

สนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง
โดยวิธีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว

ปริญญาณีพนธ์
ของ
อภาพงศ์ ชั่งจันทร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
พฤษภาคม 2548
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

537 ๒๒3
๑๖4๙
ร. ๒

สนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง
โดยวิธีกินซ์เบิร์กแลนดาว

บทคัดย่อ

ของ

อภาพงศ์ ชังจันทร์

๒๗ ๓๓ ๒๕๕๘

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
พฤษภาคม 2548

๒ ๒๗๘'๖๕ ๙ ๒

อากาศพงศ์ ชั่งจันทร์ (2548) สนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสอง
แถบที่ขึ้นกับทิศทางโดยวิธีกินซ์เบิร์กแลนดาว

ปริญญาานิพนธ์ วท ม (ฟิสิกส์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
คณะกรรมการควบคุม ผศ ดร พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ, อ สมศักดิ์ มณีรัตนกุล

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำยวดยิ่ง
แมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้แบบจำลองสองแถบพลังงานตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กแลนดาวการคำนวณ
ได้รวมผลของความไม่สมมาตรของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบและความไม่สมมาตรของมวลยัง
ผลซึ่งจะได้สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบแม่นยำตรงและเมื่อนำไปคำนวณเชิงตัวเลขจะได้ผลที่
สอดคล้องกับการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์

THE UPPER CRITICAL MAGNETIC FIELD OF ANISOTROPIC TWO – BAND
MAGNESIUM DIBORIDE SUPERCONDUCTORS BY GINZBURG-LANDAU APPROACH

AN ABSTRACT

BY

ARPAPONG CHANGJAN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Master of Science Degree in Physics

at Srinakharinwirot University

May 2005

Arpapong Changjan (2005) *The upper critical magnetic field of anisotropic two – band magnesium diboride superconductors by Ginzburg-Landau approach*

Master Thesis, M Sc (physics) Bangkok Graduate School, Srinakharinwirot University Advisor Committee Asst Prof Dr Pongkaew Udomsamuthirun, Somsak Maneeratanakul

The purpose of this research is to study the equation of upper critical field (H_{c2}) of two-band superconductors by two-band Ginzburg - Landau approach. The model of anisotropy of order parameter and effective-mass are included in our calculation. We find the exact formula of H_{c2} and calculate numerically that it can fit well with experimental data of MgB_2 superconductors.

ปริญญาานิพนธ์
เรื่อง

สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง
โดยวิธีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว
ของ
นายอภาพงศ์ ชั่งจันทร์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ 13 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญาานิพนธ์

ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรรักษ์)

กรรมการ

(อาจารย์สมศักดิ์ มณีรัตน์)

กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ศาสตราจารย์ ดร. สุทัศน์ ยกส้าน)

กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ ดร. เชิดศักดิ์ คุณสมบัติ)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความช่วยเหลือจาก ผศ ดร พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริญ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการทำวิจัย และอาจารย์สมศักดิ์ มณีรัตนกุล ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำในการแก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ตลอดระยะเวลาที่ทำงานวิจัย ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ศ ดร สุทัศน์ ยกส้าน และ อ ดร เชิดศักดิ์ คุณสมบัติ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการในการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและประสิทธิ์ประสาทวิชาตลอดระยะเวลาของการศึกษาในสถาบันแห่งนี้

ขอขอบคุณ คุณนภาพรณี พลายโต ที่ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้ผู้วิจัยมาโดยตลอด คุณสุวัฒน์ รักพานิชย์ ที่ชักชวนให้ผู้วิจัยมีความสนใจงานทางด้านทฤษฎีของตัวนำยวดยิ่ง คุณจักรพงษ์ แก้วขาว สำหรับคำแนะนำและหนังสือที่ผู้วิจัยใช้ศึกษาวิชาพื้นฐานในหลายๆรายวิชา คุณปิยะ คณานุทรัพย์กุล ที่ช่วยสนับสนุนผู้วิจัยในหลายๆเรื่องตลอดระยะเวลาของการศึกษา คุณศิรินาถ ชั่งจันทร์ ที่ช่วยเหลือในการจัดทำต้นฉบับบางส่วน คุณศุภเดช สุจินพรัหม ที่ช่วยแนะนำเกี่ยวกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์และนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาฟิสิกส์ทุกท่าน ที่ช่วยเหลือ เป็นกำลังใจ และสร้างบรรยากาศทางวิชาการที่ดีตลอดมา

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ของผู้วิจัยที่ส่งเสริมและสนับสนุนในทุกๆ เรื่องและเป็นกำลังใจให้มาโดยตลอด

อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ประวัติการค้นพบสภาพน้ำบาดาล	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	8
	ความสำคัญของการวิจัย	8
	ขอบเขตของการวิจัย	8
2	ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
3	วิธีดำเนินการวิจัย	44
4	ผลการวิจัย	69
5	สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ	76
	สรุปผล	76
	อภิปรายผล	77
	ข้อเสนอแนะ	78
	บรรณานุกรม	80
	ภาคผนวก	83
	ประวัติย่อผู้วิจัย	86

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 อัตราส่วนระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบในทิศขนานและตั้งฉากกับระนาบผลึก(x)
จากการคำนวณเปรียบเทียบกับทดลอง 75

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้า กับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์	1
2 แสดงโครงสร้างของแมกนีเซียมไดโบไรด์	3
3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความจุความร้อนกับอุณหภูมิในสารตัวนำวดยิ่ง	4
4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าแมกนีโตเซชันกับอุณหภูมิ เปรียบเทียบระหว่างตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มี B-10 และ B-11 เป็นส่วนประกอบ	5
5 แสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์	6
6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤติกับอุณหภูมิ	6
7 (ก) ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ 1 ค่าคือ H_c และ (ข) ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2 มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ 2 ค่าคือ H_{c1} และ H_{c2}	7
8 แสดงการเสีयरูปร่างของโครงผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึกและทำอันตรกิริยากับไอออนบวกที่โครงผลึก	10
9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (B_c) และสนามแม่เหล็กภายใน (B_i) เมื่ออุณหภูมิคงที่	20
10 เปรียบเทียบการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในและค่าสนามแม่เหล็กภายนอก ระหว่างตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2	22
11 แสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน $h(\bar{r})$ กับการกระจัด r	25
12 แสดงคำตอบของ $f(r)$ และ $h(r)$	30
13 แสดงแถบพลังงานสำหรับตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีแถบพลังงานขึ้นกับทิศทางตามแบบจำลองของฮาสส์และมากี ในปริภูมิโมเมนตัม	36
14 แสดงความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองกับอุณหภูมิเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองและทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวที่คำนวณได้	37
15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและก็นำความร้อน ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศขนานแกน c	40
16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและก็นำความร้อน ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศขนานแกน ab	41

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตในทิศทางแกน c (เส้นประ) และในทิศทางระนาบ ab (เส้นทึบ)	42
18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบผลึก	71
19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีทิศทางกับระนาบผลึก	72
20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T เปรียบเทียบในกรณี $\theta = 0^\circ$ และ $\theta = 90^\circ$	73

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ประวัติการค้นพบสภาพนำยวดยิ่ง

สมบัติที่สำคัญประการหนึ่งของโลหะคือความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิ เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปแล้วว่าค่าความต้านทานไฟฟ้าจะแปรผันตรงกับอุณหภูมิดังสมการ

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (1.1)$$

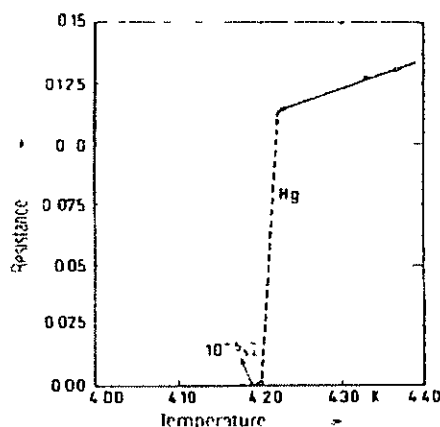
เมื่อ R คือ ความต้านทานที่อุณหภูมิ T ใดๆ

R_0 คือ ความต้านทานที่อุณหภูมิ T_0

α คือ สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของความต้านทาน

เมื่อลดอุณหภูมิลงค่าความต้านทานไฟฟ้าจะลดลง แต่เมื่อลดอุณหภูมิลงเรื่อยๆจนใกล้ถึงศูนย์องศา สัมบูรณ์ค่าความต้านทานจะมีค่าคงตัวเนื่องจากความบกพร่องหรือสารเจือในโลหะ

แต่สำหรับโลหะและสารผสมบางชนิดเมื่อลดอุณหภูมิลงเรื่อยๆจนถึงค่าๆหนึ่ง ค่าความต้านทานไฟฟ้าของวัสดุจะลดลงเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดเรียกสภาพที่ความต้านทานไฟฟ้าของวัสดุมีค่าเป็น ศูนย์อย่างทันทีทันใดนี้ว่า สภาพนำยวดยิ่ง(Superconductivity)และจะเรียกสารที่มีการเปลี่ยนสถานะทางไฟฟ้าในลักษณะนี้ว่า ตัวนำยวดยิ่ง(Superconductor) และเรียกอุณหภูมิที่ทำให้วัสดุเปลี่ยนจากสภาพนำธรรมดาเป็นสภาพนำยวดยิ่งว่า อุณหภูมิวิกฤติ (Critical Temperature, T_c)



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน(Resistance)กับอุณหภูมิลำหรับสารตัวนำ

ยวดยิ่งในปรอทที่มีสภาพต้านทานเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดที่อุณหภูมิ 4.2 K

ที่มา Buckel (1993 3)

สภาพนำยวดยิ่งถูกค้นพบเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1911 โดยนักวิทยาศาสตร์ชาวเนเธอร์แลนด์ชื่อ คาเมอร์ลิงก์ ออนเนส (Kamerlingh Onnes) ขณะทำการทดลองวัดสภาพนำไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิต่ำ โดยนำปรอทบริสุทธิ์ใส่ลงในภาชนะแล้วแช่ลงในฮีเลียมเหลว เมื่ออุณหภูมิของปรอทลดลงถึง 4.2 K ความต้านทานไฟฟ้าจะมีค่าเป็นศูนย์ที่ดังภาพประกอบ 1 ซึ่งต่างจากโลหะทั่วไปที่มีความต้านทานไฟฟ้าแปรผันตรงกับอุณหภูมิ

ในสภาพนำยวดยิ่งสารจะมีสมบัติทางแม่เหล็กและความจุความร้อนจำเพาะเปลี่ยนไป นอกจากนี้ยังพบว่าสภาพนำยวดยิ่งถูกทำลายด้วยกระแสไฟฟ้า หรือสนามแม่เหล็กที่มีค่าแน่นอนค่าหนึ่ง จะเรียกกระแสไฟฟ้าที่สูงที่สุดที่ทำให้สภาพนำยวดยิ่งเปลี่ยนไปเป็นสภาพนำปกติว่ากระแสวิกฤติ (Critical current) และเรียกสนามแม่เหล็กที่สูงที่สุดที่ทำให้สภาพนำยวดยิ่งเปลี่ยนไปเป็นสภาพนำปกติว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ (Critical magnetic fields, H_c)

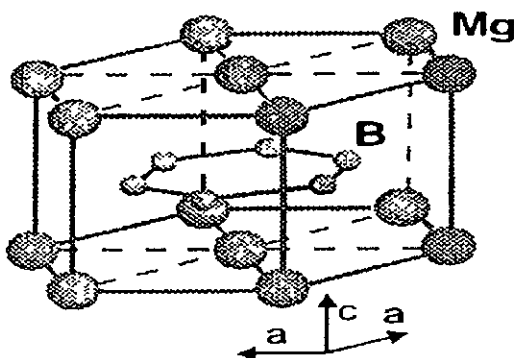
หลังจากที่ออนเนสได้ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งแล้วนั้น นักวิทยาศาสตร์ได้ทำการวิจัยตัวนำยวดยิ่งต่างๆมาโดยตลอดและได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤติมีค่าต่างๆมากมายและมากที่สุดที่ 23 K ในสารประกอบไนโอเบียมเจอร์มาเนียม (Nb_3Ge) (Testardi, Wernich and Roger, 1974) จากนั้นมานักวิทยาศาสตร์ได้พยายามวิจัยเพื่อให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤติสูงกว่า 23 K แต่ก็ไม่ประสบความสำเร็จ ทำให้นักวิทยาศาสตร์ทั้งที่ศึกษาวิจัยในเชิงทฤษฎีและเชิงปฏิบัติ เชื่อว่าตัวนำยวดยิ่งในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤติจำกัดคือไม่เกิน 30 K

แต่แล้วนักวิทยาศาสตร์ก็หันกลับมาสนใจศึกษาสภาพนำยวดยิ่งเพิ่มขึ้นอีกครั้งในปี ค.ศ. 1986 เมื่อเบ็ดนอร์ซและมุลเลอร์ (Bednorz and Muller 1986, 189) พบว่าสารประกอบ La-Cu-O เมื่อถูกเจือด้วย Ba จะกลายเป็นตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิประมาณ 35 K ซึ่งถือว่าเป็นอุณหภูมิวิกฤติที่สูงมากในยุคนั้น

อีกหนึ่งปีถัดมา ชู วู และคณะ (Chu, Wu et al 1987, 908) พบว่าสารประกอบ Y-Ba-Cu-O มีอุณหภูมิวิกฤติในช่วง 90-100 K และเรียกตัวนำนี้ว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง (High temperature superconductor) ซึ่งนับว่าเป็นความก้าวหน้าในการประยุกต์ใช้งานตัวนำยวดยิ่ง เพราะสภาพนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำนั้นต้องประสบปัญหายุ่งยากในการทดลอง เพราะต้องมีห้องปฏิบัติการที่มีอุณหภูมิต่ำมากๆซึ่งทำให้ต้องลงทุนสูง เนื่องจากต้องใช้อิเลียมเหลวที่มีจุดเดือด 4 K มาเป็นตัวหล่อเลี้ยงซึ่งฮีเลียมเหลวนั้นนอกจากมีราคาแพงแล้วยังหายากอีกด้วย ดังนั้นนักวิทยาศาสตร์จึงให้ความสนใจตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงมาก เพราะสามารถใช้ไนโตรเจนเหลวที่มีจุดเดือด 77 K ในการหล่อเลี้ยงและไนโตรเจนเหลวก็มีราคาถูกกว่าฮีเลียมเหลวถึง 10 เท่า

1.2 ตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์(MgB₂ Superconductors)

แมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นวัสดุที่รู้จักกันมานานตั้งแต่ก่อนปี ค.ศ. 1950 แล้วแต่เพิ่งจะค้นพบว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์สามารถเป็นตัวนำยิ่งยวดได้ที่ 40 K ในปี ค.ศ. 2001 โดย อะคิมิชิ และ นากามัตสึ (Akimisu & Nagamatsu 2001 63)



ภาพประกอบ 2 โครงสร้างของ MgB₂ ซึ่งมีโครงสร้างแบบ Hexagonal Close packed
ที่มา Buzza, & Yamashita (2001 1-35)

การค้นพบสภาพนำยิ่งยวดในแมกนีเซียมไดโบไรด์ ก่อให้เกิดความสนใจในตัวนำยิ่งยวดที่ปราศจากออกไซด์ ทำให้มีการค้นพบตัวนำยิ่งยวดหลากหลายชนิดที่มีโบรอนเป็นส่วนประกอบ (Buzza & Yamachita 2001 R103 – R106) เช่น TaB₂ มีอุณหภูมิวิกฤติที่ 9.5 K, BeB_{2.75} มีอุณหภูมิวิกฤติที่ 0.7 K และ MgCNi₃ มีอุณหภูมิวิกฤติ 8 K

สำหรับคำถามที่ว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์มีอะไรที่น่าสนใจเป็นพิเศษ ทำไมนักวิทยาศาสตร์ถึงให้ความสนใจในการศึกษาวิจัยกันมากนัก ทั้งๆที่อุณหภูมิวิกฤติที่มีค่าเพียง 40 K ซึ่งเมื่อเทียบกับตัวนำยิ่งยวดบางชนิดที่มีอุณหภูมิวิกฤติสูงๆ เช่น HgBa₂Ca₂Cu₂O₃ ที่ความดันสูง ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤติสูงถึง 164 K (Schilling et al 1993 204) แล้วนับว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์นั้นมีอุณหภูมิวิกฤติต่ำมาก แต่จุดเด่นซึ่งทำให้แมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นที่น่าสนใจก็คือ แมกนีเซียมไดโบไรด์ประกอบด้วยธาตุที่เป็นโลหะเพียงสองชนิดและมีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ที่สำคัญในด้านการประยุกต์แมกนีเซียมไดโบไรด์มีคุณสมบัติไม่เปราะ นั่นก็หมายความว่าเราสามารถยึดแมกนีเซียมไดโบไรด์ออกเป็นลวดไฟฟ้าได้ง่ายและดีกว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงตัวอื่นๆ เพราะตัวนำยิ่งยวดเหล่านี้ส่วนมากเป็นสารประกอบพวกเซรา

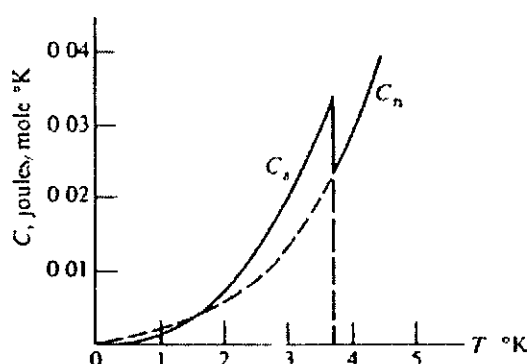
มิกซ์(Ceramics)ซึ่งเปราะและยึดเป็นเส้นได้ยาก นอกจากนี้สำหรับอุณหภูมิที่หล่อเลี้ยงแมกนีเซียมไดโบไรด์ให้มีสภาพเป็นตัวนำวดยิ่งนั้นก็ไม่ใช่เรื่องยากสำหรับเทคโนโลยีในปัจจุบัน

1 3 สมบัติบางประการของตัวนำวดยิ่ง

ดังได้กล่าวมาแล้วในข้างต้นว่าในสภาพนำวดยิ่งสารจะมีสมบัติเปลี่ยนไป ทั้งสมบัติทางแม่เหล็ก ความจุความร้อน และค่าอุณหภูมิวิกฤติที่เปลี่ยนไปเมื่อไอโซโทปของตัวนำวดยิ่งเปลี่ยนไป ซึ่งต่อไปจะกล่าวถึงสมบัติเหล่านี้

1 3 1 ความจุความร้อน

สำหรับตัวนำวดยิ่งที่มีอุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์จะมีค่าความจุความร้อนเป็นศูนย์และเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นค่าความจุความร้อนจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ แบบเอ็กซ์โปเนนเชียลจนถึงอุณหภูมิวิกฤติ ความจุความร้อนจะมีค่าลดลงอย่างทันทีทันใด จนเท่ากับในสถานะปกติดังแสดงในภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความจุความร้อนกับอุณหภูมิในสารตัวนำวดยิ่งโดย

C_s คือความจุความร้อนในสภาพนำวดยิ่งและ C_n คือความจุความร้อนในสภาพนำปกติ ที่ T ทที่ มา Omar (1975 503)

จากภาพประกอบ 3 เมื่อตัวนำวดยิ่งกลับสู่สภาพปกติความจุความร้อนจะแปรผันตรงกับอุณหภูมิแต่ที่อุณหภูมิวิกฤติการเปลี่ยนแปลงสภาพความร้อนจะไม่ต่อเนื่อง เรียกบริเวณนี้ว่าเกิดการกระโดดของความจุความร้อน(Specific heat jump)

