

510.76

๑ 4317

๖ ๘

การศึกษาลักษณะวิธีการ เรียนและความคงทนในการ เรียนรู้ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการหาแบบฝึกหัด
แบบปรนัยชนิด เลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย
กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

ปริญญานิพนธ์

ของ

วาสนา สุพันธ์

๒๔ พ.ค 2535

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กรกฎาคม 2530

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

178094

๕51499

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการทำแบบฝึกหัด

แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย

กับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

นางสาวอ

ของ

วราภา สุวัฒน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประถมมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของงานศึกษาค้นคว้าวิจัย

ปริญญาดุษฎีบัณฑิตกิตติมศักดิ์

กรกฎาคม 2530

2. ค่าเฉลี่ยของความงกหนในการเรียนรูวืววัฒนิตถวศตรร ของนักเรียนกลุ่มนที่เรียนโดย การทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สูงกว่าค่าเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนที่เรียนโดยการทำแบบ ฝึกหัดแบบอัตนัย และกลุ่มนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของความงกหนในการเรียนรูวืวของนักเรียนกลุ่มนที่เรียนโดยการทำแบบ ฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย แตกต่างกันอย่าง ไม่นัยสำคัญทางสถิติ

การศึกษารังนี้ เป็นการศึกษาลักษณะสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดอัตนัย และแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529 จำนวน 90 คน แบ่งเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายโดยวิธีการจับสลากจากนักเรียนทั้งหมด 149 คน นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มสอนตามคู่มือครู แต่ทำแบบฝึกหัดต่างกัน คือ กลุ่มทดลองที่ 1 ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ กลุ่มทดลองที่ 2 ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย และกลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ใช้เวลาทดลองกลุ่มละ 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที หลังจากเรียนจบมาเรียนแล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมีแบบทดสอบ 2 ฉบับคือ แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ แบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ หลังจากทดลองผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ทำการทดสอบพร้อมกันทั้ง 3 กลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ชุดเดิม เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ แบบแผนการวิจัยดำเนินการตามแบบ Randomized Control Group Posttest only Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

ผลการศึกษาพบว่า

1 ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดปรนัยชนิดเลือกตอบ และค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน สูงกว่าค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ กับนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

A STUDY OF MATHAYOM SUKSA III STUDENTS' MATHEMATICS ACHIEVEMENT
AND LEARNING RETENTION USING THE TEACHER HANDBOOK WITH
MULTIPLE CHOICES EXERCISES, SUBJECTIVE EXERCISES
AND EXERCISES IN THE TEXT-BOOK

AN ABSTRACT

BY

WASANA SUPAT

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University

July 1987

The purpose of this research was to study the Mathayom Suksa III students' achievement and retention in Mathematics using the teacher's handbook with multiple choices exercises, subjective exercises and exercises in the text-book.

The sample consisted of three groups of Mathayom Suksa III students of Dongmafa Wittaya School, Amphoe Muang, Sakonnakhon. The experiment was conducted during the second semester of 1986 academic year. Ninety students were randomly selected out of 149 students. These 90 students were randomly assigned into 3 groups, two experimental groups and one control group. There were 30 students in each group. The first experimental group learned through multiple choices exercises, the second experimental group learned through subjective exercises, and the control group learned through exercises in the text-book. Each group was taught for 13 periods and each periods lasted for 50 minutes. After the treatment, the achievement test was administered to the subject. The retention was tested after the experiment lasted for two weeks. The Randomized Control Group Posttest only Design was used in the study. The Analysis of Variance (ANOVA) was employed to analyze the data.

The results of the study revealed that:

1. The mean scores of Mathematics achievement of the first experimental group and of the control group were significantly higher ($p < 0.05$) than that of the second experimental group, but the mean scores of Mathematic achievement of the first experimental group and the control group were not significantly different.

2 Concerning retention in learning Mathematics, the results showed that the mean score of the first experimental group was significantly greater ($p < 0.05$) than that of the second experimental group and the control group, but the mean scores of the second experimental group and the control group were not significantly different.

คณะกรรมการพิจารณาประจำตัวนิสิต และคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปัญหานี้
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการพิจารณา

.....ประธาน

.....กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน

.....กรรมการ

.....กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจากคณะอาจารย์ที่ปรึกษา คือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ กร.วิชัย คีตสระ และตร.สมชาย ชูชาติ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำช่วยเหลือ และให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยมาตลอด อาจารย์เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รศ.จรินทร์ ประสงค์สม อาจารย์เพ็ญพิมล ภูศิริวิเชียร และศึกษานิเทศก์เขตการศึกษา 9 จังหวัดอุตรธานี ที่ได้กรุณาให้ความช่วยเหลือตรวจและแก้ไขแบบฝึกหัดแบบทดสอบ วิเคราะห์แบบฝึกหัดที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่เหรียญทอง นามโยธาทิ ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือค่านทุนทรัพย์ และกำลังใจ อาจารย์เจน-อาจารย์สุมาลี บุญยารมย์ อาจารย์ธีรวัฒน์ คาหนองดู อาจารย์ใหญ่โรงเรียนคงมะไฟวิทยา ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลอง กลุ่มตัวอย่าง อาจารย์สมบูรณ์ ลาภิลลา ผู้อำนวยการโรงเรียนสกลนครพัฒนศึกษา อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์โรงเรียนสกลราชวิทยานุกูล และอาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนสกลนครพัฒนศึกษา ที่ได้กรุณาให้ความร่วมมือในการทดลองแบบทดสอบ ขอขอบคุณคณาจารย์โรงเรียนคงมะไฟวิทยา อาจารย์วาสนา วงศ์กาฬสินธุ์ อาจารย์วรารักษ์ รัตน-คุณกรรณิกา สุพันธ์ คุณพิระศักดิ์ ศิริสวัสดิ์และเพื่อน ๆ เอกมัธยมศึกษา การสอนคณิตศาสตร์ทุกคน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจ ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคงมะไฟวิทยา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสกลราชวิทยานุกูล นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสกลนครพัฒนศึกษา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนพังโคนวิทยาคม ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลเป็นอย่างดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์นี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดา และครูอาจารย์ที่ได้อบรมสั่งสอนและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

วาสนา สุพันธ์

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	5
	กํานิยามศัพท์เฉพาะ	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
	ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ..	9
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัด	10
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้ ...	32
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้	35
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	37
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	39
	กลุ่มประชากร	39
	กลุ่มตัวอย่าง	39
	เวลาที่ใช้ในการทดลอง	40
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	40
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	40
	แบบแผนการวิจัย	44
	วิธีดำเนินการทดลอง ..	45
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	46

4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	50
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	50
	การวิเคราะห์ข้อมูล	50
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	51
5	สรุป อภิปราย และขอเสนอแนะ	64
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	64
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	64
	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	65
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	66
	อภิปรายผล	67
	ข้อสังเกตในการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ	73
	ขอเสนอแนะ	73
	บรรณานุกรม	75
	ภาคผนวก	82
	ภาคผนวก ก	83
	ภาคผนวก ข	101
	ภาคผนวก ค	192

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากคะแนนของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย	52
2 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยทีละคู่ ของ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย	53
3 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ	54
4 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยทีละคู่ของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนจากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ	55
5 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากข้อสอบแบบอัตนัย	56
6 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยทีละคู่ของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนจากข้อสอบแบบอัตนัย	57
7 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิเคราะห์จากคะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัยหลังการทดสอบสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์	58
8 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยทีละคู่ของคะแนน ความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดสอบสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ จาก คะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และข้อสอบแบบ อัตนัย	59

9	ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ	60
10	ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ของคะแนน ความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ	61
11	ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิเคราะห์จากคะแนนของแบบทดสอบแบบอัตนัย หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์	62

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แผนภูมิแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้	33

ภูมิหลัง

การศึกษาในปัจจุบัน มุ่งที่จะเน้นให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างมีเหตุผล และให้รู้จักคิดสร้างสรรค์ คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่ง เพราะความมุ่งหมายโดยทั่ว ๆ ไปของการเรียนการสอนวิชานี้ มุ่งให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลและให้มีทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อให้สามารถคิดแก้ปัญหาได้ (จารึก วิเชียร เกื้อ 2527 : 1)

ตั้งแต่ประเทศไทยเริ่มใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นต้นมา จนถึงการใช้หลักสูตรฉบับปัจจุบัน ความคิดในเรื่อง 'คณิตศาสตร์แผนใหม่หรือแผนปัจจุบัน' ยังไม่เป็นที่เข้าใจกันดีนักในระหว่างผู้สอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไป ซึ่งมีความโน้มเอียงที่จะคิดว่า การสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่หรือแผนปัจจุบันมุ่งเน้นเรื่องความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์แค่ด้านเดียว ครูผู้สอนไม่จำเป็นต้องให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติทางด้านการหาแบบฝึกหัดหรือการทำกรงานมากนัก เพราะถือว่าถ้าสอนเรื่องใดให้เข้าใจแล้วหาตัวอย่างให้ดู และให้ผู้เรียนลองหาแบบฝึกหัดตามแบบตัวอย่างที่ให้เพียงไม่กี่ข้อย่อมเป็นการเพียงพอและเป็นการถูกต้องตามหลักการของคณิตศาสตร์แผนใหม่หรือแผนปัจจุบันดีแล้ว ดังนั้นจึงเกิดปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาว่า ผู้เรียนส่วนมากไม่มีทักษะในการคิดคำนวณ และไม่มีทักษะในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามที่ตั้งจุดประสงค์ไว้ (สุชาติ รัตนกุล 2526 : 518) ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนจะต้องปรับปรุงการเรียนการสอนในแต่ละครั้งให้มีการฝึกทักษะ การประเมินผล เมื่อสอนจบแต่ละหน่วยหรือแต่ละคาบ เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่บรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ให้ดำเนินการซ่อมเสริม วิธีตรวจสอบว่านักเรียนบรรลุตาม

จุดประสงค์ที่วางไว้หรือไม่ อาจใช้วิธีการตรวจแบบฝึกหัด ตรวจผลงาน การซักถาม การอภิปรายระหว่างเรียน การทดสอบ เป็นต้น (สพหวัง พิชยานุวัฒน์ 2529 : 6)

การทำสิ่งใดก็ตามที่มุ่งให้สำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้ จะต้องมีความพร้อม มนุษย์จะมีความพร้อมด้วยการฝึกฝน คือฝึกฝนแล้วจึงจะเกิดความพร้อม มิใช่รอคอยให้ เกิดความพร้อมขึ้นเอง (สุวัทนา อุทัยวัฒน์ 2526 : 104 อ้างอิงมาจาก Bruner.n.d.) การฝึกทำให้เกิดนิสัยที่ดีในการเรียน และความชำนาญส่วนใหญ่เกิดจากการกระทำซ้ำ ๆ สม่ำเสมอและควรให้เกิดความสนุกสนานเพลิดเพลินด้วย ก่อนที่จะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูต้องให้นักเรียนเข้าใจเสียก่อนเพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างกระบวนการ เรียนของ ตนเอง ซึ่งเมื่อนักเรียนได้ฝึกฝนหลังจากมีความพร้อมแล้ว จะทำให้นักเรียนเกิดทักษะ และช่วยเสริมกำลังของการเรียนรู้สิ่งนั้นให้คงทนถาวร (บุญมี จันทรสมุทร 2524 : 1 - 2 อ้างอิงมาจาก Downes and Palling. n.d. unpagged) ซึ่งสอดคล้อง กับความเห็นของ วิลลoughบี (Willoughby. 1976 . 21) ที่ได้เสนอแนะว่า หลังจากให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนแล้ว ควรจะได้มีการฝึกหัดอย่าง เพียงพอจนทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์พื้นฐาน (Basic Concept) ในเนื้อหานั้น ๆ อย่างแจ่มชัด ทั้งนี้เพราะการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดทั้งที่โรงเรียนและที่บ้านมีความ มุ่งหมายเพื่อให้ นักเรียนได้ขบแวนบทเรียนเป็นการเสริมประสบการณ์ และความสนใจ ของนักเรียนให้กว้างขวางยิ่งขึ้น (สุคา บุญยไวโรจน์ 2523 : 9) เป็นการฝึกหัด ให้นักเรียนควบคุมตนเอง รู้วิธีทางที่จะได้เรียนรู้การทำงานด้วยตนเอง หัดรับผิดชอบ และมีประสบการณ์ในการเรียนเพิ่มจากที่ครูสอน ดังนั้น การทำแบบฝึกหัดมีความสำคัญ มากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (ประสาน มาลากุล ณ อยุธยา 2518 : 43) สคอรลิง (Schorling. 1963 24 - 28) ได้จำแนกแบบฝึกหัดในวิชา คณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะคือ แบบฝึกหัดเพื่อฝึกทักษะ และแบบฝึกหัดเพื่อฝึกฝนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ฉะนั้นการหาแบบฝึกหัดจึงช่วยให้การ เรียนการสอนเป็นไปตามจุดมุ่งหมาย ที่สำคัญ 2 ประการคือ การเพิ่มทักษะการคำนวณ และความสามารถในการแก้ปัญหา

แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนได้ฝึกนั้น มีทั้งแบบฝึกหัดที่เป็นอัตนัยและปรนัย ดังที่ บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ 2521 : 110 - 111) ได้ จาแนกรูปแบบของข้อสอบหรือข้อคำถามออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบอัตนัยหรือความเรียง
2. แบบปรนัยหรือข้อเขียนตอบสั้น ๆ
 - 2.1 แบบเลือกตอบ
 - 2.2 แบบถูก-ผิด
 - 2.3 แบบจับคู่
 - 2.4 แบบเติมคำหรือข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ซึ่งข้อคำถามทั้งสองชนิดต่างก็มีทั้งข้อดีและข้อเสีย คือ ข้อคำถามแบบปรนัย เป็นคำถามที่มีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนั้น สามารถวิเคราะห์ คุณภาพ วัดได้ตรงตามความมุ่งหมายของการสอน สามารถสร้างให้มีความเชื่อมั่นได้สูง แต่จะเสียเวลาเสียค่าใช้จ่ายมากในการสร้างและสร้างได้มากกว่าข้อคำถามแบบอัตนัย ส่วนข้อเสียของคำถามแบบอัตนัยคือ วัดเนื้อหาจากกิต การตรวจให้คะแนนขาดความเชื่อมั่น และเสียเวลาในการตรวจ แต่อย่างไรก็ตาม ข้อคำถามแบบอัตนัยก็ยังเป็นที่นิยมอยู่มาก เพราะข้อคำถามแบบอัตนัยช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี สามารถนำไปใช้วัดสมรรถภาพทาง การรวบรวมความคิดให้สมบูรณ์ มีความคิดสร้างสรรค์และป้องกันการเดาของนักเรียนได้ (โกวิท ประวาลพฤษย์ และสมศักดิ์ สิ้นธุระเวช 2527 : 110 - 111) ซึ่งจะ ทำให้ให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดเลือกแนวคิด การจัดระบบความคิดและ การสังเคราะห์สิ่งต่าง ๆ นับว่าเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการให้การศึกษา (อนันต์ ศรีโสภา 2524 : 6)

การที่กระทรวงศึกษาธิการได้มีการ เปลี่ยนแปลงหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นขึ้น เมื่อปี พ.ศ. 2521 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาทุกคนให้มีประสิทธิภาพทั้งในด้านสติปัญญา ความสามารถ จริยธรรมและคุณธรรมประจำตนเป็นสำคัญ (กมล สุกประเสริฐ 2522 : 12) ดังนั้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความสามารถ

ทางสติปัญญาของเด็ก และจากการศึกษาค้นคว้าพบว่า การทำแบบฝึกหัดเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนการสอน ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และแบบฝึกหัดแบบอัตนัยเพื่อเป็นสื่อในการเรียนการสอนและเพื่อศึกษาว่าการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดอัตนัยจะช่วยเพิ่มความสามารถในการเรียน และทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการฝึกเนื้อหาอื่นของวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครู โดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ทอวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครู โดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการปรับปรุง พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ โดยการนำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มากกว่าแบบฝึกหัดแบบอัตนัย หรือการนำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยมากกว่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร กลุ่มประชากรของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา ตำบลขมิ้น อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 4 ห้องเรียน รวมเป็น 149 คน ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529

2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529 จำนวน 90 คน ซึ่งใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 149 คน 4 ห้องเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งเป็น 5 หัวข้อย่อยคือ

3.1 คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

3.2 ซายน์

3.3 โคซายน์

3.4 แทนเจนต์

3.5 การพิสูจน์เอกลักษณ์

4. เวลาที่ใช้ในการทดลอง ใช้รวมทั้งสิ้น 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที

5. ตัวแปรที่ศึกษา

5.1 ตัวแปรอิสระ คือ การทำแบบฝึกหัด 3 แบบ คือ

5.1.1 การทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

5.1.2 การทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย

5.1.3 การทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

5.2 ตัวแปรตามได้แก่

5.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.2.2 ความคงทนในการเรียนรู้

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ หมายถึง ข้อคำถามที่ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือกทั้งหมด 4 ตัวเลือกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยยึดหลักเกณฑ์และการวิเคราะห์ของ วิลสัน ข้อคำถามในแบบฝึกหัดจำนวนได้ 4 ด้านคือ

- 1.1 ข้อคำถามด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ
- 1.2 ข้อคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
- 1.3 ข้อคำถามด้านการนำไปใช้
- 1.4 ข้อคำถามด้านการวิเคราะห์

2. แบบฝึกหัดแบบอัตนัย หมายถึง ข้อคำถามที่ใช้ฝึกความรู้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ลักษณะของข้อคำถามเป็นโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีทำ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยยึดหลักเกณฑ์และการวิเคราะห์ของ วิลสัน

3. แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน หมายถึง ข้อคำถามในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ก 321 และ ค 322 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ข้อคำถามของแบบฝึกหัดเป็นข้อคำถามแบบอัตนัยและแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบสั้น ๆ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนในการเรียน ซึ่งประเมินได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) แบ่งเป็น 4 ระดับคือ

4.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้วในด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณแก้ปัญหาโจทย์อย่างง่าย ๆ ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจ ทั้งนี้รวมถึงโจทย์ปัญหาที่เหมือนกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยเรียนมาแล้ว

4.2 ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการคิดคำนวณที่ซับซ้อน เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจโครงสร้างคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแปลงรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่ง การติดตามแนวของเหตุผล ตลอดจนความสามารถในการตีความ แปลความและขยายความด้วย

4.3 การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย คล้ายคลึงกับปัญหาที่เรียนมาแล้ว มีความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร ซึ่งนักเรียนจะต้องผสมผสานความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งมีหลายขั้นตอนในการจัดกระทำเพื่อให้ได้คำตอบออกมา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องมีการเลือก การตัดสินใจว่าจะกระทำขั้นใดก่อนและหลัง

4.4 การวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้มารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา

5. ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ปริมาณความรู้ที่ยังระลึกได้ ซึ่งวัดจากคะแนนที่นักเรียนทำได้ในการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับเดิม หลังจากการทดลองผ่านไปแล้วเป็นเวลา 2 สัปดาห์

6. การสอนตามคู่มือครู หมายถึง การสอนที่ยึดแนวการสอนของคู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 (ค 312 และ ค 322) ที่สร้างโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งมีกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

6.1 ขั้นนำ ครูจัดสถานการณ์ให้นักเรียนมีความพร้อมและความสนใจที่จะเรียน โดยการสอนทบทวน ซักถาม ให้ดูอุปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภาพ

6.2 ขั้นตอนในการ ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับ เนื้อหาและสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่วางไว้ กิจกรรมที่ใช้ เช่น ครูอธิบาย บรรยายซักถาม อภิปราย ศึกษาจากบัตรงาน ทดลอง และทำโจทย์ตัวอย่างให้ดูบนกระดานดำ

6.3 ขั้นสรุป ครู นักเรียน หรือครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่วางไว้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย และความคงทนในการเรียนรู้ ดังนี้

1. ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนต้น
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัย แบบอัตนัย
 - 2.1 ความหมายของแบบฝึกหัด
 - 2.2 ทฤษฎีและหลักการในการหาแบบฝึกหัด
 - 2.3 เอกสารคานส์ติปัญญา
 - 2.4 ลักษณะของแบบฝึกหัดแบบปรนัยและแบบอัตนัย
 - 2.5 ผลงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการหาแบบฝึกหัด
 - 2.6 ผลงานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการหาแบบฝึกหัด
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้
 - 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้
 - 3.2 ระบบความจำ
 - 3.3 ผลงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้ ✓
 - 3.4 ผลงานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้ ✓

ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ความมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีการพัฒนาปรับปรุงให้เหมาะสมและสอดคล้องกับภาวะของสังคมในปัจจุบันมากยิ่งขึ้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น ฉบับปี พุทธศักราช 2521 ซึ่งประกาศใช้ทั่วประเทศได้กำหนดจุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ 2522 : 60) คือ

1. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน
 2. เพื่อเป็นพื้นฐานให้นักเรียนเข้าใจสิ่งแวดล้อมรอบตัวได้ดียิ่งขึ้น
 3. เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยวิชาคณิตศาสตร์
 4. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณและรู้จักวิเคราะห์เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ในระดับสูงต่อไป
 5. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์อันจะนำไปสู่ความสนใจให้ศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป
 6. เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและสามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
- จากความต้องการของหลักสูตรคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนต้น จะเห็นว่า วิชาคณิตศาสตร์ยังมีความจำเป็นอย่างมากที่จะต้องฝึกหัดการคิดคำนวณ คือการทำแบบฝึกหัดนั่นเองเพื่อให้นักเรียนจะได้มีทักษะในการคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหา และเป็นพื้นฐานในวิชาอื่นหรือในระดับสูงต่อไป

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัด

1. ความหมายของแบบฝึกหัด มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

สจอร์ลิงก์ (Schorling. 1963 . 24 - 28) กล่าวว่า การทำแบบฝึกหัดมีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบฝึกหัดมี 2 ลักษณะ คือ แบบฝึกหัดเพื่อฝึกฝนทักษะอย่างหนึ่งและแบบฝึกหัดเพื่อฝึกฝนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกอย่างหนึ่ง ฉะนั้นการทำแบบฝึกหัดจึงช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นไปตามความมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการ คือ การเพิ่มทักษะในการคำนวณและความสามารถในการแก้ปัญหาก็ได้

กู๊ด (Good. 1973 : 224) กล่าวว่า แบบฝึกหัดหมายถึง งานหรือการบ้านที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำ เพื่อตรวจสอบความรู้ที่เรียนไปแล้วและเป็นการฝึกทักษะการใช้กฎหรือสูตรต่าง ๆ ที่เรียนไป

สมศักดิ์ สินธุระเวช (สมศักดิ์ สินธุระเวช 2524 : 106) กล่าวว่า
แบบฝึกหัด (Drill and Practice Approach) คือการจัดประสบการณ์ที่เน้นการ
ฝึกหัดเพื่อให้เกิดความจำจนกระทั่งสามารถปฏิบัติได้โดยอัตโนมัติ ขั้นตอนในการสอนก็มักจะ
เริ่มต้นด้วยการบอกหรือทำให้ดูเป็นตัวอย่างแล้วให้ผู้เรียนทำตามและฝึกหัดเรื่อยไป
จนกระทั่งจำและทำได้โดยอัตโนมัติ

จากความหมายของแบบฝึกหัดดังกล่าว สรุปได้ว่าแบบฝึกหัด หมายถึง งานหรือ
กิจกรรมที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อพบพหุนความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งจะทำให้
ผู้เรียนเกิดทักษะและเพิ่มทักษะ ซึ่งสามารถนำไปแก้ปัญหาได้

2. ทฤษฎีและหลักการในการใช้แบบฝึกหัด

ในการทำแบบฝึกหัดมีนักจิตวิทยาและนักการศึกษากล่าวถึงทฤษฎีการเรียนรู้
ทางจิตวิทยาได้ดังนี้

ฮอว์นโดล์ (จาเนียร์ ช่วงโชติ และคนอื่น ๆ 2521 : 61) ได้กล่าวถึง
กฎแห่งการฝึกหัดไว้ดังนี้

1. การเชื่อมโยงหรือข้อต่อจะกระชับมั่นคงยิ่งขึ้นเมื่อมีการใช้และจะอ่อนลง
เมื่อไม่ได้ใช้
2. สิ่งใดที่คนทำบ่อย ๆ หรือมีการฝึกเสมอ ๆ คนย่อมกระทำสิ่งนั้นได้ดี
สิ่งใดที่คนไม่ได้ทำนาน ๆ คนย่อมทำสิ่งนั้นไม่ได้เหมือนเดิม
3. ยิ่งได้กระทำซ้ำในการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง ยิ่งทำให้การกระทำนั้น
แน่นอนสมบูรณ์ขึ้น หากเว้นว่างจากการฝึกหัดกระทำบ่อย ๆ การกระทำนั้น ๆ จะค่อย ๆ
ลบเลือนไป
4. ถ้าร่างกายได้กระทำพฤติกรรมใด ๆ ซ้ำ ๆ อยู่เสมอ จะมีผลทำให้
พฤติกรรมนั้นได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น แต่ถ้าพฤติกรรมใดที่ร่างกายไม่มีโอกาสได้ใช้
หรือได้ทำซ้ำ ๆ บ่อยนักพฤติกรรมนั้นมีแนวโน้มจะถูกลืม หรือแม้จะไม่ลืมก็ไม่อาจทำให้
ถูกต้องสมบูรณ์ขึ้นได้

เบอร์นาร์ด (ประสาธ อิศรปริศา 2522 : 111 อ้างอิงมาจาก Bernard. n.d.) ได้เสนอแนะในการนาฏแห่งการฝึกหัดไปใช้ในห้องเรียนดังนี้

1. ครูจะต้องพยายามหาโอกาส หรือเปิดโอกาสที่จะให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ อยู่เสมอ ไม่ว่าจะเป็นกิจกรรมในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียนก็ตาม

2. การทดสอบที่ดี การทำแบบฝึกหัดที่ดี นับเป็นกิจกรรมที่จะทำให้เขาได้ใช้ ความรู้ทั้งสิ้น ครูจึงน่าจะหมั่นทดสอบหรือถามคำถามต่าง ๆ ให้มาก

3. ให้นักเรียนได้พบกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ หรือกิจกรรมใหม่ ๆ อยู่เสมอเพื่อเปิดโอกาสให้เขาได้ใช้ความรู้ความสามารถอย่างเต็มที่

4. การให้เด็กกระพริบ ๆ จำเป็นต้องให้เขาเข้าใจหรือรู้ความมุ่งหมาย ตามไปด้วย และพยายามเน้นให้เด็กเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความรู้ในปัญหาต่าง ๆ

บรูเนอร์ (สุวัทนา อุทัยวัฒน์ 2526 : 104 อ้างอิงมาจาก Bruner. n.d.) นักจิตวิทยาแห่งมหาวิทยาลัยฮาร์วาร์ด ได้กล่าวถึงความพร้อม ของมนุษย์ว่ามนุษย์เราจะมีความพร้อมด้วยการฝึกฝน คือได้รับการฝึกฝนไปเรื่อยเรื่อยให้ เกิดความพร้อมขึ้นเอง ความพร้อมในที่นี้หมายถึง ทักษะธรรมชาติหรือทักษะพื้นฐานหลาย ๆ ด้าน ซึ่งจะทำให้เกิดทักษะขั้นสูงต่อไป ความพร้อมไม่ขึ้นกับวุฒิภาวะทั้งหมด แต่ไม่ได้ หมายความว่าเกิดออกมาเป็นภาษา และครูต้องมีการวางแผนก่อนที่จะตัดสินใจว่าจะสอนอะไร แก่ใครวัยไหน เนื้อหาอะไร และข้อสำคัญต้องให้เด็กได้ค้นพบสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง และบรูเนอร์ ได้ให้ข้อสรุปว่า การสอนนั้นควรเน้นความต่อเนื่องและความลึกมากกว่า สอนเนื้อหากว้างและมาก นั่นก็แสดงว่า บรูเนอร์ เห็นความสำคัญของการฝึกฝนนั่นเอง

จากทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์ (บุญทัน อยู่ชมบุญ 2529 : 26 - 35) ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กออกเป็น 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นการรับรู้โลกภายนอกของประสาทสัมผัส อายุ 0 - 2 ปี

ขั้นที่ 2 ขั้นก่อนที่จะคิดหาเหตุผลเป็น อายุระหว่าง 2 - 6 ปี

ขั้นที่ 3 ขั้นรู้จักใช้ความคิดไตร่ตรองหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม อายุระหว่าง

ขั้นที่ 4 ขั้นใช้ความคิดโล่เลียงหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นนามธรรม อายุระหว่าง 12 - 15 ปี

จากพัฒนาการขั้นที่ 4 อายุ 12 - 15 เทียบได้กับนักเรียนชั้นมัธยม ซึ่งลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1. เด็กเริ่มคิดหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ แม้จะไม่เห็นของจริง ไม่พบประสบการณ์นั้น ๆ โดยตรง เพียงแต่มีคนเล่าให้ฟังหรืออ่านจากหนังสือก็สามารถสร้างมโนภาพได้

2. คิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์
3. สามารถร่างสมมติฐานได้ กิจแผนการทดลองได้ วางแผนการได้
4. สามารถลงข้อสรุปความจริงได้จากข้อมูลที่พบ/ที่มีอยู่
5. สามารถถ่ายทอดความคิดเห็นจากรูปหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้
6. สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้
7. มีความคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

จากพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ สรุปเป็นสาระสำคัญในการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้คือ

1. ในระดับ ม.1 - ม.3 เด็กเริ่มคิดแบบนามธรรมได้ การสอนอาจลดสื่อการเรียนลงได้ การให้โจทย์ปัญหาทำเป็นการบ้าน หรือแบบฝึกหัดจะทำให้เด็กสามารถสร้างความคิดรวบยอดจากสิ่งที่เป็นนามธรรมได้

2. เด็กเมื่อได้รับความรู้ใหม่ ก็จะพยายามปรับตัวให้เกิดความสมดุลกับความรู้เก่าให้มีการต่อเนื่องกัน เชื่อมโยงกันได้ โดยอาศัยการฝึกฝนหรือการฝึกัดจนเกิดการยอมรับหรือความเข้าใจเรียกว่า เกิดสภาวะสมดุล (Equilibration)

3. การสอนคณิตศาสตร์ ควรสอนตามลักษณะบันไดเวียน คือสอนทบทวนเรื่องเดิมและค่อย ๆ ขยายออกไปสู่ความรู้ใหม่ ถ้าเด็กมีความรู้พื้นฐานเดิมไม่พอที่จะรับความคิดรวบยอดใหม่เรียกว่า โครงสร้างเดิมไม่เพียงพอที่จะรับโครงสร้างใหม่ ก็จำเป็นต้องสอนซ่อมให้ในเรื่องเดิมก่อน เพื่อให้เด็กมีความรู้ในเรื่องเก่าจนเพียงพอที่จะขึ้นเรื่องใหม่ได้

จากทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ จะเห็นว่าพัฒนาการช่วงอายุ 12 - 15 ปีนี้ นักเรียนสามารถคิดหาเหตุผลโดยทอดความคิดและแก้โจทย์ปัญหาได้ นั่นคือถ้าสอนจนจบทเรียน แล้วผู้สอนจัดกิจกรรม เช่น แบบทดสอบให้นักเรียนทำแล้วจะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิด สติปัญญาให้สูงขึ้น

ลาวัลย์ พลกล้า (ลาวัลย์ พลกล้า 2526 : 189) กล่าวถึงหลักในการ ให้แบบฝึกหัดคือ

1. ให้มีความคงทนในการจำ (Retention) กฎเกณฑ์ หลักการ กระบวนการ เพื่อใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ และฝึกการถ่ายโยงการเรียนรู้
2. ให้มีความถูกต้องแม่นยำ (Accuracy) ในการใช้กฎเกณฑ์ หลักการวิธีการ กำนวน
3. ให้เกิดความมั่นใจ (Confidence) ในการคิดแก้ปัญหาโจทย์
4. เพื่อให้มีประสิทธิภาพ (Efficiency) ในการใช้กฎเกณฑ์ หลักการในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักในการให้แบบฝึกหัด สรุปได้ว่า แบบฝึกหัดเป็น เครื่องมือที่จำเป็นต่อการฝึกหัดทักษะของนักเรียน ยิ่งโดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ การทำ แบบฝึกหัดยังมีความสำคัญ เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องฝึกมาก ๆ จึงจะเกิดทักษะ ที่จะนำไปแก้ปัญหาได้ ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะต้องเสนอและจัดกิจกรรมให้ ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกและศึกษาอย่างเต็มที่ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาลื่น ๆ ด้วยตัวนักเรียนเอง

ยุพิน พิพิธกุล (ยุพิน พิพิธกุล 2524 : 34 - 35) กล่าวถึงวิธีการให้แบบฝึกหัด โดยมีวิธีการดังนี้

1. จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of Drill) เราจะเห็นว่า
 - 1.1 การฝึกเป็นสิ่งสำคัญของการเรียน
 - 1.2 การฝึกอย่างให้เข้าใจจนน่าเบื่อ ควรจะฝึกเพื่อความชำนาญ
 - 1.3 การที่จะกระตุ้นนักเรียนให้ฝึกด้วยแบบเดียวกันตลอดเวลา นักเรียน

ก็จะสนองตอบเป็นแบบเดียวกัน

2. ความต้องการสำหรับการฝึกที่มีผล

- 2.1 การฝึกจะให้ได้ผลดีต้องเป็นรายบุคคล
- 2.2 การที่จะฝึกให้ทำแบบฝึกหัดนั้น ควรจะฝึกเฉพาะเรื่องให้จบไปเป็น
เรื่อง ๆ เช่น จะสอนว่าจะใส่จุดทศนิยมอย่างไร ก็สร้างบทเรียนที่เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ
- 2.3 ควรจะให้ฝึกหลาย ๆ ครั้งในแต่ละทักษะ
- 2.4 แบบฝึกหัดแต่ละครั้ง ควรให้คะแนนเพื่อวัดผลความก้าวหน้า
- 2.5 แบบฝึกควรมีมาตรฐาน และจัดให้เหมาะสม

3. เทคนิคที่สำคัญในการทำแบบฝึกหัด

- 3.1 ครูต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจในวิธีการที่เขาทำซ้ำ ๆ นั้น
- 3.2 ครูต้องแนะนำอย่างใกล้ชิด และแก้ไขผิดพลาดเสียก่อนที่จะคิดเป็นนิสัย
และทำไปซ้ำ ๆ ในระยะเริ่มแรกของการสร้างนิสัย
- 3.3 ครูต้องแน่ใจว่านักเรียนจะไม่ลืมวิธีการที่ฝึกทำเป็นครั้งสุดท้าย
- 3.4 ควรสร้างทักษะวันหนึ่งให้เก่งเสียก่อนที่จะสร้างทักษะอื่น
- 3.5 ทำความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่สำคัญเป็นประการแรก
- 3.6 ครูจะต้องติดตามผลการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน
- 3.7 อย่านักเรียนหาแบบฝึกหัดในหัวข้อที่ยากและนักเรียนไม่ทราบวิธี
- 3.8 การให้แบบฝึกหัด ควรจะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 3.9 การฝึกนั้นควรจะฝึกหลาย ๆ ด้าน การให้แบบฝึกหัดควรจะให้ทีละน้อย
แต่อาจบ่อยครั้งได้
- 3.10 แบบฝึกหัดควรจะลำดับความยากง่าย

