

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา
กับการสอนตามคู่มือครู

ปริญญาณิพนธ์

ของ

วิมล พงษ์पालิต

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

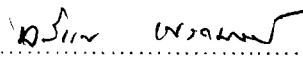
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา

กันยายน 2541

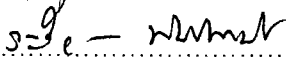
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้วเห็นสมควร
รับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

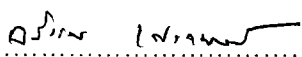
..........ประธาน

(ดร. อุไรรณ เสวตมาลย์)

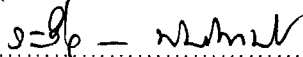
..........กรรมการ

(อาจารย์ระวีวรรณ พันธุ์พานิช)

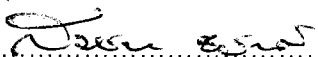
คณะกรรมการสอบ

..........ประธาน

(ดร. อุไรรณ เสวตมาลย์)

..........กรรมการ

(อาจารย์ระวีวรรณ พันธุ์พานิช)

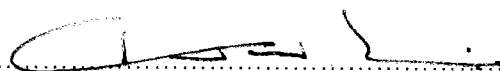
..........กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

..........กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..........คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)

วันที่ 21 เดือน กันยายน พ.ศ. 2541

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความรู้และการแนะนำอย่างดีจาก ดร. ฉวีวรรณ เศรษฐมัลย์ ประธานกรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ อาจารย์ระวีวรรณ พันธุ์พานิช กรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ และ อาจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ที่ได้กรุณามาร่วมเป็นกรรมการสอบและให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ไขปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์สุลีพร สุภธีระ ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ รองศาสตราจารย์ ดร.ส.วาสนา ประมวลพฤกษ์ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ทองหล่อ วิชาวิน และอาจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ได้กรุณาให้เกียรติเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์ อาจารย์หมวดวิทยาศาสตร์ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2540 ทุกคนจากโรงเรียนศรีบุญยานนท์ ที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทดลองเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อนๆ น้องๆ นิสิตปริญญาโทวิชาเอกการมัธยมศึกษาทุกท่านที่คอยให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์นี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงบังเกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขออุทิศเพื่อการพัฒนาคุณภาพการศึกษาค้นคณิตศาสตร์ แล้วจะนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และขอมอบเป็นกตัญญูแด่คุณแก่ บิดา มารดา ครู-อาจารย์ ครอบครัว พี่ๆน้องๆ ตลอดจนผู้อุปการะคุณทุกท่าน

วิมล พงษ์पालิต

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	5
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับ	
วิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	11
ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	13
ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์	15
ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ.....	17
องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	18
บทบาทของผู้แก้ปัญหและครูผู้สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	22
ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	24
แนวทางความคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของวิธีสอนแบบแก้ปัญห...	29
ทักษะและเทคนิควิธีการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	32
ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	41
อุปสรรคของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	42
ข้อดี-ข้อเสียของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	43
เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	43
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	43
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	47
การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	50

บทที่	หน้า
ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	50
เอกสารเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	51
ความหมายของเจตคติ.....	51
ลักษณะเจตคติ.....	52
องค์ประกอบของเจตคติ.....	52
เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	53
การวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	54
เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวกับเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์..	55
งานวิจัยต่างประเทศ.....	55
งานวิจัยในประเทศ.....	57
งานวิจัยเกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหา.....	60
งานวิจัยต่างประเทศ.....	60
งานวิจัยในประเทศ.....	61
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า.....	62
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	63
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	63
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	64
ระยะเวลาในการศึกษาค้นคว้า.....	64
แบบแผนการทดลอง.....	64
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
วิธีดำเนินการ ศึกษาค้นคว้า.....	73
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	74
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	74

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	80
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	80
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
5 บทย่อ สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	86
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	86
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	86
วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	86
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	88
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	88
อภิปรายผล.....	89
ข้อสังเกตจากการทดลอง.....	94
ข้อเสนอแนะ.....	95
บรรณานุกรม.....	97
ภาคผนวก.....	110
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	301

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตั้งแต่ปีการศึกษา 2531-2538.....	2
2 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา.....	38
3 แบบแผนการทดลอง.....	64
4 เปรียบเทียบรูปแบบการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู...	67
5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม.....	77
6 ค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่ม ทดลองและกลุ่มควบคุม.....	81
7 ค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและ หลังทดลอง.....	82
8 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA).....	83
9 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่ม ทดลองกับกลุ่มควบคุมก่อนการทดลอง.....	84
10 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่ม ทดลองกับกลุ่มควบคุมหลังการทดลอง.....	85
11 ตารางแสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (K.R.20) แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์.....	112
12 ตารางแสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (K.R. 20) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	113
13 ตารางแสดงค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	114
14 แสดงเนื้อหา จำนวนคาบ จุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเนื้อหา.....	132

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	25
2 วัฏจักรของการแก้ปัญหาของโพลยา.....	28
3 แผนภูมิการเกิดเจตคติ.....	53

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านเศรษฐกิจ สังคม การเมือง และการปกครองย่อมขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ปัจจัยประการหนึ่งคือ ทรัพยากรมนุษย์ นักวิชาการมีความเห็นว่าทรัพยากรมนุษย์นับว่าเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดและทิศทางการพัฒนาประเทศ ตามแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 - 2544) ได้สรุปเป็นปรัชญาว่า การพัฒนาประเทศ คือ **การพัฒนาคนและคุณภาพของคน** เพราะคนเป็นเหตุปัจจัยและผลลัพธ์ที่สำคัญที่สุดของการพัฒนาประเทศ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2539 : 1) ดังนั้นการพัฒนาประเทศจำเป็นต้องอาศัยความรู้ ความสามารถของคนในประเทศเป็นกำลังสำคัญ เพราะการพัฒนากำลังคนของประเทศถือว่าเป็นพื้นฐานของการพัฒนาในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในยุคโลกาภิวัตน์ต้องพัฒนาคนให้ทันกับ ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งความเจริญก้าวหน้าดังกล่าวขึ้นอยู่กับพื้นฐานของความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของพลเมืองประเทศนั้น ดังคำกล่าวของชัชวาลน์ คุประตกุล (2529 : 110) ที่ว่า “ปัจจัยหลักที่จะทำให้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศหนึ่งก้าวรุดหน้าได้อย่างเต็มที่หรือไม่ สามารถนำวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไปใช้ได้ดีกว่าประเทศอื่นหรือไม่ ก็อยู่ที่ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของเยาวชน”

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญในการเรียนการสอนทั้งในระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษา โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของการจัดการศึกษาในภาพรวมที่ผ่านมา คือ “อ่านออก เขียนได้ คิดเลขเป็น” แต่ในปัจจุบันการจัดการศึกษามุ่งให้ผู้เรียนสามารถ “คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น” ซึ่งสอดคล้องกับเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งมุ่งให้นำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ และครูผู้สอนจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถรู้จักดัดแปลงตัวอย่าง กิจกรรม แบบฝึกหัด ตลอดจนหาสื่ออุปกรณ์ประกอบการสอนให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจอย่างแท้จริง คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

(ปานทอง กุลนาถศิริ. 2538 : 18 ; เสริมศักดิ์ สุรวัฒน. ม.ป.ป. : 172-173) แต่รายงานผลการประเมินคุณภาพการเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พ.ศ. 2531, 2533 , 2535 ,2536 และ 2538 (กรมวิชาการ. 2538 : 24 และ 2540 : 12) ปรากฏว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่าทุกรายวิชาและมีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และมีแนวโน้มของคะแนนต่ำลงด้วย ดังตาราง 1

ตาราง 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
ตั้งแต่ปีการศึกษา 2531 – 2538

ปี พ.ศ.	ร้อยละของคะแนนเต็ม
2531	40.793
2533	39.976
2535	42.460
2536	43.123
2538	33.650

(ข้อมูล : กรมวิชาการ. 2538 : 24 และ 2540 : 12)

นอกจากนี้ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาพบว่า สมรรถภาพที่เป็นปัญหามากที่สุดในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา คือ ทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ต่ำสุดเมื่อเทียบกับสมรรถภาพทางด้านความรู้ ความคิด และด้านคุณลักษณะ (โกวิท ประวาลพุกษ์. 2533 ; กรมวิชาการ. 2538 ; การศึกษาแห่งชาติ. 2538) สาเหตุเกิดจากผู้เรียนคิดไม่เป็น และไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหายังไร อ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจว่าจะดำเนินการในทิศทางใด (เสริมศักดิ์ สุรวัฒน. ม.ป.ป. : 119) นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ข้อความมาเป็นประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ และไม่สามารถคิดคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้ (West. 1977 : 57-58) ครูผู้สอนยังติดอยู่กับวิธีสอนที่เน้นผลลัพธ์ที่ถูกต้องมากกว่ากระบวนการคิด มีลักษณะการเขียนแบบมากกว่าการเรียนรู้ เป็นต้นว่า เด็กเลียนแบบจากตัวอย่าง จากแบบฝึกหัด และจากการบ้านที่ครูให้ทำ (ช.ชนบท. 2529 ; สมจิต ชิวปรีชา. 2529 ; สิปปนนท์ เกตุทัต. 2538) มีการจำคำหลักเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ครูผู้สอนยังมีความคิดว่า โจทย์ปัญหาเป็นเรื่องที่ยากจะยังไม่สอนจน

กว่าผู้เรียนจะมีทักษะการคิดคำนวณอย่างถูกต้องและคล่องแคล่ว (สุนีย์ เหมประสิทธิ์. 2533 ; อ้างอิงมาจาก Baroody. 1987 : 247) ซึ่งขัดแย้งกับหลักการของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ที่จะต้องมีประโยชน์ข้อความก่อนจะใช้ทักษะการคำนวณ สำหรับสาเหตุที่ครูมักจะสอนโดยเน้นให้นักเรียนจำวิธีการมากกว่าหลักการและเหตุผลนั้น สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2529 : 4) กล่าวว่า เป็นเพราะ การสอนให้เด็กทำตามง่ายกว่าการสอนแบบกระบวนการ หลักการและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การสอนของครูยังมุ่งให้เด็กตอบข้อสอบได้ มากกว่าให้วิธีการซึ่งอาจเป็นเพราะว่าครูบางคนไม่มีความเข้าใจวิธีการสอน และวิธีการวัดผลประเมินผลทั้งที่ผลการสอบของนักเรียนเป็นตัวบ่งชี้ผลงานของครู

จากปัญหาดังกล่าวพอสรุปได้ว่า ผู้สอนส่วนใหญ่รวบรัดให้นักเรียนหาคำตอบหรือผลลัพธ์ โดยไม่คำนึงถึงนักเรียนว่าจะเข้าใจหลักการแก้ปัญหาและการคิดคำนวณอย่างแท้จริงหรือไม่ ซึ่งปกตินักเรียนเองก็มีความกลัวโจทย์ปัญหาอยู่แล้วเพราะนักเรียนจะต้องนำความสามารถในการหาเหตุผลมาใช้จึงจะช่วยให้เด็กนักเรียนแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ แต่เนื่องจากความสามารถในการใช้เหตุผลของนักเรียนแต่ละคนมีไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาก็มีหลากหลาย ด้วยเหตุนี้ครูจึงต้องเข้ามามีบทบาท จัดประสบการณ์ต่างๆให้แก่เด็กนักเรียน เพื่อจะได้นำไปพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันของนักเรียนได้ ในการจัดการเรียนการสอน หากครูมีความรู้ที่ชัดเจนถึงกระบวนการคิด การเรียน และการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและทราบกระบวนการคิดภายในตัวเด็กและพยายามช่วยเหลือให้เด็กได้พัฒนาตามขั้นตอนของกระบวนการที่ถูกต้องอย่างแท้จริง เชื่อว่านักเรียนจะสามารถทำความเข้าใจและเกิดทักษะทางการคิดในด้านคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์แบบ ซึ่งทักษะนี้จะเป็นเครื่องมือติดตัวเด็กสามารถนำไปใช้ศึกษาต่อในระดับสูงขึ้น และการที่บุคคลจะแสดงพฤติกรรมออกมาเช่นไรนั้น สืบเนื่องมาจากการเรียนรู้ ซึ่งกระบวนการเรียนรู้ก็เริ่มจากสิ่งแวดล้อม แล้วนำไปสู่การสร้างความรู้สึกลักษณะต่างๆจนกระทั่งกลายเป็นเจตคติต่อสิ่งนั้น ดังนั้นการที่จะให้คนมีเจตคติที่ดีต่อสิ่งใดก็ต้องมีการปลูกฝังกันตั้งแต่วัยเยาว์

การสร้างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความจำเป็นมากเพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับนามธรรม ถ้านักเรียนไม่ชอบแล้วยากที่จะประสบความสำเร็จในการเรียน ซึ่งพันทิพา อุทัยสุข (2525 : 152) กล่าวว่า “เจตคติเป็นสิ่งสำคัญมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพราะถ้าผู้เรียนไม่ต้องการจะเรียนแล้วจะทำให้การเรียนวิชานั้นยากมาก แต่ถ้ามีความชอบก็จะทำให้เรียนได้ง่ายขึ้น” นอกจากนี้งานวิจัยของสุเทพ บุตรภักดี (2517 : 57-58) ได้กล่าวว่าเจตคติที่มีต่อ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ คือนักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงตามไปด้วย และนักเรียนที่มีเจตคติที่ไม่พึงประสงค์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำด้วย ในทำนองเดียวกัน ฟรานซิส (Francies. 1971 : 1333-A) ได้กล่าวว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางและระดับสูงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

จากความคิดเห็นของนักวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ชี้ให้เห็นถึงบทบาทของวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้อยู่ในสังคมปัจจุบัน และความสำคัญของการปลูกฝังการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีระเบียบแบบแผน มีลำดับขั้นตอน จะมีผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน จึงเป็นเหตุให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาหาแนวทางฝึกให้เด็กมีความรู้ มีความคิด ประสบการณ์ วิธีการ และขั้นตอนในการศึกษาปัญหาเพื่อให้บรรลุถึงจุดหมายที่ต้องการซึ่งจะนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู เพื่อจะเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนในสภาพปัจจุบัน ให้บรรลุเป้าหมายมากขึ้นและเป็นแนวทางในการปรับปรุงคุณภาพทางการศึกษาของชาติ

4. ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู
2. เพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรู้ ความคิด ประสบการณ์ วิธีการ และขั้นตอนแบบแผนในการศึกษาปัญหา ซึ่งจะนำไปแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาให้มองเห็นคุณค่าในการจัดสภาพการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ปีการศึกษา 2540 จำนวน 12 ห้องเรียน รวม 540 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 94 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) และใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม โดยมีวิธีการดังนี้

- สุ่มห้องเรียนมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน โดยวิธีจับฉลาก
- สุ่มกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิธีจับฉลากจาก 2 ห้องเรียนอีกครั้ง คือ กลุ่มทดลองสอนด้วยวิธีการสอนแบบแก้ปัญห และกลุ่มควบคุมสอนตามคู่มือครู

3. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เรื่อง สมการและอสมการ จากแบบเรียน

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ค 204) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โดยกำหนดเวลาทำการทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 12 คาบๆละ 50 นาที

5. ตัวแปรที่ศึกษา

5.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ วิธีสอนประกอบด้วย

5.1.1 การสอนแบบแก้ปัญหา

5.1.2 การสอนตามคู่มือครู

5.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

5.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.2.2 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบแก้ปัญหา หมายถึง การสอนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1987 : 6-8) คือ

ขั้นที่ 1. ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2. วางแผน (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3. ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นที่ 4. ตรวจสอบ (Looking Back)

รายละเอียดขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา ตามที่ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2540:1-11) สรุปไว้มีดังนี้

ขั้นที่ 1. **ทำความเข้าใจปัญหา**

ต้องเข้าใจปัญหา

ต้องการหาอะไร มีข้อมูลอะไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

เป็นไปได้หรือไม่ที่จะทำตามเงื่อนไข เงื่อนไขนั้นเพียงพอที่จะนำมา

พิจารณาลึ่กที่ต้องการหรือไม่ หรือว่าไม่เพียงพอ ซ้ำซาก หรือขัดแย้งกัน

วาดรูป ตั้งข้อสังเกตที่เห็นสมควร แยกเงื่อนไขออกมาเป็นข้อย่อยๆ

ทำนเขียนออกมาได้บ้างหรือไม่

ขั้นที่ 2.

หาความสัมพันธ์ระหว่าง
ข้อมูลที่กำหนด และสิ่งที่
ต้องการหา อาจจะลองดู
ปัญหาที่คล้ายๆกัน ถ้ายัง
หาความสัมพันธ์ไม่พบ
ท้ายที่สุด ควรจะหาแผน
ที่จะแก้ปัญห

คิดวางแผน

ท่านเคยเห็นปัญหานี้หรือไม่ หรือท่านเคยเห็นปัญหาที่เหมือนกับ
ปัญหานี้ แต่มีข้อแตกต่างกันเล็กน้อย ท่านรู้จักปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ
ปัญหานี้หรือไม่ ท่านรู้จักทฤษฎีที่อาจจะนำมาใช้เป็นประโยชน์บ้าง
หรือไม่ จงมองดูสิ่งที่ต้องการหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่เคยทำ
มาแล้วที่มีสิ่งที่ต้องการหาที่เหมือนกันหรือคล้ายกัน นี่คือนปัญหาที่
เกี่ยวข้องกับปัญหาของท่าน และท่านเคยแก้ได้แล้ว ท่านจะใช้มันได้
หรือไม่ ท่านจะใช้ผลของมันได้บ้างหรือไม่ ท่านจะใช้วิธีการของมัน
ได้ไหม

ท่านควรจะนำส่วนต่างๆสำรองมาใช้เป็นประโยชน์ได้บ้างไหม

ท่านเขียนโจทย์ใหม่ได้ไหม ท่านจะเขียนใหม่โดยที่ให้แตกต่างกันได้
หรือไม่

กลับไปดูนิยาม

ถ้าท่านไม่สามารถแก้ปัญหได้ ลองแก้ปัญหที่มีความเกี่ยวข้องกัน
ดูก่อน

ท่านนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องที่ง่ายๆได้ไหม ปัญหาต่างๆไปละ ปัญหา
พิเศษ ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ท่านแก้ปัญหได้บางตอนไหม มัน
เปลี่ยนไปอย่างไร ท่านสรุปอะไรที่เป็นประโยชน์จากสิ่งที่กำหนดได้
บ้าง ท่านคิดถึงข้อมูลที่เหมาะสมอื่นๆที่จะนำมาหาสิ่งที่ต้องการหาได้
บ้างหรือไม่ ท่านสามารถเปลี่ยนสิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลหรือทั้งสอง
อย่างถ้าจำเป็นได้ไหม เพื่อว่าสิ่งที่ต้องการหาใหม่ หรือข้อมูลใหม่จะ
ได้ใกล้เคียงกันมากขึ้น ท่านได้ใช้ข้อมูลหมดหรือไม่ ท่านใช้เงื่อนไข
ทั้งหมดไหม

ท่านได้นำข้อสังเกตที่จำเป็นที่เกี่ยวข้องกับโจทย์มาพิจารณาหรือไม่

ขั้นที่ 3.

ดำเนินไปตามแผน
ของท่าน

ดำเนินการตามแผน

ทำตามแผนแก้ปัญหของท่าน ตรวจสอบแต่ละขั้น ท่านเห็นชัดเจน
หรือไม่ว่าขั้นตอนถูกต้อง ท่านพิสูจน์ได้หรือไม่ว่ามันถูกต้อง

ขั้นที่ 4

ตรวจสอบ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้

ท่านตรวจสอบผลที่ได้ได้หรือไม่ ท่านตรวจสอบข้อโต้แย้งได้ไหม
ท่านหาคำตอบได้หลายวิธีไหม ท่านมองเห็นทันทีหรือไม่
ท่านสามารถใช้ผลที่ได้ หรือวิธีการกับปัญหาอื่นๆบางข้อได้ไหม

2. แบบฝึกทักษะประกอบวิธีสอนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

สื่อการเรียนการสอนประกอบด้วย

แบบฝึก หมายถึง เอกสารที่จัดทำไว้เพื่อให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้ว

ใบงาน หรือบัตรงาน หมายถึง เอกสารที่กำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติโดยการทำงานเป็นรายบุคคล รายคู่ หรือรายกลุ่ม เป็นสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด / เกมการเรียนรู้

เอกสารฝึกหัดแนะแนวทาง หมายถึง เอกสารที่ครูใช้ประกอบระหว่างสอน โดยครูจะให้นักเรียนทำไปพร้อมกับครูใช้คำถามประกอบคำอธิบาย เมื่อครูใช้คำถามนักเรียนสามารถตอบได้ก็จะกรอกลงไปในเอกสารฝึกหัด ทำให้สะดวกต่อการสอน และเมื่อนักเรียนไม่เข้าใจครูก็อธิบายทันทีและนักเรียนมีโอกาสทบทวนอีกครั้งพร้อมทั้งหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

แฟ้มสะสมงาน หมายถึง แฟ้มที่ใช้เก็บผลงาน ใบงาน หรือหลักฐานต่างๆที่เกี่ยวข้องการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น

- ผลงานจากการทำงานในรายจุดประสงค์
- ผลการประเมินรายจุดประสงค์
- ผลงานที่ได้รับมอบหมาย

3. การสอนตามคู่มือครู หมายถึง การสอนตามแผนการสอนที่กำหนดไว้ในคู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องสมการและอสมการ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังนี้

3.1. ชั้นแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ครูเป็นผู้แจ้งให้นักเรียนทราบ

3.3. ขั้นสอน ครูสอนเนื้อหาโดยการอธิบาย ชักถาม และสาธิต ประกอบเนื้อหาแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

3.4. ขั้นสรุป โดยนักเรียน ครู หรือครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

3.5. ขั้นวัดและการประเมินผล วัดจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน การตอบคำถาม การปฏิบัติกิจกรรม การทำแบบฝึกหัด และการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ 80% ครูจะสอนซ่อมเสริมเนื้อหา นั้นให้นักเรียนอีกครั้ง

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากคะแนนการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยจะทำการทดสอบหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลงแล้ว และจะวัดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องสมการและอสมการ แบบทดสอบนี้สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson, 1971 : 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

4.1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) เกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และความสามารถในการคิดคำนวณ

4.2. ความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแบบเหตุผล การอ่านและตีความโจทย์ปัญหา

4.3 การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประกอบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4.4. การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การพิสูจน์ การสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของสูตร

5. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่วัดได้จากแบบสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยครอบคลุมความรู้สึกของบุคคล ประกอบด้วย 5 ด้าน คือ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจ ความวิตกกังวล

และมีภาพแห่งตนแสดงออกมาในลักษณะที่เห็นด้วย หรือไม่เห็นด้วย หรือเป็นกลางที่เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในด้านเนื้อหาและการเรียนการสอน

6. **ผู้เชี่ยวชาญ** หมายถึง อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีวุฒิการศึกษาไม่ต่ำกว่าปริญญาตรี วิชาเอกคณิตศาสตร์ ซึ่งมีประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นขึ้นไปไม่น้อยกว่า 3 ปี และผู้มีวุฒิการศึกษาไม่ต่ำกว่าปริญญาโทด้านการวัดผลการศึกษา

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แยกไว้เป็นตอนๆ เพื่อความสะดวกในการศึกษา พิจารณาทำความเข้าใจดังนี้

1 เอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.3 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
- 1.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.5 บทบาทของผู้แก้ปัญหาและครูผู้สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.6 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ / กอสมการ. ๒๖ กิ่งไผ่
- 1.7 แนวทางความคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของวิธีสอนแบบแก้ปัญหา
- 1.8 ทักษะและเทคนิควิธีในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.9 ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.10 อุปสรรคของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.11 ข้อดี-ข้อเสียของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.13 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ / กอสมการ. ๒๖ กิ่งไผ่

1.14 ข้อดี-ข้อเสียของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ / กอสมการ. ๒๖ กิ่งไผ่

2 เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.4 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3 เอกสารเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของเจตคติ
- 3.2 ลักษณะเจตคติ
- 3.3 องค์ประกอบของเจตคติ

3.4 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

3.5 การวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. เอกสารเกี่ยวกับงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยเกี่ยวกับเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.1.2 งานวิจัยในประเทศ

4.2 งานวิจัยเกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

4.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.2.2 งานวิจัยในประเทศ

1. เอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาคืออะไร

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 520) กล่าวว่า “ปัญหา หมายถึง ข้อสงสัย”

เลสเตอร์ (Lester. 1978) ได้ให้นิยามของปัญหาว่า “ปัญหาเป็นสภาพซึ่งแต่ละบุคคลหรือกลุ่มได้กระทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งไม่มีวิธีการง่าย ๆ ที่จะนำมากำหนดวิธีแก้ปัญหา”

ปัญหา (Problem) คืออะไร เซินเฟลด์ (Schoenfeld. 1989 : 83-103) ได้ให้คำจำกัดความคำว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ แก่นักเรียนว่าเป็นชิ้นงาน (Task)” ซึ่งมีลักษณะดังนี้

- เป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ และ
- เป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือแก้หาคำตอบได้

จากความหมายดังกล่าวทำให้คำถามหรือโจทย์ปัญหาในตำราเรียนคณิตศาสตร์ ถูกจัดเป็นเพียงแบบฝึกหัด (Exercises) เท่านั้นมิใช่ปัญหา (Problem) ทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่แล้วคำถามท้ายบทในตำราเรียนมุ่งให้เด็กได้ฝึกฝนและสามารถหาคำตอบได้ โดยการใช้วิธีการที่ครูสอนหรือสาธิตในบทเรียนนั้นๆโดยตรง ส่วนกิจกรรมที่จะจัดว่าเป็นกิจกรรมแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ได้นั้นควรประกอบด้วย การแก้ปัญหาขั้นธรรมดาในตำรามาตรฐาน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ขั้นธรรมดา ปัญหาปริศนา (Puzzles) การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหาที่จัดว่าเป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน รวมทั้งการสร้างและทดสอบสมมติฐาน หรือ “ข้อความที่อาจเป็นทฤษฎี” (Conjectures) ที่อาจนำไปสู่สาขาวิชาใหม่

บรูคเนอร์ (Bruckner. 1957 : 301) กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้ อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้”

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ”

อดัมส์ (Adams. 1977 : 176) กล่าวว่า “**ปัญหาคณิตศาสตร์** เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาคณิตศาสตร์ จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด นอกจากนี้เขาได้กล่าวถึงความแตกต่างระหว่างปัญหากับการทำให้แบบฝึกหัดไว้ว่าในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องมีการตัดสินใจแล้วลงมือทำ ส่วนการทำให้แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ

การแก้ปัญหา (Problem solving) คืออะไร

เลสเตอร์ (Lester. 1977 : 12) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย

คำว่า การแก้ปัญหา อาจจะมีหลายอย่างขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา บรันคา (Branca. 1980 : 3-8) มีความหมายของการแก้ปัญหามีได้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal)

ความสามารถในการแก้ปัญหาคือเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาคือเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)

สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแก้ปัญหาคือเป็นกระบวนการคือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหามากมาย กระบวนการแก้ปัญหานั้นจึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

เมื่อการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา รูปแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหามากมายที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหามากมายที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหานั้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า **ปัญหาคณิตศาสตร์** คือสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที ผู้ตอบจะ

ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จลงได้ ส่วนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหามustอาศัยความรู้ ความจำ การคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหเอง

1.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกแบ่งออกเป็นประเภทต่างๆ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1985 : 123 – 128) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น

2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และ เงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

รัสเซล (Russell. 1961 : 255) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่วไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วไปในชีวิตประจำวัน

ครูลิค และ เรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 24) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

คณะกรรมการพัฒนาการเรียนการสอนและผลิตภัณฑ์อุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์
(2524 : 140) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอธิบายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆมาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาร์เย็นผล (2537 : 62-63) กล่าวถึงการแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ
 - 1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล
 - 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ
2. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ
 - 2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา
 - 2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเข้ามาช่วยแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นๆสำเร็จลุล่วงไปได้

1.3 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบมีความแตกต่างจากปัญหาทั่วไป ดังนั้น ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ควรเป็นดังนี้

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 108) ได้กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสบการณืมาก ไม่ควรเป็นปัญหารรรมดาทั่วไป

เฟห์ (Fehr. 1972 : 424) ได้กล่าวว่า “เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจคือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง”

ครูลิกและเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 208) ได้กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา”

สิริพร ทิพย์คง (2533 : 79) ได้กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นดังนี้

1. ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่าย ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
2. ช่วยกระตุ้นพัฒนาความคิด
3. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ
4. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
5. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
6. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
7. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว
8. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญในทางความคิด
9. ตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรจะมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานหลายๆเรื่องประกอบกันในการแก้ปัญหา
3. เป็นปัญหาที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดหาวิธีการแก้ปัญหามากกว่าการเน้นที่คำตอบ

สุดท้าย

1.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้ และทักษะที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา นอกจากนั้นยังจำเป็นต้องใช้ความรู้ ความสามารถพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆไป ซึ่งผู้รู้หลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising. 1967) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

- การมองเห็นภาพ (Visualizing) ซึ่งหมายถึงผู้ที่จะแก้ไขจะต้องมองเห็นและกว้างไกล มองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหา
- การจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหานั้นจะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรเป็นอย่างไรเพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
- การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน มีความชำนาญ
- การวิเคราะห์ (Analyzing) จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
- การสรุป (Abstracting) เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
- การโยงความคิด (Associating Ideas) การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา โจทย์ถามถึงเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และมองเห็นแนวทางได้

จอห์นสัน (คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. 2524 : 140-152 ; อ้างอิงมาจาก Johnson. n.d.) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องใช้กระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ต้องอาศัยความรู้พื้นฐาน มโนคติ และทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ ต้องอาศัยทักษะในการอ่าน ความกระตือรือร้น ความอยากรู้อยากเห็น

การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือรูปภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์หาความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับการสังเกตการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป

นอกจากความรู้พื้นฐานทั้ง 5 ข้อ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมีคือ

6. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ไฮเมอร์ และ ทรูลัด (Heimer and Trueblood, 1977 : 30-32) ได้กล่าวว่างค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี (Zalewski. 1978 : 2804-A.) ได้พบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 5 ประการคือ

1. ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่าน ศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
4. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. มีทักษะในการคำนวณ

โพลยา (Polya. 1957 : 225) ได้กล่าวถึงสิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือความรู้ลึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่างๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สถิติปัญญา

ออสูเบล (Ausubel. 1968 : 538) กล่าวว่า “ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สถิติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ”

เฟห์ (Fehr. 1972 : 127) ได้กล่าวโดยสรุปว่า สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ

1. การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้จักประมาณอย่างคร่าวๆ การที่นักเรียนรู้จักคาดคะเนจะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากได้
2. การตีความคำตอบ มีนักเรียนบางคนแม้แต่ในระดับวิทยาลัยแล้วก็ตามสามารถหาคำตอบที่เป็นตัวเลขถูกต้องของปัญหาได้ แต่ไม่รู้ว่าจะนำตัวเลขซึ่งได้มาไปตอบปัญหาได้อย่างไร นั่นคือ ได้ตัวเลขมาแล้วแต่ตอบไม่เป็นนั่นเอง การตีความคำตอบเป็นสิ่งที่สำคัญๆ

กับการหาคำตอบ ถ้าเด็กตอบว่าคำตอบคือ $4\frac{1}{2}$ นิ้ว เขาควรจะถูกถามว่า “ $4\frac{1}{2}$ นิ้วคืออะไร” ที่จริงคำตอบที่ถูกควรจะเป็น “เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมยาว $4\frac{1}{2}$ นิ้ว” บางครั้งผลการคำนวณที่ถูกต้อง ไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามของปัญหา แต่ต้องดูถึงความเป็นไปได้ของปัญหาประกอบด้วย เช่น จากปัญหา “ต้องการส่งนักกีฬา 190 คน ไปยังสนามกีฬาโดยรถยนต์ซึ่งมีที่นั่ง 40 ที่นั่ง จะต้องใช้รถกี่คัน” จากการคำนวณจะได้ว่า $190 \div 40 = 4\frac{3}{4}$ คัน คำถามของปัญหา คือ ต้องใช้รถกี่คัน ถ้าตอบว่า 4 คัน ก็เหลือคนอีก 30 คน ถ้าตอบว่า $4\frac{3}{4}$ คัน ก็เป็นไปได้ไม่ได้ในชีวิตจริงๆ ดังนั้นคำตอบจึงต้องเป็น 5 คัน

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141-142) ได้กล่าวถึงความรู้ความสามารถพื้นฐานและองค์ประกอบด้านเจตคติที่เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้คือ ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มโนคติ ความเข้าใจและทักษะที่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ การขยายความ ความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ ความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ ความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับข้อมูล ขั้นตอนการวิเคราะห์หารูปแบบและหาข้อสรุป ความกระตือรือร้นอยากรู้อยากเห็น ตลอดจนความมีศรัทธา มีกำลังใจและมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

จากข้อคิดเห็นของนักวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 7 ประการ คือ

1. ความรู้ ความสามารถในการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปลความ และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์และแยกแยะหาความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. การมีความเชื่อมั่นในตนเอง
7. สติปัญญาและวุฒิภาวะ

1.5 บทบาทของผู้แก้ปัญหาและครูผู้สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ซุยแดม (Suydam. 1980 : 36) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักแก้ปัญหาที่ดี ไว้ 10 ประการดังนี้

1. มีความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concepts) และข้อความทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง
4. มีความสามารถแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประมาณค่า
6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ
7. มีความสามารถในการกล่าวถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้
8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างถูกต้อง
9. มีความเชื่อมั่นในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น
10. มีความวิตกกังวลต่ำ

โรห์ (สุลัดดา ลอยฟ้า และ คณะ. 2530 : 12-13 ; อ้างอิงมาจาก Rohr. 1980 : 76-78) ได้เสนอแนะบทบาทของผู้แก้ปัญหา ควรจะมีลักษณะดังนี้

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา
2. พิจารณาและทำปัญหาให้ง่ายแก่การแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออก เขียนภาพหรือวาดภาพประกอบ
3. เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณหาผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำปัญหาที่แก้ได้ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

ยุพิน พิพิธกุล (2539 : 87) ได้กล่าวสรุปพื้นฐานความรู้ของผู้แก้ปัญหว่า

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจข้อสรุปทั้งหลายอย่างถูกต้อง

3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความ การขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือ

แผนภาพ

5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่าง
ประสบการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่
6. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับตามขั้นตอน
วิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

สเตซีและโกรฟ (Schoenfeld. 1989 : 83-103 ; citing Stacey and Groves.n.d.) ได้สรุปบทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหาว่า

1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายที่ว่า “ปัญหาจะไม่ใช่ปัญหาจนกว่าเขาต้องการจะแก้มัน”
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหา กล่าวคือ บรรยากาศที่เด็กพร้อมจะแก้ปัญหามาก่อนและไม่ตกอยู่ในความกลัวเมื่อติดขัดขณะกำลังทำ
3. ให้เด็กได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบและครูจะช่วยเมื่อจำเป็น แต่ไม่ใช่ด้วยการบอกคำตอบ
4. ให้สอนการทำงาน เช่น ให้เด็กคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำ สิ่งที่ยากหรือเขียนออกมาเพื่อให้เด็กเข้าใจกระบวนการที่เกี่ยวข้อง
5. อภิปรายกับเด็กเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ เพื่อให้เด็กได้สัมผัสกับสิ่งที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เด็กจะเรียนรู้มากขึ้น ถ้าครูเบนความสนใจของเขาไปสู่ยุทธวิธีหรือกระบวนการที่เกี่ยวข้อง

อาภา ถนัดช่วง (2534 : 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออก เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้ จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น ทั้งในแง่ของสติปัญญาและอารมณ์หรือปมทางจิตต่างๆซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การจะให้เด็กคิดและแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการกระตุ้นที่ดี คือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทายน่าสนใจ และเหมาะสมกับวัยของเด็ก

3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปของข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้ แต่ในขั้นตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดครูก็ควรจะให้เด็กได้เรียนรู้ในความผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

1.6 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยพบว่านักการศึกษาได้ศึกษาขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้หลากหลาย ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจรูปแบบขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

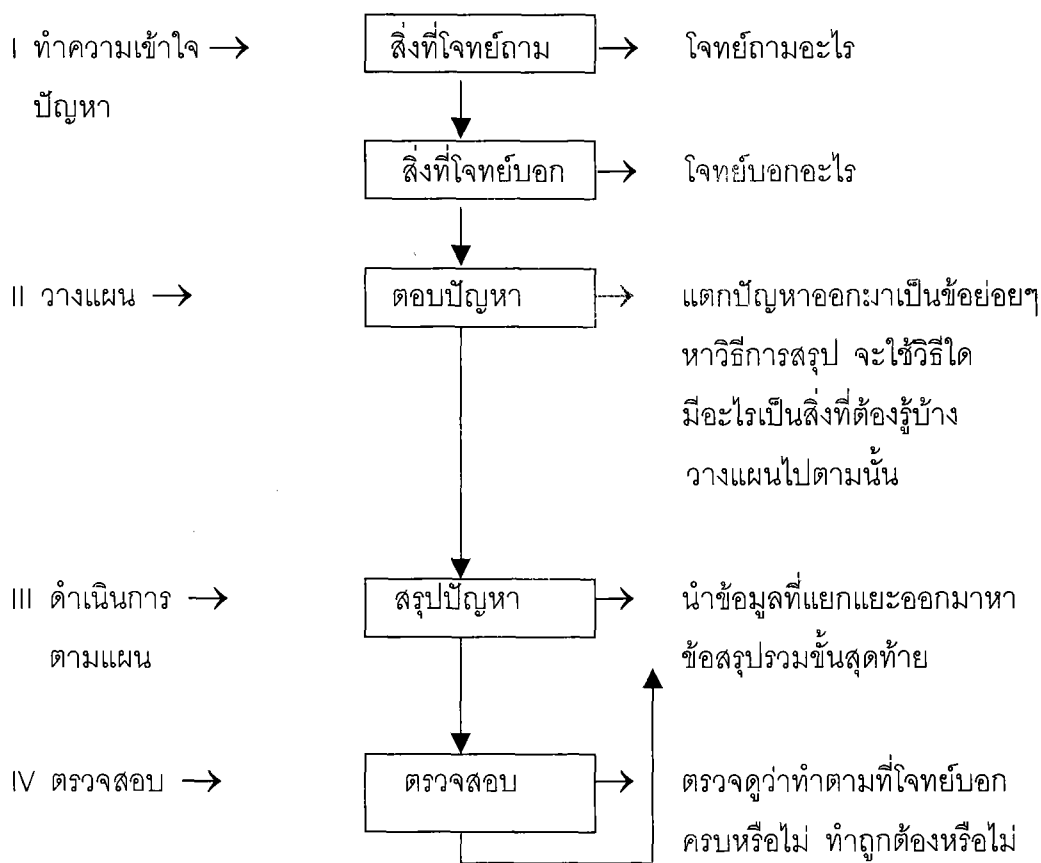
โพลยา (Polya. 1973 : 5-40) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ คือ

1. ทำความเข้าใจในปัญหา สิ่งแรกที่ต้องทำความเข้าใจคือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้หา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่างๆ เขาควรที่จะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ช้าแล้วช้าอีกและหลายๆแง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. วางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหา มีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้ คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่เขามี ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆอีกมากมาย นอกจากนั้นในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. **ขั้นตรวจสอบ** เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจจุดผล ตลอดจนขั้นตอนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น ซึ่งจะแสดงแผนผังของลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1985 : 87) ดังนี้



ภาพประกอบ 1 แผนผังของลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา
(Polya. 1985 : 87)

เลสเตอร์ (Lester. 1978) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้คือ

1. การรู้ถึงปัญหา จะต้องรู้ว่าปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องทำความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร

5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนที่วางไว้ตามขั้นตอน
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินการตามแผน
7. การประเมินและการแก้ไขปัญหา ลงมือทำเสร็จแล้วก็ต้องมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่องหรือขัดข้องประการใดก็แก้ไขปัญหานั้น

ครูลิค และ เรย์ส (Krulik and Reys. 1980) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา

ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องทำความเข้าใจปัญหาซึ่งจะต้องพิจารณาว่า อะไรเป็นตัวที่ไม่ทราบค่า มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้าง สิ่งທີ່โจทย์บอกนั้นมีเพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ ในการพิจารณาอาจจะสร้างภาพประกอบความเข้าใจแยกแยะส่วนต่างๆของสิ่งที่โจทย์บอกแล้วเขียนลงไปว่ามีอะไรบ้าง

2. วางแผนในการแก้ปัญหา

จะต้องหาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับตัวที่ไม่ทราบค่า พิจารณาปัญหาย่อยทั้งหลาย เทียบเคียงโจทย์ปัญหาใหม่กับโจทย์ปัญหาเก่า

3. ดำเนินการตามแผน

เมื่อวางแผนแล้วก็ดำเนินการตามแผนทันทีที่ควรจะได้ตรวจสอบทีละขั้นตอนว่าจะถูกต้องหรือไม่ อย่าทำข้ามขั้น

4. ขั้นตรวจสอบ

เมื่อทำแล้วจะต้องตรวจสอบดูอีกครั้งหนึ่งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง และได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่

เบลล์ (Bell. 1981 : 308 – 323) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

- ขั้นที่ 1 แสดงปัญหาในรูปทั่วไป
- ขั้นที่ 2 กล่าวถึงปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 กำหนดสมมติฐานและวิธีดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 4 ทดสอบสมมติฐานและดำเนินการเพื่อแก้ปัญหา

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4

ขั้น คือ

ขั้นที่ 1. เข้าใจปัญหา เขากล่าวว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเข้าใจของนักเรียน คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่างๆที่ใช้ในปัญหานั้น ถ้านักเรียนไม่เข้าใจในคำหรือศัพท์ต่างๆนั้น เขาก็ไม่อาจเข้าใจปัญหาได้

ขั้นที่ 2. การหาสิ่งที่ต้องการใช้หาคำตอบของปัญหา นักเรียนต้องสามารถแยกแยะได้ว่า ข้อมูลที่ให้มาบางอย่างอาจไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ หรือบางอย่างจำเป็นต้องหามาเพิ่มเติมเอง

ขั้นที่ 3. ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆที่จะให้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใด จึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้จะต้องมีความสามารถ 3 ประการคือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน เขาได้อธิบายโดยการยกตัวอย่าง ดังนี้ จากโจทย์ “จงหาระยะทางที่เด็กผู้ชายวิ่งได้ในเวลา 10 วินาที เมื่อเขาวิ่งด้วยอัตราเร็ว 25 ฟุต/วินาที” เมื่อนักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผล เพื่อที่จะหาว่าจะแก้ไขปัญหายังไง เขาต้องเข้าใจคำว่า “วิ่งด้วยอัตราเร็ว 25 ฟุต/วินาที” ดีเสียก่อน จึงจะเห็นว่าใน 10 วินาที จะวิ่งได้เป็น 10 เท่าของ 25 ฟุต ถ้านักเรียนมองไม่เห็นเงื่อนไขนี้ วิธีหนึ่งที่จะช่วยได้คือ การวาดภาพประกอบ

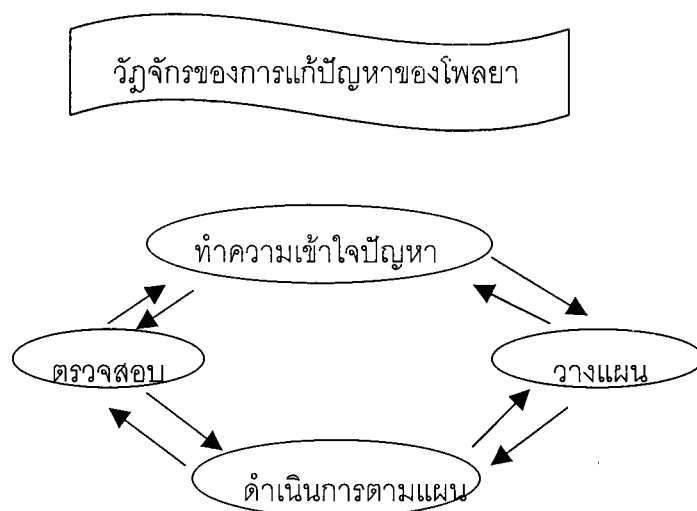
2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล เขาอธิบายโดยยกตัวอย่าง ดังนี้ สมมตินักเรียนมีปัญหว่า “ชายคนหนึ่งซื้อมันฝรั่ง 20 หวี ในราคาห้วละ 1.50 บาท แล้วนำเสีย 4 หวี ที่เหลือขายไปห้วละ 2 บาท ชายคนนี้ได้กำไรเท่าไร” วิธีการในการแก้ปัญหามีดังนี้ สิ่งแรกที่นักเรียนควรจะถามตัวเองคือ “ฉันกำลังต้องการหาอะไร (กำไร) ต่อไปควรจะคิดว่า “ฉันจะหากำไรได้อย่างไร” (เอาราคาขายลบราคาซื้อ) แต่ราคาขายและราคาซื้อไม่ได้เขียนบอกมา ดังนั้นเราจะต้องคิดต่อไปว่า “ฉันจะหาราคาซื้อและราคาขายได้อย่างไร” (โดยคูณจำนวนด้วยราคาของแต่ละห้ว) ซึ่งข้อมูลที่มีอยู่แล้วในปัญหาเขาก็จะได้คำตอบตามขบวนการที่ถามมา

3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด เพราะบางครั้งอาจจะตอบผิดได้ ถ้าคำนวณผิดแล้วไม่ได้ตรวจสอบดูอีกที หรือไม่ได้ดูว่าคำตอบนั้นน่าจะเป็นไปได้หรือไม่

ขั้นที่ 4. การคำนวณ ขั้นนี้ไม่ใช่เพียงแต่นักเรียนจะ บวก ลบ คูณ และหารเป็นเท่านั้น แต่จะต้องมีทักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

จากที่นักการศึกษาบางท่านได้แบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็นหลายขั้นตอนนั้น และส่วนใหญ่ก็จะแบ่งขั้นตอนออกเป็น 4 ขั้นตอนนั้น ขั้นตอนตรวจสอบคำตอบของการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์เป็นการนำคำตอบที่ได้ซึ่งเป็นปริมาณไปแทนค่าในสมการของปัญหา จึงน่านับว่าเป็นส่วนหนึ่งของขั้นตอนการคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ด้วย ดังนั้น จึงพอสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวของโพลยา มี 4 ขั้นตอนพร้อมทั้งแสดงแผนภูมิสรุปคือ

1. **ทำความเข้าใจปัญหา** โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล ว่าปัญหาถามหาอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน
2. **วางแผนแก้ปัญหา** ต้องหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้และข้อมูลที่ได้ตามมาจากการกำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ เหตุผล มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการ
3. **ดำเนินการตามแผน** คิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม
4. **ตรวจสอบวิธีการและคำตอบ** ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่



ภาพประกอบ 2 วัฏจักรของการแก้ปัญหาของโพลยา
(อ้างในเอกสารการอบรมเชิงปฏิบัติการการจัดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์ 2541 : 12)

1.7 แนวทางความคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหาก็เกิดขึ้นได้อย่างไรนั้น มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านให้ทัศนะไว้พอสรุปได้ดังนี้

สโตนเบอร์ค (Stollberg. 1956 : 225-228) ได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นและวิธีแก้ปัญหานั้นผู้แก้ปัญหาแต่ละคนย่อมมีลักษณะเฉพาะเอกลักษณ์บุคคล การแก้ปัญหาก็ไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาก็ไม่มีขั้นตอนที่แน่นอนตายตัว และไม่เป็นลำดับขั้นอาจสลับก่อนหลังหรือบางขั้นตอนไม่มีก็ได้ นอกจากนี้การแก้ปัญหายังขึ้นอยู่กับ

1. ประสบการณ์ของแต่ละบุคคล
2. วุฒิภาวะทางสมอง
3. สภาพที่ต่างกัน
4. กิจกรรมและความสนใจของแต่ละคนที่มีต่อปัญหานั้น

ธอร์นไดค์ (Thorndike. 1950 : 192-216) ได้ให้ความคิดเห็นในเรื่องการแก้ปัญหาไว้ว่า การเรียนรู้ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาและการนำเอาข้อเท็จจริงไปใช้ในการแก้ปัญหาก็เป็นสิ่งที่ต่างกัน การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาได้สำเร็จในสถานการณ์หนึ่งไม่ได้หมายความว่าต้องแก้ปัญหาสถานการณ์อื่นได้เสมอไป การแก้ปัญหาลงมือทดลองถูกใช้กับปัญหาที่ยุ้งยากซับซ้อน ใช้เมื่อผู้เผชิญปัญหามองไม่เห็นแนวทางหรือไม่อาจคิดหาวิธีการแก้ปัญหาก็ได้ ต้องใช้วิธีเดาสุ่มหลายอย่างเพื่อหาวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