1 3 2 ปฏิกิริยาไอโซโทป

ปรากฏการณ์ไอโซโทป(Isotope effect) คือ ปรากฏการณ์ที่อุณหภูมิวิกฤติของสารตัวนำวดยิ่งแปรผันตามมวลไอโซโทป เช่น ในปรอทอุณหภูมิวิกฤติมีการเปลี่ยนแปลงจาก 4 158 K ไปเป็น 4 168 K

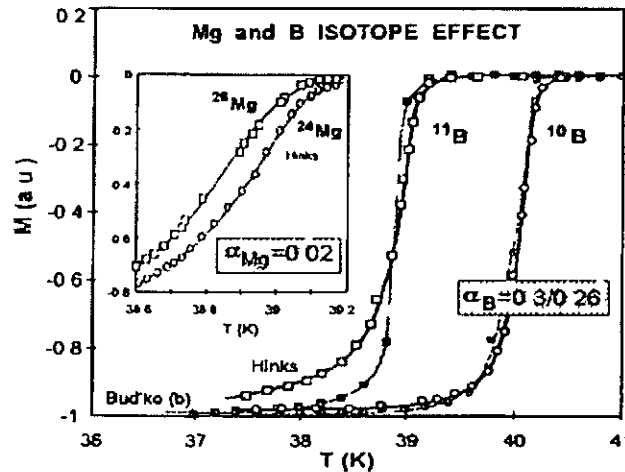
ขณะที่มวลอะตอมเฉลี่ยเปลี่ยนจาก 199.5 ไปเป็น 203.4 หน่วยมวลอะตอม (Atomic mass unit) จากผลการทดลองภายในแต่ละอนุกรมไอโซโทปได้ความสัมพันธ์เป็น

$$M^\alpha T_c = \text{ค่าคงตัว} \tag{1.2}$$

โดย M คือ มวลของไอโซโทปสำหรับธาตุนั้นเดียวกัน

α คือ สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป

สำหรับในกรณีแมกนีเซียมไดโบไรด์เมื่อมวลอะตอมของโบรอนเพิ่มขึ้นอุณหภูมิวิกฤติจะมีค่าลดลงดังแสดงในภาพประกอบ 4 แมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มีโบรอน-10(B-10)เป็นส่วนประกอบจะมีอุณหภูมิวิกฤติที่ประมาณ 40 K แต่ในกรณีที่มีโบรอน-11(B-11)เป็นส่วนประกอบจะมีอุณหภูมิวิกฤติที่ประมาณ 39 K และได้ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปเท่ากับ 0.3



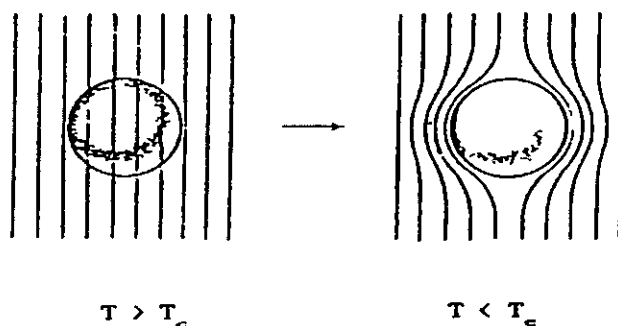
ภาพประกอบ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าแมกนีเซียมไดโบไรด์กับอุณหภูมิ เปรียบเทียบระหว่างตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มี B-10 และ B-11 เป็นส่วนประกอบ

ที่มา Buzea, & Yamashita (2001 1-35)

1.3.3 ตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก

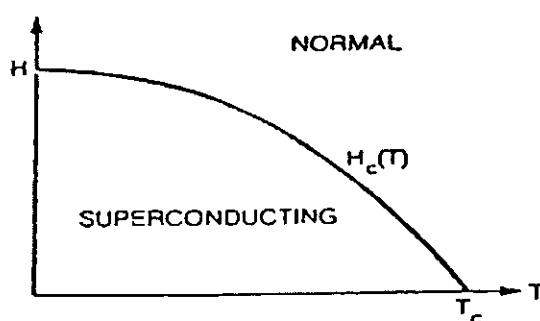
ในปี ค.ศ. 1933 ไมสเนอร์และออกเซนเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld) (Omar 1975 500) ได้พบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติสนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถผ่านเข้าไปในสารตัวนำยวดยิ่งได้ และที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤติสนามแม่เหล็กสามารถทะลุทะลวงเข้าไปในเนื้อสารได้แต่เมื่อลดอุณหภูมิลงจนสารเปลี่ยนเป็นตัวนำยวดยิ่ง สนามแม่เหล็กจะถูกผลักให้เบนออกมาทำให้สนามแม่เหล็กภายในมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสารตัวนำยวดยิ่งจึงมี

คุณสมบัติเป็นสารแม่เหล็กไดอาแบบสมบูรณ์(Peak diamagnetic)และอธิบายว่าสาเหตุที่เป็นเช่นนี้ เพราะกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำซึ่งเกิดขึ้นที่ผิวของสารตัวนำยวดยิ่งนั้นสร้างสนามแม่เหล็กต่อต้านสนามภายนอกที่เข้าไปกระทำ ความหนาของชั้นกระแสนี้เรียกว่า ระยะทะลุวงลึกของสนาม(Field penetration depth) มีค่าประมาณ $10^5 - 10^6$ เซนติเมตร ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์ไมสเนอร์(Meissner's effect) และถ้าเพิ่มความเข้มของสนามแม่เหล็กจนเท่ากับสนามแม่เหล็กวิกฤติแล้วสภาพนำยวดยิ่งจะถูกทำลาย ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตินี้ขึ้นกับอุณหภูมิด้วยคือ ยิ่งอุณหภูมิมิมีค่าเข้าใกล้ อุณหภูมิวิกฤติเท่าใดความเข้มของสนามแม่เหล็กวิกฤติก็ยิ่งจะมีค่าน้อยลงตามไปด้วย ดังภาพประกอบที่ 6



ภาพประกอบ 5 แสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์

ที่มา Kittel (1998 344)

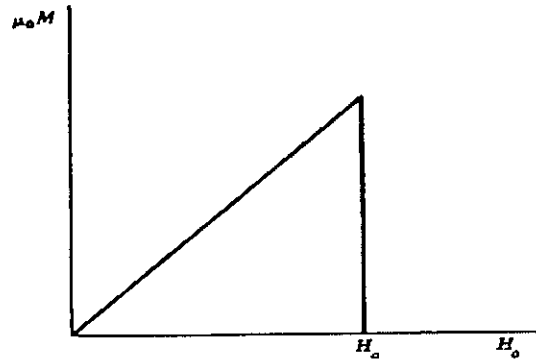


ภาพประกอบ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤติกับอุณหภูมิ

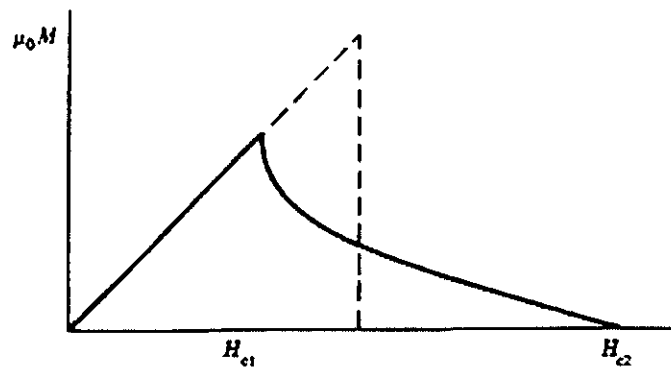
ที่มา Ketterson & Song (1998 25)

1.4 ประเภทของตัวนำยวดยิ่ง

ในปัจจุบันประเภทของตัวนำยวดยิ่งมักแบ่งตามคุณสมบัติทางแม่เหล็กเป็น 2 ประเภท และเรียกว่าตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 1 (Type I superconductor) และตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 2 (Type II superconductor) เมื่อนำตัวนำยวดยิ่งมาวางในสนามแม่เหล็กจะแสดงลักษณะตามกราฟทั้งสองนี้ อย่างไม่อย่างหนึ่ง



(ก)



(ข)

ภาพประกอบ 7 (ก)ตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 1 มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ 1 ค่าคือ H_c และ (ข)ตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 2 มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ 2 ค่าคือ H_{c1} และ H_{c2}

ที่มา Ketterson, & Song (1999 25)

ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 จะมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติน้อยมากเมื่อเพิ่มสนามแม่เหล็กจนถึงค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 จะเปลี่ยนไปเป็นวัสดุธรรมดาที่มีการนำแบบปกติทันที สำหรับตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2 ส่วนใหญ่เป็นโลหะผสมหรืออโลหะทรานซิชันที่มีสภาพต้านทานไฟฟ้าในสถานะปกติสูงโดยค่าของสนามแม่เหล็กวิกฤติบน (H_{c2}) มีค่าค่อนข้างสูงโดยในระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างและค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนจะมีเส้นแรงแม่เหล็กจากภายนอกทะลุเข้าไปในตัวนำวดยิ่งได้บางส่วน ดังนั้นในช่วงนี้ในเนื้อของวัสดุจึงมีส่วนทั้งที่เป็นสภาพนำวดยิ่งและสภาพนำปกติผสมกันอยู่ เมื่อเพิ่มค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติจนกระทั่งมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน เส้นแรงแม่เหล็กจากภายนอกจะทะลุเข้าไปได้อย่างสมบูรณ์ วัสดุจะสูญเสียสภาพนำวดยิ่งและกลายเป็นสภาพนำปกติโดยสิ้นเชิง

1 5 ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้แบบจำลองแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง ตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กและแลนดาว

1 6 ความสำคัญของการวิจัย

- 1 เพื่ออธิบายสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่ไม่ปกติของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์
- 2 เพื่อนำผลงานวิจัยที่ได้นี้เปรียบเทียบกับผลการทดลองและงานวิจัยทางทฤษฎีอื่นๆที่มีอยู่

1 7 ขอบเขตของการวิจัย

- 1 หาสมการของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนโดยใช้แบบจำลองแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง ตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กและแลนดาว
- 2 ใช้การคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ แล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

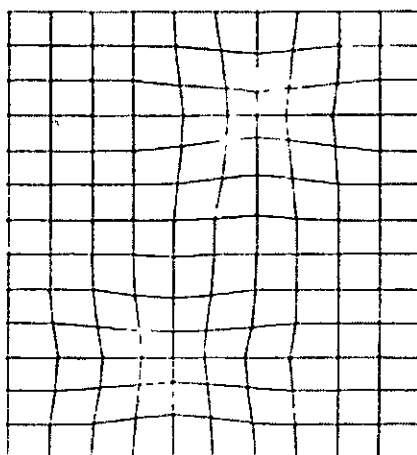
ทฤษฎีที่นับว่าประสบความสำเร็จในการอธิบายสภาพนำยวดยิ่งในปัจจุบัน มีอยู่สองทฤษฎีด้วยกันคือ ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) (Bardeen, Cooper and Schrieffer 1959 1175 - 1204) และทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว (Ginzberg-Landau theory) (Paulter 1991 1-47) ซึ่งแต่ละทฤษฎีนั้นเริ่มจากแนวคิดที่ต่างกัน แต่สามารถอธิบายสภาพนำยวดยิ่งได้เหมือนกัน มีข้อเด่นและข้อด้อยต่างกันออกไป กล่าวคือทฤษฎีบีซีเอสสามารถอธิบายสภาพนำยวดยิ่งของสารที่มีอุณหภูมิวิกฤตต่ำ ๆ ได้แต่ในสารที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงๆทฤษฎีบีซีเอสจะให้ผลไม่สอดคล้องกับการทดลอง สำหรับทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวสามารถที่จะอธิบายตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง ๆ ได้ แต่จะให้ผลสอดคล้องกับการทดลองในบริเวณรอบ ๆ อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น ในช่วงอุณหภูมิที่ไกลออกไปจากอุณหภูมิวิกฤตทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว ก็จะให้ผลที่ไม่สอดคล้องกับการทดลอง นอกจากนี้แนวคิดเริ่มต้นของทั้งสองทฤษฎีนี้ก็ยังคงเริ่มต้นมาจากคนละแนวคิดกล่าวคือแนวคิดของทฤษฎีบีซีเอสนั้นจะเริ่มมาจากการพิจารณาในระบบในระดับจุลภาค (microscopic) แต่ในทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวจะเริ่มอธิบายระบบในระดับมหภาค (macroscopic) ซึ่งจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป

2 1 ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory)

ทฤษฎีที่นับว่าประสบความสำเร็จในการอธิบายสมบัติโดยทั่วไปของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำคือทฤษฎีของบาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer) ทฤษฎีนี้เรียกโดยย่อว่าทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) ซึ่งอธิบายว่ากลไกสำคัญที่ทำให้ตัวนำปกติเป็นตัวนำยวดยิ่งได้คือ การจับคู่ของอิเล็กตรอนซึ่งเรียกว่าคู่คูเปอร์ (Cooper Pairs) โดยเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึก (lattice) จะทำอันตรกิริยากับโครงผลึกทำให้โครงผลึกมีการเสียรูปทรงดังภาพประกอบ 8

อันตรกิริยานี้เป็นแบบ อิเล็กตรอน-โครงผลึก-อิเล็กตรอน (electron-lattice-electron) ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มอิออนที่มีประจุบวกซึ่งอยู่บนโครงผลึก และอิเล็กตรอนจะดึงดูดอิออนบวกในบริเวณรอบ ๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ทำให้โครงผลึกเกิดการเสียรูปและบริเวณรอบ ๆ อิเล็กตรอนก็จะมีควมหนาแน่นของอิออนบวกเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้มีผลกระทบต่่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ในบริเวณนั้นอิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มอิออนบวกดูดเข้าไปทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดกับอิเล็กตรอนตัวหลัง ตามปกติเมื่ออิออนบวกในโครงผลึกสั่นจะทำให้เกิดคลื่นขึ้น ซึ่งคลื่นนี้มีกำเนิดมาจากอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึกแล้วรบกวนอิออนบวกในโครงผลึกที่สั่นอยู่เรียกสภาวะกระตุ้นของโครงผลึกว่าโฟนอน (phonon) การแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างกันและ

กันของอิเล็กตรอนทำให้เกิดแรงดึงดูดที่สามารถเอาชนะอันตรกิริยาผลึกแบบคูลอมบ์ อิเล็กตรอนจึงสามารถรวมกันเป็นคู่คูเปอร์ได้ คู่คูเปอร์นี้ประกอบด้วยคู่อิเล็กตรอนที่มีขนาดโมเมนตัมและสปินเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม และระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่ง ๆ เรียกว่าความยาวอาพันธ์ (Coherent length, ξ) แต่ที่อุณหภูมิสูง ๆ อีออนบวกในโครงผลึกมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมากทำให้อันตรกิริยาผลึกแบบคูลอมบ์มีค่ามากกว่าอันตรกิริยาดึงดูดอิเล็กตรอนจึงไม่สามารถจับคู่กันได้



ภาพประกอบ 8 แสดงการเสียรูปทรงของโครงผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึก และทำอันตรกิริยากับอีออนบวกที่โครงผลึก
ที่มา Buckel (1991 31)

การที่อิเล็กตรอนสองตัวมาจับคู่กันทำให้อิเล็กตรอนต้องสูญเสียพลังงานไปส่วนหนึ่งจึงเป็นผลทำให้เกิดช่องว่างพลังงาน (energy gap, Δ) สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่เป็นไปตามทฤษฎีบีซีเอส (ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ) จะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัพธ์เป็นศูนย์ ($l=0$) เราเรียกตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ว่า ตัวนำยิ่งยวดคลื่นเสียง (s-wave) โดยช่องว่างพลังงานที่ผิวเฟอร์มิเกิดขึ้นได้ 2 ลักษณะคือช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic) และช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง (anisotropic)

2.2 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว (Ginzberg-Landau theory, GL-theory)

ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวเป็นทฤษฎีที่ใช้อธิบายการเปลี่ยนสถานะ (phase transition) ซึ่งสามารถใช้อธิบายการเปลี่ยนสถานะจากสภาพนำปกติไปเป็นสภาพนำยิ่งยวดที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤติ

แนวคิดเริ่มต้นของทฤษฎีนี้เริ่มมาจากการพิจารณาตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ (order parameter) โดยค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบจะมีค่าต่างกันไปแล้วแต่ปรากฏการณ์ที่ต้องการจะอธิบายโดยสมบัติที่สำคัญของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ คือ ต้องมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออยู่เหนือจุดวิกฤติ และต้องมีค่าจำกัดเมื่ออยู่ต่ำกว่าจุดวิกฤติ เช่น ในกรณีที่สารแม่เหล็กเฟอร์โร (Ferromagnetic) มีการเปลี่ยนสถานะเป็นสารแม่เหล็กพารา (Paramagnetic) ใช้ค่าแมกนีไทเซชัน (Magnetization) เป็นตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ เพราะเมื่อเราให้ความร้อนกับสารแม่เหล็กเฟอร์โรจนถึงอุณหภูมิคูรี (Curie temperature) สารแม่เหล็กเฟอร์โรซึ่งมีค่าแมกนีไทเซชันไม่เป็นศูนย์จะเปลี่ยนสถานะกลายเป็นสารแม่เหล็กพารา ซึ่งมีค่าแมกนีไทเซชันเป็นศูนย์

สำหรับในกรณีของสภาพนำยวดยิ่งทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว ใช้ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่งเป็นตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ โดยค่าของตัวแปรนี้เป็นไปตามเงื่อนไข คือ จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออุณหภูมิมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤติและมีค่าจำกัดเมื่ออุณหภูมิมิมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติ

$$|\psi|^2 = \begin{cases} 0 & T > T_c \\ \text{ค่าคงที่} & T < T_c \end{cases}$$

เมื่อ $|\psi|^2$ คือ ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง

ในการใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวอธิบายสภาพนำยวดยิ่งเริ่มจากแนวคิดที่ว่าในช่วงบริเวณแคบ ๆ รอบอุณหภูมิวิกฤติ ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก และสามารถเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระ (free energy density) กระจายอยู่ในรูปของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบได้เป็น

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \quad (2.1)$$

เมื่อ f_s คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำยวดยิ่ง

f_n คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำปกติ

a และ b คือ ค่าคงตัวใดๆ

ดังนั้นพลังงานอิสระหาได้จาก

$$F_s = \int d\bar{r} f_s(\bar{r}) \quad (2.2)$$

พิจารณาการแปรค่าเมื่อเทียบกับ ψ^* จะได้

$$\delta F_s = \int d\bar{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \delta \psi^* \quad (2.3)$$

ให้ $\frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0$ เพื่อหาค่าพลังงานต่ำที่สุดที่ภาวะสมดุลโดยพิจารณาสมการ(2.1) ถึงแค่เทอมที่สองจะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0 &= \frac{\partial \left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2} b|\psi|^4 \right]}{\partial \psi^*} \\ &= a\psi + b|\psi|^2\psi \end{aligned}$$

จะได้คำตอบ 2 คำคือ

ที่สถานะการนำปกติ $|\psi|^2 = 0$ จะได้

$$\psi = 0 \quad (2.4)$$

ที่สถานะการนำวดยิ่ง $|\psi|^2 \neq 0$ จะได้

$$\begin{aligned} a\psi + b|\psi|^2\psi &= 0 \\ |\psi|^2 &= -\frac{a}{b} \end{aligned} \quad (2.5)$$