3. เอกสารค้นคว้า

วิลสัน ได้แบ่งพฤติกรรมด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ออกเป็น

4 ขั้นคือ (Bloom and others. 1971 . 645 - 694)

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถ
ในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้วทั้งในคำขอเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนความสามารถ

ในการดำเนินการคิดโจทย์ปัญหาอย่างง่าย ๆ ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ต้องการการตัดสินใจ
ทั้งนี้รวมถึงโจทย์ปัญหาที่เหมือนกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยหามาแล้ว พฤติกรรมขั้นนี้
แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนย่อย ๆ คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Specific Facts)

เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว ตลอดจนพื้นฐานต่าง ๆ
ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างสมมาเป็นเวลานานด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Terminology)

เป็นความสามารถในการระลึกถึงศัพท์ นิยามต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วโดย
การคิดคำนวณตัวอย่างใด และไปต้องการความรู้ที่ 10

1.3 ความรู้เกี่ยวกับการใช้

เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง
มาคิดคำนวณตามกระบวนการที่ได้ไว้

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

ที่ได้เรียนมาแล้ว มาสัมพันธ์กับโจทย์
แปลความและขยายความได้ พฤติกรรม

2.1 ความ

ในการนำข้อเท็จจริง

ข้อเท็จจริง ที่

ครูต้องไม่

ความรู้ควา



2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้ต่างจากพฤติกรรมชั้นความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม ซึ่งมักจะใช้คำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์แบบใหม่มาใช้วัดพฤติกรรมที่เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหา จากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง (Trans from Problem Elements from one mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้ออกเป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่อีกรูปแบบหนึ่งซึ่งมีความหมายคงเดิม

2.5 ความสามารถในการหาแนวความคิดของเหตุผลที่วางไว้ (Follow a Line of Reasoning) ความสามารถในการหาแนวความคิดตามแนวของเหตุผลเป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจกับข้อความทางคณิตศาสตร์ และสามารถบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีโจทย์ปัญหา (Read and Interpret or Problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ เพื่อทราบว่าโจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ยังขาดส่วนใดบ้าง

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่เคยเรียนมาแล้ว นั่นคือนักเรียนจะต้องผสมผสานความรู้ความสามารถขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 ในการนำมาใช้แก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจะมีหลายขั้นตอนในการจัดกระทำเพื่อให้ได้คำตอบออกมา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องมีการเลือกตัดสินใจว่าจะทำขั้นตอนใดก่อน-หลัง พฤติกรรมขั้นนี้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ

3.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย (Solve Routing Problem) หรือปัญหาที่เคยเรียนมาแล้ว พฤติกรรมขั้นนี้เป็นความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายคลึง แต่ไม่ใช่ข้อเดียวกันกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว นักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ และความเข้าใจ มาผสมผสานกันแก้ปัญหา เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Make Comparisons)

เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์โดยการเปรียบเทียบข้อมูลที่โจทย์ให้มา 2 ชุด ในการแก้ปัญหาอาจจะต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ ความเข้าใจแล้วจึงนำมาเปรียบเทียบ เพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Analyze Data)

เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินใจว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาโจทย์

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน

และการสมมาตร (Recognize Patterns Isomorphisms and Symmetrics)

พฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แล่องปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล การมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ หรือจากปัญหาที่กำหนดขึ้น

4. การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมขั้นนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุด คำนสคิปัญญา นักเรียนจะตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง โจทย์ปัญหาจะมีลักษณะซับซ้อน พลิกแพลง ซึ่งนักเรียนไม่เคยลองฝึกหามาก่อน แต่ทั้งนี้ไม่ได้หมายความว่าโจทย์ปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้นการแก้โจทย์ปัญหาที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้จึงครอบคลุมความรู้ความสามารถในสามขั้นที่กล่าวมาแล้ว รวมทั้งการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ พฤติกรรมขั้นวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนย่อย ๆ คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน (Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ต้องคิดซับซ้อน เป็นโจทย์ที่ไม่ได้อยู่ในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะแก้ปัญหาได้ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ของคณิตศาสตร์ ต้องเข้าใจนิยามหรือนิยามตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่ครูสอนมาแล้วเป็นอย่างดีแล้วใช้ความรู้เหล่านั้นมาผสมผสานกันแก้ปัญหา

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Discover Relationships) ข้อสอบที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้นักเรียนจะต้องจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์

กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา พฤติกรรมในขั้นนี้ที่ต่างไปจากขั้นนำไปใช้ตรงที่นักเรียนต้องรวบรวมสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ แทนที่จะจากความสัมพันธ์อันเดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Construct Proofs)

เป็นความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีความรู้ต่าง ๆ มาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ (Criticize Proofs) เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่ไปกับความสามารถในการพิสูจน์ ซึ่งต้องการให้นักเรียนมองเห็นหรือเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีข้อใดผิดพลาดไปบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และการทดสอบความถูกต้องของสูตรนั้น ซึ่งใช้เป็นกรณีทั่วไปได้ (Formulate and Validate Generalization) พฤติกรรมขั้นนี้คล้ายกับ 4.3 แต่อาจซับซ้อนมากกว่า นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่เคยเรียนมาแล้วและต้องสมเหตุสมผล สามารถใช้ได้ทุกกรณี

จากพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางจิตศาสตรชั้นมัธยมศึกษาที่กล่าวมานั้น เป็นแนวคิดของวิลสัน (Wilsor) (Bloom and others. 1971 645 - 694) ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่ได้เสนออย่างกว้างขวางและครอบคลุมถึงผลทั้งปวงที่นักเรียนควรจะได้รับจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยต้องการให้ผู้เรียนบรรลุผลทั้ง 4 ด้าน จึงได้มุ่งให้ผู้เรียนได้ฝึกโดยการหาแบบฝึกหัด อันเป็นแนวทางที่จะให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนต่อไป

4. ลักษณะของแบบฝึกหัดแบบปรนัยและแบบอัตนัย

จากการศึกษาค้นคว้า ลักษณะของแบบฝึกหัดแบบปรนัยและแบบอัตนัย ไม่มีเอกสารแต่มีเอกสารเกี่ยวกับข้อสอบแบบปรนัยและอัตนัยดังนี้

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ 2521 : 110 - 111)

ได้จำแนกแบบทดสอบออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบอัตนัยหรือความเรียง

2. แบบปรนัยหรือเขียนตอบสั้น ๆ ประเภเติมคำหรือข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งออกเป็นสองพวกใหญ่ ๆ คือ

1. ไม่จำกัดคำตอบ (Extended-Response Items) แบบนี้เป็นการถามโดยเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้เต็มที่ เปิดโอกาสให้ผู้ตอบรวบรวมบรรยายความรู้สึกความคิดทั้งหมดออกมา คำถามประเภทนี้มักจะถามเกี่ยวกับการอธิบายในเรื่องต่าง ๆ

2. แบบจำกัดคำตอบ (Restricted-Response Items) เป็นคำถามที่ให้คะแนนง่ายกว่าแบบแรก เพราะคำตอบจะอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด คำชี้แจงของคำถามนี้ต้องชัดเจนและจำเพาะเจาะจง โดยทั่ว ๆ ไปจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย

ข้อสอบแบบปรนัยแบ่งออกเป็น

1. แบบเลือกตอบ (Multiple Choices)

2. แบบถูก-ผิด (True-False)

3. แบบจับคู่ หรือข้อความให้สอดคล้องกัน (Matching)

4. แบบให้เติมคำหรือข้อความในช่องว่างให้สมบูรณ์ (Completion)

ลักษณะของข้อคำถามแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีส่วนประกอบ 2 ประการคือ

(โกวิท ประวาลพุกษ์ และสมศักดิ์ สิ้นธุระเชษฐ์ 2527 : 89)

1. ส่วนที่เป็นปัญหา หรือ Stem

2. ส่วนที่เป็นตัวเลือก หรือ Option หรือ Response

ปัญหาหรือข้อคำถาม คือข้อความที่เขียนเป็นประโยคคำถามที่สมบูรณ์หรือไม่สมบูรณ์ ซึ่งเมื่อนักเรียนอ่านแล้วก็จะรู้สึกรู้ว่าปัญหานั้นคืออะไร

ส่วนที่เป็นตัวเลือกนั้น ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ตัวถูก (Correct Alternative)

และตัวลวง (Distracters) ลักษณะของตัวเลือกนั้นต้องเขียนเป็นเอกพันธ์ (Homogeneity)

มีฉะนั้นจะทำให้มีค่าความเชื่อมั่นต่ำ ส่วนที่เป็นตัวเลือกอาจเป็น คำ วลี ประโยค จำนวน สัญลักษณ์ กราฟ รูปภาพ แผนที่ แผนภูมิ เป็นต้น

ลักษณะคำถามแบบอัตนัยสามารถเขียนคำถามได้หลายแบบดังนี้ (โกวิท ประวาลพฤษย์ และสมศักดิ์ สีนุระเวชชัย 2527 : 104 - 106)

1. ความรู้ - ความจำ

1.1 ถามให้ระลึกถึงสิ่งง่าย ๆ (Simple Recall)

1.2 ถามให้บอกรายการ

2. ความเข้าใจ

2.1 ถามให้เปรียบเทียบ (Comparison) เป็นการถามให้นักเรียนบอกความแตกต่าง ความคล้ายคลึง ความสัมพันธ์ และความขัดแย้งกันของความคิดหรือสิ่งของต่าง ๆ

2.2 ถามให้อธิบาย (Explanation) เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้เหตุผลประกอบกับข้อมูลต่าง ๆ ที่รวบรวมได้จากการสังเกตในสถานการณ์ปัจจุบันและจากความรู้เดิม

2.3 ถามให้สรุป (Summary)

2.4 ถามตามจุดมุ่งหมายของบทเรียนที่ตั้งไว้ (Statement of Aim)

3. การนำไปใช้

3.1 ถามให้หาความสัมพันธ์ของเหตุและผล

3.2 ถามให้วิเคราะห์

3.3 ถามหาความสัมพันธ์

3.4 ถามให้นักเรียนยกตัวอย่างหรือแสดงตัวอย่างในเรื่องที่เรียนไปแล้ว

3.5 ถามเพื่อให้นำกฎ หลักการ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

(Application in New Situation)

3.6 ถามให้จัดรวบรวมความคิดใหม่ให้สมบูรณ์ (Reorganization)

4. การวิเคราะห์

4.1 ถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อตัดสินใจ

4.2 ถามให้อภิปราย

4.3 ถามให้วิจารณ์

4.4 ถามให้ผู้เรียนสร้างกาตอบใหม่

ทั้งข้อสอบหรือข้อคำถามแบบปรนัยและแบบอัตนัยต่างก็มีทั้งข้อดีและข้อเสีย คือ (โกวิท ประวาลพุกษ์ และสมศักดิ์ สิ้นธุระเวชชัย 2527 : 110 - 111) อ้างอิงมาจาก Green. 1963)

แบบทดสอบแบบปรนัย

ข้อดี	ข้อเสีย
1. วัดเนื้อหาได้ทั่วถึง 2. สามารถสร้างให้มีความเชื่อมั่นสูง 3. ให้คะแนนได้อย่างยุติธรรมและรวดเร็ว 4. ขจัดการหลอกลบตา (Bluffing) 5. สามารถวิเคราะห์ข้อสอบได้ 6. สามารถปรับปรุงได้วัดได้ตามความมุ่งหมายต่าง ๆ ของการสอน 7. สามารถสร้างให้มีความเที่ยงตรงต่อความมุ่งหมายของการสอนได้สูง	1. มักละเลยการวัดและกระบวนการคิดที่สูง ๆ 2. เน้นการเรียนรู้แบบท่องจำ 3. สร้างนิสัยในการเรียนที่ไม่ดี 4. สนับสนุนการโกง 5. สร้างยาก 6. ค่าใช้จ่ายในการสร้าง และใช้แบบทดสอบแพงกว่าแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย

ข้อดี	ข้อเสีย
1. สามารถนำไปวัดสมรรถภาพทางการรวบรวมความคิดให้สมบูรณ์และความคิดสร้างสรรค์ 2. สร้างง่าย 3. สร้างลักษณะเฉพาะของการศึกษา 4. สามารถปรับปรุงให้วัดได้หลายสาขา 5. ใช้ศึกษาความเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์ 6. ป้องกันการเดาได้อย่างกว้างขวาง 7. ใช้ชักจูงให้นักเรียนปรับปรุงการเขียนของนักเรียน	1. วัดเนื้อหาจำกัด 2. ขึ้นอยู่กับความสามารถทางภาษาของนักเรียน 3. มีความเชื่อมั่นต่ำ 4. สนับสนุนการลอกคำตอบ 5. ใช้เวลาในการให้คะแนน 6. กระบวนการให้คะแนนขาดความเชื่อมั่นเพราะ ก. Halo Effect ข. องค์ประกอบภายนอกมีผลคือสื่อลายมือ ค. คาเนลขาดความเจาะจง

ความแตกต่างและความคล้ายคลึงระหว่างแบบทดสอบปรนัยและอัตนัย

อีเบล (โกวิท ประวาลพุกษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ 2527 : 109 - 110 อ้างอิงมาจาก Ebel. 1966 : 84) ได้กล่าวถึงความแตกต่างและความคล้ายคลึงของแบบทดสอบปรนัยและอัตนัยไว้ดังนี้

ความแตกต่างระหว่างแบบทดสอบปรนัยและอัตนัย

1. กาถามของแบบทดสอบอัตนัยนั้น ต้องการให้นักเรียนวางแผนหาคำตอบเอง และแสดงคำตอบนั้นด้วยภาษาของตนเอง ส่วนแบบทดสอบปรนัยนั้นต้องการให้นักเรียนเลือกตอบทาง ๆ ที่กำหนดมาให้

2. คำถามของแบบทดสอบอัตรานั้น ประกอบด้วยส่วนที่ถามปัญหาสัมพันธ์กันสองสามส่วน ดังนั้นผู้ตอบจะต้องตอบยาว ๆ ส่วนแบบทดสอบปรนัยนั้น โดยปกติจะประกอบด้วยคำถามที่ค่อนข้างเฉพาะและแต่ละคำถามต้องการเพียงคำตอบสั้น ๆ

3. ในการหาแบบทดสอบอัตรานั้น นักเรียนใช้เวลาส่วนใหญ่ในการคิดและเขียนคำตอบส่วนการหาแบบทดสอบแบบปรนัยนั้น นักเรียนใช้เวลาในการอ่านและคิด

4. คุณภาพของแบบทดสอบอัตรายขึ้นอยู่กับทักษะของผู้ตรวจ ส่วนคุณภาพของแบบทดสอบปรนัยขึ้นอยู่กับทักษะของผู้สร้างแบบทดสอบ

5. การสร้างแบบทดสอบอัตรานั้น ง่ายต่อการเตรียมสอบ แต่หาเป้าหมายและยากต่อการให้คะแนนได้อย่างยุติธรรม ส่วนแบบทดสอบปรนัยที่คั่นว่า เปื่อ และยากต่อการเตรียม แต่ง่ายต่อการให้คะแนนได้อย่างยุติธรรม

6. ข้อสอบอัตราย จะให้เสรีภาพแก่นักเรียนมาก ในการแสดงาวาเป็นตัวเองของตัวเองในคำตอบที่เขาตอบมา และให้เสรีภาพแก่ผู้ให้คะแนนมากในการที่จะใช้ความลำเอียงของตนกำหนดคะแนนให้แก่คำตอบ ส่วนแบบทดสอบปรนัยให้เสรีภาพแก่ผู้สร้างแบบทดสอบมากในการที่จะแสดงความรู้และคุณค่าของเขา แต่ให้เสรีภาพแก่นักเรียนเพียงแต่เสรีภาพในการแสดงว่านักเรียนรู้หรือสามารถทำการหาแบบทดสอบมากหรือน้อยอย่างไร

7. ในการตัดสินใจเพื่อให้คะแนนแก่ผู้เรียน แบบทดสอบปรนัยจะให้คะแนนได้ชัดเจนกว่าแบบทดสอบอัตราย

8. แบบทดสอบอัตรายอนุญาตและให้โอกาสนักเรียนในการเขียนผลตอบ (bluff) ผู้ตรวจได้ ส่วนแบบทดสอบปรนัยอนุญาตและให้นักเรียนเดาคำตอบ

9. การกระจายของคะแนนที่ได้รับจากแบบทดสอบอัตราย สามารถถูกควบคุมได้โดยคุณภาพในการพิจารณาของผู้ตรวจ ส่วนการกระจายของคะแนนที่ได้รับจากแบบทดสอบปรนัยขึ้นอยู่กับคุณภาพของแบบทดสอบ

ความคล้ายคลึงกันของแบบทดสอบอัตรายและปรนัย

1. แบบทดสอบปรนัยหรือแบบทดสอบอัตราย สามารถนำไปใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาได้เช่นเดียวกันเกือบทั้งหมดเช่น วัดสมรรถภาพทางสะกดคำ คำศัพท์

การนำเอาเกณฑ์ต่าง ๆ ไปใช้วัดการใช้ภาษา ส่วนสมรรถภาพทางการรวบรวมและ จัดทำให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น (Organization and Integration) สมรรถภาพทาง การการคิดอย่างวิพากษ์วิจารณ์ (Critical Thinking) ความคิดริเริ่ม (Originality) ซึ่งกล่าวกันว่าแบบทดสอบอัตนัยสามารถวัดได้นั้น ยังไม่สามารถ จะอธิบายให้ชัดเจนได้ทั้งหมด ทั้งนี้เพราะขึ้นอยู่กับคุณภาพของข้อสอบ และคุณภาพของ สมรรถภาพของผู้ตอบ

2. แบบทดสอบปรนัยหรืออัตนัย สามารถนำไปใช้เพื่อศึกษาถึงความเข้าใจ ในกฎเกณฑ์ความสามารถด้านการบูรณาการทางความคิด (Integration) และจัดรวบรวม ความคิดให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น (Organization) และการประยุกต์ความรู้เพื่อแก้ปัญหาได้

ประโยชน์ของการได้แบบฝึกหัด

ละเมียด ลิมอักษร (ละเมียด ลิมอักษร 2513 : 59 - 63) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการได้ทำแบบฝึกหัดมีดังนี้

1. ส่งเสริมความรู้และความสามารถของเด็ก
2. ส่งเสริมการเรียนรู้ตามลำพัง ปลูกนิสัยให้เด็กรักและพยายามค้นคว้าหาความรู้และความเจริญก้าวหน้ามาสู่ตนเอง
3. ส่งเสริมการรู้จักใช้เวลาว่างให้เป็นประโยชน์ ซึ่งเป็นการสร้างนิสัยที่ดีให้แก่เด็ก
4. ส่งเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบ้านกับโรงเรียน
5. งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการหาแบบฝึกหัด

สมบูรณ์ สีนการ (สมบูรณ์ สีนการ 2521 : 43) ได้ศึกษาและเปรียบเทียบผลของการทำแบบฝึกหัด การทดสอบย่อย และการสอนสิ่งที่ยังบกพร่องที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โรงเรียน กายประจักษ์ศิลปาคม ปีการศึกษา 2520 จำนวน 115 คน ผลการเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเปรียบเทียบความคงทนในการจำของกลุ่มตัวอย่าง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยวิธีการสอนที่มีการทดสอบย่อย

ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำสูงกว่าวิธีการสอนที่มีการสอนสิ่งที่เป็นบทพร่องและวิธีการสอนที่ให้ให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และวิธีการสอนสิ่งที่เป็นบทพร่องทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าวิธีการสอนที่ให้ให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ความคงทนในการจำของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนสิ่งที่เป็นบทพร่อง ไม่แตกต่างกับความคงทนในการจำของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยนักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัด

ปรารธนา นาชัยสิทธิ์ (ปรารธนา นาชัยสิทธิ์ 2523 : 39) ได้ศึกษาผลการให้งานเป็นรายครึ่งและรวมยอดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคาราคาม ปีการศึกษา 2522 จำนวน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งได้รับงานเป็นรายครึ่ง และกลุ่มทดลองที่ได้รับงานรวมยอด ทดลองสอนคณิตศาสตร์เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ผลปรากฏว่ากลุ่มที่ได้รับงานรวมยอดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับงานเป็นรายครึ่งอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ทัศนคติของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สุวรรณี นิมมานพิสุทธิ์ (สุวรรณี นิมมานพิสุทธิ์ 2524 : 45 - 47) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างการทำแบบฝึกหัดและการทดสอบย่อยหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ ประจําภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2523 จำนวน 2 ห้องเรียน ทาการสอนโดยการทาแบบฝึกหัดที่มีการตรวจเพื่อแก้ไขสิ่งบกพร่อง และการทดสอบย่อยหลังเรียน ผลปรากฏว่าทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน แสดงว่าการสอนที่มีการทาแบบฝึกหัดหรือการทดสอบย่อยต่างก็ทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนค้พอ ๆ กัน

มนู ผิวหอม (มนู ผิวหอม 2526 : 61) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการให้กาบ้าน และไม่ให้กาบ้านของนักเรียนชั้น ม.1 โรงเรียนวิเชียรกลิ่นสุคนธ์อุปถัมภ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2525

จำนวน 105 คน ผลการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติของนักเรียนที่ทำการบ้านเหมือนกัน กับไม่ทำการบ้านแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือแสดงว่า การให้ทาแบบฝึกหัดยังมีความจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการสอนคณิตศาสตร์

ประเสริฐ ส่งแสง (ประเสริฐ ส่งแสง 2526 : 46) ได้ศึกษาวิจัย ผลการทดลองวิธีการให้แบบฝึกหัดและตรวจแบบฝึกหัดที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนห้วยยอด (กลิ่งวิทยาคาร) จังหวัดตรัง จำนวน 80 คน แบ่งเป็น 4 กลุ่ม โดยทำการสอนคือวิธีการให้แบบฝึกหัดเป็นระยะ กับกลุ่มนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดรวมยอด ซึ่งภายหลังจากการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังการทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเนื้อหาเดียวกันก่อนดำเนินการทดลองทั้ง 2 กลุ่ม แสดงว่าการทาแบบฝึกหัดยังมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์

จารึก วิเชียรเกื้อ (จารึก วิเชียรเกื้อ 2527 : 32) ได้ศึกษาวิจัย เรื่องการศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนและแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร กรุงเทพมหานคร จำนวน 83 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยทำการสอนกลุ่มทดลองที่ 1 ด้วยการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น อีกกลุ่มหนึ่งสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนจากการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังการทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเนื้อหาเดียวกันก่อนดำเนินการทดลองทั้ง 2 กลุ่ม แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าการทาแบบฝึกหัดยังมีความจำเป็นและนำมาใช้สำหรับการเรียนการสอนได้ดีในวิชาคณิตศาสตร์

ประไพ สุวัฑฒกุล (ประไพ สุวัฑฒกุล 2525 : 51) ได้ศึกษาความสามารถในการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการใช้แบบฝึกหัดเสริมทักษะแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบกับการใช้แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนภาษาไทยชุดทักษะสัมพันธ์ในวิชา ท.305 กับนักเรียนโรงเรียนพิชัยรัตนาคาร อำเภอเมือง จังหวัดระนอง จำนวน 77 คน

แบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้แบบฝึกหัดเสริมทักษะแบบปณัยชนิคมเลือกตอบ และกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้แบบฝึกหัดตามหนังสือแบบเรียนภาษาไทยชุดทักษะสัมพันธ์ ท 305 ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการอ่านของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าการหาแบบฝึกหัดแบบปณัยชนิคมเลือกตอบทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนสูงขึ้นนั่นเอง

6. ผลงานการวิจัยของต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัด

โกลด์สไตน์ (Goldstein. 1960 216) ได้สำรวจบทความเกี่ยวกับการให้งานที่เป็นบ้านในดัชนีการศึกษา (Educational Index) ก่อนปี ค.ศ. 1958 พบบทความเกี่ยวกับการให้งานที่เป็นบ้าน 280 บทความ แต่มีผลงานวิจัยแบบทดลองเพียง 17 เรื่อง การทดลองเหล่านี้ชี้ให้เห็นว่าการให้การบ้านเป็นประจำจะช่วยให้อัตราสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น นอกจากนั้นเขาได้กล่าวถึงผลงานของนักการศึกษาหลายท่านเกี่ยวกับการให้การบ้าน เช่น วินเซนต์ (Vincent) ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการให้การบ้านวิชาภูมิศาสตร์ เลขคณิต และภาษาอังกฤษ กับนักเรียนชั้นปีที่ 5 และ 6 ในโรงเรียนแห่งหนึ่งที่เมืองทรอย มลรัฐนิวยอร์ก ผลปรากฏว่า กลุ่มที่มีการบ้านวิชาเลขคณิตภาคคะแนนได้ดีกว่ากลุ่มอื่น ๆ วินเซนต์กล่าวสรุปไว้ว่า การให้การบ้านจะดีและถูกต้อง ถ้ามีการพิจารณางานทุกชิ้นอย่างรอบคอบ และเกิดผลดียิ่งขึ้นถ้าครูให้การบ้านตามความต้องการของนักเรียน

นอกจากนี้ ความสนใจของนักเรียนที่มีต่อการบ้านก็มีความสำคัญมาก ดังที่โกลด์สไตน์ ได้กล่าวถึงรายงานการทดลองของ กรอฟฟอร์ด และคามิเชล (Crawford and Carmichael) เกี่ยวกับความสนใจของนักเรียนโรงเรียนเวลชีกัลโก ในระดับชั้นปีที่ 5 - 8 มลรัฐแคลิฟอร์เนีย โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มหนึ่งถูกบังคับให้ทำการบ้านอย่างสม่ำเสมอจนถึง 3 ปี อีกกลุ่มหนึ่งไม่เคยได้รับการทำการบ้านเลยตลอด 3 ปี ผลจากรายงานแสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มที่ไปบังคับให้ทำการบ้านได้คะแนนน้อยกว่ากลุ่มที่มีการบังคับให้ทำการบ้าน

อีกเรื่องหนึ่งที่โกลด์สไตน์ ได้กล่าวถึงคือ การทดลองของ สไตเนอร์ (Steiner) เกี่ยวกับการทำการบ้านที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นปีที่ 7 โรงเรียนอินแกรม (Ingram) มลรัฐเพนซิลวาเนีย โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มแรกให้ทำการบ้านเลขคณิต แต่ไม่บังคับให้ทำภาษาอังกฤษ กลุ่มที่สองไม่บังคับให้ทำการบ้านวิชาเลขคณิต แต่บังคับให้ทำภาษาอังกฤษ กำหนดให้ทำการบ้านวันละครึ่งชั่วโมง ทำการทดสอบในปลายภาคเรียน ผลปรากฏว่าทั้งในกลุ่มแรกและกลุ่มที่สอง พวกที่ทำการบ้าน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าพวกที่ไม่ทำการบ้าน

แมคคอนเนลล์ (ชาลี ฌาคี 2513 : 15 อ้างอิงมาจาก McConnell. n.d. . unpagged) ได้ศึกษาผลการสอนบวก ลบ ด้วยวิธีสอนสองวิธี คือ วิธีฝึกมาก ๆ (Drill) และวิธีพยายามหาไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์ (Discovering of Generalization) สำหรับนักเรียนเกรด 2 ภายหลังการทดลองพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีฝึกมากกว่าในจำนวนเร็ว แม่นยำอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีพยายามให้ค้นพบกฎเกณฑ์ที่มีความสามารถสูงกว่าในเรื่องการรู้จักถ่ายถอด และรู้จักเปลี่ยนแปลงวิธีทำ จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ทำให้สรุปได้ว่า แบบฝึกหัดยังมีความสำคัญสำหรับการฝึกทักษะ

เกรย์ และแอลลิสัน (Gray and Allison. 1971 340) ได้อ้างถึงผลการวิจัยของนักการศึกษาหลายคนเกี่ยวกับการให้ทำการบ้านเช่น เดอ นโปลี (De Napoli) ทำการทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนสองกลุ่มในระดับเกรด 5 กับเกรด 6 ซึ่งกลุ่มแรกเป็นกลุ่มรับอาสาทำการบ้านกับกลุ่มที่ต้องทำการบ้านเพราะถูกบังคับ ใช้เวลาทดลองหนึ่งภาคเรียน ผลปรากฏว่ากลุ่มที่ถูกบังคับให้ทำการบ้านมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่รับอาสาทำการบ้านเพียงเล็กน้อย เดอ นโปลี ให้ข้อคิดว่าควรมองเลือกวิธีการบังคับให้นักเรียนต้องทำการบ้านเสีย

เกรย์ และแอลลิสัน ได้อ้างถึงอีกเรื่องหนึ่งคือ การทดลองในปี ค.ศ. 1965 ของคอคซ์ (Koch) เกี่ยวกับการหาการบ้านที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับเกรด 6 โดยแบ่งนักเรียนเป็นสามกลุ่ม กลุ่มแรกให้ใช้เวลาในการทำ การบ้านวันละ 30 นาที กลุ่มที่สองให้ทำวันละ 15 นาที กลุ่มที่สามไม่ได้ทำการบ้าน ใช้เวลาในการทดลอง 10 สัปดาห์ หลังจากนั้นทดสอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์และ ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่าในการทดสอบแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในกลุ่มที่ชอบทำการบ้าน แต่การทดสอบความสามารถ ในการแก้ปัญหามีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่ม และเมื่อทำการทดสอบ ความคิดรวบยอด ปรากฏว่า กลุ่มที่ทำการบ้านโดยใช้เวลารวันละ 30 นาที ปีกะแนนสูงกว่ากลุ่ม ที่ใช้เวลาในการทำการบ้านวันละ 15 นาที คอคซ์ จึงลงความเห็นว่า การบ้านที่มีลักษณะส่งเสริม ความคิดจะช่วยเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ และการให้การบ้านวันละ 30 นาที มีผลดีกว่าใช้เวลาเพียง 15 นาที

แบสเลอร์ (Bassler. 1966 978-A) ได้ศึกษาเรื่องการสอนมโนคติ ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนประถมศึกษาชั้นมัธยมศึกษา ด้วยวิธีให้ทำแบบฝึกหัด 2 ชนิด โดยกลุ่มตัวอย่างแรกทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (Theory Exercise) ให้อีกกลุ่มหนึ่งทำแบบฝึกหัดด้านการนำไปใช้ (Applied) เมื่อเปรียบเทียบ คะแนนผลสัมฤทธิ์ภายหลังจากการทดลอง และคะแนนความคงทนในการจำแล้ว พบว่าวิธีการ ทำแบบฝึกหัดทั้งสองวิธีนั้น ให้ผลไม่แตกต่างกัน แบบฝึกหัดทั้งสองชนิดจึงมีความสำคัญ เท่าเทียมกัน

ออสติน (Austin. 1974 269 - 272) ได้ศึกษาผลงานวิจัยจาก โกลด์สไตน์ คือ จากช่วง ค.ศ. 1960 - 1974 พบว่ามีงานวิจัย 13 เรื่องที่เปรียบเทียบ การให้การบ้านคณิตศาสตร์ แก่นักเรียนในสหรัฐอเมริกา ออสติน สรุปผลจากการศึกษา ทำนองเดียวกับโกลด์สไตน์ว่า การให้การบ้านเป็นประจำเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วย เพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ต่อมา ออสติน ก็ยังคงสนใจศึกษาผลงานอื่น ๆ อีกจนถึงปี ค.ศ. 1976 เขาได้เขียนบทความสรุปความคิดเห็นเกี่ยวกับการหาแบบฝึกหัด โดยอาศัยการสังเกตและสนับสนุนจากผลการวิจัยเท่าที่จะหาได้ แบ่งเป็นก่อนและหลังปี ค.ศ. 1950 ดังนี้คือ

ข้อสรุปที่ได้จากผลการวิจัยก่อนปี ค.ศ. 1950 คือ

1. สิ่งแวดล้อมทางบ้าน เป็นส่วนประกอบสำคัญที่จะส่งผลต่อการทำการบ้าน
2. การกำหนดการบ้านให้ทำน่ะดีกว่าให้ทำการบ้านโดยสมัครใจ
3. การไม่ทำการบ้านในเกรดหนึ่ง สามารถส่งผลกระทบกระเทือนการทำการบ้านในเกรดต่อ ๆ มาให้เลวลงได้

ข้อสรุปที่ได้จากผลการวิจัยภายหลังปี ค.ศ. 1950 จนถึง ค.ศ. 1976 คือ

1. การทำการบ้านจะได้ผลดีกว่าการไม่ทำการบ้านสำหรับเด็กเกรด 4 - 10 เท่านั้น
2. อิทธิพลของการทำการบ้านมีผลต่อเนื่องโดยธรรมชาติ
3. การให้ความช่วยเหลือของผู้ปกครองในการทำการบ้านไม่ได้ประกันว่าจะทำให้การทำการบ้านได้ผลดีเสมอไป
4. การบ้านที่ฝึกทักษะธรรมดาๆ ไม่มีคุณค่าเท่าที่ควร
5. การบ้านจะทำให้เด็กเรียนมีทักษะในการคำนวณดีขึ้น
6. อิทธิพลของการบ้านที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาให้ผลไม่ก่อบช้ชัดเจนนัก
7. เกี่ยวกับความยาวในการให้การบ้านมีการวิจัยน้อยมาก
8. ไม่มีการวิจัยใดที่พบความสัมพันธ์ระหว่างการทำการบ้านและทัศนคติทางคณิตศาสตร์

9. ระดับชั้นไม่เป็นปัญหาในการทำการบ้าน แต่การตรวจการบ้านมีผลต่อการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์

เฟรสัน (Frieson. 1976 : 6577-A) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการตรวจและการทบทวนแบบฝึกหัดที่เป็นบ้าน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความทรงจำและทัศนคติของนักเรียนที่เรียนเลขคณิตที่หนึ่ง โดยเปรียบเทียบผลการทดลอง

ซึ่งกลุ่มควบคุมได้รับการบ้านเกี่ยวกับหัวข้อที่เรียนในแต่ละวันเท่านั้น ส่วนกลุ่มทดลองแยกออกเป็นสองกลุ่มย่อย ให้กลุ่มย่อยแรกได้รับการบ้านในหัวข้อเกี่ยวกับกลุ่มควบคุม แต่มีจำนวนน้อยกว่ากลุ่มควบคุมกลุ่มย่อยที่สองจะได้รับการตรวจการบ้านทุก 2 วัน ก่อนเรียนหัวข้อใหม่ และกลุ่มทดลองนั้น 2 กลุ่มย่อยมีการทบทวนการบ้านในวันแรกและวันที่ 3 หลังจากการสอนหัวข้อนั้นไปแล้ว ผลการทดลองพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความทรงจำของกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม สูงกว่ากลุ่มควบคุม สำหรับทัศนคติต่อการเรียน กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างไม่นับสำคัญและนักเรียนกลุ่มทดลองให้ความเห็นว่าการบ้านที่ได้รับการตรวจและมีการทบทวนด้วยช่วยพวกเขาได้มาก และพวกเขาชอบให้ครูสอนแบบนี้อีกต่อไป

