

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
กรกฎาคม 2559

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



บทคัดย่อ
ของ
สุนันท์ บุญพัฒนาภรณ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้

กรกฎาคม 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
กรกฎาคม 2559

สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์. (2559). การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ ปร.ด. (วิทยาการทางการศึกษา
และการจัดการเรียนรู้). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษาปรินญานิพนธ์: อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง,
รองศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เกษมเนตร.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตร วิธีการพัฒนาหลักสูตรใช้แนวคิดของ
ไทเลอร์และทาบา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน
ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร และขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและ
ปรับปรุงหลักสูตร

หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่พัฒนา
ขึ้นมีโครงสร้างของหลักสูตรประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของ
หลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล ผลการประเมินประสิทธิภาพของ
หลักสูตรในด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร
พบว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมในระดับมากและองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบของหลักสูตร
มีความสอดคล้องกัน ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยกึ่งทดลองเพื่อศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตร โดยใช้แบบแผน
การทดลองแบบ pretest-posttest one group design กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนวิชา
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)
ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 38 คน ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย
เนื้อหาในหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 6 หน่วย ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) จำนวนและ
การดำเนินการ 3) การวัด 4) เรขาคณิต 5) พีชคณิต และ 6) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
ใช้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 32 คาบ ด้วยกระบวนการจัดการเรียนเพื่อส่งเสริม
การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น 7 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ
2) ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา 3) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 4) ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้
5) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 6) ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด และ 7) ขั้นขยายความคิด

ผลการประเมินประสิทธิผลของหลักสูตร พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยหลักสูตรเพื่อส่งเสริม
การคิดเชิงคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์
ด้านการดำเนินการทางความคิด และด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ หลังทดลองใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อน
ทดลองใช้หลักสูตรในทุกด้านอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และพัฒนาการการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นในทุกด้าน ซึ่งเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรที่พัฒนาขึ้น

THE DEVELOPMENT OF CURRICULUM TO ENHANCE MATHEMATICAL THINKING
FOR MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS



Presented in Partial Fulfilment of the Requirements for the
Doctor of Philosophy in Educational Science and Learning Management
at Srinakharinwirot University

July 2016

Suthinan Boonpattanaporn. (2016). *The Development of Curriculum to Enhance Mathematical Thinking For Mathayomsuksa 4 Students*. Dissertation, Ph.D. (Philosophy in Educational Science and Learning Management). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Rungtiwa Yamrung, Assoc. Prof. Laddawan Kasemnet

This research aimed to create a curriculum to promote and enhance mathematical thinking amongst Mattayomsuksa Four students and to study the effectiveness of the curriculum on these students. This curriculum was developed based on the work of Tyler and Taba. It consisted of four stages which include: (1) a Study and an analysis of the basic data, (2) Curriculum Development, (3) Curriculum Trial and (4) Curriculum Evaluation and Implementation.

The curriculum was designed to enhance the mathematical thinking skills of Mattayomsuksa Four students. It was comprised of four components; objectives, content, activities and evaluation. The curriculum was checked for its appropriateness and the congruence of the components. The results revealed that the curriculum was appropriate at a high level and each component of the curriculum was congruent.

This quasi-experimental research used a one group pretest-posttest design was used to study a total of thirty eight Mattayomsuksa Four students taking additional mathematical courses at Srinakharinwirot Prasanmit Demonstration School. These samples were selected via a purposive sampling method in the second semester of 2013 academic year. The content of the developed curriculum included the following: (1) Problem Solving, (2) Numbers and Operations, (3) Measurement, (4) Geometry. (5) Algebra, and (6) Data Analysis and Probability. They were selected to participate in the learning process to enhance mathematical thinking, developed by the researcher in seven steps: (1) Motivation, (2) Present and Comprehension, (3) Planning, (4) Presentation, (5) Solution, (6) Evaluation and Conclusion, and (7) Elaboration.

The result of this curriculum evaluation showed the improvement of the average scores of the students in terms of the three components of mathematical thinking; mathematical knowledge, mental operations, and mathematical disposition, at a statistically significant level of .01 after studying the curriculum to enhance their mathematical thinking. The development of the students were found to be at a high overall level in mathematical thinking. These findings also justified the purpose and the use of this curriculum.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ของ
สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....รักษาการแทนคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปรินทร์ ชัยวิสุทธิทางกูร)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2559

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษาหลัก
(อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง)

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัจฉรา วัฒนางรงค์)

.....ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เกษมเนตร)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เกษมเนตร)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ดวงใจ สีเขียว)



งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจากอาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาหลักปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ลัดดาวัลย์ เกษมเนตร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมปริญญานิพนธ์ ที่เสียสละเวลาอันมีค่าให้คำปรึกษาแนะนำในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ในทุกขั้นตอน ผู้วิจัยซาบซึ้งในพระคุณนี้อย่างยิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อัจฉรา วัฒนานรงค์ ที่กรุณาเป็นประธานสอบปากเปล่า และอาจารย์ดร.ดวงใจ สีเขียว ที่กรุณาเป็นกรรมสอบปากเปล่า ท่านได้ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงงานวิจัยให้มีคุณภาพ ทำให้ผู้วิจัยสำเร็จการศึกษาอย่างสมบูรณ์ตามหลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ณัฏฐา กมล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญญิสรา แซ่หล่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนา อาจารย์ ดร. ขวัญ เพียชัย อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรนะ อาจารย์ ดร.วิลาวัลย์ ด้านสิริสุข อาจารย์ ดร. ภิญญาพันธ์ เพียชัย อาจารย์สุพัทธ แสนแจ่มใส และอาจารย์เอนก จันทระจัญญ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอย่างดียิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.รสนา มรรษทวี ที่กรุณาใช้เวลาตรวจและแก้ไขบทคัดย่อ (abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคุณครูวีรยุทธ วิริยะศิริพจน์ คุณครูลัดดาวัลย์ กิณนาร์ตน์ คุณครูณรงค์เพ็ญทองเลิศ คุณครูอังคณา บุญเย็น คุณครูณฤพณ์ สายเสมา และอาจารย์ณัฐ สิทธิกร ที่ให้ข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรกระทั่งได้ข้อมูลที่สมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาและให้กำลังใจมาโดยตลอด ขอขอบคุณอาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้ความสะดวกต่างๆ ในการเก็บข้อมูลการวิจัยครั้งนี้จนสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีและขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณพี่ เพื่อน และน้องนิสิตปริญญาเอก สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ รุ่นที่ 1 ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และบุคคลในครอบครัวทุกท่านที่ให้กำลังใจกระทั่งได้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
คำถามการวิจัย.....	5
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
ความสำคัญของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	6
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	6
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	6
ตัวแปรที่ศึกษา.....	6
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	6
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	13
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	15
แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	16
ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	16
องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	17
การวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	39
แนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	42
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	45
แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับหลักสูตรและการพัฒนาหลักสูตร.....	46
ความหมายของหลักสูตร.....	46
องค์ประกอบของหลักสูตร.....	48
รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร.....	51
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตร.....	61

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
แนวคิดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	64
แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ที่นำมาใช้ ในการสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริม การคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	68
การจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.....	69
ทฤษฎีการเรียนรู้.....	71
ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์.....	71
ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม.....	72
ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง.....	76
ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล.....	79
การจัดการเรียนรู้.....	81
การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริม การคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	83
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	94
ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน.....	96
ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร.....	97
ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร.....	110
ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและการปรับปรุงหลักสูตร.....	111
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	112
ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	112
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	124

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5	
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	143
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	143
วิธีดำเนินการวิจัย.....	143
สรุปผลการวิจัย.....	144
อภิปรายผล.....	145
ข้อเสนอแนะ.....	152
บรรณานุกรม.....	153
ภาคผนวก.....	168
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	169
ภาคผนวก ข หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	174
ภาคผนวก ค การวิเคราะห์ข้อมูล.....	180
ภาคผนวก ง ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	192
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	218

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงค่าของ m และ n	27
2 การแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ.....	28
3 การให้เหตุผลเชิงตรรกะ 1.....	30
4 การให้เหตุผลเชิงตรรกะ 2.....	31
5 แบบตรวจสอบรายการอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์.....	40
6 ทฤษฎีการเรียนรู้.....	80
7 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	84
8 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	87
9 เกณฑ์การประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	102
10 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	102
11 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการให้เหตุผล.....	103
12 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด.....	103
13 กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	116
14 ผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรในภาพรวมโดยผู้เชี่ยวชาญ.....	122
15 ผลการประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	123
16 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ก่อนและหลังทดลองใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	125
17 แสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และ การดำเนินการทางการคิด 4 ระยะ จำแนกเป็นรายด้านและภาพรวม.....	126
18 ผลการประเมินอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน หลังการทดลองใช้หลักสูตร.....	140
19 เนื้อหาของหลักสูตร.....	175
20 ผลการประเมินความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 4.....	181

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
21 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านวัตถุประสงค์ของหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	181
22 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านเนื้อหาของหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	182
23 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	183
24 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการวัดและประเมินผล โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	184
25 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และ ด้านการดำเนินการทางการคิด ฉบับที่ 1.....	185
26 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และ ด้านการดำเนินการทางการคิด ฉบับที่ 2.....	185
27 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และ ด้านการดำเนินการทางการคิด ฉบับที่ 3.....	186
28 แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและค่าความเชื่อมั่นของ แบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์.....	187
29 แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับอัจฉริยภาพทาง คณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังทดลองใช้หลักสูตร เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	189

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	13
2 แนวทางการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	14
3 กระบวนการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง.....	23
4 กระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน เพอร์นันเตซ และฮาตาเวย์.....	24
5 การค้นหาแบบรูป.....	26
6 สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและขอบสระ.....	36
7 การจัดเรียงที่ช่วยครออธิบายเรื่องกฎการสลับที่.....	37
8 องค์ประกอบของหลักสูตร ตามแนวคิดของทาบา.....	50
9 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ตามแนวคิดของไทเลอร์.....	52
10 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ตามแนวคิดของทาบา.....	54
11 รูปแบบการประเมินของไทเลอร์.....	58
12 การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	93
13 ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	95
14 สถานการณ์ปัญหากล้องวงจรปิด.....	100
15 สถานการณ์ปัญหาแบ่งลูกอม.....	100
16 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 1.....	127
17 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 2.....	128
18 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 3.....	129
19 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 4.....	130
20 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 1.....	130
21 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 2.....	131
22 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 3.....	132
23 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 4.....	133

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
24 การให้เหตุผลระยะที่ 1.....	134
25 การให้เหตุผลระยะที่ 2.....	135
26 การให้เหตุผลระยะที่ 3.....	136
27 การให้เหตุผลระยะที่ 4.....	137
28 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 1.....	138
29 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 2.....	138
30 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 3.....	139
31 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 4.....	140
32 ตัวอย่างงานเขียนความเรียงที่แสดงถึงความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์.....	141
33 ตัวอย่างงานเขียนความเรียงที่แสดงถึงความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์.....	142

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

"การคิดเป็นกลไกสำคัญที่ใช้ในการเรียนรู้และเป็นคุณลักษณะที่ต้องการส่งเสริมให้เกิดขึ้นในเด็กไทย" (กระทรวงศึกษาธิการ. 2542: บทนำ) ซึ่งความสามารถในการคิดเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ทำให้สามารถแก้ปัญหา เลือกตัดสินใจได้อย่างเหมาะสม มีเหตุผล และเป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้ตลอดชีวิต (ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. 2556: 5-6) โดยวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้เกิดการค้นคว้าวางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม รวมทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 56)

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่กับคุณธรรมจริยธรรมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). 2555ก: 3) ด้วยการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในกระบวนการเรียนรู้และกระบวนการคิด ให้นักเรียนได้ศึกษา เรียนรู้ และพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง รวมทั้งปลูกฝังคุณลักษณะที่ส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น ความขยันหมั่นเพียร ความอดทน ความละเอียดรอบคอบ และมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ในทางบวก (สสวท. 2555ข: 57) ซึ่งองค์ประกอบทั้ง 3 คือ ความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์นี้ถือเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพราะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางสมองที่เชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอักษาสัยทางคณิตศาสตร์ในการจัดการกับปัญหาไว้ด้วยกัน (Lim; & Hwa. 2007: 81-83, Isoda; & Katagiri. 2012: 48-49) โดยการดำเนินการทางการคิดซึ่งเป็นองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้นประกอบไปด้วยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลในการสนับสนุนยุทธวิธีและขั้นตอนการหาคำตอบของปัญหา และสรุปอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทั้งการวาดภาพ แผนภาพ ตาราง และสมการ เพื่อช่วยจัดการปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเอง (Baroody. 1993: 1-3, รุ่งทิวา นามารุ่ง. 2550: 17-32) สำหรับอักษาสัยทางคณิตศาสตร์ (mathematical disposition) นั้นไม่ใช่เพียงเจตคติ

แต่อัชฌาศัยทางคณิตศาสตร์เป็นแนวโน้มในการคิดและการปฏิบัติในทางบวก ซึ่งจะแสดงให้เห็นได้จากภาระงานที่ได้รับมอบหมาย โดยพิจารณาจากความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ รวมทั้งการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ เหล่านี้ล้วนสะท้อนจากการคิดของนักเรียนแต่ละคน อัชฌาศัยทางคณิตศาสตร์จึงเป็นมากกว่าการชอบคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนชอบคณิตศาสตร์และเชื่อมั่นว่าการแก้ปัญหาจะสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เพียงคำตอบเดียวและด้วยวิธีการที่ถูกต้องเพียงวิธีเดียว ความเชื่อนี้มีอิทธิพลต่อการปฏิบัติตัวของนักเรียนเมื่อต้องการแก้ปัญหา จากตัวอย่างแสดงให้เห็นว่าแม้นักเรียนจะมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นว่าพวกเขามีอัชฌาศัยทางคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนยังยึดติดกับยุทธวิธีในการหาคำตอบและจำนวนคำตอบที่ได้ จึงไม่มีความยืดหยุ่นในการดำเนินการ (NCTM. 1989: 233-234) จะเห็นได้ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นวิธีการที่เป็นระบบที่ใช้ในการจัดการปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้และจากการทำคณิตศาสตร์ (Greenwood. 1993: 144) การคิดเชิงคณิตศาสตร์จะเน้นให้นักเรียนคิดและหาวิธีซึ่งทำให้เกิดองค์ความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์และหลักการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ ความเข้าใจหลักการนั้นๆ มาพัฒนาการแก้ปัญหาในชีวิตจริง จนทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ที่ก่อให้เกิดศาสตร์อื่นๆ ตามมา (ปิยพร สีสันต์. 2554: 2) การคิดเชิงคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญในแง่เป็นตัวขับเคลื่อนความรู้และทักษะ และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระ เพราะหากนักเรียนมีเพียงความรู้และทักษะแต่ไม่สามารถนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาต่างๆ ได้ด้วยตนเอง ความรู้และทักษะเหล่านั้นก็ไม่มีประโยชน์ที่จะต้องเรียนรู้ต่อไป (Isoda; & Katagiri. 2012: 35-38)

จากการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นจากครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาที่มีประสบการณ์การสอนมากกว่า 10 ปี รวม 6 คน โดยให้ครูตอบแบบสอบถามปลายเปิดเกี่ยวกับปัญหาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาเรียนรู้สูตร ทฤษฎี กฎ แต่ไม่สามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะไม่มีความเชื่อมโยงกันระหว่างความรู้ในห้องเรียนและการนำความรู้มาใช้ในชีวิตจริง นักเรียนขาดแรงกระตุ้นในการแก้ปัญหาและไม่สามารถให้เหตุผลเพื่ออธิบายแนวคิดได้ นอกจากนี้ นักเรียนมักใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพียงรูปแบบเดียวคือสมการ จึงขาดความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดที่สำคัญที่ควรมีการศึกษาในกลุ่มนักเรียนไทยว่ามีอยู่มากน้อยเพียงใด ซึ่งจากการศึกษาที่ผ่านมายังไม่พบการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยตรง จึงต้องศึกษาโดยอาศัยผลการประเมินจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ที่ประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยประเมินทั้งความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ร่วมกัน PISA เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนเอามาใช้ใน

สถานการณ์ของชีวิตจริง โดยนักเรียนต้องขยายความรู้จากที่เรียนมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริง ในบริบทที่หลากหลาย ให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สืบหา ตรวจสอบ และนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ทักษะหลายอย่าง เช่น ทักษะการคิด การให้เหตุผล ทักษะการโต้แย้ง การสื่อสาร การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา (โครงการ PISA สสวท. 2554: 1-7, 87-88) การประเมิน PISA เริ่มโครงการประเมินครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ. 2000 ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนเฉลี่ย 433 คะแนน (คะแนนเฉลี่ยมาตรฐานเท่ากับ 500 คะแนน) และในครั้งล่าสุด คือ ปี ค.ศ. 2012 นักเรียนไทยได้คะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน (คะแนนเฉลี่ยมาตรฐานเท่ากับ 494 คะแนน) จะเห็นได้ว่า ผลการประเมินตั้งแต่ปี ค.ศ. 2000 จนถึงครั้งล่าสุด นักเรียนไทยมีแนวโน้มการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ลดลง และเมื่อพิจารณาระดับความสามารถหรือระดับความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนไทยรู้คณิตศาสตร์ถึงระดับสูงสุด คือ ระดับ 6 โดยเฉลี่ยมีเพียงร้อยละ 0.5 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนไทยที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานที่ควรมี (minimum requirement) คือ ไม่ถึงระดับ 2 มีจำนวนมากถึงร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด และเนื่องจาก PISA เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนเอามาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง ผลการประเมินนี้จึงชี้ให้เห็นว่า นักเรียนไทยไม่แสดงศักยภาพที่จะสามารถใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ (โครงการ PISA สสวท. 2556: 7-13; โครงการ PISA สสวท. 2557: 6)

นอกจากนี้เมื่อศึกษาวิธีคิดและพฤติกรรมที่แสดงออกของนักเรียนโดยใช้กลุ่มตัวอย่างจากนักเรียนโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (อายุประมาณ 15 ปี) ปีการศึกษา 2556 โดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย จำนวน 3 ห้องเรียน จากทั้งหมด 9 ห้องเรียน เป็นจำนวน 130 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูลเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 13 ข้อ ซึ่งเลือกจากข้อสอบ PISA คณิตศาสตร์ ที่เผยแพร่โดยสสวท. มาให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ (โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. 2552: 9-93) หลังจากนั้นผู้วิจัยนำข้อสอบที่ได้มาตรวจให้คะแนนแล้วนำมาวิเคราะห์การคิดของนักเรียน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นนักเรียนกลุ่มเก่งซึ่งได้คะแนนจากการทดสอบด้วยข้อสอบ PISA สูงกว่าคะแนนในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 มีจำนวน 33 คน กลุ่มที่ 2 เป็นนักเรียนกลุ่มปานกลางซึ่งได้คะแนนจากการทดสอบด้วยข้อสอบ PISA ระหว่างคะแนนในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 กับ 75 มีจำนวน 64 คน และกลุ่มที่ 3 เป็นนักเรียนกลุ่มอ่อน ซึ่งได้คะแนนจากการทดสอบด้วยข้อสอบ PISA ต่ำกว่าคะแนนในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 มีจำนวน 33 คน เมื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งใช้วิธีการคิดโดยยึดติดกับกฎหรือสูตรที่เคยเรียนมา วิธีการคิดของนักเรียนจึงไม่หลากหลาย ใช้วิธีคิดที่ยุ่งยาก ขาดการคิดที่สละสลวย (elegance) ส่วนนักเรียนกลุ่มอ่อน จะสามารถทำแบบทดสอบได้เฉพาะปัญหาที่คุ้นเคย ไม่ซับซ้อน หรือปัญหาที่เป็นรูปภาพ และในข้อใดที่นักเรียนกลุ่มอ่อนทำได้ นักเรียนกลุ่มนี้จะใช้วิธีคิดที่ง่ายกว่า และใช้วิธีคิดที่หลากหลายมากกว่านักเรียนกลุ่มเก่ง แต่ยังไม่สามารถอธิบายถึงเหตุผลที่นำมาใช้ใน

การแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ แต่หากเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือมีความซับซ้อนนักเรียนกลุ่มอ่อนจะไม่สามารถนำความรู้ที่เคยเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ไม่พยายามคิดและทำความเข้าใจปัญหา เมื่อผู้วิจัยสอบถามนักเรียนว่าทำไมจึงไม่ทำแบบทดสอบ นักเรียนตอบว่า "จำไม่ได้ โจทย์ยาก อ่านไม่เข้าใจ จึงไม่ทำ" สิ่งนี้เป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นว่าหากนักเรียนเห็นว่าตนเองจะไม่ประสบความสำเร็จในการงานที่ได้รับมอบหมายหรือพบภาระงานที่ยาก นักเรียนก็จะไม่ทำงานชิ้นนั้น ซึ่งเป็นไปในทิศทางเดียวกับแนวคิดของมาซาโน (Marzano. 2001: 11-12) ที่กล่าวว่า หากนักเรียนประเมินแล้วว่าภาระงานที่ตนต้องเข้าไปเกี่ยวข้องมีความสำคัญและ/หรือมีความเป็นไปได้น้อยที่จะประสบผลสำเร็จและมีความรู้สึกทางลบที่จะเข้าร่วมกับภาระงานนั้นแล้ว นักเรียนก็จะมีแรงจูงใจในการเข้าไปเกี่ยวข้องกับงานน้อยเช่นกัน และสำหรับวิธีคิดของนักเรียนกลุ่มปานกลางพบว่านักเรียนกลุ่มนี้พยายามคิดและเขียนอธิบายแนวคิดของตนเอง แต่อธิบายถูกต้องเพียงบางส่วนและยังไม่ชัดเจน เนื่องจากนักเรียนกลุ่มนี้สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาได้บางส่วนและไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการอธิบายได้ อีกทั้งยังติดกับยุทธวิธีแก้ปัญหาแบบเดิมๆ ที่เคยใช้ เมื่อศึกษาถึงการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียนจะพบว่า นักเรียนทุกกลุ่มพยายามใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำ ความเข้าใจปัญหาและแสดงแนวคิดของตนเอง แต่เนื่องจากนักเรียนกลุ่มอ่อนไม่มีความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์และไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการดำเนินการทางการคิดได้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้ด้วยเช่นกัน

ผลจากการสอบถามครูผู้สอนคณิตศาสตร์ถึงปัญหาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน การประเมินผล PISA และการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเบื้องต้นชี้ให้เห็นว่านักเรียนยังขาดการคิดเชิงคณิตศาสตร์มาก ส่วนหนึ่งอาจมีผลมาจากยังไม่มีหลักสูตรที่นำมาใช้ในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยตรงหรือหากมีก็เป็นหลักสูตรที่ยังไม่ชัดเจนมากนัก สอดคล้องกับแนวคิดของสุนีย์ คล้ายนิล (2558: 13-15, 51) ที่กล่าวว่า จากการศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ พบว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไทยมีการพัฒนาปรับปรุงใหม่อยู่เสมอ แต่สิ่งที่ถูกเน้นย้ำทุกครั้งที่เปลี่ยนแปลงคือการให้มีความรู้คณิตศาสตร์ แม้บางครั้งจะมีการพูดถึงทักษะและความสามารถทางคณิตศาสตร์บ้างแต่ก็กล่าวถึงน้อยกว่าในด้านความรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรจึงมีโครงสร้างบนฐานของเนื้อหาสาระ (content base) ซึ่งอาจเหมาะสำหรับนักเรียนกลุ่มน้อยที่จะเป็นนักวิชาชีพ เช่น นักคณิตศาสตร์ นักวิทยาศาสตร์ แต่ไม่ใช่เพื่อการเตรียมตัวนักเรียนส่วนใหญ่เพื่อการใช้ชีวิตหลังจากออกจากโรงเรียนไปแล้ว ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยหลักสูตรนี้มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย รู้จักคิดอย่างเป็นระบบ มีความตระหนักต่อกระบวนการคิด

ของตนเอง มีความสามารถในการให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด รวมทั้งมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบและชัดเจนยิ่งขึ้น อีกทั้งกระบวนการพัฒนาหลักสูตรนี้จะเป็นแนวทางให้หน่วยงานทางการศึกษา สถานศึกษาและผู้ที่สนใจนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ ต่อไป

คำถามการวิจัย

1. หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ควรมีลักษณะอย่างไร
2. หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพอย่างไร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ

1. พัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการวิจัย

ผลจากการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะก่อให้เกิดประโยชน์ในด้านต่างๆ ดังนี้

1. ได้นวัตกรรมใหม่ที่ช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการทางการคิดได้อย่างเหมาะสม สามารถแก้ปัญหาด้วยเหตุผลทั้งในห้องเรียนและในชีวิตจริง และมีความเชื่อและความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

3. หลักสูตรที่ได้จะเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ ชัดเจน และมีประสิทธิภาพ

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โดยการเลือกแบบเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย (purposive sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน เป็นนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จำนวน 38 คน ซึ่งมีผลการเรียนคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ
 - 2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 การดำเนินการทางการคิด ประกอบด้วย การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด
 - 2.3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

หลักสูตรที่พัฒนาขึ้นเป็นการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ ผ่านการใช้เนื้อหาในสาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 (1 ภาคเรียน) จำนวน 32 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะ และวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งพิจารณาจากการแสดงออกในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการระบุเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา การนำข้อมูลข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ โครงสร้าง หรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการดำเนินการทางการคิด ซึ่งวัดได้จากการให้นักเรียนทำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบาย

1.2 การดำเนินการทางการคิด หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด มีรายละเอียดดังนี้

1.2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน และยุทธวิธีในการหาคำตอบของปัญหา โดยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการประยุกต์ใช้ความรู้ต่างๆ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถบอกได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้คืออะไร แล้วนำความรู้ที่มีมาเชื่อมโยงกับปัญหาแล้วพิจารณาเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา จากนั้นจึงดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหาและแผนที่วางไว้ แล้วตรวจสอบคำตอบที่ได้ ซึ่งวัดได้จากการให้นักเรียนทำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบาย

1.2.2 การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการคิดที่อาศัยการวิเคราะห์เพื่อรวบรวมข้อมูลมาใช้ในการอธิบายหรือหาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหา เพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาอย่างสมเหตุสมผล โดยการให้เหตุผลจะพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการอธิบายแนวคิดหรือการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบด้วยหลักการ ข้อความ หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากการให้นักเรียนทำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบาย

1.2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด หมายถึง กระบวนการในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดที่กะทัดรัด ชัดเจน และง่ายต่อความเข้าใจ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดจะพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการใช้แผนภาพ รูปภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ รูปเรขาคณิต ตาราง กราฟ สมการ อสมการ หรือฟังก์ชัน ในการทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นได้เข้าใจ ซึ่งวัดได้จากการให้นักเรียนทำข้อสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบาย

1.3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ลักษณะนิสัยที่มีมาจากการเชื่อของนักเรียนในการทำคณิตศาสตร์และความรู้สึกรักของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลต่อวิธีการในการเข้าถึงปัญหาและพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ในลักษณะของความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1.3.1 ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ หมายถึง ความตั้งใจ ความพยายาม ไม่ย่อท้อต่อสิ่งที่ทำ และลงมือทำจนกระทั่งบรรลุผลสำเร็จ

1.3.2 ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ หมายถึง การปรับเปลี่ยนวิธีคิดตามสถานการณ์ โดยพยายามเลือกวิธีการที่เห็นว่ามีประสิทธิภาพเพื่อช่วยให้งานบรรลุผล

1.3.3 การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ หมายถึง การมองเห็นถึงความสำคัญหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ในการศึกษาต่อ รวมทั้งในการพัฒนาความเจริญในด้านต่างๆ

ซึ่งวัดได้จากการให้นักเรียนทำแบบวัดอักษาสัยทางคณิตศาสตร์ เขียนความเรียง และสัมภาษณ์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาจาก 3 ด้านข้างต้น ใช้เครื่องมือในการประเมิน คือ 1) แบบทดสอบอัตนัยแบบเขียนอธิบาย ใช้ในการวัดและประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด 2) แบบวัดอักษาสัยทางคณิตศาสตร์ ใบเขียนความเรียง และการสัมภาษณ์ ใช้ในการวัดและประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอักษาสัยทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนผู้วิจัยใช้วิธีการประเมินผลรายด้านของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2. หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง เอกสารที่แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนได้คิด แก้ปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองซึ่งโครงสร้างของหลักสูตรประกอบด้วย

2.1 วัตถุประสงค์ของหลักสูตร: เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้ง 3 ด้าน คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอักษาสัยทางคณิตศาสตร์

2.2 เนื้อหาของหลักสูตร: ประกอบด้วย 6 หน่วยการเรียนรู้ คือ หน่วยที่ 1 การแก้ปัญหา หน่วยที่ 2 จำนวนและการดำเนินการ หน่วยที่ 3 การวัด หน่วยที่ 4 เรขาคณิต หน่วยที่ 5 พีชคณิต หน่วยที่ 6 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 32 คาบ

2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้: จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ ซึ่งได้จากการพัฒนากระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยการสังเคราะห์ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ (Thorndike's classical connectionism) ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (cognitivism) ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructivism) ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล (information processing theory) การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด (open approach) การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) การจัดการเรียนรู้แบบ

เมตาคognition) และการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (active learning) กระทั่งได้กระบวนการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ

เป็นขั้นที่ครูสร้างแรงจูงใจ ยั่วเย้า โดยใช้ปัญหานำที่ครู/นักเรียนเสนอ ซึ่งเป็นปัญหาที่น่าสนใจและหลากหลายทั้งปัญหาในชีวิตจริง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่จะคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิธีการคือครูนำเสนอปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันคิดและอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นการคิดของนักเรียน โดยปัญหาที่นำเสนอจะไม่ยากไปเพื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน พิจารณาว่านักเรียนจะใช้ยุทธวิธีใดในการคิด ยุทธวิธีที่นำมาใช้นั้นเหมาะสมหรือไม่ เพื่อเป็นการทำความเข้าใจวิธีการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาหลักที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา/แนวคิดเดียวกับขั้นที่ 1 แต่ปัญหามีระดับความยากมากขึ้น โดยใช้ไปกิจกรรมและสื่อการสอนประกอบการอภิปราย เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้ว ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ครูจะช่วยชี้แนะ กระทั่งนักเรียนเข้าใจ โดยใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นความเข้าใจของนักเรียน ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด สิ่งใดสำคัญและสิ่งใดไม่สำคัญในสถานการณ์ปัญหา บอกได้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้ใดที่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหายิ่งขึ้น ขั้นนี้ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่สำคัญเพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ไม่ว่าปัญหานั้นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด แยกแยะประเด็นต่างๆ ของปัญหาไม่ได้ นักเรียนจะไม่สามารถใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ครูจึงควรให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน โดยครูต้องมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริงซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการตอบคำถามของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาแล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 ทั้งสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนอภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบและคาดการณ์คำตอบภายในกลุ่ม พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจัดการข้อมูล

ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม และกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลในการวางแผนและคาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้ โดยใช้คำถามปลายเปิด

ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้

เป็นขั้นที่ให้ผู้แทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวคิดที่แตกต่างของเพื่อนกลุ่มอื่น หากนักเรียนนำเสนอแนวคิดที่วางแผนไว้ไม่ชัดเจน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดความชัดเจน และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยเลือกจากที่กลุ่มตนเองคิดไว้หรือจากที่ตัวแทนกลุ่มอื่นๆ นำเสนอ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่เลือกยุทธวิธีนั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ร่วมกันหรือจากการเลือกหลังจากที่เพื่อนกลุ่มอื่นนำเสนอ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แล้วลงมือแก้ปัญหากระทั่งหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนต้องกำกับวิธีการต่างๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่เลือกไว้ หากยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่ นอกจากนี้ในระหว่างดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนต้องวิเคราะห์ด้วยว่ายุทธวิธีที่เลือกใช้มีความเหมาะสมหรือไม่และมีวิธีอื่นที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการเลือกใช้อุปกรณ์ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหา และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เหมาะสมในการนำเสนอแนวคิดของตนเองและของกลุ่ม

ขั้นที่ 6 ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ขั้นตอน และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ นักเรียนเขียนสรุปผลการเรียนรู้ในใบกิจกรรม จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อสรุปแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรม ในประเด็นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ คุณค่าของคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด

ขั้นที่ 7 ขั้นขยายความคิด

เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปช่วยในการตั้งปัญหา (problem posing) ทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นปัญหาปลายเปิดและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

2.4 การวัดและประเมินผล: ใช้หลักการประเมินตามสภาพจริงเป็นแนวทางในการวัดและประเมินผล ได้แก่ การตรวจใบกิจกรรม การเขียนความเรียง เป็นต้น รวมทั้งมีการวัดและประเมินผลด้วยแบบทดสอบอัตนัยและแบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

3. การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการสร้าง ทดลองใช้ ประเมินและปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน ขั้นตอนนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อนำข้อมูลที่ได้มาเป็นแนวทางในการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร รายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร เป็นการนำข้อมูลพื้นฐานที่ได้มากำหนดรายละเอียดของหลักสูตร ซึ่งประกอบด้วย วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล รวมทั้งจัดทำเอกสารประกอบหลักสูตร แล้วจึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนาหลักสูตร ด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และด้านคณิตศาสตร์ศึกษา รวมทั้งสิ้นจำนวน 5 คน เพื่อประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร แล้วทำการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ก่อนนำหลักสูตรไปศึกษานำร่องต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร เป็นการนำหลักสูตรที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) 1 ห้องเรียน จำนวน 38 คน เป็นเวลา 16 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวมทั้งสิ้น 32 คาบ โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ one group pretest-posttest design มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองใช้หลักสูตร และนำคะแนนจากการทดลองมาหาค่าสถิติพื้นฐาน และเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย โดยใช้การทดสอบค่าที (t-test แบบ dependent) รวมทั้งวิเคราะห์พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดและการเขียนความเรียง

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร เป็นการนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลมาประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตร และปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรเพื่อให้ได้หลักสูตรที่สมบูรณ์

4. ประสิทธิภาพของหลักสูตร หมายถึง ผลจากการพิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร มีรายละเอียดดังนี้

4.1 ความเหมาะสมของหลักสูตร เป็นการพิจารณาความเหมาะสมของหลักสูตรใน 4 องค์ประกอบ คือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตร แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ คือ 5: เหมาะสมมากที่สุด 4: เหมาะสมมาก 3: เหมาะสมปานกลาง 2: เหมาะสมน้อย และ 1: เหมาะสมน้อยที่สุด โดยถ้าคะแนนเฉลี่ยของความเหมาะสมของหลักสูตรโดยภาพรวมมีค่ามากกว่า 3.50 ขึ้นไป และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1 แสดงว่าหลักสูตรมีความเหมาะสม

4.2 ความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร เป็นการพิจารณา ความสอดคล้องกันระหว่างองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบในหลักสูตรว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ซึ่งพิจารณาจากความสอดคล้องกันของวัตถุประสงค์ของหลักสูตรกับเนื้อหาของหลักสูตร การจัด กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล เนื้อหาของหลักสูตรกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล การจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผล และหน่วยการเรียนรู้กับ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร แบบประเมินความสอดคล้องของหลักสูตร เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 3 ระดับ คือ 1: สอดคล้อง 0: ไม่แน่ใจ และ -1: ไม่สอดคล้อง โดยถ้าคะแนนเฉลี่ยของความสอดคล้อง มากกว่า 0.5 ขึ้นไป แสดงว่าแต่ละองค์ประกอบในหลักสูตรมีความสอดคล้องกัน

5. ประสิทธิภาพของหลักสูตร หมายถึง ผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่เกิดจากการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 พิจารณาจากข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพดังนี้

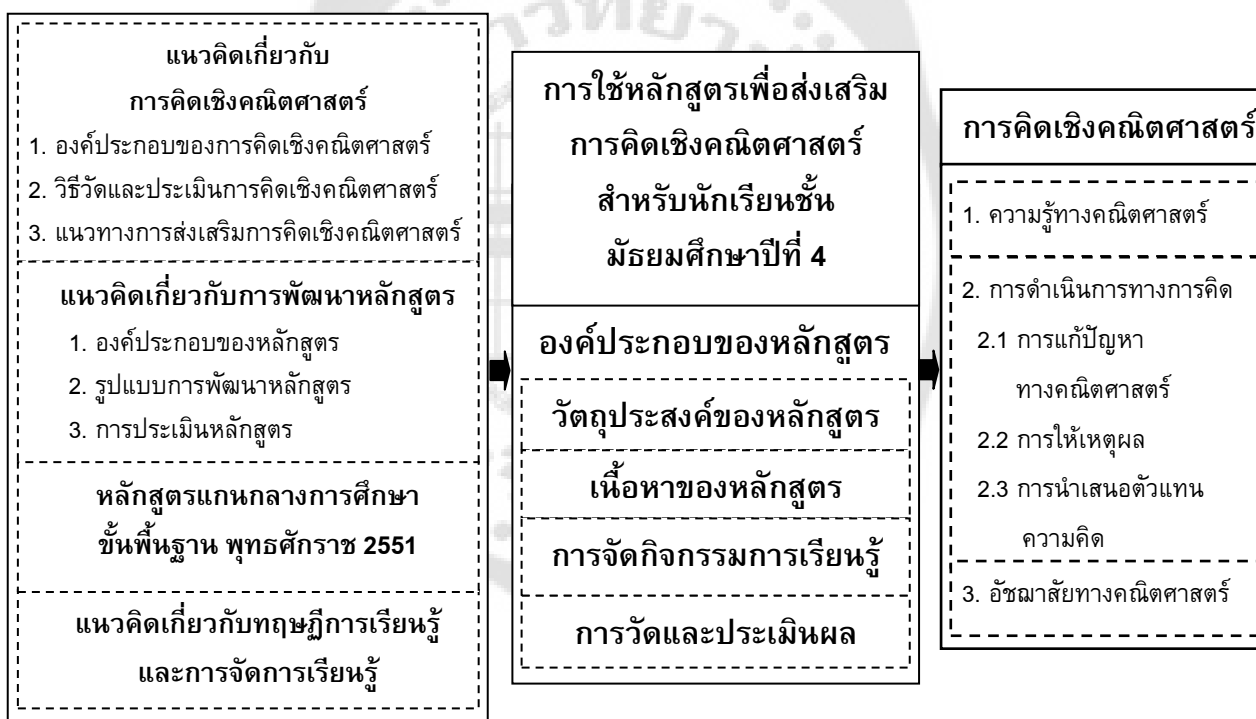
5.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ พิจารณาจากผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยการคิดเชิง คณิตศาสตร์เป็นรายด้านก่อนและหลังการใช้หลักสูตร

5.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ พิจารณาจากพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใน ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิดวัดเป็น 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1 ก่อน การทดลองใช้หลักสูตร ระยะที่ 2 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรครั้งที่ 1 ทำการทดสอบกับนักเรียน หลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทั้งหมด 12 คาบ ระยะที่ 3 ระหว่าง การทดลองใช้หลักสูตรครั้งที่ 2 ทำการทดสอบกับนักเรียนหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ซึ่งจัด กิจกรรมการเรียนรู้ไปทั้งหมด 24 คาบ และระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร ซึ่งจัดกิจกรรม การเรียนรู้ไปทั้งหมด 32 คาบ และในด้านอรรถศาสตร์จะศึกษาในระหว่างการใช้หลักสูตร โดยพิจารณาจากการเขียนความเรียงและการสัมภาษณ์นักเรียน

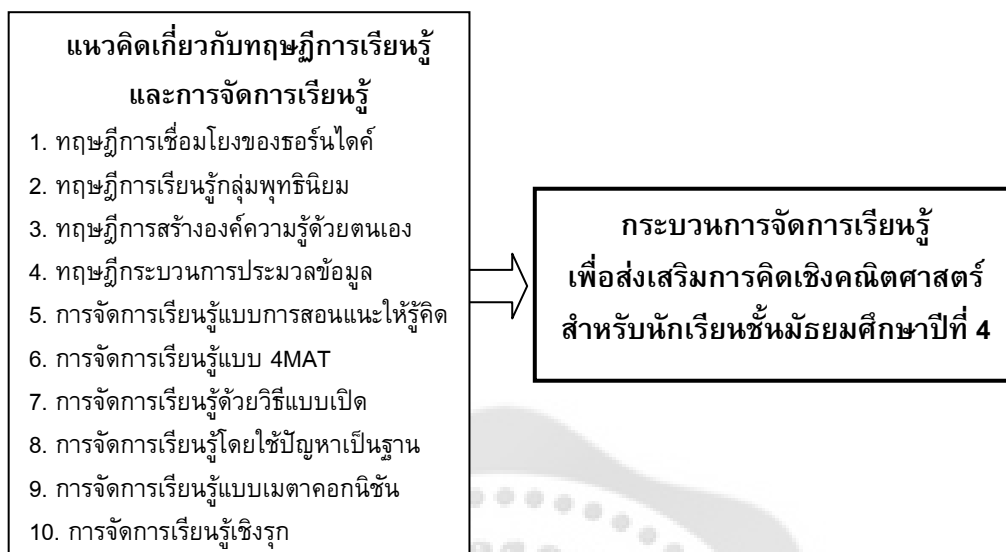
ถ้าคะแนนเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละด้านหลังการใช้หลักสูตรสูง กว่าก่อนใช้หลักสูตรอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิง คณิตศาสตร์ในแต่ละด้านสูงขึ้นแสดงว่าหลักสูตรมีประสิทธิภาพ

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาหลักสูตรและศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยกำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัยโดยศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การพัฒนาหลักสูตร หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้รูปแบบต่างๆ เพื่อนำมากำหนดรายละเอียดของหลักสูตร ทั้งวัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล ดังภาพประกอบ 1 โดยผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งได้จากการศึกษาและสังเคราะห์แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพประกอบ 2 แนวทางการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 1.2 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 1.3 การวัดและประเมินผลของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 1.4 แนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์
2. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับหลักสูตรและการพัฒนาหลักสูตร
 - 2.1 ความหมายของหลักสูตร
 - 2.2 องค์ประกอบของหลักสูตร
 - 2.3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตร
3. แนวคิดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 4.1 การจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
 - 4.2 ทฤษฎีการเรียนรู้
 - 4.2.1 ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์
 - 4.2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม
 - 4.2.3 ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
 - 4.2.4 ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล
 - 4.3 การจัดการเรียนรู้
 - 4.4 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

นักการศึกษาให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ค่อนข้างแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหลักสูตรคณิตศาสตร์ของแต่ละประเทศ (Isoda. 2006: online) ดังนี้

ชอเอ็นเฟลด์ (Schoenfeld. 1992: 335) กล่าวว่า การเรียนเพื่อให้คิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง (ก) การพัฒนาแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematization) และการค้นหาหลักการ (abstraction) และขึ้นชอบที่จะประยุกต์ 2 สิ่งนี้ (ข) พัฒนาความสามารถด้วยเครื่องมือที่จำเป็นและใช้เครื่องมือนั้นเพื่อช่วยให้ถึงเป้าหมาย ซึ่งก็คือการสร้างความสำเร็จทางคณิตศาสตร์

คาลิด (Khalid. 2007: 169) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการคิดซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงรวมทั้งปัญหาในห้องเรียน ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์นี้สามารถนิยามได้ว่าเป็นการประยุกต์เทคนิค มโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหา

เยียบ (Yeap. 2007: 76) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้เมื่อพวกเขาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเขายังว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์นิยามการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นการเรียบเรียงระหว่างทักษะทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ และกระบวนการ ในการรับมือกับสถานการณ์ใหม่

ลิมและฮวา (Lim; & Hwa. 2007: 82) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการทางการคิดซึ่งใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และอรรถศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะคือ

- เป็นการจัดการทางการคิดและยุทธวิธี
- ได้รับอิทธิพลอย่างสูงจากแนวโน้มความเชื่อหรือเจตคติของนักคิด
- เป็นการแสดงให้เห็นถึงความตระหนักและการควบคุมการคิด
- เป็นความรู้ที่ขึ้นกับกิจกรรม

คาตากิริ (Katagiri. 2007: 116) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง เมื่อใครบางคนเผชิญปัญหาแล้วเขาสามารถตัดสินใจได้ว่าสิ่งใดที่จะช่วยในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการคิดที่ทำให้ตระหนักถึงความจำเป็นของความรู้และทักษะในการแก้ปัญหา หรืออาจกล่าวได้ว่า ความรู้และทักษะเป็นสิ่งที่สนับสนุนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

เมสัน เบอร์ตัน และสเตซี (Mason; Burton; & Stacey. 2010: viii; 144-145) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพลวัตและไม่ได้เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์สาขาใดสาขาหนึ่ง โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาได้จากการแก้ปัญหาอย่างมีสติ ไตร่ตรองถึงประสบการณ์การแก้ปัญหา เชื่อมโยงระหว่างความรู้สึกกับการกระทำ และศึกษากระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้กระบวนการที่เป็นหลักพื้นฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ

การพิจารณากรณีเฉพาะ (specializing) การสร้างกรณีทั่วไป (generalizing) การสร้างข้อความคาดการณ์ (conjecturing) และการสร้างความเชื่อมั่น (convincing)

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548: 8) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นการคิดเกี่ยวกับการคิดด้านมโนทัศน์ (concept) และการคิดด้านกระบวนการ (process) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การคิดด้านมโนทัศน์ เป็นการคิดเกี่ยวกับความเข้าใจในมโนทัศน์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการ (operation) ความสัมพันธ์ (relation) ระหว่างมโนทัศน์ต่างๆ และการทำตามขั้นตอนวิธี (algorithm) ได้อย่างยืดหยุ่น ถูกต้อง มีประสิทธิภาพและเหมาะสม
2. การคิดด้านกระบวนการ เป็นการคิดที่เกี่ยวกับการให้เหตุผล การแก้ปัญหา การสื่อสารและการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ

รุ่งทิวา นามารุง (2550: 6) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิธีการคิดของบุคคลทางด้านคณิตศาสตร์ การคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาณหรือจำนวน การให้เหตุผลโดยใช้ความรู้ ทักษะ และวิธีการที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจ ค้นหา คำตอบของปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้ได้ โดยวัดจากการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด

ปิยพร สีสันต์ (2554: 5) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงวิธีการคิดของบุคคลทางด้านคณิตศาสตร์ที่เน้นถึงวิธีการใช้ความรู้ต่างๆ ที่ได้เรียนมาได้อย่างเป็นระบบเพื่อตอบปัญหาของสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว โดยใช้กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณและมีความรอบคอบในการคิดหาข้อสรุป

จากนิยามข้างต้นสรุปได้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะ และวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบของปัญหา

1.2 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้บุคคลสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท. 2555ข: 144) โดยนักการศึกษาแบ่งองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้หลายลักษณะ ดังนี้

ไอโซดะและคาตากิริ (Isoda; & Katagiri. 2012: 50 - 52) ได้ให้องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ 3 องค์ประกอบใหญ่ๆ คือ

1. เจตคติทางคณิตศาสตร์ (mathematical attitudes) ประกอบด้วย

1.1 ความพยายามที่จะเข้าใจปัญหด้วยตนเอง

1.1.1 พยายามที่จะตั้งคำถาม

1.1.2 พยายามที่จะตระหนักในปัญหา

1.1.3 พยายามทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์

- 1.2 พยายามที่จะให้เหตุผลเชิงตรรกะ
 - 1.2.1 พยายามดำเนินการให้สัมพันธ์กับเป้าหมาย
 - 1.2.2 พยายามพิสูจน์มุมมอง
 - 1.2.3 พยายามที่จะคิดโดยมีพื้นฐานจากข้อมูลที่สามารถใช้ได้ ทั้งจากการเรียนรู้ก่อนหน้าและการตั้งสมมติฐาน

- 1.3 พยายามที่จะนำเสนอให้ชัดเจนและง่าย
 - 1.3.1 พยายามที่จะบันทึก แสดงปัญหา และผลลัพธ์ที่ง่ายและชัดเจน
 - 1.3.2 พยายามที่จะจัดประเภทของวัตถุประสงค์เมื่อนำเสนอข้อมูล
- 1.4 พยายามที่จะค้นหาวิธีการและแนวคิดที่ดีกว่า
 - 1.4.1 พยายามที่จะยกระดับการคิดจากวัตถุประสงค์ไปเป็น

การดำเนินการ

- 1.4.2 พยายามที่จะประเมินค่าความคิดทั้งรูปธรรมและนามธรรมด้วยตนเอง
- 1.4.3 พยายามใช้ความคิดและแรงงานอย่างคุ้มค่า

2. วิธีการทางคณิตศาสตร์ (mathematical methods) ประกอบด้วย

- 2.1 การคิดแบบอุปนัย
- 2.2 การคิดแบบอนุมาน
- 2.3 การคิดแบบนิรนัย
- 2.4 การคิดเชิงบูรณาการ (รวมถึงการขยายความคิด)
- 2.5 การคิดเชิงพัฒนาการ
- 2.6 การคิดเชิงนามธรรม
- 2.7 การคิดที่ง่ายขึ้น
- 2.8 การสร้างกรณีทั่วไป
- 2.9 การพิจารณากรณีเฉพาะ
- 2.10 การใช้สัญลักษณ์ (symbolizing)
- 2.11 การนำเสนอตัวแทนด้วยจำนวน ตัวเลข และรูปภาพ

3. แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical ideas)

เป็นเนื้อหาสาระและแนวคิดในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น เนื้อหาเกี่ยวกับเซต การนำเสนอตัวแทนความคิด การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา การประมาณค่า สูตร กฎ และสมบัติต่างๆ การแก้สมการ การใช้ความรู้เกี่ยวกับตัวแปร รวมทั้งการนำเสนอและสื่อความหมายข้อมูล เป็นต้น

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาอีก 2 คน คือลิมและฮวา (Lim;& Hwa. 2007: 81-83) ที่ได้แบ่งองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (mathematical knowledge) คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ

2. การดำเนินการทางการคิด (mental operations) คือ ยุทธวิธีในการคิด ทักษะในการคิดและอภิปัญญาของบุคคลในขณะแก้ปัญหา

3. อัจฉริยภาพ (disposition) คือ ลักษณะนิสัยซึ่งเห็นได้ชัดจากวิธีการทำงานของนักเรียน ไม่ว่าจะเป็นความมั่นใจ ตั้งใจที่จะสำรวจทางเลือก ความขยันหมั่นเพียร ความมุ่งมั่น และความสนใจ ซึ่งมีแนวโน้มที่จะสะท้อนให้เห็นถึงความคิดของนักเรียน

และชอเอ็นเฟลด์ (Schoenfeld. 1992: 348) ได้เสนอ 5 ด้านที่สำคัญที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา คือ

1. ฐานความรู้ (knowledge base)
2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (problem solving strategies)
3. การตรวจสอบและการควบคุม (monitoring and control)
4. ความเชื่อและความรู้สึก (beliefs and affects)
5. การฝึกฝน (practices)

จากแนวคิดเกี่ยวกับความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์และองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะ และวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์พิจารณาจากความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการระบุเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสาระของปัญหา การนำข้อมูลข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ โครงสร้าง หรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการดำเนินการทางการ

การดำเนินการทางการคิด เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด

อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นลักษณะนิสัยที่มาจากความเชื่อของนักเรียนในการทำคณิตศาสตร์และความรู้สึกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลต่อวิธีการในการเข้าถึงปัญหาและพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ในลักษณะของความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

โดยรายละเอียดของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านการดำเนินการทางการคิดและอัจฉมาสัยทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

1.2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาถือเป็น “หัวใจของคณิตศาสตร์” (Halmos. 1980: 519-524)

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สสวท. 2555: 7) การแก้ปัญหาถึงแม้ว่าจะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลายด้าน คือ (อัมพร ม้าคนอง. 2554: 39) ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนในการแก้ปัญหาจริง ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ และช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

1.2.1.1 ประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีผู้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในหลายลักษณะ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1957: 154-157) แบ่งประเภทปัญหาเป็น 2 ประเภทตามจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (problem to find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ สิ่งที่ยังไม่รู้ โดยอาศัยข้อมูล และเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต สิ่งที่ยังไม่รู้ก็คือจำนวน หรือปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต สิ่งที่ยังไม่รู้ก็คือรูปทรง

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลของข้อความเพื่อยืนยันว่าสิ่งนั้นเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ซึ่งปัญหาให้พิสูจน์นี้จะประกอบด้วยสมมติฐาน (hypothesis) และข้อสรุป (conclusion) เช่น ถ้ารูปสี่เหลี่ยมมีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน แล้วเส้นทแยงมุมจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน จากตัวอย่างนี้จะได้ว่า หลังคำว่า "แล้ว" จะเป็นข้อสรุป และหลังคำว่า "ถ้า" จะเป็นสมมติฐาน

บาร์ดีย์ (Baroody. 1993: 2-34 - 2-36) แบ่งประเภทปัญหาเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problem) บางครั้งปัญหาที่คุ้นเคยนี้ถูกเรียกว่าเป็นปัญหาที่ง่ายหรือเป็นปัญหาที่ใช้การแปลความเพียงขั้นเดียว มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยกับโครงสร้างและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (nonroutine problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับโครงสร้างและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องประมวลความรู้ ความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหา

โดยปัญหาใน 2 ลักษณะนี้ สามารถแบ่งได้ 8 ประเภท คือ

1. ปัญหาขั้นเดียว (one-step problem) เป็นรูปแบบหนึ่งของปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ คือ การบวก ลบ คูณ หรือหาร เพียงหนึ่งอย่างในการแก้ปัญหา
 2. ปัญหาหลายขั้น (multistep problem) เป็นรูปแบบหนึ่งของปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จะใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์มากกว่า 1 อย่าง ในการแก้ปัญหา และต้องมีการวิเคราะห์สิ่งที่ยังไม่รู้ ข้อมูล และวิธีการในการแก้ปัญหา
 3. ปัญหาที่ปรับเปลี่ยน (modification problem) เช่น ปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาจำนวนที่บวกเข้าไปหรือตัวประกอบ ปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์คำตอบ ปัญหาที่ให้ข้อมูลมากหรือน้อยไป หรือให้ข้อมูลที่ผิดมาให้ ซึ่งต้องการให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าข้อมูลใดบ้างที่ต้องการ ข้อมูลใดบ้างไม่ต้องการและข้อมูลใดบ้างต้องการเปลี่ยน ปัญหาที่สามารถแก้ได้มากกว่า 1 วิธี ปัญหาที่มีมากกว่า 1 คำตอบ และปัญหาที่ต้องใช้เวลาในการแก้ เช่น การเก็บข้อมูลผลการแข่งขันฟุตบอลในช่วง 1 สัปดาห์ เป็นต้น
 4. ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งต้องใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา เช่น ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
 5. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยซึ่งเกี่ยวข้องกับการพลิกแพลง (trick) หรือใช้เขาวงกตในการแก้ปัญหา ปัญหาในลักษณะนี้จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ยืดหยุ่น คิดสร้างสรรค์ และมีความสามารถในการตัดสินใจ
 6. ปัญหาที่ไม่มีเป้าหมายหรือเฉพาะเจาะจง (nongoal-specific problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยชนิดหนึ่ง ที่ไม่ได้ต้องการให้หาคำตอบของปัญหา แต่โจทย์จะกำหนดเงื่อนไขมาให้แล้วให้นักเรียนกำหนดปัญหาและคำตอบตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งปัญหาในลักษณะนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์และทักษะที่ดีขึ้น
 7. ปัญหาประยุกต์ (applied problem) หรือปัญหาในชีวิตจริง (real-world problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งเกิดจากปัญหาในชีวิตจริงหรือนำมาใช้ได้จริง ปัญหาในลักษณะนี้จะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง และกระบวนการในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์ใช้ความรู้ในสาขาวิชาอื่นมาเป็นเครื่องมือแก้ปัญหาด้วย
 8. ปัญหายุทธวิธี (strategy problem) เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ที่สนใจยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาคือสนใจว่านักเรียนแก้ปัญหาอย่างไร ตั้งแต่ทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหตามแผน เช่น ให้นักเรียนหาวิธีที่แตกต่างกันเพื่อหาคำตอบของปัญหา
- นอกจากนี้ยังมีปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่กว้างหรือมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือมีวิธีการหรือแนวทางการหาคำตอบได้หลายวิธี (NCTM. 1989: 210)

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาปลายเปิด และปัญหาในชีวิตจริง โดยเป็นปัญหาที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.2.1.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้ปัญหา คือ ภาษา ความเข้าใจในโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดคำนวณ การนำเสนอ และการฝึกฝน โดยต้องเริ่มจากโจทย์ปัญหาง่ายไปหายาก เริ่มฝึกเขียนแบบตัวอย่าง จากนั้นเพิ่มเงื่อนไข เพิ่มตัวเลข เพิ่มขั้นตอนให้มากขึ้น และฝึกจากหลากหลายปัญหา รวมทั้งปัญหาแปลกใหม่ ในการแก้ปัญหานั้นกระบวนการแก้ปัญหาก็ถือว่าเป็นบทบาทสำคัญอย่างยิ่ง โดยเฉพาะปัญหาที่มีความยากมากๆ หรือปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน การลงมือแก้ปัญหาทันทีโดยไม่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดความยุ่งยาก แก้ปัญหาไม่ถูกทาง ทำให้ได้คำตอบที่ผิดพลาดบ่อย ส่งผลให้เกิดความเบื่อหน่ายที่จะแก้ปัญหา (สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2553-2554: 18-19)

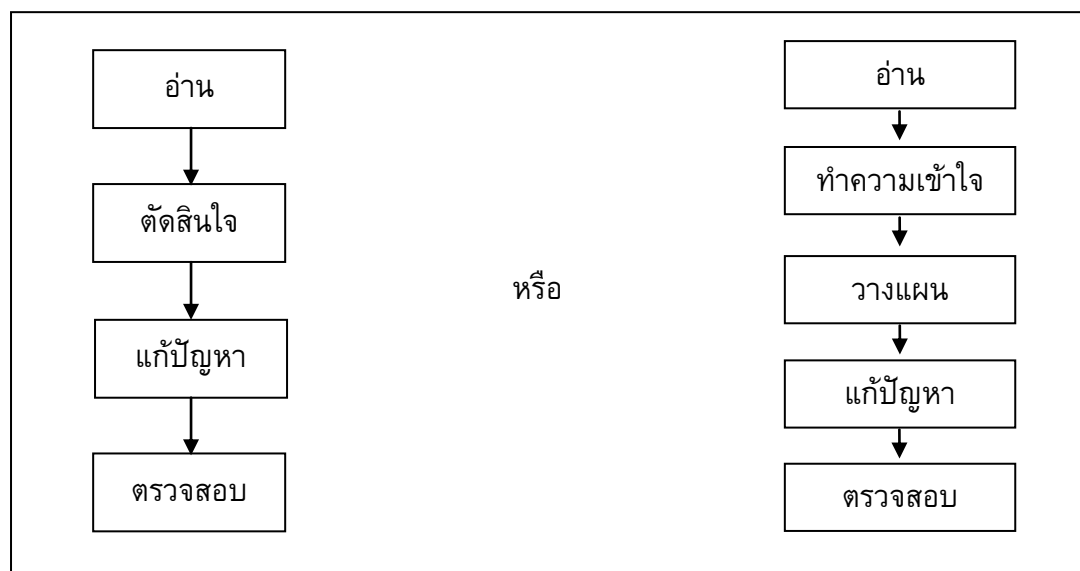
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นที่ยอมรับคือกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาที่ประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนคือ (Polya. 1957: 5-18; Baroody. 1993: 17)

ขั้นที่ 1: ทำความเข้าใจปัญหา (understand the problem) เป็นขั้นที่ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหา บอกได้ว่าปัญหาที่ต้องการคืออะไร สิ่งที่ไม่รู้ ข้อมูลที่ให้ หรือเงื่อนไขคืออะไร นอกจากนี้อาจคาดเดาคำตอบจะอยู่ในรูปแบบใด ซึ่งอาจใช้การวาดภาพหรือใช้สัญลักษณ์ในการทำความเข้าใจปัญหาให้มากขึ้น ตัวอย่างเช่น เอเรียลเด็กอายุ 7 ขวบครึ่ง อ่านโจทย์ปัญหา "เมลิสซ่าเล่นตุ๊กตา 5 ตัว และเธอเจอตุ๊กตาอีกจำนวนหนึ่ง ตอนนีเมลิสซ่ามีตุ๊กตาทั้งหมด 8 ตัว เมลิสซ่าเจอตุ๊กตาทั้งหมดกี่ตัว" หลังจากคิดในใจ เอเรียลนับนิ้วแล้วตอบว่า 13 ซึ่งเหมือนกับเด็กประถมหลายๆ คน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเอเรียลเลือกยุทธวิธีที่ผิด (ด้วยการบวก 5 กับ 8) และรู้สึกพึงพอใจกับคำตอบที่ผิด บางทีสิ่งที่แย่งกว่านักเรียนเข้าใจปัญหาผิดพลาดก็คือการที่นักเรียนไม่พยายามทำความเข้าใจปัญหานั้น

ขั้นที่ 2: วางแผนแก้ปัญหา (make a plan) เป็นขั้นที่เชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีที่เกี่ยวข้องกับปัญหากับสิ่งที่ต้องการรู้ ผู้เรียนต้องพยายามคิดว่าตนเองรู้อะไรบ้างที่เชื่อมโยงกับปัญหา มองสิ่งที่ยังไม่รู้แล้วพยายามคิดว่าปัญหาใดบ้างที่คล้ายกับปัญหานี้ จะใช้ความรู้ใดมาแก้ปัญหาก็ได้บ้าง ใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขได้อย่างเหมาะสมหรือยัง รวมทั้งพิจารณาเลือกยุทธวิธีและคัดเลือกแผนการที่เหมาะสมที่สุด สำหรับผู้เริ่มต้นแก้ปัญหาก็อาจใช้วิธีลองผิดลองถูก เปลี่ยนยุทธวิธี การแก้ปัญหาไปเรื่อยๆ จนกว่าจะแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ การที่เปลี่ยนยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบนี้ดีกว่าการยึดติดกับการแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีเพียงยุทธวิธีเดียว แต่ที่แย่งกว่าคือการที่ผู้แก้ปัญหามิพยายามที่จะแก้ปัญหานั้นและเลิกแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 3: ดำเนินการตามแผน (carry out the plan) เป็นขั้นดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ผู้สอนต้องกำชับให้ผู้เรียนตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ทำ และผู้เรียนต้องมั่นใจว่าแต่ละขั้นตอนที่ทำนั้นถูกต้อง

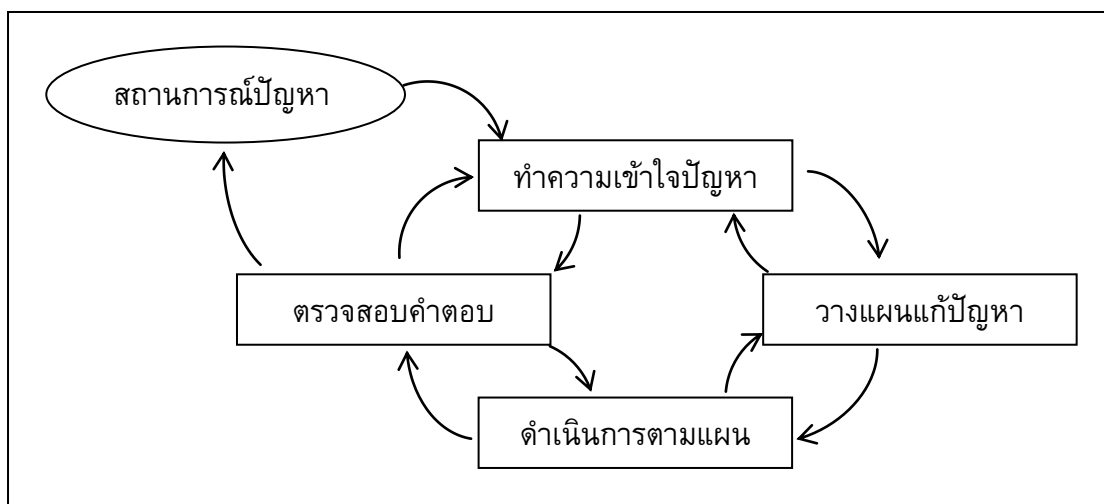
ขั้นที่ 4: ตรวจสอบคำตอบ (look back at completed solution) เป็นขั้นที่ผู้เรียนมองกลับไปดูขั้นตอนการดำเนินการ ตรวจสอบคำตอบที่ได้ และมีเหตุผลที่ดีที่จะเชื่อได้ว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง นอกจากนี้ควรพิจารณาว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นที่กระชับกว่านี้หรือไม่ รวมทั้งมองต่อไปด้วยว่าคำตอบหรือวิธีการที่เราใช้นั้นจะสามารถนำไปใช้กับปัญหาอื่นได้หรือไม่ ซึ่งเป็นการขยายความคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขึ้น ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง

ที่มา: Wilson; Fernandez; & Hadaway. (1993). Mathematical Solving. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. p.61.