ดังนั้นเมื่อเราแทนค่า $|\psi|^2$ ใน สถานะการนำวดยิ่งลงในสมการ(2.1) จะได้ความหนาแน่นของพลังงานอิสระในสถานะนำวดยิ่งที่ภาวะสมดุลเป็น

$$f_s = f_n - \frac{a^2}{2b} \quad (2.6)$$

ที่สถานะนำยวดยิ่ง $|\psi|^2 > 0$ และ $f_s < f_n$ (ระบบที่มีความเป็นระเบียบมากย่อมต้องมีพลังงานอิสระน้อยกว่าระบบที่มีความเป็นระเบียบน้อย) ดังนั้นจะสรุปได้ว่า $a < 0$ เพื่อให้ค่า $|\psi|^2$ เป็นบวกและ $b > 0$ ซึ่งจะได้ $f_s < f_n$

ในทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวได้รวมเทอม $\frac{1}{2m^*} | -i\hbar\nabla\psi |^2$ ซึ่งเป็นพลังงานจลน์ไว้เป็นความหนาแน่นพลังงานอิสระด้วย เมื่อ m คือ มวลยังผล (effective mass) ของอนุภาคในสถานะนำยวดยิ่ง ($m^* = 2m$ เพราะอนุภาคที่พิจารณานี้คือคูเปอร์นั่นเอง)

เมื่อตัวนำยวดยิ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กภายนอกจะมีฟลักซ์แม่เหล็กบางส่วนทะลุผ่านเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งได้ สามารถแสดงให้เห็นถึงสนามแม่เหล็กภายใน ($h(\vec{r})$) ที่เกิดขึ้นในเทอมของศักย์เวกเตอร์ (Vector potential, $\vec{A}(\vec{r})$) ได้เป็น

$$\vec{h} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.7)$$

และสามารถเขียนฮามิลโตเนียนของอนุภาคที่มีประจุ q ในสนามแม่เหล็กได้เป็น

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar\nabla + \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (2.8)$$

ดังนั้นสามารถเขียนเทอมพลังงานจลน์ใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 \quad (2.9)$$

เมื่อ e^* คือ ประจุยังผล (effective charge)

ความหนาแน่นของพลังงานอิสระในสนามแม่เหล็กตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวจึงเขียนได้เป็น

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (2.10)$$

เมื่อ $\frac{h^2}{8\pi}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

แต่ในความเป็นจริงเราไม่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายในได้ แต่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายนอกได้ ดังนั้นเพื่อความสะดวกจะทำการแปลงเลขจอร์ด (Legendre transformation) เขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระใหม่ได้เป็น

$$g_s = f_s - \frac{\hbar \bar{H}}{4\pi} \quad (2 11)$$

เมื่อ g_s คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำยวดยิ่งในเทอมของสนามแม่เหล็กภายนอก

2 2 1 สมการกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1

จากสมการ(2 10)และ(2 11)เขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระได้เป็น

$$g_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \psi \cdot \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + \frac{h^2}{8\pi} - \frac{\hbar \bar{H}}{4\pi} \quad (2 12)$$

พลังงานอิสระคือ

$$G_s = \int d\bar{r} g \quad (2 13)$$

พิจารณาการแปรค่าเมื่อเทียบกับ ψ^* จะได้

$$\delta G_s = \int d\bar{r} \frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} \delta \psi^*$$

ถ้า $\frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} = 0$ จะได้

พิจารณาค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ $\psi(r)$ โดยวิธีการแปรค่าเทียบกับ ψ^* เริ่มพิจารณาจาก

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi \right|^2 d\bar{r} \\ &= \frac{1}{2m^*} \int d\bar{r} \left[\hbar^2 \bar{\nabla} \psi^* \cdot \bar{\nabla} \psi + i\hbar \frac{e^*}{c} \bar{A} \psi \cdot \bar{\nabla} \psi^* - i\hbar \frac{e^*}{c} \bar{A} \psi^* \cdot \bar{\nabla} \psi + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2 |\psi|^2 \right] \quad (2 14) \end{aligned}$$

จากทฤษฎีบทไดเวอเจนซ์ (divergence theorem)

$$\int d\bar{r} \bar{\nabla} \cdot \bar{P} = \oint \bar{P} \cdot d\bar{s}$$

เมื่อ s คือผิวปิดที่ล้อมรอบปริมาตร v และ $d\vec{s}$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวปิด s
 ถ้าให้ $\vec{P} = f\vec{Q}$ จะได้ว่า โดย f เป็นปริมาณสเกลาร์ และ \vec{P}, \vec{Q} เป็นปริมาณเวกเตอร์

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \vec{\nabla} \cdot f\vec{Q} = f\vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \vec{Q} \cdot \vec{\nabla} f$$

จะได้

$$\int_v d\vec{r} f\vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \int_v d\vec{r} \vec{Q} \cdot \vec{\nabla} f = \oint_s f\vec{Q} \cdot d\vec{s}$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{\nabla} \psi$ จะได้

$$\int_v d\vec{r} \psi^* \nabla^2 \psi + \int_v d\vec{r} \vec{\nabla} \psi \cdot \vec{\nabla} \psi^* = \oint_s \psi^* \vec{\nabla} \psi \cdot d\vec{s} \quad (2.15)$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{A} \psi$ จะได้

$$\int_v d\vec{r} \psi^* \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \psi + \int_v d\vec{r} \vec{A} \psi \cdot \vec{\nabla} \psi^* = \oint_s \psi^* \vec{A} \psi \cdot d\vec{s} \quad (2.16)$$

แทนสมการ (2.14) และ (2.15) ลงในสมการ(2.13)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 d\vec{r} \\ &= \frac{1}{2m^*} \int d\vec{r} \left[-\hbar^2 \psi^* \nabla^2 \psi - i\hbar \frac{e^*}{c} \psi^* \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \psi - i\hbar \frac{e^*}{c} \vec{A} \psi^* \cdot \vec{\nabla} \psi + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2 |\psi|^2 \right] \\ & \quad + \frac{1}{2m^*} \oint \left[\hbar^2 \psi^* \vec{\nabla} \psi + \frac{i\hbar e^*}{c} \psi^* \vec{A} \psi \right] d\vec{s} \quad (2.17) \end{aligned}$$

จาก

$$\left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 = -\hbar^2 \nabla^2 - \frac{i\hbar e^*}{c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{ie^* \hbar}{c} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2$$

สามารถเขียนสมการ (2 16) ใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m\dot{\cdot}} \int \left| \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 d\vec{r} \\ &= \frac{1}{2m\dot{\cdot}} \int d\vec{r} \left[\psi \dot{\cdot} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right)^2 \psi \right] + \frac{i\hbar}{2m\dot{\cdot}} \oint \left[\psi \dot{\cdot} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right) \psi \right] d\vec{s} \end{aligned}$$

จากเงื่อนไขที่พื้นผิว (surface condition)

$$\hat{n} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right) \psi = 0 \quad (2 18)$$

สำหรับทุก ๆ จุดบนผิวของตัวนำยวดยิ่งกับเวกเตอร์ปกติ (\hat{n})

$$\frac{\partial g\dot{\cdot}}{\partial \psi \dot{\cdot}} = 0 = a\psi + b|\psi|^2\psi + \frac{1}{2m\dot{\cdot}} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right)^2 \psi \quad (2 19)$$

ดังนั้นเราจะได้สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 เป็น

$$\frac{1}{2m\dot{\cdot}} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + \frac{e\dot{\cdot}}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + a\psi + b|\psi|^2\psi = 0 \quad (2 20)$$

จะเห็นว่าสมการที่ได้มีรูปแบบที่คล้ายคลึงกับสมการชโรดิงเจอร์

2 2 2 สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 2

พิจารณากการแปรค่าของสมการ(2 12)เทียบกับศักย์เวกเตอร์ (\vec{A}) เนื่องจากความหนาแน่นของพลังงานอิสระเป็นฟังก์ชันของศักย์เวกเตอร์และอนุพันธ์ของศักย์เวกเตอร์จะได้

$$\int d\vec{r} \left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i} \delta A_i + \sum_i \frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \frac{\partial (\delta A_i)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.21)$$

เมื่อ i คือ x, y, z

สำหรับเทอมที่สองใช้วิธีอินทิเกรตทีละส่วน จะได้

$$\sum_i \frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \delta A_i \Big|_s - \int d\vec{r} \sum_i \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \right] \delta A_i$$

จากเงื่อนไขที่พื้นผิวจึงสามารถตัดเทอมแรกทิ้งได้ จะได้

$$\int d\vec{r} \left(\frac{\partial g_s}{\partial A_i} - \sum_i \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \right] \right) \delta A_i = 0 \quad (2.22)$$

แสดงว่า

$$\frac{\partial g_s}{\partial A_i} = \sum_i \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \right]$$

จาก

$$\frac{\partial g_s}{\partial A_i} = \frac{1}{2m^*} \left(i\hbar \frac{e^*}{c} \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - i\hbar \frac{e^*}{c} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + 2 \frac{e^{*2}}{c^2} A |\psi|^2 \right) \quad (2.23)$$

และ

$$\vec{h} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \quad (2.24)$$

จะได้

$$\frac{\hbar^2}{8\pi} - \frac{\hbar \bar{H}}{4\pi} = \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)^2 \right] \\ - \frac{1}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) H_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) H_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) H_z \right]$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right)} = 0$$

$$\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} \right)} = -\frac{1}{4\pi} (h_z - H_z)$$

$$\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right)} = -\frac{1}{4\pi} (h_x - H_x)$$

และ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right)} \right] \\ = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} (h_z - H_z) + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} (h_x - H_x) \\ = -\frac{1}{4\pi} [\bar{\nabla} \times (\vec{h} - \vec{H})]_x$$

ดังนั้นแนวองค์ประกอบที่เหลือจึงเป็น

$$\sum_i \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} \right)} \right] = -\frac{1}{4\pi} [\bar{\nabla} \times (\vec{h} - \vec{H})]_i \quad (2.25)$$

เขียนสมการ (2 23) และ (2 25) ในรูปเวกเตอร์ได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left(i\hbar \frac{e^*}{c} \psi \nabla \psi^* - i\hbar \frac{e^*}{c} \psi^* \nabla \psi + 2 \frac{e^*}{c^2} \bar{A} |\psi|^2 \right) = -\frac{1}{4\pi} \nabla \times (\bar{h} - \bar{H})$$

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla \times (\bar{h} - \bar{H}) = \frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e^*}{m^* c} \bar{A} |\psi|^2 \quad (2 26)$$

พิจารณาในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสม่ำเสมอและจากสมการของแมกซ์เวลล์มีสมการของความหนาแน่นกระแสเป็น

$$\bar{j} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \bar{h}$$

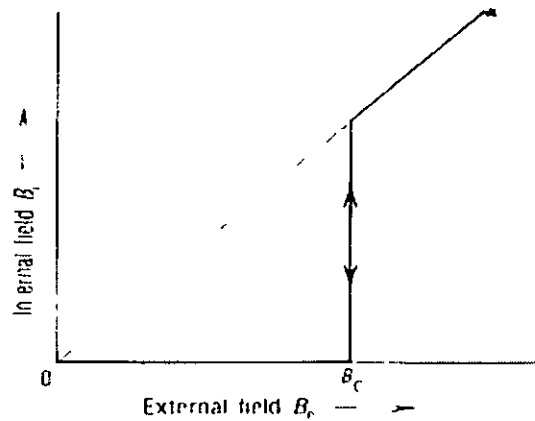
แทนค่าสมการ (2 26) จะได้

$$\bar{j} = -\frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^* c} \bar{A} |\psi|^2 \quad (2 27)$$

ซึ่งสมการนี้คือสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 2

2 3 ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 1 (Type I Superconductors)

โดยทั่วไปอุณหภูมิและสนามแม่เหล็กที่มีค่าสูง ๆ จะสามารถทำลายสภาพนำยิ่งยวดได้ ถ้าเราควบคุมอุณหภูมิให้มีค่าคงที่ค่าหนึ่ง โดยที่อุณหภูมินั้นมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติ เมื่อเราเพิ่มค่าสนามแม่เหล็กภายนอกขึ้นเรื่อย ๆ ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอกและสนามแม่เหล็กภายในจะเป็นไปตามภาพประกอบที่ 9



ภาพประกอบ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (B_e) และสนามแม่เหล็กภายใน (B_i) เมื่ออุณหภูมิคงที่
ที่มา Buckel (1991 115)

ในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ (H_c) ตัวนำจะอยู่ในสถานะการนำแบบปกติสนามแม่เหล็กภายนอกสามารถทะลุผ่านตัวนำเข้าไปได้ แต่สำหรับกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าต่ำกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติตัวนำจะอยู่ในสถานะการนำยิ่งยวดถึงสนามแม่เหล็กภายในมีค่าเป็นศูนย์การเปลี่ยนสถานะในลักษณะนี้คือการเปลี่ยนสถานะของตัวนำยิ่งยวดถึงประเภทที่ 1 จะใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติโดยเริ่มจากสามารถเขียนตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบได้ตามสมการ

$$\psi = |\psi| e^{i\phi} \quad (2.28)$$

เมื่อ ϕ คือเฟสของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ
ดังนั้น

$$\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^* = 2i |\psi|^2 \nabla \phi \quad (2.29)$$

แทนค่าลงในสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวาที่ 2 จะได้

$$\vec{j} = -\frac{e^*}{m^* c} \left(\frac{\hbar c}{e^*} \nabla \phi + \vec{A} \right) |\psi|^2 \quad (2.30)$$

สำหรับสนามแม่เหล็กภายนอกที่มีค่าสม่ำเสมอเมื่อค่า $H > H_c$ จะได้ $\tilde{h} = \bar{H}$ ซึ่งในกรณีนี้ตัวนำอยู่ในสถานะการนำแบบปกติ ($\psi = 0$) ดังนี้

$$\left(\frac{\hbar c}{e} \nabla \phi + \bar{A}\right) \psi = 0$$

เนื่องจาก $\nabla \times \nabla \phi = 0$ และ $\nabla \times \bar{A} = \bar{h} = \bar{H} \neq 0$

ในทางตรงกันข้ามถ้า $\tilde{h} = 0$ จะได้ว่า $\psi \neq 0$ (ตัวนำอยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง)

เขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระได้เป็น

$$g_s(H) = g_n(H) + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m} \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{e}{c} \bar{A} \right) \psi \right|^2 \quad (2.31)$$

เมื่อ

$$g_n(H) = f_n + \frac{\hbar^2}{8\pi} - \frac{\tilde{h} \bar{H}}{4\pi}$$

พิจารณาที่สนามแม่เหล็กวิกฤติ ($H = H_c$) จะได้

$$g_s(H_c) = g_n(H_c)$$

โดยทั่วไปในสถานะการนำปกติ $\tilde{h} = \bar{H}$

$$g_n(H) = g_n(0) - \frac{H^2}{8\pi}$$

และสำหรับสถานะการนำยวดยิ่ง $\tilde{h} = 0$

$$g_s(H) = g_s(0)$$

ค่าพลังงานอิสระของกิบ (Gibbs free energy) คงที่ภายในสถานะนำยวดยิ่ง ดังนั้นจะได้

$$g_s(0) = g_s(H_c) = g_n(H_c) = g_n(0) - \frac{H_c^2}{8\pi}$$

สำหรับกรณีไม่มีสนามแม่เหล็กที่บริเวณจุดวิกฤติพอดีจากสมการ(2.6)จะได้

$$g_s(0) = g_n(0) - \frac{a^2}{2b}$$

ดังนั้น

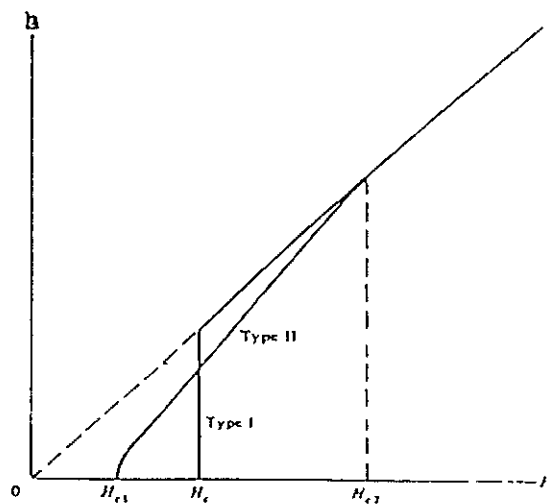
$$\frac{H_c^2}{8\pi} = -\frac{a^2}{2b}$$

$$H_c^2 = -\frac{4\pi a^2}{b} \quad (2.32)$$

ซึ่งคือค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติของตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1

2.4 ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2 (Type II Superconductors)

สำหรับตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและสนามแม่เหล็กภายนอกดังแสดงในภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 เปรียบเทียบการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในและค่าสนามแม่เหล็กภายนอก ระหว่างตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2
ที่มา Paulter (1991: 18)

เมื่อ $H > H_{c2}$ ตัวนำจะอยู่ในสถานะการนำปกติ ($\vec{h} = \vec{H}$) และ ถ้า $H < H_{c1}$ ตัวนำจะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ ($\vec{h} = 0$) แต่ที่สถานะระหว่างนั้น ($H_{c1} < H < H_{c2}$) ตัวนำจะอยู่ในสถานะผสมระหว่างการนำแบบยวดยิ่งและการนำแบบปกติ โดยที่ฟลักซ์แม่เหล็กสามารถทะลุผ่านบางส่วนได้ เรียก H_{c1} ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่หนึ่ง (Lower critical magnetic field, The first critical magnetic field) และเรียก H_{c2} (Upper critical magnetic field, The second critical magnetic field) ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง ต่อไปจะพิจารณาค่า H_{c1} และ H_{c2} โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

2 4 1 สนามแม่เหล็กวิกฤติบน

เริ่มต้นพิจารณาในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอก H มีค่าคงตัว และมีทิศทางอยู่ในแกน z

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = H\hat{z}$$

สำหรับค่าสนามแม่เหล็กภายในที่ต่ำกว่าค่า H_{c2} จะมีค่าแตกต่างจากสนามแม่เหล็กภายนอกเล็กน้อย ซึ่งสามารถเขียนในเทอมของศักย์เวกเตอร์ได้เป็น

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \delta\vec{A}$$

ดังนั้น

$$\vec{h} = \vec{H} + \vec{\nabla} \times \delta\vec{A}$$

จากที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสม่ำเสมอ

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \delta\vec{A}$$

จากสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 2 จะได้

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \delta\vec{A} = -\frac{4\pi e^2}{m c^2} \left(\frac{\hbar c}{e} \vec{\nabla} \phi + \vec{A} \right) |\psi|^2 \quad (2.33)$$

จากสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 สำหรับ $H < H_{c2}$ ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีค่าน้อยมากทำให้สามารถตัดเทอม $|\psi|^3$ ที่มีค่าน้อยมากทิ้งได้
จะได้

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + a\psi = 0 \quad (2.34)$$

ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นและสำหรับอนุภาคที่มีมวล m^* และมีประจุ $-e^*$ ซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กสามารถเขียนสมการฮามิลโทเนียนได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A}_0 \right)^2 \psi^2 = -a\psi$$

เป็นสมการค่าไอเกนที่มี $-a$ เป็นค่าไอเกนและมี $\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A}_0 \right)^2$ เป็นฮามิลโทเนียนซึ่งเทียบ
ได้กับสมการไอเกนสำหรับการเคลื่อนที่ของอนุภาคในสนามแม่เหล็กที่มีค่าไอเกนของฮามิลโทเนียน
เป็น (Singh 1996 427)