ซีเมนส์ (Siemens, 1986 2954-A) ได้ศึกษาผลของการทำแบบฝึกหัดวิชาเรขาคณิต ที่มีการทำแบบฝึกหัดในเวลาเรียนกับนอกเวลาเรียน โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 4 ห้องเรียน รัฐอิลลินอย ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี 1985 โดยแบ่งทดลอง 2 ห้องเรียนให้ทำแบบฝึกหัดเรขาคณิตนอกเวลาเรียน และกลุ่มควบคุม 2 ห้องเรียน ทำแบบฝึกหัดเรขาคณิตในเวลาเรียน ทาการทดลอง 9 เดือน ผลการทดลองพบว่าทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน นั่นก็คือ แสดงว่าการทำแบบฝึกหัดในวิชาคณิตศาสตร์ ยังมีความสำคัญและไม่่ว่าจะทำในเวลาเรียนหรือนอกเวลาที่เรียนต่างก็มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพอ ๆ กัน

จางงานวิจัยดังกล่าวพอสรุปได้ว่า การทำแบบฝึกหัดเป็นกิจกรรมที่จำเป็นและสำคัญต่อการฝึกทักษะของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัดเป็นการฝึกการมองเห็นปัญหาและการหาทางแก้ปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องมีความรอบคอบ และรู้จักสังเกตจึงจะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยตัวของนักเรียนเอง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

1. ความหมายของความคงทนในการเรียน

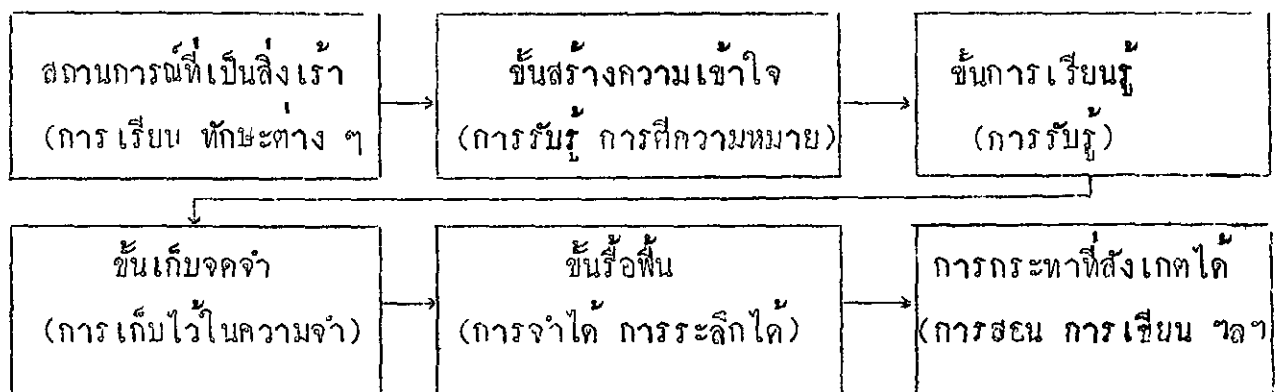
ความคงทนในการเรียนรู้ (Learning Retention) คือการคงไว้ซึ่งผลของการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกถึงสิ่งเร้าที่เคยเรียนมา หลังจากที่ได้ทิ้งช่วงระยะเวลาหนึ่ง

(Adam. 1976 9) ความจำเป็นพฤติกรรมภายใน (Convert Behavior)

ที่เกิดขึ้นภายในจิตใจเช่นเกี่ยวกับความรู้สึก การรับรู้ ความชอบ และการจินตนาการของมนุษย์ การที่จะจดจำสิ่งที่เรียนได้มากน้อยเพียงใดนั้น ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ กาเย (Gagne. 1970 . 70 - 71) ได้อธิบายถึงขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้และการจำดังนี้

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ขั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลง เกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือ การนำเอาสิ่งที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำในช่วงเวลาหนึ่ง
4. ขั้นรื้อฟื้น คือการนำเอาสิ่งที่เรียนแล้วจะเก็บไว้นั้นออกมาใช้ในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วนี้จะเกิดอย่างใกล้เคียงกันมาก การเกิดขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 อาจจะพิจารณาาร่วมกันเป็นสถานการณ์ของการเรียนรู้ ส่วนขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 เป็นสภาพของการจำ ดังภาพประกอบแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 1 แผนภูมิแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้

ชนิดของการจำ

วารินทร์ สายโอบเชื้อ และสุณีย์ ชีรดากร (วารินทร์ สายโอบเชื้อ และสุณีย์ ชีรดากร 2522 : 135 - 136) ได้จำแนกชนิดของการจำออกเป็น 4 ชนิด คือ

1. การระลึกถึงเหตุการณ์ในอดีตที่เกี่ยวข้องกัน (Reintegration) เมื่อมีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ทำให้ระลึกถึงเหตุการณ์ในอดีตได้
2. การจำได้ (Recognition) หมายถึง การจำสิ่งที่เราพบในอดีตได้ ถ้าเราได้พบอีก
3. การระลึกได้ (Recall) เป็นการสร้างเหตุการณ์ต่าง ๆ จากความจำ และหาเหตุการณ์ที่สร้างขึ้นได้
4. การเรียนรู้ (Relearning) คือความพยายามทบทวน ๆ อ่านซ้ำ ๆ เพื่อต้องการให้สิ่งที่ต้องการจำนั้นติดอยู่ในความทรงจำ

2. ระบบความจำ

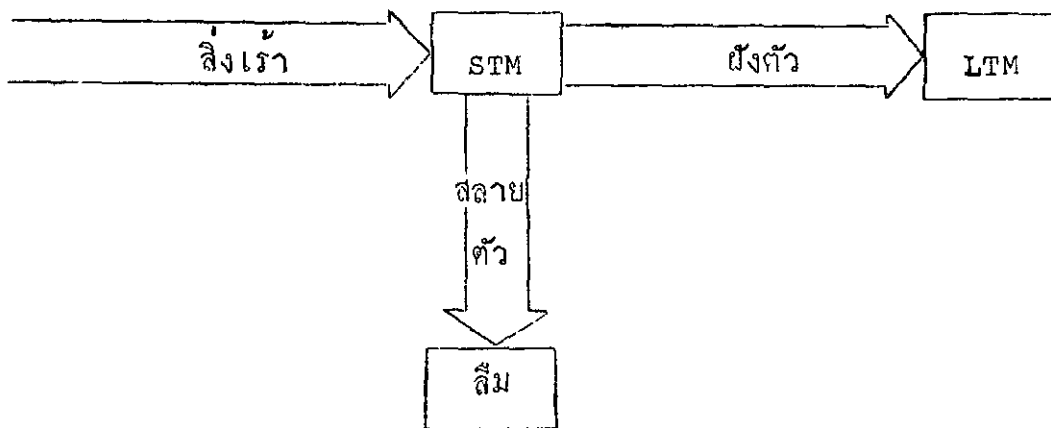
ชัยพร วิชาวุธ (ชัยพร วิชาวุธ 2525 : 287) ได้จำแนกระบบการจำออกเป็น 3 ชนิดคือ

1. ระบบการจำความรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) หมายถึงความคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากการเสนอสิ่งเร้าได้สิ้นสุดลง
2. ระบบความจำระยะสั้น (Short-Term Memory หรือ STM) เป็นความจำหลังการรับรู้สิ่งเร้าที่ได้รับการตีความจนเกิดการรับรู้ แล้วจะอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้เป็นประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น
3. ความจำระยะยาว (Long-Term Memory หรือ LTM) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวร เราไม่รู้สึกในสิ่งที่จำอยู่ แต่เมื่อต้องการให้หรือป้อนสิ่งใดมาสะกิดใจก็ส่งมาเร็วขึ้นขึ้นมาได้ เช่น การจำเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเมื่อหลายชั่วโมงก่อน หลายวันก่อน หรือหลายปีก่อน

ทฤษฎีการตรวจสอบกระบวนการ (Two-Process Theory of Memory)

แอตกินสัน และชิฟฟริน (ชัยพร วิชาวุธ 2525 : 296 - 297

อ้างอิงมาจาก Atkinson and Shiffrin. 1968) เป็นผู้สร้างทฤษฎีความจำเพื่ออธิบายกระบวนการต่าง ๆ ใน STM และ LTM คือ STM เป็นความจำชั่วคราว สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ใน STM ต้องการพบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำสิ่งนั้นจะสลายไปอย่างรวดเร็ว ในการพบทวนนั้นเราไม่สามารถเข้ามาพบทวนทุกสิ่งๆ ที่เข้ามาอยู่ใน STM ดังนั้น จำนวนสิ่งของที่เราจำได้ใน STM จึงมีจำกัดการพบทวนบ่อยเกินไปไม่ได้ความจำสลายตัวไปจาก STM และสิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ใน STM เป็นระยะเวลาสั้น สิ่งนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวอยู่ใน LTM ยิ่งมาก ถ้าเราทวนสิ่งใดไว้ใน LTM สิ่งนั้นก็จะมีโอกาสอยู่ในความจำตลอดไป



งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

สืบศักดิ์ สาขร (สืบศักดิ์ สาขร 2521 : 43 - 44) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่มีความรับผิดชอบต่างกัน โดยการเรียนจากการเรียนด้วยตนเองและการสอนปกติ จำนวน 70 คน กลุ่มทดลอง 35 คน ซึ่งเรียนจากการเรียนด้วยตนเอง กลุ่มควบคุม 35 คน เรียนตามปกติ ผลการทดลองปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนกลุ่มที่สอนตามปกติสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยชุดการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความคงทนในการ เรียนกลุ่มที่สอนปกติสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยชุดการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมบูรณ์ สีนถาวร (สมบูรณ์ สีนถาวร 2521 : 43) ได้ทำการวิจัยพบว่า การทดสอบย่อยทำให้ความคงทนในการ เรียนรู้สูงกว่าวิธีการสอนที่ให้ให้นักเรียนฝึกทักษะ ด้วยการหาแบบฝึกหัดและสูงกว่าวิธีการสอนสิ่งพิมพ์อย่างมีนัยสำคัญ แต่ความคงทน ในการ เรียนรู้ของกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนสิ่งพิมพ์รองกับวิธีการสอนที่ให้ นักเรียนฝึกทักษะด้วยการหาแบบฝึกหัดแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

รัตนา เชื้ออรัน (รัตนา เชื้ออรัน 2522 : 100) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการ เรียนรู้ของนักเรียนที่รู้และไม่รู้จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าความคงทนในการ เรียนของ นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการบอกและอธิบายจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม นักเรียนที่ได้รับการบอก แต่ไม่อธิบายจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม นักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการบอกและอธิบายจุดมุ่งหมาย เชิงพฤติกรรม ไม่แตกต่างกัน

ทรงศักดิ์ นิธิปริชา (ทรงศักดิ์ นิธิปริชา 2523 : 73) ได้ศึกษากลวิธีที่ แตกต่างในการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันสำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตร วิชาการศึกษาศนสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ พบว่าความคงทนของนักเรียนจากวิธีการสอนแบบค้นพบ และแบบบรรยายเมื่อสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ ทางสถิติ

ศศิธร เล็กสุขศรี (ศศิธร เล็กสุขศรี 2525 : 44) ได้ศึกษาผลการทดสอบย่อย ด้วยข้อสอบอัตนัยและข้อสอบปรนัยที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปริมาณในการเคาะและความคงทน ในการ เรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าความคงทนในการ เรียนรู้ของกลุ่ม ที่ได้รับการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบอัตนัย กับกลุ่มที่ได้รับการสอบย่อยด้วยข้อสอบปรนัยมีความคงทน ในการ เรียนรู้แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

พรรณี โสชะโร (พรรณี โสชะโร 2527 : 172) ได้ทำการศึกษาวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างไม่มีอิสระ และกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนความคงทนในการเรียนรู้ของทั้ง 3 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างไม่เป็นนัยสำคัญทางสถิติ

ประยงค์ นาโก (ประยงค์ นาโก 2527 : 73) ได้ศึกษาผลการสอน 3 แบบ ได้แก่ การเรียนเป็นคณะ เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรม และเรียนตามปกติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความเป็นผู้นำและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่ 1 แตกต่างกับกลุ่ม 3 และกลุ่มที่ 2 แตกต่างกับกลุ่มที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนความคงทนในการเรียนรู้ของทั้ง 3 กลุ่มไม่แตกต่างกัน แต่กลุ่มที่ 1 มีแนวโน้มของความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มอื่น ๆ

จากงานวิจัยดังกล่าวจะเห็นว่า ผู้วิจัยก็บอกกันทั่วถึงวิธีการต่าง ๆ เพื่อที่จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ดีขึ้น เพราะในวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานต่อเนื่องกันตลอดเวลา ดังนั้นความรู้ในด้านคณิตศาสตร์ ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นมากอย่างยิ่ง ผู้วิจัยมีความสนใจอย่างยิ่งที่จะศึกษาว่าระหว่างการสอนที่ให้นักเรียนหาแบบฝึกหัด แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ของกระทรวงศึกษาธิการนั้นว่าการได้แบบฝึกหัดแบบใดจะให้ผลสัมฤทธิ์ และความคงทนในการเรียนสูงกว่ากัน เพื่อจะได้เป็นแนวทางสำหรับการเรียนการสอนของครูผู้สอนต่อไป

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่สอนตามคู่มือครู โดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยกับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกัน

2. ความคงทนในการ เรียบวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่สอนตามคู่มือครู โดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิด เลือกตอบ การทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยกับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบ เรียบแตกต่างกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษากันคว่า

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ประชากร
2. กลุ่มตัวอย่าง
3. เวลาที่ใช้ในการทดลอง
4. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง
5. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
6. แบบแผนการวิจัย
7. วิธีดำเนินการทดลอง
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มประชากร

กลุ่มประชากรของการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน
ดงมะไฟวิทยา ตำบลขมิ้น อำเภอมะนัง จังหวัดสกลนคร จำนวน 4 ห้องเรียน
รวมเป็นจำนวนนักเรียน 149 คน ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ปีการศึกษา 2529 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา ตำบลขมิ้น อำเภอมะนัง
จังหวัดสกลนคร ซึ่งใช้วิธีการสุ่มดังนี้

1. ให้นักเรียน 149 คนจับสลาก แบ่งสลากเป็น 2 ประเภท คือเข้าร่วม
โครงการ 90 ใบ และไม่เข้าร่วมโครงการ 59 ใบ จะได้นักเรียนเข้าร่วมโครงการ
90 คน เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. เขียนสลากหมายเลข 1, 2, 3 ให้นักเรียน 90 คนจับ จะได้นักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 30 คน

3. ผู้วิจัยจับสลากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มเข้าสู่กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมดังนี้

กลุ่มทดลองที่ 1 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

กลุ่มทดลองที่ 2 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย

กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

เวลาที่ใช้ในการทดลอง

นำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529 ใช้เวลาในการทดลอง กลุ่มละ 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 โดยแบ่งออกเป็น 5 หัวข้อดังนี้

1. คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย
2. ซายน์
3. โคซายน์
4. แทนเจนต์
5. การพิสูจน์เอกลักษณ์

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน ซึ่งมีแบบทดสอบ 2 ชนิดคือ แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับแบบทดสอบแบบอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีขั้นตอนดังนี้

1.1.1 ศึกษาทฤษฎีและวิธีสร้างแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

1.1.2 สร้างตารางวิเคราะห์รายละเอียด

1.1.3 สร้างแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก โดยสร้างให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์รายละเอียด จำนวน 50 ข้อ

1.1.4 นำแบบทดสอบไปให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน และอาจารย์วัดผล 1 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และความครอบคลุมของข้อสอบ

1.1.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนพังโคนวิทยาคม อำเภอพังโคน จังหวัดสกลนคร จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ผ่านไปแล้ว เพื่อหาประสิทธิภาพของตัวลอง

1.1.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ที่ปรับปรุงข้อคำถามและตัวลองแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสกลนครพัฒนศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านไปแล้ว เพื่อหาค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกของข้อสอบ

1.1.7 คัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 30 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .33 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .21 ถึง .76

1.1.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกได้ 30 ข้อ ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสกลราชวิทยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านไปแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ได้ค่าความเชื่อมั่น .76

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย มีขั้นตอนดังนี้

1.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างข้อสอบแบบอัตนัย

1.2.2 สร้างแบบทดสอบแบบอัตนัยให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์ จำนวน 10 ข้อ และวิธีการทำอย่างละเอียด

1.2.3 นำแบบทดสอบไปให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ 1 ท่าน อาจารย์วัดผล 2 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความครอบคลุมของข้อสอบ และภาษาที่ใช้

1.2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสกลนครพัฒนศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านไปแล้ว

1.2.5 นำกระดาษที่ได้จากการทดสอบมาตรวจให้คะแนน คะแนนเต็มข้อละ 5 คะแนน และทำการวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาความยากง่าย จากสูตร Index of Difficulty และค่าอำนาจจำแนกจากสูตร Index of Discrimination

1.2.6 คัดเลือกข้อสอบจำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .46 ถึง .76 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .40 ถึง .72

1.2.7 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสกลราชวิทยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติผ่านไปแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ได้ค่าความเชื่อมั่น .76

2. แบบฝึกหัดแบบปรนัย แบ่งออกเป็น 4 ชนิดคือ แบบเลือกตอบ แบบถูกผิด แบบจับคู่ และแบบเติมคำลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ แต่ผู้วิจัยสนใจการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ เพราะแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สามารถฝึกความรู้ความสามารถให้ครอบคลุมทุกเนื้อหาตรงตามจุดประสงค์ ตามได้มากข้อ ตามให้นักเรียน

มีความสามารถในการใช้เหตุผล การตัดสินใจ การแปลความหมาย การวิเคราะห์ การสรุปผล การแก้ปัญหา ข้อคำถามสามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องหรือความไม่เข้าใจ เนื้อหาได้โดยพิจารณาจากตัวเลือกที่นักเรียนทำมา แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น

2.1.1 คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

2.1.2 ไซน์ และการนำคุณสมบัติของไซน์มาแก้โจทย์ปัญหา

2.1.3 โคไซน์ และการนำคุณสมบัติของโคไซน์มาแก้โจทย์ปัญหา

2.1.4 แทนเจนต์ และการนำคุณสมบัติของแทนเจนต์มาแก้โจทย์ปัญหา

2.1.5 การพิสูจน์เอกลักษณ์

2.2 สร้างแบบฝึกหัดชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยให้สอดคล้องกับ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จำนวน 9 จุด

2.3 นำแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ท่าน และอาจารย์วัดผล 1 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความครอบคลุมของเนื้อหา ภาษาที่ใช้

2.4 นำแบบฝึกหัดทั้ง 9 จุด ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อําเภอมะนัง จังหวัดสกลนคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน เพื่อปรับปรุงแก้ไขความเหมาะสมด้านภาษา เวลา ก่อนนำไปใช้ในการวิจัยต่อไป

3. แบบฝึกหัดแบบอัตนัยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและวิธีการสร้างแบบฝึกหัด

แบบอัตนัย

3.2 สร้างแบบฝึกหัดแบบอัตนัย โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ในแต่ละคาบ จำนวน 9 จุด และวิธีการหาอย่างละเอียด

3.3 นำแบบฝึกหัดไปให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ 2 ท่าน และอาจารย์วัดผล 1 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความครอบคลุมของเนื้อหา และภาษาที่ใช้

3.4 นำแบบฝึกหัดทั้ง 9 ชุด ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคงมะไฟวิทยา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 29 คน เพื่อปรับปรุงแก้ไขความเหมาะสมคำภาษาเวลา ก่อนนำไปใช้ในการวิจัยต่อไป

4. แผนการสอนตามคู่มือครู

4.1 ศึกษาแนวการสอนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ จากคู่มือการสอน วิชาคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี และศึกษาแผนการสอนจากคู่มือครูของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ และสร้างแผนการสอน ร่วมกับครูประจำวิชา โดยกำหนดเวลาในการจัดกิจกรรมการสอนแผนละ 50 นาที จำนวน 10 คาบ

4.2 นำแผนการสอนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคงมะไฟวิทยา ตามลขมีน อำเภอมือง จังหวัดสกลนคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม การใช้เวลา การใช้สื่อการสอน และปริมาณเนื้อหา ที่นำมาจัดกิจกรรม เพื่อให้เป็นแผนการสอนที่สมบูรณ์สำหรับนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองแบบ Randomized Control Group Posttest-only Design ซึ่งมีลักษณะการทดลองดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 219)

ตาราง แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
ER ₁	-	X ₁	T ₂
ER ₂	-	X ₂	T ₂
CR	-	X ₃	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

- R = การกำหนดกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่ม
- E = กลุ่มทดลอง
- C = กลุ่มควบคุม
- ER₁ = กลุ่มทดลองที่ 1 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบ
- ER₂ = กลุ่มทดลองที่ 2 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย
- CR = กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน
- T₂ = การทดสอบหลังเรียน
- X₁ = การสอนโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
- X₂ = การสอนโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย
- X₃ = การสอนโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

วิธีการในการทดลอง

ในการทดลองผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองดังนี้

1. กลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคงมะไฟวิทยา ตำบลขมิ้น
อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ปีการศึกษา 2529 สุ่มมา 90 คน จากจำนวนนักเรียน
ทั้งหมด 149 คน ดังนี้
 - 1.1 ให้นักเรียน 149 คนจับสลาก ซึ่งแบ่งสลากเป็น 2 ประเภท คือ
เข้าร่วมโครงการ 90 คน ไม่เข้าร่วมโครงการ 59 คน จะได้นักเรียนเข้าร่วมโครงการ
90 คน เป็นกลุ่มตัวอย่าง
 - 1.2 เขียนสลากหมายเลข 1, 2, 3 ให้นักเรียน 90 คนจับ จะได้
นักเรียน 3 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน
 - 1.3 ผู้วิจัยจับสลากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มเข้าสู่กลุ่มทดลองที่ 1
กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

2. ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม โดยใช้แผนการสอนเหมือนกันทั้ง 3 กลุ่มตัวอย่าง และระยะเวลาในการทดลองเท่ากัน ดังนี้

2.1 กลุ่มทดลองที่ 1 สอนตามคู่มือครูแล้วทำแบบฝึกหัดแบบปรนัย

เทคนิคเลือกตอบ

2.2 กลุ่มทดลองที่ 2 สอนตามคู่มือครูแล้วทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย

2.3 กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครูแล้วทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

3. เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทดสอบพร้อมกันทั้ง 3 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย

เทคนิคเลือกตอบ และแบบทดสอบแบบอัตนัย ตรวจสอบการทดสอบนาคะแนนมาวิเคราะห์โดยใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. หลังการทดลองผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ หากการทดสอบพร้อมกันทั้ง 3 กลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับเดิม เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ ตรวจสอบการทดสอบและนาคะแนนมาวิเคราะห์ โดยใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตรดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

1.2 ค่าความแปรปรวน คำนวณจากสูตร

$$S^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N - 1)}$$

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 หาค่าความยากง่ายของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คำนวณจากสูตร (ล่วน สายยศ และอังคณา สายยศ
2528 : 179)

$$P = \frac{R}{N}$$

P แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบ

R แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูก

N แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบ

2.2 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คำนวณจากสูตร (ล่วน สายยศ และอังคณา สายยศ
2528 : 168)

$$D = \frac{R_u - R_1}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_u แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มเก่ง

R_1 แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ใช้สูตรของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (KR-20)
(ล่วน สายยศ และอังคณา สายยศ - 2528 :- 168)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum qp}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ n แทน จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

p แทน สัดส่วนของผู้ทำได้อันข้อหนึ่ง ๆ

$$= \frac{\text{จำนวนคนที่ตอบถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$$

q แทน สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $1 - p$

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

2.4 หากดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัย (ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบบอัตนัย)

คือ สัดส่วนของความแตกต่างของคะแนนสูงสุดและต่ำสุดที่เป็นไปได้ ซึ่งก็คือคะแนนเฉลี่ยของชั้นที่เป็นตัวแทน คำนวณจากสูตร (โกวิท ประวาลพุกษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชัญ 2527 : 276 - 277)

$$\text{Index of Difficulty} = \frac{S_H + S_L - (n_T)(X_{\min})}{m_T (X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ S_H แทน ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มต่ำ

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้

n_T แทน จำนวนนักเรียนทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ

n_H แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง

2.5 หากค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบบอัตนัย กำหนดได้

จากสูตร (โกวิท ประวาลพุกษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชัญ 2527 : 278)

$$\text{Index of Discrimination} = \frac{S_H - S_L}{n_H (X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ S_H แทน ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวม FX ของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max}	แทน คะแนนสูงสุดที่เป็นไปได้
X_{min}	แทน คะแนนต่ำสุดที่เป็นไปได้
n_T	แทน จำนวนนักเรียนทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ
n_H	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของข้อสอบแบบอัตนัย โดยหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 170 - 172)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_1^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อของข้อสอบ

S_1^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบเป็นรายข้อ

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแตกต่างกัน โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทิศทางเดียว (One - way Analysis of Variance) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 95 - 98)

3.2 ถ้าพบความแตกต่างระหว่างกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผู้วิจัยจะทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยเป็นรายคู่ โดยวิธีของ นิวแมนคูลล์ (Newman-Keules) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 113 - 117)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

- N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง
- $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย
- s^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน
- df แทน ชั้นของความเป็นอิสระ
- MS แทน ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวน
- SS แทน ผลรวมของความแปรปรวน
- F แทน อัตราส่วนระหว่างค่าความแปรปรวนระหว่างกลุ่ม กับค่าความแปรปรวนภายในกลุ่ม
- กลุ่มทดลองที่ 1 หมายถึง กลุ่มที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
- กลุ่มทดลองที่ 2 หมายถึง กลุ่มที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย
- กลุ่มควบคุม หมายถึง กลุ่มที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้เสนอลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วนักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

2. ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ซึ่งได้รับการสอบวัดหลังการทดลองสอนผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน โดยแยกเป็นคะแนนของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัย คะแนนของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คะแนนของข้อสอบแบบอัตนัย

1.1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากคะแนนรวมของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัย

ตาราง 1 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจาก
คะแนนของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย

แหล่งตัวแปร	SS	df	Ms	F
ระหว่างกลุ่ม	622.066	2	311.033	9.164**
ภายในกลุ่ม	5,905.534	87	67.879	
รวม	6,527.600	89		

$$F_{.01} (2, 87) = 4.82$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 1 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม จากคะแนนรวม
ของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย หลังการทดลองแตกต่างกัน
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำ
แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน
ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

เพื่อศึกษาว่าการสอนคู่มือทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียน ซึ่งวัดโดยใช้คะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบ
แบบอัตนัย ซึ่งวิเคราะห์ให้เป็นรายคู่ โดยใช้วิธีของ Newman-Keuls test จะได้
ตาราง 2

ตาราง 2 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากคะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย

การหาแบบฝึกหัด	$\bar{X}$	แบบอัตนัย	ในแบบเรียน	แบบปรนัย
		21.366	26.5	27.233
แบบอัตนัย	21.366	-	5.233	5.866*
ในแบบเรียน	26.600	-	-	0.633
แบบปรนัย	27.233	-	-	-

r	1	2	3
q.05		2.80	3.36
w.05		4.211	5.053

$$w.05 = q.05, r 89) \sqrt{\frac{67.879}{30}} = 1.504$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 2 วิเคราะห์จากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและข้อสอบแบบอัตนัย ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

1.2 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
จากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

ตาราง 3 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากข้อสอบ
แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

แหล่งตัวแปร	SS	df	M	F
ระหว่างกลุ่ม	120.466	2	60.233	4.680 *
ภายในกลุ่ม	1,119.534	87	12.868	
รวม	1,240.000	89		

$$F_{.05} (2,87) = 3.09$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามตาราง 3 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม จากคะแนนของ
ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ หลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .05 แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิด
เลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนแตกต่างกัน

เพื่อศึกษาว่าการสอนคู่มือใดทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของคะแนน
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งวัดโดยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์
เป็นรายคู่มือโดยวิธีของ Newman-Keuls test จะได้ผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

การทำแบบฝึกหัด	$\bar{X}$	แบบอัตนัย	ในแบบเรียน	แบบปรนัย
		10.933	12.300	13.767
แบบอัตนัย	10.933	-	1.367	2.834 *
ในแบบเรียน	12.300	-	-	1.467
แบบปรนัย	13.767	-	-	-

r	1	2	3
$q_{.05}$		2.80	3.36
$w_{.05}$		1.833	2.178

$$w_{.05} = q_{.05, r, 87} = \sqrt{\frac{12.868}{30}}$$

$$= 0.654$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามตาราง 4 จากการทดสอบด้วยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

1.3 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากข้อสอบแบบอัตนัย

ตาราง 5 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากข้อสอบ
แบบอัตนัย

แหล่งตัวแปร	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	248.466	2	124.233	3.517*
ภายในกลุ่ม	3,073.133	87	35.323	
รวม	3,321.600	89		

$$F_{.05} (2,87) = 3.09$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามตาราง 5 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม จากคะแนนของ
ข้อสอบแบบอัตนัย หลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
แตกต่างกัน

เพื่อศึกษาว่า การสอนคู่มือทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของคะแนน
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งวัดโดยข้อสอบแบบอัตนัย วิชาคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์เป็น
รายคู่มือโดยใช้วิธีของ Newman-Keuls test จะได้ผลดังตาราง 6

ตาราง 6 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากข้อสอบแบบอัตนัย

การทำแบบฝึกหัด	$\bar{X}$	แบบอัตนัย	แบบปรนัย	ในแบบเรียน
		10.433	13.467	14.300
แบบอัตนัย	10.433	-	3.034*	3.867*
แบบปรนัย	13.467	-	-	0.833
ในแบบเรียน	14.300	-	-	-

r	1	2	3
$\alpha_{.05}$		2.80	3.36
$w_{.05}$		3.024	3.628
$w_{.05} = q(.05; r, 87) = \sqrt{\frac{35.3233}{30}}$ $= 1.08$			

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามตาราง 6 เมื่อวิเคราะห์จากข้อสอบแบบอัตนัย ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. การวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน เมื่อสิ้นสุดการสอนแล้วเป็นเวลา 2 สัปดาห์ จึงทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์อีกครั้งหนึ่ง เพื่อทดสอบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของความคงทนในการเรียนรู้ทางการเรียน ซึ่งวิเคราะห์จากคะแนนรวมของข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และข้อสอบแบบอัตนัย หลังการทดลองสอนสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์

ตาราง 7 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิเคราะห์จากคะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และข้อสอบแบบอัตนัยหลังการทดลองสอนสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์

แหล่งตัวแปร	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	545.155	2	272.577	5.056 *
ภายในกลุ่ม	4,689.967	87	53.907	
รวม	5,235.122	89		

$$F_{.01} (2,87) = 4.82$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 7 ปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์แตกต่างกัน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

เพื่อศึกษาว่าการสอนกฎเกณฑ์ให้นักเรียนมีความงอกงามในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของคะแนนความงอกงามในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และข้อสอบแบบอัตนัย ซึ่งวิเคราะห์เป็นรายคู่โดยวิธีของ Newman-Keuls test จะได้ผลดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ของคะแนนความงอกงามในการเรียนรู้หลังการสอนสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ จากคะแนนรวมของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และข้อสอบแบบอัตนัย

การหาแบบฝึกหัด	$\bar{X}$	แบบอัตนัย	ในแบบเรียน	แบบปรนัย
		24.100	24.967	29.700
แบบอัตนัย	24.100	-	0.867	5.600 *
ในแบบเรียน	24.967	-	-	4.733 *
แบบปรนัย	29.700	-	-	-

r	1	2	3
q _{.05}		2.80	3.36
w _{.05}		3.753	4.504

$$w_{.05} = q(.05, r, 87) = \sqrt{\frac{53.907}{30}}$$

$$= 1.340$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 8 วิเคราะห์จากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัยหลังการทดลองสอนสิ้นสุดลง

2 สัปดาห์ ปรากฏว่า คะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยและนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05 แต่คะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2.2 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดการสอน 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

ตาราง 9 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

แหล่งตัวแปร	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	384.066	2	192.033	5.994**
ภายในกลุ่ม	2,786.833	87	32.032	
รวม	3,170.900	89		

$$F_{.01} (2.87) = 4.82$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 9 ปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน เมื่อวัดด้วยข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ แตกต่างกัน

เพื่อศึกษาว่าการสอนดูโทรทัศน์ให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งทดสอบหลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ เป็นรายคู่ด้วยวิธีของ Newman-Keuls test จะได้ผลดังตาราง 10

ตาราง 10 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยที่ละคู่ของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

การทำแบบฝึกหัด	$\bar{X}$	แบบอัตนัย	ในแบบเรียน	แบบปรนัย ^๑
		14.266	15.5	19.133
แบบอัตนัย	14.266	-	1.233	4.866 ^{**}
ในแบบเรียน	15.500	-	-	3.633 [*]
แบบปรนัย ^๑	19.133	-	-	-

r	1	2	3
q _{.05}		2.80	3.36
w _{.05}		2.892	3.471
q _{.01}		3.70	4.20
w _{.01}		3.823	4.339

$$\begin{aligned}
 w_{.05} &= q(.05, r, 87) = \sqrt{\frac{32.032}{30}} \\
 &= 1.033
 \end{aligned}$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามตาราง 10 วิเคราะห์จากข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่คะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยแตกต่างกันอย่างไไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2.3 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนจากแบบทดสอบแบบอัตนัย

ตาราง 11 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิเคราะห์จากคะแนนของแบบทดสอบแบบอัตนัยหลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ได้ผลดังนี้

แหล่งตัวแปร	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	18.822	2	9.411	0.552
ภายในกลุ่ม	1,481.000	87	17.022	
รวม	1,499.822	89		

$$F_{.05} (2,87) = 3.09$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 11 ปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่าง ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน เมื่อวัดด้วยแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัยนั้น ทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์หลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการศึกษาลักษณะและความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ซึ่งสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครู โดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครู โดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่สอนตามคู่มือครู โดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน แตกต่างกัน
2. ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่สอนตามคู่มือครู โดยการหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ การหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการหาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดงมะไฟวิทยาทำลขมื่น อำเภอเมือง จังหวัดสกลนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529 สุ่มมา 90 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 149 คน ซึ่งมีขั้นตอนในการสุ่มดังนี้

1.1 ให้นักเรียน 149 คน จับสลาก ซึ่งแบ่งสลากเป็น 2 ประเภท คือ เข้าร่วมโครงการ 90 ใบ และไม่เข้าร่วมโครงการ 59 ใบ จะได้นักเรียนเข้าร่วมโครงการ 90 คน เป็นกลุ่มตัวอย่าง

1.2 เขียนหมายเลข 1, 2, 3 ให้นักเรียน 90 คนจับ จะได้นักเรียน 3 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน

1.3 ผู้วิจัยจับสลากสุ่มเข้าสู่อำเภอทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

2.1 แผนการสอนตามคู่มือครู เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ .33 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .21 ถึง .76 ค่าความเชื่อมั่น .76

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ .46 ถึง .76 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .40 ถึง .72 ค่าความเชื่อมั่น .76

2.4 แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 9 ชุด

2.5 แบบฝึกหัดแบบอัตนัย จำนวน 9 ชุด

2.6 แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

3. การกาเป็นารทดลอง ได้ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2529 ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนทั้ง 3 กลุ่ม ใช้เวลาทดลองกลุ่มละ 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.1 กลุ่มทดลองที่ 1 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบ

3.2 กลุ่มทดลองที่ 2 สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย

3.3 กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

4. เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทดสอบ (Posttest) พร้อมกันทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องวัฏจักรส่วนตรีโกณมิติ

5. หลังการทดสอบผ่านไปแล้ว 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบพร้อมกันทั้ง 3 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกรั้งหนึ่ง เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 หากค่าเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ จากการสอบหลังเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม

6.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทน ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เมื่อพบว่ามีความ แตกต่างกัน จึงทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยทีละคู่โดยใช้สูตร Newman-Keuls test

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า วิจัยครั้งนี้

1. ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ที่สอนตามคู่มือครู โดยให้นักเรียนหาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สูงกว่านักเรียน ที่เรียนโดยการหาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ค่าเฉลี่ยของ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับนักเรียนกลุ่มที่ทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. ค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครู โดยให้นักเรียนทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ค่าเฉลี่ยของความคงทนของนักเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนโดยการทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่ทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

อภิปรายผล

1. การศึกษาค้นคว้าใบครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ คือต้องการที่จะเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน หลังการทดลองทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัย จากผลการศึกษารายงานว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดแบบอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทาแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ จากผลการวิจัย ผู้วิจัยอภิปรายผลได้ดังนี้

1.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่สอนตามคู่มือครู แล้วทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่สอนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนั้นเป็นตัวกระตุ้นและรูงใจให้นักเรียนสนใจ สามารถถามให้นักเรียนมีพฤติกรรมทางสติปัญญาได้หลายด้าน คือ ความรู้-ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ข้อคำถามตามไวยากรณ์ข้อกรอมคลุม กรบถวน(บุญเชิด ภิญโญนนตพจน์ 2524 : 154) และตรงตามจุดประสงค์กว่าข้อคำถามอื่นในเวลาที่เท่ากัน ข้อคำถามถามได้จาเพาะเจาะจงไม่คลุมเครือ และข้อคำถามสามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องหรือความไม่เข้าใจเนื้อหาได้โดยพิจารณาจากตัวเลือกที่นักเรียนทามา นอกจากนี้ข้อคำถามแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนี้ยังฝึกความสามารถในการใช้เหตุผล การตัดสินใจ การแปลความหมาย การวิเคราะห์ สรุปผล การแก้ปัญหา (Stanley and Hopkins. 1978 . 132) และการแสดงออกของนักเรียนอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ (อนันต์ ศรีโสภา 2525 : 180) ประกอบกับเวลานักเรียนทำแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยไม่ต้องแสดงกระบวนการวิธีกรคิด อาจหาคำตอบได้จากการแทนค่าคำตอบ ทำให้นักเรียนรู้จักสรุปวิธีการทำและกิดคำตอบได้รวดเร็วขึ้น

อีกประการหนึ่งเมื่อทุกคนทำแบบฝึกหัดเสร็จและตรวจแบบฝึกหัดแล้ว ผู้วิจัยได้เฉลยและอธิบายเหตุผลในการเลือกคำตอบแต่ละข้อ นักเรียนมีโอกาสอภิปราย ชักถามโต้แย้งในข้อที่นักเรียนไม่เห็นด้วย และในที่สุดก็ยอมรับว่าเหตุใดข้อเหล่านั้นถูก ซึ่งจากกระบวนการฝึกดังกล่าว ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน ประกอบกับมีการให้ข้อมูลย้อนกลับ คือให้นักเรียนได้ทราบว่าสิ่งที่เขาทำไปนั้นถูกหรือผิดตรงไหน และทราบว่าผลลัพธ์ของนักเรียนที่ทำนั้นถูกหรือผิดที่จุดใด ทำให้นักเรียนมีโอกาสแก้ไขข้อบกพร่อง ประสบความสำเร็จเมื่อทำถูก

เกิดความมั่นใจและมีกำลังใจที่จะเรียนบทเรียนต่อไป ขณะที่เรียนนักเรียนสนุกสนานในการเรียน มีความสนใจในบทเรียน ไม่เคร่งเครียด เพราะนักเรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็น การสอนโดยการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนี้เป็นการฝึกฝนที่ทำให้นักเรียนรู้จักคิดไตร่ตรองอย่างรอบคอบและมีเหตุผลในการคิดหาคำตอบอย่างระมัดระวัง การที่แบบฝึกหัดมีตัวเลือกหลายตัว นักเรียนจะต้องคิดให้รอบคอบจึงจะเลือกคำตอบที่ดีที่สุด ด้วยเหตุดังกล่าว นักเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบจึงสามารถหาข้อสอบแบบอัตนัย

โคเคแนตี่ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบที่นักเรียนเรียนไปนั้น ช่วยเสริมให้นักเรียนสามารถสรุปความ อธิบายขั้นตอนและกระบวนการวิธีทำข้อคำถามที่เป็นแบบอัตนัย ได้อีกด้วย ดังนั้นจึงมีผลทำให้นักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย

1.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่าแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนประกอบด้วยข้อคำถามที่เป็นทั้งปรนัยแบบเติมคำตอบ และแบบอัตนัย ซึ่งลักษณะของคำถามแบบปรนัยเติมคำตอบนั้น สามารถใช้ฝึกในด้านความรู้-ความจำ และเหมาะสำหรับถามเกี่ยวกับคำศัพท์ นิยาม สูตร การคำนวณหาคำตอบ (โกวิท ประวาลพฤษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชชัย 2527 : 88) สำหรับข้อคำถามแบบอัตนัยนั้น ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกเมื่อต้องการให้นักเรียนใช้เหตุผล ใช้ทักษะ การเขียน ตลอดจนการแสดงขั้นตอนของกระบวนการทำแบบฝึกหัดแต่ละข้อ การที่นักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนได้ทำแบบฝึกหัดทั้งแบบปรนัยแบบเติมคำตอบและแบบอัตนัย จึงทำให้นักเรียนได้รับการฝึกหลายรูปแบบมากกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย ซึ่งฝึกเฉพาะ ข้อคำถามที่เป็นแบบอัตนัยอย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งโดยธรรมชาติของแบบฝึกหัดแบบอัตนัยนั้น นักเรียนจะต้องมีรูปแบบการคิดคำนวณต้องใช้เหตุผล โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นจะต้องแสดง กระบวนการคิดและการทำอย่างมีระบบ การแสดงวิธีทำต้องยึดรูปแบบทำตามลำดับขั้นตอน และต้องมีความสามารถในการเขียนอย่างดี (อนันต์ ศรีโสภา 2525 : 141) แต่ถ้า นักเรียนมีความสามารถไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดผลเสียแก่นักเรียน ทั้งนี้เพราะจากการทดลอง และสังเกตพฤติกรรมพบว่านักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย ถ้าให้นักเรียนเขียนมาก ๆ และ แสดงวิธีทำโดยยึดรูปแบบมาก ๆ นักเรียนไม่สนใจเท่าที่ควร ขาดความกระตือรือร้นในการทำ แบบฝึกหัด ถ้าโจทย์หรือข้อคำถามใดนักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจแนวทางในการคิดหรือแสดงวิธีทำ ทำให้นักเรียนไม่มีความมั่นใจจะตอบหรือจะแสดงขั้นตอนของข้อคำถามนั้น นักเรียนเกิดความท้อแท้ และไม่ชอบบทเรียน ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ต่ำกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน

1.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิด

เลือกตอบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่า แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบเป็นตัวกระตุ้นและจูงใจให้นักเรียนสนใจ ข้อคำถามถามได้มากข้อ ครอบคลุมตรงจุดประสงค์ ข้อคำถามสามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องหรือความไม่เข้าใจในเนื้อหาได้ และข้อคำถามแบบปรนัยชนิดเลือกตอบยังฝึกความสามารถการใช้เหตุผล การตัดสินใจ การแปลความหมาย แม้จะมีบางข้อที่นักเรียนทำไม่ได้ แต่นักเรียนก็สามารถหาคำตอบได้จากตัวเลือกที่ให้มา* สำหรับกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนนั้น ข้อคำถามประกอบด้วยคำถามแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบและแบบอัตนัย ซึ่งลักษณะของข้อคำถามแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบนั้นสามารถฝึกความรู้-ความจำ และเหมาะสมสำหรับถามเกี่ยวกับคำศัพท์ นิยาม สูตร การคำนวณหาคำตอบ ส่วนคำถามแบบอัตนัยนั้นให้นักเรียนได้ฝึกเมื่อต้องการให้นักเรียนใช้เหตุผล ใช้ทักษะการเขียน การแสดงขั้นตอนของกระบวนการทำแบบฝึกหัดแต่ละข้อ ซึ่งการเขียนคำตอบของคำถามแบบอัตนัยเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักเสนอแนวความคิดและการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ เช่น เนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในหัวข้อการพิสูจน์เอกลักษณ์ ซึ่งนักเรียนจะต้องแสดงวิธีการทำ อย่างไรก็ตามแม้ว่าแบบฝึกหัดแบบอัตนัยจะมีข้อจำกัด คือถ้านักเรียนไม่มีความสามารถเพียงพอจะทำให้ไม่เกิดผลกับนักเรียน คือ ถ้าเขียนมาก ๆ ต้องแสดงวิธีทำและปิดรูปแบบตามขั้นตอนมาก ๆ ทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ขาดความกระตือรือร้นและขาดกำลังใจในการทำแบบฝึกหัดก็ตาม แต่กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนก็ไม่ได้เบื่อหน่ายในบทเรียน ทั้งนี้เพราะแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนมีการฝึกสองรูปแบบกละกัน คือ แบบปรนัยและแบบอัตนัย ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้ทำแบบฝึกหัดที่ไม่จำเจแต่เพียงอย่างเดียว นักเรียนได้ฝึก 2 รูปแบบเป็นการเปลี่ยนบรรยากาศการทำแบบฝึกหัด ดังนั้นจึงทำให้นักเรียนไม่เบื่อหน่ายไม่เกรงเกรียงไกรว่าจะต้องฝึกทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยด้วยก็ตาม

จากการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อวิเคราะห์จากคะแนนผลสัมฤทธิ์ของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ พบว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่า

นักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ เข้าใจบทเรียนและคุ้นเคยกับลักษณะของข้อคำถามที่เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จึงทำให้ได้คะแนนของการตอบข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน แต่เมื่อวิเคราะห์จากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากข้อสอบแบบอัตนัย ดังตาราง 6 พบว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน มีโอกาสฝึกทำโจทย์หรือข้อคำถามที่เป็นอัตนัยมากกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จึงทำให้นักเรียนคุ้นเคยและชินกับการตอบคำถามแบบอัตนัยกว่า เมื่อรวมคะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบทั้งแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัยเข้าด้วยกันแล้วทำให้คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ กับคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างไม่นับนัยสำคัญทางสถิติ

2. เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนความคงทนในการเรียนของนักเรียนที่สวนตามคู่มือครูแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน จากการวิเคราะห์ดังตาราง 7 และตาราง 8 พบว่าความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ กับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากหลักของจิตวิทยาว่า การที่นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะต่าง ๆ อย่างเพียงพอล้วนพยายามตีความ ตีความหมาย สร้างความเข้าใจให้กับตนเอง ก็จะเกิดความจำนั้นไว้ เมื่อได้รับการรื้อฟื้นขึ้นมาก็จะจำได้ระลึกได้ เมื่อระลึกได้ก็จะกระทำและแสดงพฤติกรรมออกมา เช่น การเขียน การสอบ การตอบคำถาม (Gagne. 1970 : 70 - 71) จากการทดลอง นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ได้รับการสอนและทำแบบฝึกหัดครบทุกเนื้อหา ดังนั้นหลังการทดลองสิ้นสุดลง 2 สัปดาห์ จึงทำให้นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มต่างก็มีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาจากตาราง 9 และตาราง 10

พบว่าคะแนนความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเมื่อวัดด้วยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนั้น นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการท่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบมีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดหนังสือแบบเรียน และนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการท่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบนั้นคุ้นเคยในรูปแบบของข้อคำถามจึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการจำมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน และกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย แต่จากตาราง 11 พบว่าคะแนนความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม เมื่อวัดด้วยข้อสอบแบบอัตนัย แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ต่างก็มีความรู้และความสามารถในการจำกระบวนการขั้นตอนการแสดงวิธีทำ การคิดคำนวณของโจทย์ปัญหาเท่า ๆ กัน หรือสาเหตุอีกประการหนึ่งอาจจะเป็นเพราะว่าการวัดความคงทนในการเรียนรู้นี้ ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบชุดเดิม ช่วยระยะเวลา 2 สัปดาห์ นักเรียนอาจจะจำโจทย์ได้ จึงทำให้ความคงทนในการเรียนรู้นี้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม เมื่อวัดด้วยข้อสอบและแบบอัตนัยแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ จากการวิเคราะห์คะแนนความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนจากการสอบวัดด้วยข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบและแบบอัตนัย พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการท่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนและนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย ดังตาราง 8 ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการท่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสามารถทำข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ได้คะแนนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนและกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบสามารถเก็บความรู้และความจำในการเรียนได้มากกว่า เมื่อได้รับการกระตุ้นหรือรื้อฟื้นด้วยแบบทดสอบอีกครั้งหนึ่งจึงทำให้นักเรียนได้แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ การตอบคำถามออกมาจากการวิจัยจึงพบว่าการสอนโดยการท่าแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบช่วยให้นักเรียนมีความรู้และความคงทนในการเรียนรู้นี้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัย และนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อสังเกตในการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

1. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำมาก
2. นักเรียนมีความสุขในการทำและทำแบบฝึกหัดเสร็จเร็วกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยและกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียน
3. การทำแบบฝึกหัดบางครั้งนักเรียนสามารถหาคำตอบโดยการแทนค่าได้ ซึ่งไม่ต้องแสดงกระบวนการวิธีทางความคิด แนวผล ทำให้นักเรียนสามารถสรุปแนวทางการคิดเองได้
4. การทำแบบฝึกหัดบางครั้งนักเรียนคิดไม่ได้ แต่มีคำตอบให้เลือกนักเรียนสามารถเดาได้
5. นักเรียนมีโอกาสดูแลตัวเองแสดงความคิดเห็นในคำตอบที่นักเรียนได้และเมื่อครูอธิบายนักเรียนก็ยอมรับเหตุผลและคำตอบที่ผิดของนักเรียน
6. นักเรียนมีความสนใจในแบบฝึกหัดมาก เพราะเมื่อนักเรียนทำถูกทำให้ นักเรียนเกิดความภูมิใจ ซึ่งขณะเดียวกันครูต้องดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิดเพื่อดูว่านักเรียนสนใจบทเรียนหรือไม่ หรือนักเรียนคิดขัดตรงไหนเพื่อครูจะได้ชี้แจงข้อบกพร่องนั้นด้วย และอีกประการหนึ่งคือ ครูคอยดูแลเพื่อไม่ให้นักเรียนลอกคำตอบกัน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป
 - 1.1 แบบฝึกหัดเป็นสื่อที่ค่อนข้างหนึ่ง ในการฝึกฝนให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถในการคิดคำนวณ ดังนั้นครูและผู้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรสร้างและส่งเสริมให้มีการสร้างแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบให้นักเรียนได้ฝึก แต่ต้องพิจารณาให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ในการเรียน
 - 1.2 จุดอ่อนของแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบคือนักเรียนสามารถเดาคำตอบได้ เพื่อแก้ปัญหาการเดา แบบฝึกหัดควรมีตัวเลือกหลายตัว
 - 1.3 แบบฝึกหัดแบบอัตนัยมีจุดอ่อนคือ ทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ท้อแท้ และนักเรียนบางคนไม่มีความสามารถในการเขียน อธิบาย แสดงวิธีทำ ผู้สอนควรจะ

ปรับปรุง คัดแปลงให้คำถามเป็นแบบปรนัยให้มากที่สุด นอกเสียจากว่าต้องการจะให้นักเรียน
ได้ฝึกรูปแบบขั้นตอนของแบบฝึกหัดเพื่อป้องกันการเคาของนักเรียน

1.4 แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นนั้นควรสร้างจากการที่ได้วิเคราะห์หลักสูตรด้วย
เพื่อจะได้เป็นแบบฝึกหัดที่มีประสิทธิภาพ ใช้งานได้ผลตามที่ต้องการ

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรเพิ่มตัวแปรอื่น ๆ นอกเหนือจากผลสัมฤทธิ์และความคงทนใน
การเรียนรู้ เช่น วัดความสนใจ แรงจูงใจไปสู่สัมฤทธิ์ ระดับความสามารถ

2.2 ควรวิจัยในทานองเดียวกันนี้ในระดับชั้นอื่น ๆ โดยเลือกเนื้อหาที่
เหมาะสม

บรรณานุกรม

บรรณานก บ

กมล สดประเสริฐ "ผลการกระทบจากก... เปลี่ยนแปลงหลักสูตรและการวัดผล

การศึกษา' การศึกษเอกชน 6 : 26 - 28 มีนาคม 2520

โกวิท ประวาลพดกซ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชญ การประเมินผลในชั้นเรียน

พัฒนาพานิช พิมพ์ครั้งที่ 2 2527, 374 หน้า

จาวิก วะชัยรัตน์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอบโดยวิธีแบบสุ่มซ้ำในการเรียนและ

สร้างขึ้น ปรินญาณพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร 2527, 123 หน้า อัดสำเนา

จาเนียร โชติช่วง และคนอื่น ๆ จิตวิทยาการรับรู้และการเรียนรู้

มหาวิทยาลัยรามคำแหง 2521, 267 หน้า

กาวีศักดิ์ ทักษะ ป้องกันทางคณิตศาสตร์ กรณีที่ส่งค่าจากการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ประถมศึกษาปีที่ ๖ การศึกษา ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยทางการศึกษา

ประสานมิตร 2513, 206 หน้า อัดสำเนา

ชัยพร วิชาวุธ มูลสารจิตวิทยา โรงพิมพ์ลาดกระบังมหาวิทยาลัย 2525,

491 หน้า

ทรงศักดิ์ นิธิปรีชา การศึกษากฎวิธีที่แตกต่างกันในการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และ

บท สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ ๖ วิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์

-----ปรินญาณพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์-----2523, 192 หน้า -อัดสำเนา -

บุญเจ้า บุญโญนนทพงษ์ การวัดผลและการประเมินผลการศึกษา : ทฤษฎีและ

การประยุกต์ ภาควิชาพื้นฐาน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร 2524, 416 หน้า

บุญมี จันทร์สุมุด การศึกษาค้นคว้าของการตรวจแบบฝึกหัดโดยวิธีให้นักเรียนตรวจ
และให้ครูตรวจที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการจำเรื่อง
เลขยกกำลัง และโพลิโนเมียลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินญาณพนธ์
 กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2524, 55 หน้า อัดสำเนา

บุญทัน อยู่ชมบุญ พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
โอเคียนสโตร์ 2529, 269 หน้า

ประไพ สุวัติกุล การเปรียบเทียบความสามารถในการอ่านของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการใช้แบบฝึกหัดเสริมทักษะแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
กับการใช้แบบฝึกหัดตามหนังสือแบบเรียนภาษาไทยชุดทักษะสัมพันธ์ในวิชา ท.305
 ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2526, 111 หน้า
 อัดสำเนา

ประสาธ อิศรปริศา จิตวิทยาการศึกษา สำนักพิมพ์กราฟิกอาร์ต 2522, 153 หน้า

ประยงค์ นาโค ผลการสอน 3 แบบ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความเป็นผู้นำ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
 ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2527, 145 หน้า
 อัดสำเนา

ประสาน มาลากุล ณ อยู่ชยา 'การบ้านในทัศนะของผู้ปกครอง' ศูนย์ศึกษา
 12 : 43 มีนาคม 2518

ประเสริฐ ส่งแสง การทดลองวิธีการใช้แบบฝึกหัดและการตรวจแบบฝึกหัดที่ส่งผล
ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปรินญาณพนธ์
 กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2526, 173 หน้า อัดสำเนา

ปรารธนา นาชัยสิทธิ์ การศึกษาเปรียบเทียบผลของการให้งานในวิชาคณิตศาสตร์
เป็นรายครั้งกับรายยอดที่มีต่อนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคารากาม
 วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2523, 97 หน้า อัดสำเนา

พรณี โสชะโร ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เจตคติต่อคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2527, 172 หน้า
 อักสาเนา

มนู ผิวหอม การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทัศนคติในวิชาคณิตศาสตร์
ที่เกิดจากการให้การบ้านและไปให้การบ้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
 ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2526, 203 หน้า
 อักสาเนา

บุพิน พิพิธกุล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ บพิธการพิมพ์ 2524, 514 หน้า
 รัตนา เชื้อรื่น การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนของความรู้ของนักเรียนที่รู้
และไม่รู้จักมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 วิทยานิพนธ์
 กศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 100 หน้า อักสาเนา

ลาวลีย์ พลกล้า เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8 - 15
 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2526,
 561 หน้า

ละเมียด ลิ้มอักษร "การบ้าน" ศูนย์ศึกษา 12 : 59 - 63 พฤศจิกายน 2513
 ล้วน ฉายยศ และอังคณา ฉายยศ หลักและการวิจัยทางการศึกษา
 บริษัทศึกษาพร จำกัด 2528, 314 หน้า

วารินทร์ สายโอบเชื้อ และสุณีย์ ชีรดากร จิตวิทยาการศึกษา ภาควิชาจิตวิทยา
 และการแนะแนว วิทยาลัยครูพระนครศรีอยุธยา 2522, 190-หน้า

ศศิธร เล็กสุขศรี ผลของการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบอัตนัยและข้อสอบปรนัยที่มีต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปริมาณการเดา และความคงทนในการเรียนรู้ในวิชา
คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร 2529, 97 หน้า อักสาเนา

ศึกษาธิการ, กระทรวง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 โรงพิมพ์คุรุสภา
 2522, 252 หน้า

สืบศักดิ์ สาร เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้
วิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่มีความรับผิดชอบ
ต่างกัน โดยการเรียนจากชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองและจากการสอนปกติ
 ปรินญาพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521,
 53 หน้า อักสำเนา

✓ สมบูรณ์ สีนถาวร ผลการทำแบบฝึกหัด การทดสอบย่อยและการสอนสิ่งบกพร่องที่ไม่ก่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ปรินญาพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521, 52 หน้า อักสำเนา

◁ สืบศักดิ์ สีนธระเวชญ์ การประเมินผล 750 คาถาม วัฒนาพานิช 2524,
 148 หน้า

สมหวัง พิธิยานุวัฒน์ "การประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา/: สภาพปัญหาและ
 แนวทางแก้ไข" วารสารวิธีวิทยาการวิจัย 1 : 1 - 15 มกราคม - เมษายน
 2529

สุชาติ รัตนกุล เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8 - 15
 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2526,
 561 หน้า

สุคา บุญยไวโรจน์ "การใ้งานนักเรียนในระดั้มประถมศึกษา" ประชาศึกษา
 8 : 9 - 13 มีนาคม 2523

สุวัฒนา อุทัยวัฒน์ เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 1 - 7
 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พิมพ์ครั้งที่ 2
 2526, 340 หน้า

สุวรรณดี หิมมานพิสุทธิ์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่าง
การทำแบบฝึกหัด และการทดสอบย่อยหลัง เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2524, 147 หน้า อักสำเนา

อังคณา สายยง "การเขียนข้อสอบอิงเกณฑ์" วารสารวิจัยและวิคผล 26 3 : 2526

จันทน์ ศรีโสภา การเขียนข้อสอบแบบอัตนัยและแบบเลือกตอบ เอกสารโรเนียว
2524, 22 หน้า

การวัดผลการศึกษา ไทยวัฒนาพานิช พิมพ์ครั้งที่ 3 2525, 326 หน้า

Adam, Jack A. Human Memory. New York, McGraw-Hill Book Company, 1976. 234 p.

Austin, Dan Joe. "Doment on Mathematics Home Work Affect Student Achierement," School Science and Mathematics. P. 76, February, 1976.

Basslerr., Otto Call. "Comparison of Two Types Exercises in Teaching Mathematical Concepts to Prospective Elementary School Teachers," Dissertation Abstracts. 28 : 978-A, October, 1966.

Frieson, Chanles Do novan. "The Effects of Exploratory and Review work Exerciss Upon Achievement, Retention and Attitude in a First-Year Algebra Course," Dissertation Abstracts International. 36 . 6527-A, April, 1976.

Gagne, Robert H. The Condition of Iearning. 2nd. ed., Ney York, Holt Rinehart and Winston Inc, 1970. 409 p.

Goldstein, Arram. "Does Homs work Help? A Review of Research," The Elementary School Journal. 4 . 216, January, 1960.

Good, V. Carter. Dictionary of Education. 3nd. ed., Ney York, McGraw-Hill Book Company, 1973, 224 p.

Gray, Roland F. and Donald E. Allison. "An Experimental Study of the Relation Ship of Homework to Pupil Success in Computation with Fraction," School Sciences and Mathematics. 71 340, April, 1971.

Schorling Raleigh. The Teaching of Mathematics. p. 24 - 28
--- Michigan, the Ann Arbor Press, 1963.

Siemens, Don Wesley. "The Effects of Homowork Emphasis on The Time Spent Doing Homework and The Achivement of Plane Geometry Students," Dissertation Abstracts International. 10 2954-A, April, 1986.

Stanley, Jvlian C. and Hopkins, kenneth D. Education and Psychological Measurement and Evaluation. Prentice Hall of India, 1978. 520 p.

Willoughby, Stephen S. Contemporary Teaching in Secondary Mathematics. New York, John-Wiley and Sons, Inc., 1967.
21 p.

Wilson, James W. "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. p. 643 - 696, ed., by Benjamin S. Bloom, U.S.A., McGraw-Hill, 1971.

9

•

ภาคผนวก

(continued)

ภาคผนวก ก.

- 1 ผลการวิเคราะห์ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
3. ผลการวิเคราะห์ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย
- 4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย

ตาราง 12 ตารางแสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

ข้อ	P	D	ข้อ	P	D
1	.33	.30	16	.56	.27
2	.48	.48	17	.35	.52
3.	.38	.21	18.	.61	.42
4	.52	.54	13.	.47	.58
5	.52	.73	20	.56	.33
6	.80	.33	21	.33	.36
7.	.74	.35	22	.41	.45
8	.65	.45	23	.42	.42
9	.58	.24	24	.53	.52
10	.45	.30	25	.44	.64
11.	.62	.76	26.	.38	.39
12.	.68	.64	27.	.39	.42
13	.44	.58	28	.50	.33
14	.52	.67	29.	.45	.24
15	.64	.67	30		.21

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

เรื่อง อัตราสวนตริโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

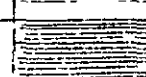
คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีคำถามทั้งหมด 30 ข้อ ให้เวลาทำ 50 นาที นักเรียนควร
รับทำโดยเร็วให้ครบทุกข้อ จึงจะได้คะแนนดี

2. คำถามทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คำถามแต่ละข้อให้นักเรียนเลือก
คำตอบที่ถูกต้องที่สุด ดีที่สุด หรือเหมาะสมที่สุด เพียงคำตอบเดียวจาก ก, ข, ค, ง หรือ จ
ที่ให้ได้ เมื่อนักเรียนเลือกคำตอบใดก็ให้ขีดเส้นหนาๆ จนเต็มช่องเล็กๆ ที่ตรงกับอักษรนั้นใน
กระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้อ ข ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
00					

ถ้านักเรียนขีดคำตอบไปแล้ว แต่ต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ก็ให้กากบาททับรอยเดิม
เสียก่อนให้ชัดเจนทุกครั้งไป แล้วจึงค่อยขีดคำตอบใหม่ ตัวอย่างการเปลี่ยนคำตอบใหม่จาก
ข้อ ข ไปเป็นข้อ ง ดังนี้

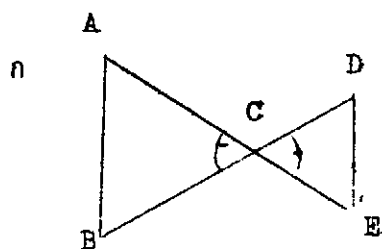
ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
00					

3. ถ้าพบข้อใดยากจงเว้นไปทำข้ออื่นก่อน เมื่อมีเวลาเหลือจึงค่อยย้อนกลับมาทำ
ข้อที่เว้นไว้

4. จงระวังขีดคำตอบให้ตรงกับข้อคำถามเสมอ

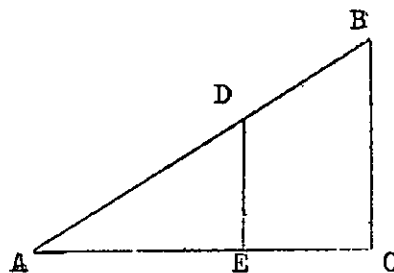
5. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาว่าสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน



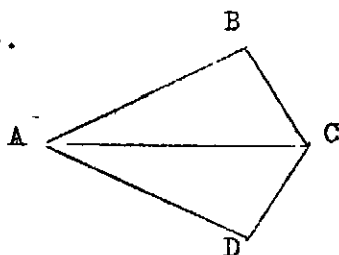
$$\triangle ABC \sim \triangle CDE$$

ข.



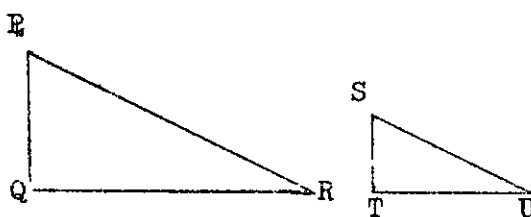
$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

ค.



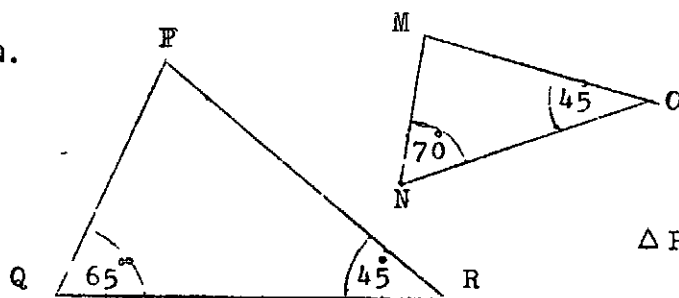
$$\triangle ABC \sim \triangle ACD$$

ง.



$$\triangle PQR \sim \triangle STU$$

จ.

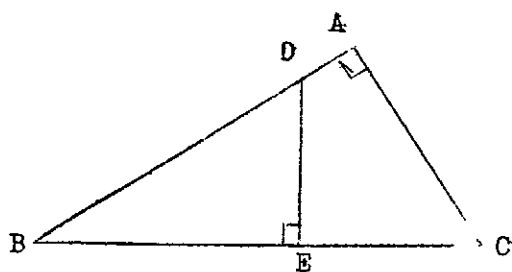


$$\triangle PQR \sim \triangle MNO$$

2

จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle BDE$, $\frac{DE}{DB}$

เท่ากับอัตราส่วนใด



ก.

$$\frac{AC}{BC}$$

ข.

$$\frac{BC}{AC}$$

ค.

$$\frac{AC}{AB}$$

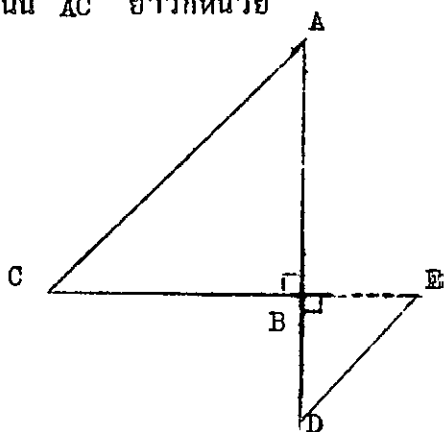
ง.

$$\frac{AB}{AC}$$

จ.

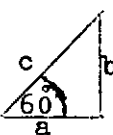
$$\frac{AB}{BC}$$

3. จากรูป $BE = \frac{1}{4}$ ของ CE , $BE = 3$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AC \parallel DE$, $BD = 4$
 ดังนั้น AC ยาวกี่หน่วย



- ก. 12
 ข. 15
 ค. 18
 ง. 20
 จ. 25

ตั้งแต่ข้อ 4 - 5 ใช้ตารางข้างล่างตอบคำถาม

	$\frac{b}{c}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{a}$
	0.86	0.50	1.73

4. สมชายยืนห่างจากเสาโทรเลข 4 เมตร สังเกตเห็นยอดเสาทำมุม 60° กับระดับสายตาพอดี ถ้าสมชายสูง 160 ซม จงหาว่าเสาโทรเลขสูงจากพื้นดินเท่าไร

- ก. 5.04 เมตร
 ข. 6.92 เมตร
 ค. 7.60 เมตร
 ง. 8.52 เมตร
 จ. 9.32 เมตร

5. บันไดยาว 5 เมตร พาดไว้กับกำแพง บลายบันไดจรดขอบกำแพงพอดี โคนบันไดทำมุมกับพื้นดิน 60° จงหาว่ากำแพงสูงกี่เมตร

- ก. 2.5 ข. 4.3
 ค. 5.0 ง. 5.81
 จ. 8.65

6. อัตราส่วนของ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ด้านประชิดมุม } A}$ คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ก. $\sin A$

ข. $\cos A$

ค. $\cot A$

ง. $\sec A$

จ. $\tan A$

7. อัตราส่วนของ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม } B}{\text{ด้านตรงข้ามมุม } B}$ คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ก. $\tan B$

ข. $\cos B$

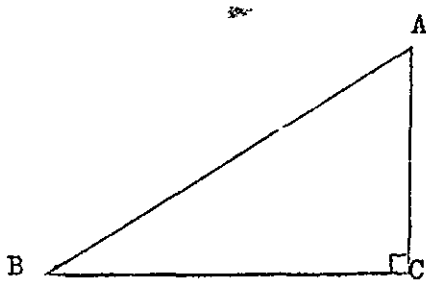
ค. $\sec B$

ง. $\cot B$

จ. $\sin B$

(จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 8 - 9)

8. จากรูป $\frac{AB}{AC}$ คืออัตราส่วนตรีโกณมิติใด



ก. $\sin A$

ข. $\cos B$

ค. $\tan B$

ง. $\cot A$

จ. $\sec A$

9 จากรูป $\tan A$ คืออัตราส่วนใด

ก. $\frac{AC}{AB}$

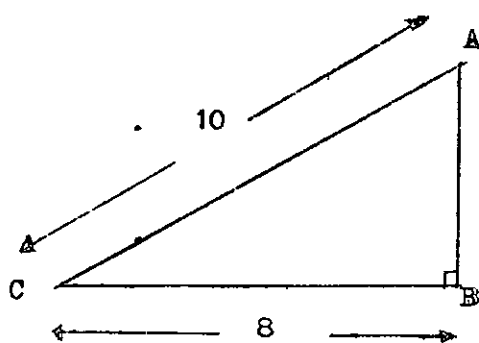
ข. $\frac{AC}{BC}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{BC}{AB}$

จ. $\frac{AB}{BC}$

10. จากรูป $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และมี $\angle C = 90^\circ$, $AC = 10$, $BC = 8$
จงหาว่า $\tan A$ มีค่าเท่าไร



ก. $\frac{4}{5}$

ข. $\frac{4}{3}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{3}{5}$

จ. $\frac{5}{3}$

11. จากรูป ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก $AC = 12, BC = 5$, $\sin A$ มีค่าเท่าไร

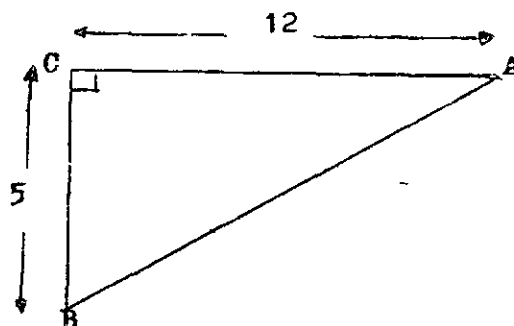
ก. $\frac{5}{12}$

ข. $\frac{12}{5}$

ค. $\frac{12}{13}$

ง. $\frac{13}{12}$

จ. $\frac{5}{13}$



12. ถ้า $\tan A = \frac{3}{4}$ แล้ว ข้อใดผิด

ก. $\sin A = \frac{3}{5}$

ข. $\cos A = \frac{4}{5}$

ค. $\tan A = \frac{3}{4}$

ง. $\operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$

จ. $\cos A = \frac{4}{7}$

13. $\cot 60^\circ$ มากกว่า $\tan 60^\circ$ อยู่เท่าไร

ก. $-\sqrt{3}$

ข. $-2\sqrt{3}$

ค. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

ง. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

จ. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. $\tan 45^\circ$ มากกว่า $\sec 60^\circ$ อยู่เท่าไร

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. 1

ง. -1

จ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. $\sec 60^\circ + \cot 45^\circ - \sin 30^\circ$ มีค่าเท่าไร

ก. 1

ข. $1\frac{1}{2}$

ค. $2\frac{1}{2}$

ง. $2\frac{1}{4}$

จ. $3\frac{1}{2}$

16. $\frac{\tan 60^\circ + \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ \cdot \cot 60^\circ}$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ค. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ง. $\sqrt{3}$

จ. $2\sqrt{2}$

ก. $\frac{3}{4}$

ข. $\frac{3}{5}$

ค. $\frac{4}{5}$

ง. $\frac{5}{3}$

จ. $\frac{5}{4}$

19. จงหาว่า $\tan^2 \frac{\pi}{3} + 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} + 3 \sec^2 \frac{\pi}{6}$ มีค่าเท่าไร

ก. 9

ข. 8

ค.