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอนข้างต้น หลายคนมักมองว่า จะต้องดำเนินการทำที่ละเอียดลงมาถึงลำดับลงมาไม่สามารถข้ามขั้นได้ และเป็นกระบวนการที่เน้นการหาคำตอบมากกว่ากระบวนการแก้ปัญหา (สสวท. 2555ก: 9-10) วิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาตาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60-62) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัต (dynamic) มีลำดับไม่ตายตัว ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 กระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน เฟอ์นันเดซและฮาตาเวย์

ที่มา: Wilson; Fernandez; & Hadaway. (1993). Mathematical Solving. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. p.62.

แนวคิดของวิลสัน เฟอ์นันเดซและฮาตาเวย์ดังภาพประกอบ 4 พบว่า กระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัต เมื่อเผชิญสถานการณ์ปัญหา ผู้เรียนต้องเริ่มทำความเข้าใจปัญหา หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับทิศทางลูกศรนั้น เป็นการแสดงการตัดสินใจการกระทำจากชั้นหนึ่งไปสู่อีกชั้นหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปชั้นก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่าเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็ไปสู่การวางแผนแก้ปัญหา หรือระหว่างการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ ก็อาจย้อนกลับมาเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ก็ได้ (สสวท. 2555ก: 10-11)

นอกจากนี้ครูลีและรุคินิค (Kulik; & Rudnick. 1996: 5-6) ได้กล่าวถึง กระบวนการที่ช่วยในการแก้ปัญหา (heuristic) มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การอ่านและการคิด (read and think) เป็นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินข้อมูล โดยทำความเข้าใจปัญหาและเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ของปัญหาที่กำหนดให้

2. การสำรวจและวางแผน (explore and plan) เป็นการวิเคราะห์ข้อมูล และค้นหาข้อมูลให้เพียงพอ ข้อมูลที่ได้จะนำมาจัดระบบโดยใช้ตาราง วาดภาพ หรือแบบจำลอง เป็นต้น ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบของปัญหา

3. คัดเลือกยุทธวิธี (select strategy) เป็นสิ่งที่หลายคนคิดว่ายากที่สุดในกระบวนการทั้งหมด ยุทธวิธีเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาใช้ในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในที่นี้ไม่เหมือนกันกับลำดับขั้นที่แน่นอนซึ่งใช้ในการแก้ปัญหา (algorithm) แต่ยุทธวิธีมักถูกนำมาใช้ร่วมกันหลายๆ อย่าง คำถามที่ยากคือในการแก้ปัญหาจะเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมได้อย่างไร สิ่งเหล่านี้ต้องใช้เวลาฝึกฝนจึงใช้แก้ปัญหาได้อย่างดี

4. หาคำตอบ (find an answer) เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการหาคำตอบ ใช้การประมาณค่า เครื่องคำนวณ และเทคโนโลยีอื่นๆ ตามความเหมาะสม

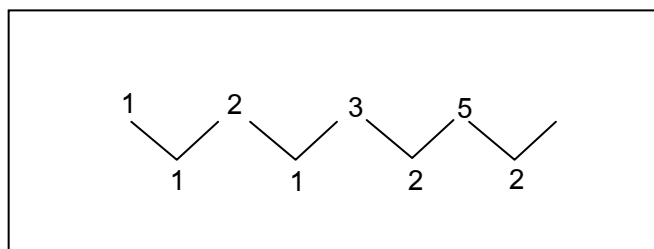
5. สะท้อนและขยายผล (reflect and extend) เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ นอกจากนี้ควรมีการขยายข้อค้นพบไปสู่กรณีทั่วไปหรือมีนัยทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเป็นผู้อภิปราย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาในการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2.1.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

นอกจากที่ผู้เรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาแล้ว ผู้เรียนยังต้องรู้ถึงเทคนิควิธีการที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ ซึ่งเรียกว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง. 2550: 13) โดยยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีด้วยกันหลายยุทธวิธี ดังนี้ (Polya. 1957; Baroody. 1993: 17-25; Krulik; & Rudnick. 1996: 15-45; 1998: 76-77, ฉวีวรรณ เศวตมัลย์. 2544: 15-33; สิริพร ทิพย์คง. 2544; อัมพร ม้าคอง. 2554: 130-131, 142-143; สสวท. 2555ก: 11-36)

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการพิจารณาลักษณะร่วมกันของข้อมูลที่ให้มาแล้วกำหนดเป็นรูปทั่วไป ยุทธวิธีนี้มักใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนหาแบบรูปเป็นประจำ จะช่วยให้ผู้เรียนมีการพัฒนาทางด้านความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร การค้นหาแบบรูปเป็นยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพซึ่งมักเกิดขึ้นร่วมกับยุทธวิธีอื่นๆ ตัวอย่างการค้นหาแบบรูป เช่น จงหาพจน์ที่ 5 ของลำดับ 1, 2, 3, 5, ... จากตัวอย่างนี้สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี เช่น อาจใช้ลำดับฟีโบนัชชี คือ $1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$ ซึ่งจะได้ว่าจำนวนถัดไปคือ 8 ($3 + 5 = 8$) หรือนักเรียนคนอื่นอาจพิจารณาแล้วพบว่า ลำดับนี้มีผลต่างระหว่างจำนวนสัมพัทธ์กันดังภาพประกอบ 5 ทำให้ได้ว่าจำนวนถัดไปคือ 7



ภาพประกอบ 5 การค้นหาแบบรูป

ที่มา: Stephen Krulik ; & Jesser A Rudnick. (1996). *The new Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. p. 17

2. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ของปัญหา ด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นปัญหาที่ดูง่ายขึ้นและเป็นรูปธรรมมากขึ้น ตัวอย่างเช่น

"เอมมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง วันจันทร์เขาใช้เงินไป 450 บาทและวันอังคารใช้ไป

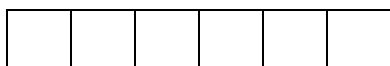
$\frac{2}{5}$ ของที่เหลือ ทำให้เขาเหลือเงินคิดเป็นครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่ เดิมเอมมีเงินกี่บาท"

ปัญหานี้ สามารถใช้การเขียนแผนภาพโดยการเขียนแถบเส้น หรือรูป

สี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนสถานการณ์ของปัญหา โดยพิจารณาจาก $\frac{2}{5}$ ของที่เหลือ แสดงว่า เงินที่เหลือ

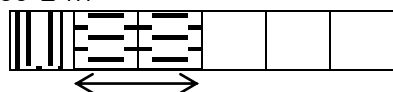
ของเอมมีถูกแบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่าๆ กัน แล้วใช้ไป 2 ส่วน และโจทย์ยังบอกว่าเหลือเงินครึ่งหนึ่งของเงินที่มีอยู่เดิม แสดงว่าการที่ใช้ไป 450 บาทนั้น เท่ากับ 1 ส่วน จึงจะทำให้ที่เหลือเป็นครึ่งหนึ่ง

หรือ $\frac{3}{6}$ เขียนแถบเส้นแล้วแบ่งแถบเส้นนั้นออกเป็น 6 ส่วนเท่าๆ กัน



จากโจทย์ "เขาใช้ไป 450 บาทในวันจันทร์ และ $\frac{2}{5}$ ของเงินที่เหลือในวันอังคาร"

450 บาท



$\frac{2}{5}$

แสดงว่า 1 ส่วน เท่ากับ 450 บาท ดังนั้น 6 ส่วน เท่ากับ $450 \times 6 = 2,700$ บาท

3. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูล เพื่อให้เห็นรูปแบบหรือใช้ตารางในการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ตัวอย่างเช่น ถ้า m และ n ถูกเลือกจาก $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ โดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ $x^2 + mx + n^2 = 0$ จะมีผลลัพธ์ที่เป็นจำนวนจริงอย่างน้อย 1 คำตอบ

วิธีคิด นักเรียนทราบว่า จะมีคำตอบที่จะเป็นจริงอย่างน้อย 1 คำตอบ

$$\text{รูปทั่วไป } ax^2 + bx + c = 0 \text{ และ } b^2 - 4ac \geq 0$$

จากสมการ $x^2 + mx + n^2 = 0$ จะได้ว่ามีผลลัพธ์ที่เป็นจำนวนจริงอย่างน้อย 1 คำตอบ เมื่อ

$$m^2 - 4(1)n^2 \geq 0$$

$$m^2 \geq 4n^2$$

แสดงว่า m และ n ต้องไม่เป็นจำนวนลบ

$$\text{นั่นคือ } m \geq 2n$$

เขียนตารางแสดงค่าของ m และ n ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงค่าของ m และ n

n	ค่าของ m ที่เป็นไปได้
0	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
1	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
2	4, 5, 6, 7, 8, 9
3	6, 7, 8, 9
4	8, 9

ที่มา: สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. หน้า 57.

จากตาราง เมื่อทราบค่า n จะได้ค่าของ m ที่เป็นไปได้ มี 30 ค่า

แต่ค่าของ m และ n จะมีได้ทั้งหมด $10 \times 10 = 100$ ค่า

$$\text{ดังนั้นความน่าจะเป็นเท่ากับ } \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

4. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้อง การคาดเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ใช้ได้ในวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งการตั้งสมมติฐานถือเป็นสิ่งที่สร้างขึ้น (การคาดเดา) และหลังจากนั้นจึงมีการพิสูจน์

ว่าเป็นจริงด้วยการทดสอบ การคาดเดาผลลัพธ์ที่ได้ควรมาจากการบันทึกด้วยตารางหรือรายการที่เหมาะสม ตารางหรือรายการมักจะแสดงให้เห็นถึงทิศทางการคาดเดา และในบางครั้งอาจแสดงให้เห็นถึงแบบรูป ตัวอย่างเช่น "แนนซี่ขายแหวนและกำไลข้อมือ เธอขายแหวนวงละ 4 บาท และขายกำไลข้อมือวงละ 6 บาท ถ้าเธอมีจำนวนแหวนและกำไลข้อมือเท่ากัน และหลังจากการขายมาทั้งวันพบว่าจำนวนกำไลที่เธอขายได้เป็นสองเท่าของจำนวนแหวนที่ขายได้ และเธอได้เงินจากการขายทั้งหมด 96 บาท คำถามคือแนนซี่ขายแหวนและกำไลข้อมือไปอย่างละกี่วง" เราสามารถใช้การคาดเดาและตรวจสอบรวมกับการใช้ตารางในการแก้ปัญหา ดังตาราง 2

ตาราง 2 การแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ

จำนวนแหวน (วงละ 4 บาท)	จำนวนกำไลข้อมือ (วงละ 6 บาท)	รวมเป็นเงิน (บาท)
10 (40 บาท)	20 (120 บาท)	160
8 (32 บาท)	16 (96 บาท)	128
6 (24 บาท)	12 (72 บาท)	96

ที่มา: Stephen Krulik ; & Jesser A Rudnick. (1996). *The new Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. p. 31

จากการคาดเดาและตรวจสอบ และตาราง 2 พบว่า แนนซี่ขายแหวนจำนวน 6 วง และขายกำไลข้อมือจำนวน 12 วง

5. การทำปัญหาย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ เพราะปัญหาบางปัญหอาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือขั้นสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับ การทำย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ คือรู้ผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาและต้องการรู้เงื่อนไขเบื้องต้น ตัวอย่างเช่น

"ห้องสมุดแห่งหนึ่งจะคิดค่าปรับเมื่อส่งคืนหนังสือช้าดังนี้ เสียค่าปรับวันละ 5 บาท สำหรับแต่ละวัน ใน 3 วันแรกที่ยังไม่ได้คืนหนังสือ และจะเสียค่าปรับวันละ 2 บาท สำหรับวันถัดจาก 3 วันแรกนั้น ถ้านักเรียนคนหนึ่งจ่ายค่าปรับทั้งสิ้น 27 บาท นักเรียนคนนี้ส่งหนังสือคืนช้ากี่วัน"

วิธีคิด เนื่องจากเรารู้ว่าค่าปรับทั้งหมดคือ 27 บาท และจะต้องเสียค่าปรับทุกวันวันละ 5 บาทเป็นเวลา 3 วัน ดังนั้นนักเรียนคนนี้ต้องจ่ายเงินสำหรับ 3 วันแรกเป็นเงิน 15 บาท และยังต้องเสียค่าปรับอีก 12 บาท ($27 - 15 = 12$) โดยต้องจ่ายค่าปรับวันที่เหลืออีกวันละ 2 บาท ดังนั้นจำนวนวันจะเท่ากับ 6 วัน ($12 \div 2 = 6$) สรุปว่านักเรียนคนนี้ค้างส่งหนังสือทั้งหมด 9 วัน

6. การแจกแจงที่เป็นไปได้ เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด วิธีนี้จะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ บางครั้งอาจใช้การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง หรือการสร้างแผนภาพต้นไม้เข้ามาช่วย แต่การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมดนี้ หากไม่มีระบบในการแจกแจงที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้จะไม่มีประสิทธิภาพ และยุทธวิธีที่เหมาะสมกับจำนวนความเป็นไปได้ที่ไม่มากนัก ตัวอย่างสามารถแสดงได้เช่นเดียวกับการยุทธวิธีที่ 3 ยุทธวิธีการสร้างตาราง

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ โดยการที่นักเรียนจะเขียนสมการหรืออสมการได้อย่างถูกต้องนั้นนักเรียนต้องมีความเข้าใจในปัญหาเป็นอย่างดี นักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้มีอะไรบ้างและต้องการหาสิ่งใด โดยมีการกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้อง แล้วจึงเขียนเป็นสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ตัวอย่างเช่น โซเฟียขอบคุณกีไว่กินจำนวนหนึ่ง สามีมของเธอกินคุกกี้ไปครึ่งหนึ่งระหว่างการแข่งขันฟุตบอลในวันเสาร์และระหว่างการแข่งขันฟุตบอลในวันอาทิตย์เขากินคุกกี้ไปอีกหนึ่งในสี่ของคุกกี้ทั้งหมดที่อบไว้ พอถึงวันจันทร์สามีมของโซเฟียถามโซเฟียว่าโซเฟียขอบคุณกีไว่ทั้งหมดกี่ชิ้น โซเฟียจึงมาดูที่จดไว้และพบว่าเมื่อวันหยุดที่ผ่านมาสามีมของเธอกินคุกกี้ไปทั้งหมด 54 ชิ้น คราวนี้โซเฟียขอบคุณกีไว่ทั้งหมดกี่ชิ้น

ปัญหาข้อนี้จะใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหาโดยเริ่มจากกำหนดให้ x แทนสิ่งที่ไม่รู้ (จำนวนคุกกี้ทั้งหมด) และได้ว่า

วันเสาร์สามีมของโซเฟียกินคุกกี้ไปครึ่งหนึ่ง คือ $\frac{x}{2}$ ชิ้น

วันอาทิตย์สามีมของโซเฟียกินคุกกี้ไปอีกหนึ่งในสี่ของคุกกี้ทั้งหมด คือ $\frac{x}{4}$ ชิ้น

วันหยุดทั้งสองวันกินไปทั้งหมด 54 ชิ้น ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 54$$

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนแนวคิดให้แตกต่างไปจากสิ่งที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น

ตัวอย่างเช่น จงหาคำตอบของ $3.1416 \times 2.7831 + 3.1416 \times 12.27 - 5.0531 \times 3.1416$ โดยตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ปัญหานี้ถ้าใช้การดำเนินทางคณิตศาสตร์ก็สามารถทำได้ แต่อาจใช้เวลามาก ดังนั้น เราสามารถใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 3.1416 \times 2.7831 + 3.1416 \times 12.27 - 5.0531 \times 3.1416 &= 3.1416 (2.7831 + 12.27 - 5.0531) \\
 &= 3.1416 (10) \\
 &= 31.416 \\
 &= 31.42 \text{ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)}
 \end{aligned}$$

9. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการอธิบายข้อความของปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ บางครั้งอาจใช้ร่วมกับการคาดเดาและการตรวจสอบ การเขียนแผนภาพ หรือตาราง

ตัวอย่างเช่น ในการแข่งขันฮาล์ฟมาราธอนมีนักวิ่งลงสมัคร 3 คนเป็นเพื่อนกันคือ บอม บิ๊กและบาส ทั้งสามคนต้องวิ่งแข่งขันเป็นระยะทาง 21 กิโลเมตร นักวิ่งแต่ละคนมีลักษณะเฉพาะดังนี้

บอมเป็นคนพูดจริงเสมอ

บิ๊กเป็นคนพูดจริงเป็นบางครั้ง

บาสเป็นคนที่ไม่เคยพูดความจริงเลย

จากข้อความที่นักวิ่งทั้งสามคนสนทนากันต่อไปนี้ จงหาชื่อที่ถูกต้องของนักวิ่งคนที่ 1 คนที่ 2 และคนที่ 3

นักวิ่งคนที่ 1: นักวิ่งคนที่ 2 คือ บอม

นักวิ่งคนที่ 2: ฉันชื่อบิ๊ก

นักวิ่งคนที่ 3: นักวิ่งคนที่ 1 คือ บาส

ปัญหาในข้อนี้จะใช้การให้เหตุผลเชิงตรรกะเข้ามาช่วย โดยใช้การสมมติเพื่อหาข้อขัดแย้งและตัดกรณีสมมติที่เกิดข้อขัดแย้งออก ความเป็นไปได้ของคำตอบขึ้นอยู่กับความสอดคล้องระหว่างข้อสรุปกับเงื่อนไขและข้อมูลที่มี โดยจะใช้การสร้างตารางมาช่วยในการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ดังนี้

ตาราง 3 การให้เหตุผลเชิงตรรกะ 1

นักวิ่งคนที่	ข้อความ	จริง/เท็จ
1	นักวิ่งคนที่ 2 คือ บอม	
2	ฉันชื่อบิ๊ก	
3	นักวิ่งคนที่ 1 คือ บาส	

เราจะสมมติให้นักวิ่งหนึ่งคนพูดจริงเสมอ (ซึ่งคือบอม) แล้วดูความสมเหตุสมผลของคำตอบโดยสมมติให้นักวิ่งคนที่ 3 คือ บอม (พูดความจริงเสมอ)

ตาราง 4 ตารางการให้เหตุผลเชิงตรรกะ 2

นักวิ่งคนที่	ข้อความ	จริง/เท็จ
1	นักวิ่งคนที่ 2 คือ บอม	เท็จ
2	ฉันชื่อบิก	จริง
3	นักวิ่งคนที่ 1 คือ บาส	จริง

จากในตารางสามารถอธิบายได้ว่า

ถ้านักวิ่งคนที่ 3 คือ บอม แสดงว่าคนที่ 3 คือคนที่พูดจริงเสมอ ดังนั้นนักวิ่งคนที่ 1 คือ บาส และเนื่องจากบาสเป็นคนที่ไม่เคยพูดความจริงเลย ดังนั้น จากที่นักวิ่งคนที่ 1 กล่าวว่านักวิ่งคนที่ 2 คือ บอม จึงไม่เป็นความจริง สรุปได้ว่านักวิ่งคนที่ 2 คือ บิก ซึ่งเขาเป็นคนพูดจริงเป็นบางครั้งและครั้งนี้เขาพูดจริง ดังนั้นจากข้างต้นสรุปได้ว่า

นักวิ่งคนที่ 1 คือ บาส

นักวิ่งคนที่ 2 คือ บิก

นักวิ่งคนที่ 3 คือ บอม

จากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น สามารถนำมาเชื่อมโยงกันได้ดังนี้ (Baroody. 1993: 18)

ขั้นที่ 1: ทำความเข้าใจปัญหา

- ระบุปัญหาเป็นคำพูดของตัวเอง
- บอกได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ยังไม่รู้
- บอกได้ว่าข้อมูลอะไรต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2: วางแผนแก้ปัญหา

- วาดรูป
- หาแบบรูป
- จัดระบบข้อมูลในรายการ ใช้ตาราง แผนภูมิ และหาแบบรูป
- มองหาปัญหาที่คล้ายกับปัญหานี้
- เขียนประโยคสัญลักษณ์หรือการเขียนสมการ
- มองปัญหาย้อนกลับ
- ใช้เหตุผลเชิงตรรกะ
- การคาดเดาและตรวจสอบ

ขั้นที่ 3: ดำเนินการตามแผน

- บอกได้ว่าแผนที่วางไว้ใช้ได้หรือไม่

ขั้นที่ 4: ตรวจสอบคำตอบ

- บอกได้ว่าคำตอบใดสมเหตุสมผล
- บอกได้ว่าคำตอบใดเป็นคำตอบของคำถาม
- บอกได้ว่ามีคำตอบอื่นหรือไม่

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะให้ผู้เรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาตามที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยยุทธวิธีที่นำมาใช้ ได้แก่ ยุทธวิธี การเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีการสร้างตาราง ยุทธวิธีการค้นหาแบบรูป ยุทธวิธีการมองปัญหาย้อนกลับ ยุทธวิธีการใช้ตัวแปร และยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ

1.2.2 การให้เหตุผล

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้การคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล ต้องใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และแก้ปัญหา การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและดำรงชีวิต นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผลดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจ จะมีความสามารถในการปรับไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆ ได้ และสามารถจำได้ดีกว่า นานกว่า เพราะนักเรียนเรียนรู้กระบวนการที่ได้หลักการมาเพื่อใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้ นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ (สสวท. 2555ข: 39; สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท. 2547: 1-2)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สสวท. 2555ข: 40) โดยทั่วไปมนุษย์มักใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ซึ่งในทางคณิตศาสตร์เรียกว่า การให้เหตุผลแบบสัจพจน์ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสัจพจน์มากหรือน้อยก็ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมี นอกจากการให้เหตุผลแบบสัจพจน์แล้ว นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 แบบคือ (สสวท. 2555ก: 39; สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท. 2547: 4-7)

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการใช้การสังเกตหรือทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า

ข้อความคาดการณ์ การใช้การให้เหตุผลเชิงอุปนัยในการสร้างข้อความคาดการณ์ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไป ได้มีผู้ให้ความหมายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ข้อมูลเกี่ยวกับสมาชิกบางตัวในเซต นำมาสรุปเป็นกรณีทั่วไป สำหรับสมาชิกทุกตัวในเซต เช่น

$1 \times 10 = 10, 2 \times 10 = 20, 3 \times 10 = 30, 4 \times 10 = 40$ สรุปว่าจำนวนใดๆ คูณกับ 10 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้นเดิมด้วย 0 ต่อท้าย ซึ่งการสรุปเช่นนี้ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นเพียงข้อความคาดการณ์เท่านั้น ข้อความคาดการณ์จากการให้เหตุผลเชิงอุปนัยเป็นเพียงข้อคิดว่าน่าจะเป็นแต่ยังไม่มีการพิสูจน์ว่าเป็นจริง การแสดงว่าไม่เป็นจริงอาจใช้วิธีการยกตัวอย่างค้าน (counter example) เช่น เมื่อยกตัวอย่าง $0 \times 0 = 0, 1 \times 1 = 1$ อาจสรุปว่าจำนวนใดๆ คูณกับตัวเองจะได้เท่ากับจำนวนนั้น แต่ถ้าใช้เป็น $2 \times 2 = 4$ ก็จะเป็นตัวอย่างค้านสำหรับข้อความคาดการณ์นี้ จะเห็นว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยอาจนำไปสู่การค้นพบแนวคิดใหม่ๆ จากการสร้างข้อความคาดการณ์ แต่จุดอ่อนคือ ข้อสรุปที่ได้จากการรวบรวมข้อมูล ไม่สามารถทำทุกกรณีที่เป็นไปได้ กรณีที่ละเว้นไม่ได้ นำข้อมูลมาพิจารณาอาจเป็นข้อมูลที่ชี้ให้เห็นว่าข้อสรุปนี้ผิด

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างอิงสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ เหตุหรือสมมติฐาน หมายถึงสิ่งที่ป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ และ ผลหรือผลสรุป หมายถึงข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน โดยทั่วไปการให้เหตุผลแบบนิรนัย มักประกอบด้วย เหตุกรณีทั่วไป และตามด้วยเหตุกรณีเฉพาะ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกรณีทั่วไปกับเหตุกรณีเฉพาะก่อให้เกิดผลหรือผลสรุป

สติกกินส์ (สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท. 2547: 6-7; อ้างอิงจาก Stiggins. (1997). *Student-Center Classroom Assessment*) กล่าวว่า การทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี โดยสติกกินส์ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลักๆ 3 แบบได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (analitical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อยๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องแก้ปัญหา นักเรียนต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (comparative reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้นๆ มีอะไรเหมือนกัน มีอะไรต่างกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือน อย่างไม่ไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อเรตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

นอกจากนี้สติภิกษุยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่นๆ ได้แก่

1. การสังเคราะห์ (synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุปหรือเป็นการนำข้อมูลจากหลายๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบหัวเรื่อง (thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลายๆ สาขาวิชามารวมมาใช้ในการให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

2. การจำแนก (classifying) เป็นการจัดประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดีและอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

3. การอนุมาน (inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือใช้ความจริงจากกรณีหนึ่งๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ก็ถือว่าการให้เหตุผลแบบอนุมาน

วิชญ์ นภาพันธุ์ (2551: 22) ได้กำหนดองค์ประกอบของการให้เหตุผลว่าประกอบด้วยองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบคือ

1. การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เป็นการค้นหาความจริงที่แฝงอยู่ในสถานการณ์ปัญหา มี 3 ส่วนคือ 1) การวิเคราะห์องค์ประกอบ 2) การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ 3) การวิเคราะห์หลักการหรือกฎเกณฑ์ที่ทำให้องค์ประกอบเหล่านั้นอยู่อย่างเป็นระบบ

2. การสร้างข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา ประกอบด้วยความสามารถดังนี้ 1) ความสามารถในการระบุข้อสรุปที่สมเหตุสมผล 2) ความสามารถในการนำเสนอหลักฐานเพื่อสนับสนุนข้อสรุป 3) ความสามารถในการอธิบายว่าหลักฐานที่ยกมาสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร

3. การประเมินความน่าเชื่อถือของข้อสรุป เป็นความสามารถในการตัดสินใจว่าข้อสรุปที่ได้มีความเหมาะสมหรือไม่ โดยต้องมีเกณฑ์หรือมาตรฐานสำหรับยึดเป็นข้ออ้างอิงในการตัดสินใจหรือเป็นบรรทัดฐานสำหรับวินิจฉัยความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะเน้นการให้เหตุผลในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อรวบรวมข้อมูลมาใช้ในการอธิบายหรือหาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหา ทั้งการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา การสร้างข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาอย่างสมเหตุสมผล

1.2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด (representation)

การนำเสนอตัวแทนตัวแทนความคิด หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุ การวาดภาพ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถเลือกใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ (กัลยา ทองสุ. 2545: 6)

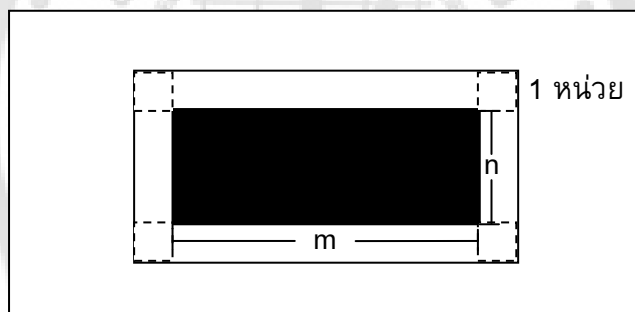
เมื่อนักเรียนมีโอกาสนำเสนอตัวแทนความคิด จะทำให้นักเรียนมีเครื่องมือในการขยายความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น การนำเสนอตัวแทนความคิดนี้ กล่าวรวมทั้งกระบวนการ (process) และผลที่เกิดขึ้น (product) หรืออาจกล่าวได้ว่าการนำเสนอตัวแทนความคิดทำหน้าที่ในการจับภาพแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือความสัมพันธ์ในรูปแบบบางรูปแบบ และรูปแบบของตัวเอง เช่น เด็กที่เขียนอายุของเขาด้วยหมายเลข 5 ก็ถือว่าการนำเสนอตัวแทนความคิด หรือ การวาดกราฟของ $f(x) = x^3$ ก็เป็นการนำเสนอตัวแทนความคิดเช่นกัน รูปแบบบางรูปแบบของการนำเสนอตัวแทนความคิด เช่น แผนภาพ การแสดงด้วยกราฟ และการแสดงออกทางสัญลักษณ์ เป็นสิ่งที่ทำมานานมากแล้วในโรงเรียน ดังนั้นการนำเสนอตัวแทนความคิดจึงเป็นสิ่งสำคัญที่สนับสนุนความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ (NCTM. 2000: 67)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้กำหนดมาตรฐานของการนำเสนอตัวแทนความคิด สำหรับนักเรียนตั้งแต่ปฐมวัยถึงเกรด 12 (NCTM. 2000: 67-71) ไว้ดังนี้

1. สร้างและใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการรวบรวม บันทึก และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ นักเรียนควรจะเข้าใจว่าการเขียนนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนรู้และการเรียนคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดมีความสำคัญในการกระตุ้นนักเรียนให้นำเสนอแนวคิดในวิธีหรือรูปแบบที่พวกเขาเข้าใจ ถึงแม้การนำเสนอตัวแทนความคิดในครั้งแรกจะเป็นการนำเสนอตัวแทนความคิดที่ไม่เป็นสากล แต่ก็เป็นการฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอตัวแทนความคิดของตนเอง และท้ายที่สุดนักเรียนจะได้เรียนรู้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เป็นสากล ซึ่งจะเป็นการอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และเป็นการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น ลักษณะเฉพาะในการนำเสนอตัวแทนความคิดถูกสร้างโดยนักเรียน ในขณะที่พวกเขาแก้ปัญหาและค้นหาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดจะช่วยนักเรียนให้เข้าใจปัญหา แก้ปัญหาได้ และเป็นวิธีที่ใช้บันทึกวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งเป็นการอธิบายวิธีการให้คนอื่นเข้าใจแนวคิดของตน ครูจะสามารถดูวิธีแสดงการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากการนำเสนอตัวแทนความคิดของนักเรียน ซึ่งการนำเสนอตัวแทนความคิดมีความสำคัญไม่เพียงแต่การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เป็นสากลเท่านั้น แต่การที่นักเรียนได้สร้าง ขัดเกลา และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิด จะเป็นเครื่องมือที่สนับสนุนการเรียนรู้และการทำคณิตศาสตร์ นักเรียนประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะนำเสนอตัวแทนความคิดที่เป็นวัตถุหรือเป็นสิ่งที่พวกเขามีประสบการณ์ ระดับประถมศึกษา นักเรียนอาจใช้วัตถุในการนำเสนอจำนวนของล้อรถจักรยาน 4 คัน หรือจำนวนหิ้งห้อยจากเรื่องที่เขาฟังมา ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนจะเริ่มสร้างและใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในสิ่งที่เป็นามธรรมมากขึ้น เช่น จำนวนตรรกยะ อัตรา หรือความสัมพันธ์เชิงเส้น และในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

นักเรียนอาจใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เป็นสากลเพื่อที่แสดงความคิดและความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมมากขึ้น

การนำเสนอตัวแทนความคิดช่วยนักเรียนในการจัดการความคิดของพวกเขา เพราะเมื่อนักเรียนใช้การนำเสนอตัวแทนความคิด การนำเสนอตัวแทนความคิดจะช่วยสร้างแนวคิดที่เป็นรูปธรรมมากขึ้นและมีประโยชน์ในการไต่ตรองทางความคิด เช่น เมื่อนักเรียนต้องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นจะนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้แผนภาพกราฟ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความเข้าใจหรือขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับสภาพอากาศโดยใช้ความสัมพันธ์ของกราฟในการจัดระบบข้อมูล และเสนอข้อมูล จากนั้นจะมีการขยายแนวคิดมากขึ้นจากการนำเสนอตัวแทนความคิดทางพีชคณิตนำไปสู่การนำเสนอตัวแทนความคิดที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ตัวอย่างเช่น สระว่ายน้ำแห่งหนึ่งมีความยาว m หน่วย และมีความกว้าง n หน่วย ต้องการนำกระเบื้องขนาด 1 ตารางหน่วย มาติดโดยรอบขอบสระว่ายน้ำ จะต้องใช้กระเบื้องทั้งหมดกี่แผ่น (ดังภาพประกอบ 6) นักเรียนอาจใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันคือ $2n + 2m + 4$ หรือ $2(m + 2) + 2n$ แต่การนำเสนอตัวแทนความคิดทั้งสองแบบ อธิบายจำนวนกระเบื้องที่ใช้เหมือนกัน



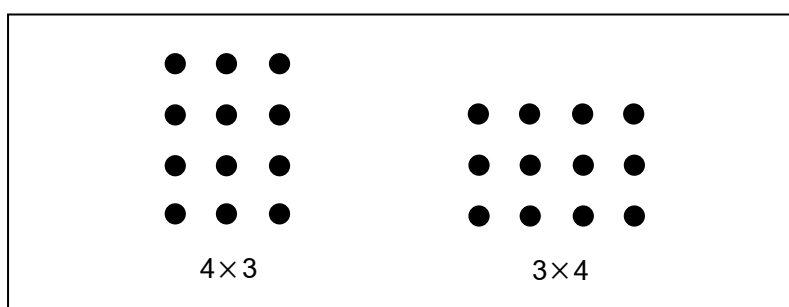
ภาพประกอบ 6 สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและขอบสระ

ที่มา: NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. p. 68

2. เลือก ประยุกต์ และแปลงการนำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาได้ในมาตรฐานนี้กำหนดขึ้นเพื่อให้ นักเรียนรู้จักการนำเสนอตัวแทนความคิดในหลายรูปแบบ ความแตกต่างของการนำเสนอตัวแทนความคิดมักอธิบายในแง่มุมมองที่แตกต่างกันด้วยมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ที่ซับซ้อน เช่น นักเรียนมักเรียนรู้เรื่องเศษส่วนจากรูปวงกลมหรือจากรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งการใช้วิธีนี้เหมาะที่จะแสดงให้นักเรียนเห็นถึงการเท่ากันของเศษส่วน เรียนรู้ความหมายของการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและเมื่อผลบวกน้อยกว่า 1 แต่การนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้สื่อดังกล่าวไม่ได้แสดงถึงการแปลความหมายของเศษส่วนในเรื่องสัดส่วน การหารพหุคูณหรือจำนวนในรูปเศษส่วน นอกจากนี้การนำเสนอตัวแทนความคิดเกี่ยวกับเศษส่วนด้วยเส้นจำนวน

ก็เป็นการแสดงมโนทัศน์เกี่ยวกับเศษส่วนเพียงบางส่วนเท่านั้น ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนนักเรียนจำเป็นต้องใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่หลากหลาย เพื่อสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขา

การนำเสนอตัวแทนความคิดหลายๆ แบบ สำคัญที่ต้องมีความต่อเนื่อง คือ นักเรียนระดับปฐมวัยจนถึงเกรด 2 นักเรียนควรรู้วิธีการนำเสนอตัวแทนความคิดที่เกี่ยวกับการบวกซ้ำๆ การนับซ้ำ หรือการเรียงสิ่งของ นักเรียนเกรดแรกๆ จะเริ่มเห็นการนำเสนอตัวแทนความคิดง่ายๆ เพื่อให้เข้าใจสมบัติบางอย่าง เช่น ใช้การเรียงลำดับ เพื่อให้เห็นสมบัติของการสลับที่การคูณ ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 การจัดเรียงที่ช่วยอธิบายเรื่องกฎการสลับที่

ที่มา: NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. p. 69

นักเรียนเกรด 3 - 5 สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดด้วยการใช้รูปแบบที่ซับซ้อนมากกว่า เช่น ตาราง กราฟ และคำที่จำลองปัญหาหรือสถานการณ์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น การนำเสนอตัวแทนความคิดจะมีประโยชน์ในการพัฒนาแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิตซึ่งจะใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา โดยวิธีการหนึ่งที่นำมาใช้ คือการค้นหาหลักการ (abstraction) ซึ่งเป็นการใช้สัญลักษณ์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น "ในเวลากลางคืนที่เรือลอยอยู่ในทะเล กัปตันเห็นประภาคาร 3 แห่ง และสามารถวัดมุมระหว่างประภาคารทั้ง 3 ได้ ถ้ากัปตันรู้ตำแหน่งของประภาคารจากแผนที่ กัปตันจะสามารถระบุตำแหน่งของเรือได้หรือไม่" เมื่อปัญหานี้แปลความหมายโดยการนำเสนอตัวแทนความคิด ด้วยการให้เรือและประภาคารเป็นจุดบนระนาบ ปัญหานี้จะสามารถแก้ได้โดยไม่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับเรือ

3. ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจำลองและการตีความปรากฏการณ์ทางกายภาพ ทางสังคม และทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจำลอง (model) ทางกายภาพ สังคม และปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนปฐมวัยจนถึงเกรด 2 สามารถจำลองการแบ่งคุกกี้ 24 ชิ้น ให้เด็ก 8 คน โดยใช้กระเบื้องหรือบล็อกด้วยวิธีการที่หลากหลาย นักเรียนเกรด 3 - 5 เริ่มจำลองปรากฏการณ์ในโลกรอบๆ ตัวพวกเขาและใช้การจำลอง

ช่วยในการสังเกตแบบรูป นักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถจำลองการแก้ปัญหาซึ่งเกิดขึ้นจริง และปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่รู้และเรียนรู้การใช้สมการ ตาราง และกราฟ ในการนำเสนอตัวแทนความคิดและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนจะสร้างและแปลความหมายแบบจำลองเกี่ยวกับปรากฏการณ์เป็นรูปภาพจากบริบท ด้วยการระบอบองค์ประกอบที่สำคัญของบริบทและด้วยการคิดการนำเสนอตัวแทนความคิดแบบใหม่ๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอตัวแทนความคิด ในรูปแบบต่างๆ ทั้งแผนภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปเรขาคณิต ตาราง กราฟ สมการ อสมการ หรือฟังก์ชัน ในการทำความเข้าใจปัญหาและแสดง แนวคิดเพื่อหาข้อสรุปของปัญหา

1.2.4 อัจฉริยทางคณิตศาสตร์ (mathematical disposition)

ราชบัณฑิตยสถาน (2553: 66) ได้ให้ความหมายของอัจฉริยไว้ 2 ประเด็น คือ 1) แนวโน้มที่บุคคลมักจะปฏิบัติพฤติกรรมที่คล้ายคลึงกัน แม้ว่าจะอยู่ในเวลาและสถานที่ แตกต่างกัน และ 2) ลักษณะโดยรวมของบุคคล เช่น อารมณ์พื้นฐาน เจตคติ แรงขับ จึงอาจกล่าว ได้ว่า อัจฉริยทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เจตคติ (attitudes) หรือความเชื่อ (beliefs) ของนักเรียน ในการทำคณิตศาสตร์ (do mathematics) ความเชื่อของนักเรียนในที่นี้เป็นความเชื่อเกี่ยวกับ ความสามารถของพวกเขาคือจะทำคณิตศาสตร์และที่จะเข้าใจธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ซึ่งความเชื่อ นี้มีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาและความสำเร็จในท้ายที่สุด (Van de Walle; Karp; & Bay-William. 2010: 47)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้กล่าวถึงอัจฉริยทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนว่าเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ (NCTM. 1989: 233-236)

- ความเชื่อมั่นในการใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ในการสื่อสารแนวคิด และให้เหตุผล
- ความยืดหยุ่นในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และพยายามใช้วิธีที่ หลากหลายในการแก้ปัญหา
- ความเต็มใจที่จะพยายามทำภาระงานทางคณิตศาสตร์
- ความสนใจ อยากรู้ อยากเห็น และความเฉลียวฉลาดในการทำคณิตศาสตร์
- ความชอบที่จะตรวจสอบและสะท้อนให้เห็นถึงความคิดและการกระทำของ ตนเอง
- คุณค่าของการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในสาขา อื่น ๆ และประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน
- ความซาบซึ้งในบทบาทของคณิตศาสตร์ในวัฒนธรรมและคุณค่าของ คณิตศาสตร์ในแง่ของที่คณิตศาสตร์เป็นทั้งเครื่องมือและภาษา

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นลักษณะนิสัยที่มีมาจากการเชื่อของนักเรียนในการทำคณิตศาสตร์และความรู้สึกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลต่อวิธีการในการเข้าถึงปัญหาและพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยศึกษาอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ลักษณะ คือ ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

1.3 การวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งผสมผสานกันระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางการคิด และอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสังเกตได้จากพฤติกรรมที่แสดงออกมาในรูปของภาษาเขียน ภาษาพูด และลักษณะท่าทางที่เป็นผลจากการคิดที่เกิดขึ้นภายในตัวบุคคล (สสวท. 2555ข: 143-159) เพื่อให้ทราบว่านักเรียนแต่ละคนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นอย่างไรจึงต้องอาศัยการวัดและประเมินผลเข้ามาช่วยในการประเมินนักเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.3.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด

การประเมินในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางด้านการคิด ถือเป็นการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูควรยึดหลักการดังนี้ (สสวท. 2555ข: 220-222)

1.3.1.1 การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึก แนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูไม่ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ควรให้นักเรียนได้วิเคราะห์ยุทธวิธีที่เหมาะสมและแสดงกระบวนการแก้ปัญหา ลักษณะคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร

1.3.1.2 การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนรู้ โดยครูจะควรประเมินนักเรียนในระหว่างกำลังลงมือแก้ปัญหาหรืออภิปรายในกลุ่ม ซึ่งข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพในแง่ของพฤติกรรมในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การนำเสนอตัวแทนความคิด ความเชื่อและเจตคติของนักเรียน โดยในระหว่างการสังเกตครูจะต้องจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้หรืออาจใช้แบบตรวจสอบรายการ (checking list) เพื่อช่วยในการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.3.1.3 การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน เพื่อช่วยให้ครูสามารถพิจารณาตัดสินได้ว่านักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดอยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือการให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์แบบรูบริก (rubric scoring)

1.3.2 อรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์

วิธีการประเมินอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สามารถประเมินนักเรียนได้ในช่วงการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนและการทำงานที่ได้รับมอบหมาย ทั้งรายบุคคล

และเป็นกลุ่ม โดยการประเมินนักเรียนเกรด 5 - 8 อาจประเมินจากการทำงานของนักเรียนและอาจใช้แบบตรวจสอบรายการ เพื่อช่วยในการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน ดังตาราง 5 ครูประเมินอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 5 คน โดยทำการประเมินอย่างน้อย 1 ครั้ง ใน 6 สัปดาห์ สำหรับนักเรียนเกรด 9 - 12 อาจประเมินจากการให้นักเรียนเขียนความเรียงหรือเขียนงานวิจัย ซึ่งจะทำให้ประเมินนักเรียนได้ว่านักเรียนซาบซึ้งในบทบาทของคณิตศาสตร์อย่างไร โดยการประเมินงานเขียนนี้ควรประเมินทั้งคุณภาพ ความแม่นยำของคำตอบ ความมีเหตุผล และความเต็มใจที่จะผ่านข้อจำกัดของภาระงานเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ตัวอย่างหัวข้อที่ให้นักเรียนเขียนความเรียง เช่น บทบาทของเรขาคณิตในสังคมทุกวันนี้ คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ จะเกิดอะไรขึ้นหากหน่วยมาตรฐานของการวัดไม่ได้ถูกสร้างขึ้น ความเปลี่ยนแปลงในการใช้งานสถิติในการเล่นกีฬา เป็นต้น (NCTM. 1989: 233-236)

ตาราง 5 แบบตรวจสอบรายการอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมที่สังเกต	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5
ความมั่นใจ:					
เป็นผู้เริ่มต้นคำถาม	✓		✓	✓	
มั่นใจว่าจะหาคำตอบได้		✓	✓	✓	
ช่วยคนอื่น	✓			✓	
อื่นๆ/บันทึก					ทำทนายการแก้ปัญหา ของนักเรียนคนอื่น
ความยืดหยุ่น:					
แก้ปัญหาด้วยวิธีมากกว่า 1 วิธี	✓	✓			
เปลี่ยนความคิดเมื่อให้ข้อคิดเห็นที่น่าเชื่อถือ			✓	✓	
อื่นๆ/บันทึก					

ที่มา: NCTM. (1989). *Evaluation: Standard 10 - Mathematical Disposition*. p.236

นอกจากนี้ The Center for Language in Learning (2002: online) ได้สร้างแบบประเมินอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3-12 โดยแบ่งระดับอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์เป็นระดับ 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 1: ขาดความมั่นใจเมื่อทำคณิตศาสตร์ อาจหลีกเลี่ยงการทำงานหรือเลิกทำอย่างง่ายดาย ต้องการคำแนะนำและการช่วยเหลือเมื่อทำงานที่ได้รับมอบหมาย และเมื่อต้องแก้ปัญหาอาจต้องการความช่วยเหลือในการทำความเข้าใจปัญหา วิธีการดำเนินการ และมักใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างจำกัด (เช่น ใช้เฉพาะการวาดรูปหรือการเดาและตรวจสอบ) มีความสามารถ

เกี่ยวกับเลขคณิต (arithmetic) อยู่ในระดับต่ำ (เช่นใช้การนับซ้ำๆ แทนที่จะใช้การคูณ) ยากที่จะอธิบายได้ว่าวิธีการแก้ปัญหาแก้ได้อย่างไร และยากที่จะเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่าง รวมทั้งแทบจะไม่สามารถทำคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง

ระดับ 2: อาจจะมีความมั่นใจและมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์อย่างจำกัด อาจต้องการการส่งเสริมและการสนับสนุนเพื่อให้ทำงานได้อย่างสมบูรณ์และในการมีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ โดยทั่วไปมักรู้วิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว ไม่ค่อยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ การอธิบายด้วยการพูดหรือการเขียนมักไม่ชัดเจน และมักจะอธิบายกระบวนการที่ใช้มากกว่าที่จะอธิบายว่าทำไมจึงใช้วิธีนี้ ยากที่จะเข้าใจวิธีการและขยายความ รวมทั้งแทบจะไม่ปฏิบัติตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

ระดับที่ 3: มีความมั่นใจและมุ่งมั่นทำคณิตศาสตร์ แต่จะแปรเปลี่ยนได้ขึ้นอยู่กับความเชี่ยวชาญในการงานที่ได้รับมอบหมาย อาจมีความลังเลที่จะถามเพื่อทำความเข้าใจมโนทัศน์หรือวิธีแก้ปัญหา ถ้าได้รับความช่วยเหลือจะสามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีต่างๆ ได้มากกว่า 1 วิธี เมื่อกระตุ้นจะสามารถอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับคำตอบของปัญหาได้ สามารถอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และโดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์และศัพท์ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ และใช้มโนทัศน์ที่นักเรียนรู้อย่างถูกต้อง สามารถเข้าใจคำอธิบายของผู้อื่นที่คล้ายกับตนเองได้ ในบางครั้งอาจปฏิบัติตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

ระดับที่ 4: มีความมั่นใจและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา แก้ปัญหาได้หลากหลายปัญหา วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ใช้วิธีการที่หลากหลาย และแปลความหมายของคำตอบได้อย่างมีเหตุผล อาจต้องการสืบสวนปัญหาในการค้นหาวิธีคิดที่แตกต่างไป เมื่อเกิดความสับสนจะถาม สามารถสื่อสารเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนและอธิบายเหตุผลได้ว่าทำไมคำตอบที่ได้จึงสมเหตุสมผล โดยทั่วไปจะเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาของผู้อื่น เมื่อได้รับการกระตุ้นจะสามารถเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับข้อสรุปของงานที่ได้รับมอบหมายได้ บางครั้งจะปฏิบัติตามแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

ระดับที่ 5: มีความมั่นใจและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา แก้ปัญหาได้หลากหลายปัญหา วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา มีความยืดหยุ่นในการใช้วิธีต่างๆ แปลความหมายของการแก้ปัญหาในบริบทเดิม และสะท้อนให้เห็นถึงวิธีการที่ใช้และคำตอบที่ได้ มักจะขยายการคิดไปยังปัญหาได้อย่างรวดเร็ว เกิดความตระหนักเมื่อความเข้าใจของตนเองมีจำกัด สร้างวิธีการย้อนกลับไปสู่ปัญหา และค้นหาความช่วยเหลือเมื่อจำเป็น สื่อสารด้วยการพูดและการเขียนได้อย่างชัดเจน น่าเชื่อถือ และเป็นคณิตศาสตร์ สามารถปรับเปลี่ยนความคิดเมื่อได้รับการโต้แย้งที่น่าเชื่อถือ สามารถเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับการสร้างกรณีทั่วไป และอาจติดตามแนวคิดของตนเอง

ผู้วิจัยจะประเมินอรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการเขียนความเรียง การสัมภาษณ์และการทำแบบวัดอรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดและประเมินผลการศึกษาเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การวิจัยนี้จะวัดและประเมินผลการศึกษาเชิงคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ ด้วยเครื่องมือต่อไปนี้

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ วัดและประเมินผลจากแบบทดสอบอัตนัย
2. การดำเนินการทางการคิด วัดและประเมินผลจากแบบทดสอบอัตนัย
3. อรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์ วัดและประเมินผลจากการเขียนความเรียง

การสัมภาษณ์และการทำแบบวัดอรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์

1.4 แนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการทางการคิด ถือเป็นส่วนสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริม การฝึกให้นักเรียนตอบคำถามโดยการอธิบายแนวคิดที่มาของคำตอบ ด้วยการให้เหตุผลที่ชัดเจน และนำเสนอตัวแทนความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจ เหล่านี้ล้วนช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ด้วย โดยแนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการทางการคิด มีรายละเอียดดังนี้

1.4.1 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจส่งเสริมโดยพิจารณาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (กรมวิชาการ, 2544: 76 – 79; อ้างอิงจาก ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2538 การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา) ดังนี้

1.4.1.1 การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจ ควรพัฒนาทักษะการอ่านให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่าง ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ จะทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมมากขึ้น และควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ

1.4.1.2 การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น การใช้คำถามนำ หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายการคิดของตนเอง อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนการแสดงลำดับขั้นตอน การอธิบายการคิดของตนเองให้คนอื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางที่เหมาะสม ควรสร้างนิสัยให้นักเรียนให้รู้จักคิดวางแผน ให้นักเรียนได้ฝึกทำโจทย์ที่ท้าทายและน่าสนใจบ่อยๆ รวมทั้งส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

