

510.712

๗:46.7๗

๙.3

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์

ของ

ปรีชา เนาว์เย็นผล

15 ส.ย. 2544

h.122608

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา

มีนาคม 2544

ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๗:๔๖.๗๗

คณะกรรมการควบคุมและกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว  
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปันจติ  
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมพล เล็กสกุล)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.มนัส บุญประกอบ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สาคร บุญดาว)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมพล เล็กสกุล)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.มนัส บุญประกอบ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สาคร บุญดาว)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ศาสตราจารย์ ชูพิน พิพิธกุล)

บัณฑิตวิทยาลัยขออนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปันจติ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)

วันที่..... เดือน มีนาคม พ.ศ. 2544

ปริญญานิพนธ์นี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย

จาก

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ด้วยความกรุณาจากรองศาสตราจารย์ ดร.สมพล เล็กสกุล อาจารย์ ดร.มนัส บุญประกอบ รองศาสตราจารย์ ดร.สาคร บุญดาว ศาสตราจารย์บุรินทร์ พิพิธกุล และรองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่ ที่อุทิศเวลาอันมีค่า กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำ อย่างดียิ่ง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้ได้ปริญญานิพนธ์ที่มีความสมบูรณ์และมีคุณค่า ขึ้นมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือแนะนำ ให้ข้อคิดเห็นและ ช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อาจารย์คณัย ยังกง อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ อาจารย์ชัมย์พร ตั้งคน และอาจารย์ ดร.ปานทอง ฤทธนารณศิริ ที่ช่วยจุดประกายความคิด ส่งเสริม สนับสนุนในการทำวิจัยครั้งนี้ และอำนวยความสะดวก ช่วยเหลือในการประสานงานกับโรงเรียนต่าง ๆ ตั้งแต่การทำวิจัยนำร่อง จนถึงการทดลอง ภาคสนามเพื่อพัฒนาและรวบรวมข้อมูลในการวิจัย จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง รองศาสตราจารย์ ดร.ประพนธ์ เจียรกุล รองศาสตราจารย์ ดร.กัญญา ลินทรต้นศิริกุล รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทรสนธิ Mr.Terence John King อาจารย์ชัมพูรี สาลิวังศ์ อาจารย์วัลลภา บุญวิเศษ อาจารย์นงนุช ผลทวี และอาจารย์ถนอมเกียรติ งานสกุล ที่กรุณาให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการทำวิจัย

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการโรงเรียนราชคำรี โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม และ โรงเรียนปากเกร็ด ตลอดจนคณาจารย์ทุกท่านที่กรุณาให้ความสะดวก สนับสนุน และช่วยเหลือ ในการทดลอง ขอขอบพระคุณอาจารย์สุดา ศรีแก้ว และอาจารย์ญานี ชัยพาษา ที่อาสาสมัครเป็น ครูผู้สอน และช่วยรวบรวมข้อมูลในการวิจัย ขอขอบพระคุณคณาจารย์ในโครงการพัฒนากิจกรรม ประกอบบทเรียนของ สสวท. ที่กรุณาให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการพัฒนากิจกรรมของการวิจัยนี้

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ผู้วิจัยรู้สึกเป็นเกียรติอย่างสูง และหวังว่าผลงานวิจัยนี้คงจะเป็นประโยชน์ต่อการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่ให้ความสำคัญกับ ผู้เรียนในการเรียนรู้ด้วยการคิดและปฏิบัติด้วยตนเอง คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดขึ้น ผู้วิจัย ขอมอบเป็นเครื่องบูชาแด่บิดา มารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ วิชาการ

ปรีชา เนาว์เย็นผล

## สารบัญ

บทที่

หน้า

|                                                                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1 บทนำ.....                                                                                                                                               | 1   |
| ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา.....                                                                                                                       | 2   |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย.....                                                                                                                              | 7   |
| ความสำคัญของการวิจัย.....                                                                                                                                 | 7   |
| นิยามศัพท์เฉพาะ.....                                                                                                                                      | 8   |
| ขอบเขตของการวิจัย.....                                                                                                                                    | 10  |
| สมมติฐานของการวิจัย.....                                                                                                                                  | 13  |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....                                                                                                                     | 15  |
| ตอนที่ 1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....                                                                                                                    | 16  |
| ตอนที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....                                                                                               | 31  |
| ตอนที่ 3 การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....                                                                                                        | 50  |
| 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....                                                                                                                                 | 59  |
| ตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน .....                                                                                                          | 59  |
| ตอนที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด.....                                                                                      | 62  |
| ตอนที่ 3 การทดลองภาคสนามและการรวบรวมข้อมูล .....                                                                                                          | 70  |
| ตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้.....                                                                                                            | 75  |
| 4 ผลการศึกษาค้นคว้า.....                                                                                                                                  | 78  |
| ตอนที่ 1 ผลการประเมินประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์<br>โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด และความสามารถในการแก้ปัญหของ<br>นักเรียนในกลุ่มทดลอง..... | 79  |
| ตอนที่ 2 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลอง....                                                                                    | 89  |
| ตอนที่ 3 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง.....                                                                                 | 105 |
| ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101<br>คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน.....                     | 109 |

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....                                                             | 112 |
| สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....                                            | 112 |
| สรุปผลการวิจัย.....                                                                               | 120 |
| อภิปรายผล.....                                                                                    | 125 |
| ข้อเสนอแนะ.....                                                                                   | 133 |
| บรรณานุกรม.....                                                                                   | 137 |
| ภาคผนวก.....                                                                                      | 144 |
| ภาคผนวก ก ราชานามผู้เชี่ยวชาญ และครูผู้สอนกลุ่มทดลอง.....                                         | 145 |
| ภาคผนวก ข ข้อมูลจากการทดลอง.....                                                                  | 147 |
| ภาคผนวก ค ตัวอย่างผลงานนักเรียนและภาพกิจกรรม.....                                                 | 153 |
| ภาคผนวก ง ตัวอย่างความคิดเห็นของนักเรียน.....                                                     | 160 |
| ภาคผนวก จ ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา.....                                                              | 164 |
| ภาคผนวก ฉ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และเกณฑ์การให้<br>คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ..... | 281 |
| ภาคผนวก ช แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา และเกณฑ์การประเมิน<br>พฤติกรรมกรการคิดแก้ปัญหา.....     | 312 |
| ภาคผนวก ซ แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....                                                      | 319 |
| ประวัติย่อผู้วิจัย.....                                                                           | 323 |
| บทคัดย่อ .....                                                                                    | 324 |

## บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

|    |                                                                                                                        |     |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1  | คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน ของนักเรียน<br>ในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ .....         | 80  |
| 2  | ความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างเรียนตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม                                                   | 81  |
| 3  | คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา กลางภาคเรียน<br>ของนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ .....       | 84  |
| 4  | คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ปลายภาคเรียน<br>ของนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ .....       | 86  |
| 5  | เปรียบเทียบคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน<br>และหลังเรียน .....                                | 88  |
| 6  | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านการสำรวจศึกษา ตามระยะต่าง ๆ<br>ของแผนการจัดกิจกรรม .....                                    | 91  |
| 7  | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ตามระยะต่าง ๆ<br>ของแผนการจัดกิจกรรม .....                           | 92  |
| 8  | ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์<br>ที่นำมาใช้ .....                               | 93  |
| 9  | ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความคิดยืดหยุ่น .....                                                         | 94  |
| 10 | ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความคิดริเริ่ม .....                                                          | 95  |
| 11 | ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา .....                                             | 96  |
| 12 | ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา หลังเรียน .....                                                                     | 98  |
| 13 | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านการสำรวจศึกษา .....                         | 99  |
| 14 | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา .....                | 100 |
| 15 | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ..... | 101 |

|                                                                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 16 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านความคิดยืดหยุ่น .....                                       | 102 |
| 17 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านความคิดริเริ่ม .....                                        | 103 |
| 18 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา<br>ด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ... ..                          | 104 |
| 19 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง<br>จากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ .....                              | 106 |
| 20 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียน<br>ในกลุ่มทดลอง และเกณฑ์ปกติของโรงเรียน .....                         | 109 |
| 21 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101<br>คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน .. .. | 110 |

## บัญชีภาพประกอบ

### ภาพประกอบ

### หน้า

|   |                                                                                       |    |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | แบบจำลองของการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง .....                                              | 20 |
| 2 | กรอบความคิดที่เน้นความเป็นพลวัต และวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหา .....                   | 21 |
| 3 | การสร้างปัญหาปลายเปิด .....                                                           | 28 |
| 4 | แผนภาพแสดงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน<br>โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ..... | 65 |
| 5 | การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียน ตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม ..             | 83 |

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กำหนดแนวการจัดการศึกษาในส่วนของการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยระบุให้...ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา...จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่าน และเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542 :13) แนวการจัดการศึกษาดังกล่าวนี้นี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดแก้ปัญหา และการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรง

ในปัจจุบันสังคมเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วตามความเจริญของเทคโนโลยี คณิตศาสตร์นับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างและเรียนรู้เทคโนโลยี คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกกระบวนการคิด ฝึกการแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาศักยภาพของแต่ละบุคคลให้เป็นคนที่สมบูรณ์ ช่วยเสริมสร้างควมมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน เป็นวิชาที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีผลการวิจัยชี้อย่างเด่นชัดว่าความรู้และทักษะที่ผู้เรียนพัฒนาเมื่อเรียนรู้คณิตศาสตร์และการประยุกต์สามารถถ่ายทอดไปสู่การแก้ปัญหาในสาระอื่น ๆ ของหลักสูตร ในโรงเรียนครูจะต้อง เตรียมการให้นักเรียนมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ และทักษะอย่างกว้างขวางให้ทันกับเทคโนโลยี ที่ทันสมัย ให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และให้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้เน้นการให้ความสำคัญกับบทบาทของการแก้ปัญหาในหลักสูตรคณิตศาสตร์ การพัฒนาความก้าวหน้าและทักษะในการแก้ปัญหานักเรียนเป็นอย่างสูง (สิริพร ทิพย์คง. 2543 : 15 ; Kennedy and Tipps. 1994 : 135 ; Orton and Frobisher. 1996 : 22-23)

การแก้ปัญหาได้รับความสนใจและเป็นจุดเน้นสำคัญในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกาจากการนำเสนอใน “ระเบียบวาระการดำเนินงาน ( Agenda for Action)” เมื่อ ค.ศ.1980 โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1989) ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกา กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์และ เป็นเป้าหมายพื้นฐานของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นมาตรฐานแรกตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาล ถึงเกรด 8 และระบุว่า การเรียนคณิตศาสตร์ควรเน้นการแก้ปัญหามาจากการจัดประสบการณ์ที่หลากหลาย ให้นักเรียนได้ใช้

วิธีสืบสวนสอบสวนและประยุกต์เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้การแก้ปัญหาในการเข้าสู่ การสำรวจ ศึกษา (investigation) และทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ สร้างปัญหาจากชีวิตประจำวันและ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ พัฒนาและประยุกต์ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ขยายความ และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ของปัญหาเริ่มต้น มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมี ความหมาย และเฉพาะในระดับเกรด 5-8 เพิ่มเติมให้นักเรียนสามารถสร้างนัยทั่วไปของคำตอบ (NCTM. 1989 : 23-75) ในประเทศอังกฤษ คณะกรรมการคอกครอฟท์ (Cockroft Committee) ได้ให้ความสำคัญกับเรื่องการแก้ปัญหาโดยระบุว่าการศึกษาที่มีความเกี่ยวข้องกับทั้งการประยุกต์ คณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงด้วยประสบการณ์ของนักเรียน และเชื่อมโยงไปสู่ สถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคย ในปัจจุบันได้กำหนดเรื่องการแก้ปัญหาไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ แห่งชาติของประเทศไทยเช่นกัน (Backhouse, et al. 1994 :137)

วิลสัน และคณะ (Wilson, et al. 1993 : 67) มีแนวคิดว่าการแก้ปัญหาเป็นวิธีหนึ่งของการ สอน สามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมเพื่อแนะนำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงพื้นฐาน มโนคติ และกระบวนการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านบทเรียนการ แก้ปัญหาซึ่งใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้สำรวจศึกษาและค้นพบด้วยตนเอง ปัญหาที่มีความเหมาะสมกับกิจกรรมในลักษณะนี้คือ ปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ซึ่งเป็นปัญหา ที่มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีแนวคิด วิธีการหาคำตอบของปัญหาได้ หลายวิธี

ในการสัมมนาคณะผู้แทนด้านคณิตศาสตร์ศึกษาระหว่างประเทศญี่ปุ่น และประเทศ สหรัฐอเมริกาที่ฮอนโนลูลู ใน ค.ศ.1986 ในหัวข้อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ งานวิจัย ของญี่ปุ่นเกี่ยวกับการสอนแบบปลายเปิด (open-ended approach) ซึ่งเป็นการสอนที่ใช้ปัญหา ปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน มีผลการวิจัยชี้ว่ามีศักยภาพในการพัฒนา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นงานวิจัยที่ได้รับความสนใจเป็นพิเศษและเป็นจุดเน้นจุดหนึ่ง ของความร่วมมือทางการวิจัยของทั้งสองประเทศต่อมา (Becker and Shimada. 1997 : preface) ในปัจจุบันมีการใช้ปัญหาปลายเปิดในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษาใน ประเทศญี่ปุ่น โดยนักคณิตศาสตร์ศึกษาชาวญี่ปุ่นนำมาใช้เพื่อต้องการประเมินการคิดระดับสูงใน การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน (Becker. 1990 :17) การแก้ปัญหาปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมี ประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการที่มีคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมิโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก รวมทั้ง การท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ เป็นความใหม่ในกระบวนการของการหา คำตอบของปัญหาซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อน ทักษะ และวิธีการคิดเข้าด้วยกัน นอกจากนี้

ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้น และขยายปัญหาจากปัญหาเดิม เบกเกอร์เชื่อว่าการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมีศักยภาพสูงในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนจะค้นหาด้วยความสนใจ ในขณะที่เดียวกันจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์จากการสำรวจศึกษาได้ดีขึ้น การสอนแบบปลายเปิดมีศักยภาพในการผลักดันนักเรียนเข้าสู่หัวใจของกระบวนการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการลงมือปฏิบัติ ซึ่งน่าจะช่วยลดทอนช่องว่างระหว่างการสอนจริงในชั้นเรียนกับมุมมองของหลักสูตร

วิทยวิธีทางการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดดังกล่าวนี้ให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการสำรวจศึกษา โดยเปิดโอกาสให้มีการทำงานอย่างอิสระเป็นรายบุคคล หรือเป็นกลุ่มเล็กในการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้มีการอภิปรายถึงวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบของปัญหา และความหลากหลายในการขยายปัญหาจากปัญหาเดิม นักเรียนได้รับการพัฒนาความเข้าใจในการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ ชาญซึ่งในความลุ่มลึกและความซับซ้อนของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ชาญซึ่งในความหลากหลายของการเข้าถึงปัญหาและยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการคิดและมุมมองปัญหาของนักเรียนแต่ละคน (Backhouse, et al. 1994 : 138-139 ; Chapin. 1998 : 332-338 ; Gott and Duggan. 1995 : 20 ; Handcock. 1995 : 496 – 499 ; Welchman. 1999 : 240 )

เมื่อพิจารณาถึงสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย จากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นระดับประเทศในวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อ พ.ศ.2536 ซึ่งวัดสมรรถภาพด้านความรู้ความเข้าใจพื้นฐาน ทักษะการคิดคำนวณ ความสามารถในการคิดและให้เหตุผล และทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.65 ด้านการคิดและการแก้ปัญหา ซึ่งวัดสมรรถภาพด้านความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหามีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 39.87 เมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์การประเมินพบว่าอยู่ในระดับพอใช้ทั้งสองด้าน (กรมวิชาการ. 2538 : 8-11)ซึ่งอยู่ในระดับที่สมควรต้องได้รับการพัฒนา ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น(กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 ค) แม้ว่าจะให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาแต่ไม่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาในเวลาเรียนปกติได้เต็มที่ เนื่องจากมีเนื้อหาที่กำหนดในหลักสูตรค่อนข้างมากภายใต้ข้อจำกัดของเวลาในชั้นเรียน เมื่อพิจารณาในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่นักเรียนทุกคนในชั้นนี้ต้องเรียน กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ได้แก่การฝึกแก้โจทย์ปัญหาที่แปลกใหม่แตกต่างจากตัวอย่างที่นักเรียนเรียนรู้มาก่อนแล้ว กิจกรรมในลักษณะเช่นนี้ยังกระทำได้ไม่พอเพียงเนื่องจากข้อจำกัดดังกล่าว แต่หลักสูตรยังเปิดช่องทางให้สามารถเสริมเติมเต็มส่วนที่ขาดให้สมบูรณ์ได้

โดยเปิดสอนรายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เลือกสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่นักเรียนทั่วไปควรมีโอกาสได้เรียนตามที่ตัวเองต้องการ แต่จากการสำรวจของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) อย่างไม่เป็นทางการ ในหลายปีที่ผ่านมาจนกระทั่งปัจจุบัน เกี่ยวกับการเปิดสอน รายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 โรงเรียนส่วนใหญ่มักเปิดสอนให้เฉพาะกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ค่อนข้างสูง จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการปรับขยายเนื้อหาจากรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแกน ให้มีระดับความยากมากขึ้น ด้วยวิธีสอนเสริมเนื้อหาเพิ่มเติม จัดหาแบบฝึกหัด ปัญหาและข้อสอบที่แปลกใหม่มาให้นักเรียนทำ โดยมุ่งเน้นการพัฒนาทางด้านทักษะการคิดคำนวณมากกว่าการเน้นกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ครอบคลุมถึงกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาซึ่งถือว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากความขาดแคลนแหล่งค้นคว้าปัญหาที่เหมาะสม ขาดตัวอย่าง และแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่น่าสนใจสำหรับนักเรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ดำเนินโครงการฝึกอบรมวิทยากรแกนนำวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตั้งแต่ พ.ศ.2538 จนถึงปัจจุบัน (พ.ศ. 2543) ผู้รับการฝึกอบรมประกอบด้วย อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์จากสถาบันราชภัฏ ศึกษาพิเศษ อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจาก โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา และจากโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ หลักสูตรการฝึกอบรมเน้นที่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องสำคัญเรื่องหนึ่งที่อยู่ในหลักสูตรการฝึกอบรม โดยผู้วิจัยเป็นผู้รับผิดชอบในการนำเสนอเนื้อหาวิธีการฝึกอบรม และเป็นวิทยากรฝึกอบรมในเรื่องดังกล่าว ผลย้อนกลับจากผู้รับการฝึกอบรมซึ่งรวบรวมจากการสังเกตและสัมภาษณ์ขณะฝึกอบรม และการตอบแบบสอบถามหลังการฝึกอบรม มีข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาคือ

1. ผู้รับการฝึกอบรมเห็นว่าเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่มีประโยชน์และมีคุณค่า ควรนำไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระทำได้ในสามแนวทางคือ การใช้เป็นกิจกรรมเสริมสอดแทรกอยู่ในรายวิชาคณิตศาสตร์ปกติ การจัดสร้างเป็นรายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ และการใช้เป็นกิจกรรมเสริมหลักสูตร
2. ผู้รับการฝึกอบรมต้องการแหล่งค้นคว้าปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลาง

เพื่อสอนหรือทบทวนมโนคติทางคณิตศาสตร์ในรายวิชาต่าง ๆ และตัวอย่างการแก้ปัญหาที่สามารถแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ ซึ่งเหมาะสมกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และวัยของนักเรียน

3. ในด้านวิธีการฝึกอบรมเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหา พบว่า ไม่ควรใช้วิธีการบรรยายเนื้อหาแล้วยกตัวอย่าง แต่ควรใช้วิธีให้ผู้รับการฝึกอบรมได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก โดยวิทยากรคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือ และอำนวยความสะดวกตามกลุ่มต่าง ๆ ปัญหาที่นำมาใช้ฝึกการแก้ปัญหาในกลุ่มต่าง ๆ แต่ละกลุ่มจะใช้ซ้ำกันอย่างน้อยปัญหาละสองกลุ่มเพื่อเปิดโอกาสให้มีการนำเสนอแนวคิดและวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และเมื่อพิจารณาโดยภาพรวมของปัญหาทั้งหมดที่ใช้ จะสามารถนำไปสู่การแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย หลังจากผู้เข้าอบรมแก้ปัญหาาร่วมกันในกลุ่มเล็กแล้วให้ส่งตัวแทนนำเสนอผลการแก้ปัญหาต่อที่ประชุมกลุ่มใหญ่ โดยเปิดโอกาสให้ผู้รับการอบรมอภิปรายให้ข้อเสนอแนะ แล้ววิทยากรสรุปประเด็นให้สมบูรณ์ครบถ้วน ซึ่งพบว่าผู้เข้าอบรมได้ลงมือปฏิบัติ และเรียนรู้จริงในเรื่องที่ต้องการ ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดว่าการฝึกอบรมดังกล่าวนี้จะสามารถนำมาปรับใช้ในการสร้างรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้ดี

ผู้วิจัยมีความสนใจในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั่วไป ลักษณะของกิจกรรมจะใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรม โดยนำเสนอในรูปปัญหาปลายเปิดที่มีความเชื่อมโยงกับเนื้อหาใน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 กิจกรรมการเรียนการสอนให้ความสำคัญกับการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนเพื่อกำหนดแนวทางหาวิธีการแก้ปัญหา ทั้งนี้เพราะการให้นักเรียนทำงานทางด้านคณิตศาสตร์ร่วมกัน จะช่วยส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร ส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในการมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน การร่วมกันคิดแก้ปัญหาทำให้ได้แนวความคิดที่หลากหลาย นักเรียนได้เรียนรู้วิธีคิดจากเพื่อน ได้เห็นแบบแผนวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ช่วยให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาดีกว่าการคิดโดยลำพังคนเดียว ซึ่งการที่ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาเป็นการสร้างบรรยากาศในการเรียนที่ดี นักเรียนไม่เพียงแต่พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเท่านั้นแต่ยังช่วยสร้างเจตคติที่ดี ซึ่งเอื้อประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา เจตคติที่ดีหรือเจตคติทางบวกมีผลต่อความเชื่อมั่นในความสามารถที่จะแก้ปัญหา ส่งผลให้มีความเต็มใจ พอใจ มุ่งมั่นที่จะแก้ปัญหาที่ยากโดยไม่ย่อท้อ (Cruikshank and Sheffield. 1992 : 48; Davidson. 1990 :35; Holmes. 1995 : 36) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวมีความสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่ว่า “การจัดการศึกษาจะต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถ

เรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542 :15) ลักษณะของปัญหาปลายเปิดที่นำเสนอมีการกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีโอกาสดูเสริมทักษะและทบทวนมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนได้สอดแทรกการสอนกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา (Polya, 1957) ซึ่งผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมขึ้น โดยใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสัน และคณะ (Wilson, et al. 1993 : 60 – 63) เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยเน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหา เพิ่มเติมการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของ เทราท์แมน และลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4-7) กิจกรรมการเรียนรู้การสอนจะเป็นแบบเปิดกว้าง ตามวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสนใจ และนำเสนอต่อกลุ่ม ซึ่งครูจะต้องมีความพร้อมที่จะสานต่อความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งขยายแนวคิดและแนะนำยุทธวิธีที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนขึ้น ตามข้อเสนอแนะของ เบกเกอร์ และชิมาดา (Becker and Shimada. 1997 :1) กับออร์ตัน และ โฟร์บิชเชอร์ (Orton and Frobisher. 1996 : 32)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้แก้ปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ ใกล้เคียงชีวิตจริงและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน อีกทั้งเป็นการให้นักเรียนได้มีโอกาสที่เหมาะสมในการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาซึ่งเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน กิจกรรมการเรียนรู้การสอนจัดกระทำภายใต้สถานการณ์ที่เน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย โดยกระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นชั้นเริ่มต้นของระดับมัธยมศึกษา และ นักเรียนอยู่ในวัยที่ก้าวเข้าสู่ระยะของการเรียนรู้อย่างมีเหตุผลตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) โดยศึกษาว่าจะมีผลอย่างไร ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการสำรวจศึกษาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา รวมทั้ง เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้จะศึกษาว่ากิจกรรม การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาขึ้นนี้จะส่งผลอย่างไรต่อการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่น สำหรับนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนต่อไป

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 บทเรียนประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิดและมีความเชื่อมโยงกับรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยสอดแทรกการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ กระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหา เข้าในกิจกรรม กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นที่บทบาทของนักเรียนในการร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก และมีความมุ่งหมายที่จะศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วจะเกิดผลอย่างไรบ้างต่อนักเรียนในด้านต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1

### ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยสาระหลักคือ แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู โดยสามารถนำไปใช้ในรายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เสริมของรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื่องจากกิจกรรมแต่ละกิจกรรมมีความเป็นอิสระต่อกัน และจบสมบูรณ์ในตัวเอง ดังนั้นสามารถนำไปดัดแปลงเป็นกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนหรือกิจกรรมเสริมที่น่าสนใจในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 หรือรายวิชาคณิตศาสตร์อื่นที่เห็นว่าเหมาะสม โดยนำไปใช้เพียงบางกิจกรรม หรือทุกกิจกรรมก็ได้
2. ได้แนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลาง ซึ่งมีคำตอบของปัญหาเปิดกว้างตามมุมมองของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเสนอวิธีการแก้ปัญหามาตามแนวทางและพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียนอย่างเป็น

ธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพของนักเรียน โดยครูเป็นผู้สานต่อแนวคิด และทำแนวทางที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยเสริมเติมเต็ม เป็นการส่งเสริมการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่อยู่บนพื้นฐานความคิดของนักเรียน

3. ได้ตัวอย่างของกิจกรรมที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในด้านการสำรวจศึกษา ด้วยการสังเกต การค้นหาแบบรูปของความสัมพันธ์จากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง การสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย การขยายปัญหา และการหาคำตอบ

4. ผลจากการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ทำให้ได้แนวทางในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่สนับสนุนและส่งเสริมความสามารถและพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนดังกล่าว จากผล การวิจัยจะทำให้ครูทราบพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้ครูสามารถ เตรียมการศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพื่อที่จะได้สามารถสานต่อแนวความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ อย่างชัดเจน สามารถขยายและถ่ายทอดแนวคิดสู่นักเรียนคนอื่น ๆ รวมทั้งการช่วยเสริมเติมเต็ม ส่วนที่ยังบกพร่องให้สมบูรณ์

#### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดย จัดสร้างเป็นชุดกิจกรรมเรียกว่า ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ที่เน้นการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรม ให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดในการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้ กำหนดแนวทางเพื่อหาคำตอบของปัญหาโดยการอภิปรายร่วมกัน ภายใต้การแนะนำ การช่วย ขยายแนวคิด และการอำนวยความสะดวกของครู ทั้งมีการสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหา และ ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย

2. ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มี คำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการในการหาคำตอบ มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้ หลายวิธี

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึงความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่ ไม่คุ้นเคย โดยพิจารณาจากอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างต่อไปนี้ประกอบกัน ได้แก่ การแสดง วิธีการหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและ หลังเรียน และจากผลงานการแก้ปัญหาของนักเรียนที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรมขณะปฏิบัติ กิจกรรมในชั้นเรียน การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาใช้เกณฑ์แบบพิจารณา องค์กรรวม ดังรายละเอียดในภาคผนวก ก

4. พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา หมายถึง การแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา จากการเขียน แสดงและการนำเสนอด้วยวาจา โดยพิจารณาเกี่ยวกับ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา

4.1 การสำรวจศึกษา หมายถึง ความสามารถในการสังเกต รวบรวม ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลทางคณิตศาสตร์ การสร้างข้อสรุปและสร้างข้อความคาดการณ์โดยใช้การให้เหตุผลเชิงอุปนัย รวมถึงการหานัยทั่วไปของคำตอบโดยการอธิบายในเชิงพรรณนา

4.2 การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา หมายถึง วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแสดงการแก้ปัญหา โดยพิจารณาในด้านความเหมาะสม และการเป็นวิธีการที่สามารถนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้

4.3 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ หมายถึง เนื้อหาสาระในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อนและนำมาใช้แก้ปัญหา โดยพิจารณาในด้านความถูกต้องของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่มีความสอดคล้องกับสาระของปัญหา

4.4 ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง ความหลากหลายของแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่มีมากกว่าหนึ่งแนวคิด

4.5 ความคิดริเริ่ม หมายถึง การเป็นต้นแบบการคิด การมีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง และการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาให้เป็นแนวคิดของตนเอง

4.6 การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน

พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาแบ่งเป็นพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียนที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียนตามลำดับ พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนที่พิจารณาจาก

ผลงานการเขียนแสดงการแก้ปัญหา การอภิปรายกลุ่ม และการนำเสนอด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน การพิจารณาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหากระทำโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหา ตรวจให้คะแนนพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาด้วยการใช้เกณฑ์การวิเคราะห์ ดังรายละเอียดในภาคผนวก ข และแปลความหมายตามเกณฑ์ดังที่กำหนดในบทที่ 3

5. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึก ของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาแล้ว การพิจารณาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง พิจารณาโดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายของคะแนนในการตอบแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง ดังรายละเอียดในบทที่ 3

6. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ทั้งโรงเรียน ยกเว้นนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองภาคสนามในงานวิจัยนี้

#### ขอบเขตในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็น ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู ในกิจกรรมการเรียนการสอนนำเสนอสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดซึ่งมีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถหาคำตอบของปัญหาด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของ โพลยา (Polya. 1957) ซึ่งผู้วิจัยพัฒนางิจกรรมขึ้นตามแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน และคณะ (Wilson et al. 1993 : 60 – 63) โดยใช้เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นระบบ เน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหาเพิ่มเติมการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของ เทราท์แมน และลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4-7) ทั้งมีการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาย่อยผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของนักเรียนในการลงมือปฏิบัติ การอภิปรายและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กด้วย

2. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามแผนการสอนที่ใช้ในการวิจัยนี้ เริ่มต้นด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา สามารถกำหนดแนวคิดเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีขั้นตอน มีการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีพื้นฐานจากแนวคิดและผลงานที่นักเรียนเป็นผู้นำเสนอ ในการปฏิบัติจริงบางครั้งนักเรียนอาจนำเสนอยุทธวิธีหลาย ๆ อย่างในคราวเดียวกันซึ่งครูจะต้องพิจารณาเลือกแนะนำในรายละเอียดเพียงบางยุทธวิธีที่แปลกใหม่ หรือนแนะนำเฉพาะยุทธวิธีที่อยู่ในจุดประสงค์เท่านั้น ทั้งนี้ภายใต้ขอบเขตของเวลาที่จำกัด และควรจะต้องกล่าวถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหลือในโอกาสต่อไป

3. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งได้เป็นสองพวกคือ

พวกแรก เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการในการตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 36 คน ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ คละกันโดยพิจารณาจากผลการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 กลุ่มตัวอย่างมีการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จากครูผู้สอนหนึ่งคนในโรงเรียนของตัวเอง

พวกที่สอง เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ เพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวนสองห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 95 คน เรียกว่า กลุ่มทดลอง และเพื่อเป็นการศึกษารายละเอียดบางประการเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหา และพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาของกลุ่มตัวอย่าง จึงแบ่งเป็น กลุ่มทดลองที่ 1 ได้จากการสุ่มอย่างเจาะจงมาหนึ่งห้องเรียนจากสามห้องเรียนซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับค่อนข้างสูง และปานกลาง คละกัน มีนักเรียนจำนวน 47 คน กลุ่มทดลองที่ 2 ได้จากการสุ่มมาหนึ่งห้องเรียนจากห้องเรียนที่เหลืออยู่จำนวนเก้าห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับปานกลาง และค่อนข้างต่ำ คละกัน มีนักเรียนจำนวน 48 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด เช่นเดียวกัน จากครูผู้สอนคนเดียวกันในโรงเรียนของตัวเองทั้งสองกลุ่ม

4. ตัวแปรที่ศึกษา ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีตัวแปรที่ศึกษาดังนี้

4.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา  
ปลายเปิด

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

4.2.2 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้  
ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความ  
คิดในการแก้ปัญหา

4.2.3 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

4.2.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1

5. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการ  
วิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

5.1 ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา เป็นชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้  
การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นด้วยตนเอง จากแนว  
การจัดกิจกรรมประกอบบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของ สสวท. (สถาบันส่งเสริม  
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542) ซึ่งผู้วิจัยมีส่วนร่วมในการสร้างและพัฒนาขึ้น  
ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้เน้นการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน  
แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย  
แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู

5.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัย  
พัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนก่อนการทดลองและ  
หลังการทดลอง ดังนี้

5.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน หนึ่งฉบับ  
ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ใช้ทดสอบนักเรียนก่อนการทดลอง

5.2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลังเรียน ใช้ทดสอบ  
นักเรียนหลังการทดลองตามช่วงเวลาที่กำหนด แบ่งเป็นสองฉบับดังนี้

5.2.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน  
ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ซึ่งปัญหาสามข้อแรกเป็นปัญหาที่คุ้นเคยกับปัญหาในแบบ  
ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน ด้วยวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหา และความรู้  
พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ อีกสามข้อที่เหลือเป็นปัญหาสำหรับสอบวัดความสามารถใน  
การแก้ปัญหาเพิ่มเติม

5.2.2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียน ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ซึ่งปัญหาสามข้อแรกเป็นปัญหาที่ถ่วงน้ำหนักกับปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่เหลือน้อยกว่าด้วยวิธีการ หรือยุทธวิธีแก้ปัญหา และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ อีกสามข้อที่เหลือเป็นปัญหาสำหรับสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มเติม

แบบทดสอบแต่ละฉบับ ใช้เวลาสอบ 2 ชั่วโมง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำออกมา

5.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เป็นแบบสังเกตที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมา มีลักษณะเป็นแบบบันทึกผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ในด้านการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ใช้บันทึกผลการวิเคราะห์การเขียนแสดงแนวคิด/วิธีในการแก้ปัญหาจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา จากผลงานการทำกิจกรรมและการนำเสนอผลงานด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาระหว่างเรียน

5.4 แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับความรู้สึกละและความคิดเห็นของนักเรียนหลังเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นมาตรประมาณค่า 5 ระดับ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่น  $\alpha$  ของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.89 พัฒนาโดยสมพร แผลงภู (สมพร แผลงภู, 2541)

5.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 รายวิชา ค101 คณิตศาสตร์ 1 ของโรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบจำนวน 50 ข้อ ใช้เวลาสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที มีการตรวจสอบเพื่อให้มีคุณภาพตามที่กำหนดโดยคณาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนเอง

### สมมติฐานของการวิจัย

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดอาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากการทดลองภาคสนามดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75 / 75 ซึ่งหมายถึง มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด ได้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการ

ปฏิบัติการกิจกรรมระหว่างเรียนกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา หลังเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

2. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียนเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาแต่ละด้านอยู่ในระดับดีขึ้น

3. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ การแก้ปัญหาปลายเปิดมีเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

4. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ การแก้ปัญหาปลายเปิด มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่า หรือ เท่ากับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยนี้ได้แบ่งประเด็นการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจโมติ และสาระสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ในการนำไปสร้างกรอบความคิดด้านเนื้อหาที่เชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ตามรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 และเพื่อทำความเข้าใจตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัย

ตอนที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสวงหาแนวทางในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในการทดลองนี้

ตอนที่ 3 การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างกรอบความคิดในการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด การสร้างเครื่องมือการวิจัย การรวบรวมข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัย

สาระสำคัญของเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

ตอนที่ 1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. ปัญหาปลายเปิด
5. การสำรวจศึกษา

ตอนที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
2. การเรียนเป็นกลุ่มเล็ก
3. การสอนการแก้ปัญหา
4. งานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

ตอนที่ 3 การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. แนวคิดในการประเมินการแก้ปัญหา
2. เทคนิคการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหากจากงานเขียน
4. การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

## ตอนที่ 1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายและประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้  
 สารความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ  
 บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที  
 ทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บาง  
 สถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้ (Baroody. 1993  
 :1-1 ; Charles and Lester. 1982 : 5 ; Kantowski. 1980 : 195 ; Krulik and Rudnick. 1995 : 6)

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังข้อสรุปข้างต้นเป็นความหมายที่ใช้ในการ  
 วิจัยครั้งนี้

#### 1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถแบ่งประเภทของปัญหา  
 โดยใช้เกณฑ์ต่าง ๆ ได้ดังนี้

1.2.1 เมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา โพลยา (Polya. 1957 : 23-29) แบ่ง  
 ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1.2.1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาคำตอบซึ่งอาจ  
 อยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล

1.2.1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนด  
 ให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

1.2.2 เมื่อพิจารณาจากเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา บารูดี (Baroody. 1993 :  
 2-54 – 2-55) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1.2.2.1 ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน  
 ส่วนใหญ่มีคำตอบคำตอบเดียว

1.2.2.2 ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มี  
 คำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

ปัญหาประเภทแรกสามารถปรับเปลี่ยนให้เป็นปัญหาประเภทหลังได้ซึ่งมีความสอดคล้องกับปัญหาในชีวิตจริงมากกว่า โดยที่นักเรียนยังคงใช้พื้นฐานความรู้ในระดับเดียวกันในการแก้ปัญหาแต่ใช้ความคิดในการประยุกต์ได้กว้างขวางกว่า

1.2.3 เมื่อพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา เรย์ส และคณะ (Reys, et al. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1.2.3.4 ปัญหาที่คุ้นเคย (routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

1.2.3.4. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

1.2.4 เมื่อพิจารณาถึงการสอนการแก้ปัญหา ชาร์ลส์ และคณะ (Charles, et al. 1987 : 11-13) กล่าวว่าปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอนคือ

1.2.4.1 ปัญหาขั้นตอนเดียว (one-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือนักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

1.2.4.2 ปัญหาหลายขั้นตอน (multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาลหลายขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

1.2.4.3 ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

1.2.4.4 ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามust ใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และ

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

## 2. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา กับ ผู้แก้ปัญหา ในการนำประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจและความคิดมาประยุกต์หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรค หรือปัญหาที่เผชิญอยู่ เพื่อหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน (Krulik and Rudnick. 1995 : 3 ; Polya. 1980:1)

สำหรับความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ใช้ในความหมายว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

### 2.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.1 กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1957 : 16 - 17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญสี่ขั้นตอน ที่เรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา มีสาระสำคัญดังนี้

2.2.1.1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหามองการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหามองอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาลงด้วยถ้อยคำของตนเอง

2.2.1.2 วางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาลงด้วยวิธีใดจะแก้ อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาลงที่ผู้แก้ปัญหามองอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาลง และเลือก ยุทธวิธีแก้ปัญหาลง

**2.2.1.3 ดำเนินการตามแผน** เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือ ปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

**2.2.1.4 ตรวจสอบ** เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการแก้ปัญหา พิจารณามีคำตอบ หรือมีวิธีการแก้ปัญหาย่อยอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาก็ให้กระตือรือร้น ชัดเจน เหมาะสม ขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหามา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาก็ให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

**2.2.2 กระบวนการแก้ปัญหาค้นขั้นตอนของ เทราท์แมน และลิชเทนเบิร์ก** กระบวนการแก้ปัญหาค้นขั้นตอนของโพลยาข้างต้นเป็นที่ยอมรับของนักคณิตศาสตร์ศึกษา และครูคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางจนถึงทุกวันนี้ โดยใช้เป็นกรอบความคิดในการแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา ทั้งนี้อาจมีความแตกต่างออกไปบ้างในรายละเอียดของแต่ละขั้นตอน ดังที่ปรากฏในเอกสารตำราเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ทั้งหลาย ที่น่าสนใจได้แก่ แนวคิดของ เทราท์แมน และลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995 : 4-7) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาค้นขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหาค้นขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

**2.2.2.1 ทำความเข้าใจปัญหา** ผู้แก้ปัญหามิเพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำ ความเข้าใจปัญหา คือการตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

**2.2.2.3 กำหนดแผนในการแก้ปัญหา** โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหามากมาย แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

**2.2.2.3 ดำเนินการตามแผน** เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ในปัญหาที่มีความ ซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาก็สามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกัน จะทำให้งานลุล่วงเร็ว และมีความสมบูรณ์

**2.2.2.4 ประเมินแผน และคำตอบ** ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดย (1) พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่ (2) ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้อง

กับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา หรือไม่ (3) ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้วิธีการอื่น แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้ (4) เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ คนอื่น ๆ

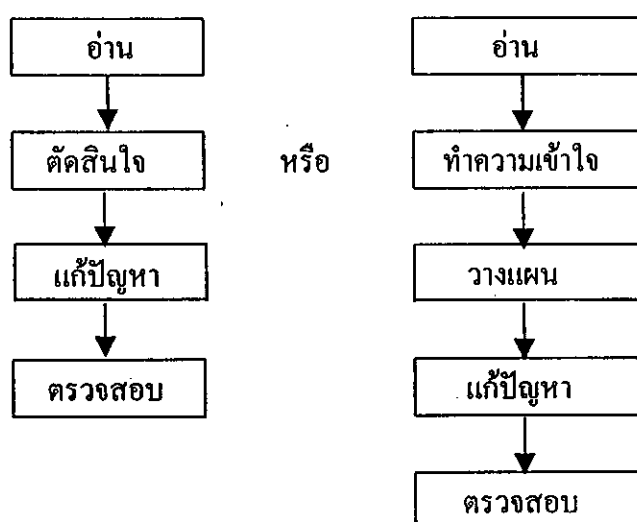
2.2.2.5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาแบบรูปทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย (1) เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม (2) เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหามองจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

2.2.2.6 บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาคิดจะจดบันทึกการทำงานของเขไว้ เพื่อที่ว่าจะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็ประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึกได้แก่ (1) แหล่งของปัญหา (2) ตัวปัญหาที่กำหนด (3) แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ (4) ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ และ (5) ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สาระที่เทรทแมน และลิซเทนเบิร์ก เพิ่มเติมให้แจ่มชัดขึ้นจากแนวทางของโพลยาได้แก่ การเน้นการร่วมมือกันในการการแก้ปัญหา การขยายปัญหาจากฐานความคิดของปัญหาเดิม และการจดบันทึกการแก้ปัญหา ซึ่งข้อเสนอแนะดังกล่าวนี้จะช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น

### 2.2.3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

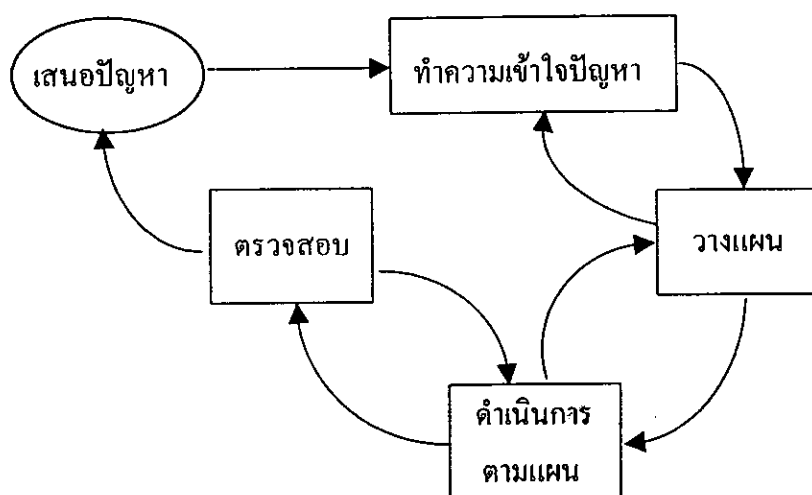
ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง หนังสือเรียน แบบฝึกหัด และตำราต่าง ๆ เกี่ยวกับการแก้ปัญหา มักเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ และใช้กรอบของการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แบบจำลองของการแก้ปัญหาในแนวเส้นตรง

ขั้นตอนของการแก้ปัญหาตามแบบจำลองนี้ทำให้เข้าใจได้ว่าการแก้ปัญหาคือดำเนินการจากขั้นตอนแรกไปสู่ขั้นตอนสุดท้าย โดยมีจุดหมายปลายทางอยู่ที่ความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ซึ่งไม่สอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา และเป้าหมายของการสอนให้นักเรียนคิดเป็น

วิลสันและคณะ (Wilson, et al. 1993 : 60-62) ให้ข้อเสนอแนะว่า กรอบความคิดของขั้นตอนการแก้ปัญหาคือเน้นความเป็นพลวัต และวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยได้เสนอกรอบความคิดที่แสดงความเป็นพลวัต เป็นวงจรที่อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งได้นำมาใช้ในรายวิชาการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่มหาวิทยาลัยจอร์เจีย ประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นเวลาหลายปีมาแล้ว มีลักษณะดังภาพประกอบ 2 :



ภาพประกอบ 2 กรอบความคิดที่เน้นความเป็นพลวัต และวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหา

กรอบความคิดตามภาพประกอบ 2 อธิบายได้ดังนี้

เมื่อนำเสนอปัญหาค้นักเรียน นักเรียนจะคิดและหาวิธีทำความเข้าใจกับปัญหา สร้างแนวคิด วางแผนกำหนดวิธีการแก้ปัญหา ในกระบวนการตรงส่วนนี้จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาคืบคลาน และอาจมีการปรับปรุงการวางแผนใหม่ เมื่อวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้ว นักเรียนต้องตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แจกแจงรายละเอียด และลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผน เมื่อพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ นักเรียนจะย้อนกลับไปพยายามสร้างแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ หลังจากลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผนจนได้คำตอบที่คิดว่าเป็นคำตอบของปัญหาแล้วนักเรียนจะย้อนกลับไปพิจารณาว่า คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะทำให้มีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น การตรวจสอบย้อนกลับยังรวมถึงการพิจารณาหาคำตอบของปัญหาใหม่ด้วยวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหา

อย่างอื่น ซึ่งจะต้องวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ การแก้ปัญหาหนึ่งด้วยวิธีการหลายอย่าง หรือใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายจะทำให้ได้มีโอกาสเปรียบเทียบวิธีการ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น วิธีการแต่ละอย่างอาจนำสาระของคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันมาใช้แก้ปัญหา ทำให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงสาระต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

หลังจากขั้นตอนตรวจสอบครุควรให้โอกาสนักเรียนได้ใช้ประโยชน์ จากการแก้ปัญหาอย่างเต็มศักยภาพโดยการขยายปัญหาซึ่งได้แก่ การเสนอปัญหาใหม่ที่มีโครงสร้างของปัญหาเช่นเดิม หรือมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม การที่นักเรียนสามารถเสนอปัญหา และแก้ปัญหานั้นได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถเข้าถึงปัญหานั้นได้ด้วยความเข้าใจอย่างถ่องแท้ (Kennedy and Tipps, 1994 : 61) การเสนอปัญหาใหม่รวมไปถึงการขยายปัญหาเดิมออกไป เช่น การหานัยทั่วไปของคำตอบของปัญหาในรูปคำอธิบายในระยะเริ่มต้น และการนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิตเมื่อนักเรียนมีความพร้อมมากขึ้น

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยเน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหา เพิ่มเติมการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของ เทราท์แมน และ ลิชเทนเบิร์ก

### 3. ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีแก้ปัญหเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการช่วยนักเรียนให้สร้างความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ โดยให้ได้รับการฝึกหัดการใช้ยุทธวิธีให้สามารถนำมาใช้ได้ การใช้ของนักเรียนจำต้องอยู่ในขอบเขตของหลักสูตร เพื่อที่ว่านักเรียนจะได้พัฒนาความรู้และทักษะที่มีอยู่ให้สามารถนำมาปรับใช้กับยุทธวิธีที่หลากหลายอย่างความเหมาะสม

สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหจะต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ปัญหาเดียวกันอาจใช้นำมาแนะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหได้หลายอย่าง โดยการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสม ครูสามารถแนะนำยุทธวิธีและช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ยุทธวิธีเหล่านั้น เมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะมากขึ้น นักเรียนจะสามารถสร้างข้อตัดสินใจในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหด้วยตนเอง ยุทธวิธีการแก้ปัญหที่สำคัญได้แก่ เคาและตรวจสอบ ประมวลคำตอบ เขียนภาพหรือแผนภาพ สร้างตัวแบบ ลงมือปฏิบัติ แจกแจงรายการ สร้างตาราง ค้นหาแบบรูป เปลี่ยนมุมมอง นึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน ทำ

ปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ใช้ตัวแปร ให้เหตุผล และทำย้อนกลับ (Kennedy and Tipps. 1994 ; Polya. 1957 ; Troutman and Lichtenberg. 1995)

### 3.1 ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหามathematics โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

### 3.2 ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบ อาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

### 3.3 ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหานักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมกว่าคือการใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

### 3.4 ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางทีก็ใช้เป็นตัวแทนของมโนคติและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจมโนคติ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย

นักเรียนควรจะได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

### 3.5 ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

### 3.6 ยุทธวิธีแจกแจงรายการ

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

### 3.7 ยุทธวิธีสร้างตาราง

ยุทธวิธีสร้างตารางเป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหามathศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

- 3.7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 3.7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี
- 3.7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า)
- 3.7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาแนวโน้มทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีสร้างตารางสามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหายังอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป

### 3.8 ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหามathศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัดการเล่นไม้บล็อก และแม้กระทั่งการเล่นการตีกลอง ในระดับประถมศึกษาเด็ก

สามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน (number pattern) เช่น 2, 4, 6, 8,...; 30, 27, 24, 21,... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้มากกว่า

เป้าหมายหนึ่งของคณิตศาสตร์คือให้นักเรียนสามารถสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และสร้างนัยทั่วไปของผลลัพธ์จากการสำรวจศึกษาปัญหาหนึ่งไปสู่ปัญหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน ครูจำต้องระลึกไว้เสมอว่าไม่ใช่ นักเรียนทุกคนที่แม้ว่าจะเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาแบบรูปของจำนวน จะมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งถึงการสร้างนัยทั่วไปที่พัฒนาจากการค้นหาแบบรูป นักเรียนบางคนอธิบายได้ในเชิงถ้อยคำ บางคนสามารถแทนนัยทั่วไปได้ด้วยนิพจน์ทางพีชคณิต ครูจำต้องพิจารณาว่านักเรียนมีวุฒิภาวะเพียงพอในการเข้าใจนัยทั่วไปของกฎหรือสูตรในระดับใด

### 3.9 ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนจะเป็นแนวทางของการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (breaking out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหามองปัญหาให้รอบด้าน ท้าวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

### 3.10 ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาคควรกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาคคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามองต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

### 3.11 ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหาคดูเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวน หรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาลง และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาคที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาคออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาคที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

### 3.12 ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหาคด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคกำหนดกับตัวแปรที่สมมุติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาคจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาคสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการที่สอดคล้องกับปัญหาคได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

### 3.13 ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้อนุกรมต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา ผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังคับนำไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

### 3.14 ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาคำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการทำได้ค่อนข้างยาก แต่การเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

ในการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ดีได้ว่ามีความสำคัญมากคือ การวางแผน เป็นขั้นตอนที่บุคคลผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้ากับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าบุคคลที่ได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอจนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอ เมื่อเผชิญกับปัญหาก็จะสามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหา

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปัญหาหนึ่ง ๆ สามารถแก้ได้โดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย อาจใช้ยุทธวิธีอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกันก็ได้ นักแก้ปัญหาคิดจะต้องเรียนรู้ให้มีความเข้าใจยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาย่างลึกซึ้ง และจะต้องสะสมยุทธวิธีไว้มาก ๆ เพื่อให้สามารถเลือกนำมาใช้ได้เหมาะสม

ยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยใช้เป็นกรอบในการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด สถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นจะสามารถแก้ได้โดยใช้ยุทธวิธีเหล่านี้อย่างน้อยหนึ่งยุทธวิธี

#### 4. ปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker and Shimada. 1997 : 1) ให้ข้อสังเกตว่า ปัญหาที่ใช้อยู่ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนตามปกติที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่งคือ มักมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ก็ไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า **ปัญหาสมบูรณ์ หรือปัญหาปิด** สำหรับปัญหาอีกประเภทหนึ่งเป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบเรียกว่า **ปัญหาไม่สมบูรณ์ หรือปัญหาปลายเปิด** ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนตามปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้ถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ออร์ตันและโฟรบิชอร์ (Orton and Frobisher. 1996 :32) มีแนวคิดที่ว่า “ปัญหา” จะเรียกว่า “เปิด” เมื่อไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป้าหมายอยู่กับการตัดสินใจที่เปิดกว้าง ความหมายนี้เป็นความหมายหลักที่ใช้ในสหรัฐอเมริกา ซึ่งเป็นความหมายเกี่ยวกับคำว่า “ปัญหาปลายเปิด” ที่ใช้ในประเทศอังกฤษซึ่งเหมือนกับที่อื่น ๆ ทั่วโลก เป็นปัญหาที่ไม่มีปลายสุด ปัญหาที่มีกระบวนการคิดได้หลายอย่างก็จัดว่าเป็นปัญหาปลายเปิด

จากการประมวลแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ศึกษา (Becker and Shimada. 1997 : 1 ; Daniels and Anglileri. 1995 : 32 ; Handcock. 1995 : 496 ; NCTM. 1989 :210) สรุปได้ว่า **ปัญหาปลายเปิด** เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี ซึ่งเป็นความหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

##### 4.1 ชนิดของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดสามารถแบ่งได้เป็น 3 ชนิด คือ

ชนิดที่ 1 การหาความสัมพันธ์ เป็นปัญหาให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

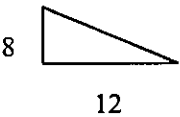
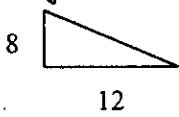
ชนิดที่ 2 การจำแนก เป็นปัญหาให้นักเรียนจำแนกแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ตามลักษณะที่แตกต่างกันโดยใช้เกณฑ์ของนักเรียน ซึ่งนำไปสู่การสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์

ชนิดที่ 3 การวัด เป็นปัญหาให้นักเรียนกำหนดการวัดเชิงตัวเลขให้กับกิจกรรมหรือ ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ปัญหาชนิดนี้เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริงหลายอย่างของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคาดหวังให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้มาก่อน นำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชนิดของปัญหาปลายเปิดเหล่านี้มีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มาก และมีประสิทธิผลในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ (Becker and Shimada. 1997 : 27)

#### 4.2 การสร้างปัญหาปลายเปิด

โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิด ซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา (Daniels and Anglileri. 1995 : 32-34 ; NCTM 1989: 210) ดังตัวอย่างในภาพประกอบ 3

| ปัญหาปลายปิด                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ปรับเปลี่ยนเป็นปัญหาปลายเปิด                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $(2+6) - 3 = [ ]$<br>2. $3 \times 5 = [ ]$<br>3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1,2,4..<br>4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม<br><br>5. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร<br>6. จงเขียนกราฟของ<br>1) $y = 3x+5$<br>2) $y = 2x-1$<br>3) $y = 7-x$<br>7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้กี่ถุง | 1. สร้างจำนวนใดก็ได้บ้าง จาก 2,3 และ 6<br>2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15<br>3. จงอธิบายว่า จำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2,4,.. ควรจะเป็นจำนวนใด<br>4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้<br><br>5. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้าง จากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น<br>6. จงสำรวจศึกษากราฟของ $y = ax + b$ สำหรับค่าต่าง ๆ ของ a และ b<br>7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน ได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว |

ภาพประกอบ 3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker and Shimada. 1997 : 28 - 31) กล่าวว่า โดยทั่ว ๆ ไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดี และเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการทำวิจัยซ้ำหลาย ๆ ครั้ง ชิมาดะได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

1. ตระเตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ถ้า P แล้ว Q” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง โดยต้องกำหนดคำว่า “สิ่งต่าง ๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบท หลาย ๆ รูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่น ๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบ แล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
7. แสดงสถานการณ์ เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (quasi-mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างกระจัดกระจายของกลุ่มก้อนหิน ในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหโดยใช้คณิตศาสตร์
8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่ม โดย แสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง

ข้อเสนอแนะดังกล่าวนี้มีประโยชน์ในการใช้เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดซึ่งใช้ในกิจกรรมนี้

## 5 การสำรวจศึกษา

กอตต์และดักกัน (Gott and Duggan. 1995 : 20) มีแนวคิดว่าการสำรวจศึกษาเป็นประเภทหนึ่งของการแก้ปัญหา เป็นการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ คำตอบของปัญหาเห็นได้ไม่แจ่มชัด โดยยินยอมให้ผู้แก้ปัญหาใช้มโนคติ กระบวนการรับรู้ และทักษะปฏิบัติในการแก้ปัญหาอย่างอิสระ

แชปิน (Chapin. 1998 : 332-338) และเวลช์แมน (Welchman. 1999 : 240) ให้ทรงเสนอว่าการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ เป็นการสำรวจเนื้อหาสาระอย่างมีความหมายในหลายมิติ มีเป้าหมายอยู่ที่การค้นพบวิธีการของการคิดเกี่ยวกับการนำสาระทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาปลายเปิดในสถานการณ์ที่ดีกว่าการค้นพบคำตอบเฉพาะ การสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนได้คิดพิจารณา สร้างข้อความคาดการณ์ และกำหนดนัยทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งเป็นความหมายที่ใช้ในการวิจัยนี้

การสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการซึ่งรวมถึง การสำรวจค้นหาแหล่งข้อมูลจากภายใน และภายนอกตัวปัญหา การรวบรวมข้อมูล การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม รวมทั้ง การใช้ยุทธวิธีหลาย ๆ ยุทธวิธีในการนำเข้าสู่การสรุป การสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์อาจเริ่มต้นด้วยปัญหาที่น่าสนใจ เช่น “คุณมีกระดาษแข็งอยู่แผ่นหนึ่ง คุณต้องการสร้างกล่องกล่องควรมีรูปร่างอย่างไร จึงจะได้กล่องที่มีปริมาตรมากที่สุด” ในขณะที่นักเรียนติดตามค้นหาสาระสำคัญในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับพื้นที่ของพื้นผิว ปริมาตร และความสัมพันธ์ระหว่างกัน ปัญหาลักษณะนี้เป็นตัวจูงใจให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ในแนวประยุกต์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระของคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

เป้าหมายของการสำรวจศึกษาคือ ช่วยทำให้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความก้าวหน้าขึ้น โดยการจัดเตรียมโครงสร้างของสถานการณ์เพื่อการอภิปรายวิเคราะห์ การสำรวจศึกษาช่วยให้นักเรียนมีโอกาสที่เหมาะสมในการศึกษาเนื้อหาสาระในเชิงลึก นักเรียนต้องสร้างสำนึกของการสังเกต การสังเคราะห์และการวิเคราะห์ข้อสรุป การสำรวจศึกษาช่วยตกแต่งองค์ประกอบทางคณิตศาสตร์ ในการเรียนรู้และการทำความเข้าใจแนวความคิดของงานทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังเป็นตัวทำให้เกิดการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ (Backhouse, et al. 1994 : 138-139 ; Welchman. 1999 :240 )

ออร์ตันและโฟรบิชอร์ (Orton and Frobisher. 1996 : 32) กล่าวถึงความสัมพันธ์ของปัญหาเปิดและปัญหาปลายเปิดกับการสำรวจศึกษาว่า ปัญหาเปิด ถือว่าเป็นอีกชื่อหนึ่งของการสำรวจศึกษา ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหากระบวนการซึ่งยกระดับไกลออกไปจากปัญหาทั่ว ๆ ไป

อย่างไรก็ตามในการนำไปสู่การปฏิบัติ ครูและตำราเรียนจำนวนมากใช้คำ “การสำรวจศึกษา” ในลักษณะของการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิด

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่เริ่มต้นด้วยสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิด นับว่ามีส่วนสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์ด้วยความหลากหลายของวิธีการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนจะต้องค้นหาและสร้างสรรค์ขึ้นมาใช้เอง เป็นการให้ความสำคัญทั้งกับกระบวนการและคำตอบ (Becker. 1990 : 17; Kennedy and Tipps. 1994 : 60 ; Wilson, et al. 1993 : 67)

ในการวิจัยนี้ให้ความสำคัญกับความสามารถในการสำรวจศึกษาทางคณิตศาสตร์โดยถือว่าเป็นด้านหนึ่งของพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาซึ่งเป็นตัวแปรอย่างหนึ่งที่ศึกษา

## ตอนที่ 2 กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

#### 1.1 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้จะเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่สำคัญมีดังนี้ (Baroody. 1993 : 2 – 8 ; Charles and Lester. 1982 : 10 – 12 ; Hart. 1993 : 169 – 170 ; Heddens and Speer. 1992 : 34 – 35 ; Krulik and Rudnick. 1993 : 10 – 11)

1.1.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่าน และการฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนเมติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

**1.1.2 ทักษะในการแก้ปัญหา** เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

**1.1.3 ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล** หลังจากที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาก็จะต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหาก็ต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล

การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

**1.1.4 แรงขับ** เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ในทันทีทันใด นักเรียนจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่างๆ เหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

**1.1.5 ความยืดหยุ่น** ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.1.6 ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอ และสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหา จึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

1.1.7 ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหา ดีกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ

1.1.8 การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

1.1.9 วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของนักเรียน ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

## 1.2 วิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

เมื่อพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นของโพลยา มีแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้ (Charles, et al. 1987 ; Krulik and Rudnick. 1995 ; Polya. 1980 ; Troutman and Lichtenberg. 1995 ; Wilson, et al. 1993)

1.2.1 การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านข้อความ อ่านปัญหา แล้วทำความเข้าใจ โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ต่อไปให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจเอง โดยอาจใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ สร้างแบบจำลอง การปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณต่างๆ ของตัวปัญหา การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.2 การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ในการทำกิจกรรมต่างๆ ฝึกให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เช่น ในการทำแบบฝึกหัดควรฝึกให้นักเรียนเขียนแบบแผนการคิดอย่างคร่าวๆ ก่อนที่จะลงมือทำอย่างละเอียดชัดเจน ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้คิดด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรจัดหาปัญหาที่แปลกใหม่มาให้นักเรียนฝึกคิดอยู่เสมอ

1.2.3 การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการลำดับแนวคิดหลักในการแก้ปัญหา เมื่อจะลงมือดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ทำความเข้าใจแผน ก่อนนำแผนไปปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ซึ่งครูสามารถฝึกฝนนักเรียนได้จากการทำแบบฝึกหัดนั้นเอง โดยฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ ควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง ความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ ก่อนที่จะลงมือดำเนินการตามแผน

1.2.4 การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหา ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือ การมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลง การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

1.2.4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ ให้เกะจิกจนเป็นนิสัย

1.2.4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ และ ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

1.2.4.3 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี

1.2.4.4 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

## 2. การเรียนเป็นกลุ่มเล็ก

ในการเรียนการสอนการแก้ปัญหา กรูอิกเชงก์และเซฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffield, 1992 : 45 – 46) พบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาคับกลุ่มของการเรียนที่แตกต่างกัน การร่วมมือกันแก้ปัญหากับเพื่อนอีกหนึ่งหรือสองคนเป็นวิธีที่พบว่าค่อนข้างประสบผลสำเร็จอยู่เสมอ เนื่องจากเป็นวิธีที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายปัญหาและเรียนรู้จากความผิดพลาดและความสำเร็จจากคนอื่นด้วย อย่างไรก็ตามการเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือมีความจำเป็นที่จะต้องวางแผนด้วยความระมัดระวัง ไม่ใช่สิ่งที่ย่างยากในการให้นักเรียนทำงานร่วมกับเพื่อนของเขาด้วยความหวังว่าจะให้ได้ผลดีที่สุด ถ้านักเรียนไม่คุ้นเคยกับวิธีการร่วมมือกันทำงานมาก่อน ครูมีความจำเป็นที่จะต้องแนะนำถึงวิธีการทำงานร่วมกันให้บังเกิดผลดี นักเรียนจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้ว่าทุก ๆ คน ต้องมีกิจกรรมที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และนักเรียนไม่อาจละทิ้งหรือมอบงานให้คนอื่นคนหนึ่ง ต้องทำตามลำพัง นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้การยอมรับ และช่วยสนับสนุนแนวความคิดของคนอื่น ๆ จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1989 : 242) แนะนำว่า ครูต้องช่วยกำหนดบทบาท

ของนักเรียนในกลุ่ม เช่น ผู้ดำเนินการประชุม ผู้ตรวจสอบ ผู้ประสานงาน ผู้สรุป ในการทำกิจกรรมกลุ่มต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจและยอมรับบทบาทของตนเองแล้ว ก่อนการอภิปรายเพื่อร่วมมือกันแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนต้องทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเองก่อน แล้วจึงนำเสนอความคิดต่อที่ประชุมเพื่อให้ความเข้าใจปัญหาเป็นไปทางเดียวกัน จากนั้นจึงอภิปรายเพื่อร่วมกันแก้ปัญหา

การเรียนการแก้ปัญหาโดยเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กจะให้ผลดีที่สุด กลุ่มหนึ่งมีได้ตั้งแต่สองถึงสี่คน เดวิดสัน (Davidson. 1990: 56) พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในชั้นเรียนที่ค่อนข้างประสบผลสำเร็จเป็นการจัดกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก ขนาดของกลุ่มที่เหมาะสมที่สุดคือกลุ่มละสี่คน ด้วยเหตุผลที่ว่า

1. มีขนาดใหญ่พอที่จะก่อร่างแนวคิดสำคัญของการอภิปราย และการหาคำตอบของปัญหาที่ท้าทาย ไม่เปิดโอกาสให้สมาชิกคนใดคนหนึ่งชักจูงออกนอกกลุ่มออกไป
2. มีขนาดเล็กพอในการยอมให้สมาชิกทุกคนได้มีกิจกรรมอภิปรายอย่างทั่วถึง ได้เห็นการนำเสนอของสมาชิกอย่างใกล้ชิด

3. กลุ่มขนาด 4 คน สามารถแบ่งเป็นกลุ่มละสองคน สำหรับแบ่งงานไปทำ เช่น การคิดคำนวณหรือการประยุกต์ของปัญหาอย่างง่าย รวมถึงการแก้ปัญหาเบื้องต้นเพื่อนำกลับไปเสนอกับกลุ่ม

เมื่อจัดสมาชิกเข้ากลุ่มแล้ว ก็ควรให้ทำงานร่วมกันสักระยะหนึ่ง ไม่ควรเปลี่ยนกลับไปกลับมาบ่อย ๆ และถึงแม้ว่าสามารถจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยการสุ่ม แต่ก็ควรคำนึงถึงการผสมผสานให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน การจัดกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก นักการศึกษาหลายท่าน (Artzt. 1996 ; Artzt and Newman. 1990 ; Cruikshank and Sheffield. 1992 ; Davidson. 1990 ; Neyland. 1994 ; Kennedy and Tipps. 1994 ; Troutman and Lichtenberg. 1995) ได้กล่าวถึงข้อดี สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนได้มีโอกาสคิด และเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ และทั่วถึงภายในกลุ่ม โดยมีสมาชิกในกลุ่มช่วยตรวจสอบความถูกต้อง ภายในกลุ่มขอยุ่กันนักเรียนจะกล้าเสี่ยงที่จะเสนอแนวคิดโดยไม่กลัวว่าจะผิด ซึ่งนักเรียนอาจไม่กล้าทำเมื่ออยู่ในกลุ่มใหญ่

2. การเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอความคิด พุดในสิ่งที่ตนเองคิด จะช่วยให้มีความเข้าใจในความคิดนั้นชัดเจนขึ้น การเสนอแนวคิดต่อกัน กลุ่มได้ช่วยตรวจสอบ การได้อธิบายหรือปกป้องความคิดของตนเองจะทำให้เข้าใจความคิดของตนเองได้ลึกซึ้งขึ้น และมีโอกาสได้รับฟังแนวคิดจากคนอื่น ๆ ส่งผลต่อการปรับปรุงแนวคิดของตนเองให้ถูกต้อง แจ่มชัดยิ่งขึ้น เป็นการขยายกรอบความคิดและนำไปสู่การสร้างแนวคิดใหม่ ทำให้เกิดวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายขึ้น

3. นักเรียนได้เรียนรู้ และได้รับประสบการณ์จากเพื่อน ๆ ในกลุ่มอย่างใกล้ชิดละเอียดชัดเจนจากแนวคิดที่แต่ละคนเสนอ เมื่อหลอมรวมเข้าด้วยกันอาจได้แนวคิดที่ชัดเจนมีประสิทธิภาพกว่าการฟังครูปอกโดยลำพังหน้าชั้นเรียน นักเรียนแต่ละคนได้รับประสบการณ์มาแตกต่างกัน อาจมีมุมมอง มีแนวคิดในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน โดยธรรมชาติแล้ว แนวความคิดต่างกันอาจไม่ดีทั้งหมด อาจมีที่ไม่ถูกต้องและถูกต้อง รวมทั้งมีแนวความคิดที่แปลก เด่นดีกว่า หรือ ไม่มีของใครในกลุ่มถูกต้องสมบูรณ์เลย แต่เมื่อแต่ละคนได้เสนอแนวความคิด ผสมผสานเข้าด้วยกันอาจได้แนวความคิดที่ดี ถูกต้องสมบูรณ์ก็ได้ การทำงานร่วมกัน การอภิปรายร่วมกัน ทำให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา การร่วมกันคิด เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้เกิดความเจริญงอกงามทางปัญญา การที่นักเรียนร่วมกันทำงานเป็นคู่ หรือเป็นกลุ่มย่อยจะมีประสิทธิภาพกว่าให้เขาทำงานตามลำพัง

4. นักเรียนมีโอกาสฝึกการทำงานร่วมกัน ฝึกการเสนอและรับฟังแนวคิดจากคนอื่น ได้มีโอกาสใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในกิจกรรมเป็นเรื่องที่ต่อยอดจากพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียน นักเรียนต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ที่มีอยู่มาประยุกต์ใช้ บางครั้งการแก้ปัญหาแต่เพียงลำพังไม่อาจสำเร็จได้ ต้องอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์จากเพื่อนที่มีประสบการณ์แตกต่างกันนำมาแลกเปลี่ยนกัน รวมถึงการช่วยชี้แนะจากผู้มีประสบการณ์มากกว่า เช่น จากครูช่วยแนะ การให้นักเรียนได้มีการอภิปราย ถกเถียง และหาวิธีการร่วมกัน เป็นวิธีที่ให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกันทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี นักเรียนมีโอกาสได้ซึมซับประสบการณ์ระหว่างกัน

5. ขณะที่นักเรียนร่วมกันคิดแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นโดยครูเดินไปตามกลุ่มย่อย ต่าง ๆ ทำให้มีโอกาสตอบคำถาม และช่วยเหลือได้ตรงกับความต้องการ รวมทั้งการเลือกใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอภิปรายได้เหมาะสมกับสภาพและบรรยากาศของกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่ม ในขณะที่เดียวกันครูจะได้ผลย้อนกลับเกี่ยวกับพฤติกรรมและการแก้ปัญหาของนักเรียนในเนวลิค โดยการสังเกตและถามคำถามอย่างไม่เป็นแบบแผน

แม้ว่ากิจกรรมกลุ่มย่อยจะมีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหา แต่กิจกรรมรายบุคคล และกิจกรรมอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ไม่อาจละเลยได้

**กิจกรรมรายบุคคล** ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดอย่างอิสระ ได้แสดงศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ รวมถึงการแสดงความก้าวหน้าและความสามารถในการแก้ปัญหา กิจกรรมรายบุคคลควรนำมาใช้เมื่อเริ่มต้นกิจกรรมกลุ่มย่อย นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และเตรียมข้อมูลเพื่อเสนอต่อกลุ่มย่อย และในตอนท้ายของกิจกรรมการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องสรุปสาระสำคัญที่นักเรียนได้เรียนรู้

ด้วยตนเอง รวมถึงการฝึกแก้ปัญหาเพิ่มเติมด้วยตนเองเป็นการบ้าน เนื่องจากการคิดอย่างใคร่ครวญ รอบคอบอาจต้องใช้เวลามาก และมีความแตกต่างกันในแต่ละคน เวลาในชั้นเรียนปกติอาจมีไม่เพียงพอ

กิจกรรมอภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ สามารถนำมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในชั้นเรียนได้ในโอกาสต่อไปนี้

1. ใช้ตอนเริ่มต้นบทเรียน เป็นการสร้างศูนย์รวมของความสนใจ เป็นการเสนอปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก เพื่อให้ นักเรียนทั้งชั้นได้ทำความเข้าใจ และกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาาร่วมกัน และสามารถถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อยได้ ในขั้นตอนนี้จะรวมถึงการทำความเข้าใจคำศัพท์ บทนิยาม และทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้อง

2. ใช้ในขั้นสรุปบทเรียน เมื่อการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยต่าง ๆ เสร็จเรียบร้อยแล้ว ขั้นต่อไปเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มหรือตัวแทนได้นำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่มหน้าชั้นเรียนต่อกลุ่มใหญ่ เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และหลอมรวมความคิดของแต่ละกลุ่มเข้าด้วยกัน รวมทั้งการสรุปร่วมกันและการให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมของครู การที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มเสนอความคิดของตนเองในมุมมองต่าง ๆ กัน เมื่อประสานความคิดเข้าด้วยกัน อาจทำให้เกิดแนวคิดซึ่งได้จากการบูรณาการความคิดต่าง ๆ เป็นแนวคิดใหม่ที่มีศักยภาพอย่างคาดไม่ถึง

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กในชั้นปฏิบัติการ โดยมิครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้ข้อเสนอแนะ สานต่อความคิด และทำแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจน และให้ความสำคัญกับการดำเนินกิจกรรมแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ในตอนเริ่มต้นและสรุปบทเรียน ตลอดจนให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดอย่างอิสระในการทบทวนสาระความรู้ และคิดไตร่ตรองในการแก้ปัญหาที่ขยายจากปัญหาในบทเรียน โดยใช้แนวคิดจากเอกสารการวิจัยที่ศึกษาข้างต้นเป็นกรอบความคิดในการวิจัย

### 3. การสอนการแก้ปัญหา

#### 3.1 เป้าหมายการสอนการแก้ปัญหา

ในการสอนการแก้ปัญหา ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987 : 7 - 11) แนะนำว่าควรกำหนดเป้าหมายที่สำคัญ เพื่อใช้เป็นกรอบความคิดในการจัดกิจกรรมและประเมินผลการแก้ปัญหา ดังนี้

3.1.1 การพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหของนักเรียน ทักษะการคิดแก้ปัญหที่สำคัญ 7 ประการที่จะต้องพัฒนา คือ

- 3.1.1.1 การสร้างคำถามเพื่อทำความเข้าใจปัญหา
- 3.1.1.2 การทำความเข้าใจเงื่อนไขและสิ่งที่ต้องการหาในปัญหา
- 3.1.1.3 การเลือก หรือหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
- 3.1.1.4 การสร้างปัญหาย่อย และเลือกยุทธวิธีหาคำตอบที่เหมาะสม
- 3.1.1.5 การปฏิบัติตามยุทธวิธีหาคำตอบ และแก้ปัญหาย่อยได้อย่างถูกต้อง
- 3.1.1.6 การเขียนคำตอบให้สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดในปัญหา
- 3.1.1.7 การประเมินความเป็นไปได้และความสมเหตุผลของคำตอบ

**3.1.2 การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเลือกและใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา**  
ความเชื่อมั่นและความสามารถของนักเรียนมีส่วนอย่างมากในการส่งเสริมให้นักเรียนมีความชัดเจนในการแสดงการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา เมื่อเริ่มต้นในระดับปฐมวัย นักเรียนจะได้รับการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหา การเรียนการสอนจะอยู่บนเทคนิคการแก้ปัญหาที่นักเรียนส่วนมากใช้อย่างเป็นธรรมชาติ และนำมาใช้เมื่อเริ่มเข้าโรงเรียน เมื่อนักเรียนเรียนผ่านชั้นต่าง ๆ สูงขึ้น ทักษะและความเข้าใจในยุทธวิธีต่าง ๆ สามารถได้รับการส่งเสริมและทำให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น นักเรียนได้พบยุทธวิธีใหม่และซับซ้อนยิ่งขึ้นกว่าเดิม

**3.1.3 การพัฒนาเจตคติและความเชื่อที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา** เจตคติและความเชื่อต่อการแก้ปัญหาและต่อตนเองมีอิทธิพลต่อการแสดงออก ทั้งด้านที่เป็นประโยชน์ และเป็นตัวบั่นทอน ตัวอย่างของเจตคติและความเชื่อที่ทำให้การแก้ปัญหาไม่เป็นไปได้ในทิศทางที่ดี เช่น

“แก้ปัญหาลายปัญหาแต่สามารถแก้ได้เพียงวิธีเดียว”

“ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ในช่วงเวลาหนึ่งก็จะไม่พยายามหาคำตอบต่อไป”

ตัวอย่างเจตคติและความเชื่อที่เป็นประโยชน์ เช่น

“ปัญหาลายปัญหา สามารถแก้ด้วยวิธีการมากกว่าหนึ่งวิธี”

“ปัญหาลาย ๆ ปัญหาหามีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ”

“ใช้ยุทธวิธีหนึ่งแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาก็ ข้างพเจ้าจะพยายามใหม่โดยใช้ยุทธวิธีอื่น”

โปรแกรมการสอนการแก้ปัญหาคควรสนับสนุนพัฒนาการของเจตคติและความเชื่อที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาและขจัดสิ่งที่บั่นทอนออกไป

**3.1.4 การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหา** ความสำเร็จของการแสดงการแก้ปัญหาได้รับอิทธิพลอย่างมากจากความสามารถของนักเรียนในการระลึกถึงและประยุกต์ความรู้เฉพาะเจาะจงมาใช้ เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับบริบทของปัญหา นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการสอนวิธีใช้ความรู้ทาง

คณิตศาสตร์ และจังหวะเวลาในการใช้ ยิ่งกว่านั้นนักเรียนจำเป็นต้องฝึกปฏิบัติประยุกต์และเรียนรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์การแก้ปัญหา

**3.1.5 การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการติดตามและประเมินการแก้ปัญหา**ของตนเอง นักเรียนเป็นจำนวนมากมุ่งมั่นที่จะแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและมักหยุดการทำงานอยู่เพียงเท่านี้ นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ถึงประโยชน์ที่จะได้รับจากผลย้อนกลับจากงาน ที่ตนเองได้ทำไปแล้ว การเรียนการสอนการแก้ปัญหจะพัฒนาทักษะที่จำเป็นสำหรับการติดตามและประเมินการคิดของนักเรียน และความก้าวหน้าขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา เป็นการให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหา โปรแกรมการสอนจะต้องวางเป้าหมายที่จะช่วยเหลือนักเรียนในการสร้างทักษะและสำนึกในการติดตามและประเมินผลการแก้ปัญหของตนเอง

**3.1.6 การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหภายใต้สถานการณ์**ร่วมมือกันเรียนรู้ เป้าหมายที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของการสอนการแก้ปัญหาคือ การพัฒนาทักษะทางสังคมของนักเรียนโดยการแก้ปัญหาร่วมกันในสถานการณ์ของการเรียนแบบร่วมมือ ทักษะทางปัญญาจะเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งทำให้เกิดทักษะ และแนวคิดที่ชัดเจน การประเมินแนวคิดอื่น ๆ และการได้เรียนรู้แนวคิดจากคนอื่น การเปรียบเทียบแนวคิดซึ่งจะนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญห ซึ่งถือว่าพัฒนาได้ดีที่สุดในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ

**3.1.7 การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา**ชนิดต่าง ๆ ในการแก้ปัญห หนึ่งสิ่งอื่นใดทั้งหมดเหตุผลที่เราพยายามแก้ปัญหาก็คือต้องการ ได้คำตอบที่ถูกต้อง เป้าหมายที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาคือให้ นักเรียนเพิ่มความสามารถในการหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา อย่างไรก็ตามในชั้นเรียน การสอนและการประเมินจะเน้นที่ความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ต้องอยู่บนทักษะและความสามารถย่อย ๆ ตามเป้าหมายข้อ 3.1.1 ถึง 3.1.6 เป็นการหลอมรวมทักษะและความสามารถย่อย ๆ เข้าด้วยกันในการหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา ทักษะและความสามารถตาม เป้าหมายข้อ 3.1.7 จะพัฒนาได้ค่อนข้างช้ากว่าสิ่งที่เกี่ยวข้องกับเป้าหมาย ข้อ 3.1.1 ถึง 3.1.6 การวางแผนการประเมินผลการแก้ปัญหจะต้องไม่เน้นที่เป้าหมายของการหาคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่จะต้องให้ความสำคัญกับเป้าหมาย ข้อ 3.1.1 ถึง 3.1.6 ด้วย

ในการวิจัยนี้ใช้เป้าหมายในการสอนการแก้ปัญหที่ศึกษาข้างต้นเป็นกรอบความคิดในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล

### 3.2 แนวการสอนการแก้ปัญหา

ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989) ได้ให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาอย่างกว้างขวาง โดยถือว่าคณิตศาสตร์ไม่ใช่ว่าแต่เพียงการสอนมโนคติ ข้อเท็จจริงและกระบวนการที่เรียนรู้เท่านั้น แต่ครอบคลุมการประยุกต์สู่การแก้ปัญหา มุมมองนี้อธิบายโดย ไชโรเดอร์ และ เลสเตอร์ (Schroeder and Lester. 1989 : 31 - 33) ซึ่งกล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหา 3 แนวทางคือ (1) การสอนแก้ปัญหาโดยครูอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา โดยถือว่าการแก้ปัญหาเป็นเนื้อหา (2) การสอนสำหรับการแก้ปัญหา เป็นการสอนที่ต่อเนื่องจากการประยุกต์คณิตศาสตร์เกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เน้นทางประยุกต์กระบวนการและยุทธวิธีใช้แก้ปัญหา (3) การสอนผ่านการแก้ปัญหา ถือว่าปัญหามีคุณค่าไม่เพียงแต่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนคณิตศาสตร์เท่านั้นแต่เป็นแนวทางพื้นฐานของการเรียนรู้ การสอนจะเน้นกระบวนการเรียนรู้จากปัญหาที่มีประสบการณ์ในการแก้ไปสู่ปัญหาใหม่ที่ไม่คุ้นเคย (Baroody. 1993 : 2-31 ; Kennedy and Tipps. 1994 : 137-138)

ในการสอนการแก้ปัญหาคูสามารถใช้วิธีสอนที่มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนเช่นเดียวกับการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนการแก้ปัญหาโดยการลงมือแก้ปัญหา และพิจารณาโครงสร้างกระบวนการที่นักเรียนได้ใช้ในการหาคำตอบ (Cobb, et al. 1988 ; Johnson and Johnson. 1989) คำถามต่าง ๆ ที่ครูใช้ถามนักเรียนขณะแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบกระบวนการคิดและได้พิจารณายุทธวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ ความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีของการแก้ปัญหามีประโยชน์มากในการช่วยหาคำตอบของปัญหา (Charles and Lester. 1982 ; Schoenfeld. 1985 ; Suydam. 1989)

ในการสอนการแก้ปัญหาก็จะขอแยกกล่าวเป็น 2 ประเด็น คือการสอนกระบวนการแก้ปัญหา และการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหา

#### 3.2.1 การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

การสอนกระบวนการแก้ปัญหาก็จะกล่าวถึงต่อไปนี้จะนำเสนอตามกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา โฮล์มส์ (Holmes. 1995 :38 – 42) ให้แนวคิดที่ว่า สำหรับนักเรียนในระดับต้น ๆ การสอนการแก้ปัญหามีจุดมุ่งหมายสำคัญอยู่ที่การทำความเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีสองสามอย่างในการแก้ปัญหา และวิธีพิจารณาความหมายของคำตอบที่ได้ สำหรับนักเรียนในระดับขั้นที่สูงขึ้นการสอนขั้นตอนในการแก้ปัญหาก็มีจุดมุ่งหมายเฉพาะเจาะจงมากขึ้น นักเรียนควรได้เรียนรู้ชื่อของแต่ละขั้นตอน และวิธีการที่จะดำเนินการตามขั้นตอนนั้น นักเรียนควรได้ทบทวนขั้นตอนทั้งสี่ขณะที่แก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้นเรียน และแก้ปัญหายากในกลุ่มย่อย

### การสอน “การทำความเข้าใจปัญหา”

ขั้นตอนที่สำคัญยิ่งซึ่งเป็นปรากฏการณ์แรกของการแก้ปัญหา ก็คือการทำความเข้าใจปัญหา ถ้าไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหา หรือเข้าใจปัญหาลาดเคลื่อนไป ก็ยากนักที่จะหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ครูสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยการร่วมอภิปรายกับนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการที่นักเรียนแก้ปัญหา คำถามที่ควรใช้ถามนักเรียนขณะอภิปราย เช่น

“ทำไมเราต้องเริ่มต้นด้วยการคิดเกี่ยวกับความหมายของปัญหา”

“จะเกิดอะไรขึ้น ถ้านักเรียนเริ่มต้นโดยปราศจากความเข้าใจปัญหา”

นักเรียนจำต้องทราบว่า เขาจำเป็นต้องทำความเข้าใจปัญหาก่อน แต่ถ้าไม่ทราบถึงวิธีการที่จะทำความเข้าใจ ครูอาจถามคำถามถึงวิธีการที่นักเรียนใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ใช้คำตอบที่ได้มาเป็นข้อแนะนำ และยืนยันวิธีการทำความเข้าใจ ซึ่งน่าจะรวมถึงวิธีการต่อไปนี้

“อ่านปัญหาจนกระทั่งทราบว่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร”

“แน่ใจว่าทราบความหมายของคำทุกคำ”

“ถามครูเกี่ยวกับความหมายของคำหรือประโยคที่ไม่ชัดเจน”

“อ่านหรือเขียนปัญหานั้นใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง”

“สร้างภาพของสถานการณ์ปัญหาในใจ”

“เขียนแผนภาพประกอบ”

“ทบทวนข้อมูล บอกกับตนเองว่าข้อมูลใดบ้างที่ต้องนำมาใช้”

“บอกสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ”

“ตอบคำถามที่ตนเองถามได้แล้วจะแก้ปัญหาได้หรือไม่”

ข้อแนะนำเหล่านี้ครูอาจจะเขียนติดไว้ที่ป้ายนิเทศเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนและนำไปใช้

