวนจริงและการบวกลบพหุนามโดยยกตัวอย่างโจทย์ให้นักเรียนช่วยกัน แสดงวิธีการหาคำตอบบนกระดาน เช่น จงหาผลลัพธ์ ของ $3x+5x$, $10xy - 4xy$, $4\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$
- เน้นถึงบทบาทและขั้นตอนของการระดมความคิด

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับไปทบทวนความรู้เรื่องการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์และรับใบงานที่ 5 และ 6 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด โดยใช้เวลาในการทำใบงานละประมาณ 15 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 5 และใบงานที่ 6

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ โดยการซักถาม และทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้ง

4. สื่อการเรียนการสอน

- ใบทบทวนความรู้เรื่องการหาผลบวกและผลต่างของกรณี
- ใบงานที่ 5
- ใบงานที่ 6
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องการหาผลบวกและผลต่างของกรณี

5. วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจดูจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปบทนิยาม
- ตรวจจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

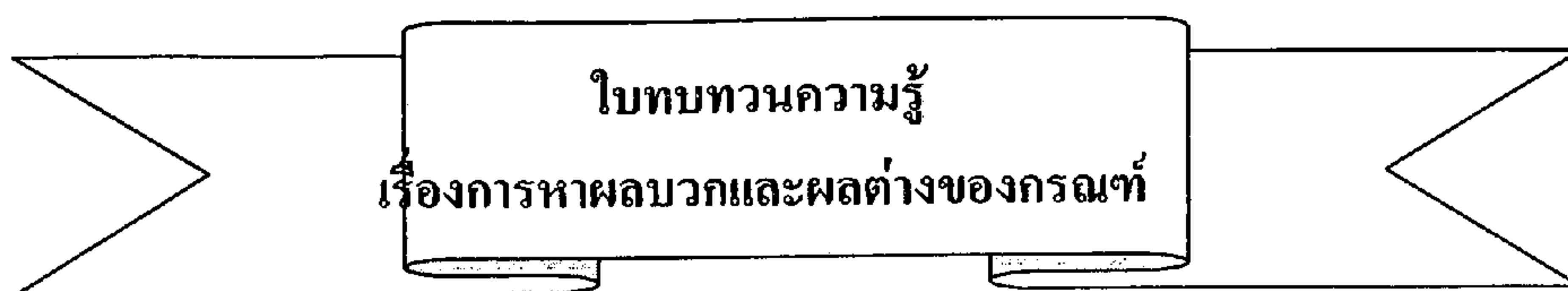
การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปวิธีการหาผลบวกและผลต่างของกรณีได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

6. กิจกรรมเสนอแนะ

1. ถ้านักเรียนกลุ่มใดไม่ให้ความสนใจในการร่วมกันระดมความคิด ครูควรมีการปรับเปลี่ยนกลุ่มหรือเปลี่ยนหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มในการระดมความคิดครั้งต่อ ๆ ไป
2. ถ้านักเรียนกลุ่มใดยังมีความไม่เข้าใจหรือทำงานไม่ทันเพื่อนกลุ่มอื่น ครูควรที่จะมีใบความรู้แทรกให้ได้ศึกษา

หมายเหตุ การเข้ากลุ่มของนักเรียนเพื่อระดมความคิดทำเช่นเดียวกับขั้นตอนการแบ่งกลุ่มในแผนการสอนที่ 1



การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์มีหลักการที่คล้ายกันโดยกรณฑ์ที่จะหาผลบวกหรือผลต่างต้องเป็นกรณฑ์ที่มีลำดับเดียวกันเท่านั้นและใช้สมบัติการแจกแจง

ดังตัวอย่างให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} &= (4 + 5)\sqrt{7} \\ &= 9\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= (2 + 5 - 4)\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{72} + \sqrt{50} &= \sqrt{36 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} \\ &= \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= (6 + 5)\sqrt{2} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่อง การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์

ชื่อ-นามสกุล.....

จงแสดงวิธีการหาผลลัพธ์อย่างละเอียด

1. $3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3} =$

.....
.....

2. $4\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16} =$

.....
.....

3. $\sqrt{125} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} =$

.....
.....

4. $\sqrt{4x^2} - \sqrt[3]{27x^3} =$

.....
.....

5. $\sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{72} =$

.....
.....

6. $\sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{81} =$

.....
.....

สรุปหลักการหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์

คือ.....

.....

ใบงานที่ 5

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
- 4).....5).....6).....
- 7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาความผิดพลาดของขั้นตอนการหาคำตอบในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้และแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้ให้ถูกต้อง

1. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (3 + 5 + 2)\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{2}$

.....

.....
2. $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{(-8) + 27}$

$= \sqrt[3]{19}$

.....

.....
3. $\sqrt{16} + \sqrt[3]{-27} = \sqrt{4^2} + \sqrt[3]{(-3)^3}$

$= 4 + (-3)$

.....

$= 1$

.....
4. $3\sqrt{5} + 2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt{5} = (3 + 2 + 2)\sqrt[3]{5}$

$= 7\sqrt[3]{5}$

.....