1.4.1.3 การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้

1.4.1.4 การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ ครูควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักตีความหมายของ

คำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี และควรให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นๆ ได้

1.4.2 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการให้เหตุผล

แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการให้เหตุผล (สาขาคณิตศาสตร์ ประถมศึกษา สสวท. 2547: 16-19; สิริพร ทิพย์คง. 2545: 99) ครูควรดำเนินการดังนี้

1.4.2.1 ครูต้องสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ให้นักเรียนตระหนักได้ว่า

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ รวมทั้งให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และแสดงเหตุผลได้ นอกจากนี้ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่าครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูต้องประเมินการให้เหตุผลอยู่เสมอ เมื่อนักเรียนสามารถหรือมีการให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที

1.4.2.2 ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิด การให้เหตุผล

อาจทำได้ด้วยการพูดหรือการเขียน โดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

1.4.2.3 ควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่

กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น "นักเรียนคิดว่าต่อไปจะเป็นอย่างไร เพราะอะไร" "นักเรียนเชื่อหรือไม่ เพราะอะไร" "นักเรียนคิดว่าวิธีใดดี เพราะอะไร" เป็นต้น

1.4.2.4 สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดา บนพื้นฐานของการคิดอย่างมี

เหตุผล

1.4.2.5 เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อความคาดเดา โดยอาศัยเหตุผล

1.4.2.6 ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนสรุปอย่างมี

เหตุผล

1.4.2.7 ใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหา

คำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย หรือมีวิธีการในการหาคำตอบ มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544: 8) ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด เช่น มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากันและให้ทุกถุงดังกล่าวมีเงาะอยู่เท่ากันทุกถุงด้วย โดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่ (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544: 211)

1.4.2.8 ให้มีการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อหากรณีทั่วไป

1.4.2.9 ทำทนายให้นักเรียนคิดและทำกิจกรรม

1.4.2.10 ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟัง ทำความเข้าใจเหตุผลผู้อื่น และประเมินว่าเหตุผลเชื่อถือได้หรือไม่

1.4.2.11 มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของ

นักเรียน

1.4.2.12 มีความอดทน ให้อเวลา ให้อโอกาสแก่นักเรียน

1.4.2.13 เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่เป็นกฎเกณฑ์ไปสู่การบอกวิธีการ เช่น มีคำ "รวม" ให้ทำวิธีบวก

1.4.2.14 ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่รัดกุม แต่ควรช่วยสรุป

1.4.2.15 ครูควรใช้ภาษาทางตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่วๆ ไป ให้นักเรียนคุ้นเคย เช่น คำว่า "และ" "ถ้า...แล้ว" "บางคน" "ทุกคน"

1.4.2.16 ครูต้องสร้างความเข้าใจว่า ครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้อำนาจ หรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่นักเรียนแสดงเหตุผล

1.4.2.17 ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

1.4.2.18 ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนอธิบายเหตุผลของตนเอง

1.4.2.19 ผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ใดอย่างไร นอกจากนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ ผู้เรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นนักเรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด”

นั่นคือครูควรฝึกการให้เหตุผลของนักเรียน โดยฝึกให้นักเรียนให้เหตุผลในการสนับสนุนคำตอบและให้เหตุผลในการพิสูจน์ นักเรียนจะสามารถเรียนรู้การให้เหตุผลจากการอภิปรายในชั้นเรียนและการตอบคำถามเพื่อยืนยันคำตอบของตนเอง รวมทั้งรู้จักให้เหตุผลในการประเมินความคิดของผู้อื่นเพื่อตัดสินว่าสมควรที่จะเชื่อหรือไม่ (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2551?: 80)

1.4.3 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิด (NCTM. 2000: 362-364)

ส่วนสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ การเรียนรู้การใช้ภาษา ข้อตกลง และการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ครูควรแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการนำเสนอตัวแทนความคิดที่เป็นสากล และช่วยให้ นักเรียนสามารถใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยการสร้างการนำเสนอตัวแทนความคิดซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของนักเรียนเมื่อจำเป็น การให้นักเรียนสร้างการนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นสิ่งสำคัญที่ครูควรให้ความสนใจ เพราะการนำเสนอตัวแทนความคิดในเรื่องเดียวกันด้วยวิธีที่แตกต่างกันจะทำให้เกิดการถ่ายทอดข้อมูลที่แตกต่างกันไปด้วย

จากแนวคิดเกี่ยวกับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดย

1. ใช้ปัญหาที่ท้าทายความคิดและเป็นปัญหาปลายเปิด
2. ใช้คำถามยั่วความคิดนักเรียน

3. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิด โดยจัดกิจกรรมการคิด ทั้งคิดเดี่ยว คิดคู่ และคิดเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสนำเสนอและสื่อสารแนวคิดแก่เพื่อนและครู

4. ส่งเสริมให้นักเรียนให้เหตุผล นำเสนอตัวแทนความคิด ในระหว่าง
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดย "เน้นที่การคิด มากกว่าคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว"

4. ภาระงานหรือชิ้นงานที่ให้นักเรียนต้องเป็นงานที่ส่งเสริมการคิดมากกว่าการจำ

5. วิธีการวัดและประเมินผล ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง และให้ข้อมูล
ป้อนกลับแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ปรับปรุงวิธีคิดให้ดียิ่งขึ้น

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

รุ่งทิwa นามารุง (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาและวิเคราะห์วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของนักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 7 – 10 ปี พบว่านักเรียนสามารถแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติได้อย่างหลากหลาย โดยนิยมใช้การนับ ดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือการบวก/การลบ และการใช้ตัวแบบ สำหรับการให้เหตุผลนักเรียนมองเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ผ่านมา สามารถระลึกได้ทันทีว่าปัญหานั้นคล้ายกับปัญหาเดิม สามารถใช้การประมาณหรือลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบ บอกได้ว่าคำตอบที่ได้มาของตนเองสมเหตุสมผลหรือไม่ ในการนำเสนอตัวแทนความคิดพบว่านักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างหลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านประสบการณ์ที่สัมผัสได้โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่ใช้ภาพเป็นสื่อ หรือผ่านประสบการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับบุคลิกภาพ หรือความสามารถทางภาษาเป็นสำคัญ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง ใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเอง และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีทั้งในระดับต่ำจนถึงระดับสูง

อมารัล (Amaral, Samantha Shyka. 2010: Abstract) ได้ทำการศึกษาวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยทำการศึกษาประสิทธิผลของวารสารคณิตศาสตร์และการเขียนเพื่อการเรียนรู้ (writing-to-learn) ในการพัฒนาการสื่อสารและความเข้าใจคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 1 การเก็บรวบรวมข้อมูลเก็บจากแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง สืบเนื่องจากการเขียนของนักเรียน และการจัดบันทึกของครูผู้วิจัย ข้อมูลทั้ง 4 รูปแบบที่เก็บมาจะถูกนำมาคัดเลือก วิเคราะห์ และอภิปราย ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการใช้วารสารคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถส่งเสริมการเรียนรู้และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ และเป็นวิธีการที่ครูจะใช้ในการเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งเป็นเครื่องมือกระตุ้นการเขียน/การวาดภาพ การสนทนา ระหว่างนักเรียนกับครู เพื่อนำไปสู่วิธีการสอนต่อไป

มาแชล (Marshall, Mary Elisabeth. 2009: Abstract) ได้สำรวจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนอเมริกันกลางและอเมริกาใต้ในห้องเรียนสองภาษา ซึ่งใช้ภาษาสเปนเป็นภาษาหลักในการสอน งานวิจัยนี้ใช้วิธีวิจัยเชิงคุณภาพแบบการศึกษากลุ่มเป็นระยะเวลายาว (longitudinal Study) โดยใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction) เพื่อดู

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนและสัมภาษณ์แนวคิดของแต่ละคน โดยเก็บข้อมูลจากนักเรียน 4 คน ที่เรียนในระดับชั้นที่ต่างกัน และใช้วิธีวิจัยทฤษฎีฐานราก (grounded theory) ในการเปิดเผยประเด็นเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน งานวิจัยพบว่า นักเรียนมีแนวคิดโดยพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนที่แตกต่างกัน และมีนัยสำคัญกับทฤษฎีการสอนแบบเน้นให้รู้คิด การสอนคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ และทฤษฎีทางสังคมวัฒนธรรม นอกจากนี้การศึกษาครั้งนี้ยังแสดงว่านักเรียนที่ใช้ 2 ภาษา คือ ภาษาอังกฤษและภาษาสเปน จะอธิบายการคิดเชิงคณิตศาสตร์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

จวัน (Nguyen, Tri Tran. 2009: Abstract) ได้ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านการสนทนาด้วยยุทธวิธีอ่านให้เข้าใจ (reading comprehension strategies) โดยจวันนำเสนอว่าการแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการของเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เริ่มตั้งแต่ชั้นประถมศึกษา จากมาตรฐานของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาพบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมเอาความสามารถในการสร้างข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ (mathematical argument) และการนำเสนอตัวแทนความคิดอย่างหลากหลายไว้ด้วยกัน และเพื่อที่จะสร้างสิ่งเหล่านี้ให้เกิดขึ้น การแก้ปัญหาต้องเป็นมากกว่าแค่การฝึกฝน จากประสบการณ์การสอนของผู้นวิจัย ผู้นวิจัยสังเกตเห็นทั้งความพยายามและความท้อแท้ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนดูเหมือนจะพอใจกับการแสดงแนวคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และการอธิบายคำตอบของพวกเขา แต่กลับเคร่งครัดกับการคิดคำนวณ อย่างไรก็ตามนักเรียนยังสามารถทำคณิตศาสตร์และให้เหตุผลในโมโนทัศน์เหล่านั้นได้ ในฐานะนักการศึกษาความท้าทายคือการทำให้นักเรียนเข้าใจคุณค่าของการแก้ปัญหา และเชื่อมโยงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ไปยังกิจกรรมในชีวิตประจำวันของนักเรียน

2. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับหลักสูตรและการพัฒนาหลักสูตร

หลักสูตรเป็นสิ่งที่ชี้ให้เห็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียน (ธารง บัวศรี. 2542: 10) เพื่อให้ให้นักเรียนไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ดังนั้นหลักสูตรจึงมีความสำคัญต่อครูที่จะนำไปเป็นกรอบแนวทางในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ทักษะและคุณลักษณะที่ต้องการ (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. 2556: 1) มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ความหมายของหลักสูตร

มีผู้ให้ความหมายของหลักสูตรไว้มากมาย ขึ้นอยู่กับปรัชญาความเชื่อที่ได้รับการถ่ายทอดต่อกันมาดังนี้

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2537: 2) ได้สรุปความหมายของหลักสูตร ดังนี้

1. หลักสูตร ในฐานะที่เป็นวิชา (courses) หรือเนื้อหาวิชา (content) หรือกลุ่มวิชา (a sequence of courses) ที่จัดไว้อย่างมีระบบ

2. หลักสูตรในฐานะที่เป็นเอกสาร (document) ในรูปแบบของเอกสารหลักสูตร (curriculum guide หรือ syllabus) คือ ตัวหลักสูตรประกอบด้วย หลักการ จุดมุ่งหมาย โครงสร้าง และเนื้อหา การเรียนการสอน เวลาเรียน การวัดและประเมินผล ส่วนเอกสารประกอบหลักสูตรนั้น คือ เอกสารที่ให้รายละเอียดเกี่ยวกับการนำหลักสูตรไปปฏิบัติ ได้แก่ คู่มือครู โครงสร้างการสอน แผนการสอน กลุ่มวิชาหรือรายวิชาต่างๆ คู่มือการประเมินผลการเรียน หนังสือแบบเรียน หนังสืออ่านประกอบ ตลอดจนสื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนต่างๆ หลักสูตรในความหมายนี้ มุ่งเน้นหลักสูตรในฐานะที่เป็นแผนซึ่งเป็นเอกสารเพื่อนำไปสู่การปฏิบัติ (the plan for action) ให้บรรลุเป้าประสงค์ของหลักสูตร

3. หลักสูตรในฐานะที่เป็นกิจกรรมและประสบการณ์ (activities and experiences) หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้และประสบการณ์ต่างๆ ที่ผู้เรียนได้รับ ภายใต้การกำกับของผู้สอน สถานศึกษา และนักการศึกษา โดยบูรณาการ จุดมุ่งหมาย เนื้อหาสาระ เทคนิคการสอน และประเมินผล ทั้งนี้มีเป้าหมายเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีความงอกงามทั้งทางด้านพุทธิพิสัย (cognitive domain) เจตคติ (affective domain) และทักษะพิสัย (psychomotor domain)

ธำรง บัวศรี (2542: 7) กล่าวว่าหลักสูตรคือ แผนซึ่งได้ออกแบบจัดทำขึ้นเพื่อแสดงถึงจุดมุ่งหมาย การจัดเนื้อหา กิจกรรม และมวลประสบการณ์ ในแต่ละโปรแกรมการศึกษา เพื่อให้ผู้เรียนมีพัฒนาการในด้านต่างๆ ตามจุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้

วิชัย ประสิทธิ์วิฑูริ์ (2542: 44) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรไว้ว่า หลักสูตรหมายถึง มวลประสบการณ์ที่จัดให้กับผู้เรียน โดยมีการวางแผนไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นขั้นตอน กำหนดไว้ในเอกสารเพื่อเป็นแม่บทในการจัดการเรียนการสอนตามระดับชั้น

ทาบ (Taba, 1962: 10-11) ให้ความหมายของหลักสูตรว่า เป็นแผนสำหรับการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ เนื้อหาวิชา วิธีการและการจัดการ และการประเมินผล

โอลิวาและกอร์ดอน (Oliva; & Gordon, 2013: 7) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรไว้ว่า หลักสูตรคือแผน (plan) หรือแผนงาน (program) สำหรับทุกประสบการณ์ซึ่งผู้เรียนจะได้รับภายใต้การควบคุมของโรงเรียน ในทางปฏิบัติหลักสูตรประกอบด้วยแผนซึ่งกำหนดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ต้องการ หลักสูตรอาจเป็นหน่วย (unit) รายวิชา (course) หรือแผนการเรียนทั้งหมดของโรงเรียน ซึ่งเป็นได้ทั้งประสบการณ์ในห้องเรียนและนอกห้องเรียน หรือนอกโรงเรียนหากได้รับการดูแลจากบุคลากรของโรงเรียน

ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า หลักสูตร คือ แผนหรือแผนงานที่ออกแบบมาเพื่อจัดเนื้อหา กิจกรรม หรือประสบการณ์การเรียนรู้ทั้งในและนอกห้องเรียนแก่ผู้เรียนภายใต้การควบคุมดูแลของโรงเรียน เพื่อให้ไปถึงจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้

2.2 องค์ประกอบของหลักสูตร

องค์ประกอบของหลักสูตร หมายถึง ส่วนที่อยู่ภายในและประกอบกันเข้าเป็นหลักสูตร เป็นส่วนประกอบที่จะทำให้ความหมายของหลักสูตรสมบูรณ์ เป็นแนวทางในการจัดการเรียน การสอน การประเมินผล และการปรับปรุงพัฒนาหลักสูตร (รุจิรี ภูสาระ. 2551: 16)

องค์ประกอบที่สำคัญของหลักสูตรมีดังนี้ (ธารัง บัวศรี. 2542: 8)

1. เป้าประสงค์และนโยบายการศึกษา (education goals and policies) เป็นสิ่งที่ รัฐต้องการตามแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติในเรื่องที่เกี่ยวกับการศึกษา
2. จุดมุ่งหมายของหลักสูตร (curriculum aim) หมายถึง ผลรวมที่ต้องการให้เกิด แก่ผู้เรียน หลังจากจบหลักสูตรนั้น
3. รูปแบบและโครงสร้างหลักสูตร (types and structures) หมายถึง ลักษณะและ แผนผังที่แสดงการแจกแจงวิชาหรือกลุ่มวิชาหรือกลุ่มประสบการณ์
4. จุดประสงค์ของวิชา (subject objectives) หมายถึง ผลที่ต้องการให้เกิดแก่ ผู้เรียนหลังจากที่ได้เรียนวิชานั้น
5. เนื้อหา (content) หมายถึง สิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ทักษะและ ความสามารถที่ต้องการให้มี รวมทั้งประสบการณ์ที่ต้องการให้ได้รับ
6. จุดประสงค์การเรียนรู้ (instructional objective) หมายถึง สิ่งที่ต้องการให้ ผู้เรียนได้เรียนรู้ ได้มีทักษะและความสามารถ หลังจากที่ได้เรียนรู้เนื้อหาที่กำหนดไว้
7. ยุทธวิธีการสอน (instructional strategies) หมายถึง วิธีการจัดการเรียน การสอนที่เหมาะสมและมีหลักเกณฑ์ เพื่อให้บรรลุผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้
8. การประเมินผล (evaluation) หมายถึง การประเมินผลการเรียนรู้เพื่อใช้ ในการปรับปรุงการเรียนการสอนและหลักสูตร
9. วัสดุหลักสูตรและสื่อการเรียนการสอน (curriculum materials and instructional media) หมายถึง เอกสารสิ่งพิมพ์และวัสดุต่างๆ รวมทั้งอุปกรณ์โสตทัศนศึกษา ที่ช่วยเสริมคุณภาพและประสิทธิภาพการเรียนการสอน

ไทเลอร์ ได้ให้แนวคิดว่าองค์ประกอบของหลักสูตร ควรประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ต่อไปนี้ (Tyler. 1949: 1-10)

1. จุดประสงค์ (educational purpose) เป็นเป้าหมายที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิด โดย การกำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตรจะมี 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกเป็นการกำหนดจุดประสงค์ชั่วคราว จากนั้นจึงหาทฤษฎีการเรียนรู้และปรัชญามากลั่นกรองจุดประสงค์ชั่วคราวนั้น เพื่อให้มาเป็น จุดประสงค์จริงของหลักสูตร
2. ประสบการณ์การเรียนรู้ (learning experience) เป็นการเข้าไปมีส่วนร่วมของ ผู้เรียนกับเงื่อนไขภายนอกที่ผู้เรียนจะตอบสนอง ในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ ผู้สอนต้อง คำนึงถึงความสนใจและภูมิหลังของนักเรียน โดยหลักของการเลือกประสบการณ์การเรียนรู้มีดังนี้

2.1 ผู้เรียนต้องได้รับประสบการณ์ โดยได้รับโอกาสให้ได้ฝึกพฤติกรรมหรือได้เรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ เช่น ผู้สอนต้องการพัฒนาความสนใจในการอ่านที่หลากหลายของผู้เรียน ผู้สอนต้องให้ผู้เรียนได้อ่านหนังสือที่หลากหลายรูปแบบและเป็นหนังสือที่นักเรียนชอบ

2.2 ประสบการณ์ที่จะให้ผู้เรียนได้รับ ต้องเป็นประสบการณ์ที่นักเรียนชอบ หรือผู้เรียนพึงพอใจที่จะปฏิบัติตามพฤติกรรมที่ระบุไว้ในวัตถุประสงค์ เช่น หากต้องการให้ผู้เรียนมีความสามารถในการอ่าน ผู้สอนอาจเริ่มต้นด้วยการให้ผู้เรียนเลือกอ่านหนังสือตามความสนใจของตนเอง ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความพึงพอใจในกิจกรรมนั้น

2.3 ประสบการณ์นั้นอยู่ในขอบเขตที่นักเรียนจะสามารถปฏิบัติได้ ผู้สอนต้องเริ่มต้นด้วยกิจกรรมที่นักเรียนจะสามารถทำได้ ถ้าไม่เช่นนั้นเป้าหมายที่กำหนดไว้ก็จะไม่ประสบผล ซึ่งสามารถทำได้โดยการศึกษากุมิหลังของผู้เรียน ว่าผู้เรียนเคยเรียนหรือมีความรู้เรื่องใดมาแล้วบ้าง

2.4 ประสบการณ์เพื่อให้ผู้เรียนไปถึงวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้นั้น มีได้หลากหลาย ผู้สอนไม่ควรจำกัดประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ ถึงแม้ว่าวัตถุประสงค์นั้นอาจมีเพียงวัตถุประสงค์เดียว นั่นคือ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลาย อาจทำให้บรรลุวัตถุประสงค์เดียวกันก็ได้ เช่น วัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่จัดให้ผู้เรียนอาจเป็นประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา ประสบการณ์การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ประสบการณ์การให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของปัญหา ประสบการณ์การนำเสนอตัวแทนความคิด เป็นต้น

2.5 ประสบการณ์การเรียนรู้เดียวกันอาจทำให้เกิดผลลัพธ์หลายข้อได้ เช่น การจัดประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากผู้เรียนจะแก้ปัญหาเป็นแล้ว ผู้เรียนจะมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยเพราะเห็นความสำคัญของการแก้โจทย์ปัญหาว่าเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงได้อย่างไร

3. การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ (organizing learning experience) การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ต้องคำนึงถึงความสัมพันธ์ของเวลาและเนื้อหา โดยความสัมพันธ์ในเวลาเรียกว่าเป็นความสัมพันธ์ในแนวตั้ง (vertical) ส่วนความสัมพันธ์ในเนื้อหาเรียกเป็นความสัมพันธ์ในแนวนอน (horizontal) ซึ่งหลักเกณฑ์ในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ มีดังนี้

3.1 ความต่อเนื่อง (continuity) เป็นความสัมพันธ์ในแนวนอนของหลักสูตร จากขั้นหนึ่งไปอีกขั้นหนึ่ง เช่น การฝึกทักษะจะจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนฝึกบ่อยๆ ช้าๆ อย่างต่อเนื่อง

3.2 การจัดลำดับ (sequence) เป็นความสัมพันธ์ในแนวนอนของหลักสูตรจากสิ่งที่เกิดขึ้นก่อนกับสิ่งที่เกิดขึ้นภายหลัง หรือจากง่ายไปยาก เช่น การอ่านจะมีการพัฒนาความซับซ้อนของเนื้อเรื่องที่อ่านเป็นลำดับขั้นไป หรือการแก้โจทย์ปัญหาจะเริ่มจากการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนไปสู่เนื้อหาที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้น เป็นลำดับขั้น

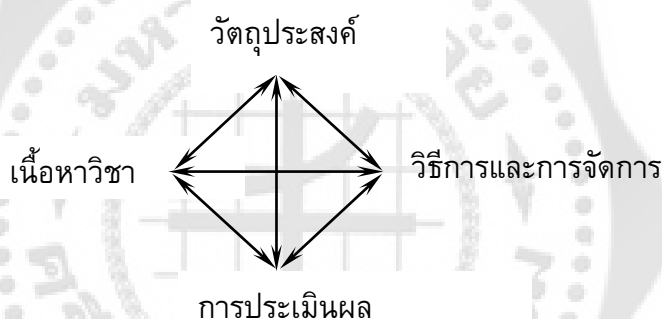
3.3 การบูรณาการ (integrating) เป็นความสัมพันธ์ในแนวตั้งของหลักสูตร จากเนื้อหาหนึ่งไปอีกเนื้อหาหนึ่งที่เกี่ยวข้องกัน การจัดประสบการณ์ต้องจัดประสบการณ์เพื่อให้ ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เรียน

4. การประเมินผล (evaluation) เป็นการตรวจสอบว่าการจัดการเรียนรู้บรรลุ ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ต้องมีการแก้ไขหรือไม่ อย่างไร ซึ่งการประเมินผลนี้เป็น การดำเนินการที่มีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการพัฒนาหลักสูตร

ทาบ (Taba. 1962: 422-424) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของหลักสูตรว่าประกอบด้วย

1. วัตถุประสงค์ (objectives)
2. เนื้อหาวิชา (subject matter)
3. วิธีการและการจัดการ (method and organization)
4. การประเมินผล (evaluation)

ซึ่งองค์ประกอบดังกล่าว สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 องค์ประกอบของหลักสูตร ตามแนวคิดของทาบ

ที่มา: Taba, Hilda. (1962). *Curriculum Development: Theory and Practice*. p. 425.

ในการพัฒนาหลักสูตรครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบของหลักสูตรไว้ 4 องค์ประกอบ คือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและ ประเมินผล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เป็นสิ่งบอกให้ทราบถึงความคาดหวังของหลักสูตรว่า เมื่อผู้เรียนเรียนจบหลักสูตรนี้ไปแล้วจะมีคุณลักษณะเป็นอย่างไร
2. เนื้อหาของหลักสูตร เป็นสิ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ทักษะที่ต้องการให้ผู้เรียน ได้ฝึกและประสบการณ์ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รับ มีการกำหนดหน่วยการเรียนรู้และเวลาที่ใช้ใน การจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนไปสู่วัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นสิ่งที่ผู้สอนจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน โดยผู้สอนต้องคัดเลือกหรือพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ กิจกรรม สื่อการเรียนรู้/แหล่ง การเรียนรู้และเอกสารประกอบกิจกรรมที่เหมาะสม เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่มุ่งหวัง

4. การวัดและประเมินผล เป็นสิ่งที่ใช้ในการประเมินผลผู้เรียนว่าผู้เรียนไปถึง วัตถุประสงค์ที่หลักสูตรกำหนดไว้หรือไม่ มากน้อยเพียงใด และเป็นการประเมินหลักสูตรเพื่อนำไป ปรับปรุงหลักสูตรให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น

2.3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร

การพัฒนาหลักสูตร เป็นการจัดทำหลักสูตรที่ยังไม่เคยมีหลักสูตรนั้นขึ้นมาใหม่ หรือ อาจเป็นการจัดทำหลักสูตรที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้นกว่าเดิม การพัฒนาหลักสูตรต้องมีการวางแผนอย่างเป็นระบบ มีลำดับขั้นตอนอย่างต่อเนื่อง (ศักดิ์ศรี ปาณะกุล; นิรมล ศตวุฒิ; และ ธีรวิวัฒน์ ศรีธรรมรัตน์. 2554: 5) ซึ่งในการพัฒนาหลักสูตรมีผู้ออกแบบรูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ในหลายรูปแบบดังนี้

2.3.1 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์

ไทเลอร์ (Tyler. 1949: 63) ได้วางรูปแบบการพัฒนาหลักสูตร โดยมีแหล่งข้อมูล จาก 3 แหล่งคือ ผู้เรียน สังคม และเนื้อหาวิชา ซึ่งในการจัดหลักสูตรและการสอนนั้นควรตอบคำถาม พื้นฐาน 4 ประการคือ

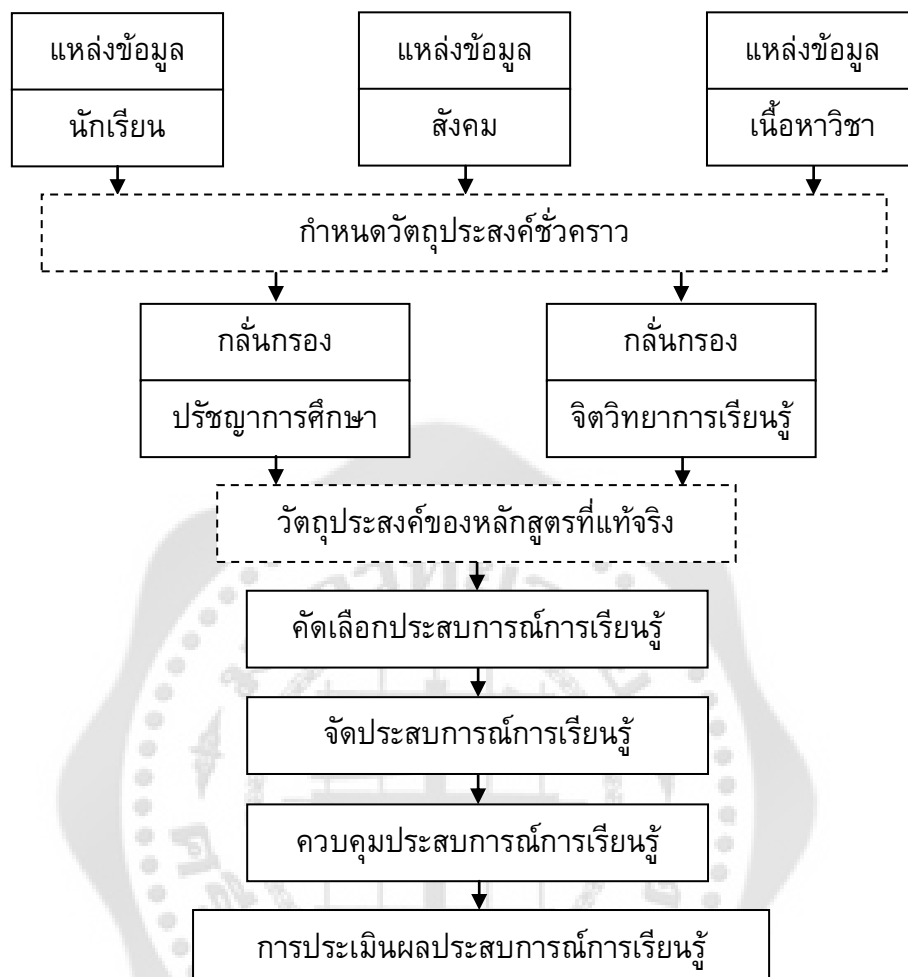
1. ความมุ่งหมายทางการศึกษาอะไรบ้างที่โรงเรียนควรแสวงหา
2. ประสบการณ์ทางการศึกษาอะไรบ้างที่โรงเรียนควรจัดขึ้นเพื่อช่วยให้บรรลุ วัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

3. จะจัดประสบการณ์ทางการศึกษาอย่างไรให้การสอนมีประสิทธิภาพ
4. จะประเมินประสิทธิผลของประสบการณ์ในการเรียนอย่างไร

รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์มีขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดวัตถุประสงค์ โดยก่อนที่จะกำหนดวัตถุประสงค์ของหลักสูตร จะต้องอาศัยแหล่งข้อมูลจาก 3 แหล่ง คือ นักเรียน สังคม และเนื้อหาวิชา มากำหนดเป็น วัตถุประสงค์ชั่วคราว (tentative objectives) จากนั้นนำวัตถุประสงค์ชั่วคราวมาถ่วงดุลด้วย ปรัชญาการศึกษาและจิตวิทยาการเรียนรู้ จนทำให้ได้วัตถุประสงค์ที่แท้จริงของหลักสูตร
2. การเลือกและจัดประสบการณ์การเรียนรู้ เป็นการดำเนินการเพื่อตอบสนอง วัตถุประสงค์ของหลักสูตร โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาเลือกดังนี้ 1) ให้ผู้เรียนได้ฝึกกิจกรรมและ เรียนรู้เนื้อหาตามที่ระบุในวัตถุประสงค์ 2) กิจกรรมและประสบการณ์ควรทำให้ผู้เรียนพอใจที่จะ ปฏิบัติและปฏิบัติได้ 3) กิจกรรมและประสบการณ์หลายๆ ด้านของการเรียนรู้ อาจนำไปสู่ วัตถุประสงค์ที่กำหนดเพียงข้อเดียวหรือหลายหลายข้อก็ได้
3. การประเมินผล เป็นการตรวจสอบว่าการจัดการเรียนรู้นั้นบรรลุตาม วัตถุประสงค์ของหลักสูตรหรือไม่ ต้องปรับปรุงแก้ไขอะไรบ้าง

โดยรูปแบบการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์ ปรากฏดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ตามแนวคิดของไทเลอร์

ที่มา: Oliva, Peter. F; & Gordon, William II. (2013). *Developing the Curriculum*. 8th ed. p.110

2.3.2 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของทาบ

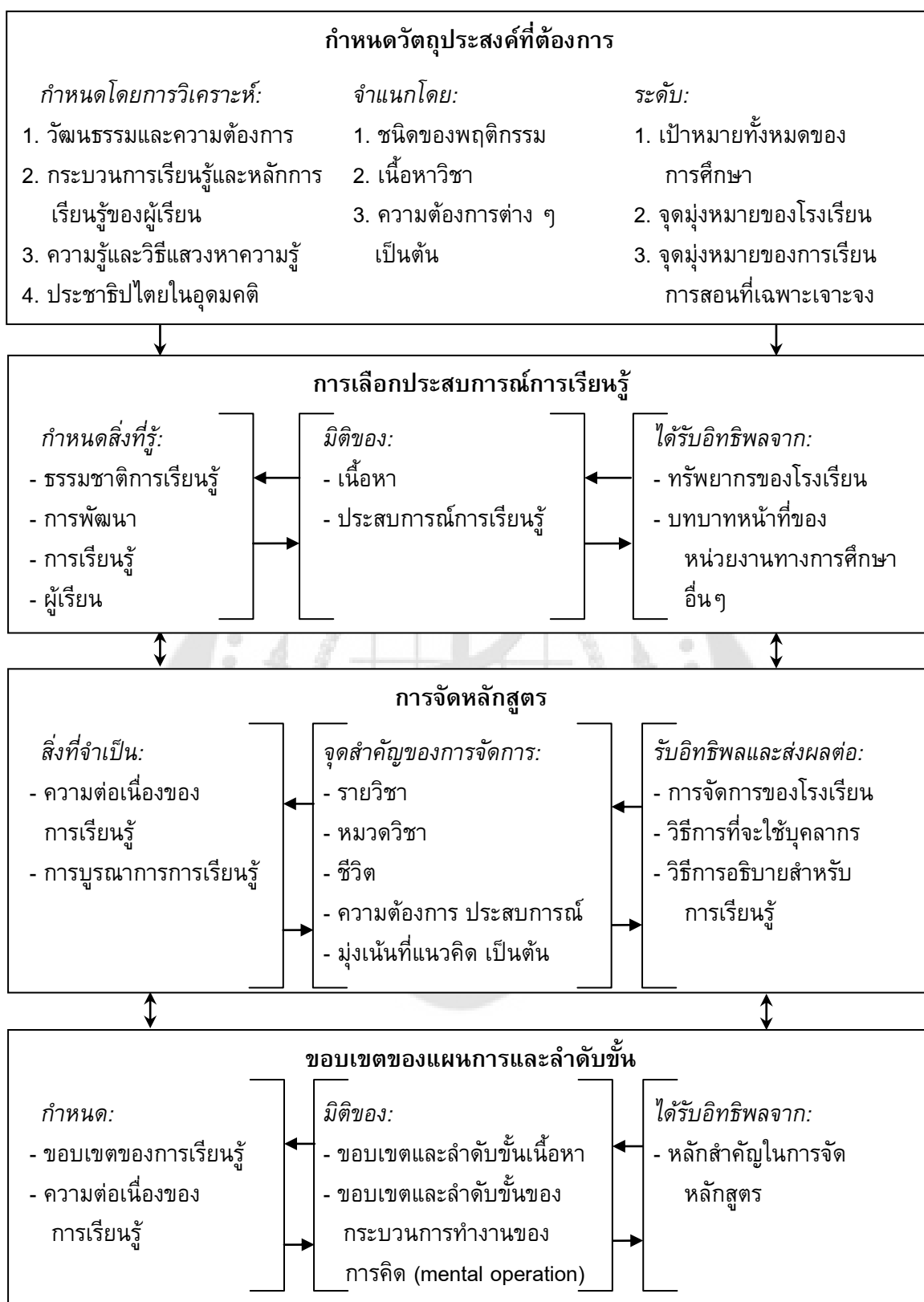
ทาบ ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตรซึ่งมีขั้นตอนคล้ายรูปแบบของไทเลอร์ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน (สุนีย์ ภูพันธ์. 2546: 167; อ้างอิงจาก Taba. 1962. *Curriculum Development: Theory and Practice*. p.10) ดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์ความต้องการ เป็นการสำรวจสภาพปัญหา ความต้องการ และความจำเป็นต่างๆ ของสังคมและผู้เรียน
2. กำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์ให้ชัดเจนหลังจากที่ศึกษาวิเคราะห์ความต้องการแล้ว

3. เลือกเนื้อหาสาระ เป็นการเลือกเนื้อหาสาระให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย
วัยและความสามารถของผู้เรียน และต้องเชื่อถือได้
4. จัดรวบรวมเนื้อหาสาระ เป็นการจัดลำดับเนื้อหาโดยคำนึงถึงความต่อเนื่อง
ความยากง่ายของเนื้อหา วุฒิความสามารถ และความสนใจของผู้เรียน
5. คัดเลือกประสบการณ์การเรียนรู้ เป็นขั้นที่ผู้สอนคัดเลือกประสบการณ์
การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
6. จัดประสบการณ์การเรียนรู้ เป็นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้โดย
คำนึงถึงเนื้อหาสาระและความต่อเนื่อง
7. กำหนดสิ่งที่จะประเมินและวิธีการประเมินผล เป็นการตัดสินใจว่าจะต้อง
ประเมินอะไรเพื่อตรวจสอบผลว่าบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ และกำหนดด้วยว่าจะใช้
วิธีประเมินอย่างไร ใช้เครื่องมืออะไร

รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของทาบา ปรากฎดังภาพประกอบ 10





ภาพประกอบ 10 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ตามแนวคิดของทาบ

ที่มา: Taba, Hilda. (1962). *Curriculum Development: Theory and Practice*. p.439.

2.3.3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของวิชัย วงษ์ใหญ่

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2554: 57-58) เสนอแนวคิดและขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรไว้ดังนี้

1. คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรกำหนดจุดมุ่งหมาย หลักการและโครงสร้าง และการออกแบบหลักสูตร โดยอาศัยข้อมูลจากสภาพปัญหาและความต้องการของสังคมปัจจุบัน
2. ยกร่างเนื้อหาสาระ แต่ละหน่วยการเรียนรู้โดยปรึกษาผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชา คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรร่วมกับผู้เชี่ยวชาญกำหนดผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ แผนการเรียนรู้ บันทึกการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นกลุ่ม/รายบุคคล
3. นำหลักสูตรที่ได้ไปศึกษานำร่อง (สถานศึกษาทดลองใช้หลักสูตรใหม่) ถ้ามีข้อบกพร่องให้ปรับปรุงแก้ไข โดยขอคำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญเฉพาะสาขา
4. อบรมผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องให้เข้าใจหลักสูตรใหม่ให้ถูกต้องตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
5. นำหลักสูตรไปใช้สอนก่อนประกาศใช้หลักสูตร โดยการใช้หลักสูตรใหม่ควรดำเนินการดังนี้
 - 5.1 แปลงหลักสูตรไปสู่การสอน โดยจัดทำวัสดุหลักสูตร ได้แก่ เอกสารหลักสูตร สื่อและอุปกรณ์ประกอบการจัดการเรียนรู้
 - 5.2 บริหารจัดเตรียมบุคลากร วัสดุหลักสูตร และจัดอบรมผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องรวมทั้งจัดเตรียมแหล่งเรียนรู้และงบประมาณสนับสนุน
 - 5.3 ครูจัดการเรียนรู้ให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
 - 5.4 การประเมินผล เพื่อให้ทราบข้อบกพร่องของหลักสูตร แล้วปรับปรุงแก้ไขต่อไป โดยการประเมินผลมี 2 ประเภท คือ การประเมินผลการเรียนของนักเรียนและการประเมินผลหลักสูตร โดยการประเมินผลหลักสูตร ได้แก่ การประเมินเอกสารหลักสูตร การประเมินผลการนำหลักสูตรไปใช้ และการประเมินผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน

จากการศึกษารูปแบบการพัฒนาหลักสูตรดังกล่าวผู้วิจัยนำมากำหนดเป็นขั้นตอนในการพัฒนาหลักสูตร 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่จะนำมาพัฒนาหลักสูตร ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ และพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมสำหรับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร เป็นการนำข้อมูลพื้นฐานที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 มากำหนดรายละเอียดของหลักสูตร พร้อมทั้งประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรในด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร เป็นการนำหลักสูตรที่พัฒนาแล้วไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อหาประสิทธิผลของหลักสูตร

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร เป็นการประเมินผลหลักสูตรหลังการทดลองใช้หลักสูตรเพื่อตัดสินคุณค่าของหลักสูตรว่ามีมากน้อยเพียงใด สามารถส่งเสริมนักเรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ได้หรือไม่ พร้อมทั้งปรับปรุงหลักสูตรให้มีความสมบูรณ์

รายละเอียดแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนำมาใช้ในการพัฒนาหลักสูตร ได้แก่ ข้อมูลเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมซึ่งได้จากการสังเคราะห์ทฤษฎีการเรียนรู้และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ต่างๆ

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร

เป็นการนำผลจากการศึกษาในขั้นตอนที่ 1 มากำหนดรายละเอียดของหลักสูตรซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบคือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยการกำหนดโครงสร้างหลักสูตรมีรายละเอียดดังนี้

1. การกำหนดวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

วัตถุประสงค์ของหลักสูตร หมายถึง คุณลักษณะหรือผลที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเมื่อจบการศึกษาตามหลักสูตรนั้น วัตถุประสงค์ของหลักสูตรจะเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล วิธีดำเนินการ การกำหนดวัตถุประสงค์ของหลักสูตรจะต้องมุ่งสนองความต้องการและแก้ปัญหาสังคมสนองความต้องการของนักเรียนสามารถนำไปปฏิบัติได้ มีความสมดุลระหว่างความรู้และทักษะ มีการพัฒนานักเรียนทั้งด้านสติปัญญา ทักษะ และเจตคติ มีคุณค่าต่อนักเรียนและใช้ภาษาที่ชัดเจน (บุญเลี้ยง ทุมทอง. 2553: 225 - 230)

2. การกำหนดเนื้อหาของหลักสูตร

เป็นการกำหนดเนื้อหาสาระ หน่วยการเรียนรู้ และเวลาเรียน ที่ใช้ในหลักสูตรเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

3. การกำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เป็นการกำหนดกระบวนการจัดการเรียนรู้ กิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และเอกสารประกอบกิจกรรมที่เหมาะสม เพื่อนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

4. การกำหนดการวัดและประเมินผล

เป็นการกำหนดวิธีในการรวบรวมข้อมูลเพื่อประเมินผลพฤติกรรมของนักเรียนตามหลักสูตร ซึ่งใช้ในการตัดสินใจว่าหลักสูตรที่นำไปใช้นั้นบรรลุตามวัตถุประสงค์หรือไม่อย่างไร นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขต่อไป

เมื่อกำหนดและเขียนรายละเอียดของหลักสูตรแล้ว จึงนำหลักสูตรที่ได้ไปประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรใน 2 ด้าน คือ ประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรโดยผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข (รัตนะ บัวสนธ์. 2556: 129-130) รวมทั้งนำไปศึกษานำร่องต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร

การทดลองใช้หลักสูตรเป็นขั้นตอนที่สำคัญของการพัฒนาหลักสูตร โดยนำวัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลที่ผ่านการประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรโดยผู้เชี่ยวชาญไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยดำเนินการดังนี้ (สัจด์ อุทรานันท์. 2530: 137-144; วิชัย วงษ์ใหญ่. 2541: 77-79; ศศิธร แม้นสงวน. 2555: 102)

1. การแปลงหลักสูตรไปสู่การสอน เป็นการทำเอกสารประกอบหลักสูตรและวัสดุประกอบการสอน เช่น แผนการจัดการเรียนรู้ คู่มือการใช้หลักสูตร เป็นต้น
2. ผู้บริหารจัดเตรียมปัจจัยและสภาพต่างๆ ภายในโรงเรียนเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร
3. การจัดการเรียนรู้ของครู โดยดำเนินการให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เลือกวิธีจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม ผู้บริหารให้ความสะดวกและให้กำลังใจ
4. การประเมินผล แบ่งเป็นการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนและการประเมินผลหลักสูตร ได้แก่ การประเมินเอกสารประกอบหลักสูตร ประเมินผลการนำหลักสูตรไปใช้ ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เป็นต้น

การทดลองใช้หลักสูตรจึงเสมือนเป็นขั้นตอนการตรวจสอบประสิทธิผลของหลักสูตร โดยในขณะที่ทำการทดลองใช้หลักสูตรควรเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งพฤติกรรมการณ์การเรียนของนักเรียน พฤติกรรมการณ์การจัดการเรียนรู้ของครู และการจัดกิจกรรมตามหลักสูตร ซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะแสดงให้เห็นถึงประสิทธิผลของหลักสูตร ซึ่งมักพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนว่ามีลักษณะอย่างไร ดีกว่าก่อนได้รับการใช้หลักสูตรหรือไม่ (รัตนะ บัวสนธ์. 2556: 130-131)

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร เป็นการพิจารณาเกี่ยวกับคุณค่าของหลักสูตร โดยใช้ผลจากการวัดในแง่มุมต่างๆ ของสิ่งที่ประเมินเพื่อนำมาพิจารณาร่วมกัน และสรุปว่าจะให้คุณค่าของหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นมานั้นว่าเป็นอย่างไร มีคุณภาพหรือไม่เพียงใด หรือได้ผลตรงตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดหรือไม่ มีส่วนใดที่ต้องปรับปรุงแก้ไข (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525: 203) การประเมินหลักสูตรมีความมุ่งหมายดังนี้ (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2537: 218)

1. เพื่อหาคุณค่าของหลักสูตรหรือการประเมินปัจจัยเบื้องต้น โดยตรวจสอบดูว่าหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นมานั้นสามารถบรรลุตามวัตถุประสงค์หรือไม่

2. เพื่อวัดผลดูว่า การวางเค้าโครงและรูปแบบระบบของหลักสูตร รวมทั้งวัสดุอุปกรณ์หลักสูตร และการบริหารและการบริการหลักสูตรเป็นไปในทางที่ถูกต้องแล้วหรือไม่ ในบางครั้งเรียกว่าการประเมินกระบวนการ

3. การประเมินผลจากตัวผู้เรียนเองหรือการประเมินผลผลิตเพื่อตรวจสอบดูว่ามีลักษณะที่พึงประสงค์เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรหรือไม่ เพียงใด

การประเมินหลักสูตรที่ดีควรประเมินเป็นระยะๆ โดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือ (ทิตนา แคมมณี. 2551: 135)

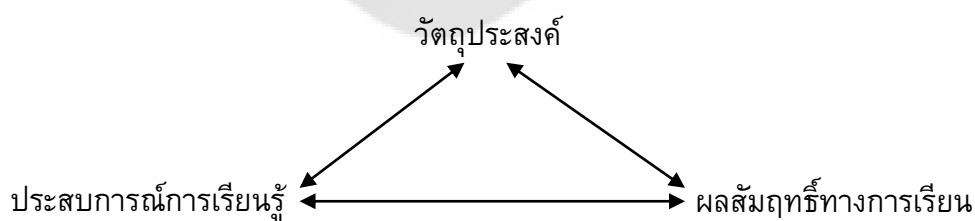
ระยะที่ 1 คือ เมื่อสร้างหลักสูตรเสร็จแล้ว ผู้สร้างหลักสูตรควรประเมินหลักสูตรว่าหลักสูตรที่สร้างเสร็จนั้น ดีหรือไม่เพียงใด และเป็นไปตามเจตจำนงที่ตั้งไว้หรือไม่

ระยะที่ 2 หลังจากที่น่าหลักสูตรที่สร้างเสร็จและไปทดลองใช้ระยะหนึ่ง ผู้สร้างควรประเมินหลักสูตรว่า หลักสูตรที่ได้ทดลองใช้นั้นให้ผลเพียงไร เพื่อที่จะตัดสินใจว่า ควรใช้หลักสูตรนั้นต่อไปหรือไม่ หรือจะปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอย่างไร

รูปแบบการประเมินหลักสูตร

1. รูปแบบการประเมินหลักสูตรของไทเลอร์

ไทเลอร์เป็นผู้ริเริ่มให้คำนิยามการศึกษาว่า "การศึกษา คือ การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม" ดังนั้นการประเมินหลักสูตรจึงเป็นการเปรียบเทียบว่าพฤติกรรมของผู้เรียนเปลี่ยนแปลงไปเป็นตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่ โดยการศึกษารายละเอียดขององค์ประกอบของกระบวนการจัดการศึกษา 3 ส่วนคือ วัตถุประสงค์ของการศึกษา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมักเรียกว่า "Tyler Loop" (ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. 2539: 222-223; สัจด์ อุทรานนท์. 2530: 146-147) ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 รูปแบบการประเมินของไทเลอร์

ที่มา: ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. (2539). การพัฒนาหลักสูตร: หลักการและแนวปฏิบัติ.
หน้า 147.

การประเมินหลักสูตรของ Tyler มุ่งเน้นการประเมินความสัมพันธ์ระหว่าง วัตถุประสงค์ของหลักสูตรกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยมีกระบวนการประเมินหลักสูตร คือ (มารุต พัฒนา. 2556: 97; อ้างอิงจาก Tyler. 1949. *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. pp. 110-120)

1. การวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของหลักสูตร
2. นิยามคำหลักที่ปรากฏในวัตถุประสงค์เป็นนิยามปฏิบัติการ
3. กำหนดสถานการณ์เงื่อนไขที่สะท้อนการบรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร
4. กำหนดวิธีเก็บข้อมูลและพัฒนาเครื่องมือวัดสำหรับการประเมินหลักสูตร
5. เก็บรวบรวมข้อมูลหลักฐานที่สะท้อนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน
6. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนกับวัตถุประสงค์ของ

หลักสูตร

7. สรุปผลการประเมินตามกรอบวัตถุประสงค์ของหลักสูตรและนำผลการประเมินไปใช้ปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตร

ในการประเมินหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์ จะวัดความสำเร็จของผู้เรียน ส่วนใหญ่เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจ โดยอาศัยการวัดพฤติกรรมก่อนและหลังเรียน (pre-post measurement) และมีการกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อนล่วงหน้าว่าความสำเร็จระดับใดจึงถือว่าประสบความสำเร็จตามที่ตั้งวัตถุประสงค์ไว้ การประเมินผลในลักษณะนี้เป็นแบบการประเมินผลสรุป (summative evaluation) มากกว่าการประเมินผลความก้าวหน้า (formative evaluation) (ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. 2539: 226)

2. รูปแบบการประเมินหลักสูตรของสตัฟเฟิลบีม

รูปแบบการประเมินหลักสูตรนี้เป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายในชื่อว่า CIPP Model ซึ่งมีชื่อเต็มว่า Context-Input-Process-Product Model รูปแบบการประเมินหลักสูตรแบบ CIPP นี้เป็นการประเมินหลักสูตรทั้งระบบ ผู้ประเมินจะประเมินผลทั้ง 4 ด้าน คือ (Madaus; Scriven; & Stufflebeam. 1983: 30-65)

1. การประเมินบริบท (context evaluation) เป็นการประเมินผลบริบทหรือสภาวะแวดล้อม เพื่อให้ได้ข้อมูลในการกำหนดจุดมุ่งหมายต่างๆ ของหลักสูตร โดยวิเคราะห์สภาพแวดล้อม ปัญหา ความต้องการต่างๆ เพื่อชี้ให้เห็นว่าควรกำหนดจุดประสงค์อย่างไร จึงจะตอบสนองความต้องการหรือแก้ปัญหาที่ประสบอยู่

2. การประเมินปัจจัยนำเข้า (input evaluation) เป็นการประเมินปัจจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการใช้หลักสูตร ซึ่งได้แก่ บุคลากร นักเรียน อุปกรณ์และสื่อการเรียนการสอน อาคารสถานที่ งบประมาณ เป็นต้น เพื่อตรวจสอบว่าปัจจัยเหล่านั้นเป็นอย่างไร มีผลหรือมีส่วนช่วยในการใช้หลักสูตรเชิงปฏิบัติบรรลุผลหรือไม่อย่างไร

3. การประเมินกระบวนการ (process evaluation) เป็นการประเมินหลักสูตรในชั้นปฏิบัติการหรือประเมินกระบวนการใช้หลักสูตร เพื่อตรวจสอบว่ากิจกรรมหรือกระบวนการต่างๆ ของการใช้หลักสูตรในสภาพจริงเป็นอย่างไร มีข้อบกพร่องหรือไม่ เช่น เรื่องที่เกี่ยวกับการสอน การบริหาร เป็นต้น

4. การประเมินผลผลิต (product evaluation) เป็นการประเมินผลที่เกิดขึ้นจากการใช้หลักสูตรนั้น เป็นการประเมินผลสัมฤทธิ์ของหลักสูตร โดยตรวจสอบว่าผู้เรียนมีสมบัติตรงตามจุดประสงค์ของหลักสูตรมากน้อยเพียงใด ซึ่งอาจพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน ภาระงานที่ทำ เป็นต้น

รูปแบบการประเมินแบบ CIPP ผู้ประเมินจะประเมินทั้ง 4 ด้าน แล้วนำมาพิจารณาความสอดคล้องและความสัมพันธ์กัน คือ ถ้าในจุดมุ่งหมายของหลักสูตรต้องการให้ผู้เรียนรู้จักคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น ก็ต้องศึกษาปัจจัยเบื้องต้นต่างๆ กระบวนการจัดการเรียนรู้ และกระบวนการบริหารหลักสูตรว่าเอื้อต่อการทำให้ผู้เรียนสามารถคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็นหรือไม่อย่างไร ผลที่เกิดขึ้นจริงจากการปฏิบัติหรือสภาพที่เป็นอยู่สอดคล้องกันหรือไม่ ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลในการตัดสินคุณค่าของหลักสูตรได้ รวมทั้งทราบว่าส่วนใดของหลักสูตรใช้ได้ ส่วนใดมีข้อบกพร่องเพื่อจะปรับปรุงแก้ไขให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น (ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. 2539: 242)

เครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน

เครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน แบ่งออกเป็น 4 ประเภท คือ การพิจารณาตัดสินของผู้เชี่ยวชาญ การสังเกตพิจารณา การใช้แบบทดสอบ และการใช้ความคิดเห็นของผู้ปกครอง ผู้สอน และชุมชน ดังมีรายละเอียดดังนี้ (ธำรง บัวศรี. 2542: 343-345)

1. การตัดสินของผู้เชี่ยวชาญ

การตัดสินของผู้เชี่ยวชาญนั้น เราควรให้ช่วยในการตัดสินใจใน 2 เรื่อง คือ (ธำรง บัวศรี. 2542: 344; อ้างอิงจาก Lewy. 1977. *Handbook of Curriculum Evaluation*. pp. 167-187) ตัดสินใจว่าหลักสูตรควรบรรจุเรื่องใดไว้ในหลักสูตรบ้าง และตัดสินใจเรื่อง การปรับปรุงหลักสูตร โดยการเลือกผู้เชี่ยวชาญควรเลือกผู้เชี่ยวชาญให้เหมาะสมกับความเชี่ยวชาญกับเรื่องที่ต้องตัดสินด้วย

2. การสังเกตพิจารณา

การสังเกตพิจารณาเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการพัฒนาหลักสูตรในหลายขั้นตอน เช่น การทดลองนำร่อง การทดลองภาคสนาม และการนำหลักสูตรไปใช้ การที่จะใช้การสังเกตได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นต้องมีการกำหนดอย่างชัดเจนก่อนว่าสิ่งที่ต้องการสังเกตคืออะไร มีหัวข้อการสังเกตคืออะไรบ้าง นอกจากนี้สิ่งที่ต้องเตรียมเพิ่มเติมคือ แบบฟอร์มที่ใช้ในการบันทึกการสังเกต รวมทั้งวิธีการสรุปการสังเกตเพื่อรายงานผล

3. การใช้แบบทดสอบ

การใช้แบบทดสอบจะใช้ได้ผลดีหรือไม่ ขึ้นอยู่กับความเที่ยงตรงและความตรงของแบบทดสอบ ตลอดจนความสามารถและความเชี่ยวชาญในการนำไปใช้ ดังนั้นในการทำแบบทดสอบผู้ทำแบบทดสอบควรมีความเข้าใจในแบบทดสอบเป็นอย่างดี และเนื่องจากผลการทดสอบส่วนใหญ่จะต้องประมวลออกมาในรูปของข้อมูลเชิงปริมาณ และอาจใช้วิชาสถิติในการคำนวณต่าง ๆ ดังนั้นผู้ประเมินจึงควรมีความรู้เรื่องสถิติพอสมควร

4. ความคิดเห็นของผู้ปกครอง ผู้สอน และชุมชน

เนื่องจากผลของการศึกษาไม่ใช่เกิดกับตัวผู้เรียนฝ่ายเดียว ผู้สอน ตลอดจนผู้ปกครองและชุมชนย่อมได้รับผลกระทบต่อการศึกษานั้นด้วย ดังนั้นในการประเมินหลักสูตรจึงควรได้รับทราบถึงความคิดเห็นของกลุ่มบุคคลดังกล่าว โดยเฉพาะควรทราบความต้องการของเขาเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง เช่น ต้องการให้ผู้เรียนมีทักษะใดบ้าง มีพฤติกรรมในลักษณะใด หรืออะไรที่เห็นว่าเป็นข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข

จากการศึกษาเอกสารตำราเกี่ยวกับการประเมินหลักสูตร ผู้วิจัยมีแนวคิดในการประเมินหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ

ระยะที่ 1 การประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรโดยผู้เชี่ยวชาญ ในด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร เครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน ได้แก่ แบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร

ระยะที่ 2 การประเมินประสิทธิผลของหลักสูตร ทำการประเมินผลตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรทั้งก่อนและหลังการนำหลักสูตรไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง เครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน ได้แก่ แบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ ใบเขียนความเรียง และการสัมภาษณ์ นอกจากนี้ในระหว่างการใช้หลักสูตรจะจัดบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงหลักสูตรให้ได้หลักสูตรฉบับสมบูรณ์ต่อไป

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตร

จิณดิษฐ์ ละอองปักษิณ (2550: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตร และศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรเรขาคณิตวิยุต หลักสูตรใช้กิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญโดยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง ประกอบด้วยเนื้อหา 5 หน่วย คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและระเบียบวิธีการพิสูจน์ กล้องวัดปริมาตรได้ทุกขนาด แลตทิซ การหุ้มท่อและการบรรจุ และการวัดแบ่งส่วนสมมูล ใช้เวลาเรียน 10 วัน วันละ 3 ชั่วโมง ทดสอบความสามารถ