กาเย่ (Gagne. 1977 : 63) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาเป็นการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโดยการเรียนรู้ ประเภทหลักการนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้ประเภทมโนคติ ซึ่ง กาเย่ได้อธิบายว่า เป็นการเรียนรู้อีกประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะร่วมของสิ่งเร้า

ไฮนิก (Heinig. 1981 : 61) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหานักเรียนจะเกิดขึ้นได้โดยครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ควรจัดเป็นกิจกรรมปลายเปิด ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเพื่อสังเคราะห์เรื่องราวใหม่ สิ่งใหม่ สถานการณ์ หรือกิจกรรมที่จัดขึ้น

สำหรับนักเรียนควรจะให้ได้แก้ปัญหา ซึ่งจะส่งเสริมให้นักเรียนได้คาดคะเน ตั้งสมมติฐาน ทดสอบสมมติฐาน บางครั้งนักเรียนต้องหาทางเลือกใช้ความคิดใหม่ๆ และจินตนาการเพื่อ สังเคราะห์องค์ประกอบต่างๆ

พรณี ชูทัย (2528 : 218-219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการสอนแบบแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม “S-R” ในการสอนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นในการสอนให้คนแก้ปัญหา จะต้องมีการฝึกหัดให้ทำซ้ำๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่าง รู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก้ปัญหานั้น จะต้องใช้ทักษะใดบ้าง และเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้นๆในการเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการสอนให้เด็กรู้จักแก้ปัญหาต้องมีการสอนแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้และถ่ายโยงการเรียนรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม “ Cognitive-field ” ในการสอนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า “Active” หรือ “Interactive” ดังนั้นการเรียนรู้ จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยใช้คำถาม หรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ โดยครูแนะแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้คำถามประเภท 20 คำถาม โดยครูจะตอบเพียง ใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เด็กมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลอง และเกิดความมั่นใจในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ต่อไป

สมจิต สวอนไพบูลย์ (2528 : 86-88) และ บอลด์วิน (Baldwin. n.d. : 190-193) ได้กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ที่ได้แบ่งการพัฒนาด้านปัญญาของเด็กในวัยต่างๆเป็น 4 ระยะ กล่าวคือ

ขั้นที่ 1. ขั้นเคลื่อนไหว – สัมผัส (Sensory – Motor Stage) อายุระหว่าง 0-2 ปี ขั้นนี้จะคิดหรือเรียนรู้จากการสัมผัส และจากการเคลื่อนไหวของตน ลักษณะสำคัญของขั้นนี้ คือ รับรู้ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้า กิจกรรมการเคลื่อนไหว เพื่อจุดมุ่งหมายเฉพาะหนัาระยะสั้นๆ เช่น การร้องเมื่อหิว การดูดนม พัฒนาการรับรู้เข้าใจในเรื่องการคงอยู่ของวัตถุมี

พัฒนาการใช้อวัยวะสัมผัสสิ่งของ พัฒนาการทางภาษา พูดเป็นคำๆ พูดเป็นประโยคยังไม่ค่อยได้ และเด็กในขั้นนี้ยังคิดหาเหตุผลไม่ได้

ขั้นที่ 2. ขั้นเริ่มคิดเริ่มเข้าใจหรือขั้นก่อนปฏิบัติการ (Pre-Operational Stage) อายุ 2-7 ปี ขั้นนี้จะคิดหรือรู้เท่าที่สามารถมองเห็น หรือเป็นขั้นก่อนที่จะคิดหาเหตุผลเป็นลักษณะสำคัญของขั้นนี้ คือ ความนึกคิด และการกระทำที่ไม่แน่นอน แสดงให้เห็นโดยการที่เด็กในวัยนี้จะตอบคำถามด้วยเหตุผลที่เปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ พัฒนาการทางด้านการรับรู้และการใช้ภาษาเพิ่มพูนขึ้น โดยเฉพาะเรียนรู้ภาษาได้มากเป็นพิเศษ การรับรู้เป็นไปอย่างครอบคลุมกว้างๆ ความนึกคิดอยู่ที่จุดเดียว คำอธิบายที่เด็กในวัยนี้ให้จะเข้าหาตนเองตามความพอใจและมองเห็นว่า สิ่งใหญ่ให้มันบางครั้งยาก จึงต้องอธิบายใหม่ ที่อาจไม่สัมพันธ์กับเหตุการณ์นั้นๆ เริ่มที่จะแยกประเภทหรือเรียงลำดับเหตุการณ์ได้บ้าง แต่เป็นไปในลักษณะที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรตัวเดียวที่ตนเองพึงพอใจ ไม่สามารถคิดกลับไปกลับมาได้ จินตนาการแล้วแสดงออกมาด้วยภาษาของตนเองอย่างง่าย ๆ นั่นคือเด็กจะเริ่มมีการคิดหาเหตุผลแต่ยังอยู่ในวงจำกัด

ขั้นที่ 3. ขั้นรู้จักใช้ความคิดเชิงรูปธรรม หรือขั้นปฏิบัติการรูปธรรม (Concrete Operational Stage) อายุ 7-11 ปี หรือ 7-12 ปี ขั้นนี้เด็กรู้จักความคิดโล่เลียงหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม เด็กเริ่มมีเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมได้อย่างสมบูรณ์ และเด็กในขั้นนี้จะคิดได้กว้างขวางขึ้นมีลักษณะเคลื่อนไหวและกลับไปกลับมาได้ แต่การคิดขึ้นอยู่กับสิ่งที่เป็นรูปธรรม ลักษณะที่สำคัญ คือ รับรู้ เข้าใจ ปรากฏการณ์ที่มีตัวแปรหลายตัวได้ แต่ต้องอยู่ในลักษณะสภาพของจริงหรือรูปธรรมเชื่อมโยงตัวแปรต่างๆ ได้ สามารถจัดกระทำข้อมูลที่เป็นของจริงได้ โดยใช้ความคิดอย่างมีเหตุผลในด้านการนับ การจำแนก การเรียงลำดับและการอนุรักษ์เรื่องมวล ความยาว น้ำหนัก พื้นที่ การอนุรักษ์เรื่องปริมาตรได้บ้าง การให้เหตุผลต้องมีสภาพของจริงประกอบ ยังอธิบายเป็นนามธรรมไม่ได้ ต้องเป็นขั้นๆ ไป

ขั้นที่ 4 ขั้นนี้เทียบได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น อายุระหว่าง 11 หรือ 12 ปีขึ้นไป

1. เด็กในขั้นนี้ใช้ความคิดเชิงนามธรรมหรือขั้นปฏิบัติการนามธรรม (Formal Operational Stage) ขั้นนี้เป็นขั้นที่คิดได้แบบผู้ใหญ่ ลักษณะที่สำคัญ คือ สามารถรับรู้เข้าใจเรื่องที่เป็นนามธรรมได้ ไม่ต้องพึ่งการใช้ของจริง
2. เด็กคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ได้
3. เด็กรู้จักตั้งสมมติฐานทำการทดลองเพื่อพิสูจน์สมมติฐาน รู้จักอ้างอิงผลของการทดลอง เพื่อนำไปสนับสนุนข้อาคาดคะเนที่ตั้งไว้

4. อนุมานผลจากข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ได้ จำแนกและวิเคราะห์ปัญหาที่สลับซับซ้อนได้อย่างเป็นระบบจัดกระทำกับข้อมูลที่มีตัวแปรหลายตัวเกี่ยวข้องได้ โดยมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรทุกตัว
5. มีความสามารถถ่ายทอดความคิดเห็นจากรูปหนึ่งไปสู่อีกรูปหนึ่งได้
6. สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

จากที่กล่าวมานี้ จะเห็นว่าในการแก้ปัญหาของบุคคลนั้นจะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมอง ประสบการณ์ ความสนใจ สถิติปัญญา ความพร้อม แรงจูงใจ อารมณ์ และสภาพแวดล้อม การเรียนการสอนเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยให้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นถ้าสอนให้เด็กได้รู้จักคิด รู้จักพิสูจน์หาข้อสรุป การวางแผนงาน ส่งเสริมให้เด็กมีประสบการณ์เพื่อนำหลักการไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งเหมาะกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อายุประมาณ 11 ปีขึ้นไป ซึ่งตรงตามทฤษฎีของพียาเจต์ (Piaget) ว่าเด็กในวัยนี้เป็นวัยที่กำลังเรียนรู้ และพัฒนาการคิดจัดอยู่ในขั้นที่ 4 Stage of Formal Operation คือกิจกรรมการเรียนการสอนควรมีความเป็นนามธรรมในระยะเริ่มแรก แล้วจึงพัฒนาไปสู่การเรียนรู้นามธรรมอย่างสมบูรณ์ การปลูกฝังวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ยังอยู่ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ ย่อมเป็นการปูพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป (Flavell, 1985 : 104)

1.8 ทักษะและเทคนิควิธีการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

วิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ครูทั่วไปใช้ก็คือ การอธิบายให้ตัวอย่าง ให้ทำแบบฝึกหัด วิธีสอนแบบนี้พบเห็นได้ทั่วไปเป็นสากล แต่การสอนเด็กเพื่อให้แก้ปัญหาคควรใช้เทคนิคการสอน และยุทธวิธีอื่นๆนอกเหนือจากวิธีการดังกล่าว

คิลแพทริก (Kilpatrick, 1985 : 1 – 15) นักการศึกษาคณิตศาสตร์สรุปว่าวิธีการสอนแก้ปัญหาก็ใช้กันมากมี 5 เทคนิควิธีผสมผสานกัน ได้แก่

1. ออสโมซิส (Osmosis) สอนการแก้ปัญหโดยให้นักเรียนได้อยู่ในสิ่งแวดล้อมของปัญหา ส่งเสริมให้เด็กทำการแก้ปัญหโดยจัดบรรยากาศแห่งการสนับสนุน ไร้ความกดดันในเรื่องเวลา กลัวความล้มเหลว หรือความกดดันอื่นๆ นักเรียนจะเรียนรู้เทคนิควิธีการแก้ปัญหได้เอง

2. การจดจำ (Memorization) ครูสอนขั้นตอนการหาคำตอบให้แก่ปัญหาที่กำหนด และให้เด็กจดจำวิธีทำ เทคนิควิธีนี้ลดระดับของปัญหาเป็นเพียงแบบฝึกหัด และไม่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้การแก้ปัญหาชุดอื่นๆได้ เทคนิคการจดจำที่นักเรียนใช้กันบ่อยๆก็คือ การจดจำวิธีการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya's Four-Phase Approach) คือขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) วางแผน (Devising a Plan) ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) และตรวจสอบ (Looking Back)

นอกจากนี้ยังมีวิธีแก้ปัญหามาของเบอร์ตัน (Burton, 1984) ซึ่งมี 4 ขั้นตอนเช่นกัน ได้แก่ ขั้นเข้าสู่ปัญหา (Entry) โจมตีปัญหา (Attack) ทบทวน (Review) และขั้นขยาย (Extend)

3. การเลียนแบบ (Imitation) วิธีนี้ครูจะให้นักเรียนวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างคำตอบ (Problem Solution) ของตน กับของผู้เฉลยปัญหาซึ่งถือว่าเป็นแม่แบบที่ผู้อื่นทำไว้เป็นต้นแบบเช่นของผู้แต่งตำราเล่มที่นักเรียนใช้อยู่ เพื่อจะได้เลียนแบบวิธีการแก้ปัญหานั้นตามแม่แบบ

4. การร่วมมือกับเพื่อน (Co-operation) วิธีการนี้ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนร่วมแก้ปัญหาโดยแบ่งเป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้ช่วยกันคิดและค้นหาวิธีการหาคำตอบของปัญหา วิธีการนี้ทำให้นักเรียนสามารถประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งถ้านักเรียนคิดและทำคนเดียวอาจยากเกินไปและทำคนเดียวอาจยากเกินความสามารถ

5. วิธีการสะท้อนความคิด หรือ ประเมินความคิด (Reflection) พาเพิท (Kilpatrick, 1985 : 1-15 ; อ้างอิงมาจาก Papert, n.d.) เชื่อว่าเด็กเรียนรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติจริงและโดยการประเมินความคิดของตนออกมา การใช้วิธีนี้ครูจะส่งเสริมให้เด็กทำบันทึก (Journal) เกี่ยวกับกิจกรรมการแก้ปัญหาของตนซึ่งรวมทั้งตัวปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา และการตรวจสอบปัญหา วิธีการและผลลัพธ์

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 : 13-15) กล่าวถึงทักษะที่ต้องนำมาใช้ในวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา กล่าวคือ

1. ทักษะการเขียนประโยคสัญลักษณ์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อความที่เป็นคำพูดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ทักษะการคิดคำนวณ เป็นทักษะที่จำเป็นหลังจากเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์

3. ทักษะการเขียนภาพหรือวาดภาพแทน ปัญหาหลายชนิดจะชัดเจน และเข้าใจได้ง่าย
4. ทักษะการใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา
5. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่จำเป็นเพิ่มเติมในการแก้ปัญหา
6. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องสำหรับการหาคำตอบ
7. ทักษะการประมาณค่าผลลัพธ์หรือคำตอบ
8. ทักษะการสร้างปัญหา
9. ทักษะการอ่านแผนภูมิ

แคโรล กรีนส์ และคณะ (Carole Greens. 1972) ได้กล่าวถึงวิธีการในการแก้ปัญหาไว้ว่าอาจจะใช้กลวิธีหลายอย่างจึงจะแก้ปัญหาได้ กลวิธีต่างๆมีดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา ลองเดาดูเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่จะต้องอ้างอิงต่อไป
2. ควรทำให้เป็นอย่างง่าย ทำโจทย์ให้เป็นกรณีย่อยๆเท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหาเช่นใช้การโยนลูกเต๋า สร้างรูป วัดคำนวณ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนไปอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลพิจารณา
4. การสร้างแผนภาพ เป็นวิธีการที่ดี เช่นจะสอนเรื่องสมการก็เขียนภาพประกอบ จะช่วยให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นแนวทางในการคิด
5. การทำตาราง การทำตารางจะช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกันหรือแตกต่าง เห็นรูปแบบได้ชัดเจน อันจะเป็นการนำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้
6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่างๆช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเห็นแนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

แบงค์ (Banks. 1964 : 418-420) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการเพิ่มพูนประสบการณ์แก่นักเรียน เพื่อให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ครูควรเป็นผู้ชี้แนะให้คำปรึกษาว่าเหตุผลใดถูกและผิด ช่วยอธิบายศัพท์ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย และพยายามชี้แนวทางไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าบอกวิธีทำโจทย์ปัญหาเฉพาะเจาะจงแก่นักเรียน

วิธีสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นควรสอนไปตามลำดับขั้นตอนคือ สอนจากปัญหาจริงที่นักเรียนประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาต่างๆ แล้วแปลงเป็นประโยคคณิตศาสตร์ให้นักเรียนแสดงเหตุผลต่างๆก่อนจึงสรุปหลักเกณฑ์ นอกจากนี้ครูไม่ควรจำกัดวิธีคิดของนักเรียนแต่ควรแนะวิธีที่ดีที่สุดและรวดเร็วที่สุดให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบได้ด้วยตนเอง เมื่อเข้าใจแล้วจึงหาทางส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้หรือหลักเกณฑ์นั้นๆไปใช้ (โสภณ และ สมหวัง. 2526 : 15) วันทนา นิยมจันทร์ (2528 : 14) ได้กล่าวว่า “ความสามารถในการแก้ปัญหามีการพัฒนาให้ดีขึ้นได้โดยอาศัยเทคนิคต่างๆ เช่น ใช้อุปกรณ์ การแสดงบทบาทตามเรื่องราวของโจทย์เพื่อเป็นการสร้างความสนใจ” จากรายงานของ ดาห์มุส (Dahmus. 1970 : 121-122) ตอนหนึ่งว่าทั้งครูและนักเรียนมักมีปัญหามากมายในการเรียนการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พร้อมกันนี้เขาได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ว่าวิธีการที่ดีที่สุดที่จะสอนนักเรียนให้รู้จักการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือให้นักเรียนฝึกฝนการทำโจทย์ปัญหา และการได้นำวิธีการแปลกๆใหม่ๆมาใช้ในการแก้ปัญหาก็จะเป็นวิธีการที่ดีมากวิธีหนึ่ง และ เวิร์ล (Whirl. 1973 : 551-553) ได้เสนอบทความประกอบการค้นคว้า เรื่องกลวิธีการแก้ปัญหามีข้อความตอนหนึ่งว่า “ในฐานะที่เป็นครูคณิตศาสตร์ ข้าพเจ้าพยายามที่จะเน้นให้เห็นว่าคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นไม่มีความสำคัญเท่ากับวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ วิธีการที่ดีที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นเป็นวัตถุประสงค์อันสำคัญยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์”

โพลยา (สมศักดิ์ สินธุระเวชญ. 2540 : วพ / 9-10 ; อ้างอิงมาจาก Polya. n.d.)

เสนอรูปแบบการสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน

เข้าใจปัญหา (See) นักแก้ปัญหาคงต้องจำแนกแยกแยะได้ว่า อะไรคือปัญหา ต้องค้นหาอะไร และต้องทำอะไรบ้าง

วางแผน (Plan) นักแก้ปัญหาคงต้องรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่ กับพิจารณาว่าสิ่งใดที่มีความจำเป็นในการนำไปแก้ปัญห ใช้แนวปฏิบัติอย่างไร และต้องค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมหรือไม่

ดำเนินงานตามแผน (Do) เป็นการทำตามขั้นตอนของแผน ถ้าแผนดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จ ก็อาจจะนำไปปรับปรุงบางส่วน หรือทำขึ้นใหม่ทั้งหมด

ตรวจสอบผลงาน (Check) นักแก้ปัญหาคงต้องตรวจสอบดูว่าสามารถหาคำตอบให้กับเงื่อนไขปัญหาหรือสถานการณ์ที่ให้มาทั้งหมดหรือไม่ ความมีเหตุผลของคำตอบก็จะได้รับการพิจารณา ควบคู่ไปกับทางแก้ปัญหาก็เป็นไปได้กับทางอื่นๆอีก

อย่างไรก็ตาม Polya ก็ได้ให้แนวทางที่นำไปสู่การจัดทำข้อเสนอแนะที่ดี โดยเสนอว่าในการปรับปรุงยุทธศาสตร์การแก้ปัญหา/ ครูควรมีบทบาทดังนี้

1. สนับสนุนให้นักเรียนใช้ประโยชน์จากรูปแบบ 4 ขั้นตอนของ Polya ซึ่ง
 ระบุว่า
 - สร้างความมั่นใจให้นักเรียนทุกคนเข้าใจปัญหาที่ถาม
 - ให้อภิปราย / ชั้นเรียนได้อภิปรายกัน ถ้าปัญหานั้นเข้าใจยาก
 - แนใจว่าทักษะที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาได้รับการแก้ไขปรับปรุง
 - สังเกตและถามคำถามนักเรียน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้า
 - สนับสนุนให้มีความพยายามใช้แนวทางแก้ไขปัญหทั้งหมด แม้ว่าอาจจะไม่ใช่การแก้ปัญหาที่ตรงจุดก็ตาม
 - แก้ไขปัญหาให้เหมาะสมกับความสามารถที่แตกต่างกันออกไป
 - อภิปรายและเน้นให้เห็นทางแก้ปัญหาที่ประสบความสำเร็จ ในทุก
 แ่งทุกมุม
2. มุ่งกระบวนการทางสมอง โดย
 - ตั้งกลุ่มปัญหาสำหรับนักเรียน และใช้เวลาในการวิเคราะห์และ
 เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันของปัญหา
 - ให้ออกาสนักเรียนเลือกทักษะที่เหมาะสมกับปัญหา
 - ยอมให้นักเรียนกระจายสถานการณ์ของปัญหาเป็นส่วนๆ และจัด
 ส่วนที่เหมาะสม
3. ให้นเวลนักเรียนในการหลอมยุทธวิธีให้เข้ากับปัญหา ซึ่งอาจจะทำให้นัก
 เรียนหยุดนึกถึงปัญหานั้นชั่วคราว แล้วย้อนกลับมาศึกษาปัญหาใหม่ในภายหลัง
4. ให้นักเรียนได้พูดคุยปรึกษากัน เพื่อค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาให้สำเร็จ
5. กำหนดสถานการณ์หลากหลาย เพื่อให้นักเรียนฝึกนำเอาประสบการณ์เก่า
 มาใช้แก้ปัญหา
6. ทำให้นักเรียนสำนึกว่า ปัญหาหลายปัญหามีทางแก้หลายทาง หรือบางทีก็
 ไม่มีทางแก้เลย
7. ส่งเสริมให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหา ไม่หาทางแก้โดยทันที

ความยุ่งยากทั่วไปที่นักเรียนประสบ

สมศักดิ์ สินธุระเวช (2540 : วพ/ 12) ได้กล่าวถึงความยุ่งยากที่นักเรียนประสบเกี่ยวกับความเข้าใจปัญหาอาจเกิดขึ้นจากหลายๆ ด้านที่เกี่ยวกับการได้ข้อมูล

1. ไม่อ่านปัญหาให้เพียงพอที่จะตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูล
2. ไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องในปัญหานั้นๆ คืออะไร
3. ให้ความสำคัญกับข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหา
4. ให้ความสนใจเฉพาะจำนวนหรือปริมาณของปัญหา แต่ไม่ให้ความสนใจเนื้อหาสาระของปัญหา
5. ให้ความสนใจเพียงคำหรือสองคำในปัญหานั้นๆ

ยุทธศาสตร์ในการเอาชนะความยุ่งยากเข้าใจข้อความปัญหา

สมศักดิ์ สินธุระเวช (2540 : วพ/12-13) ได้ชี้ให้เห็นว่ากิจกรรมต่อไปนี้แสดงถึงความจำเป็นที่ต้องอ่านหรือฟัง โดยใช้เวลาพอสมควรในกระบวนการแก้ปัญหา เน้นแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

ตาราง 2 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา
(สมศักดิ์ สินธุระเวช. 2540 : วพ/12-13)

เข้าใจปัญหา	อ่านปัญหา
วางแผน	ทำความเข้าใจให้ชัดเจน และจัดการกับข้อมูล
ดำเนินการตามแผน	เลือกใช้วิธีที่ชัดเจน
ตรวจสอบ	ตรวจสอบผลจากสถานการณ์ของปัญหา

อธิบายจุดประสงค์และกระบวนการในแต่ละขั้นตอนให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน เด็กๆ อาจต้องการให้สอนอย่างแจ่มแจ้งว่าจะตีความข้อมูลที่เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง กระบวนการสำหรับการอ่านปัญหารวมทั้งการอ่านซ้ำๆ ปรากฏดังต่อไปนี้

กระบวนการสำหรับการอ่านปัญหาและการอ่านซ้ำ

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2540 : วพ/ 13-14) กล่าวถึงกระบวนการสำหรับการอ่านปัญหา และการอ่านซ้ำ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านข้อมูลทั้งหมด เพื่อวิเคราะห์หาใจความสำคัญของปัญหา
(ตัวอย่าง สิ่งเหล่านี้จะมีราคาเท่าไร)

ขั้นที่ 2 อ่านปัญหาซ้ำอีกครั้ง เพื่อพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่จะสามารถจัดให้เป็นระบบในทางใดทางหนึ่ง ตัวอย่าง เช่น จัดทำรายการสิ่งของที่รู้จัก หรือวาดรูปหรือไดอะแกรมของปัญหา ปัญหาบางส่วนอาจจำเป็นต้องอ่านซ้ำและทบทวน คิดอีกครั้ง
(ตัวอย่าง การทำรายการจับจ่ายซื้อของ)

ขั้นที่ 3 อ่านปัญหาซ้ำแล้วตรวจสอบว่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดได้รับการวิเคราะห์ พิจารณาแล้วหรือยัง และข้อมูลที่พิจารณาแล้วนั้น มีความถูกต้องดีแล้วหรือไม่ ถ้านักเรียน ประสบความยุ่งยากในการแยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ครูควรช่วยให้เด็กคิดเป็นระบบ เพื่อที่จะได้สามารถจัดการกับข้อมูลและตัดสินใจในสิ่งที่ถูกต้อง ตัวอย่าง เช่น จดรายการทั้งหมดลงในกระดาษแล้วทำวงกลมล้อมรอบหัวข้อปัญหาที่จำเป็นต้องแก้ไข
(ตัวอย่าง เพิ่มเติมหัวข้อที่ขาดหายไปในการ)

ขั้นที่ 4 หลังจากแก้ปัญหาเสร็จแล้ว อ่านปัญหาอีกครั้ง เพื่อพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้จากปัญหาดังเดิม
(ตัวอย่าง 5,800 บาท อาจจะมากเกินไป ค่าตอบอาจจะน้อยกว่า 100 บาท)

ขั้นที่ 5 อ่านผลลัพธ์และปัญหาซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่าผลลัพธ์มีความถูกต้องสอดคล้องกับปัญหา แต่ดั้งเดิมแล้วหรือไม่

การอภิปรายในระหว่างดำเนินการตามกระบวนการ จะช่วยให้คุ้นเคยกับการวิเคราะห์ พิจารณา การบันทึกข้อมูลและการแก้ปัญหาเฉพาะแต่ละกรณี ครูอาจทำแผนภูมิอ้างอิงพร้อมด้วย คำหลักๆหรือภาพ เพื่อช่วยกระตุ้นเตือนเด็ก สิ่งเหล่านี้อาจเป็นการตรวจสอบการกำกับติดตามตัวเองก็ได้

อย่างไรก็ตามวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาผู้สอนอาจจะให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

- ฝึกให้เด็กทำงานอยู่เสมอ
- ฝึกให้เด็กมีการทดสอบอยู่เสมอ

- ฝึกให้เด็กเป็นผู้มีเหตุผลแก่ตนเอง และเป็นการฝึกให้มีความเชื่อมั่น
- ฝึกให้รู้จักวิจารณ์

เลอ บลังค์ (Le Blanc. 1977 : 17-25) ได้เสนอแนะสำหรับการสอนการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ใช้คำถามชักจูงให้นักเรียนสนใจเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเหล่านั้น
2. กระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิคการแก้ปัญหาหลายวิธี
3. หลังจากได้ผลลัพธ์แล้ว ครูควรแนะนำให้นักเรียนพิจารณาและตรวจสอบ

ขบวนการแก้ปัญหาอีกครั้ง เพื่อเด็กนักเรียนจะได้คิดด้วยตัวเอง หรือบางครั้งนักเรียนอาจจะ
สามารถหาวิธีการที่แตกต่างออกไปแก้ปัญหาก็ได้ ซึ่งดีกว่า มีประสิทธิภาพมากกว่า

จากงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนแก้ปัญหาที่กล่าวมาแล้วจะเห็นได้ว่าในการสอนแก้ปัญห
ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

สร้างสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่สนับสนุน และส่งเสริมให้เด็กต้องการแก้

ปัญหา

- ให้เด็กทำงานเป็นคู่หรือกลุ่มย่อยในห้องเรียนคณิตศาสตร์
- ให้เด็กได้เรียนยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตระหนักในความสำคัญของพฤติกรรมทางสมองขั้นสูงที่เกี่ยวข้องกับการแก้

ปัญหา กล่าวคือเด็กเข้าใจความคิดของตนเองในการวางแผน ควบคุมการคิด รู้ว่าตนกำลังทำ
อะไร อย่างไร เพื่ออะไร จนสามารถหาคำถามให้แก้ปัญหาก็ได้ และสามารถประเมินกระบวนการ
แก้ปัญหของตนได้

ดังนั้นสรุปได้ว่า ในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องนั้น นักเรียนต้องใช้ลำดับขั้น
ตอนในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของ
นักเรียนโดยการทำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ คือ การทำความเข้าใจ
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวางแผนในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการตาม
แผน และตรวจสอบ ซึ่งในความเป็นจริงนั้นการที่จะได้คำตอบที่ถูกต้อง นักเรียนก็ต้องดำเนินการ
การตามแผน และขั้นตอนการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้มี 4 ข้อ คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการบอกได้ว่าปัญหา
ถามอะไร ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และข้อมูลใดจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น

2. การวางแผนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้น ซึ่งผู้แก้ปัญหามองใช้ความรู้ต่างๆที่เรียนมาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

3. การดำเนินการตามแผนเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นการลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยอาศัยแบบฝึกทักษะประกอบวิธีสอนแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

4. ตรวจสอบเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ดังนั้นวิธีสอนการแก้ปัญหาคงจะคำนึงถึงเรื่องต่างๆเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา คือ พยายามค้นหารูปแบบ สร้างตาราง คำนึงถึงความเป็นไปได้ในแง่ต่างๆ ลงมือกระทำ สร้างรูปแบบคาดคะเนหรือเดาและตรวจสอบ ตรวจสอบงานย้อนหลัง เขียนรูปภาพหรือกราฟ เลือกข้อควรสังเกตที่เหมาะสม เขียนปัญหาอีกครั้งด้วยคำพูดของตัวเอง แยกสิ่งที่ต้องการ สิ่งที่กำหนดให้ และรายการต่างๆที่ต้องการ เขียนประโยคเปิดต่างๆ แยกแยะจุดประสงค์ย่อย แก้ปัญหาที่ง่ายหรือที่คล้ายๆกันก่อน เปลี่ยนความคิดเมื่อทำไม่ได้ตามแผน ตรวจสอบข้อตกลงที่ยังไม่เข้าใจด้วยกระบวนการแก้ปัญหา เช่นแสดงการใช้สัญลักษณ์ รูปภาพ แผนภูมิ หรือรูปแบบอื่นๆ ในการเสนอสถานการณ์ปัญหา ครูจะต้องแสดงให้เห็นตัวอย่างในด้านการเลือกกลวิธีการแก้ปัญหาและกลการใช้วิธีเหล่านั้น เช่นใช้วิธีวาดรูป เขียนแผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ การใช้กรณีเฉพาะ หรือการวิเคราะห์เพื่อทำให้ปัญหาลดความซับซ้อนลง การสาธิตและทำเป็นต้นแบบไม่ควรเน้นเฉพาะสิ่งที่ต้องการกระทำเท่านั้น ควรเน้นถึงเหตุผลที่เลือกวิธีการนั้นๆ สำหรับปัญหานั้นๆด้วย ซึ่งจะช่วยให้เด็กเรียนรู้วิธีการเหล่านั้น

✧ 1.9 ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สุวัฒน์ มุทเมธา (2522 : 42-45) เสาวณีย์ สิกขบัณฑิต (2528 : 38-40) ประภัสสร วงศ์วรรณ (2531: 56) และ บุญทัน อยู่ชมบุญ (2533 : 223) ได้กล่าวว่า ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือ

1. ส่งเสริมทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ให้กับเด็กโดยตรง คือให้เรียนจากการสังเกต เพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหาและใช้การคาดคะเนสมมติฐานว่าน่าจะเป็นอย่างนั้น จึงรวบรวมข้อมูลแล้วจึงหาทางพิสูจน์

2. ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้

3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา

4. ส่งเสริมให้เกิดวินัยและความรับผิดชอบในตนเอง และทำงานเป็นคู่หรือเป็นกลุ่ม
5. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตยในเด็ก เพื่อช่วยพัฒนาเจตคติของเด็ก
6. นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้
7. สร้างความมั่นใจในความสามารถของตนเอง และยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่ง

กันและกัน

8. มีความเข้าใจและจำบทเรียนได้ดี เพราะมีโอกาสได้คิดแก้ปัญหา
9. ทำให้ผู้เรียนไม่เป็นคนเชื่อง่าย มีเหตุผลก่อนตัดสินใจ
10. ในด้านความสนใจ ครูสร้างความสนใจให้เด็กเกิดความอยากเรียนขึ้นเอง

โดยนำเข้าสู่ปัญหา

1.10 อุปสรรคของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60-62) ได้กล่าวข้อสรุปเกี่ยวกับอุปสรรคในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน เนื่องจากมีความบกพร่องในการอ่านและการทำความเข้าใจ
2. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณ เนื่องจากนักเรียนลืมวิธีการคิดนั้นหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
3. นักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ปัญหาและการคิด
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการทำ วิธีการคิด ทำให้นักเรียนได้คำตอบมาโดยวิธีการเดาสุ่มที่ขาดเหตุผล
5. นักเรียนขาดความชัดเจนในการเขียนคำอธิบาย
6. นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดในเรื่องที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหานั้น ลืมกฎเกณฑ์หรือสูตร
7. นักเรียนขาดความสนใจในโจทย์ปัญหา ไม่มีแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหานั้น
8. นักเรียนขาดความสามารถในการวิเคราะห์ให้เห็นความแตกต่างของสิ่งของสัมพันธ์กันในโจทย์ปัญหา เช่น ความยาว-ความกว้าง-เส้นรอบรูป-พื้นที่ เป็นต้น

9. นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น
10. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

1.11 ข้อดี – ข้อเสีย ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จาร์ส น้อยแสงสี (2520 : 60) ได้กล่าวว่า ข้อดีของการสอนแบบแก้ปัญหาคือทำให้นักเรียนมีพฤติกรรมในการเรียนการสอนหลายอย่าง เช่น ผู้จัดตั้งปัญหา รู้จักรวบรวมข้อมูล รู้จักตั้งสมมติฐาน หรือคาดการณ์ที่น่าจะเป็น รู้จักพิสูจน์ข้อเท็จจริงและสรุปผลที่ได้ออกมา พร้อมทั้งจะนำไปใช้ นักเรียนไม่เพียงแต่นั่งฟังหรือดูครูสาธิต นักเรียนเองอาจจะต้องแสดงพฤติกรรมนั้นๆเอง ทำให้มีความสนุกสนานเพลิดเพลิน และใช้ได้กับการสอนทุกระดับชั้น ส่วนข้อเสียในการแก้ปัญหาคือ ในการเรียนแบบแก้ปัญหานั้นจะต้องใช้เวลาในการเรียนนาน มีการเตรียมล่วงหน้า เช่น เตรียมอุปกรณ์การสอน หนังสืออ่านประกอบหรือหนังสือสำหรับค้นคว้า โรงเรียนที่มีสิ่งเหล่านี้น้อย หรือมีไม่เพียงพออาจทำให้การสอนโดยวิธีนี้ไม่ได้ผลเท่าที่ควร

2. เอกสารเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้หลายท่าน ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกัน ดังนี้

ชวาล แพรัตกุล (2516 : 15) กล่าวโดยสรุปผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่างๆของสมอง ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควรจะประกอบด้วยสิ่งสำคัญอย่างน้อย 3 ประการคือ ความรู้ ทักษะและสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (สุริย์ ประกายจันทร์. 2532 : 14 ; อ้างอิงมาจาก สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.ม.ป.ป.) กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง

ความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งอันเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถของร่างกาย หรือสมอง นับว่าเป็นความสามารถเฉพาะตัวบุคคล ตัวบ่งชี้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจได้มาจากกระบวนการที่อาศัยหรือไม่อาศัยการทดสอบก็ได้

อารมณี เพชรชื่น (ม.ป.ป. : 46) กล่าวว่า **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่างๆทั้งที่โรงเรียน ที่บ้าน และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถทางสมอง ความรู้สึก ค่านิยม จริยธรรมต่างๆ...

กู๊ด (Good. 1973 : 7) กล่าวว่า **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง การเข้าถึงความรู้หรือพัฒนาทักษะทางการเรียน ซึ่งโดยปกติพิจารณาจากคะแนนสอบหรือคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้ หรือทั้งสองอย่าง

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 696) ได้จำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว

มาคิดคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้ กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่า ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติ เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือ เลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนใน ชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Principles Rules and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของ

ข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve

Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว มาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ้งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิม และต้องสมเหตุสมผลด้วย คือ การจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่างๆของสมองหรือประสบการณ์ที่ได้จากการเรียนรู้ อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่างๆของแต่ละบุคคล สามารถวัดได้โดยการทดสอบด้วยวิธีต่างๆ

2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นตัวบ่งชี้ความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียน นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ทำการศึกษาองค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษาไปเสนอเป็นแนวทางในการปรับปรุง

กันปัญหาที่กระทบต่อการเรียน และพัฒนาศักยภาพของนักเรียนที่มีอยู่ให้ประสบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงที่สุดทั้งภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น

วรรณพงศ์ สิทธิโชค (2530 : 14-15) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียน ได้แก่
 - 1.1 การเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพ ข้อบกพร่องทางกาย
 - 1.2 สติปัญญาของนักเรียน
 - 1.3 เจตคติต่อโรงเรียน ครู และวิชาที่เรียน
 - 1.4 วุฒิภาวะ แรงจูงใจ หรือมโนคติแห่งคน
 - 1.5 นิสัยในการเรียน หรือวิธีการเรียน
 - 1.6 คุณลักษณะของนักเรียน
 - 1.7 พฤติกรรมของนักเรียน การปรับตัว
 - 1.8 ความสามารถ ความรู้ ความคิดของนักเรียน
 - 1.9 เวลาที่นักเรียนใช้ในโรงเรียนและนอกโรงเรียน
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับโรงเรียน
 - 2.1 ลักษณะของโรงเรียนและชุมชน
 - 2.2 หลักสูตร
 - 2.3 สภาพการณ์ภายในโรงเรียน
3. องค์ประกอบเกี่ยวกับครู
 - 3.1 คุณลักษณะของครู
 - 3.2 พฤติกรรมของครู
 - 3.3 คุณภาพการสอนของครู
4. สภาพแวดล้อม
 - 4.1 ความสัมพันธ์กับสมาชิกในครอบครัว
 - 4.2 ความสัมพันธ์กับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งในและนอกโรงเรียน
 - 4.3 วัฒนธรรมและสังคม
 - 4.4 สภาพสังคมในห้องเรียน

แมดดอกซ์ (Maddox. 1965 : 9) กล่าวว่า “...ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 ขึ้นอยู่กับความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30-40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10-15 ”

คลอสไมเออร์ (Klausmier. 1985 : 179 -196.) กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีดังนี้

1. คุณลักษณะของผู้เรียน ได้แก่ ความพร้อมทางสมอง และความพร้อมทั้งสติปัญญา ความพร้อมทางด้านร่างกายและความสามารถทางด้านทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ ซึ่งได้แก่ ความสนใจ แรงจูงใจ เจตคติและค่านิยม สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ
2. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้ในวิชาที่สอน การพัฒนาความรู้ทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ
3. พฤติกรรมระหว่างผู้สอนและผู้เรียน ได้แก่ ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ผู้สอนจะต้องมีพฤติกรรมที่มีความเป็นมิตรต่อกัน เข้าอกเข้าใจกัน มีความสัมพันธ์กันดี มีความรู้สึกที่ดีต่อกัน
4. คุณลักษณะของกลุ่มผู้เรียน ได้แก่ โครงสร้างของกลุ่ม ตลอดจนความสัมพันธ์ของกลุ่ม เจตคติ ความสามัคคี และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดีของกลุ่ม
5. คุณลักษณะของพฤติกรรมเฉพาะตัว ได้แก่ การตอบสนองต่อการเรียน การมีเครื่องมือและอุปกรณ์พร้อมในการเรียน ความสนใจต่อบทเรียน
6. แรงผลักดันภายนอก ได้แก่ บ้าน มีความสัมพันธ์ระหว่างคนในบ้านดี สิ่งแวดล้อมดี มีวัฒนธรรมและคุณธรรมพื้นฐานดี เช่น ขยันหมั่นเพียร ความประพฤติดี

จากที่กล่าวมาทั้งหมดสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นประกอบด้วย คุณลักษณะของตัวผู้เรียน ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด รวมกับลักษณะนิสัยทางจิตพิสัยของนักเรียน คุณภาพการสอนของครูและสภาพแวดล้อมต่างๆ ซึ่งคุณลักษณะของตัวผู้เรียนมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด รองลงมาคือ คุณภาพการสอนของครูและปัจจัยอื่นๆตามลำดับ

2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งของการเรียนการสอนเป็นตัวชี้ให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่ภายหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุด ซึ่งสอดคล้องกับ อรรถพรณ ตันบรรจง (2529 : 120) ได้กล่าวว่า “...การทดสอบผลสัมฤทธิ์เป็นการทดสอบที่วัดขอบเขตที่นักเรียนได้รับความสำเร็จตามวัตถุประสงค์เกี่ยวกับรายวิชานั้นๆ...”

2.4 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

อนาสตาซี (Anastasi. 1969 : 386) และ นันแนลลี (Nunnally. 1959 : 266) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในลักษณะเดียวกันว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสำเร็จในการทำกิจกรรม หรือการเรียนรู้บางอย่างที่เป็นผลมาจากการอบรมสั่งสอน หรือการฝึกฝนโดยเฉพาะ

บุญส่ง นิลแก้ว (2519 : 208-211) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามจุดมุ่งหมายของการวัดออกเป็น 2 ชนิดคือ

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Educational Achievement)
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางอาชีพ (Vocational Achievement)

ในที่นี้จะกล่าวถึงแบบทดสอบการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่านั้น แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสำเร็จในการเรียน แบบทดสอบชนิดนี้มี 2 ประเภทคือ

1. แบบทดสอบที่เป็นมาตรฐาน (Standardized Tests) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นด้วยกระบวนการหรือวิธีการที่ซับซ้อนมากกว่าที่ครูสร้างขึ้นเอง มีการนำไปทดสอบและนำผลมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติหลายครั้ง เพื่อปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น มีความเป็นมาตรฐาน ซึ่งสามารถใช้เป็นหลักสำหรับวัดและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอน เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นต้น
2. แบบทดสอบของครู หมายถึง ข้อสอบ ข้อปัญหา หรือโจทย์คำถามต่างๆที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher-Made Tests) และสามารถพลิกเพลงให้เหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆได้ตามความต้องการ ไม่ได้ผ่านการทดลองใช้มาก่อนจึงไม่สามารถยืนยันค่าสถิติต่างๆได้ อาจใช้

เป็นเครื่องกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียน ใช้เป็นเครื่องมือวัดความรู้พื้นฐานเดิม วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นต้น

3. เอกสารเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของเจตคติ (Attitudes)

เจตคติเป็นสภาพทางจิตหรืออารมณ์ของมนุษย์ มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้หลายแนว เช่น

กิลฟอร์ด (Guilford, 1956 : 336) กล่าวว่า “**เจตคติ** หมายถึง อารมณ์ที่ซับซ้อนของบุคคลในอันที่จะยอมรับ หรือไม่ยอมรับ ชอบหรือไม่ชอบ ต่อสิ่งของหรือสภาพการณ์ เช่น บุคคล สถาบัน และเรื่องราวทางสังคม”

กู๊ด (Good, 1973 : 48) กล่าวว่า “**เจตคติ** หมายถึง ความพร้อมที่จะแสดงออกในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง อาจเป็นการเข้าหาหรือหนี หรือต่อต้าน ต่อเหตุการณ์บุคคล หรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น รักเกลียดกลัว ไม่พอใจ ต่อสิ่งนั้นๆ”

อนาสตาซี (Anastasi, 1969 : 480) กล่าวว่า “**เจตคติ** หมายถึง ความโน้มเอียงที่จะแสดงออก ทางชอบหรือไม่ชอบต่อสิ่งต่างๆ เช่น เชื้อชาติ ขนบธรรมเนียมประเพณีหรือสถาบันต่างๆ เจตคติไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่สามารถสรุปพาดพิง (Inferred) จากพฤติกรรมภายนอก ทั้งที่ต้องใช้ภาษาและไม่ต้องใช้ภาษา”

ซิมบาร์โด เอบบิเซน และมาสแลช (Zimbardo, Ebbesen and Maslach, 1977 : 19-20) กล่าวว่า “**เจตคติ** หมายถึง ความพึงพอใจ ไม่พอใจ ความชอบ และไม่ชอบ ที่บุคคลมีต่อคนอื่น กลุ่มสังคม สถานการณ์ วัตถุ หรือแนวคิด ถ้ามีสถานการณ์ใดๆเกิดขึ้น บุคคลเพียงแต่มีความรู้สึกต่อสิ่งนั้น โดยไม่ต้องร่วมมือ ก็ได้ชื่อว่ามีเจตคติต่อสิ่งนั้น”

เชดคัคส์ โฆวาลินท์ (2520 : 38) กล่าวว่า “**เจตคติ** หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆอันเป็นผลเนื่องมาจากการเรียนรู้ ประสบการณ์เป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงพฤติกรรมหรือแนวโน้มที่จะตอบสนองสิ่งเร้านั้นๆไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง

จากแนวคิดของนักจิตวิทยาที่กล่าวมาแล้วพอสรุปได้ว่า กล่าวว่ “เจตคติ หมายถึง ความพร้อมของบุคคลในการตอบสนองต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งบุคคล หรือสภาพการณ์ต่างๆทั้งทางด้านบวกและด้านลบ เช่น พอใจ ไม่พอใจ สนับสนุน หรือคัดค้าน เป็นต้น

3.2 ลักษณะเจตคติ

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ และ อนุสรณ์ สกุลคุ (2522 :76) ได้กล่าวถึง ลักษณะเจตคติ ไว้ดังนี้

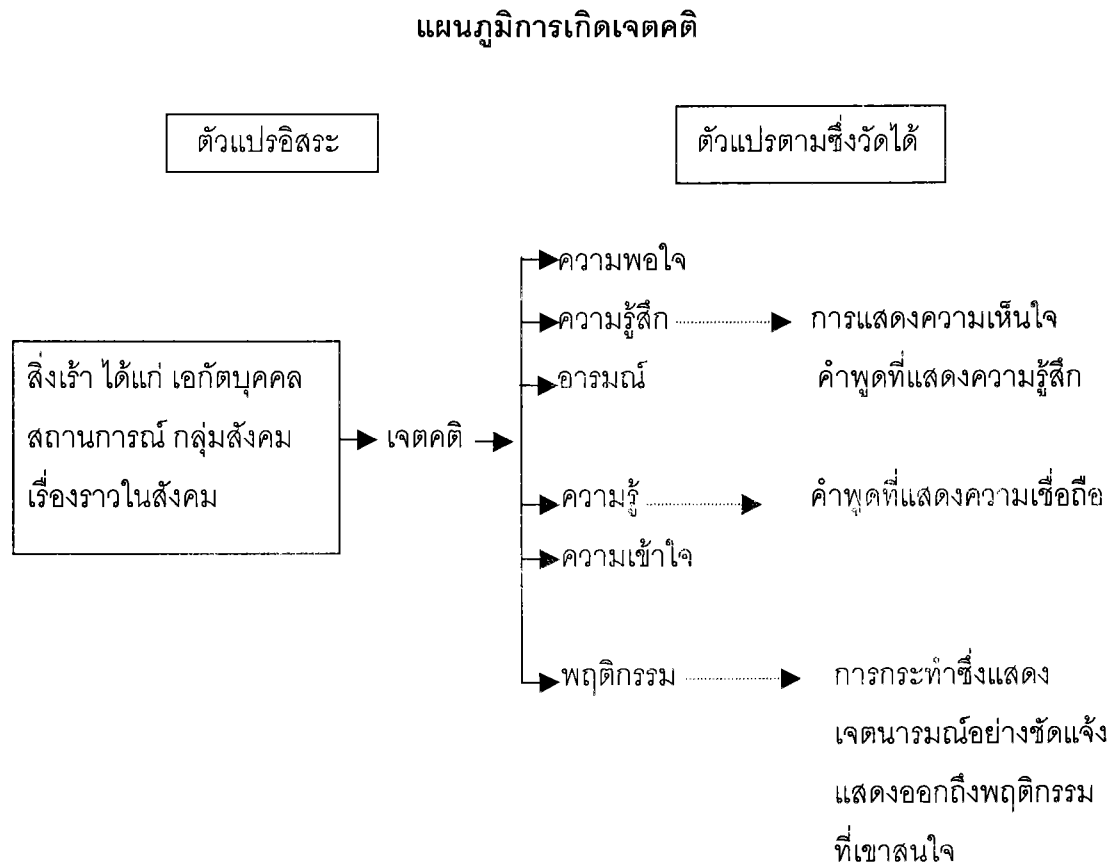
1. เจตคติเชิงนิมาน เป็นการแสดงออกในลักษณะความพึงพอใจ เห็นด้วย สนับสนุน ปฏิบัติตามด้วยความพึงพอใจ
2. เจตคติเชิงนิเสธ เป็นการแสดงออกในลักษณะตรงกันข้ามกับเจตคติเชิงนิมาน เช่น ไม่พึงพอใจ ไม่เห็นด้วย ไม่ยินดี ไม่ร่วมมือ ไม่ทำตาม
3. เจตคติเป็นกลางๆ เป็นการแสดงออก ในลักษณะที่ไม่เป็นทั้งเจตคติเชิงนิมานและเจตคติเชิงนิเสธ แต่อยู่ในระหว่างกลางๆไม่เข้าข้างใดข้างหนึ่ง เช่น รู้สึกเฉยๆ คือไม่ถึงกับชอบหรือเกลียด เป็นต้น