### การสอน “การวางแผนและการดำเนินการตามแผน”

ขั้นตอนที่ 2 และ 3 ของการแก้ปัญหาคือการวางแผน และการดำเนินการตามแผนซึ่งค่อนข้างกระทำอย่างมีแบบแผนในนักเรียนชั้นต้น ๆ เพราะนักเรียนยังต้องอาศัยการสร้างความรู้เข้าใจโดยใช้ตัวแทนที่เป็นตัวแบบในการแก้ปัญหา จุดมุ่งหมายหลักเพื่อนักเรียนจะได้ใช้ยุทธวิธีนี้ และแสดงความคิดร่วมกับคนอื่น ๆ ถ้านักเรียนไม่สามารถพิจารณาเลือกยุทธวิธีใด ๆ สำหรับการแก้ปัญหาง่าย ๆ ครูควรแนะนำยุทธวิธี การลงมือปฏิบัติ หรือแนะนำยุทธวิธีการเขียนภาพ

ก่อนการเน้นที่ขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการตามแผนในนักเรียนชั้นโต ๆ ลองค้นหายุทธวิธีที่นักเรียนใช้ก่อน หลังจากนั้นอภิปรายให้นักเรียนตระหนักว่าการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ

ของนักเรียนในการแก้ปัญหา นั้น แท้จริงแล้วอยู่ภายใต้การวางแผนและการดำเนินการตามแผน ซึ่งส่วนใหญ่แล้วนักเรียนมักจะวางแผนโดยสร้างความคิดไว้ในสมอง แล้วเพียงแต่เขียนแสดงวิธีทำให้ผู้อื่นได้เห็นเท่านั้น

ในการแนะนำนักเรียนให้คิดเกี่ยวกับการวางแผนและดำเนินการตามแผนอย่างระมัดระวัง สามารถใช้การถามคำถามต่อไปนี้ เช่น

“นักเรียนพูดอะไรกับตนเองบ้างในขณะที่วางแผนเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา”

“ช่วยอธิบายเหตุผลในการตัดสินใจของนักเรียนที่เลือกใช้ยุทธวิธีนั้น”

“ทำไมการวางแผนจึงมีความสำคัญ”

“ทำไมจึงมีบางคนหรือบางกลุ่มแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่แตกต่างกับผู้อื่น”

“เมื่อใดที่นักเรียนคิดเปลี่ยนแปลงแผนหรือแนวคิดแก้ปัญหาที่วางไว้”

“สำหรับปัญหาที่ต้องการคำตอบในรูปปริมาณ นักเรียนประมาณคำตอบก่อนหรือไม่ทำไม”

นักเรียนสามารถใช้แบบแผนการคิดที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาเดียวกัน นักเรียนที่มีแบบแผนการคิดต่างกัน ได้มีโอกาสเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ถึงแม้ว่าแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มจะใช้วิธีการที่ต่างกันอย่างสิ้นเชิงก็สามารถนำเข้าสู่ผลสรุปหรือคำตอบของปัญหาเดียวกันได้

#### การสอน “การตรวจสอบ”

ขั้นตอนการตรวจสอบเกี่ยวข้องกับการตรวจสอบความถูกต้องของการคิดคำนวณ การพิจารณาว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผล เป็นไปได้หรือไม่ การมองหาวิธีการอื่นในการหาคำตอบของปัญหา และรวมทั้งการขยายปัญหาซึ่งมีลักษณะคล้ายกับปัญหาเดิม เพื่อเตรียมการเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี นักเรียนทุกคนควรได้ช่วยกันในการเรียนรู้ “ขั้นตรวจสอบ” หลังจากที่นักเรียนแสดงคำตอบที่หาได้แล้ว คำถามที่ครูควรใช้กับนักเรียนในขั้นต้น ๆ เช่น

“เราจะแน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้นี้ถูกต้อง”

“คำตอบที่ได้เป็นไปได้หรือไม่ สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่”

“มีคำตอบอื่นอีกหรือไม่ ให้นักเรียนแลกเปลี่ยนคำตอบซึ่งกันและกัน”

ครูควรร่วมอภิปรายกับนักเรียนถึงผลดีของการตรวจสอบคำตอบและควรให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบ จนติดเป็นนิสัยว่าจะไม่ละเลยการตรวจคำตอบหลังจากที่หาคำตอบได้แล้ว สำหรับนักเรียนที่โตขึ้นที่ยังขาดการพัฒนานิสัยการตรวจสอบของขั้นการตรวจสอบ ซึ่งครอบคลุมสาระมากกว่า “การตรวจสอบคำตอบ” ครูให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการตรวจสอบและวิธีการตรวจคำตอบของนักเรียนซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจใช้วิธีการที่ต่างกันไป คำตอบของนักเรียนและข้อเสนอแนะของครู น่าจะรวมถึงประเด็นต่อไปนี้

“สามารถใช้ยุทธวิธีอื่น ๆ ในการหาคำตอบได้อีกหรือไม่”

“จงประมาณคำตอบของปัญหา แล้วนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่หาได้”

“คำนวณคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน แล้วตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำ”

“พิจารณาว่าคำตอบที่ได้มีความเหมาะสมที่จะเป็นคำตอบของปัญหาหรือไม่”

ขั้นการตรวจสอบนี้ครอบคลุมถึงการขยายแนวคิดของปัญหาโดยการสร้างปัญหาใหม่ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม ซึ่งจะช่วยขยายความเข้าใจในปัญหาของนักเรียนให้กว้างไกลออกไป นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้โดยการเปลี่ยนแปลงบางส่วนของปัญหาเดิม โดยยังคงเก็บสาระสำคัญของปัญหาเดิมไว้ และรวมถึงการสร้างปัญหาใหม่ที่ขยายปัญหาเดิมให้เป็นปัญหาปลายเปิด

ในปัญหาบางปัญหาอาจให้นักเรียนหาคำตอบที่เป็นกรณีทั่วไป สิ่งหนึ่งซึ่งเป็นจุดประสงค์ที่สำคัญที่สุดสำหรับการทำกิจกรรมแก้ปัญหานักเรียนและครู ก็คือการสร้างนิสัยทั่วไป ซึ่งมักจะเริ่มจากการอธิบายด้วยถ้อยคำเชิงพรรณนาและเมื่อนักเรียนมีวุฒิภาวะเพียงพอก็สามารถใช้รูปแบบของนิพจน์ทางพีชคณิตในการกำหนดนัยทั่วไป

การสอนกระบวนการตามขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นขึ้นตอนของโพลยา โดยสอนเหมือนกับเป็นเนื้อหาที่นักเรียนจะต้องจดจำจะไม่ประสบความสำเร็จ แต่ต้องสอนโดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง โดยครูใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ลงมือแก้ปัญห และตรวจสอบด้วยตนเองจากการแก้ปัญหานั้น ๆ การแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาก็กระทำหลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหานั้นเสร็จสิ้นแล้ว กระบวนการแก้ปัญหานั้นขึ้นตอนของโพลยาแสดงไว้เพื่อให้ครูใช้เป็นกรอบความคิดในการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหายอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอน ในการรายงานผลการแก้ปัญหานักเรียนอาจเขียนแสดงให้ผู้อื่นทราบเพียงบางขั้นตอนก็ได้ เช่น นำเสนอเพียงขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการตามแผน หรือนำเสนอเพียงวิธีทำ ซึ่งเป็นขั้นตอนการดำเนินการตามแผนเท่านั้นก็ได้ (Baroody, 1993 : 2-33. Riedesel, et al. 1996 ; Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4-7) แนวทางดังกล่าวนี้ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบความคิดในการสอนกระบวนการแก้ปัญหานั้น

### 3.2.3 การสอนยุทธวิธีแก้ปัญห

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989) ระบุว่า การแก้ปัญหานั้นสาระของคณิตศาสตร์ นักเรียนควรจะได้เรียนคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญห เอกสารตำราและสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่างก็ให้ความสำคัญกับการแก้ปัญห โดยที่กระบวนการแก้ปัญหานั้นขึ้นตอนของโพลยาได้มีการอ้างถึงและนำมาใช้อย่างผสมผสานกับยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญห นักเรียนเรียนยุทธวิธีการแก้ปัญหามากมาย วิธี โดยการฝึกหัดใช้ยุทธวิธีเดี่ยว ๆ แต่ละยุทธวิธี แต่ในการนำไปใช้จริงการแก้ปัญหานั้นส่วนใหญ่ นักเรียนต้อง

ใช้การผสมผสานการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากมาย อย่างประกอบกัน (Kennedy and Tipps. 1994 :158)

ขั้นตอนในการสอนยุทธวิธีของการแก้ปัญหาในภาพกว้าง ๆ ซึ่งมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน โฮล์มส์ (Holmes. 1995 :37) มีข้อเสนอแนะดังนี้

1. กำหนดปัญหาให้ นักเรียนอ่านปัญหาในใจหรืออ่านออกเสียง ครูถามเกี่ยวกับคำที่นักเรียนไม่ทราบความหมาย เมื่อทำความเข้าใจคำต่าง ๆ ได้ชัดเจนตรงกันแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรือเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ในขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ครูเฝ้าสังเกตการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด และให้คำแนะนำ
2. ให้นักเรียนรายงานผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน ให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงวิธีคิดหาคำตอบของแต่ละคน แต่ละกลุ่ม
3. ใช้คำถามที่ทำให้สามารถกระตุ้นนักเรียนให้พิจารณาไตร่ตรองกระบวนการที่ใช้ในการหาคำตอบ และใช้คำตอบของนักเรียนให้เป็นประโยชน์ในการกล่าวถึงยุทธวิธีของการแก้ปัญหา ถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนระบุชื่อของยุทธวิธีนั้น
4. จัดหาโอกาสที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการใช้ยุทธวิธีหลาย ๆ อย่าง และแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน ให้นักเรียนได้เขียนอธิบายถึงวิธีการที่นักเรียนคิดในขณะที่แก้ปัญหา ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์และคุ้นเคยว่าปัญหาหนึ่ง ๆ อาจใช้ยุทธวิธีหลาย ๆ อย่างในการแก้ปัญหา

เมื่อครูนำเสนอยุทธวิธีแก้ปัญหากับนักเรียน ครูจะต้องตระหนักถึงประเด็นต่อไปนี้ (Kennedy. 1984 : 82 - 83 ; Moses. 1990 :80 - 91; Sternberg. 1999 : 42)

1. ยุทธวิธีแก้ปัญหามากมายสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาอย่างหลากหลาย ไม่มีปัญหาใดที่ดีที่สุดในการประยุกต์ใช้แต่ละยุทธวิธี
2. ยุทธวิธีหนึ่ง ๆ สามารถจะนำไปใช้ในแนวทางที่แตกต่างกับปัญหาที่แตกต่างกับปัญหาหนึ่ง ๆ ควรสนับสนุนให้แก้ด้วยวิธีการหลาย ๆ วิธี ไม่จำเป็นว่าจะต้องใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจงในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ การส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้วิธีคิดแก้ปัญหามากหลายเป็นการเพิ่มความน่าสนใจเพิ่มความสำคัญของกระบวนการคิด เพราะแม้ว่านักเรียนจะทราบคำตอบของปัญหาแล้ว ก็ยังมีสิ่งที่น่าสนใจกระตือรือร้นที่จะแสวงหาคำตอบซึ่งก็คือวิธีการหาคำตอบอย่างอื่น ๆ
3. เมื่อกำหนดปัญหาให้นักเรียนต้องหายุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา บางครั้งนักเรียนอาจต้องการสร้างยุทธวิธีของเขาขึ้นมาเอง บางทีก็เลือกจากยุทธวิธีที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อนแล้ว ปัญหาบางปัญหาก็ไม่ปรากฏชัดว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา นักเรียนจำต้อง

สร้างยุทธวิธีขึ้นมาเองโดยปราศจากการอยู่ภายใต้การสอนที่เด่นชัด ปัญหาในลักษณะนี้ต้องการการคิดยืดหยุ่น การคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. นักเรียนแต่ละคนไม่จำเป็นว่าจะต้องบรรลุผลในระดับเดียวกันในการใช้ยุทธวิธีแต่ละอย่าง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพื้นฐานของความรู้ประสบการณ์ และมุมมองในการแก้ปัญหา

5. กระบวนการเลือกและใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของคำตอบของปัญหา นักเรียนควรจะได้มีโอกาสในการเลือกและใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาคำตอบของตัวเอง

6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่เหมาะสมในการเรียนรู้ และใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละคนภายใต้การดูแลของครู เป็นที่น่าสนใจของนักเรียนคนอื่น ๆ วิธีการ การสื่อสาร ของเด็กวัยเดียวกันจะเป็นที่เข้าใจระหว่างกันได้ดี

เพื่อการฝึกนักเรียนให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ควรยินยอมให้นักเรียนแก้ปัญหาแต่ละปัญหาคำตอบด้วยวิธีการหลายอย่าง แม้ว่าจะเป็นยุทธวิธีที่แตกต่างไปจากยุทธวิธีที่ครูตั้งใจจะสอน ถ้านักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีอื่น ครูก็สามารถแนะนำยุทธวิธีที่ต้องการในภายหลังได้ และสามารถให้ประโยชน์จากกรณีนี้ได้ โดยชี้ให้นักเรียนเห็นว่าปัญหาบางปัญหาอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี โดยที่ยังคงได้คำตอบที่ต้องการเช่นเดียวกัน และสามารถให้นักเรียนพิจารณาว่ายุทธวิธีใดมีความเหมาะสมมากกว่ากัน เพราะเหตุใด (Sternberg, 1999 : 42 )

การสอนการแก้ปัญหาคำตอบด้วยยุทธวิธีที่ครูเตรียมมาต้องใช้ความละเอียดอ่อนในการนำเสนอ ไม่ควรนำเสนอโดยชี้แจงว่าวิธีการของครูดีกว่าวิธีการของนักเรียน แต่ชี้ให้เห็นถึงข้อดีที่ไม่ต้องเปรียบเทียบกันถึงวิธีการของนักเรียน เสนอให้นักเรียนรู้สึกว่าเป็นอีกทางเลือกหนึ่งของการแก้ปัญหาเท่านั้น

ปัญหาในชีวิตจริงมีวิธีแก้ได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์ และมุมมองของผู้แก้ปัญหา การส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหานี้ ๆ ด้วยวิธีการที่หลากหลายจึงเป็นการสร้างประสบการณ์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสเลือกใช้วิธีการที่ตนเองถนัด ได้แสดงศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่และประสบความสำเร็จ อันเป็นบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี การให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพียงไม่กี่ปัญหา แต่สนับสนุนให้ใช้วิธีการที่หลากหลายมีประโยชน์มากกว่า การให้แก้ปัญหามาก ๆ ปัญหา แต่ใช้วิธีการวิธีเดียวกัน การให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน ย่อมเป็นทางเลือกของนักเรียน และมีโอกาสที่ประสบความสำเร็จมากกว่า การให้แก้ปัญหามาก ๆ ปัญหาโดยใช้วิธีเดียว

(Kennedy. 1984 : 82 –83 ; Kennedy and Tipps. 1994 :139)

จากข้อเสนอแนะดังกล่าวสามารถนำมากำหนดขั้นตอนของการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหในการวิจัยครั้งนี้ได้ดังนี้

1. กำหนดยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียน
2. นำเสนอปัญหากับนักเรียน ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา และสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญห
3. ให้นักเรียนเสนอแนวทาง และวิธีการแก้ปัญห (รวมถึงยุทธวิธีแก้ปัญห ถ้านักเรียนเคยใช้มาก่อน)
4. ครูแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหที่อยู่บนพื้นฐานและมีความสอดคล้องกับแนวทาง และวิธีการแก้ปัญหที่นักเรียนนำเสนอซึ่งอาจมีมากกว่าหนึ่งยุทธวิธี โดยแนะนำครั้งละหนึ่งยุทธวิธีให้ครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนนำเสนอ แต่กล่าวถึงในรายละเอียดเพียงบางยุทธวิธีที่ครูต้องการแนะนำสำหรับยุทธวิธีอื่นครูแจ้งว่าจะแนะนำในโอกาสต่อไป
5. ฝึกการใช้ยุทธวิธีนั้นในการแก้ปัญหาค่คล้ายคลึงกัน
6. ฝึกการใช้ยุทธวิธีนั้นในการแก้ปัญหที่แตกต่างกัน และมีความหลากหลายจากปัญหาที่กำหนดให้ หรือปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นเอง
7. ฝึกการใช้ยุทธวิธีนั้น และยุทธวิธีอื่น ๆ ที่เคยเรียนมาแล้วในการแก้ปัญหที่มีความหลากหลายมากขึ้น

ในขั้นตอนที่ 2 – 4 อาจใช้เป็นกิจกรรมให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนในตอนเริ่มต้นบทเรียนด้วยปัญหาที่ไม่ซับซ้อนนัก เพื่อที่ว่านักเรียนจะได้นำประสบการณ์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหในกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อยตามขั้นตอนที่ 5 – 7 สำหรับในขั้นตอนที่ 7 อาจกำหนดเป็นกิจกรรมให้นักเรียนแก้ปัญหาย่างอิสระเป็นรายบุคคลนอกเวลาเรียนปกติ เพื่อนักเรียนจะได้มีโอกาสดทบทวนใคร่ครวญทำความเข้าใจยุทธวิธีที่เรียนรู้มา สามารถถ่ายโยงประสบการณ์นำไปใช้แก้ปัญหที่แตกต่างออกไปได้

#### 4. งานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญห

โฮลตันและคณะ (Holton, et al. 1999 :351 – 371) รายงานผลจากการศึกษาการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ในประเทศนิวซีแลนด์ ซึ่งเป็นโครงการวิจัยที่ทำงานกับครูโดยใช้ตัวแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติ (action research model) เกือบทั้งหมด ในการพัฒนาบทเรียนการแก้ปัญห เป้าหมายของโครงการคือ ประการแรกเพื่อแนะนำการแก้ปัญหกับนักเรียนผ่านบทเรียนเป็นบท ๆ ที่เน้นการแก้ปัญหเพียงอย่างเดียว และเชื่อมโยงกับรายวิชาคณิตศาสตร์ที่

นักเรียนเรียนอย่างตรงไปตรงมา ในบทเรียนเหล่านี้คาดหวังว่านักเรียนจะเรียนถึงวิธีเข้าสู่สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านการแนะแนวที่เหมาะสม เป้าหมายของโครงการประการที่สอง เพื่อใช้การเข้าสู่การแก้ปัญหาในการสอนสาระต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร

ผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากการสังเกตการสอนของครู และบันทึกวีดิทัศน์ผลการใช้บทเรียนของครู 2 คน การอภิปรายในชั้นเรียนของนักเรียนและครู และเก็บข้อมูลจากการทดสอบนักเรียนก่อนและหลังเรียน ในการเตรียมงานการแก้ปัญหา ครูในโครงการได้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาก่อนที่ผู้วิจัยเริ่มต้นสังเกต ครูที่สอนด้วยกันมีการพบปะวางแผนกันก่อนลงมือสอนอย่างไม่เป็นรูปแบบ

จากการสังเกตครูที่สอนพบว่า โดยทั่ว ๆ ไปในบทเรียนหนึ่งครูคนที่ 1 จะเสนอปัญหาหนึ่ง หรือ สองปัญหา โดยใช้แผนการสอนการแก้ปัญหาที่กำหนดขั้นตอนไว้กว้าง ๆ เป็นสามขั้นตอนคือ (1) ชี้แนะนำปัญหาในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน (2) ประชุมกลุ่มย่อยช่วยกันหาวิธีแก้ปัญหา และ (3) แนะนำผลการแก้ปัญหาจากกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ สำหรับครูคนที่ 2 ใช้แผนการสอนสามขั้นตอนเช่นเดียวกัน สอนทีละปัญหา ปัญหาละ 15 ถึง 20 นาที โดยใช้แบบยึดหยุ่น บางปัญหาก็สลับเอาขั้นตอนที่ 1 ขึ้นมาก่อน ปัญหาใดยากก็ช่วยกันกำหนดแนวทางแก้ปัญหาด้วยกันทั้งชั้นก่อนไม่ได้ยึดแบบแผนตายตัว

ผลจากการตอบสนองของนักเรียนพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน

ซานโตส – ตรีกโก (Santos-Trigo. 1998 :431 – 446) กล่าวถึง ผลการศึกษาที่แสดงถึงการจัดกิจกรรมที่ประสบความสำเร็จโดยผู้ชำนาญในการจัดกิจกรรมเรียนการสอนการแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นรายวิชาหนึ่ง โดยเน้นที่คุณภาพของปัญหาที่ใช้ในการกระตุ้นการพัฒนายุทธวิธีและคุณค่าที่พบจากนักเรียนซึ่งแสดงผลสะท้อนกลับจากการทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนโดยให้ความสนใจเป็นพิเศษกับชนิดของคำถามที่ช่วยนักเรียนในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาและความสำเร็จของการร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มเล็ก ๆ ของนักเรียน ถึงแม้ว่าการแก้ปัญหายังไม่เป็นรายวิชาเหมือนกับพีชคณิต เรขาคณิต หรือแคลคูลัส แต่ก็มีเรื่องซึ่งจะสามารถใช้เป็นรูปแบบในการปรับให้เป็นรายวิชาหนึ่งของคณิตศาสตร์

ซานโตส – ตรีกโก ได้เสนอแนวทางในการเข้าสู่การเรียนการสอนการแก้ปัญหาในรายวิชาการแก้ปัญหามathematics สามแนวทางคือ แนวทางแรกเน้นที่ความสำคัญของการศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการอภิปรายปัญหาที่เจาะจงไว้ ปัญหาเหล่านี้เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยหรือไม่ได้เคยแก้มาก่อน แนวทางที่สองเป็นปัญหาที่สัมพันธ์โดยตรงกับตัวอย่าง หรือจากทฤษฎีที่นักเรียนเรียนมาแล้วในรายวิชา สามารถนำความรู้นั้นมาใช้แก้ปัญหได้ แนวทางที่สามเน้นที่การ

พัฒนายุทธวิธีของนักเรียนในการใช้ความคิดขั้นสูงโดยเน้นการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยวิธีการอย่างหลากหลาย

เบิร์กส์ (Burks . 1994 :4019-A) ศึกษาการใช้การเขียนในการสอนกระบวนการดำเนินการและข้อชี้แนะยุทธวิธีในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวิจัยนี้ออกแบบตามความต้องการของครูในการช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถเป็นนักแก้ปัญหาที่มีสมรรถภาพ ครู 5 คนนำแผนไปสอนนักเรียนเกรด 8 จำนวน 371 คน กระบวนการประกอบด้วย ENTER, PLAN, ATTACK และ REVIEW ซึ่งสอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ยุทธวิธีที่ใช้ประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป การเขียนแผนภาพ การแจกแจงรายการ/สร้างตาราง การเดาและตรวจสอบ และแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า กลุ่มทดลองได้รับการสอนการแก้ปัญหาเป็นเวลา 7 สัปดาห์ โดยนักเรียนเรียนการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับเนื้อหา กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามหลักสูตรปกติซึ่งรวมถึงโจทย์ปัญหาที่มีอยู่ในหนังสือเรียนปกติ ข้อมูลรวบรวมจากการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การสัมภาษณ์และวัด เจตคติจากการตอบแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่าการใช้การเขียนแสดงยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา เมื่อขยายความของการพัฒนาความก้าวหน้า นักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะมีการพัฒนาการที่ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูง และพบว่านักเรียนต้องการใช้กระบวนการดำเนินการ และข้อชี้แนะยุทธวิธี ในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้ยุทธวิธีที่สอนทั้งห้าอย่าง และนักเรียนส่วนใหญ่ใช้กระบวนการ ENTER, PLAN, ATTACK มีนักเรียนส่วนน้อยใช้ REVIEW

ด้านเจตคติต่อการแก้ปัญหา นักเรียนเกือบทั้งหมดมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ดีนัก กลุ่มทดลองมีการเปลี่ยนแปลงในทางลบน้อยกว่ากลุ่มควบคุม โดยภาพรวมของการวิจัยทั้งนักเรียนและครูที่สอน เห็นพ้องกันว่ากิจกรรมการเรียนทำให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดด้านกระบวนการและยุทธวิธีและช่วยให้นักเรียนพัฒนา การนำเสนอการแก้ปัญหายังเป็นระบบ

คริสตู (Christou. 1993 :1272-A) ดำเนินการศึกษาประสิทธิผลของการสอนการแก้ปัญหาที่ใช้ข้อแนะนำของกระบวนการสอนการแก้ปัญหาจากมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลของ NCTM เป็นกรอบความคิดในการวิจัย โดยสนใจว่าเมื่อนำไปใช้ในประเศไชปรัสจะเกิดผลอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ให้เรียนรายวิชาการแก้ปัญหามือผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เมื่อสิ้นสุดการสอนใช้การสอบและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม เพื่อหาตัวบ่งชี้แนวทางในการคิดในการแก้ปัญหของนักเรียน ผลการวิจัยแสดงความมีนัยสำคัญของความแตกต่างของผลการทดสอบหลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหตามแนวทางของมาตรฐานหลักสูตรของ NCTM กับของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาตามหนังสือเรียนปกติ โดยกลุ่ม

ทดลองมีคะแนนสูงกว่า ผลการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลและผลการวิเคราะห์ทางสถิติพบว่ามีตัวชี้บางประการในการคิดของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

คอนเวย์ (Conway. 1997 :4297-A) ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการสอนแบบเปิดที่มีต่อการแสดงการแก้ปัญหาโดยทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์กับนักศึกษาคหุวิชาเอกประถมศึกษา การศึกษานี้ออกแบบเพื่อศึกษาว่าการสอนแบบเปิดจะมีประสิทธิผลต่อการแสดงการแก้ปัญหาของนักศึกษาอย่างไร กลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนและประเมินเกี่ยวกับองค์ประกอบสามประการของการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งได้แก่ ปัญหาที่มีคำตอบเดียวแต่สามารถแก้ได้หลายวิธี ปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ และปัญหาจากการสร้างของนักศึกษาเองซึ่งมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่แก้ไปแล้ว โดยศึกษามุมมองในการแก้ปัญหาของนักศึกษา

ผลของการทดลองในการวัดความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม (การเป็นต้นแบบการคิดของตนเอง) และความสง่างามในการแสดงการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่านักศึกษามีการพัฒนาขึ้นสำหรับตัวแปรชนิดแรกในการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเมื่อเปรียบเทียบกับการสอนโดยไม่ใช้ปัญหาปลายเปิด แต่สำหรับสองตัวแปรหลังนักเรียนกลุ่มทดลองไม่มีการพัฒนาขึ้นชัดเจน ส่วนในด้านเจตคติต่อคณิตศาสตร์ เจตคติต่อการแก้ปัญหา และความเชื่อเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์พบว่าไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในประเด็นนี้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาพบว่า เรื่องการแก้ปัญหา สามารถกำหนดให้เป็นรายวิชาหนึ่งของคณิตศาสตร์ได้ โดยใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ประเภทของปัญหาที่นำมาใช้ควรเป็นปัญหาปลายเปิดเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหอย่างกว้างขวาง ปัญหาจะเป็นสื่อไปสู่การทบทวน การเสริมความเข้าใจ การขยายมโนคติของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การสื่อสารความคิดและการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เน้นการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติอย่างเป็นระบบตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ในขณะที่เดียวกันก็สามารถสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาคือเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด จะทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ได้พัฒนาทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง เป็นการช่วยสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ข้อสรุปต่าง ๆ ที่ได้มาผู้วิจัยใช้เป็นแนวทาง ในการสร้างกรอบความคิดของการวิจัยนี้

### ตอนที่ 3 การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 1. แนวคิดในการประเมินการแก้ปัญหา

เมื่อการแก้ปัญหาได้รับการเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การประเมินการแก้ปัญหา ก็ควรจะได้รับ การเน้นไปด้วยในขณะเดียวกัน การประเมินควรแสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแสดงสาระสำคัญทั้งหมดของการแก้ปัญหา หลักฐานร่องรอยเกี่ยวกับความสามารถในการถามคำถาม การใช้ข้อสนเทศที่กำหนดให้ และการสร้างข้อคาดการณ์ การประเมินจะให้หลักฐานของการใช้ยุทธวิธี และเทคนิคการแก้ปัญหา รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ที่ได้ ตลอดจนความสามารถในการขยายสู่กรณีทั่วไป ในมาตรฐานการประเมินของ NCTM มาตรฐาน ที่ 5: การแก้ปัญหา ระบุว่า การประเมินความสามารถของนักเรียนในการใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เป็นการจัดหาหลักฐานร่องรอยที่นักเรียนสามารถ (1) สร้างปัญหา (2) ประยุกต์ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (3) แก้ปัญหา (4) ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายความหมายของผลลัพธ์ และ (5) สร้างรูปทั่วไปของคำตอบ (NCTM. 1989 : 209)

การประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาคควรประเมินในขอบข่ายใหญ่ ๆ 2 ประการคือ (1) การแสดงการใช้ทักษะและยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (2) เจตคติและความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

เทคนิคสำหรับการประเมินสิ่งสำคัญ 2 ประการนี้ได้แก่

1. การสังเกตและการใช้คำถามถามนักเรียน
2. การใช้การประเมินข้อมูลจากนักเรียน
3. การใช้เทคนิคการให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม (holistic scoring)
4. การใช้แบบทดสอบ

การพิจารณาทางเลือกสำหรับเทคนิคการประเมินขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่อไปนี้คือ

- (1) ประเภทของทักษะการแก้ปัญหาหรือผลได้ที่ปรากฏซึ่งต้องการวัด (2) จำนวนของนักเรียนที่จะประเมิน (3) เวลาที่จะใช้ในการประเมิน (4) ประสบการณ์ของครูในการสอนและการประเมินการแก้ปัญหา (5) ความต้องการในการใช้ผลของการประเมิน และ (6) เครื่องมือการประเมินที่จะหาได้ เพราะฉะนั้นงานของครูก็คือการเลือกเทคนิคการประเมินที่จะช่วยครูให้วัดได้ตรงตามเป้าหมายที่ต้องการเน้นและให้บังเกิดผลดีที่สุด (Charles, et al. 1987 : 15 ; Krulik and Rudnick. 1998)

## 2. เทคนิคการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 การสังเกตและการใช้คำถาม

การสังเกตและการใช้คำถามถามนักเรียนขณะที่กำลังแก้ปัญหา จะได้ข้อมูลที่มีคุณค่าเกี่ยวกับการแสดงออกของนักเรียน เจตคติและความเชื่อ การสังเกตและการถามคำถามครูสามารถทำได้อย่างไม่เป็นแบบแผน ขณะที่ครูเคลื่อนที่เข้าไปสังเกตตามกลุ่มต่าง ๆ เมื่อนักเรียนกำลังทำงาน และสามารถกระทำอย่างเป็นแบบแผนผ่านการสัมภาษณ์อย่างมีโครงสร้างเป็นรายบุคคล

การสังเกตโดยตรงและการถามคำถามอย่างระมัดระวังขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา ถือว่าเป็นวิธีที่ดีที่สุดของการประเมินบางด้านของเป้าหมายของการแก้ปัญหา ซึ่งการประเมินจากการวิเคราะห์งานจากการเขียนเพียงอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอ การสังเกตและการถามคำถามมีจุดประสงค์สำคัญในการจัดบันทึกการตอบสนองของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะหรือเจตคติที่ครูประเมิน

การสังเกตอย่างไม่เป็นแบบแผนและการถามคำถามสามารถใช้ประเมิน เมื่อนักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล ในกลุ่มเล็ก หรือในขณะที่ยกปรายร่วมกันทั้งชั้น แต่น่าจะมีประสิทธิภาพที่สุดระหว่างที่นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล และในกลุ่มเล็ก เนื่องจากว่าครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจัดบันทึกขณะที่มีการอภิปรายกันทั้งชั้นเรียน ก่อนเข้าสู่บทเรียนเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมิน ครูต้องเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการหรือมาตรฐานประมาณค่า ในขณะที่นักเรียนที่หมายตาไว้แก้ปัญหา ครูเฝ้าสังเกตพวกเขา ฟังสิ่งที่เขาพูดกับเพื่อนคนอื่น ๆ สอดแทรกการตั้งคำถามให้สอดคล้องกับประเด็นที่ต้องการประเมิน จัดบันทึกสิ่งที่สังเกตได้โดยทำเป็นจุดหรือเครื่องหมายไว้ ซึ่งดีกว่าการจำไว้เพียงอย่างเดียวเพราะอาจหลงลืมได้ กำหนดเป้าหมายไว้อย่าให้มากข้อเกินไป “จงอย่ามีจุดมุ่งหมายที่จะประเมินนักเรียนทุกคนในทุก ๆ ประสพการณ์ของการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ปัญหาหนึ่ง ๆ น่าจะเน้นเพียงการประเมินนักเรียน 1 ถึง 4 คน ก็เพียงพอแล้ว” (Charles, et al. 1987 : 20) ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียนในสถานการณ์แก้ปัญหาต้องบันทึกสิ่งที่ต้องการบันทึกทันทีทันใดเท่าที่จะทำได้ภายหลังการสังเกต การบันทึกอาจมีเครื่องมือช่วยได้แก่แบบตรวจสอบรายการ และ มาตรฐานประมาณค่า

### 2.2 การสัมภาษณ์

เทคนิคนี้เกี่ยวข้องกับการสังเกตและการถามคำถามนักเรียนระหว่างการแก้ปัญหาแต่ไม่เหมือนกันเสียทีเดียว การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างสัมภาษณ์นักเรียนคราวละไม่เกิน 2 คน โดยปกติให้สัมภาษณ์ทีละคน สัมภาษณ์อย่างเป็นระบบ โดยการถามปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งต้องวางแผนไว้ล่วงหน้า การใช้การจดบันทึก มาตรฐานประมาณค่า แบบตรวจสอบรายการ การบันทึกเสียงและวิดิทัศน์ก็สามารถนำมาใช้ประกอบกันได้ เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ภายหลัง

ขั้นตอนการสัมภาษณ์ (1) เลือกบุคคลที่จะสัมภาษณ์ (2) เลือกปัญหาที่เหมาะสม (3) วางแผนแบ่งประเด็นที่จะสัมภาษณ์ด้วยตนเอง (4) ดำเนินการสัมภาษณ์

ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (1) การประเมินอยู่ในกรอบที่วางไว้ (2) มีเวลาที่จะประเมินได้ในเนวตึกเกี่ยวกับทักษะในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล (3) สามารถกำหนดโครงสร้างที่ตายตัว หรือยอมให้มีความยืดหยุ่นได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการประเมิน (4) สามารถเก็บข้อมูลได้ในรายละเอียดเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนทำและคิด (5) ทำให้ได้ทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียนซึ่งโดยปกติอาจเห็นได้ไม่ชัดเจนจากการเขียนของนักเรียน การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างควรใช้เมื่อต้องการถามให้ลึกซึ้งเกี่ยวกับกระบวนการคิดของนักเรียน ในการแสดงการแก้ปัญหาหรือเจตคติ มีประโยชน์สำหรับการวิจัยในกระบวนการแก้ปัญหา

### 2.3 การประเมินสมุดงาน

สำหรับการวิจัยในชั้นเรียน สมุดงานบันทึกการแก้ปัญหของนักเรียนเป็นแหล่งข้อมูลที่สำคัญ ซึ่งในสมุดงานมีข้อมูลพื้นฐานต่อไปนี้

1. วิธีการหาคำตอบและคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์
2. การอธิบายถึงยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา
3. การอธิบายถึงความคล้ายคลึงกันของคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น และที่ใช้ในปัญหาอื่นๆ ที่นักเรียนเคยแก้มาแล้ว
4. การอธิบาย การขยายปัญหา ที่เป็นไปได้
5. การสำรวจศึกษาปัญหาจากการขยายปัญหา

ครูสามารถใช้สมุดงานเหล่านี้ในการประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหของนักเรียน และวิเคราะห์ความก้าวหน้าในภาพรวมเมื่อสิ้นภาคเรียนและสิ้นปีการศึกษา

### 2.4 การประเมินผลการรายงาน

เทคนิคที่เกี่ยวกับการเขียนรายงานหรือการบันทึกประสบการณ์การแก้ปัญหาที่ทำให้นักเรียนคิดย้อนกลับทวนนึกถึงคือ การถามนักเรียนให้คิดย้อนทวนอธิบายวิธีการที่ใช้แก้ปัญหา ทิศทางหรือตัวอย่างของคำถามทั่วไป เช่น “จงบอกแนวความคิด และอธิบายวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา” เน้นสิ่งที่มีประโยชน์ในการช่วยให้นักเรียนได้เริ่มต้นรายงาน ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยนักเรียนให้มองย้อนกลับ และอธิบายการคิดของนักเรียนขณะที่แก้ปัญหา

1. นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหานักเรียนคิดถึงอะไร
2. นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหหลายหรือไม่ ใช้ยุทธวิธีใด ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง ยุทธวิธีนั้นสามารถใช้แก้ปัญหได้ หรือไม่

3. ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผลเป็นอย่างไร

4. นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ นักเรียนรู้สึกอย่างไร

5. นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจไหมว่า คำตอบที่หาได้ถูกต้อง

6. โดยทั่ว ๆ ไปนักเรียนรู้สึกอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

## 2.5 การประเมินแฟ้มผลงาน

ในชั้นเรียนแฟ้มผลงานเป็นที่เก็บผลงานของนักเรียนซึ่งนักเรียนคัดเลือกไว้ด้วยตนเอง แฟ้มผลงานจะอยู่ในตำแหน่งที่หาง่ายในห้องเรียน แนวคิดที่อยู่เบื้องหลังแฟ้มผลงาน ก็คือเป็นการรวบรวมผลงานที่ดีที่สุดของนักเรียนอย่างเป็นระบบ แฟ้มผลงานเปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลาในการคิดที่จะพัฒนางาน จัดแสดงผลงานให้ดีขึ้น ด้วยการใช้แฟ้มผลงานนักเรียนสามารถพัฒนาแนวความคิดที่สำคัญในคณิตศาสตร์ แฟ้มผลงานช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกและสังเกตการเติบโตและวุฒิภาวะของตนเองในคณิตศาสตร์ได้ตลอดเวลา

แฟ้มผลงานเป็นการบันทึกความก้าวหน้าของการเรียนรู้ตลอดเวลาอย่างต่อเนื่องในระยะยาว สอดคล้องกับธรรมชาติ เป็นผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในแง่มุมที่สอดคล้องกับความเป็นจริง แทนการสอบถามหรือสอบซึ่งทำเพียงบางช่วงเวลา แฟ้มผลงานใช้เป็นสิ่งบันทึกความสำเร็จที่ภาคภูมิใจดีกว่าบันทึกความบกพร่อง ทักษะการสื่อสารจะได้รับการพัฒนาและส่งเสริมผ่านการใช้แฟ้มผลงานจากการที่นักเรียนรายงานถึงผลของการสำรวจศึกษาปัญหาและการทำกิจกรรม

แฟ้มผลงานอาจจะบรรจุวิธีการและคำตอบของกิจกรรมการแก้ปัญหของนักเรียนไว้ การได้สัมผัสผลงานของนักเรียนเป็นสิ่งสร้างสรรค์ที่ดีที่สุดหรือเป็นวิธีที่ดีที่สุด เกิดความชัดเจนในกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน ได้มองเห็นผลผลิตที่สง่างามหรือการขยายแนวทางการวิเคราะห์ซึ่งแสดงความคิดริเริ่มและการสร้างระบบความคิดในการแก้ปัญหา ในแฟ้มผลงานนักเรียนสามารถเพิ่มเติมปัญหาหรือข้อคาเดาซึ่งนักเรียนมีแนวคิดในการสร้างขึ้น (Charles, et al. 1987; Kennedy and Tipps. 1994 ; Krulik and Rudnick. 1998 ; Wilson, et al. 1993)

## 3. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหจากงานเขียน

ถึงแม้ว่าการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหจะสามารถใช้เทคนิคหลาย ๆ อย่างในการประเมิน แต่การประเมินจากการเขียนแสดงการแก้ปัญหของนักเรียนก็นับว่าเป็นสาระสำคัญ ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ความสามารถ และกระบวนการคิดแก้ปัญหของนักเรียน ชาร์ลส์ และคณะ (Charles,

จุดแข็งของนักเรียนให้สัมพันธ์กับกระบวนการคิดที่เกี่ยวข้อง การกำหนดสเกลในลักษณะที่ควรจะนำมาใช้ในการประเมินการแสดงในการสอนประจำบทเรียนหรือประจำภาค เมื่อมีงานต้องประเมินมากและต้องการเน้นการประเมินผลรวมของกระบวนการแก้ปัญหา การกำหนดเกณฑ์ที่เฉพาะเจาะจงสำหรับการกำหนดคะแนน ส่งเสริมความคงเส้นคงวาในการประเมินการแสดงผลงานเขียน เพราะฉะนั้นการเน้นการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีสเกลใหญ่ ๆ และต้องการศึกษาผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ

#### 4. การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

ในการประเมินการแก้ปัญหา เคนเนดี และ ทิปปี (Kennedy and Tipps. 1994) วิลสัน และคณะ (Wilson, et al. 1993) มีแนวคิดว่าการเก็บแต่เพียงคะแนนที่ได้จากจำนวนคำตอบที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือทำข้อสอบถูกต้อง โดยไม่ได้พิจารณาถึงวิธีการคิดและการให้เหตุผลที่นักเรียนใช้สร้างคำตอบ ไม่เพียงพอที่จะทำให้ทราบถึงความหมายที่นักเรียนสร้างมโนคติและวิธีการคิด การทราบถึงความหมายของนักเรียนที่ใช้กำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นสาระสำคัญสำหรับผลของการเรียนการสอน เพื่อให้ครูทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนอย่างชัดเจน และสามารถค้นหาพฤติกรรม การคิดได้อย่างต่อเนื่อง ให้สามารถเข้าใจถึงสิ่งที่นักเรียนทำ และวิธีการที่นักเรียนสร้างและนำมาใช้แก้ปัญหา การประเมินควรได้จากกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน โดยครูเข้าไปมีส่วนร่วมกับการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ครูสามารถใช้ข้อสังเกตนี้ในการประเมินกิจกรรมการเรียนการสอน และนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป การประเมินองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจะแสดงผลที่เป็นข้อมูลที่มากกว่าทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งจะรวมถึงข้อสังเกตเกี่ยวกับองค์ความรู้ทางมโนคติและวิธีการทางคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล การประเมินทักษะการแก้ปัญหาคควรพิจารณาจัดหาหลักฐานและร่องรอยของความสามารถของนักเรียนในการถามคำถาม การใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ การกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา การได้คำตอบของปัญหา การสร้างข้อความคาดการณ์ และการหาคำตอบทั่วไป มอร์แกน (Morgan. 1998 : 28-29) มีแนวคิดว่าการให้นักเรียนบันทึกกระบวนการและผลของการแก้ปัญหาขึ้นมาเพื่อให้นำเสนอให้ผู้อื่นรับทราบ มีบทบาทในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปัญหา และการหาคำตอบของปัญหา อีกทั้งทำให้นักเรียนได้มีโอกาสตรวจสอบการเขียนด้วยตนเองระหว่างการแก้ปัญหา

การกระทำหรือการตอบสนองต่อปัญหาปลายเปิดของนักเรียนมักจะมีหลากหลาย เป็นเรื่องยากสำหรับครูในการประเมินและนำผลการประเมินไปใช้ เบกเกอร์และชิมาดา (Becker and Shimada. 1997 : 34-35) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงการประเมินกิจกรรมของนักเรียน โดยแนะนำให้ครูสร้างตารางเพื่อบันทึกผลการตอบสนองของนักเรียน จำแนกประเด็น จัดเรียง

ลำดับตามลำดับสาระทางคณิตศาสตร์ โดยบันทึกการตอบสนองของนักเรียนระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนลงในตาราง เบกเกอร์และชิมาคะ ให้ความสำคัญกับการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน เกี่ยวกับ (1) ความคิดแล้วคล่อง พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่นักเรียนแต่ละคนหรือกลุ่มสร้างหรือหาได้ ซึ่งอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง (2) ความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากจำนวนความแตกต่าง และความหลากหลายในแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนค้นพบ และนำมาใช้แก้ปัญหา (3) ความคิดริเริ่ม พิจารณาจากการเป็นต้นแบบของการคิด การมีแนวคิดที่เป็นของตนเองของนักเรียน และการพัฒนาแนวคิดที่ได้เรียนรู้มาที่แสดงถึงความเป็นผู้ริเริ่มหรือเป็นต้นแบบการคิด (4) ความสง่างามในการคิด หรือ การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา พิจารณาจากการแสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหานักเรียนที่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา การกำหนดเกณฑ์การประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ทำได้โดยกำหนดเป็นระดับขั้น เช่น ดีมาก ดี พอใช้ และต้องแก้ไข จากผลการวิจัยของ เบกเกอร์ และ ชิมาคะ พบว่านักเรียนที่มีประสบการณ์จากการสอนแบบเปิด มีคะแนนความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่มสูงกว่านักเรียนที่ไม่มีประสบการณ์

ในการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหานักเรียน นักการศึกษาหลายท่าน (Backhouse, et al. 1994 ; Chapin. 1998 ; NCTM. 1989 ; Orton and Frohisher. 1996 ; Welchman. 1999 ) ให้ความสำคัญเกี่ยวกับ การสำรวจศึกษา ซึ่งเป็นพฤติกรรมในด้านการสำรวจ สังเกต ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสร้างข้อสรุปที่สามารถนำไปใช้ได้ สถานการณ์ที่กว้างขวางขึ้น และนักการศึกษาอีกหลายท่าน (Charles and Lester. 1982 ; Kennedy and Tipps. 1994 ; Krulik and Rudnick. 1998 ; Wilson, et al. 1993 ) ให้ความสำคัญกับ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา ในเชิงว่า มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้นั้นมีความถูกต้อง และสอดคล้องกับสาระของปัญหาหรือไม่ เพียงใด นอกจากนี้ได้ให้ความสำคัญกับ การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ในเชิงว่า การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานักเรียนมีความเหมาะสม หรือมีประสิทธิภาพเพียงใด

พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้นนี้ เป็นตัวแปรสำคัญที่การวิจัยนี้มุ่งศึกษา โดยจะศึกษาว่า นักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด จะมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ ดังกล่าวนี้อย่างไร

จากการศึกษาเอกสารการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินการแก้ปัญหามิสามารถกำหนดกรอบความคิดในการประเมินกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด ซึ่งกระทำไปพร้อมกับกิจกรรมการเรียนการสอนโดยสามารถกำหนดเครื่องมือ และขั้นตอนการประเมินการแก้ปัญหาได้ดังนี้

### เครื่องมือการประเมินการแก้ปัญหา

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
2. แบบสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา
3. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

### ขั้นตอนการประเมินการแก้ปัญหา

1. การประเมินก่อนเรียน ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน และประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาวเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน
2. การประเมินระหว่างเรียน ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา และพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา

2.1 ประเมินจากการสังเกตการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย และการนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมต่อกลุ่มใหญ่ในชั้นเรียน และการสัมภาษณ์เพิ่มเติม

2.2 ประเมินจากผลงาน ซึ่งเป็นผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน

3. การประเมินหลังเรียน ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน

3.2 ประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาวเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน

3.3 ประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

โดยจะกล่าวถึงในรายละเอียดต่อไปในบทที่ 3

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา ที่ได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน
2. การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
3. การทดลองภาคสนามและการรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### ตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานดังนี้

##### 1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้ารวบรวม และวิเคราะห์เอกสารตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1.1 เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดกรอบความคิดในด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการแก้ปัญหา และเพื่อกำหนดจุดประสงค์ และวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เอกสารดังกล่าวได้แก่

1.1.1 เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โดยเน้นการศึกษาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 ก)

1.1.2 คู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 ก)

1.1.3 คู่มือการประเมินผลมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 ข)

1.1.4 คู่มือครูรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2535)

1.1.5 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2535)

1.2 เอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหา และการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดในบทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เพื่อแสวงหาแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด และเพื่อสร้างกรอบความคิดในการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด

## 2. การวิจัยนำร่อง

ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยพัฒนาขึ้นด้วยตนเองจากแนวการจัดกิจกรรมประกอบบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของ สสวท. (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542) ซึ่งผู้วิจัยมีส่วนร่วมในการสร้างและพัฒนาขึ้นแบ่งเป็น 16 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ(100 นาที) ในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอน นำเสนอด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาลายเปิดที่เชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถหาคำตอบ ด้วยการใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และการแนะนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของนักเรียนในการลงมือปฏิบัติ การอภิปรายและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก

ผู้วิจัยนำชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ไปให้ผู้เชี่ยวชาญซึ่งประกอบด้วยนักวิชาการทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษาจากมหาวิทยาลัย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นพิจารณาให้ข้อเสนอแนะ หลังจากปรับปรุงแก้ไขแล้วได้นำไปทดลองใช้ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่โรงเรียนราชดำริ เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร 3 ห้องเรียน จำนวน 118 คน ทั้งนี้เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของการดำเนินกิจกรรม ความเหมาะสมของเนื้อหา และเวลาที่ใช้ ผลจากการศึกษานำร่องมีข้อค้นพบดังนี้

2.1 มีเวลาให้นำเสนอกิจกรรมได้เพียง 15 กิจกรรม กิจกรรมที่นำเสนอในแต่ละครั้งมีจำนวนกิจกรรมมากเกินไป ไม่สามารถดำเนินการได้เสร็จสิ้นในเวลา 100 นาที ที่กำหนด ต้องปรับเปลี่ยนให้นักเรียนนำไปทำเป็นการบ้านเป็นรายบุคคล ซึ่งในภายหลังพบว่าเกิดผลดี เพราะการให้นักเรียนนำกลับไปทำกิจกรรมต่อที่บ้านทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนบทเรียน ได้มี

โอกาสคิดอย่างใคร่ครวญรอบคอบ ซึ่งทำได้ไม่เต็มที่ในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาร่วมกันในชั้นเรียนที่มีเวลาค่อนข้างจำกัด แต่การให้นักเรียนนำกิจกรรมไปทำเป็นการบ้าน ครูต้องติดตามทวงถามอยู่เสมอ

2.2 นักเรียนยังมีความบกพร่องในด้านความรู้ และทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งครูจะต้องสร้างกิจกรรมทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องก่อนการนำเสนอกิจกรรมใหม่

2.3 นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ครูจะต้องกำหนดบทบาทของนักเรียนแต่ละคนในการปฏิบัติกิจกรรมให้ชัดเจน และต้องออกแบบกิจกรรมให้เอื้ออำนวยต่อการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เช่น นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นในการอภิปรายอย่างไร ในกิจกรรมจะต้องเตรียมประเด็นคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ซึ่งคำตอบของคำถามเหล่านี้จะนำไปสู่การกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดให้ ในกิจกรรมแรก ๆ จะต้องออกแบบกิจกรรมโดยมีประเด็นคำถามอย่างละเอียดหลาย ๆ ข้อ เพื่อช่วยแนะให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดและหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดให้ได้โดยง่าย แต่ในกิจกรรมต่อ ๆ มาจะต้องลดจำนวนคำถามลง หรือใช้คำถามที่กว้างขึ้น ให้นักเรียนได้มีบทบาทในการสร้างคำถามขึ้นเอง ด้วยเหตุที่ใช้คำถามเพื่อแนะแนวทางอย่างละเอียดมีข้อเสียคือ เป็นการกำหนดกรอบความคิดของนักเรียนให้คิดเช่นเดียวกับครู ไม่เปิดโอกาสให้คิดอย่างสร้างสรรค์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.4 นักเรียนให้ความสนใจกับกิจกรรมที่ได้ลงมือปฏิบัติกับสื่อที่เป็นวัสดุ สิ่งของ และ กิจกรรมที่สัมพันธ์กับศิลปศึกษา เช่น การพับกระดาษ การประดิษฐ์ ดังนั้นการปรับปรุงและพัฒนา กิจกรรมจะต้องเพิ่มกิจกรรมในลักษณะดังกล่าวนี้ให้มากกว่าที่มีอยู่เดิม

2.5 จากการนำเสนอผลการแก้ปัญหานักเรียนทำให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายของนักเรียนซึ่งเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการเตรียมครูให้สามารถดำเนินการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของนักเรียน เตรียมพร้อมที่จะสานต่อความคิดของนักเรียน และช่วยนำเสนอความคิดของนักเรียนให้ชัดเจน

ผลการศึกษาจากการวิจัยนำร่อง ทำให้มองเห็นภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดอย่างเป็นรูปธรรมและมีความเป็นไปได้ นอกจากนี้ยังได้รับข้อมูลที่เป็นประโยชน์และสามารถใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนา กิจกรรมให้มีประสิทธิภาพต่อไป

## ตอนที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา ปลายเปิด

จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในตอนต้นที่ 1 ผู้วิจัยได้วางแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน สอดแทรกการสอนกระบวนการแก้ปัญหาที่ขั้นตอนของ โพลยา (Polya.-1957) โดยใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน และคณะ (Wilson, et al. 1993 :60 – 63) เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหา เพิ่มเติมการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของ เทราท์แมน และลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4-7) กิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแบบเปิดกว้างตามความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ตลอดจนวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหานักเรียนสนใจ และนำเสนอต่อกลุ่ม การทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกระทำโดยใช้กิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างประกอบกัน ได้แก่ การถามถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอธิบายโดยตรง การกำหนดคำถามแล้วให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อหาคำตอบ การอภิปรายโดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีขั้นตอนของการพัฒนาด้วยการให้คำปรึกษาและกำกับดูแลของคณะกรรมการควบคุมการทำวิทยานิพนธ์ดังนี้

### 1. การกำหนดกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด

#### 1.1 การเตรียมบทเรียน

1.1.1 กำหนดวัตถุประสงค์ ขอบข่ายของเนื้อหาคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีแก้ปัญหาค่าที่แนะนำกับนักเรียน

1.1.2 สร้างปัญหาปลายเปิดที่สามารถหาคำตอบได้ด้วยยุทธวิธีตาม ข้อ 1.1.1 ประกอบด้วย

1.1.2.1 ปัญหาขั้นต้น หรือปัญหานำ ซึ่งมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก จำนวน 1-2 ปัญหา เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อม ให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน เมื่อเริ่มต้นบทเรียน

1.1.2.2 ปัญหาในชั้นประกอบกิจกรรม เป็นปัญหาหลัก ซึ่งมี

โครงสร้างเช่นเดียวกับข้อ 1.1.2.1 แต่มีความซับซ้อนกว่าหรือเป็นปัญหาที่ต่อเนื่องกับข้อ 1.1.2.1 จำนวน 2-3 ปัญหาเพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มเล็ก หรือกลุ่มย่อย และนำไปเป็นปัญหาสำรอง หรือเป็นการบ้านนอกเวลาเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาคือเป็นรายบุคคล

### 1.1.3 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ในบทเรียน มีดังนี้

1.1.3.1 เป็นปัญหาปลายเปิด ที่มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

1.1.3.2 แปลกใหม่ นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน

1.1.3.3 ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน

1.1.3.4 เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง หรือมีความหมาย เหมาะกับวัยของ นักเรียน

1.1.3.5 มีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ สามารถหาคำตอบหรืออธิบายวิธีหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.1.3.6 เหมาะกับยุทธวิธีแก้ปัญหาก็จะแนะนำกับนักเรียนในบทเรียนนั้น ๆ

1.1.3.7 บางปัญหาสามารถสอดแทรกความรู้ หรือใช้เป็นสื่อจุดประกายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

1.1.3.8 สามารถขยายปัญหาไปสู่การหาคำตอบในรูปทั่วไป หรือแสดงนัยทั่วไปของคำตอบของปัญหาได้

1.1.4 ครูผู้สอนฝึกแก้ปัญหที่สร้างขึ้นด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหที่กำหนด และยุทธวิธีแก้ปัญห อื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ได้

## 1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

### 1.2.1 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน

1.2.1.1 ครูนำเสนอปัญหาคด้วยวาจาหรือใช้สื่อต่าง ๆ ประกอบ เช่น แผ่นโปสเตอร์ ใบกิจกรรม ป้ายนิเทศ

1.2.1.2 ครูใช้คำถามปลายเปิดถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกัน

1.2.1.3 ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่เพื่อให้ นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

1.2.1.4 ครูสรุปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอและเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

### 1.2.2 การแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย

1.2.2.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4-6 คน ครูชี้แจงวิธีทำงานร่วมกันในกลุ่มย่อย

1.2.2.2 ครูนำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่าง ๆ โดยใช้ ใบกิจกรรม

1.2.2.3 ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อหาคำตอบของปัญหา

1.2.2.4 ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก หมุนเวียนให้ความช่วยเหลือ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปราย ในการประกอบกิจกรรมระยะแรก ๆ อาจารย์ประเด็นที่ควรอภิปรายตามขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ในใบกิจกรรม

1.2.2.5 ในกรณีที่มิมีนักเรียนบางกลุ่มสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เร็วกว่ากลุ่มอื่นๆ ครูอาจให้นักเรียนกลุ่มนั้นหาคำตอบโดยใช้วิธีการอื่นที่แตกต่างจากเดิม หรือให้แก้ปัญหาค่าที่เตรียมสำรองไว้

### 1.2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่

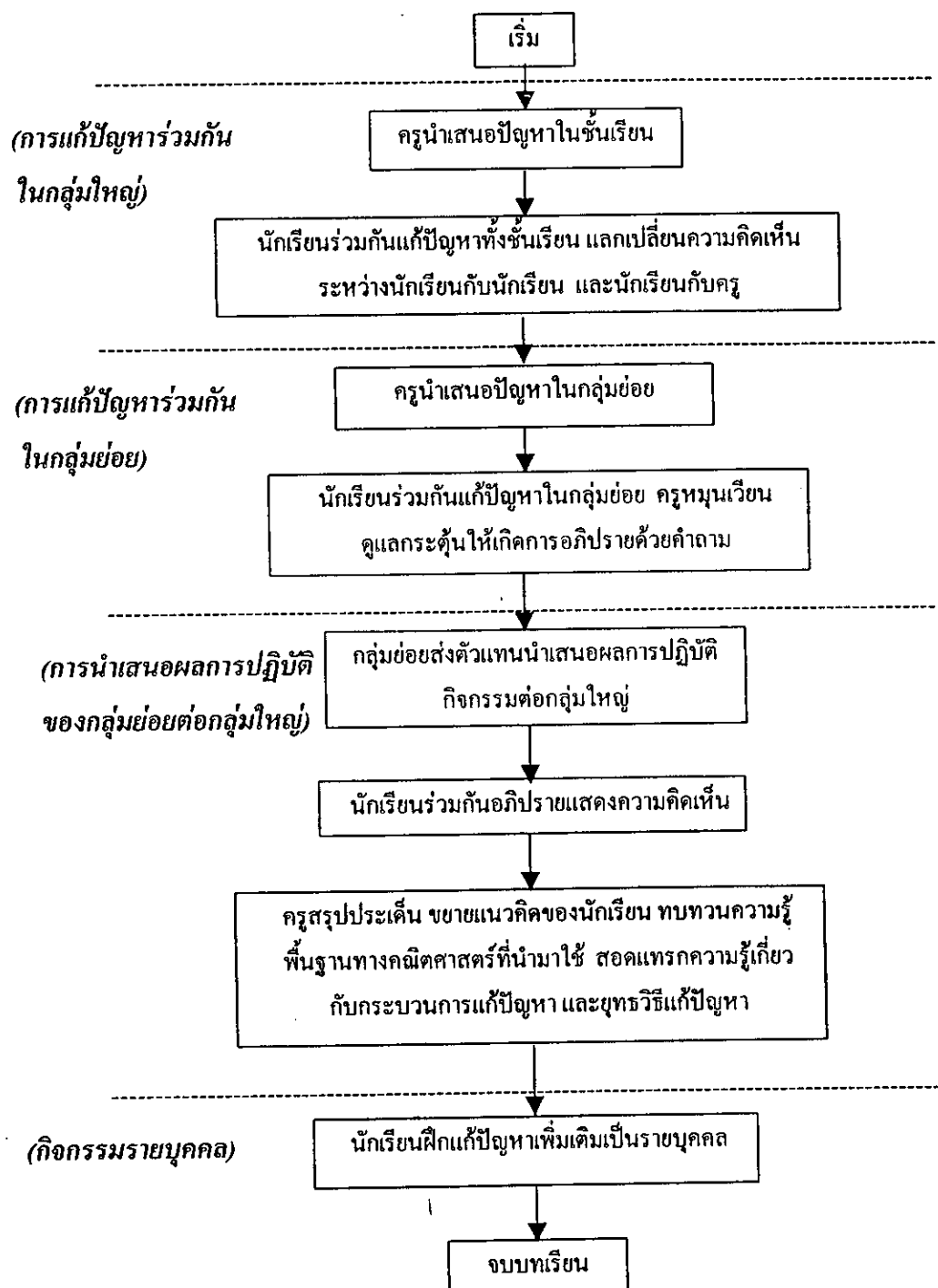
1.2.3.1 ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม ครั้งละกลุ่ม โดยให้กลุ่มที่นำเสนอครั้งหลัง ๆ นำเสนอเฉพาะคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากกลุ่มก่อนหน้าเท่านั้น

1.2.3.2 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

1.2.3.3 ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นๆ ซึ่งยุทธวิธีดังกล่าวนี้อาจมีนักเรียนบางกลุ่มใช้แก้ปัญหาคณะที่ปฏิบัติกิจกรรมแล้ว ครูมีหน้าที่ ช่วยทำให้ชัดเจนขึ้น และเสริมให้สมบูรณ์

1.2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาเพิ่มเติมเป็นรายบุคคล โดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ ทำเป็นการบ้าน หรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสรุปได้ดังที่นำเสนอในภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 แผนภาพแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด

### 1.3 การประเมินผลนักเรียน

การประเมินผลนักเรียนกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนการสอน และใช้การประเมินในหลายแนวทางมาประกอบกัน ได้แก่

1.3.1 การประเมินผลก่อนเรียน ครูประเมินจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน และศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา จากการใช้วิธีการพื้นฐานของนักเรียนเอง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.3.2 การประเมินผลระหว่างเรียน ครูประเมินความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนเป็นรายบุคคลจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาที่กำหนดในใบกิจกรรม ครูประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่มจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

1.3.3 การประเมินผลหลังเรียน ครูประเมินความสามารถในการแก้ปัญห เป็นรายบุคคลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน และใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่จำเป็น ประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

ผู้วิจัยนำเสนอกรอบความคิดของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดตามแนวทางข้างต้นนี้กับผู้เชี่ยวชาญซึ่งประกอบด้วยนักวิชาการทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา จากมหาวิทยาลัย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 5 ท่าน เพื่อนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข

## 2. การพัฒนาร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด

2.1 ส่วนประกอบ ผู้วิจัยได้สร้างร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดในลักษณะเป็น ชุดกิจกรรมการแก้ปัญห ซึ่งสร้างขึ้นตามกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดในข้อ 1 แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู

2.1.1 แผนการสอน ประกอบด้วย ชื่อกิจกรรม เวลาที่ใช้ ความนำ จุดประสงค์ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ สื่อ/อุปกรณ์ แนวการจัดกิจกรรม การประเมินผล ใบกิจกรรม และสื่อประกอบ

2.2.2 เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอน และการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียนในรายละเอียด กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรทราบเพื่อให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ เช่น ตัวอย่างของคำถามที่ใช้ถามกระตุ้นเพื่อให้ให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอน ยุทธวิธีแก้ปัญหามีเกี่ยวข้อง ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นที่เกี่ยวข้อง

2.2 แผนการจัดกิจกรรม จากผลการศึกษานำร่อง ผู้วิจัยนำมาเป็นข้อมูลในการแบ่งระยะของแผนการจัดกิจกรรม โดยแบ่งออกเป็นสี่ระยะดังนี้

ระยะที่ 1 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 1 – 4 มุ่งเน้นให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรม ทั้งในส่วนที่เป็น การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย และการนำเสนอผลการแก้ปัญหา ปัญหาที่ครูนำเสนอกับนักเรียนในระยะที่ 1 นี้ จะได้รับการแตกออกเป็นคำถามย่อย ๆ การตอบคำถามย่อย ๆ จะทำให้เห็นแนวทางนำไปสู่ การหาคำตอบของปัญหาหลัก ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในระยะที่ 1 นี้ เน้นการทบทวนลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตพื้นฐาน และมโนคติเกี่ยวกับการคูณและการหารซึ่งเชื่อมโยงไปสู่เรื่อง ตัวประกอบและจำนวนเฉพาะ เป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากการสังเกตและสร้างข้อสรุปจากการสำรวจศึกษา ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นคือ ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป และมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แก่ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ และยุทธวิธีสร้างตาราง

ระยะที่ 2 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 5 – 8 กิจกรรมในระยะนี้เริ่มสอดแทรกการแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา เมื่อครูนำเสนอปัญหากับนักเรียน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอน โดยสร้างคำถามตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิด/วิธีทำได้ด้วยตนเอง การแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหกระทำโดยทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหของนักเรียน ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้จะมีความสอดคล้องกับเนื้อหาในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งได้แก่ เรื่องตัวประกอบ ตัวประกอบร่วม เศษส่วน ทศนิยม การประมาณและการประมาณค่า นอกจากนี้ยังทบทวนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม และรูปสามเหลี่ยม ให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสูตรในการหาพื้นที่จากการลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นคือ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ ยุทธวิธีให้เหตุผล ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ และยุทธวิธีประมาณคำตอบ ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้น ๆ ที่สามารถสอดแทรก ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพ ยุทธวิธีสร้างตาราง และยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

ระยะที่ 3 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 9 – 12 เป็นระยะที่นำเสนอกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ด้วยวิธีการหลากหลาย และใช้แนวคิด/วิธีทำที่แตกต่างไปจากการเรียนในชั้นเรียนปกติ ให้นักเรียนได้คุ้นเคยและมีทักษะในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ อย่าง ซึ่งนับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ กิจกรรมในระยะที่ 3 นี้ นักเรียนต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ส่วนของเส้นตรง มุม และเศษส่วน ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เน้นได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีให้เหตุผล ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นที่สามารถนำมาใช้อย่างหลากหลาย ได้แก่ ยุทธวิธีสร้างตาราง และยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

ระยะที่ 4 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 13 – 15 เป็นการใช้กิจกรรมที่มุ่งเน้นการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ปัญหาหนึ่ง ๆ อาจมีความเกี่ยวข้องกับปัจจัยหลายอย่าง สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลายเนื้อหามาใช้หาคำตอบของปัญหาได้ และปัญหาหนึ่ง ๆ ก็สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ทีละหนึ่งยุทธวิธี หรือใช้หลายยุทธวิธีประกอบกัน ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาในระยะที่ 4 นี้ได้แก่ ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก สมบัติของรูป วงกลม เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และสมบัติเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้ได้แก่ ยุทธวิธีเดา และตรวจสอบ ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ และยุทธวิธีให้เหตุผล

2.3 ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญในการปรับปรุงร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ผู้วิจัยนำร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญคณะเดิมในข้อ 1 ข้างต้น ตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรม และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข ซึ่งข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญในการปรับปรุงร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหามีดังนี้

2.3.1 ด้านจุดประสงค์ ควรเน้นการกล่าวถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา สำหรับจุดประสงค์ด้านการสอนการแก้ปัญหาให้ถือเป็นจุดประสงค์แฝงโดยกล่าวถึงไว้ในความนำของแผนการสอนเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3.2 ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ควรระบุความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องที่เป็นจุดประสงค์หลักที่ต้องการทบทวนให้ชัดเจน แต่ในกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนอาจนำเสนอความรู้พื้นฐานอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องอีกได้ ซึ่งครูสามารถนำมาเป็นข้อมูลในการปรับปรุงกิจกรรมครั้งต่อไป

2.3.3 ด้านสื่อ/อุปกรณ์ ถ้าเป็นสื่อที่มีปรากฏในทุกแผนการสอน ได้แก่ ใบกิจกรรม ควรระบุถึงวิธีใช้ และจำนวนที่ต้องเตรียมไว้เป็นภาพรวมในคำอธิบายสำหรับครู ซึ่งอยู่

ในส่วนหน้าของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา สำหรับสื่อที่ใช้เฉพาะในแผนการสอนนั้นควรระบุถึงรายละเอียดหรือมีภาพประกอบให้ชัดเจน สำหรับแผ่นโปรงใสเกี่ยวกับ “กระบวนการแก้ปัญหา” และ “ยุทธวิธีแก้ปัญหา” ซึ่งมีการใช้ร่วมกันในหลายแผนการสอน ให้นำเสนอรายละเอียดหรือภาพประกอบแยกออกไว้ในภาคผนวก

2.3.4 ด้านแนวการจัดกิจกรรม ควรดำเนินการให้อยู่ในกรอบความคิดสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดที่กำหนดไว้ และให้มีความชัดเจนที่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง สำหรับการสอนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ “กระบวนการแก้ปัญหา” และ “ยุทธวิธีแก้ปัญหา” ให้เป็นไปในลักษณะค่อย ๆ สอดแทรกโดยบททวนจากงานการแก้ปัญหานักเรียนนำเสนอ และไม่ถือว่าเป็นสาระสำคัญที่นักเรียนต้องจดจำ แต่ต้องการให้นักเรียนเคยชินกับการเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยการลงมือปฏิบัติของนักเรียนเอง

2.3.5 ด้านการวัดและประเมินผล ควรชี้แจงให้นักเรียนทราบว่ามีภาระประเมินจากผลงานของกลุ่มและจากรายบุคคล โดยครูให้ความสำคัญทั้งในด้าน แนวคิด/วิธีทำ และคำตอบของปัญหา

2.3.6 ด้านเอกสารเสริมสำหรับครู ควรปรับปรุงการนำเสนอให้เป็นไปในแนวทางเดียวกันทุกแผนการสอน กล่าวคือให้ประกอบด้วย การเกริ่นนำให้เห็นภาพรวมของ กิจกรรมการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียนในรายละเอียด การกล่าวถึงสิ่งที่ครูควรทราบเพื่อให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ ตัวอย่างของคำถามที่ใช้ถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นขั้นตอน ยุทธวิธีแก้ปัญหามีเกี่ยวข้อง และการนำเสนอเนื้อหาสาระที่เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหในกิจกรรมตามแผนการสอน และความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปที่เกี่ยวข้อง

จากนั้นผู้วิจัยได้ปรับปรุงร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

### 3. การตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด

การตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด หรือร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญห ดำเนินการดังนี้

3.1 การทดลองเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยนำร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 4 คน ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่พิจารณาจากผลการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 ในระดับสูง และ ต่ำ

อย่างละ 1 คน และระดับปานกลาง 2 คน เพื่อพิจารณาปรับปรุงความถูกต้อง ความเป็นปรนัยของ ภาษา ความง่าย ความเป็นไปได้ เวลาที่ใช้ และความเหมาะสมของกิจกรรม

3.2 การทดลองเป็นกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยนำร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ผ่านการพิจารณาปรับปรุงจากการทดลองเป็นรายบุคคลไปให้ครูซึ่งได้รับคำแนะนำการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาแล้ว นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 32 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 8 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ในแต่ละกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่พิจารณาจากผลการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 ในระดับสูง ปานกลาง และต่ำละกัน ผู้วิจัยเป็นผู้สังเกตการสอน เพื่อนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้เกณฑ์การตัดสิน 75/75 ซึ่งหมายถึง มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมทั้งหมด ปฏิบัติกิจกรรมได้คะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนน กิจกรรมรวมทั้งหมด โดยคะแนนกิจกรรมได้จากการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาที่เป็นผลการปฏิบัติกิจกรรมตามใบกิจกรรมทุกกิจกรรม รวมกับคะแนนการสอบจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนทั้งสองฉบับ ถ้าประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนด จะพิจารณาปรับปรุงใหม่เป็นรายกิจกรรม นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และจากแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในการปฏิบัติกิจกรรมตามใบกิจกรรม การสังเกตและสัมภาษณ์นักเรียน รวมทั้งผลย้อนกลับในด้านต่างๆ ของ นักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมจะใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงชุดกิจกรรมก่อนที่จะนำไปใช้ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัย

ผลการทดลองใช้ร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาปรากฏว่ามีนักเรียนจำนวนร้อยละ 78.15 ปฏิบัติกิจกรรมได้คะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนกิจกรรมรวมทั้งหมด ดังนั้นสรุปได้ว่าร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเบื้องต้นตามเกณฑ์ 75/75 ซึ่งมีความเป็นไปได้ที่จะนำชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ไปใช้ในการทดลองภาคสนามในตอนที่ 3 ต่อไป

### ตอนที่ 3 การทดลองภาคสนามและการรวบรวมข้อมูล

#### 1. การกำหนดกลุ่มตัวอย่างในการทดลองภาคสนาม

กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัย และหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543

การจัดนักเรียนเข้าตามชั้นต่าง ๆ ของโรงเรียนปากเกร็ด กระทำโดยพิจารณาจากคะแนนสอบรวมทุกวิชาจากการสอบจัดชั้นเรียนของโรงเรียน โดยที่โรงเรียนจะจัดนักเรียนที่ได้คะแนนสอบก่อนข้างสูงและปานกลางคละกันแยกไว้สามห้องเรียนแรก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เหลือได้จัดชั้นเรียนแบบคละความสามารถ จำนวนเก้าห้องเรียน เพื่อเป็นการศึกษารายละเอียดบางประการเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาและพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาของกลุ่มตัวอย่างจึงใช้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการทดลอง สองห้องเรียน จำนวนนักเรียน 95 คน คือ กลุ่มทดลองที่ 1 สุ่มอย่างเจาะจงมาหนึ่งห้องเรียนจากสามห้องเรียนแรก ประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับก่อนข้างสูง และปานกลาง คละกัน มีจำนวนนักเรียน 47 คน กลุ่มทดลองที่ 2 สุ่มมาหนึ่งห้องเรียนจากห้องเรียนที่เหลืออยู่ จำนวนเก้าห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับปานกลาง และก่อนข้างต่ำ คละกัน มีจำนวนนักเรียน 48 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเช่นเดียวกัน จากครูผู้สอนคนเดียวกันทั้งสองกลุ่ม

การเลือกนักเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่าง เพราะโรงเรียนปากเกร็ด เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวนประมาณ 600 คน ประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลากหลายทั้งระดับสูง ปานกลาง และต่ำ คละกัน ซึ่งอาจใช้เป็นตัวแทนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั่วไปได้ และอีกประการหนึ่งโรงเรียนปากเกร็ดเป็นโรงเรียนที่มีครูคณิตศาสตร์อาสาสมัครเป็นผู้สอนซึ่งมีความเข้าใจในการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ภายได้ความเห็นชอบของผู้บริหารโรงเรียน

## 2. เครื่องมือที่ใช้

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองภาคสนามและรวบรวมข้อมูล นอกจากชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ได้มาจากตอนที่ 2 แล้ว ยังประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา (2) แบบสังเกตพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา (3) แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และ (4) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### 2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.1.1 ลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมา เพื่อใช้ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลอง แบ่งเป็น

2.1.1.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน หนึ่งฉบับ ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมแก้ปัญหาทั้ง 15 กิจกรรม ใช้ทดสอบนักเรียนก่อนการทดลอง

2.1.1.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา หลังเรียน ใช้ทดสอบนักเรียนหลังการทดลองตามช่วงเวลาที่กำหนด แบ่งเป็นสองฉบับดังนี้

(1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา กลางภาคเรียน ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา 8 กิจกรรมแรก ซึ่งปัญหาสามข้อแรกเป็นปัญหาที่คู่ขนานกันกับปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน ด้วยวิธีการ หรือยุทธวิธีแก้ปัญหา และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ อีกสามข้อที่เหลือเป็นปัญหาสำหรับสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มเติม

(2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ปลายภาคเรียน ประกอบด้วยปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา 7 กิจกรรมหลังที่เหลืออยู่ ซึ่งปัญหาสามข้อแรกเป็นปัญหาที่คู่ขนานกันกับปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนที่เหลืออยู่ ด้วยวิธีการ หรือยุทธวิธีแก้ปัญหา และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ อีกสามข้อที่เหลือเป็นปัญหาสำหรับสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มเติม

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา แต่ละฉบับ ใช้เวลาสอบ 2 ชั่วโมง ให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำ

2.1.2 การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้วิจัย ดำเนินการดังนี้

2.1.2.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหตามแนวทางของซอนเฟินด์ (Schoenfeld. 1985) ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987) ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1998)

2.1.2.2 วิเคราะห์จุดประสงค์ของกิจกรรม กำหนดพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการวัดในด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้

2.1.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน

2.1.2.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่สร้างเสร็จ

เรียบร้อยแล้วไปหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา และทางด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์ ความเป็นอยู่ ขนานระหว่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน และเกณฑ์การให้คะแนน

2.1.2.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรับปรุงตาม คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดสอบกับนักเรียนที่เรียนรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ในการทดลองเป็นกลุ่มเล็กเพื่อทดลองหาประสิทธิภาพ ของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยและครูผู้สอน เป็นผู้ตรวจและให้คะแนนโดยเห็นชอบร่วมกัน นำผลที่ได้มาปรับปรุงแบบทดสอบ แล้วนำกลับไป ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง จากนั้นนำคำแนะนำมาแก้ไขปรับปรุง

รายละเอียดของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ดูในภาคผนวก ก

## 2.2 แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

มีลักษณะเป็นแบบบันทึกผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ในด้าน การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ใช้บันทึกผลการวิเคราะห์การเขียนแสดง แนวคิด/วิธีทำจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา จากผลงานการทำกิจกรรม ตามไปกิจกรรม และจากการนำเสนอด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาระหว่างเรียน

การสร้างและพัฒนาแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

2.2.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาตามแนวทางของ ชอนเฟินด์ (Schoenfeld . 1985) ชาร์ลส์และคณะ (Charles, et al. 1987) ครูลิกและรุดนิก (Krulik and Rudnick. 1998)

2.2.2 วิเคราะห์จุดประสงค์ของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา กำหนดพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาที่ต้องการศึกษา ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา

2.2.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา และกำหนดเกณฑ์การ วิเคราะห์

2.2.4 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปหา ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและทางด้านการวัดและ ประเมินผลชุดเดียวกับที่ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหา ตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์ และเกณฑ์การให้คะแนน

การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ใช้การหาค่าร้อยละของผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน เทียบกับคะแนนเต็มทั้งหมด 90 คะแนน แล้วนับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนรวมไม่น้อยกว่า ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด ว่ามีจำนวนนักเรียนอยู่ร้อยละเท่าไร ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด

ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหากำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ 75/75 ซึ่งหมายถึง มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด ได้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนรวมกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด การประเมินในที่นี้ให้ความสำคัญกับการประเมินระหว่างเรียนที่ดำเนินการควบคู่ไปพร้อมกันกับกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้เกณฑ์ที่อาศัยแนวคิดตามการเสนอแนะของเปรื่อง กุมุท (เปรื่อง กุมุท. 2538: 254 – 257) กับ เอสพิช และ วิลเลียม (Espich and William. 1967: 119 – 125)

2. ข้อมูลจากแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ในด้านการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา จากการแสดงวิธีหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียน จักผลงานการเขียนแสดงการแก้ปัญหา การอภิปรายกลุ่ม และการนำเสนอด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลอง มีภาพรวมของเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี และ 3 : ดีมาก

นำข้อมูลผลการสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในแต่ละด้านของนักเรียนในกลุ่มทดลองมาแจกแจงความถี่ หาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการแปลความหมายของค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มทดลองสำหรับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในแต่ละด้าน ใช้เกณฑ์ที่อาศัยแนวคิดตามการเสนอแนะของบุญชม ศรีสะอาด (บุญชม ศรีสะอาด. 2535 : 100) ดังนี้

0.00 - 0.49 ต้องแก้ไข

0.50 – 1.49 พอใช้

1.50 – 2.49 ดี

2.50 – 3.00 ดีมาก

3. ข้อมูลจากการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับข้อคำถามในเชิงนิมิตมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้

1 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : เห็นด้วย  
และ 5 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง

สำหรับข้อคำถามในเชิงนิเสธมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้

5 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 4 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 2 : เห็นด้วย  
และ 1 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง

นำข้อมูลผลการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองมาแจกแจงความถี่ หาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการแปลความหมายของค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มทดลองสำหรับผลการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับใช้เกณฑ์ที่อาศัยแนวคิดตามการเสนอแนะของ บุญชม ศรีสะอาด (บุญชม ศรีสะอาด. 2535 : 100) ดังนี้

1.00 – 1.49 ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง  
1.50 – 2.49 ไม่เห็นด้วย  
2.50 – 3.49 ไม่แน่ใจ  
3.50 – 4.49 เห็นด้วย  
4.50 – 5.00 เห็นด้วยอย่างยิ่ง

เกณฑ์คะแนนที่เป็นตัวบ่งชี้ว่า นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของผลการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ที่มีค่าตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

4. การเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน ใช้การเปรียบเทียบในลักษณะของการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับคะแนนเฉลี่ยของประชากร ด้วยการทดสอบค่า Z

การหาค่าร้อยละในการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา การหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนพฤติกรรมการศึกษาแก้ปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์รวมทั้งการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยการทดสอบค่า Z ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟท์เอกซ์เซล (Microsoft Excel)

## บทที่ 4

### ผลการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด บทเรียนประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิดและมีความเชื่อมโยงกับรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีแก้ปัญหาเข้าในกิจกรรม กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นที่บทบาทของนักเรียนในการร่วมมือกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก และมีความมุ่งหมายที่จะศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาที่พัฒนาขึ้น กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วจะเกิดผลอย่างไรบ้างต่อนักเรียนในด้านต่อไปนี้ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอนำเสนอโดยแบ่งเป็นสี่ตอนดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการประเมินประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 2 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 3 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101

คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

## ตอนที่ 1 ผลการประเมินประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ผลการทดลองใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาในการทดลองภาคสนามปรากฏว่ามีนักเรียนจำนวน 73 คน คิดเป็นร้อยละ 76.84 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม 95 คน ปฏิบัติกิจกรรมได้คะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาคะแนนจากผลงานการแก้ปัญหานักเรียนที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน รวมกับคะแนนจากการแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาล้างเรียน ดังนั้นสรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด หรือชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1 ที่ตั้งไว้

เมื่อพิจารณาถึงผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จะแยกกล่าวถึงเป็นสามตอน คือ (1) ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน เพื่อวิเคราะห์ภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลอง (2) ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองระหว่างเรียน เพื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏขณะดำเนินการทดลอง และ (3) ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาล้างเรียน เพื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองที่ปรากฏ หลังการทดลองตามช่วงเวลาที่กำหนด

1. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน วิเคราะห์จากผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน จำนวน 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 24 คะแนน แสดงผลดังตาราง 1 ซึ่งปรากฏว่า ในภาพรวมคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.26 หรือคิดเป็นร้อยละ 17.75 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน เมื่อพิจารณาแยกเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5.87 หรือคิดเป็นร้อยละ 24.46 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.69 หรือคิดเป็นร้อยละ 11.21 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน

ตาราง 1 คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน ของนักเรียน  
ในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ

| ข้อสอบข้อที่/เรื่อง        | กลุ่มทดลองที่ 1 |               | กลุ่มทดลองที่ 2 |               | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |               |
|----------------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|------------------------|---------------|
|                            | ค่าเฉลี่ย       | ส่วนเบี่ยงเบน | ค่าเฉลี่ย       | ส่วนเบี่ยงเบน | ค่าเฉลี่ย              | ส่วนเบี่ยงเบน |
|                            | มาตรฐาน         |               | มาตรฐาน         |               | มาตรฐาน                |               |
| 1. พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส | 0.89            | 0.31          | 0.46            | 0.49          | 0.67                   | 0.47          |
| 2. ค่ายกล                  | 2.89            | 0.97          | 1.50            | 1.14          | 2.19                   | 1.27          |
| 3. มะเขือกับมะนาว          | 0.77            | 0.88          | 0.29            | 0.64          | 0.52                   | 0.81          |
| 4. ล้อมรอบที่ดิน           | 0.21            | 0.46          | 0.00            | 0.00          | 0.11                   | 0.34          |
| 5. ดินสอดำและดินสอสี       | 0.00            | 0.00          | 0.00            | 0.00          | 0.00                   | 0.00          |
| 6. หารด้วย 9 ลงตัว         | 1.11            | 0.95          | 0.44            | 0.49          | 0.77                   | 0.83          |
| รวมทั้งฉบับ                | 5.87            | 1.64          | 2.69            | 1.56          | 4.26                   | 2.26          |

เมื่อพิจารณาคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน ของนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ จากตาราง 1 พบว่า ในภาพรวมนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนทั้งฉบับ และรายข้อใกล้เคียงกัน ข้อสอบข้อที่นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสอบคะแนนได้สูงสุดคือข้อที่ 2 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.19 คิดเป็นร้อยละ 54.73 ของคะแนนเต็ม 4 คะแนน และข้อที่นักเรียนทำคะแนนได้ต่ำสุดคือข้อที่ 5 ไม่มีนักเรียนทำข้อสอบข้อนี้ได้เลย

เมื่อวิเคราะห์ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน มีข้อค้นพบบางด้านเกี่ยวกับภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่น่าสนใจดังนี้

1.1 นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มขาดทักษะในการอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยเฉพาะปัญหาที่มีข้อความค่อนข้างยาว ซึ่งพบจากนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 มากกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 เช่น ในการแก้ปัญห ข้อที่ 1 พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปัญหาข้อนี้กำหนดให้นักเรียนพับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็น  $\frac{1}{8}$  ของพื้นที่ของรูปเดิม ผลปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่แสดงการพับกระดาษแบ่งเป็น 8 ส่วน ส่วนละเท่า ๆ กัน และแรเงาแสดงพื้นที่เป็น  $\frac{1}{8}$  ของพื้นที่ของรูปเดิมได้ถูกต้อง แต่พับแสดงเป็นรูปเรขาคณิตชนิดอื่น ๆ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากการสัมภาษณ์ในภายหลังพบว่าส่วนหนึ่งมีสาเหตุมาจากการอ่านและทำความเข้าใจปัญหาไม่ครบถ้วน

1.2 นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน ได้ดีกว่าปัญหาแปลกใหม่ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เช่น ปัญหาข้อที่ 2 ค่ายกล ปัญหาข้อนี้ให้นักเรียนเดิมทศนิยมที่กำหนดลงในแผนภาพ เพื่อให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนในแผนภาพที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน มีผลบวกเท่ากันทั้งห้าแนว นักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหานี้ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดทำโดย สสวท. ซึ่งเป็นปัญหาให้เติมจำนวนนับ ปัญหาข้อที่ 2 ค่ายกล นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทำข้อสอบได้คะแนนเฉลี่ยถึงร้อยละ 54.73 ของคะแนนเต็ม สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของข้ออื่น ๆ ซึ่งเป็นปัญหาที่แปลกใหม่

1.3 นักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มไม่สามารถแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ เช่น ปัญหาข้อที่ 5 คินสอคำกับคินสอสี ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องใช้การสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้จากการแปลความหมายของการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปรากฏว่าไม่มีนักเรียนแสดงการแก้ปัญหาได้เลย

จากผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคือ (1) ต้องจัดให้มีกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยเริ่มจากการทำความเข้าใจปัญหาก่อน เช่น การใช้คำถามย่อย ๆ กระตุ้นให้คิด (2) ในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาในระยะแรก ๆ ต้องเริ่มจากการให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน หรือเป็นปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่าง (3) การนำเสนอปัญหาที่แปลกใหม่ในกิจกรรม ครูต้องมีบทบาทในการช่วยแนะแนวทางบ้าง เท่าที่จำเป็นหรือเน้นการให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกัน

2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างเรียน วิเคราะห์จากผลงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองในการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่กำหนดให้ทำในทุกกิจกรรมระหว่างเรียน สามารถวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาคือเป็นสี่ระยะตามแผนการจัดกิจกรรม ผลปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างเรียนตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม

| ช่วงระยะ                        | ความสามารถในการแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงออกในแนวทางเดียวกันคือสามารถแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่าง และเป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบสั้น ๆ ในการแก้ปัญหาต้องการคำถามย่อย ๆ กระตุ้นให้คิด หรือช่วยชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา โดยมีครูคอยให้ความช่วยเหลือและดูแลอย่างใกล้ชิด |

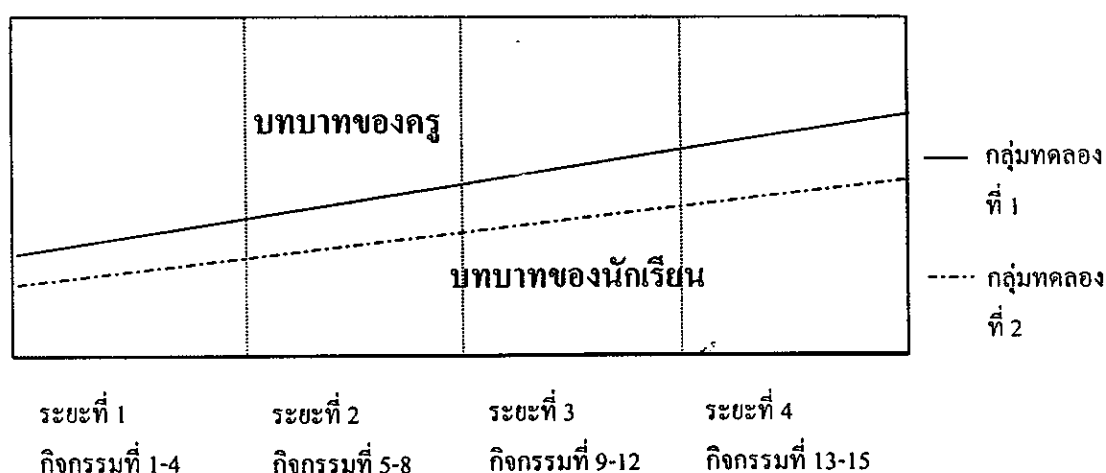
ตาราง 2 (ต่อ)

| ช่วงระยะ                             | ความสามารถในการแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่<br>1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงออกในแนวทางเดียวกันคือ สามารถแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่าง และเป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบสั้น ๆ ในการแก้ปัญหาต้องการคำถามย่อย ๆ กระตุ้นให้คิด หรือช่วยชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา โดยมีครูคอยให้ความช่วยเหลือและดูแลอย่างใกล้ชิด                                                                                                                                                                  |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่<br>5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเริ่มแก้ปัญหายังเป็นขั้นตอน คือการทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาก่อน การลงมือแก้ปัญหา ทั้งนี้ยังอยู่ภายใต้กรอบของการถามกระตุ้นให้คิดตามที่เตรียมไว้ในใบกิจกรรม และการถามเพื่อช่วยแนะแนวทางของครู ซึ่งครูต้องมีการบ่นพาทมากโดยเฉพาะกับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2                                                                                                            |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่<br>9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ แสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหาก็อย่างหลากหลาย ภายใต้การช่วยถามกระตุ้นของครู นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถริเริ่มกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหได้ด้วย โดยที่ครูมีบทบาทในการช่วยทำแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนขึ้น สำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 แม้ว่าครูต้องช่วยแนะนำอยู่บ้างแต่ก็สามารถนำเสนอแนวคิดที่เป็นของตนเองหรือกลุ่มของตนเองได้ |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่<br>13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง โดยนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือมากกว่าหนึ่งเรื่องมาประกอบกันเพื่อใช้แก้ปัญหา สามารถแสดงการแก้ปัญหาหนึ่งด้วยยุทธวิธีที่มีความหลากหลายมากขึ้น นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 กระทำได้เองอย่างอิสระ ในขณะที่ครูยังต้องช่วยให้คำแนะนำ และเสนอแนะแนวทางให้กับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2                                                    |

จากตาราง 2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มค่อย ๆ พัฒนารับจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาย่างละเอียด การมีตัวอย่างแล้วแก้ปัญหตามตัวอย่างไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง นักเรียนสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหเองได้อย่างอิสระ สามารถแก้

ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง โดยนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือมากกว่า หนึ่งเรื่องมาประกอบกัน และมีมุมมองในการกำหนดวิธีการแก้ปัญหาที่กว้างขึ้นกว่าเดิม

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม พบว่าในระยะ แรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ครูมีบทบาทมากในการแนะนำและใช้คำถามกระตุ้นให้ นักเรียนคิดแก้ปัญหา ในระยะต่อมาครูมีบทบาทน้อยลง โดยเปลี่ยนบทบาทไปเป็นผู้ช่วย และ เป็นผู้คอยอำนวยความสะดวกคอยช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น บทบาทในกิจกรรมการแก้ปัญหา อยู่ที่นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติเอง บทบาทของครูอยู่ที่การช่วยสานต่อความคิดของนักเรียน และ ช่วยทำแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น อาจแสดงการเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนได้ คร่าว ๆ ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัด กิจกรรม

3. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียน พิจารณาจากผลการทำแบบ ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนสองฉบับ คือ แบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหากลางภาคเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียน

3.1 ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน แบบ ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนประกอบด้วยข้อสอบที่เป็นปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ข้อที่ 1 – 3 เป็นข้อสอบที่คู่ขนานกับข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

หลายข้อ สำหรับข้อสอบข้อที่ 5 เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างแปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่เคยพบปัญหา ลักษณะเช่นนี้มาก่อน เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนทั้งฉบับ และรายข้อ สูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 และสำหรับข้อสอบที่มีโครงสร้างแปลกใหม่ เช่น ข้อสอบข้อที่ 5 ดังที่กล่าวแล้ว นักเรียนที่ทำข้อสอบได้เกือบทั้งหมดเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1

**3.2 ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนประกอบด้วยข้อสอบที่เป็นปัญหาปลายเปิด 6 ข้อ ข้อที่ 1 – 3 เป็นข้อสอบที่คู่ขนานกับข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนที่เหลือจากการคู่ขนานในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา กลางภาคเรียน ข้อที่ 4 – 6 เป็นข้อสอบซึ่งวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มเติมเช่นเดียวกันกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา กลางภาคเรียน ใช้สอบเมื่อกลุ่มทดลองปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการสอนที่เหลืออีก 7 กิจกรรมเสร็จสิ้นลงแล้ว ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายข้อ ปรากฏดังตาราง 4 ซึ่งในภาพรวมปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนทั้งฉบับของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเท่ากับ 11.08 คิดเป็นร้อยละ 46.18 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน ข้อสอบข้อที่นักเรียนในกลุ่มทดลองทำคะแนนได้สูงสุดคือข้อที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.44 คิดเป็นร้อยละ 61.05 ของคะแนนเต็ม 4 คะแนน ข้อสอบข้อที่นักเรียนทำในกลุ่มทดลองคะแนนได้ต่ำสุดคือข้อที่ 2 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.95 คิดเป็นร้อยละ 23.75 ของคะแนนเต็ม 4 คะแนน ข้อสอบข้อที่ 1 เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ใช้ในกิจกรรม การเรียนการสอน สำหรับข้อสอบข้อที่ 2 เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างแปลกใหม่ นักเรียนต้องขยายฐานความรู้และประสบการณ์มาประยุกต์ใช้ เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนทั้งฉบับ และรายข้อ สูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 และสำหรับข้อสอบที่มีโครงสร้างแปลกใหม่ เช่น ข้อสอบข้อที่ 2 ดังที่กล่าวแล้ว นักเรียนที่ทำข้อสอบได้เกือบทั้งหมดเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1**

ตาราง 4 คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียน ของนักเรียน  
ในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกเป็นรายชื่อ

| ข้อสอบข้อที่/เรื่อง                                                 | กลุ่มทดลองที่ 1 |               | กลุ่มทดลองที่ 2 |               | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |               |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|------------------------|---------------|
|                                                                     | ค่าเฉลี่ย       | ส่วนเบี่ยงเบน | ค่าเฉลี่ย       | ส่วนเบี่ยงเบน | ค่าเฉลี่ย              | ส่วนเบี่ยงเบน |
|                                                                     | มาตรฐาน         |               | มาตรฐาน         |               | มาตรฐาน                |               |
| 1. ไปเที่ยวชายทะเล<br>(ขนานกับข้อที่ 5 ก่อนเรียน)                   | 2.89            | 1.42          | 2.00            | 1.70          | 2.44                   | 1.63          |
| 2. สร้างกล่องทรง<br>สี่เหลี่ยมมุมฉาก<br>(ขนานกับข้อที่ 4 ก่อนเรียน) | 1.43            | 1.47          | 0.48            | 0.79          | 0.95                   | 1.27          |
| 3. สร้างมุมจากมุมฉาก<br>(ขนานกับข้อที่ 1 ก่อนเรียน)                 | 2.89            | 1.34          | 1.19            | 0.90          | 2.03                   | 1.42          |
| 4. แบ่งกระดาษรูป<br>สี่เหลี่ยมผืนผ้า                                | 1.94            | 1.06          | 1.04            | 1.15          | 1.48                   | 1.19          |
| 5. ซ่อมประตูรั้ว                                                    | 3.36            | 0.98          | 1.40            | 1.27          | 2.37                   | 1.50          |
| 6. หาความสูงจากเงา                                                  | 2.79            | 1.61          | 0.85            | 1.22          | 1.81                   | 1.72          |
| รวมทั้งฉบับ                                                         | 15.30           | 4.57          | 6.96            | 4.15          | 11.08                  | 6.02          |

เมื่อพิจารณาคะแนนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนทั้งหมด ซึ่งประกอบด้วยคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน รวมกับคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 23.54 คิดเป็นร้อยละ 49.04 ของคะแนนเต็ม 48 คะแนน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.23

เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนโดยพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของโครงสร้างของปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากับปัญหาในกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้ผ่านมาในการแก้ปัญหาระหว่างเรียน มีข้อค้นพบดังนี้

1. การแก้ปัญหามีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์แบบตรงไปตรงมา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเขียนแสดงการแก้ปัญหาก็ถูกต้องสมบูรณ์ เช่น ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน ข้อที่ 4 สูตร

คุณแม่ 12 เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างเช่นเดียวกับปัญหาสูตรคุณแม่ 2 ถึงแม่ 9 ที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ ถึงร้อยละ 86.32 สามารถแสดงการแก้ปัญหาคิดได้ ยกเว้นนักเรียนบางคนในกลุ่มทดลองที่ 2 ที่มีความบกพร่องในความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถเขียนแสดงผลคูณของสูตรคุณแม่ 12 ได้ ก็จะแก้ปัญหาล้มเหลว

2. . การแก้ปัญหามีการปรับปรุงโครงสร้างหรือเงื่อนไขบางประการไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำประสบการณ์มาประยุกต์ในแสดงการแก้ปัญหาคิดค่อนข้างดี แต่ก็มีนักเรียนบางส่วนที่ติดขัดกับแนวคิดเดิมที่ตนเองเคยใช้และประสบความสำเร็จมาแล้วโดยนำมาใช้แบบตรงไปตรงมา ทำให้การแก้ปัญหาล้มเหลวประสบความสำเร็จสมบูรณ์ เช่น ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนข้อที่ 1 ประเด็น ปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์กำหนดให้เติมทศนิยมในแผนภาพให้มีผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในตำแหน่งในแนวเส้นตรงเดียวกันมีผลบวกเท่ากันทั้งสามแนว แต่ปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากำหนดให้เติมทศนิยมในแผนภาพให้มีผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในตำแหน่งในแนวเส้นตรงเดียวกันมีผลบวกเท่ากันทั้งห้าแนว ซึ่งมีความจำกัดของแนวคิดในการหาคำตอบมากกว่า กล่าวคือปัญหาในชั้นเรียนสามารถหาคำตอบที่แตกต่างกันได้จากการเติมทศนิยมในตำแหน่งตรงกลางแผนภาพที่แตกต่างกันได้สามจำนวน แต่ปัญหาในแบบทดสอบสามารถหาคำตอบได้จากการเติมทศนิยมในตำแหน่งตรงกลางแผนภาพเพียงจำนวนเดียวเท่านั้น มีนักเรียนส่วนหนึ่งถึงร้อยละ 45.26 เติมทศนิยมในลักษณะที่ตนเองเคยมีประสบการณ์ ซึ่งแม้ว่าจะได้คำตอบ แต่ไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ตามเงื่อนไขที่กำหนด

3. การแก้ปัญหามีโครงสร้างแตกต่างไปมากจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ และต้องมีการขยายฐานของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มที่แสดงการแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ เช่น ปัญหาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน ข้อที่ 2 สร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นปัญหาให้หาวิธีสร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีปริมาตรมากที่สุด เมื่อกำหนดความยาวรอบรูปของฐานและความสูงให้ โดยที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการหารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากพื้นที่มากที่สุด เมื่อกำหนดความยาวรอบรูปให้ มีนักเรียนส่วนน้อยเพียงร้อยละ 14.74 ซึ่งเกือบทั้งหมดเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่แสดงการแก้ปัญหาคิดได้

4. ปัญหาที่แปลกใหม่โดยสิ้นเชิงจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ มีนักเรียนจำนวนน้อยมากที่สามารถแสดงการแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ เช่น จากปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียนข้อที่ 5 สร้างจัตุรัสบนกระดาษตาราง ซึ่งเป็นปัญหา

แปลกใหม่ มีนักเรียนเพียงร้อยละ 4.21 ที่แสดงคำตอบสมบูรณ์ครบสามคำตอบ และมีนักเรียนอีก ร้อยละ 20 ทำได้เกือบสมบูรณ์โดยแสดงได้หนึ่งถึงสองคำตอบ ซึ่งเกือบทั้งหมดเป็น นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1

#### 4. การเปรียบเทียบผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนและ หลังเรียน

เมื่อพิจารณาผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนของ นักเรียนในกลุ่มทดลอง เฉพาะส่วนที่เป็นข้อสอบคู่ขนานกับข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน จำนวน 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 24 คะแนน ซึ่งอยู่ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน 3 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลายภาคเรียนอีก 3 ข้อ มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเปรียบเทียบกับผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 เปรียบเทียบคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนและ หลังเรียน

| แหล่งข้อมูล            | จำนวน<br>นักเรียน | คะแนนสอบก่อนเรียน |                          | คะแนนสอบหลังเรียน |                          |
|------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|
|                        |                   | ค่าเฉลี่ย         | ส่วนเบี่ยงเบน<br>มาตรฐาน | ค่าเฉลี่ย         | ส่วนเบี่ยงเบน<br>มาตรฐาน |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม | 95                | 4.26              | 2.26                     | 11.34             | 5.51                     |
| กลุ่มทดลองที่ 1        | 47                | 5.87              | 1.64                     | 14.98             | 4.50                     |
| กลุ่มทดลองที่ 2        | 48                | 2.69              | 1.56                     | 7.77              | 3.83                     |

จากตาราง 5 ในภาพรวมปรากฏว่า คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.26 หรือคิดเป็น ร้อยละ 17.75 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน และคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.34 หรือคิดเป็น ร้อยละ 47.25 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 7.08 คะแนน หรือประมาณ 1.66 เท่า ของค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน

## ตอนที่ 2 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

ผู้วิจัยขอกล่าวถึงผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด แยกเป็นสามส่วน คือ ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ ในเนวสิก

1. พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียน วิเคราะห์จากผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา เพื่อศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มในภาพรวมที่เป็นอยู่ก่อนการทดลอง ผลการศึกษาปรากฏว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้านได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ในภาพรวมนักเรียนทุกคนอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” ซึ่งมีข้อค้นพบแต่ละด้านดังนี้

1.1 การสำรวจศึกษา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการที่นำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้ มีนักเรียนส่วนน้อยเพียงร้อยละ 4.21 ซึ่งเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่แสดงให้เห็นถึงการมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในการสำรวจ สังเกต และค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ และสามารถสร้างข้อสรุปอย่างคร่าว ๆ ได้

1.2 การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงการแก้ปัญหาได้เพียงบางข้อเท่านั้น ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนนำมาใช้ที่เห็นได้ชัดเจนในบางข้อที่นักเรียนพอแก้ปัญหาได้ คือ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 เพียงร้อยละ 6.31 ที่แสดงร่องรอยของการกำหนดกรอบความคิดในการเดา แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มนำมาใช้ในลักษณะ “ลองผิดลองถูก” โดยไม่ได้สร้างกรอบความคิดในการเดา

1.3 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มถึงร้อยละ 42.11 แสดงการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้สอดคล้องกับสาระของปัญหาเฉพาะในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการนำโมเดลทางคณิตศาสตร์พื้นฐานมาใช้โดยตรงไปตรงมา เช่น การบวกทศนิยม ในการแก้ปัญหข้อที่ 2 ค่ายกล สำหรับปัญหาที่เป็นการประยุกต์หรือขยายฐานความรู้ รวมทั้งการนำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ได้แก่การบวก การลบ การคูณ และการหาร มาสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มไม่แสดงการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้ และมีจำนวนนักเรียนเพียงร้อยละ 9.47 ซึ่ง

เป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 ที่แสดงการใช้มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่ผิดพลาด เช่น มโนคติเกี่ยวกับ ความหมายของเศษส่วน ตัวประกอบร่วม ความยาวรอบรูป และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก

1.4 ความคิดยืดหยุ่น นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มไม่ได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งโดยใช้แนวคิดมากกว่าหนึ่งแนวคิดแม้ว่าปัญหามองปัญหาสามารถแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบได้หลายวิธี เช่น ปัญหาข้อที่ 3 มะเขือกับมะนาว นักเรียนที่แก้ปัญหาได้ แสดงแนวคิด/วิธีทำเพียงวิธีเดียว

1.5 ความคิดริเริ่ม นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา โดยมีปรากฏในนักเรียนส่วนน้อยเพียงร้อยละ 6.32 เท่านั้น ซึ่งเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่แสดงถึงการพัฒนาแนวคิดที่เคยเรียนรู้มา นำมาใช้แก้ปัญหาได้

1.6 การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ในการเขียนแสดงการแก้ปัญหา นักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทุกคนมักเขียนแสดงสั้น ๆ เช่น เขียนแสดงแต่เฉพาะคำตอบ เขียนแสดงวิธีทำคร่าว ๆ ไม่ชัดเจน

2. พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียน วิเคราะห์ผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน จากการอภิปรายกลุ่มย่อยในการแก้ปัญหาร่วมกัน การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และผลงานที่กำหนดให้ทำตามใบกิจกรรม ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในแต่ละด้าน ผู้วิจัยขอแบ่งการนำเสนอเป็นสี่ระยะตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม ดังต่อไปนี้

2.1 การสำรวจศึกษา ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านการสำรวจศึกษาในภาพรวมของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรมในระยะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 6 ซึ่งในภาพรวมปรากฏว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษาของนักเรียนทั้งหมดมีการเปลี่ยนแปลงไปในแนวทางที่ดีขึ้น จากระยะที่ 1 จนกระทั่งถึงระยะที่ 4 ตามแผนการจัดกิจกรรม นักเรียนเกือบทั้งหมดในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถใช้การสำรวจศึกษาในการแก้ปัญหาได้ค่อนข้างสมบูรณ์ ด้วยการสร้างข้อสรุปในเชิงพรรณนา ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 สามารถสร้างข้อสรุปได้เองเช่นกันภายใต้การให้คำแนะนำช่วยเหลือจากครูผู้สอน

ตาราง 6 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษา ตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม

| ช่วงระยะ                          | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ภายในกรอบและแนวทางที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรม โดยมีครูคอยดูแล ถามกระตุ้นให้คิด และให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด                                                                                                                               |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่ 5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงแนวคิด หรือวิธีการที่นำไปสู่การสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เอง นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 เริ่มสร้างข้อสรุปคร่าว ๆ ด้วยตนเองได้ แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังไม่สามารถสร้างข้อสรุปด้วยตนเองได้ ต้องอาศัยการช่วยชี้แนะจากครู             |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่ 9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงแนวคิด หรือวิธีการสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เอง ซึ่งนำไปสู่การสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง แต่ยังไม่สามารถสร้างข้อสรุปที่ชัดเจน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ต้องอาศัยการช่วยแนะนำจากครูอยู่มากกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1                              |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่ 13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงแนวคิด หรือวิธีการสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เอง สามารถสร้างข้อสรุปในเชิงพรรณนาที่ชัดเจนขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 ยังต้องอาศัยการช่วยแนะนำจากครูอยู่บ้าง แต่สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังต้องการการช่วยแนะแนวทางจากครูอยู่มาก |

2.2 การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาในภาพรวมของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรมในระยะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 7 ซึ่งในภาพรวมปรากฏว่าในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม และค่อนข้างมีประสิทธิภาพ ในทุกระยะของแผนการจัดกิจกรรม เนื่องจากนักเรียนสามารถอาศัยแนวทางจากการตอบคำถามที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรม การถามกระตุ้นของครู และการอภิปรายร่วมกัน

ตาราง 7 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม

| ช่วงระยะ                          | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้ค่อนข้างเหมาะสม พอที่จะแก้ปัญหาได้ โดยที่การเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหากระทำภายใต้กรอบของการใช้คำถามย่อย ๆ กระตุ้นให้คิด เป็นการเลือกใช้ตามตัวอย่างและแนวทางที่กำหนดไว้ในกิจกรรม                                                                                        |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่ 5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเริ่มมีบทบาทในการเป็นผู้เสนอยุทธวิธีแก้ปัญหา ภายใต้การช่วยแนะและขยายฐานความคิดของครู ทำให้สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพ แก้ปัญหาได้เกือบสมบูรณ์                                                                                                                           |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่ 9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพ ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้สมบูรณ์ โดยที่การเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหกระทำภายใต้การช่วยถามกระตุ้นให้คิดของครู และนักเรียนให้ความสำคัญกับการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย                                                                       |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่ 13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพ ตามที่ตนเองถนัด และเป็นผู้เลือกนำมาใช้เอง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถแสดงได้ชัดเจนกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 กล่าวคือ มีการนำยุทธวิธีครั้งละหนึ่งยุทธวิธี และมากกว่าหนึ่งยุทธวิธีประกอบกัน ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้สมบูรณ์ |

2.3 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในภาพรวมของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรมในระยะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 8 ซึ่งในภาพรวมปรากฏว่าความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาในระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรมมีการเปลี่ยนแปลงไปตามสาระสำคัญของปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถนำโมติของคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหด้วยตนเองหรือกลุ่มของตนเอง ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังต้องการการช่วยให้คำแนะนำ และการถามกระตุ้น

ให้คิดจากครูในทุกกระยะ และมีนักเรียนบางส่วนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มที่ครูต้องช่วยแก้ไขความคลาดเคลื่อนในมโนคติของคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

| ช่วงระยะ                          | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มยังมีความคลาดเคลื่อนในมโนคติของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาบางส่วน การให้นักเรียนตอบคำถามย่อย ๆ ที่กำหนดในใบกิจกรรม และการซักถามเพิ่มเติมของครู ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนคติที่ถูกต้องและนำมาใช้แก้ปัญหาได้                                                                                                                         |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่ 5 – 8)   | ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาในระบะนี้มีความลุ่มลึกมากขึ้น และต้องนำมาใช้แก้ปัญหาที่แปลกใหม่ การเชื่อมโยงเข้ากับสาระสำคัญของปัญหาสำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม ยังต้องอาศัยการช่วยแนะนำ และขยายแนวคิดจากครู นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถแสดงการนำมโนคติของคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาใช้ได้สอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหา ดีกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่ 9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีบทบาทอย่างมากในการเป็นผู้นำเสนอความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา มโนคติของคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้มีความถูกต้อง และสอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหา นักเรียนบางคนในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังขาดความชัดเจนอยู่บ้าง ซึ่งครูมีส่วนช่วยในการสร้างความชัดเจน                                                                                                |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่ 13 – 15) | ปัญหาในระบะนี้ปัญหาหนึ่ง ๆ อาจมีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งเรื่อง แม้ว่านักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มจะสามารถนำมโนคติของคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหา แต่ยังขาดความชัดเจนอยู่บ้าง ซึ่งครูยังต้องมีส่วนช่วยในการซักถามสร้างความชัดเจน                                                                                    |

2.4 ความคิดยืดหยุ่น ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดหยุ่นในภาพรวม ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรมในระบะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดยืดหยุ่น

| ช่วงระยะ                          | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาเพียงหนึ่งวิธี สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนแสดงคำตอบให้มากกว่าหนึ่งคำตอบ                                                                                                                                                                                                |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่ 5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเริ่มตอบสนองในการแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ให้ได้มากกว่าหนึ่งวิธี ทั้งนี้ นักเรียนยังต้องอาศัยครูในการช่วยถามกระตุ้นให้คิด และช่วยแนะนำอย่างใกล้ชิด                                                                                                                                                                         |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่ 9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์หรือวิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี ในมุมมองที่แตกต่างกันไปในแต่ละกลุ่ม เริ่มจากหนึ่งวิธีของกลุ่มก่อน โดยที่ครูเข้าไปช่วยซักถามให้เกิดความชัดเจนในกลุ่ม และเมื่อได้มีโอกาสเรียนรู้แนวคิดที่แตกต่างไปจากแนวคิดของตนเองจากเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ที่นำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนได้นำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหา |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่ 13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถตอบสนองการส่งเสริมให้เกิดความคิดยืดหยุ่นได้อย่างดี โดยแสดงออกในการแสดงการแก้ปัญหาด้วยการใช้แนวคิด/วิธีทำที่มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือมากกว่าหนึ่งวิธี ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถแสดงแนวคิดได้อย่างกว้างขวาง มากกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2                                                                      |

ในการส่งเสริมให้นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ครูได้เข้าไปสังเกตและรับฟังการอภิปรายของนักเรียนตามกลุ่มต่าง ๆ พร้อมกับช่วยซักถามให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของการแก้ปัญหาที่อยู่บนฐานการคิดของนักเรียน เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียนด้วยแนวคิดที่แตกต่างกัน นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้เรียนรู้แนวคิดของการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และสามารถนำมาใช้แก้ปัญห่อื่น ๆ ต่อไปได้ แต่อย่างไรก็ตามเมื่อนักเรียนพบปัญหาใหม่ที่ไม่ได้ระบุให้แสดงวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มยังคงแสดงแนวคิดเพียงแนวคิดเดียวในการแก้ปัญหา

## 2.5 ความคิดริเริ่ม ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่ม

ในภาพรวมของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรมในระยะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 10

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่ม

| ช่วงระยะ                          | พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่ 1 – 4)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเริ่มมีความคุ้นเคยกับการที่ตนเองหรือกลุ่มของตนเอง ต้องเป็นผู้ริเริ่มแก้ปัญหาเอง โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด ในระยะแรกนี้นักเรียนยังมีความต้องการตัวอย่างและคำแนะนำในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน ยังไม่สามารถคิดริเริ่มได้เองอย่างอิสระ |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่ 5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเริ่มเป็นผู้ริเริ่มสร้างแนวคิดในการแก้ปัญหาเอง โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 จากการตอบคำถามที่กำหนดไว้ในกิจกรรม และจากการที่ครูช่วยใช้คำถามกระตุ้นให้คิดและช่วยทำแนวคิดของนักเรียนให้มีความชัดเจน                                |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่ 9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเป็นผู้ริเริ่มให้แนวคิดในการแก้ปัญหา โดยพัฒนาจากแนวคิดที่เรียนรู้อยู่ในแนวทางของตนเองและสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้                                                                                                                                      |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่ 13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้อยู่มา พัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเอง และสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ มีนักเรียนส่วนน้อยซึ่งเป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่สามารถแสดงแนวคิดที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง และแสดงถึงความเป็นต้นแบบในการแก้ปัญหา            |

ในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มได้แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหาในปัญหานำ และปัญหาหลักของแต่ละกิจกรรม ซึ่งถือว่าเป็นปัญหาที่แปลกใหม่ของนักเรียน จากการตอบคำถามที่กำหนดไว้ในกิจกรรม และจากการที่ครูช่วยใช้คำถามกระตุ้นให้คิดและช่วยทำแนวคิดของนักเรียนให้มีความชัดเจน และเมื่อนักเรียนต้องแก้ปัญหาที่ต่อเนื่องหรือเป็นปัญหาที่ขยายจากปัญหาหลัก นักเรียนสามารถนำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ตนเองริเริ่มหรือเรียนรู้อยู่มา พัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเอง และสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้

2.6 การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาในภาพรวมของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการปฏิบัติกิจกรรม ในระยะต่าง ๆ สรุปได้ดังตาราง 11

ตาราง 11 ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา

| ช่วงระยะ                             | พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>(กิจกรรมที่<br>1 – 4)   | การแก้ปัญหายอยู่ในลักษณะการตอบคำถามย่อย ๆ สั้น ๆ เพื่อนำไปสู่การสร้างแนวคิดในการแก้ปัญหาลึก นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหด้วยตนเองได้เพียงผิวเผินโดยการเขียนตอบสั้น ๆ สำหรับการนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนอยู่ในลักษณะที่ถูบบังคับให้ออกไปนำเสนอ และมักนำเสนอสั้น ๆ โดยการอ่านจากผลงานการเขียนของกลุ่ม                                                                                                                                                                                                       |
| ระยะที่ 2<br>(กิจกรรมที่<br>5 – 8)   | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาย่างคร่าว ๆ แต่มีความครอบคลุมสาระสำคัญ มีความต้องการตัวอย่างในการเขียน สำหรับการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนเริ่มเป็นไปด้วยความสมัครใจ และมีการอธิบายประกอบสิ่งที่นำเสนอ                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| ระยะที่ 3<br>(กิจกรรมที่<br>9 – 12)  | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพัฒนาการในการเขียนแสดงการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น สามารถนำเสนอวิธีแก้ปัญหให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ครอบคลุมสาระสำคัญ และค่อนข้างชัดเจนขึ้น มีวิธีการนำเสนอให้เข้าใจง่าย เช่น นำเสนอโดยใช้ตาราง สำหรับตรรกะนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน นักเรียนมีความกระตือรือร้นมากขึ้น ต้องการนำเสนอสิ่งที่กลุ่มของตนเองคิดได้แสดงให้เพื่อนกลุ่มอื่นได้รับรู้ โดยสามารถอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดีโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถนำเสนอได้ชัดเจนในแนวทางของตนเอง                                                               |
| ระยะที่ 4<br>(กิจกรรมที่<br>13 – 15) | นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหได้อย่างชัดเจน แม้ว่าการเขียนแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนยังขาดความสมบูรณ์ แต่มีความครอบคลุมสาระสำคัญของ การแก้ปัญหา ในการนำเสนอด้วยวาจา เช่นการอภิปรายในกลุ่ม การนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนสามารถสื่อความคิดในการแก้ปัญหได้ดีกว่าการเขียนแสดงการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถเขียนแสดงการสื่อความคิดได้ในแนวทางที่ตนเองหรือกลุ่มของตนเองต้องการ แต่สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ต้องอาศัยการช่วยให้คำแนะนำหรือตัวอย่างแนวทางการเขียนจากครู |

การสื่อความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มค่อนข้างเป็นปัญหามากในระยะแรก ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม นักเรียนทำได้เพียงการเขียนตอบสั้น ๆ สำหรับปัญหาที่เป็นกระบวนการ และนักเรียนต้องเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำ นักเรียนไม่สามารถทำได้เองอย่างอิสระ แต่ต้องการตัวอย่างเพื่อที่จะได้ทำตาม แต่เมื่อครูใช้วิธีถามกระตุ้นให้คิดและให้นักเรียนเขียนสิ่งที่นักเรียนคิดได้และพูดออกมา นักเรียนสามารถใช้เป็นแนวทางในพัฒนาการเขียนเพื่อสื่อความคิดในการแก้ปัญหาในระยะต่อมา ในระยะสุดท้ายของแผนการจัดกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถนำเสนอในรูปแบบตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ แม้ว่าการเขียนแสดงการแก้ปัญหานักเรียนยังขาดความสมบูรณ์ แต่มีความครอบคลุมสาระสำคัญของการแก้ปัญหา

3. ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียน วิเคราะห์จากผลการแสดงการแก้ปัญหาในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา กำหนดระดับของพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในแต่ละด้านเป็น 4 ระดับ คือ 3: ดีมาก 2: ดี 1: พอใช้ และ 0: ต้องแก้ไข ผลปรากฏดังตาราง 12

ตาราง 12 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียน

| พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา                               | จำนวน<br>นักเรียน | ระดับพฤติกรรม |                          | แปลผล |
|------------------------------------------------------|-------------------|---------------|--------------------------|-------|
|                                                      |                   | ค่าเฉลี่ย     | ส่วนเบี่ยงเบน<br>มาตรฐาน |       |
| <b>1. การสำรวจศึกษา</b>                              |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.62          | 1.02                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 1.98          | 0.90                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.26          | 1.01                     | พอใช้ |
| <b>2. การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา</b>                     |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.71          | 1.11                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 2.17          | 0.99                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.27          | 1.05                     | พอใช้ |
| <b>3. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์<br/>ที่นำมาใช้</b> |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.92          | 1.14                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 2.38          | 0.94                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.46          | 1.13                     | พอใช้ |
| <b>4. ความคิดยืดหยุ่น</b>                            |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.54          | 1.21                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 2.01          | 1.05                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.05          | 1.18                     | พอใช้ |
| <b>5. ความคิดริเริ่ม</b>                             |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.70          | 1.06                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 2.13          | 1.92                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.28          | 1.01                     | พอใช้ |
| <b>6. การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา</b>                |                   |               |                          |       |
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม                               | 95                | 1.73          | 1.03                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 1                                      | 47                | 2.13          | 0.90                     | ดี    |
| กลุ่มทดลองที่ 2                                      | 48                | 1.33          | 0.99                     | พอใช้ |

จากตาราง 12 พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาที่วิเคราะห์จากการเขียนแสดงการแก้ปัญหาในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา แต่ละด้านอยู่ในระดับ “ดี” ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2 ที่ตั้งไว้ เมื่อพิจารณาในรายละเอียดของการจำแนกตามกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอยู่ในระดับ “ดี” ทุกด้าน และสำหรับด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมด้านนี้อยู่ในระดับ “ค่อนข้างไปทางดีมาก” แต่สำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอยู่ในระดับ “พอใช้” ทุกด้าน ซึ่งเมื่อวิเคราะห์ขยายความจะพบรายละเอียดตามหัวข้อ 3.1 – 3.6 ต่อไปนี้ โดยตัวเลขในวงเล็บในตารางเป็นค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนเทียบกับจำนวนนักเรียนทั้งหมดในแต่ละกลุ่ม

3.1 การสำรวจศึกษา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถใช้ประสบการณ์ที่เรีนรู้มา นำมาใช้สร้างแนวคิด หรือวิธีการสังเกต รวบรวม ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในการสำรวจศึกษา สามารถสร้างข้อสรุปในเชิงพรรณนาที่ค่อนข้างมีความชัดเจน แต่ยังขาดความสมบูรณ์ครบถ้วน สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 สามารถใช้ประสบการณ์ที่เรีนรู้มา นำมาใช้สร้างแนวคิด หรือวิธีการสังเกต รวบรวม ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในการสำรวจศึกษา แต่ยังไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้ เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษา ผลปรากฏดังตาราง 13

ตาราง 13 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษา

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                        |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|------------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 15 (31.91)                         | 6 (12.50)       | 21 (22.11)             |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 19 (40.43)                         | 14 (29.17)      | 33 (34.74)             |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 10 (21.28)                         | 15 (31.25)      | 25 (26.31)             |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 3 (6.38)                           | 13 (27.08)      | 16 (16.84)             |
| รวม                         |             | 47 (100.00)                        | 48 (100.00)     | 95 (100.00)            |

ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษาอยู่ในระดับ “ดี” เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษาอยู่ในระดับ “ดี” แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษาอยู่ในระดับ “พอใช้”

3.2 การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา พบว่าในการเขียนแสดงการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาที่คล้ายคลึง หรือเป็นปัญหาที่ปรับขยายมาจากกิจกรรมในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมักเลือกนำยุทธวิธีแก้ปัญหามาใช้อย่างเหมาะสม มีประสิทธิภาพทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา และสำหรับปัญหาที่แปลกใหม่นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาค้นเองมีประสบการณ์มาปรับใช้ ซึ่งมีนักเรียนบางส่วนนำมาใช้อย่างตรงไปตรงมาทำให้การแก้ปัญหานั้นทำได้ไม่สมบูรณ์เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ผลปรากฏดังตาราง 14

ตาราง 14 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                        |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|------------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 23 (48.94)                         | 9 (18.75)       | 32 (33.68)             |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 13 (27.66)                         | 9 (18.75)       | 22 (23.16)             |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 9 (19.15)                          | 17 (35.42)      | 26 (27.37)             |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 2 (4.25)                           | 13 (27.08)      | 15 (15.79)             |
| รวม                         |             | 47 (100.00)                        | 48 (100.00)     | 95 (100.00)            |

ในภาพรวม นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามีอยู่ในระดับ “ดีมาก” เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลองปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามีอยู่ในระดับ “ดีมาก” แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามีอยู่ในระดับ “พอใช้” และมีนักเรียนอยู่จำนวนหนึ่งในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหามีอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข”

**3.3 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้** พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในด้านนี้ พิจารณาจากเนื้อหาสาระในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหา โดยพิจารณาในด้านความถูกต้องของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ว่ามีสอดคล้องกับสาระของปัญหาหรือไม่ พบว่านักเรียนกลุ่มส่วนใหญ่ในทดลองที่ 1 มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างดีมาก แต่มีปัญหาอยู่บ้างในการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์นั้นไปใช้แก้ปัญหาโดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัญหาที่ต้องมีการขยายฐานความรู้ สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในระดับพอใช้ และมีปัญหาในการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา โดยเฉพาะในปัญหาที่ต้องมีการขยายฐานความรู้และปัญหาที่มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งเรื่อง เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ผลปรากฏดังตาราง 15

ตาราง 15 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                        |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|------------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 30 (63.83)                         | 11 (22.91)      | 41 (43.16)             |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 9 (19.15)                          | 12 (25.00)      | 21 (22.11)             |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 5 (10.64)                          | 12 (25.00)      | 17 (17.89)             |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 3 (6.38)                           | 13 (27.09)      | 16 (16.84)             |
| รวม                         |             | 47 (100.00)                        | 48 (100.00)     | 95 (100.00)            |

ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้อยู่ในระดับ “ดีมาก” เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้อยู่ในระดับ “ดีมาก” แต่นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในทุกระดับมีจำนวนใกล้เคียงกัน และมีนักเรียนอยู่จำนวนหนึ่งในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านนี้อยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข”

**3.4 ความคิดยืดหยุ่น** พิจารณาจากการแสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้มากกว่าหนึ่งวิธี

พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมักแสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ เพียงแนวคิดเดียว และสำหรับปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่ได้แสดงคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยเฉพาะในข้อที่มีการระบุไว้อย่างชัดเจนว่าให้แสดงคำตอบทุกคำตอบ

ในการทำแบบทดสอบเมื่อนักเรียนแสดงแนวคิด / วิธีทำในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการหนึ่งจนกระทั่งได้คำตอบที่ต้องการแล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมักพอใจโดยไม่คิดที่จะแสดงโดยใช้วิธีการอื่นอีก ซึ่งต่างกับการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนที่มีครูคอยกระตุ้น และนักเรียนมีเวลาพอที่จะแสวงหาแนวคิด / วิธีทำอย่างอื่น เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดยืดหยุ่น ผลปรากฏดังตาราง 16

ตาราง 16 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดยืดหยุ่น

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                   |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|-------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งหมด |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 21 (44.68)                         | 9 (18.75)       | 30 (31.58)        |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 11 (23.44)                         | 10 (20.83)      | 21 (22.11)        |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 10 (21.28)                         | 14 (29.17)      | 24 (25.26)        |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 5 (10.64)                          | 15 (31.25)      | 20 (21.05)        |
| รวม                         |             | 47(100.00)                         | 48(100.00)      | 95(100.00)        |

ในภาพรวมนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดยืดหยุ่นอยู่ในระดับ “ดีมาก” และกระจายไปในทุกระดับ เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดยืดหยุ่นอยู่ในระดับ “ดีมาก” แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านคิดยืดหยุ่นอยู่ในระดับ “พอใช้” และ “ต้องแก้ไข”

3.5 ความคิดริเริ่ม มีนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มจำนวนไม่มากนักที่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง ซึ่งแสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงถึงการพัฒนาแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาให้อยู่ในแนวทางของตนเอง และสามารถนำไปใช้

แก้ปัญหาได้ เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่ม ผลปรากฏดังตาราง 17

ตาราง 17 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่ม

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                   |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|-------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งหมด |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 18 (38.30)                         | 8 (16.67)       | 26 (27.37)        |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 16 (34.04)                         | 10 (20.83)      | 26 (27.37)        |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 11 (23.40)                         | 19 (39.58)      | 30 (31.58)        |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 2 (4.26)                           | 11 (22.92)      | 13 (13.68)        |
| รวม                         |             | 47(100.00)                         | 48(100.00)      | 95(100.00)        |

ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่มอยู่ในระดับ “พอใช้” และกระจายไปในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่มอยู่ในระดับ “ดีมาก” และ “ดี” แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาด้านความคิดริเริ่มอยู่ในระดับ “พอใช้” และมีนักเรียนอีกจำนวนหนึ่งในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มที่มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านนี้อยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข”

**3.6 การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา** นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจถึงแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหาได้ค่อนข้างชัดเจน แม้ว่าอาจขาดความสมบูรณ์ แต่สิ่งที่นำเสนอก็ครอบคลุมสาระสำคัญ โดยมีการใช้ตัวแบบ หรือสิ่งแทนปัญหา เช่น การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการนำเสนอในรูปแบบที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ การสื่อความคิดในการแก้ปัญหานักเรียนโดยการเขียน นักเรียนส่วนใหญ่ก็เขียนแสดงสั้น ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนพอ ซึ่งต่างจากการนำเสนอด้วยวาจา นักเรียนสามารถนำเสนอได้สมบูรณ์ชัดเจนกว่า หลังการสอบถามเสร็จสิ้นแล้ว เมื่อให้นักเรียนมาอธิบายสิ่งที่นักเรียนเขียนตอบ นักเรียนทำได้ค่อนข้างดีกว่าการแสดงโดยการเขียน เมื่อจำแนกนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ ตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ผลปรากฏดังตาราง 18

ตาราง 18 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองต่าง ๆ จำแนกตามระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา  
ด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา

| ระดับพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา |             | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง (ร้อยละ) |                 |                        |
|-----------------------------|-------------|------------------------------------|-----------------|------------------------|
| คะแนน                       | ระดับคุณภาพ | กลุ่มทดลองที่ 1                    | กลุ่มทดลองที่ 2 | กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม |
| 2.50 – 3.00                 | ดีมาก       | 20 (42.55)                         | 7 (14.58)       | 27 (28.42)             |
| 1.50 – 2.49                 | ดี          | 17 (36.17)                         | 13 (27.08)      | 30 (31.58)             |
| 0.50 – 1.49                 | พอใช้       | 7 (14.89)                          | 16 (33.33)      | 23 (24.21)             |
| 0.00 – 0.49                 | ต้องแก้ไข   | 3 (6.38)                           | 12 (25.00)      | 15 (15.79)             |
| รวม                         |             | 47(100.00)                         | 48(100.00)      | 95(100.00)             |

ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหายู่ในระดับ “ดี” รองลงมาอยู่ในระดับ “ดีมาก” เมื่อพิจารณาเป็นรายกลุ่มทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหายู่ในระดับ “ดีมาก” และ “ดี” แต่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อความคิดในการแก้ปัญหายู่ในระดับ “พอใช้” และมีนักเรียนอีกจำนวนหนึ่งในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มที่มีพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาด้านนี้อยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข”

### ตอนที่ 3 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

การประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยขอนำเสนอโดยแยกเป็นสองข้อ คือ ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์จากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการประเมินความคิดเห็นอย่างไม่เป็นทางการที่นักเรียนมีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดซึ่งกระทำตอนปลายภาคเรียน

1. ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบมาตรประมาณค่า 5 ระดับ ได้แก่ 1 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : เห็นด้วย และ 5 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ในการหาค่าเฉลี่ยของคะแนนผลการวัดเจตคติทั้งฉบับ สำหรับข้อคำถามในเชิงนิมามมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้ 1 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : เห็นด้วย และ 5 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง สำหรับข้อคำถามในเชิงนิเสธมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้ 5 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 4 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 2 : เห็นด้วย และ 1 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง

สำหรับการแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยของผลการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ ใช้เกณฑ์ที่อาศัยแนวคิดตามการเสนอแนะของบุญชม ศรีสะอาด (บุญชม ศรีสะอาด. 2535 : 100) ดังนี้

- 1.00 – 1.49 ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
- 1.50 – 2.49 ไม่เห็นด้วย
- 2.50 – 3.49 ไม่แน่ใจ
- 3.50 – 4.49 เห็นด้วย
- 4.50 – 5.00 เห็นด้วยอย่างยิ่ง

เกณฑ์คะแนนที่เป็นตัวบ่งชี้ว่า นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของผลการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับของกลุ่มทดลอง ที่มีค่าตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตาราง 19

ตาราง 19 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง จากการสอบวัดโดยใช้แบบสอบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

| ข้อที่ | ข้อความ                                                                 | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | แปลผล       |
|--------|-------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------|-------------|
| 1      | คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ                                        | 4.29      | 0.85                 | เห็นด้วย    |
| 2      | การเรียนรู้คณิตศาสตร์เข้าใจง่ายเพราะมีขั้นตอน                           | 3.96      | 0.80                 | เห็นด้วย    |
| 3      | ฉันสนุกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์                                      | 4.08      | 0.82                 | เห็นด้วย    |
| 4      | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฉันมีความกระตือรือร้นในการค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ | 3.96      | 0.82                 | เห็นด้วย    |
| 5      | ฉันชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น ๆ โดยเฉพาะวิชาที่ต้องท่องจำ    | 3.76      | 0.97                 | เห็นด้วย    |
| 6      | ฉันชอบหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยากและท้าทายความคิดอยู่เสมอ   | 3.36      | 1.02                 | ไม่แน่ใจ    |
| 7      | วิชาคณิตศาสตร์น่าเบื่อหน่าย                                             | 3.60      | 1.08                 | ไม่เห็นด้วย |
| 8      | ฉันสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้รวดเร็วกว่าวิชาอื่น                   | 2.20      | 0.93                 | ไม่แน่ใจ    |
| 9      | ฉันสามารถตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าวิชาอื่น                         | 3.18      | 0.91                 | ไม่แน่ใจ    |
| 10     | คณิตศาสตร์ช่วยให้การทำงานมีขั้นตอนดีขึ้น                                | 3.83      | 0.96                 | เห็นด้วย    |
| 11     | ฉันไม่สนุกกับการคิดคำนวณที่ซับซ้อน                                      | 3.41      | 1.06                 | ไม่แน่ใจ    |
| 12     | ฉันขี้ขลาดแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์                                       | 3.41      | 0.94                 | ไม่แน่ใจ    |
| 13     | ฉันไม่ชอบทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์                                        | 3.70      | 1.10                 | ไม่เห็นด้วย |
| 14     | ฉันสบายใจเมื่อได้ทำกิจกรรมหรืองานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์                    | 3.79      | 0.97                 | เห็นด้วย    |
| 15     | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนสนุก                                          | 3.86      | 1.08                 | เห็นด้วย    |
| 16     | ฉันชอบทำแบบฝึกหัดวิชาอื่นมากกว่าวิชาคณิตศาสตร์                          | 3.15      | 1.03                 | ไม่แน่ใจ    |
| 17     | ฉันรู้สึกมั่นใจในการทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์                              | 3.38      | 0.99                 | ไม่แน่ใจ    |
| 18     | ฉันชอบเข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อยู่เสมอ                 | 3.56      | 1.06                 | เห็นด้วย    |
| 19     | คณิตศาสตร์ฝึกให้คนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล                                 | 3.98      | 0.91                 | เห็นด้วย    |
| 20     | ฉันมีความมั่นใจมากเวลาคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์                             | 3.55      | 1.09                 | เห็นด้วย    |

ตาราง 19 (ต่อ)

| ข้อที่      | ข้อความ                                                                         | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | แปลผล       |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------|-------------|
| 21          | ฉันชอบคิดถึงสิ่งที่อยู่รอบตัวให้เกี่ยวข้องกับ<br>คณิตศาสตร์อยู่เสมอ             | 3.71      | 0.98                 | เห็นด้วย    |
| 22          | ฉันอยากให้เพื่อน ๆ ทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ได้                                   | 3.98      | 0.84                 | เห็นด้วย    |
| 23          | ฉันรู้สึกหนักใจเมื่อเข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์                                       | 3.11      | 1.22                 | ไม่แน่ใจ    |
| 24          | ฉันคิดว่าควรลดชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ<br>เพิ่มชั่วโมงเรียนวิชาอื่นแทน    | 3.53      | 1.08                 | เห็นด้วย    |
| 25          | ฉันรู้สึกประหม่าหรือกลัว เมื่อครูให้ออกไปทำ<br>กิจกรรมคณิตศาสตร์หน้าชั้นเรียน   | 3.65      | 1.12                 | ไม่เห็นด้วย |
| 26          | ฉันชอบตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์                                                     | 3.60      | 0.96                 | เห็นด้วย    |
| 27          | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ยาก ถ้าใช้ความพยายาม                                    | 3.83      | 0.96                 | เห็นด้วย    |
| 28          | ฉันรู้สึกรำคาญเมื่อพ่อ แม่ หรือครูถามปัญหา<br>เกี่ยวกับคณิตศาสตร์               | 3.64      | 1.10                 | เห็นด้วย    |
| 29          | คนเรียนเก่งคณิตศาสตร์ชอบถือความคิดเห็น<br>ของตนเองเป็นใหญ่โดยไม่มีเหตุผล        | 3.53      | 1.16                 | เห็นด้วย    |
| 30          | ฉันชอบนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในชีวิต<br>ประจำวันเสมอ เช่น การคิดเงินทอน ฯลฯ | 4.14      | 1.02                 | เห็นด้วย    |
| รวมทั้งฉบับ |                                                                                 | 3.64      | 1.04                 | เห็นด้วย    |

จากตาราง 19 พบว่าผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม นักเรียนมีความคิดเห็นในระดับ “เห็นด้วย” ต่อส่วนใหญ่ของข้อคำถามในเชิงนิมิต และมีความคิดเห็นในระดับ “ไม่เห็นด้วย” ต่อส่วนใหญ่ของข้อคำถามในเชิงนิเสธ ในภาพรวม นักเรียนความคิดเห็นในระดับ “เห็นด้วย” กล่าวคือ นักเรียนมีเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ที่ดี ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3 ที่ตั้งไว้

2. ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มทดลองที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จากการที่ให้นักเรียนเขียนแสดงความคิดเห็นและการให้ข้อเสนอแนะอย่างไม่เป็นทางการ สามารถจำแนกเป็นรายชื่อพร้อมตัวอย่างของความคิดเห็นได้ดังนี้

## 2.1 ประโยชน์ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และกิจกรรมการเรียนการสอน

### 2.1.1 การปฏิบัติกิจกรรมช่วยให้มีทักษะในการวิเคราะห์โจทย์

- 2.1.2 กิจกรรมในบทเรียนมีความน่าสนใจ
- 2.1.3 การปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียน มีความสนุก และทำให้ชอบเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น
- 2.1.4 ได้เรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต่างไปจากรายวิชาคณิตศาสตร์หลัก
- 2.1.5 การเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรมช่วยให้เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ดี
- 2.1.6 ได้เรียนรู้วิธีการหาคำตอบหลาย ๆ วิธีที่ไม่เคยรู้มาก่อน สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้
- 2.1.7 ชอบการเรียนเป็นกลุ่ม เพราะได้ช่วยกันคิด
- 2.2 ประโยชน์ที่มีต่อตัวนักเรียน
  - 2.2.1 ครูมาช่วยอธิบายในกลุ่ม ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ดี
  - 2.2.2 ได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติจริง เรียนรู้ด้วยตนเองทำให้เข้าใจได้ดี
  - 2.2.3 กิจกรรมเปิดโอกาสให้นักเรียนกล้าคิด กล้าทำมากขึ้น
  - 2.2.4 การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ทำให้เกิดความภูมิใจในผลงาน
  - 2.2.4 นักเรียนได้ฝึกคิด ทำให้เกิดความเคยชินต่อการแก้ปัญหา
- 2.3 ความคิดเห็นที่มีต่อครูผู้สอน
  - 2.3.1 ต้องการให้ครูช่วยแนะนำแนวคิดก่อนให้นักเรียนลงมือทำ
  - 2.3.2 ชอบที่ครูร่วมกันคิดกับนักเรียนตามกลุ่ม
  - 2.3.3 อยากให้ครูเปิดโอกาสให้มีการปรึกษากันระหว่างกลุ่ม
  - 2.3.4 อยากเพิ่มเวลาทำกิจกรรมและให้มีการหยุดพักระหว่างทำกิจกรรม
  - 2.3.5 อยากให้มีการเล่นเกมทุกกิจกรรม เพื่อเสริมทักษะ
  - 2.3.6 ต้องการให้ครูเปิดโอกาสให้ทุกกลุ่มได้ออกไปรายงาน
- 2.4 ข้อเสนอแนะในการสร้างกิจกรรมเสริมทักษะคณิตศาสตร์ในรายวิชาใหม่
  - 2.4.1 ควรเป็นกิจกรรมที่แปลกใหม่
  - 2.4.2 นำสิ่งรอบตัวมาประยุกต์ใช้กับกิจกรรม
  - 2.4.3 มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
  - 2.4.4 มีภาพประกอบมาก ๆ มีอุปกรณ์ มีการนำของจริงมาแสดงให้นักเรียนดู
  - 2.4.5 ได้มีการลงมือปฏิบัติจริง ได้ตอบคำถาม
  - 2.4.6 เป็นกิจกรรมที่เรียนนอกห้องเรียนได้ เช่น ที่ใต้ร่มไม้
  - 2.4.7 เป็นกิจกรรมประเภทเกมเช่นเดียวกับ แจ่มหัตถ์จารย์ วงล้อกล
  - 2.4.8 มีเนื้อหาที่ตรงกับวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียน และตรงกับข้อสอบ

**ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน**

ผู้วิจัยรวบรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม และนักเรียนห้องอื่น ๆ อีกสิบห้องเรียนเพื่อนำมาใช้เป็นเกณฑ์ปกติของโรงเรียน ผลปรากฏดังตาราง 20

ตาราง 20 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง และเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

| แหล่งข้อมูล            | จำนวนนักเรียน | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |
|------------------------|---------------|-----------|----------------------|
| กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม | 95            | 64.55     | 12.94                |
| กลุ่มทดลองที่ 1        | 47            | 75.19     | 6.19                 |
| กลุ่มทดลองที่ 2        | 48            | 54.13     | 8.56                 |
| เกณฑ์ปกติของโรงเรียน   | 464           | 60.88     | 11.55                |

จากตาราง 20 พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีค่าเฉลี่ย 64.55 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 12.94 สำหรับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ที่ใช้เป็นเกณฑ์ปกติของโรงเรียนมีค่าเฉลี่ย 60.88 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 11.55

เมื่อดำเนินการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน ในลักษณะการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับคะแนนเฉลี่ยของประชากร โดยใช้การทดสอบค่า Z ผลปรากฏดังตาราง 21

ตาราง 21 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101

คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

| แหล่งข้อมูล          | จำนวนนักเรียน | ค่าเฉลี่ย | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | Z      |
|----------------------|---------------|-----------|----------------------|--------|
| กลุ่มทดลอง           | 95            | 64.55     | 12.94                | 3.02** |
| เกณฑ์ปกติของโรงเรียน | 464           | 60.88     | 11.55                |        |

\*\* มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 21 พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จึงสรุปได้ว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ไม่ได้รับผลกระทบในทางลบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแกน ที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทุกคนต้องเรียนในภาคเรียนที่ 1 ผลที่ได้ออกมานี้เป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 4 ที่ตั้งไว้

### สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าทั้งหมดพบว่า

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/ 75 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหอย่างละเอียด ไปเป็นการแก้ปัญหที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง ในระยะสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการการแก้ปัญหาเองได้อย่างอิสระ ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาล้างเรียนพบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหามีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน ได้ดีกว่าปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย

2. ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา พบว่า ก่อนเรียน พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ของนักเรียน

ทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” ในระหว่างเรียนพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนเพื่อวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาหลังเรียนพบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาในแต่ละด้านของนักเรียนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ดี” ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2

3. ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง พบว่า อยู่ในเกณฑ์ดี ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3

4. ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับเกิน สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 4

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้บรรลุผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาตามเป้าหมายที่กำหนด

อนึ่ง ในภาพรวมปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการพัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับที่น่าพอใจ โดยนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีการพัฒนาที่ดีกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 ซึ่งส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ช้ากว่า นักเรียนกลุ่มนี้สามารถพัฒนาได้ในสภาพการณ์ที่ครูยังต้องให้ความช่วยเหลือ ดูแลเอาใจใส่อย่างใกล้ชิด ในการใช้คำถามกระตุ้นให้คิดเพื่อแนะแนวทางแก้ปัญหา

## บทที่ 5

### สรุปผล การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

##### ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมีความมุ่งหมายที่จะศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วจะเกิดผลอย่างไรบ้างต่อนักเรียนในด้านต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา
2. พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1

##### ขอบเขตในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ พัฒนาขึ้นเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู ในกิจกรรมการเรียนการสอน ได้นำเสนอด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาลายเปิดซึ่งมีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถหาคำตอบของปัญหาด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของโพลยา และการแก้ปัญหาคือเป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เพิ่มเติมด้วยการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ผวนกับการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของนักเรียนในการลงมือปฏิบัติ โดยการอภิปรายและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก

2. กิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เริ่มต้นด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิด โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา สามารถกำหนดแนวคิด เลือกลยุทธ์วิธีแก้ปัญา และสามารถแก้ปัญาได้อย่างมีขั้นตอน มีการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญาที่มีพื้นฐานจากแนวคิดและผลงานที่นักเรียนเป็นผู้นำเสนอ

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งได้เป็นสองพวกคือ

พวกแรก เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบ และหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญาปลายเปิด เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ที่ใช้ในการ ทดลองเป็นรายบุคคล จำนวน 4 คน และใช้ในการ ทดลองเป็นกลุ่มเล็ก จำนวน 32 คน นักเรียนเหล่านี้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ คละกันโดยพิจารณาจากผลการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 กลุ่มตัวอย่างมีการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญาปลายเปิด จากครูผู้สอนคนเดียวกันในโรงเรียนของตัวเอง

พวกที่สอง เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการ ทดลองภาคสนาม เพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ เพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวนสองห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 95 คน เรียกว่า กลุ่มทดลอง และเพื่อเป็นการศึกษารายละเอียดบางประการเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญา และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญาของกลุ่มตัวอย่าง จึงแบ่งเป็น กลุ่มทดลองที่ 1 ได้จากการสุ่มอย่างเจาะจงมาหนึ่งห้องเรียนจากสามห้องเรียนซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับค่อนข้างสูง และปานกลาง คละกัน มีนักเรียนจำนวน 47 คน กลุ่มทดลองที่ 2 ได้จากการสุ่มมาหนึ่งห้องเรียนจากห้องเรียนที่เหลืออยู่จำนวนเก้าห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียนที่ได้คะแนนสอบจัดชั้นเรียนอยู่ในระดับปานกลาง และค่อนข้างต่ำ คละกัน มีนักเรียนจำนวน 48 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญาปลายเปิดเช่นเดียวกัน จากครูผู้สอนคนเดียวกันในโรงเรียนของตัวเองทั้งสองกลุ่ม

## ตัวแปรที่ศึกษา

ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีตัวแปรที่ศึกษาดังนี้

1. ตัวแปรต้น ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
  - 2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา
  - 2.2 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา
  - 2.3 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดลองภาคสนามเพื่อตรวจสอบสมมติฐานของการวิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

1. ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา เป็นชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นด้วยตนเอง แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วยแผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลอง ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนหนึ่งฉบับ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียนสองฉบับ คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน กับ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงภาคเรียน
3. แบบสังเกตพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา เป็นแบบสังเกตที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมา มีลักษณะเป็นแบบบันทึกผลการวิเคราะห์พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา ใช้บันทึกผลการวิเคราะห์การเขียนแสดงแนวคิด/วิธีในการแก้ปัญหามาจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหามาจากผลงานการทำกิจกรรมและการนำเสนอด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาระหว่างเรียน

4. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับความรู้สึและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พัฒนาโดยสมพร แมลงภู (สมพร แมลงภู, 2541)

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 รายวิชา ค101 คณิตศาสตร์ 1 ของโรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี

### สมมติฐานของการวิจัย

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดอาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากการทดลองภาคสนามดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75 / 75 ซึ่งหมายถึง มีจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด ได้ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

2. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียนเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา แต่ละด้านอยู่ในระดับดีขึ้น

3. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

4. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่า หรือเท่ากับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

### วิธีดำเนินการวิจัย

#### 1. การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

1.1 การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ (1) เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ และ (2) เอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหา และการประเมินการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

1.2 การวิจัยนำร่อง ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา โดยพัฒนาขึ้นจากแนวการจัดกิจกรรมประกอบบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของ สสวท. (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542) ซึ่งผู้วิจัยมีส่วนร่วมในการสร้างและพัฒนาขึ้นแบ่งเป็น 16 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ(100 นาที) นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาให้ข้อเสนอแนะ หลังจากปรับปรุงแก้ไขแล้วได้นำไปทดลองใช้ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่โรงเรียนราชดำริ เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร 3 ห้องเรียน จำนวน 118 คน ทั้งนี้เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของการดำเนินกิจกรรม ความเหมาะสมของเนื้อหา และเวลาที่ใช้

## 2. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด

จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในข้อที่ 1 ผู้วิจัยได้วางแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ดังนี้

2.1 การกำหนดกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด

2.1.1 การเตรียมบทเรียน ดำเนินการโดยกำหนดวัตถุประสงค์ ขอบข่ายของเนื้อหาคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำกับนักเรียน แล้วสร้างปัญหาปลายเปิดที่มีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ สามารถหาคำตอบหรืออธิบายวิธีหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งประกอบด้วย

2.1.1.1 ปัญหาขั้นต้น หรือปัญหานำ เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก จำนวนหนึ่งถึงสองปัญหา เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน เมื่อเริ่มต้นบทเรียน

2.1.1.2 ปัญหาในชั้นประกอบกิจกรรม เป็นปัญหาปลายเปิด ที่เป็นปัญหาหลัก ซึ่งมีโครงสร้างเช่นเดียวกันหรือมีความต่อเนื่องกับปัญหานำ แต่มีความซับซ้อนมากกว่า จำนวนสองถึงสามปัญหา เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มเล็ก หรือกลุ่มย่อย และนำไปเป็นปัญหาลำรอง หรือเป็นการบ้านนอกเวลาเรียนให้นักเรียนแก้ปัญหาค้นคว้าเป็นรายบุคคล

2.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ในภาพรวมประกอบด้วยสี่ส่วนใหญ่ๆ ดังนี้

2.1.2.1 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ครูนำเสนอปัญหา แล้วใช้คำถามตามกระดุนให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกัน ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด/วิธีทำในการหา

คำตอบต่อกลุ่มใหญ่เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน จากนั้นครูสรุปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอและเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

2.1.2.2 การแก้ปัญหาาร่วมกันในกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4-6 คน และนำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่าง ๆ โดยใช้ ใบกิจกรรม ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อหาคำตอบของปัญหา ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก หมุนเวียนให้ความช่วยเหลือ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปราย

2.1.2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาคือจะแนะนำในบทเรียนนั้น ๆ

2.1.2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาเพิ่มเติมเป็นรายบุคคลโดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ ทำเป็นการบ้าน หรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม

ผู้วิจัยนำเสนอร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดตามแนวทางข้างต้นนี้กับผู้เชี่ยวชาญเพื่อนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข

2.2 การพัฒนาร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้สร้างร่างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในลักษณะเป็น ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ซึ่งสร้างขึ้นตามกรอบความคิดสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในข้อ 2.1 แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 2 คาบ (100 นาที) แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู โดยแบ่งระยะของแผนการจัดกิจกรรมเป็นสี่ระยะดังนี้

ระยะที่ 1 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 1 – 4 มุ่งเน้นให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรม ทั้งในส่วนที่เป็น การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย และการนำเสนอผลการแก้ปัญหา ปัญหาที่ครูนำเสนอกับนักเรียนในระยะที่ 1 นี้ จะได้รับการแตกออกเป็นคำถามย่อย ๆ การตอบคำถามย่อย ๆ จะทำให้เห็นแนวทางนำไปสู่ การหาคำตอบของปัญหาหลัก

ระยะที่ 2 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 5 – 8 กิจกรรมในระยะนี้เริ่มสอดแทรกการแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา เมื่อครูนำเสนอปัญหากับนักเรียน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยสร้างคำถามตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ให้นักเรียน

สามารถกำหนดแนวคิด/วิธีทำได้ด้วยตนเอง การแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหากระทำโดย ทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหานักเรียน

**ระยะที่ 3** ครอบคลุมกิจกรรมที่ 9–12 เป็นระยะที่นำเสนอกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ด้วยวิธีการหลากหลาย และใช้แนวคิด/วิธีทำที่แตกต่างไปจากการเรียนในชั้นเรียนปกติ ให้นักเรียนได้คุ้นเคยและมีทักษะในการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ อย่าง ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

**ระยะที่ 4** ครอบคลุมกิจกรรมที่ 13–15 เป็นการใช้กิจกรรมที่มุ่งเน้นการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ปัญหาหนึ่ง ๆ อาจมีความเกี่ยวข้องกับปัจจัยหลายอย่าง สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลายเนื้อหามาใช้หาคำตอบของปัญหาได้ และปัญหาหนึ่ง ๆ ก็สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ครั้งละหนึ่งยุทธวิธี หรือใช้หลายยุทธวิธีประกอบกัน

จากนั้นนำร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญ คณะเคมตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรม และนำข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ มาปรับปรุงร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา

2.3 การตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ดำเนินการโดย ทดลองเป็นรายบุคคล เพื่อพิจารณา ปรับปรุงความถูกต้อง ความเป็นปรนัยของภาษา ความยากง่าย ความเป็นไปได้ เวลาที่ใช้ และความเหมาะสมของกิจกรรม จากนั้น ทดลองเป็นกลุ่มเล็ก เพื่อตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นของร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา และเครื่องมือที่จะใช้ในการทดลองภาคสนาม

ผลการทดลองใช้ร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาในการทดลองเป็นกลุ่มเล็ก ปรากฏว่ามีนักเรียนจำนวนร้อยละ 78.15 ปฏิบัติกิจกรรมได้คะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของ ผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนั้นสรุปได้ว่าร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเบื้องต้นตามเกณฑ์ 75/75 ซึ่งมีความเป็นไปได้ที่จะนำร่างชุดกิจกรรม การแก้ปัญหาไปใช้ในการทดลองภาคสนามต่อไป

### 3. การทดลองภาคสนามและการรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองภาคสนามและรวบรวมข้อมูลดังนี้

3.1 ดำเนินการแนะนำและซักซ้อมความเข้าใจในการใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ได้จากตอนที่ 2 กับครูที่อาสาสมัครสอนกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม

3.2 ก่อนการทดลองให้นักเรียนในกลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน ซึ่งกระทำตอนต้นภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543

3.3 ดำเนินการทดลองโดยครูเป็นผู้สอนกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม ด้วยการสอนที่ใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ในระหว่างการทดลองผู้วิจัยและครูผู้สอนได้สังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองทุกคน จากการตรวจผลงาน การสังเกตการอภิปราย การนำเสนอด้วยวาจา และใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่จำเป็น บันทึกข้อมูลลงในแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา จากนั้นผู้วิจัยและครูผู้สอนนำผลการบันทึกมาพิจารณาปรับให้สอดคล้องกัน

3.4 หลังการทดลองใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาได้ 8 กิจกรรม ทำการวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนหลังการทดลองโดยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน แล้วดำเนินการทดลองต่อโดยใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาอีก 7 กิจกรรมที่เหลือจนครบ หลังจากนั้นทำการวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนหลังการทดลองโดยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลายภาคเรียน ผู้วิจัยและครูผู้สอนเป็นผู้ตรวจให้คะแนนโดยเห็นชอบร่วมกัน

3.5 ให้นักเรียนในกลุ่มทดลองทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตอนปลายภาคเรียนตามตารางสอบปกติของโรงเรียน

3.6 รวบรวมข้อมูลที่เป็นคะแนนที่ได้จากการการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนห้องเรียนอื่นๆ ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อีกสิบห้องเรียนของโรงเรียนปากเกร็ด เพื่อนำมาหาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

4. การวิเคราะห์ข้อมูล และสถิติที่ใช้ ในการตรวจสอบสมมุติฐานของการวิจัย และหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้จากการทดลองภาคสนามดังนี้

4.1 การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ใช้การหาค่าร้อยละของผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหามาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน แล้วนับจำนวนนักเรียนที่ได้ผลรวมของคะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด ว่ามีนักเรียนอยู่ร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด

4.2 ข้อมูลจากแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา จากการแสดงวิธีหาคำตอบ ด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียน จากผล

งานเขียนแสดงการแก้ปัญหา การอภิปรายกลุ่ม และการนำเสนอด้วยวาจาขณะปฏิบัติกิจกรรม ในชั้นเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลอง นำข้อมูลผลการสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในแต่ละ ด้านของนักเรียนในกลุ่มทดลองมาแจกแจงความถี่ หาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ แปลความหมายตามเกณฑ์ที่กำหนด

4.3 ข้อมูลจากการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นำข้อมูลผลการวัดมาแจกแจง ความถี่ หาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และแปลความหมายตามเกณฑ์ที่กำหนด

4.4 การเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตาม เกณฑ์ปกติของโรงเรียน ใช้การเปรียบเทียบในลักษณะของการเปรียบเทียบความแตกต่างของ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับคะแนนเฉลี่ยของประชากร ด้วยการทดสอบค่า Z

## สรุปผลการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด หรือชุดกิจกรรม การแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพ 76.84/75 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 กล่าวคือ มี จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 76.84 ของจำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งหมด ปฏิบัติกิจกรรม ได้คะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของผลรวมของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ที่พิจารณา จากคะแนนผลงานการแก้ปัญหานักเรียนที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรมใน ชั้นเรียน และจากคะแนนการแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยการเขียนตอบในแบบทดสอบวัดความ สามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน ผลที่ได้จึงเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1

2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลอง

2.1 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน ปรากฏว่านักเรียนใน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนค่อนข้างต่ำเท่ากับ 4.26 หรือคิดเป็นร้อยละ 17.75 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน และมีข้อ ค้นพบบางด้านเกี่ยวกับภูมิหลังของความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองดังนี้

2.1.1 นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มขาดทักษะในการอ่านและทำ ความเข้าใจปัญหา โดยเฉพาะปัญหาที่มีข้อความค่อนข้างยาว

2.1.2 นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแก้ปัญหาคือคล้ายกับ ปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน ได้ดีกว่าปัญหาแปลกใหม่ที่ไม่น่าคุ้นเคย

2.2 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างเรียน วิเคราะห์จากผลงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองในการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่กำหนดให้ทำในทุกกิจกรรมระหว่างเรียนพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาย่างละเอียด หรือปัญหาที่มีตัวอย่างนำแล้วแก้ปัญหาดตามตัวอย่าง ไปเป็นการแก้ปัญหที่ใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางน้อยลง ในระยะสุดท้ายนักเรียนสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญาเองได้อย่างอิสระ สามารถแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง โดยนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือมากกว่าหนึ่งเรื่องมาประกอบกันเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และมีมุมมองในการกำหนดวิธีการแก้ปัญหที่กว้างขึ้นกว่าเดิม นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างดี แต่สำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังต้องการการช่วยให้คำแนะนำจากครู เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนในกิจกรรมการเรียนการสอนตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรมพบว่า ในระยะแรกครูมีบทบาทมากในการช่วยแนะและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา ในระยะต่อมาครูมีบทบาทน้อยลงโดยเปลี่ยนบทบาทไปเป็นผู้ช่วย คอยอำนวยความสะดวกและช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น บทบาทในการแก้ปัญหายอยู่ที่นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติเอง บทบาทของครูอยู่ที่การช่วยสานต่อความคิดของนักเรียน และช่วยทำแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น

2.3 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาลังเรียน เมื่อวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหามาจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลังเรียนโดยพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของโครงสร้างของปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา กับปัญหาในกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งเป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้ผ่านมาในการแก้ปัญหาระหว่างเรียน มีข้อค้นพบดังนี้

2.3.1 การแก้ปัญหามีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์แบบตรงไปตรงมา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเขียนแสดงการแก้ปัญหาลได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ยกเว้นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 บางคนที่มีความบกพร่องในความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2.3.2. การแก้ปัญหามีการปรับเปลี่ยนโครงสร้างหรือเงื่อนไขบางประการไปจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำประสบการณ์มาประยุกต์ในการแสดงการแก้ปัญหาลได้ค่อนข้างดี แต่ก็มีนักเรียนบางส่วนที่ติดขัดกับแนวคิดเดิมที่ตนเองเคยใช้และประสบความสำเร็จมาแล้วโดยนำวิธีการเดิมมาใช้แบบตรงไป

ตรงมา ทำให้การแก้ปัญหาไม่ประสบผลสำเร็จ ซึ่งแม้ว่าจะได้คำตอบ แต่ไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ตามเงื่อนไขที่กำหนด

2.3.3 การแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างแตกต่างไปมาจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ และต้องมีการขยายฐานของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถแสดงการแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ ซึ่งนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้เกือบทั้งหมดคือนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1

2.3.4 ปัญหาที่แปลกใหม่โดยสิ้นเชิงจากปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์ มีนักเรียนจำนวนน้อยมากที่สามารถแสดงการแก้ปัญหาในลักษณะนี้ได้ และเกือบทั้งหมดคือนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1

2.4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนที่คู่ขนานกัน ปรากฏว่าคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม มีค่าเฉลี่ย 11.34 หรือคิดเป็นร้อยละ 47.25 ของคะแนนเต็ม 24 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 7.08 คะแนน หรือคิดเป็นประมาณ 1.66 เท่า ของค่าเฉลี่ยของคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน

### 3. ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

3.1 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียน วิเคราะห์จากผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา เพื่อศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองในภาพรวมที่เป็นอยู่ก่อนการทดลอง ผลการศึกษาปรากฏว่าพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้านได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ของนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข”

3.2 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียน วิเคราะห์ผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน จากการอภิปรายกลุ่มย่อยในการแก้ปัญหาร่วมกัน การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และผลงานที่กำหนดให้ทำตามใบกิจกรรม มีข้อค้นพบในแต่ละด้านตามระยะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรมดังนี้

3.2.1 การสำรวจศึกษา ในระยะแรกนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ภายในกรอบและแนวทางที่กำหนดให้ทำในใบกิจกรรม โดยมีครูคอยดูแลถามกระตุ้นให้คิด และให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด ต่อมานักเรียนสามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการ สังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เอง ซึ่งนำ

ไปสู่การสร้างข้อสรุปด้วยตนเองได้อย่างคร่าว ๆ ในระยะสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างข้อสรุปในเชิงพรรณนาที่ชัดเจนขึ้น โดยครูมีบทบาทในการแนะนำน้อยลง

3.2.2 การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม และค่อนข้างมีประสิทธิภาพ ในทุกระยะของแผนการจัดกิจกรรม เนื่องจากนักเรียนสามารถอาศัยแนวทางจากการตอบคำถามที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรม การถามกระตุ้นของครู และการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม ในระยะสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพตามที่ตนเองถนัด และเป็นผู้เลือกนำมาใช้เอง โดยที่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถแสดงได้ชัดเจนกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 กล่าวคือ มีการนำยุทธวิธีแก้ปัญหามาใช้ครั้งละหนึ่งยุทธวิธี หรือมากกว่าหนึ่งยุทธวิธีประกอบกัน ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

3.2.3 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาในระบะต่าง ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม มีการเปลี่ยนแปลงไปตามสาระสำคัญของปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 สามารถนำโมเดลของคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหาวัยตนเองหรือกลุ่มของตนเอง ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 2 ยังต้องการการช่วยให้คำแนะนำ และการถามกระตุ้นให้คิดจากครูในทุกระยะ และมีนักเรียนบางส่วนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มที่ครูต้องช่วยแก้ไขความคลาดเคลื่อนในโมเดลของคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง

3.2.4 ความคิดยืดหยุ่น ในระยะแรกนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแสดงแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาเพียงหนึ่งวิธี สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนแสดงคำตอบให้มากกว่าหนึ่งคำตอบ ในระยะต่อมานักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถแสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือวิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี ในมุมมองที่แตกต่างกันไปในแต่ละกลุ่ม เริ่มจากหนึ่งวิธีของกลุ่มก่อน โดยที่ครูเข้าไปช่วยซักถามให้เกิดความชัดเจนในกลุ่ม และเมื่อได้มีโอกาสเรียนรู้แนวคิดที่แตกต่างไปจากแนวคิดของตนเองจากเพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ที่นำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนได้นำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาแต่อย่างไรก็ตามเมื่อนักเรียนพบปัญหาใหม่ที่ไม่ได้ระบุให้แสดงวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มยังคงแสดงแนวคิดเพียงแนวคิดเดียวในการแก้ปัญหา

3.2.5 ความคิดริเริ่ม ในขณะปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มได้แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหาในปัญหานั้น และปัญหาหลักของแต่ละกิจกรรม ซึ่งถือว่าเป็นปัญหาที่แปลกใหม่ของนักเรียน จากการตอบคำถามที่กำหนดไว้ในกิจกรรม และจากการที่ครูช่วยใช้คำถามกระตุ้นให้คิดและช่วยทำแนวคิดของ

นักเรียนให้มีความชัดเจน และเมื่อนักเรียนต้องแก้ปัญหาที่ต่อเนื่องหรือเป็นปัญหาที่ขยายจากปัญหาหลัก นักเรียนสามารถนำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ตนเองริเริ่มหรือเรียนรู้มาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเอง และสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้

3.2.6 การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา การสื่อความคิดในการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มค่อนข้างเป็นปัญหามากในระยะแรก ๆ ของแผนการจัดกิจกรรม นักเรียนทำได้เพียงการเขียนตอบสั้น ๆ สำหรับปัญหาที่เป็นกระบวนการซึ่งนักเรียนต้องเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำ นักเรียนไม่สามารถทำได้เองอย่างอิสระ ต้องการตัวอย่างนำเพื่อที่จะได้ทำตาม แต่เมื่อครูใช้วิธีถามกระตุ้นให้คิดและให้นักเรียนเขียนสิ่งที่นักเรียนคิดได้และพูดออกมา นักเรียนสามารถใช้เป็นแนวทางในพัฒนาการเขียนเพื่อสื่อความคิดในการแก้ปัญหาในระยะต่อมา ในระยะสุดท้ายของแผนการจัดกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถนำเสนอในรูปแบบตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ แม้ว่าการเขียนแสดงการแก้ปัญหานักเรียนยังขาดความสมบูรณ์ แต่มีความครอบคลุมสาระสำคัญของการแก้ปัญหา

3.3 พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียน วิเคราะห์จากการเขียนแสดงการแก้ปัญหาในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มในด้านการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา แต่ละด้านอยู่ในระดับ “ดี” ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2 เมื่อพิจารณาในรายละเอียดของการจำแนกตามกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มในทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหอยู่ในระดับ “ดี” ทุกด้าน และสำหรับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีพฤติกรรมด้านนี้อยู่ในระดับ “ค่อนข้างไปทางดีมาก” แต่สำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหอยู่ในระดับ “พอใช้” ทุกด้าน

4. ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด มีเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3

5. ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง สูงกว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 4

เนื่องจากผลการทดลองภาคสนามเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยทุกข้อ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จึงอาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้บรรลุผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหามาตามเป้าหมายที่กำหนด

## อภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่พบว่า (1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพ ตามเกณฑ์ 75/ 75 ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทาง ไปเป็นการแก้ปัญหที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง และในระยะสุดท้ายของการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหด้วยตนเองได้อย่างอิสระ (2) ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาหลังเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการสำรวจศึกษา การใช้ทฤษฎีแก้ปัญห และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญห แต่ละด้านอยู่ในระดับ “ดี” (3) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี และ (4) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน ผลการวิจัย ข้างต้นนี้เป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยทั้งสี่ข้อที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการพิจารณาความเหมาะสมของการนำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั่วไป สิ่งเหล่านี้เป็นองค์ประกอบสำคัญที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ (Baroody. 1993 : 2 – 8 ; Charles and Lester. 1982 : 10 – 12 ; Heddens and Speer. 1992 : 34 – 35 ; Krulik and Rudnick. 1993 : 10 – 11) และสามารถตอบสนองจุดประสงค์ของวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 ค) ดังนั้นการที่สรุปว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้บรรลุผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหามาตามเป้าหมาย จึงสอดคล้องกับผลการศึกษาของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่าน

การที่การวิจัยได้ผลต่าง ๆ ดังที่สรุปมาข้างต้น น่าจะมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

## ด้านเนื้อหา

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด ได้ใช้ปัญหาลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมซึ่งมีจุดเด่นที่สำคัญคือ เป็นปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องได้หลายคำตอบ เมื่อนักเรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว นักเรียนคนอื่น ๆ ที่สนใจก็ยังมีโอกาสที่จะหาคำตอบอื่น ๆ ต่อไปอีก สำหรับปัญหาลายเปิดที่มีแนวคิดหรือวิธีหาคำตอบได้หลายวิธี ความท้าทายในการแก้ปัญหาจะอยู่ที่การแสวงหาแนวคิดหรือวิธีหาคำตอบที่มีความหลากหลาย ทำให้บทเรียนมีความน่าสนใจอยู่เสมอแม้ว่าปัญหาที่นำเสนอให้นักเรียนนั้นได้ทราบคำตอบหนึ่ง และทราบแนวคิดหรือวิธีการหนึ่งในการหาคำตอบแล้ว (Becker and Shimada. 1997 : 1; Daniels and Anglileri. 1995 : 32 ; Handcock. 1995 : 496; Orton and Frobisher. 1996 : 32) การใช้ปัญหาลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการใช้พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาด้านการสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ช่วยให้ทำความเข้าใจและส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา (Backhouse, et al. 1994 : 138 – 139 ; Becker and Shimada. 1997 : 34 – 35 ; Welchman. 1999 : 240)

2. ปัญหาลายเปิดที่นำเสนอในชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาก็พยายามพัฒนาจากข้อสงสัยของนักเรียนในสิ่งแวดล้อมรอบตัว เป็นสิ่งใกล้ตัวซึ่งนักเรียนพบได้ในชีวิตจริง บางปัญหาเป็นเรื่องที่นักเรียนเคยพบในบทเรียนคณิตศาสตร์แต่นำมาพัฒนาใหม่ในเชิงนันทนาการ ทำให้ได้บทเรียนที่ท้าทาย น่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียน (Krulik and Rudnick. 1993 : 10 – 11) นอกจากนี้ลักษณะของปัญหาที่นำมาใช้ในกิจกรรมยังมีความสอดคล้องกับแนวคิดของ ทิสเซน และคณะ (Thiessen, et al. 1989 : 38) ซึ่งมีแนวคิดว่า ปัญหาที่นำมาใช้ควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนรู้สึกว่ามีประโยชน์ น่าสนใจ ท้าทาย มีความหลากหลาย มีคุณค่าในเชิงนันทนาการ และนักเรียนรู้สึกสนุกในการแก้ปัญหา

3. ปัญหาที่นำเสนอในกิจกรรมนักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีอยู่ในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่นที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทุกคนต้องเรียน นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีความหมาย สอดคล้องกับผลการศึกษาของ ริเดเซล และคณะ (Riedesel, et al. 1996: 43) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนแก้ปัญหา เป็นโอกาสที่นักเรียนได้นำแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ นอกจากนักเรียนได้เห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังช่วยให้นักเรียนมีความแจ่มชัดในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

กิจกรรมที่นำเสนอกับนักเรียนทุกกิจกรรม มีเนื้อหาสาระ และแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ท้าทาย น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นการสอนคณิตศาสตร์อย่างตรงไปตรงมา แต่เป็น

การสอนโดยการสอดแทรกเข้ากับสิ่งที่นักเรียนกำลังสนใจ นักเรียนได้เรียนรู้หรือทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์พร้อมกันกับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ได้เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ได้สอดแทรกการแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาที่ขั้นตอนของโพลยา เพิ่มเติมด้วยการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ผสมกับการสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหา การแนะนำกระทำโดยการทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหานักเรียน นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่นักเรียนปฏิบัติ เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย และสามารถนำไปใช้ได้ (Schroeder and Lester. 1989 : 31 – 33 ; Baroody. 1993 : 2-31) กระบวนการแก้ปัญหาที่ขั้นตอนของโพลยา และยุทธวิธีแก้ปัญหา เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และใช้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั่วไป นักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ย่อมไม่ได้รับผลกระทบในทางลบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่น และมีความเป็นไปได้ที่อาจได้รับผลกระทบในทางบวกแทน

