

การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ปริญญาณิพนธ์
ของ
ยงยุทธ เนียมทรัพย์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ตุลาคม 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๖๒๑.๒๓

๒๑๒๖๓

๑๓

การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

บทคัดย่อ

ของ

ยงยุทธ เนียมทรัพย์

๓๑ ส.ค. ๒๕๔๖

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ตุลาคม ๒๕๔๗

1

ยงยุทธ เนียมทรัพย์. (2547). การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
ปริญญาโท วิศวกรรมเครื่องกล. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : พลตรี ศาสตราจารย์สมชาย สิงห์โต,
ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชิต บัวแก้ว.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบการสั่นสะเทือนของโครงรถในมิติต่าง ๆ
ที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกสภาวะโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำการเลือกมิติของโครงรถที่มีการสั่นสะเทือนความถี่
ธรรมชาติไม่ตรงกับความถี่ใช้งานของเครื่องยนต์ แล้วปรับปรุงมิติของโครงรถที่เลือกได้ให้เหมาะสมกับ
โครงรถเพื่อเกษตรกร โครงรถที่นำมาวิจัยเป็นโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ใช้กับรถชนิดขับเคลื่อนสองเพลลา
ของบริษัท สามมิตรสเปคเซียลทรีค จำกัด รุ่น SA 2031 ผลิตแบบธรรมดา โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ
วิจัยดังนี้ นำโครงรถเพื่อเกษตรกรมาวัดขนาดและสร้างเป็น Solid และ Shell model กำหนดขนาด
เมชและสมบัติวัสดุ แล้ววิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรมวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS
version 8.1 เทียบกับความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดสอบโมเดล เปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติกับ
ความถี่ใช้งาน และความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการหาระยะโก่งของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกทุกสภาวะ

ผลการวิจัยพบว่า โครงรถเพื่อเกษตรกรทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีหน้าตัด
เป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ซึ่งผู้วิจัยออกแบบปรับปรุงใหม่มีความถี่ธรรมชาติที่ฐาน
นิยมที่ 1, และ 2 เท่ากับ 55.58 และ 60.93 Hz. ตามลำดับ ไม่ตรงกับความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดสูงสุด
เท่ากับ 30 Hz. หรือความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm และที่ความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดใช้งานเท่ากับ
46.67 Hz. หรือความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2,800 rpm ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถเมื่อรับ
น้ำหนักบรรทุกทุกสภาวะที่กำหนดมีค่าเท่ากับ 0.910 mm. หรือที่ความถี่ธรรมชาติ 16.521 Hz. อยู่ในเกณฑ์
ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม และโครงรถมีน้ำหนักลดลงประมาณ 42% จากโครงรถเดิม

Yongyuth Neamsup. (2004). *The Analysis of Farm Truck Chassis Behavior Using Finite Element Method*. Master thesis, M.Eng.(Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Gen. Prof. Somchai Singtho, Asst. Prof. Vichit Buakaew.

The objectives of this research were to analyze and compare the vibrations of the truck chassis occurring in different dimensions by using the finite element method. Only the dimensions with the natural frequency not coinciding with the working frequency of the engine were selected. Then, one of the truck chassis is dimensions selected was improved their effectiveness for farm truck chassis. The farm truck chassis of the study was the Sammitr Special truck Co., Ltd.'s SA 2031 model. The finite element program ANSYS version 8.1 was chosen as a tool for analysis. The mesh sizes and material properties were used as input data to get the results, frequencies. Then the frequencies were compared by modal testing for validity. The natural frequencies of each chassis's dimension were compared with the working frequency of the engine and the frequency occurring by the maximum deflection under payload.

The results of vibrations showed that the natural frequencies by modifying U-shape 2 mm. of the truck chassis made from the standard steel JIS G 3113 at mode 1, 55.58 Hz. and mode 2, 60.93 Hz. were not coincided with the working frequency of the engine of the highest torque, 30 Hz. and the working torque, 46.67 Hz. respectively. The maximum deflection of the truck chassis under payload was 0.910 mm. at 16.521 Hz. and legally acceptable value. Finally, after the dimensional design improved, the weight of farm truck chassis was reduced almost 42 percents.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

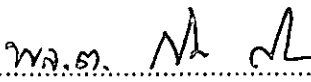
ของ
นายยงยุทธ เนียมทรัพย์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกวิศวกรรมเครื่องกล
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

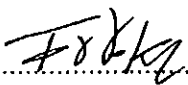


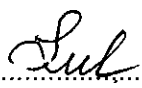
.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่ 15 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน
(พลตรี ศาสตราจารย์สมชาย สิงห์โต)

กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชุด บัวแก้ว)

กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(พันโท ดร.ทวีวัชร วีระเกล้า)

กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ ดร.ศุภฤกษ์ ศิริเวทิน)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เรื่อง การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สำเร็จลุล่วงลงได้นั้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่าน พลตรี ศาสตราจารย์สมชาย สิงห์โต และท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชิต บัวแก้ว ในฐานะอาจารย์ที่ปรึกษาและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่ช่วยให้คำปรึกษา และคำแนะนำตลอดจนการตรวจสอบความถูกต้องทางเนื้อหาวิชาการ และภาษาแก่ผู้วิจัย จนทำให้ ปริญญานิพนธ์เล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ โครงการความร่วมมือทางวิชาการระหว่างมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กับโรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า ระดับบัณฑิตศึกษา สาขาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ทำให้ผู้วิจัยมีความรู้ความสามารถทางวิชาการตลอดจนการวิจัย ซึ่งสามารถนำไปใช้กับงานที่ทำอยู่ปัจจุบัน และในอนาคตได้

ผู้วิจัยขอขอบคุณท่านประธานกลุ่มบริษัทสามมิตรมอเตอร์ คุณเชาว์ โพธิ์สิริสุข ที่ท่านให้มุมมองและแนวคิดในการทำวิจัยและพัฒนารถเพื่อเกษตรกรครั้งนี้ เพื่อเป็นผลิตภัณฑ์ที่ให้ความคุ้มค่าต่อเกษตรกร อีกทั้งยังประสงค์ให้เป็นโครงการสร้างรถบรรทุกโดยคนไทยเพื่อเกษตรกรไทย

ผู้วิจัยขอขอบคุณเพื่อน ๆ และน้องปี 4/2546 ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่มีส่วนช่วยทำให้ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สมบูรณ์

ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณวนิดา เนียมทรัพย์ ที่คอยให้กำลังใจตลอดเวลาที่ผู้วิจัยเรียนและทำวิจัยอย่างสม่ำเสมอ

ยงยุทธ เนียมทรัพย์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์.....	1
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
นิยามศัพท์.....	2
ประโยชน์ของงานวิจัย.....	2
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรม.....	3
การพิจารณาปัญหาเชิงอนุพันธ์ย่อยของเงื่อนไขขอบเขตโมดัลของชิ้นส่วน.....	14
การวิเคราะห์โมดัลทางทฤษฎี.....	32
ความสัมพันธ์ของการโก่งสัดและความถี่ธรรมชาติ.....	41
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	45
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	49
เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย.....	49
ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	49
4 ผลการวิจัย.....	52
ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์...	52
ผลการเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกสัดกับการวิเคราะห์	
การสั่นสะเทือน.....	56
ผลการปรับปรุงโครงรถเพื่อเกษตรกรให้ได้โครงรถที่เหมาะสม.....	62
5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....	71
สรุปผล.....	71
ข้อเสนอแนะ.....	73

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม.....	75
ภาคผนวก.....	78
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อเกษตรกรรมโดยวิธีทดสอบโมดัล.....	79
ภาคผนวก ข การทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม ANSYS version 8.1.....	88
ภาคผนวก ค ตารางและภาพประกอบการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างเพื่อเกษตรกรรม โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	94
ภาคผนวก ง คำอธิบายสัญลักษณ์และหน่วย.....	102
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	105

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	คุณภาพเมชของงานไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element mesh quality)	8
2	แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยนโดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	52
3	แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่แต่รูปหน้าตัดของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	54
4	แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่โดยรูปหน้าตัดของโครงรถเป็นรูปตัว U มีการผลิตแบบธรรมดา.....	63
5	แสดงข้อมูลจุดอ้างอิงของชิ้นส่วนแต่ละชิ้น (Component) ในการสร้างภาพโครงรถ.....	81
6	แสดงข้อมูลการแบ่งจุดต่อ (Node) ตามจุดอ้างอิงของชิ้นส่วน (Component) ชื่อ chat...	82
7	แสดงผลการวิเคราะห์โครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีการใช้ค้อนเคาะ (Impact hammer)..	87
8	แสดงค่าความถี่ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรม ANSYS เปรียบเทียบกับทฤษฎี....	90
9	แสดงขนาดเมช (mesh) จำนวนเอลิเมนต์ (Element) และจุดต่อ (Node) ของ Solid และ Shell model.....	95
10	แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของ Solid และ Shell model ซึ่งมีขนาดเมชต่างกันที่หาได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เทียบกับการทดสอบโมดัล (Modal Testing).....	95
11	แสดงความถี่ธรรมชาติ และเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของ Solid และ Shell model ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (ขนาดเมชเท่ากับ 20 mm) เทียบกับการทดสอบโมดัล.....	96
12	แสดงระยะการโก่งและความถี่ธรรมชาติ ณ ตำแหน่งต่างๆ บนโครงรถที่มีรูปหน้าตัดความหนา และการผลิตต่างกัน.....	98