ค. 5

ด. 7

ง. 6

จ. 4

20. ถ้า $\frac{x}{\sin 60^\circ} = \tan 30^\circ$ จงหาค่าของ x ว่ามีค่าเท่าไร

ก. $\frac{1}{2}$

ข. 2

ค. $\frac{3}{2}$

ง. $\frac{1}{3}$

จ. $2\sqrt{3}$

21. วินัยยืนห่างจากตึกหลังหนึ่ง 35 เมตร เขามองไปยังหลังคาตึกเป็นมุมเงย 30° กับระดับสายตา มองเห็นข้างบันไดกำลังทำงานอยู่บนหลังคาตึก จงหาว่า วินัยยืนห่างจากข้างบันไดกี่เมตร

ก. 17.5

ข. 20.41

ค. 30.31

ง. 40.41

จ. 70.00

22. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 150 เมตร มองเห็นเรือเป็นมุมก้ม 37° กับระดับสายตา จงหาว่าเรือห่างจากชายคนนั้นกี่เมตร
(ถ้า $\sin 37^\circ = 0.60$)

ก. 250

ข. 90

ค. 60

ง. 55.50

จ. 4.05

23. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนหน้าผา ซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 100 ฟุต มองเห็นเรือลำนึงเป็นมุมก้ม 30° จงหาว่าเรือลำนี้ห่างจากหน้าผากี่ฟุต

ก.	50	ข.	57.7
ค.	86.6	ง.	173.2
จ.	200		

24. มะลิยืนห่างจากเสาธง 12 ฟุต มองดูยอดเสาธงเป็นมุมเงย 60° จงหาว่ายอดเสาธงอยู่ห่างจากระดับตาของเขาเท่าไร

ก.	30	ฟุต	ข.	24	ฟุต
ค.	14	ฟุต	ง.	6	ฟุต
จ.	5	ฟุต			

25. หาดบันไดไว้กับกำแพง โคนบันไดทำมุมกับพื้นดินเท่ากับ 30° หาดบันไดจดขอบกำแพงพอดี ถ้ากำแพงสูง 10 เมตร จงหาว่าบันไดยาวกี่เมตร

ก.	5.00	ข.	5.77
ค.	8.66	ง.	11.54
จ.	20.00		

26. ชายสองคนยืนอยู่ที่ทิศทางเดียวกันของตึกหลังหนึ่ง ซึ่งสูง 87 ฟุต เขาต่างวัดมุมของหิ้งคาตึกเป็นมุมเงย 45° และ 60° จงหาว่าชายสองคนนี้ยืนห่างกันกี่ฟุต

ก.	20.22	ข.	36.78
ค.	50.22	ง.	67.78
จ.	76.78		

ตาราง 13 แสดงค่าความยากง่าย (Index of Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ข้อ	Index of Difficulty	Index of Discrimination
1	0.568	0.688
2	0.760	0.432
3	0.584	0.72
4	0.540	0.648
5	0.464	0.400

ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย

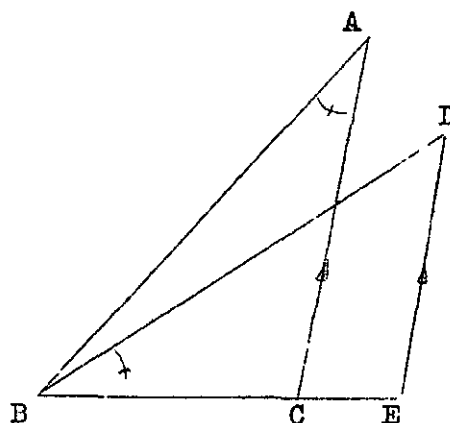
เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

1 จากรูป $\triangle ADC \sim \triangle BDE$, $AC \parallel DE$

และ $\hat{BAC} = \hat{DBE}$, $DE = 3$,

$BE = 8$, $AC = 12$

จงหาว่า BC ยาวกี่หน่วย



.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 บันไดยาว 50 ฟุต พาดกับกำแพงซึ่งปลายบันไดทำมุมกับขอบกำแพง 60° หอดี จงหาว่ากำแพงสูงกี่ฟุต (เขียนรูปประกอบด้วย)

.....

.....

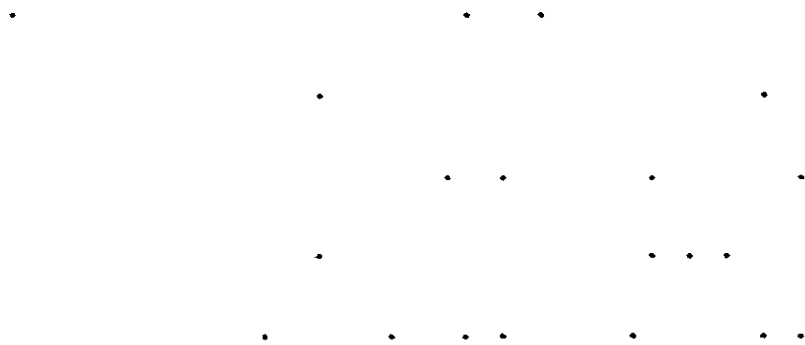
.....

.....

.....

.....

3. เสาต้นหนึ่งขาดไว้กับกำแพง เรายืนเสาทำมุมกับขอบกำแพง 30° พอเงาโคนเสาห่างจากกำแพง 4 เมตร จงหาว่าเสานั้นยาวกี่เมตร (เขียนรูปประกอบด้วย)



4. ถ้าเงาของเสาธงทอดไปยาว $4\sqrt{3}$ เมตร และมุมยกขึ้นของดวงอาทิตย์เป็น 60° แล้ว จงหาว่าเสาธงสูงที่สุด (เขียนรูปประกอบด้วย)



ภาคผนวก ข

1. แผนการสอนด้วยวิธีสอนตามคู่มือครู เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
3. แบบฝึกหัดแบบอัตนัย เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
4. แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการสอนด้วยวิธีสอนถามคู่มือครู เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการสอนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

คาบที่ 1

เนื้อหา คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

มโนคติ (Concept)

- 1 สามเหลี่ยม 2 รูป มีมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม เราเรียกสามเหลี่ยมสองรูปนี้ว่า รูปสามเหลี่ยมคล้าย
- 2 สามเหลี่ยม 2 รูปที่คล้ายกัน อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน ย่อมเท่ากัน
- 3 รูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่คล้ายกัน อัตราส่วนของด้านที่เป็นแขนของมุมที่เท่ากันและอยู่ในลำับเดียวกัน ย่อมเท่ากัน

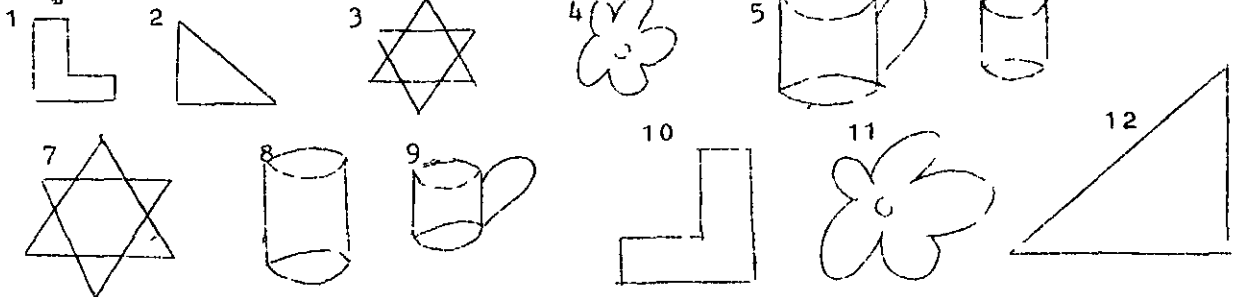
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมคล้าย 2 รูปนักเรียนสามารถ
- 1 บอกนิยามของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้
 - 2 บอกคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ถูกต้อง
 - 3 บอกเหตุผลของการคล้ายกันของสามเหลี่ยมในแต่ละกรณีได้ถูกต้อง
 - 4 หาอัตราส่วนของด้าน ของรูปสามเหลี่ยมคล้ายสองรูปได้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

- ชี้นำ ครูคิดแผนภาพแสดงรูปต่างๆ ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปทั้ง 12 รูปนี้

มีรูปใดที่คล้ายกัน



- ขั้นตอนการสวน

- 1 ให้นักเรียนพิจารณาภาพสามเหลี่ยมแต่ละคู่ที่ครูนำมา จัดแยกประเภทว่า สามเหลี่ยมคูใดที่คล้ายกันและ ไม่คล้ายกัน แล้วให้นักเรียนออกมาวัดมุมและด้านของรูป สามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
- 2 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปนิยามและคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย โดยการซักถาม
- 3 ครูอธิบายสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการคล้ายกัน พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
- 4 ครูอธิบายการเขียนอัตราส่วนที่เท่ากันของสามเหลี่ยมคล้าย พร้อมทั้งยก ตัวอย่างประกอบ
- 5 ครูยกตัวอย่างสามเหลี่ยมคล้ายคู่อื่น ๆ ให้นักเรียนออกมาเขียนอัตราส่วนของด้านคูที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน

- ขั้นสรุป

- 1 ครูให้นักเรียนสรุปนิยาม คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายอีกครั้งหนึ่ง
- 2 ครูให้นักเรียนสรุปการเขียนอัตราส่วนที่เท่ากันอีกครั้งหนึ่ง
- 3 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามกลุ่มทดลอง

การประเมินผล

- 1 สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน
- 2 ดูจากแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ

สื่อการสอน

- 1 แผนภาพรูปต่าง ๆ ที่คล้ายกัน
- 2 แผนภาพแสดงรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันและไม่คล้ายกัน
- 3 ไม้บรรทัด วงเวียน สก็อตส์
- 4 แบบฝึกหัดตามกลุ่มทดลอง

คาบที่ 2

เนื้อหา การนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้

- 1 การนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้
- 2 การนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาใช้

มโนคติ (Concept) เหมือนคาบที่ 1

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

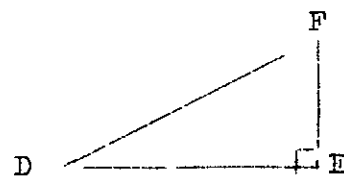
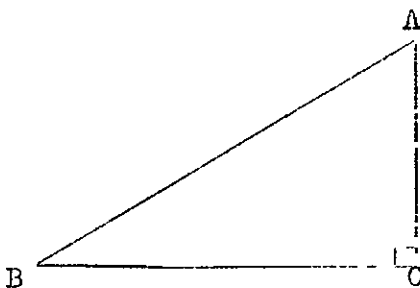
- 1 นักเรียนนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันมาคำนวณหาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่าของรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้ถูกต้อง
- 2 นักเรียนสามารถนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของพิทาโกรัส มาใช้คำนวณหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

- ชี้นำ ครูทบทวนคุณสมบัติของสามเหลี่ยม 2 รูปที่คล้ายกัน อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน เมื่อครูกำหนดสามเหลี่ยมคล้ายกัน 2 รูป ให้นักเรียนออกมาเขียนอัตราส่วนของด้านที่เท่ากัน

- ขั้นตอนการสอน

- 1 ครูติดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป กำหนดความยาวของด้านบางด้านให้ และนักเรียนคิดหาความยาวของด้านที่เหลือ เสร็จ



- 2 ครูให้นักเรียนช่วยกันแสดงวิธีการคำนวณหาความยาวของด้านที่เหลือ โดยได้จากการเข้ากันแบ่งสมการ

3. ครูจัดแผนภาพสามเหลี่ยมคล้ายกันอีกคู่หนึ่งแล้วให้นักเรียนดำเนินการ
เช่นเดียวกับ ขว 1, 2

- ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปการนำคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายคืออัตรา
ส่วนที่เท่ากัน มาคำนวณหาความยาวช่วงด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

2. ให้นักเรียนหาแบบฝึกหัดตามกลุ่มทดลอง

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียนในวงเรียน
2. ดูจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

1. แผนภาพรูปสามเหลี่ยมคล้ายกับ 2 ชุด
2. ไม้บรรทัด ซอลค์สี
3. Sheet แบบฝึกหัด

คาบที่ 3

เนื้อหา การนำคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้ในการหาความสูงและระยะทาง
มโนทัศน์ (Concept) เหมือนคาบที่ 1

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- นักเรียนใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายในการหาค่าความสูงและระยะทางได้

กิจกรรมการเรียนรู้

- ขั้นนำ ครูสนทนากับนักเรียนถึงการวัดระยะทางและความสูงของสิ่งที่ไม่ได้ เช่น ตึกสูง ๆ หน้าผา แม่น้ำ อุโมงค์ เป็นต้น ให้นักเรียนพิจารณาว่าจะใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายนี้มาช่วยประโยชน์ในการหาความสูง ระยะทางของสิ่งดังกล่าวนี้ได้อย่างไร

- ขั้นตอนการสอน

1 ครูอธิบายวิธีการใช้อุปกรณ์การวัดระยะทาง ความสูง พร้อมทั้งวาดภาพประกอบ

2 ครูแสดงวิธีการคำนวณหาระยะทางหรือความสูง โดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย

3 ให้นักเรียนออกไปหาของวัดความสูงของเสาธง อาคารเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 4 คน

4 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทดลอง พร้อมทั้งสิ่งที่อาจทำให้ค่าที่คำนวณได้คลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง

- ขั้นสรุป

1 ครูทบทวนขั้นตอนการหาระยะทาง หรือความสูง โดยให้นักเรียนตอบคำถาม

การประเมินผล

- 1 สังเกตจากการตอบคำถาม
- 2 สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

สื่อการสอน

ไม้บรรทัด ไลน์คี่

ภาพที่ 4

เนื้อหา

- 1 อัตราส่วนของด้านต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 2 การนำคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้

มโนคติ (Concept)

- การให้อัตราส่วนของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากหาส่วนสูง หาได้โดยแทนค่าอัตราส่วนของด้านจากมุม 30° , 45° และ 60°

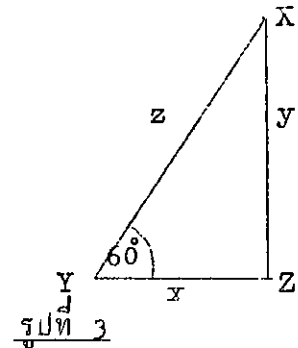
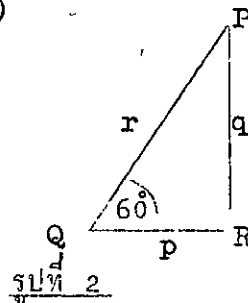
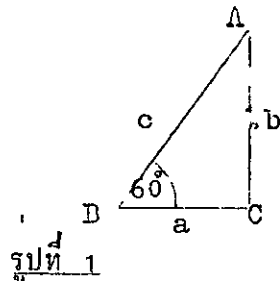
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1 เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งที่มีมุมฉาก 30° , 45° และ 60° ให้นักเรียนสามารถวัดความยาวของด้านและหาอัตราส่วนของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
- 2 เมื่อนักเรียนทราบอัตราส่วนของด้านที่ประกอบมุมที่เท่ากันและทราบความยาวของด้านอีกหนึ่งด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านที่เหลือได้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- ขั้นนำ ครูทบทวนความรู้เดิมที่เรียนในคาบเรียนที่แล้ว
- ขั้นดำเนินการสอน

1 ครูแจก Sheet แบบฝึกให้นักเรียนวัดความยาวของด้าน และหาอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุมหนึ่งมุมกลาง 60° แล้วเติมคำตอบลงในตาราง (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



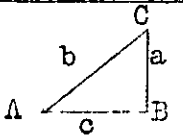
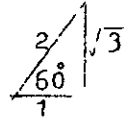
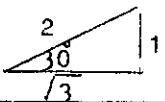
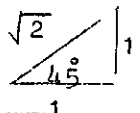
รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3
$\frac{b}{c} = \dots$	$\frac{q}{r} = \dots$	$\frac{y}{z} = \dots$
$\frac{a}{c} = \dots$	$\frac{p}{r} = \dots$	$\frac{x}{z} = \dots$
$\frac{b}{a} = \dots$	$\frac{q}{p} = \dots$	$\frac{y}{x} = \dots$

2 ให้นักเรียนหาอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมหนึ่งมุมกลาง 30° (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง) จาก Sheet แบบฝึกที่ครูแจกเหมือนข้อ 1

3. ครูแจก Sheet ให้นักเรียนหาอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมหนึ่งมุมกลาง 45° เหมือนแบบฝึกในข้อ 1 (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

4 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปอัตราส่วนของด้านของมุม 60° , 30° และ 45° ลงในตาราง คือ

สรุปอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมใดมุมหนึ่งของสามเหลี่ยมภายใน 60° , 30° หรือ 45°

	$\hat{A}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	$\frac{a}{c}$
	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$	$\frac{2}{1} = 2.000$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$
	30°	$\frac{1}{2} = 0.500$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$
	45°	$\frac{1}{1} = 1.000$	$\frac{\sqrt{2}}{1} = 1.414$	1

5. ครุยกตัวอย่างการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ ใด ๆ จากอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก

6. ครุยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาการหาความสูงของเสาธง ซึ่งหาได้จากอัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากดังตาราง โดยการอธิบายและชักถาม

- ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปการคำนวณหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งหาได้จากอัตราส่วนของสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. ให้นักเรียนหาแบบฝึกหัดตามกลุ่มตัวอย่าง

การประเมินผล

1. สังเกตจากการทำจาก Sheet ที่แจก

2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

1. Sheet แบบฝึก , แบบฝึกหัด

2. แผนภาพตารางอัตราส่วนของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมภายใน 60° , 30° หรือ 45°

คาบที่ 5

เนื้อหา

1. อัตราส่วนของด้านต่าง ๆ ของสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. การใช้อัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากหาส่วนสูง

มโนคติ (Concept) เหมือนคาบที่ 4

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

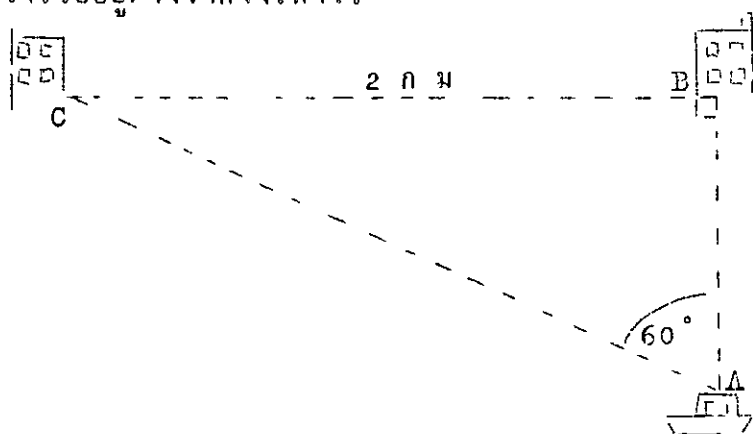
- เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายในมุมใดมุมหนึ่งกาง 30° , 45° หรือ 45° มาให้ นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนของด้านที่ยังไม่ทราบค่าของสามเหลี่ยมมุมฉากนั้นได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- ขั้นนำ ครูทบทวนความรู้ที่เรียนมาในคาบที่แล้ว
- ขั้นตอนการสอน
 1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหา อธิบายและช่วยกันแก้ โจทย์ร่วมกับ

นักเรียน คือ

ตัวอย่าง นักเดินเรือมองจากเรือไปยัง เห็นตึกสองหลังริมฝั่งทะเล เขาทราบว่าตึกสองหลังห่างกัน 2 กิโลเมตร ถ้าตึกหลังหนึ่งอยู่ในแนวเส้นตังฉากจากเรือไปยังฝั่ง และแนวเส้นตรงที่มองไปยังตึกอีกหลังหนึ่งทำมุม 60° กับแนวเส้นตังฉากไปยังฝั่ง จงหาว่าเรืออยู่ห่างจากฝั่งเท่าไร



วิธีทำ ให้เรืออยู่ที่ A และตึกอยู่ที่ B และ C โดย $\angle BC = 90^\circ$, $\angle AC = 60^\circ$

จากตารางเราจะทราบว่า $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

และ DA = 2 กิโลเมตร

แทนค่า DC จะได้ว่า

$$\frac{AB}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$AB = 2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{3} \quad \text{หรือ} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$AB = \frac{2 \times 1.732}{3} = 1.15$$

เรืออยู่ห่างจากตึก 1.15 กิโลเมตร

2. ครูแจก Sheet บัตรงานให้นักเรียนใกล้เคียงกับโจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูแจกบัตรแจกให้นักเรียนตรวจ

3 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการคำนวณหาความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก

- ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการคำนวณหาความยาวของสิ่งต่าง ๆ

2 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามกลุ่มตัวอย่าง

การประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน

2 สังเกตการใบ้บัตรงาน สังเกตการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

- บัตรงาน , Sheet แบบฝึกหัด, ไม้บรรทัด , 卓ล็กสี่

คาบที่ 6

เนื้อหา $\sin, \cos, \tan, \operatorname{cosec}, \sec$ และ $\cot$

มโนคติ (Concept)

1. ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนของด้านตรงข้ามมุมกับด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า ซายน์ ($\sin$)
2. ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนของด้านประชิดมุมกับด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า โคซายน์ ($\cos$)
3. ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ อัตราส่วนของด้านตรงข้ามมุมกับด้านประชิดมุม เรียกว่า แทนเจนต์ ($\tan$)
4. ส่วนกลับของ $\sin$ เรียกว่า cosec
5. ส่วนกลับของ $\cos$ เรียกว่า $\sec$
6. ส่วนกลับของ $\tan$ เรียกว่า $\cot$

$$7 \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

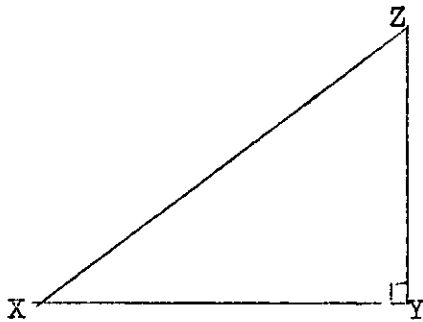
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของ $\sin, \cos, \tan, \operatorname{cosec}, \sec$ และ $\cot$ ได้
2. บอกอัตราส่วนของ $\sin, \cos, \tan, \operatorname{cosec}, \sec$ และ $\cot$ ได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- ชี้แนะ ครูอธิบายและซักถามเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ



XZ คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก

XY คือ ด้านประชิดมุม X
หรือ ด้านตรงข้ามมุม Z

YZ คือ ด้านประชิดมุม Z
หรือ ด้านตรงข้ามมุม X

- ขั้นตอนในการสอน

1. ครูเขียนสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดานดำแล้วอธิบายความหมายและอัตราส่วนตรีโกณมิติของ $\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$ และ $\cot$

2. ครูติดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดานและให้นักเรียนบอกความหมายและอัตราส่วนตรีโกณมิติของ $\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$ และ $\cot$

- ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปความหมายและอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เรียนไปแล้ว
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามกลุ่มทดลอง

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. ไม้บรรทัด , ชอล์คสี
3. Sheet แบบฝึกหัด

คาบที่ 7

เนื้อหา

1. การหาค่า $\sin$, $\cos$, $\tan$ จากตาราง
2. การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติให้หนึ่งอัตราส่วน โดยไม่ใช้การวัด

มโนคติ (Concept)

1. นักเรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมทุกมุม ระหว่าง 0 องศา ถึง 90 องศา จากตาราง $\sin$, $\cos$, $\tan$
2. เมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติให้หนึ่งอัตราส่วน สามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นได้โดยแปลงให้เป็นความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. อ่านตารางแสงค่าของ $\sin$, $\cos$, $\tan$ ได้ถูกต้อง
2. ห้ออัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติให้หนึ่งอัตราส่วนโดยไม่ใช้การวัดได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

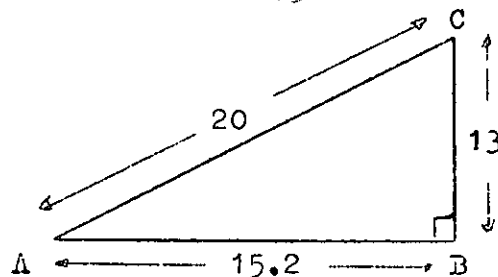
- ครูอธิบาย ทักถามความรู้ที่เรียนมาในเนื้อหาที่เรียนจากคาบที่แล้ว

ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูอธิบายและยกตัวอย่างการหาค่าของ $\sin$, $\cos$, $\tan$ จากตาราง
2. ครูยกตัวอย่างและอธิบายการหาอัตราส่วนของ $\sin$, $\cos$, $\tan$, $\csc$, $\sec$, $\cot$

ตัวอย่าง จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นของ $\sin A = 0.65$
ให้ครบทุกอัตราส่วน โดยไม่ใช้การวัด เมื่อ $0^\circ < A < 90^\circ$

$$\sin A = 0.65$$



$$\sin A = 0.65$$

$$= \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

จะได้ว่า $BC = 13$, $AC = 20$

จะลองหา AB ซึ่ง $= 15.2$ (โดยใช้ ท.บ. ของพีทาโกรัส)

จะได้ว่า $\sin A = 0.65$

$$\cos A = \frac{15.2}{20} = 0.76$$

$$\tan A = \frac{13}{15.2} = 0.855$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{20}{13} = 1.538$$

$$\sec A = \frac{20}{15.2} = 1.316$$

$$\cot A = \frac{15.2}{13} = 1.169$$

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น เมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติให้หนึ่งอัตราส่วน

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายกลุ่มทดลอง

การประเมินผล

- 1 สังเกตขณะครูสอนและการตอบคำถาม
- 2 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

- 1 วัสดุคี่, ไม้บรรทัด
- 2 Sheet แบบฝึกหัด

คาบที่ 8

เนื้อหา

- การนำค่าของ $\sin$, $\cos$, $\tan$ จากตารางมาใช้ในการคำนวณหาระยะทาง

มโนคติ (Concept)

- นักเรียนสามารถนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมทุกมุมระหว่าง 0° ถึง 90° มาเขียนให้เท่ากับอัตราส่วนวงด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากได้

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

- นำอัตราส่วนของ $\sin$, $\cos$ และ $\tan$ มาใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

- ครูอธิบาย สักถามความรู้ที่เรียนมาในเนื้อหาคาบที่ผ่านมาแล้ว

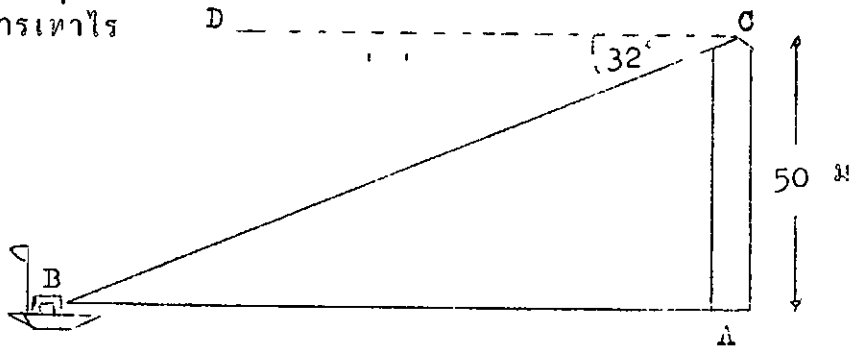
ขั้นดำเนินการสอน

- 1 ครูแจกใบงานให้นักเรียนเพื่อศึกษาลักษณะของมุมแย้ง

2 ครูแจกบัตรเฉลยให้นักเรียนตรวจบัตรงาน

3 ครูอธิบายและยกตัวอย่างโจทย์ให้หา

ตัวอย่าง จากยอดอาคารแห่งหนึ่งในทะเล ซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล 50 เมตร
สังเกตเห็นเรือลำหนึ่งในทะเลทำมุม 32° กับระดับสายตา จงหาว่าเรือลำนี้ห่างจาก
อาคารเท่าไร



จากรูป ให้ AB แทนระยะห่างของเรือกับอาคาร

AC แทนความสูงของอาคาร ณ จุดสังเกต

AC สูง 50 เมตร , $AB \parallel CD$, $\angle DCB = 32^\circ$

จะตองหา AB

$$\frac{AC}{AB} = \tan 32^\circ$$

$$\frac{50}{AB} = 0.625$$

$$AB = \frac{50}{0.625} = 80$$

เรือห่างจากอาคาร = 80 เมตร

ขั้นสรุป

1 ครูให้นักเรียนสรุปการหาระยะทางของสิ่งต่าง ๆ จากค่าอัตราส่วน
ตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ

2 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดการกลุ่มทดลอง

สื่อการสอน

- 1 บัตรงาน
- 2 ไม้บรรทัด , ซอคล้อง
- 3 Sheet แบบฝึกหัด

คาบที่ 9

เนื้อหา การพิสูจน์เอกลักษณ์

นิยาม (Concept)

- 1 สำหรับมุม α ที่ $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
 - 1.1 เมื่อ $\sin \alpha \neq 0$ ส่วนกลับของ $\sin \alpha$ เรียกว่า cosecant ของมุม α เขียนย่อ ๆ ว่า $\operatorname{cosec} \alpha$ นั่นคือ $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$
 - 1.2 เมื่อ $\cos \alpha \neq 0$ ส่วนกลับของ $\cos \alpha$ เรียกว่า secant ของมุม α เขียนย่อ ๆ ว่า $\sec \alpha$ นั่นคือ $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$
 - 1.3 เมื่อ $\tan \alpha \neq 0$ ส่วนกลับของ $\tan \alpha$ เรียกว่า cotangent ของมุม α เขียนย่อ ๆ ว่า $\cot \alpha$ นั่นคือ $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
- 2 สมการที่เป็นจริงสำหรับทุกค่าของตัวแปร (ยกเว้นค่าของตัวแปรที่ไม่มีความหมายในสมการนั้น) เรียกว่า เอกลักษณ์
- 3 เอกลักษณ์ที่ควรจำมี 8 เอกลักษณ์คือ
 - 3.1 $\sin \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1$
 - 3.2 $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$
 - 3.3 $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

$$3.4 \quad \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$3.5 \quad \cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$3.6 \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$3.7 \quad \sec^2 A - \tan^2 A = 1$$

$$3.8 \quad \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนสามารถ

1. หาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin$ กับ cosec ได้ถูกต้อง
2. หาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\cos$ กับ $\sec$ ได้ถูกต้อง
3. หาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\tan$ กับ $\cot$ ได้ถูกต้อง
4. หาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin$, $\cos$ กับ $\tan$ ได้ถูกต้อง
5. หาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin$, $\cos$ กับ $\cot$ ได้ถูกต้อง
6. พิสูจน์เอกลักษณ์ได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

แนะนำ

- กรูทบทวนความรู้และเนื้อหาเดิมที่เรียนมาแล้ว

ขั้นตอนการสอน

1. ครูอธิบายความหมายและความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin$ กับ cosec
2. ครูอธิบายความหมายและความสัมพันธ์ระหว่าง $\cos$ กับ $\sec$
3. ครูอธิบายความหมายและความสัมพันธ์ระหว่าง $\tan$ กับ $\cot$
4. ครูอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin$, $\cos$, $\tan$ และ $\cot$

5. การยกตัวอย่างการพิสูจน์เอกลักษณ์

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนสรุปความหมายและความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ครูให้นักเรียนสรุปเอกลักษณ์ที่ควรจำ

สื่อการสอน

1. ชอล์กสี , ไม้บรรทัด
2. แผนภูมิเอกลักษณ์ที่ควรจำ
3. Sheet แบบฝึกหัด

คาบ 10

เนื้อหา การพิสูจน์เอกลักษณ์ (ต่อ)

มโนคติ การพิสูจน์เอกลักษณ์ไม่ยากจนเกินไป นอกจากพยายามเปลี่ยนรูปทั้งสองข้างของสมการให้เป็นรูปเดียวกันโดยอาศัยเอกลักษณ์ 8 ข้อในคาบที่ ๑

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- นักเรียนสามารถพิสูจน์เอกลักษณ์ได้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

- ครูซักถาม ทบทวน เวกัลลัษณ์ที่เรียนในคาบที่แล้ว

ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูยกตัวอย่างการพิสูจน์เอกลักษณ์ จาก ง่าย

$$\text{จงพิสูจน์ว่า} \quad \operatorname{cosec} A + 1 = \frac{1 + \sin A}{\sin A}$$

- 2 ครูให้นักเรียนฝึกการพิสูจน์เอกลักษณ์จากบัตรงาน
- 3 ครูให้นักเรียนตรวจบัตรงานจากบัตรเฉลย
- 4 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

ขั้นสรุป

- 1 ครูให้นักเรียนสรุปเอกลักษณ์และการพิสูจน์เอกลักษณ์อีกครั้งหนึ่ง
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

การประเมินผล

- 1 สังเกตจากการฝึกบัตรงาน
- 2 สังเกตจากการซักถาม
- 3 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการสอน

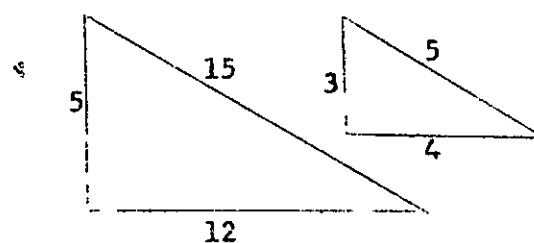
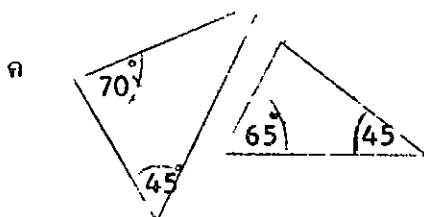
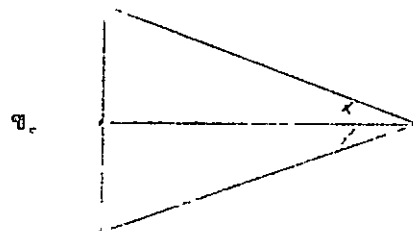
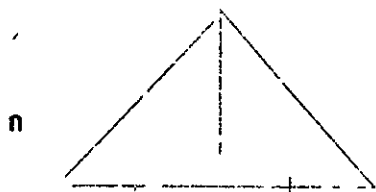
1. บัตรงาน
2. แผนภูมิเอกลักษณ์
3. Sheet แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

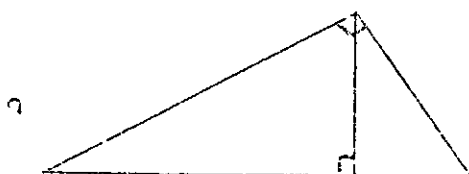
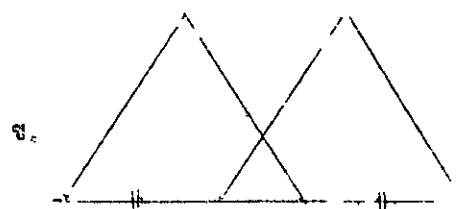
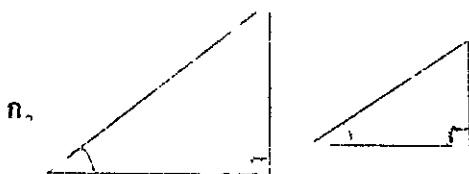
แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ตอนที่ 1

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

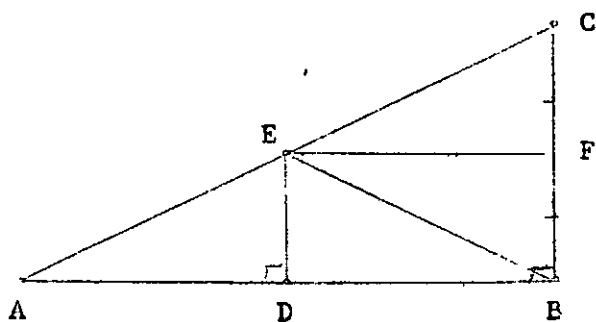
1. สามเหลี่ยมต่อไปนี้คู่ใดคล้ายกัน



2. สามเหลี่ยมต่อไปนี้คู่ใดไม่คล้ายกัน



3.