ด้านเนื้อหา 2 ครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง รวม 34 ชั่วโมง โดยหลักสูตรประกอบด้วย เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และเอกสารคู่มือครู ผู้วิจัยนำหลักสูตรไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ร่วมประเมินความคิดเห็น จากนั้นนำหลักสูตรไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 23 คน ในภาคเรียนที่ 1/2549 โดยรูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีทั้งการสอนรวมทั้งชั้นเรียน ใช้วิธีสอนแบบใช้ปัญหานำเข้าสู่บทเรียนและการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล เน้นให้นักเรียนได้สืบสวนสอบสวนความรู้จากการทดลองปฏิบัติจริง โดยมีกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ประเมินความสามารถด้านเนื้อหาด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบสำรวจรายการและวัดเจตคติด้วยแบบวัดเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) หลักสูตรเรขาคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีประสิทธิภาพตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 2) หลักสูตรเรขาคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถด้านเนื้อหาด้วยความเชื่อมั่น 95% และ 3) หลักสูตรเรขาคณิต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยความเชื่อมั่น 95%

เสาวลักษณ์ โธมา (2551: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 การวิจัยแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน การสร้างหลักสูตร การประเมินและปรับปรุงหลักสูตรก่อนทดลองใช้ การทดลองใช้และหาประสิทธิภาพของหลักสูตร การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำหลักสูตรที่ผ่านการประเมินและปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวม 30 ชั่วโมง วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบค่าที (t-test for dependent samples และ t-test for dependent samples) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Analysis of Variance) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปได้ว่าหลังเรียนหลักสูตรธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 นักเรียนมีผลการเรียนรู้ในด้านความรู้ความเข้าใจธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ ความสามารถในการแสวงหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์ การคิดและการตัดสินใจแบบวิทยาศาสตร์ และจิตสำนึกด้านจริยธรรมทางวิทยาศาสตร์ สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มควบคุมปลายภาคเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นอกจากนี้ยังพบว่า หลังเรียนหลักสูตรธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 นักเรียนมีความสามารถในการคิดขั้นสูงและการเขียนสื่อความสูงขึ้น

สมพร หลิมเจริญ (2552: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 และประเมินประสิทธิภาพหลักสูตรเสริมฯ โดยมีขั้นตอนดำเนินการ 4 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาหลักสูตร ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาหลักสูตรและประเมินคุณภาพของหลักสูตรโดย

ผู้ทรงคุณวุฒิ ขั้นตอนที่ 3 การตรวจสอบประสิทธิภาพของหลักสูตร และขั้นตอนที่ 4 การประเมินผล และปรับปรุงหลักสูตร ผลการดำเนินการศึกษา ได้องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ในครั้งนี้ประกอบด้วยคุณลักษณะ 2 มิติ คือ 1) มิติด้านการคิด ได้แก่ ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น และ ความคิดริเริ่ม และ 2) มิติด้านจิตใจและบุคลิกภาพ ได้แก่ ความอยากรู้อยากเห็น และความเชื่อมั่นในตนเอง หลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่พัฒนาขึ้นในครั้งนี้เป็นหลักสูตรที่ไม่ยึดเนื้อหาเป็นหลัก (content free) มีสาระสำคัญประกอบด้วย แนวคิดหลักการ วัตถุประสงค์ โครงสร้างของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล ในการพัฒนาเพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ทั้งสองมิติ ผู้วิจัยได้นำหลักสูตรไปเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยมีโครงสร้างเนื้อหา 4 หน่วยการเรียนรู้ และใช้ระยะเวลารวมทั้งสิ้น 29 ชั่วโมง กิจกรรมหลักที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ใช้เทคนิคการระดมพลังสมอง และกิจกรรมการสอนสืบสวนสอบสวนแบบอิงอริยาสัจสี่ การตรวจสอบประสิทธิภาพของหลักสูตร ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยเชิงทดลอง โดยใช้แผนแบบการทดลอง แบบ randomized pretest-posttest control group design กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเลือกมาโดยการใช้กระบวนการสุ่มโดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง มีจำนวนห้องเรียนละ 30 คน กำหนดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้วิธีการสุ่มผลการวิจัย พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีระดับความคิดเห็นต่อหลักสูตรเสริมอยู่ในระดับดีมาก ผลการประเมินหลักสูตรเสริมพบว่า มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดหลังการทดลองผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแผนการสอนด้านระยะเวลาและด้านภาษาในคำชี้แจงในแผนการสอนบางหน่วยเพื่อให้เหมาะสมยิ่งขึ้น แล้วจัดทำเป็นหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ฉบับสมบูรณ์

ปิยาภรณ์ พุ่มแก้ว (2555: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรทักษะชีวิตโดยใช้การคิดเป็นฐานการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตร โดยกำหนดขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน ขั้นที่ 2 การสร้างหลักสูตร ขั้นที่ 3 การนำหลักสูตรไปใช้ และขั้นที่ 4 การประเมินหลักสูตร ซึ่งผลจากการศึกษาข้อมูลพื้นฐานผู้วิจัยได้องค์ประกอบของทักษะชีวิต 5 ด้านคือ ความสามารถในการคิด ความสามารถในการตัดสินใจและแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและทักษะทางสังคม ความสามารถในการควบคุมอารมณ์และการจัดการความเครียด และความสามารถในการรู้จักและเข้าใจตนเอง ผู้วิจัยได้ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการออกแบบร่างหลักสูตรเสริมจากการจัดกลุ่มสนทนา และการสัมภาษณ์ผู้เชี่ยวชาญ โดยองค์ประกอบของร่างหลักสูตรประกอบด้วย สภาพและความจำเป็น หลักการของหลักสูตร วัตถุประสงค์ของหลักสูตร โครงสร้างเนื้อหาและเวลา แนวทางการจัดกิจกรรม สื่อ/อุปกรณ์และแหล่ง การเรียนรู้ และแนวการวัดและประเมินผล ผลการประเมินร่างหลักสูตรพบว่า ทุกองค์ประกอบมีความเหมาะสมและสอดคล้องกัน เนื้อหาของ

หลักสูตรแบ่งออกเป็น 10 หน่วยกิจกรรม เวลาที่ใช้จัดกิจกรรมจำนวน 32 ชั่วโมง ผลการประเมินแผนการจัดกิจกรรมพบว่ามีความเหมาะสมในระดับมากที่สุดทุกแผน โดยขั้นตอนการจัดกิจกรรมในแต่ละแผนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 สร้างแรงจูงใจในการเรียน ขั้นที่ 2 แลกเปลี่ยนประสบการณ์ ขั้นที่ 3 ประสานพลังฝึกคิด ขั้นที่ 4 ผลิตผลงานนำเสนอ และขั้นที่ 5 สรุป ประเมินผู้การประยุกต์ใช้ การตรวจสอบประสิทธิผลของหลักสูตร ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ Pretest-posttest Control Group Design กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนบ้านหนองหมี่หวดง (ประชาวิทยาการ) จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียน 40 คน กำหนดเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มละ 20 คน ใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่า คะแนนการประเมินทักษะชีวิตของกลุ่มทดลองหลังการใช้หลักสูตรกับก่อนการใช้หลักสูตรแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนน การประเมินทักษะชีวิตหลังการใช้หลักสูตรของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพัฒนาการของพฤติกรรมทักษะชีวิตของกลุ่มทดลองจากการประเมิน 4 ครั้ง ในระหว่างการจัดกิจกรรมตามหลักสูตรพบว่า มีแนวโน้มสูงขึ้นทุกระยะ ผลการประเมินประสิทธิผลของหลักสูตรเสริมพบว่า หลักสูตรมีประสิทธิผลตามเกณฑ์ที่กำหนด ภายหลังการทดลองผู้วิจัยได้ปรับปรุงหลักสูตรในด้านการใช้ภาษาในการนำเสนอสถานการณ์จำลองหรือกรณีตัวอย่าง ปรับปรุงคำสั่งในใบกิจกรรมให้มีความชัดเจน เพิ่มกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจากแหล่งต่างๆ และปรับปรุงการสร้างเกณฑ์การประเมินผลงานของนักเรียนในแต่ละกิจกรรม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ว่า การพัฒนาหลักสูตรควรดำเนินการตามขั้นตอน 4 ขั้นตอนคือ 1) การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน 2) การสร้างหลักสูตร 3) การทดลองใช้หลักสูตร และ 4) การประเมินผลและการปรับปรุงหลักสูตร ซึ่งการดำเนินการอย่างเป็นระบบจะทำให้ได้หลักสูตรที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลตามที่ต้องการ

3. แนวคิดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ใช้ในปัจจุบันเป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่จัดทำขึ้นเพื่อให้สถานศึกษาใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียดในประเด็นต่างๆ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 3-35)

3.1 หลักการของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.1.1 เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดมุ่งหมายและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำหรับเด็กและเยาวชน ให้มีความรู้ ทักษะ เจตคติ และคุณธรรมบนพื้นฐานของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล

3.1.2 เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาคและมีคุณภาพ

3.1.3 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจ ให้สังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่น

3.1.4 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลา และการจัดการเรียนรู้

3.1.5 เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

3.1.6 เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ นอกระบบ และตามอัธยาศัย ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้และประสบการณ์

3.2 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

การพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

3.2.1 ความสามารถในการสื่อสาร

3.2.2 ความสามารถในการคิด

3.2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

3.2.4 ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

3.2.5 ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

3.3 มาตรฐานการเรียนรู้

เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสมดุลในด้านการเรียนรู้ จึงมีการกำหนดให้ผู้เรียนได้เรียนใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ โดยคำนึงถึงหลักการพัฒนาทางสมองและพหุปัญญา ดังนี้

3.3.1 ภาษาไทย

3.3.2 คณิตศาสตร์

3.3.3 วิทยาศาสตร์

3.3.4 สังคม ศาสนา และวัฒนธรรม

3.3.5 สุขศึกษาและพลศึกษา

3.3.6 ศิลปะ

3.3.7 การงานอาชีพและเทคโนโลยี

3.3.8 ภาษาต่างประเทศ

ซึ่งในแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำคัญสำหรับการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน ระบุสิ่งที่นักเรียนต้องรู้และปฏิบัติได้ มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ โดยในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดไว้ว่าให้ผู้เรียนนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิต และศึกษาต่อ การมีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ และสร้างสรรค์

3.4 ระดับการศึกษา

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน จัดระดับการศึกษาเป็น 3 ระดับ ดังนี้

3.4.1 ระดับประถมศึกษา (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6)

การศึกษาระดับนี้มุ่งเน้นทักษะพื้นฐานด้านการอ่าน การเขียน การคำนวณ ทักษะการคิดพื้นฐาน การติดต่อสื่อสาร กระบวนการเรียนรู้ทางสังคม และพื้นฐานความเป็นมนุษย์ โดยเน้นจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ

3.4.2 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

การศึกษาระดับนี้เน้นให้ผู้เรียนสำรวจความถนัดและความสนใจของตนเอง มีความสมดุลทั้งด้านความรู้ ความคิด ความดีงาม ตลอดจนใช้เป็นพื้นฐานในการประกอบอาชีพ หรือการศึกษาต่อ

3.4.3 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

การศึกษาระดับนี้เน้นการเพิ่มพูนความรู้และทักษะเฉพาะด้าน สนองตอบ ความสามารถ ความถนัดและความสนใจของผู้เรียนแต่ละคนด้านวิชาการและวิชาชีพ มีทักษะ การคิดขั้นสูง สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ

3.5 การจัดเวลาเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กำหนดกรอบโครงสร้างเวลาเรียนพื้นฐาน สำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้ 8 กลุ่ม ซึ่งสถานศึกษาสามารถเพิ่มเติมได้ตามความพร้อมและจุดเน้น โดยสามารถปรับให้เหมาะสมกับบริบทของสถานศึกษาและสภาพของผู้เรียน ดังนี้

3.5.1 ระดับประถมศึกษา (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6)

ให้จัดเวลาเรียนเป็นรายปี โดยมีเวลาเรียนวันละไม่เกิน 5 ชั่วโมง

3.5.2 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

ให้จัดเวลาเรียนเป็นรายภาค มีเวลาเรียนวันละไม่เกิน 6 ชั่วโมง คำนวณน้ำหนักของรายวิชาที่เรียนเป็นหน่วยกิต ใช้เกณฑ์ 40 ชั่วโมงต่อภาคเรียน มีค่าน้ำหนักเท่ากับ 1 หน่วยกิต

3.5.3 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

ให้จัดเวลาเรียนเป็นรายภาค มีเวลาเรียนวันละไม่น้อยกว่า 6 ชั่วโมง คำนวณน้ำหนักของรายวิชาที่เรียนเป็นหน่วยกิต ใช้เกณฑ์ 40 ชั่วโมงต่อภาคเรียน มีค่าน้ำหนักเท่ากับ 1 หน่วยกิต

สำหรับเวลาเรียนเพิ่มเติมให้จัดเป็นรายวิชาเพิ่มเติมหรือกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับความพร้อม จุดเน้นของสถานศึกษาและเกณฑ์การจบหลักสูตร

3.6 การจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการสำคัญในการนำหลักสูตรสู่การปฏิบัติ ผู้สอนจึงควร พยายามคัดเลือกกระบวนการเรียนรู้และจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามต้องการ โดยยึดหลักการจัดการเรียนรู้ว่า "ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด" เชื่อว่าผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และ

พัฒนาตนเองได้ กระบวนการเรียนรู้ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ คำนี้ถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมอง เน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้และคุณธรรม โดยกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนใช้ต้องอาศัยการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น กระบวนการเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการเผชิญสถานการณ์และแก้ปัญหา กระบวนการปฏิบัติ ลงมือทำจริง เป็นต้น ผู้สอนจึงต้องศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาให้เข้าใจถึงมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด แล้วจึงออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยเลือกใช้วิธีสอนและเทคนิคการสอน สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระทั่งบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด

3.7 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนอยู่บนหลักการพื้นฐาน 2 ประการ คือ 1) การประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียน และ 2) การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน โดยผลของการประเมินจะเป็นข้อมูลและสารสนเทศที่แสดงพัฒนาการ ความก้าวหน้า และความสำเร็จในการเรียนของผู้เรียน ตลอดจนเป็นข้อมูลในการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาและได้เรียนรู้เต็มตามศักยภาพ โดยการประเมินผลในระดับชั้นเรียนถือเป็นการประเมินที่แสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของผู้เรียนได้อย่างดี เพราะเป็นการวัดและประเมินผลที่อยู่ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ ประเมินผู้เรียนได้โดยตรง ผู้สอนดำเนินการเป็นปกติและสม่ำเสมอในการจัดการเรียนรู้ และใช้การประเมินที่หลากหลาย เช่น การซักถาม การสังเกต การตรวจการบ้าน การประเมินชิ้นงาน/ภาระงาน การใช้แบบทดสอบ เป็นต้น โดยการประเมินอาจทำโดยผู้สอนเป็นผู้ประเมิน ผู้เรียนเป็นผู้ประเมินงานตนเอง เพื่อนประเมินเพื่อน หรือผู้ปกครองเป็นผู้ร่วมประเมิน การประเมินผลในระดับชั้นเรียนจึงเป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนมีพัฒนาการความก้าวหน้าในการเรียนซึ่งเป็นผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หรือไม่ มากน้อยเพียงใด มีส่วนที่ต้องพัฒนาหรือปรับปรุงในด้านใด นอกจากนี้ยังเป็นข้อมูลให้ผู้สอนใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของตนเองด้วย

นอกจากนี้เมื่อศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มุ่งเน้นให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 56-63)

1. จำนวนและการดำเนินการ

ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกซึ้งจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด

ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

3.8.3 เรขาคณิต

รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต

3.8.4 พีชคณิต

แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

3.8.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินในชีวิตประจำวัน

3.8.6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากแนวคิดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ข้างต้น ผู้วิจัยจึงกำหนดระยะเวลาในการใช้หลักสูตรทั้งสิ้น 32 คาบ และกำหนดเนื้อหาของหลักสูตรในแนวทางเดียวกับสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน

4. แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ที่นำมาใช้

ในการสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

จากความมุ่งหมายของการวิจัยที่ต้องการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด ด้วยการให้นักเรียนคิด ลงมือปฏิบัติ และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดในการจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ต่างๆ ดังนี้

4.1 การจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 หมวด 4 มาตรา 22 กล่าวถึงแนวการจัดการศึกษาว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ จะเห็นได้ว่าพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติฉบับดังกล่าวมุ่งเน้นให้จัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นการจัดสภาพการเรียนรู้การสอนที่ให้ผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการคิด กระบวนการกลุ่ม การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น เพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง โดยผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้ช่วยเหลือ ส่งเสริม และสนับสนุน นั่นคือ ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนนั่นเอง (พิมพันธ์ เจชะคุปต์; สุวัฒนา อุทัยรัตน์; และ กมลพร บัณฑิตยานนท์. 2544: 7; อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2553: 84; ทิศนา ขัมมณี. 2555: 120) ซึ่งบทบาทของผู้อำนวยความสะดวก มีดังนี้ (อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2553: 84-85)

1. เป็นผู้จัดการ (manager) เป็นผู้กำหนดบทบาทให้ผู้เรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมทำกิจกรรมกลุ่มหรือคู่ เป็นผู้มอบหมายงานและหน้าที่รับผิดชอบแก่ผู้เรียนทุกคน จัดการให้ทุกคนได้ทำงานที่เหมาะสมกับความสามารถและความสนใจของตน
2. เป็นผู้ร่วมทำกิจกรรม (an active participant) เข้าร่วมทำกิจกรรมในกลุ่มจริงๆ พร้อมทั้งให้ความคิดและความเห็นหรือเชื่อมโยงประสบการณ์ส่วนตัวของผู้เรียนขณะทำกิจกรรม
3. เป็นผู้ช่วยเหลือหรือแหล่งวิทยาการ (helper and resource) คอยให้คำตอบเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือทางวิชาการ การให้ข้อมูลหรือความรู้ในขณะที่ยุ่เรียนต้องการ ซึ่งจะช่วยให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น
4. เป็นผู้สนับสนุนและเสริมแรง (supporter and encourager) ช่วยสนับสนุนด้านสื่อหรือให้คำแนะนำที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจเข้าร่วมกิจกรรมหรือฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง
5. เป็นผู้ติดตามตรวจสอบ (monitor) คอยตรวจสอบงานที่ผู้เรียนผลิตขึ้นมา ก่อนที่จะส่งต่อไปให้ผู้เรียนคนอื่นๆ โดยเฉพาะความถูกต้องทางด้านเนื้อหา

โดยลักษณะกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีลักษณะที่สรุปได้เป็นคำว่า CHART-PIG ดังนี้ (อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2553: 85-87)

1. C = Construct หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ค้นพบสาระสำคัญหรือความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง อันเกิดจากการได้ศึกษาค้นคว้าทดลอง แลกเปลี่ยนเรียนรู้และลงมือปฏิบัติจริง อันนำไปสู่การเป็นบุคคลแห่งการเรียนรู้ (learning man)
2. H = Happiness หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความสุข เป็นความสุขที่เกิดจากการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ตนสนใจ ทำท่ายให้แสดงความสามารถและ

ศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ และมีความสุขจากการได้มีปฏิสัมพันธ์ (interaction) ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน และระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกัน

3. A = Active Learning หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำ หรือปฏิบัติด้วยตนเองด้วยความกระตือรือร้น เช่น ได้คิด ค้นคว้า ทดลอง รายงาน ทำโครงการ สัมภาษณ์ แก้ปัญหา เป็นต้น โดยใช้ประสาทสัมผัสต่างๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง ผู้สอนทำหน้าที่เตรียมจัดบรรยากาศการเรียนรู้ จัดสื่อ สิ่งเร้า เสริมแรง ให้คำปรึกษา และสรุปสาระการเรียนรู้ร่วมกัน

4. R = Resources หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนได้เรียนรู้จากแหล่งเรียนรู้ต่างๆ ที่หลากหลาย ทั้งบุคคลและเครื่องมือ ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน ผู้เรียนได้สัมผัสและสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ธรรมชาติ และเทคโนโลยี ตามหลักการที่ว่า "การเรียนรู้เกิดขึ้นได้ทุกที่ ทุกเวลา และทุกสถานที่"

5. T = Thinking หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมกระบวนการคิดของผู้เรียนให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดในหลายลักษณะ การฝึกให้ผู้เรียนได้คิดอยู่เสมอในลักษณะต่างๆ จะทำให้ผู้เรียนเป็นคนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น คิดอย่างรอบคอบ มีเหตุผล อันเป็นประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตประจำวัน

6. P = Participation หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผน กำหนดงาน วางเป้าหมายร่วมกัน และมีโอกาสเลือกทำงานหรือศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่มีความถนัด มีความสนใจ ทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้น มองเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถประยุกต์ความรู้ นำไปใช้ประโยชน์ได้จริง

7. I = Individualization หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้สอนให้ความสำคัญแก่ผู้เรียนในความเป็นเอกลักษณ์บุคคล ผู้สอนยอมรับในความสามารถ ความคิดเห็น ความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเองให้เต็มตามศักยภาพมากกว่าเปรียบเทียบกับแข่งขันระหว่างกัน โดยมีความเชื่อมั่นว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้และมีวิธีการเรียนรู้ที่ต่างกัน

8. G = Good Habit & Group Process หมายถึง การจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนได้พัฒนาคุณลักษณะนิสัยที่ดีงาม เช่น ความรับผิดชอบ ความเมตตากรุณา ความมีน้ำใจ ความขยัน เป็นต้น และลักษณะนิสัยในการทำงานร่วมกับผู้อื่น การยอมรับผู้อื่น การเห็นคุณค่าของการทำงาน เป็นต้น

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจะจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยการลงมือปฏิบัติและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ด้วยการอภิปรายกลุ่ม

4.2 ทฤษฎีการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนต้องได้คิด ได้ลงมือปฏิบัติ สามารถเรียนรู้และสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ดังนั้นในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจึงต้องอาศัยทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นการลงมือทำ เน้นกระบวนการคิดสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมและการเสริมต่อการเรียนรู้ และรู้จักกำกับและควบคุมการคิดของตนเอง ผู้วิจัยศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับแนวคิดดังกล่าว 4 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ (Thorndike's classical connectionism) ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (cognitivism) ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructivism) และทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล (information processing theory) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์

ธอร์นไดค์ ให้ความสำคัญกับความเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (stimulus) กับการตอบสนอง (response) เขาเชื่อว่าการเรียนรู้เกิดจากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีลองผิดลองถูก (trial and error) จนกว่าจะพบรูปแบบที่ดีและเหมาะสมที่สุด ธอร์นไดค์ได้ทำการทดลองและวิเคราะห์เป็นกฎการเรียนรู้ ดังนี้ (Bell-Gredler. 1986: 34; Hergenhahn; & Olson. 1993. 56-57; อารี พันธุ์ณี. 2546: 212-216; อัสรา เอิบสุขสิริ. 2556: 112-117)

1. กฎของความพึงพอใจ (law of effect)

ถ้าผู้เรียนทำพฤติกรรมตอบสนองต่อสิ่งเร้าใด แล้วได้รับความพึงพอใจจากการกระทำพฤติกรรมนั้น ผู้เรียนจะกระทำพฤติกรรมเหล่านั้นซ้ำอีก ในทางกลับกันหากผู้เรียนกระทำพฤติกรรมใด แล้วไม่พึงพอใจ ผู้เรียนจะไม่กระทำพฤติกรรมเหล่านั้นและไม่อยากเรียนรู้ หรืออาจกล่าวได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจหรือมีการให้รางวัลระหว่างการทำกิจกรรมจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมนั้นซ้ำ แต่หากผู้เรียนเกิดความไม่พึงพอใจหรือถูกลงโทษ จะทำให้ผู้เรียนไม่แสดงพฤติกรรมนั้น ธอร์นไดค์จึงให้ความสำคัญกับการเสริมแรงและการจูงใจว่ามีผลต่อการเรียนรู้ในทางบวกมากกว่าการลงโทษ

2. กฎของการฝึกหัด (law of exercise)

กฎของการฝึกหัด ตรงกับภาษิตที่ว่า "ฝึกฝนบ่อยๆ ทำให้เก่งได้ คนเราไม่ได้เก่งตั้งแต่เกิด (practice makes perfect)" การกระทำซ้ำๆ หรือการฝึกหัดบ่อยๆ จะช่วยให้การเรียนรู้นั้นถาวร (law of use) แต่ถ้าไม่ได้กระทำซ้ำบ่อยๆ หรือกระทำซ้ำแต่ไม่ต่อเนื่อง การเรียนรู้นั้นจะไม่ถาวร และอาจลืมได้ในที่สุด (law of disuse) นอกจากนี้การกระทำซ้ำๆ โดยปราศจากความพึงพอใจ ก็ไม่เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้เช่นกัน

3. กฎของความพร้อม (law of readiness)

การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ดีถ้าผู้เรียนมีความพร้อมในทุกๆ ด้าน ทั้งร่างกาย อารมณ์ จิตใจ สติปัญญา และความพร้อมในประสบการณ์เดิมที่เชื่อมโยงกับประสบการณ์ใหม่ซึ่งความพร้อมนี้เป็นเงื่อนไขที่ควบคุมความพึงพอใจหรือความไม่พึงพอใจเช่นกัน นั่นคือเมื่อผู้เรียนมี

ความพร้อมแล้วได้กระทำ ผู้เรียนจะเกิดความพึงพอใจและเกิดการเรียนรู้ แต่หากผู้เรียนพร้อมแต่ไม่ได้กระทำหรือถูกปิดกั้น ผู้เรียนจะไม่พึงพอใจและไม่เกิดการเรียนรู้ นอกจากนี้หากผู้เรียนไม่พร้อม แต่ถูกบังคับบังคับให้ทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ผู้เรียนจะไม่พึงพอใจและไม่เกิดการเรียนรู้ เช่นกัน

แนวทางที่ผู้วิจัยนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ ผู้วิจัยจะเริ่มต้นด้วยการเตรียมความพร้อมของผู้เรียน มีการทบทวนความรู้เดิมเพื่อเชื่อมโยงสู่ความรู้ใหม่และใช้การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาน่าสนใจ เพื่อท้าทายให้ผู้เรียนอยากรู้อยากเห็น ผู้วิจัยจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง มีการจัดลำดับขั้นตอนการสอนจากง่ายไปหายาก เพื่อให้ผู้เรียนอยากเรียนรู้ อยากคิดร่วมเพื่อนและร่วมกับผู้วิจัย ในตอนท้ายหลังจากสรุปร่วมกัน ผู้วิจัยจะมอบหมายภาระงานที่เป็นสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนกลับไปฝึกฝนเพิ่มเติม

4.2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (cognitivism)

นักคิดกลุ่มพุทธินิยมหรือกลุ่มที่เน้นกระบวนการทางความคิด เชื่อว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ไม่ใช่เรื่องของพฤติกรรมที่เกิดจากกระบวนการตอบสนองต่อสิ่งเร้าเพียงเท่านั้น แต่การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางความคิดที่เกิดจากการสะสมข้อมูล การสร้างความหมายและความสัมพันธ์ของข้อมูล แล้วจึงดึงข้อมูลออกมาใช้ในการกระทำและการแก้ปัญหาต่างๆ ดังนั้นการเรียนรู้จึงเป็นกระบวนการทางสติปัญญาของมนุษย์ ในการสร้างความรู้ความเข้าใจให้แก่ตนเอง โดยทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยมที่สำคัญคือ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา (intellectual development theory) ของเพียเจต์ (Piaget) และบรูเนอร์ (Bruner) (ทิศนา แคมมณี. 2555: 59)

4.2.2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์เน้นความสำคัญของการเข้าใจธรรมชาติและพัฒนาการของเด็กมากกว่าการกระตุ้นเด็กให้มีพัฒนาการเร็วขึ้น เพียเจต์แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นลำดับขั้นตามวัย ดังนี้ (Sprinthall, N. A.; & Sprinthall, R. C. 1996: 89-99; อัครา เอิบสุขสิริ. 2556: 52- 59; ทิศนา แคมมณี. 2555: 64-65)

1. ขั้นรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส (sensorimotor period)

เป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาตั้งแต่แรกเกิดถึง 2 ปี เด็กวัยนี้จะรับรู้และกระทำสิ่งต่างๆ จากการสัมผัส การเคลื่อนไหว นั่นคือ เด็กจะรับรู้และพัฒนาตนเองจากประสบการณ์ตรง สิ่งรอบข้าง และมีการตอบสนองต่อสิ่งแวดล้อม

2. ขั้นก่อนปฏิบัติการ (preoperational period)

เป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาในช่วงอายุ 2-7 ปี เด็กในวัยนี้พัฒนาการทางภาษามากขึ้น สามารถเรียนรู้และใช้สัญลักษณ์ได้ รู้จักการจับคู่หนึ่งต่อหนึ่ง ใช้จินตนาการได้ แต่ยังไม่สามารถใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง ไม่ตระหนักถึงความสัมพันธ์ ส่วนย่อยส่วนรวม

โดยขั้นก่อนปฏิบัติการนี้แบ่งเป็น 2 ระยะคือ ขั้นก่อนเกิดมโนทัศน์ (preconceptual period) อยู่ในช่วงอายุ 2-4 ปี และขั้นการคิดด้วยสัญชาตญาณ (intuitive period) อยู่ในช่วงอายุ 4-7 ปี

3. ขั้นการคิดแบบรูปธรรม (concrete operational period)

เป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาในช่วงอายุ 7-11 ปี เป็นขั้นที่การคิดของเด็กไม่ได้รับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กสามารถสร้างภาพในใจ และสามารถคิดย้อนกลับได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่างๆ ได้มากขึ้น มีความสามารถในการจำแนกวัตถุตามความคล้ายและความแตกต่าง จัดลำดับสิ่งของตามลักษณะที่กำหนดให้ เช่น จัดลำดับแท่งไม้จากสั้นที่สุดไปยาวที่สุด มีความสามารถในการกลับลำดับ สามารถลบจำนวนออกจากจำนวนที่กำหนดให้ได้ การเรียนรู้ในขั้นนี้ยังต้องอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมมาช่วยบ้าง

4. ขั้นการคิดแบบนามธรรม (formal operational period)

เป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาช่วงอายุ 11 ปีขึ้นไป เด็กสามารถคิดได้ทั้งสิ่งที่เป็นรูปธรรมและสิ่งที่เป็นนามธรรม สามารถตั้งสมมติฐานและหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้ โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ สามารถใช้ความคิดที่เป็นเหตุเป็นผล คิดแก้ปัญหา คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และมีวุฒิภาวะที่จะรู้และแสวงหาความรู้ได้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้เพียเจต์ยังเห็นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น เพียเจต์เรียกกระบวนการนี้ว่าการกระจายความคิด (decentration) (อัมพร ม้าคอง. 2546: 1-2) ดังนั้นหากผู้สอนจัดสภาพแวดล้อมที่กระตุ้นให้เด็กได้ใช้ความคิด ใช้การสังเกต รู้จักแก้ปัญหาได้เหมาะสมตามวัย จะทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาเข้าสู่ขั้นต่างๆ ของพัฒนาการทางสติปัญญาได้เร็วขึ้น เพราะพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก เป็นผลมาจากวุฒิภาวะ ประสพการณ์ และกระบวนการถ่ายทอดทางสังคม (อัครา เอ็บสุขสิริ. 2556: 58- 59)

แนวทางที่ผู้วิจัยนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากผู้วิจัยทำการศึกษากับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 11 ปีขึ้นไป มีขั้นการคิดแบบนามธรรม ผู้วิจัยจะใช้ปัญหาเพื่อท้าทายความคิด ให้ผู้เรียนลองคาดเดาคำตอบของปัญหา แก้ปัญหาโดยใช้เหตุผลให้ผู้เรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง พร้อมทั้งตรวจสอบเพื่อสร้างความมั่นใจในคำตอบของตนเอง

4.2.2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์

บรูเนอร์เรียกทฤษฎีของเขาว่าเป็นทฤษฎีการสอนแทนทฤษฎีการเรียนรู้ เพราะเขามองว่าทฤษฎีการเรียนรู้เป็นการอธิบายถึงสิ่งที่ได้เกิดขึ้นแล้ว อีกทั้งยังไม่ได้อธิบายด้วยว่าทำอย่างไรจึงจะทำให้เกิดขึ้น เขาจึงเสนอทฤษฎีในรูปแบบที่บอกผู้สอนว่าจะทำอย่างไรจึงทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ โดยทฤษฎีของบรูเนอร์มีหลักการ 4 หลักใหญ่ๆ คือ (Sprinthall; & Sprinthall. 1996: 243-247; ประภาพรรณ เอี่ยมสุภามิตร. 2550: 19-24)

1. แรงจูงใจ (motivation) บรูเนอร์เชื่อว่าจำเป็นต้องเสริมแรงจูงใจให้ผู้เรียนเกิดความปรารถนาที่จะเรียน เขาเห็นว่าแรงจูงใจที่ดีที่สุดน่าจะเป็นแรงจูงใจในภายในตัวผู้เรียน เพราะแรงจูงใจภายในจะทำให้ความปรารถนาที่จะเรียนคงอยู่ได้นาน แรงจูงใจที่บรูเนอร์เชื่อว่ามีมาแต่กำเนิดคือ ความอยากรู้อยากเห็นและความต้องการความสำเร็จ นอกจากนี้การแลกเปลี่ยนหรือการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน ก็เป็นส่วนหนึ่งของแรงจูงใจด้วย เพราะสิ่งนี้เป็นความต้องการที่จะทำงานร่วมกับผู้อื่น และการพัฒนาตนเองทางสังคมเป็นผลมาจากแรงจูงใจพื้นฐานนี้ ผู้สอนอาจใช้แรงจูงใจมากระตุ้นให้ผู้เรียนปรารถนาที่จะเรียนรู้ คือใช้สถานการณ์ปัญหาที่เร้าความสนใจผู้เรียน กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และส่งเสริมผู้เรียนค้นพบคำตอบของปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งกิจกรรมนี้แบ่งได้เป็น 3 ช่วงคือ

1.1 การกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความต้องการที่จะสำรวจ (activation) ด้วยการเสนอปัญหาที่มีระดับความยากที่เหมาะสม หากเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปผู้เรียนจะรู้สึกเบื่อ แต่หากเป็นปัญหาที่ยากเกินไป ผู้เรียนก็จะเกิดความสับสน ดังนั้นปัญหาที่นำมาให้ผู้เรียนสำรวจ ต้องมีความเหมาะสมกับระดับของผู้เรียน ซึ่งจะจูงใจให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และเป็น การกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากรวบรวมข้อมูลยิ่งขึ้น

1.2 ทำให้ความต้องการสำรวจยังคงอยู่ (maintenance) ต้องทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการสำรวจโดยการชี้นำของผู้สอนมีความเสี่ยงน้อยกว่าและได้รับประโยชน์

1.3 การสำรวจอย่างมีทิศทาง (direction) การสำรวจจะมีความหมายต่อเมื่อมีทิศทางที่แน่นอน คือ รู้เป้าหมายและรู้ว่าการสำรวจนั้นมีความสัมพันธ์กับเป้าหมายที่กำหนดไว้ นั่นคือ ผู้เรียนต้องรู้ว่าเป้าหมายคืออะไรและจะไปถึงเป้าหมายได้อย่างไร

2. โครงสร้างของความรู้ (structure of knowledge) เป็นเนื้อหา ความรู้ ซึ่งครูจัดไว้อย่างเหมาะสม เพื่อถ่ายทอดและให้นักเรียนสร้างความเข้าใจได้ โดยโครงสร้างของความรู้สามารถแสดงได้ใน 3 รูปแบบ คือ

2.1 วิธีการนำเสนอ (mode of presentation)

เป็นการนำเสนอเนื้อหาโดยใช้เทคนิคและวิธีการในการสื่อสารข้อมูล บรูเนอร์เชื่อว่ามีวิธีการเสนอข้อมูล 3 รูปแบบที่จะสามารถสื่อให้ผู้เรียนเข้าใจได้ คือ (Sprinthall; & Sprinthall. 1996: 246-247; ทิศนา ขัมมณี. 2555: 64-65; นพพร แหยมแสง. 2555: 39-40; วัชร บวรณสิงห์. 2546: 36-37)

2.1.1 การนำเสนอด้วยกระทำ (enactive representation) เป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับเด็กเล็ก ซึ่งทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ดีจากการกระทำหรือการเคลื่อนไหว นั่นคือ การลงมือกระทำจะช่วยผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น เช่น ในเรื่องการบวก ผู้สอนอาจนำเสนอด้วยการให้ดินสอสีแดง 2 แท่ง สีดำ 3 แท่ง แล้วถามผู้เรียนว่ามีดินสอทั้งหมดกี่แท่ง

2.1.2 การนำเสนอด้วยภาพ (iconic representation) ผู้เรียนสามารถสร้างภาพในใจได้ โดยใช้ภาพหรือแผนภาพแทนของจริง การนำเสนอรูปแบบนี้จะใช้กับ

ผู้เรียนที่มีอายุมากขึ้น เช่น ให้ภาพดินสอสีแดง 2 แท่ง สีดำ 3 แท่ง แล้วถามผู้เรียนว่ามีดินสอทั้งหมดกี่แท่ง

2.1.3 การนำเสนอด้วยสัญลักษณ์ (symbolic representation)

เป็นการแปลงประสบการณ์ไปเป็นภาษา ผู้เรียนเริ่มให้เหตุผลเชิงตรรกะ หรือใช้ความคิดที่กระชับมากขึ้น บรูเนอร์กล่าวถึงการนำเสนอด้วยสัญลักษณ์ว่า "การนำเสนอที่มีประสิทธิภาพก็คือการสร้างและใช้รูปแบบที่หาได้ในการแก้ปัญหา" (Bruner. 1966: 14)

โดยรูปแบบในการนำเสนอความรู้แก่ผู้เรียนนั้น ผู้สอนต้องเลือกให้เหมาะสมกับวัย ระดับชั้น ภูมิหลัง และเนื้อหา เช่น หากผู้สอนจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับปัญหาทางกฎหมาย ผู้สอนอาจใช้การนำเสนอด้วยสัญลักษณ์ เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้โดยใช้เหตุผลเชิงตรรกะหรือหากเป็นการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับภูมิศาสตร์ ผู้สอนอาจใช้การนำเสนอด้วยภาพมาช่วยประกอบการอธิบาย ส่วนในวิชาคณิตศาสตร์นั้นผู้สอนสามารถใช้การนำเสนอได้ทั้ง 3 รูปแบบ (Sprinthall; & Sprinthall. 1996: 247)

2.2 ความกระชับของการนำเสนอ (economy of presentation) เป็นการนำเสนอเนื้อหาความรู้ที่มีความกระชับ ในปริมาณที่ผู้เรียนสามารถสร้างความเข้าใจได้ วิธีการที่ดีที่สุดในการจัดการสอนเพื่อให้มีความกระชับ คือ ให้ผู้เรียนสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียน

2.3 ประสิทธิภาพของการนำเสนอ (power of presentation) เป็นการนำเสนอที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ให้ผู้เรียนได้เห็นความสัมพันธ์ใหม่ๆ และหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริง บรูเนอร์เชื่อว่าการนำเสนออย่างมีประสิทธิภาพนี้ มีความสำคัญอย่างมากโดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์

3. ลำดับขั้นของการเสนอเนื้อหา (sequence) บรูเนอร์เชื่อว่าการพัฒนาทางสติปัญญามีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องตั้งแต่เกิด โดยเริ่มจากการเรียนรู้ด้วยการกระทำ การเรียนรู้ด้วยภาพจนกระทั่งถึงการเรียนรู้ด้วยสัญลักษณ์ การที่ผู้เรียนจะเข้าใจเนื้อหาได้ดี ผู้สอนควรนำเสนอเนื้อหาตามลำดับขั้น คือ เริ่มต้นการสอนเรื่องใหม่โดยใช้คำพูดให้น้อย เน้นที่การกระทำ ส่งเสริมให้ผู้เรียนสำรวจโดยใช้แผนภาพหรือภาพที่หลากหลายแล้วในตอนท้ายจึงค่อยให้ผู้เรียนได้สื่อสารโดยใช้สัญลักษณ์

4. การเสริมแรง (reinforcement) การเรียนรู้ต้องการการเสริมแรง เมื่อผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องตามเป้าหมายที่กำหนดไว้ การให้ข้อมูลป้อนกลับ (feed back) จัดได้ว่าเป็นการเสริมแรงที่ดี เพราะจะทำให้ผู้เรียนได้รู้ทันทีว่าสิ่งที่เขาทำอยู่นั้นถูกต้องหรือควรปรับปรุงอย่างไร ซึ่งเวลาในการให้ข้อมูลป้อนกลับก็สำคัญ ควรให้ทันทีที่ผู้เรียนสามารถบรรลุเป้าหมายได้ระดับหนึ่ง แต่ก็ไม่ควรให้ข้อมูลป้อนกลับเร็วเกินไป เพราะจะทำให้ผู้เรียนขาดความมั่นใจและเกิดความสับสน ในขณะเดียวกันก็ไม่ควรให้ข้อมูลป้อนกลับช้าเกินไป เพราะอาจผ่านจุดที่จะแก้ไขได้แล้ว ซึ่งจะไม่เกิดประโยชน์ต่อการเรียนรู้ ซึ่งการให้ข้อมูลป้อนกลับจะต้องชัดเจนและเฉพาะเจาะจงเพื่อให้ผู้เรียนแก้ไขได้ตรงจุดยิ่งขึ้น

จากหลักการทั้ง 4 ข้อ บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้ที่มีความหมายจะเกิดขึ้นได้ด้วยการเรียนรู้โดยการค้นพบ (discovery learning) ซึ่งการเรียนรู้โดยการค้นพบ จะทำให้ผู้เรียนสามารถจดจำได้นานและใช้ประโยชน์ในอนาคตได้มากกว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบนั้นเป็นการให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสำรวจทางเลือกต่างๆ ด้วยตัวของเขาเองและผู้สอนจัดสภาพที่เอื้อต่อการทำกิจกรรมอย่างมีทิศทาง โดยผู้สอนอาจใช้วิธีการเสนอตัวอย่างบางส่วน แล้วให้ผู้เรียนสังเกต วิเคราะห์ จนสามารถค้นหาความสัมพันธ์หรือความเชื่อมโยงของเนื้อหาได้ เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน หรือในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ชวนคิด น่าสนใจ โดยก่อนดำเนินการแก้ปัญหา ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนได้ลองคาดเดาคำตอบ จากนั้นให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบข้อความคาดเดาของตนเอง ด้วยการสำรวจข้อมูลต่างๆ ซึ่งการสำรวจนั้นต้องนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้ เป็นการสร้างนิสัยในการค้นคว้าและพยายามค้นพบสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองในอนาคต จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้โดยการค้นพบจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดี จดจำได้นาน สร้างนิสัยการค้นคว้าด้วยตนเอง พัฒนาการคิดสร้างสรรค์ และความคิดเชิงตรรกะ การจัดการเรียนรู้รูปแบบนี้จึงเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนได้คิดมากกว่าสนใจเพียงคำตอบอย่างเดียว (Sprinthall; & Sprinthall. 1996: 247-249; ประภาพรรณ เอี่ยมสุภามิต. 2550: 24; นุชลี อุปภัย. 2556: 176) ดังคำกล่าวของบรูเนอร์ที่ว่า "พวกเราสอนเนื้อหาวิชาไม่ใช่ข้อแต่เนื้อหาให้เด็กเท่านั้น แต่ควรเป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนได้คิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยตัวเขาเอง ให้นักเรียนได้เข้าไปมีส่วนร่วมในกระบวนการได้มาซึ่งความรู้ เพราะการเรียนรู้เป็นกระบวนการไม่ใช่ผลผลิต" (Bruner. 1966: 72)

แนวทางที่ผู้วิจัยนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ ผู้วิจัยจะเริ่มต้นด้วยการสร้างแรงจูงใจให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ตั้งใจ และเห็นคุณค่าของวิชาที่เรียน การจัดการเรียนรู้จะจัดเป็นลำดับขั้น สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรมในรูปสัญลักษณ์ ผู้วิจัยจะฝึกให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ และสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

4.2.3 ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructivism)

ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีหลักการสำคัญว่าในการเรียนผู้เรียนจะต้องเป็นผู้กระทำ (active) และสร้างความรู้ด้วยตนเอง ความเชื่อพื้นฐานของทฤษฎีนี้มีรากฐานมาจาก 2 แหล่งคือ จากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเพียเจต์และของวิกทอทสกี ดังนั้นทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จึงแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้ (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2554: 210; สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. 2542: 332-337)

1. กลุ่มที่เน้นกระบวนการคิดในตัวบุคคล (Cognitive Constructivism)

เป็นกลุ่มที่เน้นการเรียนรู้ของมนุษย์เป็นรายบุคคล โดยรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีนี้ถือว่าผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ เจตคติ และแรงจูงใจอยู่แล้ว เมื่อเริ่มมีการรับรู้หรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งใด ก็จะทำให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้

ด้วยตนเอง โดยปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจะมีบทบาทในการก่อให้เกิดความไม่สมดุลทางการคิดขึ้น เป็นเหตุให้ผู้เรียนปรับความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับข้อมูลข่าวสารใหม่จนกระทั่งเกิดความสมดุลทางการคิดหรือเกิดความรู้ใหม่ขึ้น ดังนั้นผู้สอนจึงมีบทบาทเป็นผู้พัฒนาให้ผู้เรียนแต่ละคนรู้วิธีเรียน และวิธีคิดเพื่อสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

2. กลุ่มที่เน้นการสร้างความรู้โดยอาศัยปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Constructivism)

เป็นกลุ่มที่เน้นว่าการเรียนรู้ของมนุษย์จะเกิดขึ้นและสร้างความรู้ได้ต้องมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น โดยมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของวิกทอสกี การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจะทำให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจเดิมให้ถูกต้องหรือซับซ้อนกว้างขวางขึ้น ดังนั้นผู้สอนจึงมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

แม้ทั้งสองกลุ่มจะเห็นแตกต่างกันในเรื่องการอธิบายว่าผู้เรียนจะสร้างความรู้ได้อย่างไร แต่ก็มีความเห็นร่วมกันดังนี้ (สราญค์ ไคว้ตระกูล. 2554: 211)

1. ผู้เรียนสร้างความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง
2. การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นกับความรู้เดิมและความเข้าใจที่มีอยู่
3. การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้
4. การจัดสิ่งแวดล้อม กิจกรรมที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริง ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

จากทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองตามแนวคิดของวิกทอสกีที่ให้ความสำคัญกับปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ในขณะที่เด็กแก้ปัญหาด้วยตนเองนั้น เด็กจะพบบางปัญหาที่เขาคิดคนเดียวไม่ออก แต่หากได้รับคำแนะนำช่วยเหลือจากเพื่อนหรือผู้ใหญ่ เขาจะสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ (อัชรา เอ็บสุลลิรี. 2556: 63) วิกทอสกีเรียกความสามารถของเด็กที่ได้จากการให้ช่วยเหลือเพื่อให้ก้าวหน้าจากระดับพัฒนาการที่เป็นอยู่ไปถึงพัฒนาการที่เด็กมีศักยภาพจะไปถึงได้ ว่า “zone of proximal development” ซึ่งเป็นแนวคิดที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงในด้านการจัดการเรียนรู้ เช่น เด็กที่มีระดับพัฒนาการทางสมองเท่ากับเด็ก 8 ขวบ จะสามารถทำงานที่เด็ก 8 ขวบโดยทั่วไปทำได้ เมื่อให้งานสำหรับเด็กอายุ 9 ขวบแก่เด็กอายุ 8 ขวบ เด็กคนหนึ่งทำไม่ได้ แต่เมื่อได้รับการชี้แนะหรือสาธิตให้ดูจะทำได้ แสดงให้เห็นว่าเด็ก 8 ขวบคนนั้นมีวุฒิภาวะที่จะไปถึงระดับที่ตนมีศักยภาพจะพัฒนาไปได้ ต่อไปเด็กคนนี้จะมีความสามารถไปถึงขั้นทำสิ่งนั้นได้ด้วยตนเอง โดยไม่มีการชี้แนะหรือได้รับความช่วยเหลือจากผู้อื่น ในขณะเดียวกันอาจมีเด็กที่มีพัฒนาการทางสมองเท่ากับเด็ก 8 ขวบ เมื่อให้ทำงานของเด็ก 9 ขวบ เด็กทำไม่ได้แม้จะได้รับการชี้แนะหรือสาธิตให้ดูซ้ำๆ แสดงให้เห็นว่าช่องว่างระหว่างระดับพัฒนาการที่เป็นอยู่กับระดับที่ต้องการไปให้ถึงยังห่างกันกว้างมาก จำเป็นต้องรอให้เด็กมีวุฒิภาวะสูงขึ้นหรือลดระดับงานตามพัฒนาการให้ต่ำลง

วีกอทสกี จึงมีความเชื่อว่าการให้ความช่วยเหลือชี้แนะแก่เด็กซึ่งอยู่ในลักษณะการช่วยเหลือในการเรียนรู้ (assisted learning) หรือการเสริมต่อการเรียนรู้ (scaffolding) เป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะสามารถช่วยพัฒนาการเด็กให้ถึงระดับที่อยู่ในศักยภาพของเด็กได้ (ทิตนา แชมมณี. 2555: 90-96; อ้างอิงจาก Vygotsky. 1978. *Mind in Society: The Developmental of Higher Psychological Processes*. pp. 84-91) ซึ่งการช่วยเหลือในลักษณะการเสริมต่อการเรียนรู้สามารถทำได้โดย (Woolfolk. 2013: 63)

1. แสดงกระบวนการคิดเป็นต้นแบบให้ผู้เรียน เช่น คิดดังๆ ในขณะที่แก้ปัญหา
2. จัดการหรือเริ่มต้นด้วยคำถามว่า ใคร อะไร ทำไม อย่างไร ต่อไปคือ...
3. แก้ปัญหาให้ผู้เรียนบางส่วน
4. ให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน
5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายระยะสั้นและดำเนินไปที่ละขั้น
6. เชื่อมโยงการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ด้วยความสนใจของผู้เรียนหรือสิ่งที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อนหน้า

7. ใช้การจัดการข้อมูล เช่น แผนภูมิ ตาราง รายการตรวจสอบ และกราฟ
8. ลดความซับซ้อนของงาน ชี้แจงวัตถุประสงค์ และให้ทิศทางที่ชัดเจน
9. อธิบายคำศัพท์ที่สำคัญและให้ตัวอย่าง

แนวคิดของวีกอทสกี สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมได้โดยให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ช่วยกันคิด ช่วยกันทำงาน และเพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่กว้างขึ้น ควรให้งานยากกว่าขั้นพัฒนาการของผู้เรียนเล็กน้อย โดยมีเพื่อนหรือผู้ใหญ่คอยช่วยเหลือแต่ต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย (อัสรา เอ็บสุลลารี. 2556: 66-67)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าทฤษฎีนี้เห็นว่า ความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างโดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ดังนั้นแนวการสอนตามทฤษฎีนี้ จึงเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนช่วยเหลือให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง (อัมพร ม้าคอง. 2546: 6)

แนวทางที่ผู้วิจัยนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ ผู้วิจัยจะสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนสืบเสาะ กระตุ้นยั่วเย้าให้คิด ให้ได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกการแก้ปัญหาด้วยการเลือกวิธีที่เหมาะสมและหลากหลายด้วยตนเอง ผู้วิจัยจะเสนอปัญหาที่ยากกว่าพัฒนาการของผู้เรียนเล็กน้อย เพื่อให้ผู้เรียน

ได้พัฒนาเต็มตามศักยภาพของตนเอง รวมทั้งให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนในระหว่าง การแก้ปัญหา

4.2.4 ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล (information processing theory)

ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูลเป็นทฤษฎีที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการ ทำงานของสมองมนุษย์ โดยเปรียบเทียบการทำงานของสมองมนุษย์กับการทำงานของคอมพิวเตอร์ นั่นคือ เมื่อใส่ข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ ข้อมูลจะถูกแปลรหัส (encoded) จากนั้นคอมพิวเตอร์จะเก็บ ข้อมูล (storage) และจะดึงข้อมูลออกมาใช้ (retrieval) เมื่อต้องการ (Sprinthall; & Sprinthall. 1996: 286-287) กระบวนการประมวลข้อมูล เริ่มจากการที่มนุษย์รับสิ่งเร้าเข้าประสาทสัมผัส สิ่งเร้า ที่เข้าไปจะบันทึกในความจำระยะสั้น (short-term memory) ซึ่งการบันทึกนี้จะขึ้นกับองค์ประกอบ 2 ประการคือ การรู้จัก (recognition) และความใส่ใจ (attention) ของบุคคลที่รับสิ่งเร้า จากนั้นข้อมูลที่ ที่เก็บไว้ในความจำระยะสั้น จะได้รับการประมวลและเปลี่ยนรูปโดยการแปลรหัส เพื่อนำไปเก็บไว้ใน ความจำระยะยาว (long-term memory) ซึ่งอาจใช้เทคนิคการทำข้อมูลให้มีความหมายกับตนเอง ด้วยการสัมพันธ์สิ่งที่เรียนรู้ใหม่กับสิ่งที่เคยเรียนรู้มาก่อน ซึ่งเรียกว่ากระบวนการขยายความคิด (elaborative operations process) เมื่อข้อมูลได้รับการบันทึกไว้ในความจำระยะยาวแล้ว บุคคลนั้น จะสามารถเรียกข้อมูลต่างๆ ออกมาใช้ได้ ซึ่งการเรียกข้อมูลออกมาใช้บุคคลจำเป็นต้องถอดรหัส ข้อมูล (decoding) จากความจำระยะยาวนั้น และส่งต่อไปสู่ตัวก่อกำเนิดพฤติกรรมตอบสนอง (ทิตนา แคมมณี. 2555: 80-81; อ้างอิงจาก Klausmeier. 1985. *Educational Psychology*. pp. 52-108)

กระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้างต้น จะได้รับการบริหารควบคุมอีก ขั้นหนึ่ง คือ การที่บุคคลรู้ถึงการคิดของตน และสามารถควบคุมการคิดของตนให้เป็นไปในทางที่ตน ต้องการ การเรียนรู้ในลักษณะนี้เรียกว่า อภิปัญญา (metacognition) ซึ่งอภิปัญญาเป็น ความตระหนัก (awareness) เกี่ยวกับความรู้และความสามารถของตนเอง (ทิตนา แคมมณี. 2555: 82)

แนวทางที่ผู้วิจัยนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากความจำในระยะ สั้นของมนุษย์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 ส่วนคือ การรู้จักและความใส่ใจ ผู้วิจัยจึงจัดการเรียนรู้โดย เริ่มจากสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคย มีการเชื่อมโยงระหว่างประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่เข้าด้วยกัน และเพิ่มความใส่ใจในการเรียนให้แก่ผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และ ความสำคัญของสิ่งที่เรียน การใช้สิ่งเร้าที่แปลกใหม่ ใช้การตั้งคำถามที่ชวนให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย หรือใช้ปัญหาที่ท้าทาย (นุชลี อุปภัย. 2556: 147-148) นอกจากนี้ในการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยจะให้ ผู้เรียนได้ตระหนักเกี่ยวกับความรู้และความสามารถของตนเอง ด้วยการให้ผู้เรียนทบทวนตนเองว่า ตนเองมีการวางแผน การกำกับตนเอง และการประเมินตนเองมากน้อยเพียงใด

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ทั้ง 4 ทฤษฎี ผู้วิจัยสรุปรายละเอียดแต่ละทฤษฎีและสรุปเป็นหลักการและแนวคิดที่นำมาใช้ ดังตาราง 6