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ตัวอย่างของเมชที่ควรใช้และไม่ควรใช้.....	9
2 การสร้างเมชบริเวณรูเจาะบนชิ้นส่วน.....	9
3 การสร้างเมชบริเวณสันขอบ.....	10
4 การสร้างเมชบริเวณรอยบากและสันรอน.....	10
5 การสร้างเมชบริเวณหน้าแปลนหรือปีก.....	11
6 ลักษณะการส่งเส้นต่อระหว่างเมช.....	11
7 เมชรูปทรงพิเศษ.....	11
8 การสร้างโมเดลส่วนตัว.....	12
9 เอลิเมนต์แบบ 3-D (Solid).....	12
10 โหมดนาฬิกาทราย แบบ In-plane และแบบ Out-plane.....	13
11 การควบคุมโหมดนาฬิกาทราย.....	13
12 เอลิเมนต์แบบคาน ได้รับโมเมนต์บิดงอตามแนวแกน $\bar{z}$ โดยมีแนวแกนต่างๆ มี ค่าเป็นบวก.....	15
13 แสดงลักษณะการแอ่งของคาน (A) ก่อนการแอ่ง (B) หลัง การแอ่ง (C) มุม ของการแอ่งของพื้นที่หน้าตัด ABCD.....	17
14 แสดงเอลิเมนต์ของคาน ขณะรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$	19
15 แสดงเอลิเมนต์แบบคาน ซึ่งกำลังรับแรงตามแนวแกน $\bar{x}$	20
16 แสดงเอลิเมนต์แบบคาน ขณะรับแรงเฉือนรอบแกน $\bar{x}$	22
17 แสดงเอลิเมนต์แบบคานที่อยู่ในแกนอ้างอิงทั่วไป.....	27
18 ระบบยึดหยุนแบบต่างๆ	42
19 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผลิตโดยบริษัทบริษัทสามมิตรสเปคเซียลทรีค จำกัด.....	49
20 แบบโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ได้จากโปรแกรม AutoCAD 2004.....	50
21 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่สร้างเป็น Shell model และมีขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.....	50
22 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่สร้างเป็น Solid model และมีขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.....	51
23 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนา ของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบ ธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	53
24 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนา ของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบ ธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	55

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
25 แสดงตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถและน้ำหนักบรรทุกที่กระทำลงบนโครงรถที่ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	56
26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง มีความหนาต่างกัน ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป.....	57
27 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง มีความหนาต่างกัน ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด.....	58
28 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดและการผลิตต่างกัน โดยความหนาของหน้าตัดเท่ากับ 2 mm.....	58
29 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัด และการผลิตต่างกัน ความหนา 2 mm โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด.....	59
30 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต.....	60
31 แสดงรูปหน้าตัดตัว U หนา 2 mm. ของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกและที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่.....	62
32 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของโครงรถหน้าตัดรูปตัว U ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกและออกแบบใหม่ โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดา.....	64
33 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U โดยความหนาของหน้าตัดเท่ากับ 2 mm..	65
34 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด.....	66
35 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด.....	67

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
36 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งของโครงรถเพื่อ เกษตรกรในการรับน้ำหนักบรรทุกทุกสัดของโครงรถรูปตัว U หน้า 2 mm. ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกและออกแบบใหม่ผลิตแบบธรรมดา.....	68
37 แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หน้า 2 mm ผลิตแบบธรรมดา ที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ เทียบกับโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีหน้าตัดเป็น รูปสี่เหลี่ยมกลวง หน้า 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดา.....	69
38 แสดงจุดต่อที่โครงรถเพื่อเกษตรกร.....	81
39 ภาพแบบจำลองของโครงรถที่ได้สร้างจากข้อมูลการสร้างภาพ.....	84
40 แผนภาพการต่อสายโดยวิธีการใช้ค้อนเคาะ.....	84
41 การติดตั้งโครงรถโดยวิธีการแขวนลอยเหนือพื้น.....	85
42 อุปกรณ์หยังสัญญาณออก (Accelerometer).....	86
43 ค้อนเคาะพร้อมการติดตั้งตัวหยังสัญญาณกระตุ้น (Force transducer).....	86
44 การทดสอบโครงรถขณะทำการวัดสัญญาณโดยวิธีใช้ค้อนเคาะให้กับโครงรถ.....	87
45 แสดงคานเหล็กที่มีปลายข้างหนึ่งยึดติดกับผนัง.....	90
46 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 40.84 Hz.....	91
47 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 4 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 253.66 Hz.....	91
48 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 6 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 700.19 Hz.....	92
49 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 10 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 1346.60 Hz.....	92
50 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 12 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 2169.30 Hz.....	93
51 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานทางทฤษฎี (Shape function)	93
52 แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรสร้างเป็น Solid model และ Shell model มีขนาดเมช 20 mm.....	96
53 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมต่างๆ ของ Modal Testing, Solid และ Shell model.....	97
54 แสดงกราฟสมรรถนะของเครื่องยนต์ IVECO รุ่น 8140.43c.....	97

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
55 กราฟเปอร์เซ็นต์การลดน้ำหนัก ตามรูปหน้าตัดและความหนาต่าง ๆ.....	99
56 รูปโครงรถเพื่อเกษตรกรกรูปร่างหน้าตัดสี่เหลี่ยมกลวงขนาด 3.2 mm. เพื่อการผลิตแบบ ธรรมดา.....	99
57 แบบโครงรถเพื่อเกษตรกรกรเพื่อการผลิตแบบธรรมดากรูปร่างหน้าตัด U ที่ผู้วิจัย ออกแบบใหม่.....	100

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การขนส่งพืชผลทางการเกษตรจากไร่นาไปยังสถานที่ซื้อขาย แปรรูปเพื่อเพิ่มมูลค่า หรือเพื่อเก็บรักษา จำเป็นต้องใช้ยานพาหนะเพื่อการขนส่งและบรรทุกพืชผลทางการเกษตร เพื่อให้เกิดความรวดเร็วและเสียเวลาน้อย อันจะทำให้พืชผลดังกล่าวไม่เกิดความเสียหายและสต็อกอยู่เสมอ ราคาขายพืชผลทางการเกษตรมีราคาเพิ่มสูงขึ้นส่วนใหญ่มาจากค่าขนส่ง ในขณะที่มีเกษตรกรจำนวนน้อยที่มีความสามารถหรือโอกาสจะซื้อรถบรรทุกเพื่อควบคุมค่าขนส่งได้ เนื่องจากจากรถบรรทุกมีราคาสูงกว่ารายได้ของเกษตรกรเป็นอันมาก ดังนั้นเพื่อสนับสนุนแนวทางของรัฐบาลที่จะช่วยเหลือเกษตรกร เกษตรกรรม เกษตรชุมชน บริษัทสามมิตรสเปคเชียลทริก จำกัด จึงมีโครงการผลิตรถบรรทุกเอนกประสงค์เพื่อเกษตรกรชนิดขับเคลื่อนสองเพลลา ซึ่งรถดังกล่าวต้องมีขีดความสามารถทำงานในพื้นที่เกษตรกรรม ที่มีลักษณะกายภาพของผิวทางไม่ลาดยาง ขรุขระ มีหลุม ร่อง ได้ดีตลอดจนมีความทนทานและบรรทุกหนักได้ตามเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม ซึ่งจะต้องควบคุมทั้งน้ำหนักรวมของรถให้ได้ 1600 kg. (พระราชบัญญัติรถยนต์, 2522 : 59-61) โดยที่ยังคงไว้ซึ่งความแข็งแรง

ส่วนประกอบหลักที่สำคัญของรถเพื่อเกษตรกรคือ โครงรถซึ่งโครงรถจะทำหน้าที่รองรับภาระน้ำหนักบรรทุก จึงจำเป็นต้องอย่างยิ่งที่จะต้องออกแบบโครงรถให้เหมาะสมทั้งมิติ ความแข็งแรง ทนทานต่อการรับน้ำหนักบรรทุก และราคาที่ถูก จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงเห็นสมควรทำการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกร ทั้งด้านพลศาสตร์และสถิตศาสตร์ โดยทำการวิเคราะห์ด้านการสั่นสะเทือนและระยะการโก่งของโครงรถ เพื่อให้ได้โครงรถที่เหมาะสมต่อไป

วัตถุประสงค์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. เพื่อเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกสถิตกับการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน
3. เพื่อปรับปรุงโครงรถเพื่อเกษตรกรให้ได้โครงรถที่เหมาะสม

ขอบเขตของการวิจัย

1. โครงรถเพื่อเกษตรกรที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นโครงรถที่ใช้กับรถชนิดขับเคลื่อนสองเพลา (4x4) ของบริษัท สามมิตรสเปคเชียลทริก จำกัด รุ่น SA 2031 ทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G3113: SAPH440 ซึ่งมีความหนา 3.2 mm.
2. น้ำหนักบรรทุกทางสถิติที่เหมาะสมเป็นไปตามพระราชบัญญัติของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม
3. มิติของโครงรถที่ศึกษาในงานวิจัยนี้คือ ความหนาของหน้าตัดโครงรถขนาด 2, 2.4 และ 3.2 mm. และรูปร่างหน้าตัดโครงรถรูปสี่เหลี่ยมกลวง รูปตัว U และรูปตัว Z

นิยามศัพท์

1. พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรหมายถึง การสั่นสะเทือนของโครงรถและการโก่งของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกทุกสถิติ
2. โครงรถเพื่อเกษตรกรผลิตแบบธรรมดาหมายถึง โครงรถที่ผ่านกรรมวิธีการผลิตทั่วไปโดยมิใช้กรรมวิธีการผลิตที่ต้องการเทคโนโลยีขั้นสูง
3. โครงรถเพื่อเกษตรกรผลิตแบบขั้นรูปหมายถึง โครงรถที่ผ่านกรรมวิธีการผลิตที่ต้องใช้เครื่องเพรส แมคคินี่ และจิ๊กฟิกส์เจอร์ เป็นต้น