จากรูป จงหาว่าสามเหลี่ยมต่อไปนี้คู่ใดคล้ายกัน

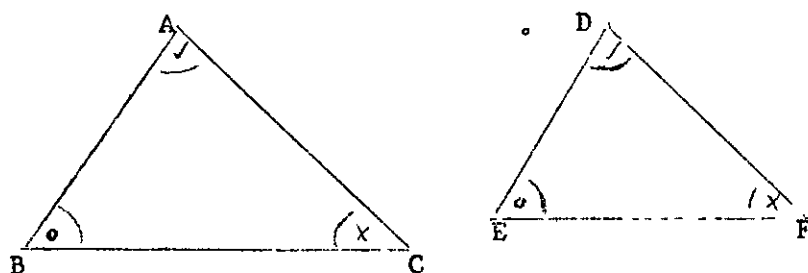
ก. $\triangle ADE \sim \triangle DBE$

ข. $\triangle DBE \sim \triangle BEF$

ค. $\triangle BEF \sim \triangle CEF$

ง. $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

4



จากรูปสามเหลี่ยมคล้ายต่อไปนี้ ข้อใดเขียนอัตราส่วนที่เท่ากันของด้านของสามเหลี่ยม

ได้ถูกต้อง

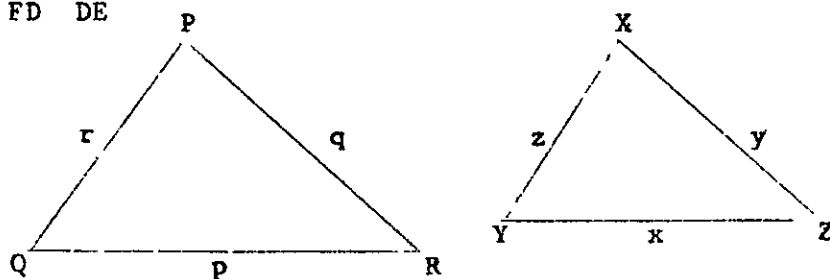
ก. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

ข. $\frac{BC}{CA} = \frac{EF}{FD}$

ค. $\frac{CA}{AB} = \frac{FD}{DE}$

ง. $\frac{AB}{FD} = \frac{CA}{DE}$

5



กำหนดให้ $\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ ดังรูป จงพิจารณาว่าข้อใดไม่เป็นความจริง

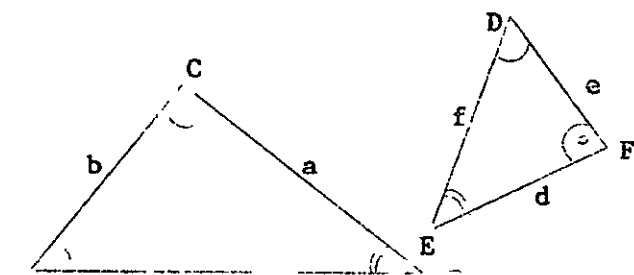
ก. $\frac{r}{p} = \frac{z}{y}$

ข. $\frac{r}{p} = \frac{z}{x}$

ค. $\frac{p}{x} = \frac{q}{y}$

ง. $\frac{r}{z} = \frac{p}{x}$

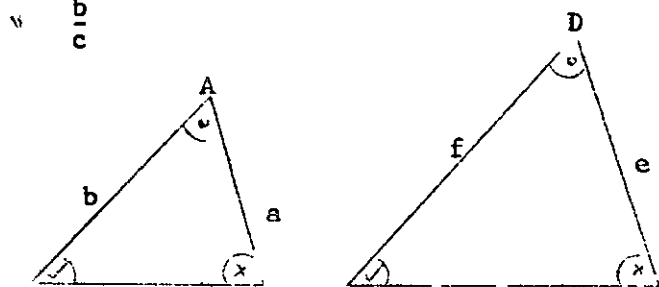
6.



จากรูป $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ อัตราส่วนใดเท่ากับ $\frac{d}{e}$

- ก. $\frac{a}{b}$
 ข. $\frac{b}{c}$
 ค. $\frac{c}{a}$
 ง. $\frac{a}{c}$

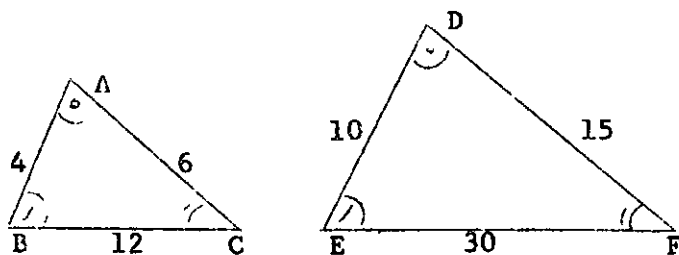
7.



จากรูป ABC และ DEF มี $\frac{a}{c} = \frac{d}{f}$, $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$ และ $\frac{b}{c} = \frac{e}{f}$ ตามเหลี่ยม 2 รูปนี้คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

- ก. ไม่คล้ายกัน เพราะมุม 3 มุมอาจไม่เท่ากัน
 ข. ไม่คล้ายกัน เพราะด้านสามด้านยาวไม่เท่ากัน
 ค. คล้ายกัน เพราะอัตราส่วนของด้านประกอบมุมเท่ากัน
 ง. คล้ายกัน เพราะอัตราส่วนของด้านที่เป็นแขนของมุมเท่ากัน และอยู่ในลำดับเดียวกันนั้นเท่ากัน

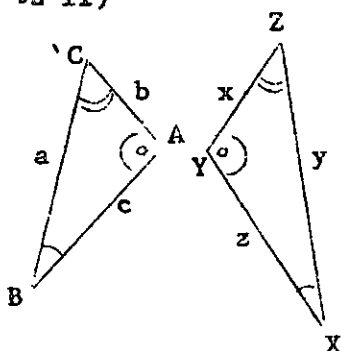
8



จงพิจารณาว่า $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

- ก. ไม่คล้ายกัน เพราะด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน
- ข. ไม่คล้ายกัน เพราะอัตราส่วนรองด้านในลำดับเดียวกันของสามเหลี่ยมยาวไม่เท่ากัน
- ค. คล้ายกัน เพราะอัตราส่วนของด้านใน $\triangle ABC$ $\triangle DEF = 2 \quad 5$
- ง. คล้ายกัน เพราะอัตราส่วนของด้านใน $\triangle ABC$ $\triangle DEF = 5 \quad 2$

(จากรูปใช้ตอบข้อ 9 ถึง ข้อ 11)



ทำให้ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

9 จงหาว่าอัตราส่วนของ $\frac{a}{b}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{y}{x}$
- ข. $\frac{y}{z}$
- ค. $\frac{x}{y}$
- ง. $\frac{b}{c}$

10. อัตราส่วน $\frac{y}{a}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{z}{a}$
- ข. $\frac{z}{b}$
- ค. $\frac{y}{b}$
- ง. $\frac{x}{b}$

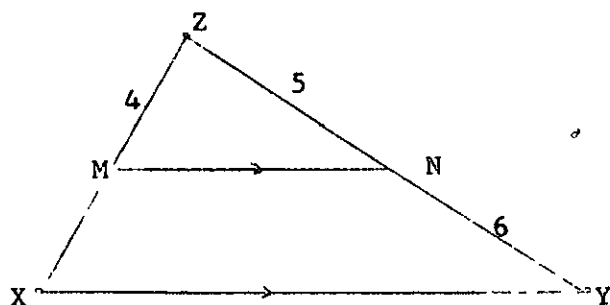
11 อัตราส่วน $\frac{z}{x}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{a}{b}$
- ข. $\frac{a}{c}$
- ค. $\frac{b}{c}$
- ง. $\frac{x}{y}$

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ความที่ 2

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1.



จากรูป XZ ยาวเท่าไร

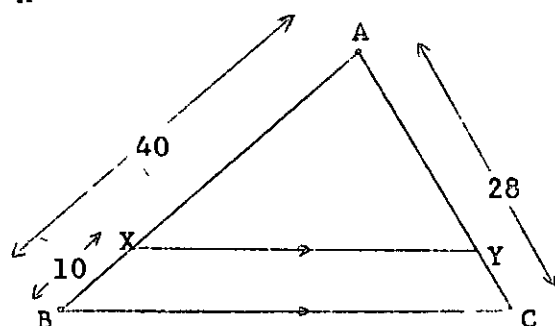
ก. $\frac{44}{13}$

ข. $\frac{44}{11}$

ค. $\frac{44}{9}$

ง. $\frac{44}{5}$

2.



จากรูป จงหาว่า AY ยาวเท่าไร

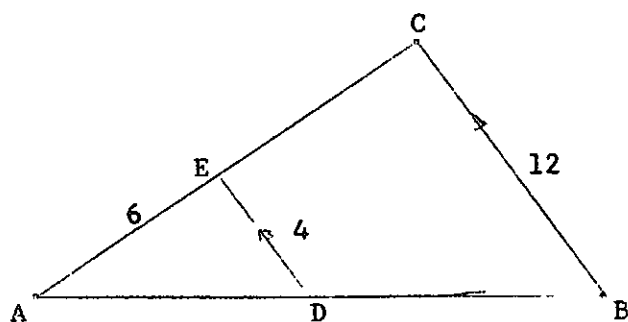
ก. 12

ข. 15

ค. 16

ง. 21

3.



จากรูป EC ยาวเท่าไร

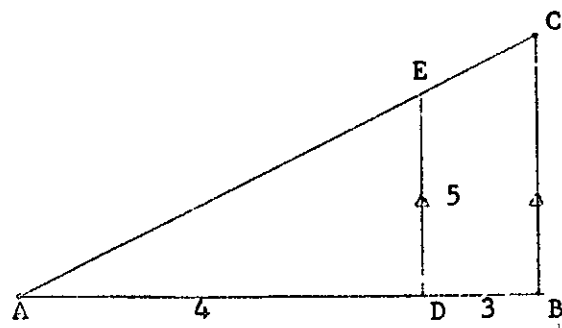
ก. 2

ข. 6

ค. 12

ง. 18

4.



จงหาว่า BC ยาวเท่าไร

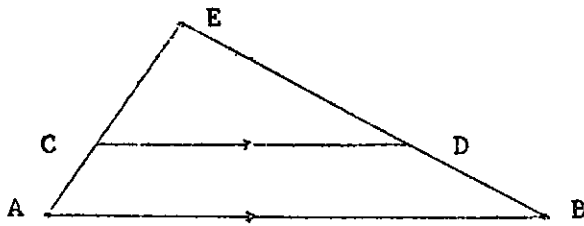
ก. 8

ข. 7

ค. $8\frac{2}{3}$

ง. $8\frac{1}{2}$

กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มี $CD \parallel AB$ (ตอบข้อ 5 - 6)



5 ถ้า $CD = 12$, $AB = 16$ $EA = 12$ ดังนั้น EC ยาวเท่าไร

ก. 10

ข. 9

ค. 8

ง. 7

6. ถ้า $EA = 6$, $EB = 9$ และ $EC = 4$ ดังนั้น ED ยาวเท่าไร

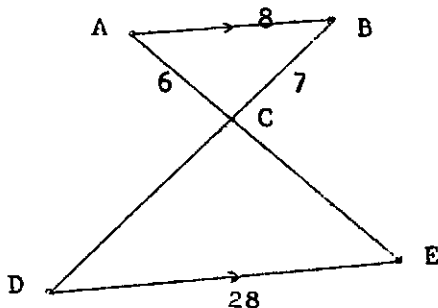
ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 6

(จากรูป ตอบข้อ 7 และข้อ 8)



7 จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ จงหาว่า CE ยาวเท่าไร

ก. 18

ข. 19

ค. 20

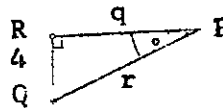
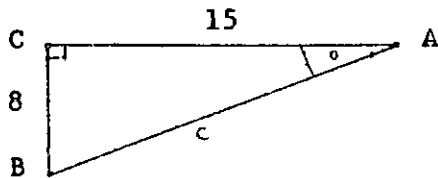
ง. 21

8 จากรูป CD ยาวเท่าไร

- ก. 21
- ข. 21.5
- ค. 24
- ง. 24.5

กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle PQR$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก $\hat{BAC} = \hat{QPR}$ และด้านอื่นมีความยาว

ดังรูป (ตอบข้อ 9 - 11)



9. ด้าน C ยาวกี่หน่วย

- ก. 9
- ข. 15
- ค. 16
- ง. 17

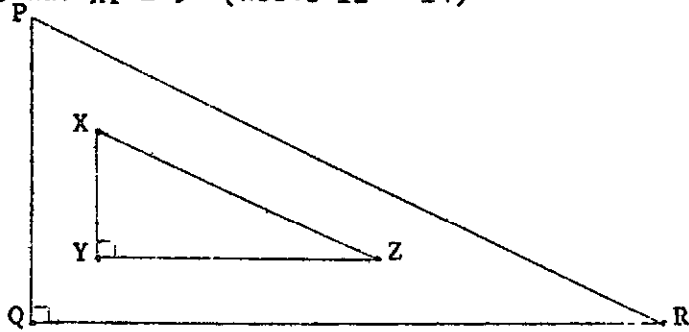
10. ด้าน q ยาวกี่หน่วย

- ก. 5
- ข. $\frac{11}{2}$
- ค. $\frac{13}{2}$
- ง. $\frac{15}{2}$

11. ด้าน r ยาวกี่หน่วย

- ก. 5.5
- ข. 6.5
- ค. 7.5
- ง. 8.5

$\triangle PQR$ และ $\triangle XYZ$, $PQ \parallel XY$, $QR \parallel YZ$, และ $RP \parallel ZX$ ถ้า $PQ = 12$, $OR = 16$ และ $XY = 9$ (ตอบข้อ 12 - 14)



12. YZ ยาวเท่าไร

ก. 9

ข. 12

ค. 14

ง. 16

13. PR ยาวเท่าไร

ก. 15

ข. 16

ค. 20

ง. 25

14. XZ ยาวเท่าไร

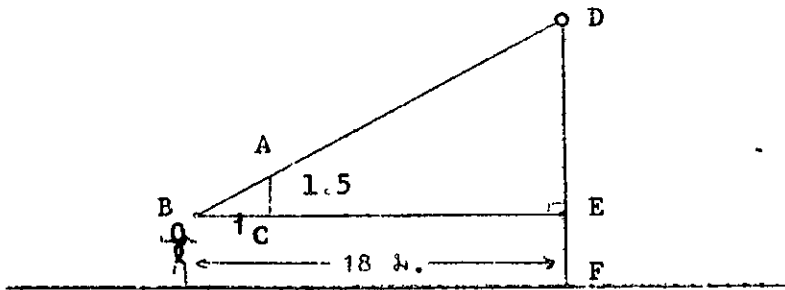
ก. 10.5

ข. 15

ค. 16

ง. 20

เด็กต้องการทราบความสูงของเสาไฟฟ้า จึงใช้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เติงกับดวงไฟ
ปลายเสา (ดังรูป) และเด็กยืนห่างจากโคนเสาไฟฟ้า 18 เมตร เด็กสูง 1.60 เมตร
(ให้ตอบข้อ 15 - 16)



15. ถ้าจะคำนวณหาความสูงของ DE จะคำนวณได้ดังข้อใด

- ก. $\frac{DE}{BE} = 1$
- ข. $\frac{DE}{BE} = 1.5$
- ค. $\frac{DE}{BE} = \frac{1}{1.5}$
- ง. $\frac{DE}{BE} = 18$

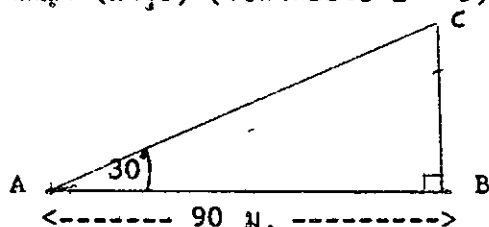
16. เสาไฟสูงเท่าไร

- ก. 26 เมตร
- ข. 26.6 เมตร
- ค. 27 เมตร
- ง. 28.6 เมตร

แบบฝึกหัดแบบนัยชนิดเลือกตอบที่ 4

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

จากจุด A ซึ่งเป็นจุด ๆ หนึ่งบนพื้นราบที่สนามหญ้า ซึ่งอยู่ห่างจากจุด B ซึ่งเป็นฐานของ
ปล่องไฟ วัดได้ 90 เมตร จากจุด A สังเกตเห็นยอดปล่องไฟซึ่งอยู่ที่จุด C ทำมุม 30
กับสนามหญ้า (ดังรูป) (ใช้คำตอบข้อ 1 - 5)



1. จากรูป BC หมายถึงอะไร

- ก. ความสูงของปล่องไฟ
- ข. ความกว้างของปล่องไฟ
- ค. ความสูงของผู้สังเกต
- ง. ระยะห่างจากผู้สังเกตถึงปล่องไฟ

2. AC หมายถึงอะไร

- ก. ความสูงของปล่องไฟ
- ข. ความกว้างของปล่องไฟ
- ค. ความสูงของผู้สังเกต
- ง. ยอดปล่องไฟห่างจากผู้สังเกต

3. $\widehat{ACB}$ กางกึ่งองศา

- ก. 25°
- ข. 30
- ค. 45
- ง. 60°

4. จากรูปถ้าคำนวณหาความสูงของปล่องไฟจะคำนวณได้จากข้อใด

ก. $\frac{BC}{90} = .500$

ข. $\frac{BC}{90} = .866$

ค. $\frac{BC}{90} = .577$

ง. $\frac{90}{BC} = .577$

5. จากการคำนวณปล่องไฟสูงเท่าไร

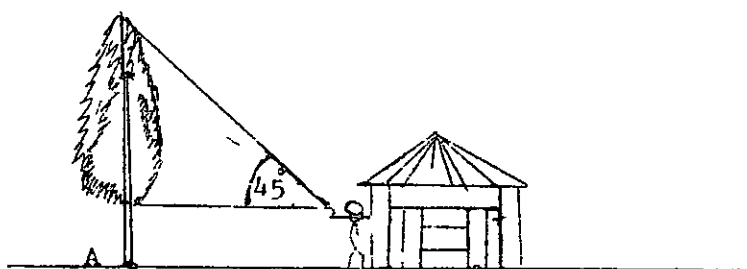
ก. 50 เมตร

ข. 50.96 เมตร

ค. 51.96 เมตร

ง. 52.69 เมตร

พ่อของปิติต้องการโก่นไม้โพธิ์ให้ล้มไปทางคอกสุกร และต้องการจะทราบว่าต้นไม้โพธิ์จะล้มทับคอกสุกรหรือไม่ ปิติอาสาหาคำตอบให้ โดยทำมุมการวัดขนาด 45° เล็งยอดต้นไม้โพธิ์ และพบว่าเมื่อเขายืนฝั่งผาคอกสุกร เขาสามารถเห็นจุดยอดของต้นไม้โพธิ์พอดี (ดังรูป) (ตอบข้อ 6 - 7)



6. จงพิจารณาว่าถ้าจะตัดต้นไม้โพธิ์ที่จุด A ต้นไม้โพธิ์จะล้มทับคอกสุกรหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. ไม่ล้มทับ เพราะความสูงของต้นไม้โพธิ์เท่ากับระยะทางที่ปิติยืนพอดี

ข. ไม่ล้มทับ เพราะต้นไม้โพธิ์เตี้ยกว่าระยะทางที่ปิติยืนระหว่างคอกสุกรกับต้นไม้โพธิ์

ค. ไม่ล้มทับ เพราะถ้าปิติให้มุมที่วัด 60° แทนมุม 45°

ง. ล้มทับ เพราะส่วนที่เป็นด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน เมื่อรวมกับส่วนที่เป็นโคนแล้ว จะยาวกว่า ทำให้ต้นไม้โพธิ์ล้มทับคอกสุกร

7. จากใจพธีย์ ถ้าปีติสูง 1.75 เมตร และยืนห่างจากโคนต้นไม้ 4.5 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงเท่าไร

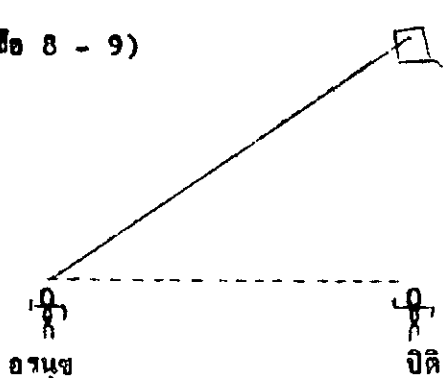
ก. 4.50 เมตร

ข. 5.25 เมตร

ค. 6.25 เมตร

ง. 6.50 เมตร

(ตอบข้อ 8 - 9)



8. จากรูป อรณุชและปีติสูง 160 ซม. เท่ากัน เขาทั้งสองอยากทราบว่า ว่าวอยู่สูงจากพื้นดินเท่าไร เขาทั้งสองจะทำอย่างไร

ก. วัดจากสายเชือกที่ถือกับตัวว่าว

ข. ช่วยกันเขียนโยงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ค. ช่วยกันวัดจากตัวว่าวถึงตรงที่ปีติยืน

ง. ช่วยกันเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้อรณุชถือสายว่าว ปีติยืนตรงก้นว่าว

9. ถ้าอรณุชและปีติยืนห่างกัน 180 เมตร และอรณุชทำมุมกับสายตาเป็น 45° จงหาว่าว่าวสูงจากพื้นดินเท่าไร

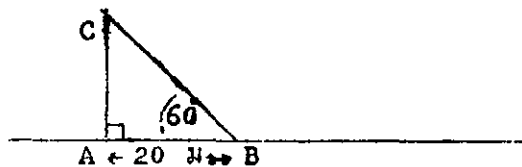
ก. 160 ซม.

ข. 161.60 ซม.

ค. 180 ซม.

ง. 181.60 ซม.

ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกพายุพัดหักลงมา ยอดจดพื้นดินเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และปลายยอดทำมุมกับพื้นดิน 60° พอดี ถ้ายอดอยู่ห่างจากโคนต้น 20 เมตร (ดังรูป) (ตอบข้อ 10 - 15)



10. ถ้าจะหาความสูงของต้นไม้หาได้จากระยะใด

- ก. AC
- ข. BC
- ค. AC + CB
- ง. AC + AB

11. ถ้าจะหาระยะ AC คำนวณได้จากข้อใด

- ก. $\frac{AC}{AB} = .500$
- ข. $\frac{AC}{AB} = .866$
- ค. $\frac{AC}{AB} = 1.732$
- ง. $\frac{BC}{AC} = .866$

12. จากการคำนวณ AC ยาวเท่าไร

- ก. 10.0 เมตร
- ข. 17.2 เมตร
- ค. 21.3 เมตร
- ง. 34.6 เมตร

13. ถ้าจะหาระยะ CB คำนวณได้จากข้อใด

- ก. $\frac{AB}{BC} = .500$
- ข. $\frac{AB}{BC} = .866$
- ค. $\frac{AB}{BC} = 1.732$
- ง. $\frac{AC}{BC} = .500$

14. จากการคำนวณ BC ยาวกี่เมตร

ก. 22.36 เมตร

ข. 40.00 เมตร

ค. 29.21 เมตร

ง 32.56 เมตร

15. ดังนั้นต้นไม้ต้นนี้สูงเท่าไร

ก 34.6 เมตร

ข 39.96 เมตร

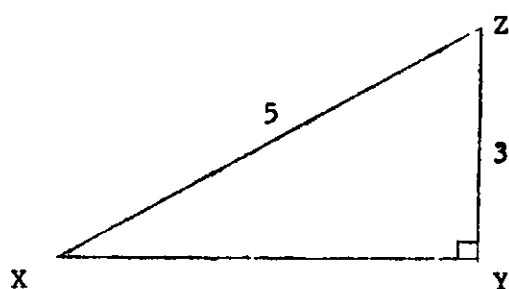
ค 54.60 เมตร

ง 74.60 เมตร

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ตอนที่ 5

จงเลือกคำตอบข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

(จากรูปตอบข้อ 1 - 3)



1. $\frac{XY}{XZ}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{2}{5}$
- ข. $\frac{3}{5}$
- ค. $\frac{4}{5}$
- ง. $\frac{5}{3}$

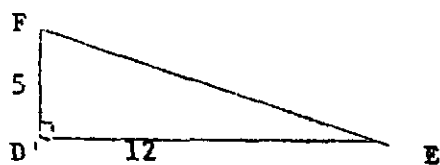
2. $\frac{YZ}{XZ}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{2}{5}$
- ข. $\frac{3}{5}$
- ค. $\frac{4}{5}$
- ง. $\frac{5}{2}$

3. $\frac{YZ}{XY}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

- ก. $\frac{2}{5}$
- ข. $\frac{3}{4}$
- ค. $\frac{4}{5}$
- ง. $\frac{5}{2}$

(จากรูปใช้ตอบข้อ 4 - 6)



4. $\frac{DF}{EF}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

ก. $\frac{5}{11}$

ข. $\frac{5}{13}$

ค. $\frac{5}{14}$

ง. $\frac{12}{13}$

5. $\frac{DE}{FE}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

ก. $\frac{5}{17}$

ข. $\frac{12}{13}$

ค. $\frac{5}{14}$

ง. $\frac{5}{13}$

6. $\frac{DF}{DE}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

ก. $\frac{5}{17}$

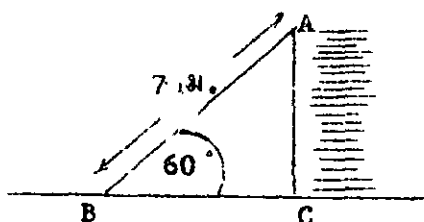
ข. $\frac{12}{13}$

ค. $\frac{5}{14}$

ง. $\frac{5}{12}$

หาความชันซึ่งยาว 7 เมตรไว้กับกำแพง โคนบันไดทำมุมกับพื้นราบ 60° บันไดจะจรดขอบ

กำแพงพอดี (ตอบข้อ 7 - 8)



7. ถ้าจะคำนวณหาความสูงของกำแพงจะหาได้ดังข้อใด

ก. $\frac{AC}{AB} = .866$

ข. $\frac{AC}{AB} = .500$

ค. $\frac{AC}{AB} = 1.732$

ง. $\frac{AC}{BC} = .866$

8. จงหาว่ากำแพงสูงกี่เมตร

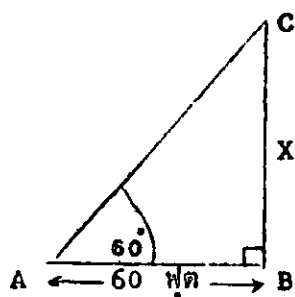
ก. 3.00

ข. 3.50

ค. 4.39

ง. 6.06

A และ B เป็นจุด 2 จุด อยู่บนฝั่งเดียวกัน และอยู่ห่างกัน 60 ฟุต จุด B อยู่ตรงข้ามจุด C ซึ่งอยู่บนอีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเส้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ $\hat{CBA}$ เป็นมุมฉาก และ $\hat{CAB}$ กว้าง 60° ดังรูป (ใช้ตอบข้อ 9 - 11)



9. ระยะใดคือความกว้างของคลอง

ก. $AB + BC$

ข. AC

ค. BC

ง. AB

10. จงหาความกว้างของคลองใต้ดังข้อใด

ก. $\frac{60}{X} = .500$

ข. $\frac{X}{60} = 1.732$

ค. $\frac{X}{60} = .866$

ง. $\frac{X}{60} = .500$

11. จงหาว่าคลองกว้างกี่ฟุต

ก. 103.92 ฟุต

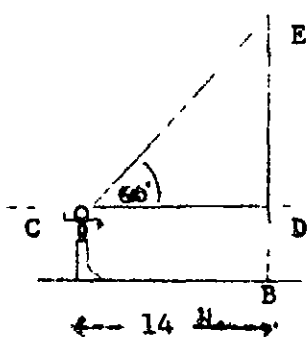
ข. 51.96 ฟุต

ค. 34.64 ฟุต

ง. 30.00 ฟุต

ชายคนหนึ่งสูง 5 ฟุตครึ่ง ยืนห่างจากเสาไฟฟ้า 14 เมตรมองยอดเสาไฟฟ้าเป็นมุมเงย

60° ดังรูป (ตอบข้อ 12 - 15)



12. จากใจห้ชายคนนี้สูงเท่าไร

ก. 155 เซนติเมตร

ข. 156 เซนติเมตร

ค. 160 เซนติเมตร

ง. 165 เซนติเมตร

13. ระยะใดคือความสูงของเสาไฟฟ้า

ก. DE

ข. BD

ค. BE

ง. CE

14. ถ้าจะหาระยะ DE จะคำนวณได้ดังข้อใด

ก. $\frac{DE}{14} = 1.732$

ข. $\frac{DE}{14} = .866$

ค. $\frac{DE}{14} = 500$

ง. $\frac{14}{DE} = 866$

15. จงหาว่าเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร

ก. 29.74

ข. 25.89

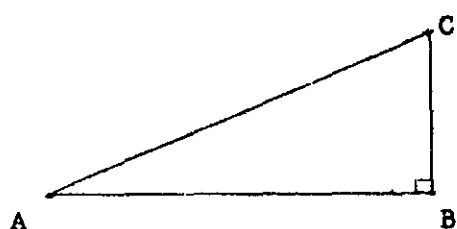
ค. 24.24

ง. 13.77

แบบฝึกหัดปรนัยชนิดเลือกตอบ คาบที่ 6

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

(จากรูป ตอบข้อ 1 - 9)



1. จงหาอัตราส่วนของ $\sin A$

ก. $\frac{AB}{AC}$

ข. $\frac{BC}{AC}$

ค. $\frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{AC}{BC}$

2. จงหาอัตราส่วนของ $\cos A$

ก. $\frac{AB}{AC}$

ข. $\frac{BC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{AC}{BC}$

3. จงหาอัตราส่วนของ $\tan A$

ก. $\frac{AB}{AC}$

ข. $\frac{BC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{AB}{AC}$

4. จงหาอัตราส่วนของ $\sin C$

ก. $\frac{BC}{AC}$

ข. $\frac{AB}{AC}$

ค. $\frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{AB}{BC}$

5. จงหาอัตราส่วนของ $\cos C$

ก. $\frac{BC}{AC}$

ข. $\frac{AB}{AC}$

ค. $\frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{BC}{AC}$

6. จงหาอัตราส่วนของ $\tan C$.