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (2.35)$$

เมื่อ $\omega = \frac{e^* H}{m^* c}$ คือ ระดับพลังงานที่สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก เรียกว่าระดับ
แลนดาว (Landau Levels)

จากสมการ (2.34) และ (2.35) จะได้

$$|a| = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar e^* H}{m^* c}$$

หาสนามแม่เหล็กได้เป็น

$$H = \frac{2m^* c}{(2n+1)\hbar e^*} |a|$$

ในการพิจารณาค่า H_{c2} จะต้องพิจารณาค่าที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ซึ่งหมายความว่าต้องเลือกค่า $n = 0$ ดังนั้น

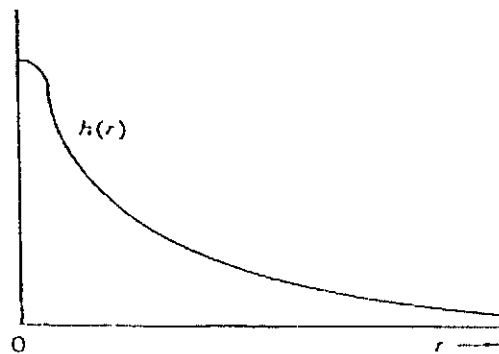
$$H_{c2} = \frac{2m^*c}{\hbar e} |a| \quad (2.36)$$

2.4.2 สนามแม่เหล็กวิกฤติล่าง

พิจารณาสนามแม่เหล็กที่มีค่ามากกว่าค่า H_{c1} ถ้าฟลักซ์แม่เหล็กที่ทะลุเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งมีค่าสม่ำเสมอจะได้ว่า $\psi = 0$ สำหรับทุก ๆ ตำแหน่ง ดังนั้นเราจะพิจารณาฟลักซ์แม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ แต่ถูกตรึงอยู่กับที่และมีการแทรกซึมอย่างสมมาตรให้ฟลักซ์แม่เหล็กเป็น

$$\vec{h} = h(\bar{r})\hat{z}$$

โดยฟังก์ชัน $h(\bar{r})$ จะมีค่าสูงสุดที่ $r = 0$ และมีค่าลดลงเรื่อย ๆ เมื่อค่าการกระจัด r เพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ ตามภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 แสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน $h(\bar{r})$ กับการกระจัด r

ที่มา Paulter (1991: 22)

และมีศักย์เวกเตอร์เป็น

$$\vec{A} = A(r)\hat{\theta}$$

ดังนั้น

$$\bar{h} = \bar{\nabla} \times \bar{A} = \hat{z} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rA(r))$$

หรือ

$$h(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rA(r))$$

ถ้าให้

$$A(r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^n$$

จะได้

$$h(r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (n+1) r^{n-1}$$

และ

$$A(r) = \frac{1}{r} \int_0^r r' h(r') dr$$

เมื่อพิจารณาการกระจายตัว r มีค่าน้อย ๆ จะได้ $h(r \rightarrow 0) \cong h(0) =$ ค่าคงที่

$$A(r) = \frac{1}{2} h(0) r$$

สำหรับในบริเวณที่ห่างออกไปจากฟลักซ์แม่เหล็ก ($r \rightarrow \infty$) จะได้ $\bar{h} = 0, |\psi| = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$ และ

$$\bar{A} = -\frac{\hbar c}{e} \bar{\nabla} \phi$$

พิจารณาการอินทิเกรตรอบวงกลม C ที่มีรัศมีเข้าใกล้อนันต์ จะได้

$$\oint_C \bar{A} \cdot d\bar{l} = -\frac{\hbar c}{e} \oint_C \bar{\nabla} \phi \cdot d\bar{l}$$

เทอมทางซ้ายมือสามารถแปลงได้โดยใช้ทฤษฎีบทของสโตก

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_V \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_V \vec{h} \cdot d\vec{s}$$

เมื่อ s คือ พื้นที่ผิวที่ล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง C ปริมาณนี้คือฟลักซ์ทั้งหมดที่พุ่งผ่านพื้นผิว s

$$\Phi = \int_V \vec{h} \cdot d\vec{s} = -\frac{\hbar c}{e} \oint_C \nabla \phi \cdot d\vec{l}$$

และค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบต้องมีค่าเดียวกันเท่านั้น ซึ่งหมายความว่า ค่าเฟสจะต้องมีการเปลี่ยนแปลงแบบครบรอบ คือ เปลี่ยนเป็นจำนวนเท่าของ 2π เท่านั้น

$$\oint_C \nabla \phi \cdot d\vec{l} = 2\pi n$$

จาก

$$A(r)\hat{\theta} = -\frac{\hbar c}{e} \nabla \phi$$

ดังนั้นค่า ϕ ขึ้นกับค่า θ เท่านั้น โดย $\phi = -\theta$

ดังนั้น

$$\oint_C \nabla \phi \cdot d\vec{l} = -\int_0^{2\pi} d\theta = -2\pi$$

และ

$$\Phi = 2\pi \frac{\hbar c}{e} \quad (2.37)$$

ค่านี้คือฟลักซ์แม่เหล็กที่น้อยที่สุดที่สามารถทะลุผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ โดยฟลักซ์แม่เหล็กนี้จะมีค่าไม่ต่อเนื่องกัน

พิจารณาค่า $A(r)$ เมื่อ r เข้าใกล้ค่าอนันต์

$$A(r) = \frac{\hbar c}{e} \frac{1}{r} \rightarrow 0$$

ค่ากระแสควอดริงสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{j} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{h} = -\frac{c}{4\pi} \frac{dh(r)}{dr} \hat{\theta} = \frac{e \cdot}{m \cdot c} \left(\frac{\hbar c}{e \cdot r} - \vec{A} \right) |\psi|^2 \hat{\theta} \quad (2.38)$$

\vec{j} อยู่ในทิศทางของ $\hat{\theta}$ แสดงให้เห็นว่าฟลักซ์แม่เหล็กมีความสัมพันธ์กับการไหลวนของกระแสควอดริง เราพิจารณากายใต้ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

$$\psi(r) = \left(\frac{|a|}{b} \right)^{\frac{1}{2}} f(r) e^{-i\theta}$$

เมื่อ $r \rightarrow \infty, f(r) \rightarrow 1$

จากสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 โดย

$$\left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e \cdot}{c} \vec{A} \right)^2 = \hbar^2 \left(-i\vec{\nabla} + \frac{e \cdot}{\hbar c} \vec{A} \right)^2$$

และ

$$\left(-i\vec{\nabla} + \frac{e \cdot}{\hbar c} \vec{A} \right)^2 = -\nabla^2 - \frac{ie \cdot}{\hbar c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{ie \cdot \vec{A}}{\hbar c} \cdot \vec{\nabla} + \frac{e \cdot^2}{\hbar^2 c^2} A^2$$

พิจารณาในพิกัดทรงกระบอกถ้า $\vec{A} = A(r)\hat{\theta}$ ดังนั้น $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ จะได้

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(-\nabla^2 - \frac{2ie \cdot}{\hbar c} \frac{A(r)}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{e \cdot^2}{\hbar^2 c^2} A(r)^2 \right) \psi + a\psi + b|\psi| \quad (2.39)$$

เนื่องจากฟลักซ์แม่เหล็กมีความสมมาตรในระนาบ ดังนั้น

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \quad (2.40)$$

แทนสมการ(2 40)ลงในสมการ(2 39)แล้วจัดรูปจะได้

$$-\xi^2 \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df(r)}{dr} \right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{e^*}{\hbar c} A(r) \right)^2 f(r) \right] - f(r) + f(r)^3 = 0 \quad (2 41)$$

เมื่อ ξ คือความยาวอาพันธ์ และนิยามโดย

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*|a|}$$

จากสมการของกระแสวนยิ่งจะได้

$$\bar{j} = -\frac{c}{4\pi} \frac{dh(r)}{dr} \hat{\theta} = \frac{e^*}{m^*c} \left(\frac{\hbar c}{e^* r} - A(r) \right) \frac{|a|}{b} f(r)^2 \hat{\theta}$$

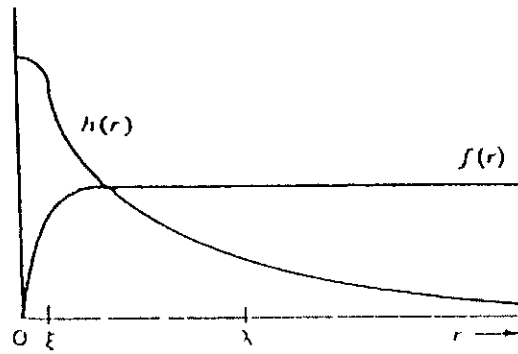
และจากนิยามระยะทะลวงลึกของสนาม

$$\lambda = \left(\frac{m^* c^2 b}{4\pi e^* |a|} \right)^{\frac{1}{2}}$$

จะได้

$$\frac{dh(r)}{dr} = -\frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\hbar c}{e^* r} - A(r) \right) f(r)^2 \quad (2 42)$$

โดยเราสามารถหาคำตอบของสมการ (2 41) และ (2 42) โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้สำหรับกรณีที่กระจัด r มีค่าน้อย ๆ $f(r) \cong r$ คำตอบของ $f(r)$ และ $h(r)$ เป็นดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 แสดงคำตอบของ $f(r)$ และ $h(r)$

ที่มา Paulter (1991 26)

กำหนดค่ากึ่งเบียร์กแลนดาวพารามิเตอร์ (κ) เป็น

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} = \frac{m \cdot c}{\hbar e} \left(\frac{b}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.43)$$

พิจารณาในกรณี $\kappa \gg 1$ โดยเริ่มต้นจาก $\lambda \gg \xi$ และ $f(r)$ มีค่าเท่ากับโดยตลอดยกเว้นในบริเวณรัศมีโดยรอบแกนกลางของฟลักซ์แม่เหล็กเป็นระยะทาง ξ

จากสมการ (2.42) และ

$$r h(r) = \frac{d}{dr} (r A(r))$$

จะได้

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh(r)}{dr} \right) = \frac{1}{\lambda^2} h(r) f^2(r) - \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\hbar c}{e} \frac{1}{r} - A(r) \right) \frac{df^2(r)}{dr}$$

ในบริเวณรอบนอกจากรัศมี ξ , $f(r) \cong 1$ ดังนั้น

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh(r)}{dr} \right) = \frac{1}{\lambda^2} h(r) \quad (2.44)$$

โดยคำตอบของสมการนี้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเบสเซลแบบปรับปรุง (modified Bessel function) ซึ่งมีคำตอบในสองรูปแบบคือ

$$I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad \text{และ} \quad K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

พิจารณาในกรณีที่ r มีค่ามากๆ

$$I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \propto e^{\frac{r}{\lambda}} \left(\frac{\lambda}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$

และ

$$K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \propto e^{-\frac{r}{\lambda}} \left(\frac{\lambda}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ที่ $r \rightarrow \infty$ คำตอบของสมการต้องมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ด้วยแต่ค่า $I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$ ไม่เป็นไปตามนั้นดังนั้นเราเลือก

$$h(r) \propto K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

เขียนใหม่ได้เป็น

$$h(r) = c' K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$

เมื่อ c' คือฟังก์ชันคงที่

จากสมการ (2.37) ฟังก์ชันแม่เหล็กทั้งหมดที่พุ่งผ่านสามารถเขียนได้เป็น

$$\Phi = 2\pi \frac{hc}{e} = \int \vec{h} \cdot d\vec{s} = 2\pi \int_0^{\infty} r dr h(r)$$

ถ้า $h(r) = c' K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$ เป็นจริงตลอดทุกค่า r ยกเว้นในบริเวณที่เป็นแกนกลางของฟลักซ์แม่เหล็ก
จะได้

$$\frac{\hbar c}{e^*} = \int_0^{\infty} r dr c' K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) = c' \lambda^2 \int_0^{\infty} x dx K_0(x) = c' \lambda^2$$

และ

$$c' = \frac{\hbar c}{e^*} \frac{1}{\lambda^2}$$

ได้

$$h(r) = \frac{\hbar c}{e^*} \frac{1}{\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (2.45)$$

ถ้า $\psi = \left(\frac{|a|}{b}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-i\theta}$ และ $\bar{A} = A(r)\hat{\theta}$ จะสามารถเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระได้เป็น

$$\begin{aligned} g_v &= f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \psi^* \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + \frac{\hbar^2}{8\pi} - \frac{\hbar}{4\pi} \bar{H} \\ &= f_n + \frac{\hbar^2}{8\pi} - \frac{\hbar}{4\pi} \bar{H} - \frac{|a|^2}{b} + \frac{1}{2} \frac{|a|^2}{b} + \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{|a|}{b} \left(\frac{1}{r} - \frac{e^*}{\hbar c} A(r) \right)^2 \end{aligned}$$

จาก $f(r) = 1$ และสมการ (2.42) ได้

$$\frac{\hbar c}{e^*} \frac{1}{r} - A(r) = -\lambda^2 \frac{dh(r)}{dr}$$

และ $\bar{H} = H\hat{z}$ จะได้

$$\begin{aligned} g_v(H) &= f_n + \frac{h(r)^2}{8\pi} - \frac{h(r)H}{4\pi} - \frac{1}{2} \frac{|a|^2}{b} + \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{|a|}{b} \frac{e^{*2}}{\hbar^2 c^2} \lambda^4 \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 \\ &= f_n - \frac{1}{2} \frac{|a|^2}{b} + \frac{1}{8\pi} \left(h(r)^2 + \lambda^2 \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 \right) - \frac{h(r)H}{4\pi} \end{aligned}$$

อินทิเกรตทั่วทั้งปริมาตรเพื่อหาพลังงานอิสระและกำหนดให้

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4} \int_0^\infty r dr \left(h(r)^2 + \lambda^2 \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 \right) = \frac{H_{c_1}}{2} \int_0^\infty r dr h(r) = \frac{H_{c_1}}{2} \frac{\hbar c}{e}$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1 สามารถเขียนได้เป็น

$$H_{c_1} = 2 \frac{e}{\hbar c} \varepsilon_1 \quad (2.46)$$

จาก

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4} \int_0^\infty r dr \left(h(r)^2 + \lambda^2 \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 \right)$$

จะได้

$$\int_0^\infty r dr \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 = rh(r) \frac{dh(r)}{dr} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty dr h(r) \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh(r)}{dr} \right)$$

จากสมการ (2.44) จะได้

$$\int_0^\infty r dr \left(\frac{dh(r)}{dr} \right)^2 = rh(r) \frac{dh(r)}{dr} \Big|_0^\infty - \frac{1}{\lambda^2} \int_0^\infty r dr h(r)^2$$

ดังนั้น

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda^2}{4} rh(r) \frac{dh(r)}{dr} \Big|_0^\infty$$

จาก

$$h(r) \propto e^{-\frac{r}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{r}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{สำหรับ} \quad r \rightarrow \infty$$

จะได้

$$\varepsilon_1 = -\frac{\lambda^2}{4} \lim_{r \rightarrow \infty} r h(r) \frac{dh(r)}{dr}$$

สำหรับ r ที่ค่าน้อย ๆ

$$K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) = -\ln \frac{r}{2\lambda} - \gamma$$

เมื่อ $\gamma \approx 0.5772$

ดังนั้น

$$\frac{dh(r)}{dr} = -\frac{\hbar c}{e} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{r}$$

และ

$$r \frac{dh(r)}{dr} = -\frac{\hbar c}{e} \frac{1}{\lambda^2}$$

จะได้

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4} \frac{\hbar c}{e} \lim_{r \rightarrow 0} h(r)$$

เมื่อ $h(r) \propto K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)$ มีค่าลู่ออกเมื่อ $r \rightarrow 0$ จะได้

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4} \frac{\hbar c}{e} h(\xi)$$

ดังนั้น

$$h(\xi) = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\hbar c}{e} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \approx \frac{\hbar c}{e} \frac{1}{\lambda^2} \ln \kappa$$

เมื่อ $\kappa \gg 1$

จะได้

$$\varepsilon_1 \approx \frac{1}{4} \frac{\hbar^2 c^2}{e^2} \frac{1}{\lambda^2} \ln \kappa$$

ดังนั้นค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างจึงเป็น

$$H_{c1} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar c}{e} \frac{1}{\lambda^2} \ln \kappa \quad (2.47)$$

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

ในเดือนธันวาคมปี ค.ศ. 1999 โดว และ คณะ (Doh et al 1999 5305 - 5353) ได้เสนอแบบจำลองพลังงานอิสระแบบหลายแถบสำหรับตัวนำยวดยิ่งที่เป็นสารประกอบพวก $\text{Ho}_{1-x}\text{Dy}_x\text{Ni}_2\text{B}_2\text{C}$ และใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแสดงให้เห็นถึงความไม่ปกติของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน ซึ่งผลที่ได้ก็สอดคล้องกับการทดลอง

ในเดือนมกราคม ปี ค.ศ. 2001 อะคิมิชิ และ นากามัตสึ (Akimisu & Nagamatsu 2001 63) ได้รายงานว่แมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤติ 40 K หลังจากได้เสนอข้อมูลนี้ออกไปก็ได้สร้างความน่าสนใจอย่างมากในวงการวิทยาศาสตร์ เพราะตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์มีอุณหภูมิวิกฤติสูงมากเมื่อเทียบกับบรรดากำนำยวดยิ่งที่ประกอบด้วยธาตุสองชนิดเหมือนกัน

ในเดือนสิงหาคม ปี ค.ศ. 2001 บูเซ่ และ ยามาชิตะ (Buzea & Yamashita 2001 1-33) ได้เสนอการรายงานผลรวบรวมข้อมูลต่างๆของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มีผู้วิจัยอื่นๆเสนอไว้ในหลายๆด้านเช่น การเตรียมตัวนำยวดยิ่งแบบฟิล์มบาง ก้อน ผง เทป และเส้นลวด ทั้งในความดันสูงและความดันปกติ จนถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆรวมทั้งการมีอยู่ของแถบพลังงานทั้งสองแถบ (Two-band Superconductor)

ในเดือนธันวาคม ปี ค.ศ. 2001 ชูลกา และ คณะ (Shulga et al 2001 0103154v1) ได้ทำการศึกษาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนโดยใช้แบบจำลองของอีไลเชเบิร์ก (Eliashberg) แบบสองแถบพลัง

งานซึ่งผลการทดลองกับทฤษฎีที่ได้มีความใกล้เคียงกว่าการใช้แบบจำลองแบบแถบพลังงานเดียวที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง

ในเดือนธันวาคมปี ค.ศ. 2001 ฮาสส์และมากิ(Hass & Maki 2004 0104207v1)ได้เสนอแบบจำลองที่แสดงความไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่งตามสมการ

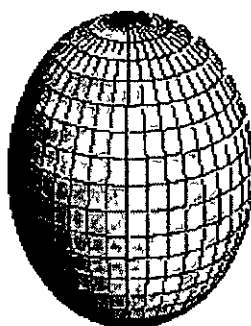
$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + a'z^2}{1 + a'} \right)$$