ประโยชน์ของงานวิจัย

1. เพื่อนำผลการวิเคราะห์โครงรถเกษตรกรไปพัฒนาและปรับปรุงโครงรถให้มีความทนทาน มีความประหยัดหรือมีความเหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ ตลอดจนการนำไปสร้างโครงรถเพื่อเกษตรกรให้มีความเหมาะสมต่อไป
2. สามารถนำแนวทางวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ไปประยุกต์ใช้ เพื่อพัฒนาและปรับปรุงกับงานอื่น ๆ เกี่ยวข้องกับ Safety Function ของรถในส่วนอื่น ๆ ได้ เช่น แหนบ เพลาล้อ โครงรถพ่วง เป็นต้น อันจะทำให้ในอนาคตสามารถประหยัดงบประมาณในการทดลองและทดสอบรถเป็นอันมาก

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรม
2. การพิจารณาปัญหาเชิงอนุพันธ์ย่อยของเงื่อนไขขอบเขตโมดัลของชิ้นส่วน
3. การวิเคราะห์โมดัลทางทฤษฎี
4. ความสัมพันธ์ของการโก่งสกิดและความถี่ธรรมชาติ
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรม

ปราโมทย์ เดชะอำไพ (2545 : 1-5) กล่าวว่า วิศวกรวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมอาจจะเป็นปัญหาทางด้านถ่ายเทความร้อน เช่น การกระจายอุณหภูมิในครีบบระบายความร้อนของหม้อแปลงและมอเตอร์ไฟฟ้า อาจจะเป็นปัญหาด้านการไหลของอากาศในห้องปรับอากาศ อาจจะเป็นปัญหาด้านกลศาสตร์ของแข็ง เช่น การหาค่าความเค้นในชิ้นส่วนของโครงสร้างหรือของชิ้นงานใดๆ ตลอดจนปัญหาด้านพลศาสตร์เช่น การวิเคราะห์โมดัล (Modal) ของโครงสร้างชิ้นส่วนใดๆ ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์ปัญหาเหล่านี้ขึ้นอยู่กับปัจจัย หรือองค์ประกอบใหญ่ๆ 3 องค์ประกอบคือ (ก) ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equations) ที่อธิบายความเป็นจริงของปัญหานั้น (ข) เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) สำหรับปัญหาที่กำลังศึกษานั้น และ (ค) ลักษณะรูปร่าง (Geometry Model) ของปัญหานั้นๆ ทั้ง 3 องค์ประกอบนี้จะสัมพันธ์กัน หากองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งเปลี่ยนแปลงไป ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย

ก. สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย การวิเคราะห์ปัญหาในด้านกลศาสตร์ จำเป็นต้องอธิบายความสมดุลของแรงใน 3 ทิศทางด้วยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งประกอบไปด้วยพจน์ต่างๆที่อยู่ในรูปของอนุพันธ์ย่อย ดังเช่นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของเอลิเมนต์แบบคานที่รับโมเมนต์บิดงอ คือ

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI_z \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} \right] + \bar{f} = m(\bar{x}) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} \quad (1)$$

เมื่อ I_z เป็นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดรอบแกน $\bar{z}$ ซึ่งแกน $\bar{z}$ เป็นแกนที่มีทิศทางตั้งฉากกับแกน $\bar{x}$ และ $\bar{y}$

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่สอดคล้องกับปัญหาต่าง ๆ นั้นจัดทำขึ้นได้โดยง่ายก็จริงแต่ว่าผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution) ที่ต้องการนั้นจำเป็นต้องหาโดยวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method) ซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้ขั้นตอนวิธีมากซึ่งอาจจะหาผลเฉลยแม่นยำไม่ได้เลยก็ได้ เหตุผลดังกล่าวก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยวิธีประมาณขึ้น (Approximate Solution) วิธีการหาผลด้วยวิธีประมาณนี้มีหลายวิธีด้วยกัน เช่นในอดีตที่ผ่านมา วิธีที่นิยมมากวิธีหนึ่งคือ วิธีการผลต่างสลับเนื่อง (Finite Difference Method) นับเป็นวิธีที่ง่ายแก่การศึกษาและทำความเข้าใจ รวมถึงสะดวกในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการหาผลเฉลยของปัญหาต่าง ๆ แต่ก็มีข้อเสียอยู่บ้าง เช่นความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และที่ยากมาก ๆ ก็คือการประยุกต์วิธีการนี้ไปใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อน ซึ่งปัญหาในปัจจุบันมีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น ส่วนวิธีที่เป็นที่นิยมในปัจจุบันมากคือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method, FEM) เป็นวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนเช่นใดก็ได้

ข. เงื่อนไขขอบเขตการแก้ปัญหสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนั้น จะใช้เงื่อนไขขอบเขตเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้เกิดผลลัพธ์ที่สอดคล้องต่อกันหากปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ เป็นปัญหาแบบไม่อยู่ตัว (Unsteady) ดังนั้นเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Conditions) จึงจำเป็นต้องถูกประยุกต์เข้าด้วยกันจากชนิดต่างๆของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเช่น แบบเอลลิปติก (Elliptic), แบบพาราโบลา (Parabolic), หรือไฮเพอร์โบลา (Hyperbolic) เป็นต้น ซึ่งเมื่อพิจารณาในด้านโดเมนของการคำนวณ (Computational domain) แบบเดียวกันแล้วจะทำให้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยสามารถเปลี่ยนแปลงจากชนิดหนึ่งไปสู่อีกชนิดหนึ่งได้ ซึ่งมักเป็นผลทำให้การวิเคราะห์ของผลเฉลยเหล่านี้ทำได้ยาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาที่มีค่าขอบเขตไม่สม่ำเสมอ ทำให้กำหนดเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ทำได้ไม่ชัดเจน รูปร่างของชิ้นงานอาจประกอบด้วยวัสดุชนิดต่าง ๆ กันทำให้เงื่อนไขทางคณิตศาสตร์มีความซับซ้อน หรือสมการที่เกิดขึ้นนั้นไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear)

การแก้ปัญหสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งเป็นค่าขอบเขต (Boundary values) หาด้วยวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข นิยมแบ่งออกแบ่งออกเป็นกลุ่มใหญ่ ๆ 3 กลุ่มด้วยกัน ได้แก่ วิธีการผลต่างสลับเนื่อง (Finite Difference Method), วิธีการผันแปร (Variation Method), วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighted Residual Method)

ค. ลักษณะรูปร่าง การแก้ปัญหาวีไฟไนต์เอลิเมนต์ส่วนมากมักจะเน้นกำหนดลักษณะรูปร่างมาให้ป็นรูปสี่เหลี่ยม หรือ สี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่านั้น ซึ่งปัญหาในสถานะการจริง ๆ มีรูปร่างซับซ้อนมากกว่าเป็นอันมาก ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่องานวิศวกรรมเป็นอย่างมากถ้าสามารถทำให้ลักษณะรูปร่าง ของชิ้นงานที่เราต้องการวิเคราะห์ มีรูปร่างง่ายขึ้นหรือเล็กลงเท่าที่จะทำได้ จะเป็นการทำให้การอธิบายปัญหาลักษณะรูปร่างเข้าใจง่ายและน่าเชื่อถือ

การประยุกต์ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์

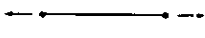
ปราโมทย์ เดชอำไพ (2545 : 6-32) กล่าวว่า การสร้างหุ่นจำลองสามารถทำได้ โดยการดัดแปลงจากของจริงที่มีความซับซ้อน เพื่อใช้ในการวิเคราะห์นั้นเป็นการสร้างสมมติฐานขึ้นมา เพื่อให้สะดวกขึ้น โดยเป็นการจำกัดเงื่อนไขทางกายภาพ ในงานวิจัยนิยมใช้แบบแปลนที่เขียนโดย AutoCAD นำมาปรับเป็นหุ่นจำลองของไฟไนต์เอลิเมนต์โดย ANSYS

การสร้างหุ่นจำลองด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ต้องอาศัยกฎเกณฑ์ของวัสดุศาสตร์ (Material Science) โดยคุณสมบัติของหุ่นจำลองจะต้องไม่มีความเค้นตกค้าง และค่าความแข็งแรงที่ใช้ ทำการวิเคราะห์ในช่วงความยืดหยุ่นสปริงของวัสดุมีค่าไม่เกินจุดคราก (σ_y) โดยถือว่าเอลิเมนต์ เหล่านี้มีกายภาพเหมือน กันทั้งหกทิศทาง (6 DOF) เช่น โมดูลัสยืดหยุ่น (E), สำหรับหุ่นจำลองรูปกรวย ทำโดยการประมาณจากการแบ่งเป็นเอลิเมนต์ที่อ่อนเล็ก ๆ ที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ผลเฉลยจากการวิเคราะห์โดยใช้ซอฟต์แวร์แสดงระดับความเค้นในโครงสร้างขณะ ใหลดึง หรือขณะโก่งงอ สามารถพิจารณาค่าแตกต่างบนแถบสี Von messes stress แสดงด้วยสีแดง ส้ม เหลือง เขียว ฟ้า น้ำเงิน ม่วง เป็นต้น ซึ่งผลลัพธ์ของแถบสีเหล่านี้เกิดจากการพล็อตขึ้นมาจากค่าของ ตัวเลขซึ่งถูกคำนวณด้วยการใช้ขั้นตอนของไฟไนต์เอลิเมนต์ผสมผสานกับวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) แบบต่างๆกันซึ่งในขั้นตอนของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ จะได้มาจาก 1, สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equations "PDE") จะบอกถึงสถานภาพความเป็นจริงของปัญหานั้นๆ 2, ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) เช่น น้ำหนัก อุณหภูมิ และ 3, ผลจากรูปร่าง (Geometry) เช่น ขนาด ความเค้น ปริมาณความร้อน