ตาราง 6 ทฤษฎีการเรียนรู้

ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์	ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม	ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง	ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล	สรุปหลักการและแนวคิดที่นำมาใช้
ธอร์นไดค์เชื่อว่า การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ซึ่งมีหลายรูปแบบ บุคคลจะลองผิดลองถูกปรับเปลี่ยนไปเรื่อยๆ จนกว่าจะพบรูปแบบการตอบสนองที่สามารถให้ผลที่พึงพอใจมากที่สุด เมื่อเกิดการเรียนรู้แล้วบุคคลจะใช้รูปแบบการตอบสนองที่เหมาะสมเพียงรูปแบบเดียวและจะพยายามใช้รูปแบบนั้นเชื่อมโยงกับสิ่งเร้าในการเรียนรู้ต่อไป <u>กฎการเรียนรู้ของธอร์นไดค์</u> 1. กฎแห่งความพร้อม 2. กฎแห่งการฝึกหัด 3. กฎแห่งการใช้ 4. กฎแห่งความพึงพอใจ	เน้นกระบวนการทางปัญญาหรือความคิด กลุ่มนี้เชื่อว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ไม่ใช่เรื่องของพฤติกรรมที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าเท่านั้น แต่การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางความคิดที่เกิดจากการสะสมข้อมูล การสร้างความหมาย และความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วดึงข้อมูลออกมาใช้ในการแก้ปัญหา 1. <u>ทฤษฎีของเพียเจต์</u> การเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามขั้น พัฒนาการ ไม่ควรเร่ง เด็กอายุ 11 ปีขึ้นไปอยู่ในขั้นนามธรรม คิดอย่างมีเหตุผล คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง 2. <u>ทฤษฎีของบรูเนอร์</u> มนุษย์เลือกรับสิ่งที่ตนเองสนใจ และการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วยตนเอง	ในการเรียนรู้ นักเรียนต้องเป็นผู้กระทำ (active) 1. นักเรียนสร้างความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วยตนเอง 2. การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นอยู่กับความรู้เดิมและความเข้าใจที่มีอยู่ในปัจจุบัน 3. การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ 4. การจัดสิ่งแวดล้อมกิจกรรมที่คล้ายกับชีวิตจริงจะให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความหมาย <u>วิก็อตสกี</u> : ให้ความสำคัญกับปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ในขณะที่เด็กคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองไม่ออก แต่หากได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนหรือครูเขาก็ทำได้สำเร็จ นอกจากนี้ยังกล่าวถึง zone of proximal development การช่วยเหลือ ชี้แนะ สารถให้ดู จะทำให้เด็กได้พัฒนาไปขั้นที่มีศักยภาพที่จะไปถึง	เป็นทฤษฎีที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการ พัฒนาสมองของมนุษย์ - การทำงานของสมองมนุษย์คล้ายคลึงกับการทำงานของคอมพิวเตอร์ - บุคคลจะเลือกรับสิ่งเร้าที่ตนรู้จักหรือมีความสนใจแล้วบันทึกในความจำระยะสั้น (ด้วยการทำซ้ำๆ หรือทำข้อมูลใหม่) ความหมายกับตนเองสัมพันธ์ระหว่างเก่ากับใหม่ เรียกว่ากระบวนการนี้ว่ากระบวนการขยายความคิด) แล้วจึงบันทึกในความจำระยะยาว ซึ่งกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูลข้างต้นจะได้รับ การควบคุมอีกชั้น เป็น การควบคุม ตระหนักในความคิด ความสามารถของตนเอง	1. นักเรียนจะลองผิดลองถูกไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเจอรูปแบบที่พึงพอใจหรือเหมาะสม 2. นักเรียนที่มีอายุมากกว่า 11 ปีขึ้นไปจะสามารถคิดเป็นนามธรรมอย่างมีเหตุผล 3. นักเรียนจะสามารถเรียนรู้และค้นพบได้ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน 4. สร้างการเรียนรู้อย่างมีความหมาย เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน 5. ให้นักเรียนรู้จักควบคุมและตระหนักในความคิดและความสามารถของตนเอง

4.3 การจัดการเรียนรู้

เนื่องจากการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิด จึงต้องเลือกใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับลักษณะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยตรง นอกจากจะศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยยังศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้ในการสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยเลือกศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนำเสนอหลักการของการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องดังนี้

4.3.1 การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดอยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ และเชื่อว่าการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา โดยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดมีหลักการ (Carpenter et al. 1989: 499-531) ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้
2. การจัดการเรียนรู้ควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์หรือทักษะกับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหานั้นๆ ได้ แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหายังไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือการถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

4.3.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด (open approach)

เป้าหมาย: เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของนักเรียนควบคู่กับการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของพวกเขา และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ หรือกล่าวได้ว่าครูที่ใช้วิธีแบบเปิดจำเป็นต้องทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนให้มากที่สุด ทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขึ้นไปอยู่ในระดับที่สูงขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้การอภิปรายกับเพื่อนหรือโดยอาศัยการชี้แนะของครู

การสอนแบบเปิดมุ่งเน้นที่จะเปิดใจของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์มากกว่าเน้นการสอนเนื้อหาให้ครบ โดยยึดหลักการว่า (ประภาวดี ไพราม. 2551: 16)

1. มีความสัมพันธ์กับความอิสระของกิจกรรมของนักเรียน นั่นคือ ครูต้องตระหนักในคุณค่าของกิจกรรมของนักเรียนโดยที่จะพยายามไม่เข้าไปสอดแทรกโดยไม่จำเป็น
2. มีความสัมพันธ์กับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะในเชิงวิวัฒนาการและเชิงบูรณาการ
3. มีความสัมพันธ์กับการตัดสินใจที่มีประโยชน์ของครูในห้องเรียน

4.3.3 การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT

การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT ยึดหลักว่าผู้เรียนมีการใช้สมองแต่ละซีกแตกต่างกัน และแต่ละคนมีความสามารถแฝงติดตัวมาด้วย ซึ่งแต่ละคนมีไม่เหมือนกัน ทำให้ผู้เรียนแต่ละคนมีลีลา/วิธีการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน เรียกได้เป็นการจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างผู้เรียน โดยการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT จัดผู้เรียนเป็น 4 แบบ ซึ่งมีรูปแบบการเรียนรู้และการรับรู้ที่แตกต่างกันดังนี้ (Morris; & McCarthy. 1990: 194-195)

ผู้เรียนแบบที่ 1 เรียนรู้โดยใช้จินตนาการ ผ่านกระบวนการรับรู้อย่างไตร่ตรอง (reflective watching) ชอบถามเหตุผลว่า "ทำไม" หรือ "Why?" เรียนได้ดีด้วยการฟัง จะรับข้อมูลแล้วแปลความเป็นข้อมูลของตนเอง สามารถจัดการปัญหาได้ด้วยตนเองและระดมความคิดเห็นร่วมกับผู้อื่นได้

ผู้เรียนแบบที่ 2 เรียนรู้โดยใช้การวิเคราะห์ รับรู้ผ่านกระบวนการดู การเห็น หรือรับข้อมูลอย่างไตร่ตรอง ชอบถามว่าข้อเท็จจริงคือ "อะไร" หรือ "What?" จะหารายละเอียดและคิดเป็นขั้นตอน ตรวจสอบข้อเท็จจริง และจัดการกับปัญหาค้นหาข้อเท็จจริงและหลักการ ให้ความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ได้รับการยืนยันกับผู้รู้หรือผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เรียนแบบที่ 3 เรียนรู้ผ่านการลงมือกระทำ ชอบถามว่า "อย่างไร" หรือ "How?" ชอบลงมือปฏิบัติ ประมวลความรู้จากการลงมือทำ พยายามค้นหาประยุกต์เป็นแนวคิดของตนเอง

ผู้เรียนแบบที่ 4 เรียนรู้แบบพลวัตและการค้นพบด้วยตนเอง ชอบถามว่า "ถ้าอย่างนั้น" หรือ "If?" จะเรียนรู้ผ่านการลองผิดลองถูก ชอบทำสิ่งใหม่ๆ ค้นหาแนวทางและเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง มีการสังเคราะห์ความรู้และทักษะเพื่อให้เกิดการเรียนรู้หรือชิ้นงาน

4.3.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL)

หลักการ: ปัญหาสามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยและความต้องการที่จะแสวงหาความรู้ เพื่อจัดความสงสัยดังกล่าว การให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาจริงหรือสถานการณ์ปัญหาต่างๆ และร่วมกันคิดหาทางแก้ปัญหานั้นๆ จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และสามารถพัฒนาทักษะกระบวนการต่างๆ อันเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตและการเรียนรู้ตลอดชีวิต

นิยาม: เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย โดยครูอาจนำนักเรียนไปเผชิญกับปัญหา หรือจัดสภาพการณ์

ให้นักเรียนได้เผชิญ และฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกัน เป็นกลุ่ม ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจน ได้เห็นทางเลือกและวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา รวมทั้งยังช่วยให้นักเรียนเกิดการใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิด และกระบวนการแก้ปัญหาต่างๆ

4.3.5 การจัดการเรียนรู้แบบเมตาคอกนิชัน (metacognition)

ในการแก้ปัญหา: เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่ แล้วเลือกยุทธวิธีในการคิด วางแผน กำกับ หรือตรวจสอบ และประเมินกระบวนการคิด (นภัสสร พฤษมยาคี. 2552: 20) และหากบุคคลรู้ถึงการคิดของตนเอง และสามารถควบคุมการคิดของตนให้เป็นไปในทางที่ต้องการ หรือมีความตระหนักรู้เกี่ยวกับความรู้และความสามารถของตนเอง และใช้ความเข้าใจในการรู้เรื่องดังกล่าวใน การควบคุมกระบวนการคิด การทำงานของตนเองด้วยยุทธวิธีต่างๆ จะช่วยให้การเรียนรู้และงานที่ทำประสบผลสำเร็จตามที่ต้องการ ซึ่งองค์ประกอบสำคัญที่ใช้ในการบริหารอภิปัญญา คือ แรงจูงใจ ความตั้งใจ และความมุ่งมั่นต่างๆ (ทศนา แหมมณี. 2544: 28)

4.3.6 การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (active learning) (สุชาดา แก้วพิกุล. 2555: 12; พรรณทิภา ทองนวล. 2554: 20)

1. ใช้หลักการสอนแบบซักถามที่เน้นให้นักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตัวนักเรียนเอง จากการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและกับครูผู้สอน
 2. เน้นให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ
 3. ลดการถ่ายทอดความรู้จากครูให้น้อยลง และพัฒนาทักษะให้เกิดกับนักเรียน
 4. นักเรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียนโดยลงมือกระทำมากกว่านั่งฟังอย่างเดียว
 5. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม
 6. เน้นการสำรวจเจตคติและคุณค่าที่มีอยู่ในนักเรียน
 7. นักเรียนได้พัฒนาการคิดระดับสูงในการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผล
- การนำไปใช้
8. นักเรียนและครูรับข้อมูลป้อนกลับจากการสะท้อนความคิดได้อย่างรวดเร็ว

4.4 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สืบค้นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยสืบค้นตามการจัดการเรียนรู้รูปแบบต่างๆ เพื่อนำองค์ความรู้มาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายละเอียดดังตาราง 7

ตาราง 7 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ชื่อวิธี/รูปแบบการจัดการเรียนรู้	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
การเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิดที่ใช้ทักษะ การให้เหตุผลและการเชื่อมโยง (เวทฤทธิ์ อังกฤษภัทรขจร. 2551: 9; กุลกาญจน์ สุวรรณรักษ์. 2556: 34; อำภารัตน์ ผลาวรณ. 2556: 30; สุธารัตน์ สมรรถการ. 2556: 14-15)	1. ชี้นำเสนอปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน โดยครูนำเสนอ ปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ถ้านักเรียนพบ อุปสรรค ครูมีหน้าที่แนะแนวทางสำหรับแก้ปัญหา ด้วยการใช้คำถามกระตุ้น นักเรียน 2. ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย นักเรียน ร่วมกันวิเคราะห์หาคำตอบ ครูทำหน้าที่ชี้แนะให้นักเรียนเข้าใจปัญหา เชื่อมโยง ไปยังปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน และให้อิสระนักเรียนใน การแก้ปัญหา โดยใช้คำถามกระตุ้นการอภิปรายอย่างมีเหตุผล รวมทั้งทำ หน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างปฏิบัติการ 3. ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ รายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติ กิจกรรมกลุ่มใหญ่ โดยนักเรียนในกลุ่มย่อยส่งตัวแทนกลุ่มมานำเสนอผล การปฏิบัติการ พร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง จากนั้นนักเรียน ร่วมกันอภิปราย ครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนแสดงความคิดหรือเหตุผล ที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุม สมบูรณ์ และประเมินการคิดของ นักเรียน 4. ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีที่ใช้ บูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้และวิธีการที่ แตกต่าง และสรุปเพื่อเชื่อมโยงสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ครูใช้คำถามนำให้ เกิดการอภิปราย รวมทั้งครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบและติดตามผลการ เรียนรู้
วิธีการแบบเปิด (กิตติศักดิ์ ใจอ่อน. 2550: 15-18; วายุкул รมศิริ. 2550: 22-27; อรสุธี คงมา. 2553: 17-35)	1. ชี้นำเสนอปัญหา ครูสร้าง (pose) หรือนำสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหา ปลายเปิดเข้ามาสู่ชั้นเรียน 2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน 3. ขั้นการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและขยายแนวคิดในชั้นเรียน ครูเปิดโอกาส ให้มีการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น 4. ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน โดยการเชื่อมโยงแนวคิดของ ผู้เรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ตาราง 7 (ต่อ)

ชื่อวิธี/รูปแบบการจัดการเรียนรู้	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
4 MAT (เจริญศรี แจบไธสง. 2546: 16-18; สุดาภรณ์ อรุณดี. 2546: 7; ปริญญา สองสีดา. 2550: 13-16)	1. ขั้นสร้างประสบการณ์ ครูสร้างประสบการณ์จำลองที่มีความหมาย ด้วยการกระตุ้นหรือสร้างแรงจูงใจ เชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เก่าของนักเรียนด้วยตนเอง ครูใช้กิจกรรมตั้งคำถามให้คิดหรือจินตนาการ 2. ขั้นวิเคราะห์ประสบการณ์ ครูกระตุ้นให้นักเรียนสนใจ อยากรู้ อยากเห็น นักเรียนจะตรวจสอบประสบการณ์โดยการอภิปรายและหาเหตุผลเกี่ยวกับประสบการณ์ที่ได้รับในขั้นแรกด้วยการวิเคราะห์ 3. ขั้นปรับประสบการณ์ ครูเป็นผู้ให้ข้อมูลข้อเท็จจริงและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำไปสู่ความเข้าใจในมโนทัศน์ นักเรียนลงมือทำกิจกรรม บูรณาการประสบการณ์และความรู้ นักเรียนวิเคราะห์และไตร่ตรองความรู้ 4. ขั้นพัฒนาทฤษฎีและมโนทัศน์ ด้วยข้อมูล ทฤษฎี และหลักการให้ลึกยิ่งขึ้นเพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ 5. ขั้นทำตามมโนทัศน์หรือแนวคิดที่กำหนด ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้นักเรียนลงมือทำตามใบกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่กำหนด 6. ขั้นสร้างชิ้นงานตามความถนัดและสนใจ นักเรียนบูรณาการและสร้างสรรค์ชิ้นงานของตนเอง 7. ขั้นวิเคราะห์ผลและประยุกต์ใช้ นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้สู่กิจกรรมอื่นๆ หรือนำเสนอผลงานตนเองต่อกลุ่มย่อย นักเรียนเป็นผู้วิเคราะห์และเลือกกิจกรรมอย่างหลากหลาย 8. ขั้นแลกเปลี่ยนความคิดกับผู้อื่น นักเรียนแบ่งปันความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากการค้นคว้า
การใช้ปัญหาเป็นฐาน (เบญจมาศ เทพบุตรดี. 2550: 7-8; วาสนา ภูมิ. 2555: 5-6; สิรินทรา มินทะขิต. 2556: 5-6)	1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูเตรียมความพร้อมของผู้เรียนด้วยการนำเสนอสถานการณ์ต่างๆ ที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ เชื่อมโยงปัญหาเกี่ยวกับความรู้ หรือประสบการณ์เดิมของผู้เรียนในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน 2. ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ ครูกำหนดปัญหาที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาที่กระตุ้นความสนใจนักเรียน ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยเหตุผลพื้นฐานความรู้เดิม หรือการอภิปรายกลุ่ม กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการศึกษาค้นคว้า สังเคราะห์ความรู้ หาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งตัดสินใจเลือกข้อมูลและแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เสนอผลงานและประเมินค่าคำตอบ 3. ขั้นสรุป ครูและผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ รวมทั้งปัญหา หรือข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการทำกิจกรรม และแนวทางการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ทั่วไป

ตาราง 7 (ต่อ)

ชื่อวิธี/รูปแบบการจัดการเรียนรู้	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
กระบวนการคิดเชิง เมตาคอกนิชัน (นภัสสร พุฒตยาดี. 2552: 6-7; อภิสิทธิ์ โคตรนรินทร์. 2554: 8-9)	1. เข้าสู่ปัญหา นักเรียนเผชิญปัญหาและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา 2. กำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา เป็นขั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์และกำหนดกรอบในการแก้ปัญหา 3. ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนดำเนินการตามแผน 4. ประเมินผล เป็นขั้นประเมินกระบวนการแก้ปัญหา และตัดสินใจเกี่ยวกับการดำเนินการตามแผน 5. สะท้อนผล เป็นขั้นสะท้อนเจตคติของนักเรียนต่อการแก้ปัญหา
การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (สัญญา ภัทรการ. 2552: 21; พรรณทิภา ทองนวล. 2554: 29; สุชาดา แก้วพิกุล. 2555: 5)	1. ขั้นเตรียมความพร้อม โดยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ รวมทั้งทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นสำหรับความรู้ใหม่ 2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์ ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนร่วมกันวางแผนและวิเคราะห์ปัญหา 3. ขั้นลงมือปฏิบัติ นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาและร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการตามแผนและอภิปรายเหตุผลร่วมกันในกลุ่ม ครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและกระตุ้นความคิด 4. ขั้นอภิปราย นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองหรือของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้น 5. ขั้นสรุปผล ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดและความรู้ที่ได้

ผู้วิจัยสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็น 7 ขั้นตอน ดังแสดงรายละเอียดในตาราง 8

ตาราง 8 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

CGI	opened approach	4MAT	Problem-Based	Metacognition	Active Learning	สังเคราะห์ได้เป็น
ครูนำเสนอปัญหาตาม วัตถุประสงค์และ ความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ โดยเลือกปัญหาที่ น่าสนใจและให้นักเรียน มีประสบการณ์ใน การแก้ปัญหาที่ หลากหลายและเป็น ปัญหาที่สอดคล้องกับ บริบทในชีวิตจริงของ นักเรียน	ครูนำเสนอปัญหา ปลายเปิด เข้าสู่บทเรียน	ครูกระตุ้นให้นักเรียนคิด และสร้างแรงจูงใจให้ นักเรียนอยากเรียนรู้และ สนใจในสิ่งที่เรียน โดย การสังเกต สัมผัส ตั้งคำถาม (Why)	ครูจัดสถานการณ์ต่างๆ กระตุ้นให้นักเรียนเกิด ความสนใจและมองเห็น ปัญหา ครูให้นักเรียน กำหนดสิ่งที่เป็นปัญหาที่ นักเรียนอยากรู้อยาก เรียนและเกิดความสนใจ ที่จะค้นหาคำตอบ		- ครูนำเข้าสู่เนื้อหา โดยสร้างแรงจูงใจ ให้ นักเรียนเกิดความ กระตือรือร้นให้อยาก เรียนรู้ รวมทั้งทบทวน ความรู้เดิมที่จำเป็น สำหรับความรู้ใหม่ - ครูนำเสนอสถานการณ์ ปัญหา เพื่อให้นักเรียน ร่วมกันวางแผนและ วิเคราะห์ปัญหา	ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นความคิด / ไร้ความสนใจ
ครูช่วยแนะให้นักเรียน เข้าใจปัญหา โดยครูต้อง แน่ใจว่านักเรียนเข้าใจ ปัญหา		- ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ ประสบการณ์ด้วย การอภิปรายโดยอาศัย ความรู้ประสบการณ์เดิม (Why) - ครูให้นักเรียนบูรณา การ ประสบการณ์ ทักษะต่างๆ เพื่อสร้าง ความเข้าใจ (What)	ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะต้องทำ ความเข้าใจปัญหาที่ ต้องการเรียนรู้ ซึ่ง นักเรียนจะต้องสามารถ อธิบายสิ่งต่างๆที่ เกี่ยวข้องกับปัญหาได้	เข้าสู่ปัญหา เป็น การเผชิญปัญหาและทำ ความเข้าใจปัญหาด้วย การอ่าน กำหนดแนวคิด วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อ พิจารณาลักษณะของ ปัญหาและเชื่อมโยงกับ หลักการทาง คณิตศาสตร์ ประเมิน ความรู้เดิมที่มีในการ จัดการกับปัญหา		ขั้นตอนที่ 2 เสนอและ ทำความเข้าใจปัญหา

ตาราง 8 (ต่อ)

CGI	opened approach	4MAT	Problem-Based	Metacognition	Active Learning	สังเคราะห์ได้เป็น
		ครูให้นักเรียนใช้ความรู้ความเข้าใจ ทักษะที่ได้เรียนรู้ ปรับให้เข้ากับวิธีการ ตามความถนัดและความสนใจ และสอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียน (How)		กำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา เป็นขั้นวางแผนแก้ปัญหา	นักเรียนร่วมกันวางแผนและวิเคราะห์ปัญหา	ขั้นตอนที่ 3 วางแผนแก้ปัญหา
	การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายทั้งชั้น	นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ของตนเองกับผู้อื่น เป็นการแบ่งปันความรู้และประสบการณ์กับผู้อื่น (IF)	สรุปและประเมินค่านักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเองและประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่		นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองหรือของกลุ่มหน้าชั้นเรียนและอภิปรายร่วมกันเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้น	ขั้นตอนที่ 4 นำเสนอแผนที่วางไว้
ครูให้อิสระนักเรียนในการแก้ปัญหา โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา	นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียนให้นักเรียนแสดงแนวคิดสื่อสารวิธีการแก้ปัญหา	ครูให้นักเรียนใช้ความรู้ความเข้าใจ ทักษะที่ได้เรียนรู้ ปรับให้เข้ากับวิธีการ ตามความถนัดและความสนใจ และสอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียน (How)		ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน ขั้นนี้ทำให้เกิดการตัดสินใจเกี่ยวกับการปรับปรุงหรือยกเลิกแผน	นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาและร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการตามแผน	ขั้นตอนที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหา

ตาราง 8 (ต่อ)

CGI	opened approach	4MAT	Problem-Based	Metacognition	Active Learning	สังเคราะห์ได้เป็น
- นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้แก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน ในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง - ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีที่ใช้ หลังจากนักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง ครูเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม	- อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน	- นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ของตนเองกับผู้อื่น เป็นการแบ่งปันความรู้และประสบการณ์กับผู้อื่น (IF)	- สรุปและประเมินค่าของคำตอบนักเรียน แต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่	- ประเมินกระบวนการแก้ปัญหา ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่ - ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธคำตอบของปัญหา - สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา พิจารณากระบวนการสำคัญในการแก้ปัญหา ประเมินผลการแก้ปัญหาเพื่อปรับใช้ในสถานการณ์อื่น หาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และสะท้อนถึงความเชื่อมั่นและความพึงพอใจในกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหา	- อภิปรายร่วมกันในกลุ่ม ครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและกระตุ้นความคิด - นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองหรือของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้น - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิด ความรู้ที่ได้	ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด

ตาราง 8 (ต่อ)

CGI	opened approach	4MAT	Problem-Based	Metacognition	Active Learning	สังเคราะห์ได้เป็น
		นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้ ให้นักเรียนวิเคราะห์ชิ้นงานเพื่อนำไปสู่การประยุกต์หรือปรับปรุงชิ้นงานให้ดีขึ้น (IF)				ขั้นตอนที่ 7 ขยายความคิด

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ สามารถสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็น 7 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ

เป็นขั้นที่ครูสร้างแรงจูงใจ ยั่วเย้า โดยใช้ปัญหานำที่ครู/นักเรียนเสนอ ซึ่งเป็นปัญหาที่น่าสนใจและหลากหลายทั้งปัญหาในชีวิตจริง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่จะคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิธีการคือครูนำเสนอปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันคิดและอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นการคิดของนักเรียน โดยปัญหาที่นำเสนอจะไม่ยากไปเพื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน พิจารณานักเรียนจะใช้ยุทธวิธีใดในการคิด ยุทธวิธีที่นำมาใช้นั้นเหมาะสมหรือไม่ เพื่อเป็นการทำความเข้าใจวิธีการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาหลักที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้น/แนวคิดเดียวกับขั้นที่ 1 แต่มีระดับความยากมากขึ้น โดยใช้ใบกิจกรรมและสื่อการสอนประกอบการอภิปราย เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้ว ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ครูจะช่วยชี้แนะกระทั้งนักเรียนเข้าใจ โดยใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นความเข้าใจของนักเรียน ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ และบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด สิ่งใดสำคัญและสิ่งใดไม่สำคัญในสถานการณ์ปัญหา บอกได้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้ใดที่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหายิ่งขึ้น ขั้นนี้ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหานั้นที่สำคัญเพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจปัญหาไม่รู้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด แยกแยะประเด็นต่างๆ ของปัญหาไม่ได้ นักเรียนจะไม่สามารถใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้นได้ ครูจึงควรให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน โดยครูต้องมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริงซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการตอบคำถามของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหานั้น

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหานั้นโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหานั้นแล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 ทั้งสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น รวมทั้งให้นักเรียนอภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบและคาดการณ์คำตอบ พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจัดการข้อมูล ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหายุทธวิธีแก้ปัญหานั้นที่หลากหลายและเหมาะสม

และกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลในการวางแผนและคาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้ โดยใช้คำถามปลายเปิด

ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้

เป็นขั้นที่ให้ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวคิดที่แตกต่างของเพื่อนกลุ่มอื่น หากนักเรียนนำเสนอแนวคิดที่วางแผนไว้ไม่ชัดเจน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดความชัดเจน และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยเลือกจากที่กลุ่มตนเองคิดไว้หรือจากที่ตัวแทนกลุ่มอื่นๆ นำเสนอ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่เลือกยุทธวิธีนั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ร่วมกันหรือจากการเลือกหลังจากที่เพื่อนกลุ่มอื่นนำเสนอ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แล้วลงมือแก้ปัญหากระทั่งหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนต้องกำกับวิธีการต่างๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่เลือกไว้ หากยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่ นอกจากนี้ในระหว่างดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนต้องวิเคราะห์ด้วยว่ายุทธวิธีที่เลือกใช้มีความเหมาะสมหรือไม่และมีวิธีอื่นที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการเลือกใช้กฎ ทฤษฎี แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหา และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เหมาะสมในการนำเสนอแนวคิดของตนเองและของกลุ่ม

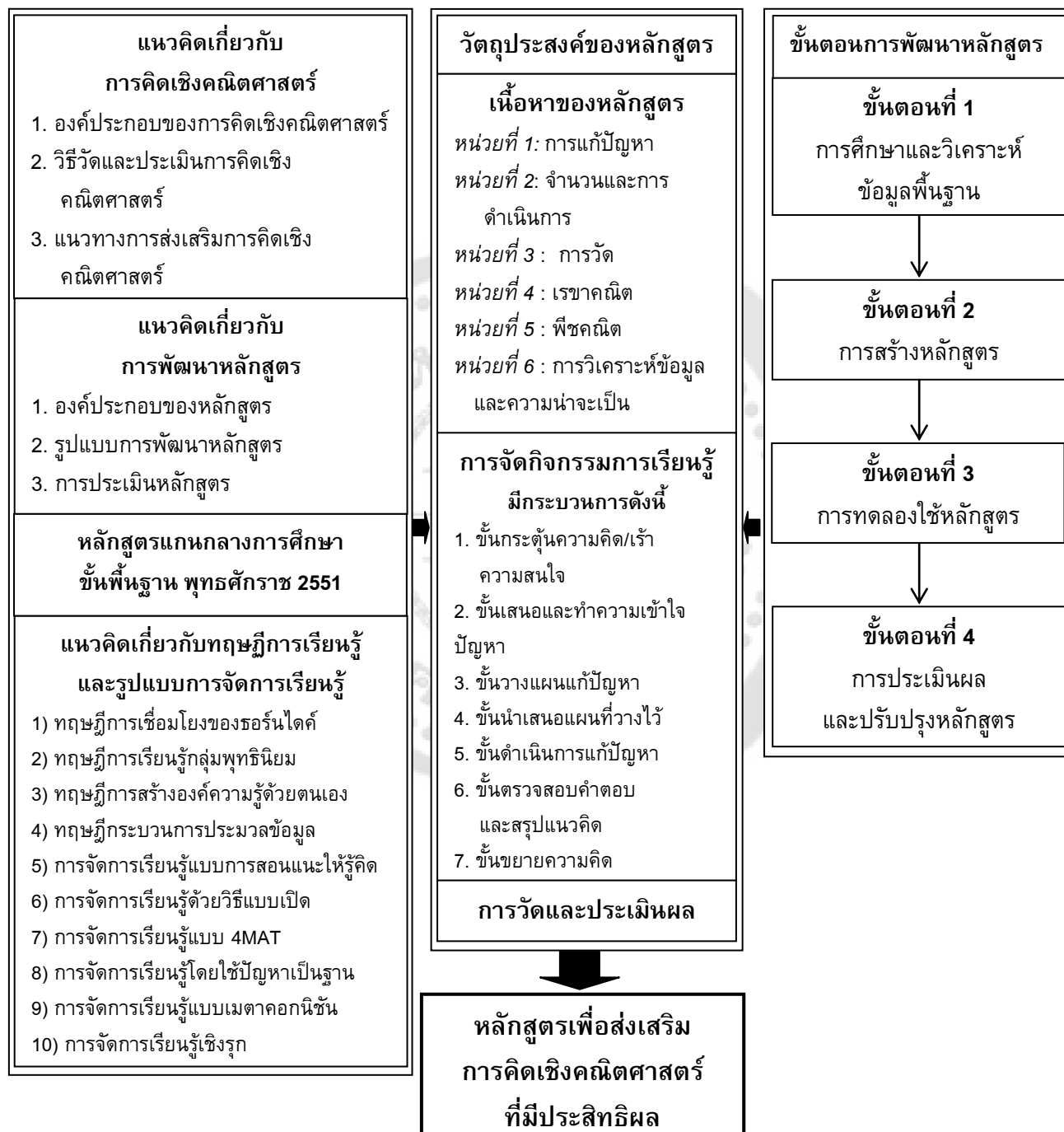
ขั้นที่ 6 ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ขั้นตอน และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ นักเรียนเขียนสรุปผลการเรียนรู้ในใบกิจกรรม จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อสรุปแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรม ในประเด็นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ คุณค่าของคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด

ขั้นที่ 7 ขั้นขยายความคิด

เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปช่วยในการตั้งปัญหา (problem posing) ทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นปัญหาปลายเปิดและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การพัฒนาหลักสูตร หลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ทฤษฎีการเรียนรู้และรูปแบบการจัดการเรียนรู้
สามารถอธิบายแนวทางในการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผล ผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์ และทาบา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นและพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อนำมาใช้ในการพัฒนาหลักสูตร โดยผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้รูปแบบต่างๆ

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร

เป็นการนำข้อมูลพื้นฐานที่ได้มากำหนดรายละเอียดของหลักสูตร ใน 4 องค์ประกอบ คือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล รวมทั้งจัดทำเอกสารประกอบหลักสูตร หาประสิทธิภาพของหลักสูตร ด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร และศึกษานำร่อง

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร

เป็นการนำหลักสูตรที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) 1 ห้องเรียน จำนวน 38 คน เป็นเวลา 16 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวมทั้งสิ้น 32 คาบ

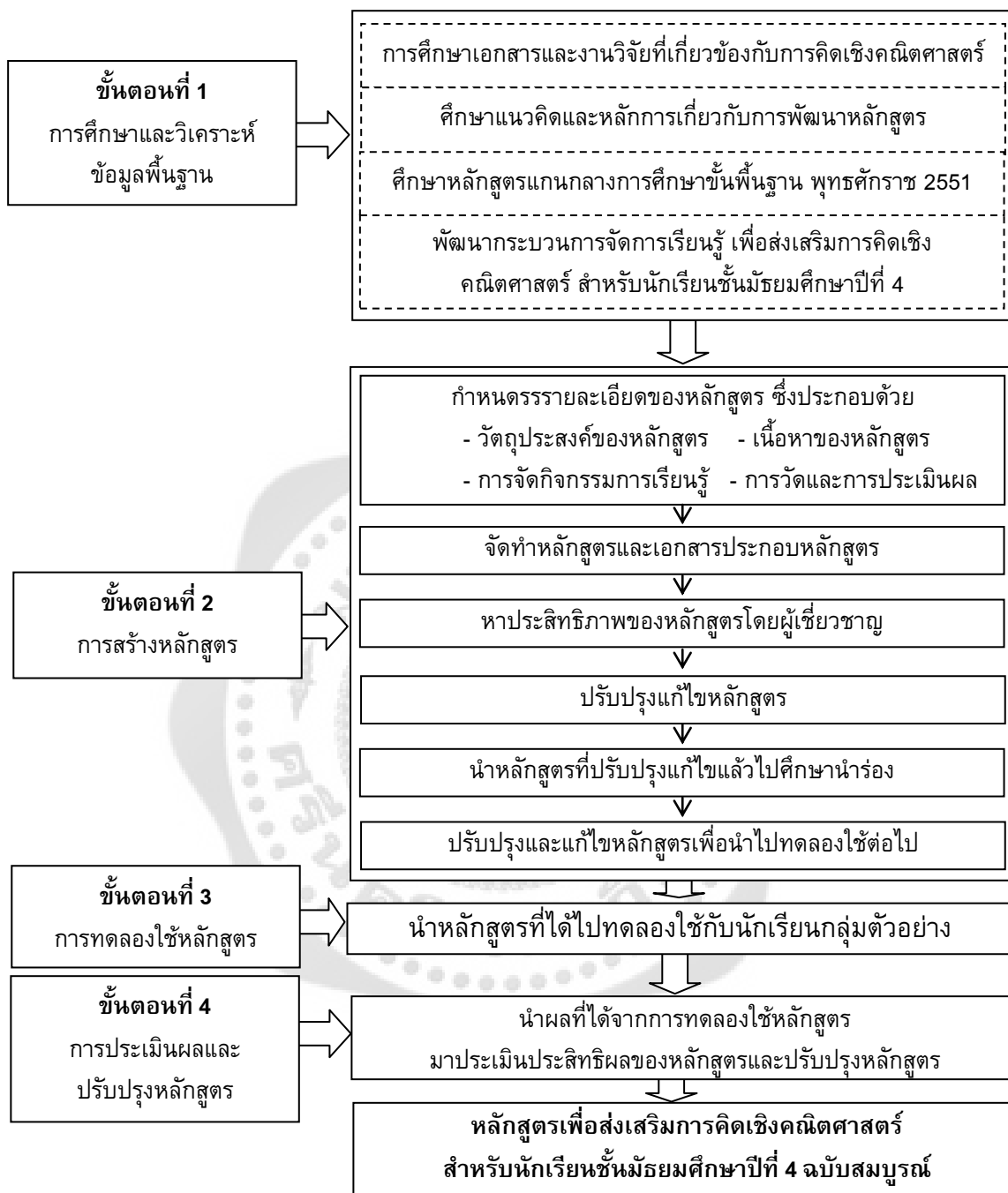
ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร

เป็นการนำผลที่ได้จากการทดลองใช้หลักสูตรมาประเมินประสิทธิผลของหลักสูตร และปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้ได้หลักสูตรฉบับสมบูรณ์

ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรสามารถแสดงได้ดังภาพประกอบ 13

ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตร

วิธีดำเนินการ



ภาพประกอบ 13 ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4 การดำเนินการพัฒนาหลักสูตรทั้ง 4 ขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

จุดมุ่งหมาย เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นและเป็นข้อมูลสำหรับนำมาใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับ 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ 2) การพัฒนาหลักสูตร 3) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และ 4) การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 4

ขั้นตอนการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน มีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเตรียมข้อมูลสำหรับกำหนดขอบเขตในการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) ในประเด็นเกี่ยวกับความหมายและองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Lim; & Hwa. 2007: 81-83; Yeap. 2007: 76; Isoda ;& Katagiri. 2012: 50-52; Mason; Burton; & Stacey. 2010: viii, 144-145; รุ่งทิวา นามารุง. 2550: 6) แนวทางการวัดและประเมินผลการศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (NCTM. 1989: 233-236; สสวท. 2555ข: 220-222; 2555ค: 89-95; อุษาดี จันทสนธิ. 2556: 12-48 - 12-53; ปรีชา เนาะเย็นผล. 2544: 51-58) และแนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (NCTM. 2000: 362-364; ปรีชา เนาะเย็นผล. 2544: 31-49; สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท. 2547: 16-19; สิริพร ทิพย์คง. 2545: 99; สมวงษ์ แปลงประสพโชค; สมเดช บุญประจักษ์; และจรรยา ภูอุดม. 2551: 20-28) มีรายละเอียดดังนี้

2. ศึกษาและวิเคราะห์แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร จากตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (Tyler. 1949: 1-10; Taba. 1962: 422-439; Madaus; Scriven; & Stufflebeam. 1983: 30-65; Oliva; & Gordon. 2013: 7-110; สัจด์ อุทรานันท์. 2530: 137-144; ชำรง บัวศรี. 2542: 8; ทิศนา แหมมณี. 2551: 135; วิชัย วงษ์ใหญ่. 2554: 57 - 58)

3. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 22, 56-57)

4. พัฒนาระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดำเนินการโดยสังเคราะห์ทฤษฎีการเรียนรู้และแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคด์ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล แนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การจัดการเรียนรู้แบบเมตาคอกนิชัน และการจัดการเรียนรู้เชิงรุก หลังจากได้กระบวนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 7 ขั้นตอนแล้ว ผู้วิจัยนำกระบวนการจัดการเรียนรู้

ดังกล่าวเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทซึ่งเป็นผู้ทรงคุณวุฒิทางด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท จากนั้นนำกระบวนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เพื่อประเมินความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้และรับข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมแบบมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) 5 ระดับ (มากที่สุด / มาก / ปานกลาง / น้อย / น้อยที่สุด) ผลการประเมินความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยรวม พบว่า กระบวนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด สามารถนำไปใช้ในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ รายละเอียดการประเมินปรากฏดังตาราง 20 ภาคผนวก ค หน้า 181

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร

จุดมุ่งหมาย เพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ในขั้นตอนที่ 2 เป็นขั้นตอนการสร้างและหาประสิทธิภาพของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. สร้างหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. จัดทำเอกสารประกอบหลักสูตร ซึ่งประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์
3. จัดทำแบบประเมินหลักสูตร
4. หาประสิทธิภาพของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
5. ศึกษานำร่องหลักสูตร

รายละเอียดแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. การสร้างหลักสูตร เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กำหนดรายละเอียดของหลักสูตร โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในขั้นตอนที่ 1 ดังนี้

1.1 วัตถุประสงค์ของหลักสูตร

กำหนดวัตถุประสงค์ของหลักสูตรตามขอบเขตของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 3 ด้าน ดังนี้

1.1.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.1.2 การดำเนินการทางการคิด และ

1.1.3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

1.2 เนื้อหาของหลักสูตร

กำหนดเนื้อหาของหลักสูตร โดยอาศัยแนวคิดที่ได้จากการศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร แบ่งหน่วยการเรียนรู้ในเนื้อหาของหลักสูตรเป็น 6 หน่วย ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสิ้น 32 คาบ โดยหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย

หน่วยที่ 1 การแก้ปัญหา	12 คาบ
หน่วยที่ 2 จำนวนและการดำเนินการ	4 คาบ
หน่วยที่ 3 การวัด	4 คาบ
หน่วยที่ 4 เรขาคณิต	4 คาบ
หน่วยที่ 5 พีชคณิต	4 คาบ
หน่วยที่ 6 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	4 คาบ

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจากการสังเคราะห์ทฤษฎีและการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน ตามเนื้อหาของหลักสูตร จัดทำสื่อการจัดการเรียนรู้ เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและภาระงานที่เหมาะสม

1.4 การวัดและการประเมินผล

กำหนดเครื่องมือและวิธีวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผลประกอบด้วย แบบทดสอบอัตนัยวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด แบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์และแบบเขียนความเรียง ดำเนินการวัดและประเมินผลนักเรียนทั้งก่อน ระหว่าง และหลังการทดลองใช้หลักสูตร

2. การจัดทำเอกสารประกอบหลักสูตรและการหาคุณภาพ

จัดทำเอกสารประกอบหลักสูตรซึ่งประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

2.1 การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการดังนี้

2.1.1 กำหนดกรอบของกิจกรรมการเรียนรู้ตามหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 6 หน่วย ตามสาระคณิตศาสตร์และเป็นเนื้อหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ดังนี้

หน่วยที่ 1 การแก้ปัญหา: กระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธี
แก้ปัญหา ใช้เวลา 12 คาบ

หน่วยที่ 2 จำนวนและการดำเนินการ: จำนวนนับและร้อยละ
ใช้เวลา 4 คาบ

หน่วยที่ 3 การวัด: พื้นที่และปริมาตร ใช้เวลา 4 คาบ

หน่วยที่ 4 เรขาคณิต: ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและความคล้าย
ใช้เวลา 4 คาบ

หน่วยที่ 5 พีชคณิต: ระบบสมการเชิงเส้น 3 ตัวแปรและอัตราเร็ว
ใช้เวลา 4 คาบ

หน่วยที่ 6 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: สถิติและความน่าจะเป็น ใช้เวลา 4 คาบ

2.1.2 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 16 แผน (แผนละ 2 คาบ) รวมทั้งสิ้น 32 คาบ โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

2.1.2.1 หน่วยการเรียนรู้และเวลาที่ใช้

2.1.2.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1.2.3 สาระสำคัญ

2.1.2.4 สาระการเรียนรู้

2.1.2.5 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

2.1.2.6 กิจกรรมการเรียนรู้ ใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน

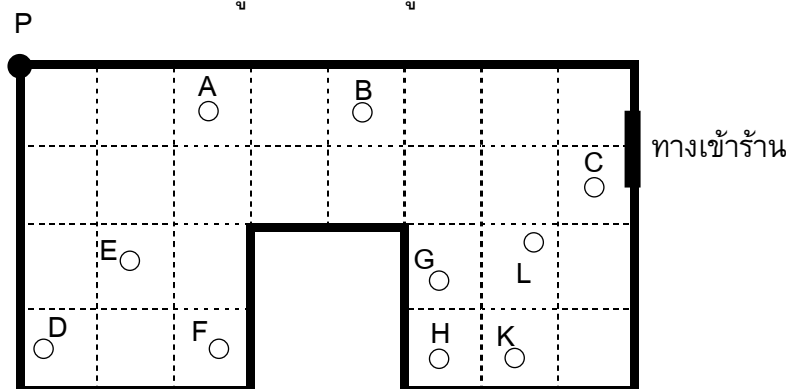
2.1.2.7 การวัดและการประเมินผล

2.1.2.8 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

โดยลักษณะกิจกรรมในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละคาบเป็นกิจกรรมที่ใช้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นตัวนำในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังเช่นภาพประกอบ 14 และ 15

ปัญหา: กล้องวงจรปิด

ร้านค้าแห่งหนึ่งต้องการป้องกันการขโมยของในร้าน จึงตัดสินใจที่จะติดตั้งกล้องในร้าน โดยกล้องที่ติดเป็นกล้องที่หมุนได้รอบ 360° จับภาพได้ทุกทิศทาง เจ้าของร้านติดกล้องไว้ที่จุด P ซึ่งอยู่ที่มุมของร้าน และจุดแต่ละจุดในแผนผังแสดงถึงตำแหน่งที่ลูกค้าสืบคนยืนอยู่ในร้าน



1. ใครในร้านที่กล้อง P ไม่สามารถจับภาพได้ จงอธิบายแนวคิด พร้อมทั้งแสดงให้เห็นโดยใช้แผนภาพ
2. เจ้าของร้านแห่งนี้กล่าวว่า "ประมาณ 16% ของพื้นที่ในร้านนี้ที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้" นักเรียนคิดว่าคำกล่าวของเจ้าของถูกต้องหรือไม่ จงอธิบายแนวคิด
3. เจ้าของร้านตัดสินใจที่จะย้ายกล้องไปตำแหน่งใหม่เพื่อให้สามารถจับภาพลูกค้าได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าตำแหน่งใดควรเป็นตำแหน่งใหม่ที่เจ้าของร้านควรติดกล้อง อธิบายเหตุผล

ภาพประกอบ 14 สถานการณ์ปัญหากล้องวงจรปิด

ปัญหา: แบ่งลูกอม

พลอยมีลูกอมอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อแบ่งลูกอมออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน พลอยให้ออมหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน แล้วแบ่งลูกอมที่เหลือออกเป็น 3 ส่วนเท่ากัน แล้วให้แก้มหยิบไปอีกหนึ่งส่วน แล้วแบ่งลูกอมที่เหลืออยู่ออกเป็น 3 ส่วนเท่ากัน และให้พลอยหยิบไปหนึ่งส่วน ถ้าเหลือลูกอมอยู่ 16 เม็ด เดิมพลอยมีลูกอมอยู่กี่เม็ด

ภาพประกอบ 15 สถานการณ์ปัญหาแบ่งลูกอม

2.1.3 นำกิจกรรมการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์ศึกษาจำนวน 5 คน ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบวัดแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ คือ เหมาะสมมากที่สุด เหมาะสมมาก เหมาะสมปานกลาง เหมาะสมน้อย และเหมาะสมน้อยที่สุด ผลการประเมิน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ทุกแผนมี

ความเหมาะสมในระดับมาก สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ พร้อมทั้งนำข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้กิจกรรมการเรียนรู้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2.2 การสร้างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1) แบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด จำนวน 3 ฉบับ และ 2) แบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือดังนี้

2.2.1 แบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด ประกอบด้วยแบบทดสอบจำนวน 3 ฉบับ คือ ฉบับที่ 1 ใช้ทดสอบก่อนและหลังการใช้หลักสูตร ฉบับที่ 2 ใช้ทดสอบระหว่างการใช้หลักสูตรครั้งที่ 1 และ ฉบับที่ 3 ใช้ทดสอบระหว่างการใช้หลักสูตรครั้งที่ 2 ดำเนินการดังนี้

2.2.1.1 ศึกษาแนวทางการสร้างแบบทดสอบอัตนัยและตัวอย่างแบบทดสอบที่สอดคล้องกับการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แล้วจัดทำแบบทดสอบให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

2.2.1.2 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2.1.3 สร้างแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด มีรายละเอียดดังนี้ ฉบับที่ 1: แบบทดสอบก่อนและหลังการใช้หลักสูตร จำนวน 7 ข้อ ฉบับที่ 2: แบบทดสอบระหว่างการใช้หลักสูตรครั้งที่ 1 จำนวน 4 ข้อ และฉบับที่ 3: แบบทดสอบระหว่างการใช้หลักสูตรครั้งที่ 2 จำนวน 4 ข้อ

2.2.1.4 สร้างเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบ (scoring rubrics) ซึ่งปรับปรุงจาก Hwa; & Lim (2008: 85) ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 311) สาขาคณิตศาสตร์ ประถมศึกษา สสวท. (2545: 50-52; 2555ค: 93-94) และสิรินทรา มินทะขัติ (2556: 166-167) และนำแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดและเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของเกณฑ์การประเมิน โดยเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบ ปรากฏดังตาราง 9 - 12

ตาราง 9 เกณฑ์การประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	การแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2	นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและสามารถดำเนินการทางการคิดกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
1	- นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาถูกต้อง แต่ไม่สามารถดำเนินการทางการคิดกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง หรือ - นักเรียนไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่สามารถดำเนินการทางการคิดกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
0	นักเรียนไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ และไม่สามารถดำเนินการทางการคิดกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

ตาราง 10 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	การแสดงการดำเนินการทางการคิดด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่เหมาะสม แสดงวิธีแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์
2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง เลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม ดำเนินการได้บางส่วนแต่ไม่สามารถดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง หรือ - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง เลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้องนำไปสู่คำตอบที่ผิดพลาด หรือ - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง เลือกใช้ยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสม แต่สามารถดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง
1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ไม่สามารถเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม และไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ หรือ - ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการได้ถูกต้อง ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่แสดงรายละเอียดของวิธีดำเนินการ
0	ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือ คัดลอกข้อมูลจากปัญหาแต่ไม่แสดงถึงความเข้าใจปัญหา

ตาราง 11 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการให้เหตุผล

คะแนน	การแสดงผลการดำเนินการทางการคิดด้านการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
2	อธิบายแนวคิดหรือมีการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบ โดยใช้หลักการ ข้อความ หรือ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ชัดเจน สมเหตุสมผล
1	- อธิบายแนวคิดหรือมีการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบ โดยใช้หลักการ ข้อความ หรือ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด แต่ยังไม่ชัดเจน หรือ - อธิบายแนวคิดหรือมีการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบ โดยใช้หลักการ ข้อความ หรือ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน แต่ชัดเจน
0	- อธิบายแนวคิดหรือมีการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบ โดยใช้หลักการ ข้อความ หรือ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่อธิบายแนวคิดหรือไม่มีการอ้างอิงเพื่อสนับสนุนคำตอบ

ตาราง 12 เกณฑ์การประเมินการดำเนินการทางการคิดด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด

คะแนน	การแสดงผลการดำเนินการทางการคิดด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาหรือดำเนินการแก้ปัญหาได้ เหมาะสมกับปัญหา ชัดเจน และสมบูรณ์
1	ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาหรือดำเนินการแก้ปัญหา แต่ยังไม่ชัดเจนและไม่สมบูรณ์
0	ไม่ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาและในการแก้ปัญหา

2.2.1.5 นำแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด และเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบที่ปรับแก้ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทให้ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 5 คน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ทางด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การประเมินดังนี้

คะแนน + 1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าสอดคล้องกับ
จุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่าสอดคล้อง
จุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าไม่สอดคล้อง
จุดประสงค์การเรียนรู้

จากนั้นนำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมา

คำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence หรือ IOC) ใช้สูตรค่าดัชนี
ความสอดคล้อง ดังนี้

$$\text{สูตร } IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC หมายถึง ดัชนีความสอดคล้อง

R หมายถึง คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่าน

N หมายถึง จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

และคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง .60 - 1.00
โดยเลือกแบบทดสอบฉบับที่ 1 จำนวน 6 ข้อ แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบ
ฉบับที่ 3 จำนวน 4 ข้อ

2.2.1.6 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่
กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน
1 ห้องเรียน 39 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 และตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การประเมิน
แบบทดสอบและดูความเหมาะสมของเกณฑ์การประเมินแบบทดสอบ จากนั้นนำคะแนนที่ได้จาก
การตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์มาวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย
(difficulty index) และค่าอำนาจจำแนก (discriminant index) คัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยากง่าย
ตั้งแต่ .20 ถึง .80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543:
199-201) โดยแบบทดสอบฉบับที่ 1 เลือกไว้จำนวน 5 ข้อ แบบทดสอบฉบับที่ 2 และฉบับที่ 3 เลือก
ไว้ฉบับละ 3 ข้อ ซึ่งข้อสอบแต่ละข้อในแบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความยากง่ายระหว่าง .35 ถึง
.67 และค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .38 ถึง .76 รายละเอียดปรากฏผลดังตาราง 25-27 ในภาคผนวก
ค หน้า 185-186

2.2.1.7 นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 2.2.1.6 มาคำนวณ
เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (reliability) ของแบบทดสอบอัตนัยทั้งฉบับ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา
ของครอนบัค (Cronbach) โดยแบบทดสอบฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .86

แบบทดสอบฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .87 และแบบทดสอบฉบับที่ 3 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .89

2.2.2 แบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการดังนี้

2.2.2.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมของนักเรียนที่บ่งบอกว่ามีอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ (NCTM. 1989: 233-236) แล้วจึงกำหนดขอบเขตในการศึกษาอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ จากนั้นศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ หลักการสร้างแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบ

2.2.2.2 สร้างแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 31 ข้อ ประกอบด้วยข้อคำถามวัดความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 14 ข้อ ข้อคำถามวัดความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 7 ข้อ และข้อคำถามวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ โดยปรับปรุงจากแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ของวิลคินส์ (Wilkins. 2010: online) และแบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงของบุญญา แซ่หล่อ (2550: 163-164) ซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) 5 ระดับ

2.2.2.3 นำแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 31 ข้อ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและด้านจิตวิทยาการศึกษา จำนวน 3 คน ตรวจสอบความถูกต้องและความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง ตลอดจนความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

- คะแนน +1 สำหรับข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าสอดคล้องกับอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน
- คะแนน 0 สำหรับข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน
- คะแนน -1 สำหรับข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญที่แน่ใจว่าไม่สอดคล้องกับอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน

2.2.2.4 นำแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน โดยเลือกแบบวัดข้อที่มีค่า IOC ระหว่าง .67-1.00 จำนวน 28 ข้อ ประกอบด้วยข้อคำถามวัดความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 13 ข้อ ข้อคำถามวัดความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ และข้อคำถามวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ

2.2.2.5 นำแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบอรรถศาสตร์

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด และตรวจให้คะแนนโดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ในกรณีข้อความมีความหมายทางบวกกำหนดคะแนน ดังนี้

มากที่สุด ให้คะแนน	5	คะแนน
มาก ให้คะแนน	4	คะแนน
ปานกลาง ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย ให้คะแนน	2	คะแนน
น้อยที่สุด ให้คะแนน	1	คะแนน

ในกรณีข้อความมีความหมายทางลบ กำหนดคะแนน ดังนี้

มากที่สุด ให้คะแนน	1	คะแนน
มาก ให้คะแนน	2	คะแนน
ปานกลาง ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย ให้คะแนน	4	คะแนน
น้อยที่สุด ให้คะแนน	5	คะแนน

2.2.2.6 นำคะแนนจากการตรวจให้คะแนนแบบวัดอัจฉริยะทาง

คณิตศาสตร์มาวิเคราะห์หาอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ โดยใช้วิธี t-test independent แล้วคัดเลือกข้อคำถามของแบบวัดอัจฉริยะทางคณิตศาสตร์ที่มีอำนาจจำแนก (มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05) ไว้จำนวน 23 ข้อ ประกอบด้วยข้อคำถามวัดความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 9 ข้อ ข้อคำถามวัดความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ และข้อคำถามวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ จำนวน 9 ข้อ รายละเอียดปรากฏผลดังตาราง 28 ในภาคผนวก ค หน้า 187-188

2.2.2.7 นำแบบวัดอัจฉริยะทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกไว้จำนวน

23 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดอัจฉริยะทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดอัจฉริยะทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .91

3. การจัดทำแบบประเมินหลักสูตร

จัดทำแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมิน

ความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร ตรวจสอบคุณภาพของแบบประเมิน และปรับปรุงแก้ไข โดยดำเนินการดังนี้

3.1 กำหนดประเด็นในการประเมิน โดยวิเคราะห์จากการศึกษา

รายละเอียดของหลักสูตร แล้วสร้างข้อคำถามให้ครอบคลุมองค์ประกอบของหลักสูตรทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล

3.2 จัดทำแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรจะเป็นข้อคำถามเพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาถึงระดับความเหมาะสมขององค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบในหลักสูตร เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ คือ เหมาะสมมากที่สุด เหมาะสมมาก เหมาะสมปานกลาง เหมาะสมน้อย และเหมาะสมน้อยที่สุด และที่ว่างให้ผู้เชี่ยวชาญเขียนข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงหลักสูตรในแต่ละองค์ประกอบ และแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร เป็นข้อคำถามเพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาถึงความสอดคล้องกันระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 3 ระดับ สอดคล้อง ไม่แน่ใจ และไม่สอดคล้อง และที่ว่างให้ผู้เชี่ยวชาญเขียนข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงหลักสูตรในแต่ละองค์ประกอบ

3.3 ตรวจสอบคุณภาพของแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนาหลักสูตร เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงและความสอดคล้องของข้อคำถาม ผลการดำเนินการ พบว่า แบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรสามารถนำไปใช้ในการประเมินได้ แต่ต้องปรับภาษาที่ใช้ในบางข้อคำถาม เช่น เนื้อหาแต่ละหน่วยเป็นแก่นสารความรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ ให้เปลี่ยนเป็น เนื้อหาแต่ละหน่วยเป็นสาระสำคัญของความรู้คณิตศาสตร์ เป็นต้น

3.4 ปรับปรุงแก้ไขแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและแบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ แล้วจัดทำแบบประเมินฉบับสมบูรณ์

ตัวอย่าง แบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตร

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบในหลักสูตรแต่ละรายการ และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ข้อ ที่	รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	ด้านวัตถุประสงค์ของหลักสูตร: วัตถุประสงค์มีการระบุทิศทาง การดำเนินการที่ชัดเจนสามารถนำไปปฏิบัติได้					
2	ด้านเนื้อหา: เนื้อหาในแต่ละหน่วยช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์แก่นักเรียน					
3	ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้: วิธีจัดการเรียนรู้ช่วยในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์					

ข้อเสนอแนะ.....

เกณฑ์การแปลงค่าคะแนน ดังนี้

มีความเหมาะสมมากที่สุด	หมายถึง	5	คะแนน
มีความเหมาะสมมาก	หมายถึง	4	คะแนน
มีความเหมาะสมปานกลาง	หมายถึง	3	คะแนน
มีความเหมาะสมน้อย	หมายถึง	2	คะแนน
มีความเหมาะสมน้อยที่สุด	หมายถึง	1	คะแนน

ตัวอย่าง แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินพิจารณาความสอดคล้องของแต่ละองค์ประกอบของหลักสูตร

และทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็น		
		สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
1	เนื้อหาของหลักสูตรกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร			
2	การวัดและประเมินผลกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร			
3	เนื้อหาของหลักสูตรกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			

ข้อเสนอแนะ.....