เมื่อ $z = \cos \theta$

θ คือ มุมโพลาร์

a' คือ ตัวแปรของความไม่สมมาตรระหว่างแกน c กับระนาบ ab

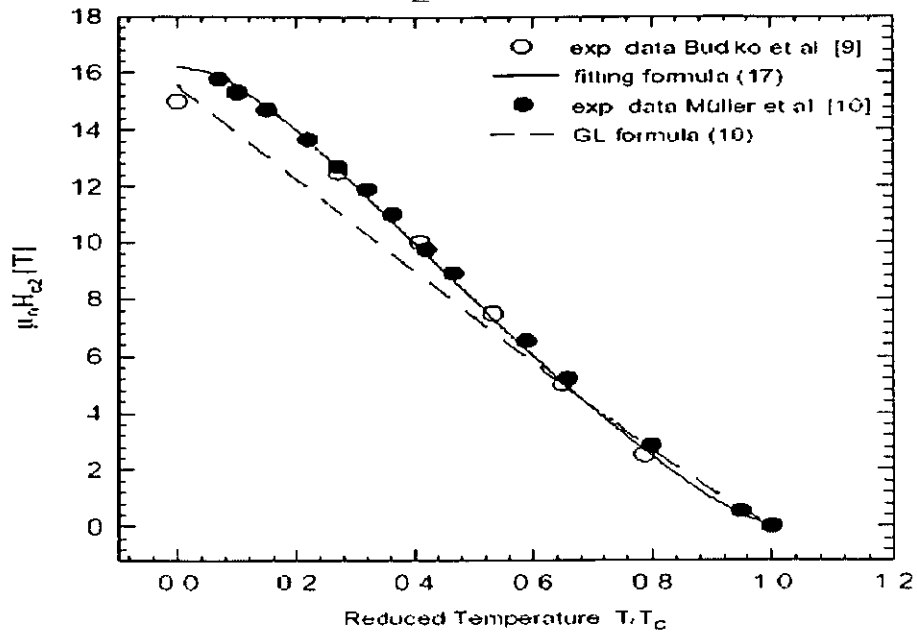
เพื่อนำไปใช้อธิบายพฤติกรรมทางเทอร์โมไดนามิกส์ โดยสมมติว่าพื้นผิวเฟอร์มีมีลักษณะเป็นรูปทรงรี ดังรูป



ภาพประกอบ 13 แสดงแถบพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีแถบพลังงานขึ้นกับทิศทางตามแบบจำลองของฮาสส์และมากิ ในปริภูมิโมเมนตัม

ที่มา Hass, & Maki (2004 0104207v1)

ในเดือนมกราคมปี ค.ศ. 2002 แอสเคอแซด, เกนเซอร์ และกุลลู(Askerzade, Gencer and Guçlu 2002 L13-L16) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงาน ซึ่งได้สมการของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่สามารถอธิบายผลการทดลองรอบ ๆ อุณหภูมิวิกฤติได้ดังภาพประกอบ 14 โดยคณะผู้วิจัยเริ่มพิจารณาจากสมการความหนาแน่นของพลังงานอิสระแบบสองแถบพลังงานตามแบบจำลองที่นำเสนอโดย โดวและคณะ(Doh H et al 1999 5350 - 5353) ตามสมการ



ภาพประกอบ 14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ
เปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองและทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวที่คำนวณได้
ที่มา Askerzade, Gencer and Guçlu (2002 L13-L16)

$$F_{sc}[\psi_1, \psi_2] = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (2.48)$$

เมื่อ

$$F_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\nabla - \frac{2\pi\vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + \alpha_i(T) \psi_i^2 + \frac{\beta_i \psi_i^4}{2}$$

$$F_{12} = \varepsilon(\psi_1^* \psi_2 + \psi_1 \psi_2^*) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\nabla + \frac{2\pi\vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\nabla - \frac{2\pi\vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + \left(\nabla - \frac{2\pi\vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \left(\nabla + \frac{2\pi\vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2^* \right\}$$

โดย m_i คือ มวลยังผล (effective mass) ที่อยู่ในแถบพลังงานที่ i ($i = 1, 2$)

F_i คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน

F_{12} คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงาน

α คือ สัมประสิทธิ์ที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับอุณหภูมิโดย $\alpha_i = \gamma_i (T - T_c)$

β คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ, γ คือ ค่าคงตัว, \bar{H} คือ สนามแม่เหล็กภายนอก
 ε และ ε_1 คือ ค่าที่อธิบายการรวมกันและเกรเดียนท์ (gradient) ของค่าตัวแปรที่บอกความเป็น
 ระเบียบตามลำดับ

ϕ_0 คือ ฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัมซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{2\pi\hbar c}{e}$

\bar{A} คือ ศักย์เวกเตอร์

แล้วทำการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_i

$$\frac{\delta F}{\delta \psi_1} = 0, \quad \frac{\delta F}{\delta \psi_2} = 0$$

จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + \alpha_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0$$

และ

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0$$

ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเป็น

$$h_{c2} = \left(\theta - c_0 + (A\theta^2 - B\theta + c_0^2)^{\frac{1}{2}} \right) a_0^{-1} \quad (2.49)$$

โดย $A = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} + A_1 \eta^2, A_1 = 64a_1 a_2 \frac{x^2}{(x+1)^2}, x = \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2}$

$$B = \frac{2(x-1)(a_1 x - a_2)}{(x+1)^2} + (a_1 + a_2) A_1 \eta^2 + 2B_1 \eta$$

$$c_0 = \frac{(a_1 x + a_2)}{(x+1)} + B_1 \eta, \quad \theta = 1 - \frac{T}{T_c}$$

$$a_0 = 1 - \frac{16x\eta^2 \left(\frac{\varepsilon}{T_c} \right)^2}{\gamma_1 \gamma_2}, \quad a_i = 1 - \frac{T_c}{T_c}, \quad \eta = \frac{T_c m_2 \varepsilon_1 \gamma_2}{\hbar^2 \varepsilon}$$

ต่อมาเดือนเมษายนในปีเดียวกันแอสเคอแซด, เกนเซอร์, กุลลู และ ไคลิก (Askerzade, Gencer Guçlu and Kiliç 2002 L13-L16) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงานซึ่งได้สมการของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างที่สามารถอธิบายผลการทดลองรอบๆ อุณหภูมิวิกฤติได้ โดยคณะผู้วิจัยเริ่มพิจารณาจากสมการความหนาแน่นของพลังงานอิสระแบบสองแถบพลังงานเช่นเดียวกับการหาสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน เมื่อทำการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ \bar{A} ก็จะได้ สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างออกมา

จาก

$$F_{sc}[\psi_1, \psi_2] = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right)$$

เมื่อ

$$F_1 = \frac{\hbar^2}{4m_1} \left| \left(\nabla - \frac{2\pi\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \right|^2 + \alpha_1(T) \psi_1^2 + \frac{\beta_1 \psi_1^4}{2}$$

$$F_{12} = \varepsilon(\psi_1^* \psi_2 + \psi_1 \psi_2^*) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\nabla + \frac{2\pi\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\nabla - \frac{2\pi\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + \left(\bar{\nabla} - \frac{2\pi\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \left(\bar{\nabla} + \frac{2\pi\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2^* \right\}$$

ทำการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ \bar{A} จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\nabla \times \nabla \times \bar{A}}{4\pi} &= \frac{2\pi}{\phi_0} \left[\frac{\hbar^2}{4m_1} n_1(T) \left(\frac{d\phi_1}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \bar{A} \right) + \frac{\hbar^2}{4m_2} n_2(T) \left(\frac{d\phi_2}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \bar{A} \right) \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_1 (n_1(T) n_2(T))^{1/2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \left[\left(\frac{d\phi_1}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \bar{A} \right) + \left(\frac{d\phi_2}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \bar{A} \right) \right] \right] \end{aligned}$$

ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติล่างเป็น

$$h_{cl} = B(T) \ln \kappa(T) \quad (2.50)$$

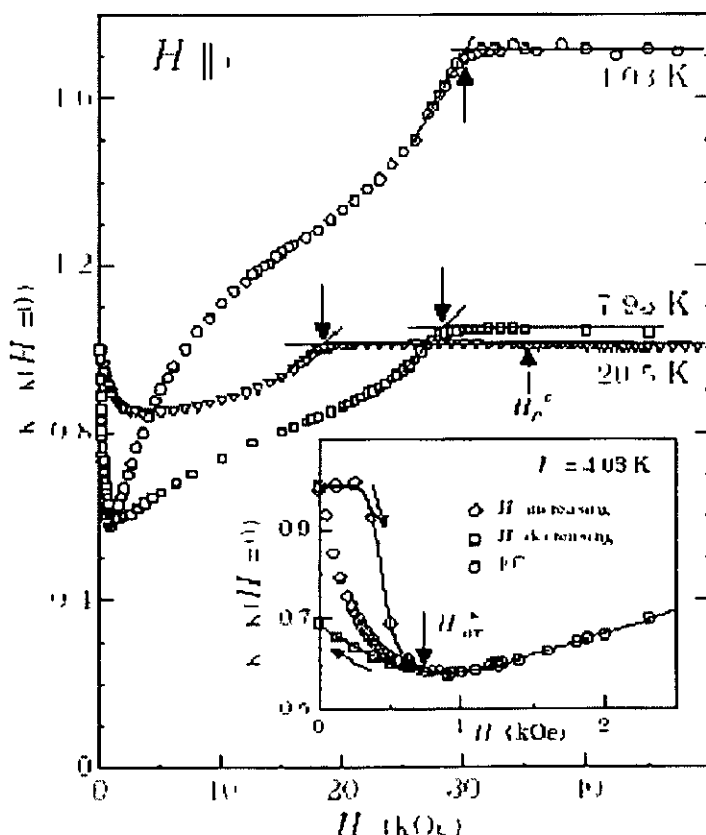
โดย

$$B(T) = -\frac{2}{x + D^{-1}} \left(\varepsilon^2 + \chi(\tau - \tau_{c1})^2 + 2\chi\eta\varepsilon^2(\tau - \tau_{c1}) \left[\frac{\theta^2 + (2 - \tau_{c1} - \tau_{c2})\theta}{\varepsilon^3 D(\tau - \tau_{c2}) + (\tau - \tau_{c1})^3} \right] \right)$$

เมื่อ

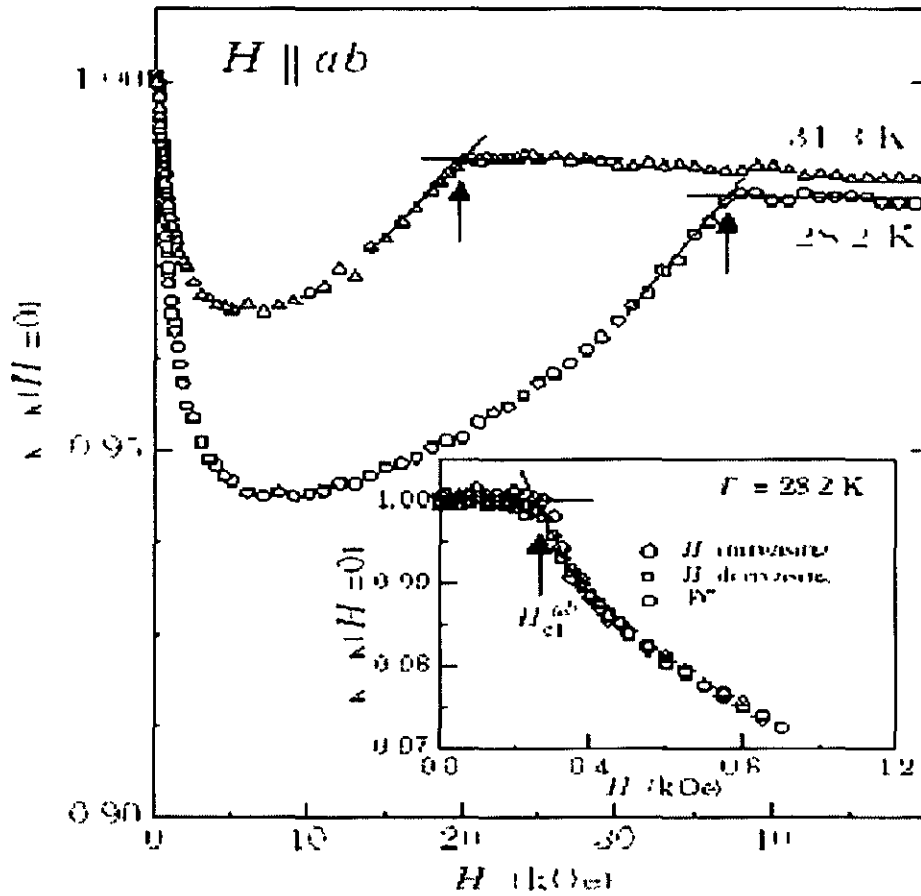
$$D = \frac{\beta_1 \gamma_2^2}{\beta_2 \gamma_1^2} \quad \tau_{c1c2} = \frac{T_{c1c2}}{T_c} \quad , \quad \chi = \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2} \quad , \quad \eta = \frac{\varepsilon_1 T_c \gamma_2 m_2}{\varepsilon \hbar^2} \quad , \quad \tau = \frac{T}{T_c} \quad , \quad \theta = \tau - 1$$

และในเดือนเดียวกัน โซโลกูเบนโก และ คณะ (Sologubenko et al 2002 180505-1) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับความไม่สมมาตรของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มีลักษณะเป็นก้อนโดยวิเคราะห์จากข้อมูลผลการทดลองที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและสนามแม่เหล็กซึ่งได้ค่าอัตราส่วนของความไม่สมมาตรที่อุณหภูมิ 0 K เป็น $H_{c2}^{ab}(0)/H_{c2}^c = 4.2$ ดังภาพประกอบ 15 และ 16



ภาพประกอบ 15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและความนำความร้อน ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศขนานแกน c

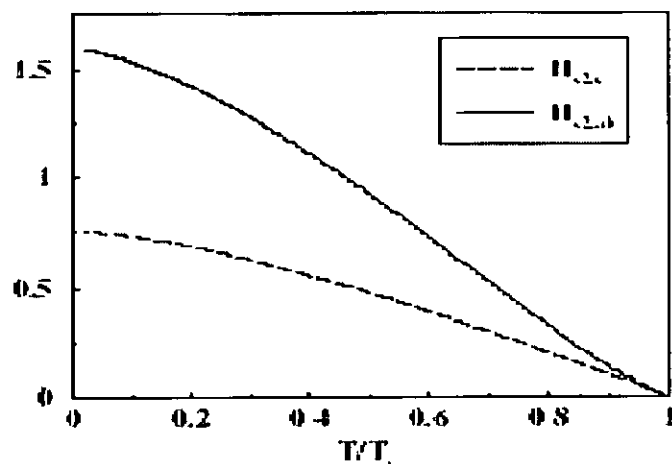
ที่มา Sologubenko et al (2002 180505-1)



ภาพประกอบ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและความนำความร้อน ในกรณีที่สนามแม่เหล็กมีทิศขนานแกน ab

ที่มา Sologubenko et al (2002 180505-1)

มิรานอวิก, มาชิเด และ โคแกน (Miranovic', Machida and Kogan 2002 0207146v1) ได้ศึกษาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดนี้ เชื่อมโดโบโรต์โดยใช้แบบจำลองแบบสองแถบพลังงานที่ไม่สมมาตรที่มีอันตรกิริยาอย่างอ่อน โดยแบบจำลองนี้แยกแถบพลังงานและช่องว่างพลังงานออกจากกันด้วยผิวเฟอร์มีที่มีลักษณะเป็นกิ่งทรงกลม ซึ่งสามารถแสดงให้เห็นว่า H_{c2ab}/H_{c2c} มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับการทดลองดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองในทิศทางแกน c (เส้นประ) และในทิศทางระนาบ ab (เส้นทึบ)

ที่มา Miranovic', Machida and Kogan (2002 0207146v1)

ลาร์ด และคณะ (Lyard et al 2003 0307388v1) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับระยะทะลุวงลึกของลอนดอน (London penetration depth, λ) และค่าความยาวอาพันธ์ (coherence length, ξ) ในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบผลึกเดี่ยวในทั้งสองแนวแกนผลึกซึ่งแสดงให้เห็นว่าตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์มีค่าพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตรแตกต่างกันสองตัวคือ $\Gamma_\lambda = \frac{\lambda_c}{\lambda_{ab}}$ และ $\Gamma_\xi = \frac{\xi_c}{\xi_{ab}}$ ซึ่งจะแยกกันอย่างชัดเจนในอุณหภูมิต่ำๆและจะมีค่าใกล้เคียงกันจนรวมเป็นค่าเดียวในที่สุดที่อุณหภูมิวิกฤติ ซึ่งผลที่ได้นี้สอดคล้องกับผลการคำนวณที่ใช้แบบจำลองแบบสองแถบพลังงานที่มีอันตรกิริยาอย่างอ่อน

โคแกนและ บัดโค (Kogan and Bud'ko 2003 131-142) ทำการศึกษาข้อมูลเพื่อแสดงถึงความไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ และจากข้อมูลที่ได้สามารถอธิบายได้ด้วยแบบจำลองแบบสองแถบพลังงานที่ไม่สมมาตรชนิดคลื่นเอสที่มีอันตรกิริยาอย่างอ่อนและได้ผลการคำนวณอัตราส่วนของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน $\gamma_H = H_{c2ab}/H_{c2c}$ มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง สำหรับอัตราส่วนค่าระยะทะลุวงลึกของลอนดอน $\gamma_\lambda = \lambda_c/\lambda_{ab}$ จะมีค่าลดลงจนถึงประมาณ 1 ที่อุณหภูมิ 0 K

ซิทอเมอส์กี และ ดาว (Zhitomirsky and Dao 2003 0309372v1) ได้แสดงให้เห็นว่าสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงานสามารถพิสูจน์มาจากแบบจำลองที่มีอันตรกิริยาอย่างอ่อนตามทฤษฎีบีซีเอส

ฟาง ยิง (Fang – Ying 2004 174 - 178) ใช้ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวศึกษาสมบัติทางความร้อนของตัวนำวอดยี่อุณหภูมิสูง ได้อนุพันธ์ของพลังงานอิสระเทียบกับอุณหภูมิ, เอนโทรปี, ความจุความร้อนจำเพาะ และอนุพันธ์ของความจุความร้อนจำเพาะเทียบกับอุณหภูมิมี่ค่าต่อเนื่องที่บริเวณที่มีการเปลี่ยนสถานะ และได้สมการค่าความจุความร้อนจำเพาะที่สอดคล้องกับผลการทดลอง

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยของ แอสเคอเซด และ คณะ (Askerzade et al 2002 L13-L16)ซึ่งได้ศึกษาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้ทฤษฎีของกินซ์เบิร์กแลนดาว สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง พบว่าสมการที่ได้ให้ผลสอดคล้องกับการทดลองในบริเวณรอบๆอุณหภูมิวิกฤติ สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาต่อจากงานของแอสเคอเซด โดยพิจารณาถึงผลจากความไม่สมมาตรด้วย และนำผลการคำนวณมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง เพื่อพิจารณาว่าความไม่สมมาตรมีผลต่อค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติอย่างไร ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยดังนี้

- 1 คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยใช้ทฤษฎีของกินซ์เบิร์กแลนดาวสำหรับตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง
- 2 ตรวจสอบความถูกต้องของสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่ได้จากขั้นตอนที่หนึ่ง ซึ่งคาดหวังว่าจะลดรูปไปสู่สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบแถบเดียวได้
- 3 คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยใช้แบบจำลองที่แสดงความไม่สมมาตรของมวลยังผล(effective – mass approximation model) แบบสองแถบ
- 4 ตรวจสอบความถูกต้องของสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่ได้จากขั้นตอนที่สามซึ่งคาดหวังว่าจะลดรูปไปสู่สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบแถบเดียวที่ได้
- 5 คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้ทฤษฎีของกินซ์เบิร์ก-แลนดาว สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทางโดยใช้ฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของฮาสส์และมากิ(Hass & Maki 2001 1-4) ตามสมการ

$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + a'z^2}{1 + a'} \right) \quad (3.1)$$