#### ด้านวิธีการในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา มีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นขั้นตอน โดยเริ่มจากการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผสมกับประสบการณ์ของผู้วิจัยในการทำงานเกี่ยวกับกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร่วมกับ สสวท. นำมาพัฒนาเป็นร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แล้วได้นำไปทดลองใช้ ในลักษณะที่เป็นการวิจัยนำร่องเพื่อศึกษาความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ ทำให้เห็นภาพของการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในสถานการณ์จริง และได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับสภาพจริง ข้อมูลที่เป็นร่องรอยการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงแผนการสอน และเตรียมครูผู้สอนให้สามารถตอบสนองและส่งเสริมแนวคิดของนักเรียนได้สมบูรณ์ทั่วถึง ร่างชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่พัฒนาขึ้น นอกจากการนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาให้คำแนะนำแล้ว ยังผ่านการตรวจสอบและหาประสิทธิภาพเบื้องต้นโดยทดลองใช้กับนักเรียนทั้งในลักษณะการทดลองเป็นรายบุคคล และการทดลองเป็นกลุ่มเล็ก ซึ่งเป็นการทดลองใช้ในสภาพจริงเพื่อหาข้อมูลมาปรับปรุงแก้ไขภายใต้การให้

คำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ จากการที่ได้พัฒนาชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ทำให้ได้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาซึ่งน่าจะมีลักษณะที่เป็นไปตามหลักวิชาการ แต่ก็สนองตอบในการดำเนินกิจกรรมตามความต้องการของครูและนักเรียน ก่อนการนำไปใช้จริงในการทดลองภาคสนาม

2. รูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา ปลายเปิดของแผนการสอนแต่ละแผน แบ่งเป็นสี่ขั้นตอนใหญ่ ๆ ได้แก่ การเสนอปัญหานำเพื่อนำให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การเสนอปัญหาหลักให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันในกลุ่มย่อย การนำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่เสริมด้วยการช่วยขยายแนวคิดของครู และการขยายปัญหาให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ก่อให้เกิดผลดังนี้

2.1 การเริ่มต้นด้วยการใช้ปัญหานำ เพื่อนำให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาด้วยกันทั้งชั้นเรียน เป็นการสร้างความสนใจร่วมกันและเนื่องจากปัญหานำมีความซับซ้อนน้อย นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ในเวลาไม่นานนัก ซึ่งอยู่ในช่วงของการสร้างความสนใจร่วมกัน และครูสามารถ สอดแทรกการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องอย่างมีความหมายจากสถานการณ์ปัญหาที่น่าเสนอ

2.2 ในขั้นตอนที่สองที่เป็นการเสนอปัญหาหลักให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยกันในกลุ่มย่อย ได้กระทำโดยใช้ปัญหาหลักที่มีความต่อเนื่องกับปัญหานำ ซึ่งเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาหลักได้ง่ายขึ้น และสามารถขยายหรือประยุกต์แนวคิดจากการแก้ปัญหานำเพื่อมาใช้แก้ปัญหาหลักได้ ทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น ความสำเร็จเป็นตัวเสริมแรงที่ดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาอื่น ๆ ในขณะเดียวกันครูยังสามารถแนะนำให้ นักเรียนตรวจสอบแนวคิด/วิธีทำ พิจารณาทบทวนไตร่ตรอง และกระตุ้นให้ใช้แนวคิด/วิธีทำอย่างอื่นในการแก้ปัญหา เป็นการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนด้วย

2.3 การนำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่มย่อยต่าง ๆ ซึ่งมีแนวคิด / วิธีทำที่แตกต่างกัน ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ อย่างหลากหลาย และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ในภายหลัง นอกจากนี้การช่วยเสริมเติมเต็ม การช่วยขยายแนวคิดของครู และการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ตลอดจนการสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา และการนำยุทธวิธีแก้ปัญหา ก่อนข้างเป็นไปอย่างมีความหมาย เพราะครูสามารถใช้การนำเสนอผลการแก้ปัญหานักเรียนเป็นตัวอย่างประกอบการกล่าวถึงได้

2.4 การนำเสนอปัญหาที่ขยายจากปัญหาหลักให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ช่วยให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างอิสระ ได้มีโอกาสคิดใคร่ครวญ ไตร่ตรองสิ่งที่เรียนรู้มาขณะที่แก้ปัญหาร่วมกันและจากการนำเสนอของเพื่อนในกลุ่มอื่น ๆ นอกจากนี้ในกิจกรรมบางกิจกรรม

ได้กำหนดให้นักเรียนเสนอปัญหาที่มีโครงสร้างทำนองเดียวกันกับปัญหาหลัก แล้วให้แสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนได้สร้างเสริมความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาหลัก และแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แจ่มชัดขึ้น สอดคล้องกับผลการศึกษาของ เทราท์แมน และ ลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995 : 7) ที่พบว่าการศึกษาที่นักเรียนสามารถสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างเหมือนกับปัญหาที่กำหนดและสามารถหาคำตอบได้ เป็นสิ่งบ่งชี้ว่านักเรียนมีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาที่กำหนดให้อย่างถ่องแท้ ถึงขั้นถึงแก่นของปัญหา

การแบ่งขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผนเป็นสี่ขั้นตอนเช่นนี้มีความสอดคล้องกับการศึกษาของโฮลตัน และคณะ (Holton, et al. 1999 : 351 – 371) ซึ่งศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาโดยกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้กว้าง ๆ เป็นสามขั้นตอนคือ ขั้นแนะนำปัญหาในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ขั้นแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย และขั้นนำเสนอผลการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเลขคณิต และพีชคณิตพัฒนาขึ้น

3. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ได้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ ให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันด้วยการใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้คิดจากครู นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาร่วมกันโดยมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก และให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น การที่นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองจากการได้ลงมือปฏิบัติทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ แนวคิดดังกล่าวนี้เป็นไปตามข้อเสนอแนะของยุพิน พิพิธกุล (ยุพิน พิพิธกุล, 2543 : 1 – 10) และวิชัย วงษ์ใหญ่ (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2542 : 22 – 32) ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542 : 13) และสอดคล้องกับผลการศึกษาของโฮล์มส์ (Holmes, 1996 : 36 - 52) ซึ่งพบว่าการสอนที่ใช้ความคิดของนักเรียนเป็นฐาน โดยครูช่วยขยายความคิด ช่วยทำความเข้าใจนั้นให้ชัดเจน จะทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีความหมายทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในสิ่งที่ตนคิด กล่าวคือกล้าแสดงออกในโอกาสต่อไปเมื่อได้รับโอกาส การเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้แนวคิด หรือวิธีการหาคำตอบที่เป็นของตนเองซึ่งอาจมีความแตกต่างไปจากวิธีการที่ผู้ใหญ่ใช้ ในมุมมองของผู้ใหญ่อาจรู้สึกว่า เป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ผิดหลักของการให้เหตุผล ไม่มีประสิทธิภาพ แต่ในความคิดของ นักเรียนอาจเป็นวิธีการที่เขาเข้าใจได้อย่างชัดเจน มีเหตุผลที่สามารถอธิบายได้ ซึ่งครูควรยอมรับและช่วยให้นักเรียนสามารถสื่อความคิดในการแก้ปัญหานั้นให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ในการทดลอง หลังจากให้นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันแล้วเมื่อนักเรียนนำเสนอผลงานการแก้ปัญหา ครูได้ช่วยทำความเข้าใจของนักเรียนให้ถูกต้องชัดเจน อธิบายขยายความคิดจากฐาน

ความคิดของนักเรียน นับว่าเป็นการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความสนใจของนักเรียน นักเรียนหรือกลุ่มของนักเรียนที่เป็นผู้เสนอความคิดย่อมเกิดความคิดในผลงานของตน ซึ่งเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น และเป็นแรงเสริมให้อยากนำเสนอผลงานในครั้งต่อไป

4. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ใช้วิธีเรียนแบบร่วมมือกัน การให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาทำให้นักเรียนมีการสื่อสารกันในกลุ่มของนักเรียนด้วยภาษาเดียวกัน ช่วยสร้างความเข้าใจและความน่าสนใจได้ดีกว่าการฟังจากการพูดของครูแต่เพียงฝ่ายเดียว ในการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มอาจเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์แต่เพียงลำพัง แต่เมื่อบูรณาการแนวคิดของหลายคนเข้าด้วยกัน ทำให้ได้แนวคิดที่สมบูรณ์มีประสิทธิภาพมากขึ้น และสามารถแก้ปัญหานั้นได้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540) ที่พบว่าการใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารความคิดโดยใช้คณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และช่วยให้มีศักยภาพทางด้านการแก้ปัญหาสูงขึ้น จากผลการศึกษาของ ริเดเซล และคณะ (Riedesel, et al. 1996 : 39 – 40) พบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้การสำรวจศึกษาแบบเป็นกลุ่มร่วมมือกัน มีการเติบโตทางความคิดและกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์ดีกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เคยทำกันมาตามปกติ นอกจากนี้ ดูเรน และเชอริงตัน (Duren and Cherington. 1992 : 80 – 83) พบว่าการฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือที่เป็นกลุ่มสี่คน นักเรียนสามารถแสดงการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหามาใช้ได้ดีกว่ากลุ่มที่มีการคิดแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

กิจกรรมการเรียนการสอนในการวิจัยนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมค่อนข้างมาก การได้ลงมือปฏิบัติ การนำเสนอความคิดเห็น การนำเสนอผลงานซึ่งเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้ที่ดี และช่วยสร้างเจตคติที่ดี ซึ่งจากการศึกษาของอดัม และแฮมม (Adams and Hamm. 1990 : 33) พบว่า การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จมากกว่าการแก้ปัญหาเพียงลำพังคนเดียว ความสำเร็จนำไปสู่การมีเจตคติที่ดี และจากการศึกษาของโฮล์มส์ (Holmes. 1995 : 36) พบว่าในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาร่วมกัน นักเรียนไม่เพียงแต่จะมีโอกาสได้พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาเท่านั้น แต่ยังพัฒนาเจตคติที่เอื้อประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาก็ด้วย

5. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ การใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู และระหว่างนักเรียนด้วยกัน ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วม

ในกิจกรรมการเรียนการสอน และช่วยให้การคิดของนักเรียนอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการทางการเรียนสูงขึ้น (สมชาย วรภิเษมสกุล. 2540 ; สิริพร ทิพย์คง. 2543 : 15 – 19; อนันต์ จันทร์กวี. 2523 ; Schroeder and Lester. 1989 : 31 – 33 ; Baroody. 1993 : 2-31)

6. การจัดทำแผนการสอนโดยกำหนดเวลาปฏิบัติกิจกรรมแผนละ 2 คาบ (100 นาที) เป็นระยะเวลาที่พอเหมาะ นักเรียนมีเวลาเพียงพอในการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาร่วมกัน และมีเวลาเตรียมตัวเพื่อนำเสนอผลงานการแก้ปัญหา อยู่ในสภาพที่ไม่เร่งร้อนเกินไป มีบรรยากาศที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดของ รัย และคณะ (Rey, et al. 1992 : 30) ซึ่งมีแนวคิดที่ว่า เวลานั้นเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งของการแก้ปัญหา นักเรียนต้องใช้เวลาในการทำ ความเข้าใจปัญหา วางแผนและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมีเวลาอย่างเพียงพอ และเป็นอิสระ

7. การแบ่งระยะของแผนการจัดกิจกรรมเป็นสี่ระยะ คือ ระยะที่ 1 มุ่งเน้นให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดร่วมกัน ปัญหาที่นำเสนอได้รับการแตกเป็นคำถามย่อย ๆ เป็นการช่วยแนะแนวทางให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ ระยะที่ 2 เริ่มแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหาโดยการทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหานักเรียน ระยะที่ 3 ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาคด้วยแนวคิด และวิธีการที่หลากหลาย ระยะที่ 4 มุ่งเน้นการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ด้วยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ อย่างประกอบกัน การจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามระยะของแผนการจัดกิจกรรมดังกล่าว ทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างเป็นลำดับ มีขั้นตอน ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหา และพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองค่อย ๆ พัฒนาขึ้น

8. กิจกรรมการเรียนการสอนที่นำเสนอกับนักเรียนค่อนข้างมีความหลากหลาย ทั้งลักษณะของปัญหาที่นำเสนอและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแสดงการแก้ปัญหาด้วยการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากมาย สามารถสื่อสารความคิดในการแก้ปัญหาคด้วยการเขียน การพูด และการแสดงผลจากการลงมือปฏิบัติ ซึ่งเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับแนวคิดของ เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 16-17) ที่ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งให้ความสนใจเฉพาะแบบฝึกหัดที่เน้นบนกระดาษ การเขียนที่เน้นการฝึกความรวดเร็ว และแบบทดสอบที่กำหนดเวลา รวมถึงการให้นักเรียนต้องทำงานซ้ำ ๆ ในมโนคติเดียวกันสามารถทำให้นักเรียนมีเจตคติทางลบและไม่ชอบคณิตศาสตร์ ครูผู้จัดกิจกรรมจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีความหลากหลาย ในบรรยากาศที่ท้าทาย จูงใจให้น่าเรียน ลดทอนความเครียดลง ซึ่งจะส่งผลต่อการสร้างเจตคติที่ดี และกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียน

9. การประเมินนักเรียนที่ใช้ในการวิจัยนี้ ให้ความสำคัญกับการประเมินที่กระทำอย่างต่อเนื่อง และกระทำชุกชานไปกับการเรียนการสอน โดยถือว่าการประเมินเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน (Krulik and Rudnick. 1998 : 3; Webb and Brigs. 1991 : 08) การรวบรวมข้อมูลจากการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนในเชิงปริมาณที่เป็นคะแนน และในเชิงคุณภาพที่พรรณนาถึงวิธีการคิดของนักเรียน มีความสอดคล้องกับแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่าน (Kennedy and Tipps. 1994 ; Krulik and Rudnick. 1998 ; NCTM. 1989 ; Wilson, et al. 1993) ด้วยเหตุผลว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นพลวัต เป็นระบบ มีความต่อเนื่อง ความรู้ในมโนคติทางคณิตศาสตร์และวิธีการ การแก้ปัญหาและการให้เหตุผลที่นักเรียนสร้างขึ้นในตอนต้น ๆ ส่งผลอย่างมากต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นที่สูงขึ้น การเก็บแค่เพียงคะแนนที่ได้จากจำนวนคำตอบที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือทำข้อสอบถูกต้อง โดยปราศจากความเข้าใจถึงวิธีการคิด และการให้เหตุผลที่นักเรียนใช้สร้างคำตอบ ไม่เพียงพอที่จะทำให้ทราบถึงความหมายที่นักเรียนสร้างมโนคติและวิธีการคิด การทราบถึงความหมายของสิ่งที่นักเรียนที่ใช้กำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นสาระสำคัญสำหรับผลของการเรียนการสอน ดังนั้นเพื่อให้ทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนอย่างชัดเจน การประเมินควรได้จากการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน เพื่อให้ครูสามารถค้นหาได้อย่างต่อเนื่องในการเข้าใจถึงสิ่งที่นักเรียนทำ และวิธีการที่นักเรียนสร้างและนำมาใช้ แล้วใช้ข้อสนเทศนี้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

การประเมินที่กระทำไปพร้อม ๆ กับกิจกรรมการเรียนการสอนในการวิจัยนี้ ทำให้ได้ผลย้อนกลับจากนักเรียนในทันที ครูสามารถใช้ผลที่ได้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียนในกลุ่มทดลองได้โดยเร็ว

ในภาพรวมที่ปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและพฤติกรรมในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการพัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับที่น่าพอใจ โดยนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองที่ 1 มีการพัฒนาที่ดีกว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 ซึ่งส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ช้ากว่า นักเรียนเหล่านี้ยังต้องการความช่วยเหลือจากครูอย่างใกล้ชิดในการใช้คำถามช่วยแนะแนวทาง ตามข้อเสนอแนะของสาคร บุญดวง (สาคร บุญดวง. 2537 : 116 - 168) และเบลล์ (Bell. 1978 : 311) ที่กล่าวว่า นักเรียนในกลุ่มอ่อนต้องใช้เวลาในการเรียนรู้มากกว่าปกติ และสามารถประสบความสำเร็จได้ในบรรยากาศที่อบอุ่นจากครูและเพื่อน จากการที่ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมที่เรียนรู้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ ได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น และมีผู้ยอมรับความคิดของเขา ซึ่งช่วยสร้างความเชื่อมั่นในตนเองของนักเรียน ทำให้รู้สึกว่าคุณเองก็สามารถ ในการวิจัยนี้ได้ดำเนินการตามข้อเสนอแนะดังกล่าว จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2

มีการพัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับที่อย่างน้อยในเกณฑ์พอใช้ ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่จะนำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดนี้ ไปใช้กับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ โดยครูต้องปรับปรุงการดำเนินกิจกรรม ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมให้มากขึ้น หรือแบ่งกิจกรรมออกเป็นกิจกรรมย่อย ๆ ให้นักเรียนได้เรียนรู้ทีละน้อย และครูต้องมีบทบาทในการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อแนะแนวทางให้มากกว่าปกติ ก็จะทำให้บรรลุความสำเร็จในการเรียนการสอนได้

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัยนี้ แต่ละกิจกรรมมีความเป็นอิสระต่อกัน และจบสมบูรณ์ในตัวเอง ดังนั้นสามารถนำไปใช้เพียงบางกิจกรรม หรือทุกกิจกรรมก็ได้ โดยสามารถนำไปดัดแปลงเป็นกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนหรือเป็นกิจกรรมเสริมที่น่าสนใจ ในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 หรือรายวิชาคณิตศาสตร์อื่นที่เห็นว่าเหมาะสม สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2. ในการนำชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ไปใช้ ครูต้องศึกษาคำอธิบาย และทำความเข้าใจการใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา (ดังรายละเอียดในภาคผนวก จ) ให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ ครูต้องศึกษาอย่างละเอียดในกิจกรรมแต่ละกิจกรรมที่ประกอบด้วยแผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู โดยในแผนการสอนได้ระบุจุดประสงค์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ช่วยให้ครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามความมุ่งหมาย นอกจากนี้ในแผนการสอนได้ระบุถึง สื่อ/อุปกรณ์ที่ใช้ รวมถึงภาพของสื่อต้นแบบ และกล่าวถึงแนวการจัดกิจกรรมอย่างชัดเจน ช่วยอำนวยความสะดวกกับครูในการเตรียมตัว และการนำไปใช้สอน สำหรับเอกสารเสริมสำหรับครู ช่วยให้ครูได้มองเห็นภาพรวมของการจัดกิจกรรม เป็นการเสนอแนวทางในการทบทวนและเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่นำเสนอในกิจกรรม รวมทั้งการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหา นอกจากนี้ยังเพิ่มเติมความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา เป็นการขยายมุมมองให้กับครูอีกด้วย

กิจกรรมการเรียนการสอนในชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้ เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในการลงมือปฏิบัติ อภิปรายและสรุปผล และการสอนที่อยู่บนฐานความคิดของนักเรียน ซึ่งอาจเป็นสิ่งใหม่สำหรับครูส่วนใหญ่ทั่วไปที่ขาดการทำความเข้าใจด้วยตนเองตามลำพัง และนำไปปฏิบัติให้ได้ตรงตามจุดประสงค์ ดังนั้นควรให้โอกาสครูได้รับการฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการ หรืออย่างน้อย

ควรได้มีโอกาสชมการสาธิตการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจากสถานการณ์จริง หรือจากวิดีโอ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพตามความมุ่งหมายที่กำหนด นอกจากนี้แล้วในการนำชุดกิจกรรมแก้ปัญหาไปใช้ อาจให้มีครูอย่างน้อยสองคนช่วยกันดำเนินกิจกรรม ในช่วงระยะแรก ๆ ของการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนและครูยังไม่คุ้นเคยกับ ลักษณะการเรียนรู้ในแบบที่นำเสนอมานี้ เพื่อให้ครูสามารถดูแล ช่วยแนะแนวทาง และอำนวยความสะดวกกับนักเรียนได้อย่างทั่วถึง

3. การทำวิจัยครั้งนี้ถือว่าการประเมินเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนการสอน ใช้การประเมินที่กระทำไปพร้อม ๆ กับกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ได้ผลย้อนกลับจากนักเรียน ในทันที ครูสามารถใช้ผลนี้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียน เช่น ในการใช้คำถามเพื่อแนะแนวทางให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง สำหรับนักเรียนกลุ่มค่อนข้างเก่งครูอาจใช้คำถามกว้าง ๆ น้อยข้อ แต่สำหรับนักเรียนกลุ่มค่อนข้างอ่อน เมื่อพบว่าวิธีการดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จ ครูอาจต้องใช้คำถามที่มีความเฉพาะเจาะจงมากขึ้น และอาจต้องแตกเป็นคำถามย่อย ๆ หลายข้อ การตอบคำถามย่อย ๆ ของจะทำให้ นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนด

นอกจากนี้ข้อมูลที่เป็นการแสดงแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหานักเรียน ซึ่งแสดงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ครูควรบันทึกไว้ เนื่องจากเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการพัฒนาชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา และสามารถนำมาใช้เพื่อเตรียมตัวครูในการสอนครั้งต่อไปให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่อยู่บนฐานความคิดของนักเรียนได้อย่างสมบูรณ์

4. จากผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พัฒนาขึ้นนี้ มีประโยชน์และคุณค่าในการนำไปใช้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ดังนั้นจึงควรส่งเสริมให้มีการเผยแพร่ และสนับสนุนให้มีการสร้างและพัฒนากิจกรรมตามรูปแบบที่ใช้ในงานวิจัยนี้ให้มากขึ้นในระดับชั้นเรียนต่าง ๆ ทั้งอาจนำไปดัดแปลงเป็นชุดฝึกอบรมครูคณิตศาสตร์ให้เรียนรู้โดยปฏิบัติ เพื่อให้ครูสามารถสร้างกิจกรรมตามรูปแบบนี้ได้ด้วยตนเอง

5. ปัญหาปลายเปิดที่นำเสนอในชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาในการวิจัยนี้ ได้มาจากการศึกษาค้นคว้า และการสังเกตสิ่งแวดล้อมรอบตัว แล้ววิเคราะห์หาความเชื่อมโยงกับเนื้อหาในบทเรียนคณิตศาสตร์ จากนั้นนำมาสร้างเป็นกิจกรรมการเรียนการสอน ครูผู้สอนสามารถใช้แนวทางทำนองเดียวกันนี้ พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา ปลายเปิดขึ้นเอง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จากการสังเกตปฏิทินที่แสดงวันที่ของ  
เดือนเดือนหนึ่งในหน้าเดียวกัน พบว่า เมื่อเขียนรูป  
สี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวันที่สี่วัน ณ ตำแหน่งใด ๆ  
บนปฏิทิน จะได้ว่า ผลบวกของจำนวนสองจำนวน  
ที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมแต่ละแนวของรูปสี่เหลี่ยม  
จัตุรัสมีผลบวกเท่ากัน เช่น

$$2 + 10 = 3 + 9$$

$$21 + 29 = 22 + 28$$

| เดือน มีนาคม 2544 |        |        |     |          |       |       |
|-------------------|--------|--------|-----|----------|-------|-------|
| อาทิตย์           | จันทร์ | อังคาร | พุธ | พฤหัสบดี | ศุกร์ | เสาร์ |
|                   |        |        |     | 1        | 2     | 3     |
| 4                 | 5      | 6      | 7   | 8        | 9     | 10    |
| 11                | 12     | 13     | 14  | 15       | 16    | 17    |
| 18                | 19     | 20     | 21  | 22       | 23    | 24    |
| 25                | 26     | 27     | 28  | 29       | 30    | 31    |

ในการนำมาพัฒนาเป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนอาจเริ่มด้วยปัญหาน่าที่เป็นปัญหา  
ปลายเปิด เช่น “วันที่ในปฏิทินเดือน มีนาคม 2544 มีสิ่งที่น่าสนใจอะไรบ้าง”

ให้นักเรียนสังเกต และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยร่วมกันแก้ปัญหาทั้งชั้นเรียน  
ถ้าไม่มีนักเรียนตอบได้ ครูอาจเขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวันที่สี่วัน ณ ตำแหน่งใด ๆ บน  
ปฏิทิน เป็นตัวอย่างช่วยให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ซึ่งปัญหานี้มีหลายคำตอบ เมื่อนักเรียน  
คนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว นักเรียนคนอื่น ๆ สามารถหาคำตอบที่เหลือได้ กิจกรรมในขั้นนี้  
นักเรียนควรจะสร้างข้อความคาดการณ์คร่าว ๆ ได้ว่า “เมื่อเขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบ  
วันที่สี่วัน ณ ตำแหน่งใด ๆ บนปฏิทิน จะได้ว่า ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแนวเส้น  
ทแยงมุม แต่ละแนวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีค่าเท่ากัน”

ขั้นต่อไปครูเสนอปัญหาหลักให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ดังนี้

“ปฏิทินของเดือนอื่น ๆ มีสมบัติเช่นเดียวกันกับปฏิทินเดือน มีนาคม 2544 หรือไม่  
เพราะเหตุใด”

ในกิจกรรมตอนนี้ครูสามารถใช้คำถามแนะแนวทาง เพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดแนว  
คิดในการแก้ปัญหา โดยใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา “ใช้ตัวแปร” เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เรื่อง “การสมมติ  
ตัวแปร” ในบทเรียนเรื่อง “สมการ” สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ให้  $x$  แทนจำนวนที่แสดงวันที่ ที่อยู่ในตำแหน่ง  
ตรงมุมบนซ้ายมือ จะได้จำนวนที่แสดงวันที่อื่น ๆ  
ดังที่นำเสนอ

|         |         |
|---------|---------|
| $x$     | $x + 1$ |
| $x + 7$ | $x + 8$ |

ต่อไปอาจขยายปัญหา ให้นักเรียนค้นหาความน่าสนใจของปฏิทินเพิ่มเติม หรือเสนอ  
ปัญหาให้นักเรียนแก้เป็นรายบุคคล

เช่น

“เมื่อเขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวันที่เก้าวัน ณ ตำแหน่งใด ๆ บนปฏิทิน ให้นักเรียน ค้นหาความน่าสนใจของจำนวนที่แสดงวันที่เก้าวันนั้น และอธิบายให้เหตุผลประกอบ”

### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ในการทำวิจัยครั้งนี้ ได้ศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด กับนักเรียนในกลุ่มทดลองเพียงบางด้าน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลกระทบที่เกิดขึ้นกับการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นวิชาบังคับแกน ในการวิจัยสืบเนื่องอาจมีการศึกษาตัวแปรด้านอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น
2. ในการทำวิจัยครั้งนี้ ได้ศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหากับนักเรียนในกลุ่มทดลอง ในระยะเวลาเพียงหนึ่งภาคเรียน ผลบางอย่างที่เกิดขึ้นกับนักเรียนอาจเกิดขึ้นในระดับหนึ่งเท่านั้น ไม่ปรากฏให้เห็นอย่างชัดเจนสำหรับนักเรียนบางส่วนในกลุ่มทดลอง เช่น นักเรียนในกลุ่มอ่อน อาจต้องใช้เวลาและโอกาสในการพัฒนาความสามารถที่ยาวนานขึ้น ดังนั้นจึงควรทำการวิจัยในลักษณะนี้ ให้เป็นการวิจัยต่อเนื่องระยะยาวหนึ่งถึงสองปี เพื่อให้สามารถศึกษาผลที่เกิดขึ้นอย่างสมบูรณ์ โดยการพัฒนาชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาก็สามารถใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรือมีความเชื่อมโยงกับรายวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ตามหลักสูตรที่นักเรียนต้องเรียน และควรศึกษาผลกระทบที่เกิดขึ้นกับนักเรียน เช่น การนำกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาไปใช้แก้ปัญหในการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ รวมถึงพฤติกรรมการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและการนำเสนอผลงานในการเรียนรายวิชาต่าง ๆ
3. ควรมีการขยายขอบเขตของการวิจัย โดยเพิ่มขนาดของกลุ่มตัวอย่างให้ครอบคลุมโรงเรียนมัธยมศึกษาทุกประเภท เพื่อให้ผลการวิจัยมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น โดยนำเสนอผลการวิจัยต่อสถาบันที่มีบทบาทหน้าที่ในการพัฒนาครูคณิตศาสตร์ เช่น สสวท. เพื่อวางแผนจัดฝึกอบรมครูให้สามารถนำชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนในโรงเรียนต่าง ๆ จากนั้นจัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อนำเสนอผลการวิจัย และอภิปรายผลร่วมกัน เพื่อให้ได้ข้อสรุปของผลการวิจัยที่สามารถอ้างอิงนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับประชากรที่กว้างขวางยิ่งขึ้น

## บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

คณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542.

กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี, 2542 .

บุญชม ศรีสะอาด. การวิจัยเบื้องต้น. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น, 2535.

เปื้อง กุมุท. "การวิเคราะห์และแปลผลข้อมูล," ใน ประมวลสาระชุดวิชาวิทยานิพนธ์ 2 แขนง  
วิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา. นนทบุรี : บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2538. หน้า 245 – 268.

ยุพิน พิพิธกุล. "การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์," วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับพิเศษ.  
กรุงเทพฯ : สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์, 2543. หน้า 1-  
10.

วิชัย วงษ์ใหญ่. พลังการเรียนรู้ในกระบวนทัศน์ใหม่. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ, 2542.

วิชาการ, กรม. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ : สำนักงาน  
ทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2538.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. คู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง  
พ.ศ. 2533) กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ, 2535.

\_\_\_\_\_. คู่มือการประเมินผลมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)  
กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ, 2535.

\_\_\_\_\_. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) กรุงเทพฯ :  
กรมวิชาการ, 2535.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6  
หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ :  
กระทรวงศึกษาธิการ, 2535.

\_\_\_\_\_. คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ค 101 คณิตศาสตร์ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษา  
ตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษา  
ธิการ, 2535.

\_\_\_\_\_. โครงการพัฒนากิจกรรมประกอบบทเรียนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.  
กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ, 2542.

สมชาย วรภิเกษมสกุล. การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ค. (อัคราณา) กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.

สมพร แผลงภู. การพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ค. (อัคราณา) กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2541.

สมเดช บุญประจักษ์. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ค. (อัคราณา) กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.

สาคร บุญดาว. “การสอนคณิตศาสตร์เพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล,” ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสาระและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์*. นนทบุรี : บัณฑิตศึกษา สาขา วิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.

สิริพร ทิพย์คง. “ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์,” *วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับพิเศษ*. กรุงเทพฯ : สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์, 2543. หน้า 15 – 19.

อนันต์ จันทร์แก้ว. ผลการใช้คำถามของครูที่มีต่อทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ และทัศนคติของนักเรียนชั้น ม.ศ. 2 และ ม. 2. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ค. (อัคราณา) กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2523.

Adams, Dennis M. and Hamm, Mary E. *Cooperative Learning : Critical Thinking and Collaboration across the Curriculum*. Illinois : Charles C. Thomas Publisher, 1990.

Artzt, Alice F. “Developing Problem – Solving Behaviour by Assessing Communication in Cooperative Learning Groups,” in *Communication in Mathematics, K – 12. 1996 Yearbook*. p. 116 – 125. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1996.

Artzt, Alice F. and Newman, Chaire M. “Cooperative Learning,” *Mathematics Teacher*. 83(6) : 448 – 452 ; September, 1990.

Backhouse, John. et al. *Improving the Learning of Mathematics*. London : Cassell. 1994.

- Baroody, Arthur J. *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K – 8. Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.
- Becker, Jerry P. et al. "Some Observations of Mathematics Teaching in Japanese Elementary and Junior High Schools," *Arithmetic Teacher*. 38(2) :12 –21; October, 1990.
- Becker, Jerry P. and Shimada, Shigeru. *The Open-Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics* . Reston, Virginia : The National Council of Mathematics, 1997.
- Bell, Frederick. H. *Teaching and Learning Mathematics in Secondary Schools*. {Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers, 1978.
- Burks, Linda Carol. "The Use of Writing As a means of Teaching Eighth-Grade Students to Use Executive Progresses and Heuristic Strategies to Solve Mathematics Problems (Problem - Solving)," *Dissertation Abstracts International*. 54(11) : 4019-A : May, 1994.
- Chapin, Suzanne. "Mathematical Investigations-Powerful Learning Situations," *Mathematics Teaching in the Middle School*. Reston, Virginia: The National Council of Mathematics, 3(5) : 332 –338 ; February, 1998 .
- Charles, Randall and Lester, Frank K. *Teaching Problem Solving. What Why & How*. Palo Alto, California : Dale Semour Publications, 1982.
- Charles, Randall et al. *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: The National Council of Mathematics, 1987.
- Christou, Constantinos Panayiotou. "Problem-Solving Instruction in Rural and Urban Middle Schools in Cyprus : The Effects of an NCTM Standards Based Approach (Rural Middle Schools)," *Dissertation Abstracts International*. 54(4) : 1272-A ; October, 1993.
- Cobb, P. et al. "Creating a Problem – Solving Atmosphere," *Arithmetic Teacher*. 36(1) : 46 – 47 ; September, 1988.
- Conway, Kathleen Diane. "The Effects of the 'Open Approach' to Teaching Mathematics on Elementary Preservice Teachers' Problem Solving Performance, Attitude toward Mathematics and Beliefs about Mathematics *Dissertation Abstracts International* . 57(10) : 4297-A ; April, 1997.

- Cruikshank, Douglas E. and Sheffield, Linda Jensen. *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York : Macmillan Publishing Company, 1992.
- Daniels, Harry and Anglileri, Julia. *Secondary Mathematics and Special Educational Needs*. London : Cassell, 1995.
- Davidson, Neil "Small Group Cooperative Learning," in *Teaching & Learning Mathematics in The 1990s. 1990 Yearbook* . p. 52 – 61. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1990.
- Duren, Phillip E. and Sherington, April. "The Effects of Cooperative Group Work versus Independent Practice on The Learning of Some Problem Solving Strategies," *School Science and Mathematics*. 92(2) : 80 – 83 ; February, 1992.
- Espich, James E. and William, Bill. *Developing Programmed Instructional Materials : a Handbook For Program Writers*. Alto Palo, California : Fearon Publishers, 1967
- Gott , Richard and Duggan, Sandra. *Investigative Work in The Science Curriculum*. Buckingham : Open University Press, 1995 .
- Handcock, C. Lynn. "Enhancing Mathematics Learning with Open – Ended Questions," *The Mathematics Teacher* . 88(6) : 496 – 499 ; September, 1995.
- Hart, Cynn C. "Some Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving," *Journal Research in Mathematics Education*. 24(2) : 167 – 171 ; March, 1993.
- Heddens, James W. and Speer, William R. *Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics*. New York : Macmilan Publishing Company, 1992.
- Holmes, Emmue E. *New Direction in Elementary School Mathematics Interactive Teaching and Learning* . Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, Inc. 1995.
- Holton , Derek. et al. "Mathematical Problem Solving in Support of the Curriculum ?" *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* . 30(3) : 351 – 371 ; May, 1999.
- Johnson, David W. and Johnson, Roger T. "Cooperative Learning in Mathematics Education," in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook*. p.234 – 245. Reston, Virginia :The National Council of Mathematics, 1989.

- Kantowski, Mary Grace. "Some Thoughts on Teaching for Problem Solving," in *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook*. p. 195 – 203. Reston, Virginia : The National Council of Mathematics, 1980.
- Kennedy, Leonard M. *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont, California : Wadsworth, 1984.
- Kennedy, Leonard M. and Tipps, Steve. *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont, California : Wadsworth, 1994.
- Krulik, Stephen and Rudnick, Jesse A. *Assessing Reasoning and Problem Solving: A Sourcebook for Elementary School Teachers*. Massachusetts : Allyn & Bacon, 1998.
- \_\_\_\_\_. *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston : Allyn & Bacon, 1993.
- \_\_\_\_\_. *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*. Massachusetts : Allyn & Bacon, 1995.
- Morgan. Candia. *Writing Mathematically The Discourse of Investigation Studies in Mathematics. Education Series: 9*. London : Falmer Press. 1998.
- Moses, Barbara. et al. "Beyond Problem Solving : Problem Posing," in *Teaching & Learning Mathematics In The 1990s. 1990 Yearbook*. p. 80 – 91. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1990.
- National Council of Teachers of Mathematics. *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1989.
- Neyland, Jim. *Collaboration Team Work Mathematics Education: A Handbook for Teachers Volume I*. Wellington : Wellington Colleges of Education, 1994.
- Orton, Anthony and Frobisher, Leonard. *Insights into Teaching Mathematics*. London : Cassell. 1996.
- Polya, George. *How to Solve It*. Princeton, New Jersey : Princeton University, 1957.
- \_\_\_\_\_. "On Solving Mathematical Problems in High School," in *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook*. p. 1 – 8. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

- Reys, Robert E. et al. *Helping Children Learn Mathematics*. Boston : Allyn and Bacon, 1992.
- Riedesel, C. Alan. et al. *Teaching Elementary School Mathematics*. New York : Allyn and Bacon, 1989.
- Santos-Trigo, Mael.. "Instructional Qualities of a Successful Mathematical Problem-solving Class," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* . 29(5) : 631-646 ;September, 1998
- Schoeder, Thomas L. and Lester, Frank K. "Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving," in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook*. p.31 – 42. Reston, Virginia: The National Council of Mathematics, 1989.
- Schoenfeld, Alan H. *Mathematical Problem-Solving* . Florida : Academic Press, 1985.
- Sternberg, Robert J. "The Nature of Mathematical Reasoning," in *Developing Mathematical Reasoning in Grade K – 12. 1999 Yearbook*. p. 40 – 45. Reston, Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, 1999.
- Suydum, Marilyn N. "Indication from Research on Problem Solving," *Teaching and Learning : A Problem Solving Focus*. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics .1989.
- Thiessen, Diane et al. *Elementary Mathematical Method*. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.
- Troutman, Andria P. and Betty K. Lichtenberg. *Mathematics a Good Beginning* . California : Brooks/Cole Publishing Company. 1995.
- Welchman, Rosamond. "Investigations: What Is you millenial Age," *Teaching Children Mathematics*. 6(4) :240 – 242 ; December, 1999 .
- Wilson , James W. et al. "Mathematical Problem Solving," in *Research Ideas for The Classroom, High School*. p. 57 – 78. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ และครูผู้สอนกลุ่มทดลอง

## รายนามผู้เชี่ยวชาญ และอาจารย์ผู้สอนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรมการเรียนการสอนในชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา

- |                              |                                                                        |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| 1. ศาสตราจารย์ยุพิน พิพิธกุล | ข้าราชการบำนาญ นายกสมาคมคณิตศาสตร์<br>แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ |
| 2. อาจารย์ดน้อย ยังคง        | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 3. อาจารย์ชัมพร ตั้งตน       | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 4. อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ     | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 5. อาจารย์สุดา ศรีแก้ว       | โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม จังหวัดนนทบุรี                                 |

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และแบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

- |                                               |                                                                        |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| 1. ศาสตราจารย์ยุพิน พิพิธกุล                  | ข้าราชการบำนาญ นายกสมาคมคณิตศาสตร์<br>แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ |
| 2. อาจารย์ดน้อย ยังคง                         | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 3. อาจารย์ชัมพร ตั้งตน                        | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 4. อาจารย์ชูลีพร สุภธีระ                      | สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน<br>วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี         |
| 5. รองศาสตราจารย์ ดร.กัญญา<br>ลินทรต้นศิริกุล | สำนักทะเบียนและวัดผล<br>มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช                  |

รายนามอาจารย์ผู้สอนนักเรียนในกลุ่มทดลอง และเป็นผู้ช่วยวิจัยในการรวบรวมข้อมูล

- |                     |                                                  |
|---------------------|--------------------------------------------------|
| อาจารย์ญาณี ชัยฤาชา | โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด<br>จังหวัดนนทบุรี |
|---------------------|--------------------------------------------------|

**ภาคผนวก ข**  
**ข้อมูลจากการทดลอง**

ตาราง 22 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมและการสอบหลังเรียน

ตาราง 23 คะแนนจากการสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน และ  
หลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

ตาราง 24 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่ม  
ทดลองทั้งสองกลุ่ม และเกณฑ์ปกติของโรงเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

ตาราง 22 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมและการสอบหลังเรียน

| กลุ่มทดลองที่ 1 |         |              |         |        | กลุ่มทดลองที่ 2 |         |              |         |        |
|-----------------|---------|--------------|---------|--------|-----------------|---------|--------------|---------|--------|
| เลขที่          | กิจกรรม | สอบหลังเรียน | รวม     | ร้อยละ | เลขที่          | กิจกรรม | สอบหลังเรียน | รวม     | ร้อยละ |
|                 | 60คะแนน | 30คะแนน      | 90คะแนน |        |                 | 60คะแนน | 30คะแนน      | 90คะแนน |        |
| 1               | 59.3    | 12.5         | 71.8    | 78.98  | 1               | 56.00   | 7.5          | 63.5    | 69.85  |
| 2               | 59.2    | 15.6         | 74.8    | 82.28  | 2               | 55.8    | 6.9          | 62.7    | 68.97  |
| 3               | 59.8    | 25.6         | 85.4    | 93.94  | 3               | 55.3    | 8.8          | 64.1    | 70.51  |
| 4               | 59.5    | 24.4         | 83.9    | 92.29  | 4               | 58.8    | 21.9         | 80.7    | 88.77  |
| 5               | 59      | 18.8         | 77.8    | 85.58  | 5               | 59.50   | 13.1         | 72.6    | 79.86  |
| 6               | 59.3    | 23.8         | 83.1    | 91.41  | 6               | 54.8    | 6.9          | 61.7    | 67.87  |
| 7               | 58.8    | 21.9         | 80.7    | 88.77  | 7               | 59.8    | 11.3         | 71.1    | 78.21  |
| 8               | 58      | 22.5         | 80.5    | 88.55  | 8               | 58.7    | 10           | 68.7    | 75.57  |
| 9               | 59      | 18.8         | 77.8    | 85.58  | 9               | 59.30   | 10           | 69.3    | 76.23  |
| 10              | 58.9    | 15           | 73.9    | 81.29  | 10              | 57.3    | 5            | 62.3    | 68.53  |
| 11              | 58.2    | 15           | 73.2    | 80.52  | 11              | 59.8    | 10           | 69.8    | 76.78  |
| 12              | 58.7    | 25           | 83.7    | 92.07  | 12              | 58.80   | 10           | 68.8    | 75.68  |
| 13              | 59.5    | 16.9         | 76.4    | 84.04  | 13              | 57.6    | 6.9          | 64.5    | 70.95  |
| 14              | 59.7    | 10           | 69.7    | 76.67  | 14              | 56.7    | 6.3          | 63      | 69.3   |
| 15              | 58.5    | 16.9         | 75.4    | 82.94  | 15              | 55.7    | 6.3          | 62      | 68.2   |
| 16              | 59.8    | 10.6         | 70.4    | 77.44  | 16              | 56.3    | 1.3          | 57.6    | 63.36  |
| 17              | 58.8    | 14.4         | 73.2    | 80.52  | 17              | 57.8    | 6.9          | 64.7    | 71.17  |
| 18              | 58.3    | 20           | 78.3    | 86.13  | 18              | 58.3    | 16.3         | 74.6    | 82.06  |
| 19              | 58.4    | 14.4         | 72.8    | 80.08  | 19              | 56.2    | 4.4          | 60.6    | 66.66  |
| 20              | 60      | 22.5         | 82.5    | 90.75  | 20              | 56.5    | 7.5          | 64      | 70.4   |
| 21              | 59.8    | 20.6         | 80.4    | 88.44  | 21              | 58.6    | 11.3         | 69.9    | 76.89  |
| 22              | 59.8    | 22.5         | 82.3    | 90.53  | 22              | 53.5    | 5.6          | 59.1    | 65.01  |
| 23              | 58.9    | 17.5         | 76.4    | 84.04  | 23              | 58.5    | 13.1         | 71.6    | 78.76  |
| 24              | 58.3    | 12.5         | 70.8    | 77.88  | 24              | 55.80   | 6.9          | 62.7    | 68.97  |
| 25              | 60      | 23.1         | 83.1    | 91.41  | 25              | 59.7    | 17.5         | 77.2    | 84.92  |
| 26              | 59.5    | 20.6         | 80.1    | 88.11  | 26              | 58.9    | 9.4          | 68.3    | 75.13  |
| 27              | 58      | 18.8         | 76.8    | 84.48  | 27              | 59.10   | 15.6         | 74.7    | 82.17  |
| 28              | 60      | 20.6         | 80.6    | 88.66  | 28              | 59.8    | 11.3         | 71.1    | 78.21  |
| 29              | 59      | 18.8         | 77.8    | 85.58  | 29              | 59.30   | 12.5         | 71.8    | 78.98  |

ตาราง 22 (ต่อ)

| กลุ่มทดลองที่ 1 |         |              |         |        | กลุ่มทดลองที่ 2 |         |              |         |        |
|-----------------|---------|--------------|---------|--------|-----------------|---------|--------------|---------|--------|
| เลขที่          | กิจกรรม | สอบหลังเรียน | รวม     | ร้อยละ | เลขที่          | กิจกรรม | สอบหลังเรียน | รวม     | ร้อยละ |
|                 | 60คะแนน | 30คะแนน      | 90คะแนน |        |                 | 60คะแนน | 30คะแนน      | 90คะแนน |        |
| 30              | 60      | 16.8         | 76.8    | 84.48  | 30              | 59.3    | 12.5         | 71.8    | 78.98  |
| 31              | 59      | 25.6         | 84.6    | 93.06  | 31              | 57.2    | 8.1          | 65.3    | 71.83  |
| 32              | 58.8    | 18.1         | 76.9    | 84.59  | 32              | 55.7    | 6.3          | 62      | 68.2   |
| 33              | 59.8    | 18.1         | 77.9    | 85.69  | 33              | 59      | 15           | 74      | 81.4   |
| 34              | 59.9    | 22.5         | 82.4    | 90.64  | 34              | 54.3    | 5            | 59.3    | 65.23  |
| 35              | 60      | 22.5         | 82.5    | 90.75  | 35              | 58.2    | 11.9         | 70.1    | 77.11  |
| 36              | 60      | 21.9         | 81.9    | 90.09  | 36              | 55.8    | 3.1          | 58.9    | 64.79  |
| 37              | 58.3    | 16.2         | 74.5    | 81.95  | 37              | 59.2    | 11.9         | 71.1    | 78.21  |
| 38              | 58.1    | 19.3         | 77.4    | 85.14  | 38              | 60      | 16.3         | 76.3    | 83.93  |
| 39              | 58.5    | 16.9         | 75.4    | 82.94  | 39              | 57.3    | 16.3         | 73.6    | 80.96  |
| 40              | 58      | 18.8         | 76.8    | 84.48  | 40              | 57.8    | 14.4         | 72.2    | 79.42  |
| 41              | 60      | 26.3         | 86.3    | 94.93  | 41              | 57.4    | 5.6          | 63      | 69.3   |
| 42              | 60      | 22.5         | 82.5    | 90.75  | 42              | 59.5    | 5.6          | 65.1    | 71.61  |
| 43              | 59      | 27.5         | 86.5    | 95.15  | 43              | 59.5    | 13.1         | 72.6    | 79.86  |
| 44              | 58.3    | 20           | 78.3    | 86.13  | 44              | 59.5    | 16.9         | 76.4    | 84.04  |
| 45              | 60      | 16.3         | 76.3    | 83.93  | 45              | 57.5    | 5            | 62.5    | 68.75  |
| 46              | 59.3    | 23.7         | 83      | 91.3   | 46              | 59.4    | 11.9         | 71.3    | 78.43  |
| 47              | 59.5    | 20.6         | 80.1    | 88.11  | 47              | 57.5    | 5.6          | 63.1    | 69.41  |
|                 |         |              |         |        | 48              | 60      | 18.1         | 78.1    | 85.91  |

มีนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มจำนวน 73 คน หรือคิดเป็นร้อยละ 76.84  
 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม ที่ได้ผลรวมของคะแนนความสามารถ  
 ในการแก้ปัญหาไม่น้อยกว่า ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

ตาราง 23 คะแนนจากการสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน และ  
หลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

| กลุ่มทดลองที่ 1 |                |                | กลุ่มทดลองที่ 2 |                |                |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| เลขที่          | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน | เลขที่          | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน |
| 1               | 2              | 7              | 1               | 3              | 5              |
| 2               | 9              | 7              | 2               | 2              | 7              |
| 3               | 8              | 18             | 3               | 4              | 8              |
| 4               | 5              | 18             | 4               | 2              | 19             |
| 5               | 6              | 12             | 5               | 4              | 7              |
| 6               | 8              | 18             | 6               | 1              | 5              |
| 7               | 9              | 20             | 7               | 3              | 10             |
| 8               | 4              | 18             | 8               | 1              | 8              |
| 9               | 6              | 14             | 9               | 2              | 9              |
| 10              | 7              | 14             | 10              | 1              | 4              |
| 11              | 3              | 12             | 11              | 6              | 8              |
| 12              | 5              | 20             | 12              | 3              | 7              |
| 13              | 7              | 16             | 13              | 5              | 11             |
| 14              | 4              | 4              | 14              | 4              | 2              |
| 15              | 5              | 13             | 15              | 3              | 6              |
| 16              | 3              | 3              | 16              | 1              | 2              |
| 17              | 5              | 13             | 17              | 3              | 7              |
| 18              | 7              | 14             | 18              | 4              | 16             |
| 19              | 7              | 11             | 19              | 2              | 4              |
| 20              | 9              | 20             | 20              | 0              | 5              |
| 21              | 8              | 18             | 21              | 3              | 10             |
| 22              | 4              | 20             | 22              | 1              | 6              |
| 23              | 3              | 16             | 23              | 2              | 10             |
| 24              | 6              | 10             | 24              | 4              | 5              |
| 25              | 5              | 21             | 25              | 3              | 13             |
| 26              | 6              | 15             | 26              | 2              | 8              |
| 27              | 6              | 15             | 27              | 4              | 9              |
| 28              | 7              | 17             | 28              | 2              | 7              |
| 29              | 7              | 15             | 29              | 3              | 9              |

ตาราง 23 (ต่อ)

| กลุ่มทดลองที่ 1 |                |                | กลุ่มทดลองที่ 2 |                |                |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| เลขที่          | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน | เลขที่          | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน |
| 30              | 5              | 10             | 30              | 3              | 9              |
| 31              | 6              | 20             | 31              | 4              | 5              |
| 32              | 6              | 17             | 32              | 2              | 4              |
| 33              | 5              | 16             | 33              | 6              | 10             |
| 34              | 5              | 18             | 34              | 1              | 4              |
| 35              | 7              | 17             | 35              | 4              | 9              |
| 36              | 5              | 18             | 36              | 3              | 1              |
| 37              | 7              | 14             | 37              | 2              | 7              |
| 38              | 5              | 19             | 38              | 4              | 12             |
| 39              | 5              | 10             | 39              | 4              | 14             |
| 40              | 7              | 12             | 40              | 6              | 12             |
| 41              | 8              | 22             | 41              | 1              | 4              |
| 42              | 6              | 20             | 42              | 1              | 6              |
| 43              | 4              | 21             | 43              | 4              | 10             |
| 44              | 7              | 13             | 44              | 1              | 11             |
| 45              | 6              | 9              | 45              | 0              | 2              |
| 46              | 6              | 16             | 46              | 4              | 11             |
| 47              | 5              | 13             | 47              | 0              | 2              |
|                 |                |                | 48              | 1              | 13             |

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ก่อนเรียน ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม  
มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.26 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.26

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา หลังเรียน ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม  
มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.34 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.51

ตาราง 24 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียน  
ในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม และเกณฑ์ปกติของโรงเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

| กลุ่มทดลองที่ 1 |       |        |       | กลุ่มทดลองที่ 2 |       |        |       |
|-----------------|-------|--------|-------|-----------------|-------|--------|-------|
| เลขที่          | คะแนน | เลขที่ | คะแนน | เลขที่          | คะแนน | เลขที่ | คะแนน |
| 1               | 80    | 25     | 78    | 1               | 51    | 25     | 67    |
| 2               | 72    | 26     | 78    | 2               | 45    | 26     | 51    |
| 3               | 70    | 27     | 73    | 3               | 47    | 27     | 67    |
| 4               | 75    | 28     | 79    | 4               | 71    | 28     | 61    |
| 5               | 74    | 29     | 76    | 5               | 54    | 29     | 62    |
| 6               | 73    | 30     | 76    | 6               | 47    | 30     | 57    |
| 7               | 69    | 31     | 77    | 7               | 57    | 31     | 56    |
| 8               | 79    | 32     | 76    | 8               | 46    | 32     | 54    |
| 9               | 78    | 33     | 70    | 9               | 52    | 33     | 76    |
| 10              | 73    | 34     | 73    | 10              | 43    | 34     | 43    |
| 11              | 67    | 35     | 74    | 11              | 61    | 35     | 60    |
| 12              | 73    | 36     | 84    | 12              | 44    | 36     | 44    |
| 13              | 70    | 37     | 76    | 13              | 62    | 37     | 67    |
| 14              | 72    | 38     | 71    | 14              | 44    | 38     | 60    |
| 15              | 86    | 39     | 73    | 15              | 48    | 39     | 68    |
| 16              | 62    | 40     | 67    | 16              | 48    | 40     | 48    |
| 17              | 69    | 41     | 85    | 17              | 47    | 41     | 44    |
| 18              | 75    | 42     | 76    | 18              | 58    | 42     | 54    |
| 19              | 76    | 43     | 92    | 19              | 47    | 43     | 60    |
| 20              | 80    | 44     | 79    | 20              | 46    | 44     | 58    |
| 21              | 87    | 45     | 67    | 21              | 62    | 45     | 46    |
| 22              | 81    | 46     | 86    | 22              | 45    | 46     | 58    |
| 23              | 75    | 47     | 68    | 23              | 64    | 47     | 46    |
| 24              | 64    |        |       | 24              | 51    | 48     | 51    |

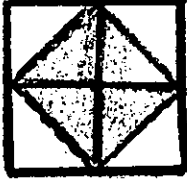
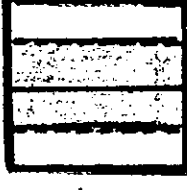
กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม มีนักเรียนจำนวน 95 คน มีคะแนนเฉลี่ย 64.55  
มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 12.94 เกณฑ์ปกติของโรงเรียน รวบรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 จากนักเรียนจำนวน 464 คน  
มีคะแนนเฉลี่ย 60.88 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 11.55

ภาคผนวก ก  
ตัวอย่างผลงานนักเรียนและภาพกิจกรรม

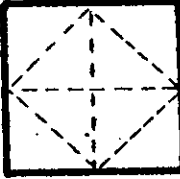
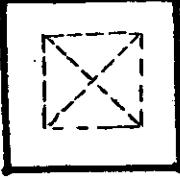
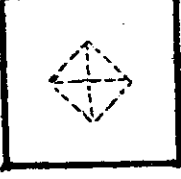




พับครึ่งและพับครึ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

| รูปเรขาคณิตที่พับได้                                                                | เหตุผลประกอบ                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | เมื่อพับกระดาษตามแนวเส้นจะออกมาเป็นรูป $\Delta$ ซึ่งเมื่อคลี่ออกมาจะกลายเป็นรูป $\square$ จตุรัสตามเดิม ซึ่งรูป $\Delta$ นั้นมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ $\square$ จตุรัสรูปเดิม                           |
|    | เมื่อพับกระดาษตามแนวนอนซึ่งเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่เดิม ซึ่งการพับจะช่วยให้แต่ละมุมชนกันสนิท เมื่อคลี่ $\square$ นั้นมา ออกมาจะได้กลายเป็น $\square$ จตุรัสตามเดิม                                     |
|   | พับกระดาษแบบครึ่งทั้งแนวนอนและแนวตั้งพับมุมทั้ง 4 มุมมาชนกันให้ทับกันสนิทก็จะได้รูป $\square$ จตุรัส ที่มีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของ $\square$ จตุรัสเดิม                                                |
|  | พับกระดาษแบบครึ่งตามแนวนอน พับแบบพับกระดาษทั้ง 4 มุมให้มาชนกับขอบพับที่อยู่ตรงกลาง พับมุมสำหรับทั้ง 4 มุมให้มาชนกับขอบพับที่อยู่ตรงกลางจะได้ $\square$ มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ $\square$ จตุรัสรูปเดิม |

จงพับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็น เศษส่วนอื่นๆ ของพื้นที่รูปเดิม แล้วบันทึกขั้นตอนและผลที่นักเรียนพับได้

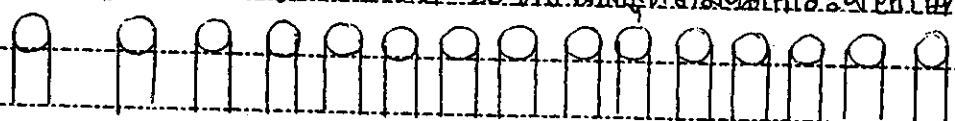
$\frac{1}{16}$

จากการพับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามขั้นตอนข้างต้นได้ 6 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็น  $\frac{1}{16}$  ของพื้นที่รูปเดิม และนักเรียนได้บันทึกผลที่ได้เป็น  $\frac{1}{16}$  ของพื้นที่รูปเดิม

### นกกระจอกเทศกับม้าลาย

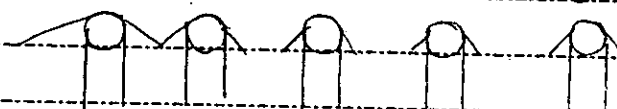
มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอยู่ด้วยกันในคอก นับหัวได้ 20 หัว และนับขาได้ 50 ขา  
มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอย่างละกี่ตัว

แนวคิด/วิธีทำ

ในคอกมีสัตว์ทั้งหมด 20 ตัว ซึ่งมีเท้ามี 50 ขา  


มีขาทั้งหมด 50 ขา  $= 15 \times 2 = 30$  ขา มี 15 หัว

และที่เหลือที่เหลือมีขา 20 - 15 = 5 หัว



มีม้าทั้งหมด 5 ตัว และม้า 20 ขา  $= 20 \div 5 = 4$  ขา

และที่เหลือมี 4 ขา ซึ่งไม่ใช่สัตว์ที่มีขา 2 ขา 15 หัว มีขา 20

5 หัว  $= 20$  หัว และที่เหลือมี 15 หัว หัวละ 2 ขา มี 30 ขา

ม้า 5 หัว มีขา 4 ขา  $= 5 \times 4 = 20$  ขา

วิธีคิดกลุ่ม 7. เขียนนกกระจอกเทศ 20 ตัว มีขาทั้งหมด 2 ขา  $= 20 \times 2 = 40$  ขา

แต่ถ้ามีม้า 50 ขา มี 40 ขา เหลือ 10 ขา และ 2 ขา ได้ 5

$10 \div 2 = 5$  และที่เหลือมี 5 หัว มีขา 2 ขา 5 หัว มีขา 4 ขา

มีขา 15 หัว 2 ขา  $= 15$  หัว 30 ขา มีขา 5 หัว 4 ขา  $= 20$  ขา

วิธีคิดกลุ่ม 3. มี 50 ขา และม้า 20 ตัว มีขา 2 ขา 20 หัว มีขา 40 ขา

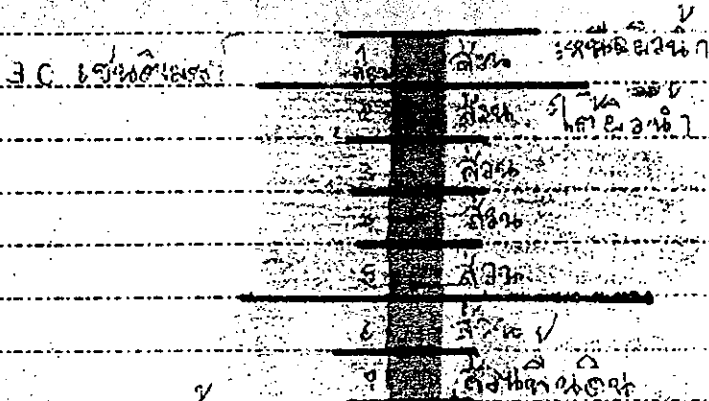
และที่เหลือ 20 - 30 = 20  $\div 4 = 5$  30  $\div 2 = 15$  ซึ่งคำตอบจะได้ 5 ม้า และ 15 นกกระจอกเทศ

|                     | นกกระจอกเทศ |    | ม้าลาย |    | รวม   |                             |
|---------------------|-------------|----|--------|----|-------|-----------------------------|
|                     | หัว         | ขา | หัว    | ขา |       |                             |
| นกกระจอกเทศ         | 19          | 38 | 1      | 4  | 42    | ขาอีก 8 ขา ถึงจะได้ตามกำหนด |
| และลดนก             | 18          | 36 | 2      | 8  | 44    | ขาอีก 6 ขา ถึงจะได้ตามกำหนด |
| และลดนก             | 17          | 34 | 3      | 12 | 46    | ขาอีก 4 ขา ถึงจะได้ตามกำหนด |
| และลดนก             | 16          | 32 | 4      | 16 | 48    | ขาอีก 2 ขา ถึงจะได้ตามกำหนด |
| และลดนก             | 15          | 30 | 5      | 20 | 50    | ได้ 50 ขาพอดี               |
| จึงมีนกกระจอกเทศได้ | 15 หัว      |    | และม้า |    | 5 หัว |                             |

# ปัญหาไม้ปักในบึง

ไม้ท่อนหนึ่งปักอยู่ในบึง ส่วนที่จมดินคิดเป็น  $\frac{2}{7}$  ของความยาวของไม้ ส่วนที่อยู่เหนือดินแต่อยู่ใต้ผิวน้ำยาวเป็น 2 เท่าของส่วนที่จมดิน ถ้าไม้ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำยาว 30 เซนติเมตร ไม้ท่อนนี้ยาวทั้งหมดเท่าไร

ไม้ท่อนปักอยู่ในบึง ส่วนที่จมดินคิดเป็น  $\frac{2}{7}$  ของความยาวของไม้



เพราะฉะนั้นได้ความยาวของไม้ท่อนยาว 30 ซม. ไม้ท่อนทั้งหมด 7 ส่วน  
 $= 30 \times 7 = 210$  ซม. Ans

ตอบ 210 เซนติเมตร

วิธีทำ 1. หารส่วนที่จมดิน 2. ส่วนที่จมดิน

3. หารส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 4. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

3. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 4. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 5. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 6. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

4. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 5. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 6. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

5. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 6. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 7. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

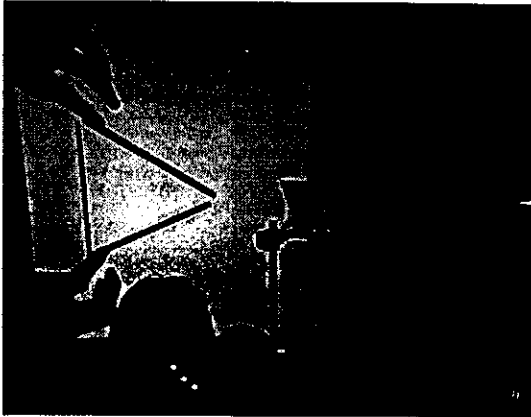
6. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 7. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 8. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

7. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 8. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ 9. ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

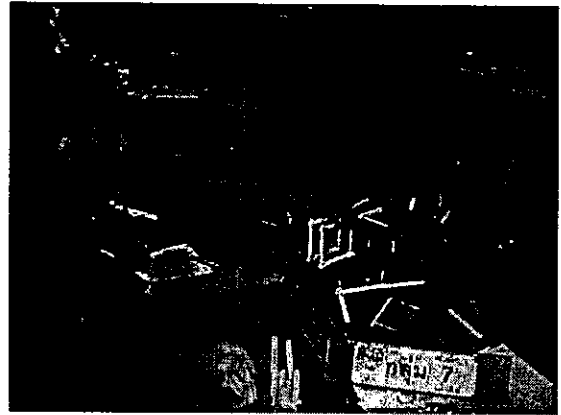


ส่วนที่อยู่เหนือผิวน้ำ

## ภาพตัวอย่างการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน



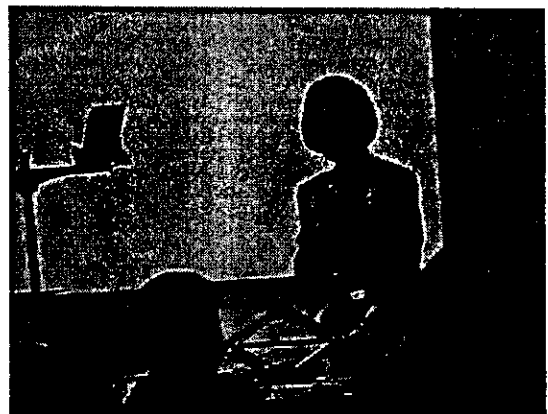
1. ครูเสนอปัญหาในกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน



2. นักเรียนแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย



3. นักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหา  
ของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่



4. ครูขยายความคิดของนักเรียนและสรุปเพิ่มเติม

ภาคผนวก ง  
ตัวอย่างความคิดเห็นของนักเรียน

ในการเรียนวิชา ค 031 หรือคณิตศาสตร์ เสริมนั้นก็ทำข้อดี เลข

ข้อเสียหลายอย่าง ดังจะกล่าวต่อไปนี้

- ข้อดี
- ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิดเลขทำงานอย่างมีระบบ
  - ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักทำใบสิ่งที่ถูก กล่าวเสียออก
  - ทำให้กล้าคิด กล้าทำใบว่าสิ่งนั้นจะถูกหรือไม่ก็ตาม
  - สามารถนำมากใช้ในชีวิตประจำวันได้ดี เช่น
  - ทำให้รู้จักการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และทำได้ดี

ข้อเสีย เด็กจะเบื่อเรียนเพราะคิดว่ายาก

สอนเรียนยาก เพราะ การเรียนแบบนี้ ไม่ได้การนั่งเรียนในชั้นเรียนอย่างเดียว  
ก็ให้ทำแผนฝึกหัด แต่เป็นการได้ฝึกฝนได้ปฏิบัติเอง

เหตุผลที่คิดสอนแบบนี้ ค.031 เพราะ ...

- ต้องการให้ผู้เรียนเข้าใจและสนใจเรียน
- ได้ฝึกการปฏิบัติ ได้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ได้เรียนอะไรก็ได้ตามที่ตนเองสนใจเรียน
- ได้ฝึกใช้สมองในด้านคณิต
- ได้เรียนรู้ทักษะในหลายด้าน เช่น ด้านการจดจำ ด้านการคิดวิเคราะห์
- ฝึกฝน ด้านการคำนวณ
- ได้เรียนแบบส่วนตัว
- ได้มีตารางสอนที่ดีขึ้นในหลักสูตร

๗ ข้อบเรียนวิชา คณิตศาสตร์เสริม (ค.031) เพราะ ๘

- ๗ - 1. วิชานี้ได้ฝึกทักษะ ทายด้าน
- ๘ - 2. วิชาี้สามารถนำไป ใช้ในชีวิตประจำวันได้ในทุกหน้าที่เกี่ยวข้อง
- ๗ - 3. วิชาี้จะนำเอาความรู้จากในวิชาที่จริงมา ใช้จึงทำให้เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น
- ๙ - 4. วิชาี้สอนให้รัก
- ๗ - 5. วิชาี้จะเรียนเนื้อหาที่มากมาย
- ๙ - 6. ได้รู้ถึงจริงในทางคณิตศาสตร์

- ▼ - ฝึกให้คิดค้นมีความคิด
- ▼ - ทำให้กล้าแสดงออก
- ▼ - ทำให้มีความสามัคคีกันในกลุ่ม
- ▼ - ทำให้นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- ▼ - สามารถหาคำตอบได้แตกต่างทำมีเหตุผล
- ▼ - อาจารย์สอนให้ความเป็นกันเอง ...  
แก่นักเรียน

ข้อบเรียนวิชา ค. 031

เพราะได้คิด ได้ร่วมกลุ่มกันทำงาน

เพิ่มความสามัคคี ความรู้ฝึกสอนให้กับตนเอง ได้

รู้จักการแบ่งงาน แต่ในการออกไปแสดงความคิดเห็น

ขอเรียนเองนั้นยังไม่ดี แม้จะแล้วก็ตามก็ยังไม่ค่อยมาก  
อยู่ดี

☒ ใช่

☐ ไม่ใช่

☐ อื่นๆ ระบุ  
ไม่มี

เรียนได้เข้าใจว่าเพราะได้ลงคิด ๑๑ ล. ลงปฏิบัติด้วยตนเอง

ตัวหนังสือ เว้นวรรคตามตัวละ ๐.๓๗ มากกว่า ค. ๑.๐๑

☒ ใช่

☐ ไม่ใช่

เพราะ ได้ทำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เราได้แบ่งงาน กันทำงาน ทำให้ได้เรียนรู้  
 สิ่งต่าง ๆ มากขึ้น เร็วขึ้นกว่า ค. ๑.๐๑

ชอบเรียน เพราะ ได้มีโอกาสให้หัดเขียนหนังสืออย่างถูกต้อง ได้ฝึกฝนภาษาเขียนให้ดีขึ้นและ  
 ได้เรียนรู้การใช้ภาษาเขียนที่จะเขียนจดหมายหรือหนังสือต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี เพราะได้ฝึกฝน  
 ค่อย ๆ ฝึกเขียนแต่เป็นวิธีที่สนุกสนาน ไม่เบื่อหน่ายเหมือน เขียนเลข

ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์เสริม ค. ๐.๓๑ เพราะเป็นวิชาที่พัฒนากระบวนการ  
 ความคิด ทำให้เป็นคนทำงานอย่างมีขั้นตอน และสามารถนำไปใช้ในชีวิต  
 ประจำวันได้ และถ้ามีโอกาสสอบแข่งขันผมก็จะเรียนอีก ครับ แต่ผม  
 อยากให้ปรับปรุงเรื่อง การเรียนการสอน อยากให้สอนเกี่ยวกับหนังสือบ้างครับ

ได้คิด ได้ทำไปใช้ในชีวิตประจำวัน รู้จักตัวอักษรในกลุ่ม

ในทอเรียนคณิต ทบพซึ่งจะออกข้อสอบออกไปให้รู้ ค. ๑.๐๑

ทอเรียนวิชาอื่น ๆ น.ร. เป็นหลักในทอ ค. ๑.๐๑

## คำนำ

ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาได้นำเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรม สามารถนำไปใช้ในรายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เสริมของรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้โดยตรง เนื่องจากกิจกรรมแต่ละกิจกรรมเป็นอิสระ และจบสมบูรณ์ในตัวเอง ดังนั้นสามารถนำไปดัดแปลงเป็นกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนหรือใช้เป็นกิจกรรมเสริมที่น่าสนใจในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 หรือรายวิชาคณิตศาสตร์อื่นที่เห็นว่าเหมาะสม โดยนำไปใช้เพียงบางกิจกรรม หรือทุกกิจกรรมก็ได้ แนวการจัดกิจกรรมที่เสนอแนะในชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้เป็นเพียงข้อเสนอที่ควรปฏิบัติสำหรับนักเรียนทั่ว ๆ ไปเท่านั้น ครูผู้สอนควรได้ปรับปรุงสิ่งที่แนะนำให้เหมาะสมกับสภาพการณ์ที่นำไปใช้

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลาง มีคำตอบของปัญหาเปิดกว้างตามมุมมองของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเสนอวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางและพื้นฐานประสบการณ์ของนักเรียนโดยครูเป็นผู้สานต่อแนวคิด และช่วยขยายแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ทั้งในส่วนที่เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และยุทธวิธีแก้ปัญหา การดำเนินกิจกรรมจะส่งเสริมการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายที่อยู่บนพื้นฐานความคิดของนักเรียน

ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้แบ่งเป็นสามส่วน คือ ส่วนที่ 1 คำอธิบายสำหรับครู เป็นการแนะนำกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีดำเนินกิจกรรม และการประเมินผลการเรียนของนักเรียนในภาพรวม ส่วนที่ 2 เป็นการนำเสนอแผนการสอน และ เอกสารเสริมสำหรับครู แยกเป็นรายกิจกรรมรวม 15 กิจกรรม ส่วนที่ 3 กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาคือครูสามารถนำไปสอดแทรกและแนะนำกับนักเรียนขณะที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ในส่วนที่ 3 นี้ได้จัดเตรียมสื่อต้นแบบของแผ่นโปรงใสไว้ด้วย เพื่ออำนวยความสะดวกในการนำไปใช้

เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรศึกษาชุดกิจกรรมการแก้ปัญหานี้ให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ และเตรียมการให้พร้อมก่อนนำไปใช้จริง

ปรีชา เนาว์เย็นผล

## คำอธิบายสำหรับครู

### บทนำ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่นำเสนอในเอกสารชุดนี้ ลักษณะเด่นของกิจกรรมอยู่ที่การใช้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของกิจกรรม โดยนำเสนอในรูปปัญหาลายเปิดที่มีความเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานของนักเรียน ลักษณะของปัญหาลายเปิดที่นำเสนอสามารถกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชาบังคับแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทุกคนต้องเรียน ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง กิจกรรมการเรียนรู้การสอนให้ความสำคัญกับการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนเพื่อกำหนดแนวทางในการหาวิธีแก้ปัญหานั่นคือการร่วมมือกันแก้ปัญหา ในขณะที่เดียวกันก็สอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา (Polya's four steps) ซึ่งได้แก่ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบ เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ให้มีการดำเนินการย้อนกลับไปกลับมาในระหว่างขั้นตอนได้ อีกทั้งมีการให้ฝึกเรียนเพิ่มเติมการขยายปัญหาและการบันทึกผลการแก้ปัญหาด้วย กิจกรรมการเรียนรู้การสอนจะเป็นแบบเปิดกว้าง ตามวิธีการหรือยุทธวิธีแก้ปัญหานักเรียนสนใจ และริเริ่มนำเสนอต่อกลุ่ม ซึ่งครูจะต้องมีความพร้อมที่จะสานต่อความคิดของนักเรียน อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาและแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหานักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนขึ้น รวมทั้งการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้นกับนักเรียน

### จุดประสงค์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดประสงค์ดังนี้

1. เพื่อทบทวน เพิ่มพูนความรู้ความเข้าใจในมิติ และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ที่สัมพันธ์กับปัญหา
2. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับปัญหา
3. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเลือกและใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา
4. เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน
5. เพื่อพัฒนาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในด้านการสำรวจศึกษา ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา
6. เพื่อสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## ส่วนประกอบของกิจกรรม

กิจกรรมการเรียนการสอน แบ่งเป็น 15 กิจกรรม แต่ละกิจกรรมประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วนคือ แผนการสอน และ เอกสารเสริมสำหรับครู ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. แผนการสอน ประกอบด้วย ชื่อกิจกรรม เวลาที่ใช้ ความนำ จุดประสงค์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ สื่อ/อุปกรณ์ แนวการจัดกิจกรรม การประเมินผล ใบกิจกรรม และสื่อประกอบ
2. เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแนวคิดหลักซึ่งเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมตามแผนการสอน ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่มีความลึกซึ้งในระดับที่สูงขึ้นเพื่อเป็นความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู ซึ่งในส่วนหลังนี้ครูไม่จำเป็นต้องถ่ายทอดสู่นักเรียน นอกจากนี้ยังกล่าวถึงแนวทางในการดำเนินกิจกรรมที่ขยายความจากแผนการสอน การปฏิบัติตามใบกิจกรรม ตัวอย่างของประเด็นคำถามที่ใช้ถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา และความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้

## แผนการจัดกิจกรรม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แบ่งเป็น 15 แผน ใช้เวลา แผนการสอนละ 2 คาบ (คาบละ 50 นาที) รวม 30 คาบ แบ่งออกเป็นสี่ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 1 – 4 มุ่งเน้นให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรม ทั้งในส่วนที่เป็นการแก้ปัญหา ร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย และการนำเสนอผลการแก้ปัญหา ปัญหาที่ครูนำเสนอแก่นักเรียนในระยะที่ 1 นี้ จะได้รับการแตกออกเป็นคำถามย่อยๆ การตอบคำถามย่อยๆ จะทำให้เห็นแนวทางนำไปสู่ การหาคำตอบของปัญหาหลัก ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในระยะที่ 1 นี้ เน้นการทบทวนลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตพื้นฐาน และมนมคติเกี่ยวกับการคูณและการหารซึ่งเชื่อมโยงไปสู่เรื่อง ตัวประกอบ และจำนวนเฉพาะ เป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากการสังเกตและสร้างข้อสรุปจากการสำรวจศึกษา ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เน้นคือ ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป และมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้แก่ ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ และยุทธวิธีสร้างตาราง

ระยะที่ 2 ครอบคลุมกิจกรรมที่ 5 – 8 กิจกรรมในระยะนี้เริ่มสอดแทรกการแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา เมื่อครูนำเสนอปัญหากับนักเรียน ครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยสร้างคำถามตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ให้นักเรียนสามารถกำหนดแนวคิด/วิธีทำได้ด้วยตนเอง การแนะนำขั้นตอนของการแก้ปัญหะกระทำโดยทบทวนจากผลงานการแก้ปัญหา

ตารางที่ 1 กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จำแนกตาม  
ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และยุทธวิธีแก้ปัญหที่สามารถใช้

| ลำดับที่ | ชื่อกิจกรรม                                 | ความรู้คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้                                                    | ยุทธวิธีแก้ปัญหที่สามารถใช้                                                |
|----------|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 1        | ปฐมนิเทศ เรียนรู้<br>ร่วมกัน                | ลักษณะและสมบัติของรูป<br>เรขาคณิต                                              | การลงมือปฏิบัติ                                                            |
| 2        | สูตรคูณแสนสนุก                              | ความหมายของการคูณ<br>สูตรคูณ                                                   | การค้นหาแบบรูป<br>การเขียนภาพหรือ แผนภาพ                                   |
| 3        | การหารแสนง่าย                               | สมบัติของจำนวนนับที่หาร<br>ลงตัวด้วย 2, 3, 5 หรือ 9                            | การสร้างตาราง<br>การค้นหาแบบรูป                                            |
| 4        | ตะแกรงของเอรา<br>โตสเทเนส                   | ตัวประกอบ<br>จำนวนเฉพาะ                                                        | การค้นหาแบบรูป                                                             |
| 5        | ส้อมกับเงาะ                                 | ตัวประกอบ<br>ตัวประกอบร่วม                                                     | การลงมือปฏิบัติ<br>การสร้างตัวแบบ<br>การเขียนภาพหรือ แผนภาพ                |
| 6        | พับครึ่งและพับครึ่ง<br>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส | สมบัติของรูปสี่เหลี่ยม รูป<br>สามเหลี่ยม และการหาพื้นที่<br>ความหมายของเศษส่วน | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล                                            |
| 7        | วงล้อกล                                     | การบวก ลบ คูณ หาร ทศนิยม                                                       | การเดาและตรวจสอบ<br>การค้นหาแบบรูป                                         |
| 8        | นาฬิกาทอง                                   | การประมาณ และ<br>การประมาณค่า                                                  | การประมาณคำตอบ                                                             |
| 9        | นกกระจอกเทศ<br>กับม้าลาย                    | การดำเนินการพื้นฐานทาง<br>คณิตศาสตร์                                           | การเขียนภาพหรือ แผนภาพ<br>การสร้างตาราง                                    |
| 10       | จุดนัดพบ                                    | ส่วนของเส้นตรง การแบ่งครึ่ง<br>ส่วนของเส้นตรง ชนิดของรูป<br>สามเหลี่ยม         | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล                                            |
| 11       | พับกระดาษสร้างมุม                           | มุม การแบ่งครึ่งมุม เส้นแบ่ง<br>ครึ่งมุม การสร้างมุม                           | การลงมือปฏิบัติ การให้เหตุผล<br>การทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่ง<br>เป็นปัญหาย่อย |

|    |                               |                                                                      |                                                                 |
|----|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 12 | เขียนภาพช่วยแก้<br>ปัญหา      | พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส<br>โจทย์ปัญหาเศษส่วน<br>การนำเสนอข้อมูล  | การเขียนภาพหรือแผนภาพ                                           |
| 13 | ล้อมรั้วกันทุ่งหญ้า           | ความยาวรอบรูปและ<br>พื้นที่ ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส<br>ทศนิยม        | การเดาและตรวจสอบ<br>การค้นหาแบบรูป<br>การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน |
| 14 | หาความสูงโดยใช้<br>แสงอาทิตย์ | การวัดความยาว<br>สมบัติของรูปวงกลม<br>สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล<br>การค้นหาแบบรูป               |
| 15 | ใช้งานรูปเรขาคณิต             | สมบัติของรูปสามเหลี่ยม และ<br>รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน               | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล                                 |

หมายเหตุ ยุทธวิธีแก้ปัญหบางยุทธวิธียังไม่เหมาะที่จะนำมาแนะนำกับนักเรียนในชั้นนี้ แม้ว่าจะนำมาใช้แก้ปัญหาก็ได้ เนื่องจากต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น เช่น ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

### การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิด ควรดำเนินการดังนี้

#### 1. การเตรียมการสอน

1.1 ครูควรศึกษาและทำความเข้าใจ แผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครูในแต่ละกิจกรรมให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ โดยทำความเข้าใจกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหในแผนการสอน ฝึกแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหที่กำหนดและยุทธวิธี อื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ได้ เพื่อเตรียมพร้อมในการสานต่อความคิดของนักเรียนขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1.2 ครูตรวจสอบความพร้อมของสื่อต่าง ๆ ที่ปรากฏตามรายการ สื่อ/อุปกรณ์ ในแผนการสอน โดยเฉพาะใบกิจกรรมต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนกลุ่มของนักเรียนรวมกับจำนวนนักเรียนทั้งชั้น สำหรับสื่ออื่น ๆ เช่น แผ่นโป่งใส บัตรคำ จะแสดงภาพของสื่อต้นแบบไว้ใน สื่อประกอบ ซึ่งอยู่ในส่วนท้ายของแผนการสอน นอกจากนี้ครูจะต้องเตรียมจัดสภาพของห้องเรียนให้เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมแบบเน้นการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย การรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียน และการจัดป้ายนิเทศแสดงผลงานนักเรียน ครูสามารถให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการช่วยเตรียมความพร้อมต่าง ๆ เช่น การกำหนดให้นักเรียนช่วยเตรียมสื่อ/อุปกรณ์มาล่วงหน้า

## 2. การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในแต่ละกิจกรรมเป็นไปตามขั้นตอนต่อไปนี้

### 2.1 การแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน

2.1.1 ครูนำเสนอปัญหาด้วยวาจาหรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผ่นโปสเตอร์ ใบกิจกรรม ป้ายนิเทศ ปัญหาในขั้นนี้เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อย เป็นการเตรียมความพร้อมที่จะนำไปสู่ปัญหาในข้อ 2.1.2

2.1.2 ครูใช้คำถามปลายเปิดถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และกำหนดแนวทางแก้ปัญหาพร้อมกัน

2.1.3 ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบต่อกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน และให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

2.1.5 ครูสรุปประเด็นที่นักเรียนนำเสนอและเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น

### 2.2 การแก้ปัญหาพร้อมกันในกลุ่มย่อย

2.2.1 ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4-6 คน และชี้แจงวิธีทำงานร่วมกันในกลุ่มย่อย

2.2.2 ครูนำเสนอปัญหากับนักเรียนในกลุ่มต่าง ๆ โดยใช้ใบกิจกรรม หรือสื่ออื่น ในกรณีที่มียกกิจกรรมมากกว่าหนึ่งกิจกรรม ให้ดำเนินการให้เสร็จสิ้นเป็นรายกิจกรรมก่อนเริ่มกิจกรรมใหม่

2.2.3 ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อกำหนดแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหา

2.2.4 ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก เดินไปตามกลุ่มต่าง ๆ หมุนเวียนให้ความช่วยเหลือ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม ในการประกอบกิจกรรมระยะแรก ๆ อาจระบุประเด็นคำถามที่ควรอภิปรายตามขั้นตอนต่าง ๆ ของการแก้ปัญหาไว้ในใบกิจกรรม ในระยะหลัง ครูควรพิจารณาให้ประเด็นคำถามที่ควรอภิปรายสำหรับกลุ่มที่เห็นว่า จำเป็นเท่านั้น เพื่อให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ

2.2.5 ในกรณีที่มียกนักเรียนบางกลุ่มสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เร็วกว่ากลุ่มอื่น ๆ ครูอาจให้นักเรียนกลุ่มนั้นหาคำตอบโดยใช้วิธีการอื่นที่แตกต่างจากเดิม หรือให้แก้ปัญหาที่เตรียมสำรองไว้

### 2.3 การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่

2.3.1 ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติ

กิจกรรมของกลุ่ม ครั้งละกลุ่ม โดยให้กลุ่มที่นำเสนอครั้งหลัง ๆ นำเสนอเฉพาะคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากกลุ่มก่อนหน้านี้เท่านั้น

### 2.3.2 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

2.3.3 ครูบูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปรูปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น และเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งสอดแทรกการกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่จะแนะนำในบทเรียนนั้น ๆ ซึ่งยุทธวิธีดังกล่าวนี้อาจมีนักเรียนบางกลุ่มใช้แก้ปัญหาที่กำหนดแล้ว ครูมีหน้าที่ช่วยทำให้ชัดเจนขึ้น

### 2.3.4 ให้นักเรียนบันทึกผลการแก้ปัญหา

2.4 การปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ให้นักเรียนบันทึกการแก้ปัญหา และให้ฝึกแก้ปัญหาซึ่งขยายจากปัญหาเดิมที่ใช้ในการอภิปรายกลุ่มย่อยเพิ่มเติมเป็นรายบุคคล โดยให้ทำเป็นการบ้านหรือทำนอกเวลาเรียนตามความเหมาะสม ในขั้นตอนนี้ในบางกิจกรรมครูอาจให้นักเรียนสร้างปัญหขึ้นเองจากปัญหาเดิมที่ใช้ในการอภิปรายกลุ่มย่อย และให้แสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา

2.5 การจัดแสดงผลงาน ผลงานของนักเรียนจากการทำกิจกรรมร่วมกันในกลุ่มย่อย และการทำกิจกรรมรายบุคคล เมื่อครูตรวจแก้ไขแล้วควรนำจัดแสดงบนป้ายนิเทศ เพื่อเป็นการเสริมแรง และเพื่อให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายของเพื่อน ๆ ในการนำไปปรับปรุงผลงานของตนเอง

## 3. การประเมินผลนักเรียน

การประเมินผลนักเรียนกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนการสอน และใช้การประเมินในหลายแนวทางมาประกอบกัน ได้แก่

3.1 การประเมินผลก่อนเรียน ครูประเมินจากการเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน และ ศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา จากการใช้วิธีการพื้นฐานของนักเรียนเอง โดยประเมินเป็นรายบุคคล

3.2 การประเมินผลระหว่างเรียน ครูประเมินจากการเขียนแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหา การนำเสนอด้วยวาจาจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อย และการนำเสนอในกลุ่มใหญ่ รวมทั้งการตรวจแฟ้มผลงานนักเรียนด้วยแบบสังเกตพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหา โดยประเมินเป็นรายบุคคล และเป็นรายกลุ่ม