เคนท์ แอล ลอเรนซ์ (Kent L. Lawrence. 1955 : 38-65) กล่าวว่า ในการเลือกรูปร่างของเอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้วิเคราะห์มีให้เลือกหลายรูปร่างตามที่สมาคมทางการค้าซอฟต์แวร์ได้ ร่วมกำหนดขึ้นเพื่อให้อ้างอิง โดยจัดทำไว้ในรูปของ Element library ซึ่งแบ่งกลุ่มได้แก่ line element, shell element, solid element, และ special-purpose element

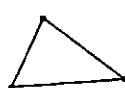
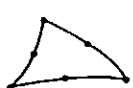
Line element

- Truss  มีจำนวน 2 nodes ใช้กับ pin-ended bar ใช้แสดงถึง Tension หรือ Compression

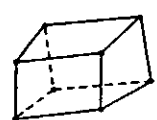
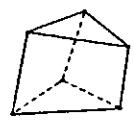
- Beam  มีจำนวน 2 nodes ใช้แสดงถึง Bending

- **Frame**  มีจำนวน 2 nodes ใช้แสดงถึง Axial, Torsion, Bending ซึ่งรวมและไม่รวม Load stiffening

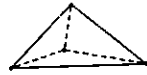
Shell element (Surface element)

- **4-noded quadrilateral**  มีจำนวน 4 nodes ใช้แสดงถึง Plane stress หรือ Strain, axisymmetry, shear panel, thin flat plate In bending
- **8-noded quadrilateral**  มีจำนวน 8 nodes ใช้แสดงถึง Plane stress หรือ Strain, Thin plate หรือ Shell in bending
- **3-noded triangular**  มีจำนวน 3 nodes ใช้แสดงถึง Plane stress หรือ strain, Axisymmetry, shear panel, thin flat plate in bending
- **6-nodes triangular**  มีจำนวน 6 nodes ใช้แสดงถึง Plane stress หรือ strain, Axisymmetry, thin plate or shell in bending

Solid element

- **8-nodes hexagonal (brick)**  มีจำนวน 8 nodes ใช้แสดงถึง Solid, thick plate (ใช้กับกลุ่ม Nodes ที่อยู่ด้านใน)
- **6-nodes pentagonal (wedge)**  มีจำนวน 6 nodes ใช้แสดงถึง Solid, Thick plate (ใช้กับกลุ่ม Nodes ที่อยู่ด้านใน)

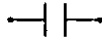
- 4-nodes tetrahedron (Tet)



มีจำนวน 4 nodes ใช้แสดงถึง Solid,
Thick plate (ใช้กับกลุ่ม nodes ที่อยู่ด้านใน)

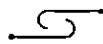
Special-purpose element

- Gap



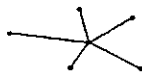
มีจำนวน 2 nodes ใช้แสดงถึง free displacement ใช้ในการกำหนด
Compressive gap

- Hook



มีจำนวน 2 nodes ใช้แสดงถึง free displacement ใช้ในการกำหนด
Extension gap

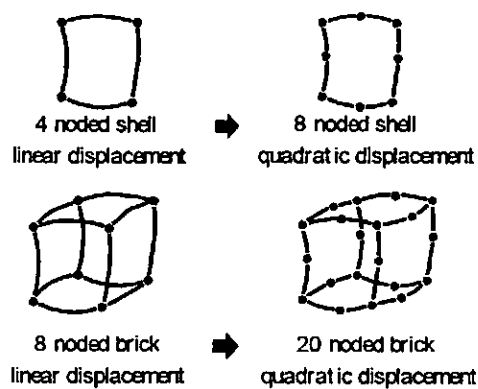
- Rigid



มีจำนวน nodes ไม่จำกัด ใช้แสดงถึง rigid constraints ระหว่าง nodes

โดยการเลือกแบ่งเอลิเมนต์ตามความความต้องการ หุ่นจำลองโครงสร้างแบบสามมิติ
สามารถทำการสร้างเอลิเมนต์ได้ 2 แบบ คือ Shell Element และแบบ 3D Solid Element

ข้อสังเกต การเลือกเอลิเมนต์ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างให้มีความเที่ยงตรงควรเลือก
เอลิเมนต์ Quadratic displacement แทนเอลิเมนต์แบบ linear displacement



คุณภาพหุ่นจำลองและเมชของไฟไนต์เอลิเมนต์

เอ็น เอฟ ดับเบิ้ลยู เอ/ เอ็น เฮท ที เอส เอ (NFWA/NHTSA. 2003 : 32-82) ได้ให้ข้อแนะนำในการสร้างเมช (Mesh) ของไฟไนต์เอลิเมนต์ดังต่อไปนี้

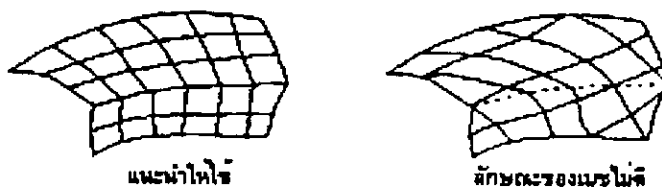
1. พิจารณาแบบ(Layout)และรายละเอียดของแต่ละส่วนให้สมบูรณ์ของเส้นแลข้อมูลของ CAD
2. จัดเตรียมรูปทรง (Geometry) สำหรับใช้ทำเมชและขัดเกลาให้เหมาะสมกับผิวงาน
3. พิจารณาคำแนะนำของการต่อกันระหว่างชิ้นส่วนที่ประชิดกันอยู่ และกำหนดวางรูปทรงของเมชที่เป็นแบบเดียวกันเหมือนกันตลอดแนวที่ขอบชิดรวมกันอยู่
4. การตรวจสอบคุณภาพของเมช เช่น สัดส่วนของรูปร่าง (aspect ratio) มุมโค้ง (Warpage angle) โดยหลีกเลี่ยงการเปลี่ยนรูปแบบรวดเร็วจากเมชขนาดเล็กไปสู่เมชขนาดใหญ่ (fast transitions)
5. ทำการประกอบส่วนต่าง ๆ ของเมชเข้าด้วยกัน เพื่อใช้อธิบายปัญหาของหุ่นจำลองอย่างสมบูรณ์
6. ตรวจสอบให้แน่ใจว่าหุ่นจำลองที่ใช้ไม่มีจุดต่ออิสระ ไม่มีมุมขอบอิสระ ไม่มีการซ้อนกันของเมชที่ไม่ต้องการซึ่งอาจเกิดขึ้นระหว่างส่วนต่างๆ
7. กำหนดลักษณะขอบเขตของจุดซึ่งมีเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) ที่นำมาใช้

ตาราง 1 คุณภาพเมชของงานไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element mesh quality)

ข้อแนะนำในการสร้างเมช			
	สี่เหลี่ยม(Quads)	สามเหลี่ยม(Triangle)	คำแนะนำ(Tips)
สัดส่วนของรูปทรง(Aspect Ratio)	< 4:1	< 2:1	ดีที่สุดเมื่อมีสัดส่วนเข้าใกล้ 1:1
มุมภายใน(Internal Angle)	> 45° & < 120°	> 25°	เมชรูปสี่เหลี่ยม(Quads)การมีลักษณะใกล้เคียงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส(Square)มากที่สุด ถ้าหลีกเลี่ยงรูปทรงบิดเบี้ยวไม่ได้ให้ทำการปรับแต่งรูปให้ใกล้เคียงรูปทรงจัตุรัสมากที่สุด ปัญหาของรูปทรงบิดเบี้ยวมากๆทำให้เกิดโหมดรูปทรงนาฬิกาทราย(Hourglass)ซึ่งจะให้ผลลัพธ์ Error
การบิดเบี้ยวของเมช(Mesh Distortion)			
มุมโค้ง,โค้ง (Warpage)	< 10°	N/A	การปรับแต่งเมช ถ้าหลีกเลี่ยงมุมโค้งไม่ได้ โดยถ้าปรากฏมุมโค้งโดดเด่นไปควรแบ่งแยกรูปทรงสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ

รูปทรง

8. สำหรับบริเวณที่มีความสำคัญของโครงสร้างแนะนำให้ใช้เมชขนาด 10~15 mm.
9. แนะนำให้ใช้เมชขนาด 20~25 mm. ในบริเวณที่ไม่สำคัญต่อโครงสร้างมากนัก
10. รูปเส้นของเมช (mesh lines) ควรจะขนานและตั้งฉากกับแนวขอบเขตของ
11. ขนาดของเมชควรมีลักษณะคล้ายคลึงกันทั่วผิวงานเท่าที่จะเป็นไปได้
12. การส่งต่อกันหรือโยงเส้นระหว่างขนาดของเอลิเมนต์ต่อเอลิเมนต์ควรเรียบสวย



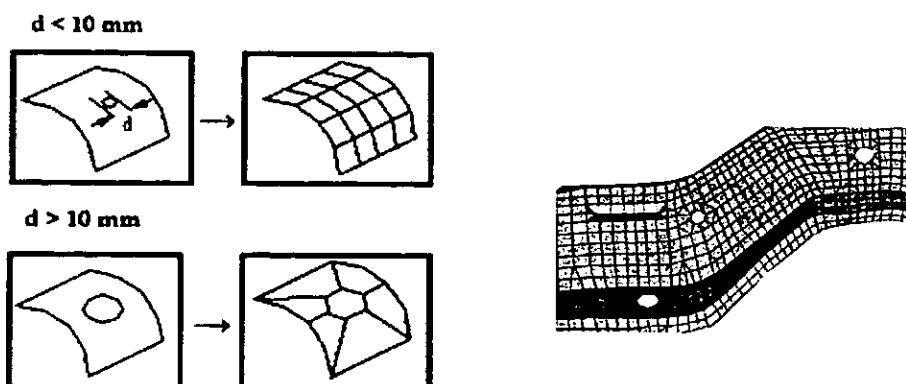
ภาพประกอบ 1 ตัวอย่างของเมชที่ควรใช้และไม่ควรใช้