3.3 องค์ประกอบของเจตคติ

แมคไกร์ (McGuire. 1969 : 155-156) ได้อธิบายถึงองค์ประกอบของเจตคติไว้ 3 ส่วน คือ

1. องค์ประกอบด้านความรู้ (Cognitive Component) เป็นองค์ประกอบด้านความรู้ ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้านั้นๆ เพื่อเป็นเหตุผลในการที่จะสรุปรวมเป็นความเชื่อ หรือช่วยในการประเมินสิ่งเร้านั้นๆ
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก (Feeling Component) เป็นองค์ประกอบด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ของบุคคลที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเร้า อันเป็นผลเนื่องมาจากที่บุคคลได้ประเมินสิ่งเร้านั้นว่า พอใจ-ไม่พอใจ ต้องการ-ไม่ต้องการ ดีหรือเลว
3. องค์ประกอบด้านการกระทำ (Action Tendency Component) เป็นองค์ประกอบด้านความพร้อมหรือความโน้มเอียงที่บุคคลจะประพฤติปฏิบัติ หรือตอบสนองต่อสิ่งเร้านั้นๆในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง เช่น สนับสนุน หรือคัดค้าน การตอบสนองจะเป็นไปในทิศทางใด ขึ้นอยู่กับความเชื่อหรือความรู้สึกของบุคคล

เจตคติเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อ องค์ประกอบเหล่านี้ มีความสัมพันธ์กัน
โรเซนเบิร์ก และโฮฟแลนด์ (Rosenburg and Hovland. 1963 : 21) ได้แสดงแผนภูมิเกิดเจต
คติ (Schematic Conception of Attitude) ดังนี้



ภาพประกอบ 3 แผนภูมิการเกิดเจตคติ

(Rosenberg and Hovland. 1963 : 21)

3.4.. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ไอกิน (Aikin. 1979 : 229-234) ได้แบ่งลักษณะของเจตคติต่อวิชา
คณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะคือ ความเพลิดเพลิน แรงจูงใจ ความสำคัญ และความเป็นอิสระ
จากการกลัววิชาคณิตศาสตร์ แต่ วิลสัน (Wilson. 1971 : 685 – 689) ได้แบ่งเป็น 5 ลักษณะ
คือ

1. เจตคติ เป็น ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านดีและไม่ดี เกี่ยวกับประโยชน์ ความสำคัญ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสนใจ เป็น การแสดงออกซึ่งความรู้สึกชอบพอสิ่งหนึ่งสิ่งใดมากกว่าสิ่งอื่น
3. แรงจูงใจ เป็น ความปรารถนาที่จะทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดให้ลุล่วงไปโดยพยายามเอาชนะอุปสรรคต่างๆและพยายามทำให้ดี บุคคลที่มีแรงจูงใจจะสบายใจเมื่อตนได้ทำสิ่งนั้นสำเร็จ และจะมีความวิตกกังวลหากประสบความล้มเหลว
4. ความวิตกกังวล เป็น สภาวะจิตที่ตึงเครียด หวาดระแวง กลัว ทั้งหาสาเหตุได้และหาสาเหตุไม่ได้ และมักจะเกี่ยวข้องกับความต้องการที่เกี่ยวข้องกันหลายประการ พฤติกรรมที่แสดงถึงความวิตกกังวล เช่น ความตื่นเต้น ความหวาดกลัว ความตึงเครียด ความมีอารมณ์อ่อนไหว ความเหนียมอาย และความรู้สึกขัดแย้งสับสน
5. มโนภาพแห่งตน เป็น ความรู้สึกเกี่ยวกับตนเองในด้านค่านิยม ทางวิชาการ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล การปรับตัวทางอารมณ์

3.5 การวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เจตคติเป็นพฤติกรรมทางสมอง เป็นสภาพทางจิตใจหรืออารมณ์ของมนุษย์ ที่ซับซ้อนมาก ซีคอร์ด และ แบคแมน (Secord and Backman, 1964 : 100) ได้แสดงความคิดเห็นว่า “เจตคติไม่สามารถวัดได้โดยตรง แต่สามารถวัดได้ในรูปของความคิดเห็น (Opinion) หรือจากการแสดงออกทางภาษา (Verbal Expression)”

ในเรื่องการวัดเจตคติได้มีผู้สร้างมาตรวัดที่แตกต่างกันออกไปหลายวิธี แต่ที่นิยมและใช้แพร่หลาย สร้างสะดวก ให้ความเที่ยง (Reliability) สูง ได้แก่ วิธีของลิเคอร์ท (Likert's method) โดยสร้างขึ้นจากสมมติฐานที่ว่า เจตคติทั้งหลายย่อมมีแนวการแจ่มแจ้งในลักษณะโค้งปกติ

จากแนวคิดและนิยามข้างต้นสรุปได้ดังนี้ เจตคติไม่สามารถวัดได้โดยตรง แต่สามารถวัดได้ในรูปของความคิดเห็นจากการแสดงออกทางภาษา หรือวัดได้โดยการสัมภาษณ์ วัดจากผู้รู้จักกับบุคคลที่เราต้องการจะวัด และจากการใช้แบบวัดทางเจตคติ ขั้นตอนในการสร้างแบบสอบถามวัดเจตคตินั้น ต้องให้ความหมายของเจตคติและสิ่งที่จะวัดให้แน่นอน แล้วจึงสร้างข้อความให้คลุมเนื้อหาในแต่ละหัวข้อที่ต้องการจะวัด

4 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1.1 งานวิจัยต่างประเทศ

ไดเฮน (Deighan. 1971 : 3333-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กับความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของครูกับนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3-6 จำนวน 1,022 คน ครู 44 คน ในโรงเรียนประถมศึกษาที่อยู่ในชนบท โดยใช้แบบวัดเจตคติ 2 ชนิดคือ

1.) การตอบ ใช่ / ไม่ใช่ ของแอทโทเนน (Attonen)

2.) Semantic Differential และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ JOWA Test of Basic Skills และ Lorge Thorndike of Intelligence วิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และวิเคราะห์สมการถดถอย ผลปรากฏว่าเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน แต่เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของครูกับนักเรียนไม่สัมพันธ์กัน

สตาร์กี (Starkey. 1971 : 259-A) ได้ศึกษาถึงผลวิจารณ์ของครูที่มีต่อเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษา เพื่อที่จะทราบว่า การวิจารณ์ของครูจะมีผลต่อเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ เพื่อที่จะนำผลการวิจัยไปใช้ปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8-12 จำนวน 876 คน สอนโดยครู 13 คน แยกออกเป็น 3 กลุ่ม

กลุ่มที่ 1. ไม่มีการวิจารณ์ใดๆในกระดาษคำตอบของนักเรียน

กลุ่มที่ 2. ครูเขียนคำวิจารณ์ที่เตรียมไว้แล้วลงในกระดาษคำตอบของนักเรียน

กลุ่มที่ 3. ครูเขียนคำวิจารณ์ใดๆก็ได้ลงในกระดาษคำตอบของนักเรียน แล้วส่งกระดาษคำตอบคืนให้นักเรียนทุกคน อีก 9 สัปดาห์ต่อมาทำการทดสอบอีกครั้งหนึ่ง ผลปรากฏว่า ผลการวิจารณ์ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และมีผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น และยังพบอีกว่านักเรียนหญิงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นมากกว่า

คิลเลอร์ (Killer. 1974 : 3300-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องความแตกต่างระหว่างเพศของเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 ในรัฐนิวเจอร์ซีย์ จำนวน 570 คน ผลปรากฏว่านักเรียนหญิงและนักเรียนชายมีเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

บราวน์ และ โฮลซ์แมน (Brown and Holtzman . 1976) ได้ทำการศึกษาพบว่า เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันคือ

1. เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกัน แต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันเป็นเพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนต่างกัน
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีเจตคติไปในทางลบจะได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนที่คาดหวัง ส่วนนักเรียนที่มีเจตคติไปในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เหนือกว่าระดับคะแนนที่คาดหวัง

เว็บป์ (Webb. 1975 : 2689-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถทางความรู้ ความจำ ซึ่งได้แก่ ภาษา แบบการคิด มิติสัมพันธ์ เหตุผล และการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูง

ชอนเบอร์เกอร์ (Schonberger. 1976 : 2536-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเพศ ความถนัดเชิงมิติสัมพันธ์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเป็นนักเรียนเกรด 7 จากโรงเรียนในเมืองแบงเกอร์ (Bangor) มลรัฐเมน (Maine) ใช้แบบทดสอบวัดความถนัด 5 ฉบับคือ

1. แบบทดสอบ Card Rotations
2. แบบทดสอบ Form Board 2
3. แบบทดสอบ Hidden Figures 2 from the NLSMA battery

4. แบบทดสอบ Cubes Comparision from the ETS Kit

5. แบบทดสอบ Space Relations from the Differential Aptitude Tests

แบบทดสอบวัดความสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบย่อยสามฉบับ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณ ผลปรากฏว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งสามฉบับมีความสัมพันธ์กับความถนัดเชิงมิติสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สโตน วอเตอร์ (Stonewater. 1977 : 2602-2603-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนเทอมแรกของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมิชิแกน จำนวน 27 คน เมื่อวิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ผลปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แอทกิน (Atkin. 1978 : 6488-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับการเรียนวิชาเคมี กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยคอร์เนลที่เรียนวิชาเคมีเป็นวิชาเลือก จำนวน 96 คน ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงถึง .91

4.1.2 งานวิจัยในประเทศ

วัฒนา หงษ์ภู (2523 :50-57) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 748 คน ผลการวิจัยพบว่า เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันที่ระดับ .05

อรษา เจริญพร (2525 : 41-44) ได้ศึกษาผลของเงื่อนไขของการแข่งขันที่มีผลต่อเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 125 คน แบ่งเป็นสามกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองสองกลุ่มที่มีการแข่งขันเป็นรายบุคคล และเป็นกลุ่ม กลุ่มควบคุมทำการทดลองสอนทั้งสามกลุ่มจนจบบทเรียนแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นำผลมาวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว ผลปรากฏว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสามกลุ่ม ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

วรรณดี วรรณศิลป์ (2523 : 62) ได้วิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 310 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวก กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลการทดสอบค่าทีพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จรรยา ภูอุดม (2524 : 48-54) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามการประเมินครู โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 6 โรงเรียน เป็นนักเรียนชาย 235 คน นักเรียนหญิง 190 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทุกวิชาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนหญิงมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชาย

จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2526 : 63-65) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

ความสามารถในการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ การเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากรูวรรณ สิงห์ม่วง (2529 : 62-63) ได้ทำการวิจัยเรื่อง " การทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบเชาว์ปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 9 " โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 508 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบเชาว์ปัญญา และแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และคะแนนเชาว์ปัญญา สามารถทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 9 ได้ โดยมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่างานวิจัยของไดแชน (Deighan. 1971) สตาร์กี (Starkey. 1971) คิลเลอร์ (Killer. 1974) บราวน์ และ โฮลซ์แมน (Brown and Holtzman . 1976) วัฒนา หงษ์ภู (2523) วรรณดี วรรณศิลป์ (2523) และ อรษา เจริญพร (2525) ได้วิจัยเรื่อง เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน คือ ถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ย่อมส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น แต่ถ้านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และสูงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ นอกเหนือจากที่กล่าวมาพบว่า

- นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน
- เจตคติของครูกับนักเรียนไม่สัมพันธ์กัน
- นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกัน แต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันเป็น เพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนต่างกัน

นอกจากที่กล่าวมามีงานวิจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหากับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีจำนวนไม่มากพอที่จะยืนยันได้ชัดเจน แต่ที่นำมาเสนอทั้งงานวิจัยต่างประเทศและในประเทศพบว่า งานวิจัยของ เว็บบ์ (Webb. 1975) ชอนเบอร์เกอร์ (Schonberger. 1976) สโตน วอเตอร์ (Stonewater. 1977) แอทกิน

(Atkin.1978) วรรณดี วรรณศิลป์ (2523) จรรยา ภูอุดม (2524) จันทรเพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2526) และจาวรรณ สิงห์ม่วง (2529) สนับสนุนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยสนใจที่ศึกษาวิธีสอนแก้ปัญหาที่จะส่งผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือไม่

4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

4.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

จอห์น (John. 1966 : 994-995-A) ได้ศึกษาผลการเรียนของนักเรียนวิทยาศาสตร์เกรด 8 จากการใช้วิธีการสอนสองวิธี โดยแบ่งเป็นสองกลุ่ม กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบบรรยายแบบสาคิดให้มีส่วนร่วมในการทดลอง และทำการบ้านตามที่ครูกำหนดให้ กลุ่มทดลองให้เรียนโดยวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง มีแต่เพียงเอกสารแนะแนวทางนำกิจกรรมที่นักเรียนจะเลือกนำไปปฏิบัติอันก่อให้เกิดความรู้ ข้อเท็จจริง และมีโนภาพด้วยตนเอง ผลการวิจัยปรากฏว่ากลุ่มทดลองคิดหาเหตุผลแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มาฮัน (Mahan. 1970 : 309-316) ได้ศึกษาผลการสอนของครูสองแบบ คือการสอนแบบบรรยายประกอบอภิปราย (Lecture Discussion) และวิธีสอนแบบแก้ปัญหา (Problem Solving) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 4 ห้องเรียน เป็นชาย 48 คน หญิง 21 คน ใช้เกณฑ์ในการคัดเลือกคือ ระดับสติปัญญา คุณวุฒิของผู้สอน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์อยู่ในระดับใกล้เคียงกัน ใช้เวลาทดลองหนึ่งปี ทำการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ ผลปรากฏว่าเด็กชายที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าเด็กชายที่ได้รับการสอนแบบบรรยายประกอบอภิปราย ส่วนในเด็กหญิงไม่พบความแตกต่าง

พุท (Putt. 1979 : 5382-A) ได้ศึกษาถึงปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีขบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่งให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้

ปัญหาที่ไม่ได้รับการสอนในห้องเรียน ใช้เวลาทำการทดลองสี่สัปดาห์ แล้ววัดผลในการแก้ปัญหาพบว่า การแก้ปัญหาทั้งสองแบบของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกัน

กัญญา (Gooya, 1994 : 2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นสังเคราะห์ความคิดและการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา กับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อยนักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายกับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่าการใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่างๆมาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

4.2.2 งานวิจัยในประเทศ

อนันต์ จันทร์ทวี (2525 : 1-37) ได้ศึกษาแนวคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบ วัดพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาออกเป็น 4 ด้าน คือ ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้การวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 225 คน ผลปรากฏว่า

1. นักเรียนชายเลือกใช้แนวความคิดแก้ปัญหาด้านการวิเคราะห์สูงที่สุด ส่วนนักเรียนหญิงเลือกใช้ด้านความรู้ความจำสูงที่สุด และทั้งสองเพศเลือกใช้แนวความคิดแก้ปัญหาด้านการนำไปใช้ต่ำสุด
2. นักเรียนชายและหญิงมีแนวคิดแก้ปัญหาด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ ไม่แตกต่างกัน ส่วนด้านวิเคราะห์นั้น นักเรียนชายเลือกใช้มากกว่านักเรียนหญิง

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแก้ปัญหาของ

จอห์น (John. 1966) มาฮัน (Mahan. 1970) พุต (Putt. 1979) กูยา (Gooya. 1994) และ
อนันต์ จันทรกี (2525) พบว่า วิธีการสอนแบบแก้ปัญหาสอนให้เกิดกระบวนการที่มีระบบ มี
เหตุผลทำให้เด็กมีความเข้าใจและกล้าตัดสินใจ ย่อมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ที่สูงขึ้นจากเดิม นอกเหนือจากนี้พบว่า

- นักเรียนชายใช้แนวคิดวิเคราะห์แก้ปัญหาสูง
- นักเรียนหญิงใช้ความรู้ในด้านความจำสูง
- นักเรียนชายที่สอนด้วยวิธีแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์

ในการเรียนดีกว่านักเรียนชายที่สอนโดยการอธิบาย

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยสนใจที่ศึกษาวิธีสอนแก้ปัญหาที่จะส่งผลต่อ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือไม่

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน
2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง
3. ระยะเวลาในการทดลอง
4. แบบแผนการทดลอง
5. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
6. วิธีดำเนินการทดลอง
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ปีการศึกษา 2540 จำนวน 12 ห้องเรียน รวม 540 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 94 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) และใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม โดยมีวิธีการดังนี้

-สุ่มห้องเรียนมา 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 12 ห้องเรียน โดยวิธีจับฉลาก

-สุ่มกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิธีจับฉลากจาก 2 ห้องเรียนอีกครั้ง

คือกลุ่มทดลองสอนด้วยวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา และ กลุ่มควบคุมสอนตามคู่มือครู

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าคือเรื่อง สมการและอสมการ จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ค 204) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 12 คาบดังนี้

1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์	1 คาบ
2. คำตอบของสมการและอสมการ	1 คาบ
3. กราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการ	1 คาบ
4. การแก้สมการ	4 คาบ
5. โจทย์สมการ	5 คาบ

รวมทั้งสิ้น 12 คาบ

3. ระยะเวลาในการศึกษาค้นคว้า

เวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โดยกำหนดเวลาทำการทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 12 คาบๆละ 50 นาที

4. แบบแผนการทดลอง

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยใช้แบบแผนการทดลองที่มีชื่อว่า Non-Randomized control-group pretest-posttest design คือ มีกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม มีกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ดังตาราง 3 (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2537 : 359)

ตาราง 3 แบบแผนการทดลอง

กำหนดกลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_{1E}	X_1	T_{2E}
C	T_{1C}	X_2	T_{2C}

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

X_1 แทน การสอนแบบแก้ปัญหา

X_2 แทน การสอนตามคู่มือครู

T_{1E} แทน การสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และการสอบถามวัดเจตคติต่อ
วิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง ก่อนการทดลอง

T_{2E} แทน การสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการสอบถามวัด
เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง หลังการทดลอง

T_{1C} แทน การสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และการสอบถามวัดเจตคติต่อ
วิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง

T_{2C} แทน การสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการสอบถามวัด
เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม หลังการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

5.1 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า มี 5 อย่างคือ

5.1.1 แผนการสอนแบบแก้ปัญหา

5.1.2 แผนการสอนตามคู่มือครู

5.1.3 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

5.1.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1.5 แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.2 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า แยกเป็นรายข้อดังนี้

5.2.1 แผนการสอนแบบแก้ปัญหา

5.2.1.1 ศึกษาเทคนิควิธีสอนแบบแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2.1.2 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ

จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช
2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

5.2.1.3 เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ ครอบคลุมเนื้อหาวิชา

คณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ ตามหนังสือแบบเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ซึ่งจุดประสงค์ของการเรียนมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความสามารถดังนี้

5.2.1.3.1 เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยค

สัญลักษณ์และเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาได้

5.2.1.3.2 สร้างสมการและอสมการจากโจทย์ที่กำหนด

ให้ได้

5.2.1.3.3 แก้สมการและอสมการพร้อมทั้งหาคำตอบ

ตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

5.2.1.3.4 ตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง

5.2.1.4 เขียนแผนการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา ซึ่ง

ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน (ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป) การวัดและการประเมินผล

5.2.1.5 นำแผนการสอนที่ผู้วิจัยเขียนเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอานวงศ์ อาจารย์ชูลิพร สุภธีระ และ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ตรวจสอบเพื่อหาความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอน

สอน

5.2.1.6 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 45 คน ใช้เวลา 1 คาบๆละ 50 นาที เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับขั้นตอนการสอน สื่อประกอบการสอน เวลาที่ใช้ในการสอน แล้วปรับปรุงแผนการสอน

สอน

5.2.1.7 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วจากข้อ 5.2.1.6 ไป

ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 45 คน โดยไม่ซ้ำกับกลุ่มเดิมในข้อ 5.2.1.6 อีกครั้งเพื่อใช้เป็นแนวทางปรับปรุงแผนการสอนที่เหลือ แล้วจึงนำไปทดลองใช้จริง

5.2.2 แผนการสอนตามคู่มือครู

5.2.2.1 ศึกษาเทคนิควิธีสอนตามคู่มือครู

5.2.2.2 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ

ตามหนังสือแบบเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 รายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4

5.2.2.3 เขียนแผนการสอนตามคู่มือครู ซึ่งประกอบไปด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน (ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป) การวัดและการประเมินผล

5.2.2.4 นำแผนการสอนที่ผู้วิจัยเขียนเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน คืออาจารย์ประสาท สอนวงศ์ อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ และดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ตรวจสอบเพื่อหาความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอน

5.2.2.5 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วเขียนเป็นฉบับจริง เพื่อนำไปใช้ทดลองสอนกับกลุ่มควบคุมที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ตาราง 4 เปรียบเทียบรูปแบบการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับสอนตามคู่มือครู

การสอนแบบแก้ปัญหา	การสอนตามคู่มือครู
1. ขั้นนำ 1.1 ครูทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน แล้วตอบคำถามของครูแบบปากเปล่า 1.2 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ 2. ขั้นสอน 2.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2.1.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาหลายๆ ครั้ง เพื่อเก็บหรือจับใจความ และดูความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา ทำความเข้าใจเกี่ยวกับถ้อยคำ และสัญลักษณ์ในปัญหา 2.1.2 ให้นักเรียนแยกปัญหาออกเป็น - โจทย์กำหนดอะไรบ้าง - มีเงื่อนไขอะไรบ้าง - ต้องการหาอะไรบ้าง 2.2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา 2.2.1 ครูทบทวนความรู้เดิม ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา 2.2.2 ชี้แนะให้นักเรียนคิดหาเหตุผล เพื่อจะนำมาสรุปสิ่งที่ต้องการ	1. ขั้นแจ้งจุดประสงค์ ครูแจ้งจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบ 2. ขั้นนำ ครูทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน แล้วตอบคำถามของครูด้วยการสนทนา ซักถาม แบบปากเปล่า

ตาราง 4 (ต่อ)

การสอนแบบแก้ปัญหา	การสอนตามคู่มือครู
ปัญหาว่า ปัญหาหลักคืออะไร ปัญหาย่อยคืออะไร 2.2.4 ให้นักเรียนค้นหารูปแบบจากปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อที่จะดูว่ามีอะไรคล้ายกันบ้าง จะได้แก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายๆกัน 2.2.5 ให้นักเรียนค้นหาคำศัพท์ สูตร บทนิยาม ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา 2.2.6 ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ 2.2.7 ให้นักเรียนเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม หรือไม่ก็ต้องมีการลองผิดลองถูก 2.3. ขั้นตอนการตามแผน 2.3.1 ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติการตามแผนที่คิดไว้ โดยใช้ทักษะพื้นฐานที่เคยเรียนมา 2.3.2 เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาตามความเหมาะสม เช่น เขียนรูปประกอบ ใช้การสังเกต รูปแบบ ใช้การเขียนตารางประกอบ ใช้การเดาแล้วตรวจสอบ หรือใช้การกำจัดตัวแปรที่เป็นไปได้ ฯลฯ 2.3.3 ให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่ละขั้นตอนตามลำดับ ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่ 2.4 ขั้นตรวจสอบ 2.4.1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าเมื่อทำแล้วต้องตรวจสอบอีกครึ่งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง และได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่ 2.4.2 ถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ถูกต้องให้ย้อนกลับไปทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผนและดำเนินการตามแผน และตรวจสอบสิ่งที่ต้องการอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการและเป็นจริง 3. ขั้นฝึกทักษะ ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะ ประกอบวิธีสอนแบบแก้ปัญหา ประกอบด้วย แผ่นโป่งใส	

ตาราง 4 (ต่อ)

การสอนแบบแก้ปัญหา	การสอนตามคู่มือครู
ใบงาน แบบฝึก เอกสารแนะแนวทาง 3.1 ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะรายบุคคลด้วยตนเอง หรือทำแบบฝึกทักษะรายกลุ่มด้วยการแบ่งกลุ่มตามความเหมาะสม และการตรวจคำตอบจะให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบ ถ้าตอบถูกครูก็ให้รางวัลและถ้าตอบไม่ถูกสมาชิกในกลุ่มจะต้องร่วมมือกันแก้ไขบกพร่อง โดยศึกษาแบบฝึกทักษะนั้นใหม่ แล้วให้เพื่อนในกลุ่มที่ตอบถูกเป็นผู้อธิบายหรือครูเป็นผู้ชี้แนะข้อบกพร่อง 3.2 เก็บผลงานเข้าแฟ้มสะสมงานที่แจกให้เพื่อประกอบการทบทวนหากไม่เข้าใจ 4. ขั้นสรุป ให้นักเรียนหาข้อสรุปทุกคาบเรียนด้วยตนเองจากการถามตอบหรือจากแบบฝึกทักษะที่ให้ทำด้วยตนเองหรือทั้งชั้นร่วมกันสรุปแล้วจดบันทึกลงในสมุดเรียน 5. ขั้นวัดผลและประเมินผล 5.1 สังเกต - ความสนใจ ความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม - การแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล - การยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น 5.2 ตรวจผลงาน - เป็นรายบุคคลและงานกลุ่ม - ใบงาน แบบฝึก	4. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป 5. ขั้นวัดผลและประเมินผล 5.1 สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในขณะที่ครูสอน การตอบคำถาม การร่วมกิจกรรม 5.2 ตรวจผลงาน การจดคำอธิบาย ตัวอย่างและการทำงานแบบฝึกหัด

5.2.3 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนการทดลองเป็นแบบทดสอบวัดความรู้ ความเข้าใจ เรื่องการแก้สมการ ซึ่งเนื้อหาที่วัดมีการบวก ลบ คูณ และหาร สมบัติการเท่ากัน ตามหลักสูตรเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

5.2.3.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการ จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ค 102) และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ค 102 คณิตศาสตร์ 2 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

5.2.3.2 สร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหาตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5.2.3.3 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผล และการประเมินผลตรวจ จำนวน 3 ท่าน คือ รศ.นิภา ศรีโพธิ์โรจน์ ผศ. ทองหล่อ วิภาวิน และ รศ.ดร.ส.วาสนา ประवालพฤกษ์ ตรวจสอบเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ หลังจากนั้นผู้วิจัยปรับปรุงและแก้ไขแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5.2.3.4 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่เรียนเรื่องสมการมาแล้วจำนวน 105 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ โดยให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบถูก และให้ 0 สำหรับข้อที่ตอบผิด

5.2.3.5 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยาก (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของจุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952 : 6-32) ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.370 ถึง 0.901 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.143 ถึง 0.667 จำนวน 25 ข้อ

5.2.3.6 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยคัดเลือกแล้วจำนวน 25 ข้อไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 94 คน คนละกลุ่มกับข้อ 5.2.3.4 ที่เรียนเรื่องสมการมาแล้วเพื่อวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นโดยใช้สูตร K.R.20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson) (Ebel . 1972 : 414-416) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.713

5.2.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.2.4.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของ บุญเชิด ภิญโญนนันตพงษ์ (2527) วิชาการ (2538)

5.2.4.2 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และจุดประสงค์การเรียนรู้จากคู่มือครู เรื่องสมการและอสมการ จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ค 204)

5.2.4.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ เพื่อกำหนดมโนคติ จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับการวัดพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาของวิลสัน(Wilson) โดยผู้วิจัยวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหาเรื่อง สมการและอสมการ ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ท่าน

5.2.4.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหาตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5.2.4.5 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ อาจารย์สุสิทธิ์ สุภธีระ และอาจารย์ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ ความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญได้เลือกข้อสอบจำนวน 25 ข้อจากข้อสอบ 50 ข้อที่ผู้วิจัยสร้าง

5.2.4.6 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้เชี่ยวชาญได้คัดเลือกจำนวน 25 ข้อไปทดสอบ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่เรียนเรื่องสมการมาแล้วจำนวน 100 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้ 0 สำหรับข้อที่ตอบผิด

5.2.4.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยาก (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของจุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6-32) และ เกณฑ์ในการคัดเลือกและปรับปรุงแบบทดสอบโดยเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป พบว่ามีจำนวนข้อสอบที่ไม่อยู่ในเกณฑ์ 5 ข้อ และอยู่ในเกณฑ์ 20 ข้อ ต่อจากนั้นนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์เสนอผู้เชี่ยวชาญเพื่อแก้ไขและปรับปรุงข้อสอบที่ไม่อยู่ในเกณฑ์จำนวน 5 ข้ออีกครั้ง แล้วนำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้และปรับปรุงแล้ว จำนวน 25 ข้อไปทำการทดสอบกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 87 คน นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เพื่อหา

ค่าความยาก (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของจุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952 : 6-32) อีกครั้ง ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.253 ถึง 0.690 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.304 ถึง 0.739

5.2.4.8 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยคัดเลือกแล้วจำนวน 25 ข้อไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 94 คน คนละกลุ่มกับข้อ 5.2.4.6 เพื่อวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นโดยใช้สูตร K.R.20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson) (Ebel . 1972 : 414-416) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.537

5.2.5 แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.2.5.1 ศึกษาเอกสารงานวิจัยเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามวัดเจตคติ ศึกษาจุดประสงค์ด้านเจตคติของวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้ววิเคราะห์รายการที่จะวัด เลือกรูปแบบเครื่องมือที่จะวัด กำหนดกฎเกณฑ์ในการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.2.5.2 สร้างแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของ จรรยา ภูอุดม (2524 : 124-130) จันทรเพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2526 : 154-159) ลักษณะของแบบสอบถามเป็นแบบลิเคอร์ทสเกล (Likert Scale) ชนิด 5 ตัวเลือก

การให้คะแนนแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

กรณี 1 ข้อความที่มีความหมาย ทางบวก ให้คะแนน ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	5	คะแนน
เห็นด้วย	ให้	4	คะแนน
ไม่แน่ใจ	ให้	3	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้	2	คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	1	คะแนน

กรณี 2 ข้อความที่มีความหมาย ทางลบ ให้คะแนน ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	1	คะแนน
เห็นด้วย	ให้	2	คะแนน
ไม่แน่ใจ	ให้	3	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้	4	คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	5	คะแนน

5.2.5.3 นำแบบสอบถามที่ผู้วิจัยปรับปรุงแล้ว จำนวน 41 ข้อ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญทางด้านจิตวิทยาจำนวน 3 ท่าน คือ ผศ.ทองหล่อ วิภาวรินทร์, ดร.ส.วาสนา ประवालพุกษ์ และ ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ พิจารณาตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาตลอดจนภาษาที่ใช้ในแต่ละข้อ เพื่อให้มีความชัดเจนและเหมาะสมกับงานวิจัย

5.2.5.4 นำแบบสอบถามไปสอบถามนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 104 คน เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบสอบถาม โดยใช้ t-test ในการวิเคราะห์ผลและเลือกข้อคำถามที่มีค่า t ตั้งแต่ 1.75 ขึ้นไป (พงษ์รัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 132) เลือกข้อคำถามได้ 25 ข้อ จากจำนวน 40 ข้อ

5.2.5.5 นำแบบสอบถามจำนวน 25 ข้อที่ผู้วิจัยคัดเลือกไว้แล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 94 คน คนละกลุ่มกับข้อ 5.2.5.4 เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (พงษ์รัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 125 -126) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.9234

6. วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

รูปแบบการศึกษาค้นคว้าผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีขั้นตอนดังนี้

6.1 ก่อนการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานด้วยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง สมการ และวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วยแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

6.2 สอนกลุ่มทดลองด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา และสอนกลุ่มควบคุมตามคู่มือครู โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองทั้งสองกลุ่ม ในเนื้อหาเดียวกัน ระยะเวลาที่เท่ากัน คือ กลุ่มละ 12 คาบๆละ 50 นาที

6.3 หลังการทดลอง วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วยแบบสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบสอบถามชุดเดียวกันที่ใช้ก่อนทดลองของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

6.4 ตรวจให้คะแนน นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

7.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลอง โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

7.2 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลอง โดยวิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent)

8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

8.1 หาค่าสถิติพื้นฐาน

8.1.1 หาค่าเฉลี่ย (Mean) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$S = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนในแต่ละตัวของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนในแต่ละตัว

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

8.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบหาคุณภาพของเครื่องมือ

8.2.1 หาความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6-32)

8.2.2 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร K.R.20 (Kuder Richardson) (Ebel . 1972 : 414-416)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ	
p	แทน	สัดส่วนของผู้ทำถูกในแต่ละข้อ	
			จำนวนคนที่ทำถูก
P	=		จำนวนคนทั้งหมด
q	แทน	สัดส่วนของผู้ทำผิดในแต่ละข้อ	$= 1-p$
S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ	

8.2.3 หาค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คำนวณโดยวิธีหาค่าอัตราส่วนวิกฤติ t เป็นรายข้อตามวิธีการของ t-test ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$t = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_L}{\sqrt{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาของการแจกแจงแบบที

$\bar{X}_H$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มสูง

$\bar{X}_L$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ

S_H^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มสูง

S_L^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนคนในแต่ละกลุ่มซึ่งเท่ากัน

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 131-132)

8.2.4 หาความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คำนวณ

จากสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ

S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนแต่ละข้อ

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 125 -126)

8.3 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน

สมมติฐานข้อ 1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (Y) ระหว่างกลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลอง โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ใช้คะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (X) และคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Z) เป็นตัวแปรร่วม จากสูตร

$$F = \frac{MS_b}{MS_w}$$

เมื่อ MS_b แทน ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม

MS_w แทน ความแปรปรวนภายในกลุ่ม

ตาราง 5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

แหล่งความแปรปรวน	SS	Df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (A_{adj})	SS_b	$p-1$	$\frac{SS_b}{p-1}$	$\frac{MS_b}{MS_w}$
ภายในกลุ่ม (S_{adj})	SS_w	$p(n-1)-2$	$\frac{SS_w}{p(n-1)-2}$	
รวม (t)	SS_t	$np-3$		

เมื่อ F แทน อัตราส่วนระหว่างค่าความแปรปรวนที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่มกับค่าความแปรปรวนที่ปรับแล้วภายในกลุ่ม

SS_b แทน ผลรวมกำลังสองที่ปรับแล้วของคะแนนระหว่างกลุ่ม

SS_w แทน ผลรวมกำลังสองที่ปรับแล้วของคะแนนภายในกลุ่ม

SS_t แทน ผลรวมกำลังสองที่ปรับแล้วของคะแนนทั้งหมด

df_b แทน ขนาดของตัวแปรอิสระระหว่างกลุ่ม คำนวณจาก $p-1$

df_w แทน ขนาดของตัวแปรอิสระภายในกลุ่ม คำนวณจาก $p(n-1)-2$

MS_b แทน ความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม

MS_w แทน ความแปรปรวนภายในกลุ่ม

n แทน จำนวนคนในแต่ละกลุ่ม

p แทน จำนวนระดับของการทดลอง

หาคะแนนเฉลี่ยที่ปรับค่าแล้วของตัวแปรตามโดยใช้สูตร

$$\bar{Y}_{adj,j} = \bar{Y}_j - \hat{\beta}_{wyx} (\bar{X}_j - \bar{X}_{..}) - \hat{\beta}_{wzy} (\bar{Z}_j - \bar{Z}_{..})$$

เมื่อ $\bar{Y}_{adj,j}$ เป็นค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ปรับค่าแล้ว

$\bar{Y}_j$ เป็นค่าเฉลี่ยของผลการวัดของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
แต่ละกลุ่มก่อนปรับค่า

$\hat{\beta}_{wyx}$ เป็นสัมประสิทธิ์การถดถอยภายในกลุ่มของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์เมื่อทราบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

$\bar{X}_j$ เป็นค่าเฉลี่ยของผลการวัดของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของแต่ละกลุ่ม

$\bar{X}_{..}$ เป็นค่าเฉลี่ยรวมของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและ
กลุ่มควบคุม

$\hat{\beta}_{wzy}$ เป็นสัมประสิทธิ์การถดถอยภายในกลุ่มของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์เมื่อทราบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

$\bar{Z}_j$ เป็นค่าเฉลี่ยของผลการวัดของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของ
แต่ละกลุ่ม

$\bar{Z}_{..}$ เป็นค่าเฉลี่ยรวมของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

(ระวีวรรณ พันธุ์พานิช 2540 : 241-245 อ้างอิงมาจาก Kirk. 1995 : 728-731.)

สมมติฐานข้อ 2 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่ม
ควบคุมกับกลุ่มทดลอง โดยวิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent) จากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ
	$\bar{X}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง
	$\bar{X}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม
	n_1	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง
	n_2	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุม
	S_1^2	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	S_2^2	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

(พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 162)

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยใช้โปรแกรม
คอมพิวเตอร์สำเร็จรูป SPSS/PC⁺ (Statistical Package for the Social Sciences)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อสะดวกในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ดังนี้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

X แทน คะแนนจากการทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง

Z แทน คะแนนจากการสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

Y แทน คะแนนจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการ

ทดลอง

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ก่อน

การทดลอง

$\bar{Z}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

$\bar{Y}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์หลังการทดลอง

SD แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

SS แทน ผลรวมของความเบี่ยงเบนกำลังสอง

MS แทน ค่าความแปรปรวนร่วม

F แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน F-distribution

k แทน จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง

df แทน ระดับความเป็นอิสระ (degree of freedom)

$(\bar{Y}_1')$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ปรับแล้วของกลุ่มทดลอง

$(\bar{Y}_2')$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ปรับแล้วของกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง แทน นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

กลุ่มควบคุม แทน นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

* แทน ความมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

** แทน ความมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนจากการสอบด้วย

1.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แสดงในตาราง 6

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	คะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (X)		คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Y)	
		$\bar{X}$	SD	$\bar{Y}$	SD
กลุ่มทดลอง	47	20.8298	3.1782	15.5532	3.3803
กลุ่มควบคุม	47	18.6596	3.3640	13.2766	2.8795

จากตาราง 6 พบว่าก่อนการทดลองคะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (X) ของกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ย 20.8298 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.1782 ส่วนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ย 18.6596 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.3640 หลังการทดลองคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Y) ของกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ย 15.5532 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.3803 ส่วนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ย 13.2766 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.8795 ตามลำดับ

1.3. ค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แสดงในตาราง 7

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและ
หลังทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	สอบก่อนการทดลอง		สอบหลังการทดลอง	
		$\bar{Z}$	SD	$\bar{Z}$	SD
กลุ่มทดลอง	47	3.4774	0.342	3.7447	0.358
กลุ่มควบคุม	47	3.4766	0.495	3.5489	0.527

จากตาราง 7 พบว่าก่อนทดลอง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองมี
ค่าเฉลี่ย 3.4774 มีความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.342 ส่วนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ย
3.4766 มีความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.495 ซึ่งทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ใน
ระดับเดียวกัน คือ ระดับปานกลาง หลังการทดลองเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กลุ่มทดลองมี
ค่าเฉลี่ย 3.7447 มีความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.358 ส่วนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ย
3.5489 มีความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.527 ซึ่งทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ใน
ระดับเดียวกัน คือ ระดับค่อนข้างดี

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับนักเรียนกลุ่มที่
ได้รับการสอนตามคู่มือครู โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ที่มีคะแนน
ผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (Y) เป็นตัวแปรตาม และคะแนนความรู้พื้นฐานทาง
คณิตศาสตร์ก่อนเรียน (X) คะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Z) เป็นตัวแปรร่วม (Covariate)
แสดงในตาราง 8

ตาราง 8 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

แหล่งความแปรปรวน	SS	Df	MS	F	Signi of F
REGRESSION	177.22	2	88.61	10.93**	.000
GROUP	51.79	1	51.79	6.39*	.013
WITHIN	729.80	90	8.11		
Total	1028.82	93	11.06		

$$\hat{\beta}_{wyx} = 0.33676$$

$$\hat{\beta}_{wyz} = 0.22728$$

ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่ม
ทดลอง $(\bar{Y}'_1) = 15.1848$

ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่ม
ควบคุม $(\bar{Y}'_2) = 13.6439$

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง
มีค่าเฉลี่ย $(\bar{Y}'_1) = 15.1848$ ส่วนคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ย $(\bar{Y}'_2) = 13.6439$ ซึ่งแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
สอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 1 ที่ตั้งไว้

3. การเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

เนื่องจากผู้วิจัยได้นำแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไปทดสอบก่อนการทดลองกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู เพื่อหาความแตกต่างของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent) แสดงในตาราง 9

ตาราง 9 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมก่อนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{Z}$	SD	t
กลุ่มทดลอง	47	3.4774	0.342	
กลุ่มควบคุม	47	3.4766	0.495	0.01

จากตาราง 9 พบว่าก่อนการทดลองคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ย 3.4774 ส่วนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ย 3.4766 ซึ่งทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

หลังการทดลองนำแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มาสอบถามนักเรียนทั้งสองกลุ่มอีกครั้ง เพื่อวิเคราะห์หาความแตกต่างของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent) แสดงในตาราง 10

ตาราง 10 เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{Z}$	SD	t
กลุ่มทดลอง	47	3.7447	0.358	2.11 [*]
กลุ่มควบคุม	47	3.5489	0.527	

จากตาราง 10 พบว่าหลังการทดลองเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ย 3.7447 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ย 3.5489 ซึ่งทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างดี แต่เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มพบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามข้อสมมติฐานข้อ 2 นั่นคือกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู
2. เพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน
2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 94 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) และใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มคือ

1.1 สุ่มห้องเรียนมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน โดยวิธีจับฉลาก

1.2 สุ่มกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิธีจับฉลากจาก 2 ห้องเรียนอีกครั้ง คือ กลุ่มทดลองสอนด้วยวิธีแบบแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมสอนตามคู่มือครู

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

2.1 แผนการสอนแบบแก้ปัญหา เป็นแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องและความสอดคล้องของขั้นตอนในแผนการสอนของกลุ่มทดลอง และนำไปทดลองใช้ จำนวน 12 คาบ

2.2 แผนการสอนตามคู่มือครู เป็นแผนการสอนที่สร้างขึ้นโดยใช้คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง ค 204 คณิตศาสตร์ 4 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องและความสอดคล้องของขั้นตอนในแผนการสอนของกลุ่มควบคุมและนำไปทดลองใช้ จำนวน 12 คาบ

2.3 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ มีระดับค่าความยากตั้งแต่ 0.370 ถึง 0.901 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.143 ถึง 0.667 และได้ค่าความเชื่อมั่น 0.713 กล่าวคือ ก่อนการทดลองผู้วิจัยทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาใช้ในการปรับความสามารถพื้นฐาน โดยใช้สถิติในการควบคุมผลการทดลอง

2.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ มีระดับค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.253 ถึง 0.690 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.304 ถึง 0.739 และได้ค่าความเชื่อมั่น 0.537

2.5 แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามที่ผู้วิจัยปรับปรุงและพัฒนามาจากแบบสอบถามวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ จรรยา ภูอุดม (2524 : 124-130) และ จันทรพีญ ธนาศุภกรกุล (2526 : 154-159) เพื่อนำไปใช้วัดเจตคติของนักเรียน โดยใช้วิธีของลิเคิร์ตสเกล (Likert Scale) จำนวน 25 ข้อ หาค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ โดยใช้วิธีของการแจกแจงที (t-distribution) ตั้งแต่ 1.75 ขึ้นไป และได้ค่าความเชื่อมั่น 0.9234

3. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

3.1 ก่อนการทดลอง ผู้วิจัยบอกจุดมุ่งหมายในการทดลองแก่นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเพื่อให้เกิดเข้าใจและนำไปสู่การเรียนการสอนตามปกติเหมือนที่

นักเรียนเคยปฏิบัติ และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง สมการและอสมการ แล้วให้นักเรียนทำการทดสอบก่อนเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เรื่อง สมการ และตอบแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

3.2 ขณะทดลอง ผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวกัน เรื่อง สมการและอสมการ ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองเท่าๆกัน คือ สอนกลุ่มละ 12 คาบ ๆ ละ 50 นาที โดยกลุ่มทดลองสอนแบบแก้ปัญหา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และกลุ่มควบคุมสอนตามคู่มือครู

3.3 เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองสอนแล้ว ทำการทดสอบหลังเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นข้อสอบคนละฉบับกับการทดสอบก่อนเรียนเสร็จแล้วให้นักเรียนตอบแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

3.4 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติ เพื่อตรวจสอบ สมมติฐานต่อไปด้วยโปรแกรม ITEM .EXE และ SPSS/PC⁺

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)
2. เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู โดยวิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent)

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิเคราะห์ข้อมูลอภิปรายผลได้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

จากผลการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 1 ที่ตั้งไว้ โดยมีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาสูงกว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของจอห์น (John. 1966) มาฮัน (Mahan. 1970) พุต (Putt. 1979) กูยา (Gooya. 1994) และ อนันต์ จันทร์กวี (2525) พบว่าวิธีสอนแบบแก้ปัญหา มุ่งสอนให้เกิดกระบวนการที่มีระบบ มีเหตุ มีผล ทำให้เด็กเกิดความเข้าใจและกล้าตัดสินใจ ย่อมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

จากผลการทดสอบสมมติฐานข้อ 1 นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู โดยให้ผลสัมฤทธิ์สูงกว่านั้น มาจากสาเหตุดังนี้

1.1 การเรียนการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา มากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีแก้ปัญหาต่างๆด้วยตนเอง ดังนั้นการเรียนการสอนผู้วิจัยมุ่งเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน โดยจัดตามลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา นั่นคือ

ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

การเรียนการสอนจะเริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาให้นักเรียนอ่านและศึกษาทำความเข้าใจ โจทย์ แล้วบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของตัวนักเรียนเอง ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์ และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีทั้งหมดกี่ตอน อะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ ปัญหาต่างๆเป็นอย่างดีแล้ว ผู้วิจัยจึงจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นต่อไป

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

การเรียนการสอนจะเริ่มจากการหาปัญหาวิธีมาแก้ปัญหอย่างหลากหลาย เช่น ลองผิดลองถูกแล้วตรวจสอบ เขียนแผนภาพประกอบ เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ ฯลฯ ด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะ

ชั้นดำเนินการตามแผน

การเรียนการสอนจะให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นนี้โดยการคำนวณ และแสดงวิธีทำ

ชั้นตรวจสอบ

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งครูผู้สอนส่วนใหญ่มักจะมองข้ามความสำคัญของขั้นนี้ เนื่องจากการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบันมักจะทำให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการในการคิดหาวิธีที่ถูกต้อง แล้วครูก็จะหยุดสอนทันทีที่ได้คำตอบ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจำเป็นต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่างๆที่ผ่านมาแล้วหาความสมเหตุสมผลของความเป็นไปได้ของคำตอบ ส่วนในกลุ่มควบคุมคือนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู จากการทดลองพบว่าส่วนใหญ่ครูจะเป็นศูนย์กลาง แล้วนักเรียนจะคิดตามแนวของครูผู้สอน ขาดความเป็นตัวของตัวเอง ไม่มีอิสระต่อความคิด เกิดความวิตกเมื่อคิดไม่ได้ นั่นคือนักเรียนไม่ได้เป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยการแก้ปัญหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

1.2 การเรียนการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหาผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน และระหว่างครูกับนักเรียนระหว่างดำเนินการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ตลอดจนการนำเสนอด้วยการอภิปรายหน้าชั้นเพื่อให้เพื่อนนักเรียนฟัง จากการทดลองพบว่านักเรียนให้ความสนใจ ตั้งใจในการเข้าร่วมกิจกรรม กล้าแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล และมีการยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ส่วนกลุ่มควบคุมคือนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครู จากการทดลองนักเรียนในกลุ่มนี้ไม่กล้าแสดงออก ขาดความเชื่อมั่นในความคิด จะรอให้ครูผู้สอนแสดงวิธีทำให้ดูเป็นตัวอย่างแล้วทำแบบฝึกหัดตามแนวตัวอย่าง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแก้ปัญหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

1.3 การเรียนการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้การเรียนการสอนเป็นไปตามขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นตอนและผสมผสานกับหลักการของการเรียนรู้ที่หลากหลาย และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ผู้วิจัยจะใช้ขั้นตอนนี้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานด้วยการใช้เทคนิคคำถาม ใช้ใบงาน เพื่อกระตุ้นหรือดึงดูดความสนใจในการฝึกฝนทักษะ และผู้วิจัยจะฉายแผ่นโป่งใสให้ผู้เรียนมองเห็นแนวทางของการเรียนรู้ว่า จะเรียนอะไร เรียนอย่างไร และเมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักเรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถอะไร (จุดประสงค์การเรียนรู้) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยหลายเรื่องที่ได้นำวิธีการแจ้งจุดประสงค์ไปใช้แล้วส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

(Charles. 1974 : 4979-A ; Duncan. 1976 : 1370-A ; Kenneth. 1971 : 3148-A ; Reese. 1977 : 4904-A ; William. 1971 : 841-A)