.....
5. $4\sqrt{20} + \sqrt{50} + 3\sqrt{5} = (4 + 1 + 3)\sqrt{20 + 50 + 5}$

$= 8\sqrt{75}$

.....

$= 8\sqrt{5^2 \times 3}$

.....

$= 40\sqrt{3}$

.....

ใบงานที่ 6

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
- 4).....5).....6).....
- 7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาความผิดพลาดของขั้นตอนการ
หาคำตอบในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้และแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้ให้ถูกต้อง(โดยแก้ไข
ไว้ด้านหลัง)

1. $4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (4 - 5 + 2)\sqrt{2-2+2}$

$= \sqrt{2}$

2. $\sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-8) - (-27)}$

$= \sqrt[3]{(-8) + 27}$

$= \sqrt[3]{19}$

3. $3\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - (\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}})$

$= 3\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3}$

$= (3 - 2)\sqrt{3-3}$

$= 0$

4. $3\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{128} = 3 + \sqrt[3]{16-2+128}$

$= 3\sqrt[3]{142}$

5. $8\sqrt{2x} + \sqrt{8x^3} - 2\sqrt{18x} = 8\sqrt{2x} + 2x\sqrt{2x} - 6\sqrt{2x}$

$= (8 + 2x - 6)\sqrt{2x}$

$= (2 + 2x)\sqrt{2x}$

แผนการสอนที่ 6

เรื่อง การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์

วิชาคณิตศาสตร์ ค 013

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

ในการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ ถ้าอันดับของกรณฑ์ไม่เท่ากันต้องทำให้อันดับของกรณฑ์เท่ากันเสียก่อนจึงจะคูณหรือหารกันได้ และใช้ทฤษฎีบทของกรณฑ์ เมื่อ $x > 0$ และ $y > 0$ ดังนี้

$$\text{ถ้า } x \text{ และ } y \text{ มีรากที่ } n \text{ แล้ว } \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

$$\text{ถ้า } x \text{ และ } y \text{ มีรากที่ } n \text{ แล้ว } \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เมื่อกำหนดปัญหาเกี่ยวกับการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์มาให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง
2. เมื่อนักเรียนเรียนเกี่ยวกับการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์แล้วสามารถสรุปหลักการและวิธีการหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ให้นักเรียนนั่งเข้ากลุ่ม แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทบทวนเรื่องการคูณหารพหุนามและสมบัติต่างของกรณฑ์โดยการซักถามและเขียนโจทย์บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันตอบ เช่น จงหาผลลัพธ์ของ $(3x^2y)(4xy)$,

$$\frac{10x^3y^4}{2xy^3}, \sqrt{3}\sqrt{5}, \frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{2}}$$

ขั้นสอน

- ให้ประธานกลุ่มรับไปทบทวนความรู้เรื่องการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์และรับใบงานที่ 7 และ 8 เพื่อนำไปให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด โดยใช้เวลาในการทำใบงานละประมาณ 15 นาที
- แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของการร่วมกันระดมความคิด
- สมาชิกทุกคนร่วมกันสรุปและตรวจคำตอบจากใบงานที่ 7 และใบงานที่ 8

ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการหาผลบวกและผลต่างของกรณี โดยการซักถาม และทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อสำรวจความเข้าใจอีกครั้ง

4.สื่อการเรียนการสอน

- ใบทบทวนความรู้เรื่องการหาผลคูณและผลหารของกรณี
- ใบงานที่ 7
- ใบงานที่ 8
- แบบฝึกหัดด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่องการหาผลคูณและผลหารของกรณี

5.วิธีวัดและประเมินผล

การวัดผล

- สังเกตจากการร่วมกันระดมความคิดของกลุ่ม
- ตรวจดูจากใบงาน
- สังเกตจากการร่วมกันสรุปบทนิยาม
- ตรวจจากแบบฝึกหัดที่ทำด้วยตนเอง

การประเมินผล

- นักเรียนทุกคนมีความกระตือรือร้นและร่วมมือในการร่วมกันแสดงความคิดเห็น
- นักเรียนทุกกลุ่มทำใบงานได้ถูกต้องทุกข้อ
- นักเรียนทุกคนสามารถสรุปวิธีการหาผลคูณและผลหารของกรณีได้
- นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดของตนเองถูกต้อง 80 %

6. กิจกรรมเสนอแนะ

- ถ้านักเรียนที่เป็นสมาชิกในกลุ่มใดทำแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจด้วยตนเองแล้วเกิดปัญหาติดขัดหรือทำไม่ได้ ให้เพื่อนในกลุ่มร่วมกันพิจารณาหาข้อผิดพลาดของนักเรียนคนนั้น แล้วช่วยกันอธิบายแก้ไขความผิดพลาดนั้นโดยครูคอยดูแลอย่างใกล้ชิด

หมายเหตุ การเข้ากลุ่มของนักเรียนเพื่อระดมความคิดทำเช่นเดียวกับขั้นตอนการแบ่งกลุ่มในแผนการสอนที่ 1