การสร้างเมชบริเวณพื้นที่จำเพาะพิเศษ (Meshing of Special Area)

รูเจาะ (Hole)

1. ไม่ควรทำเมชกับรูที่มีขนาดเล็กกว่า 10 mm.
2. ควรทำเมชกับรูเจาะที่มีขนาด 10 mm. ขึ้นไป
3. การสร้างเมชรอบๆ รูเจาะบนชิ้นส่วนยานยนต์ควรสร้างอย่างน้อยที่สุด 6 เอลิ

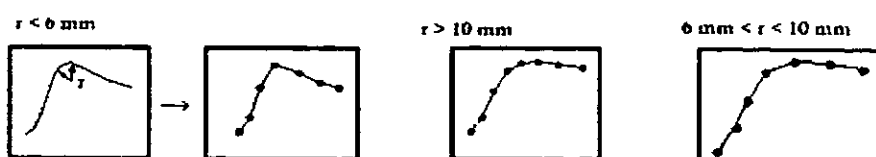
เมนต์



ภาพประกอบ 2 การสร้างเมชบริเวณรูเจาะบนชิ้นส่วน

สันขอบ (Edge)

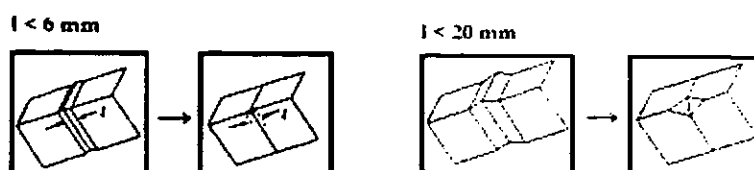
1. ไม่ควรทำเมซกับสันขอบที่มี รัศมีเล็กกว่า 6 mm.
2. สันขอบที่มีรัศมีระหว่าง 6 mm. และ 10 mm. ให้เพิ่มเอลิเมนต์บริเวณมุมโค้งอีก 1 เอลิเมนต์ สันขอบที่มีรัศมีโตกว่า 10 mm. ให้ใส่เอลิเมนต์บริเวณมุมโค้ง (Corner) อีกอย่างน้อย 2 เอลิเมนต์



ภาพประกอบ 3 การสร้างเมชบริเวณสันขอบ

รอยบาก และ สันรอน (Notch/Bead)

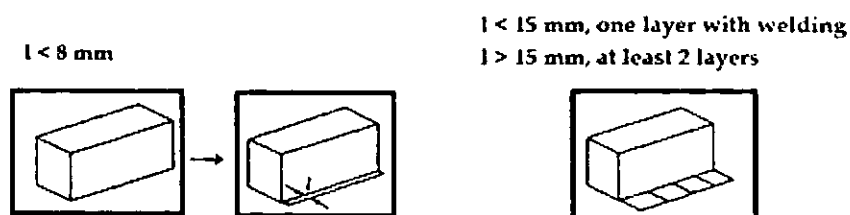
1. รอยบากที่เล็กกว่า 6 mm. ให้ลบออกและแทนด้วยเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่โตกว่า 6 mm.
2. รอยบากที่เล็กกว่า 20 mm. ให้ลบออกและแทนด้วยเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม 2 รูป
3. รอยบากที่โตกว่า 20 mm. ให้คงรอยบากไว้และให้แบ่งเอลิเมนต์ออกเป็น 2 ส่วนตามแนวกว้าง



ภาพประกอบ 4 การสร้างเมชบริเวณรอยบากและสันรอน

หน้าแปลน, ปีก (Flange)

1. แนวปีกที่เล็กกว่า 8 mm. และไม่ให้มีหรือลบออกแนวเชื่อมต่อติด
2. ใช้แนวปีกกว้างไม่น้อยกว่า 15 mm. ทำเป็นเอลิเมนต์เดี่ยวมาติดที่ขอบตลอดแนวความกว้าง
3. ถ้าแนวปีกกว้างกว่า 15 mm. ให้ใช้เอลิเมนต์อย่างน้อย 2 เอลิเมนต์วางตามแนวความกว้าง

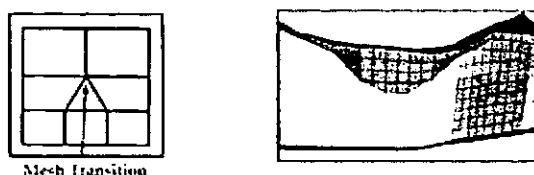


ภาพประกอบ 5 การสร้างเมชบริเวณหน้าแปลน หรือปีก

คุณภาพเมชในงานไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Mesh Quality)

การส่งเส้นต่อระหว่างเมช (Mesh transition)

1. ใช้เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมเพื่อการส่งต่อเส้นระหว่างเมชเล็กกว่าสู่เมชใหญ่กว่า

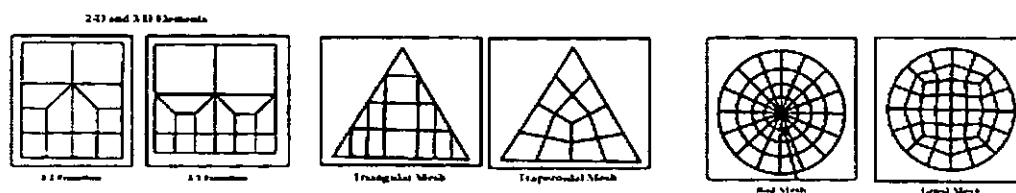


ภาพประกอบ 6 ลักษณะการส่งเส้นต่อระหว่างเมช

1.1 ตรวจเช็คสัดส่วนของรูปร่าง (aspect ratio) ของเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมควร จะมากกว่าเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม จะเห็นในเอลิเมนต์ที่มีขนาดหยาบๆ

1.2 เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมควรมีจำนวนน้อยกว่า 10% ของจำนวนเอลิเมนต์ ทั้งหมด

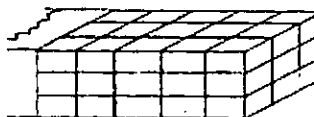
2. เมชรูปทรงพิเศษของเอลิเมนต์แบบ 2-D ควรใช้เมชรูปสี่เหลี่ยมแทนเมชรูป สามเหลี่ยม



ภาพประกอบ 7 เมชรูปทรงพิเศษ

การสร้างหุ่นจำลองตัดส่วนของโครงสร้างหรือของส่วนประกอบ

3. ควรใช้เอลิเมนต์อย่างน้อย 3 แถว (rows) เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำตรงในการวิเคราะห์ค่าการดัดในแนวระนาบ (in-plane bending) และควรใช้อย่างน้อย 5 เอลิเมนต์บนผิวหน้าหุ่นจำลองในการวิเคราะห์การรับน้ำหนักหรือการค้ำยัน (Buckle)



ภาพประกอบ 8 การสร้างโมเดลส่วนตัด

เอลิเมนต์แบบ 3-D (solid)

4. สำหรับรูปทรงทั่ว ๆ ไป แนะนำให้ใช้ 20-node brick ควรหลีกเลี่ยงเอลิเมนต์แบบ 3-D ที่เป็น 4-node, 5-node, และ 7-node solid elements



ภาพประกอบ 9 เอลิเมนต์แบบ 3-D (Solid)

การเกิดโหมดนาฬิกาทราย (Hourglass)

การวิเคราะห์โดยใช้วิธีรวมจุด (1-point integration) เพื่อให้การคำนวณได้ผลลัพธ์ที่เร็วกว่า แต่มักไม่ได้ผลดีซึ่งสาเหตุเกิดจากการขาดหรือมีแถวของเอลิเมนต์ไม่เพียงพอใน Stiffness matrix แล้วนำไปสู่การเกิดโหมดนาฬิกาทราย (hourglass mode) หรือ บางที่เรียกโหมดพลังงานเป็นศูนย์ (zero energy mode) โหมดนาฬิกาทรายมีอยู่ 2 อย่างคือ in plane (membrane mode) และ Out of plane (W mode)

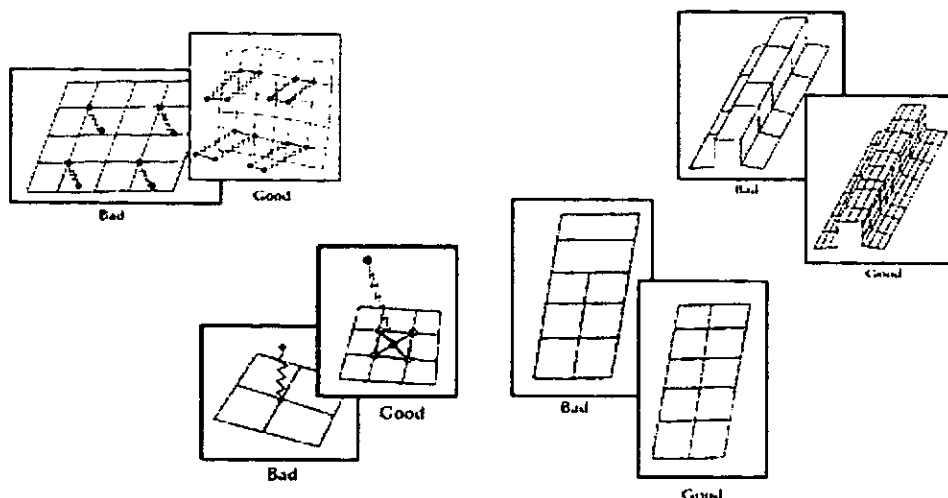
โหมटनाฬิกาทรายเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการและมักเกิดขึ้นเสมอ จึงควรวางหลักเลี่ยงหรือลดลง