จากการทดลองปัญหาที่พบ คือ เวลาที่ใช้สอน และสถานที่ที่ใช้เป็นห้องเรียนรวม ใน 2-3 คาบแรกเกิดปัญหาสับสนวุ่นวายเรื่องห้องเรียนไม่มีเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ จึงต้องแก้ปัญหาด้วยการไปใช้ห้องปฏิบัติการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนที่นั่งเรียนก็ต้องนั่งเป็นกลุ่มๆ กว่านักเรียนจะเข้ากลุ่มได้ก็ต้องใช้เวลาในการชี้แจงจึงทำให้เวลาไม่เพียงพอ ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาด้วยการตรวจผลงานใน 2-3 คาบแรกด้วยตนเองซึ่งตามแผนเป็นหน้าที่ของนักเรียน นอกจากนี้การเข้าห้องเรียนช้ากว่าปกติของนักเรียนบางคนทำให้เพื่อนนักเรียนต้องรอ ผู้วิจัยแก้ปัญหาด้วยการสร้างปัญหาสถานการณ์ขึ้นมาแล้วฝึกให้นักเรียนอ่านและคิดหาวิธีแก้ปัญหาตามความคิดของนักเรียนเอง เมื่อนักเรียนมาพร้อมแล้วก็สร้างข้อตกลงให้นักเรียนรีบมาให้ทันเวลา มิฉะนั้นการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีปัญหา

ขั้นการเรียนการสอน

ขั้นตอนนี้วิธีสอนแบบแก้ปัญหาตามแนวโพลยา มีการนำเสนอกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดนักเรียนเป็นจุดศูนย์กลางของการเรียนรู้หรือมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนให้มากที่สุดเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการค้นพบคำตอบด้วยตนเอง (Duncan.1976 : 1370-A ; William. 1971 : 841-A ; William. 1976 : 4978-A) โดยที่ผู้วิจัยเป็นเพียงผู้นำเสนอกิจกรรมการเรียนการสอนและสื่อการเรียนการสอน คือนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหาจะใช้แผ่นโป่งใส ใบงาน / แบบฝึก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวขั้นตอนของโพลยาเพื่อเป็นการเสริมให้

บทเรียนน่าสนใจไม่เกิดความเบื่อหน่าย ปลอ่ยให้นักเรียนคิดอย่างอิสระ แก้ปัญหาอย่างมีระบบ และมีขั้นตอนตามที่กล่าวมาแล้วในข้อ 1.1 ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีโอกาสใช้แผ่นโปร่งใส และแบบฝึก บ้างเป็นครั้งคราว ส่วนใหญ่จะสอนตามหนังสือเรียนแล้วทำแบบฝึกหัดท้ายบทประกอบ

ขั้นฝึกและตรวจสอบความเข้าใจ

ขั้นตอนนี้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อนักเรียนได้รับความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง ด้วยการทำใบงาน / แบบฝึกเป็นรายบุคคล รายคู่ หรือรายกลุ่ม พรรณี ชูทัย (2528 : 218-219) กล่าวว่า นักเรียนที่เรียนรู้ด้วยตนเองได้ดีย่อมต้องมีสิ่งเร้า แล้วนักเรียนก็จะตอบสนองด้วยการฝึกฝนทักษะให้เกิดขึ้นตลอดเวลา รวมทั้งงานวิจัยหลายเรื่องชี้ให้เห็นความสำคัญของแบบฝึกหัดส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น (นลินี จุงพงศ์. 2537 ; อิศเรศ พิพัฒน์มงคล และคณะ. 2538 : 52-58)

ขั้นสรุปผลการเรียน

ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ ส่วนมากนักเรียนยังสรุปไม่ค่อยได้ ผู้วิจัยแก้ปัญหาด้วยการใช้เทคนิคในการใช้คำถามเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียงลำดับความคิดด้วยตนเองแล้วบรรยายตามความเข้าใจ จนเกิดความเข้าใจครูก็จะให้นักเรียนสรุปอีกครั้งแล้วจดบันทึกในแฟ้มสะสมงาน

ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน

ขั้นตอนสุดท้ายเพื่อใช้เป็น การตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเป็นไปตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ ทุกครั้งที่มีการทำใบงาน / แบบฝึก จะตรวจ ใบงาน / แบบฝึกทันที เพื่อแจ้งผลให้นักเรียนทราบและทำการแก้ไขทันทีที่ผิด เฉลยใบงาน / แบบฝึก โดยนักเรียนและครูเป็นเพียงผู้เสริม รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความกระจ่าง จากงานวิจัยหลายชิ้นที่แสดงให้เห็นว่า การแจ้งผลการเรียนรู้อย่างรวดเร็วส่งผลให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น (พัดนิดา ทิพย์ไชย. 2535 ; พัดนิย นันตา. 2536 ; Block and Tieney. 1974 : 962-967 ; Bloom and Bourdon. 1980 : 13)

ด้วยเหตุที่กล่าวมาข้างต้นชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาจะเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการฝึกทักษะต่างๆด้วยตนเองและมีการฝึกแก้ปัญหาต่างๆรวมทั้งผู้วิจัยก็มุ่งเน้นให้ใช้วิธีย้อนกลับย่อมส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือ

ครูทั้งนี้เพราะนักเรียนกลุ่มนี้เรียนโดยยึดครูเป็นศูนย์กลาง มักจะเลียนแบบจากตัวอย่าง ขาดทักษะการคิดคำนวณ ขาดความเชื่อมั่น ฯลฯ

3. เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

จากผลการทดลองปรากฏว่า ก่อนการทดลองเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แต่หลังการทดลองพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 2 ที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ไคเซน (Deighan.1971) สตาร์กี (Starkey. 1971) คิลเลอร์. (Killer.1974) บราวน์และโฮลซ์แมน (Brown and Holtzman. 1976) วัฒนา หงษ์ภู 2523) และวรรณดี วรรณศิลป์ (2523) ที่ได้วิจัยเรื่อง เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กัน คือ ถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ย่อมส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

จากผลการวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น เนื่องมาจากการสอนแบบแก้ปัญหายึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ มีการใช้ใบงาน / แบบฝึก บัตรงาน เป็นตัวกำหนดสถานการณ์เพื่อช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ในการทำกิจกรรมก็ขึ้นอยู่กับสื่อที่ใช้สอนในคาบนั้นๆ การเรียนรู้จะเป็นรายบุคคล เป็นรายคู่ และเป็นกลุ่ม นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวความคิดเห็นของตนเอง และซักถามในประเด็นที่สงสัยกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเดียวกันหรือต่างกลุ่ม ทำให้เกิดความเข้าใจในการเรียนรู้มากขึ้นและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ซึ่งส่งผลต่อเนื่องทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย นอกจากนี้ผู้วิจัยใช้เวลามากขึ้นในการมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน เช่น การพูดคุย ยิ้ม พยักหน้า หรือให้คำชมเชยเมื่อผู้สามารถปฏิบัติสิ่งที่ได้รับมอบหมายได้อย่างถูกต้อง หรือเรียกมาดักเตือนเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่ม ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง รวมทั้งการตรวจใบงาน / แบบฝึก จะตรวจในเชิงวิพากษ์ ทั้งนี้เพื่อทำให้นักเรียนได้รับทราบข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง และลดความวิตกกังวลในการไม่ทราบข้อบกพร่องที่เกิดจากการตรวจใบงาน / แบบฝึกประเภทถูกผิดแต่เพียงผู้เดียวเท่านั้น

ด้วยสาเหตุนี้เองนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหามีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

จากการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยสังเกตพบว่าการให้นักเรียนปฏิบัติรวมกันเป็นรายคู่ หรือรายกลุ่มจะดีกว่าให้เรียนเป็นรายบุคคล นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น และสิ่งที่เห็นได้ชัดคือ การจัดเก็บใบงาน / แบบฝึก เข้าแฟ้มสะสมงานทำได้อย่างมีระบบและมีระเบียบดูแล้วสบายตา ส่วนในกลุ่มนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูด้านความรับผิดชอบมีน้อยมาก แบบฝึกหัดที่ให้ทำเสร็จไม่ทันเวลา มักจะลอกมาส่งทั้งนี้เพราะไม่มีเวลาทำการบ้าน ไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา ฯลฯ

ข้อสังเกตจากการทดลอง

จากการเรียนการสอนผู้วิจัยพบว่า

1. บรรยากาศในการแก้ปัญหาในช่วงแรกของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่านักเรียนเกิดความกลัวที่จะต้องตอบคำถาม กลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาด และกลัวถูกหัวเราะจากเพื่อน นักเรียนไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น นอกจากนั้นในบางครั้งนักเรียนบางกลุ่มขาดความตั้งใจเรียนและขาดความรับผิดชอบ ชอบคุยและส่งเสียงดัง ส่วนใหญ่จะเป็นกับนักเรียนในกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงให้การควบคุมดูแลทั้งสองกลุ่มด้วยการให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดและให้คะแนนพิเศษ หรือให้คำชมเชยแก่กลุ่มที่ทำงานได้ถูกต้อง บางครั้งก็เสริมแรงในทางลบด้วยการตักเตือนเป็นรายบุคคล หรือเป็นรายกลุ่ม ทั้งนี้เพราะในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนจำนวนมาก การดูแลของผู้วิจัยทำได้โดยไม่ครบถ้วน ซึ่งอาจทำให้นักเรียนบางคนเกิดความท้อแท้และเบื่อหน่ายจากการเรียนรู้ที่ไม่สามารถทำความเข้าใจได้ดีในช่วงเวลาที่ค่อนข้างจะจำกัดเพราะถูกรบกวนจากเพื่อน ในช่วงท้ายของการทดลองผู้เรียนมีความเข้าใจในวิธีการมากขึ้น และมีเวลาศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเองจนกระทั่งเกิดการเรียนรู้ขึ้น นักเรียนจึงมีความสนุกในการโต้ตอบกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าซักถาม และมีความตั้งใจในกิจกรรมที่ให้ทำ

2. การสอนในช่วงแรกมีปัญหาเนื่องจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่คุ้นกับขั้นตอนของการแก้ปัญหา คือ ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา อาทิเช่น อ่านโจทย์ปัญหาแล้วแบ่งวรรคตอนไม่ถูก บอกไม่ได้หรือไม่ครบในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีกี่ตอน มีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร ผู้วิจัยแก้ไขด้วยการฝึกให้นักเรียนทุกคนในชั้นอ่านโจทย์หลายๆครั้ง และวิเคราะห์โจทย์ทั้งหมดว่ามีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสิ่งที่

โจทย์กำหนดให้มาทั้งหมดนั้นมีความเกี่ยวพันเชื่อมโยงหรือสัมพันธ์กันอย่างไร นอกจากนี้ฝึกให้นักเรียนทุกคนคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนทุกครั้ง

3. นักเรียนส่วนมากไม่สามารถสรุปสิ่งที่เรียนมาได้ดีเท่าใดนัก แม้ว่าจะใช้สื่อช่วยในการเรียนก็ยังสรุปไม่ถูกต้อง ทั้งนี้เพราะนักเรียนไม่คุ้นเคยกับวิธีสอน ผู้วิจัยสังเกตปัญหานี้จากนักเรียนออกมาแนะนำผลงานหรือตัวแทนกลุ่มยังไม่ชัดเจนในการสื่อความหมายให้เพื่อนนักเรียนเข้าใจได้ ผู้วิจัยแก้ด้วยการใช้เทคนิคการใช้คำถามช่วย แล้วให้เพื่อนนักเรียนที่ฟังร่วมกันสรุปอีกครั้งเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและชัดเจนยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองพบว่า

1. ในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้มีประสิทธิภาพสูงสุด กล่าวคือ การแก้โจทย์ปัญหานั้น เป็นการนำความรู้ทั้งหมดที่นักเรียนเรียนมาไปใช้ ซึ่งอยู่ในขั้นวิเคราะห์ การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่างๆ ได้ว่า คำตอบของปัญหาในโจทย์ปัญหานั้นได้โดยวิธีใด จำเป็นต้องเน้นกระบวนการเป็นหลักสำคัญ ดังนั้นครูผู้สอนจำเป็นต้องจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ดำเนินการไปตามขั้นตอนโดยใช้เวลาพอสมควร ไม่ควรรีบเร่งจนเกินไป จะทำให้นักเรียนบางกลุ่มประสบความล้มเหลวในการเรียนโจทย์ปัญหาได้ เช่น ถ้านักเรียนยังทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา (ขั้นที่ 1) ยังไม่ดีพอ แต่ครูให้ลงมือแก้ปัญหาซึ่งอยู่ในขั้นที่ 3 เลย โอกาสที่นักเรียนคนนั้นจะแก้โจทย์ปัญหาผิดพลาดมีค่อนข้างสูง
2. การแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยาในแต่ละขั้นตอนนั้น จำเป็นต้องนำวิธีการสอนแบบต่างๆ มาใช้จัดการเรียนการสอน แต่เนื่องจากวิธีสอนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีก็มีข้อดีข้อเสียอยู่ในตัวของมันเอง ดังนั้นครูผู้สอนจึงควรเลือกวิธีสอนให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหานั้นๆ ซึ่งอาจจะเป็นหนึ่งวิธีหรือหลายวิธีก็ได้
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูสอนคณิตศาสตร์ควรจะได้ปรับปรุงการเรียนการสอนวิธีสอน สื่อประกอบการสอน ตลอดจนการนำเทคนิคต่างๆ มาใช้เสริมสร้างให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรทำการวิจัยในลักษณะคล้ายกันนี้กับกลุ่มตัวอย่างประชากรในระดับชั้นอื่นๆ ให้ครอบคลุมทุกระดับชั้น โดยเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม เพื่อฝึกให้นักเรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น และจะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
2. ควรทำการศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง
3. ควรทำการศึกษาวิธีสอนแบบบูรณาการ คือเนื้อหาในแต่ละตอน แต่ละบท อาจใช้วิธีการสอนได้หลากหลาย ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาก็ควรสอดแทรกด้วยวิธีแก้ปัญหามาแนว โพลยา ดีกว่าจะสอนด้วยวิธีแก้ปัญหาลดลงทั้งเนื้อหา หรือทั้งบท เพราะการเลือกวิธีสอนให้ เหมาะกับเนื้อหาวิชา ย่อมมีผลต่อพฤติกรรมที่คาดหวังของหลักสูตร เช่น สอดแทรกวิธีแก้ปัญหา ในเรื่องอัตราส่วน ร้อยละ ปริมาตรและพื้นที่ผิว ในส่วนของการนำไปใช้ เป็นต้น ดังนั้นการเลือก สอนวิธีสอนใหม่นี้ นักเรียนอาจไม่เคยชิน การฝึกให้นักเรียนเคยชินจึงต้องใช้เวลาในการปรับตัว พอสมควร
4. ควรนำการแก้ปัญหาแบบพลวัตร (Dynamic and Cyclic Nature of Problem Solving Activity) มาทดลองใช้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักแก้ปัญหาเฉพาะหน้า ตลอดจนนำวิธีการไปแก้ปัญหาใน ชีวิตประจำวัน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- โกวิท ประวาลพุกษ์. การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์สำหรับอนาคต. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา, 2533.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. ร่างแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540-2544). กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักงานนายกรัฐมนตรี, 2539.
- _____. “สรุปผลการประชุมสัมมนา เรื่อง ประเด็นและยุทธศาสตร์การพัฒนาศึกษาในช่วงแผนพัฒนา ฉบับที่ 8.” การศึกษาแห่งชาติ. 29(6) : 3-14; สิงหาคม-กันยายน 2538.
- X คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, ทบวงมหาวิทยาลัย. ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์. 2524. อัดสำเนา.
- จรรยา ภูอุดม. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนตามการประเมินผลของครู. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524. อัดสำเนา.
- จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526. อัดสำเนา.
- จารุวรรณ สิงห์ม่วง. การทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบเขาวงกตปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 9. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529. อัดสำเนา.
- เจ้ารัส น้อยแสงสี. คู่มือการศึกษาเทคนิคและวิธีสอนของครู กรุงเทพมหานคร. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. “การแก้ปัญหาม,” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมคณิตศาสตร์ : สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2540.

ช.ชนบท. “ทักษะ : หัวใจการสอนคณิตศาสตร์จริงหรือ,” สารพัฒนาหลักสูตร. 56 : 7-10;

พฤศจิกายน 2529.

✓ชวาล แพทย์กุล. เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช, 2516.

ชัยวัฒน์ คุประตกุล. วิทยาศาสตร์ไทยอดีต ปัจจุบัน และอนาคต. กรุงเทพฯ : นำอักษรการพิมพ์, 2529.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2537.

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์. การวัดทัศนคติและบุคลิกภาพ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว, 2538.

_____. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.

นลินี จุงพงษ์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปทรงและปริมาตร ระหว่างกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดและกลุ่มที่ทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2537.อัดสำเนา.

บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2527.

บุญทัน อยู่ชมบุญ. หลักการสอน. เชียงราย : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูเชียงราย, 2533.

* บุญส่ง นิลแก้ว. การตรวจสอบทางจิต. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แพรวพทยา, 2519.

ประภัสสร วงศ์วรรณ. ประมวลการสอนหลักและวิธีการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา, 2531.

ปานทอง กุลนาถศิริ. “การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21,” วารสาร สสวท. 24(92) : 12-19; มกราคม-มีนาคม 2538.

- ✕ ปรีชา เนาว์เย็นผล. “หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์,” ประมวลสาระชุดวิชา
สารัตถะและวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัย
ธรรมาธิราช, 2537.
- พรณี ชูทัย. จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : วรุฒิการพิมพ์, 2528.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์
เจริญผล, 2538.
- พนิดา ทิพย์ไชย. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ทำการบ้าน กลุ่มที่ทำการทดสอบย่อย และ กลุ่มที่ทำ
การทบทวนก่อนทำการทดสอบย่อย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์, 2535. อัดสำเนา.
- พันทิพา อุทัยสุข. “หน่วยที่ 3 หลักสูตรระดับมัธยมศึกษา,” เอกสารการสอนชุดวิชาพฤติ
กรรมการสอนมัธยมศึกษา หน่วยที่ 1-5. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช,
2525.
- พศินีย์ นันตา. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับ
ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึมธรรมชาติ
ระหว่างกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยทุกคาบเรียนกับกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยทุกหน่วยการ
เรียน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536. อัดสำเนา.
- ✕ ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ปพิการพิมพ์, 2539.
- ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. เอกสารประกอบการสอนแบบแผนเชิงสถิติของการทดลอง. ภาควิชาการ
วัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสาน
มิตร, 2540.
- ราชบัณฑิตยสถาน. พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญ
ทัศน์, 2525.
- วรรณดี วรรณศิลป์. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2523. อัดสำเนา.
- ✕ วรรณพงศ์ สิทธิโชค. สาเหตุความด้อยสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาตอนปลายในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2530. อัดสำเนา.

วิชาการ, กรม. การศึกษาวิเคราะห์และกำหนดตัวบ่งชี้คุณภาพการจัดการศึกษาตามหลักสูตร เพื่อการสร้างแบบทดสอบมาตรฐาน. กรุงเทพฯ : โครงการจัดสร้างและพัฒนาแบบวัดมาตรฐาน สำนักทดสอบการศึกษา กรมวิชาการ, 2538.

วัฒนา หงษ์ภู. ความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัด ฉะเชิงเทรา. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
อัดสำเนา.

วันทนา นิยมจันทร์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์จำลองและวิธี ปกติ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2528. อัดสำเนา.

สมจิต ชิวปรีชา. “แนวทางในการแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา,” ประชากรศึกษา. 35(5) : 22-26; กุมภาพันธ์ 2529.

สมจิต สวธนไพบูลย์. สมรรถภาพของครู : การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2528.

สมศักดิ์ สีนธระเวชญ์. เอกสารทางวิชาการการพัฒนาระบบการเรียนการสอน. ตามโครงการ พัฒนาคุณภาพของบุคลากรในการวัดผลและการประเมินผล, เผยแพร่กลุ่มโรงเรียน มัธยมศึกษาส่วนกลาง กลุ่มที่ 4, 2540.

ลีปพนนท์ เกตุทัต. การศึกษาไทยในยุคโลกาภิวัตน์ : สู่วิวัฒนาการและความมั่นคงของชาติ ในทศวรรษหน้า. กรุงเทพฯ : ฝ่ายเลขานุการโครงการ การศึกษาไทยในยุคโลกาภิวัตน์ บมจ. ธนาคารกสิกรไทย, 2538.

★ ลีพร ทิพย์คง. “การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา,” วารสารคณิตศาสตร์. 38 (430-431) : 57-62 ; กรกฎาคม-สิงหาคม 2537.

X ————. เอกสารประกอบคำบรรยายเรื่องการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์. ตีพิมพ์ 6 ห้อง 406 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 9 กรกฎาคม 2533.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ การพัฒนาการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ด.กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.

- * สุรีย์ ประกายจันทร์. ความสัมพันธ์ระหว่างนิสัยการเรียน ทักษะคิดทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในกลุ่มวิชาเสริมสร้างประสบการณ์ชีวิตของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลเมืองอุดรดิตร จังหวัดอุดรดิตร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2532. อัดสำเนา.
- สุรศักดิ์ หลาบมาลา. "ติดตามครูดีเด่นสอนเลขคณิต," สารพัฒนาหลักสูตร. 56 : 3-6;
พฤศจิกายน 2529.
- สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ และ อนุสรณ์ สกุลคู. การประเมินผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2522.
- สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ . "การพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา," รายงานวิจัย. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น,
2530.
- ✓ สุวัฒน์ มุทธเมธา การเรียนการสอนปัจจุบัน. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2522.
- สุเทพ บุตรภักษา. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ การยอมรับตนเองและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 และ มัธยมศึกษาปีที่ 3 . วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ :
วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร, 2517. อัดสำเนา.
- เสริมศักดิ์ สุรวัชรภ คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร, ม.ป.ป.
- ✓ เสาวณีย์ ลีขาบบัณฑิต. เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า, 2528.
- โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์. เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2526.
- ✓ อนันต์ จันทร์ทวี. "แนวคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4," ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูวิทยาศาสตร์ เล่ม 1. ม.ป.ท., 2525. อัดสำเนา.
- * อรพรรณ ดันบรรจง. ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2529.
- อรษา เจริญพร. ผลของเงื่อนไขการแข่งขันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
2525. อัดสำเนา.

๖ อภา ถนัดช่าง. “ การสอนแบบแก้ปัญหา,” วารสารแนะแนว. 25 (135) : 15-23 ; มิถุนายน-กรกฎาคม 2534.

* อารมณี เพ็ชรขึ้น. เทคนิคการวัดและการประเมินผลการศึกษาในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ม.ป.ป.

อิสระ พิพัฒน์มงคลพร , วิไล พิพัฒน์มงคลพร และ สุจิต ตรีจามร. “การสร้างแบบฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5,” วารสารศึกษาศาสตร์. 18(2) : 52-58; มิถุนายน – กันยายน 2538.

X Adam, S. Teaching Mathematics. New York : Harper and Row Publishers, 1977.

Aikin, Lewis R. “Attitudes towards Mathematics,” Arithmetic Teacher. 79 : 229-234 ; March, 1979.

* Anastasi, Anne. Psychological Testing. 3rd ed. New York : Macmillan Co., 1969.

* Anderson, K. B. and R. E. Pingry. Problem-Solving in Mathematics : Its Theory and Practise. Washington, D. C. : The National Council of Teachers of Mathematics. 1973.

Atkin, Julia Ann. “ An Information Processing Model of Learning and Problem Solving,” Dissertation Abstracts International. 38 :6488-A ; May, 1978.

X Ausubel, David P. Educational Psychology : A Cognitive View. New York : Holt Rinehart and Winston, Inc., 1968.

Baldwin, Alfred L. Theories of Child Development.p. 190-193. New York : John Wiley and Sons, n.d.

Banks, J. Houston. Learning and Teaching Arithmetic. Boston : Allyn and Bacon, 1964.

* Bell, Frederick H. Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools).

Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers, 1981.

Block, Jame H. and Michael L. Tierney. “An Exploration of Two Correction Procedures Used in Mastery Learning Approach to Instruction,” Journal of Educational Psychology. 66(6) : 962-967 ; 1974.

Bloom, Robert B. and Linda Bourdon. "Type and Frequencies of Teacher Writer Instruction Feedback," The Journal of Education Research. 74 : 13-15 ; September-October, 1980.

✕ Branca, N.A. "Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. In S.Krulik and R. E. Reys (Eds.), " Problem Solving in School Mathematics : 1980 Yearbook. p.3-8. Reston, VA : NTCM., 1980.

Brown, W.F.and W.H. Holtzman. SSHA Manual Survey of Study Habits and Attitude. New York : Psychological Corporation, 1976.

✕ Bruckner, Leo J. and Faster E. Grossnickle. . How to make Arithmetic Meaningful. Philadelphia : The John C Winston Co., 1957.

Burton, L. Thinking things through. Glasgow : Oxford Publication Services, 1984.

Charles, B. Kekuewa. "The Effects of a Mastery Learning Strategy on the Geometry Achievement of Fourth and Fifth Grade Children," Dissertation Abstracts International. 34 : 4979-A; February, 1974.

✕ Corle, Clyde G. Teaching Mathematics in the Elementary School New York : The Ronald Press Company, 1967.

Dahmus, M. D. "How to Teach Verbal Problem ?," School Science and Mathematics. 70 : 121-122 ; February, 1970.

Deighan, William Patrick. "An Examination of the Relationship between Teachers Attitudes towards Arithmetic and the Attitudes of Their Students towards Arithmetic," Dissertation Abstracts International. 31 : 3333-A ; January, 1971.

Duncan, Donald D. "The Evalution of Teaching Strategy Which Utilizes Bloom's Mastery Learning Procedures in a College Elementary Function Course," Dissertation Abstracts International. 37(3) : 1370-A; September, 1976.

Fan, Chung-Teh. Item Analysis Table. Princeton. New Jersey : Educational Service, 1952.

✕ Fehr, Howard F. Teaching Modern Mathematics in the Elementary School. Philipines : Addision-Wesley Publishing Company, 1972.

Flavell, J.H. Cognitive Development. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1985.

Francies, H.D. "Arithmetic Attitude and Arithmetic Achievement of fourth and sixth Grade Students in Urban, Poverty Area Elementary School," Dissertation Abstracts International. 32 : 1333-A ; September, 1971.

Gagne , Robert M. The Conditions of Learning. (Third Edition) Holt, Rinehart and Winston, N.Y., 1977.

✱ Good, Carter V. Dictionary of Education. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Co., 1973.

Gooya, Zahhra. "Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving," Dissertation Abstracts International. 54 :2865-A ; February , 1994.

Greenes, Carole E., Willcutt Robert E. and Mark A. Spikell. Problem solving in the Mathematics Laboratory. Boston : Prindle, Weber Schmidt, 1972.

✓ Guilford, J.P. Fundamental Statistics in Psychology and Education. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company, 1956.

✱ Heimer, Raph T. and Cecil R. Trueblood. Strategies for Teaching Children Mathematics. Washington D.C. : Addison-Wesley Publishing Company, Inc.,1977.

Heinig, Ruth Beall. Creative Dramatics for the Classroom Teacher. Englewood Cliffs. New Jersey Prentice – Hall, 1981.

Jonh, K.W. " A Comparison of Two Methods of Teaching eight Grade General Science : Traditional and Structured Problem – Solving," Dissertation Abstracts International. 27(24) : 994-995-A ; October, 1966.

✱ Johnson, Donavan A. and Rising Gerald R. Guidelines for Teaching Mathematics. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company Inc., 1967.

Killer, C.M. "Sex Differentiated Attitude toward Mathematics and Sex Differentiated Achievement in Mathematics on the Ninth Grade Level in Eight Schools in New Jersey," Dissertation Abstracts International. 35 : 3300-A ; December, 1974.

Kilpatrick, J. A. "Retrospective Account of the Past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. In E. Silver (Ed.)," Teaching and Learning Mathematical Problem Solving : Multiple Research Perspectives p.1-15. Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum, 1985.

X Klausmier, Herbert J. Educational Psychology. 5th ed. New York : Harper and Row, 1985.

X Krulik, Stephen and Robert E. Reys. Problem solving in School Mathematics. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1980.

Kenneth, Michael C. "An Investigation of the Variables of Bloom's Mastery Learning Model for Teaching Junior High-School Mathematics," Dissertation Abstracts International. 32(6) : 3148-A; December , 1971.

Leblanc, J.F. and D.R. Kerr. . The Mathematical Problem Solving Project : Problem Solving Strategies and Applications of Mathematics in the Elementary School (Final report). Bloomington, Indiana : Indiana University Mathematics Education Development Center, 1977.

X Lester, F.K. "Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research," Arithmetic Teacher, 25 :12-15 ; November, 1977.

X . Mathematical Problem Solving in the Elementary School. : Some Education and Psychological Considerations. Columbus, Ohio : ERIC / SMEAC., 1978.

X Maddox, Hary. How to Study. London : The English Language Book Society, 1965.

Mahan, Luther A. "Which Extreme Variant of the Problem Solving Method of Teaching Should Be More Characteristic of the Many Teacher Variations of Problem-Solving Teaching ?," Science Education 54 : 309-316; October – December, 1970.

Mc Guire, William J. " The Nature of Attitude Change," The Handbook of Social Psychology. Edited by Gardner Lindzey 2nd ed. Vol. 3 : Massachusetts : Addison – Wesley, 1969.

Nunnally, Jum C. Test and Measurement. New York : McGraw – Hill Book Co., 1959.

X ~~✓~~ Polya, George. How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method. New York : Doubleday and Company Garden City, 1957.

_____ . How to Solve It . Princeton : Princeton. University Press, 1973

X ~~✓~~ _____ . How to Solve It . Princeton : Princeton. University Press, 1985.

✓ Putt, John Ian. " AnExploratory Investigation of Two Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level," Dissertation Abstracts International. 39 :5382-A ; March, 1979.

/ Reese, Richard L. " A Comparative Study of the Lecture Method of Instruction with the Lecture Method Used in Conjunction with Mastery Learning in Teaching Intermediate Algebra at Florida Junior College," Dissertation Abstracts International. 37(8) : 4904-A; February, 1977.

Robert, L.Ebel. Essentials of Educational Measurement. p.414-416. Prentice-Hall, Inc; Englewood Cliffs, New Jersey : Michigan State University, 1972.

Rosenburg, Milton J. and Carl I. Hovland. Attitude Organization and Change. New Haven : Yale University Press, 1963.

X ~~✓~~ Russell, Person V. Essentials of Mathematics. New York : John Wiley and Son Inc., 1961.

- Schoenfeld, A.H. "Teaching Mathematical thinking and Problem Solving. In L.B. Resnick and L.E. Klover (Eds.)," Toward the Thinking Curriculum : Current Cognitive research (1989 Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development) p. 83-103. ASCD.
- Schonberger, A.K. " The Interrelationship of Sex, Visual Spatial Ability in Grade seven," Dissertation Abstracts International. 37 : 2536-A ; December, 1976.
- Secord, P.F. and W.C. Backman. Social Psychology. New York : McGraw – Hill Book Company, 1964.
- Starkey, Kathryn Towns. " The Effect of Teacher Comment on Attitude toward Achievement in Secondary Mathematics Classes : An Experimental Study," Dissertation Abstracts International. 32 : 259-A ; September, 1971.
- Stollburg, R.J. "Problem Solving, The Precious Gem in Science Teaching," Science Teacher. 23. : 225 – 228 ; September, 1956.
- Stonewater, J.K. "Instruction in Problem Solving and Piaget Theory of Cognitive Development," Dissertation Abstracts International. 38 : 2602-2603-A ; September, 1956.
- Suydam, Marilyn N. " Untangling Clues from Research on Problem Solving," Problem Solving in School Mathematics National Council of Teacher of Mathematics Inc., 1980.
- Thorndike, Robert L. " How Children Learn the Principle and Techniques of Problem-Solving," Learning and Instruction, p. 192-216. Chicago : The National Society for the Study of Education, 1950.
- Webb, N.L. " An Exploration of Mathematical Problem Solving Process," Dissertation Abstracts International. 36 : 2689-A ; November ,1975.
- West, Tonic A. " Rx For Verbal Problem : A Diagnostic – Prescriptive Approach," Arithmetic Teacher. 25(12) : 57-58 ; November , 1977.
- Whirl, R.J. "Problem Solving or Technique," Mathematics Teacher. 6 : 551-553 ; October , 1973.

Williams, Edward P. "A Mastery Learning Strategy for College Freshmen Mathematics,"

Dissertation Abstracts International, 32(2) : 841-A ; August , 1971.

Williams, John W. "Mastery Learning in Business Mathematics," Dissertation

Abstracts International, 36(8) : 4978-A ; February, 1976.

Wilson, James W. "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics,"

In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student

Learning. Edited by Benjamin S. Bloom, U.S.A. : McGraw-Hill, 1971.

X Zalewski, Claire Jean. "An Investigation of Selected Factors Contributing to

Success in Solving Mathematical Word Problem," Dissertation Abstracts

International, 58 : 2804-A ; July, 1978.

Zimbardo, Phillip G., Ebbe B. Ebbesen and Maslach Christina. Influencing

Attitudes and Changing Behavior. 2nd ed. Manila : Addison – Wesley

Publishing, 1977.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางแสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (K-R 20)

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2. ตารางแสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (K-R 20)

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. ตารางแสดงค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient)

แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 11 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และ ค่าความเชื่อมั่น (K-R 20) ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 123) ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จำนวน 25 ข้อ โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 -32)

ข้อที่	P	r	ข้อที่	p	r
1	0.630	0.333	14	0.691	0.333
2	0.370	0.524	15	0.543	0.476
3	0.444	0.286	16	0.617	0.381
4	0.395	0.429	17	0.716	0.429
5	0.753	0.429	18	0.716	0.238
6	0.827	0.667	19	0.716	0.619
7	0.901	0.143	20	0.840	0.238
8	0.852	0.571	21	0.827	0.333
9	0.815	0.476	22	0.605	0.571
10	0.827	0.429	23	0.877	0.286
11	0.432	0.381	24	0.765	0.429
12	0.753	0.571	25	0.617	0.429
13	0.407	0.333			

ค่าความเชื่อมั่น (K.R.20) = 0.713

ตาราง 12 แสดงค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (K-R 20)

ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 123) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 25 ข้อ โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6-32)

ข้อที่	P	r	ข้อที่	p	r
1	0.552	0.391	14	0.345	0.609
2	0.414	0.304	15	0.379	0.348
3	0.253	0.739	16	0.609	0.348
4	0.448	0.304	17	0.287	0.348
5	0.460	0.565	18	0.471	0.739
6	0.506	0.391	19	0.402	0.478
7	0.310	0.391	20	0.310	0.565
8	0.322	0.826	21	0.379	0.652
9	0.310	0.696	22	0.391	0.348
10	0.609	0.739	23	0.598	0.435
11	0.483	0.478	24	0.379	0.304
12	0.264	0.304	25	0.517	0.435
13	0.690	0.435			

ค่าความเชื่อมั่น (K.R.20) = 0.537

ตาราง 13 แสดงค่าอำนาจจำแนก (t-test) ของแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
จำนวน 25 ข้อ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 132)

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t-test)	ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t-test)
1	8.89	14	2.71
2	3.91	15	5.94
3	5.61	16	7.04
4	3.87	17	5.92
5	1.87	18	7.24
6	2.38	19	13.03
7	6.63	20	4.28
8	3.96	21	5.70
9	3.80	22	4.28
10	5.74	23	5.70
11	1.90	24	3.59
12	5.78	25	7.31
13	1.87		

ค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) = 0.8646

ภาคผนวก ข

1. แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. แบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 50 นาที

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้มี 25 ข้อ

เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก คือ ก ข ค และ ง โดยให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 25 คะแนน

ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ในช่องกระดาษคำตอบที่สอดคล้องกับความเห็นของนักเรียนมากที่สุด

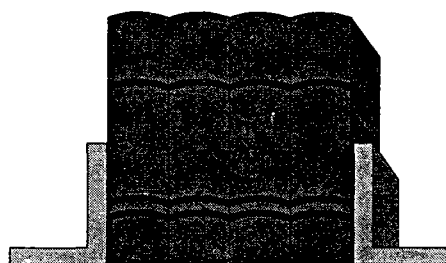
ตัวอย่าง $5 + 3 = \square$

ก. 2 ข. 4 ค. 6 ง. 8

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0				X

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจาก ง เป็น ค ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0			X	X



1. ข้อใดเป็นสมการ

- ก. $2 = 3$
- ข. $10M - 9$
- ค. $2 + 3 < 8$
- ง. $X - 2 \neq 8$

2. ข้อใดไม่เป็นสมการ

- ก. $2n + 1 = 3$
- ข. $10n - 9 = 11$
- ค. $r + 3 < 8$
- ง. $30 - 2 = 20$

3. ข้อใดเป็นสมการที่เป็นจริง

- ก. $2X = 4$
- ข. $10 \div 5 = 2$
- ค. $2 + 3 < 5$
- ง. $6 - 2 \neq 8$

4. ข้อใดเป็นสมการที่เป็นเท็จ

- ก. $20 > 24$
- ข. $100 \div 5 = 2 \times 10$
- ค. $25 \times 10 = 2510$
- ง. $6 - X = 8$

5. ถ้า $2A + 3 = 5$ แล้ว $A - 1$ มีค่าเท่าใด

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3

6. กำหนดให้ $M = 6$ ค่าของ $\frac{M + 4}{5}$

เท่ากับเท่าใด

- ก. 2
- ข. 4
- ค. 6
- ง. 8

7. 4 เป็นคำตอบของสมการใด

- ก. $M \div 4 = 0$
- ข. $10 \div 5 = 2$
- ค. $M \times 4 = 8$
- ง. $X - 4 = 0$

8. ถ้า $a = 3$, $b = 6$ แล้วค่าของ

$2a + b$ มีค่าเท่าใด

- ก. 11
- ข. 12
- ค. 18
- ง. 29

9. จากข้อ 9 ค่าของ $5b - 2a$ มีค่าเท่าใด

- ก. 3
- ข. 24
- ค. 27
- ง. 33

10. คำตอบของสมการที่กำหนดให้ใน []

ข้อใดถูกต้อง

ก. $A - 11 = 43$ [32]

ข. $12 - A = 9$ [21]

ค. $8A = 72$ [9]

ง. $A \div 9 = 108$ [12]

11. จากสมการ $(-8)A = 56$ ดังนั้น $A \div 7$

มีค่าเท่าใด

ก. -10

ข. -1

ค. 1

ง. 10

12. อายุของป้อมมากกว่าปอ 5 ปี ปัจจุบัน

ป้อมมีอายุ 27 ปี อยากทราบว่า

ปอมีอายุเท่าใด

ก. 20 ปี

ข. 22 ปี

ค. 27 ปี

ง. 32 ปี

13. เงื่อนไขสมบัติการเท่ากันสำหรับการ
หารที่ต่างจากสมบัติการเท่ากันประการอื่น
คือข้อใด

ก. จำนวนที่นำมาหารต้องมากกว่าศูนย์

ข. จำนวนที่นำมาหารต้องน้อยกว่าศูนย์

ค. จำนวนที่นำมาหารต้องเท่ากับศูนย์

ง. จำนวนที่นำมาหารต้องไม่เท่ากับศูนย์

14. สมบัติการเท่ากันที่ใช้ในการแก้

สมการ $2A - 6 = 10$ คือสมบัติใด

ก. สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกับ

การคูณตามลำดับ

ข. สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและ

การคูณตามลำดับ

ค. สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

และการบวกตามลำดับ

ง. สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

และการลบตามลำดับ

15. ห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวน

หนึ่งกับสามเป็นหกสิบ เขียนเป็นสมการ
ได้ดังข้อใด

ก. $5A + 3 = 60$

ข. $5A + 60 = 3$

ค. $5(A + 3) = 60$

ง. $5(A + 60) = 3$

16. สมบัติการเท่ากันที่ใช้ในการแก้สมการ

$\frac{A}{2} - 6 = 10$ คือสมบัติใด

ก. สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกับ

การคูณตามลำดับ

ข. สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

และการหารตามลำดับ

ค. สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและ

การคูณตามลำดับ

ง. สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและ

การหารตามลำดับ

17. วิธีการแก้สมการ $\frac{1+a}{5} = 20$ คือ

ข้อใด

ก. นำ 1 มาลบแล้วหารด้วย 5
ทั้งสองข้าง

ข. นำ 5 มาหารแล้วลบด้วย 1
ทั้งสองข้าง

ค. นำ 5 มาคูณแล้วลบด้วย 1
ทั้งสองข้าง

ง. นำ 1 มาลบแล้วคูณด้วย 5
ทั้งสองข้าง

18. ค่าเช่าหนังสือวันแรกวันละ 3 บาท
วันต่อมาวันละ 2 บาท ใจจ่ายเงินค่าเช่า
หนังสือ 11 บาท ใจเช่าหนังสือเกินมากี่
วัน

ก. $2A = 11$

ข. $2A - 3 = 11$

ค. $2A + 3 = 11$

ง. $2A = 11 + 3$

19. ฟามีพี่สองคนซึ่งแก่กว่าฟา 2 ปี และ
4 ปี แต่เมื่อรวมอายุของคนทั้งสามได้
36 ปี อยากทราบว่าฟาอายุกี่ปี

ก. 10 ปี

ข. 14 ปี

ค. 30 ปี

ง. 42 ปี

20. ก้านมีเงิน 25 บาท นกใช้เงินคืน
จำนวนหนึ่งรวมเป็น 100 บาทเขียน
เป็นสมการได้ดังข้อใด

ก. $25 - A = 100$

ข. $25 + A = 100$

ค. $A - 25 = 100$

ง. $A + 100 = 25$

21. ไร่สีทองต้องการปลูกมะขาม 100 ต้นราคา
4200 บาท นำมาปลูกเป็นแถวได้ 7 แถวจะปลูก
มะขามได้จำนวนแถวละกี่ต้น

คำถาม ส่วนที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร

ก. ราคามะขามที่ต้องจ่าย

ข. จำนวนต้นมะขามในแต่ละแถว

ค. จำนวนแถวที่ปลูกต้นมะขาม

ง. จำนวนต้นมะขามที่ซื้อทั้งหมด

22. ศักดิ์มีเงินอยู่จำนวนหนึ่งแม่ให้ 20 บาท พ่อ
ให้ 25 บาท แต่ศักดิ์ให้เงินน้องไปจำนวนหนึ่ง
ศักดิ์มีเงิน 60 บาท เดิมศักดิ์มีเงินเท่าไร

คำถาม ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการ
แก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. ข้อมูลเพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหาสม
การแล้ว

ข. ข้อมูลไม่เพียงพอ เพราะศักดิ์ซื้อปากกา
ไปเท่าไร

ค. ข้อมูลไม่เพียงพอ เพราะไม่ทราบว่าศักดิ์
ให้เงินน้องไปเท่าไร

ง. ข้อมูลไม่เพียงพอ เพราะไม่ทราบว่าพ่อ
ให้เงินมากกว่าแม่เท่าไร

23. “X-6” เปลี่ยนเป็นข้อความได้ข้อใด

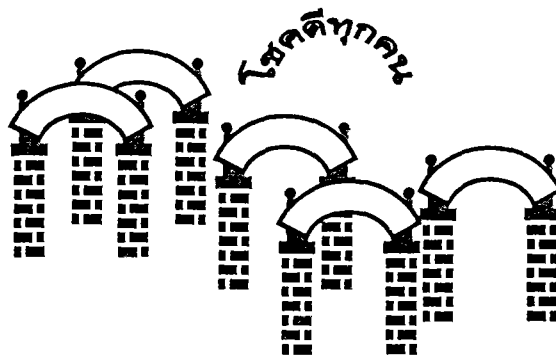
ก. จำนวนจำนวนหนึ่งถูกหักออกหก	ข. จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าลบหก
ค. จำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่าหก	ง. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับหก

24. ครูแบ่งเงิน 240 บาทให้เด็ก 2 คน โดยคนที่สอบได้ที่ 1 ได้เป็น 3 เท่าของคนที่สอบได้ที่ 2 คนที่สอบได้ที่ 1 ได้รับเงินเท่าใด

ก. 60 บาท	ข. 120 บาท
ค. 180 บาท	ง. 240 บาท

25. กิ๊ก กับ กั๊ก เป็นพี่น้องกันช่วยกันขายของได้เงินมา 420 บาท นำมาแบ่งโดยให้กิ๊กได้เงินเป็นห้าเท่าของกั๊ก กั๊กมีเงินกี่บาท

ก. 40 บาท	ข. 50 บาท
ค. 60 บาท	ง. 70 บาท



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คณิตศาสตร์ (ค 204)

เรื่อง สมการและอสมการ

เวลา 50 นาที

จำนวน 25 ข้อ 25 คะแนน

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ในช่องกระดาษคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว



1. “ ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งน้อยกว่า X อยู่ 5 มีค่าไม่เกิน 10 ” เขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ได้ดังข้อใด

ก. $\frac{1}{2}X - 5 \leq 10$

ข. $\frac{1}{2}X - 5 \geq 10$

ค. $\frac{1}{2}(X - 5) \leq 10$

ง. $\frac{1}{2}(X - 5) \geq 10$

2. ข้อใดเป็นสมการที่มีจำนวนใน [] เป็นคำตอบ

ก. $4a - 6 = 42$ [-12]

ข. $3(a + 4) = 12$ [-24]

ค. $\frac{a - 11}{2} = -4$ [3]

ง. $\frac{-X}{4} = -1$ [-4]

3. ข้อใด คือคำตอบของสมการ

$$5X + 3 \neq -3X - 2$$

ก. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือ

มากกว่า $\frac{8}{5}$

ข. จำนวนทุกจำนวนยกเว้น $-\frac{8}{5}$

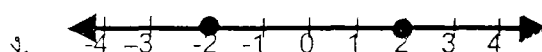
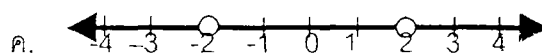
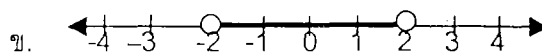
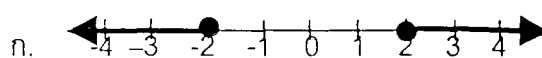
ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือ

มากกว่า $\frac{5}{8}$

ง. จำนวนทุกจำนวนยกเว้น $-\frac{5}{8}$

4. กราฟในข้อใดแสดงคำตอบของสมการ

$$X^2 \neq 4$$



5. ศักดิ์มีอายุน้อยกว่าแสง 7 ปี ถ้าผลบวกของอายุคนทั้งสองเท่ากับ 19 ปี สมการที่แสดงความสัมพันธ์เพื่อหาอายุของศักดิ์ คือข้อใด

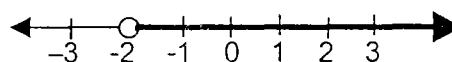
ก. $(X - 7) + (X + 7) = 19$

ข. $X + (X + 7) = 19$

ค. $X + (X - 7) = 19$

ง. $(X + 7) = 19$

6. กราฟข้างล่างนี้แสดงคำตอบของสมการในข้อใด



ก. $2X + 2 > 3X$

ข. $X - 2 > 2X$

ค. $2X > X - 2$

ง. $3X > 2X + 2$

14. ให้ a , b และ c เป็นขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้า a มากกว่า b อยู่ 25 องศา และ b มากกว่า c อยู่ 31 องศา จะหาขนาดของมุม c ได้จากสมการข้อใด (ให้ X แทนขนาดของมุม c)

ก. $X + 25 + 31 = 180$

ข. $3X + 2 + 31 = 180$

ค. $3X + 76 = 180$

ง. $3X + 87 = 180$

15. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหาได้จากสูตร

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h \text{ เมื่อ } A \text{ แทนพื้นที่, } b$$

แทนความยาวฐาน และ h แทนความสูง

ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่ 18 ตาราง

เซนติเมตร และความสูง 9 เซนติเมตร จะมีฐานยาวเท่าใด

ก. 2 เซนติเมตร ข. 4 เซนติเมตร

ค. 9 เซนติเมตร ง. 18 เซนติเมตร

16. ลวดขดหนึ่งยาว 24 เมตร เมื่อตัดเป็นลวดสองเส้น ลวดเส้นยาวยาวกว่าลวดเส้นสั้น 5 เมตร ถ้า X แทนความยาวของลวดเส้นสั้น จงหาความยาวของลวดทั้งสองเส้นจากสมการใด

ก. $24 - X = 5$

ข. $\frac{24}{2} = x + 5$

ค. $X + X - 5 = 24$

ง. $(24 - X) - X = 5$

17. ผลบวกของคะแนนสอบของนาย ก กับนาย ข มีค่ามากกว่าผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข กับนาย ค อยู่ 20 คะแนน ถ้านาย ข และ นาย ค ได้คะแนนคนละ 50 และ 60 ตามลำดับ สมการข้อใดใช้คำนวณหา

คะแนนสอบนาย ก

ก. $g + 50 = 80$

ข. $g - 50 = 20$

ค. $g + 60 = 80$

ง. $g - 60 = 20$

18 ผลบวกของเลขสามจำนวนเรียงกัน (เช่น 5,6,7) มีค่าเท่ากับ 42 สมการในข้อใดใช้

คำนวณหาเลขสามจำนวนเรียงกัน

(ถ้ากำหนดให้จำนวนที่มากที่สุดเป็น X)

ก. $X + X + X = 42$

ข. $X + X + 1 + X + 2 = 42$

ค. $X + X - 1 + X - 2 = 42$

ง. $3X = 42$

19. จำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 และผลบวกของเลขทั้งสองจำนวนเป็น 57 ถ้ากำหนดให้ จำนวนที่น้อยกว่า เป็น X แล้วสมการคือข้อใด

ก. $X + X + 8 = 57$

ข. $X + X - 8 = 57$

ค. $X - X + 8 = 57$

ง. $X - 8 = 57$

20. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 4 เซนติเมตร เส้นรอบรูปยาว 40 เซนติเมตร สมการในข้อใดแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาความยาวของด้านของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

ก. $2(X + 4) = 40$

ข. $X + X + 4 = 40$

ค. $2(X + X + 4) = 40$

ง. $2\{X(X + 4)\} = 40$

21. จงพิจารณาการหาคำตอบของสมการ

$$\frac{2}{5}(a + 4) = 6 \text{ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้}$$

$$\frac{2}{5}(a + 4) = 6$$

$$\left(\dots \times \frac{2}{5}\right)(a + 4) = \frac{5}{2} \times 6$$

ใช้สมบัติ.....(1)

$$a + 4 = 15$$

$$a + 4 \dots\dots\dots = 15 - 4$$

ใช้สมบัติ.....(2)

บรรทัดที่ (2) ด้านซ้ายมือจะต้องเติมจำนวน

ใดลงในช่องว่าง

ก. $\frac{2}{5}$

ข. $\frac{5}{2}$

ค. 4

ง. 6

22. จากข้อ 21 บรรทัดที่ (2) ด้านขวามือจะต้องเติมสมบัติ....(1)ใดลงในช่องว่าง

ก. การสมมาตร

ข. การถ่ายทอด

ค. การบวก

ง. การคูณ

23. ถ้าแม่ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง เมื่อแบ่งให้คน 15 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่มอีก 10 ผล เมื่อแบ่งแล้วจะได้รับคนละ 4 ผล สมการในข้อใดแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนส้มที่แม่ซื้อครั้งแรก

ก. $X + 10 = 4$

ข. $X - 10 = 4$

ค. $\frac{X + 10}{15} = 4$

ง. $\frac{X - 10}{15} = 4$

24. ห้าในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข มีค่าเท่ากับผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และนาย ค ถ้า นาย ข สอบได้ 40 คะแนน และนาย ค สอบได้ 20 คะแนน อยากทราบว่านาย ก สอบได้กี่คะแนน ข้อใดไม่จริง

ก. โจทย์ต้องการให้นาคะแนนของนาย ก การสมมติตัวแปรต้องเป็นคะแนนของนาย ก เท่านั้น

ข. ผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และนาย ค เท่ากับ 60 คะแนน

ค. ถ้านาย ก สอบได้ 100 คะแนน ห้าในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข มีค่าเท่ากับ 50 คะแนน

ง. ถ้านาย ก สอบได้ 100 คะแนน จะมีคะแนนน้อยกว่าผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และ นาย ค

25. ถ้า X เป็นจำนวนคู่ สมการในข้อใดที่แสดงความสัมพันธ์เพื่อหาผลบวกของจำนวนทั้งสาม
จำนวนเป็น 48 (กำหนดให้จำนวนกลางเป็น X)

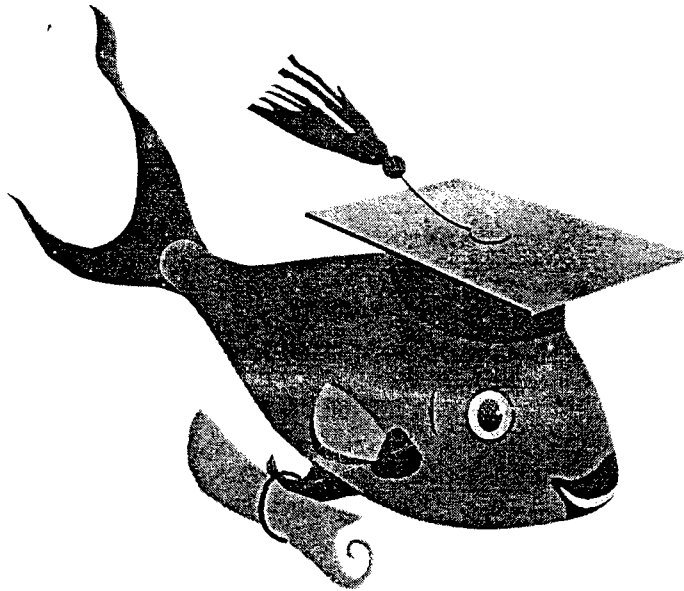
ก. $(X) + (X+2) + (X+4) = 48$

ข. $(X-2) + (X) + (X+2) = 48$

ค. $(X) + (2X) + (4X) = 48$

ง. $(X-2) + (X+2X) + (2X) = 48$

☆☆☆☆☆☆☆☆



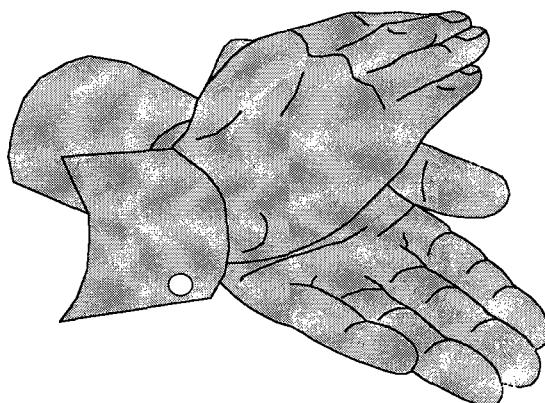
แบบสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย / ในช่องที่สอดคล้องกับความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ แบบวัดเจตคติฉบับนี้เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่าแบบ 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ตัวอย่าง

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
0. คณิตศาสตร์มีความสำคัญควร ค่าแก่การศึกษา.....	/				



ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่

วันที่ เดือน..... 2541.