เกณฑ์การแปลงค่าคะแนน ดังนี้

สอดคล้อง	ได้คะแนน	1 คะแนน
ไม่แน่ใจ	ได้คะแนน	0 คะแนน
ไม่สอดคล้อง	ได้คะแนน	-1 คะแนน

4. การหาประสิทธิภาพของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หาประสิทธิภาพของหลักสูตรในด้านความเหมาะสมของหลักสูตร
และความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนาหลักสูตร
ด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และด้านคณิตศาสตร์ศึกษา รวมทั้งสิ้น 5 คน และปรับปรุงแก้ไข
หลักสูตรตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดำเนินการดังนี้

4.1 นำหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเอกสารประกอบหลักสูตร ประกอบด้วย แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้
และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผ่านการประเมินและปรับปรุงแก้ไข เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน
5 คน เพื่อประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบ
ในหลักสูตร

4.2 นำแบบประเมินที่ได้รับคืนจากผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำข้อมูลที่ได้จากแบบประเมินความเหมาะสมของหลักสูตร มาวิเคราะห์หาคะแนนเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ย ดังนี้

- คะแนนเฉลี่ย 4.50 - 5.00 แปลความว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมมากที่สุด
- คะแนนเฉลี่ย 3.50 - 4.49 แปลความว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมมาก
- คะแนนเฉลี่ย 2.50 - 3.49 แปลความว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมปานกลาง
- คะแนนเฉลี่ย 1.50 - 2.49 แปลความว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมน้อย
- คะแนนเฉลี่ย 1.00 - 1.49 แปลความว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมน้อยมาก

และนำข้อมูลที่ได้จากการประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรมาวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง ผลจากการประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบของหลักสูตร พบว่า หลักสูตรมีความเหมาะสมในระดับมาก โดยมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 4.21 - 4.46 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าตั้งแต่ .53 ถึง .76 และแต่ละองค์ประกอบในหลักสูตรมีความสอดคล้องกัน โดยความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรในภาพรวมมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ .99 รายละเอียดอยู่ในบทที่ 4 หน้า 122-123

4.3 นำข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญที่ได้จากการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรมาปรับปรุงแก้ไขหลักสูตร และนำหลักสูตรที่ปรับปรุงแก้ไขไปศึกษานำร่องต่อไป

5. การศึกษานำร่องหลักสูตร

เป็นการนำหลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ คือ มีความเหมาะสมและมีความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร ไปศึกษานำร่องกับนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) 1 ห้องเรียน จำนวน 39 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 เพื่อศึกษาความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของหลักสูตร โดยในระหว่างการศึกษา นำร่องผู้วิจัยจัดบันทึกข้อค้นพบและปัญหาจากการนำหลักสูตรไปใช้ แล้วนำข้อมูลที่ได้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อขอข้อเสนอแนะและนำมาปรับปรุงแก้ไขหลักสูตร ก่อนนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร

จุดมุ่งหมาย เพื่อนำหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนการทดลองใช้หลักสูตร มีรายละเอียดดังนี้

1. เตรียมการก่อนการทดลองใช้หลักสูตร โดยจัดเตรียมเอกสารประกอบหลักสูตร ซึ่งประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และใบกิจกรรมการเรียนรู้ ตามจำนวนนักเรียน

2. เลือกแบบแผนการทดลองใช้หลักสูตร

เนื่องจากหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นหลักสูตรในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจงอย่างมีจุดมุ่งหมาย จึงเลือกใช้แบบแผนการทดลองแบบ one group pretest-posttest design มีแบบแผน ดังนี้

$$O_1 \times O_2$$

เมื่อ X แทน การใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 O_1 แทน การทดสอบก่อนเรียน
 O_2 แทน การทดสอบหลังเรียน

3. ก่อนดำเนินการใช้หลักสูตร ผู้วิจัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 1 และแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 1 ห้องเรียน จำนวน 38 คน ที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

4. ดำเนินการใช้หลักสูตรกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยระหว่างดำเนินการใช้หลักสูตร ผู้วิจัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 หลังจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 12 คาบ โดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 2 และระยะที่ 2 หลังจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 24 คาบ โดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 3 เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการวิเคราะห์พัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านดังกล่าวของนักเรียน รวมทั้งมอบหมายให้นักเรียนเขียนความเรียงเพื่อแสดงความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์

5. หลังดำเนินการใช้หลักสูตร ผู้วิจัยประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 1 และแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นฉบับเดียวกับที่วัดก่อนการใช้หลักสูตร

6. นำแบบทดสอบอรรถศาสตร์วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดทั้ง 3 ฉบับ มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้และนำแบบวัด

อัตรศาสตร์ทางคณิตศาสตร์มาหาคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงปริมาณและทำการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

6.1 นำแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดทั้ง 3 ฉบับ มาหาคะแนนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบค่า t (t-test dependent samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการใช้หลักสูตร และคำนวณค่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยเพื่อใช้ในการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

6.2 นำแบบวัดอัตรศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณคะแนนเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

7. นำแบบทดสอบอัตนัยวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดทั้ง 3 ฉบับ มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำไปเขียนความเรียงมาวิเคราะห์อัตรศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในด้านความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ รวมทั้งนำบทสัมภาษณ์ของนักเรียนมาวิเคราะห์อัตรศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร

จุดมุ่งหมาย เพื่อประเมินประสิทธิผลของการใช้หลักสูตรและรวบรวมข้อเสนอแนะต่าง ๆ มาปรับปรุงหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับสมบูรณ์

ขั้นตอนการประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร มีรายละเอียดดังนี้

1. นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลมาเปรียบเทียบก่อนและหลังการใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยถ้าวัดคะแนนเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนการทดลองใช้หลักสูตรอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านสูงขึ้น แสดงว่าหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิผล
2. ปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและจัดทำเป็นหลักสูตรฉบับสมบูรณ์

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความมุ่งหมายที่สำคัญเพื่อ

1. พัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การนำเสนอผลการศึกษาแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โดยมีรายละเอียดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
S.D.	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณา t-test
p	แทน	ค่าความน่าจะเป็น (probability) ของค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ
**	แทน	ความมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.1 ผลการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

1.1.1 จากการศึกษาและวิเคราะห์แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยกำหนดขอบเขตของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของลิ้มและฮวา และรุ่งทิพา นามารุง โดยกำหนดขอบเขตในการศึกษาเป็น 3 ด้าน คือ 1) ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2) ด้านการดำเนินการทางการคิด ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด 3) ด้านอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1.1.1.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์: การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางสมองที่ใช้ในการคิด ซึ่งเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และจะนำมาใช้เมื่อต้องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนจะให้การให้เหตุผลที่เหมาะสม สนับสนุนวิธีหาคำตอบของปัญหาและให้เหตุผลเพื่ออธิบายถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ นอกจากนี้ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนยังต้องอาศัยการนำเสนอตัวแทนความคิดที่เหมาะสม เพื่อหาทางออกของปัญหาและสื่อสารแนวคิดของตนเอง

1.1.1.2 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์: การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ด้าน คือ 1) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2) การดำเนินการทางการคิด และ 3) อัจฉลยทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1.1.1.2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียน ในการระบุเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหา และนำข้อมูลข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ โครงสร้างหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการดำเนินการทางการคิด

1.1.1.2.2 การดำเนินการทางการคิด หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด มีรายละเอียดดังนี้

1.1.1.2.2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน และยุทธวิธีในการหาคำตอบของปัญหา โดยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการประยุกต์ใช้ความรู้ต่างๆ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถบอกได้ว่าสิ่งที่ปัญหาต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้คืออะไร แล้วนำความรู้ที่มีมาเชื่อมโยงกับปัญหาแล้วพิจารณาเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา จากนั้นจึงดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหาและแผนที่วางไว้ กระทั่งได้คำตอบของปัญหาอย่างถูกต้อง แล้วตรวจสอบคำตอบที่ได้

1.1.1.2.2.2 การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการคิดที่อาศัยการวิเคราะห์ เพื่อรวบรวมข้อมูลมาใช้ในการอธิบาย หาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหา เพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการให้เหตุผลพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบด้วยหลักการ ข้อความ หรือทฤษฎีต่างๆ อย่างสมเหตุสมผล

1.1.1.2.2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด หมายถึง กระบวนการในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดที่กะทัดรัด ชัดเจน และง่ายต่อความเข้าใจ ซึ่งการนำเสนอตัวแทนความคิดพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการใช้แผนภาพ รูปภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ รูปเรขาคณิต ตาราง กราฟ สมการ อสมการ หรือฟังก์ชัน ในการทำความเข้าใจปัญหาหรือการดำเนินการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นได้เข้าใจ

1.1.1.2.3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ลักษณะนิสัยที่มีมาจากการเชื่อของนักเรียนในการทำคณิตศาสตร์และความรู้สึกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผลต่อวิธีการในการเข้าถึงปัญหาและพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ในลักษณะของความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1.1.1.2.3.1 ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ หมายถึง ความตั้งใจ ความพยายาม ไม่ย่อท้อต่อสิ่งที่ทำ และลงมือทำจนกระทั่งบรรลุผลสำเร็จ

1.1.1.2.3.2 ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ หมายถึง การปรับเปลี่ยนวิธีคิดตามสถานการณ์ โดยพยายามเลือกวิธีการที่เห็นว่ามีประสิทธิภาพเพื่อช่วยให้งานบรรลุผล

1.1.1.2.3.3 การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ หมายถึง การมองเห็นถึงความสำคัญหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ในการศึกษาต่อ รวมทั้งในการพัฒนาความเจริญในด้านต่างๆ

1.1.1.3 แนวทางการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาแนวทางการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากหนังสือและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า วิธีการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถวัดได้ด้วยการทำแบบทดสอบ การตอบแบบสอบถาม การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ การเขียนความเรียง และการสัมภาษณ์นักเรียน

1.1.1.4 แนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาแนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากหนังสือและบทความ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรเน้นให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับประสบการณ์ที่จัดขึ้นใหม่ เป็นการให้นักเรียนได้เริ่มต้นการเรียนรู้จากสิ่งที่คุ้นเคย โดยเริ่มต้นด้วยการเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์และกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนรู้ อยากแก้ปัญหา ครูใช้คำถามยั่วๆ และคำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียน ให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม มีการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ในระหว่างการแก้ปัญหาควรปลูกฝังให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ ฝึกให้นักเรียนคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลและฝึกด้วยกระบวนการกลุ่ม เพราะการฝึกแบบเป็นกลุ่มจะเป็นการสร้างปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เมื่อนักเรียนคิดปัญหาเพียงคนเดียวไม่ออก แต่ได้รับคำแนะนำจากเพื่อนหรือครูจนสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จจะทำให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้กระบวนการจัดการเรียนรู้ควรจัดเป็นลำดับขั้นจากง่ายไปยากและมีความต่อเนื่องของบทเรียน มีการให้ข้อมูลป้อนกลับสู่ผู้เรียนเพื่อให้นักเรียนปรับปรุงแก้ไขในส่วนที่ผิดพลาดและเป็นการเสริมแรงแก่นักเรียนเมื่อนักเรียนทำได้ถูกต้อง เมื่อจบบทเรียนครูให้นักเรียนได้สร้างสรรค์ผลงาน เช่น การตั้งปัญหาที่เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงเพื่อให้นักเรียนมีอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ดี บทบาทของครูเป็นผู้ออกแบบกิจกรรมที่

เหมาะสม ครูเป็นผู้ชี้แนะ ให้คำแนะนำแก่นักเรียน เป็นผู้สร้างแรงจูงใจ กระตุ้นการคิดของนักเรียน โดยใช้คำถามที่ยั่วเย้า เป็นผู้อำนวยความสะดวกทั้งทางวิชาการและสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ และเป็นผู้ประเมินผลงานและวิธีคิดของนักเรียน

1.1.2 จากการศึกษาและวิเคราะห์แนวคิดและหลักการเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร จากตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยกำหนดและเลือกแนวทางการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์และทาบา เพราะมีแนวทางการพัฒนาหลักสูตรที่กระชับ เป็นระบบชัดเจนและสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง และกำหนดองค์ประกอบของหลักสูตรเป็น 4 องค์ประกอบคือ 1) วัตถุประสงค์ของหลักสูตร 2) เนื้อหาของหลักสูตร 3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ 4) การวัดและประเมินผล

1.1.3 จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 พบว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กำหนดกรอบโครงสร้างเวลาเรียนในระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายในรายวิชาที่มี 1 หน่วยกิต ใช้เกณฑ์เวลา 40 ชั่วโมง ต่อภาคเรียน โดยสามารถปรับให้เหมาะสมตามบริบทของสถานศึกษาและสภาพของผู้เรียน และได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งสิ้น 6 สาระ คือ 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ 6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.1.4 ผลการสังเคราะห์ทฤษฎีการเรียนรู้และแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล แนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การจัดการเรียนรู้แบบเมตาคอกนิชัน และการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ได้กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็น 7 ขั้นตอน ปรากฏดังตาราง 13

ตาราง 13 กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบ การจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
1. ขั้นกระตุ้น ความคิด/เร้า ความสนใจ	♦ ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล: บุคคลจะเลือกรับสิ่งเร้าที่ตนเองสนใจ ♦ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (บรูเนอร์): แรงจูงใจภายในให้อยากรู้ อยากเห็น	♦ CGI: ครูนำเสนอปัญหา โดยเลือกปัญหาที่น่าสนใจ เป็นปัญหาที่สอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริง ♦ 4MAT (ขั้น WHY: กระตุ้นให้นักเรียนคิด สร้างแรงจูงใจ และความสนใจ) ♦ PBL: ครูกำหนดปัญหา โดยจัดสถานการณ์ปัญหากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ ♦ Opened Approach: ครูนำเสนอปัญหาที่เป็นปลายเปิดเข้าสู่บทเรียน ♦ Active Learning: ครูเข้าสู่เนื้อหาโดยสร้างแรงจูงใจ ให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น	ครูสร้างแรงจูงใจ ยั่วเย้า โดยใช้ปัญหานำที่ครู/นักเรียนเสนอ ซึ่งเป็นปัญหาที่น่าสนใจและหลากหลายทั้งปัญหาในชีวิตจริง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่จะคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิธีการคือครูนำเสนอปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันคิดและอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นการคิดของนักเรียน โดยปัญหาที่น่าสนใจจะไม่ยากไปเพื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน พิจารณานักเรียนจะใช้ยุทธวิธีใดในการคิด ยุทธวิธีที่นำมาใช้นั้นเหมาะสมหรือไม่ เพื่อเป็นการทำความเข้าใจวิธีการคิดของนักเรียน บทบาทครู: สร้างแรงจูงใจ ยั่วเย้า กระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ โดยใช้คำถามปลายเปิดและเป็นผู้เสนอปัญหาที่หลากหลาย ทำท่ายความสามารถนักเรียน บทบาทนักเรียน: เป็นผู้อภิปรายปัญหา

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
2. ข้อเสนอแนะและทำความเข้าใจปัญหา	♦ ทฤษฎีการสร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเอง: การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นอยู่กับความรู้เดิมและความเข้าใจที่มีอยู่ในปัจจุบัน ♦ ทฤษฎีการเชื่อมโยง (ธอร์นไคค์): กฎแห่งความพร้อม การเรียนรู้จะเกิดได้ดีถ้านักเรียนพร้อม	♦ CGI: ครูช่วยแนะนำให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหา ♦ Metacognition: นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยการอ่านกำหนดแนวคิดวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อพิจารณาลักษณะของปัญหา และเชื่อมโยงกับหลักการทางคณิตศาสตร์ ♦ PBL: นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องสามารถอธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ ♦ Active Learning: นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา	ครูนำเสนอปัญหาหลักที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา/แนวคิดเดียวกับขั้นที่ 1 แต่มีระดับความยากมากขึ้น โดยใช้ใบกิจกรรมและสื่อการสอนประกอบการอภิปราย เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้ว ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ครูจะช่วยเหลือและกระตุ้นนักเรียนเข้าใจ โดยใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นความเข้าใจของนักเรียน ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด สิ่งใดสำคัญและสิ่งใดไม่สำคัญในสถานการณ์ปัญหา บอกได้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้ใดที่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหายิ่งขึ้น ขั้นนี้ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่สำคัญเพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจปัญหาไม่รู้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใดแยกแยะประเด็นต่างๆ ของปัญหาไม่ได้ นักเรียนจะไม่สามารถใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ครูจึงควรให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน โดยครูต้องมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริงซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการตอบคำถามของนักเรียน บทบาทครู: ชี้แนะนักเรียนให้เข้าใจปัญหา เป็นผู้อำนวยความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูล และเป็นผู้ฝึกให้นักเรียนเรียนรู้กระบวนการคิดด้วยตนเอง บทบาทนักเรียน: ทำความเข้าใจปัญหาและตรวจสอบความคิดของตนเอง

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
ขั้นที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	♦ ทฤษฎีการเรียนรู้ กลุ่มพุทธินิยม: การเรียนรู้ของมนุษย์เป็นกระบวนการทางความคิดที่เกิดจากการสะสมข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูล แล้วดึงข้อมูลออกมาใช้ในการแก้ปัญหา ♦ ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง: ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ ♦ ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง: วิกตอทสกี - ในขณะที่เด็กคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองไม่ออก แต่ได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนหรือครู เขาจะทำได้สำเร็จ ♦ ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล: ตระหนักในความคิดของตนเอง คบคุมการคิด วางแผนการคิด เลือกยุทธวิธีมาใช้ในการเรียนรู้	♦ CGI: ครูช่วยชี้แนะนักเรียนในการวางแผน ♦ Metacognition: กำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา เป็นขั้นวางแผนแก้ปัญหา ♦ PBL: ดำเนินการศึกษาค้นคว้าสิ่งที่ต้องการ แล้วนำมาสังเคราะห์ นำข้อมูลมาแลกเปลี่ยนร่วมกันอภิปราย สังเคราะห์ความรู้ที่ได้ว่าเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ♦ Active Learning: นักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหา ♦ 4MAT: (what) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ประสบการณ์ โดยการอภิปราย อาศัยความรู้และประสบการณ์เดิม	ครูให้นักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาแล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 ทั้งสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนอภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบและคาดการณ์คำตอบ พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจัดการข้อมูล ในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม และกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลในการวางแผนและคาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้ โดยใช้คำถามปลายเปิด บทบาทครู: เป็นผู้อำนวยการความสะดวกนักเรียนในการแสวงหาข้อมูล กระตุ้นให้นักเรียนหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสม กระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิด ให้เหตุผลและนำเสนอตัวแทนความคิดของตนเอง บทบาทนักเรียน: แสวงหาข้อมูลด้วยตนเอง วางแผนแก้ปัญหาย่างมีเหตุผล แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันระหว่างเพื่อน

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
4. ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้	♦ ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง: ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ ♦ ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล: ตระหนักในความคิดของตนเอง	♦ CGI: นักเรียนรายงานผล ครูเลือกถามนักเรียนถึงวิธีการที่พวกเขาวางแผน พร้อมทั้งเหตุผล ♦ open approach: ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายทั้งชั้น ♦ Active Learning: นักเรียนนำเสนอแนวคิดของกลุ่มหน้าชั้นเรียน และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้น	ให้ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวคิดที่แตกต่างของเพื่อนกลุ่มอื่น หากนักเรียนนำเสนอแนวคิดที่วางแผนไว้ไม่ชัดเจน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดความชัดเจน และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องพิจารณาเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยเลือกจากที่กลุ่มตนเองคิดไว้หรือจากที่ตัวแทนกลุ่มอื่นๆ นำเสนอ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่เลือกยุทธวิธีนั้น บทบาทครู: ให้คำแนะนำ รับฟัง และกระตุ้นความคิดของนักเรียน บทบาทนักเรียน: นำเสนอแนวคิดของกลุ่ม
5. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	♦ ทฤษฎีการเชื่อมโยง (ซอร์นไคต์): การลงมือลองถูกปรับเปลี่ยนไปเรื่อยๆ จนพบรูปแบบที่ให้ผลที่พึงพอใจมากที่สุด ♦ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (เพียเจต์): อายุ 11 ปีขึ้นไปอยู่ในขั้นนามธรรมคิดอย่างมีเหตุผลคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ♦ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (บรูเนอร์): เรียนรู้จากกระบวนการค้นพบด้วยตนเอง ♦ ทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง: นักเรียนสร้างความเข้าใจในการเรียนรู้ด้วยตนเอง	♦ CGI: ครูให้อิสระนักเรียนในการแก้ปัญหา ♦ 4MAT: (How) นักเรียนลงมือปฏิบัติและใช้ความรู้ความเข้าใจทักษะที่ได้เรียนรู้ปรับให้เข้ากับวิธีการตามความถนัดและสอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียน ♦ PBL: นักเรียนใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษามาแก้ปัญหา ♦ open approach: นักเรียนลงมือแก้ปัญหา แสดงแนวคิด สื่อสารวิธีแก้ปัญหา ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน ♦ Active Learning: นักเรียนดำเนินการตามแผน ครูเป็นกระตุ้นความคิด ♦ Metacognition: ดำเนินการแก้ปัญหตามแผน ขั้นนี้ทำให้เกิดการตัดสินใจเกี่ยวกับการปรับปรุงหรือยกเลิกแผน	นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ร่วมกัน หรือจากการเลือกหลังจากที่เพื่อนกลุ่มอื่นนำเสนอ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แล้วลงมือแก้ปัญหาคะทั่งหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนต้องกำกับวิธีการต่างๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่เลือกไว้ หากยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องหายยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่นอกจากนี้ในระหว่างดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนต้องวิเคราะห์ด้วยว่ายุทธวิธีที่เลือกใช้มีความเหมาะสมหรือไม่ และมีวิธีอื่นที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการเลือกใช้กฎ ทฤษฎี แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหา และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เหมาะสมในการนำเสนอแนวคิดของตนเองและของกลุ่ม บทบาทครู: กระตุ้นโดยใช้คำถามหรือชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้ อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ มีการให้เหตุผล และนำเสนอตัวแทนความคิด รวมทั้งติดตามการปฏิบัติงานและให้คำปรึกษา บทบาทนักเรียน: ลงมือปฏิบัติ ลงมือแก้ปัญหา กำกับควบคุม ตรวจสอบความคิดของตนเองในระหว่างการแก้ปัญหา หากไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จนักเรียนต้องพิจารณาหายยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นๆ ที่เหมาะสมโดยอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
6. ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด	♦ ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล: ทบทวนความเหมาะสมของขั้นตอนและวิธีการที่ใช้ เพื่อตัดสินใจเลือกและปรับปรุงวิธีการให้ถูกต้องและเหมาะสม รวมทั้งประเมินผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ♦ ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (เพียเจต์): ขั้นนามธรรมการคิดอย่างมีเหตุมีผล	♦ CGI: นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูเลือกถามเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ พร้อมทั้งเหตุผล ♦ Metacognition: ขั้นประเมินผล ประเมินกระบวนการแก้ปัญหา ประเมินว่าคำตอบนั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่ ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไข ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธคำตอบของปัญหา ♦ open approach: อภิปรายร่วมกันทั้งชั้น และสรุปโดยการเชื่อมโยงความคิดร่วมกัน ♦ PBL: สรุป ประเมินค่าของคำตอบ นักเรียน แต่ละกลุ่มสรุปผลงานและประเมินผลงาน พร้อมทั้งนำเสนอผลงาน ♦ Active Learning: นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุป	นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ขั้นตอน และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ นักเรียนเขียนสรุปผลการเรียนรู้ในใบกิจกรรม จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อสรุปแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรม ในประเด็นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ คุณค่าของคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด บทบาทครู: ประเมินความคิดของนักเรียน โดยประเมินว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร โดยใช้คำถาม เป็นผู้ร่วมสรุปและให้คำแนะนำ รวมทั้งให้ข้อมูลป้อนกลับแก่นักเรียน บทบาทนักเรียน: รายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา รวมทั้งอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ตาราง 13 (ต่อ)

ขั้นตอน	ทฤษฎีการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการเรียนรู้	แนวทางการจัดการเรียนรู้
7. ขยายความคิด	♦ ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์: ทำบ่อยๆ ด้วยความเข้าใจจะทำให้การเรียนรู้คงทน ♦ ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล: กระบวนการขยายความคิด	♦ 4MAT: (IF) นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้ให้นักเรียนวิเคราะห์ชิ้นงานเพื่อนำไปสู่การประยุกต์หรือปรับปรุงชิ้นงาน	ให้นักเรียนนำการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปช่วยในการตั้งปัญหา (problem posing) ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง บทบาทครู: มอบหมายภาระงานที่ใช้ความรู้ที่เรียนมาในสถานการณ์ที่แตกต่างและเป็นผู้ประเมินผลงานนักเรียน บทบาทนักเรียน: สร้างงานและนำเสนองานที่สร้างขึ้น

1.2 ผลการสร้างหลักสูตร

จากการดำเนินการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามกระบวนการพัฒนาหลักสูตร ผลการดำเนินการมีรายละเอียดดังนี้

โครงสร้างของหลักสูตรประกอบด้วย 4 องค์ประกอบคือ

องค์ประกอบที่ 1 วัตถุประสงค์ของหลักสูตร

เพื่อให้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ใน 3 ด้าน คือ 1) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2) การดำเนินการทางการคิด และ 3) อรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่ 2 เนื้อหาของหลักสูตร

กำหนดเนื้อหาของหลักสูตร โดยใช้สาระของวิชาคณิตศาสตร์ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย 6 หน่วย คือ 1) การแก้ปัญหา 2) จำนวนและการดำเนินการ 3) การวัด 4) เรขาคณิต 5) พีชคณิต และ 6) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสิ้น 32 คาบ

องค์ประกอบที่ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามเนื้อหาของหลักสูตรที่กำหนดไว้ โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้จากการสังเคราะห์ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ (Thorndike's classical connectionism) ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพุทธินิยม (cognitivism) ทฤษฎี การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructivism) ทฤษฎีกระบวนการประมวลข้อมูล (information processing

theory) การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) การจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีแบบเปิด (open approach) การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) การจัดการเรียนรู้แบบเมตาคอกนิชัน (metacognition) และ การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (active learning) ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นกระตุ้นความคิด/เร้าความสนใจ 2) ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา 3) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 4) ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้ 5) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 6) ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด 7) ขั้นขยายความคิด ซึ่งกระบวนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและพบว่ากระบวนการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ปรากฏผลดังตาราง 20 ในภาคผนวก ค หน้า 181

องค์ประกอบที่ 4 การวัดและประเมินผล

ดำเนินการวัดและประเมินผลควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบวัตถุประสงค์ในแต่ละข้อ โดยวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ทั้งก่อน ระหว่าง และหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดสอบด้วยแบบทดสอบ การสังเกต พฤติกรรมการเรียน การตรวจงานนักเรียนทั้งไปกิจกรรมและการเขียนความเรียง และการทำแบบวัด อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

1.3 ผลการประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตร

ผู้วิจัยประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตร โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการพัฒนาหลักสูตรจำนวน 2 คน ด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และด้านคณิตศาสตร์ศึกษาจำนวน 3 คน ประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร ผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร ปรากฏผลดังตาราง 14 และ 15 ตามลำดับ

ตาราง 14 ผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรในภาพรวม โดยผู้เชี่ยวชาญ

องค์ประกอบของหลักสูตร	$\bar{X}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. วัตถุประสงค์ของหลักสูตร	4.35	0.67	มาก
2. เนื้อหาของหลักสูตร	4.46	0.61	มาก
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.42	0.53	มาก
4. การวัดและประเมินผล	4.21	0.76	มาก
รวม	4.34	0.66	มาก

จากตาราง 14 พบว่า หลักสูตรในภาพรวมมีความเหมาะสมในระดับมาก และเมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบของหลักสูตรพบว่า ทุกองค์ประกอบของหลักสูตรมีความเหมาะสมในระดับมาก

และเมื่อพิจารณาในแต่ละองค์ประกอบพบว่า ด้านวัตถุประสงค์ของหลักสูตร มีความเหมาะสมมากที่สุดในเรื่องความชัดเจนด้านผลการเรียนรู้ของนักเรียน (ปรากฏผลดังตาราง 21 ในภาคผนวก ค หน้า 181) ด้านเนื้อหาของหลักสูตร มีความเหมาะสมมากที่สุดในเรื่องเนื้อหาแต่ละหน่วยเป็นสาระสำคัญของความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาในแต่ละหน่วยจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เนื้อหาที่มีประโยชน์ต่อผู้เรียนทั้งในปัจจุบันและอนาคต และเนื้อหาที่กำหนดไว้มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ (ปรากฏผลดังตาราง 22 ในภาคผนวก ค หน้า 182) ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมที่สุดในเรื่องวิธีจัดการเรียนรู้ช่วยในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ กิจกรรมเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้กระบวนการกลุ่ม กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน และสถานการณ์ปัญหาช่วยกระตุ้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (ปรากฏผลดังตาราง 23 ในภาคผนวก ค หน้า 183) และด้านการวัดและประเมินผลมีความเหมาะสมที่สุดในเรื่องการระบุวิธีวัดผลไว้อย่างชัดเจนและวิธีวัดผลสามารถวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ (ปรากฏผลดังตาราง 24 ในภาคผนวก ค หน้า 184)

ตาราง 15 ผลการประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ค่าดัชนี ความสอดคล้อง	ผลการประเมิน
1. เนื้อหาของหลักสูตรกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร	1	สอดคล้อง
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร	1	สอดคล้อง
3. การวัดและประเมินผลกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร	1	สอดคล้อง
4. เนื้อหาของหลักสูตรกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	1	สอดคล้อง
5. การวัดและประเมินผลกับเนื้อหาของหลักสูตร	1	สอดคล้อง
6. การวัดและประเมินผลกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	0.80	สอดคล้อง
7. หน่วยการเรียนรู้กับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร	1	สอดคล้อง
7.1 หน่วยที่ 1		
7.2 หน่วยที่ 2	1	สอดคล้อง
7.3 หน่วยที่ 3	1	สอดคล้อง
7.4 หน่วยที่ 4	1	สอดคล้อง
7.5 หน่วยที่ 5	1	สอดคล้อง
7.6 หน่วยที่ 6	1	สอดคล้อง
รวม	0.99	สอดคล้อง

จากตาราง 15 ในภาพรวมของหลักสูตร พบว่า องค์ประกอบในหลักสูตรมีความสอดคล้องกัน ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ .99 และเมื่อพิจารณาระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรพบว่า หลักสูตรมีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง .80 - 1.00

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำคำแนะนำจากผู้เชี่ยวชาญมาใช้ในการปรับปรุงหลักสูตรเพื่อให้หลักสูตรมีความสมบูรณ์ก่อนนำไปศึกษานำร่องและทดลองใช้ต่อไป ดังนี้

1. วัตถุประสงค์ของหลักสูตร ได้ปรับคำที่ใช้คือแต่เดิมระบุไว้ว่า "นักเรียนมีอักษณาสัยอยู่ในระดับดี" โดยตัดคำว่า "อยู่ในระดับดี" ออก เพราะคำนี้เป็นเกณฑ์การประเมินซึ่งมักเขียนไว้ในจุดประสงค์การเรียนรู้มากกว่าเขียนไว้ในวัตถุประสงค์ของหลักสูตร
2. เนื้อหาของหลักสูตร ได้ปรับปรุงรายละเอียดของเนื้อหาให้ชัดเจนมากขึ้นว่ามีวิธีดำเนินการในแต่ละหน่วยการเรียนรู้อย่างไรและมุ่งเน้นส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านใด
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีการปรับขั้นตอนที่ 7 ขยายความคิด เพิ่มการอธิบายโดยสะท้อนให้เห็นว่าเป็นขั้นการนำสาระสำคัญ (main concept) ทางคณิตศาสตร์มาคิดต่อเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นจุดเน้นของหลักสูตรที่ต้องการส่งเสริม
4. แผนการจัดการเรียนรู้ ในส่วนของกิจกรรมมีความชัดเจนดี แต่ปรับปรุงในด้านการวัดและประเมินผล คือ ต้องระบุวิธีวัดและประเมินผลให้ชัดเจนและตรงกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในแต่ละด้าน
5. การวัดและประเมินผล ปรับปรุงโดยระบุวิธีการวัดและประเมินผล เครื่องมือที่ใช้วิธีการรวบรวม และเกณฑ์การประเมินให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การนำเสนอผลการประเมินประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ผลการประเมินการเปลี่ยนแปลงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน
2. ผลการประเมินพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดใน 4 ระยะ และอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏของนักเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ผลการประเมินการเปลี่ยนแปลงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ปรากฏผล

ดังตาราง 16

ตาราง 16 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านก่อนและหลัง
การทดลองใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การคิดเชิงคณิตศาสตร์	คะแนน เต็ม	ก่อนทดลอง		หลังทดลอง		t	p
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.		
1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์	8	1.89	1.35	4.50	1.61	9.92**	.00
2. การดำเนินการทางการคิด	35	8.97	5.89	24.74	4.74	17.06**	.00
2.1 การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	15	4.47	2.80	11.24	1.91	15.08**	.00
2.2 การให้เหตุผล	10	2.21	1.66	6.00	1.99	11.29**	.00
2.3 การนำเสนอตัวแทน ความคิด	10	2.29	1.84	7.50	1.41	17.96**	.00
3. อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์	115	83.32	9.80	90.47	9.71	7.00**	.00

จากตาราง 16 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านหลังทดลองใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนทดลองใช้หลักสูตรอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการประเมินพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด 4 ระยะ คือ ระยะที่ 1 ก่อนการทดลองใช้หลักสูตร ระยะที่ 2 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรครั้งที่ 1 ทำการทดสอบกับนักเรียนหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทั้งหมด 12 คาบ ระยะที่ 3 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรครั้งที่ 2 ทำการทดสอบกับนักเรียนหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทั้งหมด 24 คาบ และระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทั้งหมด 32 คาบ โดยมี การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ และประเมินอัจฉริยภาพ คณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการเขียนความเรียงและการสัมภาษณ์ โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกรณีศึกษา 8 คน แบ่งเป็นด้านการดำเนินการทางการคิด 3 คน และด้านอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ 5 คน ดังนี้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณปรากฏผลดังตาราง 17

ตาราง 17 แสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิด
ใน 4 ระยะ จำแนกเป็นรายด้านและภาพรวม

ตัวแปรที่ศึกษา	ระยะที่			
	1	2	3	4
1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์	23.68	53.29	50.00	56.25
2. การดำเนินการทางการคิด				
2.1 การแก้ปัญหามathematics	29.82	47.95	59.06	74.91
2.2 การให้เหตุผล	22.11	52.63	57.89	60.00
2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด	22.89	63.16	67.54	75.00
ภาพรวม	25.28	54.00	58.67	67.99

จากตาราง 17 พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดที่ดีขึ้น เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในด้านการดำเนินการทางการคิดมากขึ้นในแต่ละระยะ แต่ในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีคะแนนเปลี่ยนแปลงแบบไม่คงเส้นคงวา กล่าวคือ ในช่วงแรกจากระยะที่ 1 ไประยะที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มมากขึ้น แต่ช่วงที่สองคือ จากระยะที่ 2 ไป ระยะที่ 3 มีการเปลี่ยนแปลงที่ลดลง และช่วงสุดท้ายมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอีกครั้ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ มีการเปลี่ยนแปลงดังนี้

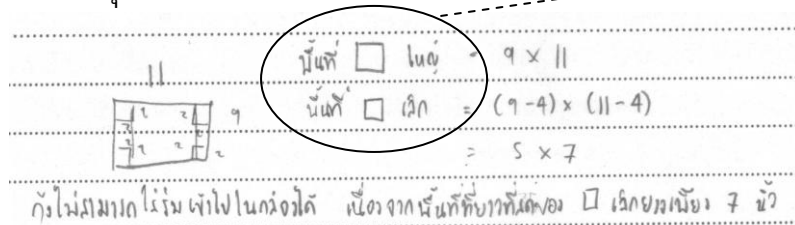
1. ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 1 ก่อนการทดลองใช้หลักสูตร

นักเรียนร้อยละ 89.47 ของนักเรียนทั้งหมด ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สอดคล้องกับสาระของปัญหาหรือนักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สอดคล้องกับปัญหามาใช้ในการดำเนินการทางการคิด ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 16 นักเรียนอ่านปัญหาแล้วแสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแทนที่จะใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องตามสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

ก๊วยต้องการทำกล่องสำหรับใส่ร่มโดยใช้กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวด้านกว้างเท่ากับ 9 นิ้ว และความยาวด้านยาว 11 นิ้ว โดยตัดมุมทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 2 นิ้ว แล้วพับขึ้นโดยใช้เทปกาวยึดประกอบเป็นกล่องสำหรับใส่ร่ม ถ้าก๊วยมีร่มซึ่งยาว 8.5 นิ้ว ก๊วยจะใส่ร่มลงในกล่องได้หรือไม่



แสดงแนวคิดที่ใช้
 ความรู้เรื่องพื้นที่รูป
 สี่เหลี่ยมมุมฉาก

ภาพประกอบ 16 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 1

ระยะที่ 2 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 12 คาบ

นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาผ่านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนร้อยละ 63.16 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถระบุและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการทางการคิดเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหา และสามารถสื่อความหมายในรูปการเขียนได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 17 นักเรียนสามารถระบุได้อย่างถูกต้องว่าใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและสามารถใช้ความรู้ในเรื่องดังกล่าวในการดำเนินการทางการคิดได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ปัญหาที่ 2: สนามหน้าบ้าน

สนามหญ้าหน้าบ้านของนกและผึ้งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความยาวรอบสนามเท่ากัน คือ 24 เมตร ถ้าสนามหญ้าหน้าบ้านของนกมีพื้นที่มากกว่าของสนามหญ้าของผึ้งอยู่ 8 ตารางเมตร และขนาดของสนามหญ้าของบ้านทั้งสองเป็นจำนวนเต็ม แล้วพื้นที่สนามหญ้าของทั้งสองคนเป็นเท่าใด

– ความรู้ทางคณิตศาสตร์ : พื้นที่ □ มุมฉาก ความยาวรอบรูป □ มุมฉาก

2.2) วิธีคิด. สนามหญ้ามักความยาวรอบรูป (□ มุมฉาก) 24 เมตร

แบ่งออกได้ขนาด กว้าง	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5	กรณีที่ 6
	$24 = 4(6)$ จ. ได้ ยาวด้านละ 6 ม. มันท. $6 \times 6 = 36 \text{ ม}^2$	$24 = 2(9+3)$ จ. ได้ ยาวด้านละ 9 ม. และ ด้านรับ (3 ม.) มันท. $9 \times 3 = 27 \text{ ม}^2$	$24 = 2(10+2)$ " 10 ม. " 2 ม. มันท. $10 \times 2 = 20 \text{ ม}^2$	$24 = 2(8+4)$ " 8 ม. " 4 ม. มันท. $8 \times 4 = 32 \text{ ม}^2$	$24 = 2(11+1)$ " 11 ม. " 1 ม. มันท. $11 \times 1 = 11 \text{ ม}^2$	$24 = 2(7+5)$ " 7 ม. " 5 ม. มันท. $7 \times 5 = 35 \text{ ม}^2$

∴ ตามเกณฑ์ทั้งหมด ตกใจข้อที่ 2 นก. สนามหญ้าของนก มากกว่า ผึ้งอยู่ 8

แสดงแนวคิดที่ใช้ความรู้เรื่องความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ถูกต้อง

แสดงแนวคิดที่ใช้ความรู้เรื่องความยาวรอบรูปและพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ถูกต้อง

∴ สนามของนก มันท. 35 ม^2

∴ สนามของผึ้ง มันท. 27 ม^2

ภาพประกอบ 17 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 2

ระยะที่ 3 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 24 คาบ

นักเรียนได้เรียนรู้เพิ่มเติมจากระยะที่ 2 ในสาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด และเรขาคณิต ในระยะนี้เมื่อวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จึงพบว่านักเรียนร้อยละ 63.16 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถบอกและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการทางการคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยสื่อความหมายในรูปการเขียนและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจนดังภาพประกอบ 18 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ คือ เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ถูกต้อง และใช้ความรู้ดังกล่าวในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้อง และชัดเจน

ปัญหาที่ 3: เสา

โรเจอร์ เฟเดอเรอร์ นักเทนนิสชาวสวิตเซอร์แลนด์สูง 6 ฟุต ยืนอยู่กึ่งกลางระหว่างเสาไฟสปอร์ตไลท์ 2 ต้น ที่มีความสูงเท่ากันคือ 38 ฟุต และเสาทั้งสองต้นอยู่ห่างกัน 80 ฟุต ไฟสปอร์ตไลท์ส่องมาที่ตัวเขาทำให้เงาของเขาทอดยาวไปด้านหน้าและด้านหลังในทิศทางตรงข้าม แล้วผลรวมของความยาวเงาของเฟเดอเรอร์เท่ากับเท่าใด

การแก้ปัญหาค้นค่า : สมมติให้ x

ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้อง

$$\Delta ABC \sim \Delta GHC$$

$$\text{ได้ว่า } \frac{AB}{GH} = \frac{AC}{GC} = \frac{BC}{HC} \quad \therefore \frac{38}{6} = \frac{40+x}{x} \quad \therefore 38x = 240 + 6x$$

$$38x - 6x = 240$$

$$32x = 240$$

$$x = \frac{240}{32} = \frac{60}{8} = \frac{30}{4}$$

$\therefore$ ความยาวของไฟสปอร์ตไลท์ คือ $15\frac{1}{2} \times 2$ ได้ 15 นิ้ว

แสดงแนวคิดที่ใช้ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ถูกต้องและชัดเจน

ภาพประกอบ 18 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 3

ระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระยะนี้นักเรียนร้อยละ 71.05 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสาระของปัญหา นำไปสู่การดำเนินการทางการคิดที่ถูกต้อง ชัดเจน ดังภาพประกอบ 19 นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์คือ ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ถูกต้องสอดคล้องกับปัญหาและสามารถใช้ทฤษฎีบทดังกล่าวในการดำเนินการทางการคิดกระทั่งได้คำตอบของปัญหาที่ถูกต้องและอธิบายเหตุผลประกอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ : นักทอกรั่ม

ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง

แก้ปัญหานี้ออกด้านละ 2 ด้าน มี 2 ด้าน จึงตัดออก 4 ชิ้น

ด้านแรก 9 ซม. จ.แนวข้อ 9 - 4 = 5 นิ้ว

11 ซม. จ.แนวข้อ 11 - 4 = 7 นิ้ว

ด้านที่ยาวที่ตัดจนจบแล้ว 7 นิ้ว

จ.จ. ไม่สามารถใส่ร่มเข้าไปในกล่องได้ เพราะด้านที่ยาวที่ตัดจนจบแล้วนั้น ยาวน้อยกว่าร่ม แต่ถ้าใส่แบบเฉียงหัวเข้าไปได้ เพราะ จากการ ทำนักทอกรั่มได้ $\sqrt{74}$ จึงนำเข้าไปใส่ได้

แสดงแนวคิดโดยใช้ความรู้ที่ระบุ และได้คำตอบของปัญหาที่ถูกต้องเหมาะสม

ภาพประกอบ 19 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 4

2. ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 1 ก่อนการทดลองใช้หลักสูตร

ในระยะนี้นักเรียนส่วนมากไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหาได้อย่างถูกต้อง ส่งผลให้นักเรียนร้อยละ 84.21 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ดังภาพประกอบ 20 นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ 1 โดยระบุว่าปัญหาลดคล้อยกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจปัญหาอย่างแท้จริง ทำให้นักเรียนแสดงแนวคิดให้การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ทั้งที่พยายามทำความเข้าใจปัญหาด้วยการวาดแผนภาพแต่ก็ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง

เรื่อง บท.ท.

ด้าน 9 ซม. ด้าน 11 ซม. ด้าน 9 ซม. ด้าน 11 ซม.

ด้าน 5 ซม. ด้าน 7 ซม. ด้าน 5 ซม. ด้าน 7 ซม.

พยายามทำความเข้าใจปัญหาด้วยการวาดแผนภาพ

1 ไม่มาได้พอไปมาวก

ภาพประกอบ 20 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 1

ในระยนี้นักเรียนร้อยละ 36.84 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถเลือกยทวิธีที่เหมะสมกับ สถานการณ์ปัญหา แต่ยอธิบายแนวคิดไม่ชัดเจน แต่มีร้อยละ 23.68 ของนักเรียนทั้งหมด ที่สามารถอธิบายแนวคิดประกอบการให้เหตุผล และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพือช่วยใน การแก้ปัญหา ซึ่งมีจำนวนนักเรียนเพิ่มมากขึ้นกว่าในระยที่ 2 ดังภาพประกอบ 22 นักเรียนแสดง ความพยายามในการทำควมเข้าใจปัญหาที่ 3 ด้วยการวาดแผนภาพ ระบควมรู้ที่นำมาใช้ได้และ เลือกใช้ยทวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมะสม รวมทั้งแสดงวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และอธิบาย เหตุผลได้อย่างชัดเจน

ปัญหาที่ 3: เา

ยุทธวิธี : วาดภาพ ใช้ตัวแทน

สิ่งที่ได้ : Δ คล้าย

ระบควมรู้ทางคณิตศาสตร์ และเลือกยทวิธีแก้ปัญหา ได้อย่างเหมะสม

มีการนำเสนอตัวแทนความคิด ด้วยการวาดแผนภาพ

$ABC \sim DEC$ (มุมที่ C)
 $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$ ($\hat{B}, \hat{E}$ มุมที่ A)
 $\frac{38}{b} = \frac{AC}{DC} = \frac{40+y}{y}$ ($\hat{A}, \hat{D}$ มุมที่ A)
 $38y = 240 + by$
 $38y - by = 240$
 $32y = 240$
 $y = 7.5$

ผลรวมของเงทั้งหมด คือ $7.5 + 7.5 = 15$ ฟุต

มีการให้เหตุผล เพื่อสนับสนุน แนวคิดและ ดำเนินการ แก้ปัญหาได้ ถูกต้องและชัดเจน

ภาพประกอบ 22 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยที่ 3

ระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร

หลังจากนักเรียนได้ฝึกการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านหลักสูตรที่สร้างขึ้น พบว่า มีนักเรียนร้อยละ 97.37 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน รวมทั้งสามารถบอกได้อย่างถูกต้องว่าปัญหาสอดคล้องกับความรู้ทาง คณิตศาสตร์เรื่องใด เลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยใช้ การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างชัดเจน กระทั่งได้คำตอบของปัญหาที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ

23

ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

โจทย์กำหนด : ต้องการหากล่องใส่ร่ม 1 ใบ โดยตามแบบรูป □ พื้นผิวทั้ง 6 ด้านของกล่อง = 9 และยาว 11 โดยที่มุมทั้ง 4 ด้านจะ 2 นิ้ว แล้วพับขึ้นโดยใช้เทปพลาสติกติดปกปิดกล่อง

โจทย์ถาม : กว้างสูงกี่มิลลิเมตร 8.5 นิ้ว จ. 1.5 คมของใบร่มเปิดออกได้ 10 นิ้ว เพราะเหตุใด

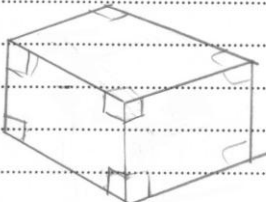
ยุทธวิธี : วาดภาพ โจทย์แปร
สิ่งที่ได้ : จดหมาย

ระบุยุทธวิธีที่นำมาใช้
และความรู้ทาง
คณิตศาสตร์ได้
ถูกต้อง เหมาะสม

ระบุสิ่งที่ปัญหา
ต้องการและข้อมูลที่
กำหนดให้ได้ถูกต้อง

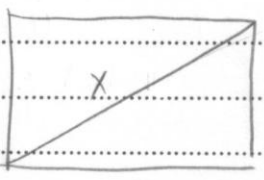
อธิบายแนวคิด
ในการแก้ปัญหา
ได้ชัดเจน
ถูกต้อง และใช้
การนำเสนอ
ตัวแทนความคิด
ด้วยการวาด
แผนภาพและ
สัญลักษณ์ทาง
คณิตศาสตร์ได้
อย่างชัดเจน

กล่อง



ถ้าตัดออก 4 นิ้ว กว้าง = $11 - 4 = 7$ นิ้ว
กว้าง : $11 - 4 = 5$ นิ้ว

กล่อง



$$7^2 + 5^2 = X^2$$

$$49 + 25 = X^2$$

$$74 = X^2$$

$$\sqrt{74} = X$$

ได้ 14 นิ้ว เพราะ เส้นทะแยงมุมของกล่องยาวกว่า 10 นิ้ว

ภาพประกอบ 23 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระยะที่ 4

3. ด้านการให้เหตุผล

ระยะที่ 1 ก่อนการทดลองใช้หลักสูตร

นักเรียนร้อยละ 92.11 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ รวมทั้งยังไม่สามารถอธิบายแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ผู้วิจัยวิเคราะห์การให้เหตุผลของนักเรียน โดยใช้ปัญหาที่ 5 ซึ่งแสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่านักเรียนมีการให้เหตุผลเป็นอย่างไร ดังภาพประกอบ 24 นักเรียนพยายามวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล โดยพยายามเขียนวิเคราะห์จากข้อมูลที่ปัญหากำหนดมาให้ในแต่ละข้อ แต่เขียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงบางส่วน

ปัญหาที่ 5: ใครเป็นใคร

เพื่อน 4 คน คือ มนัส สุวัฒน์ อังคณา และพรพิมล ทำงานที่แตกต่างกัน 4 อาชีพ คือ แพทย์ นักธุรกิจ สถาปนิก และวิศวกร โดยทำงานในจังหวัดที่แตกต่างกัน 4 จังหวัด ซึ่งจังหวัดหนึ่งคือจังหวัดภูเก็ต โดยข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับบุคคลทั้ง 4 คนเป็นดังนี้

1. คนที่เป็นนักธุรกิจไม่ได้ทำงานที่จังหวัดชลบุรี
2. คนที่ทำงานที่จังหวัดระยอง กล่าวว่า "เธอแนะนำให้คนที่เป็วิศวกรไปเที่ยวที่เกาะเสม็ด"
3. พรพิมลและคนที่เป็นสถาปนิกรู้จักเพื่อนคนที่ทำงานที่ชลบุรีตั้งแต่ตอนที่เรียนมัธยม
4. มนัสและผู้ชายที่ไปทำงานที่เชียงใหม่เคยทำกิจกรรมอาสาด้วยกันตอนเรียนมหาวิทยาลัย
5. คนที่เป็นสถาปนิกและคนที่เป็นวิศวกรเคยแข่งวอลเลย์บอลหญิงทีมเดียวกัน

จากข้อมูลข้างต้น ให้นักเรียนแสดงแนวคิดและเหตุผลเพื่อบอกว่าใครทำอาชีพใดและอยู่ในจังหวัดใด

วิธีคิด 1) คนที่งานนักธุรกิจ = สุวัฒน์
 2) "เธอแนะนำให้คนที่เป็วิศวกรไปเที่ยวที่เกาะเสม็ด" = อังคณา → ผิงผิง เธอ ก็ต้องเป็น อังคณา
 3) พรพิมล สถาปนิก = ผิงผิง นักธุรกิจไม่ทำงานที่ชลบุรี → สุวัฒน์ ∴ เน้น มนัส
 4) มนัส และ ผิงผิง ผิงผิง = สุวัฒน์
 5) แข่งวอลเลย์บอลหญิงทีมเดียวกัน = อังคณา, พรพิมล

พยายามวิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ยังไม่เห็นเหตุผลในการอธิบาย
 ทำให้คำตอบที่ถูกต้องมีเพียงสุวัฒน์เป็นนักธุรกิจ

ภาพประกอบ 24 การให้เหตุผลระยะที่ 1

ระยะที่ 2 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 12 คาบ

นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาแล้ว ทำให้นักเรียนร้อยละ 73.68 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถวิเคราะห์ข้อมูลและเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมเพื่อช่วยในการอธิบายแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ผู้วิจัยวิเคราะห์การให้เหตุผลของนักเรียนจากปัญหาที่ 6 ซึ่งปัญหามีลักษณะคล้ายกับในระยะที่ 1 ดังภาพประกอบ 25 นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เป็นอย่างดี โดยนักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีการใช้ตารางเพื่อช่วยแยกแยะประเด็นตามข้อมูลที่กำหนดให้ ทำให้นักเรียนสามารถพิจารณารายละเอียดต่างๆ ได้เป็นระบบ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบการอธิบายว่าทำไมจึงทำเครื่องหมายกากบาทหรือเครื่องหมายถูก นำไปสู่การหาคำตอบถูกต้องสมเหตุสมผล

ปัญหาที่ 6: ขอบต่างกัน

ปรุ้ง ปราง และ ปลา เป็นรุ่นพี่รุ่นน้องวิชาเอกคณิตศาสตร์ของโรงเรียนสาธิตแห่งหนึ่ง ทั้งสามคนเรียนอยู่ระดับชั้นที่แตกต่างกันและชอบสีที่แตกต่างกัน 3 สี คือ สีชมพู สีฟ้า และ สีส้ม ให้นักเรียนใช้ข้อมูลต่อไปนี้พิจารณาว่าแต่ละคนชอบสีใดและเรียนอยู่ระดับชั้นใด

1. ปรุ้งไม่ชอบสีชมพู
2. ปรางเรียนอยู่ที่โรงเรียนนี้นานกว่าคนที่ชอบสีฟ้า
3. คนที่ชอบสีฟ้าเรียนที่โรงเรียนนี้นานกว่าคนที่ชอบสีส้ม
4. ปรางชอบสีชมพูหรือไม่ก็ปรุ้งที่ชอบสีฟ้า (อย่างใดอย่างหนึ่ง)

	ชมพู	ฟ้า	ส้ม
ปรุ้ง	X	X	✓
ปราง	✓	X	X
ปลา	X	✓	X

→ ปรุ้งไม่ชอบ ชมพู = อาจชอบ ฟ้า / ส้ม
 ปรุ้งไม่สามารถชอบฟ้า เพราะปรางชอบชมพู (มาจากข.) : ปรุ้งชอบ
 → ปรางเรียนอยู่ ร. นานกว่าคนที่ชอบฟ้า , คนชอบฟ้า
 เรียนที่ ร. นานกว่าส้ม
 ปรางไม่สนิทชอบ ส้ม และ ฟ้า เพราะ อยู่ ร. นาน
 กว่าคนที่ ชอบฟ้า , ส้ม : ปรางชอบชมพู

ดังนั้น ปรางชอบฟ้า

ชมพู > ฟ้า > ส้ม

นักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์
 ของข้อมูลด้วยเหตุผลได้ถูกต้อง

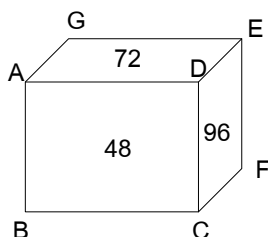
ตอบ	ปรุ้ง	ชอบ	ส้ม	อยู่ชั้น	ประถม 4
	ปราง	"	ชมพู	"	ประถม 6
	ปลา	"	ฟ้า	"	มัธยม 1

ภาพประกอบ 25 การให้เหตุผลระยะที่ 2

ระยะที่ 3 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 24 คาบ การประเมินในระยะนี้ทำหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้การให้เหตุผลผ่านความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด และเรขาคณิต ในระยะนี้มีนักเรียนร้อยละ 78.95 ของนักเรียนทั้งหมดที่สามารถวิเคราะห์และอธิบายแนวคิดที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน ผู้วิจัยวิเคราะห์การให้เหตุผลนักเรียนด้วยปัญหาที่ 8 ดังภาพประกอบ 26 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และอธิบายแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และอ้างอิงโดยใช้แผนภาพประกอบการอธิบาย

ปัญหาที่ 7: ตู้ปลา

ตู้ปลาใบหนึ่งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม โดยพื้นที่ฐานพื้นที่ผิวด้านหน้า และด้านข้างเป็น 72, 48 และ 96 ตารางนิ้ว ตามลำดับ ดังรูป



นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่ว่า ด้าน BC เป็นด้านที่ยาวที่สุดของตู้ปลา เพราะเหตุใด

ไม่เห็นด้วย (จากรูปภาพ) เพราะ จากรูป พท.ฐาน คือ 72 พท.ผิวด้านข้าง คือ 96 เพื่อหาความยาวของด้าน ด้าน DC และ AB จ.กัจะน้อยกว่าด้าน BC และ AD เพราะ ด้านรอบที่ติดกับ DC, AB นั้น เป็นด้านที่มีค่ามากกว่า คือ 96 จึงจะม ผลน้อยกว่าด้าน BC และ AD ดังแสดง

ภาพประกอบ 26 การให้เหตุผลระยะที่ 3

ระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร

หลังจากนักเรียนได้ฝึกการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านหลักสูตรที่สร้างขึ้นพบว่า นักเรียนร้อยละ 81.58 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถวิเคราะห์และอธิบายแนวคิดที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน ดังภาพประกอบ 27 เป็นการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาที่ 5 นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในแต่ละเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างครบถ้วนและชัดเจน นักเรียนแยกประเด็นที่โจทย์กำหนดโดยใช้ตารางประกอบการวิเคราะห์ร่วมกับให้เหตุผลตามข้อมูลที่กำหนดให้เป็นข้อๆ ทำให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องสมเหตุสมผล

ปัญหาที่ 5: ใครเป็นใคร

	แพทช์	นักผจญภัย	สถาปนิก	วิศวกร	อภิกต	ระฆัง	โซ่ขงใหม่	สลบอร์
นพัส	✓	X	X	X	X	X	X	✓
สลบอร์	X	✓	X	X	X	X	✓	X
อภิกต	X	X	✓	X	X	✓	X	X
พมพมิล	X	X	X	✓	✓	X	X	X

จากข้อมูลข้อที่ 5 เราได้ว่า สถาปนิก วิศวกร เช่น พม. ช่างเงิน อภิกต / พมพมิล
 4 - " - สลบอร์ ทำงานที่โซ่ขงใหม่
 3 - " - นพัสทำงานที่สลบอร์ พม: สลบอร์ทำงานที่โซ่ขงใหม่
 และ พมพมิล กับ วิศวกร อภิกตกับสถาปนิก
 (จากพมพมิลเป็นเพื่อนกับสถาปนิก (ดู))
 2 - " - อภิกตทำงานที่ระฆัง จากคำว่า "โซ่ขงใหม่ วิศวกร..."
 1 - " - สลบอร์ทำงานที่ระฆัง เช่น: ไม่ได้ทำงาน จ. ชลบุรี

นักเรียนวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยเหตุผลได้
 ครบถ้วน ชัดเจนและถูกต้อง โดยนักเรียนใช้ทริวิธีตาราง
 ช่วยในการแยกแยะประเด็นต่างๆ