3.3 การประเมินผลหลังเรียน ครูประเมินจากการเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ศึกษาพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา และการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมเท่าที่จำเป็น โดยประเมินเป็นรายบุคคล

# บทบาทของนักเรียนในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

## 1. การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย

ในการจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มควรประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกัน 4-6 คน ขนาดของกลุ่มที่พอเหมาะอยู่ที่ 4 คน โดยให้ประกอบด้วย นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน จำนวนกลุ่มทั้งหมดในแต่ละชั้นเรียนไม่ควรมีเกิน 10 กลุ่ม ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม อาจพิจารณาจากคะแนนสอบจัดชั้นเรียน หรือผลการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ผ่านมา โดยจัดทำบัญชีตามลำดับคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่าง ๆ หมุนเวียนตามลำดับรายชื่อ

เช่น ถ้ามีนักเรียน 42 คน จะแบ่งได้เป็น 10 กลุ่ม โดยมีกลุ่มละ 4 คน อยู่ 8 กลุ่ม และกลุ่มละ 5 คนอีก 2 กลุ่ม ตามแผนภาพดังนี้

| กลุ่มที่        | ลำดับที่ของนักเรียนตามบัญชีคะแนน |         |     |
|-----------------|----------------------------------|---------|-----|
| 1               | 1                                | 20      | 23  |
| 2               | 2                                | 19      | 24  |
| 3               | 3                                | 18      | 25  |
| 4               | 4                                | 17      | 26  |
| 5               | 5                                | 16      | 27  |
| 6               | 6                                | 15      | 28  |
| 7               | 7                                | 14      | 29  |
| 8               | 8                                | 13      | 30  |
| 9               | 9                                | 12      | 31  |
| 10              | 10                               | 11      | 32  |
| ระดับความสามารถ | สูง                              | ปานกลาง | ต่ำ |

ภาพประกอบ 1 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน

กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 5 คน เป็นกลุ่มที่อยู่ตรงกลาง ๆ ให้จัดนักเรียนที่มีความสามารถปานกลางเพิ่มเข้าไปอีกกลุ่มละ 1 คน การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในลักษณะดังกล่าวนี้เพื่อให้แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกัน ตามหลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูผู้สอนสามารถดัดแปลงวิธีการได้ตามความเหมาะสม

เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมไปได้ระยะหนึ่งก็ควรเปลี่ยนแปลงกลุ่มใหม่เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกับคนอื่น ๆ บ้าง เช่น หลังจากการสอบกลางภาค ครูสามารถทำบัญชีรายชื่อนักเรียนใหม่เรียงตามลำดับคะแนนผลสอบกลางภาค แล้วจัดกลุ่มนักเรียนใหม่ การเปลี่ยนแปลงกลุ่มไม่ควรทำบ่อยเกินไป เพื่อให้ให้นักเรียนได้แสดงบทบาทในกลุ่มเดิมได้ครบทุกบทบาทเสียก่อน ในภาคเรียนหนึ่งอาจจัดกลุ่มใหม่ 2 – 4 ครั้งก็เพียงพอแล้ว

## 2. บทบาทของนักเรียนเมื่อปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม

ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มของนักเรียน ครูต้องทำให้นักเรียนตระหนักถึงสิ่งต่อไปนี้

2.1 กิจกรรมของกลุ่มทุกกิจกรรมเป็นสิ่งที่นักเรียนในกลุ่มต้องร่วมกันรับผิดชอบ ร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ไม่ใช่เป็นความรับผิดชอบของนักเรียนคนใดคนหนึ่งโดยเฉพาะ เป้าหมายของกลุ่มคือการเรียนรู้ และประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาาร่วมกัน

2.2. เมื่อกลุ่มได้รับกิจกรรมหรือปัญหา สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นอกจากนี้สมาชิกทุกคนต้องมีหน้าที่และรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายหน้าที่ของสมาชิก มีรายละเอียดปรากฏในใบกิจกรรม แผนการสอนกิจกรรมปฐมนิเทศ

2.3 แม้ว่าสมาชิกทุกคนจะมีหน้าที่ แต่ขณะเดียวกันก็ต้องร่วมกันรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย เมื่อได้ข้อสรุปของงานแล้ว จะต้องช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง

2.4 ในบางกิจกรรมสมาชิกของกลุ่มอาจแบ่งงานกันทำ เมื่อทำเสร็จแล้ว จะนำเสนองานที่ได้รับมอบหมายต่อกลุ่ม นำผลงานของแต่ละคนมาอภิปรายและสรุปร่วมกันเป็นผลงานของกลุ่ม

2.5 เมื่อนักเรียนทำหน้าที่ในงานกลุ่มตามที่ได้รับมอบหมายเสร็จแล้ว นักเรียนต้องคำนึงถึงรายงานบุคคลที่แต่ละคนจะต้องทำเป็นผลงานของนักเรียนสำหรับการประเมินด้วย

## กำหนดการสอนและการประเมินผล

กำหนดการสอนและการประเมินผลแสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 กำหนดการสอนและการประเมินผล กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การ

แก้ปัญหาปลายเปิด

| ลำดับที่      | ชื่อกิจกรรม                             | เวลา<br>(คาบ) | คะแนน<br>(ร้อยละ) | หมายเหตุ          |
|---------------|-----------------------------------------|---------------|-------------------|-------------------|
| 1             | ปฐมนิเทศ เรียนรู้ร่วมกัน                | 2             | 4                 | สอบก่อนเรียน      |
| 2             | สูตรคูณแสนสนุก                          | 2             | 4                 | จัดสอบนอกตาราง    |
| 3             | การหารแสนง่าย                           | 2             | 4                 | ใช้เวลา 2 ชั่วโมง |
| 4             | ตะแกรงของเอราโตสเทเนส                   | 2             | 4                 |                   |
| 5             | สี่กับเงาะ                              | 2             | 4                 |                   |
| 6             | พับครึ่งและพับครึ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส | 2             | 4                 |                   |
| 7             | วงล้อกล                                 | 2             | 4                 |                   |
| 8             | นาฬิกาทอง                               | 2             | 4                 |                   |
| 9             | สอบกลางภาคเรียน                         | 2 ชั่วโมง     | 15                |                   |
| 10            | นกกระจอกเทศกับม้าลาย                    | 2             | 4                 |                   |
| 11            | จุดนัดพบ                                | 2             | 4                 |                   |
| 12            | พับกระดาษสร้างมุม                       | 2             | 4                 |                   |
| 13            | เขียนภาพช่วยแก้ปัญหา                    | 2             | 4                 |                   |
| 14            | ล้อมรั้วกันทุ่งหญ้า                     | 2             | 4                 |                   |
| 15            | หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์               | 2             | 4                 |                   |
| 16            | ใช้งานรูปเรขาคณิต                       | 2             | 4                 |                   |
| 17            | สอบปลายภาคเรียน                         | 2 ชั่วโมง     | 15                |                   |
| คะแนนจิตพิสัย |                                         |               | 10                |                   |
| รวมคะแนนเต็ม  |                                         |               | 100               |                   |

## รายละเอียดการให้คะแนน

1. คะแนนปฏิบัติรายการกิจกรรม มีน้ำหนักร้อยละ 60 จากการปฏิบัติกิจกรรม 15 กิจกรรม ให้คะแนนเต็มกิจกรรมละ 8 คะแนน แล้วปรับเทียบให้เป็นคะแนนเต็ม 4 คะแนน โดยคะแนนเต็ม 8 คะแนนแบ่งได้ดังนี้

### 1.1 คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม 4 คะแนน

พิจารณาให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่ม จากการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม การนำเสนอด้วยวาจาจากการรายงานหน้าชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมของกลุ่ม และ/หรือการจัดป้ายนิเทศ

### 1.2 คะแนนการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล 4 คะแนน

พิจารณาจากผลการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่กำหนดให้ทำเป็นรายบุคคล โดยตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทั้งรายกลุ่มและรายบุคคล ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม เช่นเดียวกับการตรวจให้คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา หลังเรียน (4 : ดีเยี่ยม 3 : ดี 2 : พอใช้ 1 : ยังต้องปรับปรุง 0 : ไม่พยายาม)

2. คะแนนจากการสอบ มีน้ำหนักร้อยละ 30 แยกเป็นการสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากลางภาคเรียน ร้อยละ 15 และการสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายภาคเรียนร้อยละ 15 การสอบดำเนินการโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาสองฉบับ ฉบับละ 6 ข้อ ใช้เวลาสอบฉบับละ 2 ชั่วโมง ในตอนกลางภาคเรียนหนึ่ง ฉบับ และปลายภาคเรียนอีกหนึ่งฉบับ ตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม ดังรายละเอียดในภาคผนวก

ตารางวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จำแนกตามความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถใช้

| กิจกรรม<br>ที่ | ชื่อกิจกรรม/จุดประสงค์                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ความรู้คณิตศาสตร์<br>ที่นำมาใช้                                                                                                                    | ยุทธวิธีแก้ปัญหา<br>ที่สามารถใช้                 |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1              | <b>ปฐมนิเทศ เรียนรู้ร่วมกัน</b><br>1. อธิบายรูปร่างลักษณะ และสมบัติของรูป<br>สามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่<br>เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน<br>2. อธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิต<br>ที่กำหนด<br>3. เรียงต่อรูปเรขาคณิตให้เป็นรูปที่กำหนด และเป็น<br>รูปอื่น ๆ ตามที่นักเรียนกำหนดเอง | ลักษณะและสมบัติ<br>ของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม<br>มุมฉาก รูป<br>สามเหลี่ยมหน้าจั่ว<br>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส<br>และรูปสี่เหลี่ยมด้าน<br>ขนาน | การลงมือปฏิบัติ                                  |
| 2              | <b>สูตรคูณแสนสนุก</b><br>1. นำเสนอและอธิบายแบบรูปของตัวเลขจากผลคูณ<br>ของสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9<br>2. เปรียบเทียบแบบรูปของตัวเลขจากผลคูณของสูตร<br>คูณแม่ 2 ถึงแม่ 9                                                                                                                                                              | ความหมายของการ<br>คูณ<br>สูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9<br>เลขโดด                                                                                           | การค้นหาแบบ<br>รูป<br>การเขียนภาพ<br>หรือ แผนภาพ |
| 3              | <b>การหารแสนง่าย</b><br>1. สรุปสมบัติของจำนวนนับที่หารลงตัวด้วย 2, 3, 5<br>หรือ 9<br>2. อธิบายวิธีการตรวจสอบได้ว่า จำนวนนับที่กำหนด<br>ให้ หารลงตัว หรือหารไม่ลงตัว ด้วย 2, 3, 5 หรือ 9                                                                                                                                          | สมบัติของจำนวนนับ<br>ที่หาร ลงตัวด้วย 2,<br>3, 5 หรือ 9<br>การหารลงตัว                                                                             | การสร้างตาราง<br>การค้นหาแบบ<br>รูป              |
| 4              | <b>ตะแครงของเอราโตสเทนีส</b><br>1. ระบุนับเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 100<br>2. แยกแยะตัวประกอบของจำนวนนับที่กำหนด<br>3. แสดงการตรวจสอบได้ว่าจำนวนนับที่กำหนด<br>เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่<br>4. ระบุนับที่น่าสนใจจากการใช้ตะแครงของเอราโตส                                                                                            | ตัวประกอบ<br>จำนวนเฉพาะ                                                                                                                            | การค้นหาแบบ<br>รูป                               |

| กิจกรรม<br>ที่ | ชื่อกิจกรรม/จุดประสงค์                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ความรู้คณิตศาสตร์<br>ที่นำมาใช้                                                                | ยุทธวิธีแก้ปัญหา<br>ที่สามารถใช้                                                   |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 5              | <p>สัมผัสกับเงา</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับที่กำหนด</li> <li>แก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวประกอบร่วม</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>ตัวประกอบ</p> <p>ตัวประกอบร่วม</p>                                                          | <p>การลงมือปฏิบัติ</p> <p>การสร้างตัวแบบ</p> <p>การเขียนภาพ</p> <p>หรือ แผนภาพ</p> |
| 6              | <p>พับครึ่งและพับครึ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>พับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปเรขาคณิตชนิดอื่นที่มีพื้นที่เป็น <math>\frac{1}{2}</math> ของพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนด และอธิบายให้เหตุผลประกอบ</li> <li>พับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็น <math>\frac{1}{2}</math>, <math>\frac{1}{4}</math> และ <math>\frac{1}{8}</math> ของพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนด และอธิบายให้เหตุผลประกอบ</li> </ol> | <p>สมบัติของรูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม และการหาพื้นที่ ความหมายของเศษส่วนเกี่ยวกับพื้นที่</p> | <p>การลงมือปฏิบัติ</p> <p>การให้เหตุผล</p>                                         |
| 7              | <p>วงล้อกล</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>สร้างข้อค้นพบเกี่ยวกับแบบรูปของตัวเลขที่แสดงในปัญหาทศนิยม</li> <li>แก้ปัญหาทศนิยมเกี่ยวกับแบบรูปของตัวเลข</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>การบวก ลบ คูณ หารทศนิยม</p>                                                                 | <p>การเดาและตรวจสอบ</p> <p>การค้นหาแบบรูป</p>                                      |
| 8              | <p>นาฬิกาทอง</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ใช้การประมาณค่าในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง</li> <li>ยกตัวอย่างปัญหาที่ใช้การประมาณค่าและสามารถแสดงการแก้ปัญหานั้น</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <p>การประมาณ และ การประมาณค่า</p>                                                              | <p>การประมาณค่าตอบ</p>                                                             |
| 9              | <p>นกกระจอกเทศกับม้าลาย</p> <p>แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>การดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์</p>                                                        | <p>การเขียนภาพหรือ แผนภาพ</p> <p>การสร้างตาราง</p>                                 |

| กิจกรรม<br>ที่ | ชื่อกิจกรรม/จุดประสงค์                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ความรู้คณิตศาสตร์<br>ที่นำมาใช้                                                | ยุทธวิธีแก้ปัญหา<br>ที่สามารถใช้                                          |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 10             | <b>จุดนัดพบ</b><br>1. สร้างส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนด โดยใช้การพับกระดาษ<br>3. จำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมตามลักษณะด้าน โดยใช้การพับกระดาษ<br>4. หาจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงที่กำหนด โดยใช้การพับกระดาษ<br>5. บอกข้อสรุปเกี่ยวกับการพบกันของเส้นมีรฐานของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การพับกระดาษ                                  | ส่วนของเส้นตรง<br>การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง ชนิดของรูปสามเหลี่ยมตามลักษณะด้าน | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล                                           |
| 11             | <b>พับกระดาษสร้างมุม</b><br>1. สร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้ โดยใช้การพับกระดาษ<br>2. แบ่งมุมที่กำหนดให้ออกเป็น 2 ส่วนหรือ 4 ส่วน ที่มีขนาดเท่ากัน โดยใช้การพับกระดาษ<br>3. สร้างมุมฉาก และสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างมุมที่มีขนาดอื่น ๆ โดยใช้การพับกระดาษ<br>4. บอกข้อสรุปเกี่ยวกับการตัดกันของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การพับกระดาษ | มุม การแบ่งครึ่งมุม<br>เส้นแบ่งครึ่งมุม การสร้างมุม                            | การลงมือปฏิบัติ<br>การให้เหตุผล<br>การทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย |
| 12             | <b>เขียนภาพช่วยแก้ปัญหา</b><br>เขียนภาพหรือแผนภาพแสดงสาระสำคัญของปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลการวัด เศษส่วน ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และปัญหาเชิงกระบวนการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ นันทนาการ และแสดงการแก้ปัญหาดังกล่าวได้                                                                                                                         | พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก<br>โจทย์ปัญหาเศษส่วน<br>การนำเสนอข้อมูล          | การเขียนภาพหรือแผนภาพ                                                     |

| กิจกรรม<br>ที่ | ชื่อกิจกรรม/จุดประสงค์                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ความรู้คณิตศาสตร์<br>ที่นำมาใช้                                     | ยุทธวิธีแก้ปัญหา<br>ที่สามารถใช้                                         |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 13             | <p>ล้อมรั้วกันทุ่งหญ้า</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ระบุสมบัติของจำนวนสองจำนวนที่มีผลคูณมากที่สุด เมื่อกำหนดผลบวกของจำนวนสองจำนวนนั้น</li> <li>2. ระบุสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่มากที่สุด เมื่อกำหนดความยาวรอบรูป</li> <li>3. แก้ปัญหาเกี่ยวกับความยาวรอบรูป และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก</li> </ol>                                                                                                                                         | <p>ความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทศนิยม</p>        | <p>การเดาและตรวจสอบ<br/>การค้นหาแบบรูป<br/>การนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน</p> |
| 14             | <p>หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้โดยใช้แสงอาทิตย์</li> <li>2. อธิบายความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปวงกลม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่นำมาใช้หาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้โดยใช้แสงอาทิตย์</li> </ol>                                                                                                                                                                               | <p>การวัดความยาวสมบัติของรูปวงกลมสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> | <p>การลงมือปฏิบัติ<br/>การให้เหตุผล<br/>การค้นหาแบบรูป</p>               |
| 15             | <p>ใช้งานรูปเรขาคณิต</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่นำไปใช้ในการสร้างสิ่งของเครื่องใช้และสิ่งประดิษฐ์ต่าง ๆ</li> <li>2. ยกตัวอย่างสิ่งของเครื่องใช้หรือสิ่งประดิษฐ์ที่สร้างขึ้น โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน</li> <li>3. สร้างตัวแบบของสิ่งประดิษฐ์ง่าย ๆ ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน</li> </ol> | <p>สมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน</p>           | <p>การลงมือปฏิบัติ<br/>การให้เหตุผล<br/>การสร้างตัวแบบ</p>               |

## ส่วนที่ 2 แผนการสอน

### และเอกสารเสริมสำหรับครู

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 1

ชื่อกิจกรรม ปฐมนิเทศ เรียนรู้ร่วมกัน

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมปฐมนิเทศ มีจุดมุ่งหมายที่จะให้ครูและนักเรียนได้ทำความเข้าใจร่วมกัน เกี่ยวกับแนวทางของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรม ทั้งนี้เพราะการจัดการเรียนการสอนในรายวิชานี้ มีวัตถุประสงค์และแนวการจัดการเรียนการสอน ตลอดจนการประเมินผล แตกต่างไปจากการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ครูและนักเรียนควรมีการทำความเข้าใจร่วมกันถึงวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการเตรียมความพร้อมนักเรียนให้ได้ซักซ้อมความเข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของตนเองในกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา ด้วยวิธีเรียนรู้ร่วมกันจากการลงมือปฏิบัติ เพื่อให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้บรรลุผลตามจุดประสงค์

นอกจากนี้นักเรียนจะได้มีโอกาสในการทบทวนเนื้อหาเกี่ยวกับรูปร่างและลักษณะของรูปเรขาคณิตในขณะที่ฝึกแก้ปัญหาโดยใช้การสำรวจศึกษา สังเกตและค้นหาความสัมพันธ์เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิต นำรูปเรขาคณิตไปใช้ในด้านนั้นๆ ในการแก้ปัญหาการเรียงต่อรูปเรขาคณิตโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. อธิบายรูปร่างลักษณะ และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
2. อธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิตที่กำหนด
3. เรียงต่อรูปเรขาคณิตให้เป็นรูปที่กำหนด และเป็นรูปอื่น ๆ ตามที่นักเรียนกำหนดเอง

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิต ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “ช่วยกันทำงานตามหน้าที่”

2. ใบกิจกรรมที่ 2 “เจ็ดมหัศจรรย์”
3. รูปต่อ “เจ็ดมหัศจรรย์”
4. กระดาษสี หรือกระดาษจากใบโฆษณาสินค้า
5. แผ่นโป่งใส “พุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”

### แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูแนะนำตนเอง และกล่าวถึงภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ การแก้ปัญหาปลายเปิดว่า กิจกรรมทุกกิจกรรมจะเริ่มต้นด้วยปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูก ต้องหลายคำตอบ และ/หรือมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี นักเรียนมีอิสระในการเสนอแนวคิดในการหาคำ ตอบได้อย่างกว้างขวาง ในบางปัญหาอาจให้ช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน บางปัญหาอาจให้ ช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มย่อย และบางปัญหาอาจให้แก้เป็นรายบุคคล

2. ให้นักเรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 4–6 คน โดยสามารถทำได้ดังนี้

1) กรณีที่ครูทราบคะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรือผลการเรียน คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา หรือคะแนนสอบจัดชั้นเรียนของนักเรียน ครูควรจัดกลุ่มให้แต่ละกลุ่ม ประกอบ ด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกัน ดังรายละเอียดเกี่ยวกับการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มตามที่ปรากฏใน ส่วนที่ 1 คำอธิบายสำหรับครู

2) กรณีที่ครูไม่มีข้อมูลเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูอาจ ให้นักเรียนจัดกลุ่มตามความสมัครใจ โดยแนะนำให้แต่ละเพศชาย-หญิง ซึ่งกลุ่มที่จัดนี้อาจมีการเปลี่ยนแปลงสมาชิกได้ในภายหลัง เพื่อความเหมาะสม

3. ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มแนะนำตนเองภายในกลุ่ม พร้อมทั้งเลือกประธานกลุ่ม เลขานุการ ผู้ตรวจสอบผลงาน และผู้สนับสนุน ถ้าในกลุ่มมีสมาชิกมากกว่า 4 คน อาจเพิ่มตำแหน่งผู้รักษาตึกา ของกลุ่ม และผู้รายงาน โดยให้นักเรียนศึกษาบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มตามเอกสารคำชี้แจงที่ ครูแจกให้ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งชื่อกลุ่มพร้อมเหตุผล และบันทึกลงในใบกิจกรรมที่ 1 “ช่วยกันทำงานตามหน้าที่”

4. ครูแนะนำรูปต่อ “เจ็ดมหัศจรรย์” พร้อมกับแจกให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด ให้นักเรียน สืบว่าประกอบด้วยรูปเรขาคณิตชนิดใดบ้าง อย่างละกี่ชิ้น รูปเรขาคณิตแต่ละชิ้นมีลักษณะ และสมบัติ อย่างไร ให้นักเรียนแยกชิ้นส่วนออกมาจากกัน แล้วให้วางชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นเรียงต่อกันใหม่เป็นรูปสี่เหลี่ยม จตุรัส จากนั้นครูเฉลยวิธีวางเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ พร้อมทั้งแนะนำ

ว่าชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นนี้สามารถนำมาวางเรียงต่อกันเป็นรูปต่าง ๆ ได้มากมาย โดยครูแสดงตัวอย่างของการเรียงต่อกัน เป็นรูปต่าง ๆ บนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ สักสองสามตัวอย่าง

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 “เจ็ดมหัศจรรย์” ให้นักเรียนกลุ่มละหนึ่งใบ ให้แต่ละกลุ่มปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 2 ตอนที่ 1 โดยให้นักเรียนสำรวจศึกษาว่าชิ้นส่วนต่าง ๆ ทั้งเจ็ดชิ้นมีพื้นที่สัมพันธ์กันอย่างไร นักเรียนมีวิธีหาและตรวจสอบอย่างไร (ในกิจกรรมนี้ต้องการตรวจสอบจากการคะเนด้วยสายตา การยกชิ้นส่วนซ้อนทับกัน และการอธิบายให้เหตุผลประกอบเท่านั้น ไม่มีจุดประสงค์ให้นักเรียนวัดความยาวและคำนวณหาพื้นที่) ครูเดินดูตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อแนะนำและตอบคำถามเป็นรายกลุ่มเท่าที่จำเป็น เมื่อเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ปฏิบัติตามกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนรายงานผลโดยให้อ่านคำถามพร้อมกันทีละข้อ ครูลุ่มให้ตัวแทนของนักเรียนตอบทีละกลุ่ม คำถามละหนึ่งหรือสองกลุ่ม หลังจากนั้นครูให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมตอนที่ 2 โดยให้เรียงต่อชิ้นส่วนเป็นรูปเรขาคณิตที่กลุ่มสนใจกลุ่มละหนึ่งรูป รวมทั้งเตรียมหาคำอธิบายเกี่ยวกับรูปร่างลักษณะ สมบัติเกี่ยวกับมุมและด้านของรูปเรขาคณิตที่ต่อได้นั้น แล้วให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลการปฏิบัติตามกิจกรรมหน้าชั้นเรียนครั้งละกลุ่มพร้อมกับแนะนำสมาชิกในกลุ่ม ชื่อกลุ่ม และให้เหตุผลในการตั้งชื่อกลุ่ม

6. ครูทบทวนขั้นตอนและวิธีการของการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 2 พร้อมกับแนะนำการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” ด้วยแผ่นโป่งใส จากนั้นแนะนำแนวการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน และอธิบายถึงบทบาทหน้าที่ของนักเรียน ในขั้นตอนต่าง ๆ ของกิจกรรม ได้แก่ การนำเสนอปัญหา การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน การแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย การนำเสนอผลการอภิปรายของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ และการปฏิบัติตามกิจกรรมรายบุคคล รวมทั้งการปฏิบัติตามใบกิจกรรม วิธีการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และการจัดป้ายนิเทศแสดงผลงาน ครูแนะนำอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องใช้ในการทำกิจกรรม การใช้สื่อทัศนูปกรณ์ เช่น การใช้เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ การใช้ไมโครโฟน การเขียนแผ่นโป่งใส เป็นต้น รวมถึงชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงรายละเอียดของการให้คะแนนในการวัดและประเมินผลการเรียนซึ่งประกอบด้วยการประเมินจากการปฏิบัติตามกิจกรรมกลุ่ม และจากการปฏิบัติตามกิจกรรมรายบุคคล

7. ครูแสดงภาพรูปต่อ “เจ็ดมหัศจรรย์” และรายละเอียดของโครงสร้าง (ดูรายละเอียดในเอกสารเสริมสำหรับครู) แนะนำการทำชิ้นส่วน “เจ็ดมหัศจรรย์” สำหรับใช้เป็นอุปกรณ์ในการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 2 ตอนที่ 3 โดยให้นักเรียนเขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร บนกระดาษสีหรือกระดาษจากใบโฆษณาสินค้า แล้วให้ตัดเป็นเจ็ดชิ้นตามแบบของรูปต่อเจ็ดมหัศจรรย์ ให้นักเรียนแต่ละคนเรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตทั้งเจ็ดชิ้นนี้ให้เป็นรูปที่มีความหมายตามความต้องการของ

นักเรียน คนละหนึ่งรูปแล้วฉีกลงบนกระดาษเปล่าและตกแต่งให้สวยงาม หลังจากนั้นให้นักเรียนนำเสนอผลงานบนป้ายนิเทศ

### การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และจากการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

ช่วยกันทำงานตามหน้าที่

กลุ่มที่ ..... ชื่อกลุ่ม .....

1. ชื่อประธานกลุ่ม.....
2. ชื่อเลขานุการ.....
3. ชื่อผู้ตรวจสอบผลงาน.....
4. ชื่อผู้สนับสนุน.....
5. ชื่อผู้รักษากติกาของกลุ่ม.....
6. ชื่อผู้รายงาน.....

### บทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

1. ประธานกลุ่ม เป็นผู้คอยกระตุ้นให้สมาชิกทุกคนเสนอความคิดเห็น ให้ทุกคนเอาใจใส่กับการทำงานให้เสร็จทันเวลา และสรุปผลการอภิปราย
  2. เลขานุการ เป็นผู้บันทึกผลการอภิปราย การตัดสินใจของกลุ่ม แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหา
  3. ผู้ตรวจสอบผลงาน เป็นผู้คอยตรวจสอบความเข้าใจจากการนำเสนอของสมาชิก และการตัดสินใจของกลุ่ม
  4. ผู้สนับสนุน เป็นผู้อ่านปัญหา ช่วยอภิปราย คอยช่วยเหลือสนับสนุน ช่วยจัดหาข้อมูลและอุปกรณ์ต่าง ๆ เพิ่มเติม
  5. ผู้รักษากติกาของกลุ่ม คอยดูแลให้สมาชิกทุกคนปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายด้วยความเต็มใจ และรับผิดชอบ
  6. ผู้รายงาน เป็นผู้นำเสนอผลงานต่อชั้นเรียน แลกเปลี่ยนผลงานกับกลุ่มอื่น
- (ในกรณีที่กลุ่มมีสมาชิก 4 คน ให้ประธานกลุ่มเป็นผู้รักษากติกาของกลุ่มด้วย และมอบหมายให้สมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเป็นผู้รายงาน)

หมายเหตุ นักเรียนทุกคนในกลุ่มควรจะหมุนเวียนสลับเปลี่ยนกันปฏิบัติตามบทบาทหน้าที่ให้ครบทุกหน้าที่

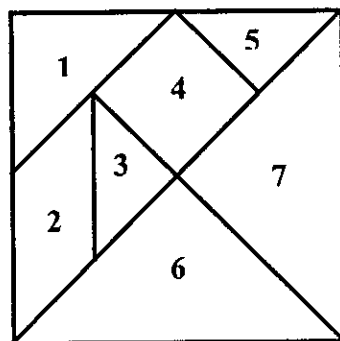
## ใบกิจกรรมที่ 2

### เจ็ดมหัศจรรย์

กลุ่มที่..... ชั้น ม. 1/.....  
ชื่อกลุ่ม.....

#### ตอนที่ 1 สำรวจเจ็ดมหัศจรรย์ กิจกรรมกลุ่ม

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรับอุปกรณ์รูปต่อ  
“เจ็ดมหัศจรรย์” จากคุณครู ประกอบด้วย ชิ้นส่วนเจ็ดชิ้น  
ซึ่งสามารถนำมาเรียงต่อกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพ



1. ให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันสำรวจว่าชิ้นส่วนแต่ละชิ้น  
เป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดบ้าง พร้อมทั้งบอกวิธีพิจารณา

| รูปที่ | ชนิดของรูปเรขาคณิต | วิธีพิจารณา |
|--------|--------------------|-------------|
|        |                    |             |
|        |                    |             |
|        |                    |             |
|        |                    |             |
|        |                    |             |
|        |                    |             |
|        |                    |             |

2. จากชิ้นส่วนของ“เจ็ดมหัศจรรย์” จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) ชิ้นที่ 1 มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของชิ้นใดบ้าง .....
- (2) ชิ้นที่ 2 มีพื้นที่เป็นกี่เท่าของพื้นที่ของชิ้นที่ 3 .....
- (3) ชิ้นที่ 6 มีพื้นที่เป็นกี่เท่าของพื้นที่ของชิ้นที่ 4 .....
- (4) ชิ้นที่ 5 มีพื้นที่เป็นเศษส่วนเท่าไรของพื้นที่ของชิ้นที่ 6 .....
- (5) ชิ้นที่ 2 มีพื้นที่เป็นเศษส่วนเท่าไรของพื้นที่ของชิ้นที่ 7 .....

3. นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบในข้อ 2 ข้างต้นอย่างไร

.....

.....

## ตอนที่ 2 ต่อเจ็ดมหัสจรรย์เป็นรูปเรขาคณิต กิจกรรมกลุ่ม

1. ให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันเรียงต่อชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นเป็นรูปเรขาคณิตหนึ่งรูป เช่น รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปห้าเหลี่ยม หรือรูปหกเหลี่ยม อย่างใดอย่างหนึ่งเพียงรูปเดียวตามความสนใจของกลุ่ม วาดรูปที่ต่อได้ไว้บนแผ่นโปสเตอร์ที่ครูแจกให้เพื่อเตรียมออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน รวมทั้งเตรียมหาคำอธิบายเกี่ยวกับรูปร่างลักษณะ สมบัติเกี่ยวกับมุมและด้านของรูปเรขาคณิตที่ต่อได้นั้นด้วย

2. ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มออกมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียน โดยออกมาแสดงการเรียงต่อชิ้นส่วนเป็นรูปเรขาคณิตบนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะหรือบนกระดานดำหน้าชั้นเรียน พร้อมกับแนะนำสมาชิกในกลุ่ม ชื่อกลุ่ม และให้เหตุผลในการตั้งชื่อกลุ่ม

หมายเหตุ เมื่อนักเรียนใช้เวลาในการเรียงต่อชิ้นส่วนมากกว่า 10 นาที แล้วยังไม่สามารถเรียงต่อเป็นรูปเรขาคณิตรูปใดรูปหนึ่งได้ ให้ขอตัวช่วยจากคุณครูผู้สอน

ตัวช่วย เป็นกรอบแสดงเส้นรอบรูปเรขาคณิตที่สามารถวางชิ้นส่วนเรียงต่อเป็นรูปเรขาคณิตนั้นได้และมีขนาดใหญ่พอดีกับการวางชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นลงในกรอบนั้น

## ตอนที่ 3 เล่นกับเจ็ดมหัสจรรย์ กิจกรรมรายบุคคล

1. ให้นักเรียนเขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร บนกระดาษสี่หรือบนกระดาษใบโฆษณาสินค้า แล้วให้ตัดเป็นเจ็ดชิ้นตามแบบของรูปต่อเจ็ดมหัสจรรย์ในตอนที่ 1

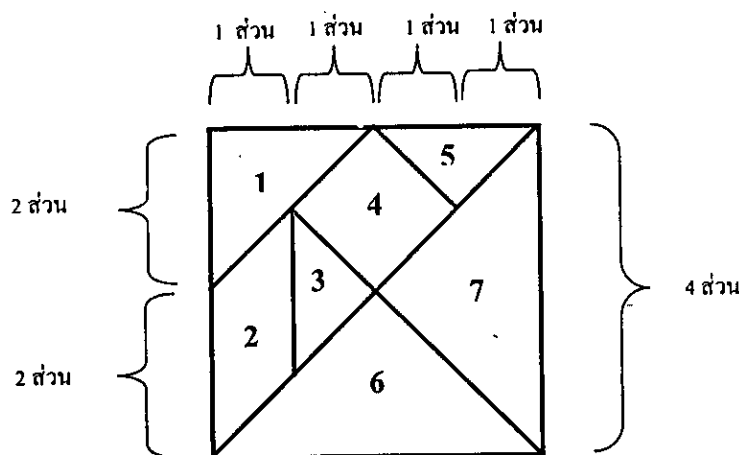
2. ให้นักเรียนแต่ละคนเรียงต่อชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นนี้ให้เป็นรูปที่มีความหมายตามความต้องการของนักเรียน คนละหนึ่งรูป แล้วให้ผนึกลงบนกระดาษเปล่าและตกแต่งให้สวยงาม หลังจากนั้นให้นักเรียนนำเสนอผลงานบนป้ายนิเทศ

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### ปฐมนิเทศ เรียนรู้ร่วมกัน

กิจกรรมนี้มีจุดประสงค์ที่จะแนะนำ และฝึกให้นักเรียนคุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ที่เน้นการให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลองแก้ปัญหา เกี่ยวกับการเรียงต่อชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตปัญหา ที่มีชื่อว่า “เจ็ดมหัศจรรย์” พร้อมกับสอดแทรกการ แนะนำการแก้ปัญหาโดยใช้ “พุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”

เจ็ดมหัศจรรย์ หรือ แทนแกรม (Tangram) เป็นของเล่นเก่าแก่ของชาวจีน ชาวจีนเรียกว่า “ฉีเฉียวตุ้” สามารถสร้างได้จากการตัดแบ่งกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเจ็ดชิ้นดังภาพ



กติกาในการเล่นคือ ให้นำชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นมาเรียงต่อกัน ห้ามวางซ้อนทับกัน เรียงต่อให้เป็น รูปที่มีความหมาย เช่น คน สัตว์ สิ่งของเครื่องใช้ ตามที่ผู้เล่นต้องการ นอกจากนี้ยังสามารถนำมาเรียง ต่อกันเป็นรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม เป็นต้น

การนำเจ็ดมหัศจรรย์มาใช้ในกิจกรรม เพื่อเรียนรู้ร่วมกัน กระทำในสองลักษณะ คือ

1. ใช้เป็นสื่อทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ สมบัติของรูปเรขาคณิต และพื้นที่ โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนสำรวจ ค้นหา และใช้คำถามกระตุ้น เช่น ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นมีลักษณะอย่างไร แต่ละชิ้นเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใดบ้าง มีพื้นที่สัมพันธ์กันอย่างไร นักเรียนทราบคำตอบได้อย่างไร มี วิธีตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้อย่างไร สำหรับวิธีค้นหาความสัมพันธ์ของพื้นที่ของชิ้นส่วน

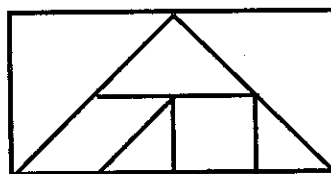
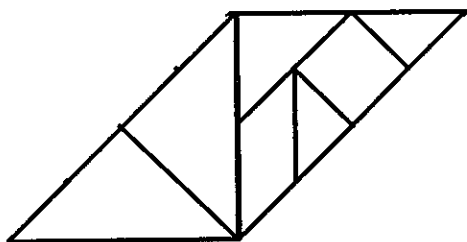
แต่ละชั้นนักเรียนอาจทำโดยการคะเนด้วยสายตา แล้วตรวจสอบจากการวางซ้อนทับกันโดยตรง หรือจากการใช้รูปสามเหลี่ยมเล็กเป็นสื่อกลางในการเปรียบเทียบพื้นที่

2. ใช้เป็นสื่อในการแนะนำและฝึกปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาร่วมกัน และการรายงานผลการแก้ปัญหา โดยดำเนินการไปพร้อมกับกิจกรรมในข้อ 1 และการให้นักเรียนช่วยกันเรียงต่อชิ้นส่วนเป็นรูปต่าง ๆ ตามที่กลุ่มต้องการ แล้วรายงานผลการปฏิบัติหน้าชั้นเรียนพร้อมกันกับการแนะนำสมาชิกในกลุ่มย่อยของนักเรียน

ในกิจกรรมนี้ครูสามารถแนะนำ การแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” ด้วยการทบทวน และใช้ตัวอย่างจากการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน ได้แก่ กิจกรรมเปรียบเทียบพื้นที่ และกิจกรรมเรียงต่อชิ้นส่วนทั้งเจ็ดชิ้นเป็นรูปเรขาคณิต ตามใบกิจกรรมที่ 2 ตอนที่ 1 ข้อ 2 และตอนที่ 2 ข้อ 1

### แนวตอบตามใบกิจกรรมที่ 2 ตอนที่ 1

1. ชิ้นส่วนรูปที่ 1, 3, 5, 6 และ 7 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะมีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก นอกจากนี้รูปสามเหลี่ยมทุกรูปยังเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย เพราะแต่ละรูปมีด้านสองด้านยาวเท่ากัน
  2. (1) ชิ้นที่ 1 มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของชิ้นที่ 2 และพื้นที่ของชิ้นที่ 4  
 (2) ชิ้นที่ 2 มีพื้นที่เป็นสองเท่าของพื้นที่ของชิ้นที่ 3  
 (3) ชิ้นที่ 6 มีพื้นที่เป็นสองเท่าของพื้นที่ของชิ้นที่ 4  
 (4) ชิ้นที่ 5 มีพื้นที่เป็น  $\frac{1}{4}$  ของพื้นที่ของชิ้นที่ 6  
 (5) ชิ้นที่ 2 มีพื้นที่เป็น  $\frac{1}{2}$  ของพื้นที่ของชิ้นที่ 7
  3. นักเรียนอาจมีวิธีการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบในข้อ 2 ข้างต้นโดยการยกชิ้นส่วนซ้อนทับกันเพื่อเปรียบเทียบพื้นที่ หรือใช้รูปสามเหลี่ยมรูปเล็กเป็นตัวกลางในการเปรียบเทียบว่าชิ้นส่วนอื่น ๆ แต่ละชิ้นมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปเล็กกี่รูป
- ตัวอย่างการเรียงต่อชิ้นส่วน “เจ็ดมหัศจรรย์” เป็นรูปเรขาคณิต



เส้นรอบรูปของรูปเรขาคณิตที่ได้นี้ สามารถใช้เป็น “ตัวช่วย” ตามใบกิจกรรมที่ 2 ตอนที่ 2

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 2

ชื่อกิจกรรม สูตรคูณแสนสนุก

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ให้นักเรียนได้ทบทวนความหมายของการคูณ ทบทวนการท่องสูตรคูณซึ่งมีประโยชน์ในการนำไปใช้หาผลลัพธ์จากการหาร หาคำประกอบ และแยกตัวประกอบ อันเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องเรียนรู้ กิจกรรมนี้ยังเป็นตัวอย่างกิจกรรมฝึกการแก้ปัญหา โดยการสำรวจศึกษาจากการสังเกตและค้นหาแบบรูปของตัวเลข การเขียนภาพและแผนภาพที่เกี่ยวข้องกับสูตรคูณ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและค้นหาความเป็นระบบ ความมีระเบียบแบบแผน และความงามของตัวเลขในสูตรคูณที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความรู้สึกที่ดีต่อสูตรคูณ เป็นการใช้ประโยชน์จากสูตรคูณในด้านการเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์นอกเหนือไปจากการใช้ประโยชน์ในด้านการคิดคำนวณ และสามารถสอดแทรกการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” และ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ”

**จุดประสงค์** ให้นักเรียนสามารถ

1. นำเสนอและอธิบายแบบรูปของตัวเลขจากผลคูณของสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9
2. เปรียบเทียบแบบรูปของตัวเลขจากผลคูณของสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9

**ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์**

1. สูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9
2. เลขโดด

**สื่อ / อุปกรณ์**

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “สูตรคูณแม่ 4”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “สูตรคูณของเรา”
3. ใบกิจกรรมที่ 3 “สูตรคูณแสนสนุก”
4. แผ่นโป่งใส 2.1–2.3
5. แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” และ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ”
6. ดินสอสี

## แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูทบทวนความหมายของการคูณจำนวนนับกับนักเรียนทั้งชั้นเรียน เช่น

$$2 \times 4 = 4 + 4 = 8$$

$$5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

จากนั้น ให้นักเรียนท่องสูตรคูณแม่ 4 พร้อม ๆ กัน พร้อมกับครูเขียนสูตรคูณแม่ 4 บนกระดานดำหรือบนแผ่นโปสเตอร์ 2.1

2 ให้นักเรียนพิจารณาผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4 ครูเสนอปัญหา “ในสูตรคูณแม่ 4 มีสิ่งที่น่าสนใจอะไรบ้าง” ให้นักเรียนสำรวจ ค้นหาแล้วนำเสนอสิ่งที่นักเรียนคิดว่าน่าสนใจ ตัวอย่างจากการนำเสนอของนักเรียนที่ควรจะเป็น เช่น

- 1) ผลคูณเพิ่มขึ้นครั้งละ 4
- 2) ผลคูณเป็นจำนวนคู่
- 3) ผลคูณหารด้วย 4 ลงตัว
- 4) ตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณ คือ 4, 8, 2, 6, 0, 4, 8, 2, 6, 0, ...

ครูนำข้อเสนอของนักเรียนมาให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบและขยายแนวคิด เช่น “ทำไมผลคูณในสูตรคูณแม่ 4 จึงเพิ่มขึ้นครั้งละ 4” (เป็นไปความหมายของการคูณ เช่น  $2 \times 4 = 4 + 4$  ;  $3 \times 4 = 4 + 4 + 4$  ซึ่งเพิ่มขึ้นจากเดิมอีก 4 ) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 “สูตรคูณแม่ 4” ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 1 จากนั้นครูซักถามและอภิปรายผลการปฏิบัติตามกิจกรรมเพิ่มเติม โดยครูให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนอ่านคำถามพร้อม ๆ กัน แล้วให้นักเรียนตอบทีละคน นักเรียนที่ตอบภายหลังให้เพิ่มเติมเฉพาะส่วนที่แตกต่าง

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–6 คน แต่ละกลุ่มเลือกสูตรคูณแม่ 2, 3, 5, 6, 7, 8 และ 9 กลุ่มละสอง แม่ โดยครูควบคุมให้นักเรียนทั้งชั้นได้ศึกษาสูตรคูณครบทุกแม่ ให้แต่ละกลุ่มแบ่งเป็นสองกลุ่มย่อย พิจารณาค้นหาความน่าสนใจของผลคูณจากสูตรคูณที่เลือกกลุ่มย่อยละหนึ่งแม่ และบันทึกผลลงในใบกิจกรรมที่ 2 “สูตรคูณของเรา” จากนั้นให้กลุ่มย่อยนำเสนอผลการศึกษาค้นคว้าของกลุ่มนักเรียนเพื่ออภิปรายสรุปเป็นผลงานของกลุ่ม

4. ให้นักเรียนนำเสนอผลการทำกิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยให้นำเสนอกลุ่มละหนึ่งแม่สูตรคูณ ในขณะที่นำเสนอ “การลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณ” ให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนท่องสูตรคูณแม่นั้นพร้อม ๆ กัน เมื่อนำเสนอจบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ช่วยเพิ่มเติมสาระที่แตกต่างออกไป ครูช่วยเพิ่มเติมให้ชัดเจน สมบูรณ์ และสอดคล้องแนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” ซึ่งได้แก่ การสำรวจ สังเกต และค้นหาความสัมพันธ์ จากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วสร้างข้อความคาดการณ์ (ด้วยวิธีอุปนัย ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนยังไม่สามารถตรวจสอบว่าเป็นจริงโดยการนิรนัย) และ

สอดคล้องแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ให้นักเรียนจดบันทึกสาระสำคัญจากการนำเสนอของกลุ่มต่าง ๆ และการสรุปเพิ่มเติมของครู

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 “เปรียบเทียบสูตรคูณแสนสนุก” ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล ครูอธิบายแนวการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้แผ่นโป่งใส 2.2 แล้วให้นักเรียนแต่ละคนเปรียบเทียบผลการค้นหาความน่าสนใจของผลลัพธ์ของสูตรคูณจากการเขียนรูปแบบวงกลมตัวเลขของสูตรคูณแม่ต่าง ๆ เช่น แม่ 2 กับ แม่ 8 ซึ่งนักเรียนจะได้รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าเหมือนกัน แต่จะมีบางสิ่งที่แตกต่างกัน ให้นักเรียนค้นหาความแตกต่างนี้ ทั้งนี้ครูอาจแนะนำให้นักเรียนเขียนลูกศรแสดงทิศทางของการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อดำแหน่งของตัวเลขในหลักหน่วยด้วยดินสอสีบนวงกลมตัวเลขของสูตรคูณแม่ต่าง ๆ (ดังรายละเอียดในเอกสารเสริมสำหรับครู)

6. ครูให้นักเรียนอ่านภาพขัณยานี 11 “สูตรคูณแสนสนุก” โดยใช้แผ่นโป่งใส 2.3 เพื่อเป็นการสรุปการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน (ครูควรศึกษาการอ่านภาพขัณยานี 11 และอาจฝึกเตรียมนักเรียนไว้ล่วงหน้าสักสองสามคนให้มาอ่านนำนักเรียนอื่น ๆ หรือเชิญครูสอนวิชาภาษาไทยมาแนะนำการอ่านกับนักเรียน) จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันจัดป้ายนิเทศ “สูตรคูณแสนสนุก” หลังจากจบกิจกรรมแล้ว

7. ครูกล่าวสรุปถึงประโยชน์ของสูตรคูณ ในการนำไปใช้หาผลลัพธ์จากการคูณ และการหาร การแยกตัวประกอบ การหา ค.ร.น. และ ห.ร.ม. เชิญชวนให้นักเรียนท่องสูตรคูณให้ได้ โดยใช้แนวคิดจากกิจกรรม “สูตรคูณแสนสนุก” นี้ นำไปช่วยในการท่องจำ

## การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและ จากการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

# ใบกิจกรรมที่ 1

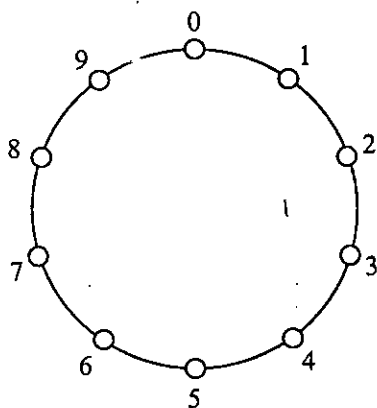
## สูตรคูณแม่ 4

ชื่อ.....  
 กลุ่มที่..... ชั้น ม.1/.....

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้เป็นรายบุคคล โดยจดบันทึกผลจากการอภิปรายกับเพื่อน ๆ  
 ในชั้นเรียนตามคำแนะนำของครู

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. จงเติมตัวเลขในสูตรคูณแม่ 4</p> <p><math>1 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>2 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>3 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>4 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>5 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>6 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>7 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>8 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>9 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>10 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>11 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>12 \times 4 = \dots\dots\dots</math></p> | <p>2. ผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4 ในข้อ 1<br/>         มีอะไรน่าสนใจบ้าง</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>จากสูตรคูณในข้อ 1 จงเขียนตัวเลขในหลัก<br/>         หน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4 เรียงตาม<br/>         ลำดับ</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ตัวเลขเหล่านี้มีอะไรน่าสนใจบ้าง</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

3. จงลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในหลักหน่วย  
 ของผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4



นักเรียนจะอธิบายรูปที่นักเรียนเขียนอย่างไร

.....

.....

นักเรียนมีข้อสังเกตอื่น ๆ ที่น่าสนใจจาก  
 สูตรคูณแม่ 4 เพิ่มเติมหรือไม่ อย่างไร

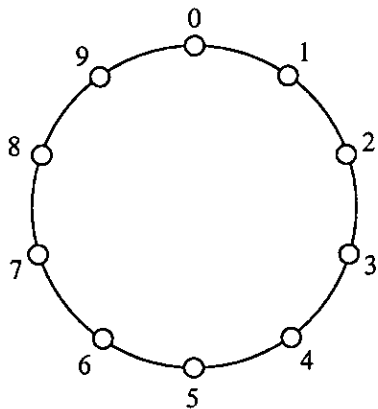
.....

.....

(นักเรียนอาจมีข้อสังเกตเพิ่มเติมหรือไม่ก็ได้)



3. จงลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณในข้อ 1



นักเรียนพบรูปอะไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนเสนอแนะสิ่งที่น่าสนใจอื่น ๆ ที่นักเรียนค้นพบจากสูตรคูณในข้อ 1

.....

.....

.....

.....

**ตอนที่ 2      กิจกรรมกลุ่ม**

1. ให้นักเรียนอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมตอนที่ 1 เพื่อสรุปเป็นผลงานของกลุ่ม แล้วส่งตัวแทนอย่างน้อย 2 คน นำเสนอหน้าชั้นเรียน
2. หลังจากฟังการนำเสนอหน้าชั้นเรียนของกลุ่มอื่น ๆ แล้ว นักเรียนมีข้อสังเกตเพิ่มเติมอะไรบ้างเกี่ยวกับสูตรคูณในตอนที 1 ข้อ 1

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

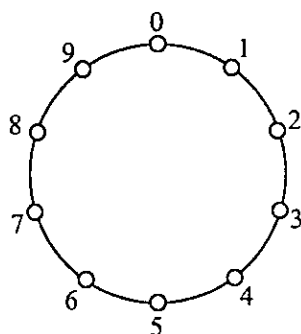
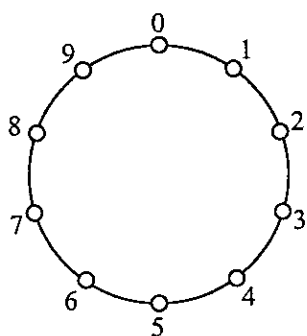
### ใบกิจกรรมที่ 3

#### เปรียบเทียบสูตรคูณแสนสนุก

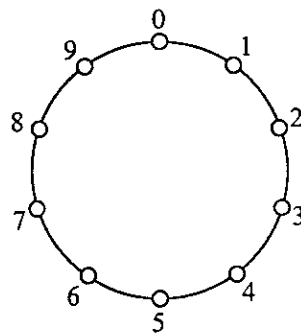
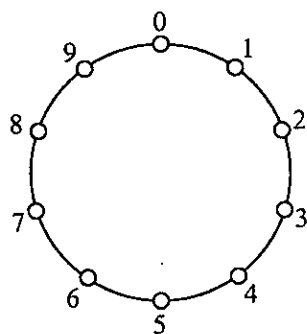
กลุ่มที่..... ชั้น ม.1/.....  
ชื่อ.....

กิจกรรมรายบุคคล หลังจากฟังการนำเสนอผลการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 2 ของกลุ่มต่าง ๆ แล้ว

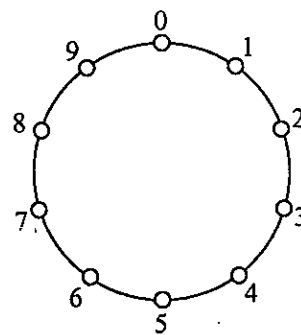
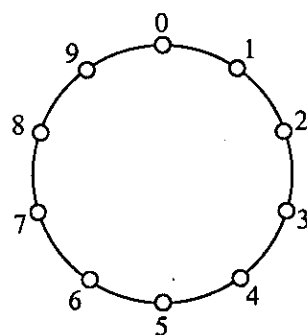
ให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบรูปที่ได้จากการลากเส้นโยงตำแหน่งตัวเลขในหลักหน่วยของ  
ผลคูณจากสูตรคูณแม่ต่าง ๆ บนวงกลมตัวเลข นักเรียนมีข้อค้นพบอะไรบ้าง



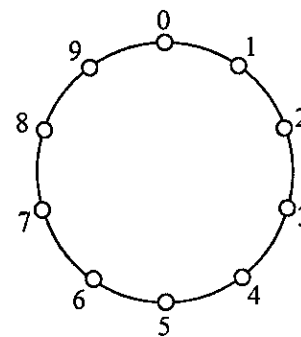
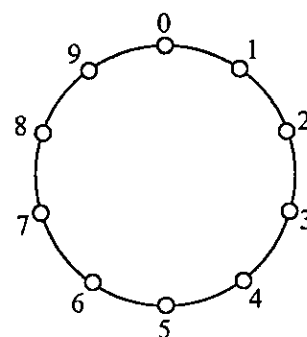
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....

กิจกรรมที่ 2 สูตรคูณแสนสนุก

สื่อประกอบ แผ่นโปรงใส 2.1 – 2.5

### สูตรคูณแสนสนุก

สูตรคูณแม่.....

1 x ..... = .....

2 x ..... = .....

3 x ..... = .....

4 x ..... = .....

5 x ..... = .....

6 x ..... = .....

7 x ..... = .....

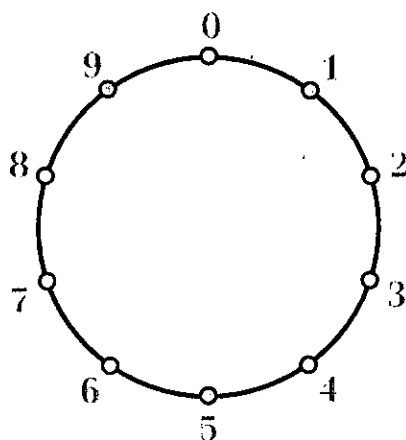
8 x ..... = .....

9 x ..... = .....

10 x ..... = .....

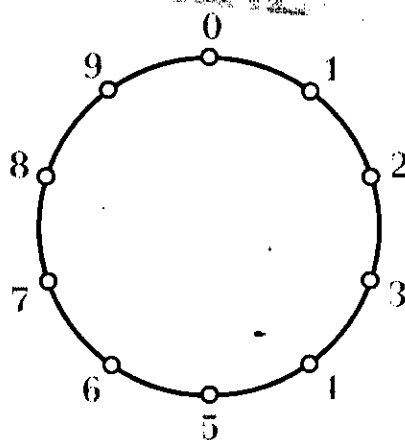
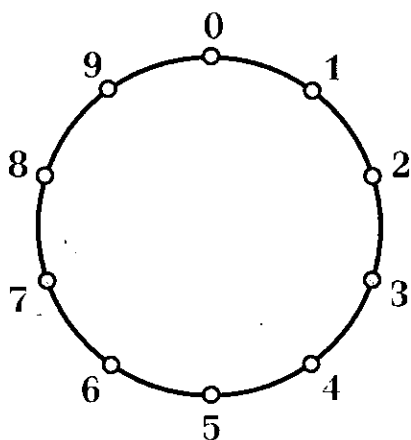
11 x ..... = .....

12 x ..... = .....



แผ่นโปรงใส 2.1

### สูตรคูณแสนสนุก



แผ่นโปรงใส 2.2

### สูตรคูณแสนสนุก

|                     |                         |
|---------------------|-------------------------|
| สูตรคูณที่เราท่อง   | เมื่อยิ่งมองก็ยิ่งสวย   |
| จำได้ไม่งงงวย       | งดงามมากจากงานเรา       |
| หลักหน่วยในผลคูณ    | มีทั้งศูนย์หนึ่งถึงเก้า |
| จากวงกลมถ้าเอา      | เลขโดดนี้เขียนที่วง     |
| สูตรคูณแต่ละแม่     | ช่างงามแท้เมื่อตกลง     |
| ลากส่วนของเส้นตรง   | ตามหลักหน่วยในผลคูณ     |
| จากจุดต่อยังจุด     | ไม่สะดุดเส้นเพิ่มพูน    |
| ต่างเส้นต่างเกือกลม | ก่อเกิดรูปเกิดลายดี     |
| แม่แปดกับแม่สอง     | รูปที่มองห่าเหลี่ยมมี   |
| แม่หกกับแม่สี่      | ได้ดาวมีห้าแฉกงาม       |
| ดาวสิบแฉกแปลกตา     | ผลเกิดมาแม่เจ็ดสาม      |
| สิบเหลี่ยมก็ได้ตาม  | ต่อแม่เก้าเราชอบจัง     |

ดนัย ยัณคง ประพันธ์

แผ่นโปร่งใส 2.3

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### สูตรคูณแสนสนุก

การหาผลคูณของจำนวนนับที่มีค่าน้อยๆ เช่น 2 ถึง 12 มักจัดทำไว้เป็นตารางสำเร็จรูป เรียกว่า ตารางคูณ หรือ สูตรคูณ ให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาท่องจำ ซึ่งควรจะท่องอย่างมีความเข้าใจในความหมายของการคูณ (เช่น  $2 \times 4$  หมายถึง  $4+4 = 8$  และ  $4 \times 2$  หมายถึง  $2+2+2+2 = 8$ ) เพื่อประโยชน์ในการนำไปใช้ในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับการคูณและการหาร โดยใช้ร่วมกับสมบัติอื่น ๆ ของการคูณจำนวนจริง รวมทั้งการหาตัวประกอบ และการแยกตัวประกอบของจำนวนนับ

ในกิจกรรม “สูตรคูณแสนสนุกสนุก” นี้ ครูสามารถสอดแทรกการแนะนำ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” และ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” โดยชี้แนะให้นักเรียนเห็นจากงานการแก้ปัญหที่นักเรียนทำมาแล้วเพื่อให้นักเรียนได้คุ้นเคยกับชื่อยุทธวิธีและวิธีการในการดำเนินการของยุทธวิธีทั้งสองนี้เป็นเบื้องต้น และจะคุ้นเคยมากยิ่งขึ้นในกิจกรรมต่อไป

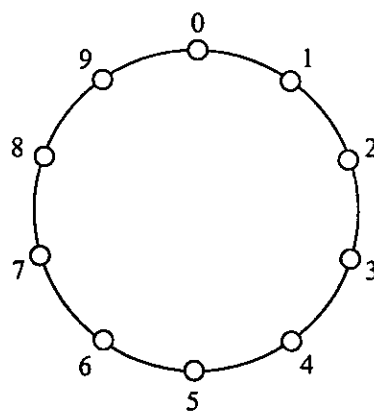
เนื่องจากผลคูณที่เขียนเรียงตามลำดับจากสูตรคูณแม่ต่าง ๆ เป็นการเพิ่มจำนวนครั้งละเท่า ๆ กัน ทำให้การเขียนตัวเลขแสดงผลคูณ เป็นไปอย่างมีระบบ เป็นระเบียบ และเมื่อพิจารณาให้ดีจะพบความงาม ความน่าสนใจแฝงอยู่ในผลคูณจากสูตรคูณ สามารถนำมาสร้างเป็นกิจกรรมการแก้ปัญหให้นักเรียนฝึกการสำรวจ สังเกต ค้นหาแบบรูปของจำนวน และสามารถใช้เป็นสื่อสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เช่น จากสูตรคูณแม่ 4

|               |   |    |
|---------------|---|----|
| $1 \times 4$  | = | 4  |
| $2 \times 4$  | = | 8  |
| $3 \times 4$  | = | 12 |
| $4 \times 4$  | = | 16 |
| $5 \times 4$  | = | 20 |
| $6 \times 4$  | = | 24 |
| $7 \times 4$  | = | 28 |
| $8 \times 4$  | = | 32 |
| $9 \times 4$  | = | 36 |
| $10 \times 4$ | = | 40 |
| $11 \times 4$ | = | 44 |

$$12 \times 4 = 48$$

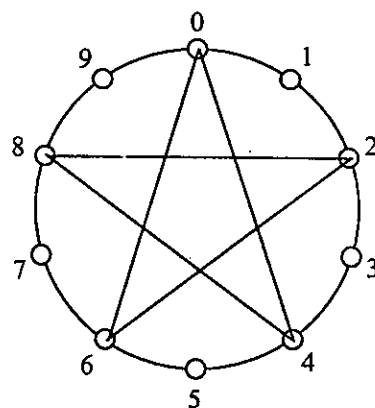
เลขโดดในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4 เรียงตามลำดับจากสูตรคูณ ได้แก่ 4, 8, 2, 6, 0, 4, 8, 2, 6, 0, ... เรียงตามลำดับ วนเช่นนี้เรื่อยไป

เมื่อเขียนรูปวงกลม และกำหนด  
จุด 10 จุดบนเส้นรอบวงให้มีระยะห่างเท่าๆ กัน  
ให้จุดเหล่านี้เป็นตำแหน่งของตัวเลข  
0, 1, 2, ..., 9 ดังรูป  
จะเรียกรูปวงกลมนี้ว่า วงกลมตัวเลข



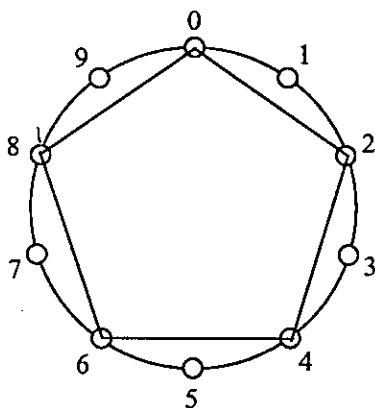
วงกลมตัวเลข

ถ้าลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมโยง  
ตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมตัวเลขซึ่งเป็น  
ตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่ 4  
ได้แก่ 4, 8, 2, 6, 0, ... เรียงตามลำดับ  
เช่นนี้เรื่อยไป จะได้ รูปดาว ดังรูป

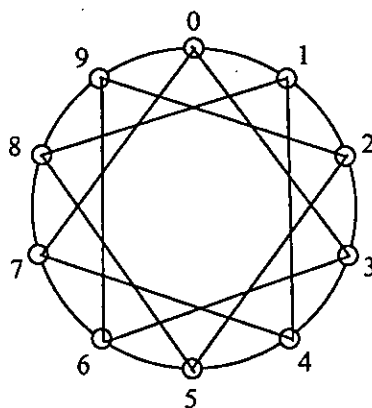


แม่ 4

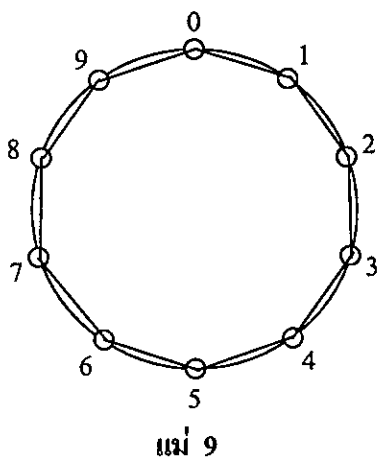
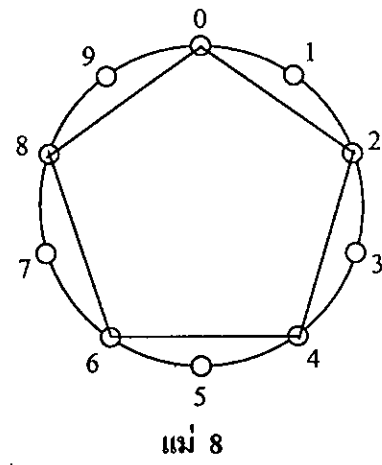
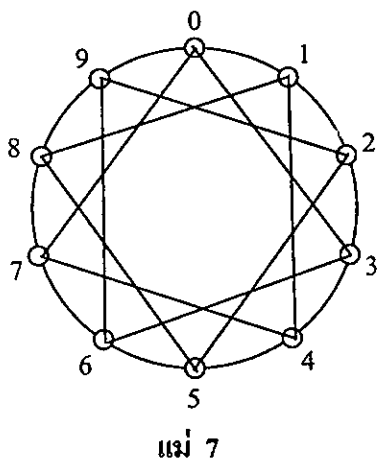
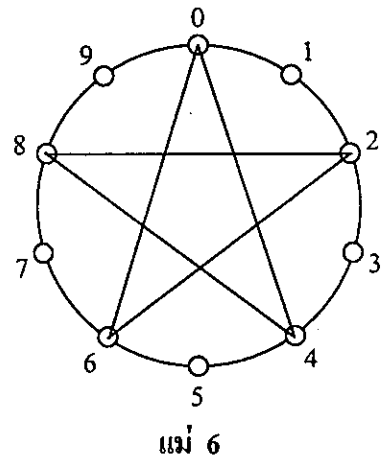
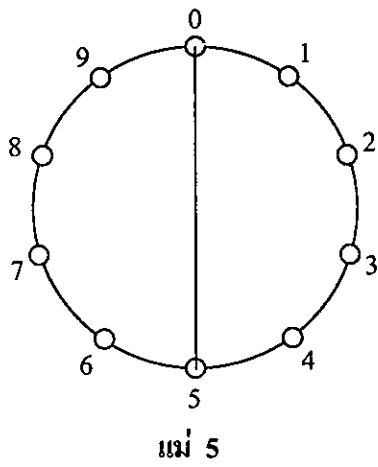
เมื่อใช้วิธีการทำนองเดียวกันนี้กับผลคูณจากสูตรคูณแม่อื่นๆ บนวงกลมตัวเลข จะได้รูปต่างๆ  
ดังนี้



แม่ 2

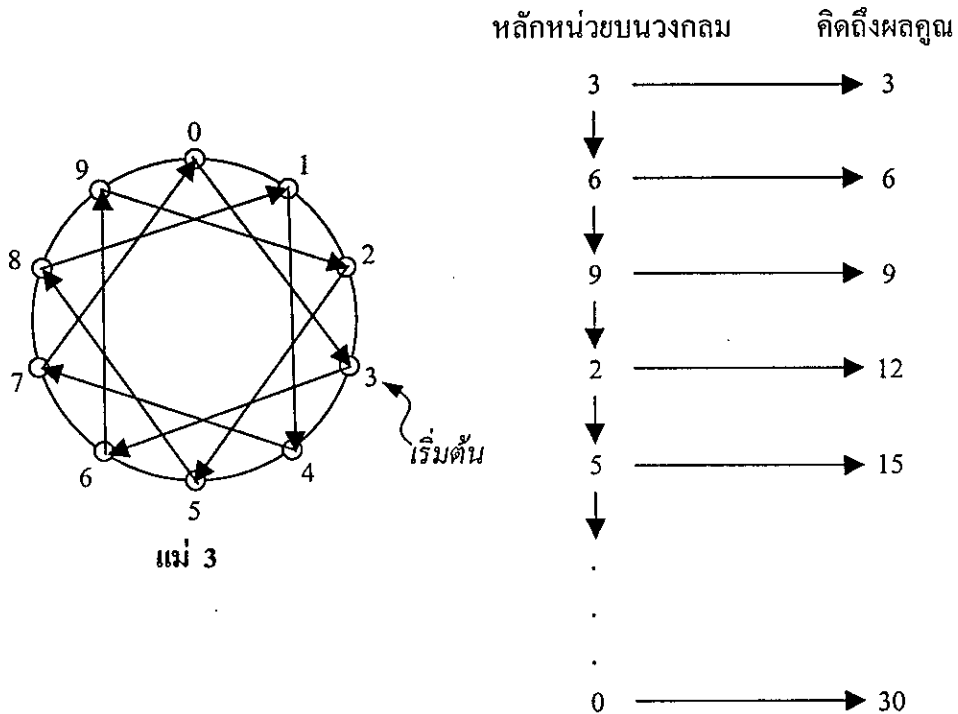


แม่ 3



เมื่อเขียนลูกศรแสดงทิศทางของการลากส่วนของเส้นตรงบนวงกลมตัวเลข รูปแสดงเส้นทางของตัวเลขหลักหน่วยของผลคูณของสูตรคูณบนวงกลมตัวเลขนี้ช่วยให้ระลึกถึงผลคูณจากสูตรคูณ และช่วยยืนยันความถูกต้องในการท่องสูตรคูณของนักเรียน

เช่น ในสูตรคูณแม่ 3 จะได้ผลดังนี้

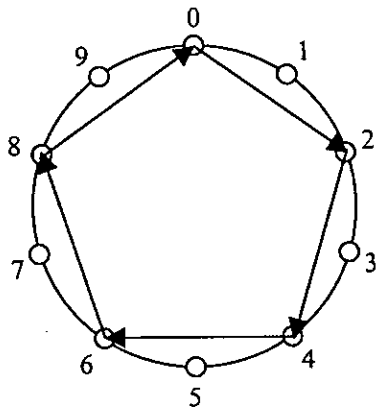


เมื่อพิจารณารูปที่ได้บนวงกลมตัวเลขของสูตรคูณแม่ต่าง ๆ จะพบว่าบางรูปมีความคล้ายคลึงกัน ได้แก่

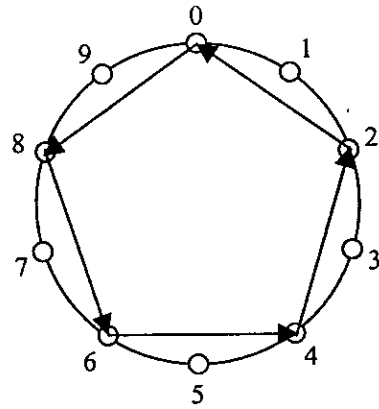
- แม่ 2 กับ แม่ 8 เป็นรูปห้าเหลี่ยม
- แม่ 3 กับ แม่ 7 เป็นรูปดาวสิบแฉก
- แม่ 4 กับ แม่ 6 เป็นรูปดาวห้าแฉก

แต่ละคู่ข้างต้นที่มีรูปบนวงกลมตัวเลขคล้ายคลึงกันนี้ ครูสามารถสร้างกิจกรรมให้นักเรียนเปรียบเทียบและค้นหาความแตกต่าง ฝึกทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์ ซึ่งนักเรียนจะค้นพบได้ว่าแต่ละคู่ดังกล่าวมีทิศทางของลูกศรหรือเส้นทางของตัวเลขหลักหน่วยอยู่ในทิศทางที่ตรงข้ามกัน ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเริ่มต้นแนะนำการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมตัวเลขซึ่งเป็นตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่ต่าง ๆ ในตอนแรกครูไม่จำเป็นต้องแนะนำให้นักเรียนเติมหัวลูกศรแสดงทิศทาง แต่ให้นักเรียนเป็นผู้เสนอแนะเอง เพื่อประโยชน์ในการ

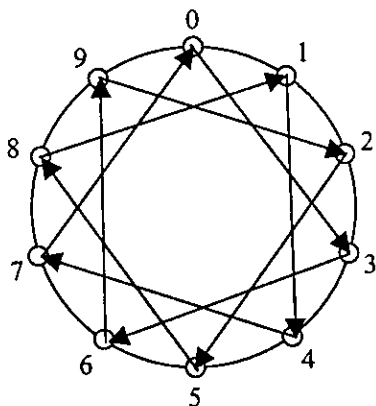
ส่งเสริมการคิดเปรียบเทียบค้นหาความเหมือน และความแตกต่างของสูตรคูณแม่ต่าง ๆ ด้วยตัวของนักเรียนเอง นอกจากนี้ครูอาจแนะนำให้นักเรียนใช้ดินสอสีกแต่งรูปให้สวยงาม แล้วจัดแสดงไว้บนป้ายนิเทศ



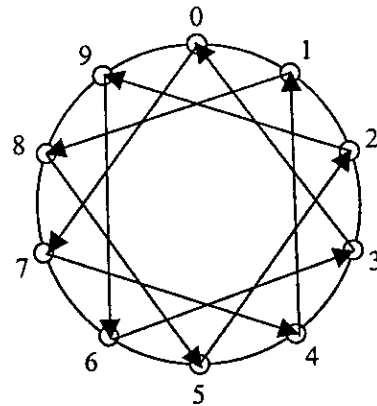
แม่ 2



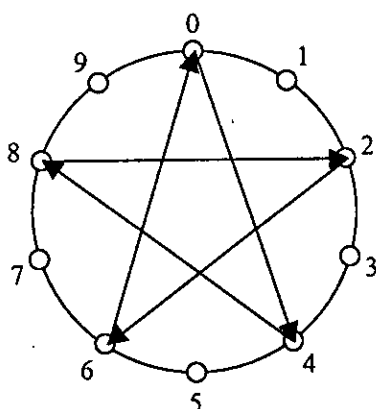
แม่ 8



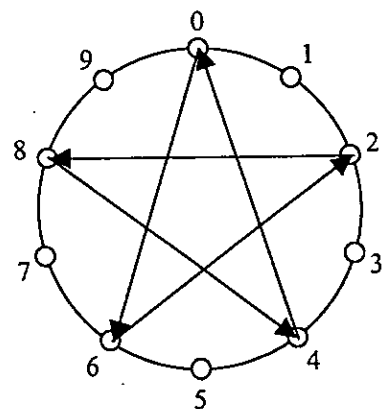
แม่ 3



แม่ 7

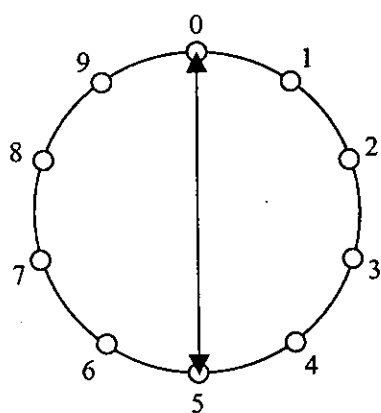


แม่ 4

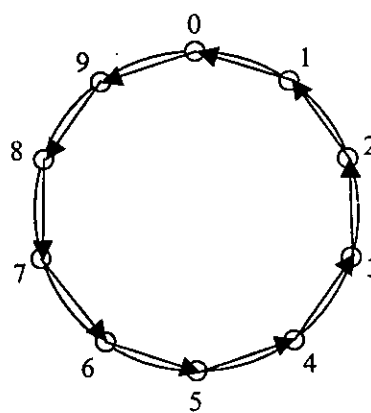


แม่ 6

สำหรับสูตรคูณแม่ 5 และแม่ 9 มีรูปแบบวงกลมตัวเลขแตกต่างจากสูตรคูณแม่อื่น ๆ เมื่อเติมหัวลูกศรแสดงทิศทางของการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมตัวเลขซึ่งเป็นตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณก็จะช่วยให้ท่องสูตรคูณได้ง่ายเช่นกัน



แม่ 5



แม่ 9

ข้อค้นพบอื่น ๆ ที่นักเรียนสามารถสังเกตได้จากผลคูณของสูตรคูณ เช่น  
สูตรคูณแม่ 9

|               |   |     |
|---------------|---|-----|
| $1 \times 9$  | = | 9   |
| $2 \times 9$  | = | 18  |
| $3 \times 9$  | = | 27  |
| $4 \times 9$  | = | 36  |
| $5 \times 9$  | = | 45  |
| $6 \times 9$  | = | 54  |
| $7 \times 9$  | = | 63  |
| $8 \times 9$  | = | 72  |
| $9 \times 9$  | = | 81  |
| $10 \times 9$ | = | 90  |
| $11 \times 9$ | = | 99  |
| $12 \times 9$ | = | 108 |

สิ่งที่น่าสนใจที่สังเกตพบจากผลคูณของ 9 กับจำนวน 1 ถึง 10 คือ

1. เลขโดดในหลักหน่วยจะลดลงทีละ 1 เลขโดดในหลักสิบเพิ่มขึ้นทีละ 1
2. ผลบวกของเลขโดดของผลคูณ เท่ากับ 9 ทุกจำนวน

$$(0 + 9, 1 + 8, 2 + 7, 3 + 6, 4 + 5, 5 + 4, 6 + 3, 7 + 2, 8 + 1, 9 + 0)$$

สำหรับผลคูณของ 9 กับจำนวนอื่นๆ เช่น  $11 \times 9 = 99$

จะพบว่า  $9 + 9 = 18$  และ  $1 + 8 = 9$

ทักษะการสังเกต การสำรวจและการค้นหาแบบรูปเป็นทักษะที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยทำให้มีความเข้าใจคณิตศาสตร์ และมองเห็นความงามของคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับแบบรูปมากมาย แบบรูปทางคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น แบบรูปของจำนวนคี่ ได้แก่ 1, 3, 5, 7, ... แบบรูปของจำนวนนับที่เริ่มจาก 1 และเพิ่มขึ้นครั้งละ 5 ได้แก่ 1, 6, 11, 16, ... ในกิจกรรมนี้ ครูเพียงแต่แนะนำให้นักเรียนรู้จักแบบรูปทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือไปจากแบบรูปของจำนวนจากสูตรคูณก็เพียงพอแล้ว

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 5

ชื่อกิจกรรม สัมกับเงาะ

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมสัมกับเงาะมีความเชื่อมโยงกับพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง ตัวประกอบและตัวประกอบร่วมของจำนวนนับ ในการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนจะได้เรียนรู้เข้าใจ ความหมายจากการนำมาใช้แก้ปัญหาที่นักเรียนอาจพบในชีวิตจริง จากการลงมือปฏิบัติโดยใช้สื่อของจริง และใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพซึ่งจะทำให้มองเห็นการแก้ปัญหายังเป็นรูปธรรม และทำให้ เข้าใจนิมิตทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแจ่มชัดในการเชื่อมโยงเข้าสู่มนิคมของตัวประกอบ และตัวประกอบร่วมของจำนวนนับ ซึ่งเป็นการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่เป็นนามธรรมยิ่งขึ้น ในกิจกรรมนี้สามารถสอดแทรกการแนะนำ “กระบวนการแก้ปัญหาย” และยุทธวิธีแก้ปัญหาย ได้แก่ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ”

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. หาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับที่กำหนด
2. แก้ปัญหายเกี่ยวกับตัวประกอบร่วม

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ตัวประกอบของจำนวนนับ

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “สัมกับเงาะ”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “ปลาเงินกับปลาทอง”
3. แผ่นโปรงใส 5.1 – 5.2
4. แผ่นโปรงใส “กระบวนการแก้ปัญหาย” “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ”
5. วัสดุสิ่งของที่ใช้แทนส้ม และเงาะ เช่น กระจุมสีเหลืองและสีแดง ยางวงสองสี

### แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาการหารกับนักเรียนทั้งชั้นเรียน โดยเขียนบนกระดานดำหรือใช้แผ่นโปสเตอร์ 5.1 เช่น “มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละ 3 ผล ได้กี่ถุง”

ให้นักเรียนเสนอแนะวิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะแสดงโดยเขียนประโยคสัญลักษณ์การหาร

$$15 \div 3 = 5$$

ดังนั้น แบ่งส้มใส่ถุง ถุงละ 3 ผล ได้ 5 ถุง

ครูให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบด้วยวิธีอื่น ๆ เช่น ใช้ของจริง ใช้การเขียนภาพ ซึ่งนักเรียนจะเห็นว่ามีความสอดคล้องกับการหาคำตอบจากการหาร



ดังนั้น แบ่งส้มใส่ถุงละ 3 ผล ได้ 5 ถุง

2. ครูนำเสนอปัญหาใหม่ด้วยการขยายแนวคิดจากโจทย์ปัญหาเดิม

“มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จะแบ่งได้กี่ถุง ถุงละกี่ผล”

โดยเขียนบนกระดานดำหรือใช้แผ่นโปสเตอร์ 5.1 ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบ

ให้นักเรียนเสนอแนวคิดหรือวิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหา หน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนอาจแสดงโดยการลงมือปฏิบัติ ใช้สิ่งของแทนส้ม เช่น กระจุก ยางวง แสดงการจัดแยกเป็นกอง ๆ หรือใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยการหาตัวประกอบของ 15 ครูช่วยทำแนวคิดที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนขึ้น เชื่อมโยงแนวคิดในการแก้ปัญหาจากการใช้สิ่งของ การเขียนภาพหรือแผนภาพ ซึ่งเป็นสิ่งที่ป็นรูปธรรมไปสู่แนวคิดเรื่องการหาตัวประกอบซึ่งเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมขึ้น (ดังรายละเอียดในเอกสารเสริมสำหรับครู)

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-6 คน แต่ละกลุ่มรับใบกิจกรรมที่ 1 “ส้มกับเงาะ” และวัสดุสิ่งของที่ใช่แทนส้มและเงาะ ได้แก่ กระจุกสีเหลืองและสีแดงอย่างละ 20 อัน ให้นักเรียนปฏิบัติตามที่กำหนดในใบกิจกรรม โดยอภิปรายภายในกลุ่มเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาร่วมกัน ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินไปสังเกตและให้ความช่วยเหลือตามกลุ่มต่าง ๆ ใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย โดยจัดทำเป็นประเด็นคำถามที่ควรใช้ในการอภิปราย

ประกอบใบกิจกรรมที่ 1 แจกให้นักเรียน กลุ่มละหนึ่งแผ่น (กลุ่มที่สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้เอง ครูไม่จำเป็นต้องแจกประเด็นคำถาม เพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาสใช้ความคิดอย่างเป็นอิสระ) หลังจากนั้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบการแก้ปัญหา

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรายงานเกี่ยวกับแนวคิด/วิธีทำ ในการแก้ปัญหตามใบกิจกรรม ที่ 1 “สัมผัสเงาะ” ให้นำเสนอกลุ่มละหนึ่งวิธี โดยกลุ่มที่นำเสนอภายหลัง นำเสนอเฉพาะประเด็นที่แตกต่างจากกลุ่มแรก ๆ ซึ่งนักเรียนควรจะได้นำเสนอในสองแนวคิดต่อไปนี้คือ

4.1 การลงมือปฏิบัติโดยใช้สิ่งของ หรือรูปภาพ แล้วบันทึกผลการแก้ปัญหาด้วยการเขียนภาพหรือแผนภาพ และเขียนคำอธิบาย

4.2 การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยการหาตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18

ครูช่วยขยายแนวคิดที่นักเรียนเสนอให้ชัดเจนขึ้น พร้อมทั้งเชื่อมโยงแนวคิดทั้งสองแนวคิดข้างต้นเข้าด้วยกัน และให้นักเรียนพิจารณาว่าในการแก้ปัญหาลักษณะนี้กรณีทั่ว ๆ ไป ซึ่งอาจมีจำนวนที่เกี่ยวข้องมากขึ้น นักเรียนควรจะเลือกใช้แนวคิดใด โดยใช้แผ่นโป่งใส 5.2

ให้นักเรียนบันทึกแนวคิด/วิธีทำ ในการแก้ปัญหา

5. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้ปัญหา “สัมผัสเงาะ” ของนักเรียนโดยให้นักเรียนพิจารณาทบทวนจากการตอบคำถามตามประเด็นคำถามที่ควรใช้ในการอภิปรายประกอบใบกิจกรรมที่ 1 และกล่าวถึงชื่อ ขั้นตอนของการแก้ปัญหาใน “กระบวนการแก้ปัญหา” ให้นักเรียนรู้จักเป็นเบื้องต้นเท่านั้น หลังจากนั้นทบทวนการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และแนะนำ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ” ด้วยการใช้แผ่นโป่งใส ประกอบการอธิบาย

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 “ปลาเงินปลาทอง” ซึ่งปรับขยายจากปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 1 “สัมผัสเงาะ” ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคลในการกำหนดแนวคิด/วิธีทำในการแก้ปัญหา และให้นักเรียนสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างเช่นเดียวกับปัญหา “สัมผัสเงาะ” หรือ “ปลาเงินปลาทอง” ขึ้นเอง แล้วกำหนดแนวคิด/วิธีทำเพื่อแสดงการแก้ปัญหา โดยให้ทำในเวลาที่เหลืออยู่หรือให้ทำเป็นการบ้าน และเมื่อครูตรวจแก้ไขผลงานแล้วให้นักเรียนนำเสนอโดยจัดแสดงบนป้ายนิเทศ

## การประเมินผล

ประเมินจากการทำกิจกรรมกลุ่ม และกิจกรรมเป็นรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

สู้กับเงาะ

40.....

กลุ่มที่.....ชั้น ม. 1 /.....

## ปัญหา

มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไร ให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากัน และให้ทุกถุงดังกล่าวนี้มีเงาะอยู่เท่ากันทุกถุงด้วย โดยไม่ให้มีส้มและเงาะเหลืออยู่

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม เพื่อกำหนดแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา  
แนวคิด/วิธีทำ

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนส่งตัวแทนของกลุ่ม นำเสนอแนวคิด/วิธีทำ หน้าชั้นเรียน และหลังจากฟังเพื่อน  
กลุ่มอื่นนำเสนอแล้ว นักเรียนมีแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหานี้ที่แปลกขึ้นกว่าเดิม  
หรือไม่ อย่างไร ให้บันทึกลงข้างล่างนี้

แนวคิด/วิธีทำ

## ประเด็นที่ควรอภิปรายประกอบใบกิจกรรมที่ 1 “ส้มกับเงาะ”

การอภิปรายร่วมกันในกลุ่มของนักเรียนเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้ จะช่วยให้ห้้นักเรียนหาคำตอบของปัญหา “ส้มกับเงาะ” ได้

(ทำความเข้าใจปัญหา)

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร
2. มีผลไม้อยู่กี่ชนิด ชนิดละกี่ผล
3. เมื่อแบ่งส้มใส่ถุง ต้องการให้ทุกถุงมีส้มถุงละกี่ผล
4. เมื่อแบ่งเงาะใส่ถุง ต้องการให้ทุกถุงมีเงาะถุงละกี่ผล
5. ในถุงแต่ละถุงต้องมีจำนวนส้มเท่ากับจำนวนเงาะหรือไม่

(วางแผน)

6. มีส้ม 12 ผล จัดเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง
7. มีเงาะ 18 ผล จัดเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง
8. ถ้าเตรียมถุงมา 2 ถุง จะแบ่งส้มใส่ถุงละเท่า ๆ กัน และแบ่งเงาะใส่ถุงละเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษได้หรือไม่ จะแบ่งอย่างไร
9. ถ้าเตรียมถุงมา 4 ถุง จะแบ่งส้มใส่ถุงละเท่า ๆ กัน และแบ่งเงาะใส่ถุงละเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษได้หรือไม่
10. กลุ่มของนักเรียนมีแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบทั้งหมดของปัญหานี้อย่างไร

(ดำเนินการตามแผน)

11. ให้นักเรียนลงมือแก้ของปัญหา และบันทึกแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหา

(ตรวจสอบ)

12. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่หาได้ถูกต้อง
13. นักเรียนมีแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหานี้กี่วิธี อะไรบ้าง แต่ละวิธีได้คำตอบเท่ากันหรือไม่

## ใบกิจกรรมที่ 2

### ปลาเงินปลาทอง

ชื่อ.....