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เข้าใจยาก.					
2. วิชาคณิตศาสตร์ช่วยฝึกความคิด เพื่อนำ ประโยชน์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน					
3. เนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ส่วนมากจะเป็น ปัญหาที่ท้าทายความคิดมนุษย์ให้อยากรู้ อยากเห็น					
4. คณิตศาสตร์ทำให้คนมีเหตุผล					
5. แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ที่ยากๆสามารถทำ ได้ด้วยการเลียนแบบ					
6. คณิตศาสตร์มีส่วนช่วยในการพัฒนาความ ก้าวหน้าทางเทคโนโลยี					
7. ชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเวลา ที่ข้าพเจ้ามีความสุข					
8. วิชาคณิตศาสตร์มีค่าควรแก่การศึกษา					
9. ข้าพเจ้ามีความสุขที่ได้มีส่วนร่วมในการ อธิบายบทเรียนคณิตศาสตร์ที่ยาก					
10. เมื่อมีเวลารว่างข้าพเจ้าจะศึกษาเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่ตามวารสารต่างๆ					
11. ถ้าขาดวิชาคณิตศาสตร์โลกคงไม่ก้าวหน้า					
12. ข้าพเจ้าคิดว่าไม่สามารถแก้โจทย์ ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ได้					
13. ข้าพเจ้ารู้สึกกังวลมากถ้าเรียนวิชา คณิตศาสตร์ไม่เข้าใจ					
14. คนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดี เป็นคนที่มี ความคิดสร้างสรรค์สูง					

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
15. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนยากกว่าวิชา อื่นๆ					
16. ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นต่อการเรียน วิชาคณิตศาสตร์					
17. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้คนฉลาดมี ไหวพริบดี					
18. ข้าพเจ้าจะแสดงความคิดเห็นทันทีเมื่อครู เปิดโอกาสในชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์					
19. ในการทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ข้าพเจ้า ชอบถามเพื่อนมากกว่าคิดเอง					
20. การฝึกทักษะคณิตศาสตร์บ่อยๆทำให้ ข้าพเจ้าเรียนอย่างสนุกสนาน					
21. ถ้าเลือกได้ข้าพเจ้าจะไม่เลือกเรียนวิชา คณิตศาสตร์					
22. เมื่อเรียนคณิตศาสตร์ไม่เข้าใจข้าพเจ้าจะ หาเวลาไปพบครูที่ห้องพักทุกครั้ง					
23. ข้าพเจ้าประสงค์จะทำงานในส่วนที่เกี่ยวข้อง กับวิชาคณิตศาสตร์					
24. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ข้าพเจ้ารู้จัก คิดและแก้ปัญหาได้					
25. ถึงแม้ว่าเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้าง ยากข้าพเจ้าก็อยากเรียน					

ภาคผนวก ค

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เรื่องสมการและอสมการ
2. เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา
3. ตาราง เนื้อหา จำนวนคาบ จุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเนื้อหา

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2
หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)
เรื่อง สมการและอสมการ จำนวน 12 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท

ให้นักเรียนสามารถ...

1. หาคำตอบของสมการและอสมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรได้
2. แก้สมการที่กำหนดให้ได้
3. ใช้สมการในการแก้โจทย์ปัญหาต่างๆได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

1. ทดสอบวัดความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์และ	
ตอบแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์	1 คาบ
2. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์	1 คาบ
3. คำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ	1 คาบ
4. กราฟแสดงคำตอบ	1 คาบ
5. การแก้สมการ	4 คาบ
6. โจทย์สมการ	5 คาบ
7. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และ	
ตอบแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์	1 คาบ

รวม 14 คาบ

ตาราง 14 แสดง เนื้อหา จำนวนคาบ จุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเนื้อหา

เนื้อหา	จำนวนคาบ	จุดประสงค์การเรียนรู้
1.ประโยคภาษาและ ประโยคสัญลักษณ์	1	นักเรียนสามารถ... 1. สร้างประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษา 2. สร้างประโยคภาษาจากประโยคสัญลักษณ์ 3. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการ หรือ ประโยค สัญลักษณ์ใดเป็นอสมการ
2.คำตอบของสมการ และคำตอบของ อสมการ	1	นักเรียนสามารถ... 1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการหรือ คำตอบของอสมการที่กำหนดให้หรือไม่ 2. คำตอบสมการหรืออสมการได้โดยการแทนค่าตัวแปร
3.กราฟแสดง คำตอบ	1	นักเรียนสามารถ 1. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการที่ กำหนดให้ 2. อ่านคำตอบของสมการหรืออสมการจากกราฟ
4. การแก้สมการ	4	นักเรียนสามารถ 1. ใช้สมบัติการเท่ากันแก้สมการ 2. แก้สมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและรวดเร็ว
5.โจทย์สมการ	5	นักเรียนสามารถ... สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้และหาคำตอบตามที่ โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

ภาคผนวก ง

1. แผนการสอนกลุ่มทดลอง ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา
2. แผนการสอนกลุ่มควบคุม ที่สอนตามคู่มือครู

แผนการสอนที่ 1 บทที่ 1 สมการและอสมการ

คาบที่ 1

เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

จำนวน 1 คาบ

สาระสำคัญ

1. ปัญหาในทางคณิตศาสตร์ส่วนมากมักเขียนในรูปของประโยคภาษา ซึ่งไม่สะดวกต่อการคิดคำนวณ จึงจำเป็นต้องแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น $=, >, <, \geq, \leq, \neq, +, -, \times, \div$ ฯลฯ

2. ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ "=" เรียกว่า สมการ

3. ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ ">, <, $\geq$, $\leq$ และ $\neq$ " เรียกว่า อสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. สร้างประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษา
2. สร้างประโยคภาษาจากประโยคสัญลักษณ์
3. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการ หรือ ประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นอสมการ

เนื้อหา

การเปลี่ยนข้อความหรือประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

ข้อความ / ประโยคภาษา	เขียนในรูปสัญลักษณ์
1. จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 มีค่าเท่ากับ 4	$x+1=4$
2. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของจำนวนนั้น	$x+2x$
3. จำนวนจำนวนหนึ่ง ลบสามน้อยกว่า ห้า	$m-3 < 5$
4. ผลคูณของสี่กับจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าเจ็ด	$4a > 7$
5. เศษหนึ่งส่วนของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าไม่เกินห้า	$\frac{a}{4} \leq 5$

🔊ประโยคสัญลักษณ์มี 2 ชนิดคือ

1. ประโยคสัญลักษณ์ที่ไม่มีตัวแปร เช่น $5 + 2 > 2$, $4+2=6$
2. ประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวแปร เช่น $X-5 = 11$, $4Y \neq 8$, $3P \geq 12$

☑ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย "=" บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า **สมการ** เช่น $4+2=6$, $X-5 = 11$

☑ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย ">, <, $\geq$, $\leq$ และ $\neq$ บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า **อสมการ** เช่น $4Y \neq 8$, $3P \geq 12$

ตัวอย่าง ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคต่อไปนี้ เป็นสมการหรืออสมการและมีตัวแปรหรือไม่ โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องว่าง กรณีมีตัวแปรให้ระบุตัวแปรด้วย

โจทย์	สมการ		อสมการ	
	มีตัวแปร	ไม่มีตัวแปร	มีตัวแปร	ไม่มีตัวแปร
1. $8+3=11$		✓		
2. $5+3.6>7$				✓
3. $7<3+8$				✓
4. $3P \geq 12$			P	
5. $X \leq 13-9$			X	
6. $8-X \neq 5$			X	
7. $6+3M=12$	M			

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1
2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบและอภิปรายปัญหาในข้อที่ผิด โดยครูเรียกนักเรียนที่ตอบถูกให้อธิบาย จนกระทั่งนักเรียนที่ตอบผิดเกิดความเข้าใจ
3. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจงของครูผู้สอน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้และตรวจสอบพฤติกรรมการเรียนรู้ของตนเอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ให้นักเรียนพิจารณาประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์แต่ละคู่ต่อไปนี้จากแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2 โดยปิดด้านประโยคสัญลักษณ์ไว้ ครูอ่านประโยคภาษา แล้วเรียกนักเรียนออกมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์บนกระดาน

2. ครูเขียนข้อความ “มากกว่าหรือเท่ากับ” และอธิบายโดยให้นักเรียนอ่านข้อความ แล้วครูแปลงข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์บนกระดาน

ข้อความ : มากกว่าหรือเท่ากับ เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ : $\geq$

เช่น $x \geq 4$ อ่านว่า x มากกว่าหรือเท่ากับ 4 หมายถึง

x มากกว่า 4 หรือ x เท่ากับ 4 หรือ x มีค่าไม่น้อยกว่า 4

ครูยกตัวอย่างประโยคภาษา : จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 มากกว่าหรือเท่ากับ 4

ให้นักเรียนเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ : ($x + 1 \geq 4$)

พร้อมทั้งอ่านพร้อมกัน... อ่านว่า x บวก 1 มากกว่าหรือเท่ากับ 4

ในทำนองเดียวกัน ครูเขียนข้อความ “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” และอธิบายโดยให้นักเรียนอ่านข้อความแล้วครูแปลงข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์บนกระดาน

ข้อความ : น้อยกว่าหรือเท่ากับ เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ : $\leq$

เช่น $x \leq 4$ อ่านว่า x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 หมายถึง

x น้อยกว่า 4 หรือ x เท่ากับ 4 หรือ x มีค่าไม่เกิน 4

ครูยกตัวอย่างประโยคภาษา : จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

ให้นักเรียนเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ : ($x + 1 \leq 4$)

พร้อมทั้งอ่านพร้อมกัน... อ่านว่า x บวก 1 น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

3. หลังจากนักเรียนรู้จักสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายชนิดของประโยคสัญลักษณ์

☛ ประโยคสัญลักษณ์มี 2 ชนิดคือ

1. ประโยคสัญลักษณ์ที่ไม่มีตัวแปร ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ...
2. ประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวแปร ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ...

4. ครูถามนักเรียน : ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “=” บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่าอะไร... (สมการ) ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ...

ครูถามนักเรียน : ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “>, <, $\geq$, $\leq$ และ $\neq$ “ บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่าอะไร (อสมการ) ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบ...

5. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอน เพื่อฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกโจทย์ปัญหาก่อน และเป็นการฝึกการตัดสินใจว่าจะใช้รูปแบบใดในการดำเนินแก้ปัญหา เช่น ฝึกแยกข้อความโดยแผนภาพ (แผ่นโปร่งใสประกอบการสอนที่ 3.1) ฝึกตีความโจทย์ (แผ่นโปร่งใสประกอบการสอนที่ 3.2)

6. ครูให้นักเรียนดำเนินการตามแผน (แยกข้อความโดยแผนภาพ หรือ ตีความโจทย์) แล้วเขียนในรูปสัญลักษณ์

7. ตรวจสอบว่าสิ่งที่เขียนในรูปสัญลักษณ์ที่ได้ตรงกับความหมายของข้อความประโยคภาษาหรือไม่ และตรวจสอบเพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน โดยครูใช้การถามตอบ

8. ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 2 ให้เด็กทำเป็นรายบุคคล โดยทำความเข้าใจประโยคภาษา วางแผนในการแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ดำเนินการตามแผนที่วางโดยเลือก แนวคิดวิเคราะห์ตามความเหมาะสม และตรวจสอบดูว่าประโยคสัญลักษณ์ที่ได้ตรงกับประโยค ภาษาที่ต้องการหรือไม่ แล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย ข้อใดที่ผิดครูจะให้นักเรียนที่ทำถูก อธิบายแล้วครูอธิบายซ้ำ เพื่อทำการแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 3 และเอกสารฝึกหัดหลังเรียน เพื่อประเมินความเข้าใจของนักเรียน ว่ามีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด จะได้นำไปสู่ข้อสรุปเรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ เป็นสมการหรืออสมการ ให้นักเรียนร่วมกันสรุปแล้วครูฉายแผ่นโป่งใสประกอบการสรุปที่ 4.1-4.3

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการเรียนการสอน
2. แบบฝึก
3. เอกสารฝึกหัด

การวัดและประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการเรียน
- การตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

2. ตรวจผลงาน

- งานที่ทำเป็นรายบุคคล
- จากแบบฝึก

แผ่นโป่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1

แผนการสอนที่ 1

คาบที่ 1

เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. สร้างประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษาได้
2. สร้างประโยคภาษาจากประโยคสัญลักษณ์ได้
3. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการ
ประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นอสมการ



แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2
คาบที่ 1

แผนการสอนที่ 1
เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

✎ จงแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1	$x + 1$
จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 มีค่าเท่ากับ 4	$x + 1 = 4$
จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 ไม่เท่ากับ 4	$x + 1 \neq 4$
จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 น้อยกว่า 4	$x + 1 < 4$
จำนวนที่มากกว่า x อยู่ 1 มากกว่า 4	$x + 1 > 4$



แผ่นโปสเตอร์ประกอบการสอนแผ่นที่ 3.1

แผนการสอนที่ 1

คาบที่ 1

เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์



โจทย์

ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสอง
เท่ากับแปด

แนวคิด (แยกข้อความโดยแผนภาพ)

ความหมายของโจทย์ จำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับสอง
เท่ากับแปด

จำนวนจำนวนหนึ่ง บวกกับ สอง เท่ากับ แปด

$$X + 2 = 8$$

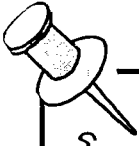
☛ ประโยคสัญลักษณ์คือ $X + 2 = 8$

แผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 3.2

แผนการสอนที่ 1

คาบที่ 1

เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

 โจทย์

เศษหนึ่งส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่ง
มากกว่าห้า

แนวคิด (ตีความโจทย์)

จำนวนที่หนึ่ง

มีความสัมพันธ์กับ

จำนวนที่สอง

รูปสัญลักษณ์

เศษหนึ่งส่วนสี่
ของจำนวน
จำนวนหนึ่ง

มากกว่า

ห้า

 $\frac{1}{4}x$ หรือ $\frac{x}{4}$

>

5

 $\frac{1}{4}x > 5$

หรือ

 $\frac{1}{4}x > 5$

🔦 ประโยคสัญลักษณ์คือ $\frac{1}{4}x > 5$ หรือ $\frac{1}{4}x > 5$

แผนปรับปรุงโปรแกรมการสอนแผ่นที่ 4.1 แผนการสอนที่ 1 เรื่อง ประโยคภาษาและประโยค
สัญลักษณ์



- ① $A - 5 = 8$
- ② $9 + 1 > 4$
- ③ $5 + 2b = 13$
- ④ $7c \geq 14$
- ⑤ $\frac{x}{14} \neq 2$
- ⑥ $B + 9$
- ⑦ $1 + 2 + 3$
- ⑧ $\frac{(A - 9)}{2} = 20$
- ⑨ $10 = 2M + 1$
- ⑩ $D \times 5 \leq 15$

แผ่นโปสเตอร์ประกอบการสอนแผ่นที่ 4.2 แผนการสอนที่ 1 เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์



❶

$$A - 5 = 8$$

❷

$$9 + 1 > 4$$

❸

$$5 + 2b = 13$$

❹

$$7c \geq 14$$

❺

$$\frac{x}{14} \neq 2$$

❻

$$B + 9$$

❼

$$1 + 2 + 3$$

❽

$$\frac{(A - 9)}{2} = 20$$

❾

$$10 = 2M + 1$$

❿

$$D \times 5 \leq 15$$



แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 4.3 แผนการสอนที่ 1 เรื่อง ประโยคภาษาและประโยค
สัญลักษณ์



① $A - 5 = 8$

② $9 + 1 > 4$

③ $5 + 2b = 13$

④ $7c \geq 14$

⑤ $\frac{x}{14} \neq 2$

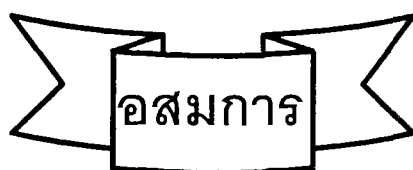
⑥ $B + 9$

⑦ $1 + 2 + 3$

⑧ $\frac{(A - 9)}{2} = 20$

⑨ $10 = 2M + 1$

⑩ $D \times 5 \leq 15$



แบบฝึกหัดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม. 2/... เลขที่.....

ใช้เวลา 5 นาที

I. ให้นักเรียนบอกความหมายของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

- > หมายความว่า
- < หมายความว่า
- = หมายความว่า
- ≠ หมายความว่า

II. ให้นักเรียนแปลงข้อความ / ประโยคภาษา ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

ข้อความ / ประโยคภาษา	เขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์
1. ห้ามากกว่าศูนย์	
2. สองบวกหนึ่งเท่ากับสาม	
3. ลบหนึ่งมากกว่าลบห้า	
4. สิบเจ็ดบวกหกไม่เท่ากับห้า	
5. เจ็ดเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งหักออกสาม	

III. ให้นักเรียนแปลงข้อความ / ประโยคสัญลักษณ์ ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปข้อความ / ประโยคภาษา

ข้อความ / ประโยคสัญลักษณ์	ข้อความ / ประโยคภาษา
1). $x + 2x$	1).....
2). $3 + 8 = 11$	2).....
3). $3a = 9$	3).....
4). $\frac{2a}{3} > 2$	4).....
5). $2x - 1 \neq 3$	5).....
6). $5a < 10$	6).....

แบบฝึกหัดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/... เลขที่....

คำสั่ง

ให้นักเรียนแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ตามแนวคิดวิเคราะห์ โดยเลือก
แนวทาง ที่ความใจหทัย หรือ แยกข้อความโดยแผนภาพ ใช้เวลา 10 นาที

❶ สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสามมีค่าเท่ากับ สิบสอง

แนวคิด

.....

.....

☛ ประโยคสัญลักษณ์คือ

❷ จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าแปดอยู่ห้า

แนวคิด

.....

.....

☛ ประโยคสัญลักษณ์คือ

❸ ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสิบ

แนวคิด

.....

.....

☛ ประโยคสัญลักษณ์คือ

๔ เศษสองส่วนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าไม่น้อยกว่าสิบสอง

แนวคิด

.....

.....

🧑🏫 ประโยคสัญลักษณ์คือ

๕ สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสามอยู่เก้า

แนวคิด

.....

.....

🧑🏫 ประโยคสัญลักษณ์คือ



แบบฝึกชุดที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้นม.2 /... เลขที่....

คำสั่ง

จงเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ใช้เวลา 5 นาที
(โดยแทนค่าตัวแปรด้วย a,b,c...x,y,z ตัวใดตัวหนึ่ง)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์	ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1.จำนวนจำนวนหนึ่งบวกด้วยแปดเท่ากับสิบเอ็ด	1.....	6.จำนวนจำนวนหนึ่งบวกด้วยสี่ได้ผลลัพธ์ไม่เกินเศษสามส่วนสี่	6.....
2.จำนวนจำนวนหนึ่งหักออกยี่สิบสี่เหลือสามสิบสี่	2.....	7.ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับครึ่งหนึ่งของสิบสอง	7.....
3.ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับยี่สิบสี่	3.....	8. ผลบวกจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่เท่ากับสิบแปด	8.....
4. ผลคูณของจำนวนจำนวนหนึ่งด้วยแปดมากกว่าหรือเท่ากับหกสิบสี่	4.....	9. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับสิบ	9.....
5.จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยแปดเท่ากับสิบ	5.....	10.จำนวนจำนวนหนึ่งหักออกหนึ่งมีค่าไม่น้อยกว่าสี่	10.....
ประโยคในข้อใดเรียกว่า “สมการ”		ประโยคในข้อใด เรียกว่า “อสมการ	
.....			
.....			

เอกสารฝึกหัด
เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
สมการหรืออสมการ

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงเขียนเครื่องหมาย $\checkmark$ ลงในช่องว่าง แสดงการเป็นสมการหรืออสมการ ใช้เวลา 5 นาที

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	เป็นสมการ	เป็นอสมการ	ตัวแปรคือ
1.	$3 \times W = 75$			
2	$7 < t - 9$			
3	$7u \geq 77$			
4	$3(M-5) = 15$			
5	$\frac{2a}{3} - 1 \geq 4$			
6	$M > 31$			
7	$14 \geq X - 2$			
8	$15 - X = 105$			
9	$7 - y > 20$			
10	$2(a - 7) \leq 18$			
11	$101 + 10 = 111$			
12	$11 u \leq 121$			
13	$7X + 3 \neq 78$			
14	$30 - X = 121$			
15	$7X \neq 77$			

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มควบคุม)

คาบที่ 1

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูอธิบายการเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความหรือประโยคภาษาเพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ ให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความ / ประโยคภาษาต่อไปนี้ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา ●

1. ลบหนึ่งมากกว่าลบห้า
2. เจ็ดบวกสามได้สิบ
3. แดกหักออกเสียสองเหลือหก
4. สองเท่าของสามจุดหกมากกว่าเจ็ด
5. ครึ่งหนึ่งของยี่สิบสี่เท่ากับสิบสอง

ครูถามนักเรียนว่าข้อความ / ประโยคสัญลักษณ์ที่ได้มีตัวแปรหรือไม่... (ไม่มี)

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม
ประโยคภาษา : สามบวกกับจำนวนหนึ่งได้สิบ

ประโยคสัญลักษณ์ : $3 + n = 10$

ประโยคสัญลักษณ์ข้างต้นมีตัวแปรหรือไม่..... (มี)

(ประโยคสัญลักษณ์จะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้)

3. ครูเขียนโจทย์บนกระดานแล้วอธิบายว่าข้อความต่อไปนี้กล่าวถึงจำนวน แต่ยังไม่ใช่ประโยค ให้นักเรียนเขียน X ในรูปสัญลักษณ์ แล้วบันทึกลงในสมุดพร้อมโจทย์

ข้อความ

1. 5 เท่าของ X
2. หนึ่งในสี่ของ b
3. จำนวนซึ่งน้อยกว่า X อยู่ 7
4. จำนวนซึ่งมากกว่า Y อยู่ 1

4. ครูอธิบายว่าในการเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ นักเรียนจะต้องรู้จักการใช้สัญลักษณ์แทนส่วนที่กล่าวถึงจำนวน และส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนดังในตัวอย่างเช่น

ประโยคภาษา ; สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่า 10

ประโยคสัญลักษณ์ : $2X < 10$
(จำนวน) (ความสัมพันธ์) (จำนวน)

5. ครูให้นักเรียนอ่านสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้ให้อ่านสัญลักษณ์ X ว่าจำนวนจำนวนหนึ่งโดยให้นักเรียนอ่านปากเปล่าทีละคน

ข้อความที่เขียนในรูปสัญลักษณ์

1. $X + 2$
2. $X - 4$
3. $3X$
4. $\frac{20}{X}$
5. $(-6) + X$

6. ครูให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์โดยให้นักเรียนออกมาเขียนบนกระดานแล้วบันทึกลงสมุดพร้อมใจ

ประโยคภาษา

1. จำนวนจำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้นสิบเท่ากับ 25
2. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่มากกว่า 7
3. จำนวนจำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้นหนึ่งไม่เท่ากับสิบเอ็ด
4. จำนวนจำนวนหนึ่งหักออกเจ็ดน้อยกว่าหรือเท่ากับ 12
5. ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่ง เท่ากับ ยี่สิบสี่

ขั้นสรุป

ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนที่ 4.1-4.3 เพื่อให้นักเรียนสรุปว่าข้อความ / ประโยคสัญลักษณ์เป็นสมการหรืออสมการ

สมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “=”

อสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “>, <, ≥, ≤ และ ≠

โดยครูแสดงแผนภูมิคำถามแล้วให้นักเรียนตอบ

✎ จงเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง แสดงการเป็นสมการหรืออสมการ

ประโยคสัญลักษณ์	สมการ	อสมการ
$X-10 \neq 2$		
$3a = 9$		
$X \geq 1$		
$8 - X = 5$		
$7-U = 78$		
$3 \times W = 45$		
$6 < p-9$		
$R - 8 = \frac{3}{4}$		
$\frac{3}{4}a > 42$		
$2(x-5) \neq 2$		

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.1 ในหนังสือเรียน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. แผนภูมิ
3. แบบฝึกหัดที่ 1.1 ในหนังสือเรียน

การวัดและประเมินผล

เหมือนกลุ่มทดลอง

แผนการสอนที่ 2 บทที่ 1 สมการและอสมการ

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ

จำนวน 1 คาบ

สาระสำคัญ

สมการจะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้

สมการ หรือ อสมการที่ไม่มีตัวแปรสามารถบอกได้ว่า สมการ หรือ อสมการนั้นเป็นจริง หรือเป็นเท็จ

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วได้อสมการที่เป็นจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการหรือคำตอบของอสมการที่กำหนดให้หรือไม่
2. หาคำตอบของสมการหรืออสมการได้โดยการแทนค่าตัวแปร

เนื้อหา

☛ คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

$$1.1 \quad m - 5 = 1 \quad [6]$$

$$1.2 \quad 2m + 3 = 5 \quad [0]$$

$$1.3 \quad 3(1 - m) = -6 \quad [9]$$

$$1.4 \quad m^2 = 9 \quad [-3]$$

$$1.5 \quad m^2 - 1 = 0 \quad [0]$$

วิธีทำ จากสมการ $m - 5 = 1$ ถ้าแทน m ด้วย 6

จะได้ $6 - 5 = 1$ เป็นจริง

ดังนั้น 6 เป็นคำตอบของสมการ $m - 5 = 1$

คำตอบของสมการอาจจะมีคำตอบเดียวหรือมีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบก็ได้ เช่น

1. $X - 3 = -2$ มีคำตอบเดียวคือ 1
2. $X + 7 = 7 + X$ จำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ
3. $X^2 - 1 = 0$ มีสองคำตอบคือ -1 และ +1
4. $X - 1 = X$ ไม่มีคำตอบ
5. $\frac{1}{2}X = -6$ มีคำตอบเดียวคือ -12

☛ คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 จงตรวจดูว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

1. $x - 1 > 5$ [6]
2. $(x + 1) < 0$ [-1]
3. $\frac{1}{2}x \neq 4$ [จำนวนทุกจำนวน ยกเว้น 8]
4. $5x \geq -10$ [จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -2]
5. $\frac{3}{2}x \leq 9$ [6]

วิธีทำ จากสมการ $X - 1 > 5$ ถ้าแทน X ด้วย 6

จะได้ $6 - 1 > 5$ เป็นเท็จ

ดังนั้น 6 ไม่เป็นคำตอบของสมการ $X - 1 > 5$

คำตอบของสมการมักมีหลายจำนวน นิยมเขียนคำตอบของสมการโดยเขียนบรรยายสมบัติ ดังเช่น

1. $\frac{1}{2}X \neq 4$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวน ยกเว้น 8
2. $5X \geq -10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -2
3. $3m \leq -6$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -2

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่องสมการหรืออสมการโดยครูเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดานแล้วให้นักเรียนตอบว่าประโยคใดเป็นสมการประโยคใดเป็นอสมการ
2. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบแผนการสอนแผ่นที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการประกอบคำชี้แจงของครูผู้สอน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูเขียนประโยคภาษาบนกระดานแล้วให้นักเรียนสร้างประโยคสัญลักษณ์
ประโยคภาษา : ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองมีค่าเท่ากับลบสาม
ประโยคสัญลักษณ์ : $a + 2 = -3$
2. ครูอธิบายคำว่า สมการเป็นจริง ด้วยการยกตัวอย่าง $3 + 1 = 4$ เป็นจริง แต่ $(-3) + (-1) = 4$ เป็นเท็จ เราเรียกสมการทั้งสองนี้ว่า สมการเป็นจริง และสมการเป็นเท็จตามลำดับ
3. ครูเขียนประโยคสัญลักษณ์ : $a + 2 = -3$ บนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่า ประโยคสัญลักษณ์นี้จะจริงหรือเป็นเท็จเมื่อใด
ถ้าแทนค่า a ด้วย -5 แล้วจะได้สมการ $-5 + 2 = -3$ จงพิจารณาว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ...
(เป็นจริง)
ถ้าแทนค่า a ด้วยจำนวนจำนวนอื่นที่ไม่ใช่ -5 แล้วจะได้สมการที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จ...
(เป็นเท็จ)
ครูถามนักเรียนว่า -5 เป็นอะไรของสมการ $a + 2 = -3$
(เรียก -5 ว่าเป็นคำตอบของสมการ $a + 2 = -3$)
4. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2.1 แล้วอธิบายตัวอย่างข้อ 1 ประกอบให้นักเรียนสังเกตวิธีตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

5. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนในแต่ละแถวออกมาแสดงวิธีตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ในข้อ 2 - 4 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ แล้วสรุปว่า คำตอบของสมการที่มีตัวแปรคืออะไร

(คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง)

6. ในทำนองเดียวกัน ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2.2 แล้วอธิบายตัวอย่างข้อ 1 ประกอบให้นักเรียนสังเกตวิธีตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

7. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนในแต่ละแถวออกมาแสดงวิธีตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ในข้อ 2 - 4 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ แล้วสรุปว่า คำตอบของสมการที่มีตัวแปรคืออะไร

(คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง) แล้วแจกแบบฝึกหัดที่ 1 ให้นักเรียนทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยและแก้ไขให้ถูกต้อง

8. ครูเขียนสมการ $m^2 = 16$ บนกระดานแล้วให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

4 เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ เพราะเหตุใด

(เป็น เพราะเมื่อแทน m ด้วย 4 แล้วได้สมการ $4^2 = 16$ ซึ่งเป็นจริง)

-4 เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ เพราะเหตุใด

(เป็น เพราะเมื่อแทน m ด้วย -4 แล้วสมการ $(-4)^2 = 16$ ซึ่งเป็นจริง)

9. ครูเขียนสมการ $m - 5 = m$ บนกระดานแล้วให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

$-1, 4, \frac{1}{2}$ เป็นคำตอบของสมการหรือไม่

(ไม่เป็น เพราะแทนค่าในสมการแล้วได้สมการที่เป็นเท็จ)

จำนวนใดบ้างเป็นคำตอบของสมการ

(ไม่มี เพราะไม่มีจำนวนใดแทน m ในสมการ แล้วได้สมการที่เป็นจริง)

10. ครูเขียนสมการ $m + 1 = 1 + m$ บนกระดานแล้วให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

มีจำนวนใดบ้างที่แทนตัวแปรแล้วได้สมการที่เป็นเท็จ (ไม่มี)

มีจำนวนใดบ้างที่แทนตัวแปรแล้วได้สมการที่เป็นจริง (จำนวนทุกจำนวน)

11. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปรูปแบบของสมการที่มีตัวแปร จำแนกลักษณะตามจำนวนคำตอบว่ามีกี่ลักษณะ (3 ลักษณะ) คือ

11.1 สมการที่มีบางจำนวนเป็นคำตอบ

11.2 สมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ

11.3 สมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ

12. ครูเขียนอสมการ $m + 1 > 10$ บนกระดานแล้วให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

12.1 แทน m ด้วย 1 แล้วเขียนอสมการที่ได้ ($2 > 10$)

12.2 อสมการที่ได้ในข้อ (12.1) เป็นจริงหรือเป็นเท็จ (เป็นเท็จ)

12.3 แทน m ด้วย 9 แล้วเขียนอสมการที่ได้ ($10 > 10$)

12.4 อสมการที่ได้ในข้อ (12.3) เป็นจริงหรือเป็นเท็จ (เป็นเท็จ)

12.5 จำนวนใดบ้างที่ทำให้สมการเป็นจริง (จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9)

เรียก จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9 ว่าอะไร

(เรียก จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9 ว่าเป็นคำตอบของ $m + 1 > 10$)

13. ครูแจกใบงานชุดที่ 1 ให้นักเรียนทำ เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

ขั้นสรุป

ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 2 ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการและอสมการแล้วร่วมกันสรุปโดยครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสรุปคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ แผ่นที่ 3.1 - 3.2

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใสประกอบการเรียนการสอน
2. แบบฝึก
3. ใบงาน

การวัดและประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการเรียนในการร่วมกิจกรรม
- การตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

2. ตรวจผลงาน

- งานที่ทำเป็นรายบุคคลและกลุ่ม
- จากแบบฝึกและใบงาน

แผ่นโป่งใส่ประกอบการสอนแผ่นที่ 1

แผนการสอนที่ 2

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการหรืออสมการที่กำหนดให้หรือไม่
2. หาคำตอบของสมการหรืออสมการได้โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร



แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2.1

แผนการสอนที่ 2

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ


 จงตรวจดูว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่

$$1.1 \quad m - 5 = 1 \quad [6]$$

$$1.2 \quad 2m + 3 = 5 \quad [0]$$

$$1.3 \quad 3(1 - m) = -6 \quad [9]$$

$$1.4 \quad m^2 = 9 \quad [-3]$$

$$1.5 \quad m^2 - 1 = 0 \quad [0]$$

ตัวอย่างเช่น จงตรวจดูว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของ
สมการหรือไม่ $m - 5 = 1$ [6]

วิธีทำ ถ้าแทน m ในสมการ $m - 5 = 1$ ด้วย 6

$$\text{จะได้} \quad 6 - 5 = 1 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น 6 เป็นคำตอบของสมการ $m - 5 = 1$

แผนโปร่งใสประกอบการสอนแผนที่ 2.2

แผนการสอนที่ 2

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ



จงตรวจดูว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของอสมการหรือไม่

$$1. \quad x - 1 > 5 \quad [6]$$

$$2. \quad (x + 1) < 0 \quad [-1]$$

$$3. \quad \frac{1}{2}x \neq 4 \quad [\text{จำนวนทุกจำนวน ยกเว้น } 8]$$

$$4. \quad 5x \geq -10 \quad [\text{จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ } -2]$$

$$5. \quad \frac{3}{2}x \leq 9 \quad [6]$$

ตัวอย่าง จงตรวจดูว่าจำนวนในวงเล็บเป็นคำตอบของอสมการหรือไม่ $x - 1 > 5 \quad [6]$

วิธีทำ ถ้าแทน x ด้วย 6 ในอสมการ $x - 1 > 5$

จะได้ $6 - 1 > 5$ ซึ่งเป็นเท็จ

☹ ดังนั้น 6 ไม่เป็นคำตอบของอสมการ $x - 1 > 5$

ใบงานชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล ชั้น ม.2 / ... เลขที่



ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

❶ ถ้า กำหนดให้จำนวนจำนวนหนึ่ง เป็น 12 แล้ว ...

จำนวนเต็มที่มากกว่า 12 ถัดขึ้นไปจำนวนแรก คือ... (13)

จำนวนเต็มที่น้อยกว่า 12 ถัดลงมาจำนวนแรก คือ... (11)

❷. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความ...

1. ถ้า กำหนดให้ X แทนจำนวนเต็มจำนวนหนึ่ง แล้ว...

1.1 จำนวนเต็มที่น้อยกว่า X ถัดลงมา จำนวนแรกคือ... (X-1)

1.2 จำนวนเต็มที่มากกว่า X ถัดขึ้นไป จำนวนแรกคือ... (X+1)

1.3 จำนวนเต็มที่มากกว่า X อยู่ 1 คือ... (X + 1)

1.4 จำนวนเต็มที่มากกว่า X อยู่ 2 คือ... (X + 2)

1.5 จำนวนเต็มที่น้อยกว่า X อยู่ 1 คือ... (X - 1)

1.6 จำนวนเต็มที่น้อยกว่า X อยู่ 2 คือ... (X - 2)

2. กำหนดจำนวนเต็มสามจำนวน เรียงติดกัน

ถ้า กำหนดให้ X แทนจำนวนเต็มจำนวนที่น้อยที่สุด แล้ว จำนวนที่มากกว่า X

อีกสองจำนวนถัดไปคือ... (X + 1 , X + 2)

3. กำหนดจำนวนเต็มสามจำนวน เรียงติดกัน

ถ้า กำหนดให้ X แทนจำนวนเต็มจำนวนที่มากที่สุด แล้ว จำนวนที่น้อยกว่า X

อีกสองจำนวนถัดไปคือ... (X - 1 , X - 2)

4. ถ้า ให้ a เป็นจำนวนคู่ แล้ว...

4.1 จำนวนคู่ที่มากกว่า a ถัดขึ้นไปคือ...(a + 2)

4.2 จำนวนคู่ที่น้อยกว่า a ถัดลงมาคือ...(a - 2)

4.3 เขียนจำนวนคู่สามจำนวนเรียงติดกันจากมากไปหาน้อยได้เป็น...

(a + 2 , a , a-2 หรือ a, a+2, a+4 หรือ a-4, a-2 . a)

4.4 นักเรียนสามารถเขียนจำนวนคู่สามจำนวนเรียงติดกันจากมากไปหาน้อยใน

รูปแบบอื่นได้อีกหรือไม่... (ได้. a + 2 , a , a-2 หรือ a, a+2, a+4 หรือ a-4, a-2 . a)

๓ ครูเขียนประโยคภาษาบนกระดาน

ประโยคภาษา : ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกันเป็นสี่สิบห้า

3.1 อ่านแล้วทำความเข้าใจกับประโยคภาษา

ความหมายของโจทย์ :

(จำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกัน รวมกันเป็นสี่สิบห้า)

3.2 ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์แล้วกำหนดแนวทางในการวางแผนในการแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ (โดยการตีความโจทย์ หรือ โดยแยกข้อความโดยแผนภาพ)

3.3 ให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่นักเรียนเลือก...

(แนวคิด : ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกันเป็นสี่สิบห้า

ด้วยการแยกข้อความโดยแผนภาพ

ประโยคภาษา : จำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกัน รวมกัน เป็น สี่สิบห้า

ประโยคสัญลักษณ์ : $x + x+1 + x + 2 = 45$ (กำหนดให้จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดเป็น x)

ด้วยการตีความโจทย์

จำนวนที่หนึ่ง มีความสัมพันธ์กับ จำนวนที่สอง มีความสัมพันธ์กับ จำนวนที่สาม
รูปสัญลักษณ์

ประโยคภาษา : จำนวนที่หนึ่ง บวก จำนวนที่สอง บวก จำนวนที่สาม เป็น สี่สิบห้า

ประโยคสัญลักษณ์ : $x + x+1 + x + 2 = 45$

(กำหนดให้จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดเป็น x)

3.4 ให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่เลือก แล้วสร้างประโยคสัญลักษณ์จาก
ประโยคภาษา

ประโยคภาษา : ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกันเป็นสี่สิบห้า

ประโยคสัญลักษณ์ :

($x + x+1 + x + 2 = 45$, กำหนดให้จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดเป็น x)

ถ้าแทนค่า x ด้วย 14 แล้วคำตอบที่ได้เป็นจริงหรือไม่...

ตรวจสอบ.....

ดังนั้น.....

3.5 ครูให้นักเรียนตรวจสอบดูว่าคำตอบที่ได้ตรงกับประโยคภาษาหรือไม่...

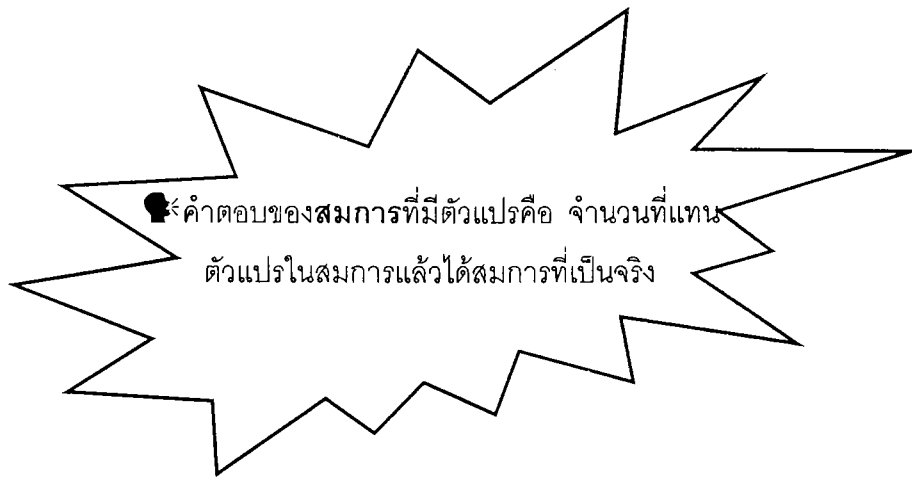
.....

แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 3.1

แผนการสอนที่ 2

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ



ตัวอย่าง จงตรวจว่าจำนวนใน [] เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดหรือไม่

$$\frac{m+3}{2} = 10 \quad [17]$$

แนวคิด แทนค่า m ใน $\frac{m+3}{2} = 10$ ด้วย 17 จะได้

$$\frac{17+3}{2} = 10$$

$$\frac{20}{2} = 10$$

$$10 = 10$$

ได้สมการที่เป็นจริง



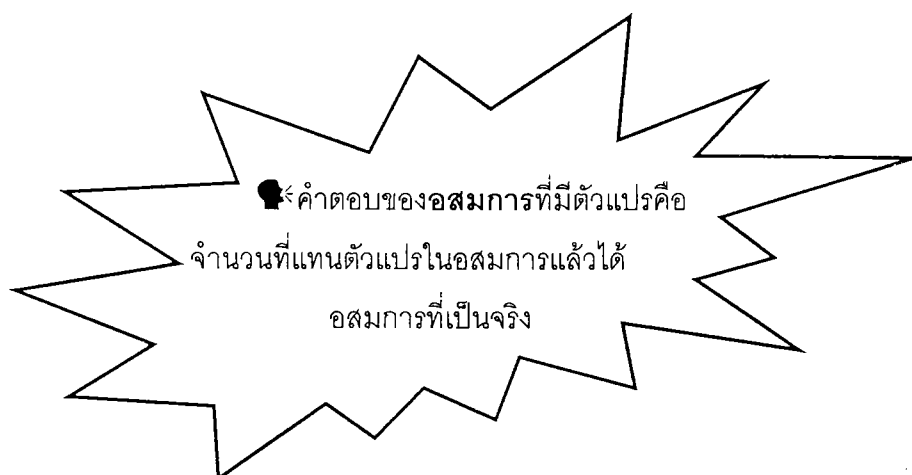
17 เป็นคำตอบของสมการ

แผนปรับปรุงโปรแกรมการสอนแผนที่ 3.2

แผนการสอนที่ 2

คาบที่ 2

เรื่อง คำตอบของสมการและอสมการ



ตัวอย่าง จงตรวจว่าจำนวนใน [] เป็นคำตอบของอสมการที่กำหนดหรือไม่

$$\frac{m+3}{2} > 10 \quad [\text{จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 17}]$$

แนวคิด ถ้า แทน m ใน $\frac{m+3}{2}$ ด้วย 17 จะได้ $\frac{17+3}{2} = 10$ จริง

และถ้าแทน m ใน $m+3$ ด้วยจำนวนที่มากกว่า 17 จะได้ผลลัพธ์มากกว่า 20
ฉะนั้นถ้าแทน m ด้วยจำนวนที่มากกว่า 17 แล้ว ... (ได้อสมการที่เป็นจริง)

$$\frac{m+3}{2} > 10 \quad [\text{จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 17}]$$

เช่น แทนค่า m ด้วย 19 จะได้

$$\begin{aligned} \frac{19+3}{2} &> 10 \\ \frac{22}{2} &> 10 \\ 11 &> 10 \end{aligned}$$

ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 19 เป็นคำตอบของอสมการ



จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 17 เป็นคำตอบของอสมการ

แบบฝึกชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม. 2/... เลขที่

คำสั่ง. จงตรวจสอบว่า จำนวนที่อยู่ในวงเล็บ [] เป็นคำตอบของสมการ หรือ อสมการ ที่กำหนดให้หรือไม่ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจ (5 นาที)

สมการ/อสมการ	เป็น	ไม่เป็น
1. $z-3 = 7$ [10]	1. $10-3 = 7$ จริง	1. —
2. $h-5 < 9$ [-7]	2.	2.
3. $7-k = 2$ [0]	3.	3.
4. $\frac{a}{3} > 9$ [27]	4.	4.
5. $\frac{x}{-30} = 6$ [180]	5.	5.
6. $\frac{2x}{3} \neq 1$ [-1]	6.	6.
7. $m^2 = 4$ [-2]	7.	7.
8. $x^2 = 1$ [1]	8.	8.