เมื่อ $z = \cos \theta$

θ คือ มุมโพลาไรซ์

a' คือ ตัวแปรของความไม่สมมาตรระหว่างแถบ c กับระนาบ ab

- 6 ตรวจสอบความถูกต้องของสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่ได้จากขั้นตอนที่ห้าซึ่งคาดหวังว่าจะลดรูปไปสู่สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบสองแถบที่ไม่ขึ้นกับทิศทางได้

7 นำสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนที่ได้จากขั้นตอนที่ 1, 3 และ 5 มาคำนวณเชิงตัวเลข แล้วนำมาเขียนกราฟเพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

3.1 สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองแบบสองแถบที่มีความสมมาตร

พิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบ (Doherty al, 85 5350)

$$F_{sc} = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (3.2)$$

เมื่อ

$$F_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m_i \bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + \alpha_i(T) \psi_i^2 + \frac{\beta_i \psi_i^4}{2} \quad (3.3)$$

$$F_{12} = \varepsilon (\psi_1^* \psi_2 + c.c.) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\bar{\nabla} + \frac{2m_1 \bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\bar{\nabla} - \frac{2m_2 \bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c.c. \right\} \quad (3.4)$$

โดย F_i คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน ($i = 1, 2$)

F_{12} คือ ความหนาแน่นพลังงานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2

$c.c.$ คือ เทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า

m_i คือ มวลยังผลในแต่ละแถบพลังงาน ($i = 1, 2$)

α คือ สัมประสิทธิ์ที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับอุณหภูมิ

โดย $\alpha_i = \gamma_i (T - T_{c_i})$ เมื่อ γ_i คือ ค่าคงตัว และ T_{c_i} คือ อุณหภูมิวิกฤติของแถบพลังงานที่ i

β คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

H คือ ค่าสนามแม่เหล็กภายนอก

\bar{A} คือ ศักย์เวกเตอร์

ϕ_0 คือ ฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม

ψ_i คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

ε คือ ตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

ε_1 คือ อนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

กำหนดให้ $|\psi_i|^2$ มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากรอบ ๆ จุดวิกฤติในปริภูมิจริง (real space) โดยการแปรค่าพลังงานอิสระในสมการ (3.1) เทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^* จะได้

$$\frac{\partial F}{\partial \psi_1^*} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial F}{\partial \psi_2^*} = 0 \quad (3.5)$$

กำหนดให้ $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ จะได้สนามแม่เหล็กภายนอกมีเฉพาะในแกน z เท่านั้น $\vec{H} = H\hat{z}$ แทนค่าในสมการ (3.4) จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + \alpha_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (3.6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (3.7)$$

เมื่อ $l_s = \frac{\hbar c}{2Hc_2}$ ค่า Hc_2 หาได้จากการพิจารณาสมการค่าไอเกน (eigen value equation) ที่ต่ำที่สุดของ

สมการ (3.5) และ (3.6) ซึ่งใกล้เคียงกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายที่มี $\psi \propto e^{-\frac{ax^2}{2}}$

ให้
$$\psi_1 = \lambda_1 e^{-\frac{ax^2}{2}} \quad \text{และ} \quad \psi_2 = \lambda_2 e^{-\frac{bx^2}{2}} \quad (3.8)$$

แทนค่าสมการ (3.8) ลงในสมการ (3.6) และ (3.7) จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(-a[1-ax^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + \alpha_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 + \varepsilon_1 \left(-b[1-bx^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (3.9)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(-b[1-bx^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon_1 \left(-a[1-ax^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (3.10)$$

เขียนใหม่ในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(-a(1-ax^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) + \alpha_1(T) & \varepsilon - \varepsilon_1 \left(-b(1-bx^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \\ \varepsilon - \varepsilon_1 \left(-a(1-ax^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) & -\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(-b(1-bx^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) + \alpha_2(T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

หาค่าไอเกน(eigen value)พิจารณาโดยค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์เป็นศูนย์

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\hbar^2 a}{4m_1} + \alpha_1(T) + x^2 \left(\frac{\hbar^2}{4m_1 l_s^2} - \frac{\hbar^2 a^2}{4m_1} \right) \right] \left[\frac{\hbar^2 b}{4m_2} + \alpha_2(T) + x^2 \left(\frac{\hbar^2}{4m_2 l_s^2} - \frac{\hbar^2 b^2}{4m_2} \right) \right] \\ & - \left[\varepsilon + \varepsilon_1 b + x^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{l_s^2} - \varepsilon_1 b^2 \right) \right] \left[\varepsilon + \varepsilon_1 a + x^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{l_s^2} - \varepsilon_1 a^2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

ให้
$$\frac{\hbar^2}{4m_1 l_s^2} - \frac{\hbar^2 a^2}{4m_1} = 0 \quad \text{จะได้} \quad a^2 = \frac{1}{l_s^2}$$

$$\frac{\hbar^2}{4m_2 l_s^2} - \frac{\hbar^2 b^2}{4m_2} = 0 \quad \text{จะได้} \quad b^2 = \frac{1}{l_s^2}$$

แทนค่าลงในสมการ (3.11) จะได้

$$\left(\alpha_1(T) + \frac{\hbar^2}{4m_1 l_s} \right) \left(\alpha_2(T) + \frac{\hbar^2}{4m_2 l_s} \right) = \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_1}{l_s} \right)^2 \quad (3.12)$$

ให้ $m_1 = m_2 = m$ และแทนค่า $l_s = \frac{\hbar c}{2H_{c2} e}$ จะได้

$$\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2}{\hbar^2 c^2} \right) H_{c,2}^2 + \left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon_1 e}{\hbar c} \right) H_{c,2} + (\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) = 0 \quad (3.13)$$

จาก $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เมื่อ a, b และ c คือค่าคงที่

จัดรูปใหม่ได้

$$x = \frac{-b \pm b \left(1 - \frac{4ac}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{2a} \quad (3.14)$$

ให้ $\frac{4ac}{b^2} \ll 1$

จากการกระจายทวินาม(Binomial series)

$$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3}x^3 +$$

จะได้

$$\left(1 - \frac{4ac}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4ac}{b^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{4ac}{b^2} \right)^2 +$$

ถ้า $\frac{4ac}{b^2} \ll 1$ พิจารณาเพียง 2 เทอมแรก

$$\left(1 - \frac{4ac}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4ac}{b^2} \right) \quad (3.15)$$

แทนสมการ (3.15) ลงในสมการ (3.14) จะได้

$$x^{(+)} \cong -\frac{c}{b}$$

และ

$$x^{(-)} \cong -\frac{b}{a} + \frac{c}{b}$$

ดังนั้นจะได้สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติสองสมการคือ

$$H_{c_2}^{(+)} \cong -\frac{(\alpha_1\alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2)\frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e}{\hbar c}\right)} \quad (3.16)$$

และ

$$H_{c_2}^{(-)} \cong -\frac{\left((\alpha_1 + \alpha_2)\frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e}{\hbar c}\right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2}{\hbar^2 c^2}\right)} + \frac{(\alpha_1\alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2)\frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e}{\hbar c}\right)} \quad (3.17)$$

โดย $\frac{4\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2}{\hbar^2 c^2}\right)(\alpha_1\alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2)\frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e}{\hbar c}\right)^2} \ll 1$

เลือกสมการค่าสนามแม่เหล็กที่เหมาะสมโดยพิจารณาเทียบกับสมการค่าสนามแม่เหล็กกรณีแถบพลังงานเดียวตามสมการ (2.35)

$$H_{c_2} = \frac{2m^*c|a|}{\hbar e^*} \quad (2.35)$$

เมื่อ $m^* = 2m$, $e^* = 2e$ $a = \alpha$

เมื่อพิจารณาในกรณีแถบพลังงานเดียว สามารถลดรูปลงได้ ตามเงื่อนไข

$$\alpha_1 = \alpha, \alpha_2 = 0, \varepsilon_1 = \varepsilon = 0$$

พิจารณาสมการ (3 17) ตามเงื่อนไขข้างต้น จะได้

$$H_{c2}^{(-)} = -\frac{2m^*c\alpha}{\hbar e^*}$$

จะเห็นว่าสามารถลดรูปลงสู่สมการ(2 35)ได้ซึ่งคือสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในกรณีแถบพลังงานเดียวได้ ดังนั้นสมการ (3 16) จึงเป็นสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในกรณีสองแถบพลังงาน

3 2 สนามแม่เหล็กวิกฤติบนโดยแบบจำลองมวลยังผลที่ไม่สมมาตร

จากค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนในแบบจำลองแบบแถบเดียว เมื่อสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับระนาบผลึก

$$H_{c2} = \frac{2m^*c|a|}{\hbar e^*} \quad (2 35)$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนมีค่าขึ้นอยู่กับมุมของสนามแม่เหล็กที่ทำกับระนาบผลึก (θ_0) โดยในระนาบของตัวนำวดยิ่งเมื่อฟังก์ชันคลื่นของคูคูเปอร์มีการซ้อนทับกันในระนาบเดียวกันมากกว่าการซ้อนทับระหว่างระนาบทำให้สามารถประมาณได้ว่ามีมวลยังผลในแนวตั้งฉากกับระนาบมากกว่ามวลยังผลในแนวระนาบ ถ้าให้ z เป็นแกนตั้งฉากกับระนาบจะได้

$$m_y = \begin{pmatrix} m_l & 0 & 0 \\ 0 & m_l & 0 \\ 0 & 0 & m_l \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

เมื่อ $m_l \neq m_r$

โดย m_l คือ มวลยังผลในระนาบ

m_r คือ มวลยังผลในแนวตั้งฉากกับระนาบ

และจากความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยาวอาพันธ์ (ξ) กับมวลตามสมการ(2.40)

$$\xi = \left(\frac{\hbar^2}{2m \cdot |a|} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.40)$$

จะได้ว่า

$$\xi \propto \left(\frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ดังนั้นสามารถเขียนความยาวอาพันธ์ (ξ) ได้เป็น

$$\xi_y = \begin{pmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \xi \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$\text{เมื่อ } \varepsilon = \left(\frac{m_l}{m_r} \right)^{\frac{1}{2}}$$

จากสมการ(3.29)แสดงให้เห็นว่ามวลยังผลมีความสมมาตรในระนาบดังนั้นค่าความยาวอาพันธ์ (ξ) ในทิศทางใดๆสามารถบอกได้ด้วยเวกเตอร์ตำแหน่ง(position vector) ดังสมการ(3.20)

$$\begin{aligned} x &= \xi \sin \theta \cos \phi \\ y &= \xi \sin \theta \sin \phi \\ z &= \varepsilon \xi \cos \theta \end{aligned} \quad (3.20)$$

สำหรับค่าความยาวอาพันธ์เมื่อพิจารณาในระนาบ xz สามารถบอกจากเวกเตอร์ตำแหน่ง $(\xi \sin \theta_0, 0, \varepsilon \xi \cos \theta_0)$ เมื่อ θ_0 คือมุมระหว่างสนามแม่เหล็กกับระนาบผลึก
พิจารณาค่าความยาวอาพันธ์ในระนาบ xz เมื่อสนามแม่เหล็กทำมุม θ_0 กับระนาบผลึก
จากสมการ

$$\xi_{xz} = \xi (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

เมื่อ ξ_{xz} คือ ค่าความยาวอาพันธ์ในระนาบ xz เมื่อสนามแม่เหล็กทำมุม θ_0 กับระนาบผลึก
 ξ คือ ค่าความยาวอาพันธ์ในระนาบผลึกเมื่อสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับระนาบผลึก
จากค่าฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม

$$\phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e}$$

ได้

$$\frac{c}{e} = \frac{\phi_0}{2\pi\hbar} \quad (3.22)$$

จากค่าความยาวอาพันธ์ได้

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2\xi^2 |a|} \quad (3.23)$$

แทนค่าสมการ(3.22)และสมการ(3.23)ลงในสมการ(2.35)จะได้สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองเป็น

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2} \quad (3.24)$$

โดยจะเห็นว่าค่า H_{c2} มีขนาดเท่ากับ $\frac{\phi_0}{2}$ หารด้วยพื้นที่ขนาด $\pi\xi^2$ ที่มีรัศมีเท่ากับค่าความยาวอาพันธ์ เนื่องจากมีความไม่สมมาตรของมวลยังผลในระนาบและในแนวตั้งฉาก ลักษณะของภาคตัดขวางที่ฟลักซ์แม่เหล็กพุ่งผ่านจะไม่เป็นวงกลมเช่นเดียวกับกรณีที่สมมาตรแต่จะเป็นรูปร่างหรืออย่างไรก็ตามขนาดของพื้นที่ยังคงเท่าเดิม พิจารณาจากพื้นที่วงรีได้เป็น

$$\pi\xi^2 \equiv \pi\xi_1\xi_2 = \pi\xi^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.25)$$

แทนสมการ(3.25)ลงในสมการ(3.24)จะได้

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.26)$$

ซึ่งคือค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตในแบบจำลองแบบแถบเดียว ซึ่งมีความไม่สมมาตรของมวลยังผลในระนาบและในแนวตั้งฉากโดยสนามแม่เหล็กทำมุมใดๆกับระนาบของตัวนำยวดยิ่ง(Morris, Coleman and Bhandari, 1972 899)

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตในกรณีแบบจำลองแบบสองแถบที่ไม่ขึ้นกับทิศทางเมื่อสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับระนาบของผลึกที่ทำมาแล้วตามสมการ (3.13)

$$\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2}{\hbar^2 c^2} \right) H_{c2}^2 + \left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e}{\hbar c} \right) H_{c2} + (\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) = 0 \quad (3.13)$$

พิจารณาในกรณีที่อันตรกิริยาระหว่างแถบทั้งสองมีค่าน้อยมากจะสามารถประมาณได้ว่าค่าความยาวอาพันธ์ของแต่ละแถบเป็น

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\alpha_1}} \quad \text{และ} \quad \xi_2 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\alpha_2}} \quad (3.27)$$

เมื่อ ξ_i คือ ค่าความยาวอาพันธ์ของแถบพลังงานที่ i ($i = 1, 2$)

และเมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบจะเห็นว่าค่า ε สามารถเทียบเคียงกับค่า α ได้ เพราะมีหน่วยเป็นพลังงานเหมือนกันจะได้

$$\xi_{12} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\varepsilon}} \quad (3.28)$$

เมื่อ ξ_{12} คือ ค่าความยาวอาพันธ์ระหว่างสองแถบพลังงาน

เนื่องจากค่า ε_1 อยู่ในหน่วยของโมเมนตัมที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานทั้งสอง จึงสามารถพิจารณาค่า ε_1 ให้อยู่ในรูปของ

$$\varepsilon_1 \equiv \frac{\kappa \hbar^2}{4m} \quad (3.29)$$

เมื่อ $\kappa \ll 1$

และจากสมการ(3.22)

$$\frac{c}{e} = \frac{\phi_0}{2\pi\hbar} \quad (3.22)$$

แทนสมการ(3.22) (3.27),(3.28)และ(3.29),ลงในสมการ(3.13)จะได้

$$\frac{\pi^2}{\phi_0^2}(1-\kappa^2)H_{c2}^2 + \frac{\pi}{\phi_0} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right) H_{c2} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) = 0$$

แก้สมการกำลังสองจะได้

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right) \pm \frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left\{ \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2 - (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.33)$$

แยกพิจารณาเป็นสองกรณี

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2 > (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)$$

$$\text{พิจารณาเทอม} \quad \left\{ \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2 - (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \text{ จะได้}$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2 - (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} - \frac{\left(\frac{1}{2} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)} + \frac{\left(\frac{1}{8} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)}$$

แทนลงในสมการ(3.33)จะได้

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)$$

$$\pm \frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left[\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} - \frac{\left(\frac{1}{2} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)} + \frac{\left(\frac{1}{8} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)} \right]$$

(3.34)

ดังนั้นจะได้สมการคำตอบสองสมการคือ

$$H_{c2}^{(-)} = -\frac{\phi_0}{\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)$$

$$+ \frac{\left(\frac{1}{2} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)} - \frac{\left(\frac{1}{8} \right) (1-\kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)}$$

(3.35)

และ

$$H_{c^2}^{(+)} = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)(1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4}\right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)} + \frac{\left(\frac{1}{8}\right)(1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4}\right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)} \quad (3.36)$$

กรณีที่ 2 $(1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4}\right) > \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)^2$

พิจารณาเทอม $\left\{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)^2 - (1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$ จะได้

$$\begin{aligned} & \left\{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)^2 - (1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4}\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{(1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2}\right)} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)^2}{\left((1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2}\right)^4}{\left((1-\kappa^2)\left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2}\right)\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

แทนสมการ(3.37)ลงในสมการ(3.33)จะได้สมการคำตอบสองสมการคือ

$$\begin{aligned}
H_{c2}^{(-)} = & -\frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right) - \frac{\phi_0}{2\pi} \left(\frac{\left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{(1-\kappa^2)} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\phi_0}{4\pi} \frac{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2}{(1-\kappa^2)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& + \frac{\left(\frac{1}{16} \right) \left(\frac{\phi_0}{\pi} \right) \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^4}{(1-\kappa^2)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.38)
\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
H_{c2}^{(+)} = & -\frac{\phi_0}{2\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right) + \frac{\phi_0}{2\pi} \left(\frac{\left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{(1-\kappa^2)} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\phi_0}{4\pi} \frac{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2}{(1-\kappa^2)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& - \frac{\left(\frac{1}{16} \right) \left(\frac{\phi_0}{\pi} \right) \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^4}{(1-\kappa^2)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{1}{\xi_{12}^4} - \frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.39)
\end{aligned}$$

พิจารณาสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่เหมาะสมจากสมการ(3.36),(3.37),(3.38)และ(3.39)โดยการลดรูปสมการเป็นสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติแบบแถบเดียวตามสมการ(3.24)

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2} \quad (3.24)$$

เมื่อพิจารณาในกรณีแถบพลังงานเดี่ยวจะได้

$$\alpha_1 = \alpha \quad \xi_1 = \xi$$

$$\alpha_2 = 0 \quad \xi_2 = \infty$$

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \kappa = 0$$

$$\varepsilon = 0 \quad \xi_{12} = \infty$$

พิจารณาตามเงื่อนไขข้างต้นจะเห็นว่าสมการ(3 35)สามารถลดรูปเป็นสมการ(3 24)ได้
ตรวจสอบเงื่อนไขของแต่ละกรณีจะได้

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2 > (1 - \kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2} - \frac{1}{\xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^2} \right)$$

จัดรูปใหม่ได้

$$\left(\frac{\xi_{12}^2}{2\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{2\xi_2^2} + \kappa \right)^2 > (1 - \kappa^2) \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} - \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} - 1 \right)$$

กำหนดให้

$$a^2 = \frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} \quad \text{และ} \quad b^2 = \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2}$$

จะได้

$$\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \kappa a^2 + \kappa b^2 + \kappa a^2 b^2 + 1 > \frac{a^2 b^2}{2}$$

ซึ่งเงื่อนไขนี้จะเป็นจริงเสมอถ้า

$$1 \quad \frac{1}{2} < \kappa < 1$$

$$2 \quad a^2 < 1 \quad \text{และ} \quad b^2 < 1$$

$$\text{กรณีที่ 2 } (1 - \kappa^2) \left(\frac{1}{\xi_1^2 \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) > \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2$$

จะได้

$$\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \kappa a^2 + \kappa b^2 + \kappa a^2 b^2 + 1 < \frac{a^2 b^2}{2}$$