ภาพประกอบ 10 โหมटनाฬิกาทราย แบบ In-plane และแบบ Out-plane

ข้อแนะนำในการควบคุมโหมटनाฬิกาทราย (Hourglass control)

1. กรณีที่ใช้ค่า Young's modulus ต่ำกว่าวัสดุกลุ่มเหล็ก (steel) อาจปรากฏโหมटनाฬิกาทราย (hourglass) ซึ่งควรเพิ่มประสิทธิภาพการควบคุมให้กับโหมटनाฬิกาทราย
2. การต่อ (connecting) เอลิเมนต์แบบ 1-D กับ shell อาจทำให้เกิดโหมटनाฬิกาทรายขนาดใหญ่ขึ้น ควรใช้เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมจะช่วยแก้ปัญหาได้
3. การปรับปรุงการต่อ (connections) และการขัดเกลารูปทรงของเมช จะช่วยให้นาฬิกาทรายลดลงหรือหมดไป



ภาพประกอบ 11 การควบคุมโหมटनाฬิกาทราย

ข้อแนะนำเพื่อที่จะช่วยให้การคำนวณมีความแม่นยำ ช่วยให้ผลวิเคราะห์น่าเชื่อถือ มีดังนี้

1. การกำหนดขนาดและความแตกต่างของเอลิเมนต์ ไม่ควรเกิน 3 เท่าของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกันหรือมีจุดต่อร่วมกัน ควรเลือกรูปร่างของเอลิเมนต์ที่เหมาะสม โดยมีสัดส่วนของด้านที่ยาวที่สุดต่อด้านที่สั้นที่สุดไม่เกิน 10 : 1 สำหรับเอลิเมนต์ที่มีสัดส่วนดังนี้ใกล้เคียงกันจะให้ผลเฉลยใกล้เคียงความเป็นจริง ส่วนมุมภายในเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมควรมีค่าอยู่ในช่วง 30 ถึง 150 องศา การเลือกใช้เอลิเมนต์ ควรให้ความต่อเนื่องของ Displacement ระหว่างเอลิเมนต์ และไม่ควรรีเชื่อมต่อกับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมในลักษณะ linear square ที่ประกอบด้วย 8 nodes เข้าด้วยกันกับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม ที่มีลักษณะ linear แบบ 4 nodes เลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็ก ในบริเวณที่มีความแตกต่างของ Stress และ Temperature สูง ส่วนที่มีความแตกต่างกันไม่มากควรใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น

2. เลือกใช้การวิธี Symmetry ของหุ่นจำลองช่วยลดจำนวนเอลิเมนต์ของหุ่นจำลอง ทำให้ประหยัดเวลา

3. ศึกษาสภาพของปัญหาก่อนเพื่อวางแผนการเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ให้ครอบคลุมทั้งขอบเขตของหุ่นจำลอง

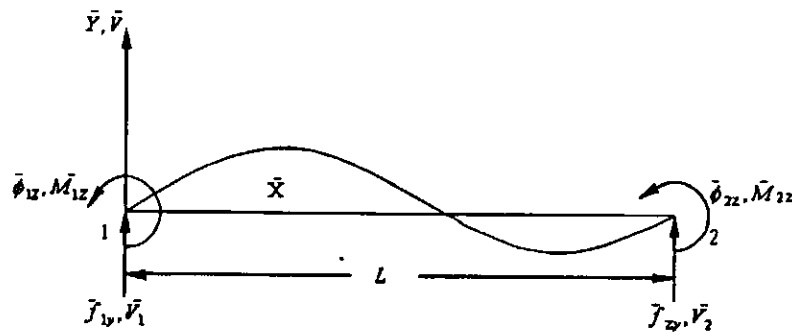
การพิจารณาปัญหาเชิงอนุพันธ์ย่อยของเงื่อนไขขอบเขตโมดัลของชิ้นส่วน

ที่ ทอมสัน วิลเลียม (T. Thomson William. 1993 : 75-110) กล่าวว่า ความแข็งตึงโมดัลของเอลิเมนต์แบบคาน (Cantilever Beam Stiffness) พิจารณาในระบบ 3 มิติ ของคานจะสามารถรับแรงชนิดต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. คานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$
2. คานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$
3. คานรับแรงตามแนวแกน $\bar{x}$
4. คานรับแรงเฉือนรอบแกน $\bar{x}$

การหาค่าความแข็งตึงโมดัล จำเป็นต้องแยกพิจารณาแบบแยกส่วนออกจากกันแล้วจึงรวมกันอีกครั้งในรูปของเมตริกซ์ (Stiffness Matrix)

1. คานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$



ภาพประกอบ 12 แสดงเอลิเมนต์คานรับโมเมนต์บิดรอบแกน $\bar{x}$ โดยมีแนวแกนต่าง ๆ มีค่าบวก

พิจารณาคานมีความยาว L ซึ่งวางอยู่ในแนวแกนอ้างอิงย่อย $\bar{x}$ และแกนอ้างอิงย่อย $\bar{y}$ (บางที่เรียกแกนอ้างอิงของเอลิเมนต์ Element Coordinate) ระยะเคลื่อนตัวของแกนในแนวข้าง กำหนดให้เป็น $\bar{v}$ ในส่วนระยะการหมุนกำหนดให้เป็น $\bar{\phi}_{iz}$ สำหรับแรงที่จุดปลายของเอลิเมนต์กำหนดให้เป็น $\bar{f}_{iy}$ และโมเมนต์ดัด กำหนดให้เป็น $\bar{M}_{iz}$

ที่ปลายทั้งสองจะแสดงทิศทางดังนี้ ; เมื่ออยู่ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาจะมีค่าเป็นบวก, ระยะการหมุนมีค่าเป็นบวกเมื่ออยู่ในทิศทางเข็มนาฬิกา, แรงมีค่าเป็นบวกเมื่ออยู่ในทิศทาง $\bar{y}$ (ทิศทางขึ้น), ระยะเคลื่อนตัวจะมีค่าบวกเมื่ออยู่ในทิศทาง $\bar{y}$ (ทิศทางขึ้น)

พิจารณาทฤษฎีพื้นฐานของคาน พบว่าทิศทางของแรงเฉือน $\bar{v}$ และโมเมนต์ดัด $\bar{M}$ มีค่าเป็นบวก ดังนั้น สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของเอลิเมนต์แบบคาน ในสภาวะที่คานได้รับโมเมนต์ดัด เป็นดังนี้

$$-\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} \left[EI_z \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} \right] + \bar{f} = m(\bar{x}) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} \quad (2)$$

เนื่องจากการหาค่าความแข็งดิ่งโมดัลจะตั้งสมมติฐานคือไม่คิดแรงมากกระทำกับระบบเช่นที่ปลายทั้งสอง และเทอมขวามือของสมการ (2) มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการจะลดรูปได้ดังนี้

$$EI_z \frac{d^4 \bar{v}}{d\bar{x}^4} = 0 \quad (3)$$

การหาค่าความแข็งดิ่งโมดัล มีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณาเลือกกำหนดเอลิเมนต์ที่จุดปลายทั้งสองตามหมายเลขที่แสดงในภาพประกอบ 12

2. เลือกฟังก์ชันการเคลื่อนตัว สมมติว่ามีการเคลื่อนตัวไปในแนวข้างมีผลกระทบตลอดความยาวแนวนอน จะได้ความสัมพันธ์ของสมการดังนี้

$$\bar{v}(\bar{x}) = a_1 \bar{x}^3 + a_2 \bar{x}^2 + a_3 \bar{x} + a_4 \quad (4)$$

สมการ (4) เป็นสมการที่มีฟังก์ชันการเคลื่อนตัวแบบยกกำลังสาม ซึ่งมีความถูกต้อง และเพียงพอต่อการวิเคราะห์ในปัญหานี้ เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีระดับความเสรีเท่ากับ 4 และทำการแทนค่า $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{\phi}_{1z}, \bar{\phi}_{2z}$ ลงในสมการ (4) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{v}(0) &= \bar{v}_1 = a_4 \\ \frac{d\bar{v}(0)}{d\bar{x}} &= \bar{\phi}_{1z} = a_3 \\ \bar{v}(L) &= \bar{v}_2 = a_1 L^3 + a_2 L^2 + a_3 L + a_4 \\ \frac{d\bar{v}(L)}{d\bar{x}} &= \bar{\phi}_{2z} = 3a_1 L^2 + 2a_2 L + a_3 \end{aligned} \quad (5)$$

แก้สมการ (5) เพื่อหา a_1, a_2, a_3, a_4 แล้วแทนค่าลงในสมการ (4) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \left[\frac{2}{L^3} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) + \frac{1}{L^2} (\bar{\phi}_{1z} + \bar{\phi}_{2z}) \right] \bar{x}^3 \\ &+ \left[-\frac{3}{L^2} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) + \frac{1}{L} (2\bar{\phi}_{1z} + \bar{\phi}_{2z}) \right] \bar{x}^2 + \bar{\phi}_{1z} \bar{x} + \bar{v}_1 \end{aligned} \quad (6)$$

เปลี่ยนรูปสมการ (6) ให้เป็นเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$\bar{v} = [N] \{ \bar{v}_i \} \quad (7)$$