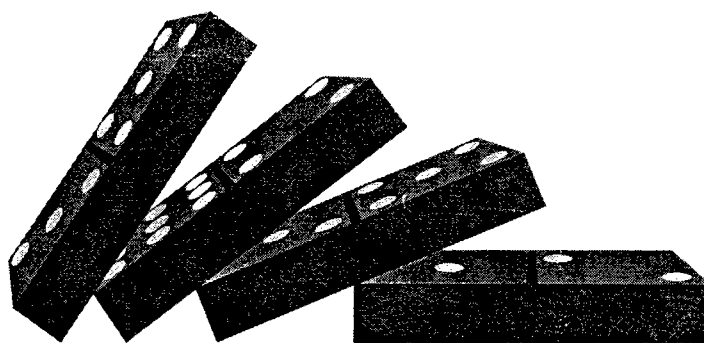
แบบฝึกชุดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2 /... เลขที่



คำสั่ง. ให้นักเรียนคำตอบของสมการและอสมการต่อไปนี้

สมการ/อสมการ	คำตอบ	สมการ/อสมการ	คำตอบ
1. $a + 3 = 2$	1.....	8. $m + 3 = m$	8.
2. $2b = 15$	2.	9. $\frac{m}{2} > 16$	9.
3. $a - \frac{1}{7} = 0$	3.	10. $5m < 10$	10.
4. $x^2 = 100$	4.	11. $m + 25 < 31$	11.
5. $5a = -1$	5.	12. $m + 10 \neq 5$	12.
6. $4a = -4$	6.	13. $m - 7 > 2$	13.
7. $2a = 0$	7.	14. $4m \neq 12$	14.



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มควบคุม)

ขั้นนำ

(เหมือนกลุ่มทดลอง)

ขั้นสอน

1. ครูถามนักเรียนว่าประโยคสัญลักษณ์ $y + 2 = -3$ เป็นจริงหรือเป็นเท็จ... นั่นคือขึ้นอยู่กับค่า y ถ้าแทน y ด้วย -5 แล้วได้ $-5 + 2 = -3$ เป็นสมการที่เป็นจริง แต่ถ้าแทน y ด้วยจำนวนอื่นๆที่ไม่ใช่ -5 แล้วจะได้สมการที่เป็นเท็จ ดังนั้น -5 เป็นอะไรของสมการ $y + 2 = -3$ (เรียก -5 ว่า เป็นคำตอบของ $y + 2 = -3$)

2. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 3.1 “คำตอบของสมการ” แล้วให้นักทดลองสมุด

3. ครูให้นักเรียนพิจารณา

3.1 สมการ $m^2 = 16$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

4 เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ เพราะเหตุใด

(เป็น เพราะเมื่อแทน m ด้วย 4 แล้วได้สมการ $4^2 = 16$ ซึ่งเป็นจริง)

-4 เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ เพราะเหตุใด

(เป็น เพราะเมื่อแทน m ด้วย -4 แล้วได้สมการ $(-4)^2 = 16$ ซึ่งเป็นจริง)

3.2 สมการ $m - 5 = m$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

$-1, 4, \frac{1}{2}$ เป็นคำตอบของสมการหรือไม่

(ไม่เป็น เพราะแทนค่าในสมการแล้วได้สมการที่เป็นเท็จ)

จำนวนใดบ้างเป็นคำตอบของสมการ

(ไม่มี เพราะไม่มีจำนวนใดแทน m ในสมการ แล้วได้สมการที่เป็นจริง)

3.3 ให้นักเรียนพิจารณาสมการ $m + 1 = 1 + m$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

มีจำนวนใดบ้างที่แทนตัวแปรแล้วได้สมการที่เป็นเท็จ (ไม่มี)

มีจำนวนใดบ้างที่แทนตัวแปรแล้วได้สมการที่เป็นจริง (จำนวนทุกจำนวน)

3.4 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปรูปแบบสมการจำแนกลักษณะตามจำนวนคำตอบว่ามีลักษณะ (3 ลักษณะ) คือ

1. สมการที่มีบางจำนวนเป็นคำตอบ
2. สมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ
3. สมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ

4. ให้นักเรียนพิจารณาสมการ $m + 1 > 10$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 4.1 แทน m ด้วย 1 แล้วเขียนอสมการที่ได้ ($2 > 10$)
- 4.2 อสมการที่ได้ในข้อ (4.1) เป็นจริงหรือเป็นเท็จ (เป็นเท็จ)
- 4.3 แทน m ด้วย 9 แล้วเขียนอสมการที่ได้ ($10 > 10$)
- 4.4 อสมการที่ได้ในข้อ (4.3) เป็นจริงหรือเป็นเท็จ (เป็นเท็จ)
- 4.5 จำนวนใดบ้างที่ทำให้สมการเป็นจริง (จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9)
- 4.6 เรียก จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9 ว่าอะไร

เรียก จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9 ว่าเป็นคำตอบของ $m + 1 > 10$

5. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 3.2 “คำตอบของอสมการ”แล้วให้นักเรียนพิจารณาสังเกตรูปแบบคำตอบของอสมการ พร้อมตัวอย่างประกอบ แล้วให้นักเรียนบันทึกลงในสมุด

ขั้นสรุป

1. ครูทบทวนขั้นตอนของการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการจะเป็นหรือไม่เป็นขึ้นอยู่กับการแทนค่าตัวแปร

2. ครูเขียนคำถามฝึกหัดที่ 1 บนกระดานแล้วให้นักเรียนบันทึกลงในสมุดแล้วให้นักเรียนหาคำตอบของสมการและอสมการต่อไปนี้

สมการ/อสมการ	คำตอบ	สมการ/อสมการ	คำตอบ
1. $a + 3 = 2$	1.....	5. $m + 3 = m$	5.
2. $2b = 15$	2.	6. $\frac{m}{2} > 16$	6.
3. $a - \frac{1}{7} = 0$	3.	7. $5m < 10$	7.
4. $x^2 = 100$	4.	8. $m + 25 < 31$	8.

3. ครูให้นักเรียนบันทึกคำถามฝึกหัดที่ 2 ลงในสมุด และพิจารณาข้อมูลแล้วเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

สมการ/อสมการ	กำหนดค่าตัวแปร	ค่าความจริง		เหตุผล	คำตอบ	
		จริง	เท็จ		เป็น	ไม่เป็น
1. $Z-3 = 7$	10			$10-3 = 7$		
2. $m+m+1 = 9$	3					
3. $9-X > 2$	10					
4. $t+10 \neq t$	-10					
5. $\frac{x}{2} > 10$	ทุกจำนวนที่มากกว่า 20					

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. คำถามฝึกหัด
3. แบบฝึกหัดที่ 1.2 ในหนังสือเรียน

การวัดและประเมินผล

เหมือนกลุ่มทดลอง

แผนการสอนที่ 3 บทที่ 1 สมการและอสมการ

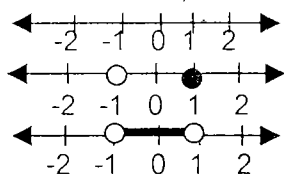
คาบที่ 3

เรื่อง กราฟแสดงคำตอบ

จำนวน 1 คาบ

สาระสำคัญ

กราฟแสดงคำตอบของสมการหรือกราฟแสดงคำตอบของอสมการ สามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนโดยมีข้อตกลงดังนี้



จุดกลมทึบ (●) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดนี้ด้วย

จุดกลมโปร่ง (○) ใช้แสดงว่ากราฟไม่รวมจุดนี้

เส้นทึบ(■) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดเหล่านี้ทั้งหมด

จุดประสงค์การเรียนรู้

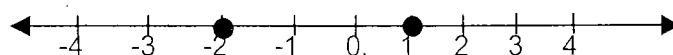
นักเรียนสามารถ...

1. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการหรืออสมการที่กำหนดให้ได้
2. เมื่อมีกราฟคำตอบของสมการหรืออสมการบอกได้ว่า จำนวนใดบ้างเป็นคำตอบของสมการหรืออสมการ

เนื้อหา

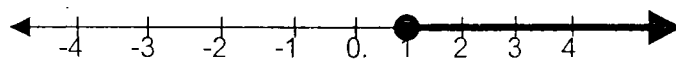
จุดจุดหนึ่งบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนได้เพียงจำนวนเดียว และจำนวนจำนวนหนึ่งจะแทนได้ด้วยจุดเพียงจุดเดียว ดังตัวอย่างต่อไปนี้

(1) .



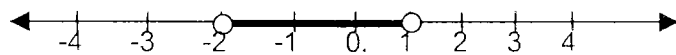
กราฟแสดง จำนวน -2 และ 1

(2)



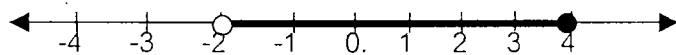
กราฟแสดงจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1

(3)



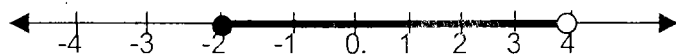
กราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง -2 กับ 1 (ไม่รวม -2 กับ 1)

(4)



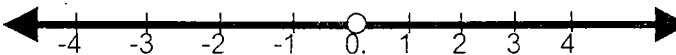
กราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

(5)



กราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -2 แต่น้อยกว่า 4

(6)



กราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนยกเว้น 0

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มควบคุม)

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

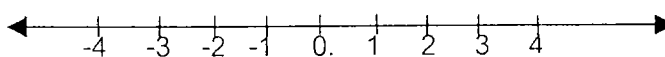
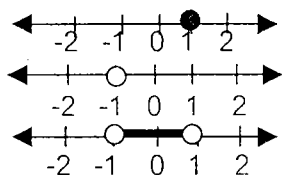
ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูอธิบายข้อตกลงในการใช้สัญลักษณ์แสดงคำตอบของสมการหรือคำตอบของอสมการ บนแผนภาพโดยใช้เส้นจำนวน

ข้อตกลง

ใช้จุดแสดงจำนวนบนเส้นจำนวน

ดังนี้

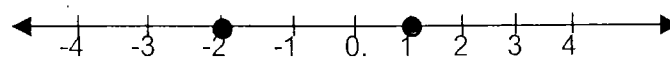


จุดกลมทึบ (●) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดนี้ด้วย

จุดกลมโปร่ง (○) ใช้แสดงว่ากราฟไม่รวมจุดนี้

เส้นทึบ(■) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดเหล่านี้ทั้งหมด

2. ครูใช้เส้นจำนวนในการเขียนกราฟแสดงจำนวนดังนี้



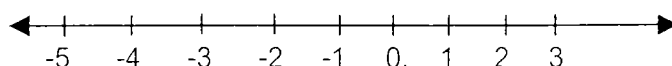
กราฟแสดงจำนวน -2 และ 1 ด้วย จุดกลมทึบ (●)

3. ครูให้นักเรียนหาคำตอบ สมการ $y + 2 = -3$ และ $m^2 = 16$

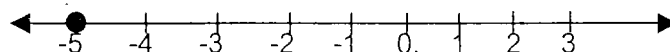
(จากตัวอย่างในคาบเรียนที่ 2) ให้นักเรียนออกมาเขียนบนกระดานแล้วบันทึกลงในสมุด

ถาม → ถ้า $y + 2 = -3$ แล้วคำตอบของสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการ



เฉลย | ตอบ → คำตอบของสมการคือ -5

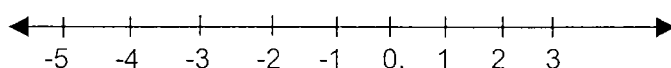


กราฟแสดงคำตอบของสมการ $y + 2 = -3$

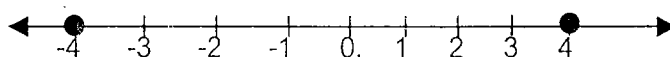
กราฟนี้แสดงจำนวน -5 โดยใช้ จุดกลมทึบ (●)

ถาม → ถ้า $m^2 = 16$ แล้วคำตอบของสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการ



เฉลย ตอบ → คำตอบของสมการคือ -4 หรือ 4



กราฟแสดงคำตอบของสมการ $m^2 = 16$

กราฟนี้แสดง จำนวน -4 หรือ 4 โดยใช้ จุดกลมทึบ (●)

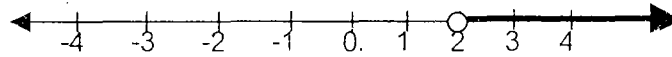
4. ครูอธิบายกราฟที่แสดงคำตอบของสมการว่าแต่ละจุดบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนได้เพียงจำนวนเดียว ในทางกลับกัน จำนวนใดๆหนึ่งจำนวนจะแทนด้วยจุดเพียงจุดเดียว นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่า จะแทนจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2 ด้วยจุดใดบ้างบนเส้นจำนวน (ความหมายของคำว่า จำนวนทุกจำนวน ในที่นี้ หมายถึง จำนวนจริงทุกจำนวน ถึงแม้ว่านักเรียนยังไม่เคยรู้จักจำนวนอตรรกยะมาก่อนก็ตามแต่จะอนุโลมให้ใช้ไปก่อน)

ครูเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการ แล้วให้นักเรียนอ่านคำตอบของสมการและอสมการ

ถาม → ถ้า $m > 2$ แล้วคำตอบของอสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

ตอบ →



[กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m > 2$

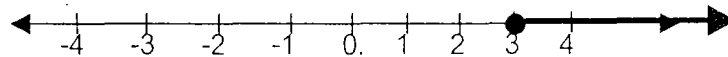
กราฟนี้แสดงจำนวน(จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2)]

ถาม →

ถ้า $m + 2 \geq 5$ แล้วคำตอบของอสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

ตอบ →



[กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m + 2 \geq 5$

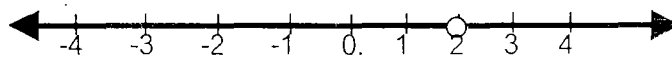
กราฟนี้แสดงจำนวน(จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 3)]

ถาม →

ถ้า $m \neq 2$ แล้วคำตอบของอสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

ตอบ →



[กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m \neq 2$

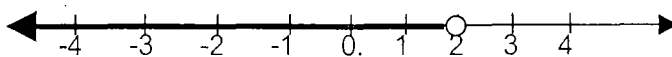
กราฟนี้แสดงจำนวน(จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 2)]

ถาม →

ถ้า $m < 2$ แล้วคำตอบของอสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

ตอบ →



[กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m < 2$

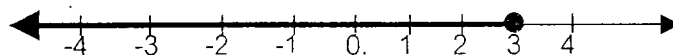
กราฟนี้แสดงจำนวน(จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2)]

ถาม →

ถ้า $m + 2 \leq 5$ แล้วคำตอบของอสมการคือ...

พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของอสมการ

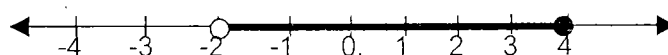
ตอบ →



[กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m + 2 \leq 5$

กราฟนี้แสดงจำนวน(จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3)]

5. ในทำนองเดียวกันครูอธิบายกราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 เขียนแทนด้วยกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



จากกราฟแสดงคำตอบของสมการ กราฟนี้แสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

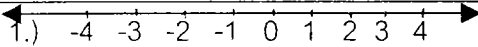
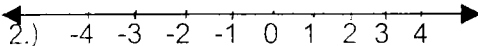
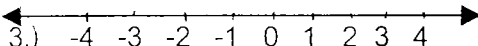
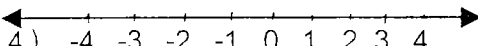
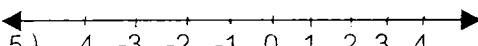
ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการ โดยใช้คำถามฝึกหัดประกอบ

1. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการต่อไปนี้

สมการ/อสมการ	คำตอบ	กราฟแสดงคำตอบ
1. $X+3=6$	1.).....	1.)
2. $2Y+1 \leq 5$	2.).....	2.)
3. $m-5 \neq 2$	3.).....	3.)
4. $\frac{X}{5} \leq 10$	4.).....	4.)
5. $m^2 = 9$	5.).....	5.)

2. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการต่อไปนี้

คำตอบ	กราฟแสดงคำตอบ
1.) จำนวนทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง -2 กับ 4	1.) 
2.) จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2 น้อยกว่า 4	2.) 
3.) จำนวนทุกจำนวนตั้งแต่ -2 ถึง 4	3.) 
4.) จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 1	4.) 
5.) จำนวนทุกจำนวนมากกว่า -2 น้อยกว่า หรือเท่ากับ 4	5.) 

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.3 ในหนังสือ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผนโปร่งใสประกอบการสอน
2. คำถามฝึกหัด
3. แบบฝึกหัดที่ 1.3 ในหนังสือ

การวัดและประเมินผล

เหมือนกลุ่มทดลอง

แผ่นโป่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1
คาบที่ 3

แผนการสอนที่ 3
เรื่อง กราฟแสดงคำตอบ



... จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการหรือ
อสมการที่กำหนดให้ได้
2. เมื่อมีกราฟคำตอบของสมการหรืออสมการ
บอกได้ว่า จำนวนใดบ้างเป็นคำตอบของสมการ
หรืออสมการ

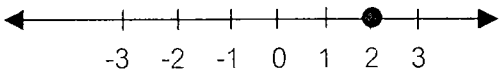
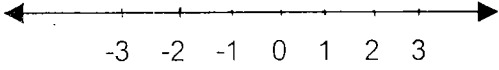
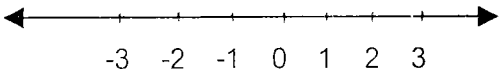
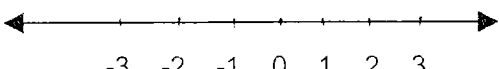
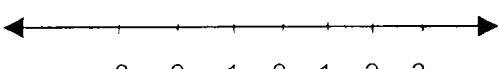
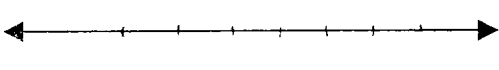
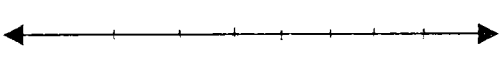
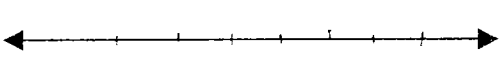


เอกลักษณ์ที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม. 2/... เลขที่.....

คำสั่ง

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการหรือคำตอบของอสมการพร้อมทั้งแสดงคำตอบบน
เส้นจำนวน

สมการ/อสมการ	คำตอบของสมการ / คำตอบของอสมการ	เส้นจำนวนแสดงคำตอบ
1. $X + 8 = 10$	2	
2. $2Y + 1 \leq 5$		
3. $2X + 1 = 4$		
4. $\frac{X}{5} \leq 10$		
5. $\frac{1}{2}X = -1$		
6. $m^2 = 1$		
7. $3X \neq 0$		
8. $m < 3$		

เส้นจำนวนที่แสดงคำตอบของสมการหรืออสมการ เรียกว่า กราฟแสดงคำตอบ

เอกสารฝึกหัดชุดที่ 2

181

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่ ...



คำสั่ง

ให้นักเรียนตรวจสอบกราฟคำตอบของสมการหรือกราฟคำตอบของอสมการด้วยการบอกความหมายของคำตอบสมการและคำตอบของอสมการ

กราฟคำตอบ	ความหมายของคำตอบ
1.)	1.) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ กราฟนี้แสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2
2.)	2.).....
3.)	3.).....
4.)	4.).....
5.)	5.).....
6.)	6.).....



แบบฝึกชุดที่ 1

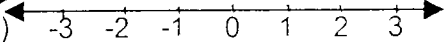
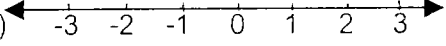
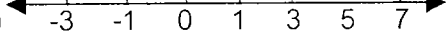
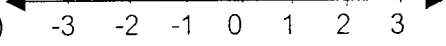
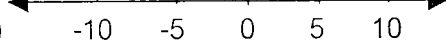
สมการ/อสมการ

1. $x+3=6$
2. $2y+1 \leq 5$
2. $m-5 \neq 2$
3. $\frac{a}{3} \geq 1$
5. $m^2 = 25$

คำตอบ

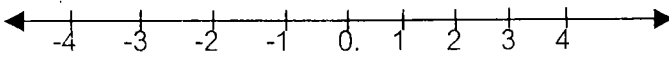
- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....
- 5.....

กราฟแสดงจำนวน

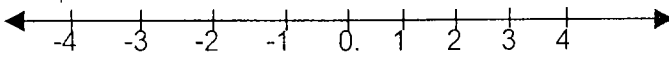
- 1.) 
- 2.) 
- 3.) 
- 4.) 
- 5.) 

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้

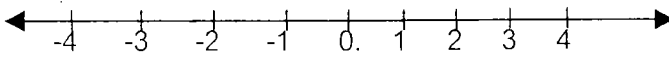
① จำนวนทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง -2 กับ 4



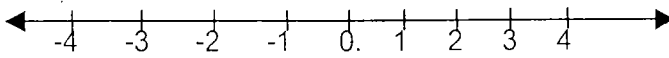
② จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2 น้อยกว่า 4



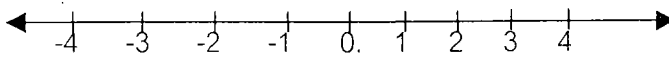
③ จำนวนทุกจำนวนตั้งแต่ -2 ถึง 4



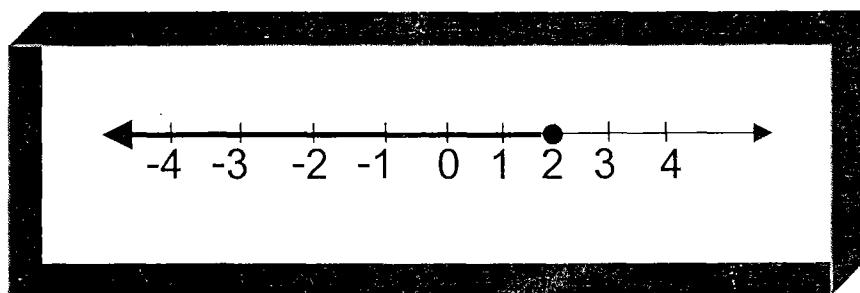
④ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 1



⑤ จำนวนทุกจำนวนมากกว่า -2 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4



ตัวอย่างบัตรงาน หรือ บัตรคำ



$$m + 2 \leq 5$$

จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3

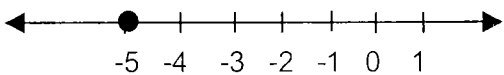
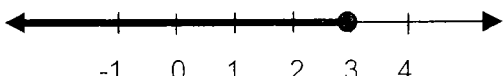
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

ขั้นนำ

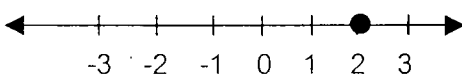
1. ครูทบทวนการหาคำตอบสมการหรือคำตอบของอสมการโดยแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มหนึ่งจะเป็นผู้ตั้งคำถาม อีกกลุ่มจะเป็นผู้ตอบคำถาม แล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในข้อที่ผิดและแก้ไขให้ถูกต้อง
2. ครูฉายแผ่นโปสเตอร์ประกอบการเรียนที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง กราฟแสดงคำตอบประกอบคำชี้แจงของครูผู้สอน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
 คำถาม : คำตอบของสมการ $a + 2 = -3$ คือ...
 คำตอบ : (ตอบ -5)
 คำถาม : คำตอบของสมการ $m + 2 \leq 5$ คือ...
 คำตอบ : (ตอบแบบบรรยาย จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 แล้วใช้เส้นจำนวนประกอบการอธิบาย)
2. ขั้นวางแผน นักเรียนเขียนคำตอบบนเส้นจำนวนได้หรือไม่...
3. ให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ครูให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบแล้วเรียกนักเรียนออกมาเขียนคำตอบบนเส้นจำนวนบนกระดาน จากสมการ $a + 2 = -3$ และอสมการ $m + 2 \leq 5$

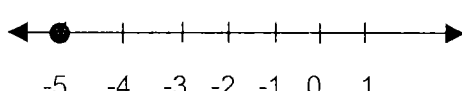
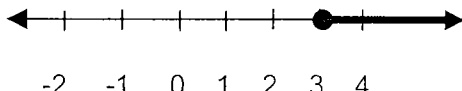
สมการ/อสมการ	คำตอบของสมการ / คำตอบของอสมการ	เส้นจำนวนแสดงคำตอบ
1. $a + 2 = -3$	$a = -5$	
2. $m + 2 \leq 5$	$m \leq 3$	

ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดชุดที่ 1 ประกอบ

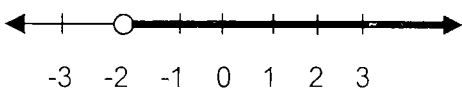
สมการ/อสมการ	คำตอบของสมการ / คำตอบของอสมการ	เส้นจำนวนแสดงคำตอบ
1. $X + 8 = 10$	2	
2.....		
3.....		

เส้นจำนวนที่แสดงคำตอบของสมการหรืออสมการ เรียกว่า กราฟแสดงคำตอบ

4. ให้นักเรียนตรวจสอบกราฟแสดงคำตอบด้วยการบอกความหมายของกราฟคำตอบของสมการ $a + 2 = -3$ และกราฟคำตอบของอสมการ $m + 2 \leq 5$ โดยการออกมาเขียนบนกระดาน

กราฟคำตอบ	ความหมายของคำตอบ
1.) 	1.) (กราฟแสดงคำตอบของสมการ $a + 2 = -3$ กราฟนี้แสดงจำนวน -5)
2.) 	2.) (กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $m + 2 \leq 5$ กราฟนี้แสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3)

ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดชุดที่ 2 ประกอบ

กราฟคำตอบ	ความหมายของคำตอบ
1.) 	3.) กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $X > -2$ กราฟนี้แสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -2
2.)	2.)

5. ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 1 ให้นักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย พร้อมทั้งแก้ไขข้อที่ผิดให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูใช้การถามตอบ สุ่มนักเรียนตอบคำถามบนกระดานดำ และจากบัตรงาน / บัตรคำของโจทย์กราฟคำตอบ $\longleftrightarrow$ สมการ/อสมการ สลับกัน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องของการเขียนและการอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและกราฟคำตอบของอสมการอย่างถูกต้อง

สื่อการเรียนรู้และการสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. เอกสารแบบฝึก
3. แบบฝึก
4. บัตรงาน/บัตรคำ

การวัดและประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- การตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

2. ตรวจผลงาน

- งานที่ทำเป็นกลุ่มและรายบุคคล
- จากแบบฝึกหรือเอกสารฝึกหัด

แผนการสอนที่ 4 บทที่ 1 สมการและอสมการ

คาบที่ 4-5

เรื่อง สมบัติการเท่ากัน

จำนวน 2 คาบ

สาระสำคัญ

การแก้สมการจำเป็นต้องใช้สมบัติพื้นฐานในการแก้สมการ คือ สมบัติการเท่ากัน ซึ่งในที่นี้ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและการคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม สมบัติการสลับที่ และ สมบัติการแจกแจง

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. นักเรียนหาคำตอบของสมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้อย่างถูกต้อง
2. แก้สมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว
3. แสดงวิธีตรวจคำตอบของสมการได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

เนื้อหา

สมบัติการเท่ากัน ในที่นี้จะกล่าวถึงสมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

1. สมบัติสมมาตร

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

ตัวอย่าง สมบัติสมมาตร . ให้ $a = b$ ดังนั้น $b = a$

1. ให้ $a = -5$ ดังนั้น $-5 = a$
2. ให้ $a + b = 4$ ดังนั้น $4 = a + b$
3. ให้ $\frac{1}{2}a = 5$ ดังนั้น $5 = \frac{1}{2}a$
4. ให้ $X + Y = a + b$ ดังนั้น $a + b = X + Y$
5. ให้ $\frac{a}{4} = \frac{3}{4}$ ดังนั้น $\frac{3}{4} = \frac{a}{4}$

2. สมบัติถ่ายทอด

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

ตัวอย่าง สมบัติถ่ายทอด

ให้ $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

1. ให้ $a + b = 4$ และ $a + b = X$ แล้ว $X = 4$
2. ให้ $5 = 10a$ และ $10a = \frac{50}{10}$ แล้ว $5 = \frac{50}{10}$
3. ให้ $2(x-1) = 4$ และ $4 = 2x-2$ แล้ว $2(x-1) = 2x-2$
4. ให้ $\frac{1}{2} = a+1$ และ $a+1 = \frac{2}{4}$ แล้ว $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$
5. ให้ $b = 5a - 2a$ และ $5a - 2a = 3a$ แล้ว $3a = b$

3. สมบัติการบวก ซึ่งกล่าวว่า

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a, b , และ c แทนจำนวนจริง ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

สมบัติการบวกในรูปของการลบ

ให้ a, b และ c แทนจำนวนจริง ถ้า $a = b$ แล้ว $a + (-c) = b + (-c)$ หรือ $a - c = b - c$

ตัวอย่าง

1. ถ้า $2X+1 = 5$ แล้ว $2X+1-1 = 5-1$
2. ถ้า $XY - 1 = 5$ แล้ว $XY - 1 + 1 = 5 + 1$
3. ถ้า $\frac{1}{2} + ab = 8$ แล้ว $\frac{1}{2} + ab - \frac{1}{2} = 8 - \frac{1}{2}$

4. สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\text{ให้ } a, b, \text{ และ } c \text{ แทนจำนวนจริง ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a \times c = b \times c$$

สมบัติการคูณในรูปการหาร

ให้ a, b , และ c แทนจำนวนจริง เมื่อ $c \neq 0$ จะมี $\frac{1}{c}$ ซึ่งถ้า $a = b$ แล้ว

$$a\left(\frac{1}{c}\right) = b\left(\frac{1}{c}\right) \text{ หรือ } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

ตัวอย่าง

1. ถ้า $3(m-5) = 3(11)$ แล้ว $m-5 = 11$
2. ถ้า $a=b$ แล้ว $(-4)a = (-4)b$
3. ถ้า $\frac{3}{5} = \frac{a-4}{5}$ แล้ว $3 = a-4$

5. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

$$\text{ถ้า } a, b, \text{ และ } c \text{ แทนจำนวนจริง แล้ว } (a+b)+c = a+(b+c)$$

ตัวอย่าง

$$\blacksquare (3X+2)+1 = 3X+(2+1) \text{ เมื่อ } X \text{ แทนจำนวนจริง}$$

6. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

$$\text{ถ้า } a, b, \text{ และ } c \text{ แทนจำนวนจริง แล้ว } (ab)c = a(bc)$$

ตัวอย่าง $\blacksquare (2X)Y = 2(XY)$ เมื่อ X, Y แทนจำนวนจริงใดๆ

7. สมบัติการสลับที่ของการบวก

ถ้า a , และ b แทนจำนวนจริง แล้ว $a + b = b + a$

ตัวอย่าง

1. $5+3 = 3+5$
2. $2a+7 = 7+2a$ เมื่อ a แทนจำนวนจริงใดๆ

8. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ถ้า a , และ b แทนจำนวนจริง แล้ว $ab = ba$

ตัวอย่าง

1. $\left(\frac{1}{2}\right)a = a\left(\frac{1}{2}\right)$ เมื่อ a แทนจำนวนจริงใดๆ
2. $5 \times 7 = 7 \times 5$

9. สมบัติการแจกแจง

ถ้า a , b , และ c แทนจำนวนจริง แล้ว $a(b+c) = ab+ac$

ตัวอย่าง

1. $3(a-2) = [(3 \times a) - (3 \times 2)]$ เมื่อ a แทนจำนวนจริงใดๆ
2. $\frac{1}{2}\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}m + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$ เมื่อ m แทนจำนวนจริงใดๆ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

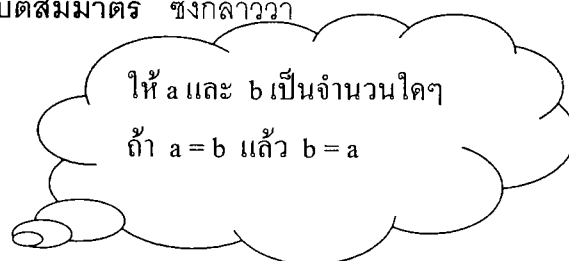
ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเป็น สองกลุ่ม กลุ่มหนึ่งเป็นผู้ตั้งโจทย์สมการ และสมการอย่างละ 2 ข้อ อีกกลุ่มเป็นผู้หาคำตอบของสมการหรือคำตอบของสมการ โดยมีครูเป็นผู้ตัดสิน
2. ครูฉายแผ่นโป่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง สมบัติการเท่ากัน ประกอบคำชี้แจงของครูผู้สอน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียนด้วยการเขียนข้อความบนกระดาน
 คำถาม : ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้วจะเขียนเป็น $5 = 2 + 3$ มีความหมายเหมือนกันหรือไม่...
 คำตอบ : ... (เหมือนกัน)
 คำถาม : ถ้า $8 = 5 + 3$ แล้วจะเขียนเป็น $5 + 3 = 8$ มีความหมายเหมือนกันหรือไม่...
 คำตอบ : ... (เหมือนกัน)
 คำถาม : ถ้า $a = b$ แล้วจะเขียนเป็น $b = a$ มีความหมายเหมือนกันหรือไม่...
 คำตอบ : ... (เหมือนกัน)
 ดังนั้นเราเรียกสมบัติของการเท่ากันนี้ว่า **สมบัติสมมาตร**
 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

① สมบัติสมมาตร ซึ่งกล่าวว่า



ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

2. ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียนด้วยการเขียนข้อความบนกระดาน
 คำถาม : ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้วจะเขียน 5 ให้อยู่ในรูปของผลบวกอื่นๆได้อีกหรือไม่...
 คำตอบ : ... (ได้ เช่น $5 = 4 + 1$, $6 - 1$, $8 - 3$ ฯลฯ)
 ครูถามต่อว่า ถ้า $2 + 3 = 5$ และ $5 = 4 + 1$ แล้วจะสรุปว่า $2 + 3 = 4 + 1$ ได้หรือไม่...เพราะอะไร...

คำตอบ : ... (ได้ เพราะต่างก็เท่ากับสิ่งเดียวกันคือ 5)

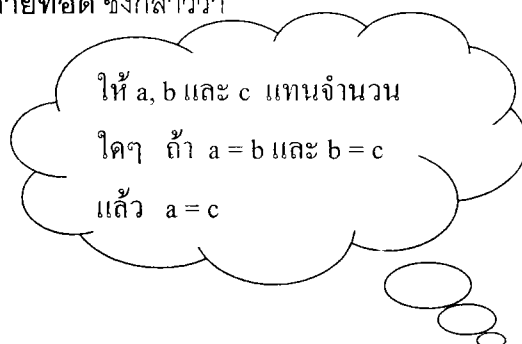
ครูตั้งคำถามต่อ

คำถาม : ครูให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้วจะสรุปได้หรือไม่ว่า $a = c$...

คำตอบ : ... (ได้)

ดังนั้น ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ ได้เป็นสมบัติของการเท่ากันอีกข้อหนึ่งเรียกว่า
สมบัติการถ่ายทอด

② สมบัติถ่ายทอด ซึ่งกล่าวว่า



จากข้อสรุปถ้าให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้า $a = b$ และ $c = b$ จะสรุปได้หรือไม่ว่า $a = c$
เพราะเหตุใด

คำตอบ : ... (ได้ เพราะว่า ถ้า $a = b$ และ $c = b$ โดยสมบัติสมมาตร จะได้ว่า

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ ดังนั้น โดยสมบัติถ่ายทอดจะได้ว่า $a = c$)

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

3. ครูตั้งคำถาม ถ้ามักเรียนด้วยการเขียนข้อความบนกระดาน

คำถาม : $2 \times 3 = 6$ เป็นจริง $(2 \times 3) + (-5) = 6 + (-5)$ เป็นจริงหรือไม่

คำตอบ : ... (เป็นจริง)

คำถาม : ถ้า $a = 5$ เป็นจริง $a + 3 = 5 + 3$ จะเป็นจริงหรือไม่

คำตอบ : ... (เป็นจริง)

คำถาม : ถ้า $X + 5 = 10$ เป็นจริง $(X + 5) + (-5) = 10 + (-5)$ จะเป็นจริงหรือไม่

คำตอบ : ... (เป็นจริง)

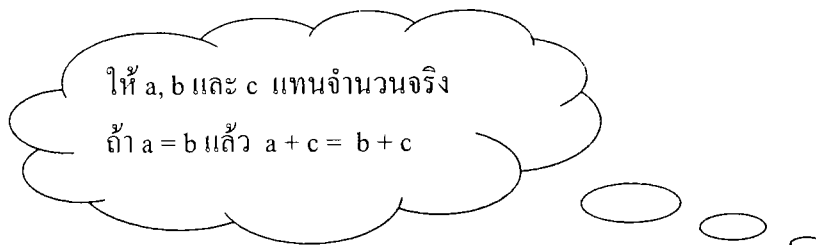
คำถาม : ถ้า $a = b$ เป็นจริง และ c เป็นจำนวนจริง $a + c = b + c$ จะเป็นจริงหรือไม่

คำตอบ : ... (เป็นจริง)

คำตอบแต่ละข้อข้างต้น สรุปเป็นสมบัติของการเท่ากันอีกข้อหนึ่งเรียกว่า
สมบัติการบวก ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

“ ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน ”

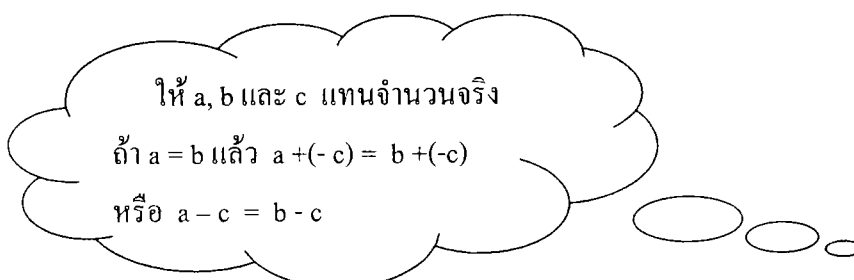
๓ สมบัติการบวก ซึ่งกล่าวว่า



นักเรียนคิดว่า ถ้า $a = b$ แล้ว $c + a = c + b$ หรือไม่

ในการทำงานเดียวกันครูอธิบายว่าจำนวนที่นำมาบวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบก็ได้ ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบจะมีความหมายเหมือนกับจำนวนบวกมาลบทั้งสองข้างของสมการ

สมบัติการบวกในรูปการลบ ซึ่งกล่าวว่า



ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

4. ครูตั้งคำถาม ถามนักเรียนด้วยการเขียนข้อความบนกระดาน

คำถาม : ถ้า $a = 2$ แล้ว $2a = \dots$

คำตอบ : $\dots (2 \times 2 \text{ หรือ } 4)$

คำถาม : ถ้า $a = 2$ แล้ว $\dots = 2 \times 2$

คำตอบ : $\dots (2a)$

คำถาม : ถ้า $2a = 4$ แล้ว $\frac{1}{2} \times 2a = \dots$

คำตอบ : $\dots (\frac{1}{2} \times 4)$

คำถาม : ถ้า $8 = \frac{a}{3}$ แล้ว $8 \times 3 = \dots$

คำตอบ : ... (a)

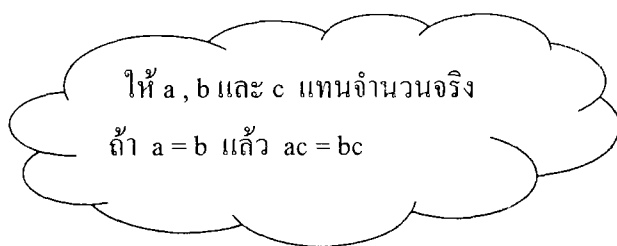
คำถาม : ถ้า $c = \frac{a}{b}$ และ $b \neq 0$ ดังนั้น $bc = \dots$

คำตอบ : ... (a)

คำตอบแต่ละข้อข้างต้น สรุปเป็นสมบัติของการเท่ากันอีกข้อหนึ่งเรียกว่า สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า

“ ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน ”

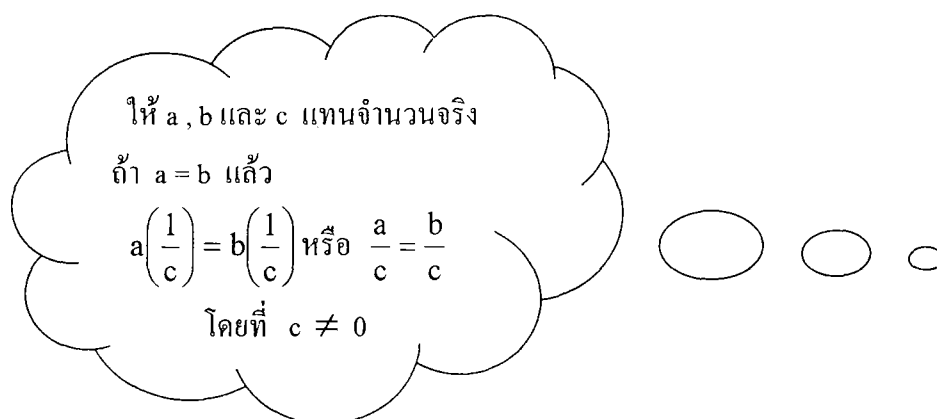
④ สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า



นักเรียนคิดว่า ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ ได้หรือไม่...

ในการทำงานเดียวกันครูอธิบายว่าจำนวนที่นำมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วนก็ได้ ในกรณีที่คูณด้วยเศษส่วนตัวส่วนจะเป็นศูนย์ไม่ได้ นั่นคือ เราสามารถนำจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์หารทั้งสองข้างของสมการ แล้วผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน

สมบัติการคูณในรูปของการหาร ซึ่งกล่าวว่า



ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

ขั้นสรุป

ครูใช้การถาม-ตอบ และสุ่มนักเรียนตอบคำถามบนกระดาน ประกอบการฉายแผ่นโปรงใสในการสรุปสมบัติการเท่ากันอันเป็นสมบัติพื้นฐานในการแก้สมการ แล้วแจกแบบฝึกชุดที่ 5 ให้นักเรียนทำเพื่อตรวจสอบความรู้และความเข้าใจในการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ได้ถูกต้องและเหมาะสมเพียงใด

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใสประกอบการสอน
2. แบบฝึก

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึก

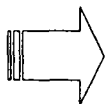
แบบฝึกหัดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

สมบัติสมมาตร

☛ ...คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้จำนวนสองจำนวนเท่ากันโดยใช้สมบัติสมมาตร

1. ให้ $a(b + c) = ab + ac$ ดังนั้น $ab + ac = \dots\dots\dots$
2. ให้ $2a + 2b = 2(a + b)$ ดังนั้น $2(a + b) = \dots\dots\dots$
3. ให้ $3 + 6 = 9$ ดังนั้น $\dots = 3 + 6$.
4. ให้ $5 = x$ ดังนั้น $x = \dots$
5. ให้ $2^3 = 8$ ดังนั้น $\dots = \dots\dots\dots$



สรุปสมบัติการเท่ากัน

สมบัติสมมาตร.....

.....

.....

.....

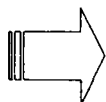
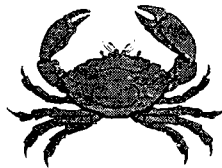
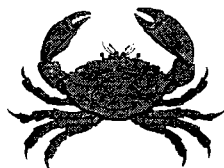
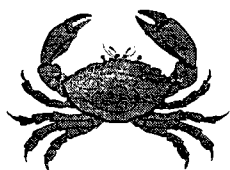
แบบฝึกชุดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

สมบัติถ่ายทอด

☛ ...คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้จำนวนสองจำนวนเท่ากันโดยใช้สมบัติถ่ายทอด

1. ให้ $m = n$ และ $n = 1$ ดังนั้น $m = \dots\dots\dots$
2. ให้ $a = 2b$ และ $2b = 4$ ดังนั้น $a = \dots\dots\dots$
3. ให้ $3 + 6 = 9$ และ $9 = 3^2$ ดังนั้น $3 + 6 = \dots\dots\dots$
4. ให้ $5 = x$ และ $x = \sqrt{25}$ ดังนั้น $5 = \dots\dots\dots$
5. ให้ $a^3 = 8$ และ $8 = 2^3$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$



สรุปสมบัติการเท่ากัน

สมบัติถ่ายทอด.....

แบบฝึกชุดที่ 3

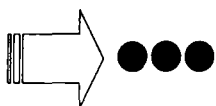
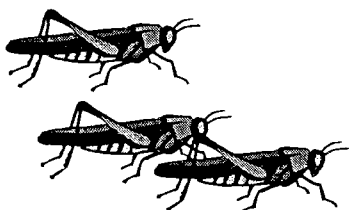
ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

สมบัติการบวก

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้จำนวนสองจำนวนเท่ากันโดย

☐ ใช้สมบัติการบวก

- กำหนดให้ $2+2=4$ ดังนั้น $2+2+5 = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $a-2 = 5$ ดังนั้น $a-2 +2 = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $11 = a + 1$ ดังนั้น $11 + (-1) = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $a = 5$ ดังนั้น $a + 2 = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $a + (-4) = 5$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = 5+4$.



สรุปสมบัติการเท่ากัน

สมบัติการบวก.....

.....

.....

.....

แบบฝึกชุดที่ 4

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

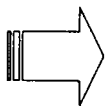
สมบัติการคูณ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้จำนวนสองจำนวนเท่ากันโดย



ใช้สมบัติการคูณ

1. กำหนดให้ $X+2 = 9$ ดังนั้น $3(X+2) = \dots\dots\dots$
2. กำหนดให้ $4X+2 = 8$ ดังนั้น $(2X+1) = \dots\dots\dots$
3. กำหนดให้ $\frac{2}{3}(X-2) = 4$ ดังนั้น $(X+2) = \dots\dots\dots$
4. กำหนดให้ $\frac{2X}{5} = \frac{7}{10}$ ดังนั้น $2X = \dots\dots\dots$
5. กำหนดให้ $2 = 9X-18$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = X - 2$



สรุปสมบัติการเท่ากัน

สมบัติการคูณ.....

.....

.....

.....

แบบฝึกชุดที่ 5

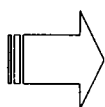
ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

สมบัติการเท่ากัน

★ คำถาม นักเรียนจะนำสมบัติการเท่ากันใดบ้างมาเขียนสมการใหม่ในรูป

 $X = 3$ จากสมการ

$$5 = X + 2$$

ขั้นแรก นำ (-2) มาบวกกับจำนวนที่เท่ากันคือ 5 กับ $x+2$ ได้ว่า $5 + (-2) = (X + 2) + (-2) \dots$ ใช้สมบัติใด.....ขั้นที่สอง จะได้ $5 + (-2) = X + \{2 + (-2)\} \dots$ ใช้สมบัติใด.....ได้ $3 = X \dots$ ใช้สมบัติใด..... $X = 3 \dots \dots$ ใช้สมบัติใด.....

สรุปสมบัติการเท่ากันมีกี่แบบ อะไรบ้าง

.....

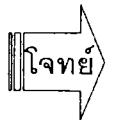
.....

.....

.....



ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....



จากสมการ $\frac{2a}{3} + 5 = 9$ จงพิจารณาว่าผลสรุปแต่ละข้อต่อไปนี้ใช้สมบัติอะไรบ้าง

- ❶ เมื่อนำ (-5) มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้ (ใช้สมบัติใด.....)

$$\frac{2a}{3} + 5 + (-5) = 9 + (-5)$$

- ❷ $\frac{2a}{3} = 4$ (ใช้สมบัติใด.....)

- ❸ เมื่อนำ (3) มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ (ใช้สมบัติใด.....)

$$\frac{2a}{3} \times 3 = 4 \times 3$$

- ❹ $2a = 12$ (ใช้สมบัติใด.....)

- ❺ เมื่อนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ (ใช้สมบัติใด.....)

$$\frac{1}{2} \times 2a = 12 \times \frac{1}{2}$$

- ❻ $a = 6$ (ใช้สมบัติใด.....)

จาก ข้อ ❶-❻ เป็นขั้นตอนของการแก้สมการ $\frac{2a}{3} + 5 = 9$

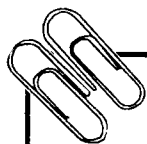
โดยใช้สมบัติเท่ากัน นักเรียนตรวจสอบได้หรือไม่ว่า 6 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2a}{3} + 5 = 9$ ได้

ตรวจสอบ โดยการแทน X ด้วย 6 ในสมการ $\frac{2a}{3} + 5 = 9$

จะได้ $\frac{2 \times 6}{3} + 5 = 9$ เป็นจริง ใช่หรือไม่.....