ก. $\frac{AB}{BC}$

ข. $\frac{BC}{AC}$

ค. $\frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{AB}{AC}$

7. จงหาอัตราส่วนของ $\operatorname{cosec} C$

ก. $\frac{BC}{AC}$

ข. $\frac{AB}{AC}$

ค. $\frac{AC}{AB}$

ง. $\frac{AB}{BC}$

8. จงหาอัตราส่วนของ $\cot A$

ก. $\frac{AB}{AC}$

ข. $\frac{BC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AB}$

ง. $\frac{AB}{BC}$

9. จงหาอัตราส่วนของ $\sec A$

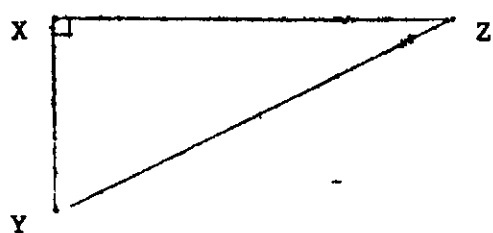
ก. $\frac{AB}{AC}$

ข. $\frac{BC}{AB}$

ค. $\frac{BC}{AC}$

ง. $\frac{AC}{AB}$

(จากรูปใช้ตอบข้อ 10 - 21)



10. จงหาอัตราส่วนของ $\sin Y$

ก. $\frac{XZ}{XY}$

ข. $\frac{XZ}{YZ}$

ค. $\frac{XY}{YZ}$

ง. $\frac{XY}{XZ}$

11. จงหาอัตราส่วนของ $\tan Y$

ก. $\frac{XZ}{XY}$

ข. $\frac{XZ}{YZ}$

ค. $\frac{XY}{YZ}$

ง. $\frac{XY}{XZ}$

12. จงหาอัตราส่วนของ $\cos Y$

ก. $\frac{XZ}{XY}$

ข. $\frac{XZ}{YZ}$

ค. $\frac{XY}{YZ}$

ง. $\frac{XY}{XZ}$

13. จงหาอัตราส่วนของ $\cos Z$

ก. $\frac{XY}{YZ}$

ข. $\frac{XY}{XZ}$

ค. $\frac{XZ}{YZ}$

ง. $\frac{XZ}{XY}$

14. จงหาอัตราส่วนของ $\tan Z$

ก. $\frac{XY}{YZ}$

ข. $\frac{XY}{XZ}$

ค. $\frac{XZ}{YZ}$

ง. $\frac{XZ}{XY}$

15. จงหาอัตราส่วนของ $\sin Z$

ก. $\frac{XY}{YZ}$

ข. $\frac{XY}{XY}$

ค. $\frac{XZ}{YZ}$

ง. $\frac{XZ}{XY}$

16. จงหาอัตราส่วนของ $\cot Y$

ก. $\frac{XZ}{XY}$

ข. $\frac{YZ}{XY}$

ค. $\frac{YZ}{XZ}$

ง. $\frac{XY}{XZ}$

17. จงหาอัตราส่วนของ $\sec Y$

ก. $\frac{XY}{XZ}$

ข. $\frac{XY}{YZ}$

ค. $\frac{YZ}{XY}$

ง. $\frac{YZ}{XZ}$

18. จงหาอัตราส่วนของ cosec Y

- ก. $\frac{XZ}{YZ}$
- ข. $\frac{YZ}{XY}$
- ค. $\frac{XY}{XZ}$
- ง. $\frac{YZ}{XZ}$

19. จงหาอัตราส่วนของ cosec Z

- ก. $\frac{XY}{YZ}$
- ข. $\frac{XY}{XZ}$
- ค. $\frac{YZ}{XY}$
- ง. $\frac{XZ}{YZ}$

20. จงหาอัตราส่วนของ sec Z

- ก. $\frac{YZ}{XZ}$
- ข. $\frac{YZ}{XY}$
- ค. $\frac{XY}{XZ}$
- ง. $\frac{XZ}{YZ}$

21. จงหาอัตราส่วนของ cot Z

- ก. $\frac{XY}{YZ}$
- ข. $\frac{XY}{XZ}$
- ค. $\frac{XZ}{YZ}$
- ง. $\frac{XZ}{XY}$

22. $\frac{XZ}{XY}$ คือ อัตราส่วนตรีโกณมิติของจำนวนใด

- ก. cosec Y
- ข. cos Y
- ค. cot Y
- ง. tan Y

23. $\sin$ ของมุมใด ๆ หาได้จากอัตราส่วนของอะไร

ก. ด้านประชิดมุมต่อด้านตรงข้ามมุม

ข. ด้านตรงข้ามมุมต่อด้านประชิดมุม

ค. ด้านตรงข้ามมุมต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก

ง. ด้านประชิดมุมต่อด้านตรงข้ามมุมฉาก

24. $\tan$ ของมุมใด ๆ หาได้จากอัตราส่วนใด (ให้ตัวเล็อกจากข้อ 23)

ตอบ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}}$

25. $\cos$ ของมุมใด ๆ หาได้จากอัตราส่วนใด (ให้ตัวเล็อกจากข้อ 23)

ตอบ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}$

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คาบที่ 7

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

จากตารางที่ 3 จงหาค่าของ

1. $\sin 18^\circ$

ก. 0.292

ข. 0.309

ค. 0.325

ง. 0.326

2. $\cos 19^\circ$

ก. 0.326

ข. 0.344

ค. 0.940

ง. 0.946

3. $\tan 66^\circ$

ก. 0.407

ข. 0.914

ค. 2.141

ง. 2.246

4. $\cos 5^\circ$

ก. 0.87

ข. 0.087

ค. 0.982

ง. 0.996

5. $\cos 79^\circ$

ก. 0.119

ข. 0.191

ค. 0.982

ง. 0.208

6. $\tan 2^\circ$

ก. 0.035

ข. 0.053

ค. 0.350

ง. 0.530

7. $\sin 42^\circ$

ก. 0.656

ข. 0.669

ค. 0.696

ง. 0.743

8. $\cos 80^\circ$

ก. 0.147

ข. 0.156

ค. 0.174

ง. 0.985

9. $\tan 12^\circ$

ก. 0.978

ข. 0.987

ค. 0.213

ง. 0.123

10. $\sin 75$

ก. 0.259

ข. 0.699

ค. 0.961

ง. 0.966

11. $\cos 33^\circ$

ก. 0.545

ข. 0.649

ค. 0.829

ง. 0.839

12. $\tan 53$

ก. 0.602

ข. 0.616

ค. 0.620

ง. 1.327

จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ ในแต่ละข้อ โดยไม่ใช้การวัดเมื่อกำหนดให้ $0 < A < 90$

13. $\sin A = 0.24$

ก. $\tan A = 1.16$

ข. $\cos A = 0.98$

ค. $\operatorname{cosec} A = 0.79$

ง. $\sec A = 0.60$

14. $\cos A = 0.45$

ก. $\sin A = 0.932$

ข. $\operatorname{cosec} A = 0.80$

ค. $\tan A = 1.6$

ง. $\cot A = 0.78$

$$15. \tan A = 1.00$$

$$\text{opposite} \sin A = 0.62$$

$$\text{adjacent} \cos A = 0.77$$

$$\text{opposite} \cot A = 1.41$$

$$\text{adjacent} \sec A = 1.41$$

$$16. \operatorname{cosec} A = 1.30$$

$$\text{opposite} \sec A = 0.48$$

$$\text{adjacent} \tan A = 1.83$$

$$\text{opposite} \cot A = 0.83$$

$$\text{adjacent} \sin A = 0.81$$

$$17. \sec A = 2.8$$

$$\text{opposite} \operatorname{cosec} A = 0.79$$

$$\text{adjacent} \tan A = 2.61$$

$$\text{opposite} \cot A = 1.75$$

$$\text{adjacent} \cos A = 0.45$$

$$18. \cot A = 0.4$$

$$\text{opposite} \operatorname{cosec} A = 1.07$$

$$\text{adjacent} \sin A = 0.78$$

$$\text{opposite} \tan A = 1.28$$

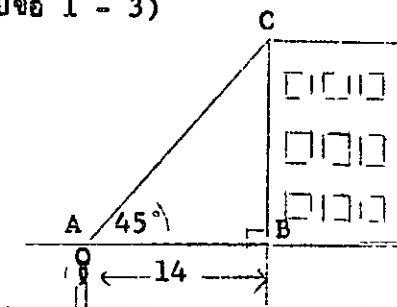
$$\text{adjacent} \cos A = 0.61$$

แบบฝึกแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คาบที่ 8

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ไพจิตรต้องการหาความสูงของตึกหลังหนึ่ง จึงทำมุมขนาด 45° ขึ้นอันหนึ่ง ถ้าขณะที่เล็งเขายืนห่างจากตัวตึก 14 เมตร และความสูงจากพื้นดินถึงระดับตาของไพจิตรเป็น 172 ซม.

(ดังรูป ตอบข้อ 1 - 3)



1. ถ้าจะหาความสูงของตึกจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

- ก. $\sin A$
- ข. $\cos A$
- ค. $\tan A$
- ง. $\sin C$

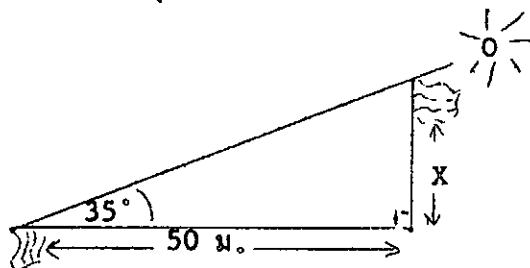
2. ถ้าจะหาระยะ BC จะหาได้ดังข้อใด

- ก. $\frac{BC}{AB} = \sin 45^\circ$
- ข. $\frac{BC}{AB} = \cos 45^\circ$
- ค. $\frac{BC}{AB} = \tan 45^\circ$
- ง. $\frac{AB}{AC} = \cos 45^\circ$

3. ตึกสูงจากพื้นดินกี่เมตร

- ก. 9.89
- ข. 11.62
- ค. 14.0
- ง. 15.72

เสาธงต้นหนึ่งทอดเงายาว 50 เมตร แนวทางเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของเงาเสาธง และยอดเสาธงทำมุม 35° กับเงาของเสาธง (ตอบข้อ 4 - 7) ดังรูป



4. จากโจทย์ ถ้าจะหาความสูงของเสาธงจะให้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ก. $\sin 35$

ข. $\cos 35^\circ$

ค. $\tan 35$

ง. $\tan 45^\circ$

5. ถ้าจะคำนวณหาความสูงของเสาธงจะคำนวณได้ดังข้อใด

ก. $\frac{X}{50} = \sin 35$

ข. $\frac{X}{50} = \tan 35$

ค. $\frac{X}{50} = \cos 35^\circ$

ง. $\frac{X}{50} = \tan 53^\circ$

6. เสาธงสูงกี่เมตร

ก. 28.7

ข. 35.0

ค. 40.95

ง. 61.05

7. มีอัตราส่วนตรีโกณมิติข้อใด ที่ใช้คำนวณหาความสูงของเสาธงได้อีก

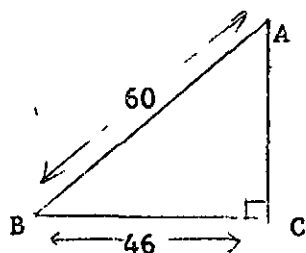
ก. $\sin 55$

ข. $\cos 55$

ค. $\tan 55^\circ$

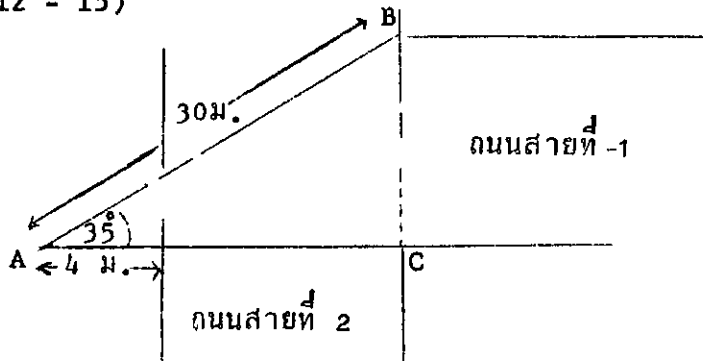
ง. $\sin 35^\circ$

ชายคนหนึ่งเอาน้ำขึ้นโดยยาว 60 ฟุต พาดกับกำแพงให้ปลายบันไดตอนบนอยู่ติด กับขอบบนของ
กำแพงพอดี โคนบันไดห่างจากกำแพง 46 ฟุต (ตอบข้อ 8 - 11) ดังรูป



8. จากโจทย์ถ้าจะหาว่าโคนบันไดทำมุมกับพื้นดินกี่องศาจะใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด
- $\sin A$
 - $\tan A$
 - $\sin B$
 - $\cos B$
9. บันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณกี่องศา
- 37
 - 40
 - 50°
 - 67
10. ถ้าจะหาความสูงของกำแพงอัตราส่วนตรีโกณมิติใดใช้หาไม่ได้
- $\sin B$
 - $\cos A$
 - $\tan B$
 - $\cos B$
11. ดังนั้นกำแพงสูงกี่ฟุต
- 29.59
 - 35.24
 - 38.58
 - 45.96

แดงและดำต้องการหาความกว้างของถนนสายที่ 1 และสายที่ 2 โดยใช้เชือกยาว 30 ม. ซึ่งกับพื้นดินตรงจุด A และจุด B ให้จุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ปรากฏว่า ถ้าให้เชือกซึ่งติดจุด A จะอยู่ห่างจากริมถนน เป็นระยะทาง 4 เมตร และวัดมุม $\widehat{BAC}$ ได้ 35° (ตอบข้อ 12 - 15)



12. ถ้าจะหาความกว้างของถนนสายที่ 1 คำนวณหาได้จากข้อใด

- ก. $\frac{BC}{AB} = \sin 35^\circ$
- ข. $\frac{BC}{AC} = \cos 35^\circ$
- ค. $\frac{BC}{AB} = \cos 35^\circ$
- ง. $\frac{BC}{AB} = \tan 35^\circ$

13. ถ้าจะหาความกว้างของถนนสายที่ 2 จะคำนวณได้จากข้อใด

- ก. $\frac{AC}{AB} = \tan 35^\circ$
- ข. $\frac{AC}{AB} = \cos 35^\circ$
- ค. $\frac{AC}{AB} = \sin 35^\circ$
- ง. $\frac{BC}{AC} = \tan 35^\circ$

14. ดังนั้นถนนสายที่ 1 ยาวกี่เมตร

- ก. 10.58 ข. 17.22
- ค. 20.75 ง. 21.00

15. ถนนสายที่ 2 ยาวกี่เมตร

- ก. 13.22 ข. 17.00
- ค. 20.57 ง. 24.57

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ควาทที่ 9

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. $\frac{1}{\sin A}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\cos A$ ข. $\tan A$

ค. $\sec A$ ง. $\operatorname{cosec} A$

2. $\frac{1}{\cos A}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\tan A$ ข. $\operatorname{cosec} A$

ค. $\sec A$ ง. $\cot A$

3. $\frac{1}{\tan X}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\sin X$ ข. $\cot X$

ค. $\operatorname{cosec} X$ ง. $\sec X$

4. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\sin \alpha$ ข. $\tan \alpha$

ค. $\sec \alpha$ ง. $\cot \alpha$

5. $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\cos \theta$ ข. $\operatorname{cosec} \theta$

ค. $\tan \theta$ ง. $\cot \theta$

6. $\frac{1}{\operatorname{cosec} A}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\sin A$ ข. $\cos A$

ค. $\tan A$ ง. $\cot A$

7. $\frac{1}{\sec B}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\sin B$ ข. $\cos B$

ค. $\tan B$ ง. $\cot B$

8. $\frac{1}{\cot X}$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\sec X$ ข. $\cos X$
 ค. $\tan X$ ง. $\operatorname{cosec} X$
9. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\sin A$, $\sec A$
 ก. $\sin A$ ข. $\cos A$
 ค. $\tan A$ ง. $\sec A$
10. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\cot A$, $\sec A$
 ก. $\sin A$ ข. $\cos A$
 ค. $\tan A$ ง. $\operatorname{cosec} A$
11. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\cos A$, $\tan A$
 ก. $\sin A$ ข. $\cos A$
 ค. $\operatorname{cosec} A$ ง. $\sec A$
12. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan \alpha$, $\cot \alpha$, $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
 ก. $\sin \alpha$ ข. $\cos \alpha$
 ค. $\sec \alpha$ ง. $\operatorname{cosec} \alpha$
13. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan A$, $\cos A$, $\cot A$
 ก. $\sin A$ ข. $\sec A$
 ค. $\tan A$ ง. $\cos A$
14. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan A$, $\frac{1}{\sec A}$
 ก. $\sin A$ ข. $\cos A$
 ค. $\tan A$ ง. $\sec A$
15. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\cos \alpha$, $\operatorname{cosec} \alpha$, $\sqrt{\sec^2 \alpha - 1}$
 ก. 0 ข. 1
 ค. $\sin \alpha$ ง. $\cos \alpha$

16. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\cot X, \sec X, \sin X, \operatorname{cosec} X$

- ก. $\sin X$
- ข. $\operatorname{cosec} X$
- ค. $\sec X$
- ง. $\cos X$

17. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\operatorname{cosec}^4 A - \cot^4 A$

- ก. 0
- ข. 1
- ค. $\cot^2 A - \cos^2 A$
- ง. $\cot^2 A + \operatorname{cosec}^2 A$

18. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $(1 - \sin^2 A) \sec^2 A$

- ก. 1
- ข. $\sin A$
- ค. $\cos A$
- ง. $\sec A$

19. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan^2 \theta (1 + \cot^2 \theta)$

- ก. $\cos \theta$
- ข. $\cos^2 \theta$
- ค. $\sin^2 \theta$
- ง. $\sec^2 \theta$

20. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)$

- ก. $\cos \theta$
- ข. $\cos^2 \theta$
- ค. $\sin^2 \theta$
- ง. $\sec^2 \theta$

แบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ คาบที่ 10

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\frac{1 + \cot^2 \alpha}{\cot^2 \alpha}$
 - ก. $\sec^2 \alpha$
 - ข. $\cos^2 \alpha$
 - ค. $\operatorname{cosec}^2 \alpha$
 - ง. $\sin^2 \alpha$
2. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $(\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1)(1 - \cos^2 \alpha)$
 - ก. $\sin^2 \alpha$
 - ข. $\cos^2 \alpha$
 - ค. $\sec^2 \alpha$
 - ง. $\cot^2 \alpha$
3. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ $\sqrt{1 + \cot^2 \theta} \cdot \tan \theta$
 - ก. $\tan \theta$
 - ข. $\sin \theta$
 - ค. $\cot \theta$
 - ง. $\sec \theta$
4. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\sec^2 A, \cot^2 A - 1$
 - ก. $\cot^2 A$
 - ข. $\sin^2 A$
 - ค. $\cos^2 A$
 - ง. $\operatorname{cosec}^2 A$

5. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\operatorname{cosec} \theta (\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)$

ก. $\cot^2 \theta$

ข. $\sin^2 \theta$

ค. $\cos^2 \theta$

ง. $\operatorname{cosec}^2 \theta$

6. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\sec A (\sec A - \cos A)$

ก. $\sin^2 A$

ข. $\cos^2 A$

ค. $\tan^2 A$

ง. $\cot^2 A$

7. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\operatorname{cosec}^2 A \cdot \tan^2 A - \tan^2 A$

ก. 1

ข. $\operatorname{cosec}^2 A$

ค. $\tan^2 A$

ง. $\sec^2 A$

8. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\cos \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha)$

ก. $\sin \alpha$

ข. $\cos \alpha$

ค. $\operatorname{cosec} \alpha$

ง. $\sec \alpha$

9. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha$

ก. $\tan^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha$

ข. $\tan^2 \alpha + \sec^2 \alpha$

ค. $\operatorname{cosec}^2 \alpha + \sec^2 \alpha$

ง. $\sec^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

10. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\operatorname{cosec}^4 \alpha - 1$

ก. $2 \operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{cosec}^4 \alpha$

ข. $2 \cot^2 \alpha + \cot^4 \alpha$

ค. $2 \sec^2 \alpha + \sec^4 \alpha$

ง. $2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$

11. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta - \cos \theta}{1 - \sin \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$

ก. $\sin \theta$

ข. $\cos \theta$

ค. $\tan \theta$

ง. $\cot \theta$

12. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\frac{1 - 2 \sin X \cdot \cos X}{\sin X - \cos X}$

ก. $\sin X + \cos X$

ข. $\sin X - \cos X$

ค. $\sec X - \tan X$

ง. $\operatorname{cosec} X - \cot X$

13. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\frac{\tan A}{\sec A - 1} + \frac{\tan A}{\sec A + 1}$

ก. $2 \operatorname{cosec} A$

ข. $2 \cos A$

ค. $2 \sin A$

ง. $2 \sec A$

14. ข้อใดเป็นเอกลักษณ์ของ $\frac{\sin X}{1 + \cos X} + \cot X$

ก. $\sin X$

ข. $\cos X$

ค. $\sec X$

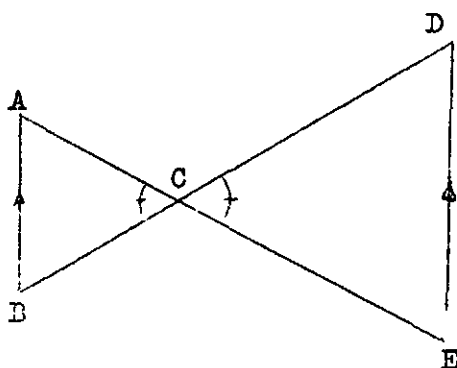
ง. $\operatorname{cosec} X$

แบบฝึกหัดแบบอันทันที เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แบบฝึกหัดแบบอัตโนมัติ ภาพที่ 1

คำสั่ง จงเติมคำตอบและอธิบายให้ชัดเจน

1.



$\triangle ABC \sim \triangle DEC$ - หรือไม

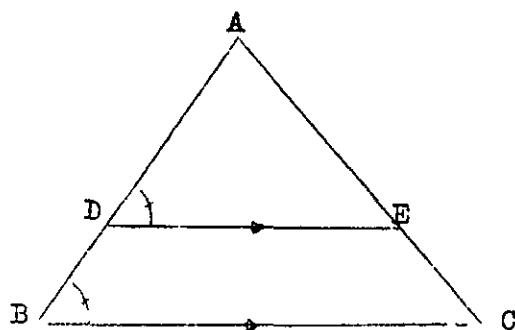
เพราะเหตุใด

ตอบ

เพราะ

.

2.



$\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ คล้ายกัน

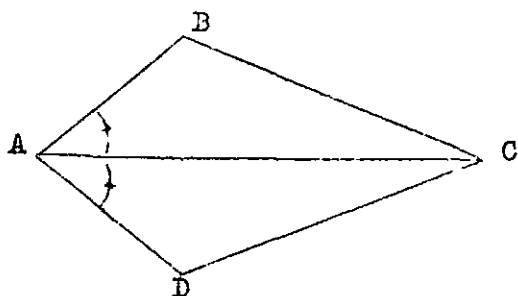
หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ

เพราะ

.

3.



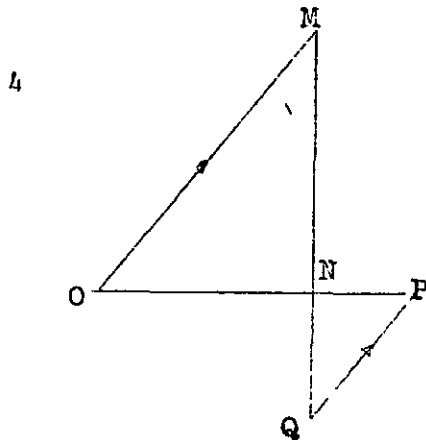
$\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$ คล้ายกัน

หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ

เพราะ

.



$\triangle MNO \sim \triangle NQP$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

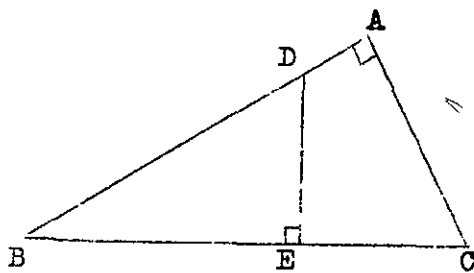
ตอบ... เพราะ...

... ..

และจงหาว่า $\frac{PQ}{MO}$ เท่ากับอัตราส่วนใดบ้าง

ตอบ... ..

5.



$\triangle ABC \sim \triangle BDE$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ... เพราะ...

... ..

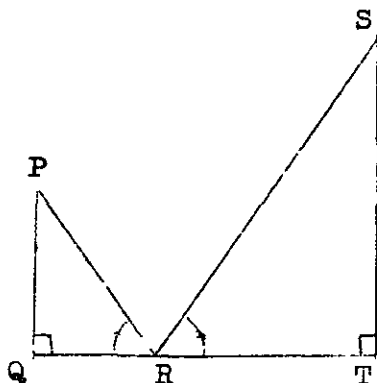
... ..

จงเขียนอัตราส่วนของด้านที่เท่ากัน

ตอบ...

... ..

6.



$\triangle PQR$ และ $\triangle RST$ คล้ายกันหรือไม่

เพราะเหตุใด

ตอบ... เพราะ...

... ..

จงเขียนอัตราส่วนของด้านที่เท่ากัน

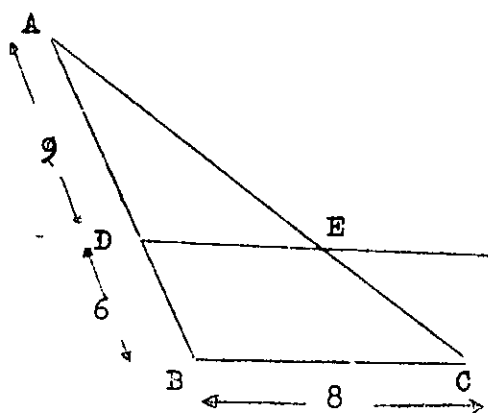
ตอบ...

... ..

แบบฝึกหัดแบบอิตนัย ตอนที่ 2

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1.



จากรูป $DE \parallel BC$, AD , BD

และ BC ยาว 9, 6 และ 8 หน่วย

ตามลำดับ จงหาว่า DE ยาวกี่หน่วย

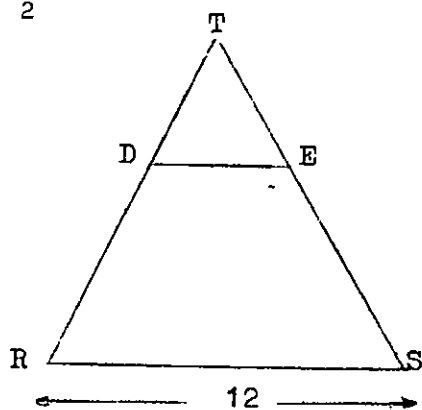
ตอบ

.

.

.

2



จากรูป กำหนดให้ $\triangle TDE \sim \triangle TRS$,

TD ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของ DR ถ้า RS ยาว

12 หน่วย จงคำนวณหาว่า DE ยาวเท่าไร

ตอบ

.

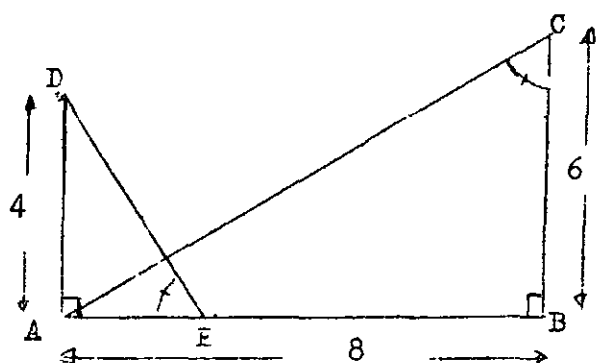
.

..

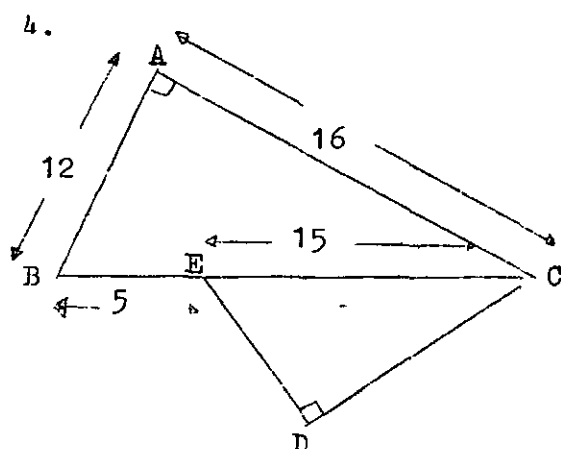
3 กำหนดให้ $\triangle ADE \sim \triangle BAC$ โดยมี $\angle DAE$ และ $\angle CBA$ มีขนาด 90°

$\angle AED = \angle ACB$, ซึ่งมี AD , BC และ AB ยาว 4, 6 และ 8

หน่วยตามลำดับ จงคำนวณหาว่า AE ยาวกี่หน่วย



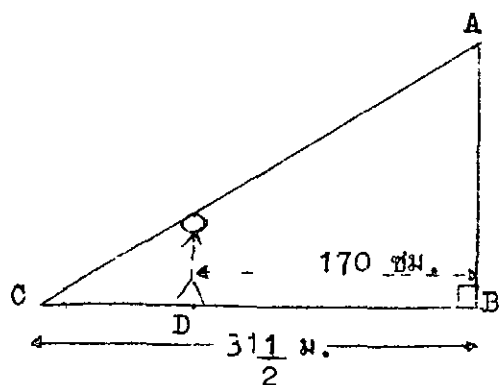
ตอบ



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ ซึ่งมี AB
 AC , CE และ EB ยาว 12, 16, 15
 และ 5 หน่วยตามลำดับ จงหาว่าเส้นรอบ
 รูปของ $\triangle DCE$ ยาวกี่หน่วย

ตอบ.

- 5 AB เป็นความสูงของกำแพง ซึ่งกำแพงนี้ทอดเงาไปตามพื้นคือแนว CB' รุ่งยาว $3\frac{1}{2}$ เมตร ป้ายฉนวนสูง 160 ซม. เมื่อเขย็นอยู่ที่จุด D ซึ่งห่างจากกำแพง 170 ซม. ปรากฏว่า เงาหัวของเขายืนอยู่ที่จุด C พอดี จงหาว่ากำแพงสูงเท่าไร

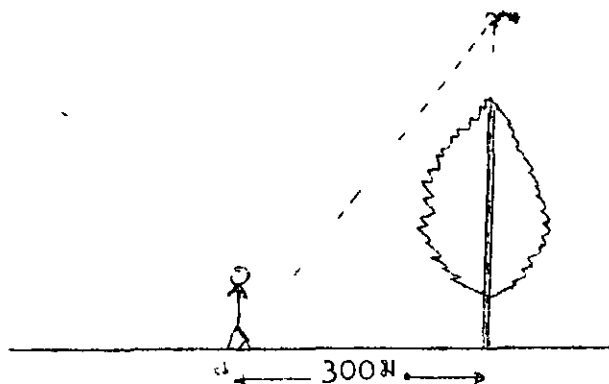


.

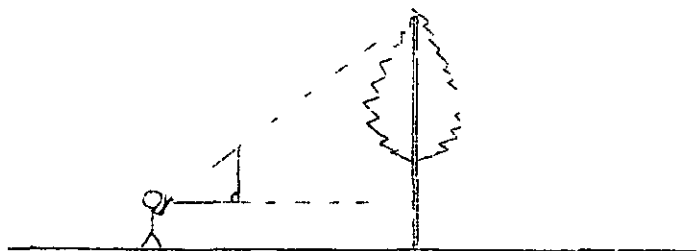
แบบฝึกหัดแบบอัตนัย คาบที่ 4

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. มะลิยืนห่างจากต้นสน 300 เมตร เห็นนกตัวหนึ่งบินอยู่เหนือต้นสนพอดี เขาประมาณว่า มุมที่มองเห็นนกกับระดับพื้นดินเท่ากับ 60° จงหาว่านกสูงจากพื้นดินเท่าไร

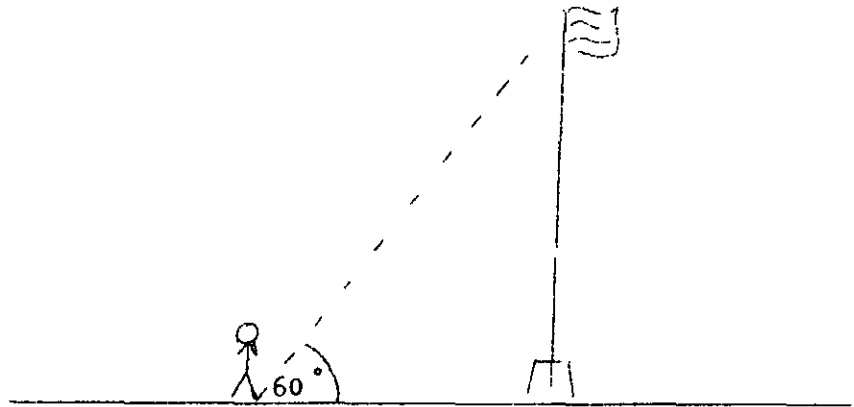


2. อุปกรณ์วัดการทราบความสูงของต้นสนว่าสูงเท่าไร จึงทำมุมขนาด 45° เคียงกับยอดต้นสน ถ้าแดงสูง 170 ซม. และยืนห่างจากต้นสน 5.50 เมตร จงหาว่าต้นสนต้นนี้สูงเท่าไร เพราะเหตุใด จงอธิบาย



3. พาดบันไดไว้กับกำแพง โคนบันไดทำมุมกับพื้นดินเป็นมุม 60° ปากยบันไดจดขอบกำแพงพอดี ถ้าโคนบันไดห่างจากกำแพง 6 เมตร จงหาว่ากำแพงสูงเท่าไร (เขียนรูปประกอบด้วย)

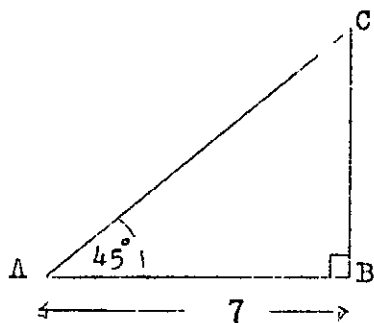
4. ปกติต้องการหาความสูงของเสาธง จึงชิงสายเชือกไว้ดึง และใช้เท้าเหยียบสายเชือกให้ตึง และประมาณว่ามุมที่สายเชือกทำมุมกับพื้นดินเท่ากับ 60° ปกติยืนห่างจากโคนเสาธง 17 ฟุต จงหาว่าเสาธงสูงเท่าไร



แบบฝึกหัดแบบอัตรนัย คาบที่ 5

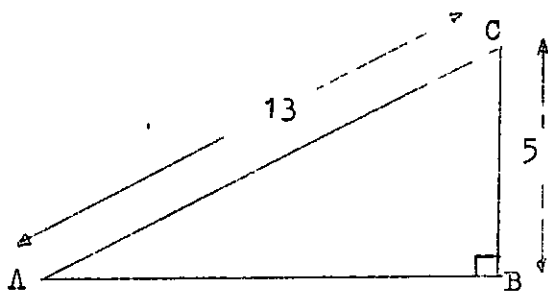
คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จากรูป AB ยาว 7 หน่วย $\angle CAB$ กว้าง 45° จงคำนวณหาความยาวของด้าน CB และ AC แล้วหาอัตราส่วนของด้าน $\frac{AB}{AC}$, $\frac{CB}{AC}$ และ $\frac{CB}{AB}$



2. จากรูป จงคำนวณหาความยาวของด้าน AB และจงหาอัตราส่วนของ

$$\frac{AB}{AC}, \frac{CB}{AC} \text{ และ } \frac{CB}{AB}$$



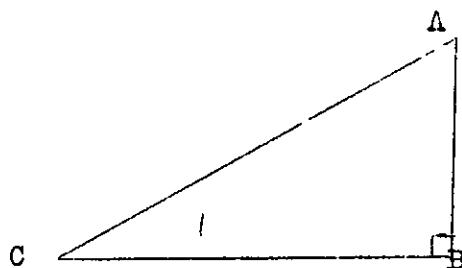
3. พาดบันไดซึ่งยาว 9 เมตรไว้กับกำแพง โคนบันไดทำมุมกับพื้นราบ 30° ปลายบนบันไดจะขบกำแพงพอดี จงหาว่ากำแพงสูงเท่าไร (เขียนรูปประกอบด้วย)

4. เล็กยืนอยู่ห่างจากหน้าผา 20 เมตร มองเห็นยอดหน้าผา และประมาณว่าขนาดของมุมที่เกิดจากแนวที่เห็นยอดหน้าผากับเส้นระดับตาเท่ากับ 60° ถ้านัยน์ตาของเขาสูงจากระดับพื้นดิน 1.50 เมตร จงหาว่าหน้าผาสูงเท่าไร (เขียนรูปประกอบด้วย)
5. ชายคนหนึ่งสูง 180 ซม. ยืนห่างจากเสาธง 15 เมตร มองดูยอดเสาธงเป็นมุมเงย 30° จงหาว่าเสาธงต้นนี้สูงเท่าไร (เขียนรูปประกอบด้วย)