โดยที่

$$[N] = [N_1, N_2, N_3, N_4] \quad (8)$$

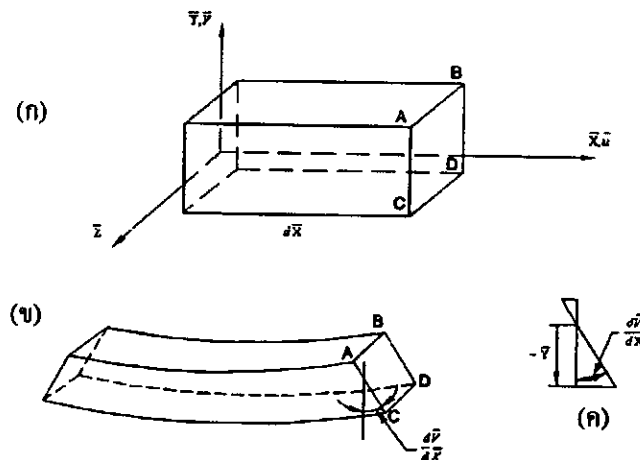
เมื่อ

$$N_1 = \frac{1}{L^3} (2\bar{x}^3 - 3\bar{x}^2 L + L^3) \quad N_2 = \frac{1}{L^3} (\bar{x}^3 L - 2\bar{x}^2 L^2 + \bar{x} L^3)$$

$$N_3 = \frac{1}{L^3}(-2\bar{x}^3 + 3\bar{x}^2L) \quad N_4 = \frac{1}{L^3}(\bar{x}^3L - \bar{x}^2L^2) \quad (9)$$

N_1, N_2, N_3, N_4 เรียกว่าฟังก์ชันรูปร่าง (Shape Function) สำหรับเอลิเมนต์แบบคานที่มีระดับความเสรีเท่ากับ 4 ที่ $N_1 = 1$ เมื่อแทนค่าที่จุดปลายที่จุด 1 และ $N_1 = 0$ เมื่อแทนค่าที่จุดปลายที่จุด 2 และพิจารณา N_2 ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับ $\phi_{,z}$ จากสมการ (9) ทำการ $\frac{dN_2}{d\bar{x}} = 1$ โดยแทนค่าที่จุดปลายที่ 1 และในทำนองเดียวกันกับ N_3, N_4

3. กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด และความเครียดกับการเคลื่อนตัว



ภาพประกอบ 13 แสดงลักษณะการแอ่นงอของคาน (ก) ก่อนการแอ่นงอ (ข) หลังการแอ่นงอ (ค) มุมของการแอ่นงอของพื้นที่หน้าตัด ABCD

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดแนวแกนกับการเคลื่อนตัว

$$\epsilon_x(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \quad (10)$$

ให้ $\bar{u}$ เป็นฟังก์ชันของการเคลื่อนตัวในแนวแกน จากลักษณะการแอ่นงอของคาน จากภาพประกอบ 13 จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนตัวในแนวข้าง ตามสมการนี้

$$\bar{u} = -\bar{y} \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \quad (11)$$

แทนสมการ (11) ลงในสมการ (10) จะได้

$$\varepsilon_x(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{y} \frac{d^2\bar{v}}{d\bar{x}^2} \quad (12)$$

จากทฤษฎีพื้นฐานของคาน โมเมนต์ดัดและแรงเฉือนมีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันการเคลื่อนตัวในแนวข้าง เราสามารถใช้ความสัมพันธ์นี้เพื่อหาค่าความแข็งดิ่งโมดัล ตามสมการนี้

$$\bar{m}_z(\bar{x}) = EI_z \frac{d^2\bar{v}}{d\bar{x}^2}, \quad \bar{v} = EI_z \frac{d^3\bar{v}}{d\bar{x}^3} \quad (13)$$

4. หาค่าเมตริกซ์ของความแข็งดิ่งโมดัลแบบโดยตรง Direct approach พิจารณาค่าความแข็งดิ่งโมดัลโดยใช้หลักความสมดุลของคานจากสมการ (6) ถึง (13) ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \bar{f}_{1y} = \bar{V} &= EI_z \frac{d^3\bar{v}(0)}{d\bar{x}^3} = \frac{EI_z}{L^3} (12\bar{v}_1 + 6L\bar{\phi}_{1z} - 12\bar{v}_2 + 6L\bar{\phi}_{2z}) \\ \bar{m}_{1z} = -\bar{m} &= -EI_z \frac{d^2\bar{v}(0)}{d\bar{x}^2} = \frac{EI_z}{L^3} (6L\bar{v}_1 + 4L^2\bar{\phi}_{1z} - 6L\bar{v}_2 + 2L^2\bar{\phi}_{2z}) \\ \bar{f}_{2y} = -\bar{V} &= EI_z \frac{d^3\bar{v}(L)}{d\bar{x}^3} = \frac{EI_z}{L^3} (-12\bar{v}_1 - 6L\bar{\phi}_{1z} + 12\bar{v}_2 - 6L\bar{\phi}_{2z}) \\ \bar{m}_{2z} = \bar{m} &= EI_z \frac{d^2\bar{v}(L)}{d\bar{x}^2} = \frac{EI_z}{L^3} (6L\bar{v}_1 + 2L^2\bar{\phi}_{1z} - 6L\bar{v}_2 + 4L^2\bar{\phi}_{2z}) \end{aligned} \quad (14)$$

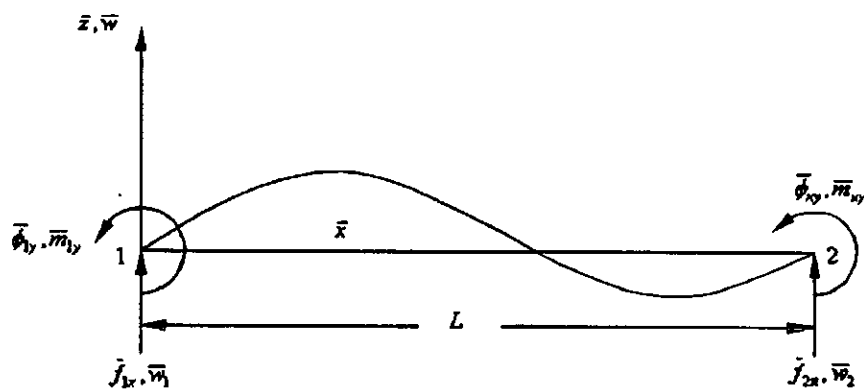
เครื่องหมายติดลบในสมการแถวที่ 2 และ 3 ของสมการ (14) หมายถึงการมีทิศทางตรงข้ามเมื่อเทียบกับ ทิศทางในภาพประกอบ 12 และ 13 สมการ (14) สามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \bar{f}_{1z} \\ \bar{m}_{1z} \\ \bar{f}_{2y} \\ \bar{m}_{2z} \end{Bmatrix} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{\phi}_{1z} \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\phi}_{2z} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์ของค่าความแข็งตึงโมดัล คือ

$$\bar{k}_{bl} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

2. คานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$



ภาพประกอบ 14 แสดงเอลิเมนต์คานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$

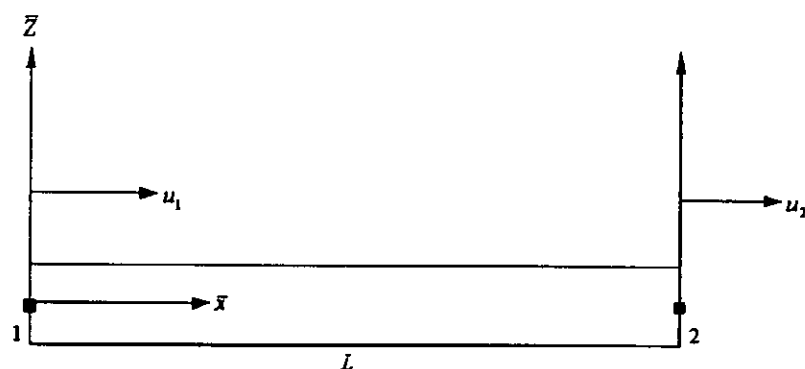
สำหรับภาพประกอบ 14 สามารถพิจารณาในทำนองเดียวกันกับคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$ สามารถคำนวณหาค่าการรับแรงได้จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{Bmatrix} \bar{f}_{1z} \\ \bar{m}_{1y} \\ \bar{f}_{2z} \\ \bar{m}_{2y} \end{Bmatrix} = \frac{EI_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{\phi}_{1y} \\ \bar{w}_2 \\ \bar{\phi}_{2y} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ดังนั้นเมทริกซ์มวลโมดัลเมื่อคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$ (จากระบบแกนอ้างอิงย่อย) ได้ดังนี้

$$\bar{k}_{b2} = \frac{EI_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

3. คานรับแรงตามแนวแกน $\bar{x}$



ภาพประกอบ 15 แสดงเอลิเมนต์แบบคานรับแรงตามแนวแกน $\bar{x}$

พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของเอลิเมนต์แบบคาน สำหรับคานที่รับแรงตามแนวแกน $\bar{x}$

$$-\frac{d}{d\bar{x}} \left[EA \frac{d\bar{u}(\bar{x})}{d\bar{x}} \right] = \omega^2 m(\bar{x}) \bar{u}(\bar{x}) \quad (19)$$

การหาค่าความแข็งตึงโมดัลจะให้ความถี่เชิงมุมมีค่าเป็นศูนย์เทอมทางขวาของสมการ(19)มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสามารถลดรูปสมการได้ดังนี้

$$EA \frac{d^2 \bar{u}(\bar{x})}{d\bar{x}^2} = 0 \quad (20)$$

อินทิเกรตสมการ (20) สองครั้งจะได้

$$\bar{u}(\bar{x}) = c_1 \bar{x} + c_2 \quad (21)$$

เมื่อ c_1, c_2 เป็นค่าคงที่จากการอินทิเกรตของสภาวะงานในภาพประกอบ 15 ที่ $\bar{x} = L, \bar{u}(L) = c_1 L + c_2 = \bar{u}_2$ สามารถแก้สมการได้ผลลัพธ์ดังต่อไปนี้

$$c_1 = \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{L} \quad c_2 = \bar{u}_1 \quad (22)$$