ซึ่งเงื่อนไขนี้จะเป็นเท็จเสมอถ้า $\frac{1}{2} < \kappa < 1$

ดังนั้นสมการ(3.35)คือสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติ

จัดรูปสมการ(3.35)ได้เป็น

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right) \left\{ \frac{1}{(1-\kappa^2)} - \frac{\left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} - 1 \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^2} + \frac{(1-\kappa^2) \left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} - 1 \right)^2}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^3} \right\} \quad (3.40)$$

จาก

$$\xi_{rc} = \xi, (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.41)$$

เมื่อ ξ_{rc} คือ ค่าความยาวอาพันธ์ในระนาบ xz ของแถบพลังงานที่ i ($i = 1, 2$)

ξ_i คือ ค่าความยาวอาพันธ์ในระนาบผลึกของแถบพลังงานที่ i ($i = 1, 2$)

พิจารณาจากความไม่สมมาตรของมวลยังผลในระนาบและมวลยังผลในแนวตั้งจากลักษณะของภาคตัดขวางที่ฟลักซ์แม่เหล็ก (ϕ_0) พุ่งผ่านเป็นรูปวงรี พิจารณาจากพื้นที่วงรีได้เป็น

$$\pi\xi_i^2 \equiv \pi\xi_i \xi_{rc} = \pi\xi_i^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.42)$$

แทนสมการ(3 42)ลงในสมการ(3 40)จะได้

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2(\sin^2\theta_0 + \varepsilon^2\cos^2\theta_0)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa\right) \times \left[\frac{1}{(1-\kappa^2)} - \frac{\left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2\xi_2^2} - 1\right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa\right)^2} + \frac{(1-\kappa^2)\left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2\xi_2^2} - 1\right)^2}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa\right)^3} \right] \quad (3 43)$$

3 3 สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองโดยแบบจำลองแถบเดี่ยวที่ไม่สมมาตร

เมื่อพิจารณาทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวเทียบกับทฤษฎี BCS (Fetter & Walecka 1995 471) จะสามารถเชื่อมโยงทั้งสองทฤษฎีนี้ได้โดยพิจารณาว่า

$$\psi \sim \Delta$$

เมื่อ Δ คือ ฟังก์ชันช่องว่างพลังงานตามทฤษฎี BCS

ψ คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

ดังนั้นเมื่อพิจารณาในกรณีที่ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความไม่สมมาตรจึงสามารถพิจารณาได้โดย

$$\Delta(\hat{k}, T) \sim f(\hat{k})\Delta(T)$$

เมื่อ $f(\hat{k})$ คือ ฟังก์ชันที่แสดงความไม่สมมาตร

ในทำนองเดียวกันเขียนในรูปของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบได้เป็น

$$\psi(\hat{k}, T) \sim f(\hat{k})\psi_0(T)$$

เมื่อ $\psi_0(T)$ คือตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบที่สมมาตรที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

จากสมการความหนาแน่นพลังงานอิสระตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวตามสมการ(3.3)และ(3.4)เมื่อดำเนินถึง
ถึงความไม่สมมาตร สมการของความหนาแน่นพลังงานจะเป็น

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_f} d^3 k F'_1 &= \int_{\varepsilon_f} d^3 k \left[\frac{\hbar^2}{4m_1} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) f_1(\hat{k}) \psi_1 \right|^2 + \alpha_1(T) f_1^2(\hat{k}) \psi_1^2 + \frac{\beta_1 f_1^4(\hat{k})}{2} \psi_1^4 \right] \\ &= \frac{\hbar^2}{4m_1} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \right|^2 \left(\int_{\varepsilon_f} f_1^2(\hat{k}) d^3 k \right) + \alpha_1(T) \psi_1^2 \left(\int_{\varepsilon_f} f_1^2(\hat{k}) d^3 k \right) + \frac{\beta_1 \psi_1^4}{2} \left(\int_{\varepsilon_f} f_1^4(\hat{k}) d^3 k \right) \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_f} d^3 k F'_2 &= \\ &= \frac{\hbar^2}{4m_2} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 \right|^2 \left(\int_{\varepsilon_f} f_2^2(\hat{k}) d^3 k \right) + \alpha_2(T) \psi_2^2 \left(\int_{\varepsilon_f} f_2^2(\hat{k}) d^3 k \right) + \frac{\beta_2 \psi_2^4}{2} \left(\int_{\varepsilon_f} f_2^4(\hat{k}) d^3 k \right) \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_f} d^3 k F'_{12} &= \\ &= \varepsilon(\psi_1 \psi_2 + c c) \left(\int_{\varepsilon_f} f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) d^3 k \right) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\bar{\nabla} + \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c c \right\} \left(\int_{\varepsilon_f} f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) d^3 k \right) \end{aligned}$$

โดย $f_i(\hat{k})$ คือฟังก์ชันที่แสดงความไม่สมมาตรของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบที่แถบพลังงานที่ i
(เมื่อ $i = 1, 2$)

และให้

$$\int_{\varepsilon_f} f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) d^3 k = \int_{\varepsilon_f} f_2(\hat{k}) f_1(\hat{k}) d^3 k$$

เขียนฟังก์ชันที่แสดงความไม่สมมาตรใหม่ในรูป

$$\int_{\varepsilon_f} f_i^2(\hat{k}) d^3 k = \langle f_i^2(\hat{k}) \rangle$$

$$\int_{\epsilon_r} f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) d^3 k = \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle$$

จะได้พลังงานอิสระของตัวนำควดิ่งแบบสองแถบพลังงานเมื่อตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความไม่สมมาตรเป็น

$$F_{vc} = \int \left(\int_{\epsilon_r} F'_{vc} d^3 k \right) d^3 r \quad (3.44)$$

เมื่อ F'_{vc} คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในกรณีที่ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความไม่สมมาตร

$\int_{\epsilon_r} F'_{vc} d^3 k$ คือ ค่าความหนาแน่นพลังงานอิสระเฉลี่ยรอบผิวเฟอร์มิ

F_{vc} คือ พลังงานอิสระของสถานะนำควดิ่ง

จะได้

$$\begin{aligned} F_{vc} = & \int d^3 r \left(\frac{\hbar^2}{4m_1} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \right|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \alpha_1(T) \psi_1^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{\beta_1 \psi_1^4}{2} \langle f_1^4(\hat{k}) \rangle \right. \\ & + \frac{\hbar^2}{4m_2} \left| \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 \right|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \alpha_2(T) \psi_2^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \frac{\beta_2 \psi_2^4}{2} \langle f_2^4(\hat{k}) \rangle \\ & \left. + \varepsilon(\psi_1 \psi_2 + c.c.) \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle + \varepsilon_1 \left\{ \left(\bar{\nabla} + \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \left(\bar{\nabla} - \frac{2m\bar{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c.c. \right\} \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle \right) \quad (3.45) \end{aligned}$$

ในการทำงานเดียวกับการพิจารณากรณีที่ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความสมมาตรเทอมที่มีค่า β มีค่าน้อยมากสามารถตัดทิ้งได้ จะเห็นว่าค่าพลังงานอิสระในกรณีที่ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความไม่สมมาตรนี้ อยู่ในรูปเดียวกับค่าพลังงานอิสระในกรณีที่ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความสมมาตรโดยมีความแตกต่างกันในค่าคงตัวจึงสามารถพิจารณาในการทำงานเดียวกันได้

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \psi_{10} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \alpha_1 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle \psi_{10} + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle \psi_{20} \\
- \varepsilon_1 \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \psi_{20} = 0
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_2^2} \right) \psi_{20} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \alpha_2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle \psi_{20} + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle \psi_{10} \\
- \varepsilon_1 \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_2^2} \right) \psi_{10} = 0
\end{aligned} \tag{3.47}$$

ค่า H_{c2} หาได้จากการพิจารณาสมการค่าไอเกน (eigen value equation) ที่ค่าที่สุดของสมการ (3.19) และ (3.20) ซึ่งใกล้เคียงกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายที่มี $\psi \propto e^{-\frac{ax^2}{2}}$

$$\psi_{10} = \lambda_1 e^{-\frac{ax^2}{2}} \quad \text{และ} \quad \psi_{20} = \lambda_2 e^{-\frac{bx^2}{2}} \tag{3.48}$$

เมื่อ ψ_{10} และ ψ_{20} คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบที่สมมาตรแบบปกติของแถบพลังงานที่ 1 และ 2
 a, b คือ ค่าคงที่

แทนค่าสมการ (3.48) ลงในสมการ (3.46) และ (3.47) จะได้

$$\begin{aligned}
-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(-a[1 - ax^2] - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \psi_{10} + \alpha_1 \psi_{10} + \varepsilon \frac{\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle}{\langle f_1^2(\hat{k}) \rangle} \psi_{20} \\
- \varepsilon_1 \frac{\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle}{\langle f_1^2(\hat{k}) \rangle} \left(-b[1 - bx^2] - \frac{x^2}{l_2^2} \right) \psi_{20} = 0
\end{aligned} \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(-b[1-bx^2] - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \psi_{20} + \alpha_2 \psi_{20} + \varepsilon \frac{\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle}{\langle f_2^2(\hat{k}) \rangle} \psi_{10} \\
& - \varepsilon_1 \frac{\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle}{\langle f_2^2(\hat{k}) \rangle} \left(-a[1-ax^2] - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \psi_{10} = 0 \quad (3.50)
\end{aligned}$$

แก้สมการ(3.47)เช่นเดียวกับสมการ(3.13)ซึ่งเป็นกรณีที่ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความสมมาตร ซึ่งจะได้

$$\left[\frac{\hbar^2}{4m_1 l_1} + \alpha_1 \right] \left[\frac{\hbar^2}{4m_2 l_1} + \alpha_2 \right] - \frac{\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\langle f_1^2(\hat{k}) \rangle \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle} \left[\varepsilon - \frac{\varepsilon_1}{l_1} \right]^2 = 0 \quad (3.51)$$

กำหนดให้ $m_1 = m_2 = m$ และแทนค่า $l_1 = \frac{\hbar c}{2H_{c2}e}$ ลงในสมการ (3.51) จะได้

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2 \langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\hbar^2 c^2} \right) H_{c2}^2 + \left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon\varepsilon_1 e \langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\hbar c \langle f_1^2(\theta) \rangle \langle f_2^2(\theta) \rangle} \right) H_{c2} \\
& + \left(\alpha_1 \alpha_2 - \frac{\varepsilon^2 \langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\langle f_1^2(\theta) \rangle \langle f_2^2(\theta) \rangle} \right) = 0 \quad (3.52)
\end{aligned}$$

โดยอาศัยการแก้สมการกำลังสองโดยใช้ขั้นตอนแบบเดียวกับการพิจารณาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง จะได้

$$H_{\epsilon_2} \equiv -\frac{\left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\epsilon\epsilon_1 e\Omega}{\hbar c} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\epsilon_1^2 e^2 \Omega}{\hbar^2 c^2} \right)} + \frac{(\alpha_1 \alpha_2 - \epsilon'^2 \Omega)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\epsilon\epsilon_1 e\Omega}{\hbar c} \right)} \quad (3.53)$$

เมื่อ

$$\Omega = \frac{\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\langle f_1^2(\hat{k}) \rangle \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle}$$

ถ้า $f_1(\hat{k}) = f_2(\hat{k})$ จะได้ $\Omega = 1$ แสดงว่าความไม่สมมาตรของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบไม่มีผล ซึ่งสมการ(3.53) สามารถลดรูปลงเป็นสมการคาสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ไม่ขึ้นกับทิศทางได้เพราะเมื่อค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีความสมมาตรจะมีสมการความสมมาตรเป็น

$$f_1(\hat{k}) = f_2(\hat{k}) = 1$$

ซึ่งเมื่อแทนค่าลงในสมการ (3.53) สมการจะลดรูปลงเป็นสมการ (3.17) ได้ กำหนดให้

$$\epsilon' = \epsilon\sqrt{\Omega} \quad \text{และ} \quad \epsilon'_1 = \epsilon_1\sqrt{\Omega} \quad (3.54)$$

แทนค่าลงในสมการ(3.53)จะได้

$$H_{\epsilon_2} \equiv -\frac{\left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\epsilon'\epsilon'_1 e}{\hbar c} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\epsilon_1'^2 e^2}{\hbar^2 c^2} \right)} + \frac{(\alpha_1 \alpha_2 - \epsilon'^2 \Omega)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\epsilon'\epsilon'_1 e\Omega}{\hbar c} \right)} \quad (3.55)$$

จากสมการ(3 54)สามารถพิจารณาสมการ(3 28)และ(3 29)ได้ใหม่เป็น

$$\xi'_{12} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\varepsilon'}} \quad (3 56)$$

และ

$$\varepsilon'_1 \equiv \frac{\kappa \hbar^2}{4m} \quad (3 57)$$

จะได้

$$\kappa' = \sqrt{\Omega\kappa}$$

จัดรูปสมการ(3 52)ใหม่เช่นเดียวกับสมการ(3 13)จะได้

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right) \left\{ \frac{1}{(1-\Omega\kappa^2)} - \frac{\left(\Omega - \frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right)^2} \right\} \quad (3 58)$$

เมื่อพิจารณาถึงความไม่สมมาตรของมวลยังผลตามสมการ(3 42)จะได้

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right) \left\{ \frac{1}{(1-\Omega\kappa^2)} - \frac{\left(\Omega - \frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right)^2} \right\} \quad (3 59)$$

ซึ่งจะเห็นว่าสมการ(3 59)อยู่ในรูปเดียวกับสมการ(3 43)

พิจารณาฟังก์ชันที่แสดงความไม่สมมาตรจาก

$$\begin{aligned}\langle f(\hat{k}) \rangle &= \int_{\epsilon_s} f(\hat{k}) d^3 k \\ &= \iiint f(\hat{k}) dk_x dk_y dk_z \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} d\theta d\phi \sin \theta f(\theta)\end{aligned}$$

เนื่องจาก ϕ ไม่ขึ้นกับ θ จะได้

$$\langle f(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta f(\theta)$$

ดังนั้น

$$\langle f^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi f^2(\theta) \sin \theta d\theta \quad (3.60)$$

แทนค่าฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของฮาร์สและมากี

$$f(\theta) = \frac{1 + a' \cos^2 \theta}{1 + a'} \quad (3.61)$$

เมื่อ a' คือค่าคงตัวใดๆ

แทนสมการ(3.61)ลงในสมการ(3.60)จะได้

$$\langle f^2(\theta) \rangle = \frac{15 + 10a' + 3a'^2}{15(1 + a')^2} \quad (3.62)$$

และ

$$\langle f_1^2(\theta) f_2^2(\theta) \rangle = \frac{5(3+b') + a'(5+3b')}{15(1+a')(1+b')} \quad (3.63)$$

จะได้

$$\Omega = \frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))} \quad (3.64)$$

เมื่อ a', b' คือค่าคงตัวใดๆ

แทนสมการ(3.64)ลงในสมการ(3.59)จะได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตินแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทางและมวลยังผลแถบไม่สมมาตร

$$H_{c2} = - \frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2 \frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))} \kappa \right) \times \left\{ \frac{1}{\left(1 - \frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))} \kappa^2 \right)} - \frac{\left(\frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))} - \frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2 \frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))} \kappa \right)^2} \right\} \quad (3.65)$$

บทที่ 4 ผลการวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินตามขั้นตอนในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์อย่างแม่นยำตรงเพื่อศึกษาผลที่เกิดจากความไม่สมมาตรโดยกำหนดให้มีแบบจำลองแบบสองแถบพลังงานที่ไม่สมมาตรและแบบจำลองมวลงผลที่ไม่สมมาตร ได้ผลการวิจัยดังนี้

1 สมการสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองแบบสองแถบพลังงานโดยแบบจำลองมวลงผลที่ไม่สมมาตรตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว คำนวณได้ดังสมการ(3 43)

$$H_{c2} = - \frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right) \times \left\{ \frac{1}{(1-\kappa^2)} - \frac{\left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} - 1 \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^2} + \frac{(1-\kappa^2) \left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} - 1 \right)^2}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^4} \right\} \quad (3 43)$$

2 สมการสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองแบบสองแถบที่มวลงผลไม่สมมาตร และแต่ละแถบขึ้นกับทิศทางตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว คำนวณได้ดังสมการ (3 65)

$$H_{c2} = - \frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2 (\sin^2 \theta_0 + \varepsilon^2 \cos^2 \theta_0)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right) \times \left\{ \frac{1}{(1-\Omega\kappa^2)} - \frac{\left(\Omega - \frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \xi_2^2} \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\Omega\kappa \right)^2} \right\} \quad (3 65)$$

โดย

$$\Omega = \frac{\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k}) \rangle^2}{\langle f_1^2(\hat{k}) \rangle \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle}$$

พบว่าสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทาง มีรูปสมการที่คล้ายกับแบบไม่ขึ้นกับทิศทางโดยมีเทอมของฟังก์ชันความไม่สมมาตร (Ω) เพิ่มขึ้นมาในเทอมที่แสดงอันตรกิริยาของทั้งสองแถบเมื่อแทน Ω ตามแบบจำลองของฮาส์และมากิจะได้

$$\Omega = \frac{(5(3+b') + a'(5+3b'))^2}{(15+a'(10+3a'))(15+b'(10+3b'))}$$

จะเห็นว่าขนาดของ Ω จะขึ้นกับค่า a' และ b' ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการคำนวณจะกำหนดขนาดของ Ω เพียงตัวเดียวเท่านั้น

สำหรับการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับสนามแม่เหล็กวิกฤติบนจะพิจารณาจากสมการ(3.65)โดยคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica โดยพิจารณาในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีทิศตั้งฉากและมีทิศขนานกับระนาบผลึก

พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ และพารามิเตอร์อื่นมีค่าคงที่แล้วสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤติบน (H_{c2}) กับอุณหภูมิ (T) ได้ดังนี้

$$\text{แทนค่า } \theta = 90^\circ, T_c = 40K, \Omega = 0.1, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 6.5, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 6.5 \text{ และสามารถเขียนกราฟแสดง}$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T เปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Xu, M et al 2001 0105171 Lee, S et al 2001 0105327, de Lima C et al 2001 5974) ได้ดังภาพประกอบ 18

$$\text{แทนค่า } \theta = 0^\circ, T_c = 40K, \Omega = 0.01, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 100, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 100 \text{ และ } \theta = 0^\circ, T_c = 36K,$$

$$\Omega = 0.01, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 12, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 12 \text{ และ } \theta = 0^\circ, T_c = 36K, \Omega = 0.01, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 13, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 13$$

และสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T เปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Xu M et al 2001 0105171 Lee, S et al 2001 0105327, de Lima, C et al 2001 5974) ได้ดังภาพประกอบ 19