แผ่นโป่งใส่ประกอบการสอนแผ่นที่ 1
คาบที่ 4-5

แผนการสอนที่ 4
เรื่อง การแก้สมการ (สมบัติการเท่ากัน)



☞ ... จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. นักเรียนหาคำตอบของสมการได้โดยใช้สมบัติการเท่ากันได้อย่างถูกต้อง
2. แก้สมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว
3. แสดงวิธีหาคำตอบของสมการได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 2

แผนการสอนที่ 4

คาบที่ 4-5

เรื่อง การแก้สมการ (สมบัติการเท่ากัน)



การแก้สมการจำเป็นต้องใช้สมบัติพื้นฐานในการแก้สมการ คือ **สมบัติการเท่ากัน** ซึ่งในที่นี้ได้แก่สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด และสมบัติการบวกและการคูณ ดังนี้

1. **สมบัติสมมาตร** ซึ่งกล่าวว่า

ให้ a และ b แทนจำนวนจริง ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

2 **สมบัติถ่ายทอด** ซึ่งกล่าวว่า

ให้ a , b , และ c แทนจำนวนจริง ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว $a = c$

3. **สมบัติการบวก** ซึ่งกล่าวว่า

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาบวก แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a , b , และ c แทนจำนวนจริง ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

 **สมบัติการบวกในรูปของการลบ**

ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริง

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + (-c) = b + (-c)$ หรือ $a - c = b - c$

4. สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาคูณ แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a , b , และ c แทนจำนวนจริง

ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$

✎ สมบัติการคูณในรูปการหาร

ให้ a , b , และ c แทนจำนวนจริง เมื่อ $c \neq 0$ จะมี $\frac{1}{c}$

ซึ่งถ้า $a = b$ แล้ว $a\left(\frac{1}{c}\right) = b\left(\frac{1}{c}\right)$ หรือ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

5. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

ให้ a , b , และ c แทนจำนวนจริง

ถ้า $(a + b) + c$ แล้ว $a + (b + c)$

6. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

ถ้า a , b , และ c แทนจำนวนจริง แล้ว $(ab)c = a(bc)$

7. สมบัติการสลับที่ของการบวก

ถ้า a , และ b แทนจำนวนจริง แล้ว $a + b = b + a$

8. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ถ้า a , และ b แทนจำนวนจริง แล้ว $ab = ba$

9. สมบัติการแจกแจง

ถ้า a , b และ c แทนจำนวนจริง แล้ว $a(b + c) = ab + ac$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มควบคุม)

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน

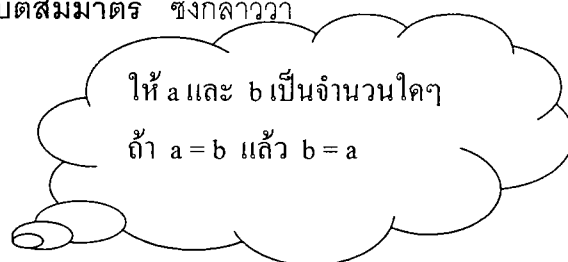
1. ครูทบทวนการหาคำตอบของสมการ โดยกำหนดค่าให้แทนในสมการ คำตอบที่ได้จะเป็นจริงหรือไม่ ครูอธิบายการแก้สมการนั้นนักเรียนต้องอาศัยสมบัติพื้นฐานคือใช้สมบัติการเท่ากัน ซึ่งในที่นี้ได้แก่สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด และสมบัติการบวกและการคูณ

2. ครูให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ โดยครูเขียนโจทย์แต่ละข้อบนกระดาน แล้วให้นักเรียนออกมาเติมคำตอบดังนี้

ตัวอย่าง	$a = b$	ดังนั้น	$b = a$
1.	$X = 8$	ดังนั้น	$8 = \dots\dots\dots$
2.	$a + b = c$	ดังนั้น	$c = \dots\dots\dots$
3.	$5 = 3X$	ดังนั้น	$3X = \dots\dots\dots$
4.	$X - 1 = 2X + 3$	ดังนั้น	$2X + 3 = \dots\dots\dots$

3. ครูให้นักเรียนเห็นว่าเรามีวิธีเขียนแสดงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนได้ ทั้งนี้เพราะการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนมี

❶ สมบัติสมมาตร ซึ่งกล่าวว่า

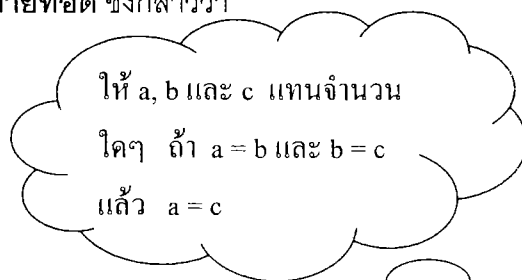


4. ให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์โดยครูเขียนโจทย์แต่ละข้อบนกระดาน แล้วให้นักเรียนออกมาเติมคำตอบดังนี้

- หนุมมีอายุเท่ากับแมว และแมวมีอายุ 10 ขวบ ดังนั้นหนุมอายุ ขวบ
- ถ้า $a = b$ และ $b = 3$ ดังนั้น $a = \dots\dots\dots$
- ถ้า $a + b = X$ และ $X = 1$ ดังนั้น $a + b = \dots\dots\dots$
- ถ้า $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6}$ และ $\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ ดังนั้น $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$
- ถ้า $A = l \times w$ และ $l \times w = k$ ดังนั้น $A = \dots\dots\dots$

คำตอบในแต่ละข้อข้างบนนี้ เป็นผลที่ได้จาก ...

๒ สมบัติถ่ายทอด ซึ่งกล่าวว่า



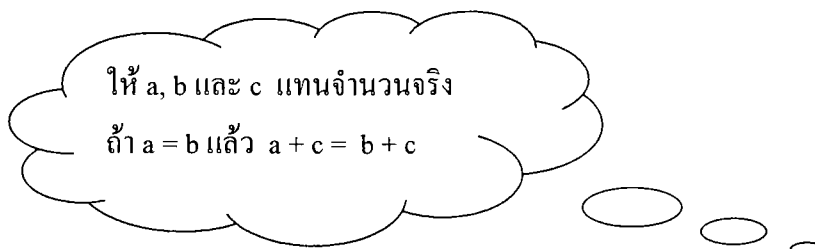
5. ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้า $a = b$ และ $c = b$ จะสรุปได้หรือไม่ว่า $a = c$ เพราะเหตุใด...(ได้ เพราะว่า ถ้า $a = b$ และ $c = b$ โดยสมบัติสมมาตรจะได้ว่า $a = b$ และ $c = b$ ดังนั้น โดยสมบัติถ่ายทอดจะได้ว่า $a = c$)

6.. ครูเขียนโจทย์บนกระดานแล้วสุ่มนักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $2 \times 3 = 6$ เป็นจริง แล้ว $(2 \times 3) + (-5) = 6 + (-5)$ เป็นจริง ใช่หรือไม่ ...
2. ถ้า $a = 5$ เป็นจริง แล้ว $a + 3 = 5 + 3$ เป็นจริง ใช่หรือไม่ ...
3. ถ้า $x + 5 = 10$ เป็นจริง แล้ว $x + 5 - 5 = 10 - 5$ จะเป็นจริงหรือไม่ ...
4. ถ้า $a = b$ เป็นจริง และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $a + c = b + c$ จะเป็นจริงหรือไม่ ...

7. ครูชี้ให้เห็นคำตอบในแต่ละข้อ สามารถสรุปได้จาก **สมบัติการบวก** แล้วทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งกล่าวว่า “ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

๓ สมบัติการบวก ซึ่งกล่าวว่า

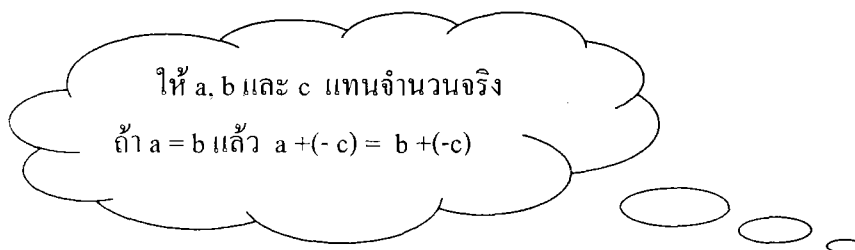


นักเรียนคิดว่า ถ้า $a = b$ แล้ว $c + a = c + b$ หรือไม่.....(เท่ากัน)

ครูยกตัวอย่างประกอบ ถ้า $5 = 3 + 2$ แล้ว $(-1) + 5 = (-1) + (3 + 2)$

และครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าจำนวนที่นำมาบวกกันแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบได้หรือไม่...(ได้) ดังนั้นบวกด้วยจำนวนลบ มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนลบมาบวกทั้งสองข้างของสมการ

สมบัติการบวกในการลบ ซึ่งกล่าวว่า



8. ครูให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ ครูอ่านโจทย์แต่ละข้อและให้นักเรียนตอบแล้วครูเขียนประโยคที่สมบูรณ์บนกระดาน

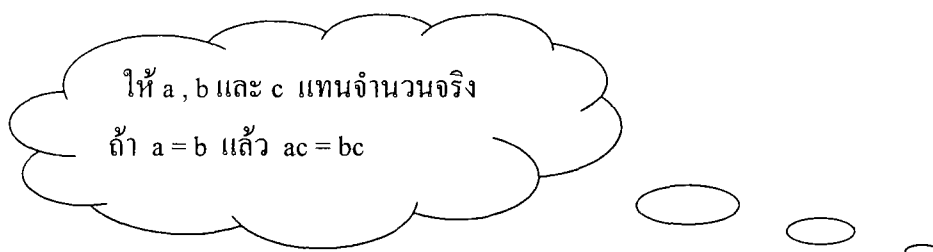
1. ถ้า $m = n$ ดังนั้น $2m = \dots\dots\dots$
2. ถ้า $x = y$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = 3y$
3. ถ้า $a = b$ ดังนั้น $\frac{2}{3}a = \dots\dots\dots$
4. ถ้า $c = \frac{a}{b}$ และ $b \neq 0$ ดังนั้น $bc = \dots\dots\dots$

9. นักเรียนเติมข้อความได้อย่างถูกต้อง โดยอาศัย **สมบัติการคูณ**

ให้ a, b , และ c แทนจำนวนจริง ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$ นักเรียนคิดว่า
ถ้า $a = b$ แล้ว $c \times a = c \times b$ ได้หรือไม่.....

จำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนที่เท่ากันเป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วน
ใช่หรือไม่.....(ใช่) ผลลัพธ์จะเท่ากัน เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

④ สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า

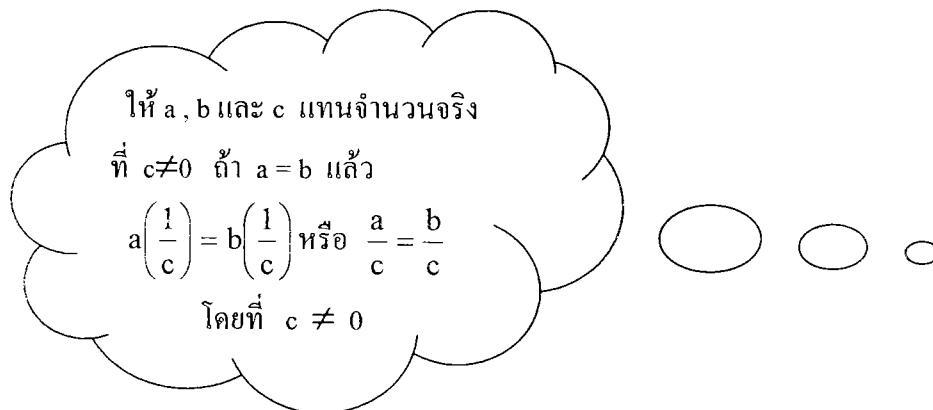


ครูยกตัวอย่างประกอบ เช่น ถ้า $X = Y$ ดังนั้น $\frac{1}{3}X = \frac{1}{3}Y$ หรือ $\frac{X}{3} = \frac{Y}{3}$

และครูถามนักเรียนว่าจำนวนที่นำมาคูณจำนวนที่เท่ากันนั้นเป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วน

ได้หรือไม่...(ได้) ดังนั้นการคูณในการหาร มีความหมายเหมือนกับนำเศษส่วนมาคูณทั้งสองข้างของสมการ

สมบัติการคูณในรูปของการหาร ซึ่งกล่าวว่า



10. ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าสมบัติการคูณสามารถเขียนในรูปของการหารได้ ใช่หรือไม่...
 (ใช่) นั่นคือเราสามารถนำจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์หารทั้งสองข้างของสมการ แล้วผลลัพธ์คงเท่ากัน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติของการเท่ากันโดยครูถามนักเรียนตอบ
2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเป็น ฝ่ายถามพร้อมทั้งคิดคำถามสมบัติละ 1 คำถาม และอีกฝ่ายเป็นผู้ตอบ
3. ตอบคำถามฝึกหัด จากแผนภูมิ ดังนี้
- 4.

► คำสั่ง เติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

✎ เติมโดยใช้สมบัติการบวก

1. กำหนดให้ $2+2=4$ ดังนั้น $2+2+5 = \dots\dots\dots$
2. กำหนดให้ $a-2 = 5$ ดังนั้น $a-2 + 2 = \dots\dots\dots$
3. กำหนดให้ $11 = a + 1$ ดังนั้น $11 - 1 = \dots\dots\dots$
4. กำหนดให้ $a-2 = 5$ ดังนั้น $a-2 + 2 = \dots\dots\dots$
5. กำหนดให้ $a-2 = 5$ ดังนั้น $a-2 + 2 = \dots\dots\dots$

✎ จงเติมโดยใช้สมบัติการคูณ

- กำหนดให้ $X+2 = 9$ ดังนั้น $3(X+2) = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $4X+2 = 8$ ดังนั้น $(2X+1) = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $\frac{2X}{5} = \frac{7}{10}$ ดังนั้น $2X = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $\frac{2}{3}(X-2) = 4$ ดังนั้น $(X+2) = \dots\dots\dots$
- กำหนดให้ $2 = 9X-18$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = X-2$

✎ จงเติมสมบัติที่ใช้ในแต่ละข้อ (ตามลำดับที่ใช้)

- ถ้า $a+b = m+n$ และ $m+n = 8$ ดังนั้น $a+b = 8$
เป็นไปตามสมบัติ.....
 - ถ้า $a = 2b$ และ $4 = 2b$ ดังนั้น $a = 4$
เป็นไปตามสมบัติ.....และ.....
 - ถ้า $X = 2a$ และ $2a = 8$ ดังนั้น $x = 8$
เป็นไปตามสมบัติ.....
 - ถ้า พื้นที่วงกลม $= \pi r^2$ และ $10 = \pi r^2$ ดังนั้น พื้นที่วงกลม $= 10$
เป็นไปตามสมบัติ.....และ.....
 - ถ้า $5-11 = -6$ และ $a = -6$ ดังนั้น $a = 5-11$
เป็นไปตามสมบัติ.....,
และ.....
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.4 ก ในหนังสือเรียน

สื่อการเรียนรู้การสอน

- แผ่นโปรงใสประกอบการสอน
- แผนภูมิ
- แบบฝึกหัดที่ 1.4 ก ในหนังสือเรียน

การวัดผลและประเมินผล

เหมือนกลุ่มทดลอง

แผนการสอนที่ 5 บทที่ 1 สมการและอสมการ

คาบที่ 6-7

เรื่อง การแก้สมการ

จำนวน 2 คาบ

สาระสำคัญ

การแก้สมการ เป็นการหาคำตอบของสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

การตรวจคำตอบ เป็นการนำคำตอบที่ได้จากการแก้สมการมาแทนตัวแปรในสมการเพื่อดูว่าได้สมการที่เป็นจริงหรือไม่ ถ้าจำนวนนั้นทำให้สมการเป็นจริงจำนวนนั้น คือ คำตอบของสมการที่ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. หาคำตอบของสมการได้ถูกต้อง
2. แสดงวิธีตรวจคำตอบของสมการได้ถูกต้อง

เนื้อหา

การแก้สมการ เป็นการหาคำตอบของสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

การตรวจคำตอบ เป็นการนำคำตอบที่ได้จากการแก้สมการมาแทนตัวแปรในสมการเพื่อดูว่าได้สมการที่เป็นจริงหรือไม่ ถ้าจำนวนนั้นทำให้สมการเป็นจริงจำนวนนั้น คือ คำตอบของสมการที่ถูกต้อง

ตัวอย่าง ①. จงแก้สมการ $2X - 1 = 5$ วิธีทำ $2X - 1 + 1 = 5 + 1$

$$2X = 6$$

$$X = 3$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย 3 ใน $2X - 1 = 5$ จะได้ $(2 \times 3) - 1 = 5$ ซึ่งเป็นจริงดังนั้นคำตอบของสมการ $2X - 1 = 5$ คือ 3

ตัวอย่าง ๒. จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$

วิธีทำ $\frac{2X}{3} + 5 - 5 = 9 - 5$

$$\frac{2X}{3} \times \frac{3}{2} = 4 \times \frac{3}{2}$$

$$X = 6$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย 6 ใน $\frac{2X}{3} + 5 = 9$

จะได้ $\frac{2 \times 6}{3} + 5 = 9$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$ คือ 6

ตัวอย่าง ๓. จงแก้สมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$

วิธีทำ $5X - \frac{3}{2} = 1$

$$5X - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2}$$

$$5X = \frac{5}{2}$$

$$5X \times \frac{1}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5}$$

$$X = \frac{1}{2}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $\frac{1}{2}$ ใน $5X - \frac{3}{2} = 1$

จะได้ $5 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 1$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$ คือ $\frac{1}{2}$

ตัวอย่าง ๔. จงแก้สมการ $5X + 3 = 3X - 5$

วิธีทำ $(-3X) + 5X + 3 = (-3X) + 3X - 5$

$$(-3 + 5)X + 3 = (-3 + 3)X - 5$$

$$2X + 3 = -5$$

$$2X + 3 - 3 = -5 - 3$$

$$2X = -8$$

$$\frac{2X}{2} = \frac{-8}{2}$$

$$X = -4$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย -4 ใน $5X + 3 = 3X - 5$

จะได้ $5(-4) + 3 = 3(-4) - 5$

$$-20 + 3 = -12 - 5 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5X + 3 = 3X - 5$

คือ -4

ตัวอย่าง ๕. จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

วิธีทำ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$
 $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)X = \frac{5}{6}$
 $\frac{3}{6}X = \frac{5}{6}$
 $\frac{3}{6}X \times \frac{6}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{3}$
 $X = \frac{5}{3}$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $\frac{5}{3}$ ใน $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

จะได้ $\frac{2 \times \frac{5}{3}}{3} - \frac{\frac{5}{3}}{6} = \frac{5}{6}$
 $\frac{10}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

คือ $\frac{5}{3}$

ตัวอย่าง ๖. จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

วิธีทำ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$
 $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)X = \frac{5}{6}$
 $\frac{3}{6}X = \frac{5}{6}$
 $\frac{3}{6}X \times \frac{6}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{3}$
 $X = \frac{5}{3}$

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $\frac{5}{3}$ ใน $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

จะได้ $\frac{2 \times \frac{5}{3}}{3} - \frac{\frac{5}{3}}{6} = \frac{5}{6}$
 $\frac{10}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

คือ $\frac{5}{3}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานสมบัติการเท่ากัน ในที่นี้กล่าวถึงสมบัติการบวกและสมบัติการลบในรูปของการบวก สมบัติการคูณและสมบัติการหารในรูปของการคูณ ครูเขียนตัวอย่างบนกระดานแล้วซักถามนักเรียน

สมบัติการบวกและสมบัติการลบในรูปของการบวก ให้นักเรียนหาคำตอบจากสมการต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ① .สมการ $X + 5 = 7$

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายวิธีคิดหาคำตอบว่ามีวิธีการคิดอย่างไร ซึ่งอาจจะมียุติวิธีคิดต่างกัน ดังนี้

นักเรียนจะหาค่า X ได้อย่างไร

□แบบที่ 1. $X + 5 = 7$

อาจคิดว่าอะไรบวกกับ 5 แล้วได้เท่ากับ 7 คำตอบที่ได้คือ 2

ซึ่งได้มาจาก $7 - 5 = 2$ ดังนั้น X มีค่าเท่ากับ 2

□แบบที่ 2. $X + 5 = 7$

อาจคิดว่า ถ้ากำจัด 5 ออกไป แล้วจะหาค่าของ X ได้ ดังนั้นจึงทำให้ 5 หดไป

นั่นคือนำ (-5) มาบวก หรือนำ 5 มาลบทั้งสองข้างของสมการ ดังนี้

ถ้านำ (-5) มาบวกทั้งสองข้างของสมการ หรือ ถ้านำ 5 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$X + 5 = 7$$

$$X + 5 + (-5) = 7 + (-5)$$

$$X = 2$$

$$X + 5 = 7$$

$$X + 5 - 5 = 7 - 5$$

$$X = 2$$

เรียกวิธีกำจัด 5 ด้วยการลบ หรือ บวกด้วย (-5) ว่า สมบัติการบวกในรูปการลบ

จากนั้นนักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายสมบัติการคูณและสมบัติการหารในรูปของการคูณ

ให้นักเรียนหาคำตอบจากสมการต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ② จงแก้สมการ $2X = 46$

นักเรียนจะหาค่า X ได้อย่างไร

♥แบบที่ 1 กำจัด 2 ด้วยการหารด้วย 2

$$\text{จะได้ } 46 \div 2 = 23$$

♥แบบที่ 2 กำจัด 2 ด้วยการคูณ $\frac{1}{2}$ ทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } \frac{2X}{2} = \frac{46}{2}$$

$$X = 23$$

เรียกวิธีกำจัด 2 ด้วยการคูณว่า สมบัติการคูณในรูปการหาร

ตัวอย่างที่ ③ จงแก้สมการ $2X + 3 = 5$

นักเรียนจะหาค่า X ได้อย่างไร

♣แบบที่ 1 เอา $5-3$ ได้ผลลัพธ์เท่าใด แล้วไปหารด้วย 2

$$\text{จะได้ } 5 - 3 = 2$$

$$2 \div 2 = 1$$

♣แบบที่ 2 กำจัด 3 ด้วยการบวก (-3) ทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } 2X + 3 + (-3) = 5 + (-3)$$

$$2X = 2$$

กำจัด 2 ด้วยการคูณ $\frac{1}{2}$ ทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } 2X \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2}$$

$$X = 1$$

ตัวอย่างที่ ④ จงแก้สมการ $3X - \frac{1}{2} = \frac{5}{3}$

นักเรียนจะหาค่า X ได้อย่างไร

♦แบบที่ 1 เอา $\frac{1}{2}$ ไปบวกกับ $\frac{5}{3}$ โดยทำส่วนให้เท่ากัน

แล้วหามลัพท์ได้เท่าใด นำไปหารด้วย 3

$$\text{จะได้ } \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{10+3}{6} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{13}{6} \div 3 = \frac{13}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{18}$$

◆แบบที่ 2 กำจัด $-\frac{1}{2}$ ด้วยการบวก $\frac{1}{2}$ ทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } 3X - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2}$$

$$3X = \frac{10+3}{6}$$

$$3X = \frac{13}{6}$$

กำจัด 3 ด้วยการคูณ $\frac{1}{3}$ ทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } \frac{3X}{3} = \frac{13}{6 \times 3}$$

$$X = \frac{13}{18}$$

◆แบบที่ 3 กรณีที่กำหนดสมการมาให้ในรูปของเศษส่วน นักเรียนสามารถกำจัดส่วนให้หมดไปเสียก่อนด้วยการหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมดเสียก่อน ว่าเป็นอะไร แล้วนำ ค.ร.น. ที่หาได้มาคูณทุกๆจำนวนของสมการดังนี้

ค.ร.น. ของ 2 และ 3 คือ 6

นำ 6 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } (3X \times 6) - \left(\frac{1}{2} \times 6\right) = \left(\frac{5}{3} \times 6\right)$$

$$18X - 3 = 10$$

ต่อจากนั้นก็แก้สมการตามแนวคิดที่วางแบบไว้...

ตัวอย่างที่ ๕ จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} + \frac{X}{4} = 1$

นักเรียนจะหาค่า X ได้อย่างไร

❖แบบที่ 1 นำ $\frac{2X}{3}$ มาบวกกับ $\frac{X}{4}$ โดยหา ค.ร.น. ของ 3 และ 4 คือ 12

$$\text{จะได้ } \left(\frac{2X \times 4}{12}\right) + \left(\frac{X \times 3}{12}\right) = 1$$

$$\frac{8X}{12} + \frac{3X}{12} = 1$$

$$\frac{11X}{12} = 1$$

ต่อจากนั้นก็แก้สมการตามแนวคิดที่วางแบบไว้...

❖ แบบที่ 2 กำจัดส่วนให้หมดไปเสียก่อนด้วยการหา ค.ร.น.ของตัวส่วนทั้งหมดเสียก่อน ว่าเป็นอะไร แล้วนำ ค.ร.น. ที่หาได้มาคูณทุกๆจำนวนของสมการดังนี้

ค.ร.น. ของ 3 และ 4 คือ 12

นำ 12 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \left(\frac{2X}{3} \times 12 \right) + \left(\frac{X}{4} \times 12 \right) = (1 \times 12)$$

$$8X + 3X = 12$$

ต่อจากนั้นก็แก้สมการตามแนวคิดที่วางแบบไว้...

แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีคิดว่า การคิดตามข้อ (1) เป็นการหาเหตุผล ตามลักษณะของการแก้สมการอีกวิธีหนึ่ง

2. ครูฉายแผ่นโป่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ พร้อมทั้งครูอธิบาย / ชี้ถึงพฤติกรรมที่นักเรียนควรจะมีหลังจากเรียนจบ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามประเด็นที่ยังสงสัย

ขั้นการเรียนรู้การสอน

ครูแจกใบงานครึ่งชุด ตั้งแต่ชุดที่ 1-ชุดที่ 6 ประกอบการสอนแล้วให้นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอน มีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของสมการจริงหรือไม่ เพื่อให้ได้คำตอบของสมการในแต่ละสมการ ทำเช่นนี้จนครบ 6 ชุด โดยที่ครูเป็นเพียงชี้แนะเท่านั้น

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย สรุปวิธีคิดว่า การคิดตามใบงานชุดที่ 1 – ชุดที่ 6 เป็นการหาเหตุผล ตามลักษณะของการแก้สมการอีกวิธีหนึ่งเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของสมการ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. ใบงาน

วัดและการประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- การตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
- การยอมรับฟังความคิดเห็นและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

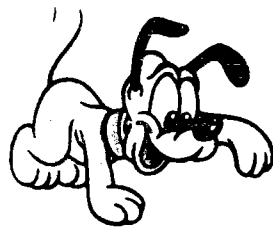
2. ตรวจผลงาน

- งานที่ทำเป็นรายบุคคล
- จากใบงาน

✎ จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. หาคำตอบของสมการได้ถูกต้อง
2. แสดงวิธีตรวจคำตอบของสมการได้ถูกต้อง



ใบงานชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ①. จงแก้สมการ $2X - 1 = 5$

วิธีทำ

(1) **เฉลย** นำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้...

.....
.....

$$2X - 1 + 1 = 5 + 1$$

$$2X = 6$$

(2) นำ 2 มาหาร หรือนำ $\frac{1}{2}$ มาคูณ

..... ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$\frac{2X}{2} = \frac{6}{2}$$

$$X = 3$$

จาก (1) และ (2) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $2X - 1 = 5$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และ

เราสามารถตรวจสอบว่า 3 เป็นคำตอบของสมการ $2X - 1 = 5$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

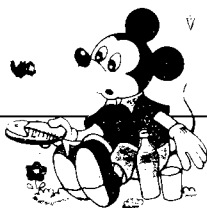
.....

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ในสมการ

$$2X - 1 = 5 \text{ ด้วย } 3$$

$$\text{จะได้ } (2 \times 3) - 1 = 5 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $2X - 1 = 5$ คือ 3



ใบงานชุดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ②. จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$

วิธีทำ

(1) เฉลย นำ (-5) มาบวกหรือ นำ 5 มาลบ

.....

.....

.....

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$\frac{2X}{3} + 5 - 5 = 9 - 5$$

$$\frac{2X}{3} = 4$$

(2) นำ $\frac{2}{3}$ มาหาร หรือนำ $\frac{3}{2}$ มาคูณ

.....

.....

.....

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$\frac{2X}{3} \times \frac{3}{2} = 4 \times \frac{3}{2}$$

$$X = 6$$

จาก (1) และ (2) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และ

เราสามารถตรวจสอบว่า 6 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ในสมการ

$$\frac{2X}{3} + 5 = 9 \quad \text{ด้วย } 6$$

$$\text{จะได้ } \frac{2 \times 6}{3} + 5 = 9 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} + 5 = 9$ คือ 6



ใบงานชุดที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ③. จงแก้สมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$

วิธีทำ

(1) (เฉลย) นำ $(-\frac{3}{2})$ มาบวกหรือนำ $\frac{3}{2}$ มาลบ

.....
.....
.....

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$5X - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2}$$

$$5X = \frac{5}{2}$$

(2)
.....
.....

นำ 5 มาหาร หรือนำ $\frac{1}{5}$ มาคูณ

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$5X \times \frac{1}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5}$$

$$X = \frac{1}{2}$$

จาก (1) และ (2) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และ

เราสามารถตรวจสอบว่า $\frac{1}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ

.....
.....
.....
.....

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $\frac{1}{2}$ ในสมการ

$$5X - \frac{3}{2} = 1$$

จะได้ $5 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 1$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5X - \frac{3}{2} = 1$ คือ $\frac{1}{2}$



ใบงานชุดที่ 4

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ④ . จงแก้สมการ $5X + 3 = 3X - 5$

วิธีทำ

(1)	เฉลย	นำ $(-3X)$ มาบวกหรือนำ $3X$ มาลบ ทั้งสองข้างของสมการจะได้... $(-3X) + 5X + 3 = (-3X) + 3X - 5$ $(-3 + 5)X + 3 = (-3 + 3)X - 5$ $2X + 3 = -5$
(2)	นำ (-3) มาบวก หรือนำ 3 มาลบ ทั้งสองข้างของสมการจะได้... $2X + 3 - 3 = -5 - 3$ $2X = -8$	
(3)	นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณ หรือนำ 2 มาหาร ทั้งสองข้างของสมการจะได้... $\frac{2X}{2} = \frac{-8}{2}$ $X = -4$	

จาก (1) (2) และ (3) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $5X + 3 = 3X - 5$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และเราสามารถตรวจสอบว่า -4 เป็นคำตอบของสมการ $5X + 3 = 3X - 5$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย -4 ในสมการ

$$5X + 3 = 3X - 5$$

$$\text{จะได้ } 5x(-4) + 3 = 3x(-4) - 5$$

$$-20 + 3 = -12 - 5 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5X + 3 = 3X - 5$ คือ -4



ใบงานชุดที่ 5

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ๕. จงแก้สมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

วิธีทำ

(1) เฉลย ใช้สมบัติการแจกแจง

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)X = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{6}X = \frac{5}{6}$$

(2) นำ $\frac{3}{6}$ มาหาร หรือนำ $\frac{6}{3}$ มาคูณ

ทั้งสองข้างของสมการจะได้...

$$\frac{3}{6}X \times \frac{6}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{3}$$

$$X = \frac{5}{3}$$

จาก (1) และ (2) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และ

เราสามารถตรวจสอบว่า $\frac{5}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $\frac{5}{3}$ ในสมการ

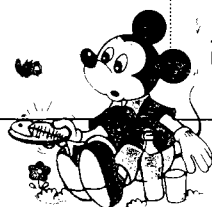
$$\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$$

จะได้ $\frac{2 \times \frac{5}{3}}{3} - \frac{\frac{5}{3}}{6} = \frac{5}{6}$

$$\frac{10}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6} \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{2X}{3} - \frac{X}{6} = \frac{5}{6}$

คือ $\frac{5}{3}$



ใบงานชุดที่ 6

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ

โจทย์ปัญหา ⑥. จงแก้สมการ $15X + 10 = 6X - 5$

วิธีทำ

(1)	เฉลย	นำ (-10) มาบวกหรือนำ 10 มาลบ
.....		ทั้งสองข้างของสมการจะได้...
.....		$15X + 10 + (-10) = 6X - 5 + (-10)$
.....		$15X = 6X - 15$
.....		นำ $(-6X)$ มาบวกหรือนำ $6X$ มาลบ
		ทั้งสองข้างของสมการจะได้...
(2)		นำ $(-6X)$ มาบวกหรือนำ $6X$ มาลบ
.....		ทั้งสองข้างของสมการจะได้...
.....		$15X + (-6X) = 6X - 15 + (-6X)$
.....		$15X - 6X = -15$
.....		$9X = -15$
(3)		นำ $\frac{1}{9}$ มาคูณหรือนำ 9 มาหาร
.....		ทั้งสองข้างของสมการจะได้...
.....		$9X \times \frac{1}{9} = (-15) \times \frac{1}{9}$
.....		$X = -\frac{5}{3}$

จาก (1) (2) และ (3) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $15X + 10 = 6X - 5$ โดยใช้สมบัติการ

เท่ากัน และเราสามารถตรวจสอบว่า $-\frac{5}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $15X + 10 = 6X - 5$

จริงหรือไม่



ตรวจคำตอบ

.....
 , ...

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย $-\frac{5}{3}$ ในสมการ

$$15X + 10 = 6X - 5$$

จะได้ $15 \times \left(-\frac{5}{3}\right) + 10 = 6 \times \left(-\frac{5}{3}\right) - 5$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $15X + 10 = 6X - 5$

คือ $-\frac{5}{3}$ ซึ่งเป็นจริง



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มควบคุม)

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูให้นักเรียนนำสมบัติของการเท่ากันมาใช้ในการแก้สมการ โดยครูเขียนโจทย์สมการ พร้อมทั้งเขียนการแก้สมการและสมบัติที่ใช้แต่ละขั้นตอนบนกระดานในรูปตาราง

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
1.) $5 + X = 2$	นำ (-5) มาบวก หรือ นำ 5 มาลบทั้งสองข้างของสมการ
2.) $5X - 3 = 17$	นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างและ นำ $\frac{1}{5}$ มาคูณหรือนำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ
3.) $\frac{2X}{3} + 5 = 9$	นำ 5 มาลบทั้งสองข้างและ นำ $\frac{3}{2}$ มาคูณหรือนำ $\frac{2}{3}$ มาหารทั้งสองข้างของสมการ
4.) $\frac{Z}{3} + 2 = 7$	
5.) $5X - \frac{3}{2} = 1$	

แล้วให้นักเรียนบันทึกลงในสมุดจดพร้อมทั้งเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

2. จากคำถามที่ 4 และ 5 ครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาเขียนและแสดงแนวคิด พร้อมทั้งตรวจสอบดูว่าจำนวนที่ได้จากการแก้สมการ เมื่อนำมาแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วเป็นจริงหรือไม่บนกระดานดำ ถ้าจำนวนนั้นเป็นจริง ก็คือคำตอบของสมการ

3. ครูเขียนโจทย์บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันแก้สมการ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

โจทย์ จงแก้สมการ หนึ่งในสี่ของผลต่างระหว่างจำนวนหนึ่งกับสามเท่ากับห้า

วิธีทำ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$

แนวคิด

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
$\frac{1}{4}(X-3) = 5$	นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

(ในตารางเป็นการถามตอบ เพื่อนำไปสู่ลำดับขั้นตอนการแก้สมการ)

วิธีทำ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$

(1) นำ.....คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{4}(X-3) \times \dots = 5 \times \dots$$

$$\dots = 20$$

(2) นำ.....บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

จาก (1) และ (2) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และ

เราสามารถตรวจสอบว่า ... เป็นคำตอบของสมการ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ แทนค่า X ด้วย ...ในสมการ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$

$$\dots = 5 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{1}{4}(X-3) = 5$ คือ ...

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

4.1 จงเขียนขั้นตอนแนวคิดของการแก้สมการลงในตารางให้ถูกต้อง

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
1.) $\frac{1}{2}(X-1)=19$	1.).....
2.) $12+3y=5$	2.).....
3.) $3(X+5)=1$	3.).....
4.) $4(1-X)=0$	4.).....
5.) $-2X+5=1$	5.).....

4.2 จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

จงแก้สมการ $\frac{-2X+5}{3}=1$ แล้วตรวจคำตอบ

แนวคิด

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
$\frac{-2X+5}{3}=1$	1.....
	2.....
	3.....

วิธีทำ $\frac{-2X+5}{3}=1$

(1) นำ.....

$$\left(\frac{-2X+5}{3}\right)x... = 1x...$$

.....= ...

(2) นำ.....

.....=

.....=

(3) นำ.....

.....=

X = ...

จาก (1) (2) และ (3) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $\frac{-2X+5}{3}=1$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และเราสามารถตรวจสอบว่า ... เป็นคำตอบของสมการ $\frac{-2X+5}{3}=1$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ แทน X ด้วย ... ในสมการ $\frac{-2X+5}{3}=1$

.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{-2X+5}{3}=1$ คือ ...

4.3 จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

โจทย์ จงแก้สมการต่อไปนี้และแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย

$$5X + 3 = 3X + 5$$

แนวคิด

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
$5X + 3 = 3X + 5$	1. นำ $(-3X)$ มาบวกหรือนำ $3X$ มาลบทั้งสองข้าง
	2.....
	3.....
	4.....

วิธีทำ

$$5X + 3 = 3X + 5$$

(1) นำ $(-3X)$ มาบวกทั้งสองข้าง

$$(-3X) + 5X + 3 = (-3X) + 3X + 5$$

$$(5 - 3)X + 3 = (-3 + 3)X + 5$$

$$2X + 3 = 5$$

(2) นำ.....

.....

.....

(3) นำ.....

.....

.....

จาก (1) (2) และ (3) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $5X + 3 = 3X - 5$ โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และเราสามารถตรวจสอบว่า ... เป็นคำตอบของสมการ $5X + 3 = 3X - 5$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ แทน X ด้วย ... ในสมการ.....

.....

.....ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5X + 3 = 3X - 5$ คือ ...

4.4 จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

โจทย์ จงแก้สมการต่อไปนี้และแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

$$X + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}X - \frac{1}{3}$$

แนวคิด

สมการ	ขั้นตอนแนวคิด
$X + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}X - \frac{1}{3}$	1.....
	2.....
	
	3.....
	

วิธีทำ

$$X + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}X - \frac{1}{3}$$

(1) นำ.....

.....

.....

.....

(2) นำ.....

.....

.....

(3) นำ.....

.....

.....

จาก (1) (2) และ (3) เป็นขั้นตอนในการแก้สมการ $X + \frac{2}{3} = \frac{2X}{5} - \frac{1}{3}$ โดยใช้สมบัติการ

เท่ากัน และเราสามารถตรวจสอบว่า ... เป็นคำตอบของสมการ $X + \frac{2}{3} = \frac{2X}{5} - \frac{1}{3}$ จริงหรือไม่

ตรวจคำตอบ แทน X ด้วย ... ในสมการ.....

.....

.....ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $X + \frac{2}{3} = \frac{2X}{5} - \frac{1}{3}$ คือ ...

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย สรุปวิธีคิดว่า การคิดตามโจทย์บนกระดานทั้ง 4 ข้อ เป็นการหาเหตุผล ตามลักษณะของการแก้สมการอีกวิธีหนึ่งเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของสมการที่เป็นจริงแล้วทำแบบฝึกหัดที่ 1.4 ค ในหนังสือเรียน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. โจทย์ฝึกหัดบนกระดาน
3. แบบฝึกหัดที่ 1.4 ค ในหนังสือเรียน

วัดและการประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- ตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
- ยอมรับฟังความคิดเห็นและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

2. ตรวจผลงาน

- งานที่ทำเป็นรายบุคคล
- จากโจทย์ฝึกหัดที่บันทึกลงในสมุด
- แบบฝึกหัดที่ 1.4 ค ในหนังสือเรียน

แผนการสอนที่ 6 บทที่ 1 สมการและอสมการ

คาบที่ 8 – 12

เรื่อง โจทย์สมการ

จำนวน 5 คาบ

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์สมการ คือการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบด้วยวิธีการแก้สมการ ซึ่งอาจทำได้โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอนคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนในการแก้ปัญห ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

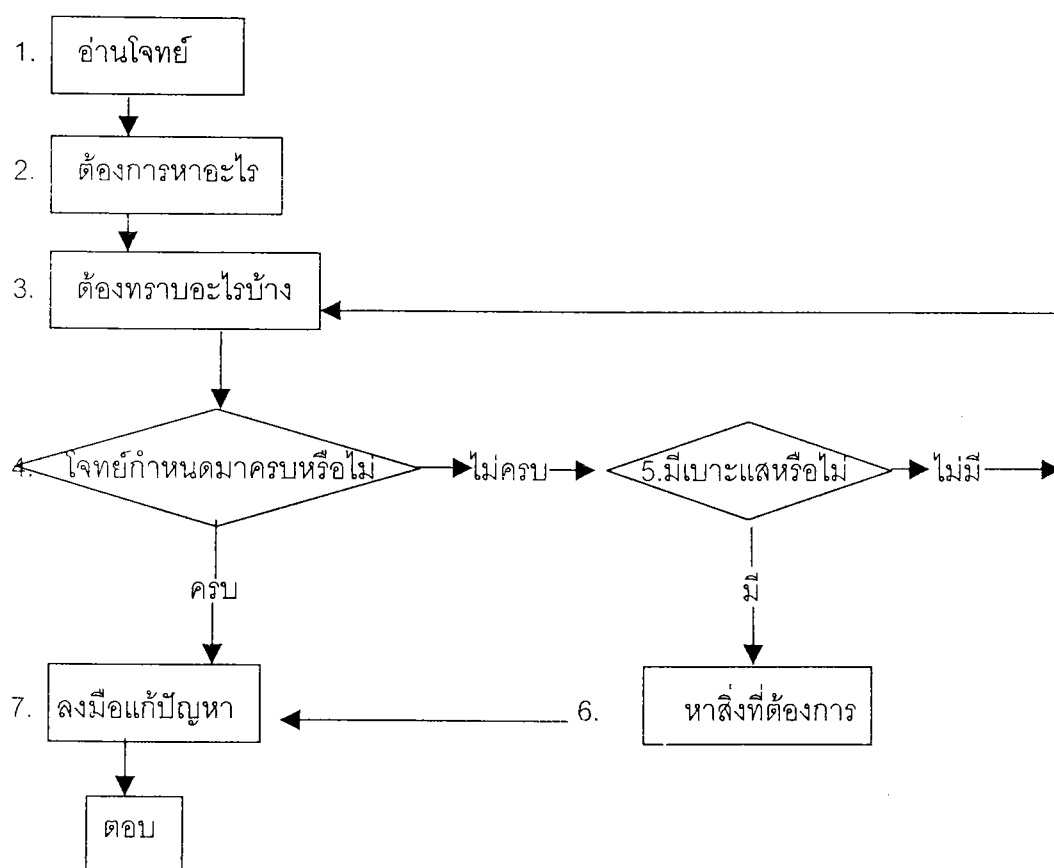
1. สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้

เนื้อหา

ในการแก้โจทย์ปัญหา ต้องคำนึงถึงขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา
2. ปัญหาให้หาอะไร
3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง
4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่
5. ถ้าคำตอบในข้อ 4. คือ “ไม่” มีเบาะแสให้หาสิ่งที่ขาดไปหรือไม่
6. ถ้าคำตอบในข้อ 5. คือ “มี” ให้ลงมือหาสิ่งที่ขาด จากนั้นนำไปใช้หาคำตอบปัญหา
7. ถ้าคำตอบในข้อ 4. คือ “มีครบ” ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที

ผังแผนผังแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหามีดังนี้



เนื้อหาคาบที่ 8-9

ต่อไปนี้จะแสดงตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนทั้ง 7 ขั้นตอนดังนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ปากกามีราคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท จงหา
ราคาของปากกาและดินสอ

วิธีทำ สมมติให้ ดินสอราคา X บาท

ดังนั้น ปากกามีราคา X+1 บาท

ราคาดินสอและปากการวมกันได้ $X + (X + 1)$ บาท

ดังนั้นจะได้สมการ คือ

$$X + (X + 1) = 5$$

$$(X + X) + 1 = 5$$

$$(1 + 1) X + 1 = 5$$

$$2 X = 4$$

$$X = 2$$

ตรวจสอบ ถ้าดินสอราคา 2 บาท

ปากกาคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ดังนั้นปากกาคา 3 บาท

แล้วราคาดินสอและปากกา รวมกันได้ $2+3=5$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นราคาของดินสอ คือ 2 บาท และราคาปากกา คือ 3 บาท

ตัวอย่างที่ ②. จงหาจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน ที่ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ 42

วิธีทำ สมมติจำนวนเต็มตัวที่น้อยที่สุด คือ X

จะได้ว่าอีกสองจำนวน คือ $X+1$ และ $X+2$

ดังนั้น สมการคือ $X + (X+1) + (X+2) = 42$

$$(X+X+X)+1+2 = 42$$

$$(1+1+1)X+3 = 42$$

$$3X+3 = 42$$

$$3X = 39$$

$$X = 13$$

ตรวจสอบ จำนวนเต็มตัวที่น้อยที่สุด คือ 13

จะได้ว่าอีกสองจำนวน คือ 14 และ 15

ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ $13+14+15=42$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้นจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวนที่ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ 42

ได้แก่ 13, 14 และ 15

ตัวอย่างที่ ③. สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

วิธีทำ ให้รายได้ของนาย ก เป็น X บาท

ดังนั้น สามในสี่ของรายได้ของนาย ก คือ $\frac{3}{4}X$ บาท

$\frac{3}{4}X$ บาท น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท

ดังนั้นรายได้ของนาย ข คือ $\frac{3}{4}X + 500$ บาท

แต่รายได้ของนาย ข คือ 2,600 บาท

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้นสมการคือ} \quad & \frac{3}{4}X + 500 = 2,600 \\
 & \frac{3}{4}X = 2,600 - 500 \\
 & \frac{3}{4}X = 2,100 \\
 & \frac{3}{4}X \times \frac{4}{3} = 2,100 \times \frac{4}{3} \\
 & X = 2,800
 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ ถ้ารายได้ของนาย ก คือ 2,800 บาท

สามในสี่ของรายได้ของนาย ก คือ $\frac{3}{4} \times 2,800 = 2,100$ บาท

สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท

แต่นาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จะได้ว่า $2,600 - 2,100 = 500$ บาท ซึ่งถูกต้องตามที่กำหนด

ดังนั้นรายได้ของนาย ก คือ 2,800 บาท

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนวิธีแก้สมการด้วยการเขียนสมการบนกระดานแล้วให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำพร้อมทั้งบอกที่มาในแต่ละขั้นตอนว่ามาได้อย่างไร จะยกตัวอย่างการแก้สมการที่ต้องใช้สมบัติการเท่ากันโดยครบถ้วน เพื่อกระตุ้นความพร้อมก่อนเรียน

2. ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1 แสดงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง โจทย์สมการ ประกอบการชี้แจงของครูผู้สอนเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้การสอน (กลุ่มทดลอง)

1. ครูแจกใบงานชุดที่ 1.ให้นักเรียนทำ โดยครูอธิบายเป็นแนวทางการเรียนเรื่อง โจทย์สมการ ให้นักเรียนคิดตามด้วยการใช้การซักถาม ในการแก้โจทย์ปัญหา ต้องคำนึงถึงขั้นตอนอะไรบ้าง

1.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์แล้วตีความหมายโจทย์...

(ปากการาคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท จงหาราคาของปากกาและดินสอ)

1.2 โจทย์ให้หาอะไร...

(ราคาของปากกาและดินสอ)

1.3 จะหาคำตอบได้ ต้องทราบอะไรบ้าง...

(ทราบราคาปากกาหรือราคาดินสออย่างใดอย่างหนึ่งก็สามารถหาราคาของอีกอย่างหนึ่งได้)

1.4 โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่...มีอะไรบ้าง...

(ครบ คือ...

⇨ โจทย์กำหนดราคาปากการาคาแพงกว่าดินสอ 1 บาทมาให้ว่า

ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท

1.5 ลงมือแก้โจทย์ทันทีที่หาสิ่งที่ต้องการของโจทย์ได้ครบ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดของปัญหา ทำอย่างไรจึงจะรู้ว่าราคาของปากกาและราคาของดินสอเป็นเท่าใด

⇨ มีแนวคิดหลายรูปแบบ

ถ้าสมมติตัวแปรแทนราคาอย่างใดอย่างหนึ่งจะเขียนราคาอีกอย่างหนึ่งได้และสามารถสร้างสมการได้จาก การนำราคาทั้งสองมารวมกัน

วิธีคิด ① สมมติให้ราคาดินสอ X บาท

จะได้ว่า ราคาปากกา คือ $X + 1$ บาท

ดังนั้นสมการคือ $X + (X + 1) = 5$

วิธีคิด ② สมมติให้ราคาปากกา X บาท

จะได้ว่า ราคาดินสอ คือ $X - 1$ บาท

ดังนั้นสมการคือ $X + (X - 1) = 5$

วิธีคิด ③.