กลุ่มที่..... ชั้น ม. 1 / .....

#### ปัญหา

มีปลาเงิน 16 ตัว และปลาทอง 20 ตัว จะแบ่งปลาใส่ตู้ปลาอย่างไรให้ตู้ปลาทุกตู้มีปลาเงินอยู่ตู้ละ เท่า ๆ กัน และในทุกตู้ก็มีปลาทองอยู่ตู้ละเท่า ๆ กันด้วย โดยไม่ให้มีปลาเหลืออยู่

คำชี้แจง 1. ให้นักเรียนแต่ละคนกำหนดแนวคิด/วิธีทำ เพื่อแสดงการแก้ปัญหาข้างต้น  
แนวคิด/วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

2. ให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองทำนองเดียวกันกับ “ปัญหาปลาเงินปลาทองนี้” แล้วกำหนดแนวคิด/วิธีทำ เพื่อแสดงการแก้ปัญหา

ปัญหา (นักเรียนสร้างเอง)

---

---

---

---

แนวคิด/วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

สื่อประกอบ แผ่นโปรงใส 5.1 - 5.2

ปัญหาที่ 1

มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละ 3 ผล ได้กี่ถุง



$$15 \div 3 = 5$$

ตอบ แบ่งได้ 5 ถุง

ปัญหาที่ 2

มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จะแบ่งได้กี่ถุง ถุงละกี่ผล

แผ่นโปรงใส 5.1

ปัญหาที่ 3 “ส้มกับเงาะ”

มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไรให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่ากัน และให้ทุกถุงดังกล่าวนี้นี้มีเงาะอยู่เท่ากันทุกถุงด้วย โดยไม่ให้เหลือเศษ

ตัวประกอบของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวประกอบของ 18 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

ดังนั้นสามารถจัดส้มและเงาะใส่ถุง โดยแบ่งใส่เป็น 1 ถุง 2 ถุง 3 ถุง หรือ 6 ถุง ก็ได้

แผ่นโปรงใส 5.2

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### สัม กับ เงาะ

ในกิจกรรมนี้แสดงการใช้ปัญหาใกล้ตัวซึ่งนักเรียนพบได้ในชีวิตประจำวัน นำเข้าสู่การทบทวนมโนคติของตัวประกอบ และตัวประกอบร่วม จากการแก้ปัญหาโดยการลงมือปฏิบัติ การเขียนภาพหรือแผนภาพ นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนทำความเข้าใจจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้เข้าใจความหมายและนำไปใช้ประโยชน์ จากนั้นจึงกล่าวถึงมโนคติทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรมขึ้น เป็นการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายในการแก้ปัญหา

เมื่อนักเรียนได้รับปัญหา ครูสามารถสร้างกิจกรรมให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ (1) ทำความเข้าใจปัญหา (2) วางแผน (3) ดำเนินการตามแผน และ (4) ตรวจสอบ นอกจากนี้ยังสามารถกล่าวสอดแทรกยุทธวิธีแก้ปัญหาได้แก่ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ” จากตัวอย่างกิจกรรมการแก้ปัญหานักเรียนปฏิบัติ

พิจารณาปัญหาต่อไปนี้

#### ปัญหาที่ 1

“มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละ 3 ผล ได้กี่ถุง”

ปัญหาลักษณะนี้เป็นปัญหาที่เราคุ้นเคย เป็นโจทย์ปัญหาประยุกต์เกี่ยวกับการหาร หากตอบได้จากประโยคคณิตศาสตร์  $15 \div 3 = 5$  คำตอบของปัญหาคือ 5 ถุง ซึ่งเป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียวของปัญหา

ถ้าเราพัฒนาปัญหาลักษณะนี้ใหม่เป็นปัญหาที่ 2 ดังนี้

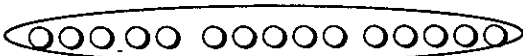
#### ปัญหาที่ 2

“มีส้ม 15 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จะแบ่งได้กี่ถุง ถุงละกี่ผล”

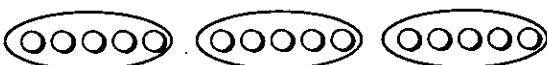
ปัญหาที่มีลักษณะเช่นนี้เรียกว่า “ปัญหาปลายเปิด” มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีหาคำตอบหลายวิธี ดังตัวอย่างแนวคิดในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

##### แนวคิดที่ 1

อาจใช้สิ่งของ หรือ รูปภาพแทนส้ม 15 ผล แล้วทดลองแบ่งเป็น กอง กองละเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษ

วิธีที่ 1 

ใส่ถุง เพียงถุงเดียวทั้ง 15 ผล

วิธีที่ 2 

แบ่งใส่ถุง 3 ถุง ได้ถุงละ 5 ผล

วิธีที่ 3 

แบ่งใส่ถุง 5 ถุง ได้ถุงละ 3 ผล

วิธีที่ 4 

แบ่งใส่ถุง 15 ถุง ใส่ได้ถุงละ 1 ผล

สำหรับวิธีที่ 1 นักเรียนบางคนอาจไม่นับว่าเป็นอีกวิธีหนึ่งก็ได้ เพราะไม่มีการแบ่งส้ม ซึ่งในที่นี้ครูอาจสร้างข้อตกลงกับนักเรียน ขอนับเป็นอีกวิธีหนึ่งด้วย เพื่อการเชื่อมโยงสู่แนวคิดที่ 2

## แนวคิดที่ 2

การจะหาวิธีแบ่งส้ม 15 ผล ใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน ว่าแบ่งได้กี่ถุงบ้าง โดยไม่ให้เหลือเศษ เป็นการหาว่า 15 หารด้วยจำนวนนับใดลงตัวบ้าง คำตอบได้แก่ 1, 3, 5 และ 15 จำนวนเหล่านี้ก็คือตัวประกอบของ 15 นั่นเอง คำตอบของปัญหาสามารถหาได้จากประโยคสัญลักษณ์การหารต่อไปนี้

วิธีที่ 1  $15 \div 1 = 15$

หมายถึง นำส้มใส่ถุง 1 ถุง ได้ถุงละ 15 ผล (หรือแบ่งใส่ถุงละ 1 ผล ได้ 15 ถุง)

วิธีที่ 2  $15 \div 3 = 5$

หมายถึง นำส้มใส่ถุง 3 ถุง ได้ถุงละ 5 ผล (หรือแบ่งใส่ถุงละ 3 ผล ได้ 5 ถุง)

วิธีที่ 3  $15 \div 5 = 3$

หมายถึง นำส้มใส่ถุง 5 ถุง ได้ถุงละ 3 ผล (หรือแบ่งใส่ถุงละ 5 ผล ได้ 3 ถุง)

วิธีที่ 4  $15 \div 15 = 1$

หมายถึง นำส้มใส่ถุง 15 ถุง ได้ถุงละ 1 ผล (หรือแบ่งใส่ถุงละ 15 ผล ได้ 1 ถุง)

แนวคิดที่ 1 และ 2 ในการแก้ปัญหาที่ 2 อยู่บนพื้นฐานของมโนคติทางคณิตศาสตร์เดียวกัน กล่าวคือ เป็นการหาจำนวนที่เป็นตัวประกอบของ 15 แต่แนวคิดที่ 1 เป็นการสร้างความเข้าใจของมโนคติจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งมีความชัดเจนเข้าใจได้ง่าย เหมาะที่จะใช้ในตอนเริ่มต้นกิจกรรม เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่แนวคิดที่ 2 ที่เป็นนามธรรมมากกว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูควรอธิบายให้นักเรียนเข้าใจความเชื่อมโยงกันของสองแนวคิดนี้ สาระสำคัญของ “การแบ่งส้มใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จะแบ่งได้กี่ถุงบ้าง” ก็คือ “การหาจำนวนที่นำมาหารจำนวนส้มทั้งหมดได้ลงตัว” หรือ “การหาจำนวนที่เป็นตัวประกอบของจำนวนส้มทั้งหมด” นั่นเอง

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรใช้ปัญหาที่ 1 และปัญหาที่ 2 เป็นกิจกรรมอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน เพื่อนำเข้าสู่การแก้ปัญหาที่ 3 การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย สำหรับปัญหาที่ 3 ต่อไปนี้ เป็นการพัฒนาปัญหาที่ 2 โดยขยายพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ จากเรื่อง “การหาตัวประกอบ” เข้าสู่เรื่อง “การหาตัวประกอบร่วม”

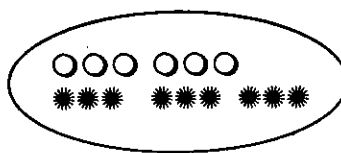
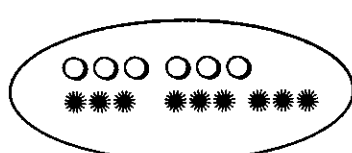
### ปัญหาที่ 3 “ส้มกับเงาะ”

“มีส้ม 12 ผล และเงาะ 18 ผล จะแบ่งใส่ถุงอย่างไรให้ทุกถุงมีส้มอยู่ถุงละเท่า ๆ กัน และให้ทุก ถุงดังกล่าวนี้มีเงาะอยู่เท่า ๆ กันทุกถุงด้วย โดยไม่ให้เหลือเศษ”

ถ้าแก้ปัญหานี้ด้วยการลงมือปฏิบัติ โดยใช้สิ่งของแทนส้ม และเงาะ เช่น ใช้กระดุมสีเหลืองแทน ส้ม กระดุมสีแดงแทน เงาะ แล้วทดลองจัดเป็นกองตามที่ปัญหาดังกล่าวต้องการ

คำถามสำคัญที่ครูควรจะนำมาใช้ถามนักเรียน หรือเสนอให้เป็นประเด็นในการอภิปรายภายในกลุ่มย่อยของนักเรียน ได้แก่

1. มีส้ม 12 ผล จัดเป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง โดยไม่ให้เหลือเศษ (สามารถจัดเป็น 1, 2, 3, 4, 6 และ 12 กอง โดยที่ในแต่ละวิธีมีส้มอยู่กองละ 12, 6, 4, 3, 2 และ 1 ผล ตามลำดับ)
2. มีเงาะ 18 ผล จัดเป็นกอง กองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง (สามารถจัดเป็น 1, 2, 3, 4, 9 และ 18 กอง โดยที่ในแต่ละวิธีมีเงาะอยู่กองละ 18, 9, 6, 3, 2 และ 1 ผล ตามลำดับ)
3. ถ้าเตรียมถุงมา 2 ถุง จะแบ่งส้มใส่ถุงละเท่า ๆ กัน และแบ่งเงาะใส่ถุงละเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษได้หรือไม่ จะแบ่งอย่างไร (อาจใช้การลงมือปฏิบัติโดยใช้สิ่งของแทนส้ม และเงาะ หรือใช้การเขียนภาพ



หรืออาจใช้การหาร

$$12 \div 2 = 6 \quad \text{และ} \quad 18 \div 2 = 9$$

ดังนั้นถ้ามี 2 ถุง แบ่งส้มใส่ได้ถุงละ 6 ผล และแบ่งเงาะใส่ถุงได้ถุงละ 9 ผล)

4. ถ้าเตรียมถุงมา 4 ถุง จะแบ่งส้มใส่ถุงละเท่า ๆ กัน และแบ่งเงาะใส่ถุงละเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษได้หรือไม่ ( $12 \div 4 = 3$  ดังนั้น แบ่งส้มใส่ถุง 4 ถุง ได้ถุงละ 3 ผล แต่  $18 \div 4 = 4$  เศษ 2 ดังนั้น แบ่งเงาะใส่ถุง 4 ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จะเหลือเศษ)
5. นักเรียนมีแนวคิดในการหาคำตอบทั้งหมดของปัญหานี้อย่างไร  
(พิจารณาจากจำนวนกองที่เท่ากันในการแบ่ง ส้ม และเงาะ เป็นกองละเท่า ๆ กัน)

จากการอภิปรายเพื่อตอบคำถามข้างต้น จะทำให้นักเรียนได้แนวคิดในการแก้ปัญหา บางคนอาจใช้การลงมือปฏิบัติโดยใช้สิ่งของ หรือรูปภาพเป็นสื่อนำมาทดลองจัดเป็นกอง บางคนอาจใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือบางคนอาจใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวประกอบร่วม โดยสามารถนำเสนอผลในตารางได้ ดังนี้

| จำนวนกอง<br>หรือถุง | จำนวนผลไม้ในแต่ละกอง   |                         |
|---------------------|------------------------|-------------------------|
|                     | ส้ม (จากทั้งหมด 12 ผล) | เงาะ (จากทั้งหมด 18 ผล) |
| 1                   | 12                     | 18                      |
| 2                   | 6                      | 9                       |
| 3                   | 4                      | 6                       |
| 4                   | 3                      | แบ่งไม่พอดี             |
| 5                   | แบ่งไม่พอดี            | แบ่งไม่พอดี             |
| 6                   | 2                      | 3                       |
| 9                   | แบ่งไม่พอดี            | 2                       |
| 12                  | 1                      | แบ่งไม่พอดี             |
| 18                  | แบ่งไม่พอดี            | 1                       |

จำนวนกองของส้ม 12 ผล ที่แบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กันได้พอดี คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12 กอง  
จำนวนกองของเงาะ 18 ผล ที่แบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กันได้พอดี คือ 1, 2, 3, 6, 9, 18 กอง  
จำนวนกองของส้มและเงาะ ที่แบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้พอดี คือ 1, 2, 3, 6 กอง

ดังนั้นสามารถจัดส้มและเงาะใส่ถุง โดยสามารถแบ่งใส่เป็น 1 ถุง 2 ถุง 3 ถุง หรือ 6 ถุงก็ได้

จำนวนส้มและเงาะในแต่ละถุงของการแบ่งแต่ละวิธีแสดงได้ดังตาราง

| จำนวนกอง | จำนวนผลไม้ในแต่ละกอง |      |
|----------|----------------------|------|
|          | ส้ม                  | เงาะ |
| 1        | 12                   | 18   |
| 2        | 6                    | 9    |
| 3        | 4                    | 6    |
| 6        | 2                    | 3    |

ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

สำหรับปัญหาแบ่งส้มและเงาะใส่ถุงนี้ ครูสามารถจัดกิจกรรมเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่อง ตัวประกอบได้ โดยให้นักเรียนย้อนกลับไปพิจารณาบททบทวนกระบวนการแก้ปัญหาที่ผ่านมาของนักเรียน สามารถใช้คำถามกระตุ้นตามประเด็นต่อไปนี้

1. การหาว่า ส้ม 12 ผล สามารถแบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง เป็นการหาจำนวนที่มีสมบัติเช่นไร (หาจำนวนที่เป็นตัวประกอบของ 12 หรือจำนวนที่นำมหาร 12 ได้ลงตัว จำนวนเหล่านี้ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12)
2. การหาว่า เงาะ 18 ผล สามารถแบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้กี่กองบ้าง เป็นการหาจำนวนที่มีสมบัติเช่นไร (หาจำนวนที่เป็นตัวประกอบของ 18 หรือจำนวนที่นำมหาร 18 ได้ลงตัว จำนวนเหล่านี้ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18)
3. การหาจำนวนกองที่เท่ากันของส้ม และเงาะ ที่สามารถแบ่งเป็นกองละเท่า ๆ กัน ได้พอดี เกี่ยวข้องอย่างไรกับการหาตัวประกอบของ 12 และ 18 (เป็นการหาตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 ซึ่งได้แก่ 1, 2, 3 และ 6)

ครูอาจแนะนำให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหาที่ 3 โดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวประกอบดังนี้

ตัวประกอบของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวประกอบของ 18 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

ดังนั้นสามารถจัดส้มและเงาะใส่ถุง โดยแบ่งใส่เป็น 1 ถุง 2 ถุง 3 ถุง หรือ 6 ถุง ก็ได้ จำนวนส้มและเงาะของการแบ่งแต่ละแบบแสดงได้ดังตาราง ดังที่กล่าวแล้ว

เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจและขยายแนวคิดของปัญหาที่มีโครงสร้างดังกล่าวข้างต้น อาจให้นักเรียนแก้ปัญหาดต่อไปนี้เป็นรายบุคคล เช่น

#### ปัญหาที่ 4

“มีปลาเงิน 16 ตัว และปลาทอง 20 ตัว จะแบ่งปลาใส่ตู้ปลาอย่างไรให้ตู้ปลาทุกตู้มีปลาเงินอยู่ตู้ละเท่ากัน และให้ตู้ปลาทุกตู้มีปลาทองอยู่ตู้ละเท่ากันทุกตู้ด้วย โดยไม่ให้เหลือเศษ”

ครูอาจให้นักเรียนสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างเช่นเดียวกันนี้ขึ้นเอง แล้วแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา การที่นักเรียนสามารถสร้างปัญหาทำนองเดียวกันกับปัญหาที่กำหนดให้ และสามารถแก้ปัญหานั้นได้ย่อมเป็นเครื่องชี้ถึงความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 9

ชื่อกิจกรรม นกกระจอกเทศกับม้าลาย

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาเชิงกระบวนการที่ไม่สามารถหาคำตอบโดยใช้การบวก การลบ การคูณ และการหารโดยตรง เป็นกิจกรรมที่สามารถสอดแทรกความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่อยู่บนพื้นฐานความคิดและประสบการณ์ของนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรม ได้แก่ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และ “ยุทธวิธีสร้างตาราง” โดยครูผู้สอนควรจะเป็นผู้สานต่อความคิด และขยายแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้นเพื่อให้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริง และในการทำโจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดของนักเรียน

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ และการหาร

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “นกกระจอกเทศกับม้าลาย”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “ปัญหาของตนเอง”
3. แผ่นโป่งใส 9.1-9.2
4. แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” “ยุทธวิธีสร้างตาราง” “กระบวนการแก้ปัญหา” และ “การเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา”

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูสนทนาทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารกับนักเรียนทั้งชั้นเรียน โดยให้นักเรียนเสนอวิธีการหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้อย่างรวดเร็วจากแผ่นโป่งใส 9.1

- (1) ถ้าต้องการทราบจำนวนขาเก้าอี้ทั้งหมดในห้องนี้ นักเรียนจะอย่างไร
- (2) ถ้าต้องการทราบจำนวนนักเรียนในห้องสมุดซึ่งทุกคนถอดรองเท้าวางไว้หน้าห้อง

- สมุด จะทราบได้อย่างไรโดยไม่ต้องเข้าไปนับจำนวนนักเรียนในห้องสมุด
- (3) ถ้าต้องการทราบจำนวนล้อรถทั้งหมดของรถตุ๊กตุ๊กและรถจักรยานยนต์ ที่จอดอยู่หน้าตลาด จะทำได้อย่างไร

จากการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนทั้งชั้นเรียนควรจะได้ข้อสรุปของวิธีการหาคำตอบของปัญหาดังนี้

- (1) นับจำนวนเก้าอี้ทั้งหมดว่ามีกี่ตัว แล้วนำมาคูณกับ 4 ซึ่งเป็นจำนวนขาเก้าอี้หนึ่งตัว
- (2) นับจำนวนรองเท้าทั้งหมดว่ามีกี่ข้าง แล้วหารด้วย 2 หรือนับจำนวนรองเท้าทั้งหมดว่ามีกี่คู่ซึ่งจะเท่ากับจำนวนนักเรียนในห้องสมุด
- (3) นับจำนวนรถตุ๊กตุ๊กว่ามีกี่คัน แล้วคูณด้วย 3 (จำนวนล้อของรถตุ๊กตุ๊กหนึ่งคัน) และนับจำนวนรถจักรยานยนต์ว่ามีกี่คัน แล้วคูณด้วย 2 (จำนวนล้อของรถจักรยานยนต์หนึ่งคัน) จากนั้นนำจำนวนล้อทั้งหมดมารวมกัน

แนวคิดจากวิธีการหาคำตอบของปัญหาในลักษณะข้างต้นนี้ ช่วยเตรียมความพร้อมในการแก้ปัญหาในขั้นต่อไป

2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับบนกระจอกเทศและม้าลายซึ่งมีถิ่นกำเนิดในทวีปแอฟริกา เป็นการสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้ จากนั้นนำเสนอปัญหา“บนกระจอกเทศกับม้าลาย” โดยใช้แผ่นโป่งใส 9.2 ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 6 คน พร้อมกับแจกใบกิจกรรมที่ 1 “บนกระจอกเทศกับม้าลาย” ให้นักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มอภิปรายร่วมกันเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ก่อนการลงมือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหา

ขณะที่นักเรียนอภิปรายร่วมกันครูสามารถเข้าไปให้คำแนะนำ ช่วยเสนอประเด็นในการอภิปราย รวมถึงการแจกตัวอย่างประเด็นคำถามเพื่อกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายให้กับนักเรียนบางกลุ่มเท่าที่จำเป็น โดยแจกให้เพียงกลุ่มละหนึ่งแผ่นเท่านั้นเพื่อให้ประธานกลุ่มนำไปประกอบการดำเนินการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม

3. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนหนึ่งหรือสองคน ออกมานำเสนอผลการอภิปรายของกลุ่มทั้งแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา และคำตอบของปัญหาโดยนำเสนอด้วยแผ่นโป่งใส หรือการเขียนบนกระดานดำ หลังการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มแล้ว ครูช่วยสานต่อความคิด ช่วยทำแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้นทั้งในด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และยุทธวิธีแก้ปัญหา เพื่อให้ให้นักเรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้ ด้วยการใช้ตัวอย่างจากการนำเสนอของนักเรียนในการกล่าวถึงการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนอาจแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และใช้

การเคา โดยสมมติจำนวนนกกระจอกเทศและม้าลายแล้วหาจำนวนขาทั้งหมดโดยนักเรียนอาจนำเสนอ ในรูปของการพรรณนาที่ไม่รัดกุม ครูสามารถแนะนำและทบทวน “ยุทธวิธีสร้างตาราง” มาใช้ช่วยในการแสดงข้อมูลให้เป็นระเบียบ โดยใช้แผ่นโปรงใสประกอบการอธิบาย

4. ครูทบทวนขั้นตอนการแก้ปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” ตามใบกิจกรรมที่ 1 ที่นักเรียนนำเสนอไปแล้วพร้อมกับทบทวนการแนะนำขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ขั้นตอนของโพลยา และ ทบทวนการบันทึกผลการแก้ปัญหาด้วยการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาโดยใช้แผ่นโปรงใส ประกอบการอธิบาย ทั้งนี้ครูควรแนะนำให้นักเรียนจดบันทึกแนวคิด/วิธีทำของกลุ่มอื่น ๆ ที่แตกต่างจากกลุ่มของตนเอง

5. ให้นักเรียนแต่ละคนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคลตามใบกิจกรรมที่ 2 “ปัญหาของฉันเอง” โดยให้นักเรียนสร้างปัญหานั้นเองเดียวกับปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” ตามใบกิจกรรมที่ 1 แล้วให้เขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา ครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนหาแนวคิดในการหาคำตอบให้ได้มากกว่าหนึ่งวิธี แล้วให้เพื่อนนักเรียนในกลุ่มช่วยตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นให้นำเสนอผลงานโดยติดไว้ที่ป้ายนิเทศ สำหรับกิจกรรมในข้อนี้อาจให้นักเรียนปฏิบัติในชั้นเรียนในช่วงเวลาที่เหลืออยู่ หรือให้ทำเป็นการบ้านนอกเวลาเรียน

## การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และจากการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

## นกกะจอกเทศกับน้ำตาย

၁၀.....

กลุ่มที่ ..... ชั้น ม. 1/.....

## ปัญหา

มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอยู่ด้วยกันในคอก นับหัวได้ 20 หัว และนับขาได้ 50 ขา  
มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอย่างละกี่ตัว

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่มเพื่อเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ (นักเรียนอาจใช้ประเด็นคำถามสำหรับการอภิปรายกลุ่มประกอบใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบ โดยขอเพิ่มเติมจากครูผู้สอนได้กลุ่มละหนึ่งแผ่น)

**แนวคิด/วิธีทำ**

This image shows a single sheet of white paper with ten horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

**ตอนที่ 2** ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการอภิปรายหน้าชั้นเรียน โดยเขียนบนแผ่นโปสเตอร์หรือเขียนบนกระดานดำ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนจดบันทึกแนวคิด/วิธีทำ จากเพื่อนกลุ่มอื่นที่นักเรียนสนใจ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## ประเด็นคำถามสำหรับการอภิปรายกลุ่มประกอบใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนลองตอบคำถามต่อไปนี้

1. มีสัตว์อะไรบ้างอยู่ในคอก
2. ปัญหาต้องการทราบอะไร
3. มีข้อมูลอะไรบ้างที่กำหนดในปัญหา
4. นักเรียนคิดว่า ต้องใช้ข้อมูลใดบ้างในการหาคำตอบ
5. จำนวนหัวของสัตว์เกี่ยวข้องกับจำนวนตัวอย่างไร
6. จำนวนขาของสัตว์เกี่ยวข้องกับจำนวนตัวอย่างไร
7. สมมุติว่า ในคอกมีนกกระทาจอกเทศ 19 ตัว จะมีม้าลายกี่ตัว และจะมีจำนวนขาทั้งหมดกี่ขา
8. จากข้อ 7 จำนวนขาที่ได้มากกว่าหรือน้อยกว่า 50 ขา เพื่อให้มีจำนวนขาใกล้เคียง 50 ขา ในการสมมุติครั้งต่อไปควรเพิ่มหรือลดจำนวนนกกระทาจอกเทศจาก 19 ตัว
9. นักเรียนจะแสดงคำตอบของข้อ 7 และข้อ 8 ให้เป็นระเบียบได้อย่างไร
10. นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบของปัญหานี้อย่างไร

การอภิปรายเพื่อตอบคำถามข้างต้นนี้ ช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจปัญหา สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา และแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ หลังจากนักเรียนแสดงวิธีทำแล้วให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

11. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบของนักเรียนถูกต้อง
12. นักเรียนสามารถแก้ปัญหานี้ด้วยวิธีการอื่น ได้หรือไม่ ทำอย่างไร

ใบกิจกรรมที่ 2

ปัญหาของตนเอง

ชื่อปัญหา .....

|                              |
|------------------------------|
| ชื่อ.....                    |
| กลุ่มที่.....ชั้น ม. 1/..... |

ให้นักเรียนแต่ละคนสร้างปัญหาทำนองเดียวกับปัญหา “นกกระจอกเทศกับมัลลาลา” ตามใบกิจกรรมที่ 1 และตั้งชื่อปัญหาในช่องว่างข้างบน ให้เสนอแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหาอย่างน้อย 2 วิธี แล้วให้เพื่อนในกลุ่มช่วยตรวจสอบแก้ไข หลังจากนั้นนำมาจัดแสดงบนป้ายนิเทศ

ปัญหา

|       |
|-------|
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |

แนวคิด/วิธีทำ

|       |
|-------|
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |
| ..... |

สื่อประกอบ แผ่นโปสเตอร์ 9.1 – 9.2

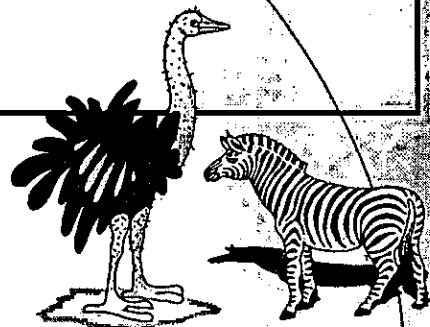
จงเสนอวิธีการหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. ต้องการทราบจำนวนขาไก่ทั้งหมดในห้องนี้
2. ต้องการทราบจำนวนนักเรียนในห้องสมุดซึ่งทุกคนถอดรองเท้าวางไว้หน้าห้องสมุดโดยไม่ต้องเข้าไปนับนักเรียนในห้องสมุด
3. ต้องการทราบจำนวนล้อรถทั้งหมดของรถตุ๊กตุ๊กและรถจักรยานยนต์ที่จอดอยู่หน้าตลาด

แผ่นโปสเตอร์ 9.1

### ปัญหานกกระเจอกเทศกับม้าลาย

นกกระเจอกเทศกับม้าลายอยู่ด้วยกัน นังหัวได้ 20 หัว  
นับขาได้ 50 ขา มีนกกระเจอกเทศกับม้าลาย  
อย่างละกี่ตัว



แผ่นโปสเตอร์ 9.2

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### นกกระจอกเทศกับม้าลาย

ปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” ที่นำมาใช้ในกิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนได้นำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร มาใช้แก้ปัญหาซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาซึ่งกำหนดโดยกลุ่มของนักเรียน แล้วนำเสนอในชั้นเรียน ครูมีบทบาทในการขยายแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนพร้อมกับสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหา ได้แก่ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” และ “ยุทธวิธีสร้างตาราง” โดยใช้ตัวอย่างจากการนำเสนอของนักเรียน กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวนี้นับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง และแก้โจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดได้

ป्राการดำเนินการแรกในการแก้ปัญหานักเรียนก็คือการทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาว่าปัญหามีความต้องการทราบอะไร มีข้อมูลอะไรบ้างที่กำหนดในปัญหา หรือต้องใช้ข้อมูลอะไรเพิ่มเติมอีกบ้าง อันจะนำไปสู่การวางแผนเพื่อกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ก่อนที่จะให้นักเรียนแก้ปัญหาลักษณะที่ครูต้องการนำเสนอกับนักเรียน ครูสามารถสร้างปัญหาลักษณะเล็ก ๆ ที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาลักษณะนั้นแต่มีความซับซ้อนน้อยกว่า ให้นักเรียนได้ฝึกทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนเพื่อกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา สำหรับการเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมในการแก้ปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” ครูสามารถเสนอปัญหาน่าสนใจ เช่น

“สมมติว่า ครูต้องการเปลี่ยนจุกยางที่หุ้มขาโต๊ะทั้งหมดในห้องเรียนนี้ ครูจะต้องเตรียมจุกยางมากี่อัน”

คำถามย่อย ๆ ที่สามารถนำมาใช้ถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหา และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ เช่น

1. จำนวนจุกยางเกี่ยวข้องกับจำนวนขาโต๊ะ อย่างไร (เท่ากัน)
2. เราจะหาจำนวนจุกยางได้ด้วยวิธีใด (หาจากจำนวนขาโต๊ะ)
3. จงเสนอแนะวิธีหาจำนวนขาโต๊ะ (นับจำนวนขาโต๊ะโดยตรง หรือ นับจำนวนโต๊ะแล้วนำมาคูณกับ 4 ซึ่งเป็นจำนวนขาของโต๊ะแต่ละตัว ให้นักเรียนอธิบายเปรียบเทียบว่าควรใช้วิธีใด)

### พิจารณาปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย”

มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอยู่ด้วยกันในคอก นับหัวได้ 20 หัว และนับขาได้ 50 ขา  
มีนกกระจอกเทศกับม้าลายอย่างละกี่ตัว

วิธีหนึ่งของการให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก็คือการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแนวคิดตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา การตอบคำถามจากการอภิปรายร่วมกันของนักเรียนจะทำให้เข้าใจปัญหา สามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาได้ ประเด็นคำถามใหญ่ ๆ ในการแก้ปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” ข้างต้น ได้แก่

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และปัญหาคำหนดอะไรให้บ้าง
2. นักเรียนมีขั้นตอนในการแก้ปัญหานี้อย่างไร
3. นักเรียนจะหาคำตอบของปัญหานี้อย่างไร

ประเด็นคำถามข้างต้นสามารถแตกเป็นคำถามที่เล็กลงได้ดังที่ปรากฏในเอกสารประเด็นคำถามสำหรับการอภิปรายกลุ่มประกอบใบกิจกรรมที่ 1

จากการตอบคำถามข้อ 1 ถึงข้อ 6 ตามเอกสารดังกล่าวข้างต้น เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ “ทำความเข้าใจปัญหา” ซึ่งเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา

จากการตอบคำถามข้อ 7 ถึงข้อ 10 ตามเอกสารดังกล่าวข้างต้น ทำให้นักเรียนได้มองเห็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหา สามารถเลือกและกำหนดวิธีการที่จะนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา จัดว่าอยู่ในขั้น “วางแผน” ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สองของการแก้ปัญหา

สำหรับปัญหานี้ นักเรียนอาจวางแผนแก้ปัญหาดังนี้

1. สมมติจำนวนนกกระจอกเทศ แล้วหาจำนวนม้าลาย

(จำนวนม้าลาย = 20 - จำนวนนกกระจอกเทศ)

2. หาจำนวนขาทั้งหมด

$$\begin{aligned}\text{จำนวนขาทั้งหมด} &= \text{จำนวนขาของนกกระจอกเทศ} + \text{จำนวนขาของม้าลาย} \\ &= (\text{จำนวนนกกระจอกเทศ} \times 2) + (\text{จำนวนม้าลาย} \times 4)\end{aligned}$$

3. พิจารณาจำนวนขาทั้งหมดว่า เท่ากับ 50 ขา หรือไม่ ถ้าไม่เท่า ให้ย้อนกลับไปพิจารณาตามข้อ 1 และข้อ 2 ใหม่

4. จัดทำข้อมูลให้เป็นระเบียบโดยนำเสนอในรูปแบบตาราง

เมื่อวางแผน กำหนดวิธีการที่จะแก้ปัญหได้แล้วขั้นตอนต่อไปคือ “ดำเนินการตามแผน” ซึ่งเป็นการลงมือแก้ปัญหาดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ให้ชัดเจนขึ้น ในที่นี้คือ “การสร้างตาราง” โดยจะต้องพิจารณาว่าจะนำเสนอข้อมูลอะไรบ้างในตาราง เมื่อพิจารณาสิ่งที่ต้องการหา และข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาคำหนดจากการตอบคำถามข้างต้น จะได้ว่าสิ่งที่ควรนำเสนอใน

ตารางได้แก่ จำนวนนกระจอกเทียบกับจำนวนขา และจำนวนม้าลายกับจำนวนขา โดยสามารถนำเสนอเป็นบางค่าดังนี้

| จำนวนตัว   |        | จำนวนขา            |                   |     | หมายเหตุ<br>(จำนวนขา) |
|------------|--------|--------------------|-------------------|-----|-----------------------|
| นกระจอกเทศ | ม้าลาย | นกระจอกเทศ         | ม้าลาย            | รวม |                       |
| 19         | 1      | $19 \times 2 = 38$ | $1 \times 4 = 4$  | 42  | น้อยกว่า 50           |
| 18         | 2      | $18 \times 2 = 36$ | $2 \times 4 = 8$  | 44  | น้อยกว่า 50           |
| 17         | 3      | $17 \times 2 = 34$ | $3 \times 4 = 12$ | 46  | น้อยกว่า 50           |
| 16         | 4      | $16 \times 2 = 32$ | $4 \times 4 = 16$ | 48  | น้อยกว่า 50           |
| 15         | 5      | $15 \times 2 = 30$ | $5 \times 4 = 20$ | 50  | เท่ากับ 50            |

นั่นคือ ในคอก มีนกระจอกเทศ 15 ตัว และมีม้าลาย 5 ตัว

เมื่อเราได้คำตอบของปัญหาแล้ว เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่า คำตอบที่ได้นี้ถูกต้อง เราต้องมีการตรวจสอบ โดยย้อนกลับไปดูความถูกต้องของการคิดคำนวณ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาคือ จำนวนหัวและจำนวนขา ซึ่งในที่นี้จะเห็นว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา ดังนั้น คำตอบถูกต้อง

ในการสร้างตารางตอนเริ่มต้นนักเรียนบางคนอาจนำเสนอโดยแจกแจงทุกกรณีดังนี้

| นกระจอกเทศ |         | ม้าลาย   |         |
|------------|---------|----------|---------|
| จำนวนตัว   | จำนวนขา | จำนวนตัว | จำนวนขา |
| 1          | 2       | 1        | 4       |
| 2          | 4       | 2        | 8       |
| 3          | 6       | 3        | 12      |
| 4          | 8       | 4        | 16      |
| 5          | 10      | 5        | 20      |
| ...        | ...     | ...      | ...     |
| 15         | 30      | 15       | 60      |
| 16         | 32      | 16       | 64      |
| 17         | 34      | 17       | 68      |
| 18         | 36      | 18       | 72      |
| 19         | 38      | 19       | 76      |
| 20         | 40      | 20       | 80      |

หลังจากนั้นพิจารณาจากตารางว่าจำนวนนกระจอกเทศและม้าลายอย่างละกี่ตัวที่ทำให้มีจำนวนหัวรวมกันเท่ากับ 20 หัว และมีจำนวนขา รวมกันเท่ากับ 50 ขา ตามที่ปัญหากำหนด ซึ่งในที่นี้จะได้ว่า คำตอบคือ มีนกระจอกเทศ 15 ตัว และมีม้าลาย 5 ตัว

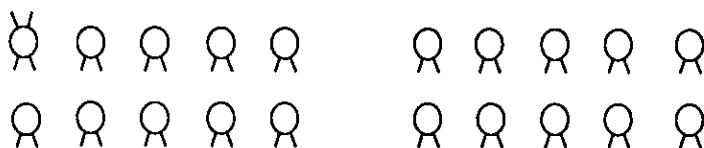
ในการ “ตรวจสอบ” นอกจากการย้อนกลับไปดูความถูกต้องของขั้นตอนต่าง ๆ แล้ว ยังรวมไปถึงการพิจารณาว่า มีคำตอบอื่น ๆ อีกหรือไม่ (ในที่นี้ไม่มีคำตอบอื่นอีก) และมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ในการหาคำตอบ (ซึ่งผู้แก้ปัญหาแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน)

สำหรับปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” นี้ อาจแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ” เช่น เขียนภาพ  แทนสัตว์และเติมจุดแทนขาของสัตว์

 แทน นกกระจอกเทศ 1 ตัว (มีขา 2 ขา)

 แทน ม้าลาย 1 ตัว (มีขา 4 ขา)

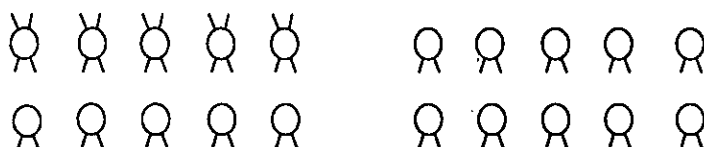
เมื่อเริ่มต้นด้วยนกกระจอกเทศ 19 ตัว และม้าลาย 1 ตัว จะเขียนภาพได้ดังนี้



มีนกกระจอกเทศ 19 ตัว ม้าลาย 1 ตัว

มีจำนวนขา  $(19 \times 2) + (1 \times 4) = 42$  ขา

จำนวนขาน้อยกว่า 50 ขา จึงต้องเพิ่มจำนวนม้าลาย (ลดจำนวนนกกระจอกเทศ) โดยเขียนจุดเพิ่มที่ภาพนกกระจอกเทศ ภาพละ 2 จุด ภาพนกกระจอกเทศจะกลายเป็นภาพม้าลาย และจำนวนขาจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 ขา ทำเช่นนี้จนได้จำนวนขาครบ 50 ขา จะเขียนภาพได้ดังนี้



มีนกกระจอกเทศ 15 ตัว ม้าลาย 5 ตัว

มีจำนวนขา  $(15 \times 2) + (5 \times 4) = 50$  ขา

ย้อนกลับไปพิจารณาตั้งแต่เมื่อเริ่มต้นเขียนภาพนกกระจอกเทศ 19 ตัว และม้าลาย 1 ตัว จะมีจำนวนขา  $(19 \times 2) + (1 \times 4) = 42$  ขา ซึ่งมีจำนวนขาน้อยกว่าที่กำหนดอยู่  $50 - 42 = 8$  ขา การคิดว่าต้องเพิ่มม้าลายอีกกี่ตัว อาจคิดจาก  $8 \div 2 = 4$  นั่นคือต้องเพิ่มม้าลายอีก 4 ตัว จึงจะได้คำตอบที่ต้องการ

การแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพนี้ นักเรียนบางคนอาจเริ่มจากภาพนกกระจอกเทศ 20 ตัว มีขาตัวละ 2 ขา ดังนั้นจำนวนมีขาทั้งหมด  $20 \times 2 = 40$  ขา ซึ่งมีจำนวนขา

น้อยกว่าที่กำหนดอยู่  $50 - 40 = 10$  ขา จะต้องเพิ่มขาทีละ 2 ขา เปลี่ยนภาพนกกระจอกเทศให้เป็นภาพม้าลาย  $10 \div 2 = 5$  ตัว ก็จะได้คำตอบที่ต้องการเช่นกัน

นักเรียนบางคนอาจเริ่มจากภาพม้าลาย 20 ตัว มีตัวละ 4 ขา ดังนั้นมีขาทั้งหมด  $20 \times 4 = 80$  ขา ซึ่งมีจำนวนขามากกว่าที่กำหนดอยู่  $80 - 50 = 30$  ขา จะต้องลบขาทีละ 2 ขา ออกจากภาพม้าลาย ทำภาพม้าลายให้กลายเป็นภาพนกกระจอกเทศ  $30 \div 2 = 15$  ตัว ก็จะได้คำตอบที่ต้องการเช่นกัน

ในการแก้ปัญหาปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” อาจใช้ “ยุทธวิธีสมมุติตัวแปร” โดยสมมุติว่า มีม้าลาย  $x$  ตัว จะได้ว่ามีนกกระจอกเทศ  $20 - x$  ตัว แล้วสร้างสมการของจำนวนขา จากนั้นแก้สมการ ตามรายละเอียดดังนี้

|                                                                  |                       |     |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------|-----|
| สมมุติว่า มีม้าลาย                                               | $x$                   | ตัว |
| แต่ม้าลายกับนกกระจอกเทศรวมกันได้                                 | 20                    | ตัว |
| ดังนั้น มีนกกระจอกเทศ                                            | $20 - x$              | ตัว |
| ม้าลายตัวหนึ่งมี 4 ขา ดังนั้นมีขาของม้าลาย                       | $4x$                  | ขา  |
| นกกระจอกเทศตัวหนึ่งมี 2 ขา ดังนั้นมีขาของนกกระจอกเทศ             | $2(20 - x)$           | ขา  |
| จำนวนขาของนกกระจอกเทศและม้าลายรวมกันเป็น                         | 50                    | ขา  |
| ดังนั้น ได้สมการ                                                 | $4x + 2(20 - x) = 50$ |     |
| เมื่อแก้สมการ จะได้                                              | $x = 5$               |     |
| เมื่อตรวจสอบจะเห็นว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ปัญหากำหนด            |                       |     |
| ดังนั้นจะได้ว่ามีม้าลาย 5 ตัว และมีนกกระจอกเทศ $20 - 5 = 15$ ตัว |                       |     |

จากปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” จะเห็นว่านักเรียนอาจเขียนเพื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์และความถนัดของแต่ละคน สำหรับวิธีแก้ปัญหาโดยใช้สมการ ถ้าไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ ครูไม่จำเป็นต้องนำไปอธิบายหรือแสดงแนวคิดนี้ให้กับนักเรียน เนื่องจากเนื้อหาเรื่องสมการอยู่ในรายวิชา ค102 คณิตศาสตร์ 2 สำหรับประสบการณ์ในการแก้ปัญหด้วยวิธีการที่หลากหลายในกิจกรรมนี้นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทั้งในการทำแบบฝึกหัด และการแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยอาจนำไปใช้เพื่อตรวจสอบยืนยันความถูกต้องของคำตอบจากการแก้ปัญหด้วยวิธีการอื่น สำหรับกิจกรรมที่ให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองทำนองเดียวกันกับปัญหา “นกกระจอกเทศกับม้าลาย” นี้ และให้นักเรียนแสดงแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหา จะทำให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของปัญหานั้นอย่างแท้จริง และมีความภาคภูมิใจในสิ่งที่ตนเองสร้างขึ้นมา อันเป็นแนวทางหนึ่งในการสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 11

ชื่อกิจกรรม    พับกระดาษสร้างมุม

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจโมเดลเกี่ยวกับมุม การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนด การแบ่งมุมที่กำหนดให้ออกเป็น 2 ส่วนหรือ 4 ส่วนที่มีขนาดเท่ากัน การสร้างมุมฉากและสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างมุมที่มีขนาดอื่นๆ และการค้นหาสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้จากการสังเกต สำรวจศึกษา และค้นหาสมบัติต่างๆ ทางเรขาคณิตจากการลงมือปฏิบัติพับกระดาษด้วยตนเอง และจากการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันในกลุ่ม ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถนำมาสอดคล้องในกิจกรรม ได้แก่ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย”

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้ โดยใช้การพับกระดาษ
2. แบ่งมุมที่กำหนดให้ออกเป็น 2 ส่วนหรือ 4 ส่วนที่มีขนาดเท่ากัน โดยใช้การพับกระดาษ
3. สร้างมุมฉาก และสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างมุมที่มีขนาดอื่นๆ โดยใช้การพับกระดาษ
4. บอกข้อสรุปเกี่ยวกับการตัดกันของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้การพับกระดาษ

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

มุม และเส้นแบ่งครึ่งมุม

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “พับกระดาษสร้างมุมขนาดต่างๆ”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “ค้นหาสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม”
3. กระดาษเปล่าสำหรับพับมุม
4. กรรไกร หรือมีดตัดกระดาษ กาว
5. แผ่นโปสเตอร์ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” และ “ยุทธวิธีให้เหตุผล”

## แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูนำสนทนาเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับมุมและส่วนประกอบของมุม ชนิดของมุม ซึ่งจำแนกตามขนาดของมุม โดยครูเขียนมุมบนกระดานดำแล้วให้นักเรียนช่วยกันบอกชนิดของมุม พร้อมบอกเหตุผล ครูทบทวนการใช้กระดาษมุมฉากในการนำมาเปรียบเทียบกับมุมที่กำหนดให้ เพื่อจำแนกชนิดของมุม

2. ในการเตรียมความพร้อมสำหรับกิจกรรม “พับกระดาษสร้างมุม”ครูดำเนินการดังนี้

(1) ให้นักเรียนแต่ละคนกำหนดกำหนดจุดสามจุด คือ A , B และ C บนกระดาษเปล่าที่ครูแจกให้ จากนั้นให้นักเรียนพับกระดาษเพื่อแสดง มุม ABC

(2) ให้นักเรียนใช้ดินสอและสันตรงสร้างมุมคนละหนึ่งมุมบนกระดาษเปล่าที่ครูแจกให้ แล้วให้ใช้การพับกระดาษหาวิธีสร้างมุมอีกมุมหนึ่งที่มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมแรกบนกระดาษแผ่นเดียวกันนั้น ให้นักเรียนสองสามคนอาสาสมัครมาสาธิตวิธีการพับที่ต่างกันหน้าชั้นเรียน นักเรียนคนอื่น ๆ พับกระดาษสร้างมุมตามผู้สาธิต ครูตรวจและแนะนำจนกระทั่งนักเรียนทุกคนสามารถทำได้

(3) ให้นักเรียนใช้ดินสอและสันตรงสร้างมุมคนละหนึ่งมุมบนกระดาษเปล่าที่ครูแจกให้ แล้วให้หาวิธีแบ่งครึ่งมุมที่สร้างนั้นโดยใช้การพับกระดาษ ให้นักเรียนสองสามคนอาสาสมัครมาสาธิตวิธีการพับแบ่งครึ่งมุมหน้าชั้นเรียน นักเรียนคนอื่น ๆ แบ่งครึ่งมุมที่ตนเองมีอยู่ จากนั้นให้นักเรียนหาวิธีแบ่งมุมออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน

3. ครูแจกกระดาษเปล่าให้นักเรียนคนละแผ่น ให้นักเรียนพับกระดาษแสดงมุมที่มีขนาด 180 องศา และให้นักเรียนลองพับกระดาษต่อไปเพื่อแสดงมุมที่มีขนาดต่าง ๆ อีกหนึ่งหรือสองมุม เช่นมุมที่มีขนาด 90 องศา หรือ 45 องศา

4. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–6 คน และแจกใบกิจกรรมที่ 1 “พับกระดาษสร้างมุมขนาดต่าง ๆ” ให้นักเรียนในกลุ่มต่าง ๆ ช่วยกันหาวิธีสร้างมุมให้มีขนาดตามที่กำหนดในใบกิจกรรม และให้มีขนาดตามที่กลุ่มกำหนดกันเอง จากนั้นให้ส่งตัวแทนนำเสนอวิธีการพับหน้าชั้นเรียน และอธิบายให้เหตุผลประกอบเกี่ยวกับขนาดของมุมที่พับได้ ให้นักเรียนคนอื่น ๆ พับกระดาษสร้างมุมตามผู้สาธิต

5. ให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่ม กลุ่มละหนึ่งคน พร้อมกับถือกระดาษเปล่าคนละหนึ่งแผ่น ออกมาเล่นเกมแข่งขันพับมุมที่หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้กำหนดขนาดของมุมให้นักเรียนแข่งขันกันพับกระดาษแสดงมุมที่ครูกำหนด ผู้ที่พับได้ถูกต้องรวดเร็วเป็นผู้ชนะ ครูซักถามเหตุผลที่สนับสนุนว่าการพับนั้นทำได้ถูกต้อง และช่วยเพิ่มเติมการอธิบายของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น ครูสอดแทรกการกล่าวถึงการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย”

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 “ค้นหาสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม” ให้นักเรียนทุกคน พร้อมทั้งแจกกระดาษเปล่าสำหรับให้ตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ เพื่อปฏิบัติกิจกรรมตามที่กำหนดเป็นรายบุคคล แล้วนำเสนอให้กลุ่มตรวจสอบ หลังจากนั้นนำผลงานไปจัดป้ายนิเทศ

### การประเมินผล

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และจากการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

### พับกระดาษสร้างมูมขนาดต่าง ๆ

ชื่อ .....

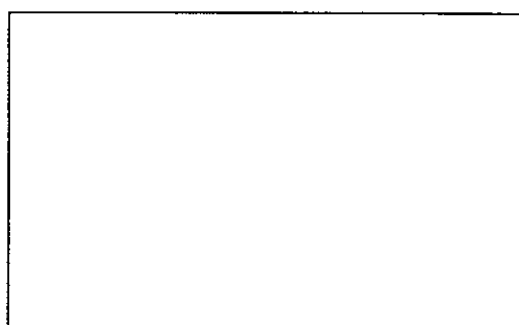
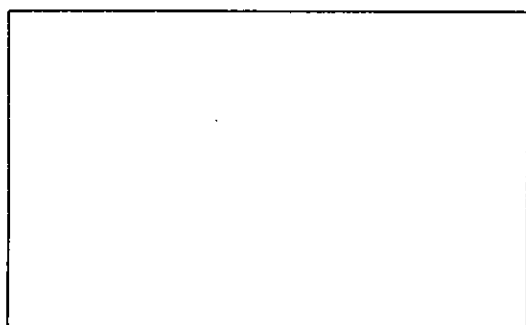
กลุ่มที่ ..... ชั้น ม. 1 / .....

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละคนตัดกระดาษเปล่าที่ครูแจกให้เป็นแผ่นเล็ก ๆ ที่มีขนาดใกล้เคียงกับกรอบสี่เหลี่ยมข้างล่างนี้ แล้วให้นำกระดาษแผ่นเล็ก ๆ นั้นมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงสร้างมูมที่มีขนาดตามที่กำหนดดังต่อไปนี้โดยใช้การพับกระดาษ แล้วนำมาพนักลงในกรอบของแต่ละข้อ พร้อมทั้งอธิบายวิธีสร้างและเหตุผลประกอบสั้น ๆ

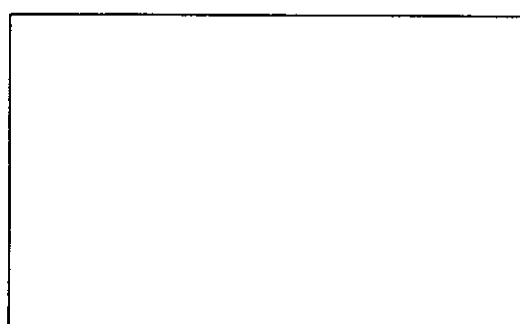
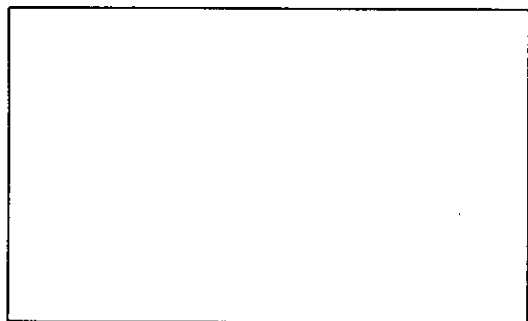
1) มูมขนาด 45 องศา

2) มูมขนาด 135 องศา



3) มูมขนาด .....องศา (กลุ่มกำหนด)

4) มูมขนาด .....องศา (กลุ่มกำหนด)



ตอนที่ 2 ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยสาธิตการพับกระดาษอธิบายวิธีสร้างมูม และให้เหตุผลประกอบ หลังจากฟังการนำเสนอของกลุ่มต่าง ๆ แล้วให้บันทึกสาระสำคัญที่นักเรียนสนใจ เช่น การพับกระดาษแสดงมูมที่มีขนาดต่างจากกลุ่มของนักเรียน

## ใบกิจกรรมที่ 2

### ค้นหาสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม

ชื่อ .....

กลุ่มที่ .....ชั้น ม. 1 / .....

ให้นักเรียนแต่ละคนตัดกระดาษเป็นรูปสามเหลี่ยม คนละ 3 รูป

- 1) จงใช้การพับกระดาษแสดงเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป แล้วบันทึกลงในที่ว่างข้างล่างนี้

- 2) นักเรียนมีข้อสังเกตอะไรบ้างเกี่ยวกับเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป

.....

.....

.....

.....

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### พับกระดาษสร้างมุม

การสร้างในเรขาคณิตของยูคลิด เป็นการสร้างที่ใช้วงเวียนและสันตรง สำหรับการสร้างในกิจกรรมนี้เป็นการสร้างโดยใช้การพับกระดาษ มีจุดมุ่งหมายเพื่อทบทวนและเสริมสร้างความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับมุม การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนด การแบ่งมุมที่กำหนดให้ออกเป็น 2 ส่วนหรือ 4 ส่วนที่มีขนาดเท่ากัน การสร้างมุมฉากและสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างมุมที่มีขนาดอื่น ๆ และการค้นหาสมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติพับกระดาษด้วยตนเอง และจากการอภิปรายให้เหตุผลร่วมกันในกลุ่ม ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สามารถนำมาสอดคล้องแทรกในกิจกรรม ได้แก่ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” และ “ยุทธวิธีให้เหตุผล”

#### ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับมุม

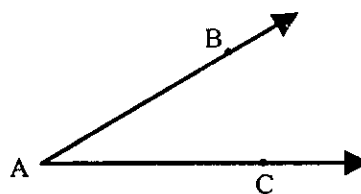
มุม คือ รังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม และเรียกจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันนี้ว่า จุดยอดมุม

จากรูป แสดงมุม BAC เขียนแทนด้วย

BAC หรือ  $\angle BAC$

$\vec{AB}$  และ  $\vec{AC}$  เป็นแขนของ  $\angle BAC$

A เป็นจุดยอดของ  $\angle BAC$



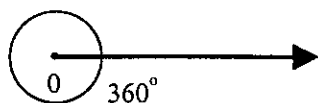
ในทางปฏิบัติอาจเขียนรูปแทนมุมโดยใช้ส่วนของเส้นตรงแทนแขนของมุมได้

มุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ สามารถยกมุมขึ้นซ้อนทับกันให้แขนของมุมทั้งสองคู่ซ้อนทับกันได้สนิท

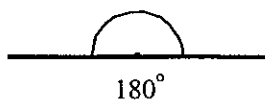
มุมสองมุมเมื่อนำมาเปรียบเทียบขนาดกันจะได้ว่า มุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน มุมหนึ่งมีขนาดเล็กกว่าอีกมุมหนึ่ง หรือมุมหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่าอีกมุมหนึ่ง อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

ขนาดของมุม BAC เขียนแทนด้วย  $m(\angle BAC)$

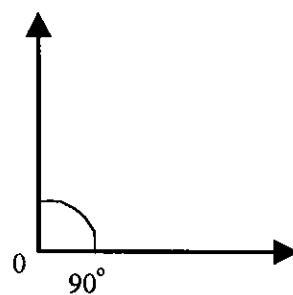
หน่วยของการวัดขนาดมุมที่ใช้ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาใช้หน่วยเป็นองศา เป็นหน่วยธรรมชาติที่ได้จากการแบ่งขนาดของมุมรอบจุดเป็น 360 ส่วน ส่วนละเท่า ๆ กัน มุมแต่ละส่วนกำหนดให้มีขนาด 1 องศา



มุมรอบจุด



มุมตรง



มุมฉาก

### การพับกระดาษสร้างมุม

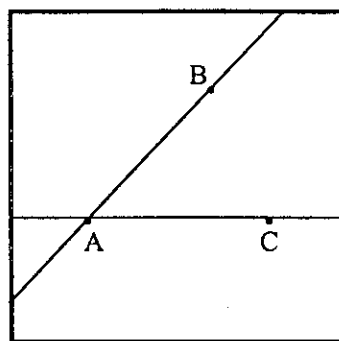
ในกิจกรรมนี้เป็นการใช้การพับกระดาษเพื่อแสดงสาระเกี่ยวกับมุมในเรื่องต่อไปนี้

1. การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับมุมที่กำหนดให้
2. การแบ่งครึ่งมุม
3. การสร้างมุมฉาก และมุมขนาดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับมุมฉาก
4. สมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม

### ข้อตกลง

เมื่อกำหนดจุดสามจุด คือ

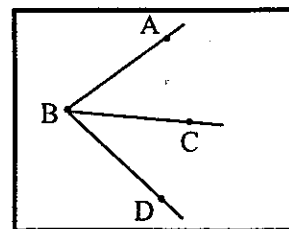
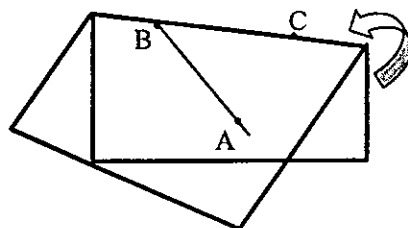
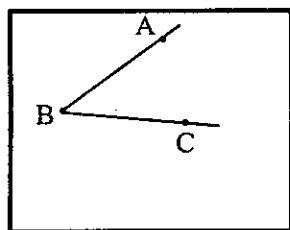
A, B และ C บนแผ่นกระดาษ เราสามารถสร้างรอยพับให้ผ่านจุด A และ B, ให้ผ่านจุด A และ C ทำให้เกิดมุม BAC โดยมี  $\vec{AB}$  และ  $\vec{AC}$  เป็นแขนของมุม มีจุด A เป็นจุดยอดมุม ดังรูป



### การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

เมื่อกำหนด  $\angle ABC$  บนแผ่นกระดาษ การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ  $\angle ABC$  โดยใช้การพับกระดาษแผ่นเดิมนี้นี้ พิจารณาได้เป็น 3 แนวทางคือ

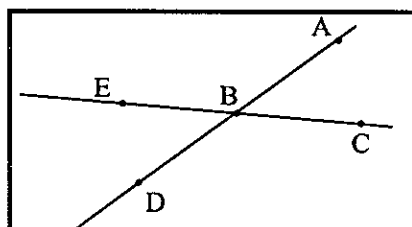
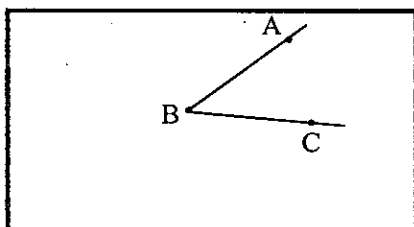
- (1) การสร้างมุมที่มีแขนร่วมกันกับ  $\angle ABC$



ให้พับตามแนว  $\overrightarrow{BC}$  ให้ทั้งสองข้างของรอยพับซ้อนทับกัน ต่อไปพับตามแนว  $\overrightarrow{BA}$  ให้เกิดรอยพับในส่วนที่ซ้อนอยู่ด้านล่างด้วย แล้วเปิดออก จะได้แนว  $\overrightarrow{BD}$  ที่ทำให้

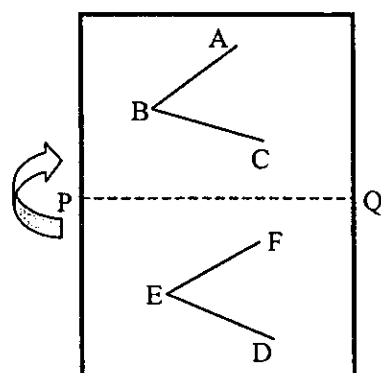
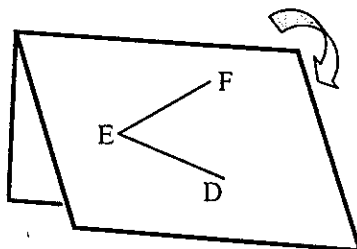
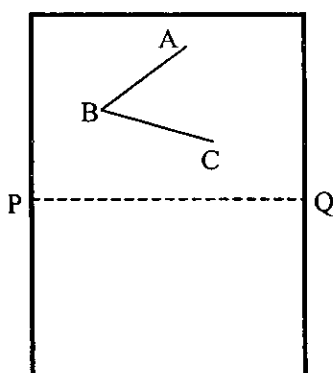
$m(\angle ABC) = m(\angle DBC)$  เพราะจากการปฏิบัติเห็นได้ชัดเจนว่า มุมทั้งสองซ้อนทับกันสนิท

(2) การสร้างมุมที่เป็นมุมตรงข้ามของ  $\angle ABC$



ให้พับตามแนว  $\overrightarrow{BA}$  และ  $\overrightarrow{BC}$  จะได้รอยพับซึ่งทำให้เกิดมุมตรงข้ามกับ  $\angle ABC$  จากรูปคือ  $\angle DBE$  ซึ่งมุมทั้งสองย่อมมีขนาดเท่ากัน

(3) การสร้างมุมที่เป็นภาพสะท้อนของ  $\angle ABC$

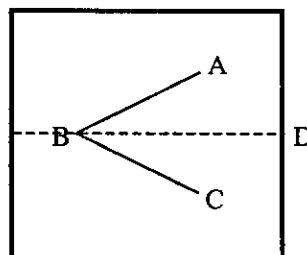
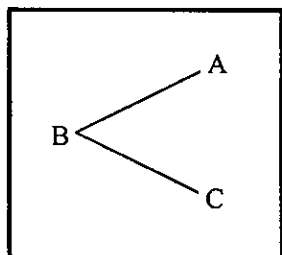


แนวคิดนี้เปรียบเทียบกับกับการนำกระจกเงาวางตั้งฉากกับแผ่นกระดาษตามแนว PQ ให้เกิดภาพสะท้อนของ  $\angle ABC$  ในกระจกเงา

วิธีการพับกระดาษเริ่มจากการพับตามแนว  $\overline{PQ}$  แล้วพับให้เกิดรอยพับบนกระดาษที่ซ้อนทับกัน ตามแนว  $\overrightarrow{BC}$  และ  $\overrightarrow{BA}$  เปิดกระดาษออกจะได้รอยพับที่แสดงมุม DEF ซึ่งมีขนาดเท่ากับขนาดของมุม ABC เพราะว่ามุมทั้งสองมุมยกซ้อนทับกันได้สนิท

## การแบ่งครึ่งมุม

การแบ่งครึ่งมุม  $ABC$  ที่กำหนดให้ ทำได้โดยสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม  $ABC$



ให้พับกระดาษตามแนว  $\overrightarrow{BA}$  และ  $\overrightarrow{BC}$  ให้กระดาษส่วนที่อยู่นอกมุมซ่อนอยู่ด้านหลัง  
ต่อไปพับให้  $\overrightarrow{BC}$  ซ้อนทับ  $\overrightarrow{BA}$  แล้วกดกระดาษให้เกิดรอยพับ เปิดกระดาษออกจะได้รอยพับ  $\overrightarrow{BD}$  ซึ่ง  
เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม  $ABC$  ที่ทำให้  $m(\angle ABC) = m(\angle DBC)$

ด้วยวิธีการดังกล่าวนี้ เราสามารถนำไปใช้แบ่งมุมออกเป็น 4 ส่วน หรือ 8 ส่วนที่มี  
ขนาดเท่ากันได้

## การสร้างมุมฉาก และมุมขนาดอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับมุมฉาก

ถ้าเราพับแผ่นกระดาษใด ๆ แล้วกรีดให้เกิดรอยพับเมื่อกำหนดจุดหนึ่งบนรอยพับ เราจะได้มุมตรงซึ่งมีรอยพับเป็นแขนทั้งสองข้างของมุม จากนั้นเมื่อพับเพื่อแบ่งครึ่งมุมโดยพับให้แขนทั้งสองข้างของมุมตรงทับกัน เราจะได้มุมฉากหรือมุม  $90^\circ$  ซึ่งในชั้นประถมศึกษาเรียกกระดาษที่แสดงมุมฉากนี้ว่า “กระดาษมุมฉาก” สามารถนำไปใช้ตรวจสอบขนาดของมุมต่าง ๆ ว่ามุมใดมีขนาดเล็กกว่า ใหญ่กว่า หรือเท่ากับมุมฉากบ้าง เพื่อจำแนกชนิดของมุมว่าเป็นมุมแหลม มุมป้าน หรือมุมฉาก

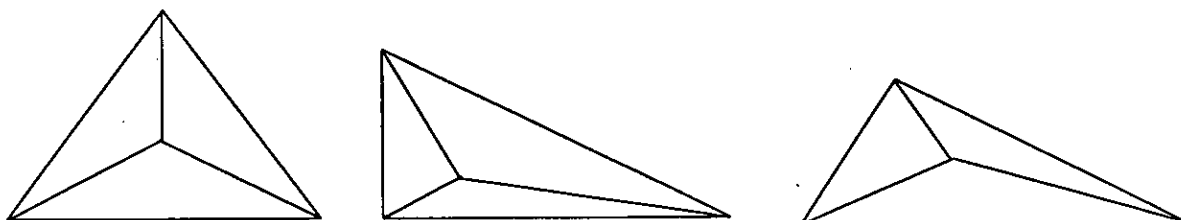
ด้วยวิธีการสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับมุมที่กำหนดให้ และการแบ่งครึ่งมุมโดยใช้การพับกระดาษ เราสามารถสร้างมุมที่มีขนาดต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับมุมฉากได้ เช่น

$$\begin{array}{lll} 45^\circ \text{ (ครึ่งหนึ่งของ } 90^\circ) & 22\frac{1}{2}^\circ \text{ (ครึ่งหนึ่งของ } 45^\circ) & 135^\circ (90^\circ + 45^\circ) \\ 67\frac{1}{2}^\circ (45^\circ + 22\frac{1}{2}^\circ) & 157\frac{1}{2}^\circ (135^\circ + 22\frac{1}{2}^\circ) & \end{array}$$

## สมบัติของเส้นแบ่งครึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมประกอบด้วยมุมสามมุม แต่ละมุมสามารถใช้วิธีการพับกระดาษสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมได้ เมื่อดำเนินการพับกระดาษสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามเส้นของสามเหลี่ยมต่าง ๆ เช่น สามเหลี่ยมมุมแหลม สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมมุมป้าน อย่างละหลาย ๆ รูป แล้วสังเกตการตัดกันของเส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม จะได้ข้อสรุปว่า

“เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม พบกันที่จุดจุดหนึ่ง ภายในรูปสามเหลี่ยม”



ในการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น สามารถพิสูจน์ได้ว่า จุดที่เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมพบกันนี้ จะอยู่ห่างจากด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเป็นระยะเท่ากัน ดังนั้นจึงสามารถใช้เป็นจุดศูนย์กลางในการสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้

#### แนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

จุดประสงค์สำคัญของกิจกรรม “พับกระดาษสร้างมุม” ไม่ได้อยู่ที่ผลลัพธ์หรือมุมที่พับได้ แต่อยู่ที่การแสวงหาวิธีการพับและการให้เหตุผลประกอบการจัดกิจกรรมจึงไม่ได้มุ่งที่การให้นักเรียนจดจำวิธีการพับกระดาษ แต่อยู่ที่การใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถแสวงหาวิธีการและสามารถอธิบายให้เหตุผลเพื่อยืนยันความถูกต้องของคำตอบที่ได้

ในด้านยุทธวิธีแก้ปัญหา นอกจากการสอดแทรก “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” และ “ยุทธวิธีให้เหตุผล” เช่นเดียวกันกับกิจกรรม “จุดนัดพบ” แล้วยังสามารถสอดแทรกการแนะนำ “ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย” โดยทบทวนจากงานการแก้ปัญหาพับกระดาษสร้างมุมของนักเรียน เช่น การสร้างมุมที่มีขนาด  $135^\circ$  ปัญหาย่อยที่สร้างขึ้นได้แก่

1. มุมที่มีขนาด  $135^\circ$  แบ่งเป็นมุมขนาดเท่าไรบ้างที่เกี่ยวกับมุมฉาก ( $90^\circ$  และ  $45^\circ$ )
2. มุมที่มีขนาด  $45^\circ$  สร้างได้อย่างไร (พับครึ่งมุมที่มีขนาด  $90^\circ$ )
3. มุมที่มีขนาด  $90^\circ$  สร้างได้อย่างไร (.....)
4. การสร้างมุมที่มีขนาด  $135^\circ$  ทำได้อย่างไร

การหาคำตอบของปัญหาย่อยจะนำไปสู่คำตอบของปัญหาเดิมที่กำหนด

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 14

ชื่อกิจกรรม หาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้กล่าวถึงการใช้ประโยชน์จากแสงอาทิตย์ในการหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปวงกลม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในการแก้ปัญหานักเรียนมีโอกาสดำเนินการสังเกต สำรวจศึกษา ค้นหาแบบรูปของความสัมพันธ์ของข้อมูลที่รวบรวมมาจากการลงมือปฏิบัติ แล้วสร้างข้อสรุปด้วยวิธีอุปนัย ได้ ทบทวนไตร่ตรองความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และได้ฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธี ให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”

จุดประสงค์ ให้นักเรียนความสามารถ

1. หาคความสูงของสิ่งที่กำหนดให้โดยใช้แสงอาทิตย์
2. อธิบายความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปวงกลม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่นำมาใช้หาคความสูงของสิ่งที่กำหนดให้โดยใช้แสงอาทิตย์

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

การวัดความยาว สมบัติของรูปวงกลม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วัสดุ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “คิดวิธีหาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “เตรียมปฏิบัติการหาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์”
3. ใบกิจกรรมที่ 3 “ปฏิบัติการหาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์”
4. ใบกิจกรรมที่ 4 “คิดหลังปฏิบัติการหาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์”
5. ภาพดวงอาทิตย์ ภาพต้นสน
6. หล็กไม้ ทราย ปูนขาว สายวัด
7. สิ่งที่ต้องการหาคความสูง เช่น เสาธง เสาไฟฟ้า ตึก
8. แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธี ให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”

แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูสนทนากับนักเรียนทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับเรื่องราวของดวงอาทิตย์ เป็นการสร้างบรรยากาศ การเรียนรู้ เช่น

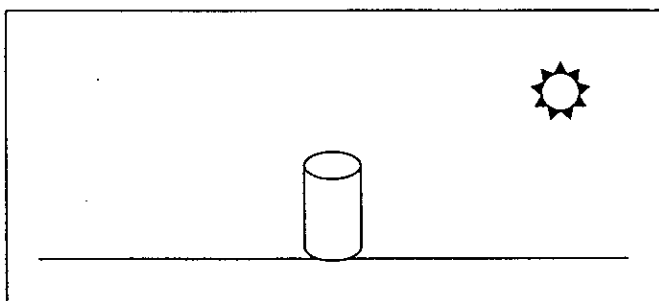
(1) ดวงอาทิตย์ห่างจากโลกเท่าไร (ประมาณ 93 ล้านไมล์ หรือ 150 ล้านกิโลเมตร)

(2) การโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ใช้เวลานานเท่าใด (ประมาณ 365.25 วัน)

ทำให้เกิดสิ่งใด (ฤดูกาล)

(3) การหมุนรอบตัวเองของโลกใช้เวลานานเท่าใด (24 ชั่วโมง) ทำให้เกิดสิ่งใด (เวลากลางวันและกลางคืน รวมถึง เวลา เช้า สาย เที่ยง บ่าย เย็น ค่ำ ดึก เช้ามืด)

2. ครูให้นักเรียนทุกคนจับบอกทิศหลักทั้งสี่ทิศ ได้แก่ ทิศเหนือ ทิศใต้ ทิศตะวันออก และ ทิศตะวันตก ครูนำภาพดวงอาทิตย์มาติดบนกระดานดำด้านขวามือให้เป็นด้านทิศตะวันออก สมมติว่าเป็นเวลาเช้า และนำภาพดวงน้ำมาติดที่กลางกระดานดำ ให้นักเรียนออกมาเขียนรูปเงาของภาพดวงน้ำบนกระดานดำ



ต่อไปเปลี่ยนตำแหน่งของภาพดวงอาทิตย์ แสดงเวลา สาย เที่ยง บ่าย และเย็น ให้นักเรียนออกมาเขียนรูปเงาของภาพดวงน้ำบนกระดานดำในเวลาดังกล่าว จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน เพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

“เมื่อแสงอาทิตย์ส่องไปกระทบกับสิ่งต่าง ๆ ที่ตั้งอยู่บนพื้นดิน เช่น ถังน้ำ ย่อมทำให้เกิดเงาของสิ่งนั้นบนพื้นดิน จงพิจารณาว่า

(1) ช่วงเวลาใดที่เงาของถังน้ำ ยาวกว่า ความสูงของถังน้ำ (เช้าและบ่ายใกล้เย็น)

(2) ช่วงเวลาใดที่เงาของถังน้ำ สั้นกว่า ความสูงของถังน้ำ (ใกล้ ๆ เที่ยงวัน)

(3) ช่วงเวลาใดที่เงาของถังน้ำ ยาวเท่ากับ ความสูงของถังน้ำ (สาย หรือบ่าย)”

ครูเสนอปัญหา “ณ เวลาที่เงาของเสาเวิ้งยาวเท่ากับ ความสูงของเสาเวิ้ง ความยาวของเงาของสิ่งที่กำหนดให้ บนพื้นดิน เช่น เสาธง เสาไฟฟ้า ดึก มีความเกี่ยวข้องอย่างไรกับความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ นั้น” โดยเขียนบนกระดานดำ หรือใช้แผ่นโปสเตอร์ ที่กระเด็นไว้ให้นักเรียนคิด

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 6 คน ให้แต่ละกลุ่มปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 1 “คิดวิธีหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” แล้วให้ส่งตัวแทนนำเสนอผลการอภิปราย การเสนอผลข้อ 1 และ 2 สามารถนำเสนอโดยครูให้นักเรียนอ่านคำถามพร้อมกัน แล้วครูให้นักเรียนตอบทีละกลุ่ม สักสองสามกลุ่ม หรือให้ตอบพร้อมกันทั้งชั้น แต่สำหรับผลการอภิปรายข้อ 3 - 4 ควรให้นักเรียนตอบทีละกลุ่มโดยให้อธิบายพอเข้าใจ

กิจกรรมตามใบกิจกรรมที่ 1 เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดแสวงหาวิธีการที่จะ “หาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์” ข้อสรุป(สมมติฐาน)ที่ควรจะเป็นและสามารถนำไปสู่การปฏิบัติได้คือ “นำหลักไม้ (หรือสิ่งของอื่น) ปักให้ตั้งฉากกับพื้นดินที่มีแสงอาทิตย์ส่องถึง แล้วหาเวลาที่เงาของหลักไม้บนพื้นดินยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ ซึ่งจะเป็นเวลาเดียวกันกับเวลาที่เงาของสิ่งที่กำหนดให้ ยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้น” ให้นักเรียนคิดหาวิธีการตรวจสอบข้อสรุปนี้ ซึ่งควรจะได้ว่า “สามารถตรวจสอบยืนยันได้โดยการเปรียบเทียบความยาวของเงา กับความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ ที่สามารถวัดความสูงได้ ว่าเท่ากันหรือไม่ ณ ขณะเวลาที่ความยาวของเงาของหลักไม้อันหนึ่งเท่ากับความสูงของหลักไม้นั้น”

3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 2 “เตรียมปฏิบัติการหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” โดยอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม แล้วนำเสนอต่อชั้นเรียนโดยครูอาจใช้วิธีให้นักเรียนทั้งชั้นอ่านคำถามพร้อมกันทีละข้อแล้วครูถามให้ตอบทีละกลุ่ม กลุ่มที่ตอบในภายหลังให้ตอบเฉพาะประเด็นที่แตกต่าง กิจกรรมตามใบกิจกรรมที่ 2 เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเตรียมหาวิธีการ และอุปกรณ์ที่นำไปใช้ในการปฏิบัติ เป็นการชักจูงความเข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติจริง

4. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 3 ซึ่งเป็นการลงมือปฏิบัติทดลองหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ ในภาคสนาม การปฏิบัติกิจกรรมนี้ ครูจะต้องเลือกเวลาให้พอเหมาะจากการสำรวจล่วงหน้า และต้องมีเวลาให้นักเรียนเตรียมการล่วงหน้าในการเลือกหาสถานที่ และสิ่งที่ต้องการหาความสูง ภายใต้การดูแลและแนะนำจากครู

หลังจากการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 3 ครูแนะนำให้นักเรียนแลกเปลี่ยนข้อมูลกันระหว่างกลุ่ม เพื่อตรวจสอบเวลาที่บันทึกว่าตรงกันหรือไม่ แต่ละกลุ่มต่างกันเพราะเหตุใด ในเวลาที่ใกล้เคียงกันนั้นความยาวของเงาของหลักไม้(หรือสิ่งอื่น)ของแต่ละกลุ่ม ยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้นหรือไม่ รวมถึงการเปรียบเทียบความสูงของสิ่งเดียวกันจากการหาของแต่ละกลุ่ม ครูสอดแทรกการกล่าวถึงการแก้ปัญหาโดยใช้ แก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธี ให้เหตุผล” และ“ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป” โดยทบทวนจากงานการแก้ปัญหานักเรียน

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 “คิดหลังปฏิบัติการหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติในช่วงเวลาที่เหลือ หรือให้ทำเป็นการบ้านโดยให้ทำเป็นรายบุคคลก่อนแล้วนำเสนอให้กลุ่มของตนตรวจสอบก่อนส่งครูผู้สอนเพื่อจัดแสดงบนป้ายนิเทศ

**การประเมินผล**

ประเมินผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

### กิจกรรมหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

ชื่อ.....

กลุ่มที่ ..... ชั้น ม 1/.....

#### ปัญหา

เราจะหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้อย่างไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าเราปักหลักไม้ให้ตั้งฉากกับพื้นดิน ในวันที่มีแสงอาทิตย์ จงพิจารณาว่าเหตุการณ์ต่อไปนี้เกิดขึ้นในเวลาใด (เช้า สาย เทียง บ่าย หรือเย็น)
  - 1.1 เงาของหลักไม้ ยาวกว่า ความสูงของหลักไม้ .....
  - 1.2 เงาของหลักไม้ สั้นกว่า ความสูงของหลักไม้ .....
  - 1.3 เงาของหลักไม้ เท่ากับ ความสูงของหลักไม้ .....
  - 1.4 ในแต่ละวัน เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้กี่ครั้ง เมื่อใดบ้าง  
.....
2. ณ ขณะเวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ ความยาวของเงาของสิ่งที่กำหนดให้บนพื้นดิน เช่น เสาธง เสาไฟฟ้า ดึก น่าจะมีความเกี่ยวข้องกับความสูงของสิ่งนั้นอย่างไร  
.....  
.....
3. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบข้อสมมติ (สมมติฐาน) ในข้อ 2 อย่างไร  
.....  
.....  
.....
4. นักเรียนมีแนวคิดในการหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์อย่างไรบ้าง  
.....  
.....  
.....  
.....

## ใบกิจกรรมที่ 2

### เตรียมปฏิบัติการ หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

ชื่อ.....

กลุ่มที่ ..... ชั้น ม. 1/ .....

คำชี้แจง ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเพื่อตอบคำถามต่อไปนี้

ถ้าเรานำหลักไม้มาปักบนพื้นดิน และหาเวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับ ความสูงของหลักไม้ ซึ่งน่าจะเป็นเวลาเดียวกันกับที่เงาของสิ่งที่กำหนดให้ ยาวเท่ากับ ความสูงของสิ่งนั้น

1. หลักไม้ที่นำมาใช้ควรมีความยาวเท่าไร เพราะเหตุใด

.....  
.....

2. เมื่อปักหลักไม้ลงบนพื้นดิน ควรปักในลักษณะใด (เอียง หรือตั้งตรง) เพราะเหตุใด

.....  
.....

3. เมื่อปักหลักไม้บนพื้นดิน เราจะหาตำแหน่งที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับ ความสูงของหลักไม้ได้ อย่างไร

.....  
.....

4. ในการลงมือปฏิบัติกิจกรรม “หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” นักเรียนคิดว่าต้องเตรียมอุปกรณ์อะไรบ้าง และอุปกรณ์แต่ละอย่างจะนำไปใช้ทำอะไร

| อุปกรณ์ | การนำไปใช้ |
|---------|------------|
| 1.....  | 1.....     |
| 2.....  | 2.....     |
| 3.....  | 3.....     |
| 4.....  | 4.....     |
| 5.....  | 5.....     |

### ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ .....

กลุ่มที่ ..... ชั้น ม. 1/ .....

#### ปฏิบัติการ หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

คำสั่ง ให้กลุ่มของนักเรียนลงไปที่สนามหน้าโรงเรียน และลงมือปฏิบัติกิจกรรมหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ ที่ตระเนว่ามีความสูงมากกว่า 3 เมตร อย่างน้อยสองอย่าง และบันทึกข้อมูลต่าง ๆ ลงในแบบฟอร์มข้างล่างนี้

- อุปกรณ์ที่ใช้เป็นสื่อในการหาเวลาขณะที่เงาของสิ่งของยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้น กลุ่มของนักเรียนใช้หลักไม้ หรือสิ่งของอื่น ให้ระบุชื่อสิ่งของนั้น .....  
ความสูงของหลักไม้ หรือสิ่งที่ใช้แทนหลักไม้.....เมตร  
ความยาวของเงา.....เมตร  
บันทึกเมื่อเวลา.....น. วันที่.....
- ข้อมูลของสิ่งที่ต้องการหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

| ลำดับที่ | ชื่อสิ่งของ | ความยาวของเงา | ความสูงของสิ่งของ |
|----------|-------------|---------------|-------------------|
| 1.       |             |               |                   |
| 2.       |             |               |                   |
| 3.       |             |               |                   |

บันทึกเมื่อเวลา.....น. วันที่.....

- ให้นักเรียนแลกเปลี่ยนข้อมูลความสูงและความยาวของเงาของอุปกรณ์ที่ใช้เป็นสื่อ เช่น หลักไม้ และเวลา จากผลการบันทึกในข้อ 1 ของเพื่อนกลุ่มอื่นอีก 5 กลุ่ม

| ข้อมูลกลุ่มที่ | ชื่ออุปกรณ์ที่ใช้เป็นสื่อ | ความสูง (ซม.) | ความยาวเงา (ซม.) | เวลาบันทึก |
|----------------|---------------------------|---------------|------------------|------------|
|                |                           |               |                  |            |
|                |                           |               |                  |            |
|                |                           |               |                  |            |
|                |                           |               |                  |            |
|                |                           |               |                  |            |

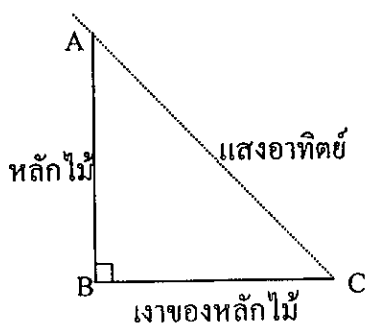
ในเวลาที่ไม่ใกล้เคียงกันความยาวของเงาของหลักไม้(หรือสิ่งอื่น)ของกลุ่มต่าง ๆ ยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้นหรือไม่.....

## ใบกิจกรรมที่ 4

### คิดหลังปฏิบัติการ หาคความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

คำสั่ง ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้เป็นรายบุคคล

1. ถ้าเราสร้าง  $\triangle ABC$  โดยใช้ด้าน แทน หลักไม้ เงามของหลักไม้ และลำแสงอาทิตย์ ดังรูป



ขณะเวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ซึ่งเป็นเวลาที่เรหาคความสูงของสิ่งต่าง ๆ

- (1) ด้านใดของ  $\triangle ABC$  ยาวเท่ากัน.....
- (2) เมื่อพิจารณาตามลักษณะด้าน  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด.....
- (3) มุมคู่ใดของ  $\triangle ABC$  มีขนาดเท่ากัน เพราะเหตุใด.....
- (4) มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของ  $\triangle ABC$  มีขนาดมุมละเท่าไร เพราะเหตุใด.....