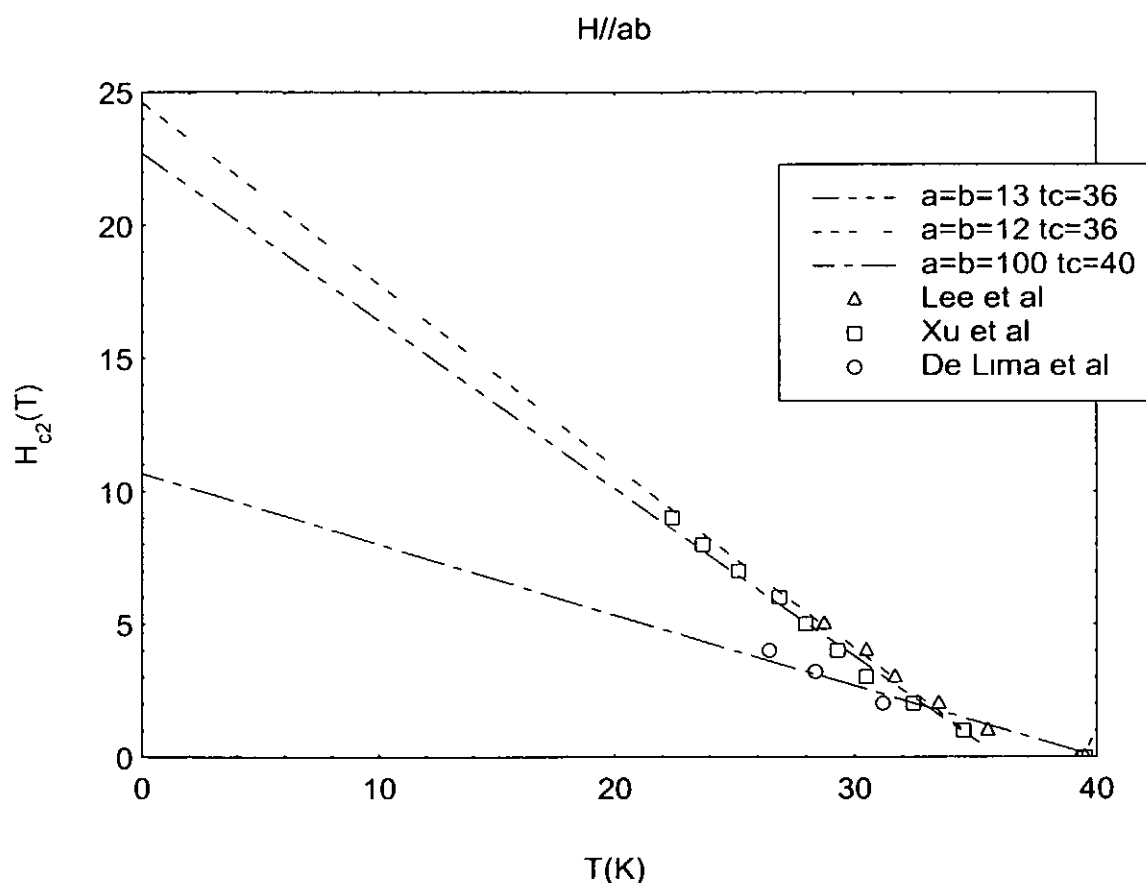
เขียนกราฟระหว่าง H_{c2} และ T เปรียบเทียบในกรณี $\theta = 0^\circ$ และ $\theta = 90^\circ$ เปรียบเทียบกันดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T ของแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่มี $T_c = 40K$ จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบผลึก

ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบน จากผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบผลึกเดี่ยว (Xu, M et al 2001 0105171 , Lee, S et al 2001 0105327 , de Lima, C et al 2001 5974) เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c เปรียบเทียบกับการคำนวณจากสมการ (3.65) พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 40K$ $\Omega = 0$ $1, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 6.5, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 6.5$ จะเห็นว่าการ

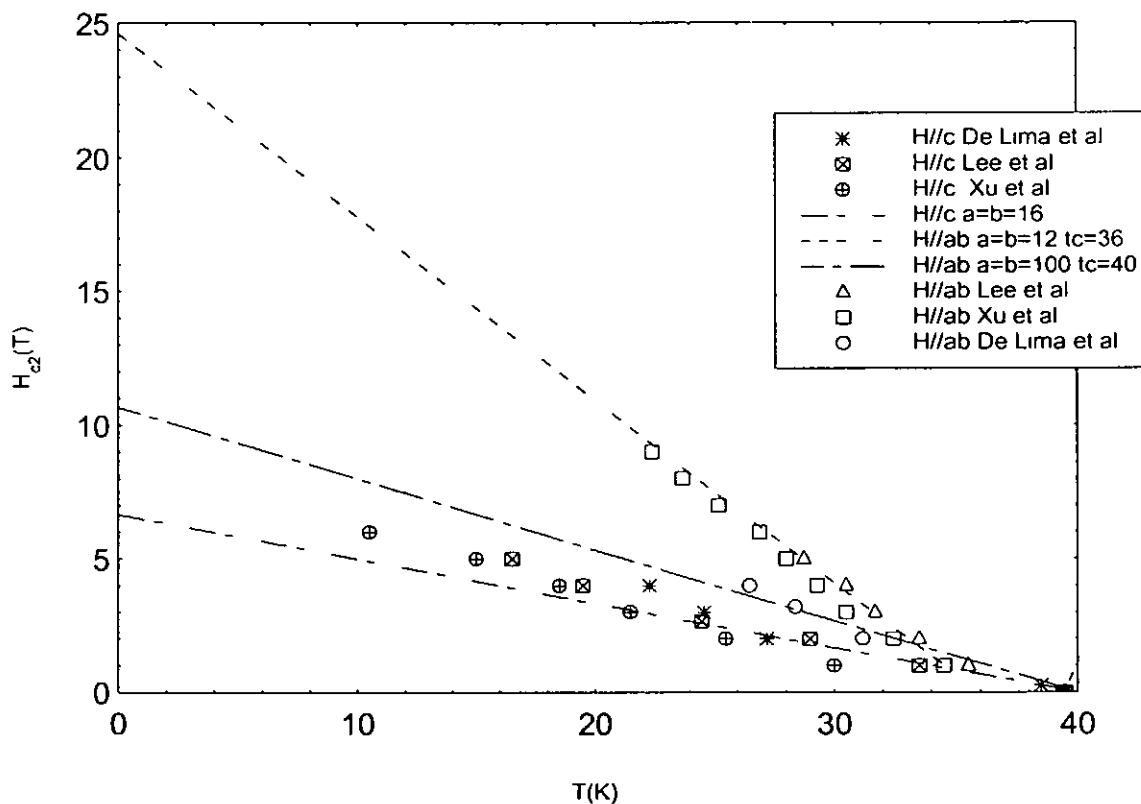
คำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 20 K ถึง 40 K โดยประมาณ)



ภาพประกอบ 19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีทิศทางกับระนาบผลึก

ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับคาสนามแม่เหล็กวิกฤติบน จากผลการทดลองของ แมกนีเซียมไดโบไรด์แบบผลึกเดี่ยว (Xu, M et al 2001 0105171 , Lee, S et al 2001 0105327 de Lima C et al 2001 5974) เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab เปรียบเทียบกับการคำนวณจากสมการ (3.65) พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 40K$

$\Omega = 0.01, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 100, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 100$ จะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองของ เดอ ลิมา และคณะ (de Lima, C et al 2001 5974) ในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 26 K ถึง 40 K โดยประมาณ)



ภาพประกอบ 20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c2} และ T เปรียบเทียบในกรณี $\theta = 0^\circ$ และ $\theta = 90^\circ$

เปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองและผลการคำนวณในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c และสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab จะมีค่ามากกว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c

3 อัตราส่วนระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในทิศตั้งขนานและตั้งฉากกับระนาบผลึก (κ) ดัง

ตาราง 1

ตาราง 1 อัตราส่วนระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในทิศขนานและตั้งฉากกับระนาบผลึก (κ) จากการคำนวณเปรียบเทียบกับค่าทดลอง

T	$H_{\parallel ab}$	$H_{\parallel c}$	$\kappa = \frac{H_{\parallel ab}}{H_{\parallel c}}$	κ_{exp}
0	24 61	6 66	3 7	4 2 (Sologubenko etal 20002 180505-1)
	22 71		3 4	
	10 66		1 6	
10	17 77	5 00	3 6	ไม่มีข้อมูลแต่จากการ ทดลองพบว่ามีค่าลดลง (Miranovic' Machida and Kogan 2002 0207146v1)
	16 40		3 3	
	8 00		1 6	
30	4 01	1 67	2 5	ไม่มีข้อมูลแต่จากการ ทดลองพบว่ามีค่าลดลง (Miranovic', Machida and Kogan 2002 0207146v1)
	3 79		2 3	
	2 67		1 6	

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนกับอุณหภูมิ สำหรับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ พิจารณาจากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบโดยคำนึงถึงความไม่สมมาตรของแต่ละแถบและมวลยังผล ซึ่งอันตรกิริยาระหว่างแถบมีค่าน้อยมาก โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบสองแถบที่ไม่ขึ้นกับทิศทางตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว
2. คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทางตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว
3. คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองแบบสองแถบที่มีความไม่สมมาตรของมวลยังผล
4. คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองแบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทางและมวลยังผลที่มีความไม่สมมาตร

สรุปผลงานวิจัย

จากผลการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยพิจารณาตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบ โดยคำนึงถึงความไม่สมมาตรของมวลยังผล และแถบพลังงานขึ้นกับทิศทางได้ผลดังนี้

จากภาพประกอบ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน จากผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบผลึกเดี่ยว (Xu, M et al 2001 0105171 , Lee S et al 2001 0105327 , de Lima, C et al 2001 5974) เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c เปรียบเทียบกับการคำนวณจากสมการ (3.65) พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 40K$

$\Omega = 0, \frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 6, \frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 6$ จะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 20 K ถึง 40 K โดยประมาณ)

จากภาพประกอบ 19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบน จากผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบผลึกเดี่ยว (Xu, M et al 2001 0105171 Lee S et al 2001 0105327, de Lima, C et al 2001 5974) เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab เปรียบเทียบกับการคำนวณจากสมการ (3.65) พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 40K$ $\Omega = 0.01$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 100$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 100$ จะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองของ เดอ ลิมา และคณะ (de Lima, C et al 2001 5974) ในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 26 K ถึง 40 K โดยประมาณ)

พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 36K$ $\Omega = 0.01$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 13$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 13$ จะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองของ ชู และคณะ (Xu, M et al 2001 0105171) และผลการทดลองของ ลี และคณะ (Lee S et al 2001 0105327) ในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 22 K ถึง 36 K โดยประมาณ)

พิจารณาในช่วง $0 < T < T_c$ เมื่อ $T_c = 36K$ $\Omega = 0.01$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_1} = 12$, $\frac{\xi_{12}}{\xi_2} = 12$ จะเห็นว่าผลการคำนวณที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองของ ชู และคณะ (Xu, M et al 2001 0105171) และผลการทดลองของ ลี และคณะ (Lee, S et al 2001 0105327) ในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติ (ช่วง 22 K ถึง 36 K โดยประมาณ)

จากภาพประกอบ 20 เปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองและผลการคำนวณในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c และสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab จะมีค่ามากกว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c

จากตาราง 1 อัตราส่วนระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในทิศทางและตั้งฉากกับระนาบผลึก (κ) จากการคำนวณเปรียบเทียบกับทดลองจะเห็นว่าค่าที่ได้จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองและมีแนวโน้มลดลงเมื่ออุณหภูมิมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน

อภิปรายผล

จากผลการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนพบว่าเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานระนาบ ab ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนจะมีค่ามากกว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติบนเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกขนานแกน c ซึ่งเป็นการแสดงถึงความไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ได้อย่างชัดเจน

แต่จากผลการคำนวณจะให้ค่าสอดคล้องกับผลการทดลองในบริเวณที่ใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤติเท่านั้น โดยจะมีการคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณและผลการทดลองในบริเวณที่ไกลออกไป

ผลการคำนวณจากงานวิจัยชิ้นนี้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤติแบบแม่นยำซึ่งคำนึงถึงความไม่สมมาตรของทั้งแถบพลังงานและมวลยังผลได้รูปสมการที่มีความหมายชัดเจนชัดเจน สามารถคิดได้ทั้งในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกตั้งฉากและขนานกับระนาบผลึกโดยใช้ตัวแปรชุดเดียวกัน และยังสอดคล้องกับการทดลองมากกว่าในกรณีไม่สมมาตรแบบแถบพลังงานเดี่ยวอีกด้วย

สำหรับค่าอัตราส่วนระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติในทิศทางและตั้งฉากกับระนาบผลึก (κ) ที่ได้มีค่าใกล้เคียงและมีแนวโน้มที่สอดคล้องกับผลการทดลอง

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤติบนแบบสองแถบพลังงานที่ไม่สมมาตรของตัวนำเวดดิ้งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยมีผลของอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานมีค่าน้อยมากซึ่งสาเหตุที่ทำให้ผลการคำนวณมีการคลาดเคลื่อนจากผลการทดลองอาจเป็นเพราะการคิดมวลของอันตรกิริยาระหว่างแถบมีค่าน้อยมาก ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าถ้าทำการวิจัยภายใต้เงื่อนไขที่ผลของอันตรกิริยาระหว่างแถบมีค่ามาก น่าจะได้ผลการคำนวณที่แตกต่างกันออกไปและอาจจะสอดคล้องกับผลการทดลองมากขึ้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ดวงมณี ลอออรรถพงศ์ (2540) อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงที่แถบพลังงานมีค่าจำกัดเมื่อมีสิ่งเจือปนประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก ปริญญาานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (ฟิสิกส์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- สุพจน์ มุสิริ (2535) พลังงานกระตุ้นและความหนาแน่นสถานะของแผ่นประกบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงสองชนิด ปริญญาานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต(ฟิสิกส์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- สุวัฒน์ รักพานิชย์ (2547) ผลของความไม่สมมาตรของความจุความร้อนของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ ปริญญาานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต(ฟิสิกส์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- Akimisu & Nagamatsu, J (2001) 'Superconductivity at 39 K in magnesium diboride'
Nature 410 63
- Askerzade, I N Gencer A ,and Guçlu N (2002) "On the Ginzburg – Landau analysis of the upper critical field H_{c2} in MgB_2 ", *Superconductor, Science&Technology* 15 L13 – L16
- Askerzade, I N ,Gencer A , Guçlu N ,and Kiliç A (2002) "Two - band Ginzburg – Landau theory for the lower critical field H_{c1} in MgB_2 ",
Superconductor, Science&Technology 15 L17 – L20
- Bardeen J , Cooper, N ,and Schrieffer, J R (1959) "Theory of Superconductivity"
Physical Review 108(5) 175 – 1204
- Bednorz J G & Muller, K A (1986) *Review of Modern Physics* 64 189
- Buckel W (1991) "Superconductivity" VHC
- Buzea, & Yamashita (2001) "Review of Superconducting Properties of MgB_2 ",
Superconductor, Science&Technology 14(11) R115 – R146
- Chu C & Wu, J (1987) *Physical Review Letters* 58 908
- Doh, H , et al (1999) "Phenomenological Theory of Superconductivity and Magnetism in $Ho_{1-x}Dy_xNi_2B_2C$ ", *Physical Review Letter* 83 (25) 5350 – 5353
- Fang – Ying L (2004), "Thermodynamic properties of high temperature superconductor"
Physica C 402 174 – 178

- Fetter A L , & Walecka J D (1995) "Quantum theory of Many – Particle system"
Taiwan , MaGraw - Hill
- Haas, S , & Maki, K (2004) "Anisotropic s – wave superconductivity in MgB₂",
arXiv cond – mat /0104207v1
- Ketterson, J B , & Song, S N (1998) "Superconductivity" Cambridge
- Kittel, C (1997) "Introduction to solid state Physics" 7th edition, John Wiley & Sons
- Kogan, V G , & Bud'ko, S L (2003) ' Anisotropy parameters of superconducting MgB₂'
, *Physica C* 385 131 – 142
- Lyard, L , et al (2003) "Anisotropies of the lower and upper critical fields in MgB₂
Single crystals", *arXiv cond-mat /0307388v1*
- Miranovic, P , Machida, K , and Kogan, V G (2003) "Anisotropy of the upper critical
field in superconductors with anisotropy gaps Anisotropy parameter of MgB₂"
, *J Phys Soc Jpn* 72 221
- Morris, R C , Coleman, R V, and Bhandari, R (1972) "Superconductivity and
Magnetoresistance in NbSe₂" , *Physical Review B* 5, No 3 895 - 901
- Omar, M A (1975) "Elementary Solid State Physics Principles and Applications"
Singapore
- Paul C C , & George, W C (2003 March) "Magnesium Diboride Better Late than
Never" , *Physics Today* 37
- Poulter, J (1991) "Lectures on Ginzburg – Landau (GL) Theory in The Theory of
Superconductivity" , Faculty of Science Chulalongkorn University
- Shulga, S V , et al (2001) " The upper critical fields problem in MgB₂ ",
arXiv cond-mat /0103154v1
- Singh, J (1996) "Quantum Mechanics Fundamentals & applications to
Technology" USA, Wiley Interscience
- Sologubenko, A V , et al (2002) " Temperature dependence and anisotropy of the bulk
upper critical fields H_{c2} of MgB₂", *Physical Review B* 65, 180505(R) 1 - 4
- Testardi L R , Wernick J H and Roger, W A (1978) *Solid State Communications* 15 1
- Zhitomirsky, M E , & Dao, V-H (2003) "Ginzburg – Landau theory of vortices in a multi –
Gap superconductor", *arXiv cond-mat /0309372v1*

ภาคผนวก
โปรแกรม Mathematica

```
ClearAll[hc2, a, b, aa, bb, tt, tc],
```

```
tc = 36,
```

```
kk = 0.5,
```

```
phi = 10,
```

```
delta = 0.1,
```

```
theta = 0,
```

```
Omega = 0.10,
```

$$z = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{\Omega}},$$

$$k = kk * \sqrt{\Omega},$$

```
a1 = 13,
```

```
b1 = 13,
```

$$aa[tt_] = \sqrt{\frac{a1}{tc - tt}},$$

$$bb[tt_] = \sqrt{\frac{b1}{tc - tt}},$$

$$hc2[tt_] = \frac{\phi}{2 * \pi * z^2 * \sqrt{(\sin[\theta])^2 + \delta * (\cos[\theta])^2}} * ((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k) * \left(\frac{1}{1 - k^2} - \frac{(z^2 / (aa[tt] * bb[tt]))^2 - 1}{((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k)^2} + \frac{(1 - k^2) * ((z^2 / (aa[tt] * bb[tt]))^2 - 1)^2}{((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k)^4} \right),$$

```
tt = 0.00000,
```

```
While[tt <= N[tc - 0.01],
```

```
    Print[tt, " ", N[hc2[tt]]],
```

```
    tt = tt + 0.5,
```

```
]
```

```
ClearAll[hc2, a, b, aa, bb, tt];
```

```
tc = 40,
```

```
kk = 0.5,
```

```
phi = 10,
```

```
Omega = 10,
```

$$z = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{\Omega}},$$

$$k = kk * \sqrt{\Omega},$$

```
a1 = 6.5,
```

```
b1 = 6.5,
```

$$aa[tt_] = \sqrt{\frac{a1}{(tc - tt)}},$$

$$bb[tt_] = \sqrt{\frac{b1}{(tc - tt)}},$$

$$hc2[tt_] = \frac{\phi}{2 * \pi * z^2} * ((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k) *$$

$$\left(\frac{1}{1 - k^2} - \frac{(z^2 / (aa[tt] * bb[tt]))^2 - 1}{((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k)^2} + \frac{(1 - k^2) * ((z^2 / (aa[tt] * bb[tt]))^2 - 1)^2}{((z/aa[tt])^2 + (z/bb[tt])^2 + 2 * k)^4} \right)$$

```
tt = 0.00000;
```

```
While[tt <= 40,
```

```
    Print[tt, " ", N[hc2[tt]]];
```

```
    tt = tt + 0.5,
```

```
]
```

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นาย อภาพงศ์ ชังจันทร์
วันเดือนปีเกิด 26 เมษายน 2522
สถานที่เกิด อ เมือง จ นนทบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน 44 หมู่ 8 ต เสาธงหิน อ บางใหญ่ จ นนทบุรี 11140

ประวัติการศึกษา

พ ศ 2540 มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์
พ ศ 2544 วท บ (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศิลปากร
พ ศ 2548 วท ม (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