แบบฝึกหัดแบบอักษณัยคาบที่ 6

คำสั่ง จงอธิบายและให้ความหมายอย่างละเอียด

(จากรูป ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 18)



ก. จงให้ความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้

1. $\sin$ ของมุม A คือ
2. $\cos$ ของมุม A คือ
3. $\tan$ ของมุม A คือ
4. $\cos$ ของมุม C คือ
5. $\tan$ ของมุม C คือ
6. $\sin$ ของมุม C

ข. จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้และอธิบายเหตุผลด้วยว่าเพราะเหตุใด

7. อัตราส่วนของ $\sin A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
8. อัตราส่วนของ $\sin C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
9. อัตราส่วนของ $\cos A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
10. อัตราส่วนของ $\cos C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
11. อัตราส่วนของ $\tan A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด

12. อัตราส่วนของ $\tan C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
13. อัตราส่วนของ $\operatorname{cosec} A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
14. อัตราส่วนของ $\operatorname{cosec} C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
15. อัตราส่วนของ $\sec A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
16. อัตราส่วนของ $\sec C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
17. อัตราส่วนของ $\cot A$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด
18. อัตราส่วนของ $\cot C$ มีค่าเท่าไร เพราะเหตุใด

แบบฝึกหัดแบบอักษณ คำนที่ 7

ำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากตารางที่ 3 จงหาค่า $\sin$, $\cos$ และ $\tan$ ของมุมต่างๆ แล้ว
เปรียบเทียบค่าของมุมต่างๆ ต่อไปนี้

1. $\sin 21'$ กับ $\sin 20''$
2. $\cos 21'$ กับ $\sin 21''$
3. $\tan 68'$ กับ $\sin 68''$
4. $\cos 4'$ กับ $\cos 5''$
5. $\cos 75'$ กับ $\cos 79''$
6. $\tan 1'$ กับ $\cos 1''$
7. $\sin 40'$ กับ $\cos 40''$
8. $\cos 81'$ กับ $\tan 81''$
9. $\tan 10'$ กับ $\cos 10''$
10. $\sin 73'$ กับ $\tan 73''$
11. $\cos 30'$ กับ $\sin 60''$
12. $\tan 50'$ กับ $\cos 50''$

จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่นๆ ในแต่ละข้อให้ครบทุกอัตราส่วนโดยไม่ใช้การวัด
เมื่อกำหนด $0^\circ < A < 90^\circ$

$$1. \quad \sin A = 0.24$$

$$2. \quad \cos A = 0.50$$

$$3. \quad \tan A = 1.00$$

$$4. \quad \operatorname{cosec} A = 1.45$$

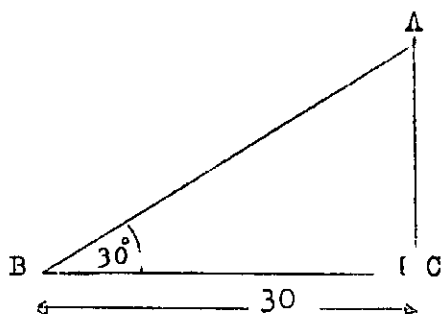
$$5. \quad \sec A = 2.5$$

$$6. \quad \cot A = 0.35$$

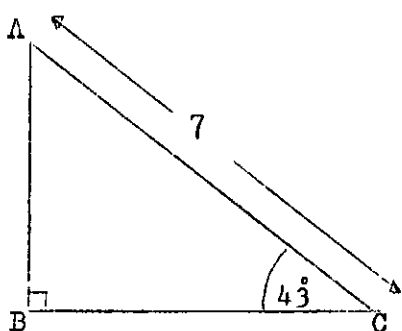
แบบฝึกหัดแบบอัตนัยคาบที่ 8

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

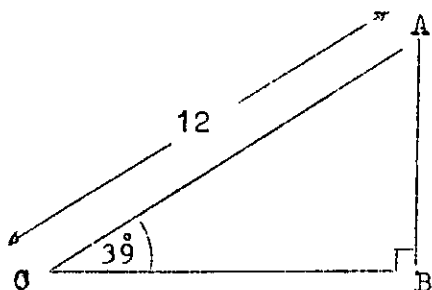
1. จงคำนวณว่า AC ยาวเท่าไร



2. จงคำนวณว่า AB ยาวเท่าไร



3. จงคำนวณว่า BC ยาวเท่าไร



4. เสาธงต้นหนึ่งอยู่บนพื้นสนาม จากจุดๆหนึ่งอยู่ห่างจากเสาธง 5 เมตร ปรากฏว่ามุมยกขึ้น 56° จงหาว่าเสาธงสูงเท่าไร
(เขียนรูปประกอบด้วย)

5. พาคบันไดไว้กับกำแพงซึ่งสูง 12 ฟุต โคนของบันไดทำมุมกับระดับพื้นดิน 60° จงหาว่าบันไดยาวกี่ฟุต
(เขียนรูปประกอบด้วย)

6. ไฟจิตรยืนอยู่บนพื้นดินห่างจากหน้าผา 120 ฟุต ประมาณว่ายอดหน้าผาทำมุมกับระดับพื้นดิน 43° จงหาว่าไฟจิตรยืนห่างจากยอดหน้าผากี่ฟุต
(เขียนรูปประกอบด้วย)

แบบฝึกหัดแบบอัตนัย ภาบที่ 9

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. $\frac{1}{\sin A} = \dots\dots\dots$ เพราะ

2. $\frac{1}{\cos A} = \dots\dots\dots$ เพราะ...

3. $\frac{1}{\tan A} = \dots\dots\dots$ เพราะ

4. $\frac{1}{\operatorname{cosec} A} = \dots\dots\dots$ เพราะ

5. $\frac{1}{\sec A} = \dots\dots\dots$ เพราะ

6. $\frac{1}{\cot A} = \dots\dots\dots$ เพราะ

จงพิสูจน์เอกลักษณ์

1. $\sin A \cdot \sec A = \tan A$ 2. $\cot A \cdot \sec A = \operatorname{cosec} A$

3. $\cos A \cdot \tan A = \sin A$ 4. $\tan x \cdot \cot x \sqrt{1 - \sin^2 x} = \cos x$

5. $\tan A \cdot \cos A \cdot \cot A = \cos A$ 6. $\tan B \cdot \operatorname{cosec} B = \sec B$

7. $\tan A \cdot \cos A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$ 3. $\cot x \cdot \sin x \cdot \sec x = 1$

9. $(1 - \cos^2 A) \cdot \operatorname{cosec}^2 A = 1$.

10. $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

11. $(\sec^2 A - 1) \cdot \cot^2 A = 1$

12. $\tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) = \sin^2 \theta$

แบบฝึกหัดแบบฉันทน์ย ตอนที่ 10

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จงพิสูจน์เอกลักษณ์ต่อไปนี้

1. $\frac{1 + \cot^2 \alpha}{\cot^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$
2. $(\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1)(1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha$
3. $\sqrt{1 + \cot^2 \theta} - \tan \theta = \sec \theta$
4. $\operatorname{cosec}^2 \theta \cdot \tan^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$
5. $\sin X (\operatorname{cosec} X - \sin X) = \cos^2 X$
6. $\cos X (\sec X - \cos X) = \sin^2 X$
7. $\operatorname{cosec}^2 A \cdot \tan^2 A - \tan^2 A = 1$
8. $\cos \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha) = \operatorname{cosec} \alpha$
9. $\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha + \cot^2 \alpha$
10. $\operatorname{cosec}^4 \alpha - 1 = 2\cot^2 \alpha + \cot^4 \alpha$
11. $\frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \cot \alpha$
12. $\frac{1 + 2 \sin X \cdot \cos X}{\sin X + \cos X} = \sin X + \cos X$
13. $\frac{\operatorname{cosec} A}{1 + \sec A} = \frac{\cot A}{1 + \cos A}$

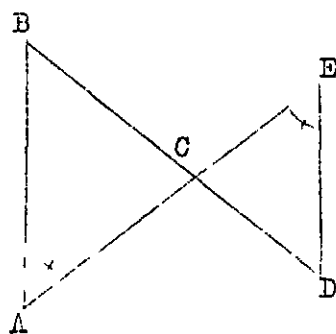
แบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน เรื่องจักราสวรรค์โกณมิติ

คาบที่ 1

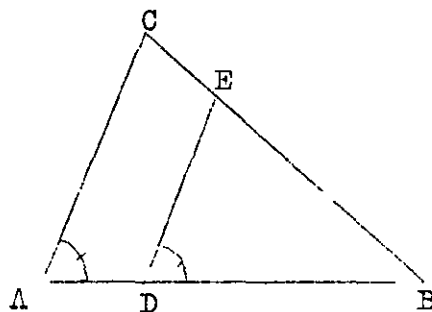
คำสั่ง ให้นักเรียนหาคำตอบ

- 1 สามเหลี่ยมแต่ละคู่ต่อไปนี้คือใดเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ถ้าสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน จงหาอัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันแต่ละคู่

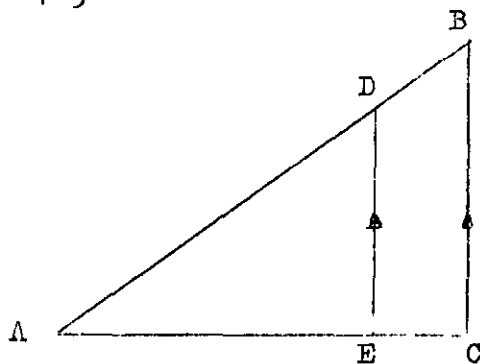
1.1



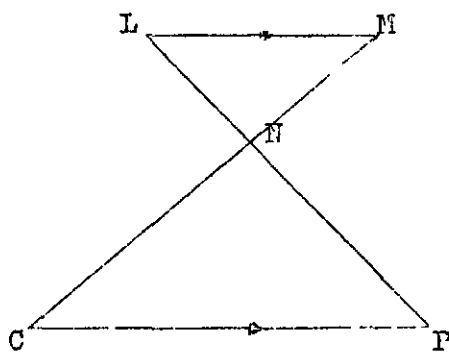
1.2



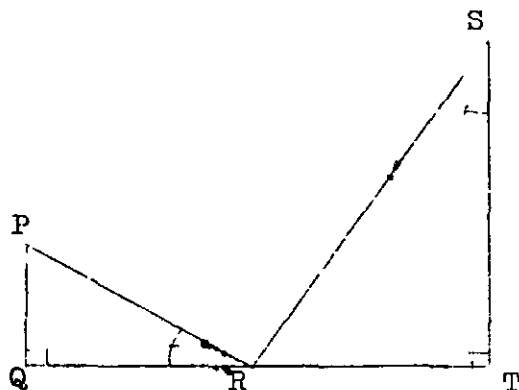
1.3

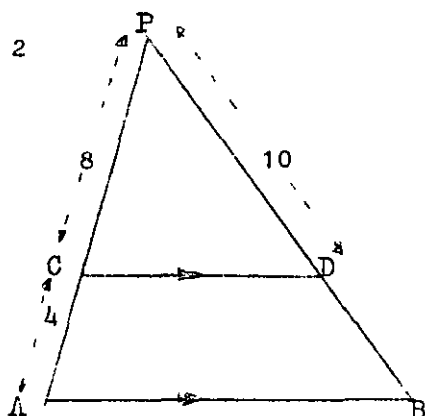


1.4



1.5

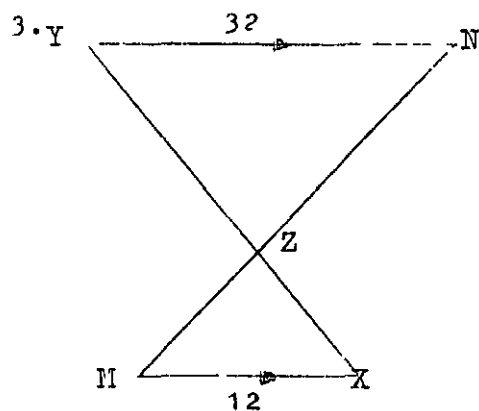




$\triangle PAB$ เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่งที่มี $CD \parallel AB$,

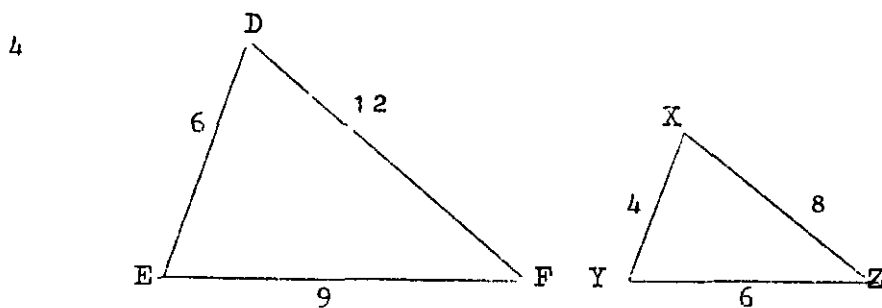
$$PC = 8, CA = 4, PD = 10$$

ดังนั้น DB ยาวเท่าไร



$$\triangle MNZ \sim \triangle NYZ$$

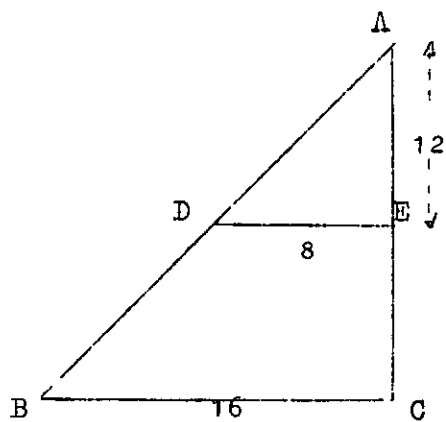
จงหาว่า XZ ยาวเท่าไร



$\triangle DEF$ และ $\triangle XYZ$ กลายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

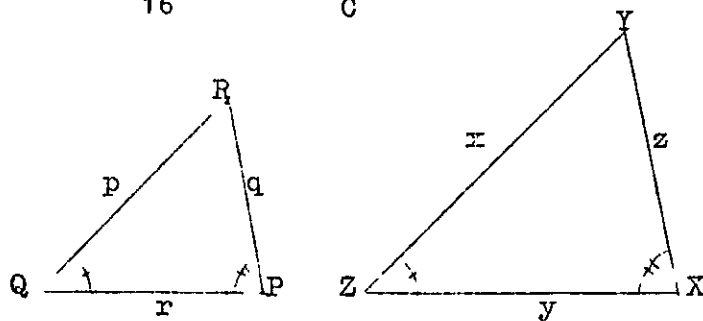
คาบที่ 2

1.



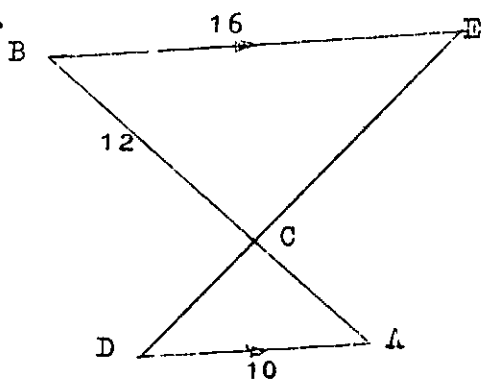
จากรูป จงหาว่า AC ยาวเท่าไร

2.



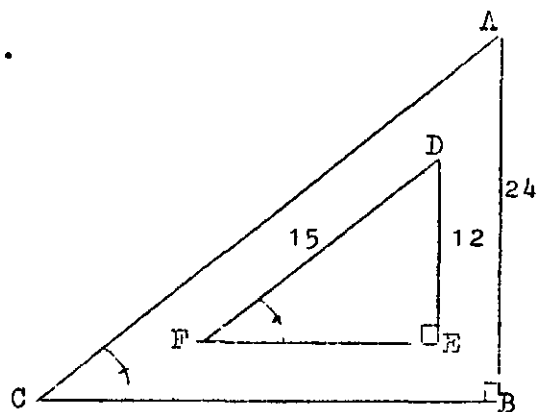
ถ้าให้ $\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ จงหาว่าอัตราส่วนของ $\frac{x}{p}$, $\frac{q}{r}$ และ $\frac{q}{p}$ เท่ากับอัตราส่วนใด

3.



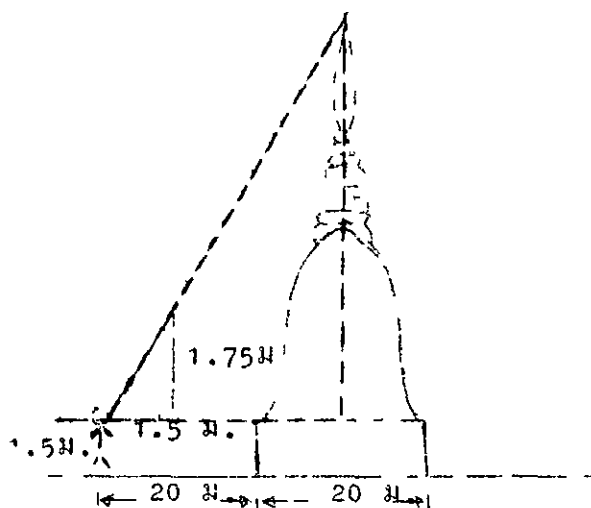
จงหาว่า CA ยาวเท่าไร

4.



จงหาว่า AC , EF และ CB ยาว
 ด้านละเท่าไร

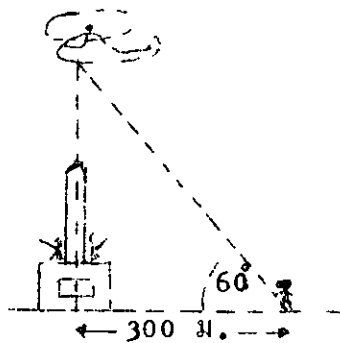
5.



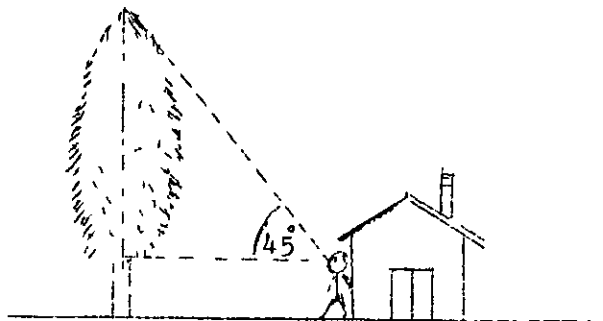
ประเพณีต้องการทราบความสูงของเจดีย์ จึงใช้รูปสามเหลี่ยมคล้ายเสีงกับยอด
 เจดีย์ และประเพณีสูง 1 50 เมตร (ดังรูป) จงหาว่าความสูงของเจดีย์ที่
 วัดวาสุฐานถึงยอดเจดีย์จะวัดได้ยาวกี่เมตร

คาบที่ 4

1. กรุงยืนห่างจากจุดกึ่งกลางฐานของอนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิ 300 เมตร เขาเห็นเฮลิคอปเตอร์เครื่องหนึ่งบินอยู่เหนือยอดของอนุสาวรีย์พอดี กรุงประมาณว่ามุมที่เกิดจากแนวที่เขามองดูเครื่องบินกับระดับพื้นดินเท่ากับ 60° จงหาว่าเฮลิคอปเตอร์อยู่สูงจากพื้นดินประมาณกี่เมตร



2. พ่อของประเสริฐต้องการโค่นต้นไม้ล้มไปทางบ้าน เขาต้องการทราบว่าต้นไม้จะล้มทับบ้านหรือไม่ ประเสริฐอาสาหาคำตอบให้โดยนำมุมขนาด 45° เล็งยอดต้นไม้ พบว่า เมื่อเขายืนห่างบ้านเขาสามารถเห็นจุดยอดของต้นไม้พอดี เขาทราบได้อย่างไรว่าต้นไม้จะล้มทับบ้านหรือไม่



3. ประเสริฐอยากจะทำสะพานข้ามคลอง เขาต้องการทราบว่าคลองนี้จะกว้างกี่เมตร เขาจะไข่มุมขนาด 60° หาความกว้างของคลองนี้ได้อย่างไร



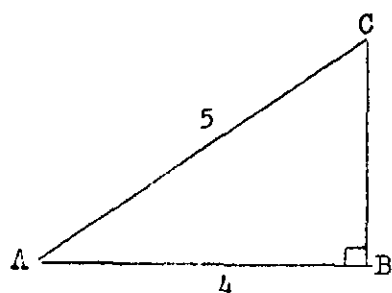
4. นที่ต้องการวัดความกว้างของแม่น้ำจึงใช้วิธีการวัดจากข้อ 3 เขาไข่มุมขนาด 60° แล้วไปโดนต้นไม้คนหนึ่งของฝั่งตรงข้าม วัดระยะทางจากจุดที่ใช้สายตาเล็งต้นไม้ถึงจุดที่อยู่ตรงข้ามกับต้นไม้นี้ได้ 25 เมตร จงหาความกว้างของแม่น้ำ

ตอนที่ 5

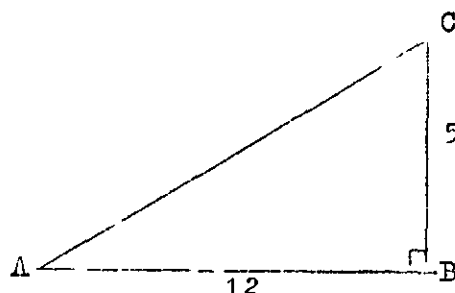
คำสั่ง จงหาคำตอบ

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ จงหาค่าของ $\frac{AB}{AC}$, $\frac{CB}{AC}$ และ $\frac{CB}{AB}$

1.1

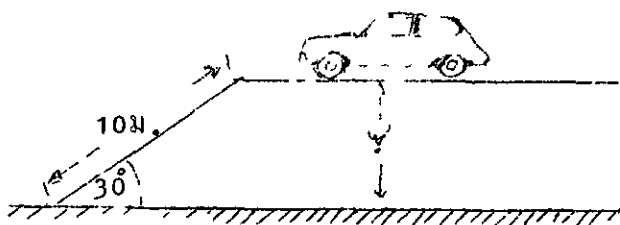


1.2

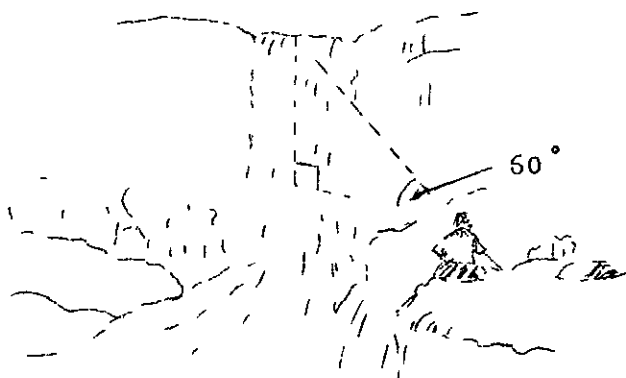


2.

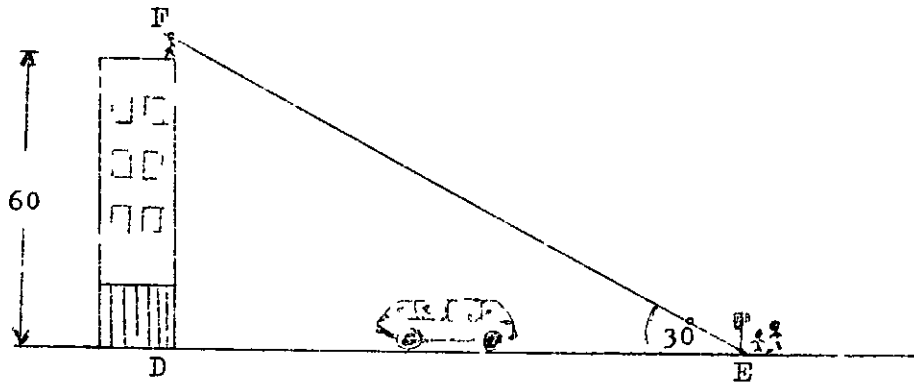
ทางขึ้นที่จอดรถเอียง 30° และยาว 10 เมตร จงหาว่าที่จอดรถสูงจากพื้นกี่เมตร



3. ลัดดาไปเที่ยวน้ำตกกับพี่สาว เมื่อเธอนั่งอยู่บนก้อนหินก้อนใหญ่ซึ่งอยู่ห่างจากน้ำตก 12 เมตร เธอมองเห็นยอดน้ำตกและประมาณว่าขนาดของมุมที่เกิดจากแนวที่เห็น ยอดน้ำตกกับเส้นระดับสายตาเท่ากับ 60° ถ้านัยน์ตาของเธอสูงจากพื้นน้ำ 1 เมตร จงหาว่าน้ำตกนี้สูงเท่าไร



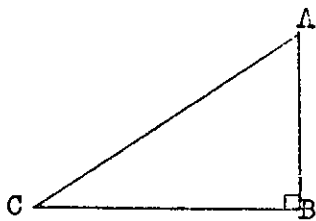
4. สตรีสูง 1.5 เมตร ยืนอยู่ด้านหลังของอาคารสูง 60 เมตร และเห็นป้ายรถเมล์ที่ถนน ดังรูป เขาประมาณว่า $\widehat{DEF} = 30^\circ$ จงหาระยะทางจากอาคารไปยังป้ายรถเมล์



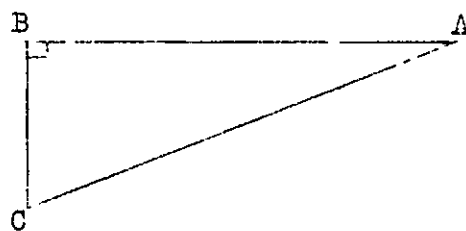
คาบที่ 6

- 1 จงหาอัตราส่วนของความยาวของด้านซึ่งเป็นค่า ซ้ายน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมในสามเหลี่ยมต่อไปนี้

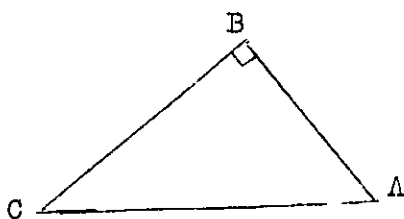
1 1



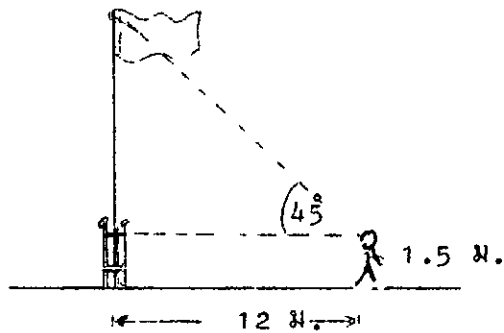
1 2



1 3



2. จากรูปสามเหลี่ยมในข้อ 1 จงหาอัตราส่วนของความยาวของด้านซึ่งเป็นค่า
ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม C
3. ลูกเสือคนหนึ่งต้องการหาความสูงของเสาธงของโรงเรียน จึงทำมุมขนาด 45°
ขึ้นวันหนึ่ง ถ้าขณะที่เล็งเขายืนอยู่ห่างจากเสาธง 12 เมตร และความสูงจาก
พื้นดินถึงระดับตาของเขาเป็น 1.5 เมตร เสาธงสูงเท่าไร



ตอนที่ 7

1. จาการ่างที่ 3 จงหาว่าของ

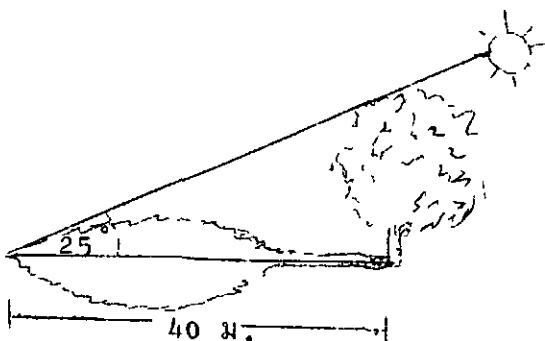
- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $\sin 21^\circ$ | 2. $\cos 21^\circ$ |
| 3. $\tan 68^\circ$ | 4. $\cos 4^\circ$ |
| 5. $\cos 75^\circ$ | 6. $\tan 1^\circ$ |
| 7. $\sin 40^\circ$ | 8. $\cos 81^\circ$ |
| 9. $\tan 10^\circ$ | 10. $\sin 73^\circ$ |
| 11. $\cos 30^\circ$ | 12. $\tan 50^\circ$ |

2. จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น ๆ ในแต่ละข้อให้ครบทุกอัตราส่วนโดยไม่ใช้การวัด
เมื่อกำหนดให้ $0 < A < 90$

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1. $\sin A = 0.28$ | 2. $\cos A = 0.50$ |
| 3. $\tan A = 1.00$ | 4. $\operatorname{cosec} A = 11.25$ |
| 5. $\sec A = 2.6$ | 6. $\cot A = 0.3$ |

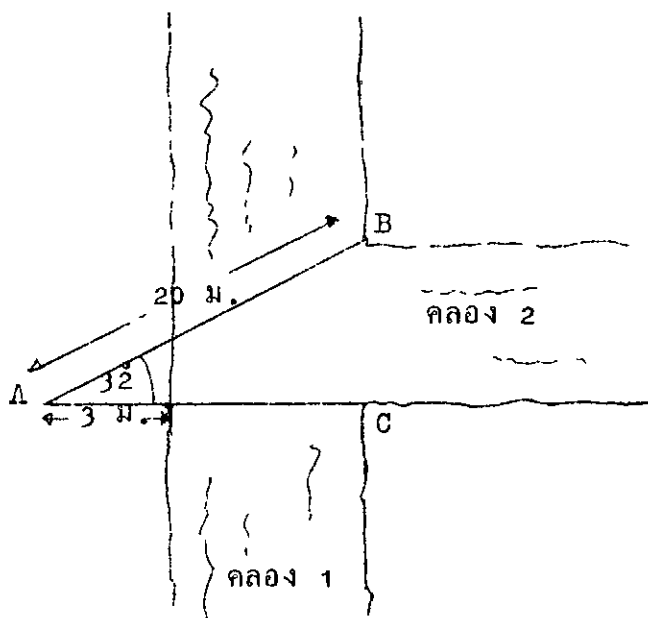
ตอนที่ 8

1.



ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 40 เมตร
แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของ
เงาต้นไม้และยอดต้นไม้ทำมุม 25° กับ
เงาของต้นไม้ จงหาความสูงของต้นไม้
ต้นนี้

2. พาดบันไดไว้กับกำแพงโดยให้ปลายบันไดตอนบนจรดขอบกำแพงพอดี ถ้านับไถยาว 6.5 เมตร และโคนบันไดอยู่ห่างจากกำแพง 4 เมตร จงหาว่าบันไดทำมุมกับพื้นประมาณกี่องศา และกำแพงนี้สูงประมาณเท่าไร
3. จากการสังเกตนาฬิกาเรือนหนึ่งพบว่า เมื่อเวลา 15.07 นาฬิกา ถ้าวางเส้นตรงต่อจุดปลายของเข็มชั่วโมงและเข็มนาฬิกา เส้นตรงเส้นนี้จะตั้งฉากกับเข็มชั่วโมง ถ้าวางเข็ม นาฬิกาเรือนนั้นยาว 9 เซนติเมตร จงหาความยาวของเข็มชั่วโมง
4. นพและศักดิ์หาความกว้างของคลอง 1 และคลอง 2 โดยใช้เชือกยาว 20 เมตรซึ่งกับพื้นดินตรงจุด A (ดังรูป) และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ปรากฏว่า ถ้าให้เชือกซึ่งถึงจุด A จะอยู่ห่างจากริมฝั่งคลองเป็นระยะทาง 3 เมตร และวัดมุม $\widehat{BAC}$ ได้ 32° จงหาความกว้างของคลอง 1 และคลอง 2



คาบ 9

ให้ขนาดของมุมในแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าระหว่าง 0° กับ 90° จงพิสูจน์เอกลักษณ์ต่อไปนี้

1. $\sin X \cdot \sec X = \tan X$
2. $\cos X \cdot \operatorname{cosec} X = \cot X$
3. $\sin X \cdot \cot X = \cos X$
4. $\cot A \cdot \tan A \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sin A$
5. $\cot \alpha \cdot \sec \alpha = \operatorname{cosec} \alpha$
6. $\tan \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = \sec \alpha$
7. $\tan A \cdot \cos A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$
8. $\cot A \cdot \sin A \cdot \sec A = 1$
9. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
10. $(1 - \cos^2 A) \operatorname{cosec}^2 A = 1$
11. $(\sec^2 A - 1) \cot^2 A = 1$
12. $\cot^2 A (1 - \cos^2 A) = \cos^2 A$

คาบที่ 10

จงพิสูจน์เอกลักษณ์ต่อไปนี้

1. $\frac{1 + \tan^2 X}{\tan^2 X} = \operatorname{cosec}^2 X$
2. $(1 - \cos^2 A)(1 + \tan^2 A) = \tan^2 A$
3. $\sqrt{1 - \sin^2 A} \cdot \operatorname{cosec} A = \sqrt{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$
4. $\operatorname{cosec}^2 \theta \cdot \tan^2 \theta - 1 = \tan^2 \theta$
5. $\cos X (\sec X - \cos X) = \sin^2 X$
6. $\sin X (\operatorname{cosec} X - \sin X) = \cos^2 X$
7. $\sin^2 \theta \cdot \cot^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$
8. $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$
9. $\cot^2 X + \sec^2 X = \tan^2 X + \operatorname{cosec}^2 X$
10. $\sec^4 X - 1 = 2 \tan^2 X + \tan^4 X$
11. $\frac{2 \sin^2 X \cdot \cos X}{1 - \cos^2 X + \sin^2 X} = \cot X$
12. $\frac{1 + 2 \sin X \cdot \cos X}{\sin X + \cos X} = \sin X + \cos X$
13. $\frac{1 + \sec \beta}{\sec \beta - 1} + \frac{1 + \cos \beta}{\cos \beta - 1} = 0$
14. $\frac{\operatorname{cosec} A}{1 + \sec A} = \frac{\cot A}{1 + \cos A}$

ภาคผนวก ค.

1 แสดงค่าเฉลี่ยการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ (ค 312 ค 322)

เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

2 แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรที่เป็นสำเนาเพื่อใช้ในการออกข้อสอบ
ตามเนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 312 ค 322) เรื่องอัตราส่วนตรี
โกณมิติ

ตาราง ๑๔ แสดงค่าเฉลี่ยการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ (ก 312 ก 322)
เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

เนื้อหา	พฤติกรรม				
	ความรู้-ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	3	4	3	-	10
ไซน์	2	4	4	-	10
โคไซน์	2	4	4	-	10
แทนเจนต์	2	4	4	-	10
การพิสูจน์เอกลักษณ์	3	3	2	2	10
รวม	12	19	17	2	50
อันดับความสำคัญ	3	1	2	4	

ตาราง 15 แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรที่เป็นสัดส่วนเพื่อใช้ในการออกแบบ
เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ (ก 312 ค 322) เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

เนื้อหา \ พฤติกรรม	ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	2	2	2	-	6
ไซน์	1	3	2	-	6
โคไซน์	1	3	2	-	6
แทนเจนต์	1	3	2	-	6
การพิสูจน์เอกลักษณ์	2	2	1	1	6
รวม	7	13	9	1	30
อันดับความสำคัญ	3	1	2	4	