2. สมมติว่าเมื่อเวลา 10.25 น. นักเรียนไปวัดความยาวของเงาและความสูงของสิ่งต่าง ๆ ในสนาม ได้ผลดังตาราง

| ที่ | ชื่อสิ่งของ | ความยาวของเงา(เมตร) | ความสูงของสิ่งของ(เมตร) | หมายเหตุ |
|-----|-------------|---------------------|-------------------------|----------|
| 1   | เสารั้ว     | 1.00                | 2.00                    |          |
| 2   | ตู้โทรศัพท์ | 1.25                | 2.50                    |          |
| 3   | หลักไม้     | 0.75                | 1.50                    |          |
| 4   | เสาธงกีฬา   | 2.50                | 5.00                    |          |

ถ้าในเวลาเดียวกันนี้ นักเรียนวัดเงาของเสาไฟฟ้าได้ยาว 3.50 เมตร นักเรียนคิดว่า เสาไฟฟ้ามีความสูงเท่าไร เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

## เอกสารเสริมสำหรับครู

### หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์

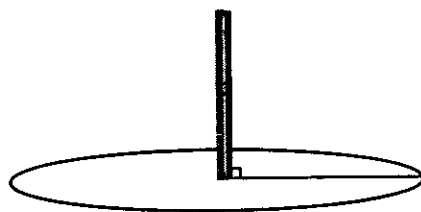
ในการแก้ปัญหาหลักที่ใช้ในกิจกรรมนี้คือ “เราจะหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้อย่างไร” นักเรียนจะได้ทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการวัดความยาว สมบัติของรูปวงกลม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้รับการกระตุ้นให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน ตรวจสอบ รวมทั้งขยายปัญหาและบันทึกผลการแก้ปัญหา และได้ฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธี ให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”

โลกเป็นดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง ซึ่งเป็นบริวารของดวงอาทิตย์ในระบบสุริยจักรวาล โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ประมาณ 93 ล้านไมล์ หรือ 150 ล้านกิโลเมตร เนื่องจากโลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์มาก แสงของดวงอาทิตย์ที่ส่งมายังโลกจึงถือว่าเป็นลำแสงขนาน การหมุนของโลกรอบดวงอาทิตย์รอบหนึ่งใช้เวลาประมาณ 365.25 วัน ทำให้เกิดฤดูกาลบนพื้นที่ต่าง ๆ ของโลก ในขณะที่โลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ โลกก็หมุนรอบตัวเองไปด้วยใช้เวลารอบละ 24 ชั่วโมง บริเวณของโลกที่หันเข้าหาดวงอาทิตย์จะเป็นเวลากลางวัน ส่วนบริเวณของโลกอีกด้านหนึ่งจะเป็นเวลากลางคืน สำหรับเวลากลางวัน สามารถแบ่งเป็นช่วงเวลากว้าง ๆ ย่อยลงไปอีกคือ เช้า สาย เที่ยง บ่าย และเย็น

ในเวลากลางวัน เมื่อแสงอาทิตย์ส่งมายังสิ่งที่ตั้งอยู่บนพื้นดินเช่น เสารั้ว ก็จะเกิดเงาของเสารั้วทอดไปยังพื้นดิน ในตอนเช้าเมื่อดวงอาทิตย์เริ่มขึ้นมาจากทิศตะวันออก เงาของเสารั้วก็จะทอดยาวไปทางทิศตะวันตก และความยาวของเงาก็จะสั้นลงเรื่อย ๆ ทุกขณะที่ดวงอาทิตย์ขึ้นสูง ในตอนสายขณะที่ดวงอาทิตย์อยู่ในตำแหน่งที่ทำมุม 45 องศา กับระดับสายตาของเรา ความยาวของเงาจะเท่ากับความสูงของเสารั้วพอดี ณ ขณะเวลานี้ความยาวของเงาของสิ่งต่าง ๆ บนพื้นดิน (ที่ตั้งฉากกับพื้นดิน) เช่น เสาธง เสาไฟฟ้า อาคาร จะยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้นด้วย ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นวันละสองครั้งคือในตอนสาย และตอนบ่าย จากแนวคิดนี้เราสามารถนำไปใช้หาความสูงของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้ โดยการหา “ตัวกลาง” ที่สามารถบ่งชี้เวลาที่เงาของตัวกลางนั้นยาวเท่ากับความสูงของตัวกลางพอดี

ถ้าเราปักหลักไม้ให้ตั้งฉากกับพื้นดินในบริเวณที่มีแสงอาทิตย์ส่องถึงให้มีส่วนที่อยู่พื้นดินยาวพอประมาณ เช่น 1 เมตร เรากล่าวได้ว่าหลักไม้มีความสูง 1 เมตร เมื่อแสงอาทิตย์ส่องมาก็จะเกิดเงาของหลักไม้บนพื้นดิน เราจะทราบได้อย่างไรว่าเมื่อใดที่เงาของหลักไม้นั้นยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้

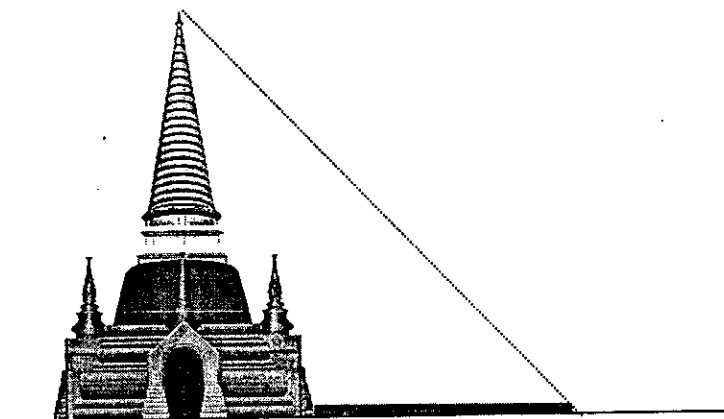
วิธีที่ง่ายวิธีหนึ่งคือการเขียนรูปวงกลม หรือส่วนโค้งของรูปวงกลมบนพื้นดินที่มีโคนของ หลักไม้เป็นจุดศูนย์กลาง และมีรัศมียาวเท่ากับ ความสูงของหลักไม้



การเขียนรูปวงกลมทำได้โดยคล้องเชือกไว้กับโคนหลักไม้และทำปมเชือกไว้ในตำแหน่ง ที่เชือกมีความยาวเท่ากับ ความสูงของหลักไม้ จึงเชือกให้ตึงเพื่อเป็นรัศมีของรูปวงกลม แล้วโรยปูน ขาวสร้างเส้นรอบวงหรือส่วนโค้งของรูปวงกลม

เมื่อแสงอาทิตย์ส่องมาที่หลักไม้ ณ เวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับ ความสูงของ หลักไม้ เงาของสิ่งต่าง ๆ ก็จะยาวเท่ากับ ความสูงของสิ่งนั้น ดังนั้น ณ เวลานั้นเมื่อเราทำเครื่องหมายของ ปลายเงาของสิ่งที่กำหนดให้ ไว้ แล้ววัดความยาวของเงา ก็จะทำให้ทราบความสูงของสิ่งนั้นโดย ประมาณ

สำหรับสิ่งของที่มีฐานกว้างใหญ่ เช่น เจดีย์ จุดศูนย์กลางของฐานเราไม่สามารถเข้าไปวัด ได้ถึง



การวัดความยาวของเงา ทำได้เพียงวัดระยะทางจากขอบของฐานเจดีย์ที่มีเงาพาดผ่านไป ยังเงาของปลายยอดเจดีย์เท่านั้น สำหรับระยะจากขอบของฐานเจดีย์ไปยังจุดศูนย์กลางของฐานเจดีย์ ต้องใช้การกะประมาณ สำหรับกรณีที่ฐานของเจดีย์เป็นรูปวงกลม เราอาจคำนวณหาระยะทางจาก ขอบฐานเจดีย์ไปยังจุดศูนย์กลางของฐานเจดีย์ ซึ่งก็คือรัศมีของวงกลม โดยคำนวณจากเส้นรอบวง ของรูปวงกลมที่เป็นความยาวรอบฐานของเจดีย์ จากสูตร

เส้นรอบวง =  $2\pi r$  เมื่อ  $r$  เป็นรัศมีของฐานเจดีย์ที่ต้องการหา

หรือ รัศมี ( $r$ ) = เส้นรอบวง  $\div 2\pi$

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในกิจกรรม “หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” เริ่มจากการสนทนาซักถามเกี่ยวกับเรื่องราวของดวงอาทิตย์ และปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นกับโลก เป็นการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ ปัญหาหลักที่นำเสนอแก่นักเรียนคือ “เราจะหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้อย่างไร” จากการปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 1 “คิดวิธีหาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” นักเรียนได้ทำความเข้าใจกับปัญหาหลัก และได้แนวคิดในการวางแผนแก้ปัญหา ในกิจกรรมนี้นักเรียนควรจะได้แนวคิดซึ่งจำแนกได้เป็นสองประเด็นคือ

(1) แนวคิดเชิงหลักการว่า “ในแต่ละวันมีเวลาอยู่สองเวลาคือในตอนสาย และตอนบ่ายที่เงาของสิ่งต่าง ๆ บนพื้นดิน ที่เกิดจากแสงอาทิตย์ มีความยาวของเงายาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้น ๆ”

(2) แนวคิดในการนำไปใช้ว่า “เราจะหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้โดยปักหลักไม้ให้ตั้งฉากกับพื้นดินในบริเวณที่แสงอาทิตย์ส่องถึง แล้วหาเวลาที่เงาของหลักไม้วางเท่ากับความสูงของหลักไม้ ณ ขณะเวลาเดียวกันนี้เมื่อเราไปวัดความยาวของเงาของสิ่งที่ต้องการหาความสูง จะได้ว่าความยาวของเงายาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้น”

แนวคิดทั้งสองข้อนี้เป็นเพียงสมมติฐานซึ่งจะต้องพิสูจน์ว่าเป็นจริงหรือไม่ สำหรับกิจกรรมตาม ใบกิจกรรมที่ 2 “เตรียมปฏิบัติการ หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ตรวจสอบการวางแผน ได้ซักซ้อมความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการ และเตรียมจัดหาอุปกรณ์ก่อนลงมือปฏิบัติ ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดเตรียมการเองจากการตอบคำถาม สำหรับกิจกรรมตาม ใบกิจกรรมที่ 3 “ปฏิบัติการ หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” เป็นกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ดำเนินการตามแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูล และได้นำข้อมูลนั้นมาตรวจสอบสมมติฐาน การสร้างข้อสรุปในกิจกรรมนี้ นักเรียนใช้การสังเกต สำรวจศึกษา ค้นหาแบบรูปของความสัมพันธ์ของข้อมูลที่รวบรวมมาได้ แล้วใช้วิธีอุปนัยในการสร้างข้อความคาดการณ์ ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบว่าเป็นจริงในกรณีทั่วไป โดยใช้การให้เหตุผลด้วยวิธีนิรนัย และต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นซึ่งยังไม่จำเป็นต้องกล่าวถึงในที่นี้

กิจกรรมตาม ใบกิจกรรมที่ 4 “คิดหลังปฏิบัติการ หาความสูงโดยใช้แสงอาทิตย์” เป็นการขยายปัญหาหลัก “เราจะหาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้ โดยใช้แสงอาทิตย์ได้อย่างไร” นักเรียนได้ทบทวนได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ได้นำความรู้ และประสบการณ์จากการปฏิบัติกิจกรรมก่อนหน้านี้มาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นกิจกรรมที่เน้นการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธี ให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”

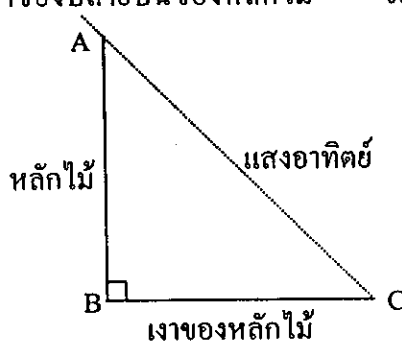
### ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

ในกิจกรรมนี้นอกจากเป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวัดความยาวโดยตรงแล้ว ยังสามารถนำไปเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นได้แก่ สมบัติของรูปวงกลม สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สมบัติของเส้นขนาน และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยได้นำไปกล่าวถึงในกิจกรรมนี้เฉพาะสองเรื่องแรก ส่วนอีกสองเรื่องหลังจะกล่าวถึงเพื่อเป็นความรู้เสริมสำหรับครูเท่านั้น

1. สมบัติของรูปวงกลม “รัศมีของวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากัน” หรือ “จุดทุกจุดบนเส้นรอบวงอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมเป็นระยะทางเท่ากัน” ซึ่งนำมาใช้ในการเขียนรูปวงกลมล้อมรอบโคนหลักไม้ ใช้รัศมียาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ เพื่อหาตำแหน่งที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้

2. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว “รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน” ผลที่ตามมาซึ่งเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ “มุมคู่อันที่อยู่ตรงข้ามด้านที่เท่ากันมีขนาดเท่ากัน” ถ้าเราสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีด้านสองด้านซึ่งประกอบด้วยความสูงของหลักไม้และความยาวของเงาของหลักไม้ขณะที่ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ด้านที่สามเป็นด้านที่แทนลำแสงอาทิตย์วัดจากปลายบนของหลักไม้ไปยังเงาของปลายบนของหลักไม้ จะได้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วดังรูป

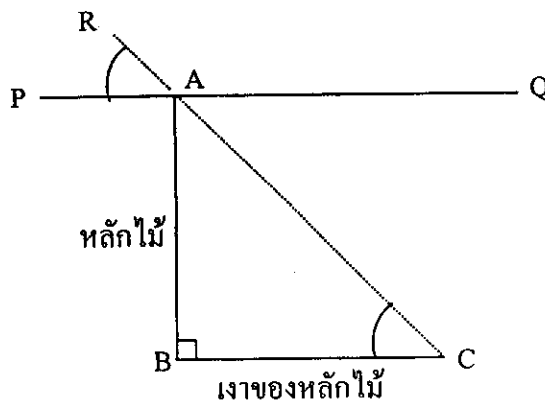
การกล่าวถึงความสูงของหลักไม้ ทำให้ต้องปักหลักไม้ตั้งฉากกับพื้นดิน จะได้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากด้วย โดยมี B เป็นมุมฉากและจะได้



$$\text{ขนาดของมุม } A = \text{ขนาดของมุม } C = 45 \text{ องศา}$$

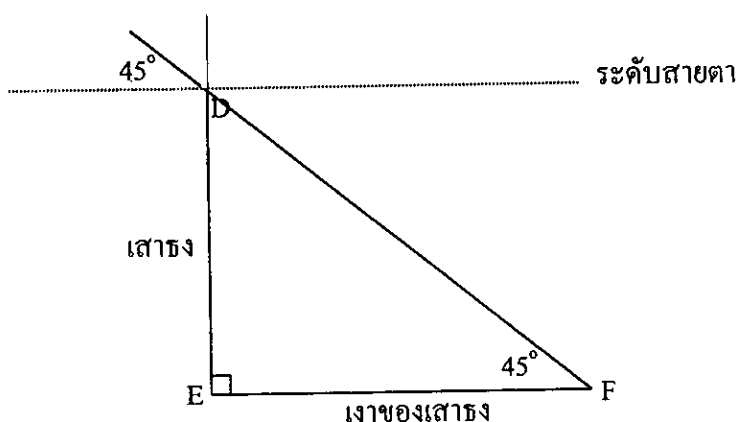
3. สมบัติของเส้นขนาน “มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน”

ถ้าลากส่วนของเส้นตรง PQ ขนานกับส่วนของเส้นตรง BC ให้เป็นเส้นระดับสายตาต่อ CA ไปทาง A จนถึง R จะได้มุม PAR เป็นมุมที่ดวงอาทิตย์ทำกับเส้นระดับสายตา และมีขนาดเท่ากับขนาดของมุม BCA



ดังนั้น ณ ขณะเวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ซึ่งเป็นเวลาที่เรหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ จะได้  $AB = BC$  ดังนั้น  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และจะได้ขนาดของมุม  $BAC =$  ขนาดของมุม  $BCA = 45$  องศา นั่นคือเป็นเวลาที่ดวงอาทิตย์ทำมุม  $45$  องศากับระดับสายตา

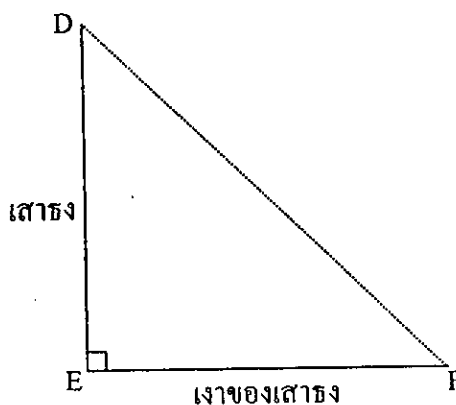
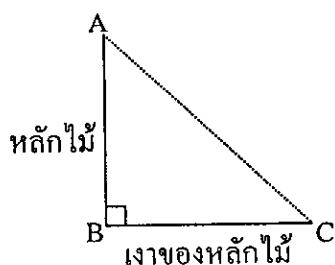
ณ ขณะเวลาเดียวกันนี้ เมื่อพิจารณาความสูงของสิ่งต่าง ๆ เช่น เสาธง ความยาวของเงาของเสาธงและตำแหน่งอาทิตย์ ซึ่งประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมดังภาพ



มุมที่ดวงอาทิตย์ทำกับระดับสายตา จะเท่ากับขนาดของมุม F และเท่ากับ  $45$  องศา และเนื่องจาก ขนาดของมุม  $E = 90$  องศา ดังนั้นจะได้ ขนาดของมุม  $D = 45$  องศา นั่นคือ  $\triangle DEF$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และจะได้  $DE = EF$

ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้สามารถสรุปได้ว่า ณ ขณะเวลาที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ จะเป็นเวลาเดียวกันกับที่เงาของสิ่งต่าง ๆ ยาวเท่ากับความสูงของสิ่งนั้น

4. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน”



ขณะที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ ซึ่งเป็นเวลาเดียวกันกับที่เงาของเสาธงยาวเท่ากับความสูงของเสาธง จะได้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยมี ขนาดของมุม  $A =$  ขนาดของมุม  $D = 45$  องศา , ขนาดของมุม  $B =$  ขนาดของมุม  $E = 90$  องศา และ ขนาดของมุม  $C =$  ขนาดของมุม  $F = 45$  องศา

เรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันนักเรียนจะได้เรียนในรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่พัฒนาโดย สสวท. ในขั้นนี้ ครูสามารถแนะนำให้นักเรียนรู้จักเป็นการขยายฐานของความรู้ที่เพียงพอแล้ว ต่อไปนี้เป็นความรู้เพิ่มเติมสำหรับครูเท่านั้น

### สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่เท่ากันจะเท่ากัน” หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า

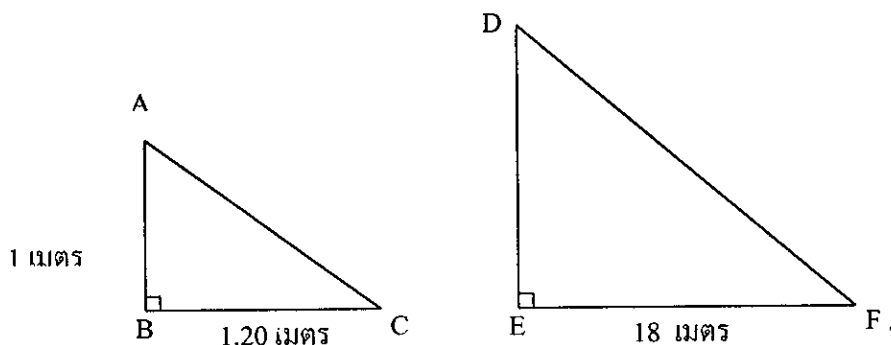
“ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน”

จาก  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  ข้างต้นซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้  $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$  ณ ขณะที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้ จะได้  $AB = BC$  ดังนั้น  $1 = \frac{DE}{EF}$  และจะได้  $DE = EF$

ข้อความที่ว่า “ขณะที่เงาของหลักไม้ยาวเท่ากับความสูงของหลักไม้จะเป็นเวลาเดียวกันกับที่เงาของเสาธงยาวเท่ากับความสูงของเสาธง” สามารถอธิบายให้เหตุผลได้ด้วยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน นอกเหนือไปจากการอธิบายด้วยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่กล่าวมาแล้ว

จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เราสามารถนำมาใช้หาความสูงของสิ่งที่กำหนดให้โดยใช้แสงอาทิตย์ ณ เวลาใดก็ได้ โดยทราบข้อมูลเพียงว่า หลักไม้สูงเท่าไรและ ณ เวลานั้น เงาของหลักไม้ยาวเท่าไร และเงาของสิ่งที่กำหนดให้ ต้องการหาความสูงยาวเท่าไร เช่น

“ปักหลักไม้ไว้สูง 1 เมตร ณ เวลาหนึ่งเงาของหลักไม้ยาว 1.20 เมตร และเงาของเสาธงยาว 18 เมตร เสาธงสูงเท่าไร”



มุมที่ดวงอาทิตย์ทำกับระดับสายตา มีขนาดเท่ากับ ขนาดของมุม C = ขนาดของมุม F  
 เนื่องจาก ขนาดของมุม B = ขนาดของมุม E = 90 องศา ดังนั้น ขนาดของมุม A = ขนาดของมุม D  
 นั่นคือ  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะได้

$$\text{หรือ และจะได้ } \frac{1}{1.20} = \frac{DE}{18}$$

$$\text{ดังนั้น } DE = \frac{18}{1.20} = 15$$

นั่นคือ เสาธงมีความสูง 15 เมตร

พิจารณา  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ตามข้อมูลข้างต้น  
 จะได้  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$  และจะได้  $DE = \left(\frac{AB}{BC}\right) EF$

ถ้ากำหนดให้ AB ยาว 1 หน่วย จะได้  $DE = \left(\frac{1}{BC}\right) EF$

ถ้า BC ยาวครึ่งหนึ่งของ AB คือยาว  $\frac{1}{2}$  หน่วย จะได้  $DE = 2(EF)$

ถ้า BC ยาว  $\frac{3}{4}$  ของ AB คือยาว  $\frac{3}{4}$  หน่วย จะได้  $DE = \frac{4}{3} (EF)$

ในการนำไปใช้ในภาคปฏิบัติ อาจแบ่งความยาวของเงาของหลักไม้เป็นช่วงกว้าง ๆ ก็ได้  
 เช่น ช่วงที่เงายาว  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}$  และ  $1\frac{1}{2}$  ของความสูงของหลักไม้ ซึ่งเมื่อวัดความยาวของเงา  
 ของสิ่งที่กำหนดให้ ในขณะเวลาเดียวกันกับที่วัดความยาวของเงาของหลักไม้ จะได้เงาของสิ่ง  
 นั้น ๆ ยาวเท่ากับ  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}$  และ  $1\frac{1}{2}$  ของความสูงของสิ่งนั้นตามลำดับ ซึ่งสามารถนำมา  
 เทียบหาความสูงของสิ่งนั้นได้ โดยนำจำนวนที่เป็นส่วนกลับของเศษส่วนที่บอกความยาวของหลักไม้  
 มาคูณกับความยาวของเงาของสิ่งนั้นที่วัดได้

## แผนการสอนกิจกรรมที่ 15

ชื่อกิจกรรม ใช้งานรูปเรขาคณิต

เวลา 2 คาบ

กิจกรรมนี้มุ่งให้นักเรียนได้สำรวจศึกษาการนำสมบัติต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ไปใช้ในการประจักษ์รู้คิดค้นสร้างสิ่งของเครื่องใช้ ตลอดจนเทคโนโลยีต่าง ๆ ที่นักเรียนพบเห็นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของเรขาคณิตกับชีวิตจริง ในกิจกรรมนี้นักเรียนจะได้มีโอกาสฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ” จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมสร้างสรรค์ตัวแบบของสิ่งประจักษ์รู้ที่อาศัยสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน พร้อมทั้งอธิบายให้เหตุผลประกอบถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. อธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่นำไปใช้ในการสร้างสิ่งของเครื่องใช้ และสิ่งประจักษ์รู้ต่าง ๆ
2. ยกตัวอย่างสิ่งของเครื่องใช้หรือสิ่งประจักษ์รู้ที่สร้างขึ้นโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
3. สร้างตัวแบบของสิ่งประจักษ์รู้ง่าย ๆ ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

สมบัติของรูปสามเหลี่ยม สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

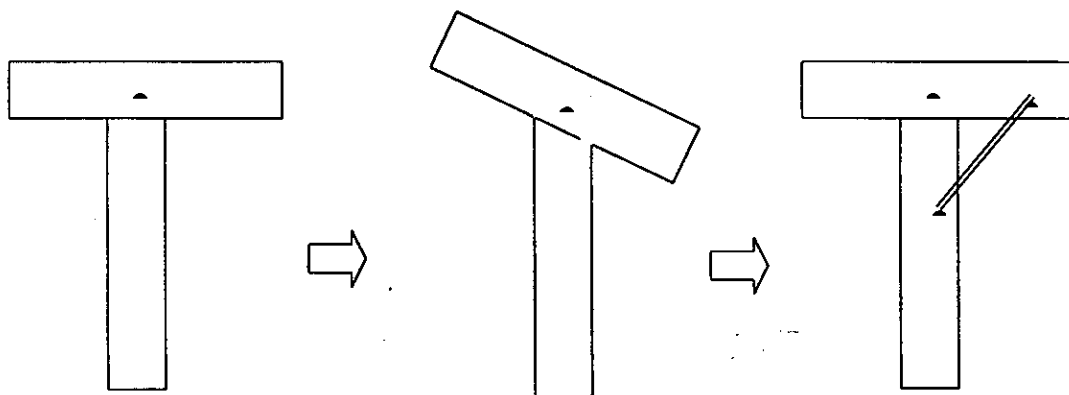
สื่อ/ อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 1 “เราใช้ประโยชน์อะไรจากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน”
2. ใบกิจกรรมที่ 2 “ศึกษาค้นคว้าการใช้งานรูปเรขาคณิต”
3. ไม้ไอศกรีมเจาะรูตรงกลางและที่ปลายทั้งสองข้าง (จำนวนประมาณ 250 อัน)
4. หมุด (อาจทำด้วยไม้ไผ่หรือไม้จิ้มฟันแบบกลม จำนวนประมาณ 150 อัน)
5. ภาพ หรือตัวแบบของสิ่งของเครื่องใช้ สิ่งก่อสร้าง ที่มีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม เช่น เสาของราวตากผ้า เสาไฟฟ้าแรงสูง โครงหลังคา ปั้นจั่น โครงสะพาน

6. ภาพ หรือตัวแบบของสิ่งของเครื่องใช้ สิ่งก่อสร้าง ที่มีโครงสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เช่น ราวตากผ้าแบบติดผนัง กระชงเงาที่มีขาตั้งยึด/พับเก็บได้ ประตูลิเก้ของตึกแถว
7. สื่อสาธิต โครงไม้รูปตัว T บันไดแบบพับเก็บได้ คีมยึดได้ แม่แรงยกรถบางชนิด
8. แผ่นโปรงใส 15.1 – 15.4
9. แผ่นโปรงใส “พุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “พุทธวิธีให้เหตุผล”และ “พุทธวิธีสร้างตัวแบบ”

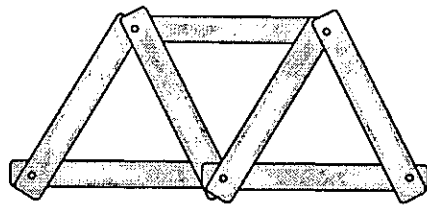
### แนวการจัดกิจกรรม

1. ครูแสดงโครงไม้รูปตัว T สมมติว่าเป็นเสาของราวตากผ้าจำลอง ซึ่งส่วนคานด้านบนตั้งฉากติดยึดกับเสาตรงกลางด้วยน็อตตัวหนึ่ง ชนนี้ยึดให้แน่นแล้วให้นักเรียนลองจับโยก ซึ่งนักเรียนจะเห็นว่าโยกได้ ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย เสนอแนะแนวทางในการป้องกันแก้ไขไม่ให้คานโยกจนไม่ตั้งฉากกับเสาตรงกลาง ครูทดลองปฏิบัติตามข้อเสนอแนะของนักเรียน ซึ่งควรจะได้ข้อสรุปคือ หากไม้มาติดยึดตรงมุมให้เกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมดังรูป



ครูให้นักเรียนใช้ไม้ไอศกรีมสามอันประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมแล้วติดยึดด้วยหมุดที่มุมทั้งสาม ให้นักเรียนทดลองโยกโครงไม้รูปสามเหลี่ยม ซึ่งนักเรียนจะพบว่าโครงไม้โยก ครูกล่าวถึงสมบัติการคงรูปของรูปสามเหลี่ยม และร่วมกันอภิปรายถึงการสร้างรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้านให้สามด้าน (ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านต้องยาวกว่าความยาวของด้านที่สาม) ซึ่งนักเรียนจะพบว่าสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้เพียงรูปเดียวเท่านั้นที่มีความยาวของด้านตามที่กำหนด

2. ครูแสดงภาพ หรือตัวแบบของสิ่งก่อสร้าง สิ่งประดิษฐ์ที่มีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม และร่วมกันอภิปรายว่าเพราะเหตุใดสิ่งเหล่านั้นจึงต้องมีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม (ต้องการความคงรูป มั่นคง แข็งแรง) ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างสิ่งก่อสร้าง สิ่งของเครื่องใช้ และสิ่งประดิษฐ์ที่มีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งนักเรียนเคยพบ ครูสรุปโดยใช้แผ่นโปรงใส 15.1 และ 15.3



3. ครูให้นักเรียนใช้ไม้ไอศกรีมสี่อันประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนแล้วติดยึดด้วยหมุดที่มุมทั้งสี่ ทบทวนสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเกี่ยวกับมุมและด้าน (เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และไม่มีมุมภายในมุมใดเป็นมุมฉาก) ให้นักเรียนทดลองโยกโครงไม้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ซึ่งนักเรียนจะพบว่าสามารถโยกเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีขนาดของมุมเปลี่ยนแปลงไปได้หลายรูปในขณะที่ด้านทั้งสี่มีความยาวเท่าเดิม ครูสรุปโดยใช้แผ่นโปรงใส 15.2

4. ครูแสดงภาพ หรือตัวแบบของสิ่งก่อสร้าง สิ่งประดิษฐ์ที่มีโครงสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ร่วมกันอภิปรายกับนักเรียนถึงการใช้ประโยชน์จากสิ่งของนั้น และความเกี่ยวข้องกันสมบัติต่าง ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดยใช้แผ่นโปรงใส 15.4

5. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 - 6 คน ให้ทุกกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมตามใบกิจกรรมที่ 1 “เราใช้ประโยชน์อะไรจากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” โดยให้แต่ละกลุ่มจัดทำสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และ/หรือ สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน กลุ่มละ 1 ชิ้น โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ที่เตรียมมา ได้แก่ ไม้ไอศกรีม และหมุด พร้อมทั้งให้จัดทำคู่มือประกอบสิ่งประดิษฐ์นั้นให้มีสาระสำคัญประกอบด้วย 1) ชื่อสิ่งประดิษฐ์ 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และ 3) ประโยชน์ใช้สอย แล้วให้ส่งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยจัดแสดงสิ่งประดิษฐ์และอธิบายประกอบ ครูและนักเรียนร่วมกันซักถาม จากนั้นครูช่วยเพิ่มเติมรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และกล่าวถึงการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ” ซึ่งในกิจกรรมนี้เป็นการใช้ไม้ไอศกรีมสร้างตัวแบบของสิ่งของแทนของจริง และใช้ “ยุทธวิธีให้เหตุผล” ในการอธิบายประกอบการแก้ปัญหา

6. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาเนื้อหาในใบกิจกรรมที่ 2 “ศึกษาค้นคว้าการใช้งานรูปเรขาคณิต” แล้วตอบคำถาม โดยให้ทำในช่วงเวลาที่เหลืออยู่หรือให้ทำเป็นการบ้าน แล้วนำจัดแสดงบนป้ายนิเทศ

## การประเมินผล

ประเมินจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และจากการปฏิบัติกิจกรรมรายบุคคล

## ใบกิจกรรมที่ 1

“เราใช้ประโยชน์อะไรจากสมบัติของรูปสามเหลี่ยม  
และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน”

ชื่อ.....

กลุ่มที่.....ชั้น ม. 1 / .....

ตอนที่ 1 ให้แต่ละกลุ่มจัดทำสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม  
และ/หรือสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน 1 ชิ้น พร้อมทั้งจัดทำคู่มือประกอบ  
สิ่งประดิษฐ์นั้น ให้มีสาระสำคัญดังนี้

### 1) ชื่อสิ่งประดิษฐ์

.....  
.....

### 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### 3) ประโยชน์ที่ใช้สอย

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตอนที่ 2 ให้ส่งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลงานและจัดแสดงหน้าชั้นเรียน หลังจากฟังการนำเสนอของกลุ่มต่าง ๆ แล้ว ให้นักเรียนบันทึกสาระสำคัญที่ได้

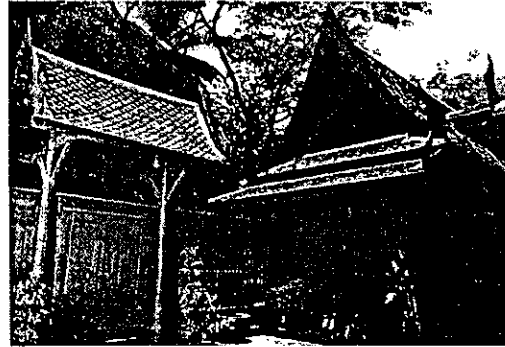
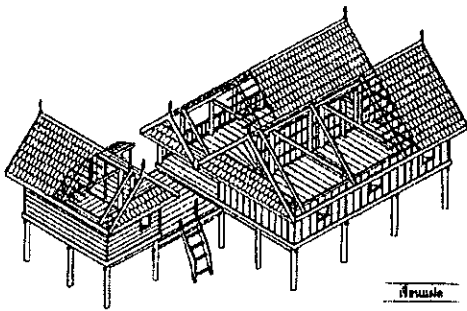
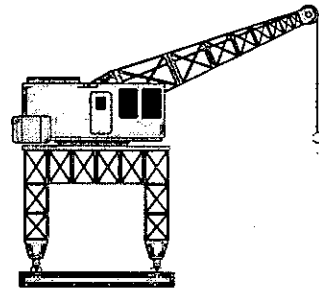
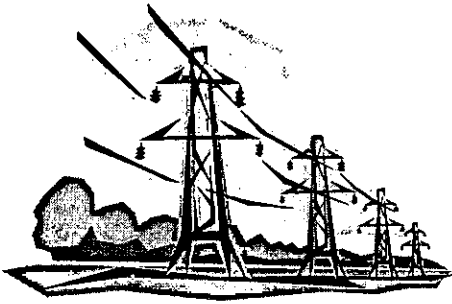
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## ใบกิจกรรมที่ 2

### ศึกษาค้นคว้าการใช้งานรูปเรขาคณิต

ชื่อ.....  
 กลุ่มที่.....ชั้น ม. 1 / .....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาเอกสารต่อไปนี้ และศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม แล้วตอบคำถาม  
 ตอนที่ 1 ใช้งานรูปสามเหลี่ยม



สิ่งประดิษฐ์ของมนุษย์ในงานก่อสร้าง และการประดิษฐ์สิ่งของเครื่องใช้หลาย ๆ อย่างที่ต้องการความมั่นคง แข็งแรง เช่น โครงเสาไฟฟ้าแรงสูง เสาป็นจั่น โครงหลังคาบ้าน โครงสะพาน  
 ชุมประตุน้ำบ้านทรงไทย บันไดแบบพับเก็บได้ สิ่งเหล่านี้ล้วนมีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม

1) ในการสร้างสิ่งประดิษฐ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าได้มีการนำความรู้ใดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมาใช้

.....

.....

.....

2) จงยกตัวอย่างสิ่งก่อสร้าง สิ่งของเครื่องใช้ สิ่งประดิษฐ์ และการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน  
 ที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม

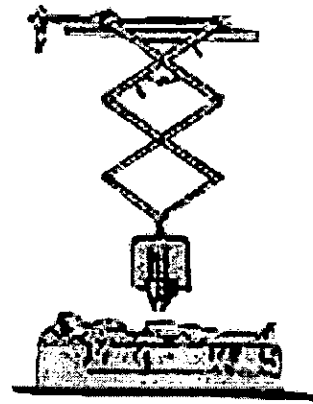
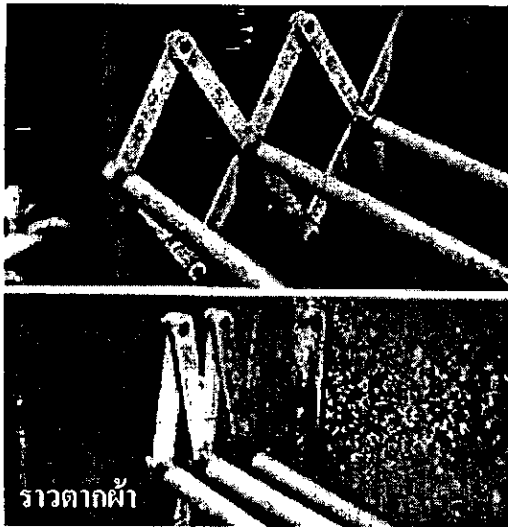
.....

.....

.....

.....

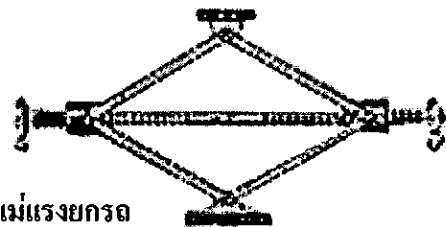
## ตอนที่ 2 ใช้งานรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



เครื่องมือตรวจทางการแพทย์



กิมยี่ดัด



แม่แรงยกรถ

สิ่งของเครื่องใช้หลายอย่างมีโครงสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เช่น ราวตากผ้าแบบติดผนัง เมื่อต้องการใช้ก็ดึงยี่ดัดออกมา เมื่อเลิกใช้ก็สามารถดันเข้าแนบกับผนังเพื่อไม่ให้เกะกะ เครื่องมือตรวจทางการแพทย์บางอย่าง ก็เช่นกัน สามารถดึงยี่ดัดลงมาให้อยู่ในระดับความสูงที่ต้องการ และดันขึ้นเก็บเมื่อเลิกใช้งาน คีมแบบยี่ดัด ทำหน้าที่เหมือนแขนเทียมยี่ดัด สามารถใช้หยิบจับสิ่งของในระยะไกล หรือในที่เสี่ยงอันตรายที่ไม่ต้องการให้มนุษย์เข้าไปใกล้ ของใช้อีกอย่างหนึ่งที่มีโครงสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนซึ่งเรารู้จักคือ แม่แรงยกรถ ซึ่งทำให้ยี่ดัดออกหรือดึงเข้าเพื่อยกรถโดยการขันสกรู ปรับเปลี่ยนความยาวของเส้นทแยงมุม

- 1) สิ่งของเครื่องใช้ข้างต้นสร้างขึ้นโดยใช้ความรู้ใดเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

.....

.....

.....

- 2) จงยกตัวอย่างสิ่งของเครื่องใช้อื่น ๆ ที่ใช้ความรู้ดังกล่าวข้างต้น

.....

.....

สื่อประกอบ แผ่นโปรงใส 15.1 –15.4

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมเกี่ยวกับความยาวของด้าน

ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม ย่อมยาวกว่าความยาวของด้านที่สาม

การสร้างรูปสามเหลี่ยม

เมื่อกำหนดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมให้สามด้าน ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมได้จะสร้างได้เพียงรูปเดียวเท่านั้น ที่มีความยาวของด้านตามที่กำหนด

โครงสร้างของรูปสามเหลี่ยม

โครงสร้างของรูปสามเหลี่ยมมีลักษณะคงรูป มั่นคง

แผ่นโปรงใส 15.1

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่ด้านทั้งสี่ด้าน มีความยาวเท่ากัน และไม่มีมุมเป็นมุมฉาก

สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

- ◆ มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน
- ◆ มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันทั้งสองคู่
- ◆ เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นตั้งฉากซึ่งกันและกัน

การสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

เมื่อกำหนดความยาวของด้านให้สี่ด้าน เราสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนได้หลายรูป ที่มุมภายในของแต่ละรูปมีขนาดแตกต่างกัน

โครงสร้างของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

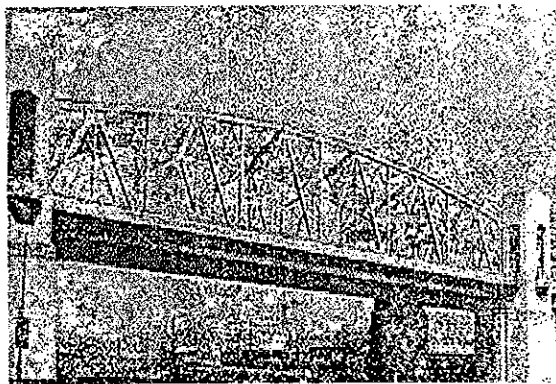
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มีโครงสร้างของรูปไม่มั่นคง สามารถโย้ได้

แผ่นโปรงใส 15.2

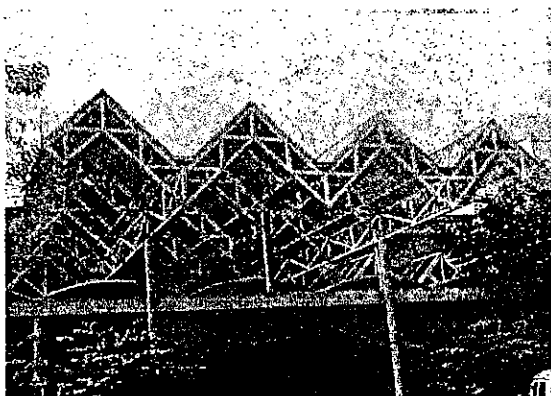
# ภาพสิ่งก่อสร้าง และสิ่งของเครื่องใช้ที่ใช้สมบัติของรูปตามเหลี่ยม



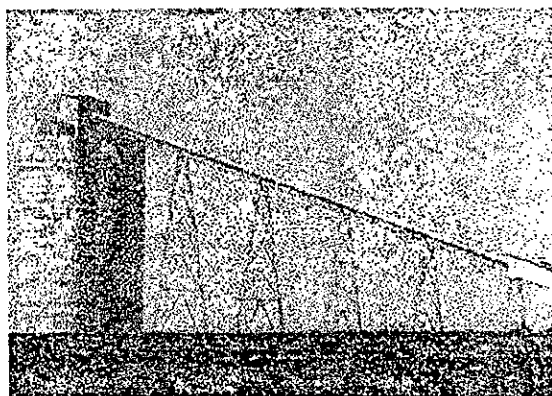
โครงหลังคาบ้าน



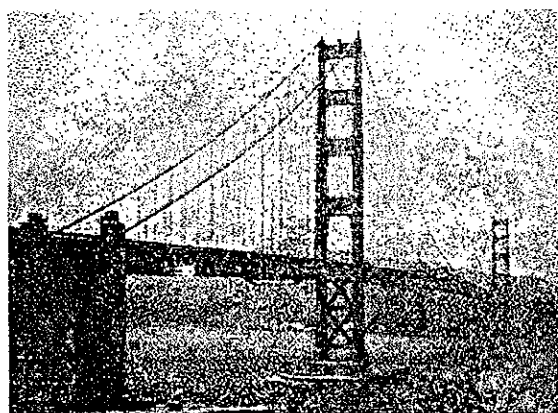
โครงของสะพาน



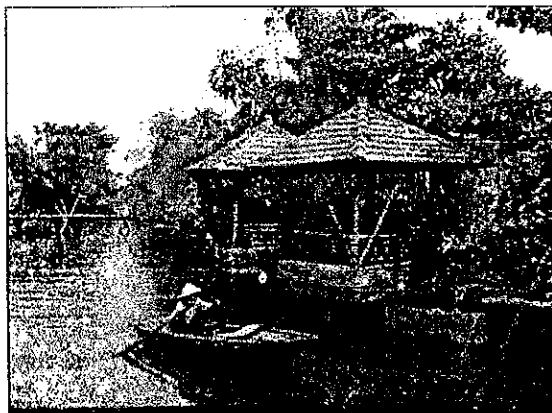
โครงหลังคาหอประชุม



เสาฐานของท่อลำเลียงปูนซีเมนต์



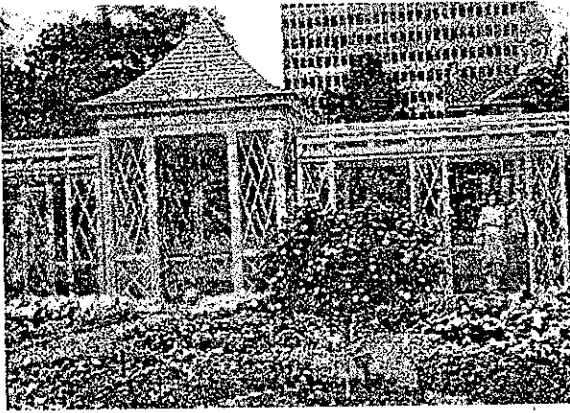
ตอมห้อยและตัวสะพาน



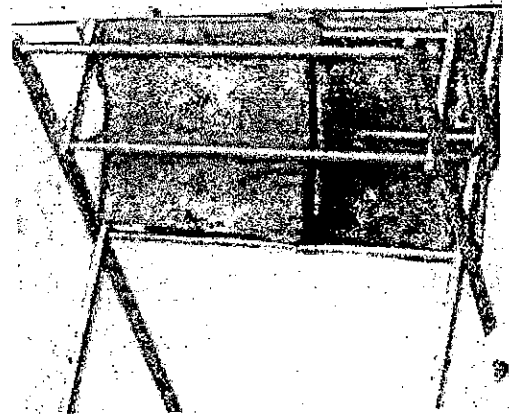
ศาลาริมน้ำ

แผ่นโป๊งใส 15.3

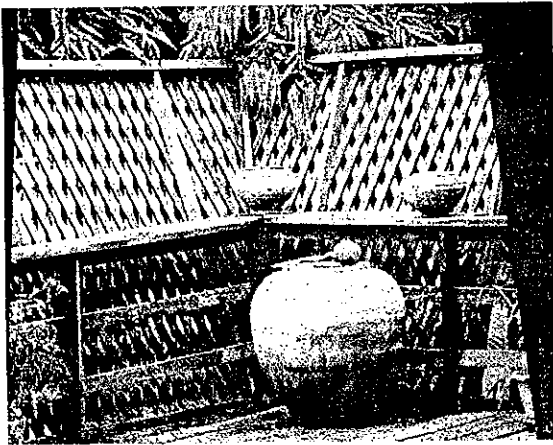
ภาพสิ่งก่อสร้าง สิ่งของเครื่องใช้ และสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



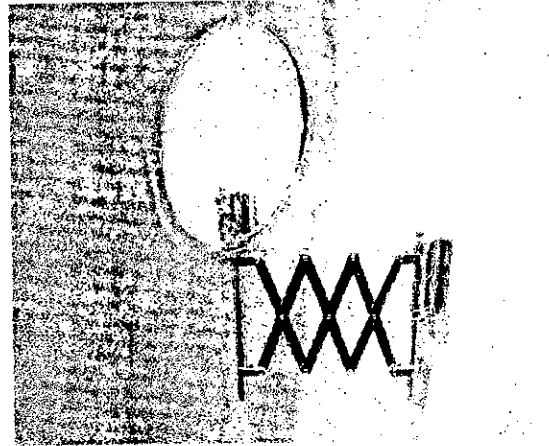
การใช้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนในงานตกแต่ง



ราวตากผ้ายัด / พับเก็บได้



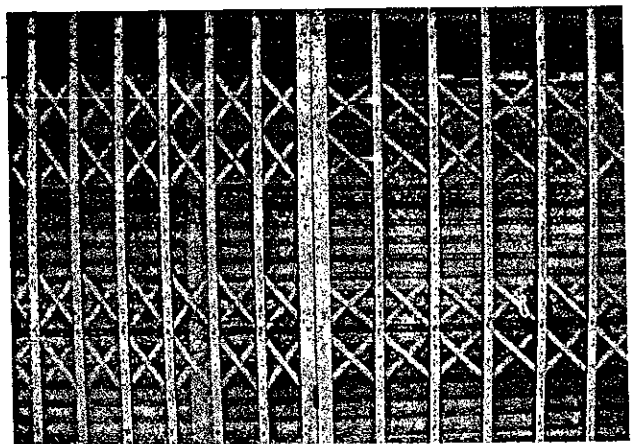
ลวดลายบนฝาบ้าน



กระจกที่มีขาตั้งยัด / หดได้



ลวดลายบนสลกบาตร



ประตูเหล็กหน้าตึกแถว

แผ่นโปร่งใส 15.4

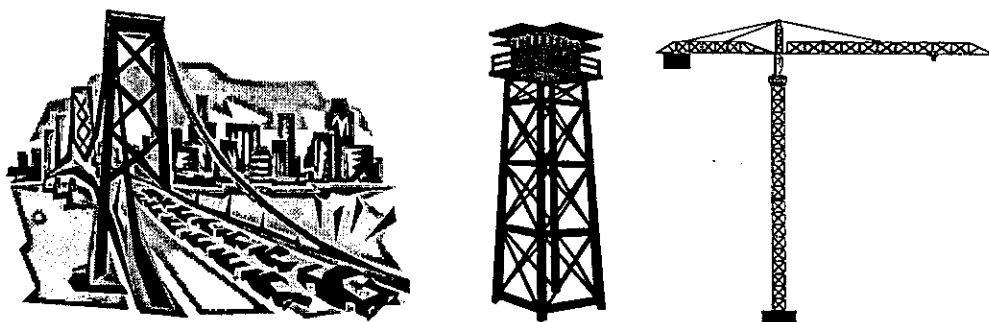
## เอกสารเสริมสำหรับครู

### ใช้งานรูปเรขาคณิต

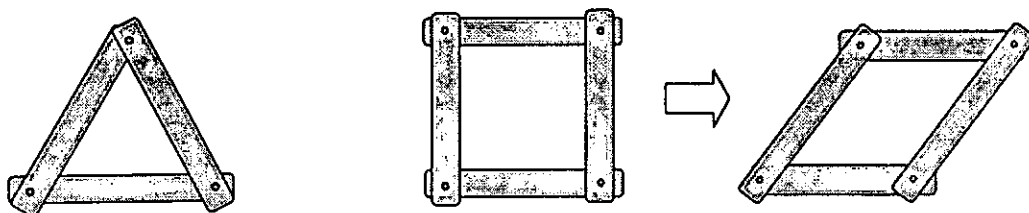
ในกิจกรรมนี้นักเรียนจะได้ทบทวนมโนคติ และเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ด้วยการลงมือปฏิบัติกิจกรรมสร้างตัวแบบของสิ่งประดิษฐ์ง่าย ๆ ที่ใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตดังกล่าว และสามารถอธิบายให้เหตุผลประกอบได้ พร้อมทั้งฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้ “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ” “ยุทธวิธีให้เหตุผล” และ “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ” ในสถานการณ์ที่ใกล้เคียงชีวิตจริง

#### 1. รูปสามเหลี่ยม

เมื่อกำหนดความยาวของด้านให้สามด้าน (ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านต้องยาวกว่าความยาวของด้านที่สาม) เราสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้เพียงรูปเดียวเท่านั้นที่มีความยาวของด้านตามที่กำหนด ด้วยสมบัตินี้เมื่อเราสร้างโครงไม้เป็นรูปสามเหลี่ยม โครงไม้รูปสามเหลี่ยมที่ได้จึงมีลักษณะคงรูป มั่นคง ไม่โย้เย้ ในงานวิศวกรรมได้มีการนำความรู้นี้ไปใช้ประโยชน์ในงานก่อสร้าง เช่น โครงสร้างของเสาไฟฟ้าแรงสูง โครงสร้างโครงหลังคาเสาป็นจัน เสาตอม่อและตัวสะพาน หรือแม้กระทั่งในแขนค้ำยันของเสาราวตากผ้าต่างก็ล้วนมีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมทั้งสิ้น



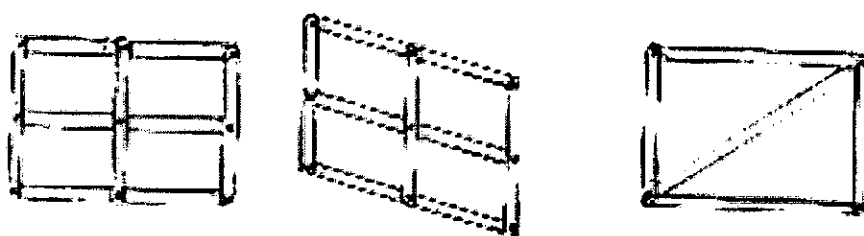
สมบัติการคงรูปนี้ไม่มีในรูปสี่เหลี่ยมเพราะเมื่อกำหนดความยาวของด้านให้สี่ด้านเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยม เมื่อสร้างรูปหนึ่งได้ก็จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมอื่น ๆ ที่มีความยาวของด้านทั้งสี่ด้านตามที่กำหนดให้ได้อีกมากมายที่มีเพียงขนาดของมุมเท่านั้นที่แตกต่างกัน เมื่อประกอบโครงไม้เป็นรูปสามเหลี่ยม จะได้โครงสร้างที่มั่นคง แข็งแรง ไม่โย้ ต่างกับโครงไม้รูปสี่เหลี่ยมที่โย้ได้ไม่คงรูป



รูปสามเหลี่ยมมีโครงสร้างมั่นคง

รูปสี่เหลี่ยมมีโครงสร้างไม่คงรูป โย้ได้

การสร้างประตู่ร่วมกันสัตว์เลี้ยงของชาวชนบทก็มีการนำความรู้เรื่องการมีลักษณะคงรูปของรูปสามเหลี่ยมไปใช้เช่นกัน

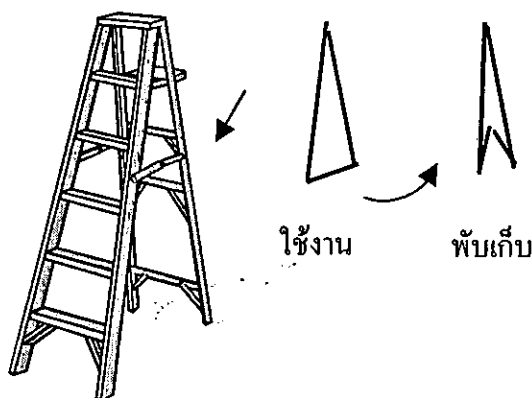


ไม่คงที่

คงที่

ประตู่รูปสี่เหลี่ยมอาจโย้ได้จึงใช้ไม้ยึดตามแนวเส้นทแยงมุมอีกอันหนึ่ง เกิดเป็นโครงสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปซึ่งคงรูป มั่นคง แข็งแรง แต่ในบางแห่งจะพบว่าใช้ไม้คอกยึดตามแนวเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้น อาจเป็นเพราะต้องการความสวยงามและเพิ่มความแข็งแรง

บันไดชนิดพับเก็บได้ มีการออกแบบให้มีแขนค้ำยันตรงกลางตัวบันไดปรับตัวเป็นด้านสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมเพื่อให้รูปพับเก็บได้ และเมื่อนำออกใช้งาน ซึ่งต้องการความมั่นคงแข็งแรงก็สามารถปรับแขนค้ำยันตรงกลางตัวบันไดให้เป็นด้านเพียงด้านเดียวของรูปสามเหลี่ยม เพื่อให้เกิดมีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม

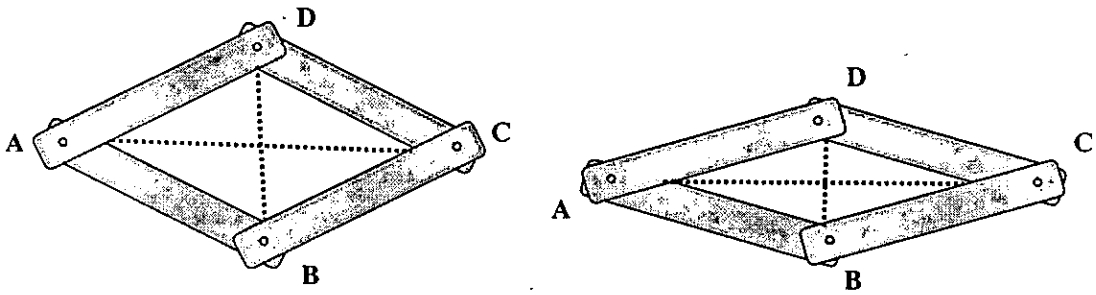


## 2. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

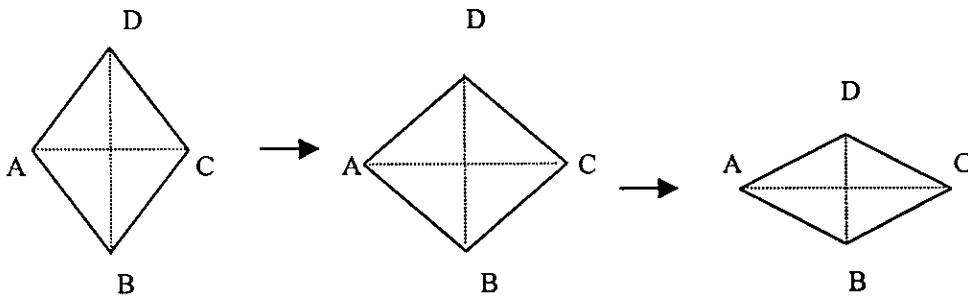
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน และไม่มีมุมภายในมุมใดเป็นมุมฉาก จากลักษณะดังกล่าวเราจะได้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่ตามมาคือ ด้านตรงข้ามขนานกันทั้งสองคู่ และมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามมีขนาดเท่ากันทั้งสองคู่

เมื่อกำหนดความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้ โดยไม่กำหนดขนาดของมุมภายใน เราสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนได้มากมาย กล่าวคือมีรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมากมายที่มีความยาวของด้านเท่ากับที่กำหนดให้ แต่มีขนาดของมุมภายในต่างกัน ถ้า

เราใช้โครงไม้ประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เช่น ใช้ไม้ไอศกรีม 4 อัน ที่มีความยาวเท่ากัน ติดยึดปลายทุกด้านด้วยหมุด ถ้าเราดันโครงของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้โย้ไปสมบัติที่ไม่เปลี่ยนแปลงคือ ด้านทั้งสี่ยังคงมีความยาวเท่ากัน และมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามมีขนาดเท่ากันทั้งสองคู่ กล่าวคือรูปใหม่ที่ได้ยังคงเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (ยกเว้นกรณีที่รูปใหม่มีมุมภายในเป็นมุมฉาก จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส) สมบัติที่เปลี่ยนแปลง คือ ขนาดของมุมภายใน เมื่อมุมที่ตรงข้ามกันคู่หนึ่งมีขนาดใหญ่ขึ้น มุมที่อยู่ตรงข้ามกันอีกคู่หนึ่งจะมีขนาดเล็กลง เพราะผลรวมของขนาดของมุมภายในทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมมีค่าคงที่เท่ากับ 360 องศา ถ้าพิจารณาความยาวของเส้นทแยงมุม เมื่อรูปโย้ไปความยาวของเส้นทแยงมุมจะเปลี่ยนแปลงโดยที่เส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งมีความยาวเพิ่มขึ้นในขณะที่อีกเส้นหนึ่งมีความยาวลดลง

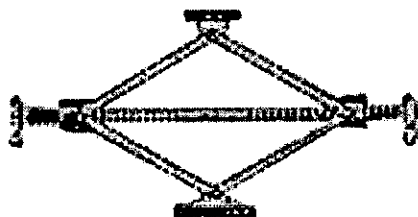


เนื่องจากเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตัดกันเป็นมุมฉาก ถ้าเราตั้งโครงไม้ให้เส้นทแยงมุม BD ตั้งฉากกับพื้นตามแนวนอน ตั้งตำแหน่งของโครงไม้ที่จุด B ให้คงที่ และจับมุมของโครงไม้ที่จุด A และ C ให้เคลื่อนที่ตามแนวนอน จะได้ว่ามุมของโครงไม้ที่จุด D เคลื่อนที่ตามแนวตั้งตามแนวส่วนของเส้นตรงเดิม ซึ่งตั้งฉากกับแนวนอน สมบัตินี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการสร้างเครื่องมือเครื่องใช้บางอย่าง



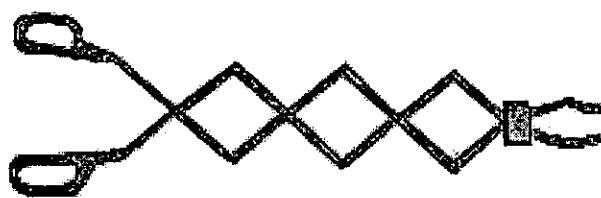
ตัวอย่างสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

### 1. แม่แรงยกรถ



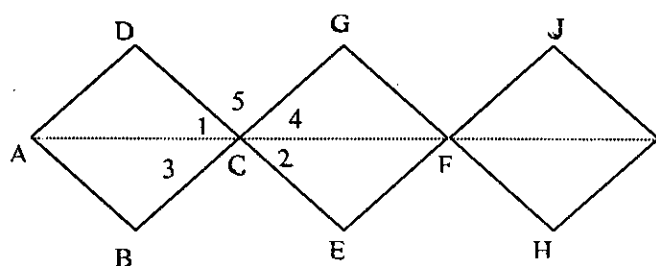
แม่แรงยกรถบางแบบมีโครงสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน โดยมีแกนเป็นสกรูวางตามแนวเส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งในแนวนอน สกรูนี้สามารถบังคับ ปรับความยาวของเส้นทแยงมุมได้ ก่อนการใช้งานต้องคลายสกรูเพื่อเพิ่มความยาวของแกนหรือเส้นทแยงมุมในแนวนอนให้ยาวขึ้น ในขณะเดียวกันเส้นทแยงมุมในแนวตั้งซึ่งไม่ปรากฏให้เห็น จะสั้นลง มีผลให้ส่วนที่จะยกรถอยู่ในระดับต่ำ เมื่อจะใช้งานก็ขันสกรูบังคับให้เส้นทแยงมุมในแนวนอนสั้นลง เส้นทแยงมุมในแนวตั้งจะมีความยาวเพิ่มขึ้น มีผลให้ส่วนที่จะยกรถอยู่ในระดับสูงขึ้นตามแนวตั้งในระดับที่ต้องการ ตัวรถที่ถูกยกจะเคลื่อนที่ขึ้นตรง ๆ ตามแนวตั้งซึ่งตั้งฉากกับแกนสกรู เป็นไปตามสมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ซึ่งจะช่วยให้เกิดอุบัติเหตุรถตกจากแม่แรงได้

### 2. คีมยึดได้



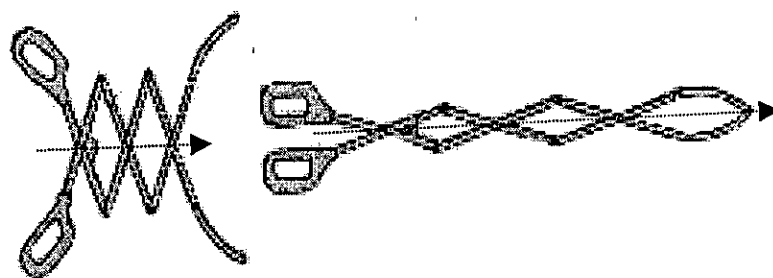
คีมยึดได้ทำหน้าที่เหมือนแขนเทียมยึดได้และหัดได้ สามารถใช้หนีบจับสิ่งของในระยะไกล หรือในที่เสี่ยงอันตรายที่ไม่ต้องการเข้าไปใกล้ โครงสร้างของคีมยึดได้ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนหลาย ๆ รูป โดยรูปที่อยู่ติดกันใช้ด้านซึ่งอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่อยู่ติดกันเป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามกันซึ่งเกิดจากการตัดกันของเส้นตรงสองเส้น มุมคู่นี้จึงมีขนาดเท่ากัน

พิจารณาชุดของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนต่อไปนี้ ซึ่งรูปที่อยู่ติดกันมีด้านอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เช่น ด้าน DC อยู่บนเส้นตรงเดียวกันกับด้าน CE ด้าน BC อยู่บนเส้นตรงเดียวกันกับด้าน CG ดังนั้น ผลรวมของขนาดของมุม 1 กับขนาดของมุม 3 เท่ากับ ผลรวมของขนาดของมุม 2 กับขนาดของมุม 4 เนื่องจากเป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามกัน ถ้าเราลากเส้นทแยงมุมตามแนวนอนของรูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูป เราอาจใช้ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตพิสูจน์ได้ว่า เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นจะแบ่งครึ่งมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนแต่ละรูป ดังนั้น ขนาดของมุม 1 เท่ากับ ขนาดของมุม 3 และ ขนาดของมุม 2 เท่ากับ ขนาดของมุม 4 และจะได้ว่า ขนาดของมุม 1 เท่ากับ ขนาดของมุม 2



เนื่องจาก ขนาดของมุม 5 รวมกับ ขนาดของมุม 4 รวมกับขนาดของมุม 2 เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น ขนาดของมุม 5 รวมกับ ขนาดของมุม 4 รวมกับขนาดของมุม 1 เท่ากับ 180 องศา ด้วย

จะได้ว่าเส้นทแยงมุม AC และ เส้นทแยงมุม CF อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน และในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า เส้นทแยงมุม AC , CF และ FI อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เหตุผลดังกล่าวข้างต้นนี้เป็นความรู้เสริมสำหรับครูเท่านั้น สำหรับนักเรียนมีจุดมุ่งหมายเพียงให้สามารถสังเกต และค้นพบได้ว่า ชุดของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนดังกล่าวนี้ เมื่อใช้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง รูปอื่น ๆ ข้อมือตามไปด้วย เกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนชุดใหม่ ซึ่งเส้นทแยงมุมตามแนวนอนของทุกรูปจะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เมื่อนำสมบัติดังกล่าวนี้ไปใช้สร้างคีมยัดได้ทำให้สามารถกำหนดทิศทางหรือเป้าหมายของสิ่งของที่ต้องการหยิบจับได้



เมื่อจับขาของคีมบีบเข้าหากัน จะเป็นการเพิ่มความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวนอน และลดความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวตั้งของทุกรูป ทำให้คีมยืดออกไปในทิศทางที่ต้องการ และปากคีมก็จะบีบเข้าหากันสามารถจับสิ่งของได้ ในทางตรงข้ามเมื่อแยกขาคีมออกจากกัน จะเป็นการลดความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวนอน และเพิ่มความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวตั้งของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนทุกรูป ทำให้คีมหดตัวสั้นลง และปากคีมก็แยกออกจากกัน ปลดปล่อยสิ่งที่คีมมา

มีสิ่งประดิษฐ์อีกหลายชิ้นที่ใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เช่นเดียวกับคีมยึดได้ เช่น ราวตากผ้าติดผนังแบบยึด - หักได้ แขนของโคมไฟอ่านหนังสือหรือกระจกเงา โคมไฟในห้องผ่าตัดของแพทย์ สิ่งประดิษฐ์บางอย่างประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนหลายแถว เช่น ประตูเลื่อนหน้าบ้านซึ่งมีพื้นที่จำกัด หรือที่หน้าต่างแถว

### รายละเอียดเพิ่มเติมของแนวการจัดกิจกรรม

ในการจัดกิจกรรมอภิปรายเป็นกลุ่มใหญ่หน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ครูสามารถใช้คำถามและกิจกรรมดังต่อไปนี้ เพื่อถามกระตุ้นนักเรียนในแต่ละกลุ่มให้เกิดการอภิปราย

#### 1. รูปสามเหลี่ยม

- 1) เมื่อกำหนดความยาวของด้านให้สามด้าน (ซึ่งผลบวกของความยาวของด้านสองด้าน ยาวกว่าความยาวของด้านที่สาม) นักเรียนสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้กี่รูป [1 รูป]
- 2) ให้นักเรียนใช้ไม้ไอศกรีม 3 อัน ประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมโดยติดยึดที่ปลายด้วยหมุด นักเรียนสามารถดันด้านของรูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นให้โย้เปลี่ยนรูปไปได้หรือไม่ [ไม่ได้]
- 3) เมื่อกำหนดความยาวด้านให้สี่ด้าน (ซึ่งสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมได้) นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมได้กี่รูป [หลายรูปโดยแต่ละรูปมีความยาวของแต่ละด้านเท่ากัน ด้านต่อด้าน แต่ขนาดของมุมภายในอาจต่างกัน]
- 4) ให้นักเรียนใช้ไม้ไอศกรีม 4 อัน (อาจมีความยาวต่างกัน) ประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง โดยติดยึดที่ปลายด้วยหมุด นักเรียนสามารถดันที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมให้รูปโย้ เปลี่ยนรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาดอื่นๆ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด [ได้ เพราะรูปสี่เหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสี่เท่ากัน ด้านต่อด้าน แต่มุมภายในมีขนาดไม่เท่ากัน มีอยู่มากมายหลายรูป]
- 5) เพราะเหตุใดสิ่งก่อสร้าง หรือสิ่งประดิษฐ์ที่ต้องการความมั่นคงแข็งแรง จึงมีโครงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม [เพราะโครงสร้างของรูปสามเหลี่ยมมีสมบัติคงรูป มั่นคง]

#### 2. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

- 1) ให้นักเรียนบอกลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน [มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก]

2) ด้านของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่อยู่ตรงข้ามกัน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร  
[ยาวเท่ากัน และขนานกัน]

3) มุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่อยู่ตรงข้ามกัน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร  
[มีขนาดเท่ากัน]

4) เมื่อกำหนดความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้ สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนได้กี่รูป [มากมายไม่จำกัดขึ้นอยู่กับมุมภายใน]

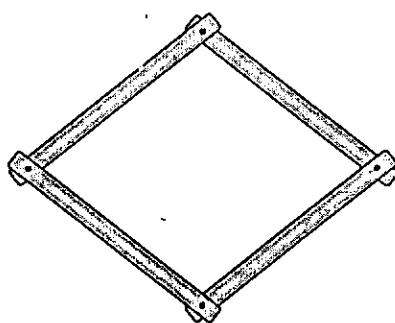
5) ครูสาธิตโดยใช้ไม้ไอศกรีมที่มีความยาวเท่ากัน 4 อัน ประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง โดยขีดที่มุมด้วยหมุด ให้นักเรียนตอบคำถาม เมื่อนักเรียนดันที่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมให้โย้ นักเรียนสังเกตพบสิ่งใดบ้าง [ด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนยังคงยาวเท่ากัน เหมือนเดิม แต่ขนาดของมุมแต่ละมุมจะเปลี่ยนไปโดยที่มุมที่อยู่ตรงกันข้ามยังคงมีขนาดเท่ากัน กล่าวคือรูปสี่เหลี่ยมที่เกิดขึ้นใหม่ยังคงเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน]

6) ครูใช้ยางรัดจึงแสดงเส้นทแยงมุมของโครงไม้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แล้วให้นักเรียนตอบคำถาม

(1) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีสมบัติอย่างไร [ตัดกันเป็นมุมฉาก หรือตั้งฉากซึ่งกันและกัน]

(2) เมื่อโย้โครงไม้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีสมบัติเช่นเดิมอยู่หรือไม่ [มีสมบัติเช่นเดิม กล่าวคือยังคงตั้งฉากซึ่งกันและกัน]

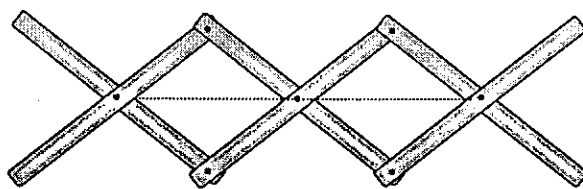
7) ให้นักเรียนใช้ไม้ไอศกรีมประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และวางไว้ตามลักษณะดังรูป



(1) ถ้าต้องการให้มุมด้านบนของรูปสี่เหลี่ยมยกตัวสูงขึ้น โดยให้นักเรียนจับบังคับที่มุมอื่น ห้ามจับตรงมุมด้านบนนักเรียนจะได้อย่างไร และนักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง [จับที่มุมด้านซ้ายและด้านขวา บีบเข้าหากัน เพื่อลดความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวนอน ในขณะที่เดียวกันความยาวของเส้นทแยงมุมในแนวตั้งจะเพิ่มขึ้น]

(2) แนวคิดดังกล่าวนี้นำไปใช้สร้างสิ่งประดิษฐ์ใด [หลายอย่าง เช่น แม่แรงยกรถ]

8) ครูสาธิตการใช้คีมยึดได้อย่างง่าย ๆ ที่ทำจากไม้ไอศกรีม หรือใช้คีมยึดซึ่งเป็นสิ่งประดิษฐ์ของนักเรียน ดังรูป แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



- (1) จากรูปประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกี่รูป
- (2) มุมใดมีขนาดเท่ากันบ้าง
- (3) เมื่อใช้รูปไป มุมใดที่มีขนาดเท่ากัน
- (4) เมื่อใช้รูปไป ให้นักเรียนสังเกตตำแหน่งของเส้นทแยงมุมตามแนวเส้นประว่า  
อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

การจัดกิจกรรมตามใบกิจกรรมที่ 2 “ศึกษาค้นคว้าการใช้งานรูปเรขาคณิต” มีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนรู้จักสังเกตสิ่งแวดล้อม และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอธิบาย และใช้แก้ปัญหา เมื่อนักเรียนส่งผลการศึกษาค้นคว้าแล้ว ควรให้นำมาจัดแสดงบนป้ายนิเทศ เพื่อเผยแพร่และแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

### ส่วนที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีแก้ปัญหา

(คัดลอกมาจากปริญญานิพนธ์ หน้า 18 – 26)

## สี่ประกอบ

แผ่นโปรงใส “กระบวนการแก้ปัญหา” “การเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา” และยุทธวิธีแก้ปัญหา”

### กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผน
3. ดำเนินการตามแผน
4. ตรวจสอบ

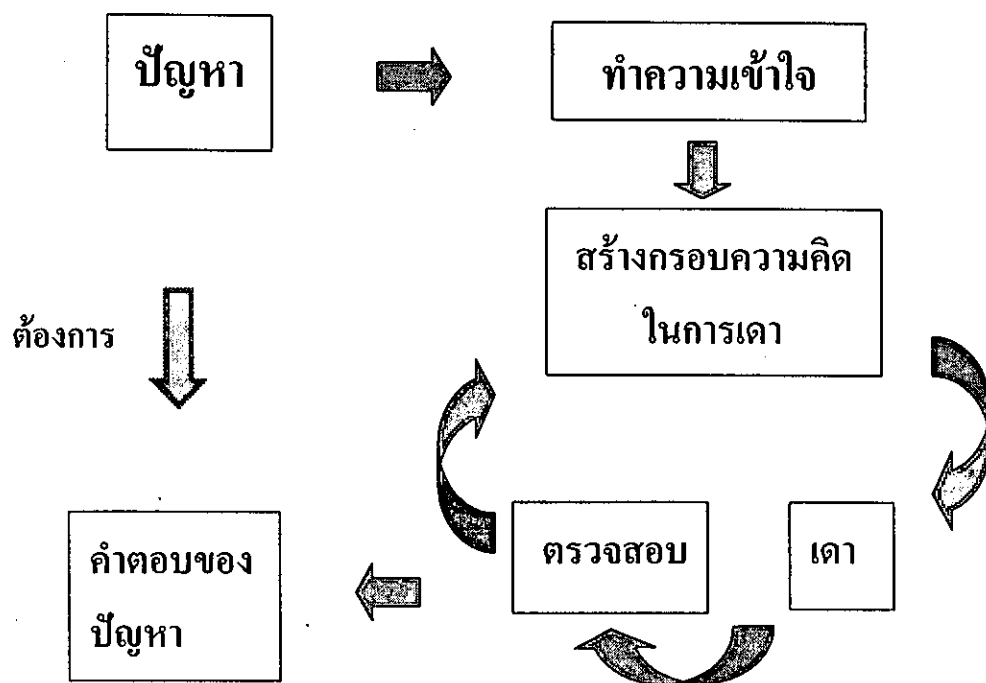
แผ่นโปรงใส “กระบวนการแก้ปัญหา”

### การเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา

1. แนวคิด ทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนที่จะแก้ปัญหา ก่อนแล้วเขียนบอกคร่าว ๆ ว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร
2. วิธีทำ เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดที่วางแผนไว้ ซึ่งก็คือการดำเนินการตามแผนนั่นเอง เมื่อได้คำตอบแล้ว ต้องตรวจสอบคำตอบด้วย

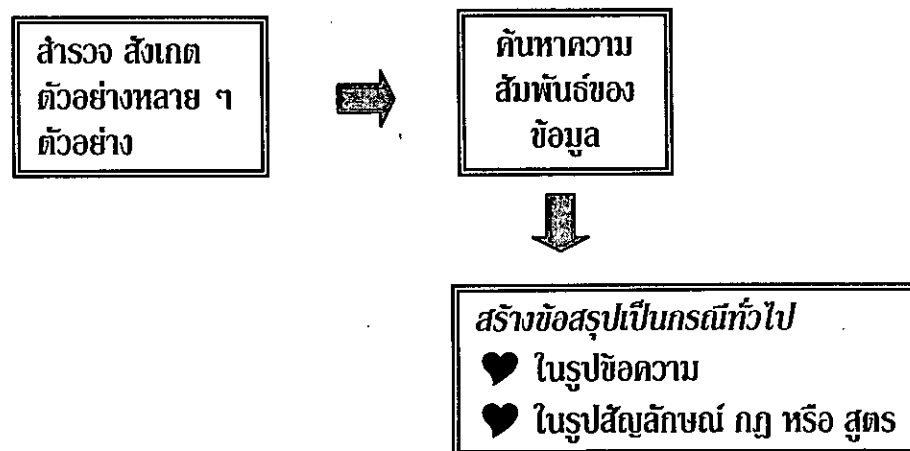
แผ่นโปรงใส “การเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา”

## ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ



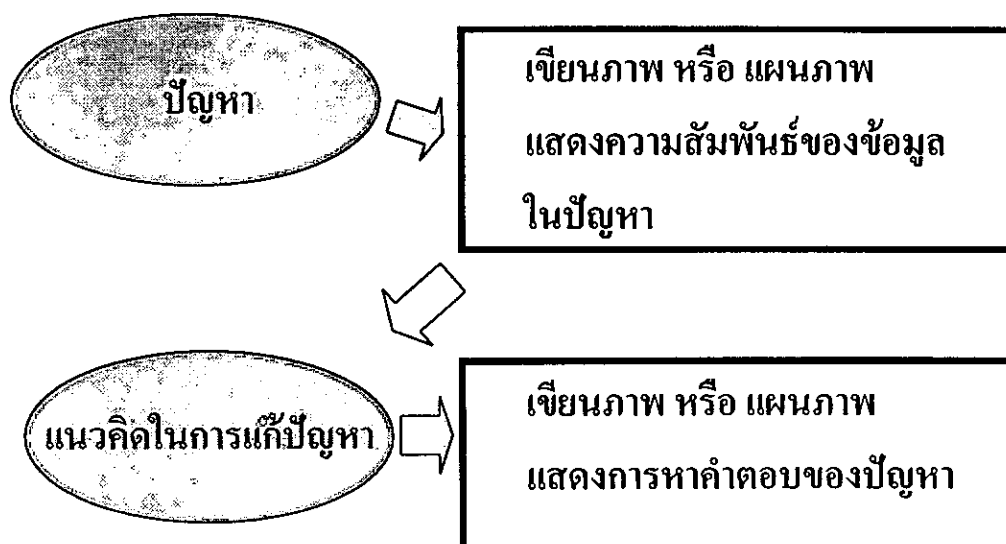
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ”

## ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป



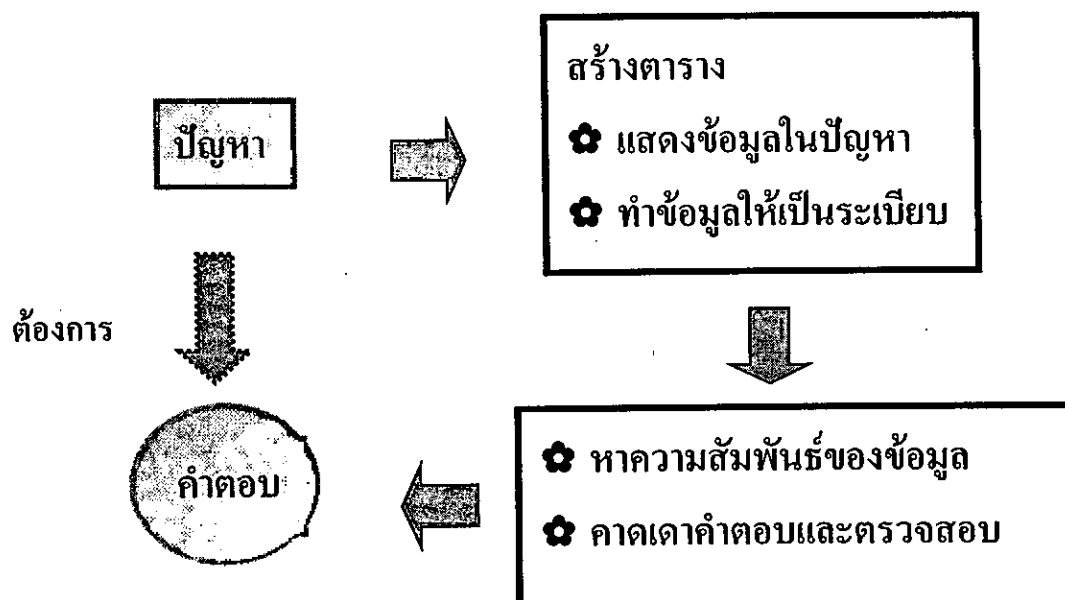
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป”

## ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ



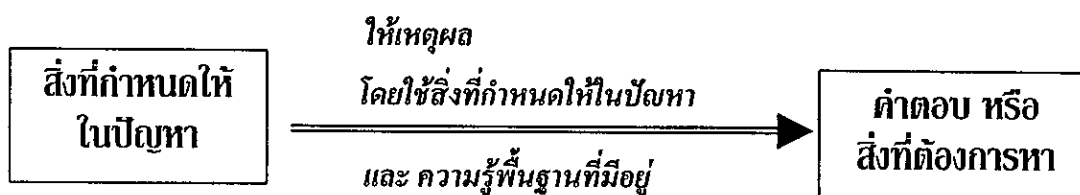
แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ”

## ยุทธวิธีสร้างตาราง



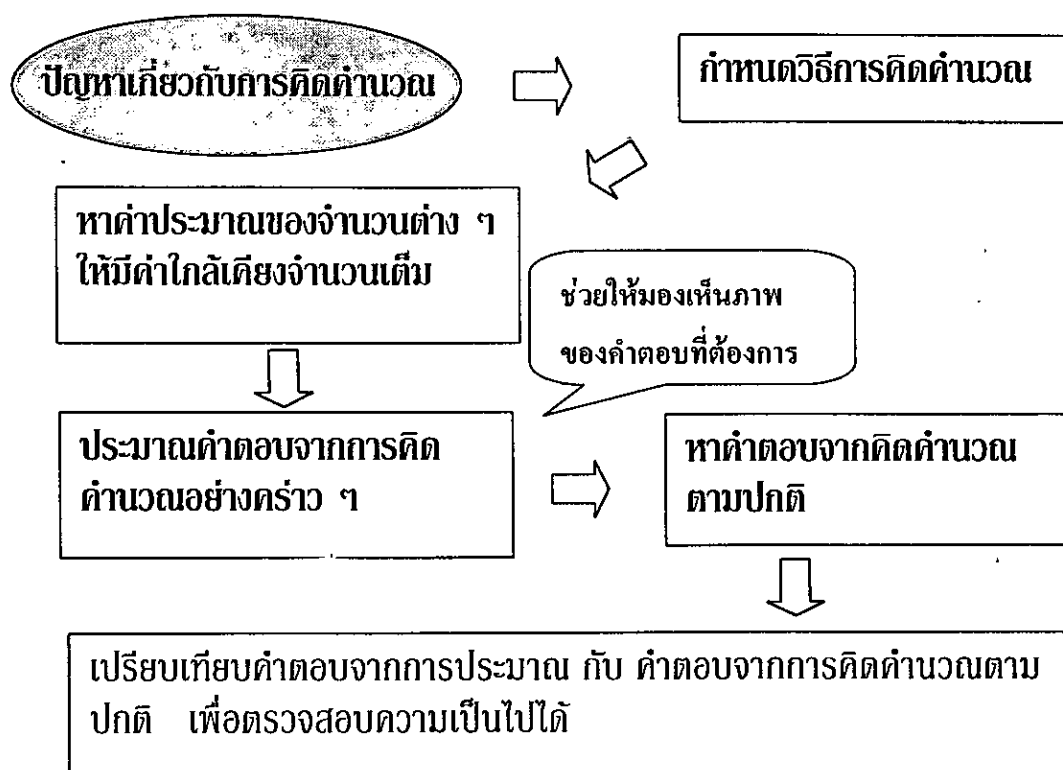
แผ่นโป่งใส “ยุทธวิธีสร้างตาราง”

## ยุทธวิธีให้เหตุผล



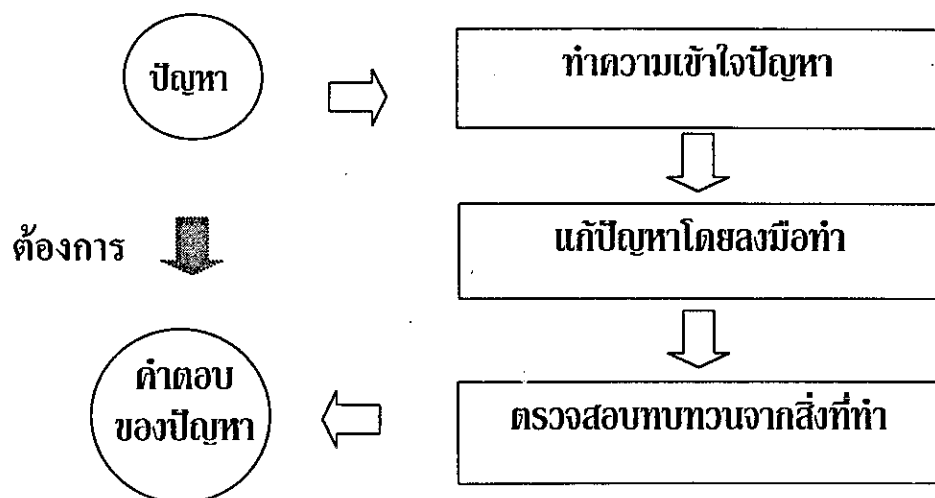
แผ่นโปรงใส "ยุทธวิธีให้เหตุผล"

## ยุทธวิธีประมาณคำตอบ



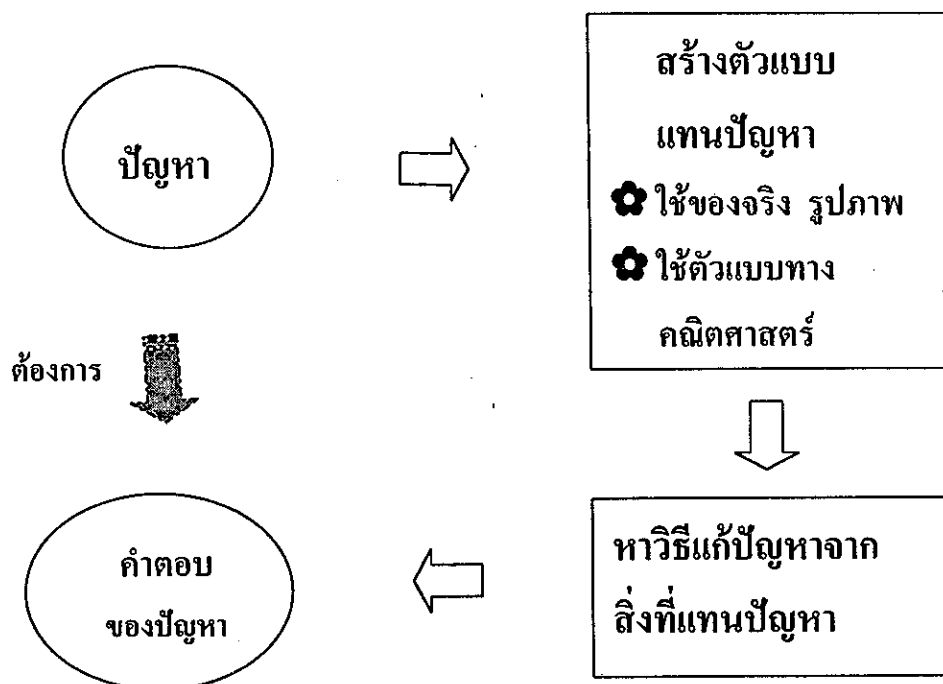
แผ่นโปรงใส "ยุทธวิธีประมาณคำตอบ"

### ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ



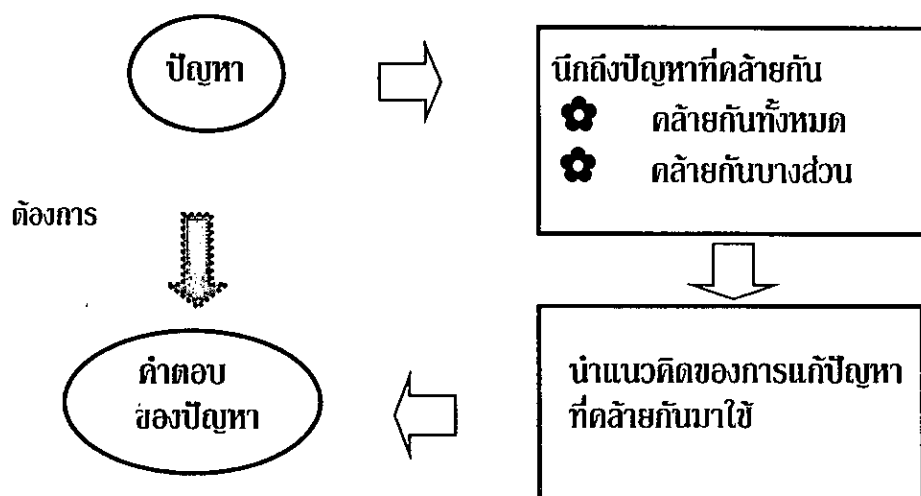
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ”

### ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ



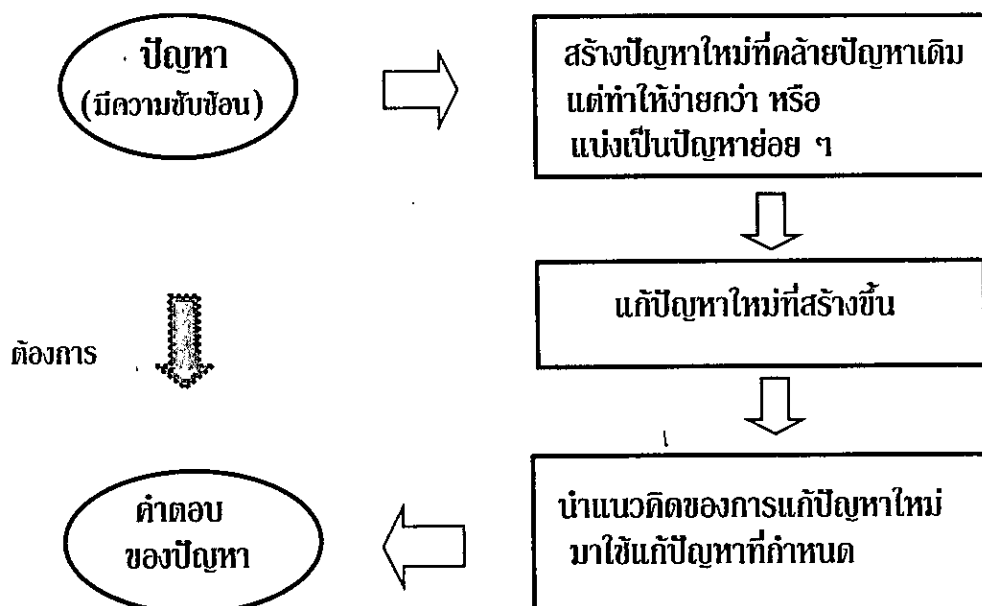
แผ่นโปรงใส “ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ”

## ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน



แผ่นโปรงใส "ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน"

## ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่าย หรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย



แผ่นโปรงใส "ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่าย หรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย"

ภาคผนวก ฉ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และเกณฑ์การให้คะแนน  
ความสามารถในการแก้ปัญหา

แบบทดสอบก่อนเรียน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี  
รายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ข้อสอบมี 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน เวลา 2 ชั่วโมง

### ข้อที่ 1 พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

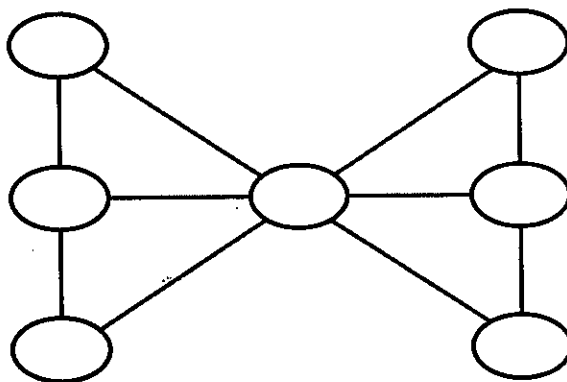
ให้นักเรียนนำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งแผ่นที่แจกให้ มาปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

(1) ให้พับเพื่อแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีพื้นที่เป็น  $\frac{1}{8}$  ของพื้นที่ของแผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดให้

(2) ให้แรเงารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ได้ในข้อ (1) แล้วติดกาบ หรือเย็บแผ่นกระดาษติดไว้ที่หัวแบบทดสอบนี้

### ข้อที่ 2 ค่ายกล

นักเรียนจะผ่านค่ายกลนี้ได้ เมื่อเติม 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 และ 0.7 ลงใน  โดยไม่ซ้ำกัน เพื่อให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันในแผนภาพเท่ากันทั้งห้าแนว



- (1) จงเติมทศนิยมลงใน  ตามเงื่อนไขที่กำหนด
- (2) นักเรียนมีวิธีในการคิดหาคำตอบอย่างไร

(เว้นที่ว่างให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 3 มะเขือและมะนาว

นลินมีมะเขือ 12 ผล และมะนาว 18 ผล นลินต้องการแบ่งใส่จานให้ทุกจานมีจำนวนมะเขือเท่ากัน และ ทุกจานดังกล่าวมีจำนวนมะนาวเท่ากันด้วย นลินจะมีวิธีแบ่งอย่างไรได้บ้าง โดยไม่ให้เหลือเศษ ให้ตอบทุกวิธี

(เว้นที่ว่างให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 4 ล้อมรอบที่ดิน

สมรมีเชือกยาว 82 เมตร เขาต้องการนำเชือกนี้ไปจึงล้อมที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้มีพื้นที่มากที่สุด สมรมะจะจึงเชือกอย่างไร และล้อมรอบที่ดินได้พื้นที่มากที่สุดเท่าไร

(เว้นที่ว่างให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 5 ดินสอดำและดินสอสี

ลำลีซื้อดินสอดำและดินสอสีมา รวม 19 แท่ง จ่ายเงินไป 150 บาท ถ้าดินสอดำราคาแท่งละ 6 บาท และดินสอสีราคาแท่งละ 9 บาท

จงหาว่าลำลีซื้อดินสอดำ และดินสอสีมาอย่างละกี่แท่ง

(เว้นที่ว่างให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 6 หารด้วย 9 ลงตัว

จงเติมตัวเลขลงในช่องว่างข้างล่างนี้ 2 ตัว เพื่อให้ได้จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว

6 3 \_ \_ 8

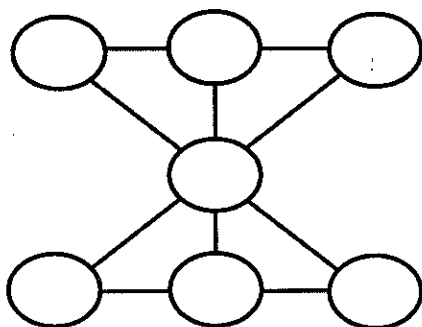
- 1) นักเรียนมีแนวคิดในการเติมตัวเลขอย่างไร
- 2) นักเรียนได้คำตอบทั้งหมดกี่คำตอบ อะไรบ้าง

(เว้นที่ว่างให้เขียนตอบ)

แบบทดสอบหลังเรียน กลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี  
รายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ข้อสอบมี 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน เวลา 2 ชั่วโมง

### ข้อที่ 1 ประตุกล

ประตุกลนี้จะเปิดได้เมื่อเติมทศนิยม 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 และ 1.4 ลงใน  โดยไม่ซ้ำกัน และทำให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เท่ากันทั้งห้าแนว



- (1) นักเรียนมีแนวคิดในการเติมทศนิยมเพื่อเปิดประตุกลอย่างไร
- (2) จงเติมทศนิยมที่หาได้บน  ในแผนภาพ  
(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 2 แบ่งกลุ่มเดินทางไกล

ลูกเสือ 18 คน และเนตรนารี 24 คนจะไปเดินทางไกลด้วยกัน ครูต้องการแบ่งเป็นกลุ่มให้ทุกกลุ่มมีจำนวนลูกเสือเท่ากัน และให้ทุกกลุ่มดังกล่าวมีจำนวนเนตรนารีเท่ากันด้วย โปรดช่วยแนะนำวิธีแบ่งกลุ่ม มีวิธีแบ่งอย่างไรได้บ้าง โดยไม่ให้เหลือเศษ ให้ตอบทุกวิธี  
(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 3 จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว

จงเติมตัวเลขลงในช่องว่างข้างล่างนี้ 2 ตัว เพื่อให้ได้จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว

7 2 \_ \_ 8

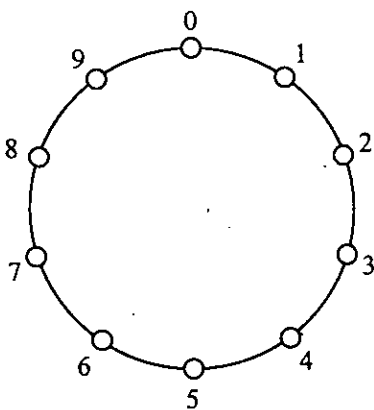
- 1) นักเรียนมีแนวคิดในการเติมตัวเลขอย่างไร
- 2) นักเรียนได้คำตอบทั้งหมดกี่คำตอบ อะไรบ้าง  
(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

### ข้อที่ 4 สูตรคูณแม่ 12

จงทำตามคำสั่งและตอบคำถามต่อไปนี้

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(1) จงเติมตัวเลขผลคูณในสูตรคูณแม่ 12</p> $1 \times 12 = \dots\dots\dots$ $2 \times 12 = \dots\dots\dots$ $3 \times 12 = \dots\dots\dots$ $4 \times 12 = \dots\dots\dots$ $5 \times 12 = \dots\dots\dots$ $6 \times 12 = \dots\dots\dots$ $7 \times 12 = \dots\dots\dots$ $8 \times 12 = \dots\dots\dots$ $9 \times 12 = \dots\dots\dots$ $10 \times 12 = \dots\dots\dots$ $11 \times 12 = \dots\dots\dots$ $12 \times 12 = \dots\dots\dots$ | <p>(2) ผลคูณจากสูตรคูณแม่ 12 ในข้อ (1) มีอะไรน่าสนใจบ้าง<br/>(สิ่งที่น่าสนใจ เช่น ตัวเลขในหลักหน่วย<br/>ผลบวกของเลขโดด และอื่นๆ)</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(3) ให้นักเรียนนำเสนอสูตรคูณแม่ 12 ให้น่าสนใจ โดยการอธิบาย และใช้รูปประกอบ



.....