นำ 1 ลบออกจาก 5 แล้วหารผลลัพธ์ด้วย 2 จะได้ ราคาดินสอ คือ $\frac{5-1}{2} = 2$

แสดงว่า ดินสอราคา 2 บาท ดังนั้นปากการาคา 3 บาท

วิธีคิดที่ ④

นำ 1 มาบวกกับ 5 แล้วหารผลลัพธ์ด้วย 2 จะได้ ราคาปากกา คือ $\frac{5+1}{2} = 3$

แสดงว่า ปากการาคา 3 บาท ดังนั้นดินสอราคา 2 บาท

ดังนั้นครูสรุปให้เห็นว่าจากวิธีคิด ① ถึง ④ ว่าแตกต่างหรือเหมือนกันอย่างไรแล้วให้นักเรียนอภิปรายพร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบของสมการเป็นขั้นๆตามลำดับ โดยที่นักเรียน แสดงวิธีคิดเพียงวิธีเดียวในแต่ละข้อที่ตนเองเข้าใจและถูกต้องที่สุด

1.6 จะเห็นว่าเมื่อนักเรียนแก้สมการได้ค่าของตัวเองไม่ทราบค่า แล้วนักเรียนต้องทำการตรวจสอบคำตอบของสมการ เพื่อตรวจสอบว่าตรงกับความต้องการของปัญหาหรือไม่

(จากคำตอบในสมการวิธีคิด ① และ ② ข้อใดข้อหนึ่งจะได้ว่า...

ตอบ ราคาดินสอ 2 บาท และ ราคาปากกา 3 บาท)

2. จากใบงานที่ 2.ให้นักเรียนทำไปพร้อมกัน ให้นักเรียนจับคู่กันแล้วครูสุ่มถามเป็นคู่ๆในแต่ละขั้นตอนของแก้ปัญหา

2.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์แล้วตีความหมายโจทย์...

(จงหาจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน ที่ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ 42)

2.2 โจทย์ให้หาอะไร...

(จำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน)

2.3 จะหาคำตอบจากโจทย์ได้ต้องทราบอะไรบ้าง...

(ทราบจำนวนเต็มจำนวนใดจำนวนหนึ่งจะหาจำนวนอีกสองจำนวนที่เหลือได้)

2.4 โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่...มีอะไรบ้าง...

(ครบ คือ...

⇒ โจทย์กำหนดสมบัติของจำนวนเต็มทั้งสามมาให้ว่า

1. เป็นจำนวนเต็มเรียงติดกัน

2. รวมกันได้ 42

2.5 ลงมือแก้โจทย์ทันทีที่หาสิ่งที่ต้องการของโจทย์ได้ครบ ให้นักเรียนเสนอแนวคิด

ของปัญหา ทำอย่างไรจึงจะรู้ว่าจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันคืออะไร

⇒ มีแนวคิดหลายรูปแบบ

แบบที่ 1. ถ้าใช้ 3 ลบออกจาก 42 แล้วหารผลลบด้วย 3 จะได้จำนวนเต็มจำนวนที่น้อยที่สุด

วิธีคิด $(42 - 3 = 39 \longrightarrow 39 \div 3 = 13)$

ดังนั้น สามจำนวนที่ต้องการ คือ 13, 13 + 1, 13 + 2

ตอบ 13, 14, 15

แบบที่ 2. ถ้าสมมติตัวแปรแทนจำนวนเต็มตัวใดตัวหนึ่งจะเขียนจำนวนเต็มอีกจำนวนสองจำนวนได้ และสามารถสร้างสมการได้จาก การนำจำนวนทั้งสามมารวมกัน

วิธีคิด ① สมมติจำนวนเต็มตัวที่น้อยที่สุด คือ X

จะได้ว่าอีกสองจำนวน คือ X+1 และ X+2

ดังนั้น สมการคือ $X + (X+1) + (X+2) = 42$

วิธีคิด ② สมมติจำนวนเต็มตัวที่อยู่ตรงกลาง คือ X

จะได้ว่าอีกสองจำนวน คือ X-1 และ X+1

ดังนั้น สมการคือ $(X-1) + X + (X+1) = 42$

วิธีคิด ③ สมมติจำนวนเต็มตัวที่มากที่สุด คือ X

จะได้ว่าอีกสองจำนวน คือ X-1 และ X-2

ดังนั้น สมการคือ $(X-2) + (X-1) + X = 42$

ครูสรุปให้เห็นว่าจากวิธีคิด ❶ ถึง วิธีคิด ❸ แก่สมการแล้วจะได้คำตอบของ

สมการคือ 13, 14 และ 15 ตามลำดับ ดังนั้นนักเรียน แสดงวิธีคิดเพียงวิธีเดียวในแต่ละข้อที่ตนเอง เข้าใจและถูกต้องที่สุด แต่ที่ครูแสดงให้นักเรียนเห็นทุกรูปแบบบนกระดานทั้งนี้เพื่อกระตุ้นให้ นักเรียนเกิดทักษะในการรู้จักคิดและนำไปเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาครั้งต่อไป

2.7 เมื่อนักเรียนมีแนวทางในการแก้โจทย์แล้วครูให้นักเรียนลงมือทำโดยแสดงวิธีทำเป็น ขั้นๆจะเห็นว่าเมื่อนักเรียนแก้สมการได้ค่าของตัวเองไม่ทราบค่า แล้ว นักเรียนจะต้องทำการตรวจสอบ ทุกครั้งที่ได้คำตอบของสมการ ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบว่าตรงกับความต้องการของโจทย์หรือไม่ (จากคำตอบในสมการวิธีคิด ❶ , ❷ และ ❸ ข้อใดข้อหนึ่งจะได้ว่า...

ตอบ จำนวนเต็มที่ต้องการ คือ 13, 14 และ 15)

3. ครูแจกใบงานชุดที่ 2 และที่ 3 ให้นักเรียนจับคู่ทำ แล้วเดินดูนักเรียนแต่ละคู่ว่ามีแนว คิดและความเข้าใจมากน้อยเพียงใด เมื่อพบคู่ใดทำผิดครูจะชี้แนะเพิ่มเติมเพื่อเป็นแนวทางในการ แก้ไขเมื่อนักเรียนแต่ละคู่ทำเสร็จ ครูสุ่มคู่ที่ถูกเฉลยให้เพื่อนๆฟังพร้อมทั้งอธิบายวิธีการทำประกอบ จนครบทั้ง 2 ใบงาน

4. จากใบงานชุดที่ 3 ให้นักเรียนแต่ละคู่ลงมือทำ เมื่อทำเสร็จครูสุ่มคู่ที่ทำถูกมาแสดงวิธี ทำ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด ขั้นตอนของการทำ และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบว่าตรงกับ ความต้องการของโจทย์หรือไม่

ขั้นสรุป

1. ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนทำ
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางการทำความเข้าใจในการแก้โจทย์ปัญหา

แผ่นโปรงใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1
คาบที่ 8-12

แผนการสอนที่ 6.
เรื่อง การแก้ไขข้อสมการ

✎ ... จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ...

1. สร้างสมการจากโจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้



ใบงานชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่



ปากการาคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท จงหาราคาของปากกาและดินสอ



วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



คิดหน่อยนะ

ใบงานชุดที่ ๒

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่

ปัญหา

จงหาจำนวนเต็มเรียงติดกัน 3 จำนวน ที่ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ 42

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

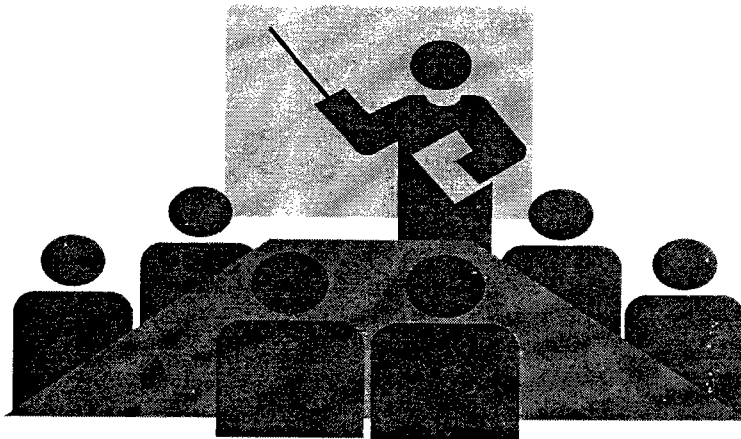
.....

.....

.....

.....

ฟังนะ !



ใบงานชุดที่ 3

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่

ปัญหา → สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

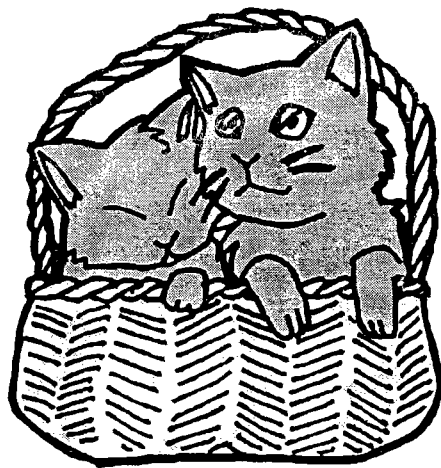
.....

.....

.....

.....

.....



คัดออกแล้วหรือยังคะ

แบบฝึกชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่

ปัญหา → ที่ดินแปลงหนึ่งมีพื้นที่ 630 ตารางวา ต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้เพื่อปลูกพืชสวนครัว ปลูกดอกไม้ และปลูกผัก โดยใช้พื้นที่สำหรับปลูกพืชสวนครัวเป็น 2 เท่าของพื้นที่ที่ปลูกดอกไม้ ใช้พื้นที่ปลูกผักเท่ากับพื้นที่ที่ปลูกผักสวนครัวและปลูกดอกไม้รวมกัน จงหาพื้นที่ที่ใช้ปลูกพืชแต่ละชนิด

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

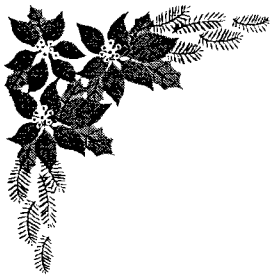
.....

.....

.....

.....

.....



เข้าใจแล้วหรือยัง



แบบฝึกที่ 2

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่

ปัญหา

ห้าในหกของส่วนที่คะแนนสอบของนาย ก มากกว่าคะแนนของนาย ข มีค่าเท่ากับผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และนาย ค ถ้านาย ข สอบได้ 40 คะแนน และ นาย ค สอบได้ 20 คะแนน อยากทราบว่า นาย ก สอบได้ที่คะแนน

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจข้อบ

.....

.....

.....

.....

.....



เนื้อหาคาบที่ 10-11

ตัวอย่างที่ ① ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี ถ้า ข อายุ 13 ปี ค อายุ 8 ปี แล้ว ก อายุกี่ปี

วิธีทำ สมมติอายุ ก เป็น X ปี

อายุ ข เป็น 13 ปี

อายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น $X + 13$ ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น $13 - 8 = 5$ ปี

ดังนั้น ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี คือ

$$(X + 13) - 5 = 27$$

$$X + 8 = 27$$

$$X = 19$$

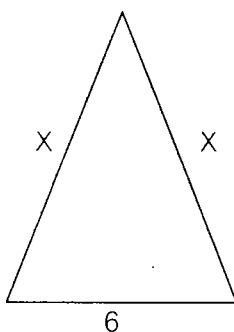
ตรวจสอบ ถ้า อายุ ก เป็น 19 ปี อายุ ข เป็น 13 ปี และ อายุ ค เป็น 8 ปี

แล้วผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี คือ

$$(19 + 13) - (13 - 8) = 27 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น อายุ ก เป็น 19 ปี

ตัวอย่างที่ ②



1.) จงเขียนความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเมื่อสัญลักษณ์
ที่เขียนกำกับด้านคือความยาวของแต่ละด้านที่มีหน่วย
ความยาวเป็นเซนติเมตร

2.) ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร จงหา
ความยาวของด้านที่ยาวเท่ากัน

วิธีทำ จากรูป สามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะมีด้านเท่ากัน 2 ด้าน
ดังนั้น ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเป็น $X + X + 6$ เซนติเมตร
ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร แล้ว...

$$\text{สมการคือ } X + X + 6 = 32$$

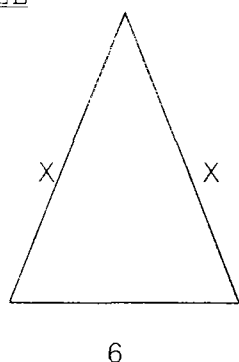
$$(1+1) X + 6 = 32$$

$$2X + 6 = 32$$

$$2X = 26$$

$$X = 13$$

ตรวจสอบ



ความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร

ถ้าความยาวของด้านที่ยาวเท่ากันเป็น 13 เซนติเมตร

แล้ว $13+13+6 = 32$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ความยาวของด้านที่เท่ากัน คือ 13 เซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูแจกใบงานชุดที่ 1.ให้นักเรียนทำ

1.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วตีความหมายโจทย์...

(ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี ถ้า ข อายุ 13 ปี ค อายุ 8 ปี แล้ว ก อายุกี่ปี)

1.2 ปัญหาให้หาอะไร...

(ก อายุกี่ปี)

1.3 จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง...

(ทราบอายุ ข และ ค และความเกี่ยวข้องของอายุของคนทั้งสามคน)

1.4 โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่...มีอะไรบ้าง...

(ครบ คือ...

⇒ โจทย์กำหนดอายุ ของ ข และ ค มาให้ว่า

1. ข อายุ 13 ปี

2. ค อายุ 8 ปี

3. ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี

2. ลงมือแก้ปัญหาทันทีที่หาสิ่งที่ต้องการของปัญหาได้ครบ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดของปัญหา ทำอย่างไรจึงจะรู้ว่า ก มีอายุกี่ปี

⇒ แนวคิด

แบบที่ ①. ถ้าสมมติตัวแปรแทนอายุ ก ปี แล้วสามารถสร้างสมการได้จาก การนำอายุ ก มาสร้างความสัมพันธ์ได้

วิธีคิด. สมมติอายุ ก เป็น X ปี

อายุ ข เป็น 13 ปี และ อายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น $X + 13$ ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น $13 - 8 = 5$ ปี

ดังนั้น ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี

เขียนในรูปสมการได้เป็น $(X + 13) - 5 = 27$

แบบที่ ②. ถ้าสมมติตัวแปรแทนอายุ ก ปี แล้วสามารถสร้างสมการจากตาราง

สถานการณ์	ผลบวกของ อายุ ก และอายุ ข	ผลต่างของ อายุ ข และอายุ ค	ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี
อายุ ก X ปี	$X + 13$ ปี	$13 - 8 = 5$ ปี	$(X + 13) - (13 - 8) = 27$
อายุ ข 13 ปี			
อายุ ค 8 ปี			

3. ครูสรุปให้เห็นว่าจากวิธีคิด 1 และ 2 แก้สมการแล้วจะได้คำตอบของสมการ

ดังนั้นนักเรียน แสดงวิธีคิดเพียงวิธีเดียวที่ตนเองเข้าใจและถูกต้องที่สุด

4. เมื่อนักเรียนแก้สมการได้ค่าของตัวเองไม่ทราบค่า แล้วนักเรียนต้องทำการตรวจสอบคำตอบของสมการว่าตรงกับความต้องการของปัญหาหรือไม่

(จากคำตอบในสมการวิธีคิด 1 และ 2 ข้อใดข้อหนึ่งจะได้ว่า...

ตอบ (ก มีอายุ 19 ปี)

แสดงวิธีทำ $(X + 13) - 5 = 27$

$$X + 8 = 27$$

$$X = 19$$

ตรวจสอบ ถ้าอายุ ก เป็น 19 ปี อายุ ข เป็น 13 ปี และ อายุ ค เป็น 8 ปี

แล้วผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี คือ

$$(19 + 13) - (13 - 8) = 27 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น อายุ ก เป็น 8 ปี

5. จากใบงานชุดที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละคู่ว่าลงมือทำ เมื่อทำเสร็จครูสุ่มคู่ที่ทำถูกมาแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด ขั้นตอนของการทำ และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบว่าตรงกับความต้องการของปัญหาหรือไม่

5.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วตีความหมายโจทย์...

5.2 ปัญหาให้หาอะไร...

(1. จงเขียนความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเมื่อสัญลักษณ์ที่เขียนกำกับด้านคือความยาวของแต่ละด้านที่มีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร

2 ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านที่ยาวเท่ากัน)

5.3 จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง...

(ความยาวรอบรูปและความยาวของด้านฐาน)

5.4 โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่...มีอะไรบ้าง...

(ครบ คือ...

⇒ โจทย์กำหนดความยาวของรูปสามเหลี่ยม มาให้ว่า

1. ด้านยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร
2. ด้านที่เป็นฐานยาว 6 เซนติเมตร

6. ลงมือแก้ปัญหาทันทีที่หาสิ่งที่ต้องการของปัญหาได้ครบ ให้นักเรียนเสนอแนวคิดของปัญหา ทำอย่างไรจึงจะรู้ว่า X มีความยาวเป็นเท่าไร

⇒ แนวคิด

จากรูป 1. เขียนความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยมเมื่อสัญลักษณ์ที่เขียนกำกับด้านคือความยาวของแต่ละด้านที่มีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร

2. ถ้ากำหนดความยาวของเส้นรอบรูปแล้วสามารถสร้างความสัมพันธ์และสมการได้ดังนี้

วิธีคิด. ความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมเป็น 32 เซนติเมตร

$$\text{สมการ คือ } X + X + 6 = 32$$

7. ครูสรุปให้เห็นว่าจากวิธีคิด แก้สมการแล้วจะได้คำตอบของสมการ ดังนั้นนักเรียน แสดงวิธีได้ที่

8. จะเห็นว่าเมื่อนักเรียนแก้สมการได้ค่าของตัวไม่ทราบค่า แล้วนักเรียนต้องทำการตรวจสอบคำตอบของสมการ เพื่อตรวจสอบว่าตรงกับความต้องการของปัญหาหรือไม่

(จากการแก้สมการคำตอบของสมการ คือ 13)

แสดงวิธีทำ

$$X + X + 6 = 32$$

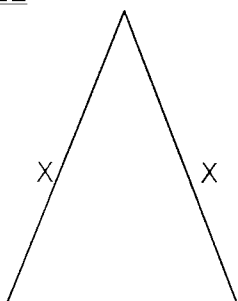
$$(1+1) X + 6 = 32$$

$$2X + 6 = 32$$

$$2X = 26$$

$$X = 13$$

ตรวจสอบ



6

ความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร

ถ้าความยาวของด้านที่ยาวเท่ากันเป็น 13 เซนติเมตร

แล้ว $13 + 13 + 6 = 32$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น X มีค่าเป็น 13 เซนติเมตร

ขั้นสรุป

1. ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 1 2 3 และ 4 ให้นักเรียนทำ

2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางการทำความเข้าใจในการแก้โจทย์ปัญหา

เนื้อหาคาบที่ 12 ทบทวนโจทย์สมการ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้การสอน

ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 1 2 3 และ 4 ให้นักเรียนทำ

ขั้นสรุป

เมื่อเรียนจบแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนสรุปขั้นตอนที่จะต้องคำนึงถึงมีอะไรบ้าง โดยเขียนใส่กระดาษที่ครูแจกให้ และทบทวนพร้อมกันอีกครั้ง

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. ใบงาน
3. แบบฝึก

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต

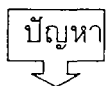
- ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น

2. ตรวจผลงาน

- จากวิธีทำบนกระดาน
- จากใบงาน
- จากแบบฝึก

ใบงานชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



ปัจจุบันผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค 27 ปี ถ้า ข

● ● อายุ 13 ปี ค อายุ 8 ปี ก อายุกี่ปี

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

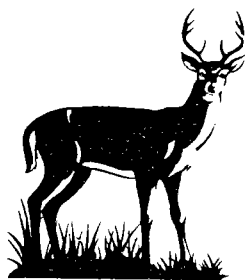
.....

.....

.....

.....

.....

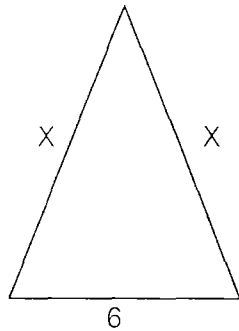


ใบงานชุดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



จงหาค่าของ



- 1.) จงเขียนความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมเมื่อสัญลักษณ์
ที่เขียนกำกับด้านคือความยาวของแต่ละด้านที่มีหน่วย
ความยาวเป็นเซนติเมตร
- 2.) ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร จงหา
ความยาวของด้านที่ยาวเท่ากัน

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

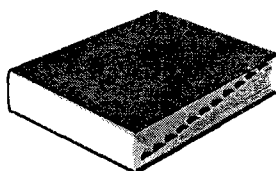
.....

.....

.....

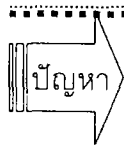
.....

.....



แบบฝึกชุดที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



ศักดิ์อายุอ่อนกว่าแสง 7 ปี ถ้าผลบวกของอายุศักดิ์และแสงคือ 19 ปี จงหาอายุของศักดิ์และแสง

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

(เฉลย วิธีที่ 1 อายุศักดิ์ คือ $\frac{19-7}{2} = 6$ $\therefore$ อายุแสง คือ $6 + 7 = 13$ ปี

วิธีที่ 2 อายุแสง คือ $\frac{19+7}{2} = 13$ $\therefore$ อายุแสง คือ $13 - 7 = 6$ ปี

วิธีที่ 3 ให้ศักดิ์อายุ X ปี

$$\text{จะได้ว่า } X + X + 7 = 19$$

$$2X + 7 = 19$$

$$2X = 12$$

$$X = 6$$

ดังนั้นศักดิ์มีอายุ 6 ปี แสงมีอายุ $6 + 7 = 13$ ปี

วิธีที่ 4 ให้แสงอายุ X ปี

$$\text{จะได้ว่า } X + X - 7 = 19$$

$$2X - 7 = 19$$

$$2X = 26$$

$$X = 13$$

ดังนั้นแสงมีอายุ 13 ปี ศักดิ์มีอายุ $13 - 7 = 6$ ปี)

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกชุดที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



ปัญหา ถ้าให้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว 15 เซนติเมตร และมีพื้นที่เป็น 270 ตารางเซนติเมตร แล้วจงหาความยาวและ เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนี้เป็นเท่าไร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ

กำหนดให้ A= แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า W= แทนความยาวของด้านกว้าง m = แทนความยาวของด้านยาว	สร้างประโยคสัญลักษณ์ A= W= m = ... จากสูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า A = ... แทนค่า..... ดังนั้น สี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มี ความยาวเป็น..... เซนติเมตร เส้นรอบรูปเป็น..... เซนติเมตร.

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกชุดที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



ปัญหา ให้ กรวยกลมมีปริมาตร 1,056 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีรัศมียาว 12 เซนติเมตร

จงหาว่ากรวยกลมนี้มีความสูงเป็นเท่าใด ($V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, $\pi = \frac{22}{7}$)

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

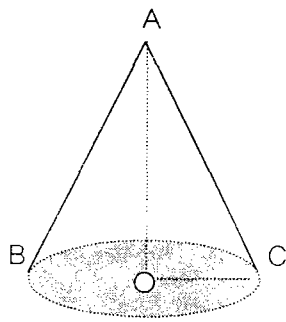
.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ



กำหนดให้

V = แทนปริมาตรของกรวยกลม

r = แทนความยาวรัศมีของฐาน

h = แทนความสูง

แทนค่าสัญลักษณ์

V = ...

r = ...

h = ...

จากสูตรปริมาตรกรวยกลม

V = ...

แทนค่า.....

.....

.....

ดังนั้น กรวยกลมมีความสูง....เซนติเมตร

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกชุดที่ 4

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....



เสาไม้ทรงกระบอกและทรงสี่เหลี่ยมฐานจัตุรัส มีปริมาตรและส่วนสูงเท่ากัน ถ้าหน้าตัดของเสาทรงกระบอกมีพื้นที่ 324 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวของด้านฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสของเสาทรงกระบอกนี้

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

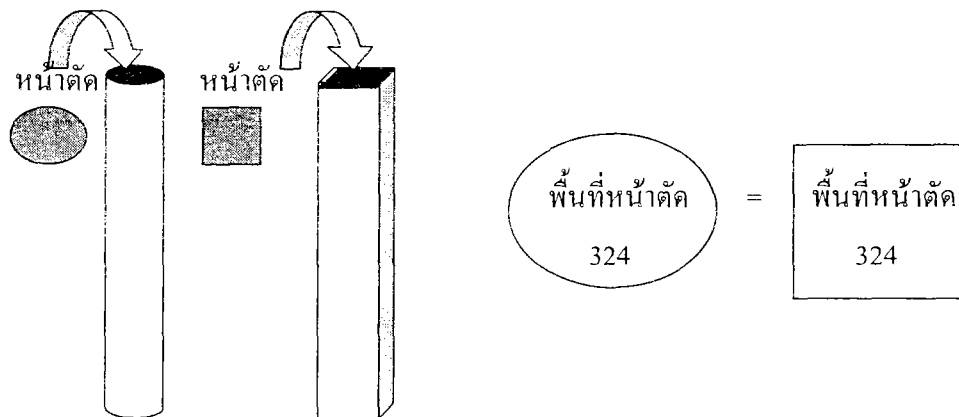
.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญห

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ

1. เขียนรูปประกอบและเขียนตัวเลขกำกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้



- 2.) พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหาได้จาก.....

สร้างประโยคสัญลักษณ์	แก้สมการ
.....	แทนค่า.....
.....	
.....	
สมการคือ.....	ดังนั้นความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
	เท่ากับ.....เซนติเมตร

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่....



ถ้าจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 และสองจำนวนนั้นรวมกันได้ 36
แล้วจำนวนทั้งสองจำนวนนั้นคือจำนวนใด

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจข้อบ

.....

.....

.....

.....

.....





ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่....



อันว่าชายคนหนึ่งซึ่งเลี้ยงหมู ลองนับดูไม่ทราบเท่าไรหนา
แต่รู้ว่าหมูตายสามตัวนา ยังเหลือหมูสิบห้าวิ่งรำไป
อยากจะทราบว่ามีหมูในคอก ไม่ยัอ่อนโยกว่ามากสักเพียงไหน
สมการข้อนี้ทำงาน่ายดาย ถ้าเข้าใจวิธีคิดไม่ผิดเอ๋ย

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3 จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

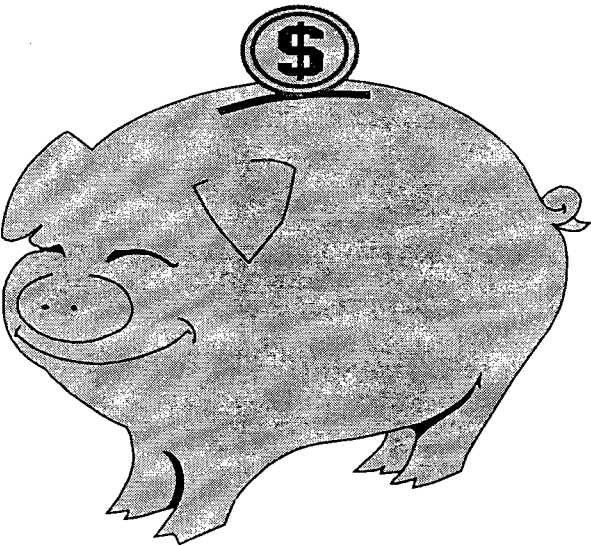
.....

.....

.....

.....

.....





ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่....



ครูมีสมุดอยู่จำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียนที่มีความประพฤติดี 50 คนๆละ 2 เล่ม
ปรากฏว่าไม่พอ ครูต้องไปซื้อมาเพิ่มอีก 15 เล่ม จงหาว่าเดิมครูมีสมุดอยู่ที่เล่ม
วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

4. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....





ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.2/... เลขที่....



ใส่น้ำลงไปในอ่างเลี้ยงปลาทรงกระบอก 10,395 ลูกบาศก์เซนติเมตรซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 21 เซนติเมตร จงหาความสูงของน้ำในอ่างเลี้ยงปลา

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ปัญหา...

2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 มาครบหรือไม่ (ครบ)

.....

ถ้าครบ ลงมือหาสิ่งที่ปัญหาต้องการได้ทันที...

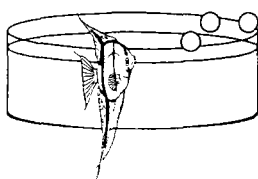
.....

.....

.....

แล้วเสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วางแผน



$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจข้อ

.....

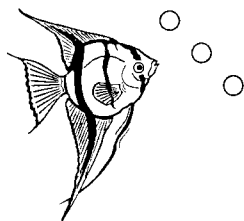
.....

.....

.....

.....

.....



เนื้อหา (กลุ่มควบคุม)

คาบที่ 8-9

ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวของสสวท.

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์เพื่อหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
- ขั้นที่ 3 เปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ
- ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน

1. ครูอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามแนวของ สสวท. เมื่อมีปัญหานักเรียนต้องอ่าน แล้วทำความเข้าใจกับปัญหาตามลำดับขั้นตอนทั้งนี้เป็นการฝึกให้มีระเบียบ มีขั้นตอน
2. ครูเขียนโจทย์บนกระดานให้นักเรียนอ่านและอธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการ แล้วให้นักเรียนฝึกตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 ปากการราคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท จงหาราคาของปากกาและดินสอ

นักเรียนมีวิธีทำอย่างไร

นักเรียนคิดว่า ถ้าโจทย์ซับซ้อนกว่านี้ นักเรียนจะยังใช้วิธีของนักเรียนได้เสมอไปหรือไม่ ให้นักพิจารณาวิธีทำต่อไปนี้

วิธีทำ สมมติให้ ดินสอราคา ... บาท (X)

ดังนั้น ปากการราคา บาท (X+1)

ราคาดินสอและปากการวมกัน บาท $[X + (X + 1)]$

ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท

ดังนั้นสมการ คือ $[X + (X + 1) = 5]$

$$\dots\dots\dots (X + X) + 1 = 5$$

(สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)

$$\dots\dots\dots (1 + 1) X + 1 = 5$$

(สมบัติการแจกแจง)

$$\dots\dots\dots 2X = 4 \quad (\text{สมบัติการบวก})$$

$$\dots\dots\dots X = 2 \quad (\text{สมบัติการคูณ})$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ... (2) . ในสมการ [$(X + X) + 1 = 5$]

$$\dots\dots\dots \text{ซึ่งเป็นจริง} \quad (2+2)+1 = 5$$

ดังนั้น ราคาดินสอ 2 บาท และราคาปากกา 3 บาท

ทั้งสองอย่างรวมกันได้ 5 บาท

ดังนั้น 2 เป็นคำตอบของสมการ

$\therefore$ คำตอบของสมการคือ 2 บาท

จำนวนใดที่นำมาแทน X แล้วทำให้สมการข้างบนเป็นจริง

จำนวนที่หาได้เป็นราคาดินสอใช่หรือไม่

ให้นักเรียนหาราคาปากกาจากราคาดินสอ

วิธีการนี้จะช่วยให้คิดสะดวกขึ้น วิธีการดังกล่าวจะทำได้เป็นขั้นๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปร ให้ แทนราคาดินสอ

ดังนั้นราคาปากกา คือ.....

ขั้นที่ 3 ประโยคภาษา ปากการาคาแพงกว่าดินสอ 1 บาท ทั้งสองอย่างรวมกันราคา 5 บาท

ประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 4 แก่สมการ สมการ คือ $X + (X + 1) = 5$

$$(X + X) + 1 = 5$$

$$(1+1) X + 1 = 5$$

.....

.....

.....

.....

$$X = \dots\dots\dots$$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย.....ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ราคาดินสอ ... บาท และราคาปากกา ... บาท

ทั้งสองอย่างราคารวมกันได้ 5 บาท

ดังนั้น.....เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 2 สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

วิธีทำ ทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวสสวท.

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปร ให้ แทนรายได้ของนาย ก

ดังนั้นสามในสี่ของรายได้ของนาย ก คือ.....

สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท

ดังนั้น รายได้ของนาย ข คือ.....

แต่รายได้ของนาย ข เท่ากับ 2,600 บาท

ขั้นที่ 3 ประโยคภาษา สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท

ประโยคสัญลักษณ์ สมการคือ.....

ขั้นที่ 4 แก้สมการ

.....

.....

.....

$$X = \dots\dots\dots$$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย.....ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น.....เป็นคำตอบของสมการ

ดังนั้น รายได้ของนาย ก เป็น บาท

ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท แล้วสามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท คือ

.

หรือ แสดงวิธีทำ

ให้รายได้ของนาย ก เป็น X บาท

ดังนั้น สามในสี่ของรายได้ของนาย ก คือ $\frac{3}{4}X$ บาท

$\frac{3}{4}X$ บาท น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท

ดังนั้นรายได้ของนาย ข คือ $\frac{3}{4}X + 500$ บาท

แต่รายได้ของนาย ข คือ 2,600 บาท

ดังนั้นสมการคือ $\frac{3}{4}X + 500 = 2,600$

$$\frac{3}{4}X = 2,600 - 500$$

$$\frac{3}{4}X = 2,100$$

$$\frac{3}{4}X \times \frac{4}{3} = 2,100 \times \frac{4}{3}$$

$$X = 2,800$$

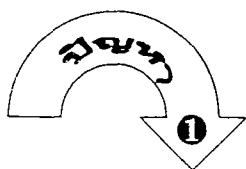
ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย.....ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น.....เป็นคำตอบของสมการ

ดังนั้น รายได้ของนาย ก เป็น บาท

ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท แล้วสามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท คือ



ห้ในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข มีค่าเท่ากับผลบวกของ
คะแนนสอบของนาย ข และนาย ค ถ้านาย ข สอบได้ 40 คะแนน และ นาย ค สอบได้ 20 คะแนน
อยากทราบว่า นาย ก สอบได้กี่คะแนน

วิธีทำ ทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวสสวท.

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปร ให้ แทน.....

ขั้นที่ 3 เปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข เท่ากับ.....

ห้ในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข คือ.....

นาย ข สอบได้.....

นาย ค สอบได้.....

ผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และนาย ค.....

ประโยคสัญลักษณ์ สมการคือ.....

ขั้นที่ 4 แก้สมการ

.....

.....

.....

X =.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย.....ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ห้ในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข มีค่าเท่ากับ.....

ผลบวกของคะแนนสอบของนาย ข และนาย ค

ถ้านาย ข สอบได้ 40 คะแนน และ นาย ค สอบได้ 20 คะแนน

ดังนั้น นาย ก สอบได้ คะแนน แล้ว.....เป็นคำตอบของสมการ

เนื้อหา คาบที่ 10 – 11

เหมือนกลุ่มทดลอง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาที่เขียนบนกระดานแล้วตอบคำถาม...

ตัวอย่างที่ 1

ปัญหา ปัจจุบันผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค 20 ปี ถ้า ข

- ● อายุ 10 ปี ค อายุ 8 ปี ก อายุกี่ปี

นักเรียนมีวิธีทำอย่างไร.....

นักเรียนคิดว่า ถ้าโจทย์ซับซ้อนกว่านี้นักเรียนจะยังใช้วิธีของนักเรียนเสมอไปหรือไม่

ให้นักเรียนพิจารณาวิธีทำตามขั้นตอนการแก้ปัญหามาตามแนว สสวท.

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

อายุ ก

ถ้า ข อายุ 10 ปี ค อายุ 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น

ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค 20 ปี.....

ขั้นที่ 4. แก้สมการ

สมการ คือ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค 20 ปี ปี

ถ้า ข อายุ 10 ปี ค อายุ 8 ปี

ปัจจุบันผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค 20 ปี เป็น.....

ดังนั้น เป็นคำตอบของสมการ

ก อายุ..... ปี

แสดงวิธีทำ

วิธีทำ สมมติอายุ ก เป็น X ปี

ถ้า อายุ ข เป็น 10 ปี

อายุ ค เป็น 8 ปี

แล้ว ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น $X + 10$ ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น $10 - 8 = 2$ ปี

ดังนั้น ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 20 ปี คือ

$$(X + 10) + 2 = 20$$

$$X + 12 = 20$$

$$X = 8$$

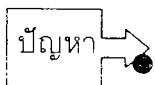
ตรวจสอบ ถ้า อายุ ก เป็น 8 ปี อายุ ข เป็น 10 ปี และ อายุ ค เป็น 8 ปี

แล้วผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 20 ปี คือ

$$(8 + 10) + (10 - 8) = 20 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น อายุ ก เป็น 8 ปี

ให้โจทย์ฝึกเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด



อีก 5 ปีข้างหน้าแดงจะมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของดำ ถ้าปัจจุบันดำอายุ 15 ปี ปัจจุบันแดงอายุเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

อายุ แดง

ถ้า ดำ อายุ 15 ปี

แดงจะมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของดำ

อีก 5 ปีข้างหน้าแดงจะมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของดำ

ขั้นที่ 4. แก่สมการ สมการ คือ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

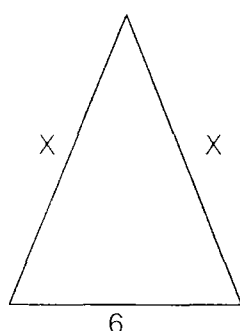
.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง

อีก 5 ปีข้างหน้าแดงจะมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของดำ ถ้าปัจจุบันดำอายุ 15 ปี ปัจจุบันแดงอายุ ... ปี ดังนั้น เป็นคำตอบของสมการ
แดงมีอายุ..... ปี

ตัวอย่างที่ 2



- 1.) ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนความยาวรอบรูป
- 2.) ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านที่ยาวเท่ากัน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

สิ่งที่ต้องการหาได้ต้องรู้อะไรบ้าง.....

ขั้นที่ 2. ตัวแปรที่กำหนดให้แทนด้วย

ขั้นที่ 3. จากรูปนักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนความยาวของเส้นรอบรูปได้หรือไม่...

ถ้าได้ คือ.....

ถ้ากำหนดความยาวของเส้นรอบรูปให้ แล้วนักเรียนหาความยาวของด้านที่ยาวเท่ากันได้หรือไม่...ถ้าได้สมการคือ.....

วิธีทำ จากรูป สามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะมีด้านเท่ากัน 2 ด้าน

ดังนั้น เขียนสัญลักษณ์แทนความยาวรอบรูปได้เป็น $X + X + 6$

ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร แล้ว...

สมการคือ $X + X + 6 = 32$)

ขั้นที่ 4. แก้สมการ

สมการ คือ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(สมการคือ $X + X + 6 = 32$

$$(1+1) X + 6 = 32$$

$$2X + 6 = 32$$

$$2X = 26$$

$$X = 13$$

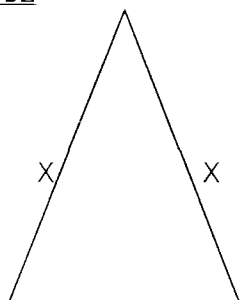
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

..... ซึ่งเป็นจริง

ถ้าความยาวของเส้นรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร แล้ว

ดังนั้น ความยาวของสามเหลี่ยมที่แทนด้วย X ยาวด้านละ.....เซนติเมตร

(ตรวจสอบ



6

ความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร

ถ้าความยาวของด้านที่ยาวเท่ากันเป็น 13 เซนติเมตร

แล้ว $13+13+6 = 32$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น X มีค่าเป็น 13 เซนติเมตร)

ให้โจทย์ฝึกเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุด

ปัญหา

๑

ศักดิ์อ่อนกว่าแสง 7 ปี ถ้าศักดิ์อายุ X ปี

- (1) แสงมีอายุเท่าใด
- (2) ผลบวกของอายุของคนทั้งสองเป็นเท่าใด
- (3) ถ้าผลบวกของอายุของคนทั้งสองเท่ากับ 19 ปี
จงเขียนสมการเพื่อหาอายุของศักดิ์และแสง

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. ตัวแปร X แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

อายุ ศักดิ์ ปี

(1) ถ้า ศักดิ์อ่อนกว่าแสง 7 ปี แล้ว อายุแสงเป็น ปี

(2) ผลบวกของอายุของคนทั้งสองเป็น ปี

(3) ถ้าผลบวกของอายุของคนทั้งสองเท่ากับ 19 ปี นักเรียนเขียนเป็นลักษณะใดอย่างไร

.....

ขั้นที่ 4. แก่สมการ สมการ คือ.....

.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง

ถ้าอายุศักดิ์เป็น ปี อายุแสงเป็น ปี ผลบวกของอายุคนทั้งสองเป็น ปี

ดังนั้น เป็นคำตอบของสมการ

ปัญหา ②	ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างและด้านยาว ยาว 15 และ 18 เซนติเมตร แล้วจะมีพื้นที่และเส้นรอบรูปเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ครูให้นักเรียนวาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขแสดงความยาวกำกับด้านแต่ละด้านของรูป



กำหนดให้

A เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

W เท่ากับความยาวของด้านกว้าง

m เท่ากับความยาวของด้านยาว

ขั้นที่ 2. ตัวแปร X แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างและด้านยาว ยาว 15 และ 18 เซนติเมตร แล้ว...

ประโยคภาษา : พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว

ประโยคสัญลักษณ์ : ($A = wxm$)

ประโยคภาษา : เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ [$2(\text{กว้าง} + \text{ยาว})$]

ประโยคสัญลักษณ์ : [$2(w+m)$]

ขั้นที่ 4. แก้มการ สมการ คือ.....

.....

.....

.....

.....

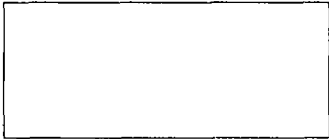
.....

.....

.....

.....

(เฉลย...

 กำหนดให้ A เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า w เท่ากับความยาวของด้านกว้าง m เท่ากับความยาวของด้านยาว	จากสูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $A = w \times m$ แทนค่า $w = 15$, $m = 18$ $A = 15 \times 18$ $= 270$ ดังนั้น พื้นที่เป็น 270 ตารางเซนติเมตร เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $= 2(w+m)$ $= 2(15+18)$ $= 66 \text{ เซนติเมตร}$

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า A ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างและด้านยาว ยาว 15 และ 18 เซนติเมตร แล้วจะมีพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็น.....ตารางเซนติเมตรและเส้นรอบรูปยาว.....เซนติเมตร

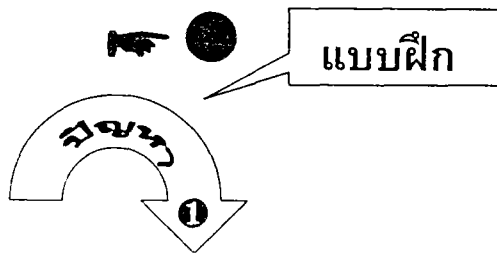
เนื้อหาตอนที่ 12

บททวนโจทย์สมการ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้การสอน

ครูแจกแบบฝึกชุดที่ 1 2 3 และ 4 ให้นักเรียนทำ



ถ้าจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 แล้วสองจำนวนนั้นรวมกันได้ 36
สองจำนวนนั้นมีค่าเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

.....
.....

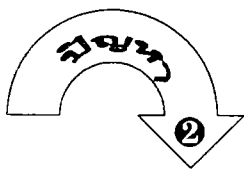
ขั้นที่ 4. แก้สมการ

สมการ คือ.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง
.....
.....
.....



อันว่าชายคนหนึ่งซึ่งเลี้ยงหมู ลองนับดูไม่ทราบเท่าไรหนา
แต่รู้ว่าหมูตายสามตัวนา ยังเหลือหมูสิบห้าวิ่งรำไป
อยากจะทราบว่ามีหมูในคอก ไม่ย่อนยอกว่ามากสักเพียงไหน
สมการข้อนี้ทำง่ายตาย ถ้าเข้าใจวิธีคิดไม่ผิดเอ๋ย

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

.....
.....

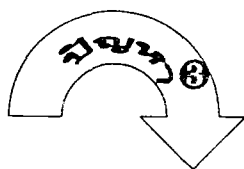
ขั้นที่ 4. แก้สมการ

สมการ คือ.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง
.....
.....
.....



ครูมีสมุดอยู่จำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียนที่มีความประพฤติดี 50 คน
คนละ 2 เล่ม ปรากฏว่าไม่พอ ครูต้องไปซื้อเพิ่มอีก 15 เล่ม จงหาว่า
เดิมครูมีสมุดอยู่กี่เล่ม

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

.....
.....

ขั้นที่ 4. แก้สมการ

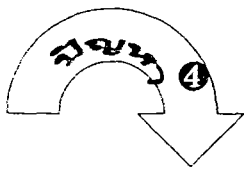
สมการ คือ.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

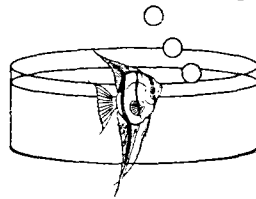
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง

.....
.....
.....
.....
.....



จงหาปริมาตรของน้ำในอ่างเลี้ยงปลาทรงกระบอกซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 45 เซนติเมตร และระดับน้ำสูง 30 เซนติเมตร ดังรูป



$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (อ่านและเรียบเรียงความเข้าใจด้วยคำพูดของตนเอง)

โจทย์กำหนดให้.....

โจทย์ต้องการหา.....

ขั้นที่ 2. กำหนดตัวแปร ให้..... แทน.....

ขั้นที่ 3. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

.....
.....

ขั้นที่ 4. แก้สมการ

สมการ คือ.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า X ด้วย ในสมการ.....

.....ซึ่งเป็นจริง
.....
.....

ขั้นสรุป

เมื่อเรียนจบแนวทางการแก้ไขปัญหาลแล้วให้นักเรียนสรุปขั้นตอนที่จะต้องคำนึงถึงมีอะไรบ้าง โดยเขียนใส่กระดาษที่ครูแจกให้ และทบทวนพร้อมกันอีกครั้ง

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน
2. แบบฝึก
3. แบบฝึกหัดที่ 1.5 ในหนังสือเรียน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต

- ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น

2. ตรวจผลงาน

- จากวิธีทำบนกระดาน
- จากแบบฝึก
- จากแบบฝึกหัด



ตั้งใจน้อยนะ

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

**รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแผนการสอนที่สอนโดยวิธีสอนแบบแก้ปัญหาและ
แผนการสอนตามคู่มือครู**

1. ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
 2. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์
ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะด้านพัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ
กระทรวงศึกษาธิการ
 3. อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
-

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์
ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
3. รองศาสตราจารย์ ดร. ส. วาสนา ประवालพฤษ์
ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะด้านพัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ
กระทรวงศึกษาธิการ
2. อาจารย์สุลีพร สุภธีระ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
3. อาจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

1. ดร. ปานทอง กุลนาถศิริ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. รองศาสตราจารย์ ดร. ส. วาสนา ประवालพฤษ์
ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ทองหล่อ วิภาวีน
สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางวิมล ชื่อสกุล พงษ์पालิต

เกิดวันที่ 5 เดือน มิถุนายน พุทธศักราช 2495

สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต

สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 103/73 ถนนงามวงศ์วาน

แขวงทุ่งสองห้อง เขตหลักสี่

กรุงเทพมหานคร 10210.

ตำแหน่งหน้าที่การงาน อาจารย์ 2 ระดับ 7

สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนศรีบุญยานนท์ อำเภอเมือง

จังหวัดนนทบุรี 11000.

กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2510 มัธยมศึกษาตอนต้น

จากโรงเรียนสตรีภูเก็ต จังหวัดภูเก็ต

พ.ศ. 2519 กศ.บ. (วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทชีววิทยา)

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

พ.ศ. 2541 กศ.ม. (การมัธยมศึกษา กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์)

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 94 คน และสุ่มอย่างง่ายเพื่อแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิธีจับฉลาก กลุ่มละ 47 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ในแต่ละกลุ่มได้รับการสอนโดยใช้เนื้อหาเดียวกันเป็นเวลา 12 คาบๆละ 50 นาที ดำเนินการทดลองใช้แบบแผนการวิจัยแบบ Non-Randomized control-group pretest –posttest design เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าคือแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) และ วิธีการทางสถิติแบบ t-test (t-test Independent)

ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

A COMPARISON OF MATHAYOM SUKSA II STUDENTS' LEARNING
ACHIEVEMENT AND ATTITUDES TOWARD MATHEMATICS
THROUGH THE INSTRUCTION BASED ON
PROBLEM - SOLVING APPROACH AND
THE TEACHER'S MANUAL.

AN ABSTRACT
BY
VIMOL PONGPALIT

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
September 1998.

The purpose of this study was to compare Mathayom Suksa II Students' Mathematics learning achievement and attitudes toward Mathematics through the instruction based on Problem-Solving Approach and the Teacher's Manual.

The subjects for this study consisted of 94 Mathayom Suksa II students of Sriboonyanon School, Nonthaburi in the second semester of 1997 academic year. They were selected by simple random sampling and divided into two groups : the experimental and control groups with 47 students in each. The experimental group was taught through the instruction based on Problem-Solving Approach, whereas the control group was taught through the instruction based on the Teacher's Manual. Each group was taught with the same content for twelve periods. The research design of this study was Non-Randomized control-group pretest –posttest design. The instruments were the basic mathematical knowledge test , the achievement test and the affective assessment. Statistics techniques used in this study were the ANCOVA and t-test (t-test for Independent samples) .

The results of this study indicated that :

1. The learning achievement of the experimental group and the control group was significantly different at the .01 level.

2. The attitude toward Mathematics of the experimental group and the control group was significantly different at the .05 level.