ก่อน	นพัส	เงินแพทช์	ทิววน
สลบอร์	เช่น นักผจญภัย	- " -	โซ่ขงใหม่
อภิกต	" สถาปนิก	- " -	ระฆัง
พมพมิล	" วิศวกร	- " -	อภิกต

หาคำตอบของปัญหาได้
 ถูกต้องและครบถ้วน

4. การนำเสนอตัวแทนความคิด

ระยะที่ 1 ก่อนการทดลองใช้หลักสูตร

นักเรียนร้อยละ 18.42 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางทั้งแผนภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีนักเรียนร้อยละ 73.68 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อช่วยทำความเข้าใจปัญหา แต่ไม่สามารถใช้ในการอธิบายแนวคิดระหว่างการแก้ปัญหาได้ ดังภาพประกอบ 28 นักเรียนเขียนเพียงคำตอบของปัญหา โดยไม่ใช้แผนภาพหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิด อีกทั้งคำตอบที่ได้ก็ไม่สมเหตุสมผลและไม่เป็นคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

ใส่ไว้ 6.68 ปลาข้อมจะยาวจากนอกกล่อง

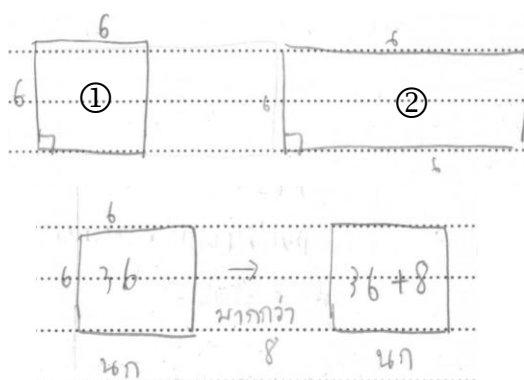
นักเรียนไม่ใช้แผนภาพหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิด

ภาพประกอบ 28 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 1

ระยะที่ 2 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 12 คาบ

นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาแล้ว ทำให้ในระยะนี้นักเรียนร้อยละ 81.58 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ ดังภาพประกอบ 29 นักเรียนใช้แผนภาพเพื่อช่วยทำความเข้าใจและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่แผนภาพที่ได้ยังไม่สมเหตุสมผลกับสิ่งที่นักเรียนต้องการนำเสนอ

ปัญหาที่ 2: สนามหน้าบ้าน



นักเรียนใช้แผนภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่แผนภาพ ② นักเรียนเขียนกำกับตัวเลขว่ามีความยาวแต่ละด้านเท่ากับ 6 แต่ภาพที่ได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนที่จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แสดงว่านักเรียนไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของแผนภาพที่นำเสนอ

ภาพประกอบ 29 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 2

ระยะที่ 3 ระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 24 คาบ การประเมินในระยะนี้ทำหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้การให้เหตุผลผ่านความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด และเรขาคณิต ในระยะนี้นักเรียนร้อยละ 92.11 ของนักเรียนทั้งหมด ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้เป็นอย่างดี ใช้ทั้งแผนภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา และอธิบายแนวคิด ระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 30

ปัญหาที่ 3: เสา

นักเรียนวาดแผนภาพและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิด

$$\frac{HA}{HE} = \frac{HB}{HF} = \frac{AB}{EF}$$

$$\frac{40+x}{x} = \frac{38}{6}$$

$$= \frac{6(40+x)}{38x}$$

$$240 + 6x = 38x$$

$$240 = 32x$$

$$240 \div 32 = 15x$$

$$x = 7.5$$

ดังนั้น ผลลัพธ์ของความยาวเสา คือ 15 ฟุต

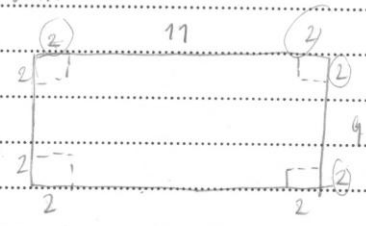
ภาพประกอบ 30 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 3

ระยะที่ 4 หลังการทดลองใช้หลักสูตร

หลังจากนักเรียนได้ฝึกการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านหลักสูตรที่สร้างขึ้นพบว่า นักเรียนร้อยละ 94.74 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถใช้แผนภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 31 นักเรียนใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในรูปแบบต่างๆ เพื่อแสดงแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

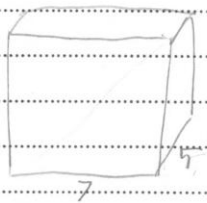
ปัญหาที่ 1: กล่องใส่ร่ม

วิธีคิด



ด้านยาว = $11 - 4 = 7$ นิ้ว
 ด้านกว้าง = $9 - 4 = 5$ นิ้ว
 หลังจากตัดออกมาแล้ว

นักเรียนเห็นกล่อง



∴ จากความสูงของรูปทำให้นักกล่องนี้สามารถใส่ร่มได้
 สมการ: $7^2 + 5^2 = a^2$
 $49 + 25 = a^2$
 $74 = a^2$
 $\sqrt{74} \approx 8.6$ (มากกว่า 8.5)
 จึงใส่ได้

นักเรียนใช้แผนภาพและ
 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 ในการอธิบายแนวคิด
 ได้ถูกต้องและชัดเจน

ภาพประกอบ 31 การนำเสนอตัวแทนความคิดระยะที่ 4

5. อชฌาสัยทางคณิตศาสตร์

การศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านอชฌาสัยทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษา
 อชฌาสัยทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้านคือ ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำ
 คณิตศาสตร์ และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์โดยใช้แบบวัดอชฌาสัยทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผล
 ดังตาราง 18

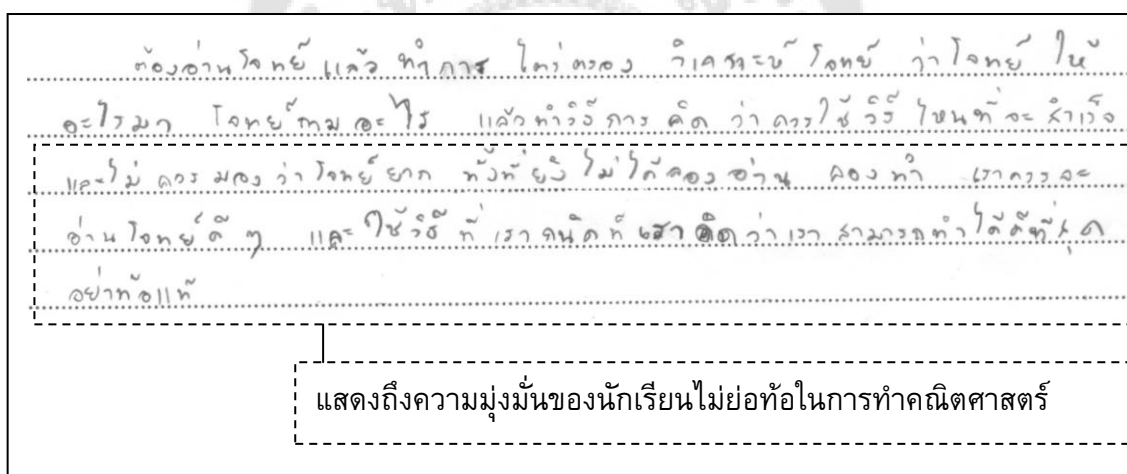
ตาราง 18 ผลการประเมินอชฌาสัยทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านหลังการทดลองใช้หลักสูตร

อชฌาสัยทางคณิตศาสตร์	$\bar{X}$	S.D.	ระดับอชฌาสัยทางคณิตศาสตร์
ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์	3.60	0.92	มาก
ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์	4.22	0.84	มาก
การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์	4.11	0.90	มาก
ภาพรวม	3.93	0.93	มาก

รวมทั้งวิเคราะห์ว่านักเรียนมีอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างไรจากงานเขียน ความเรียงและจากการสัมภาษณ์นักเรียน ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

5.1 ความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์

หลังจากทดลองใช้หลักสูตรนักเรียนมีความมุ่งมั่นและความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก ดังปรากฏผลในตาราง 18 และเมื่อวิเคราะห์ผลการเขียนความเรียงของนักเรียนในหัวข้อ "เมื่อเจอปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีวิธีการจัดการกับปัญหาอย่างไร" พบว่านักเรียนมีความตั้งใจ ไม่ย่อท้อต่อสิ่งที่ทำ ซึ่งแสดงถึงความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 32 ที่นักเรียนเขียนว่า "ไม่ควรมองว่าโจทย์ยาก ทั้งที่ยังไม่ได้ลองอ่าน ให้หาวิธีที่เราคิดว่าเราสามารถทำได้ดีที่สุด อย่าท้อแท้" และนักเรียนจะปรับเปลี่ยนวิธีคิดตามสถานการณ์ โดยจะเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เห็นว่ามีประสิทธิภาพเพื่อให้สามารถจัดการกับปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งแสดงถึงความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 33 ที่นักเรียนเขียนว่า "คิดก่อนว่า โจทย์แบบนี้ต้องใช้วิธีทำ (ยุทธวิธี) อย่างไร ถึงจะสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายที่สุด"



ภาพประกอบ 32 ตัวอย่างงานเขียนความเรียงที่แสดงถึงความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์

เมื่อเจอข้อบทคณิตศาสตร์ ข้าพเจ้าจะอ่าน และ แบ่งเป็นองค์ๆ ใช้คิดเล่นๆ ในสิ่งที่โจทย์
ต้องการสื่อจริงๆ และ อ่านลักษณะคำถาม ขว้างจากนั้นข้าพเจ้าจะคิดก่อนว่า โจทย์แบบนั้นต้องใช้วิธี
(งงทริค) อย่างไร ถึงจะสามารถแก้ได้จนได้คำตอบที่สุด เพาะบางข้ออาจจะมีสูตรบางแบบ การ
มองข้ออื่น หรือ การแทนสมการ และอื่นๆ เมื่อคิดได้วิธีทำรูปแบบนั้น ข้าพเจ้าจะลงมือเป็นแบบ
นั้น และ คิดคำตอบออกมาเป็นขั้นตอน เพื่อได้คำตอบก็จะนำพาลองแทนในสิ่งที่โจทย์
บอก แล้วดูก็จะได้เงิน ถอบ พอสอดกับคำตอบที่ได้

แสดงถึงความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่หายุทธวิธี
ที่ง่ายที่สุด เพราะรู้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่มีอยู่หลากหลาย

ภาพประกอบ 33 ตัวอย่างงานเขียนความเรียงที่แสดงถึงความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์

5.2 การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

หลังจากทดลองใช้หลักสูตรนักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในระดับมาก
ดังปรากฏผลในตาราง 18 และเมื่อวิเคราะห์การให้สัมภาษณ์ของนักเรียนในหัวข้อ "ทำไมต้องเรียน
คณิตศาสตร์" โดยผู้วิจัยเก็บข้อมูลโดยใช้แบบบันทึกการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเห็นคุณค่าของ
การเรียนคณิตศาสตร์ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างไร ทำไมจึงต้องเรียนคณิตศาสตร์ โดย
นักเรียนให้ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในด้านการฝึกกระบวนการคิดและการนำไปใช้ในชีวิตจริง
ดังตัวอย่างการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 3 คน ต่อไปนี้

นักเรียนคนที่ 1: "วิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ใช้ในชีวิตประจำวันและเป็น
พื้นฐานของวิชาหลายวิชา คนที่เรียนคณิตศาสตร์หรือมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถเรียนรู้
เรื่องราวต่างๆ ได้กว้างและลึกซึ้ง เพราะเกิดจากการมีกระบวนการคิดที่เป็นระบบและคิดอย่างมี
เหตุผล"

นักเรียนคนที่ 2: "เวลาที่คิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มักจะใช้สมาธิและ
ใช้เหตุผลประกอบการอธิบาย ดังนั้นคนส่วนใหญ่ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ก็จะเป็นคนที่มีเหตุผล
เหมือนกับตอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์"

นักเรียนคนที่ 3: "ตนเองเป็นคน คิดเลขค่อนข้างเร็ว แต่มีจุดอ่อนคือระบบ
ความคิดไม่ค่อยดี จึงไม่มีการวางแผนในการแก้ปัญหา และด้วยความที่เป็นคนมีความอดทนต่ำ จึง
มักเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ทำได้ ต่อมาเมื่อได้เรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น
ทำให้ระบบความคิดของดิฉันดีขึ้น จากที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ก็ทำได้มากกว่าเดิม รู้จัก
การวางแผนในการแก้ปัญหา มีความอดทนในการฝ่าฟันกับโจทย์ปัญหา และฝึกคิดอย่างเป็นระบบ
มากขึ้น นอกจากนี้เรายังสามารถนำความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ไปต่อยอดเพิ่มพูนเป็นความรู้ชั้น
สูงต่อไป

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีสาระสำคัญสรุปได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ

1. พัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นเพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาหลักสูตร โดยผู้วิจัยศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การพัฒนาหลักสูตร หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทฤษฎีการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้ และพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างหลักสูตร เป็นการนำข้อมูลพื้นฐานที่ได้มากำหนดเป็นรายละเอียดของหลักสูตรใน 4 องค์ประกอบคือ วัตถุประสงค์ของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล เมื่อได้หลักสูตรแล้วจึงนำหลักสูตรที่ได้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรในด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร แล้วทำการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ก่อนนำหลักสูตรไปศึกษานำร่องต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้หลักสูตร เป็นการนำหลักสูตรที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 38 คน เป็นเวลา 16 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวมทั้งสิ้น 32 คาบ เพื่อหาประสิทธิผลของการใช้หลักสูตร โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ one group pretest-posttest design มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองใช้หลักสูตร และนำคะแนนจาก

การทดลองมาเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย โดยใช้การทดสอบค่าที (t-test แบบ dependent) พร้อมทั้งศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงหลักสูตร เป็นการนำผลที่ได้จากการทดลองใช้หลักสูตรมาประเมินประสิทธิผลของหลักสูตร โดยนำผลการเปรียบเทียบความแตกต่างค่าเฉลี่ยคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์แต่ละด้านมาเปรียบเทียบกับหลังการทดลองใช้หลักสูตรนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนทดลองใช้หลักสูตรหรือไม่และศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่าสูงขึ้นหรือไม่ รวมทั้งนำผลจากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างการใช้หลักสูตรของนักเรียนมาปรับปรุงแก้ไขเป็นหลักสูตรฉบับสมบูรณ์

สรุปผลการวิจัย

1. ผลการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผลการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้หลักสูตรซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ

1. วัตถุประสงค์ของหลักสูตร: เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ 1) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2) การดำเนินการทางการคิด และ 3) อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาของหลักสูตร: เนื้อหาของหลักสูตรประกอบด้วย 6 หน่วย คือ
 - 1) การแก้ปัญหา 2) จำนวนและการดำเนินการ 3) การวัด 4) เรขาคณิต 5) พีชคณิต และ 6) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสิ้น 32 คาบ
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน คือ
 - 1) ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ 2) ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา 3) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 4) ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้ 5) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 6) ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด 7) ขั้นขยายความคิด
4. การวัดและประเมินผล ประเมินผลตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใน 3 ระยะคือ ก่อน ระหว่าง และหลังการใช้หลักสูตร โดยใช้การทดสอบด้วยแบบทดสอบอัตนัยวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ การเขียนความเรียง การสัมภาษณ์ และการทำแบบวัดอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

ผลการประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรในด้านความเหมาะสมของหลักสูตรและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรโดยผู้เชี่ยวชาญพบว่า หลักสูตรโดยภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.34$, S.D. = .66) และมีความสอดคล้องกันระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ .99 และเมื่อพิจารณาระหว่างองค์ประกอบพบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตรอยู่ระหว่าง .80 ถึง 1.00

2. ผลการศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.1 หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทำให้นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ คะแนนเฉลี่ยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการทางการคิด และ อรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนทดลองใช้หลักสูตร

2.2 หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในภาพรวมด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิดที่ดีขึ้น และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ในช่วงแรกมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น ในช่วงที่สองมีการเปลี่ยนแปลงลดลง และกลับมา มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มมากขึ้นอีกครั้งในช่วงที่สาม แต่ด้านการดำเนินการทางการคิดในทุก องค์ประกอบทั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงแบบเพิ่มขึ้นในทุกช่วง และด้านอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียน มีอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ในทุกด้าน คือ ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำ คณิตศาสตร์และการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลเชิงคุณภาพ

อภิปรายผล

จากการพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประเด็นในการอภิปรายดังนี้

1. หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพ เนื่องจากผู้วิจัยพัฒนาหลักสูตรตามรูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์ (Tyler, 1949) และทาบ (Taba, 1962) ซึ่งมีกระบวนการในการพัฒนาหลักสูตรที่กระชับ ชัดเจน มีความเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีและการปฏิบัติ ทำให้สามารถนำไปดำเนินการได้จริง โดยผู้วิจัยพัฒนาหลักสูตรอย่างเป็นระบบกระทั่งได้หลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นไปในแนวทางเดียวกับงานวิจัยของอัฟงศ์ สุขมาตย์ (2553: 58-59) ที่ดำเนินการพัฒนาหลักสูตร โดยอาศัยแนวคิดของไทเลอร์และทาบในการกำหนดขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรเป็น 4 ขั้นตอน กระทั่งได้หลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ และสอดคล้องกับการพัฒนาหลักสูตรของยุพร ริมชลการ (2543) ที่พัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ และจินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2550) ที่พัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่ดำเนินการพัฒนาหลักสูตรอย่างเป็นระบบกระทั่งได้หลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ การดำเนินการอย่างเป็นระบบเริ่มต้นด้วยการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาหลักสูตรทั้งรายละเอียดเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมทั้งพัฒนา

กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยสังเคราะห์จากทฤษฎีการเรียนรู้และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับแนวคิดการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และผ่านการประเมินและปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ผู้วิจัยกำหนดรายละเอียดของหลักสูตรในด้านเนื้อหาของหลักสูตรจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น และกำหนดแนวทางในการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของหลักสูตร ผลจากการพัฒนาหลักสูตรอย่างเป็นระบบนี้ ทำให้เมื่อนำหลักสูตรไปให้ผู้เชี่ยวชาญประเมิน จึงพบว่าหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นเป็นหลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ คือในภาพรวมหลักสูตรมีความเหมาะสมในระดับมากและแต่ละองค์ประกอบในหลักสูตรมีความสอดคล้องกัน สามารถนำไปส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้ สอดคล้องกับงานวิจัยของสมพร หลิมเจริญ (2552) ที่พัฒนาหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 อย่างเป็นระบบ โดยศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาหลักสูตร และทำการประเมินคุณภาพของหลักสูตรโดยผู้ทรงคุณวุฒิ ได้หลักสูตรที่มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากและหลักสูตรมีความสอดคล้องกัน โดยมีประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

1.1 เนื้อหาของหลักสูตร

ผู้วิจัยเริ่มหน่วยแรกด้วยการปูพื้นฐานนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นหัวใจของวิชาคณิตศาสตร์ (Halmos. 1980: 519-524) โดยให้นักเรียนได้รู้จักกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหามากมาย ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและตั้งใจเพราะมีหลายยุทธวิธีที่นักเรียนไม่เคยทราบมาก่อน และบางสถานการณ์ปัญหาสามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่า 1 ยุทธวิธี ทำให้นักเรียนเกิดความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และเมื่อนักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาก็ส่งผลให้นักเรียนเกิดการค้นพบว่ายุทธวิธีใดเป็นยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนรู้จักกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาล่วงแล้วจึงให้นักเรียนได้แก้ปัญหตามสาระคณิตศาสตร์ทั้ง 5 โดยคัดเลือกปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทำให้ปัญหาที่เสนอนักเรียนเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินไปที่จะคิดเชิงคณิตศาสตร์และเนื่องจากเป็นปัญหาในชีวิตจริงจึงกระตุ้นความสนใจ อยากเข้ามามีส่วนร่วมในการคิดและเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของทรงชัย อักษรจิต (2553: 120) ที่คัดเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ไม่เกินระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ทำให้ปัญหาไม่ยากมากเกินไปสำหรับฝึกนักศึกษาให้เกิดทักษะและเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาปลายเปิดและปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งช่วยดึงดูดความสนใจ ทำลายความสามารถให้นักศึกษาอยากแก้ปัญหา มองเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับแนวคิดของจิณดิษฐ์ ละออปักษิณ (2550: 98) ที่กล่าวว่า เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในโลกจริงที่พบในชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนรู้สึกว่าเป็นเรื่องที่เรียนเป็นเรื่องใกล้ตัว ดึงดูด

ความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนอยากศึกษา รวมทั้งสอดคล้องกับงานวิจัยของบุญญา แซ่หล่อ (2550) ที่พบว่าเมื่อใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจะทำให้ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์โดยนักเรียนทุกคนมีความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง นั่นคือลักษณะสำคัญของปัญหาไม่ควรจะยากเกินไป และเด็กควรสามารถทำได้ จึงจะทำให้เด็กสนใจที่จะคิด ดังนั้นปัญหาที่ผู้วิจัยใช้จึงมีลักษณะที่มุ่งให้เด็กสามารถแสดงความสามารถในการคิดได้ เพราะการคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถเกิดขึ้นได้โดยบรรยากาศของคำถาม การกระตุ้นและการสะท้อนกลับ (Mason; Burton; & Stacey. 1985: 147, 159)

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านกระบวนการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามแนวคิดทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructivism) และการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหาวิชา ให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติจริง (สถาพร พฤษภูมิกุล. 2555: 5) ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมร่วมกันแบบรวมทั้งชั้นเรียนและเรียนรู้ผ่านกิจกรรมกลุ่มย่อย ให้นักเรียนได้พัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้อภิปรายอย่างมีเหตุผล พร้อมทั้งฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอตัวแทนความคิด พร้อมทั้งส่งเสริมอรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย สอดคล้องกับแนวคิดของอาซท์และยาโรส-ฟีเมีย (Artzt ;&Yaloz-Femia. 1999: 125) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนได้คิดร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยไม่เพียงแต่จะช่วยให้นักเรียนได้ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังทำให้การให้เหตุผลของนักเรียนพัฒนาการขึ้นด้วย ซึ่งมีผลมาจากการถามคำถามในกลุ่มและการบอกรับข้อมูลย้อนกลับของเพื่อน สอดคล้องกับงานวิจัยของสมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่พบว่าการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารความคิดโดยใช้คณิตศาสตร์ การให้เหตุผลและช่วยให้มีศักยภาพทางด้านการแก้ปัญหาสูงขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของอัชรา เอิบสุลลารี (2556: 63) ที่กล่าวว่า ถ้านักเรียนคิดด้วยตนเองไม่ออก แต่ได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนก็จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ รวมทั้งสอดคล้องกับงานวิจัยของจรรยา ภูอุดม (2544: 110) ที่พบว่า นักเรียนที่เรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จะมีทักษะการคิดเชิงเหตุผลและมีความเข้าใจในมโนทัศน์ สามารถนำความรู้ไปใช้ได้และเจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ และเนื่องจากในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยใช้กิจกรรมที่หลากหลาย เป็นกิจกรรมที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมสาระทั้ง 5 ของคณิตศาสตร์ และมีการอธิบายแนวคิดอย่างมีเหตุผลและใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเชิงคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้เมื่อผู้วิจัยได้หลักสูตรที่มีประสิทธิภาพแล้ว ผู้วิจัยได้นำหลักสูตรไปศึกษานำร่องก่อนนำไปทดลองใช้จริง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของธารง บัวศรี (2542: 296-297) ที่กล่าวไว้ว่า หลักสูตรที่จัดทำขึ้นนั้นจะนำมาใช้อย่างแพร่หลายทีเดียวยังไม่ได้ เพราะเรายังไม่ทราบว่าจะใช้ได้

ดีหรือไม่ จึงต้องทำการประเมินผลเบื้องต้นก่อน ซึ่งอาจทำโดยการนำหลักสูตรไปศึกษานำร่องก่อน เพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่บกพร่องที่สมควรได้รับการปรับปรุงแก้ไขต่อไป

2. ผลการศึกษาประสิทธิผลของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า หลังการทดลองใช้หลักสูตรนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านสูงกว่าก่อนใช้หลักสูตรและนักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดมากขึ้นและมีอรรถาธิบายทางคณิตศาสตร์ในระดับมาก มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

ผลจากการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ดังตาราง 17 หน้า 126 พบว่า ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์มีการเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ คือ ในช่วงแรก (ระยะที่ 1 ไประยะที่ 2) นักเรียนมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น แต่ในช่วงที่สอง (ระยะที่ 2 ไประยะที่ 3) นักเรียนมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ลดลง และในช่วงที่สาม (ระยะที่ 3 ไประยะที่ 4) นักเรียนกลับมามีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอีกครั้ง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการประเมินในแต่ละระยะแตกต่างกัน จึงทำให้นักเรียนมีคะแนนเปลี่ยนแปลงอย่างไม่สม่ำเสมอ แต่ถึงอย่างไรก็ตามเมื่อเทียบกับระหว่างก่อนการใช้หลักสูตรและหลังการใช้หลักสูตร พบว่า ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นมาก ($\bar{X}_{\text{ก่อน}} = 23.68$ และ $\bar{X}_{\text{หลัง}} = 56.25$) และเมื่อวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากแบบทดสอบอัตนัย พบว่า ในระยะแรกนักเรียนระบุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับปัญหาหรือนักเรียนไม่ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหามาใช้ในการดำเนินการทางการคิด ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ในช่วงต่อๆ มา นักเรียนจะสามารถระบุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหาได้อย่างถูกต้องและสามารถนำความรู้ดังกล่าวมาใช้ในการดำเนินการคิดได้อย่างถูกต้องและชัดเจน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนพยายามทำความเข้าใจปัญหาและพิจารณารายละเอียดของปัญหามากขึ้น โดยในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยจะสังเกตนักเรียนในทุกกลุ่มว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริงหรือไม่ หากนักเรียนยังไม่เข้าใจปัญหา ไม่เข้าใจว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้สัมพันธ์อย่างไรกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ไม่รู้ว่าปัญหานั้นต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการคิดและความเข้าใจของนักเรียนเพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนจะสามารถระบุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปัญหาได้อย่างถูกต้องนำไปสู่การดำเนินการทางการคิดที่ถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคอง (2554: 77) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนตอบคำถามหรือคิดไม่ได้แต่ครูช่วยเหลือด้วยการแนะหรือตั้งคำถามใหม่ที่ยากกว่าหรือเป็นคำถามที่นักเรียนสามารถจะคิดได้ นักเรียนก็จะค่อยๆ ตอบได้ และอาจนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ต้องการ การใช้คำถามของครูจึงเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งต่อการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียน

2.2 ด้านการดำเนินการทางการคิด

ผลจากการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการดำเนินการทางการคิดซึ่งประกอบด้วยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด โดยอาศัยผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ดังตาราง 17 หน้า 126 พบว่านักเรียนมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยการดำเนินการทางการคิดในแต่ละด้านเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ โดยความเปลี่ยนแปลงจากระยะที่ 1 ไประยะที่ 2 ของด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดมีความเปลี่ยนแปลงมากกว่าด้านอื่นๆ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากก่อนการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระยะที่ 2 นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาผ่านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนได้ฝึกการนำเสนอตัวแทนความคิดหลายรูปแบบ ทั้งการใช้แผนภาพ ตาราง สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนสามารถใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาและอธิบายแนวคิดของตนเองได้เป็นอย่างดี และเมื่อวิเคราะห์การดำเนินการทางการคิดจากแบบทดสอบอัตนัย พบว่า ในระยะแรกการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนยังไม่เข้าใจปัญหาที่นำเสนอเท่าใดนัก ดูได้จากที่นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ในด้านการให้เหตุผลนักเรียนพยายามวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูล แต่ไม่สมเหตุสมผลกับสิ่งที่โจทย์กำหนดทำให้หาคำตอบได้ไม่ถูกต้อง ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด นักเรียนใช้แผนภาพ ตาราง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยทำความเข้าใจปัญหาและการอธิบายแนวคิดแต่ยังไม่ชัดเจน (ดังภาพประกอบ 20, 24 และ 28 หน้า 130-138) แต่ในระยะต่อๆ มานักเรียนเริ่มมีพัฒนาการในด้านการดำเนินการทางการคิดที่ดีขึ้น นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่ปัญหาต้องการและสิ่งที่กำหนดให้ได้ บอกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน สามารถให้เหตุผลประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และสามารถใช้ในการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อแสดงแนวคิดของตนเองได้อย่างเหมาะสมและชัดเจน (ดังภาพประกอบ 21-23, 25-27 และ 29-31 หน้า 131-140) ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสถานการณ์ปัญหาที่นำเสนอเป็นสถานการณ์จริง ทำให้นักเรียนพยายามวิเคราะห์และดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของนพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล (2555) ที่จัดการเรียนรู้ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาจริง ให้นักเรียนวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหา แล้วดำเนินการแก้ปัญหาและมองปัญหาย้อนกลับ และประยุกต์ใช้ขั้นตอนกับปัญหาใหม่ ทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการดังกล่าวสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และก่อนที่นักเรียนจะเริ่มดำเนินการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะตั้งคำถามกับนักเรียนโดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอหรือไม่ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาถือเป็นสิ่งแรกที่ครูต้องให้ความสำคัญ สอดคล้องกับแนวคิดของโพลยา (Polya. 1957: 5-6) ที่เริ่มต้นการแก้ปัญหด้วยการทำความเข้าใจปัญหา และต้องทราบอย่างชัดเจนก่อนว่าสิ่งที่ปัญหา

ต้องการคืออะไร เพราะเป็นเรื่องที่ลำบากถ้านักเรียนคำนวณหรือคิดโดยปราศจากความเข้าใจปัญหา นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการกลุ่ม นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน ช่วยกันเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม อภิปรายแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยนิยาม ทฤษฎีบท หรือข้อมูลทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ได้สื่อสารแนวคิดอย่างมีเหตุผลด้วยการสนทนาและการเขียน ภาษา แผนภาพ ตาราง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการนำเสนอตัวแทนความคิดถือเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการทำความเข้าใจ สืบรวจ บันทึก และตรวจสอบการแก้ปัญหา (Stylianou, 2011: 265) นอกจากนี้นักเรียนยังร่วมกันประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบและสรุปแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาร่วมกันในชั้นเรียน และในระหว่างการแก้ปัญหาผู้วิจัยจะสังเกตและถาม นักเรียนเพื่อประเมินว่านักเรียนมีแนวคิดอย่างไร ใช้กฎ ทฤษฎีบท หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ใด

ในการดำเนินการทางการคิด ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดในการจัดการเรียนรู้แบบสอนให้รู้คิดที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหานั้นๆ ได้ แต่ต้องประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหายังไง วิธีประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน (Carpenter et al. 1989: 499-531) ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดหรือเหตุผล นอกจากครูจะรู้ถึงเหตุผลที่นักเรียนใช้แล้ว ยังช่วยให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเองด้วย (NCTM. 2000: 56-58) และเป็นการประเมินว่านักเรียนให้เหตุผลในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ เพราะการที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลผิดถือเป็นสิ่งที่ยอันตรายยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล (อัมพร ม้าคอง. 2554: 50) นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนขยายความคิดด้วยการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งถือเป็นสิ่งที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพราะการตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหาและเป็นกิจกรรมที่สำคัญกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ทรงชัย อักษรคิด. 2555: 42) สอดคล้องกับแนวคิดของอิงลิช (English. 1998: 83-106) ที่กล่าวว่า การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาการคิด ทักษะการแก้ปัญห ความมั่นใจในการทำคณิตศาสตร์และขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์

2.3 ด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

ผลจากการศึกษาและวิเคราะห์อักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์หลังการใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนใช้หลักสูตร และเมื่อพิจารณาอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์หลังการใช้หลักสูตรพบว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับมาก ปรากฏผลดังตาราง 29 ในภาคผนวก ค หน้า 189-190 ($\bar{X} = 3.93$ และ $S.D. = .93$) เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า ด้านความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยมากที่สุด ($\bar{X} = 4.22$ และ $S.D. = .84$) ทั้งนี้เพราะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะมีขั้นตอนที่ให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนและให้นักเรียนพิจารณาว่าจะใช้ยุทธวิธีที่กลุ่มตนเองร่วมกันคิดหรือจะเปลี่ยนยุทธวิธีใหม่ไปใช้ตามที่เพื่อนกลุ่มอื่นนำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งสิ่งนี้เป็น การส่งเสริมให้นักเรียนยอมรับวิธีคิดแก้ปัญหาของเพื่อนที่แตกต่างจากตนเองเมื่อวิธีนั้นถูกต้อง รวมทั้งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยเลือกปัญหาปลายเปิดที่มียุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่า 1 ยุทธวิธี หรือมีผลเฉลยมากกว่า 1 ผลเฉลย ทำให้นักเรียนมีความเชื่อว่าการแก้ปัญหาแต่ละปัญหานั้นไม่ได้มียุทธวิธีหรือผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียวเท่านั้น สอดคล้องกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และผู้วิจัยพบว่าในด้านความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุด ($\bar{X} = 3.60$ และ $S.D. = .92$) ทั้งนี้เพราะนักเรียนยังติดกับความเชื่อเดิมที่จะล้มเลิกความพยายามในการแก้ปัญหาหากคิดว่าปัญหานั้นยากหรือคิดว่าปัญหานั้นจะไม่สามารถแก้ได้ สอดคล้องกับแนวคิดของมาซาโน (Marzano, 2001: 11-12) ที่กล่าวว่า หากนักเรียนประเมินแล้วว่าภาระงานที่ตนต้องเข้าไปเกี่ยวข้องมีความเป็นไปได้น้อยที่จะประสบผลสำเร็จและมีความรู้สึกทางลบที่จะเข้าร่วมกับภาระงานนั้นแล้ว นักเรียนก็จะมีแรงจูงใจในการเข้าไปเกี่ยวข้องกับภาระงานน้อย จะเห็นได้ว่าความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ถือเป็นความเชื่อที่สำคัญที่เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนกล้าที่เผชิญกับปัญหาและส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน สอดคล้องกับแนวคิดของราฮายูและ คาร์ทูโน (Rahayu ;& Kartono, 2014: 1318) ที่ศึกษาผลของอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาแล้วพบว่า อักษณาสัยทางคณิตศาสตร์มีผลทางบวกต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาไปพร้อมกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา ซึ่งไม่เพียงแต่จะใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงด้วย โดยความมุ่งมั่นถือเป็นองค์ประกอบที่มีอิทธิพลมากที่สุด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

การนำหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปใช้ ครูผู้สอนหรือผู้พัฒนาหลักสูตรควรดำเนินการดังนี้

1.1 ก่อนนำหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ อาจเริ่มด้วยการฝึกให้นักเรียนนำเสนอหน้าห้องเรียนและนำเสนอวิธีคิดของตนเองในกลุ่มเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นและแนวคิดของตนเองยิ่งขึ้น

1.2 ครูควรทำความเข้าใจกระบวนการจัดการเรียนรู้และสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิผล

1.3 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิดโดยใช้กฎ ทฤษฎี หรือข้อมูลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นที่ 7 การขยายความคิด ควรให้นักเรียนได้ขยายความคิดในหลายรูปแบบทั้งการตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมหรือคล้ายคลึงกับยุทธวิธีแก้ปัญหาเดิม

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ดังนั้นจึงควรจัดตารางสอนเป็นคาบคู่เพื่อให้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ต่อเนื่องไม่ขาดช่วง

1.6 การพัฒนาหลักสูตรให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล ควรเลือกใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมและพัฒนาอย่างเป็นระบบเพื่อให้สามารถส่งเสริมนักเรียนให้ไปถึงวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 การพัฒนาหลักสูตรครั้งต่อไปอาจไม่ต้องแยกหน่วยแต่ละหน่วยตามสาระของคณิตศาสตร์ แต่แยกตามยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งสอดแทรกการให้เหตุผลและการนำเสนอตัวแทนความคิดในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้

2.2 ควรพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์

2.3 ควรพัฒนาระดับขั้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการประเมินระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน



บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. (2529). การศึกษาบุคคลเป็นรายกรณี. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กรมวิชาการ. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทยด้านทักษะการคิด. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงฯ.
- (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงฯ.
- กองบรรณาธิการ. (เมษายน 2547). Active Learning เรียนรู้ผ่าน "การลงมือทำ". บันทึกคุณแม่. 10(129): 156-157.
- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กิตติศักดิ์ ใจอ่อน. (2550). การพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแผนการสอนแบบเปิดที่เน้นการใช้โปรแกรม *The Geometer's Sketchpad*. วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- กุลกาญจน์ สุวรรณรักษ์. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การตั้งและการตวง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กุลยา ตันติผลาชีวะ. (2550). การเรียนรู้แบบเน้นปัญหาเป็นฐาน. ใน สารานุกรมศึกษาศาสตร์เฉลิมพระเกียรติพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช เนื่องในมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 80 พรรษา พุทธศักราช 2550. หน้า 449-452. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์.
- ขวัญ เพี้ยชัย. (2553). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). ตัวอย่างการประเมินผลนานาชาติ PISA: คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.

- (2554). ผลการประเมิน PISA การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- (2556). ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ ฟรินดิง เซอร์วิส จำกัด.
- (2557). ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012. กรุงเทพฯ: วิ.เจ.ฟรินดิง.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จินดิษฐ์ ละออปักภิน. (2550). การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จรรยา ภูอุดม. (2546). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบ 4MAT ร่วมกับเทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. (2539). การพัฒนาหลักสูตร: หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: ภาควิชาบริหารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ฉวีวรรณ เศวตมัลย์. (2544). ปกึณกะคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ชนาดา เชื้อสุวรรณทวิ. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชลิต ชูกำแพง. (2550). การประเมินการเรียนรู้. มหาสารคาม : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2554). การจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง. กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2556). การพัฒนาหลักสูตร ทฤษฎีสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: วิพรินทร์.
- ไชเบล, แมค เอ. (2544). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. แปลโดย ฉวีวรรณ เศวตมัลย์. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ธำรง บัวศรี. (2542). ทฤษฎีหลักสูตร: การออกแบบและพัฒนา. กรุงเทพฯ: ธนัชการพิมพ์.
- ธิดารัตน์ เขียวอ่อน. (2552). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแผนภูมิและการวัดความยาว ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้แบบ 4 MAT และแบบปกติ. วิทยานิพนธ์. กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

- ทรงชัย อักษรจิต. (2553). การพัฒนารูปแบบเพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการสอนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: วิสต้าอินเตอร์ปริ้นท์
- ทิตนา แชมมณี. (2544). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- (2551). การประเมินหลักสูตร. ใน รวมบทความทางการประเมินโครงการ. บรรณาธิการโดย สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2555). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 15. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล. (2555, มกราคม-เมษายน). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยนเรศวร. 14(1): 91-92.
- นพพร แหยมแสง. (2555). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 1. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- นภัสสร พงพัฒยาดี. (2552). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคognition ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- นุชลี อุปภัย. (2556). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เบญจมาศ เทพบุตรดี. (2550). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างการเรียนรู้โดยปัญหาเป็นฐาน (PBL) และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร ทศนิยม. วิทยานิพนธ์. กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2553). การพัฒนาหลักสูตร. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- บุญญา แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุหงา วัฒนะ. (2546, กันยายน). Active learning. วารสารวิชาการ. 6(9): 30-34.
- ประเสริฐ ศศิธรโรจนชัย. (2548). การประเมินตามสภาพจริง แฟ้มสะสมงาน การวัดผลการปฏิบัติงานและโครงการ. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลวิทยาเขตพระนครใต้.
- ประคอง กรรณสูต. (2535). สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2556). การพัฒนาการคิด. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 9119 เทคนิคพรินต์.
- ประภาพรรณ เอี่ยมสุภามิต. (2550). ทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอน. ใน ประมวลสาระชุดวิชาวิทยาการจัดการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 1-7. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ประภาดี ไพราม. (2551). การพัฒนาความตระหนักในการคิดระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนด้วยวิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ปริญญา สองสีดา. (2550). ผลการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2545, มกราคม-กุมภาพันธ์). การเรียนรู้แบบ Active Learning: ทำอย่างไร. การศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี. 30(116): 53-55.
- ปิยพร สีสันต์. (2554). การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 4. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2551?). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แนวใหม่. ใน 36 ปี สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. หน้า 76-84. กรุงเทพฯ: สสวท.
- ปิยาภรณ์ พุ่มแก้ว. (2555). การพัฒนาหลักสูตรทักษะชีวิตโดยใช้การคิดเป็นฐานการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ไพฑูรย์ โพธิ์สาร. (2550). การประเมินสภาพจริง. ใน สารานุกรมศึกษาศาสตร์เฉลิมพระเกียรติพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช เนื่องในมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 80 พรรษา พุทธศักราช 2550. หน้า 70-72. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ทัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิตร ทองชั้น. (2550). การสัมภาษณ์. ใน สารานุกรมศึกษาศาสตร์เฉลิมพระเกียรติพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช เนื่องในมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 80 พรรษา พุทธศักราช 2550. หน้า 70-72. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์; สุวัฒนา อุทัยรัตน์; และ กมลพร บัณฑิตยานนท์. (2544). แนวคิดและแนวปฏิบัติสำหรับครูมัธยมเพื่อการปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพร ริมชลการ. (2543). การพัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัตน์ บัวสนธ์. (2556). การวิจัยและพัฒนานวัตกรรมการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. บัณฑิตวิทยาลัย. ราชบัณฑิตยสถาน. (2545). พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.
- (2545). พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.
- (2553). พจนานุกรมศัพท์จิตวิทยา. กรุงเทพฯ: โอเดย์ สแควร์.
- รุ่งทิวา นามารุง. (2550). วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รุจิรี ภูสาระ. (2551). การพัฒนาหลักสูตร: ตามแนวปฏิรูปการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชร บุนนสิงห์. (2546). การสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วัฒนาพร กระจับทุกข์. (2541). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ.
- วายุคล รบศึก. (2550). การศึกษาบทบาทของครูที่ใช้การผสมผสานการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- วารินทร์ รัตมีพรหม. (2542). การออกแบบและพัฒนาระบบการสอน. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.
- วาสนา ภูมิ. (2555). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) เรื่องอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย ดิสสระ. (2533). การพัฒนาหลักสูตรและการสอน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- วิชัย ประสิทธิ์วุฒิเวชช์. (2542). การพัฒนาหลักสูตรฐานต่อที่ท้องถิ่น. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- (2537). กระบวนการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอน: ภาคปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2541). เอกสารประกอบการสอนเรื่อง ทฤษฎีและการพัฒนาหลักสูตร วิชา ลส 800 ทฤษฎีและการปฏิบัติการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงหลักสูตร. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- (2554). การพัฒนาหลักสูตรระดับอุดมศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อาร์ แอนด์ ปรีนท์.

- วิษณุ ภาพันธ์. (2551). การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับ
ประถมศึกษาตอนปลาย. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แมนสงวน. (2555). การวิจัยและพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:
สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศักดิ์ศรี ปาณะกุล; นิรมล ศตวุฒิ; และ ระวีวรรณ ศรีคร้ามครัน. (2554). หลักสูตรและการจัด
การเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- เสาวลักษณ์ โธมา. (2551). การพัฒนาหลักสูตรธรรมชาติของวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียน
ช่วงชั้นที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สัจจ อุทรานันท์. (2527). พื้นฐานและหลักการพัฒนาหลักสูตร. กรุงเทพฯ: ภาควิชาบริหาร
การศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2530). ทฤษฎีหลักสูตร. กรุงเทพฯ: ภาควิชาบริหารการศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). ทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- (2555ข). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- (2555ค). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมพร หลิมเจริญ. (2552). การพัฒนาหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์สำหรับ
นักเรียนช่วงชั้นที่ 2. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2552?). ทำไมเด็กจึงไม่ชอบคณิตศาสตร์. สืบค้นเมื่อ 8 กรกฎาคม
2556, จาก http://riprn-math.com/keep_pdf/25520104/why_kid_dont_like_math.pdf
- (2555-2556, พฤศจิกายน - มกราคม). การสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์.
วารสารคณิตศาสตร์. 55(626-628): 18-37.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค; สมเดช บุญประจักษ์; และจรรยา ภูอุดม. (2551, สิงหาคม-ตุลาคม).
ผลสำรวจสาเหตุนักเรียนไทยอ่อนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข. วารสารคณิตศาสตร์.
53(599-601). 20-28.
- สมศักดิ์ ภูวิภาดาบรรณ. หลักการสอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนและการประเมินตามสภาพจริง. กรุงเทพฯ
: ดวงกลมพับลิชชิง.

- สัญญา ภัทรการ. (2552). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น. การพิมพ์.
- สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). โครงการอบรมครูผู้สอนกลุ่มคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (วิทยาศาสตร์) และครูประจำห้องปฏิบัติการทางวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2547). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สิรินทรา มินทะขัติ. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- (2551, สิงหาคม-ตุลาคม). เป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 53(599-601). 12-19.
- สุชาดา แก้วพิกุล. (2555). การพัฒนากิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนอย่างกระตือรือร้น โดยเน้นการเรียนรู้เป็นคู่ร่วมกับการบริหารสมอง เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสุขในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุดาภรณ์ อรุณดี. (2546). ผลของการใช้การเรียนรู้แบบ 4MAT ที่มีต่อพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดราชผาติการาม เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2558). การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน. กรุงเทพฯ: ซัคเซสพับลิเคชั่น.
- สุนีย์ ภูพันธ์. (2546). แนวคิดพื้นฐานการสร้างและการพัฒนาหลักสูตร. เชียงใหม่: The Knowledge Center.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2542). ทฤษฎีสมมติฐาน ใน สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวในโอกาสสมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 6 รอบ 5 ธันวาคม 2542. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- (2537). เอกสารประกอบการสอนวิชา ปถ 511 การพัฒนาหลักสูตรและการสอนในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2554). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อภิสิทธิ์ โคตรนรินทร์. (2554). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเมตาคอกนิชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ ปริญญาโท. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อรุณี คงมา. (2553). การส่งเสริมกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านโคกสยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามหาสารคาม เขต 1 โดยใช้วิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- อัคพงศ์ สุขมาตย์. (2553). การพัฒนาหลักสูตรเสริมสร้างคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามแนวคิดจิตตปัญญาศึกษา. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัครา เอิบสุขศิริ. (2556). จิตวิทยาสำหรับครู. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). *หลักการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- อารี พันธุ์มณี. (2546). *จิตวิทยาสร้างสรรค์การเรียนรู้การสอน*. กรุงเทพฯ: ไยใหม่.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. (2548). *ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อุษาดิ จันทรสนธิ. (2556). การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. 12-48 - 12-53. ครั้งที่ 2. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- อำภรัตน์ ผลววรรณ. (2556). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิดและความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Amaral, Samantha Shyka. (2010). *Children's discursive representations of their mathematical thinking: an action research study*. Thesis, M.Ed. (Curriculum Teaching and Learning). University of Manitoba. Photocopy.
- Anderson, T.P. (1997). Using Models of Instruction. In *Instructional Development Paradigms*. C.R. Drill and A.J. Romiszowsky. pp. 521-536. New Jersey: Educational Publications.
- Artzt, Alice F; & Yaloz-Femia Shirel. (1999). Mathematical Reasoning during Small-Group Problem Solving. In *Developing Mathematical Reasoning in Grade K-12 (1999 YearBook)*. Stiff, Lee V.; & Curcio, Frances R. editors. pp.115-126. Virginia: NCTM.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bell-Gredler, Margaret E. (1986). *Learning and Instruction: Theory into Practice*. New York : Macmillan.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of Instruction*. Cambridge: The Belknap Press.
- Carpenter, T.P. et al. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*. 26(4): 499-531.
- (2000). *Cognitively Guided Instruction: A Research-Based Teacher Professional Development Program for Elementary School Mathematics: Research Report*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

- Carpenter, T.P.; & Fennema, E. (1992). Cognitively Guided Instruction: Building on the Knowledge of students and teachers. *International Journal of Research in Education*. 17(5): 457 - 470.
- Coulombe, Serge; & Tremblay, Jean-François. (2005, October). Public Investment in Skills: *Are Canadian Governments Doing Enough?*. C.D Howe Institute Commentary. Toronto: C.D. Howe Institute.
- Dick, Walter; & Carey, Lou. (1996). *The systematic Design of Instruction*. 4th ed. New York: Longman.
- English, L.D. (1998). Children's Problem Posing within Formal and Informal Contexts. In *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(1): 83-106.
- Greenwood, Jonathan Jay. (1993, Nov). On the Nature of Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking. *Arithmetic Teacher*. 41(3): 144-152.
- Halmos, P. (1980). The Heart of Mathematics. *American Mathematical Monthly*. 87(7): 519-524.
- Hergenhahn, B. R.; & Olson, Matthew H. (1993). *An introduction to theories of learning*. 4th ed. London : Prentice Hall International.
- Herr, Ted; & Johnson, Ken. (1994). *Problem Solving Strategies: Crossing the River with Dogs*. Berkeley: Key Curriculum.
- Hwa, Tee Yong; & Lim, Chap Sam. (2008). *Implementing School-Based Assessment: The mathematical Thinking Assessment (MATA) Framework*. Retrieved January 30, 2014, from <http://www.ipbl.edu.my/portal/penyelidikan/seminarpapers/2008/5a%20Hwa.pdf>
- Joyce, Bruce.; Weil, Marsha; & Calhoun, Emily. (2009). *Models of Teaching*. 8th ed. Boston: Pearson.
- Katagiri, Shigeo. (2007). Mathematical thinking and how to teach it. In *Progress Report of the APEC Project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) : Lesson Study focusing on Mathematical Thinking*. pp. 105-158. Japan: Maeda.
- Khali, Madihah. (2007). Mathematical Thinking in Brunei Curriculum: Implementation Issues and Challenges. In *Progress Report of the APEC Project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) : Lesson Study focusing on Mathematical Thinking*. pp. 169-178. Japan: Maeda.

- Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1996). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. Boston: Allyn and Bacon.
- (1998). *Assessing Reasoning and Problem Solving: A Sourcebook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Isoda, Masami; & Katagiri, Shigeo. (2012). *Mathematical Thinking: How to Develop It in the Classroom*. New Jersey: World Scientific.
- Lane, Catherine Pullin. (2011). *Mathematical Thinking and the Process of Specializing*. Dissertation, Ed.D. (Curriculum and Instruction). University of Cincinnati. Photocopy.
- Lim, Chap Sam; & Hwa, Tee Yong. (2007). Promoting Mathematical Thinking in the Malaysian Classroom: Issues and Challenges. In *Progress Report of the APEC Project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) : Lesson Study focusing on Mathematical Thinking*. pp. 81-90. Japan: Maeda.
- Madaus, George F; Scriven, Michael; & Stufflebeam, Daniel L. (1983). *Evaluation Model: Viewpoints on Educational and Human Services Evaluation*. Boston: Kluwer-Nijhoff.
- Marshall, Mary Elisabeth. (2009). *Exploring the Mathematical Thinking of Bilingual Primary-Grade Students: CGI Problem Solving From Kindergarten Through 2nd Grade*. Dissertation, Pd.D. (Language, Literacy and Sociocultural Studies). New Mexico: University of New Mexico. Photocopy.
- Marzano, Robert J. (2001). *Designing a New Taxonomy of Educational Objectives*. California: Corwin Press.
- Mason, John; Burton, Leone; & Stacey, Kaye. (1985). *Thinking Mathematically*. Harlow: Addison-Wesley.
- (2010). *Thinking Mathematically*. 2nd ed. Harlow: Pearson.
- Morris, Susan; & McCarthy, Bernice. (1990). *4 MAT in Action II: Sample Lesson Plans for Use with the 4MAT System*. Barrington, Ill: Excel.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Virginia: NCTM.
- (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.
- Nguyen, Tri Tran. (2009). *Thinking Mathematically through Discussions of Reading Comprehension Strategies*. Thesis, MA (Education). University of California, Davis. Photocopy.

- Oliva, Peter. F; & Gordon, William II. (2013). *Developing the Curriculum*. 8th ed. Boston: Pearson.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*. 2nd ed. New Jersey: Princeton University Press.
- Rahayu.R; & Kattono. (2014, October). The Effect of Mathematical Disposition toward Problem Solving Ability Based On IDEAL Problem Solver. *International Journal of Science and Research (IJSR)*. 3(10): 1315-1318.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Thinking Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. pp.334-370. New York: MacMillan.
- Sprinthall, Norman A.; & Sprinthall, Richard C. (1996). *Educational Psychology: A Developmental Approach*. 6th ed. New York: McGraw-Hill.
- Stacey, Kaye. (2007). What is Mathematical Thinking and Why is It Important. In *Progress Report of the APEC Project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) : Lesson Study focusing on Mathematical Thinking*. pp. 39 – 47. Japan: Maeda.
- Stylianou, Despina A. (2011, April). An Examination of Middle School Students' Representation Practices in Mathematical Problem Solving through the Lens of Expert Work: Towards an Organizing Scheme. *Educational Studies in Mathematics*. 76(3): 265-280.
- Taba, Hilda. (1962). *Curriculum Development: Theory and Practice*. New York: Harcourt Brace.
- The Center for Language in Learning. (2002). *Mathematical Disposition Scale: Grades 3-12*. Retrieved February 8, 2014, from http://fairtest.org/sites/default/files/LR%20-%20Math_Disposition.pdf
- Tyler, Ralph W. (1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago: University of Chicago Press.
- Van de Walle, John A.; Karp, Karen S.; & Bay-William, Jennifer M. (2010). *Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally*. 7th ed. Boston: Allyn & Bacon.
- Vickery, Anitra. (2014) *Developing Active Learning In The Primary Classroom*. Los Angeles : SAGE.
- Wilkins, Jesse L. M. (2010). *Modeling Quantitative Literacy*. Retrieved May 25, 2014, from <http://epm.sagepub.com>

- Wilson, J. W; Fernandez, M. L; & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving In *Research ideas for the classroom: High school mathematics*. pp 57-78. New York: Macmillan.
- Woolfolk, Anita. (2013). *Educational Psychology*. 12th ed. Boston: Pearson.
- Yeap, Ban Har. (2007). Developing Mathematical Thinking in Singapore Elementary Schools. In *Progress Report of the APEC Project: "Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) : Lesson Study focusing on Mathematical Thinking*. pp. 75-80. Japan: Maeda.







ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

**รายนามผู้เชี่ยวชาญประเมินความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้
เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 4**

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ณัฏชา กมล	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญญิสรา แซ่หล่อ	คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตสุราษฎร์ธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร. ขวัญ เพียซ้าย	คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



**รายนามผู้เชี่ยวชาญประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้
และความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์**

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ณัฏฐา กมล

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญญา แซ่หล่อ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตสุราษฎร์ธานี

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์ ดร. ขวัญ เพียชัย

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์เอนก จันทจรูญ

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



**รายนามผู้เชี่ยวชาญประเมินความเหมาะสมของหลักสูตร
และความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในหลักสูตร**

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล	บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรณะ	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร.วิลาวัลย์ ตำนสิริสุข	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร. ขวัญ เพียชัย	คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์เอนก จันทระจัญญ	คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



รายนามผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องของแบบวัดอัจฉมาสัยทางคณิตศาสตร์

อาจารย์ ดร. ขวัญ เพียชัย

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์ ดร. ภิญญาพันธ์ เพียชัย

ภาควิชาจิตวิทยา คณะมนุษยศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์สุพัทธ แสนแจ่มใส

ภาควิชาจิตวิทยา คณะมนุษยศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ





ภาคผนวก ข

หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วัตถุประสงค์ของหลักสูตร

เพื่อให้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ใน 3 ด้านคือ

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. การดำเนินการทางการคิด
3. อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาของหลักสูตร

เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตร จึงได้กำหนดเนื้อหาของหลักสูตร โดยแบ่งออกเป็น 6 หน่วย ดังตาราง 19

ตาราง 19 เนื้อหาของหลักสูตร

หน่วยที่	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (คาบ)	การวัดผล
1: การแก้ปัญหา	1. กระบวนการแก้ปัญหา 2. ยุทธวิธีการแก้ปัญหา 2.1 การเขียนภาพหรือแผนภาพ 2.2 การสร้างตาราง 2.3 การค้นหาแบบรูป 2.4 การมองปัญหาย้อนกลับ 2.5 การใช้ตัวแปร 2.6 การคาดเดาและตรวจสอบ	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ข้อมูลและความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง 3. ดำเนินการทางการคิดได้อย่างถูกต้องเหมาะสม 4. มีอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์	12	1. สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียนและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน 2. ตรวจสอบกิจกรรม

ตาราง 19 (ต่อ)

หน่วยที่	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา (คาบ)	การวัดผล
2: จำนวนและ การดำเนินการ	1. จำนวนนับ 2. ร้อยละ	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระจำนวนและการดำเนินการในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้องเหมาะสม 3. มีอรรถสัจทางคณิตศาสตร์	4	1. สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียนและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน 2. ตรวจใบกิจกรรม
3 การวัด	1. พื้นที่ 2. ปริมาตร	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระการวัดในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้องเหมาะสม 3. มีอรรถสัจทางคณิตศาสตร์	4	
4: เรขาคณิต	1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส 2. ความคล้าย	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระเรขาคณิตในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้องเหมาะสม 3. มีอรรถสัจทางคณิตศาสตร์	4	
5: พีชคณิต	1. ระบบสมการเชิงเส้น 3 ตัวแปร 2. อัตราเร็ว	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระพีชคณิตในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้องเหมาะสม 3. มีอรรถสัจทางคณิตศาสตร์	4	
6: การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	1. ความน่าจะเป็น 2. สถิติ	เพื่อให้นักเรียน 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นในการดำเนินการทางการคิดได้ถูกต้องเหมาะสม 3. มีอรรถสัจทางคณิตศาสตร์	4	
รวม			32	

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล การนำเสนอตัวแทนความคิด และอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นกระตุ้นความคิด/เร้าความสนใจ

เป็นขั้นตอนที่ครูสร้างแรงจูงใจ ยั่วๆ โดยใช้ปัญหาน่าที่ครู/นักเรียนเสนอ ซึ่งเป็นปัญหาที่น่าสนใจและหลากหลายทั้งปัญหาในชีวิตจริง ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และปัญหาปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่จะคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิธีการคือครูนำเสนอปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันคิดและอภิปรายทั้งชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นการคิดของนักเรียน (ปัญหาที่น่าสนใจจะไม่ยากไปเพื่อศึกษาวิธีการคิดของนักเรียน พิจารณานักเรียนจะใช้ยุทธวิธีใดในการคิด ยุทธวิธีที่นำมาใช้นั้นเหมาะสมหรือไม่)

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาหลักที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา/แนวคิดเดียวกับขั้นตอนที่ 1 แต่มีระดับความยากมากขึ้น โดยใช้ใบกิจกรรมและสื่อการสอนประกอบการอภิปราย เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้ว ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ครูจะช่วยให้คำแนะนำให้นักเรียนเข้าใจ โดยใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นความเข้าใจของนักเรียน ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด สิ่งใดสำคัญและสิ่งใดไม่สำคัญในสถานการณ์ปัญหา บอกได้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้ใดที่จำเป็นต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหายิ่งขึ้น ขั้นตอนนี้ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่สำคัญเพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ไม่รู้ว่าปัญหานั้นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด แยกแยะประเด็นต่างๆ ของปัญหาไม่ได้ นักเรียนจะไม่สามารถใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ครูจึงควรให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน โดยครูต้องมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจปัญหาอย่างแท้จริงซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการตอบคำถามของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนร่วมกันวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาแล้วนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น เริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 ทั้งสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการรู้ เงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนด และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาวิเคราะห์ (อย่างมีเหตุผล) เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา รวมทั้งให้นักเรียนอภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบและคาดการณ์คำตอบ พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียน ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการจัดการข้อมูล ในขั้นตอนนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและ

เหมาะสม และกระตุ้นให้นักเรียนใช้เหตุผลในการวางแผนและคาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้ โดยใช้คำถามปลายเปิด

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้

เป็นขั้นตอนที่ให้ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวคิดที่แตกต่างของเพื่อนกลุ่มอื่น หากนักเรียนนำเสนอแนวคิดที่วางแผนไว้ไม่ชัดเจน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดความชัดเจน และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยเลือกจากที่กลุ่มตนเองคิดไว้หรือจากที่ตัวแทนกลุ่มอื่นๆ นำเสนอ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่เลือกยุทธวิธีนั้น

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ร่วมกันหรือจากการเลือกหลังจากที่เพื่อนกลุ่มอื่นนำเสนอ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แล้วลงมือแก้ปัญหาคะทั่งหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนต้องกำกับวิธีการต่างๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่เลือกไว้ หากยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่ นอกจากนี้ในระหว่างดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนต้องวิเคราะห์ด้วยว่ายุทธวิธีที่เลือกใช้มีความเหมาะสมหรือไม่และมีวิธีอื่นที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการเลือกใช้กฎ ทฤษฎี แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหา และใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่เหมาะสมในการนำเสนอแนวคิดของตนเองและของกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด

เป็นขั้นตอนที่ครูให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ขั้นตอน และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ นักเรียนเขียนสรุปผลการเรียนรู้ในใบกิจกรรม จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อสรุปแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรม กิจกรรมในประเด็นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ คุณค่าของคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นขยายความคิด

เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนนำการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปช่วยในการตั้งปัญหา (problem posing) ทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นปัญหาปลายเปิดและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

การวัดและประเมินผล

1. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ด้าน คือ

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดและประเมินความสามารถของนักเรียนในการระบุเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสาระของปัญหา การนำข้อมูลข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ โครงสร้าง หรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการดำเนินการทางการคิด

1.2 ด้านการดำเนินการทางการคิด เป็นการวัดและประเมินความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด

1.3 ด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดและประเมินลักษณะนิสัยและความเชื่อของนักเรียนในการทำคณิตศาสตร์และความรู้สึกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถพิจารณาได้จากความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

2. วิธีการที่ใช้ในการวัดและประเมินผล ได้แก่ การทดสอบ การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ การตรวจงาน การเขียนความเรียง การสัมภาษณ์ และการทำแบบวัดอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผล ได้แก่ แบบทดสอบ แบบสังเกตพฤติกรรม การเรียน ใบกิจกรรม ใบเขียนความเรียง และแบบวัดอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ

4.1 ก่อนใช้หลักสูตร ทำการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนใช้หลักสูตร เพื่อนำผลมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

4.2 ระหว่างใช้หลักสูตร ทำการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ การตรวจใบกิจกรรม และการทดสอบท้ายหน่วย เพื่อนำผลการประเมินไปใช้เป็นแนวทางในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4.3 หลังใช้หลักสูตร ทำการวัดและประเมินผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดการเรียนรู้จบหลักสูตร เพื่อนำผลการประเมินไปใช้ในการพิจารณาคุณภาพของการใช้หลักสูตร

5. เกณฑ์การผ่านหลักสูตร

5.1 นักเรียนทำใบกิจกรรมถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

5.2 นักเรียนได้คะแนนจากการทดสอบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และการดำเนินการทางการคิดไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

5.3 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า



ภาคผนวก ค
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 4

ข้อ	รายการประเมิน	$\bar{x}$	S.D.	ผลการประเมิน
1	กระบวนการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจน	4.80	0.45	มากที่สุด
2	กระบวนการจัดการเรียนรู้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	4.60	0.55	มากที่สุด
3	กระบวนการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	4.80	0.45	มากที่สุด
4	กระบวนการจัดการเรียนรู้เรียงลำดับได้อย่างเหมาะสม	5.00	0.00	มากที่สุด
5	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษา 4	4.60	0.55	มากที่สุด
	รวม	4.76	0.44	มากที่สุด

จากตาราง 20 พบว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 4 โดยภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด และเมื่อ
พิจารณาแต่ละรายการประเมิน พบว่าทุกรายการประเมินมีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด
แสดงให้เห็นว่า กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเหมาะสมมากที่สุดที่จะนำไปใช้ในการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 21 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านวัตถุประสงค์ของหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ด้านวัตถุประสงค์ของหลักสูตร			
1. วัตถุประสงค์มีความชัดเจนในด้านผลการเรียนรู้ของ นักเรียน.....	4.60	0.55	มากที่สุด
2. วัตถุประสงค์มีการระบุทิศทาง การดำเนินการที่ชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้.....	4.20	0.84	มาก
3. วัตถุประสงค์ระบุทักษะและคุณลักษณะที่จำเป็นของ การคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	4.40	0.89	มาก
4. วัตถุประสงค์มีความกระชับ เข้าใจง่าย.....	4.20	0.45	มาก
รวม	4.35	0.67	มาก

ตาราง 22 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านเนื้อหาของหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ด้านเนื้อหา			
1. เนื้อหา มีประโยชน์ต่อผู้เรียนทั้งในปัจจุบันและอนาคต....	4.60	0.55	มากที่สุด
2. เนื้อหาในแต่ละหน่วยเหมาะสมกับวัยของนักเรียน นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้.....	4.20	0.84	มาก
3. เนื้อหา มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียนใน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	4.20	0.45	มาก
4. เนื้อหาแต่ละหน่วยเป็นสาระสำคัญของความรู้ คณิตศาสตร์.....	4.80	0.45	มากที่สุด
5. เนื้อหาในแต่ละหน่วยช่วยส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์แก่นักเรียน.....	4.80	0.45	มากที่สุด
6. เนื้อหาที่กำหนดไว้มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์.....	4.60	0.55	มากที่สุด
7. เวลาที่ใช้ในแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม.....	4.00	0.71	มาก
รวม	4.46	0.61	มาก

ตาราง 23 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
• การจัดการเรียนรู้ (ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้)			
1. วิธีจัดการเรียนรู้มีความชัดเจน.....	4.40	0.55	มาก
2. วิธีจัดการเรียนรู้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง.....	4.20	0.45	มาก
3. วิธีจัดการเรียนรู้ช่วยในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	4.60	0.55	มากที่สุด
4. การจัดลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ถูกต้องเป็นระบบ.....	4.20	0.45	มาก
5. วิธีจัดการเรียนรู้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน.....	4.00	0.00	มาก
• กิจกรรมการเรียนรู้			
1. กิจกรรมการเรียนรู้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง.....	4.60	0.55	มากที่สุด
2. กิจกรรมการเรียนรู้มีความหลากหลาย.....	4.20	0.84	มาก
3. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์.....	4.60	0.55	มากที่สุด
4. กิจกรรมเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้กระบวนการกลุ่ม.....	4.60	0.55	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน.....	4.60	0.55	มากที่สุด
6. สถานการณ์ปัญหาช่วยกระตุ้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม	4.42	0.53	มาก

ตาราง 24 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการวัดและประเมินผล โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	$\bar{x}$	S.D.	ระดับความเหมาะสม
<u>ด้านการวัดและประเมินผล</u>			
• <u>การวัด</u>			
1. มีการระบุสิ่งที่ต้องการวัดอย่างชัดเจน.....	4.40	0.89	มาก
2. มีการระบุวิธีวัดผลไว้อย่างชัดเจน.....	4.60	0.55	มากที่สุด
3. มีการระบุถึงเครื่องมือที่ใช้ในการวัดอย่างชัดเจน.....	4.00	1.00	มาก
4. วิธีวัดผลแต่ละระยะเหมาะสมกับวัยของนักเรียน.....	4.20	0.45	มาก
5. มีการใช้วิธีการวัดที่หลากหลาย.....	4.20	0.84	มาก
6. มีการวัดอย่างต่อเนื่อง.....	4.40	0.55	มาก
7. วิธีวัดผลสามารถวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้.....	4.60	0.55	มากที่สุด
8. เครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลสามารถวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้.....	4.40	0.55	มาก
• <u>การประเมินผล</u>			
1. การประเมินผลโดยแบ่งเป็น 3 ระยะจะทำให้สามารถประเมินผลได้ว่านักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์หรือไม่เมื่อครบหลักสูตร.....	4.40	0.89	มาก
2. การประเมินผลมีความต่อเนื่อง.....	4.40	0.89	มาก
3. การประเมินผลครอบคลุมองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	4.40	0.55	มาก
4. มีการระบุเกณฑ์การประเมินไว้อย่างชัดเจน.....	3.20	0.84	ปานกลาง
5. ประเมินได้ตรงตามที่ต้องการวัด.....	4.20	0.45	มาก
6. การประเมินผลมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อพัฒนาผู้เรียน.....	3.60	0.89	มาก
รวม	4.21	0.76	มาก

ตาราง 25 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด
ฉบับที่ 1

แบบทดสอบข้อที่	p	r
1	0.38	0.57
2	0.47	0.38
3	0.54	0.40
4	0.54	0.48
5	0.38	0.52

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .86

ตาราง 26 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด
ฉบับที่ 2

แบบทดสอบข้อที่	p	r
1	0.52	0.57
2	0.57	0.76
3	0.67	0.42

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .87

ตาราง 27 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการทางการคิด
ฉบับที่ 3

แบบทดสอบข้อที่	p	r
1	0.56	0.45
2	0.35	0.60
3	0.42	0.58

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .89



ตาราง 28 แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดอัจฉาสัยทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดอัจฉาสัยทางคณิตศาสตร์

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
1. ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์		
1.1 เมื่อครูกำหนดปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ ฉันจะตั้งใจแก้ปัญหาที่นั้นจนสำเร็จ	3.29	0.73
1.2 ถ้าคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ฉันมักใช้ ความพยายามมากกว่าหนึ่งครั้งในทำโจทย์คณิตศาสตร์	3.71	0.87
1.3 ฉันมักล้มเลิกความพยายามในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เมื่อพบอุปสรรค	2.95	0.96
1.4 ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้เวลานานในการแก้ปัญหา ไม่ทำให้ฉันรู้สึกย่อท้อ	3.08	0.85
1.5 ฉันสามารถคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถ้าฉันพยายามทำ	3.13	1.07
1.6 เมื่อฉันเจอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยาก ฉันจะใส่คำตอบลงไปทันทีโดยไม่พยายามคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3.66	0.80
1.7 เมื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ฉันจะยอมแพ้	3.08	0.80
1.8 ฉันจะไม่หยุดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกว่าจะได้คำตอบ	3.00	0.70
1.9 ฉันชอบที่จะพยายามแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3.26	0.86
2. ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์		
2.1 ฉันมักหาวิธีต่างๆ เพื่อช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3.42	0.90
2.2 ฉันจะเปลี่ยนวิธีคิดใหม่เมื่อวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เดิมไม่ได้ผล	3.53	0.86
2.3 ฉันเชื่อว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแก้ปัญหาได้หลายวิธี	4.00	0.77
2.4 ฉันยอมรับวิธีคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของเพื่อนที่แตกต่างจากฉัน เมื่อมันถูกต้อง	4.21	0.74
2.5 ฉันคิดว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีวิธีคิดเพียงวิธีเดียว ถ้าไม่ใช่ตามวิธีที่ครูกำหนด จะไม่สามารถหาคำตอบได้	3.84	0.89

ตาราง 28 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
3. การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์		
3.1 ฉันต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพื่องานในอนาคต	3.82	1.04
3.2 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้	3.92	0.85
3.3 ฉันเห็นว่ามีหลายอาชีพที่ต้องใช้คณิตศาสตร์	4.05	0.70
3.4 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต่อการใช้ชีวิตของฉัน	3.71	0.84
3.5 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์ช่วยฝึกการคิดอย่างเป็นระบบ	4.11	0.61
3.6 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริมการให้เหตุผล	4.11	0.70
3.7 ฉันคิดว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยฉันในการดำเนินชีวิต	3.47	0.95
3.8 ฉันเรียนคณิตศาสตร์ เพราะรู้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์อย่างไร	3.37	0.71
3.9 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ค่อยได้นำไปใช้ในชีวิตประจำวันเมื่อโตขึ้นเป็นผู้ใหญ่	3.53	0.95
รวม	3.58	0.90

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดอรรถศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งฉบับ (α) เท่ากับ .91

ตาราง 29 แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และระดับอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังทดลองใช้หลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	ระดับ อักษณาสัยทาง คณิตศาสตร์
1. ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์			
1.1 เมื่อครูกำหนดปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ ฉันจะตั้งใจ แก้ปัญหาที่นั้นจนสำเร็จ.....	3.87	0.81	มาก
1.2 ถ้าคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ฉันมักใช้ ความพยายามมากกว่าหนึ่งครั้งในทำโจทย์ คณิตศาสตร์.....	3.95	0.84	มาก
1.3 ฉันมักล้มเลิกความพยายามในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์เมื่อพบอุปสรรค.....	3.13 (*2.87)	1.02	ปานกลาง
1.4 ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้เวลานาน ในการแก้ปัญหา ไม่ทำให้ฉันรู้สึกย่อท้อ.....	3.18	0.90	ปานกลาง
1.5 ฉันสามารถคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ถ้าฉันพยายามทำ.....	4.05	0.73	มาก
1.6 เมื่อฉันเจอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยาก ฉันจะใส่ คำตอบลงไปทันทีโดยไม่พยายามคิดแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์.....	3.68 (*2.32)	1.12	มาก (น้อย)
1.7 เมื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ฉันจะยอมแพ้.....	3.61 (*2.39)	0.89	มาก (น้อย)
1.8 ฉันจะไม่หยุดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกว่าจะได้ คำตอบ.....	3.34	0.75	ปานกลาง
1.9 ฉันชอบที่จะพยายามแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	3.55	0.80	มาก
รวม	3.60	0.92	มาก

ตาราง 29 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ อรรถศาสตร์ทาง คณิตศาสตร์
2. ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์			
2.1 ฉันมักหาวิธีต่างๆ เพื่อช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3.89	0.83	มาก
2.2 ฉันจะเปลี่ยนวิธีคิดใหม่เมื่อวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เดิมไม่ได้ผล.....	4.13	0.84	มาก
2.3 ฉันเชื่อว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแก้ปัญหได้หลายวิธี.....	4.39	0.82	มาก
2.4 ฉันยอมรับวิธีคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของเพื่อนที่แตกต่างจากฉันเมื่อมันถูกต้อง.....	4.45	0.60	มาก
2.5 ฉันคิดว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีวิธีคิดเพียงวิธีเดียว ถ้าไม่ใช้ตามวิธีที่ครูกำหนด จะไม่สามารถหาคำตอบได้	4.24 (1.76*)	0.97	มาก (น้อย)
รวม	4.22	0.84	มาก
3. การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์			
3.1 ฉันต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพื่องานในอนาคต.....	4.08	1.08	มาก
3.2 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้.....	4.21	0.91	มาก
3.3 ฉันเห็นว่ามีหลายอาชีพที่ต้องใช้คณิตศาสตร์.....	4.42	0.76	มาก
3.4 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต่อการใช้ชีวิตของฉัน.....	4.13	0.96	มาก
3.5 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์ช่วยฝึกการคิดอย่างเป็นระบบ.....	4.53	0.60	มากที่สุด
3.6 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริมการให้เหตุผล...	4.18	0.61	มาก
3.7 ฉันคิดว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยฉันในการดำเนินชีวิต.....	3.89	0.83	มาก

ตาราง 29 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ อักษณาสัยทาง คณิตศาสตร์
3.8 ฉันเรียนคณิตศาสตร์ เพราะรู้ว่าคณิตศาสตร์ มีประโยชน์อย่างไร.....	3.87	0.81	มาก
3.9 ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ค่อยได้นำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันเมื่อโตขึ้นเป็นผู้ใหญ่.....	3.68 (*2.32)	1.12	มาก (น้อย)
รวม	4.11	0.90	มาก
รวมทุกองค์ประกอบ	3.93	0.93	มาก

จากตาราง 29 พบว่า หลังการทดลองใช้หลักสูตรนักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 3.93$ SD. = 0.93) และเมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบ พบว่านักเรียนมีระดับความคิดเห็นอยู่ในระดับมากในทุกองค์ประกอบ โดยมีค่าเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 3.60 - 4.22 ซึ่งสามารถเรียงลำดับคะแนนเฉลี่ยตามลักษณะของอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์จากมากไปน้อยได้ดังนี้ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์

* สำหรับข้อ 1.3, 1.6, 1.7, 2.5, 3.9 เป็นข้อความที่มีความหมายในเชิงลบ ผู้วิจัยได้คำนวณคะแนนเฉลี่ยที่แท้จริงไว้ล่วงหน้าลบ ถัดจากคะแนนเฉลี่ยที่ใช้ประเมินระดับอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การแปลคะแนนเฉลี่ย

คะแนนเฉลี่ย 4.50 - 5.00 หมายถึง นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับมากที่สุด
 คะแนนเฉลี่ย 3.50 - 4.49 หมายถึง นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับมาก
 คะแนนเฉลี่ย 2.50 - 3.49 หมายถึง นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง
 คะแนนเฉลี่ย 1.50 - 2.49 หมายถึง นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับน้อย
 คะแนนเฉลี่ย 1.00 - 1.49 หมายถึง นักเรียนมีอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ในระดับน้อยมาก



ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชา การคิดเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ยุทธวิธีแก้ปัญห: การมองปัญหาย้อนกลับ

ปีการศึกษา 2558 ภาคเรียนที่ 2

เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

1.1.1 บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดให้ต้องนำความรู้เรื่องใดมาใช้ในการดำเนินการ
ทางการคิด

1.1.2 ใช้ข้อมูลและแนวคิดในเรื่องที่นักเรียนระบุในการหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง

1.2 ด้านการดำเนินการทางการคิด นักเรียนสามารถ

1.2.1 บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

1.2.2 บอกได้ว่ายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือยุทธวิธีการมองปัญหาย้อนกลับ

1.2.3 หาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

1.2.2 อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหายอย่างสมเหตุสมผล

1.2.3 ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างถูกต้อง

1.3 ด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์

2. สาระสำคัญ

กิจกรรมปัญหา "แบ่งลูกอม" เป็นกิจกรรมที่มีจุดประสงค์เพื่อประเมินการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ของนักเรียน อาศัยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหา โดยใช้
ยุทธวิธีการมองปัญหาย้อนกลับ

ยุทธวิธีการมองปัญหาย้อนกลับ เป็นการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผล
แล้วทำย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้
ปัญหาในสาระพีชคณิตจำนวนมากสามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหด้วยการมองปัญหาย้อนกลับและ
ยุทธวิธีนี้มีส่วนช่วยในการวางแผนการทำงานต่างๆ อีกด้วย (Herr; & Johnson. 1994: 294)

3. สารการเรียนรู้

ปัญหา: แบ่งลูกอม

พลอยมีลูกอมอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อแบ่งลูกอมออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน พลอยให้ออมหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน และแบ่งลูกอมที่เหลือออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน แล้วให้แก้มหยิบไปอีกหนึ่งส่วน และแบ่งลูกอมที่เหลืออยู่ออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน หลังจากนั้นพลอยจึงหยิบไปหนึ่งส่วน ถ้าเหลือลูกอมอยู่ 16 เม็ด เดิมพลอยมีลูกอมอยู่กี่เม็ด

วิธีคิด พิจารณา: หลังจากทีพลอยหยิบลูกอมไปแล้วหนึ่งส่วนลูกอมเหลืออยู่ 16 เม็ด
ซึ่งลูกอมที่เหลืออยู่ 16 เม็ด ก็คือลูกอม 2 กองรวมกัน
แสดงว่าลูกอมแต่ละกองเท่ากับ 8 เม็ด



รวมมีลูกอม $8 \times 3 = 24$ เม็ด

พิจารณา: หลังจากทีแก้มหยิบลูกอมไปแล้วหนึ่งส่วนลูกอมเหลืออยู่ 24 เม็ด
ซึ่งลูกอมที่เหลืออยู่ 24 เม็ด ก็คือลูกอม 2 กองรวมกัน
แสดงว่าลูกอมแต่ละกองเท่ากับ 12 เม็ด



รวมมีลูกอม $12 \times 3 = 36$ เม็ด

พิจารณา: หลังจากทีอมหยิบลูกอมไปแล้วหนึ่งส่วนลูกอมเหลืออยู่ 36 เม็ด
ซึ่งลูกอมที่เหลืออยู่ 36 เม็ด ก็คือลูกอม 2 กองรวมกัน
แสดงว่าลูกอมแต่ละกองเท่ากับ 18 เม็ด



รวมมีลูกอม $18 \times 3 = 54$ เม็ด

ดังนั้นเดิมพลอยมีลูกอมอยู่ 54 เม็ด

ตรวจสอบย้อนกลับ

เดิมพลอยมีลูกอมอยู่ 54 เม็ด แบ่งลูกอมออกเป็น 3 กอง กองละเท่าๆ กัน
จะได้กองละ $54 \div 3 = 18$ เม็ด แล้วให้ออมหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน (18 เม็ด)
จะเหลือลูกอมอยู่ $54 - 18 = 36$ เม็ด

หลังจากที่ออมหยิบลูกอมไปแล้ว พลอยแบ่งลูกอมออกเป็น 3 กอง กองละ $36 \div 3 = 12$ เม็ด
แล้วให้แก้มหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน (12 เม็ด) จะเหลือลูกอมอยู่ $36 - 12 = 24$ เม็ด

หลังจากที่แก้มหยิบลูกอมไปแล้ว พลอยแบ่งลูกอมออกเป็น 3 กอง กองละ $24 \div 3 = 8$ เม็ด
แล้วตนเองหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน (8 เม็ด) จะเหลือลูกอมอยู่ $24 - 8 = 16$ เม็ด ตรงตามที่โจทย์
กำหนด ดังนั้นเดิมพลอยมีลูกอมอยู่ 54 เม็ด

4. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 5.1 : แบ่งลูกอม

ใบกิจกรรมที่ 5.2 : การตั้งปัญหา

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนเล่นเกมทายจำนวน โดยให้นักเรียนทำดังนี้

1.1 กำหนดจำนวนระหว่าง 1 ถึง 10

1.2 ให้นักเรียนคูณจำนวนนั้นด้วย 4

1.3 บวกผลลัพธ์ที่ได้ในข้อ 1.2 ด้วย 6

1.4 หารผลลัพธ์ที่ได้ในข้อ 1.3 ด้วย 2

1.5 หักผลลัพธ์ที่ได้ในข้อ 1.4 ไป 7 ครูให้นักเรียนจำคำตอบที่ได้ไว้ในใจ

2. ครูสุ่มถามนักเรียน 2 - 3 คน โดยให้นักเรียนบอกผลลัพธ์ที่ได้ แล้วครูทายจำนวนที่นักเรียนคิดไว้ในตอนเริ่มต้น

3. ครูถามนักเรียนว่า ครูรู้คำตอบของนักเรียนได้อย่างไร ครูใช้วิธีใดในการหาจำนวนเริ่มต้นที่นักเรียนคิดไว้ คิดแบบย้อนกลับ นำคำตอบของนักเรียนไปบวกกับ 7 แล้วนำไปคูณ 2 จากนั้นลบไป 6 แล้วหารด้วย 4]

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน แบบละความสามารรถ

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5.1: แบ่งลูกอม ให้นักเรียนแต่ละคน

3. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาในใบกิจกรรมที่ 5.1 และทำความเข้าใจปัญหาแล้วถามนักเรียนว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการอะไร โดยให้นักเรียนขีดเส้นใต้ข้อมูลที่กำหนดให้ พร้อมทั้งตอบคำถามในใบกิจกรรม [นักเรียนควรบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ พลอย

แบ่งลูกอมเป็น 3 กอง แล้วให้ออมหยิบไปหนึ่งส่วน จากนั้นพลอยแบ่งส่วนที่เหลือเป็น 3 กองเท่าๆ กัน แล้วให้แอมหยิบไปหนึ่งส่วน แล้วแบ่งส่วนที่เหลือเป็น 3 กองเท่าๆ กัน แล้วพลอยหยิบไปหนึ่งส่วน และเหลือลูกอมอยู่ 16 เม็ด] และโดยให้นักเรียนวงกลมล้อมข้อมูลที่โจทย์ต้องการหา [นักเรียนควรวงกลมที่ 'เดิมพลอยมีลูกอมอยู่กี่เม็ด'] พร้อมทั้งตอบคำถามในใบกิจกรรม

4. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้ในการคิด [นักเรียนอาจตอบว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์]

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดว่าจะใช้ยุทธวิธีในการคิดโดยตอบในใบกิจกรรม พร้อมทั้งช่วยกันวางแผนว่าจะดำเนินการอย่างไร โดยอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

2. ครูเดินดูนักเรียนในแต่ละกลุ่มและสังเกตว่านักเรียนใช้วิธีใดในการคิดบ้าง หากนักเรียนไม่สามารถหาวิธีคิดได้ ครูจะกระตุ้นนักเรียนโดยใช้คำถามปลายเปิด เช่น นักเรียนควรเริ่มต้นอย่างไร จะดำเนินการอย่างไรเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา จะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้ (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้ตัวแทนกลุ่มมานำเสนอวิธีคิดหน้าชั้นเรียน โดยเลือกกลุ่มที่มีวิธีคิดที่แตกต่างกัน (จากการสังเกตของครู และจากการสอบถามนักเรียนว่ากลุ่มใดมีวิธีที่แตกต่างไปบ้าง)

2. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม ว่าหลังจากที่เพื่อนนำเสนอวิธีที่แตกต่างจากกลุ่มตนเองนักเรียนยังคงใช้วิธีเดิมของกลุ่มตนเองหรือเปลี่ยนวิธีใหม่ เพราะเหตุใด

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)

ครูให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาตามที่กลุ่มของตนเองวางแผนไว้ (หรืออาจเปลี่ยนโดยเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมหลังจากที่เพื่อนนำเสนอ) โดยเขียนอธิบายวิธีคิดในใบกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบและตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยนำคำตอบที่ได้มาคิดย้อนกลับไปยังโจทย์

2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดที่ได้ ในประเด็นเกี่ยวกับ

2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 ยุทธวิธีที่นำมาใช้ (เหตุผลที่เลือกยุทธวิธีนั้น คุณค่าในการใช้ยุทธวิธี

ในการแก้ปัญหา/คุณค่าของคณิตศาสตร์)

2.3 คำตอบของปัญหาที่ได้

2.4 การนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด (ความสมเหตุสมผลของคำตอบ)

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นขยายความคิด (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 5.2 โดยให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทำนองเดียวกับปัญหาแบ่งลูกอม

6. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดให้ต้องนำความรู้เรื่องใดมาใช้ในการดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ข้อมูลและแนวคิดในเรื่องที่นักเรียนระบุในการหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง	วิธีวัดผล 1. พิจารณาความถูกต้องเกี่ยวกับความรู้ที่นำมาใช้ 2. พิจารณาความถูกต้องในการนำความรู้เรื่องที่เหมาะสมมาใช้ เครื่องมือวัดผล ใบกิจกรรมที่ 5.1: แบ่งลูกอม	เกณฑ์การให้คะแนน 1. ในแต่ละคำตอบ ถ้านักเรียนตอบถูกต้องได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน 2. ถ้านักเรียนนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านการดำเนินการทางการคิด 1. บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง 2. บอกได้ว่ายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือยุทธวิธีการมองปัญหาย้อนกลับ 3. หาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล 4. อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหายอย่างสมเหตุสมผล 5. ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างถูกต้อง	วิธีวัดผล 1. พิจารณาจากความถูกต้องจากการตอบคำถามของนักเรียน สิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์ถาม ยุทธวิธีที่นำมาใช้ คำตอบของปัญหา แนวคิดในการแก้ปัญห และการนำเสนอตัวแทนความคิด เครื่องมือวัดผล ใบกิจกรรมที่ 5.1: แบ่งลูกอม	เกณฑ์การให้คะแนน ถ้านักเรียนตอบคำถามในแต่ละข้อได้ถูกต้องจะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 5 คะแนน ถือว่าผ่าน (จากทั้งหมด 9 ข้อ 9 คะแนน)

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์ ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์	<u>วิธีวัดผล</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือ การแสดงออกของ นักเรียนขณะตอบคำถาม หรือทำงานที่มอบหมาย โดยครูสังเกตพฤติกรรม ของนักเรียน <u>เครื่องมือวัดผล</u> - แบบสังเกตพฤติกรรม การทำคณิตศาสตร์ - ใบกิจกรรมที่ 5.1 และ 5.2	<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกต พฤติกรรม ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นชัดเจน จะได้ 2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียง เล็กน้อย จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลย จะได้ 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 3 คะแนน ถือว่าผ่าน

7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

7.1 ด้านนักเรียน (ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์/การดำเนินการทางการคิด/อักษณาสัยทางคณิตศาสตร์)

.....

.....

.....

7.2 ด้านผู้สอน

.....

.....

.....

7.3 ด้านอื่น ๆ

.....

.....

.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

ใบกิจกรรมที่ 5.1

แบ่งลูกอม

ปัญหา: แบ่งลูกอม

พลอยมีลูกอมอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อแบ่งลูกอมออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน พลอยให้ออมหยิบลูกอมไปหนึ่งส่วน และแบ่งลูกอมที่เหลือออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน แล้วให้แก้มหยิบไปอีกหนึ่งส่วน และแบ่งลูกอมที่เหลืออยู่ออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กัน หลังจากนั้นพลอยจึงหยิบไปหนึ่งส่วน ถ้าเหลือลูกอมอยู่ 16 เม็ด เดิมพลอยมีลูกอมอยู่กี่เม็ด

1. สิ่ง โจทย์กำหนดซึ่งนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการหาอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

2. สิ่ง โจทย์ต้องการหาคืออะไร

.....

.....

.....

3. สิ่ง โจทย์กำหนดให้จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการหาได้อย่างไร

.....

.....

.....

4. นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้างต้นต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดมาช่วยในการคิด

.....

.....

.....

5. นักเรียนใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา การคิดเชิงคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ จำนวนและการดำเนินการ: ร้อยละ

ปีการศึกษา 2558 ภาคเรียนที่ 2

เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

1.1.1 บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดให้ต้องนำความรู้เรื่องใดมาใช้ในการดำเนินการทางความคิด

1.1.2 ใช้ข้อมูลและแนวคิดในเรื่องที่นักเรียนระบุในการหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง

1.2 ด้านการดำเนินการทางความคิด นักเรียนสามารถ

1.2.1 บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

1.2.2 บอกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

1.2.3 หาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

1.2.2 อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล

1.2.3 ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างถูกต้อง

1.3 ด้านอักษณาสัยทางคณิตศาสตร์

1.3.1 ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์

1.3.2 ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์

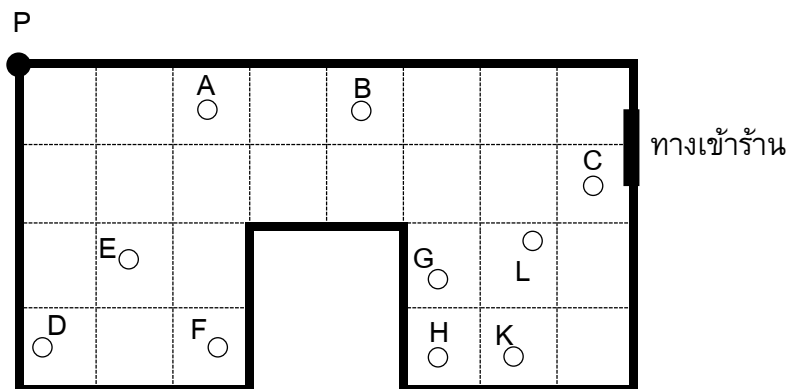
2. สาระสำคัญ

กิจกรรมปัญหา "กล่องวงจรปิด" เป็นกิจกรรมที่มีจุดประสงค์เพื่อประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งอาศัยความรู้เกี่ยวกับร้อยละ โดยใช้ยุทธวิธีการวาดแผนภาพมาช่วยในการดำเนินการทางความคิด

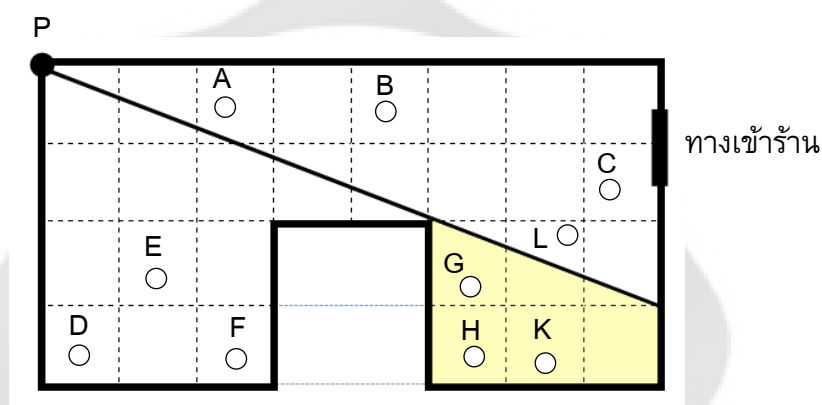
3. สาระการเรียนรู้

ปัญหา: กล่องวงจรปิด

ร้านค้าแห่งหนึ่งต้องการป้องกันการขโมยของในร้าน จึงตัดสินใจที่จะติดกล้องในร้าน โดยกล้องที่ติดเป็นกล้องที่หมุนได้รอบ 360° จับภาพได้ทุกทิศทาง เจ้าของร้านติดกล้องไว้ที่จุด P ซึ่งอยู่ที่มุมของร้าน และจุดแต่ละจุดในแผนผังแสดงถึงตำแหน่งที่ลูกค้าสืบคนยืนอยู่ในร้าน



1. ใครในร้านที่กล้อง P ไม่สามารถจับภาพได้ จงอธิบายแนวคิด พร้อมทั้งแสดงให้เห็นโดยใช้แผนภาพวิธีคิด



จากภาพร้าน ลากส่วนของเส้นตรงจากกล้องให้ผ่านมุมของร้านที่เข้ามามาเพื่อดูทิศทางของกล้องและบริเวณที่กล้องจะสามารถจับภาพได้ เมื่อลากส่วนของเส้นตรงแล้วจะพบว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นบริเวณที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้ ดังนั้น G, H และ K คือคนที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้ เนื่องจากถูกมุมห้องบังอยู่

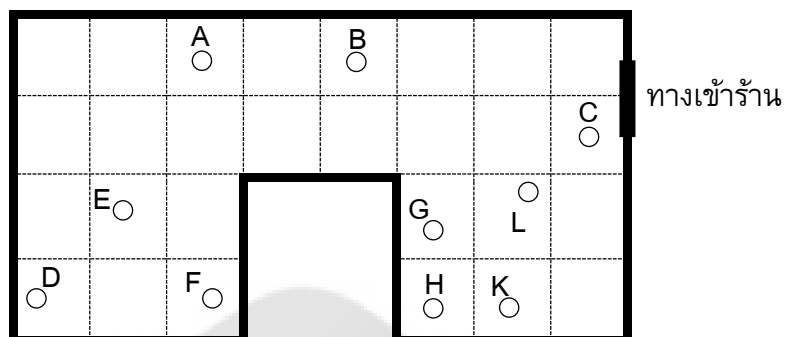
2. เจ้าของร้านแห่งนี้กล่าวว่า "ประมาณ 16% ของพื้นที่ในร้านนี้ที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้" นักเรียนคิดว่าคำกล่าวของเจ้าของถูกต้องหรือไม่ จงอธิบายแนวคิด

วิธีคิด

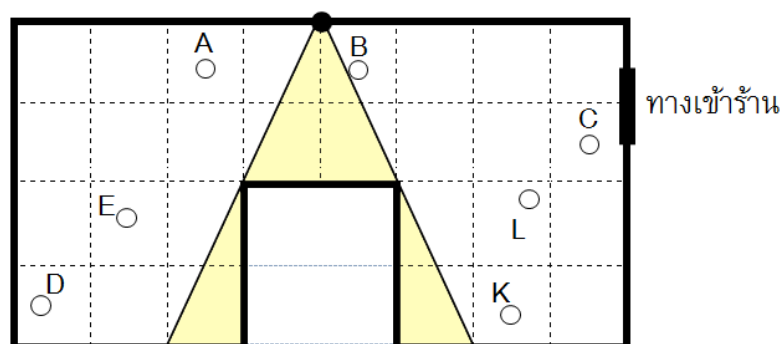
จากแผนภาพในข้อ 1 จะพบว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นพื้นที่ในส่วนที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้ ซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 4.5 ตารางหน่วย จากพื้นที่ทั้งหมด 28 ตารางหน่วย ซึ่งคิดเป็น $\frac{4.5}{28} \times 100 \approx 16\%$ ของพื้นที่ทั้งหมด ซึ่งตรงกับคำกล่าวของเจ้าของร้าน

3. เจ้าของร้านตัดสินใจที่จะย้ายกล่องไปตำแหน่งใหม่เพื่อให้สามารถจับภาพลูกค้าได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้

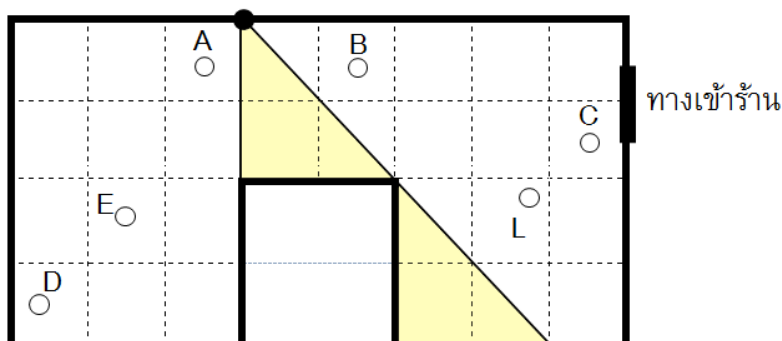
3.1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าตำแหน่งใดควรเป็นตำแหน่งใหม่ที่เจ้าของร้านควรติดตั้ง



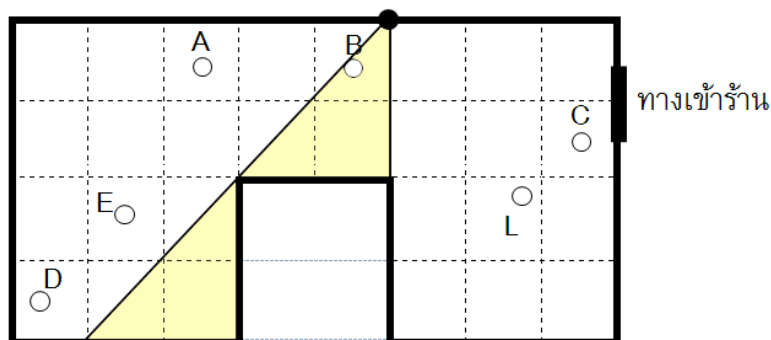
วิธีคิด



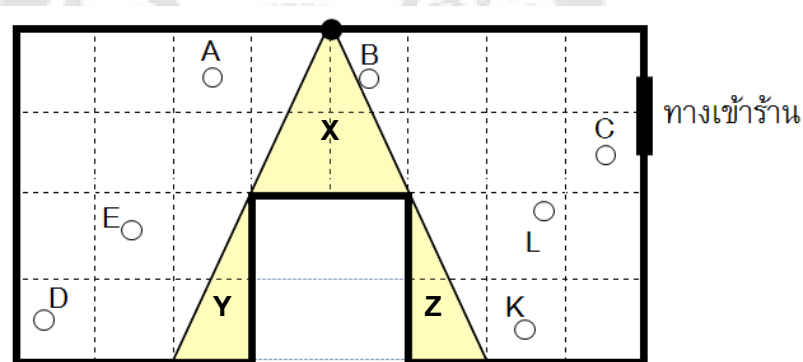
หรือ



หรือ



3.2) จงอธิบายว่าทำไมจึงคิดว่าตำแหน่งที่ติดกล้องตามข้อ 3.1) จึงเป็นตำแหน่งที่ดีที่สุด และมีพื้นที่ร้านอยู่เปอร์เซ็นต์ที่กล้องจะไม่สามารถจับภาพได้ในตำแหน่งใหม่นี้
วิธีคิด

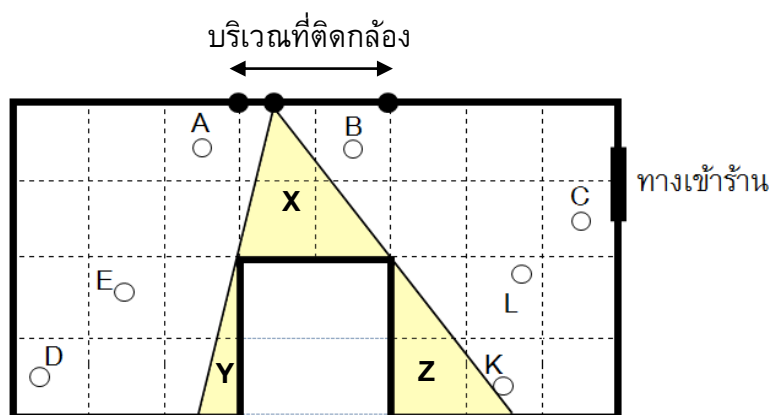


จากแผนภาพจะพบว่าพื้นที่ที่ไม่สามารถจับภาพได้คือ พื้นที่ Y และพื้นที่ Z

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ Y} + \text{พื้นที่ Z} &= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) \\ &= 2 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

นั่นคือบริเวณที่ไม่สามารถจับภาพได้ประมาณ 7% ของพื้นที่ทั้งหมด

หรือ



จากแผนภาพจะพบว่าพื้นที่ที่ไม่สามารถจับภาพได้คือ พื้นที่ Y และพื้นที่ Z
ซึ่งพื้นที่ Y + พื้นที่ Z = พื้นที่ X

และจากแผนภาพจะพบว่า ในบริเวณที่ติดกล้อง ไม่ว่าจะเลื่อนกล้องไปตำแหน่งใดก็

ตามพื้นที่ของ X ยังคงเท่าเดิมเสมอ คือ พื้นที่ X = $\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) = 2$ ตารางหน่วย

ดังนั้นพื้นที่ Y + พื้นที่ Z = 2 ตารางหน่วย ซึ่งคิดได้เป็นประมาณ 7% ของพื้นที่ทั้งหมดที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้

ปรับปรุงจาก: 2012 MARS, Shell Center, University of Nottingham.

4. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 8.1: กล้องวงจรปิด

ใบกิจกรรมที่ 8.2: การตั้งปัญหา

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นกระตุ้นความคิด/สร้างความสนใจ (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูถามนักเรียนว่า “ความรู้เรื่องร้อยละเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างไรบ้าง”

[นักเรียนควรตอบได้ว่าร้อยละเกี่ยวข้องในเรื่องการลดราคาสินค้า การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของราคาน้ำมัน จำนวนนักเรียน เป็นต้น]

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดปัญหาที่เกี่ยวกับร้อยละ ครูเดินดูแล้วเลือกปัญหาที่น่าสนใจ แล้วให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

3. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันแก้ปัญหาคือเพื่อนนำเสนอ แต่หากนักเรียนไม่สามารถนำเสนอที่น่าสนใจได้ ครูอาจนำเสนอปัญหาดังนี้ ถ้าให้เลือกซื้อสินค้าสองชิ้นที่มีราคาเท่ากันโดย

ได้รับส่วนลด 30% แต่ขึ้นแรกลดราคา 30% ครั้งเดียว จากราคาสินค้าที่ติดป้ายไว้ กับขึ้นที่สองคือลดครั้งแรก 15% จากราคาสินค้าที่ติดไว้ แล้วจึงนำมาลดอีก 15% หลังจากทีลดไปครั้งแรก ถ้าสินค้าทั้งสองเป็นสินค้าชนิดเดียวกัน และมีคุณภาพเหมือนกัน นักเรียนจะเลือกซื้อสินค้าชิ้นใด เพราะเหตุใด จงอธิบายแนวคิดในการเลือกสินค้า

4. ครูให้เวลานักเรียนในทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการทางการคิด โดยนักเรียนอาจแสดงวิธีคิดโดยใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดประกอบทั้งให้เหตุผลดังนี้

สมมติให้สินค้าราคาชิ้นละ a บาท

ชั้นที่ 1: ลดราคา 30% ครั้งเดียว แสดงว่าจะซื้อสินค้าในราคา $\frac{70}{100} \times a = 0.7a$ บาท

ชั้นที่ 2: ลดราคา 15% ก่อน จากนั้นจึงลดอีก 15%

แสดงว่าครั้งแรกที่ลด 15% จะซื้อสินค้าในราคา $\frac{85}{100} \times a$

จากนั้นลดราคาอีก 15% ของราคา $\frac{85}{100} \times a$

นั่นคือซื้อในราคา $\frac{85}{100} \times \left(\frac{85}{100} \times a \right) = 0.7225a$ บาท

จะเห็นว่าสินค้าชั้นที่ 1 ถูกกว่าสินค้าชั้นที่ 2 อยู่ $0.7225a - 0.7a = 0.0225a$

ดังนั้นจึงควรเลือกซื้อสินค้าชั้นแรก (ลด 30% ครั้งเดียว)

ขั้นตอนที่ 2 ขันเสนอและทำความเข้าใจปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนกลุ่มละ 3-4 คน แบบคณะกรรมการ

2. ครูแจกใบกิจกรรม 8.1: กล้องวงจรปิด

3. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาในใบกิจกรรม 8.1 และทำความเข้าใจปัญหาแล้วถามนักเรียนว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ [ให้แผนผังของร้าน ตำแหน่งที่ติดกล้อง ลักษณะการจับภาพของกล้อง และตำแหน่งที่ลูกค้าสืบคนยืนอยู่ในร้าน] โจทย์ต้องการอะไร [ข้อ 1. โจทย์ต้องการทราบว่าใครในร้านที่กล้อง P ไม่สามารถจับภาพได้ ให้แสดงโดยใช้แผนภาพ ข้อ 2. ต้องการให้ตรวจสอบว่าพื้นที่ในร้านที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้คิดได้ประมาณ 16% ตามที่เจ้าของร้านกล่าวไว้หรือไม่ ข้อ 3. ต้องการหาตำแหน่งที่จะติดกล้องให้สามารถจับภาพลูกค้าได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด]

4. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนในข้อที่ 2 และข้อ 3 นักเรียนจะต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดมาใช้ในการคิด [นักเรียนอาจตอบว่าร้อยละ]

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดว่าจะใช้ยุทธวิธีในการคิดโดยตอบในใบกิจกรรมพร้อมทั้งช่วยกันวางแผนว่าจะดำเนินการอย่างไร โดยอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม
2. ครูเดินดูนักเรียนในแต่ละกลุ่มและสังเกตว่านักเรียนใช้วิธีใดในการคิดบ้าง หากนักเรียนไม่สามารถหาวิธีคิดได้ ครูจะกระตุ้นนักเรียนโดยใช้คำถามปลายเปิด เช่น นักเรียนควรเริ่มต้นอย่างไร จะดำเนินการอย่างไรเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา จะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้ (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

ครูให้ตัวแทนกลุ่มมานำเสนอวิธีคิดหน้าชั้นเรียน

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)

ครูให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาตามที่กลุ่มของตนเองวางแผนไว้ (หรืออาจเพิ่มยุทธวิธีที่เหมาะสมหลังจากที่เพื่อนนำเสนอ) โดยเขียนอธิบายวิธีคิดในใบกิจกรรมที่ 8.1

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบและตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยนำคำตอบที่ได้มาคิดย้อนกลับไปยังโจทย์
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดที่ได้ ในประเด็นเกี่ยวกับ
 - 2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา
 - 2.2 ยุทธวิธีที่นำมาใช้
 - 2.3 คำตอบของปัญหาที่ได้
 - 2.4 การนำเสนอตัวแทนความคิดที่นำมาใช้ในการคิด

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นขยายความคิด (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8.2 โดยให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทำนองเดียวกับปัญหากล้องวงจรปิด

6. การวัดและประเมินผล

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ ดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1. บอกได้ว่าปัญหาที่กำหนดให้ต้องนำความรู้เรื่องใดมาใช้ใน การดำเนินการทางการคิด 2. ใช้ข้อมูลและแนวคิดในเรื่องที่นักเรียนระบุในการหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง	วิธีวัดผล 1. พิจารณาความถูกต้องเกี่ยวกับความรู้ที่นำมาใช้ 2. พิจารณาความถูกต้องในการนำความรู้เรื่องที่ระบุมาใช้ เครื่องมือวัดผล ใบกิจกรรมที่ 8.1: กล้องวงจรปิด	เกณฑ์การให้คะแนน 1. ในแต่ละคำตอบ ถ้านักเรียนตอบถูกต้องได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน 2. ถ้านักเรียนนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ได้ถูกต้องได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านการดำเนินการทางการคิด 1. บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง 2. บอกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง 3. หาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล 4. อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล 5. ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดได้อย่างถูกต้อง	วิธีวัดผล 1. พิจารณาจากความถูกต้องจากการตอบคำถามของนักเรียน สิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์ถาม ยุทธวิธีที่นำมาใช้ คำตอบของปัญหา แนวคิดในการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิด เครื่องมือวัดผล ใบกิจกรรมที่ 8.1: กล้องวงจรปิด	เกณฑ์การให้คะแนน ถ้านักเรียนตอบคำถามในแต่ละข้อได้ถูกต้องจะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องได้ 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 4 คะแนน ถือว่าผ่าน (จากทั้งหมด 4 ข้อ 8 คะแนน)

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านอัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ 1. ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ 2. ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์	<u>วิธีวัดผล</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน <u>เครื่องมือวัดผล</u> - แบบสังเกตพฤติกรรม การทำคณิตศาสตร์ - ใบกิจกรรมที่ 8.1 และ 8.2	<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นชัดเจนจะได้ 2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลย จะได้ 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า 4 คะแนน ถือว่าผ่าน

7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

7.1 ด้านนักเรียน (ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์/การดำเนินการทางการคิด/อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์)

.....

.....

.....

.....

.....

7.2 ด้านผู้สอน

.....

.....

.....

.....

.....

7.3 ด้านอื่นๆ

.....

.....

.....

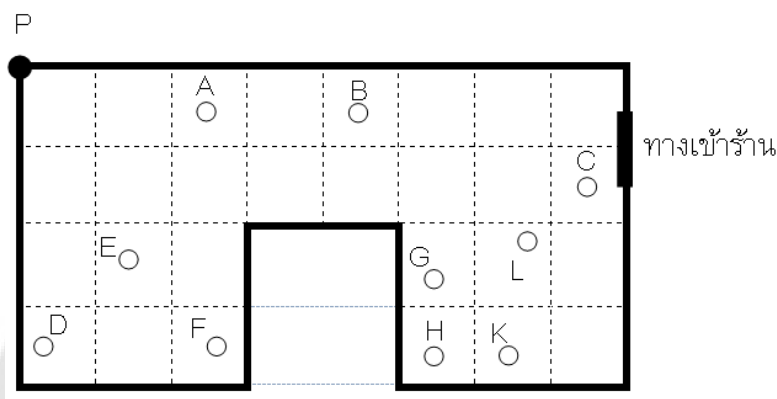
.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

ใบกิจกรรมที่ 8.1

ปัญหา: กล้องวงจรปิด

ร้านค้าแห่งหนึ่งต้องการป้องกันการขโมยของในร้าน จึงตัดสินใจที่จะติดกล้องในร้าน โดยกล้องที่ติดเป็นกล้องที่หมุนได้รอบ 360° จับภาพได้ทุกทิศทาง เจ้าของร้านติดกล้องไว้ที่จุด P ซึ่งอยู่ที่มุมของร้าน และจุดแต่ละจุดในแผนผังแสดงถึงตำแหน่งที่ลูกค้าสิบคนยืนอยู่ในร้าน



- 1) ใครในร้านที่กล้อง P ไม่สามารถจับภาพได้ จงอธิบายแนวคิด พร้อมทั้งแสดงให้เห็นโดยใช้แผนภาพ

วิเคราะห์ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

วิธีคิด

วิธีคิด

- 2) เจ้าของร้านแห่งนี้กล่าวว่า "ประมาณ 16% ของพื้นที่ในร้านนี้ที่กล้องไม่สามารถจับภาพได้"
นักเรียนคิดว่าคำกล่าวของเจ้าของถูกต้องหรือไม่ จงอธิบายแนวคิด

วิเคราะห์ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

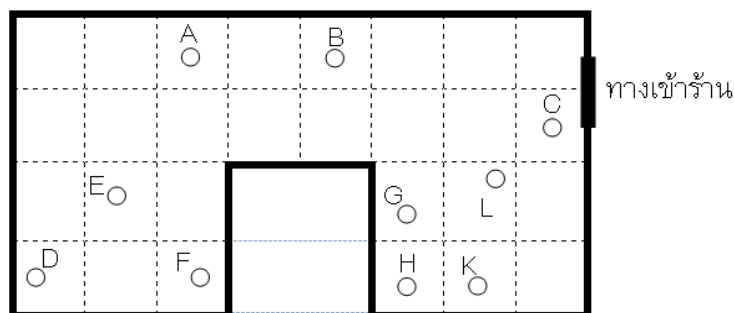
.....

.....

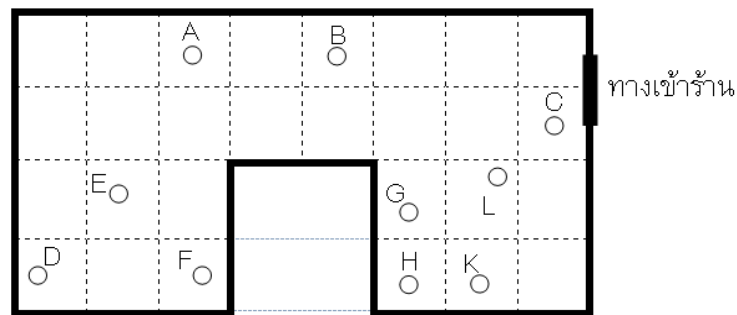
.....

- 3) เจ้าของร้านตัดสินใจที่จะย้ายกล้องไปตำแหน่งใหม่เพื่อให้สามารถจับภาพลูกค้าได้มากที่สุดเท่าที่จะ
มากได้

- 3.1) ให้นักเรียนพิจารณาว่าตำแหน่งใดควรเป็นตำแหน่งใหม่ที่เจ้าของร้านควรติดตั้งกล้อง
(ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดและเขียนในแผนผังหน้าต่อไป)



วิธีคิด (ข้อ 3.1) นักเรียนคิดว่ากล้องควรอยู่ตำแหน่งใด เพราะเหตุใด



วิเคราะห์ปัญหา

.....

.....

.....

วิธีคิด

.....

.....

.....

3.2) จงอธิบายว่าทำไมจึงคิดว่าตำแหน่งที่ติดกล้องตามข้อ 3.1) จึงเป็นตำแหน่งที่ดีที่สุด และมีพื้นที่ร้านอยู่เปอร์เซ็นต์ที่กล้องจะไม่สามารถจับภาพได้ในตำแหน่งใหม่นี้

วิเคราะห์ปัญหา

.....

.....

วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวสุธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์
วันเดือนปีเกิด	21 สิงหาคม 2524
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2542	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ จังหวัดสมุทรปราการ
พ.ศ. 2545	กศ.บ. (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (เกียรตินิยมอันดับ 2)
พ.ศ. 2548	กศ.ม. (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2558	ปร.ด. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