.....

.....

.....

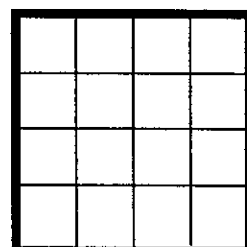
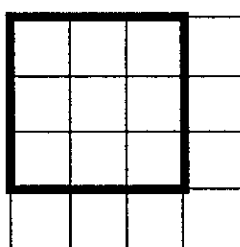
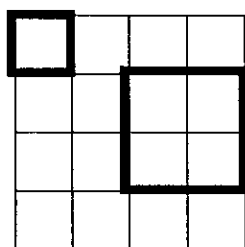
.....

.....

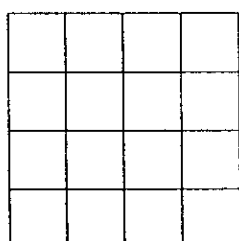
.....

### ข้อที่ 5 สร้างจัตุรัสบนกระดาดตาราง

ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนตารางขนาด  $4 \times 4$  ตารางหน่วย ให้จุดยอดมุมทั้งสี่อยู่ที่จุดตัดของเส้นตาราง รูปที่สร้างได้ง่ายคือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็น 1, 4, 9 และ 16 ตารางหน่วย ดังรูป



ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่เป็นอย่างอื่น ให้จุดยอดมุมทั้งสี่อยู่ที่จุดตัดของเส้นตารางเท่านั้น โดยไม่จำเป็นที่ด้านทั้งสี่จะต้องอยู่บนเส้นตาราง นักเรียนสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีพื้นที่เท่าไรได้บ้าง ให้เขียนรูปบนตารางข้างล่างนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบเพื่อยืนยันว่า รูปที่สร้างเป็นคำตอบที่ต้องการ



รูปที่ 1 มีพื้นที่.....ตารางหน่วย

เหตุผล .....

.....

.....

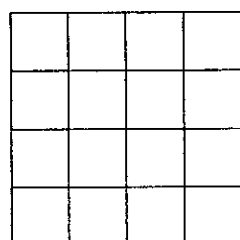
.....

.....

.....

.....

.....



.....

### ข้อที่ 6 จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ

จำนวนนับที่มีตัวประกอบสองตัวคือ 1 และ ตัวเอง เท่านั้น เรียกว่า “จำนวนเฉพาะ” และสำหรับจำนวนนับที่มีตัวประกอบมากกว่าสองตัว เป็นจำนวนนับอื่น ๆ นอกจาก 1 และตัวเอง เรียกว่า “จำนวนประกอบ”

(1) จงเรียงหรือระบายสีหับตัวเลขข้างล่างนี้ให้ผู้อ่านสามารถแยกแยะ “จำนวนเฉพาะ” และ “จำนวนประกอบ” ได้

|    |    |    |     |     |     |
|----|----|----|-----|-----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4   | 5   | 6   |
| 7  | 8  | 9  | 10  | 11  | 12  |
| 13 | 14 | 15 | 16  | 17  | 18  |
| 19 | 20 | 21 | 22  | 23  | 24  |
| 25 | 26 | 27 | 28  | 29  | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34  | 35  | 36  |
| 37 | 38 | 39 | 40  | 41  | 42  |
| 43 | 44 | 45 | 46  | 47  | 48  |
| 49 | 50 | 51 | 52  | 53  | 54  |
| 55 | 56 | 57 | 58  | 59  | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64  | 65  | 66  |
| 67 | 68 | 69 | 70  | 71  | 72  |
| 73 | 74 | 75 | 76  | 77  | 78  |
| 79 | 80 | 81 | 82  | 83  | 84  |
| 85 | 86 | 87 | 88  | 89  | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94  | 95  | 96  |
| 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 |

(2) จงกล่าวถึงความน่าสนใจของผลงานในข้อ (1)

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

แบบทดสอบหลังเรียน ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี  
รายวิชา ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1 ข้อสอบมี 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน เวลา 2 ชั่วโมง

ข้อที่ 1 ไปเที่ยวชายทะเล

ผู้ใหญ่และเด็กรวม 22 คน ขึ้นรถโดยสารไปเที่ยวชายทะเล ผู้ใหญ่เสียค่าโดยสารคนละ 8 บาท  
เด็กเสียค่าโดยสารคนละ 5 บาท เสียค่าโดยสารไปทั้งหมดรวม 149 บาท

จงหาว่ามีเด็กและผู้ใหญ่อะไรกี่คน (นักเรียนสามารถแสดงแนวคิด/วิธีทำ ได้มากกว่า หนึ่งวิธี)

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

ข้อที่ 2 สร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

สนใจต้องการสร้างกล่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก สูง 50 เซนติเมตร ให้มีปริมาตรมากที่สุด  
โดยกำหนดความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นฐานยาวเท่ากับ 82 เซนติเมตรพอดี

สนใจจะต้องสร้างกล่องให้มีฐานกว้างและยาวเท่าไร จงอธิบาย แนวคิด/วิธีทำ

(คำแนะนำ ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง  $\times$  ยาว  $\times$  สูง หรือ เท่ากับ พื้นที่ฐาน  $\times$  สูง)

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

ข้อที่ 3 สร้างมุมจากมุมฉาก

ให้นักเรียนตัดหรือฉีกกระดาษทำข้อสอบนี้ตามรอยเส้นประ แล้วนำมาพับแสดงมุมที่มีขนาด

เป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉาก จากนั้นนำมาเย็บติดไว้กับตัวข้อสอบ พร้อมทั้งดำเนินการต่อไปนี้

- (1) เขียนแขนของมุมเพื่อแสดงมุมที่พับได้ให้ชัดเจน
- (2) หาวามุมที่พับได้มีขนาดกี่องศา
- (3) บอกเหตุผล ในการหาขนาดของมุมที่พับได้

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

↓ ตัด หรือ ฉีก ตามรอยประ แล้วนำมาพับแสดงมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉาก

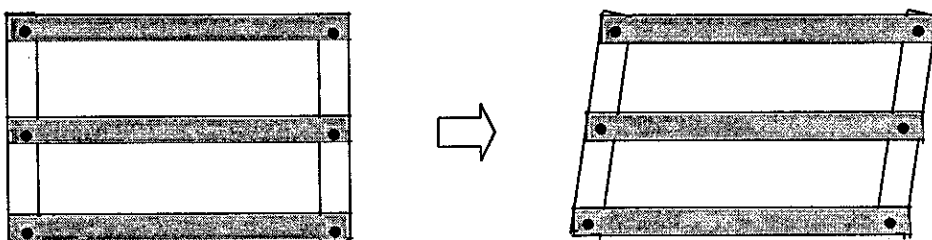
#### ข้อที่ 4 แบ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ทองแท่งมีกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งกว้าง 22 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร เขาต้องการตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กๆ กว้าง 4 เซนติเมตร ยาว 6 เซนติเมตร ทองแท่งจะมีวิธีตัดอย่างไร และจะตัดได้มากที่สุดกี่แผ่น

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

#### ข้อที่ 5 ซ่อมประตูรั้ว

ประตูรั้วไม้ มีโครงเป็นรูปสี่เหลี่ยม ลักษณะดังรูปซ้ายมือ เมื่อใช้ไปได้ระยะหนึ่งปรากฏว่า ประตูโย้เย้ได้เป็นดังรูปขวามือ



จงตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

- (1) ทำไมประตูรั้วจึงโย้เย้ได้
- (2) นักเรียนมีแนวคิดในการซ่อมประตูรั้วอย่างไร (เขียนรูปประกอบ หรือเขียนรูปแต่งเติม รูปเดิมข้างบน)
- (3) มีเหตุผลอะไรสนับสนุนแนวคิดในข้อ (2)

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

#### ข้อที่ 6 หาความสูงจากเงา

สมมติว่า นักเรียนปักหลักไม้ให้ตั้งฉากกับพื้นสนามหญ้าไว้ สามอัน ซึ่งแต่ละอันมีความสูง 1.20 1.80 และ 2.00 เมตร ตามลำดับ เมื่อเวลา 10.40 น. นักเรียนไปวัดความยาวของเงาไม้สามอัน นั้นปรากฏว่าวัดได้ยาว 0.60 0.90 และ 1.00 เมตร ตามลำดับ และในขณะเดียวกันก็วัดความยาวของเงาของเสาธงได้ยาว 8.50 เมตร

จากข้อมูลที่กำหนดให้หานักเรียนสามารถหาความสูงของเสาธงได้หรือ อย่างไร

(เว้นที่ให้เขียนตอบ)

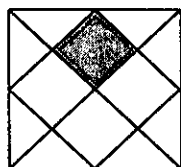
## เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน

ให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม ระดับคะแนน 0, 1, 2, 3 และ 4 คะแนน

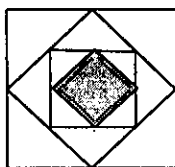
### ข้อ 1 พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนน

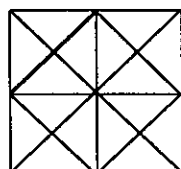
- (1) พับเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และเราแสดงพื้นที่ได้ถูกต้อง (4 คะแนน)



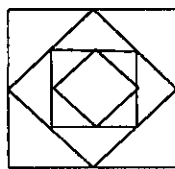
หรือ



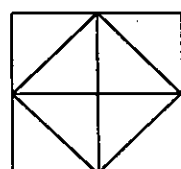
- (2) แสดงรอยพับถูกต้องแต่ไม่แรเงาส่วนที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (3 คะแนน)



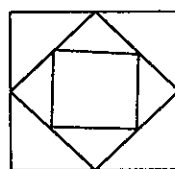
หรือ



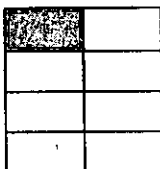
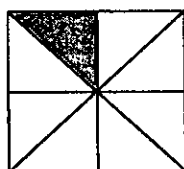
- (3) พับรูปขั้นตอนแรกถูกต้อง แต่พับต่อไปไม่ถูกต้อง หรือไม่พับต่อ (2 คะแนน)



หรือ



- (4) พับรูปไม่ถูกต้อง แต่แสดงพื้นที่ที่เป็น  $\frac{1}{8}$  ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดได้ถูกต้อง (1 คะแนน) เช่น



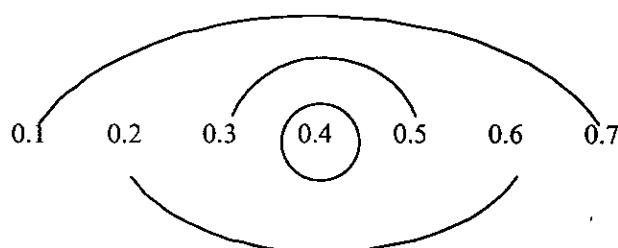
- (5) ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

### ข้อ 2 ค่ายกล

เฉลยแนวคิดในการหาคำตอบ

- (1) หาจำนวนในตำแหน่งศูนย์กลางก่อน ซึ่งควรจะเป็น 0.4 เพราะเป็นค่าที่อยู่ตรงกลาง

(2) จัดจำนวนสามชุด ชุดละสามจำนวน ซึ่งแต่ละชุดมี 0.4 อยู่ด้วย ให้แต่ละชุดมีผลบวกเท่ากัน



ผลบวกแต่ละชุดเท่ากับ 1.2

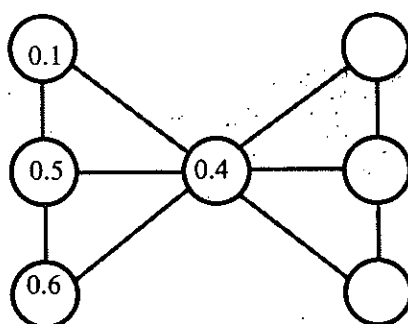
|              |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|
| ชุดที่ หนึ่ง | 0.1 | 0.4 | 0.7 |
| ชุดที่ สอง   | 0.2 | 0.4 | 0.6 |
| ชุดที่ สาม   | 0.3 | 0.4 | 0.5 |

(3) หาจำนวนอีกสองชุด ชุดละสามจำนวน ซึ่งแต่ละชุดไม่มี 0.4 รวมอยู่ด้วย (เพื่อนำมาเติมใน ○ ในแนวตั้ง ทั้งสองแนว) จะได้

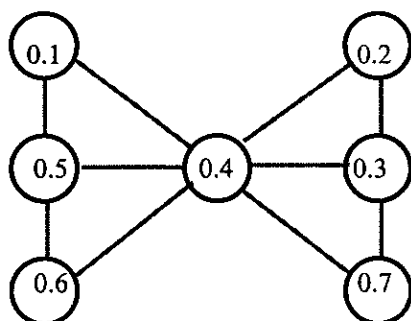
ชุดที่ สี่ 0.1 0.5 0.6 และชุดที่ ห้า 0.2 0.3 0.7

(4) เติมตัวเลขลงในแผนภาพ

- ◇ เติม 0.4 ลงในตำแหน่งศูนย์กลาง
- ◇ เติมตัวเลขชุดที่ สี่ ในแนวตั้งทางซ้ายมือ



◇ เติมตัวเลขชุดที่ ห้า ในแนวตั้งทางขวามือ โดยคำนึงถึงการอยู่ในชุดที่หนึ่ง ชุดที่สอง และชุดที่สาม

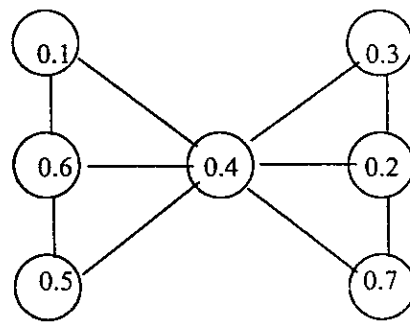
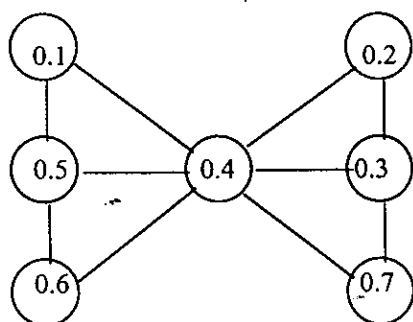


- (5) ตรวจสอบผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะเห็นว่าเท่ากับ 1.2 ทุกแนว

### เกณฑ์การให้คะแนน

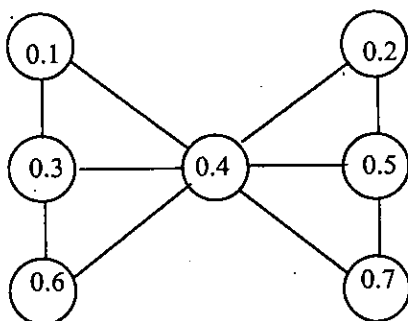
- (1) คำตอบถูกต้อง และแสดงร่องรอยของการคิดถูกต้อง(4 คะแนน)

ตัวอย่างคำตอบ (มีหลายคำตอบ)



- (2) คำตอบถูกต้องบางส่วนในลักษณะต่อไปนี้ (3 คะแนน)

0.4 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง มีตัวเลขอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันที่ทำให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนในแนวเส้นตรงแต่ละแนวเท่ากับสองถึงสามแนว เช่น



มีผลรวมในแนวตั้งไม่ถูกต้อง

$$0.1 + 0.3 + 0.6 = 1.0$$

$$0.2 + 0.5 + 0.7 = 1.4$$

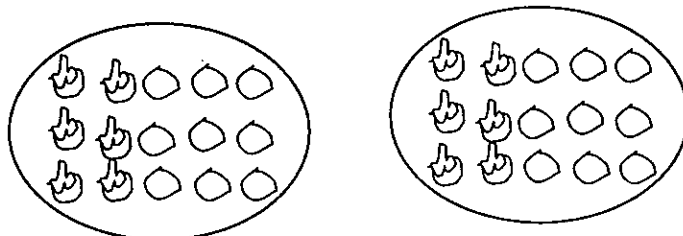
- (3) 0.4 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง และมีตัวเลขอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันถูกต้อง 1 แนว หรือมีอยู่ 2 แนวที่มีผลบวกเท่ากัน แต่ไม่เท่ากับ 1.2 (2 คะแนน)
- (4) 0.4 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง ไม่มีจำนวนใน 2 แนวใดเลยที่มีผลบวกเท่ากัน (1 คะแนน)
- (5) ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

### ข้อ 3. มะเขือและมะนาว

เจดยแนวคิดในการหาคำตอบ นักเรียนอาจแสดงแนวคิดในการหาคำตอบโดย การเขียน ภาพหรือแผนภาพ หรือการหาตัวหารร่วมของ 12 และ 18

#### 3.1 การหาคำตอบโดยการเขียนภาพ

(1)



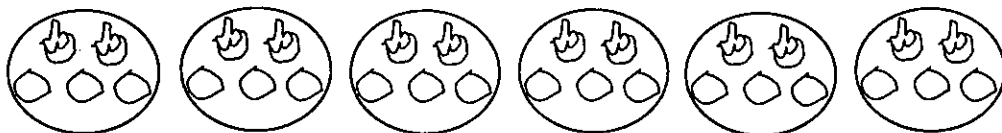
แบ่งได้ 2 งาน แต่ละงานมีมะเขือ 6 ผล มีมะนาว 9 ผล

(2)



แบ่งได้ 3 งาน แต่ละงานมีมะเขือ 4 ผล มีมะนาว 6 ผล

(3)



แบ่งได้ 6 งาน แต่ละงานมีมะเขือ 2 ผล มีมะนาว 3 ผล

#### 3.2 การหาคำตอบโดยใช้วิธีหาตัวหารร่วม

ตัวประกอบของ 12 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวประกอบของ 18 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ตัวประกอบร่วมของ 12 และ 18 ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

ดังนั้นสามารถแบ่งเป็น 2 งาน 3 งาน และ 6 งาน

คำตอบที่ถูกต้องทั้งหมดแสดงได้ดังตาราง

| จำนวนงาน | จำนวนมะเขือในแต่ละงาน | จำนวนมะนาวในแต่ละงาน |
|----------|-----------------------|----------------------|
| 2        | 6                     | 9                    |
| 3        | 4                     | 6                    |
| 6        | 2                     | 3                    |

#### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงวิธีหาคำตอบถูกต้อง แสดงคำตอบครบสามคำตอบ โดยระบุทั้งจำนวนงาน จำนวนมะเขือและมะนาวในงานถูกต้อง(4 คะแนน)  
(ถ้าตอบว่าแบ่งได้ 1 งานด้วย โดยมีมะเขือ 12 ผล และมะนาว 18 ผล ไม่หักคะแนน)
- (2) แสดงวิธีหาคำตอบถูกต้องเพียงสองคำตอบ โดยระบุจำนวนงาน จำนวนมะเขือและมะนาวในงานถูกต้อง (3 คะแนน)
- (3) แสดงจำนวนงานได้ถูกต้องครบถ้วนทั้งสามคำตอบแต่ไม่กล่าวถึงจำนวนมะเขือ และมะนาวในงาน หรือ แสดงวิธีหาคำตอบที่ถูกต้องมาเพียงคำตอบเดียว (2 คะแนน)
- (4) แสดงจำนวนงานได้ถูกต้องสองคำตอบแต่ไม่กล่าวถึงจำนวนมะเขือ และมะนาวในงาน (1 คะแนน)
- (5) แสดงสาระของคำตอบยังไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) ( 0 คะแนน)

#### ข้อ 4 ล้อมรอบที่ดิน

เฉลยตัวอย่างแนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบ

กำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ มีเส้นรอบรูป ยาว 82 เมตร ดังนั้นมีผลรวมของความยาวด้านกว้างกับด้านยาวเท่ากับ  $82 \div 2 = 41$  เมตร

หาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่มากที่สุดโดยสมมุติความยาวของด้านกว้าง และด้านยาว แล้วหาผลคูณซึ่งก็คือพื้นที่ที่มากที่สุด ตัวอย่างการสมมุติ เช่นเริ่มจากด้านกว้างที่ยาว 10 เมตร

| รูปที่ | กว้าง | ยาว  | พื้นที่ | หมายเหตุ         |
|--------|-------|------|---------|------------------|
| 1      | 10    | 31   | 310     |                  |
| 2      | 15    | 26   | 390     |                  |
| 3      | 20    | 21   | 420     |                  |
| 4      | 20.5  | 20.5 | 420.25  | พื้นที่มากที่สุด |

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่มากที่สุดเมื่อความยาวของด้านกว้างและด้านยาวเท่ากัน

นั่นคือต้องขึงเชือกล้อมที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านละ 20.5 เมตร

**เกณฑ์การให้คะแนน**

(1) แสดงแนวคิด/วิธีทำและคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)

(2) แสดงแนวคิด/วิธีทำถูกต้อง แต่ได้คำตอบใกล้เคียงก็ตอบว่า ต้องขึงเชือกล้อมที่ดินเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวด้านกว้าง 20 เมตร และด้านยาว 21 เมตร หรือแสดงคำตอบถูกต้อง แต่กล่าวถึงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน (3 คะแนน)

(3) แสดงวิธีทำและแนวคิด ซึ่งมีแนวโน้มว่าจะถูกต้อง แต่ได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือแสดงคำตอบถูกต้อง โดยไม่กล่าวถึงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)

(4) คำตอบถูกต้องโดยไม่แสดงวิธีทำหรือแนวคิด (1 คะแนน)

(5) ทำไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) / ไม่ทำ (0 คะแนน)

#### ข้อ 5. ดินสอคำและดินสอสี

เฉลยตัวอย่างแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบ นักเรียนอาจมีแนวคิด/วิธีทำที่แตกต่างไปจากนี้

##### 5.1 ใช้การเดาและตรวจสอบ ประกอบกับการใช้ตาราง

สมมติจำนวนดินสอคำ และดินสอสี รวม 19 แท่ง แล้วคิดราคารวม ถ้าราคารวมน้อยกว่า 150 บาท ก็ลดจำนวนดินสอคำ เพิ่มจำนวนดินสอสี ถ้าราคารวมมากกว่า 150 บาทก็เพิ่มจำนวนดินสอคำ ลดจำนวนดินสอสี ทำเช่นนี้จนได้ราคารวม 150 บาท โดยอาจนำเสนอตัวอย่างการสมมติในตารางดังนี้

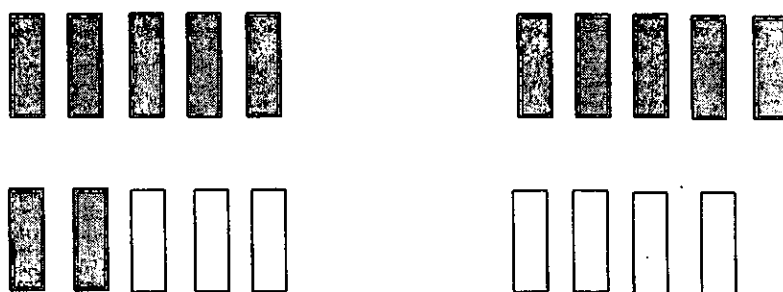
| ที่ | จำนวน (แท่ง) |         | ราคา (บาท)         |                     |         | หมายเหตุ     |
|-----|--------------|---------|--------------------|---------------------|---------|--------------|
|     | ดินสอดำ      | ดินสอสี | ดินสอดำ            | ดินสอสี             | รวมเงิน |              |
| 1   | 10           | 9       | $10 \times 6 = 60$ | $9 \times 9 = 81$   | 141     | น้อยกว่า 150 |
| 2   | 9            | 10      | $9 \times 6 = 54$  | $10 \times 9 = 90$  | 144     | น้อยกว่า 150 |
| 3   | 8            | 11      | $8 \times 6 = 48$  | $11 \times 9 = 99$  | 147     | น้อยกว่า 150 |
| 4   | 7            | 12      | $7 \times 6 = 42$  | $12 \times 9 = 108$ | 150     | ได้คำตอบ     |

ดังนั้น ถ้าซื้อดินสอดำ 7 แท่ง และดินสอสี 12 แท่ง

## 5.2 ใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพ

ราคาดินสอสีมักกว่าราคาดินสอดำอยู่แท่งละ  $9 - 6 = 3$  บาท

เขียนรูปดินสอดำก่อนทั้งหมด 19 แท่ง คิดเป็นราคา  $19 \times 6 = 114$  บาท ,  
 น้อยกว่า 150 อยู่  $150 - 114 = 36$  บาท จากนั้นเรา หรือระบายสีรูปดินสอดำทีละรูป  
 รูปดินสอจะเปลี่ยนเป็นรูปดินสอสี และจำนวนเงินที่ซื้อ จะเพิ่มรูปละ 3 บาท ดังนั้นจะเรา  
 หรือระบายสีรูปดินสอดำให้เปลี่ยนเป็นรูปดินสอสี  $36 \div 3 = 12$  รูป



จากรูป

ถ้าซื้อดินสอดำ 7 แท่ง เป็นเงิน  $7 \times 6 = 42$  บาท

ซื้อดินสอสี 12 แท่ง เป็นเงิน  $12 \times 9 = 108$  บาท

จ่ายเงินทั้งหมด  $42 + 108 = 150$  บาท

ดังนั้นคำตอบคือ ถ้าซื้อดินสอ 7 แท่ง และซื้อดินสอสี 12 แท่ง

## เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง (3 คะแนน)

- (3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)  
 (4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังไม่สำเร็จ (1 คะแนน)  
 (5) ทำไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) / ไม่ทำ (0 คะแนน)

#### ข้อ 6. หาด้วย 9 ลงตัว

เฉลยแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบ เนื่องจาก  $6 + 3 + 8 = 17$  เลขโดดอีกสองตัวที่หายไปต้องมีผลรวมเท่ากับ 1 หรือ 10 เพื่อให้ผลบวกของเลขโดดทั้งหมดเท่ากับ  $17 + 1 = 18$  หรือ  $17 + 10 = 27$

ซึ่งผลบวกของเลขโดดต้องหารด้วย 9 ลงตัว

ดังนั้น คำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้มี 11 คำตอบ ได้แก่

|           |                         |
|-----------|-------------------------|
| 6 3 0 1 8 | 6 3 1 0 8               |
| 6 3 1 9 8 | 6 3 9 1 8               |
| 6 3 2 8 8 | 6 3 8 2 8               |
| 6 3 3 7 8 | 6 3 7 3 8               |
| 6 3 4 6 8 | 6 3 6 4 8 และ 6 3 5 5 8 |

นักเรียนส่วนใหญ่มักหาคำตอบโดยการทดลองเติมตัวเลขแล้วตรวจสอบโดยการหาร ด้วยวิธีการนี้นักเรียนบางคนอาจจะสามารถค้นหาแบบรูปของตัวเลขที่เติมได้

#### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) อธิบายแนวคิดถูกต้อง ชัดเจน ทำให้เห็นแนวทางที่จะหาคำตอบทั่วไปได้ และได้คำตอบถูกต้อง 6 คำตอบขึ้นไป (4 คะแนน)
- (2) การอธิบายมีแนวโน้มว่าจะถูกต้อง ทำให้เห็นแนวทางที่จะหาคำตอบทั่วไปได้ และได้คำตอบถูกต้อง 3–5 คำตอบ (3 คะแนน)
- (3) การอธิบายแนวคิดไม่ชัดเจน หรือไม่อธิบาย แสดงคำตอบที่ถูกต้อง 3 คำตอบขึ้นไป (2 คะแนน)
- (4) การอธิบายแนวคิดไม่ชัดเจน หรือไม่อธิบาย แสดงคำตอบที่ถูกต้อง 1–2 คำตอบ (1 คะแนน)
- (5) ไม่ทำ หรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

## เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบกลางภาคเรียน

ให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การพิจารณาแบบองค์รวม ระดับคะแนน 0, 1, 2, 3 และ 4 คะแนน

### ข้อ 1 ประตุกล

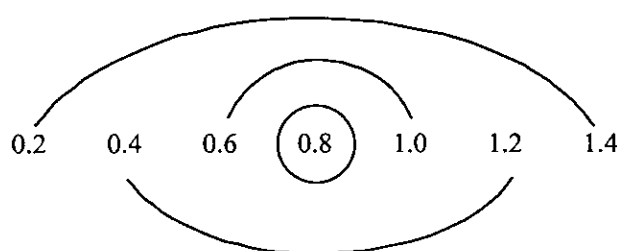
แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบ

จำนวนที่กำหนดคือ 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4

(1) หาจำนวนในตำแหน่งศูนย์กลางก่อน ซึ่งควรจะเป็น 0.8 เพราะเป็นค่าที่อยู่ตรงกลาง

(2) จัดจำนวนสามชุด ชุดละสามจำนวน ซึ่งแต่ละชุดมี 0.8 อยู่ด้วย ให้แต่ละชุดมีผลบวก

เท่ากัน



ผลบวกแต่ละชุดเท่ากับ 2.4

ชุดที่ หนึ่ง                      0.2      0.8      1.4

ชุดที่ สอง                      0.4      0.8      1.2

ชุดที่ สาม                      0.6      0.8      1.0

(3) หาจำนวนอีกสองชุด ชุดละสามจำนวน ซึ่งแต่ละชุดไม่มี 0.8 รวมอยู่ด้วย (เพื่อนำมาเติมใน ○ ในแนวนอน ทั้งสองแนว) จะได้

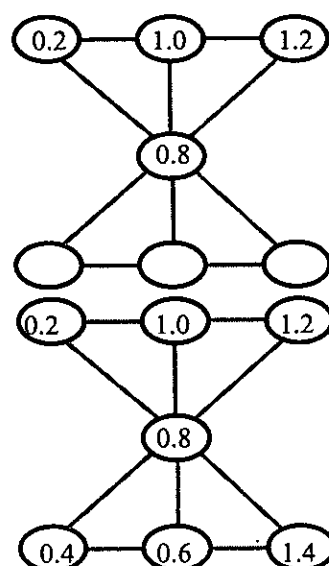
ชุดที่สี่              0.2      1.0      1.2 และชุดที่ห้า              0.4      0.6      1.4

(4) เติมตัวเลขลงในแผนภาพ

◇ เติม 0.8 ลงในตำแหน่งศูนย์กลาง

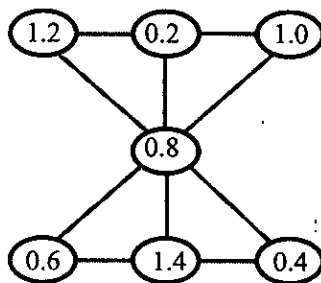
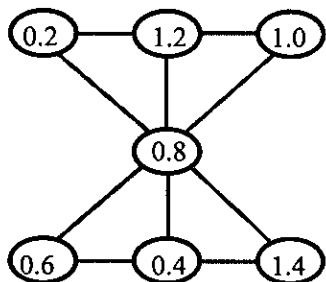
◇ เติมตัวเลขชุดที่สี่ ในแนวนอนแถวบน

◇ เติมตัวเลขชุดที่ 5 ในแนวนอนแถวล่าง โดยคำนึงถึงการอยู่ในชุดที่หนึ่ง ชุดที่สอง และชุดที่สาม



- (5) ตรวจสอบผลบวกของจำนวนสามจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จะเห็นว่าเท่ากับ 2.4 ทุกแนว

หมายเหตุ การเขียนทศนิยมบน  ในแนวนอนแถวบน ถ้าเขียนในตำแหน่งที่ต่างจากนี้ จะมีผลต่อการเขียนทศนิยมในแนวนอนแถวล่าง เพื่อให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนในแต่ละแนวเท่ากับ 2.4 ทุกแนว คำตอบของปัญหานี้จึงมีหลายคำตอบ ตัวอย่างคำตอบอื่นๆ มีดังนี้

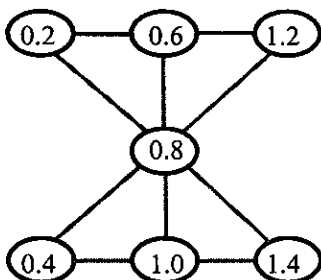


### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) คำตอบถูกต้อง และแสดงร่องรอยของการคิดถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) คำตอบถูกต้องบางส่วนในลักษณะต่อไปนี้ (3 คะแนน)

0.8 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง มีตัวเลขอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันที่ทำให้ผลบวกของจำนวนสามจำนวนในแนวเส้นตรงแต่ละแนวเท่ากับ 2-3 แนว

เช่น



มีผลรวมในแนวนอนไม่

ถูกต้อง

$$0.2 + 0.6 + 1.2 = 2.0$$

$$0.4 + 1.0 + 1.4 = 2.8$$

- (3) 0.8 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง และมีตัวเลขอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันถูกต้องหนึ่งแนว หรือมีอยู่สองแนวที่มีผลบวกเท่ากัน แต่ไม่เท่ากับ 2.4 (2 คะแนน)
- (4) 0.8 อยู่ในตำแหน่งถูกต้อง ไม่มีจำนวนในสองแนวใดเลยที่มีผลบวกเท่ากัน (1 คะแนน)
- (5) ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

### ข้อที่ 2 แบ่งกลุ่มเดินทางไกล

อาจแสดงแนวคิดในการหาคำตอบโดย การเขียนภาพ หรือแผนภาพ หรือการหาตัวหารร่วมของ 18 และ 24

#### 2.1 การหาคำตอบโดยการเขียนภาพ

- (1) 

|                 |
|-----------------|
| ★★★ ★★ ★★       |
| +++ +++ +++ +++ |

|                 |
|-----------------|
| ★★★ ★★ ★★       |
| +++ +++ +++ +++ |

แบ่งได้ 2 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีลูกเสือ 9 คน และมีเนตรนารี 12 คน

- (2) 

|            |
|------------|
| ★★★ ★★     |
| +++ +++ ++ |

|            |
|------------|
| ★★★ ★★     |
| +++ +++ ++ |

|            |
|------------|
| ★★★ ★★     |
| +++ +++ ++ |

แบ่งได้ 3 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีลูกเสือ 6 คน และมีเนตรนารี 9 คน

- (3) 

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

|       |
|-------|
| ★★★   |
| +++ + |

แบ่งได้ 6 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีลูกเสือ 3 คน และมีเนตรนารี 4 คน

## 2.2 การหาคำตอบโดยใช้วิธีหาตัวหารร่วม

ตัวประกอบของ 18 ได้แก่ 1, 2, 3, 6, 9 และ 18

ตัวประกอบของ 24 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 และ 24

ตัวประกอบร่วมของ 18 และ 24 ได้แก่ 1, 2, 3 และ 6

ดังนั้นสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่ม 3 กลุ่ม และ 6 กลุ่ม

คำตอบที่ถูกต้องทั้งหมดแสดงได้ดังตาราง

| จำนวนกลุ่ม | จำนวนลูกเสือในแต่ละกลุ่ม | จำนวนเนตรนารีในแต่ละกลุ่ม |
|------------|--------------------------|---------------------------|
| 2          | 9                        | 12                        |
| 3          | 6                        | 8                         |
| 6          | 3                        | 4                         |

### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงวิธีหาคำตอบถูกต้อง ครบถ้วนทั้งสามคำตอบ โดยระบุจำนวนกลุ่ม จำนวนลูกเสือ และเนตรนารีในกลุ่มถูกต้อง (4 คะแนน)  
ถ้าตอบว่าแบ่งได้ 1 กลุ่มด้วย โดยมีลูกเสือ 18 คน และเนตรนารี 24 คน ไม่หักคะแนน
- (2) แสดงวิธีหาคำตอบถูกต้องเพียงสองคำตอบ โดยระบุจำนวนกลุ่ม จำนวนลูกเสือและเนตรนารีในกลุ่มถูกต้อง (3 คะแนน)
- (3) แสดงจำนวนกลุ่มได้ถูกต้องครบถ้วนทั้งสามคำตอบแต่ไม่กล่าวถึงจำนวนลูกเสือ และเนตรนารีในกลุ่ม หรือ แสดงวิธีหาคำตอบที่ถูกต้องมาเพียงคำตอบเดียว (2 คะแนน)
- (4) แสดงจำนวนกลุ่มได้ถูกต้องสองคำตอบแต่ไม่กล่าวถึงจำนวนลูกเสือ และเนตรนารีในกลุ่ม

(1 คะแนน)

(5) แสดงสาระของคำตอบยังไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) (0 คะแนน)

**ข้อที่ 3. จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว**

แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบ

เนื่องจาก  $7 + 2 + 8 = 17$  เลขโดดอีก 2 ตัวที่หายไปต้องมีผลรวมเท่ากับ 1 หรือ 10 เพื่อให้ผลบวกของเลขโดดทั้งหมดเท่ากับ  $17 + 1 = 18$  หรือ  $17 + 10 = 27$  ซึ่งผลบวกของเลขโดดต้องหารด้วย 9 ลงตัว

ดังนั้น คำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้มี 11 คำตอบ ได้แก่

7 2 0 1 8

7 2 1 0 8

7 2 1 9 8

7 2 9 1 8

7 2 2 8 8

7 2 8 2 8

7 2 3 7 8

7 2 7 3 8

7 2 4 6 8

7 2 6 4 8

และ 7 2 5 5 8

นักเรียนอาจหาคำตอบโดยการทดลองเติมตัวเลขแล้วตรวจสอบโดยการหาร ด้วยวิธีการนี้ นักเรียนบางคนอาจจะสามารถค้นหาแบบรูปของตัวเลขที่เติมได้

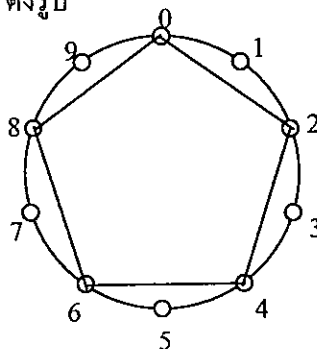
เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) อธิบายแนวคิดถูกต้อง ชัดเจน ทำให้เห็นแนวทางที่จะหาคำตอบทั่วไปได้ และได้คำตอบถูกต้อง 6 คำตอบขึ้นไป (4 คะแนน)
- (2) การอธิบายมีแนวโน้มว่าจะถูกต้อง ทำให้เห็นแนวทางที่จะหาคำตอบทั่วไปได้ และได้คำตอบถูกต้อง 3 – 5 คำตอบ (3 คะแนน)
- (3) การอธิบายแนวคิดไม่ชัดเจน หรือไม่อธิบาย แสดงคำตอบที่ถูกต้อง 3 คำตอบขึ้นไป (2 คะแนน)
- (4) การอธิบายแนวคิดไม่ชัดเจน หรือไม่อธิบาย แสดงคำตอบที่ถูกต้อง 1 – 3 คำตอบ (1 คะแนน)
- (5) ไม่ทำ หรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

**ข้อที่ 4 สูตรคูณแม่ 12**

1. ผลคูณจากสูตรคูณแม่ 12 ได้แก่ 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ~~60, 72, 84~~, 96, 108, 120, 132, 144
2. ตัวอย่างสิ่งที่น่าสนใจในผลคูณจากสูตรคูณแม่ 12

- (1) เป็นจำนวนคู่ทั้งหมด
  - (2) ผลคูณเพิ่มครั้งละ 12
  - (3) ตัวเลขในหลักหน่วย เรียงตามลำดับ ได้แก่ 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8, 0,...เช่นนี้  
เรื่อยไป
  - (4) ผลบวกของเลขโดด เรียงตามลำดับ ได้แก่ 3, 6, 9, 12, 6, 9, 12, 6, 9, 12,...  
สำหรับผลบวกของเลขโดดที่ได้ที่มีมากกว่าหนึ่งหลัก เช่น 12 เมื่อหาผลบวกของ  
เลขโดดต่อไปจนได้ตัวเลขหลักเดียว จะได้  $1+2=3$   
ดังนั้น ผลบวกของเลขโดดจากสูตรคูณแม่ 12 เมื่อหาจนได้ตัวเลขหลักเดียว  
จะได้เป็น 3, 6, 9, 3, 6, 9, 3, 6, 9, 3,...
3. เมื่อลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขตามหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่  
12 บนวงกลมตัวเลขจะได้รูปห้าเหลี่ยม ดังรูป



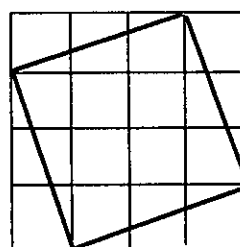
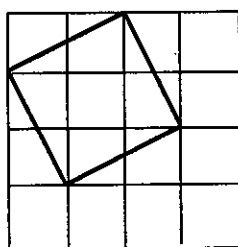
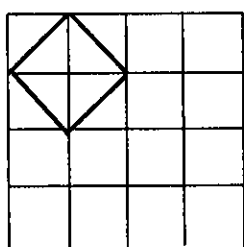
### เกณฑ์การให้คะแนน

อาจแบ่งการให้คะแนนเป็น 3 ส่วน คือ

- (1) ความถูกต้องของสูตรคูณ (1 คะแนน)
- (2) การกล่าวถึงความน่าสนใจของสูตรคูณ ประเด็นละ 1 คะแนน (ให้ไม่เกิน 2 คะแนน)
- (3) การนำเสนอบนวงกลมตัวเลขถูกต้อง / มีคำอธิบายว่าได้รูปห้าเหลี่ยม (1 คะแนน)

### ข้อที่ 5 สร้างจัตุรัสบนกระดาษตาราง

คำตอบ ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 2, 5 และ 10 ตารางหน่วย เรียงตามลำดับดังรูป



เหตุผลประกอบอาจแยกได้เป็น 2 ประเด็น คือ

- (1) การอธิบายว่ารูปที่ได้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยบอกว่ามีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และมีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน
  - (2) มีพื้นที่ตามที่ระบุ ในขั้นนี้นักเรียนบอกว่าระบุพื้นที่ได้จากการนับตารางก็เพียงพอแล้ว
- เกณฑ์การให้คะแนน**
- (1) ให้ 4 คะแนน เมื่อมีคำตอบครบสามคำตอบโดยมีคำอธิบายประกอบพอเข้าใจ
  - (2) ให้ 3 คะแนน เมื่อมีผลงานในกรณีใดกรณีหนึ่งต่อไปนี้
    - ◆ มีคำตอบครบสามคำตอบโดยไม่มีคำอธิบายประกอบ
    - ◆ มีคำตอบสองคำตอบและมีคำอธิบายพอเข้าใจ
    - ◆ มีคำตอบใดคำตอบหนึ่งเพียงหนึ่งคำตอบ และมีคำอธิบายประกอบชัดเจน
  - (3) ให้ 2 คะแนน เมื่อมีคำตอบสองคำตอบ และมีคำอธิบายประกอบไม่ชัดเจน หรือไม่มี
  - (4) ให้ 1 คะแนน เมื่อมีคำตอบใดคำตอบหนึ่งเพียงหนึ่งคำตอบ และมีคำอธิบายประกอบไม่ชัดเจน หรือไม่มีคำอธิบาย
  - (5) ให้ 0 คะแนน เมื่อทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น

#### ข้อที่ 6 จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ

**เฉลยคำตอบ**

- (1) ตัวเลขที่ไม่แรเงา แสดง “จำนวนเฉพาะ” ตัวเลขที่แรเงา แสดง “จำนวนประกอบ”

1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะและ 1 ไม่เป็น จำนวนประกอบ มี  $\times$  จดทับ

| $\times 1$ | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|------------|----|----|----|----|----|
| 7          | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13         | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19         | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25         | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31         | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 37         | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
| 43         | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 49         | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| 55         | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61         | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |
| 67         | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 |

|    |    |  |     |     |     |
|----|----|--|-----|-----|-----|
| 73 | 74 |  | 76  | 77  | 78  |
| 79 | 80 |  | 82  | 83  | 84  |
| 85 | 86 |  | 88  | 89  | 90  |
| 91 | 92 |  | 94  | 95  | 96  |
| 97 | 98 |  | 100 | 101 | 102 |

(2) ความน่าสนใจของผลงานในข้อ (1) เช่น

- 1) มีจำนวนเฉพาะนอกจาก 2 และ 3 อยู่ในสคมภ์ที่ 1 และ 5 เท่านั้น
- 2) จำนวนในสคมภ์ที่ 2, 4 และ 6 เป็นจำนวนประกอบที่เป็นจำนวนคู่
- 3) จำนวนในสคมภ์ที่ 2, 4 และ 6 มี 2, 4 และ 6 เป็นตัวประกอบตามลำดับ
- 4) จำนวนในสคมภ์ที่ 3 เป็นจำนวนประกอบ และเป็นจำนวนคี่ที่มี 3 เป็นตัวประกอบ
- 5) จำนวนในสคมภ์ที่ 1 และ 5 มี 5 หรือ 7 เป็นตัวประกอบ

หมายเหตุ คำว่า “สคมภ์” นักเรียนอาจใช้คำอื่น เช่น แถวตั้ง แนวตั้ง หรือหลัก

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (1) คะแนนเต็ม 3 คะแนน

- (1) แรเงาหรือระบายสีแยกแยะจำนวนเฉพาะกับจำนวนประกอบได้ชัดเจน ถูกต้อง ครบถ้วน และกล่าวถึง 1 ว่าไม่เป็นทั้งจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ (3 คะแนน)
- (2) แรเงาหรือระบายสีแยกแยะจำนวนเฉพาะกับจำนวนประกอบได้ชัดเจน ถูกต้อง ครบถ้วน และกล่าวถึง 1 ไม่ถูกต้อง หรือไม่กล่าวถึง 1 (2 คะแนน)
- (3) แรเงาหรือระบายสีแยกแยะจำนวนเฉพาะกับจำนวนประกอบได้ชัดเจน ถูกต้อง ไม่ครบถ้วน และกล่าวถึง 1 ไม่ถูกต้อง หรือไม่กล่าวถึง 1 แต่อยู่ในระดับที่พอใช้ได้ (1 คะแนน)
- (4) ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

ข้อ (2) คะแนนเต็ม 2 คะแนน ให้คะแนนคำตอบที่ถูกต้อง น่าสนใจ คำตอบละ 1 คะแนน

## เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบปลายภาคเรียน

ให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การพิจารณาแบบองค์รวม ระดับคะแนน 0, 1, 2, 3 และ 4 คะแนน

### ข้อที่ 1 ไปเที่ยวชายทะเล

#### แนวคิด/วิธีทำ

3.1 ใช้การเดาและตรวจสอบ ประกอบกับการใช้ตาราง อาจใช้วิธีสมมติจำนวนผู้ใหญ่และเด็ก ให้มีจำนวนรวมเท่ากับ 22 คน แล้วคิดราคาค่าโดยสารของผู้ใหญ่และเด็ก และค่าโดยสารรวม ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า หรือเท่ากับ 149 บาท ถ้ามมากกว่า 149 บาท ก็ลดจำนวนผู้ใหญ่ลง ถ้าน้อยกว่า 149 บาท ก็เพิ่มจำนวนผู้ใหญ่ให้มีจำนวนมากขึ้น โดยนำเสนอในรูปตารางดังนี้

| ผู้ใหญ่ (คนละ 8 บาท) |           | เด็ก (คนละ 5 บาท) |           | ค่าโดยสารรวม | หมายเหตุ     |
|----------------------|-----------|-------------------|-----------|--------------|--------------|
| จำนวนคน              | ค่าโดยสาร | จำนวนคน           | ค่าโดยสาร |              |              |
| 11                   | 88        | 11                | 55        | 143          | น้อยกว่า 149 |
| 12                   | 96        | 10                | 50        | 146          | น้อยกว่า 149 |
| 13                   | 104       | 9                 | 45        | 149          | เท่ากับ 149  |

ดังนั้นมีผู้ใหญ่ 13 คน และมีเด็ก 9 คน

การแสดงแนวคิด/วิธีทำ โดยการสร้างตารางของนักเรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกันไปจากนี้

1.2 ใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพ เพื่อหาคำตอบของปัญหา เช่น เขียน ○ แทน เด็ก (เสียค่าโดยสารคนละ 5 บาท) และ แรเงา เป็น ● แทน ผู้ใหญ่ (เสียค่าโดยสารคนละ 8 บาท) โดยเขียน ○ จำนวน 22 รูปแทน เด็ก 22 คนก่อน

○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○

คิดเป็นค่าโดยสาร  $22 \times 5 = 110$  บาท น้อยกว่า 149 บาทอยู่  $149 - 110 = 39$  บาท

ผู้ใหญ่เสียค่าโดยสารมากกว่าเด็กคนละ  $8 - 5 = 3$  บาท ดังนั้นต้องเราเปลี่ยน ○ ให้เป็น ● จำนวน  $39 \div 3 = 13$  รูป ดังนี้

●●●●● ●●●●● ●●●○○ ○○○○○ ○○

ดังนั้นมีผู้ใหญ่ 13 คน และมีเด็ก 9 คน (ตรวจสอบค่าโดยสารผู้ใหญ่  $13 \times 8 = 104$  บาท และ ค่าโดยสารเด็ก  $9 \times 5 = 45$  บาท รวมค่าโดยสาร  $104 + 45 = 149$  บาท ตรงตามที่กำหนด)

#### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง (3 คะแนน)

- (3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)  
 (4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังทำไม่สำเร็จ (1 คะแนน)  
 (5) ทำไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) หรือไม่ทำ (0 คะแนน)

## ข้อที่ 2 สร้างกล่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

แนวคิด/วิธีทำ

$$2.1 \text{ ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง} \text{ หรือเท่ากับ } \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times 50 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

มีปริมาตรมากที่สุดเมื่อ กว้าง  $\times$  ยาว มีค่ามากที่สุด หรือเมื่อพื้นที่ฐานของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่ามากที่สุด

รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีเส้นรอบรูปยาว 82 เซนติเมตรมีพื้นที่ฐานมากที่สุดเมื่อ ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส กล่าวคือ เมื่อมีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน คือยาวด้านละ  $82 \div 4 = 20.5$  เซนติเมตร โดยนักเรียนนำความรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้มาประยุกต์ใช้

ดังนั้น ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก  $= 20.5 \times 20.5 \times 50$  ลูกบาศก์เซนติเมตร  
 เป็นปริมาตรที่มากที่สุดตามต้องการ

นั่นคือ สมใจต้องสร้างกล่องให้มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านละ 20.5 เซนติเมตร

(2) อาจใช้การค้นหาแบบรูปจากการสมมติความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นฐาน ซึ่งมี  $2 \times (\text{กว้าง} + \text{ยาว}) = 82$  เซนติเมตร

$$\text{ดังนั้น} \quad \text{กว้าง} + \text{ยาว} = 82 \div 2 = 41 \text{ เซนติเมตร}$$

โดยนำเสนอในรูปตารางดังนี้

| รูปที่ | กว้าง (ซม.) | ยาว (ซม.) | สูง (ซม.) | ปริมาตร (ลบ.ซม.) | หมายเหตุ  |
|--------|-------------|-----------|-----------|------------------|-----------|
| 1      | 10          | 31        | 10        | 3,100            |           |
| 2      | 15          | 26        | 10        | 3,900            |           |
| 3      | 20          | 21        | 10        | 4,200            |           |
| 4      | 20.5        | 20.5      | 10        | 4,225            | มากที่สุด |
| 5      | 20.6        | 20.4      | 10        | 4,224            |           |

รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีปริมาตรมากที่สุด เมื่อฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านละ 20.5 เซนติเมตร

### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง (3 คะแนน)
- (3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)
- (4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังไม่สำเร็จ (1 คะแนน)
- (5) ทำให้ไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) หรือไม่ทำ (0 คะแนน)

### ข้อที่ 3 สร้างมุมจากมุมฉาก

#### แนวคิด/วิธีทำ

3.1 เนื่องจาก  $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  ดังนั้นต้องพับกระดาษแสดงมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  และ  $\frac{1}{4}$  ของมุมฉาก (หรือพับกระดาษแสดงมุมที่มีขนาดเป็น 45 องศา และ  $22\frac{1}{2}$  องศา) ให้เป็นมุมประชิดกัน

ขั้นตอนในการพับกระดาษแสดงมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉากมีขั้นตอนดังนี้

- (1) พับกระดาษสร้างส่วนของเส้นตรง กำหนดจุดจุดหนึ่งบนส่วนของเส้นตรงนั้นเพื่อแสดงมุมตรง หรือมุมที่มีขนาด 180 องศา
- (2) พับกระดาษให้แขนทั้งสองข้างของมุมตรงซ้อนทับกัน จะได้มุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  ของมุมตรง คือมุมฉากหรือมุมที่มีขนาด 90 องศา
- (3) พับกระดาษให้แขนทั้งสองข้างของมุมฉากซ้อนทับกัน จะได้มุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  ของมุมฉาก คือมุมที่มีขนาด 45 องศา จำนวนสองมุม
- (4) เลือกมุมที่มีขนาด 45 องศาหนึ่งมุม พับกระดาษให้แขนทั้งสองข้างของมุมที่มีขนาด 45 องศาซ้อนทับกัน จะได้มุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  ของมุมที่มีขนาด 45 องศา คือมุมที่มีขนาด  $22\frac{1}{2}$  องศา หรือคือมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{4}$  ของมุมฉาก

เมื่อนำมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  และ  $\frac{1}{4}$  ของมุมฉาก มาประกอบกัน จะได้มุมที่มีขนาดเป็น

$\frac{3}{4}$  ของมุมฉากตามต้องการ

3.2 พับกระดาษแสดงมุมฉากหรือมุมที่มีขนาด 90 องศาตามวิธีการข้างต้น แล้วพับมุมแบ่งเป็น 4 ส่วนที่เท่ากัน โดยพับครึ่งมุมฉากและพับครึ่งอีกครั้งหนึ่ง มุมสามมุมในจำนวนมุมทั้งหมดสี่มุมจะเป็นมุมที่ต้องการ ซึ่งมีขนาดเป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉาก และเท่ากับ  $\frac{3}{4} \times 90 = 67\frac{1}{2}$  องศา

### เกณฑ์การให้คะแนน

แบ่งการให้คะแนนเป็นสามส่วนคือ

- (1) การพับกระดาษแสดงมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉาก คะแนนเต็ม 2 คะแนน

- ◆ มีร่องรอยแสดงขั้นตอนการพับถูกต้อง และเขียนแขนของมุมแสดงมุมที่ต้องการถูกต้อง ชัดเจน (2 คะแนน)
- ◆ มีร่องรอยแสดงขั้นตอนการพับถูกต้อง แต่ไม่เขียนแขนของมุมแสดงมุมที่ต้องการหรือเขียนแสดงไม่ถูกต้อง (1 คะแนน)
- ◆ ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้น (0 คะแนน)

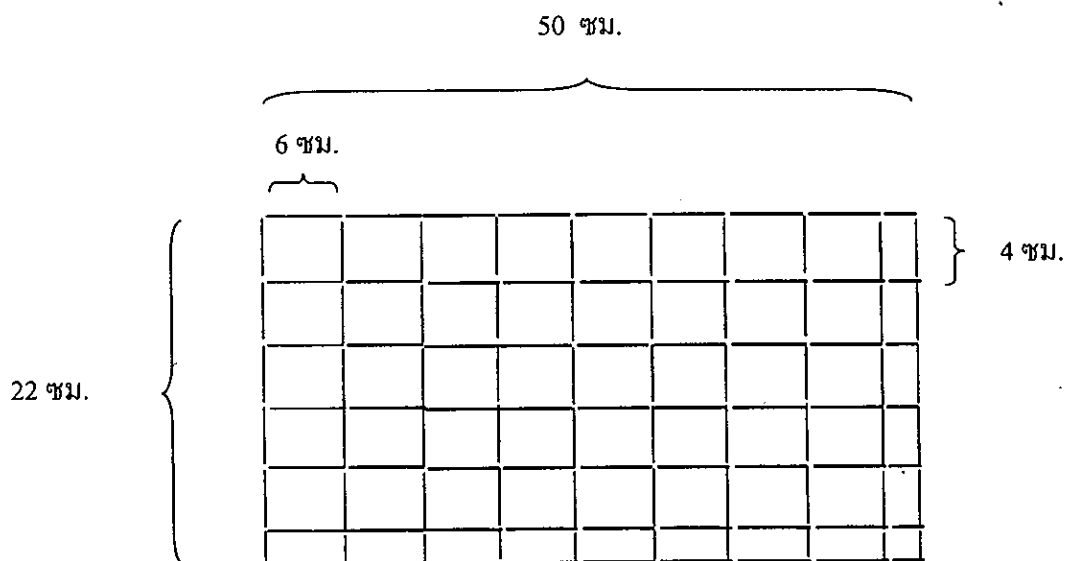
(2) บอกขนาดของมุมที่พับได้ถูกต้องว่ามีขนาด  $67\frac{1}{2}$  องศา (1 คะแนน)

(3) บอกเหตุผล ในการหาขนาดของมุมที่พับได้ถูกต้อง (1 คะแนน) เช่น อธิบายว่า

- ◆ เป็นมุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{1}{2}$  และ  $\frac{1}{4}$  ของมุมฉาก เมื่อนำมาประกอบกัน จะได้มุมที่มีขนาดเป็น  $\frac{3}{4}$  ของมุมฉาก ซึ่งเท่ากับ  $\frac{3}{4}$  ของ 90 องศา หรือ  $67\frac{1}{2}$  องศา
- ◆ เป็นมุมที่มีขนาดเป็น  $45 + 22\frac{1}{2} = 67\frac{1}{2}$  องศา

#### ข้อที่ 4 แบ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

แนวคิด/วิธีทำ เขียนภาพแสดงการแก้ปัญหาได้ดังนี้



ด้านกว้าง 22 เซนติเมตร แบ่งเป็นส่วนละ 4 เซนติเมตร ได้  $22 \div 4 = 5$  ส่วน เหลือ เศษ 2

ด้านยาว 50 เซนติเมตร แบ่งเป็นส่วนละ 6 เซนติเมตร ได้  $50 \div 6 = 8$  ส่วน เหลือ เศษ 2

ดังนั้นตัดแบ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามต้องการ ได้  $5 \times 8 = 40$  รูป เศษที่เหลือตัดทิ้ง

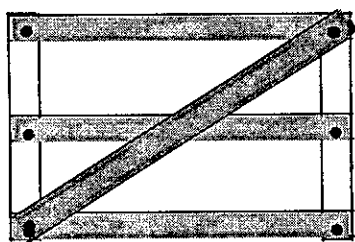
### เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง (3 คะแนน)
- (3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)
- (4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังไม่สำเร็จ (1 คะแนน)
- (5) ทำให้ไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) หรือไม่ทำ (0 คะแนน)

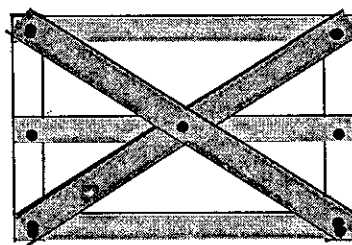
### ข้อที่ 5 ซ่อมประตูรั้ว

แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบ

- (1) เนื่องจากประตูรั้วไม้ มีโครงเป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งไม่มั่นคง สามารถโย้โย้ได้
- (2) สามารถซ่อมประตูรั้วโดยดัดตะปูติดแผ่นไม้กับรั้วดังภาพ



หรือ



- (3) เมื่อดัดตะปูติดแผ่นไม้กับประตูรั้วดังภาพ จะเกิดเป็นโครงสร้างของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมั่นคง แข็งแรง ไม่โย้โย้

### เกณฑ์การให้คะแนน

แบ่งการให้คะแนนเป็น 3 ส่วน คือ

- (1) การอธิบายให้เหตุผลว่าทำไมรั้วจึงโย้ได้ โดยให้คะแนนความถูกต้อง 1 คะแนน
- (2) การเขียนภาพ หรือการอธิบายแนวคิดในการซ่อมรั้ว โดยให้คะแนนความถูกต้อง ชัดเจน 1 – 2 คะแนน
- (3) การอธิบายให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดในข้อ (2) โดยให้คะแนนความถูกต้อง 1 คะแนน

## ข้อที่ 6 หาความสูงจากเงา

แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบ

นำข้อมูลเกี่ยวกับความยาวของเงาและความสูงของหลักไม้ มาเขียนให้เป็นระเบียบ

| หลักไม้อันที่ | ความยาวของเงา (เมตร) | ความสูงของหลักไม้ (เมตร) |
|---------------|----------------------|--------------------------|
| 1             | 0.60                 | 1.20                     |
| 2             | 0.90                 | 1.80                     |
| 3             | 1.00                 | 2.00                     |

จะเห็นว่าความสูงของหลักไม้ทุกอันยาวเป็น 2 เท่าของความยาวของเงาของหลักไม้นั้น

ในขณะเวลาเดียวกันนี้ความสูงของสิ่งอื่นที่ตั้งฉากกับพื้นดินจะยาวเป็น 2 เท่าของความยาวของเงาของสิ่งนั้นซึ่งรวมถึงเสาธงด้วย เมื่อวัดความยาวของเงาของเสาธงได้ยาว 8.50 เมตร จะได้ว่าความสูงของเสาธงเท่ากับ  $2 \times 8.50 = 17.00$  เมตร เป็นคำตอบที่ต้องการ

เกณฑ์การให้คะแนน

- (1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)
- (2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง(3คะแนน)
- (3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)
- (4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังไม่สำเร็จ (1 คะแนน)
- (5) ทำให้ไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) หรือไม่ทำ (0 คะแนน)

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา

การตรวจให้คะแนนผลงานการแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบพิจารณาองค์รวม ดังตาราง 1

ตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบพิจารณาองค์รวม

| คะแนน/ความหมาย       | การแสดงผลการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4<br>ยอดเยี่ยม       | <ul style="list-style-type: none"> <li>ดำเนินการแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบของปัญหาถูกต้อง สมบูรณ์</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 3<br>ดี              | <ul style="list-style-type: none"> <li>ดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไป โดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ</li> <li>เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์ หรือ</li> <li>เลือกใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา</li> </ul>                                                                                               |
| 2<br>พอใช้           | <ul style="list-style-type: none"> <li>ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสม และได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ</li> <li>ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ</li> <li>ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ</li> <li>ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือ</li> <li>ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา</li> </ul> |
| 1<br>ยังต้องปรับปรุง | <ul style="list-style-type: none"> <li>แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการ และมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ</li> <li>พยายามแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสม เพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหายุทธวิธีอื่น หรือ</li> <li>มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหา แต่ไม่ดำเนินการต่อ</li> </ul>                                                                                                                 |
| 0<br>ไม่พยายาม       | <ul style="list-style-type: none"> <li>ไม่แสดงผลการแก้ปัญหา หรือ ไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

**ภาคผนวก ข**  
**แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา และเกณฑ์การประเมิน**  
**พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา**







เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา

การให้คะแนนพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา ใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนน การสำรวจศึกษา

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงผลการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                              |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | สร้างข้อความคาดการณ์ ข้อสรุป กฎ หรือนัยทั่วไปของคำตอบของปัญหาในรูปการอธิบายด้วยถ้อยคำได้ชัดเจน                   |
| 2<br>ดี        | แสดงแนวคิดหรือวิธีการที่นำไปสู่การสังเกต รวบรวม และ ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล แต่ยังสร้างข้อสรุปได้ไม่ชัดเจนนัก |
| 1<br>พอใช้     | แสดงแนวคิดหรือวิธีการที่นำไปสู่การสังเกต รวบรวม และ ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล แต่ยังไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้    |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการที่นำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้                                                       |

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนน การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงผลการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                                                                                 |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพ ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์                                                                                 |
| 2<br>ดี        | เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ หรือ เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ยังไม่เหมาะสม มีประสิทธิภาพน้อย ทำให้การแก้ปัญหาคิดได้ไม่สมบูรณ์ |
| 1<br>พอใช้     | มีการแสดงผลการแก้ปัญหบบางอย่างที่จะนำไปสู่การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ไม่แสดงให้เห็นอย่างชัดเจน                                                        |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่เลือก หรือเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม ทำให้แก้ปัญหาไม่ได้                                                                                              |

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนน ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงผลการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                                                                                                  |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | มโนคติของคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้มีความถูกต้อง สอดคล้องกับสาระสำคัญของปัญหา ช่วยให้ปัญหามีความชัดเจนขึ้น และนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง                                                  |
| 2<br>ดี        | มโนคติของคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้มีความถูกต้อง แต่การเชื่อมโยงกับสาระสำคัญของปัญหายังไม่ชัดเจน หรือแสดงถึงการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาใช้แก้ปัญหาได้เพียงบางส่วนเท่านั้น |
| 1<br>พอใช้     | มโนคติของความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาบางส่วนมีความคลาดเคลื่อน ทำให้การแก้ปัญหาไม่มีประสิทธิภาพ                                                                      |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่แสดงถึงการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา หรือนำมาใช้ไม่ถูกต้อง                                                                                                        |

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนน ความคิดยืดหยุ่น

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงผลการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                                                                                                   |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | แสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาหรือแสดงคำตอบได้มากกว่าหนึ่ง แนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้มากกว่าหนึ่งวิธี                                                  |
| 2<br>ดี        | แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมได้ หนึ่งวิธี และมีสิ่งบ่งชี้ค่อนข้างชัดเจนถึงความพยายามที่จะแสวงหาแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบอย่างอื่นอีกในแนวทางที่ถูกต้อง แต่ยังแสดงได้ไม่สมบูรณ์ |
| 1<br>พอใช้     | มีความพยายามที่จะแสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี แต่ยังแสดงได้ไม่ถูกต้อง                                       |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่แสดงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาให้ได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด หรือไม่แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่เหมาะสมให้ได้มากกว่าหนึ่งวิธี                                                    |

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนน ความคิดริเริ่ม

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                           |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | แสดงวิธีการคิดแก้ปัญหาที่แปลกใหม่เป็นของตนเอง แสดงถึงความเป็นต้นแบบในการคิดแก้ปัญหา         |
| 2<br>ดี        | นำแนวคิดในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้ มาพัฒนาให้อยู่ในแนวทางของตนเอง และสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ |
| 1<br>พอใช้     | มีสิ่งบ่งชี้บางอย่างให้เห็นแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่                                   |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่ปรากฏแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่                                                      |

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนน การสื่อความคิดในการแก้ปัญหา

| คะแนน/ความหมาย | การแสดงการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น                                                                                                  |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3<br>ดีมาก     | นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน มีการใช้ตัวแบบหรือสิ่งแทนปัญหา เช่น สิ่งของ รูปภาพ แผนภาพ ตาราง |
| 2<br>ดี        | นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างคร่าว ๆ แต่มีความครอบคลุมสาระสำคัญครบถ้วน                              |
| 1<br>พอใช้     | นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้เพียงเล็กน้อย ผิดเพี้ยน พอมองเห็นแนวทาง                                     |
| 0<br>ต้องแก้ไข | ไม่สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาให้เข้าใจถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้                                                                   |

ภาคผนวก ข  
แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

## แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

\*\*\*\*\*

### คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงความคิดหรือความเห็น ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดเห็นดังกล่าวของนักเรียนเป็นความคิดเห็นเฉพาะบุคคลไม่มีถูกหรือผิด ฉะนั้นขอให้ตอบตรงกับความรู้สึกของนักเรียนที่สุด

2. ในแต่ละข้อจะมีข้อความกำหนดให้ ขอให้นักเรียนอ่านข้อความให้เข้าใจ แล้วแสดงความคิดเห็นที่มีต่อข้อความด้วยการกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องหนึ่งโดยตรงกับความคิดเห็นของนักเรียน ดังตัวอย่างการตอบ ดังนี้

### ตัวอย่าง

| ข้อที่ | ข้อความ                                      | เห็นด้วย<br>อย่างยิ่ง | เห็นด้วย | ไม่แน่ใจ | ไม่เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย<br>อย่างยิ่ง |
|--------|----------------------------------------------|-----------------------|----------|----------|-------------|--------------------------|
| 1.     | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการเรียนต่อ |                       | ✓        |          |             |                          |

แสดงว่าผู้ตอบเห็นด้วย กับข้อความที่กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการเรียนต่อ”

| ข้อที่ | ข้อความ                                                                     | เห็นด้วย<br>อย่างยิ่ง | เห็นด้วย | ไม่แน่ใจ | ไม่เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย<br>อย่างยิ่ง |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----------|----------|-------------|--------------------------|
| 1      | คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ                                            |                       |          |          |             |                          |
| 2      | การเรียนรู้คณิตศาสตร์เข้าใจง่ายเพราะมีขั้นตอน                               |                       |          |          |             |                          |
| 3      | ฉันสนุกกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์                                          |                       |          |          |             |                          |
| 4      | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฉันมีความกระตือรือร้นใน<br>การค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ |                       |          |          |             |                          |
| 5      | ฉันชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น ๆ<br>โดยเฉพาะวิชาที่ต้องท่องจำ     |                       |          |          |             |                          |
| 6      | ฉันชอบหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์<br>ที่ยากและท้าทายความคิดอยู่เสมอ   |                       |          |          |             |                          |
| 7      | วิชาคณิตศาสตร์น่าเบื่อหน่าย                                                 |                       |          |          |             |                          |
| 8      | ฉันสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้เร็วกว่า<br>วิชาอื่น                      |                       |          |          |             |                          |
| 9      | ฉันสามารถตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่า<br>วิชาอื่น                         |                       |          |          |             |                          |
| 10     | คณิตศาสตร์ช่วยให้การทำงานมีขั้นตอนดีขึ้น                                    |                       |          |          |             |                          |
| 11     | ฉันไม่สนุกกับการคิดคำนวณที่ซับซ้อน                                          |                       |          |          |             |                          |
| 12     | ฉันขยันทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์                                            |                       |          |          |             |                          |
| 13     | ฉันไม่ชอบทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์                                            |                       |          |          |             |                          |
| 14     | ฉันสบายใจเมื่อได้ทำกิจกรรมหรืองานเกี่ยวกับ<br>คณิตศาสตร์                    |                       |          |          |             |                          |
| 15     | คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนสนุก                                              |                       |          |          |             |                          |
| 16     | ฉันชอบทำแบบฝึกหัดวิชาอื่นมากกว่าวิชา<br>คณิตศาสตร์                          |                       |          |          |             |                          |
| 17     | ฉันรู้สึกมั่นใจในการทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์                                  |                       |          |          |             |                          |
| 18     | ฉันชอบเข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์<br>อยู่เสมอ                 |                       |          |          |             |                          |
| 19     | คณิตศาสตร์ฝึกให้คนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล                                     |                       |          |          |             |                          |
| 20     | ฉันมีความมั่นใจมากเวลาคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์                                 |                       |          |          |             |                          |



กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทคัดย่อ  
ของ  
ปรีชา เนาว์เย็นผล

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา  
มีนาคม 2544

การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมีความมุ่งหมายที่จะศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วจะเกิดผลอย่างไรต่อนักเรียนในด้านต่อไปนี้คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1

ผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ในลักษณะเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 100 นาที แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู ในกิจกรรมการเรียนการสอน ได้นำเสนอด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดซึ่งมีความเชื่อมโยงกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถหาคำตอบของปัญหาด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เพิ่มเติมด้วยการขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา ผสมกับการทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ และสอดแทรกการแนะนำยุทธวิธีแก้ปัญหา ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทของนักเรียนในการลงมือปฏิบัติ โดยการอภิปรายและกำหนดแนวทางแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เพื่อพัฒนากิจกรรมและตอบคำถามตามที่ระบุในความมุ่งหมายของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด อำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวนสองห้องเรียน จำนวนนักเรียน 95 คน

#### ผลการวิจัยพบว่า

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/ 75 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียนค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาลงมือทำไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง ในระยะสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหเองได้อย่างอิสระ ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงมือทำพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหามีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน ได้ดีกว่าปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย

2. ผลการประเมินพฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา พบว่า พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาของ นักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียน ในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนพบว่า พฤติกรรมความคิดแก้ปัญหามิในทุกด้าน ของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี”

3. ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง กับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ซึ่งเป็นรายวิชา บังคับแกน สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

ดังนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด จึงน่าจะนำไปใช้ได้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้บรรลุผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา ตามเป้าหมายที่กำหนด

MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING ACTIVITIES  
THROUGH OPEN-ENDED PROBLEM SOLVING FOR  
MATHAYOM SUKSA I STUDENTS

AN ABSTRACT  
BY  
PREECHA NOWYENPHON

Presented in partial fulfillment of the requirements for the  
Doctor of Education degree in Mathematics Education  
at Srinakharinwirot University

March 2001

The purposes of this research were to develop mathematics teaching and learning activities through open-ended problem solving for Mathayom suksa I students and to study their implementation effects on the following student variables : ability to solve problems, behaviors reflecting problem-solving thoughts, attitudes towards mathematics and mathematical learning achievement in the course MATH 101 : Mathematics 1.

The researcher developed the open-ended problem solving activities in the form of 15 activity packages, each of which required 100 minutes of instruction time. Each package included a lesson plan and supplementary documents for the teacher. An open-ended problematic situation, related to the mathematics lesson, was provided in each package, the solution of which required an application of mathematical knowledge and skills at a level not exceeding the content of the course MATH 101 : Mathematics 1. Polya's four-step problem solving process, with the addition of problem extension and note taking of problem solving methods, was utilized in the dynamic problem solving framework to construct questions to motivate students to solve problems systematically . Also included was a review of fundamental mathematics knowledge employed by students and the insertion of advice on problem solving strategies through instructional activities that emphasized students' active participation via discussion and small group processes for the development of problem solutions.

The sample for the field experiment in order to develop the packages and find answers to research questions as specified in the research objectives consisted of 95 Mathayom suksa I students who were studying in the first semester of the 2543 academic year at Pak Kred School, Pak Kred District, Nonthaburi Province.

Research findings were as follows :

1. Mathematics instructional activities with the open-ended problem solving technique met the 75/75 efficiency criteria. Prior to the experiment, most students in the experimental group had rather low levels of problem solving abilities. During the experiment, students' problem solving abilities gradually improved from the problem solving level that required the instant use of questions to motivate and suggest problem solving guidelines to the levels that required fewer and fewer motivating questions. In the final stage of the experiment, most students could plan and determine freely the problem solving strategies. Results of the post-experiment testing indicated

that most of them could solve problems with structures similar to the ones that they had experienced before better than those that were not familiar to them.

2. Results of the evaluation of problem solving behaviors showed that every pre-experiment problem solving behavior, namely, problem investigation, problem solving strategy, employment of fundamental mathematics knowledge, flexibility, originality and communication of thought in problem solving of every student in the experimental group was at the "correction required" level. Every problem solving behavior of most students improved to the "good" and "very good" levels during the experiment. Post-experiment evaluation revealed that every problem solving behavior of students was at the "good" level.

3. Results of the post-learning attitude evaluation showed that experimental group students possessed positive attitudes towards mathematics.

4. Results of the comparison of students' mathematics learning achievement in the course MATH 101 : Mathematics 1 with the achievement norm of the school through the use of Z-test revealed that the experimental group students' learning achievement for the course which was a core course was significantly higher than the achievement norm for the school.

As a result, it can be concluded that the developed open-ended problem solving activities packages might be suitable for application with Mathayom suksa I students to develop their problem solving abilities.

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นายปรีชา เนาว์เย็นผล

วันเดือนปีเกิด วันที่ 18 เดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2495

สถานที่เกิด อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม

สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 16/504 ถนนพินุลสงคราม ตำบลบางเขน อำเภอเมือง  
จังหวัดนนทบุรี 11110

ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน รองศาสตราจารย์ ระดับ 9 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย  
สุโขทัยธรรมาราช จังหวัดนนทบุรี และผู้อำนวยการสาขาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริม  
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กรุงเทพมหานคร

## ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2505 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดศาลวัน อำเภอนครชัยศรี  
จังหวัดนครปฐม

พ.ศ. 2508 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โรงเรียนบ้านบางกระทึก (วัดคอนห่วย)  
อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม

พ.ศ. 2511 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจรัญราษฎร์รังสฤษดิ์ อำเภอนครชัยศรี  
จังหวัดนครปฐม

พ.ศ. 2515 ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูบ้านสมเด็จเจ้าพระยา

พ.ศ. 2517 การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) วิทยาลัยวิชาการศึกษา พระนคร

พ.ศ. 2521 การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2544 การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