ใบทบทวนความรู้
เรื่องการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์

ในการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ ถ้าอันดับของกรณฑ์ไม่เท่ากัน ต้องทำให้อันดับของกรณฑ์เท่ากันเสียก่อนจึงจะคูณหรือหารกันได้ โดยให้นักเรียนพิจารณาการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ที่มีอันดับของกรณฑ์เท่ากันและไม่เท่ากันดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันพิจารณา

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{(-2) \cdot 4} = \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$3\sqrt[3]{4} \cdot 2\sqrt[3]{5} = (3 \cdot 2) \cdot \sqrt[3]{4 \cdot 5} = 6\sqrt[3]{20}$$

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{8 \cdot 4}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 4}{2}} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$ ยังไม่สามารถหาผลคูณของกรณฑ์ได้เพราะลำดับของกรณฑ์ไม่เท่ากัน

แบบฝึกหัดเพื่อทดสอบความเข้าใจเรื่อง การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์

ชื่อ-นามสกุล.....

จงแสดงวิธีการหาผลลัพธ์อย่างละเอียด

1. $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3} =$
.....
.....

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} =$
.....
.....

3. $\frac{\sqrt[5]{45}}{\sqrt[5]{5}} =$
.....
.....

4. $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{6}} =$
.....
.....
.....

5. $\frac{\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{24}}{\sqrt{4}} =$
.....
.....
.....

สรุปหลักการหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์

คือ.....
.....

ใบงานที่ 7

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
- 4).....5).....6).....
- 7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาความผิดพลาดของขั้นตอนการ
หาคำตอบในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้และแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้ให้ถูกต้อง(โดยแก้ไข
ไว้ด้านหลัง)

1. $\sqrt{3}x\sqrt{5}x\sqrt{7} = \sqrt{3x5x7}$

$= \sqrt{105}$

2. $\sqrt{8}x\sqrt[3]{27} = \sqrt[2 \times 3]{8x27}$

$= \sqrt[6]{216}$

3. $\sqrt[4]{4}x\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4x4}$

$= \sqrt[4]{16}$

$= |2|$

$= 2$

4. $2\sqrt[5]{5}x3\sqrt[5]{5} = (2x3)\sqrt[5]{5}$

$= 6\sqrt[5]{5}$

5. $\sqrt{5}x\sqrt{6}x\sqrt[3]{27} = \sqrt{5x6}x\sqrt[3]{27}$

$= \sqrt{30}x\sqrt[3]{27}$

$= \sqrt[6]{710}$

ใบงานที่ 8

สมาชิก

- 1).....2).....3).....
- 4).....5).....6).....
- 7).....

คำชี้แจง ให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาความผิดพลาดของขั้นตอนการ
หาคำตอบในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อต่อไปนี้และแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้ให้ถูกต้อง(โดยแก้ไข
ไว้ด้านหลัง)

1. $\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4\times5\times6}}{\sqrt[3]{2}}$

$= \frac{\sqrt[3]{120}}{\sqrt[3]{2}}$

$= \frac{120}{2}$

$= 60$

2. $\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt{4\times9}}{\sqrt[3]{3}}$

$= \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{3}}$

$= \sqrt[3]{\frac{36}{3}}$

$= \sqrt[3]{12}$

$= 4$

3. $4\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$= \left(4 + \frac{2}{3}\right)\sqrt{3}$

$= \frac{14}{3}\sqrt{3}$

4. $\sqrt{3}(\sqrt{15} + 2\sqrt{3}) = \sqrt{3}\times\sqrt{15} + \sqrt{3}\times2\sqrt{3}$

$= \sqrt{18} + 2\sqrt{6}$

$= 2\sqrt{18+6}$

$= 2\sqrt{24}$

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผศ.ดร. สมพร แมลงภู
สถาบันราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
2. อาจารย์อภิชาติ เพชรพลอย
ศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 6
3. อาจารย์เทพนริศ สุภนกร
สถาบันราชภัฏพระนครศรีอยุธยา

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล วันเดือนปีเกิด สถานที่เกิด สถานที่อยู่ปัจจุบัน	ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์ นางสาวพรพิมล ยังฉิม 30 มีนาคม พุทธศักราช 2519 อำเภอเมือง จังหวัดสุพรรณบุรี 2 ถนนหมื่นหาญ ตำบลท่าระหัด อำเภอเมือง จังหวัดสุพรรณบุรี 72000 เบอร์โทรศัพท์ (035) 502821
ตำแหน่งหน้าที่การทำงาน สถานที่ทำงานปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4 โรงเรียนสวนแตงวิทยา ตำบลสวนแตง อำเภอเมือง จังหวัด สุพรรณบุรี 72000 เบอร์โทรศัพท์ (035)599200
ประวัติการศึกษา	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนอนุบาลสุพรรณบุรี ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสวนหลวงหึงจังหวัดสุพรรณบุรี การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.)วิชาเอกการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) วิชาโทคอมพิวเตอร์ จาก สถาบันราชภัฏพระนครศรีอยุธยา การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.)วิชาเอกการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2531 พ.ศ. 2537 พ.ศ. 2541 พ.ศ. 2546	