แทนค่า c_1, c_2 ลงในสมการ (21) จะได้

$$\bar{u}(\bar{x}) = \left(1 - \frac{\bar{x}}{L}\right) \bar{u}_1 + \frac{\bar{x}}{L} \bar{u}_2 \quad (23)$$

ขั้นต่อไปพิจารณา $\bar{u}(\bar{x})$ ที่สัมพันธ์กับแรงดังนี้

$$EA \left. \frac{d\bar{u}(\bar{x})}{d\bar{x}} \right|_{\bar{x}=0} = -\bar{f}_{1x} \quad EA \left. \frac{d\bar{u}(\bar{x})}{d\bar{x}} \right|_{\bar{x}=L} = \bar{f}_{2x} \quad (24)$$

เอาสมการ (23) แทนลงในสมการ (24)

$$EA \left(\frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{L} \right) = -\bar{f}_{1x} \quad EA \left(\frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{L} \right) = \bar{f}_{2x} \quad (25)$$

สมการ (25) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{f}_{1x} \\ \bar{f}_{2x} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

และ

$$\bar{k}_{ax} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

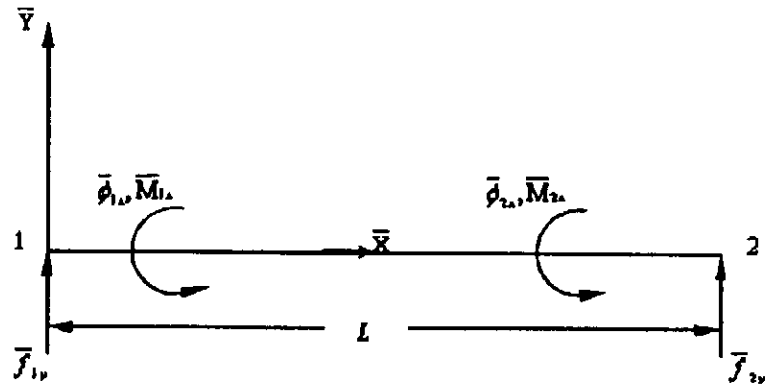
สมการ (27) แสดงเมตริกซ์ของความแข็งตึงโมดัล เมื่อคานรับแรงตึงตามแนวแกน $\bar{x}$

4. คานรับแรงเฉือนรอบแกน $\bar{x}$

จากสมการ

$$\tau = G\phi \quad (28)$$

$$m = \frac{\tau I_x}{L} \quad (29)$$



ภาพประกอบ 16 แสดงเอลิเมนต์แบบคาน ขณะรับแรงเฉือนรอบแกน $\bar{x}$

$$m = \frac{GI_x \phi}{L} \quad (30)$$

หรือ

$$\bar{m}_{1x} = \frac{GI_x}{L} (\bar{\phi}_{1x} - \bar{\phi}_{2x}) \quad (31)$$

และ

$$\bar{m}_{2x} = \frac{GI_x}{L} (\bar{\phi}_{2x} - \bar{\phi}_{1x}) \quad (32)$$

สามารถจัดรูปเป็นเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \bar{m}_{1x} \\ \bar{m}_{2x} \end{Bmatrix} = \frac{GI_x}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}_{1x} \\ \bar{\phi}_{2x} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

และ

$$\bar{k}_s = \frac{GI_x}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

สมการ (34) แสดงเมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัล ขณะที่คานรับแรงบิดรอบแกน $\bar{x}$ ค่า I_x คือค่าคงที่ของแรงบิด ต่อไปทำการรวมเมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัลทั้ง 4 ชนิดที่กล่าวมา ตามสมการ (16) (18) (27)

และ (34) จะได้ผลลัพธ์เป็นเมตริกซ์ความแข็งตึงในคาน 3 มิติ ตามสมการ (35) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ขนาด 12 X 12 ซึ่งในเมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัล $\bar{k}$ จะประกอบด้วยตัวแปร 6 ตัวแปร เป็นเมตริกซ์ที่สร้างขึ้นเมื่อเอลิเมนต์อยู่ในระบบแกนอ้างอิงย่อย (ดังแสดงไว้ข้างล่างนี้)

$$\bar{k} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_x}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_x}{L} & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_x}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_x}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & \frac{12EI_x}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_x}{L} & 0 & -\frac{6EI_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_x}{L} \end{bmatrix} \quad (35)$$

การหาเมตริกซ์มวลโมดัลของเอลิเมนต์แบบคาน

การหาเมตริกซ์มวลโมดัลของเอลิเมนต์แบบคาน แบ่งออกเป็น 2 วิธีคือ

1. การหาเมตริกซ์มวลโมดัลโดยให้มวลอยู่ที่จุดปลายทั้งสอง (Lumped) ของเอลิเมนต์
2. การหาเมตริกซ์มวลโมดัลโดยคิดมวลแบบแนบเนียน (Consistent) ภายในเอลิเมนต์

การหาเมตริกซ์มวลโดยวิธีแบบแนบเนียนวิธีนี้ให้ผลลัพธ์แม่นยำตรงมากกว่าแบบมวลที่อยู่จุดปลายซึ่งเป็นวิธีที่คล้ายคลึงกับการสร้างเมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัล

ต่อไปนี้จะเน้นวิธีการสร้างเมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัลโดยใช้ทางพลังงานซึ่งมีสมการน่าสนใจคือเมื่อ $[N]$ เป็นฟังก์ชันประมาณภายในของเอลิเมนต์ ซึ่งขึ้นอยู่กับระดับขั้นความละเอียดของปัญหา

$$\bar{m} = \iiint_V \rho [N]^T [N] dv \quad (36)$$

พิจารณาจากสภาวะที่ 1 เมื่อคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$ (ดูภาพประกอบ 12) โดยให้ปัญหานี้มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ 4

$$[N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

$$N_1 = \frac{I}{L^3} (2\bar{x}^3 - 3\bar{x}^2 L + L^3) \quad N_2 = \frac{I}{L^3} (\bar{x}^3 L - 2\bar{x}^2 L^2 + \bar{x} L^3)$$

$$N_3 = \frac{I}{L^3} (-2\bar{x}^3 + 3\bar{x}^2 L) \quad N_4 = \frac{I}{L^3} (\bar{x}^3 L - \bar{x}^2 L^2)$$

สมการ (36) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\bar{m}_{bz} = \int_0^1 \iint_A \rho \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] dA d\bar{x} \quad (37)$$

แทนค่าฟังก์ชันภายในลงในสมการ (37) และหาค่าอินทิกรัล จะได้

$$\bar{m}_{bz} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} \bar{v}_1 & \bar{\phi}_{1z} & \bar{v}_2 & \bar{\phi}_{2z} \\ 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -12L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{\phi}_{1z} \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\phi}_{2z} \end{Bmatrix} \quad (38)$$

สมการ (38) แสดงเมตริกซ์มวลโมดัลแบบแนบเนียนของเอลิเมนต์แบบคานเมื่อคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$

พิจารณาจากสภาวะที่ 2 เมื่อคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$ (ดูภาพประกอบ 14)

วิธีหาค่าเมตริกซ์มวลโมดัลทำเช่นเดียวกับการหาค่าของคานโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{z}$ จะได้เมตริกซ์มวลโมดัลแบบแนบเนียนของเอลิเมนต์แบบคานเมื่อคานรับโมเมนต์บิดงอรอบแกน $\bar{y}$ ดูสมการ (39)

$$\bar{m}_{b2} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} \bar{w}_1 & \bar{\phi}_{1y} & \bar{w}_2 & \bar{\phi}_{2y} \\ 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -12L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{\phi}_{1y} \\ \bar{w}_2 \\ \bar{\phi}_{2y} \end{bmatrix} \quad (39)$$

พิจารณาจากสภาวะที่ 3 เมื่อคานรับแรงตามแนวยาวของคานในภาพประกอบ 13 เป็นแบบที่มีระดับชั้นความเสรี DOF=2

$$[N] = [N_1 \quad N_2] \quad (40)$$

$$N_1 = I - \frac{\bar{x}}{L} \quad N_2 = \frac{\bar{x}}{L} \quad (41)$$

แทนค่า $[N]$ ลงในสมการ (36) จะได้

$$\bar{m}_{ax} = \rho A \int_0^L \left\{ \begin{bmatrix} I - \frac{\bar{x}}{L} \\ \frac{\bar{x}}{L} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I - \frac{\bar{x}}{L} & \frac{\bar{x}}{L} \end{bmatrix} d\bar{x} \quad (42)$$

อินทิเกรตสมการ (42) จะได้

$$\bar{m}_{ax} = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & I \\ I & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

สมการ(43) แสดงเมตริกซ์มวลโมดัลแบบแนบนัยของเอลิเมนต์แบบคานเมื่อคานรับแรงตามแนวยาวของ คาน พิจารณาสภาวะที่ 4 เมื่อคานรับแรงบิดรอบแกน $\bar{x}$ ดูภาพประกอบ 14

หาค่าเมตริกซ์มวลโมดัลเช่นเดียวกับกับวิธีเมื่อคานรับแรงตามแนวยาวของคาน จะได้เมตริกซ์มวลโมดัลแบบแนบนัยของเอลิเมนต์แบบคานรับแรงบิดรอบแกน $\bar{x}$ จากสมการ (44)

$$\bar{\phi}_{1x} \quad \bar{\phi}_{2x}$$

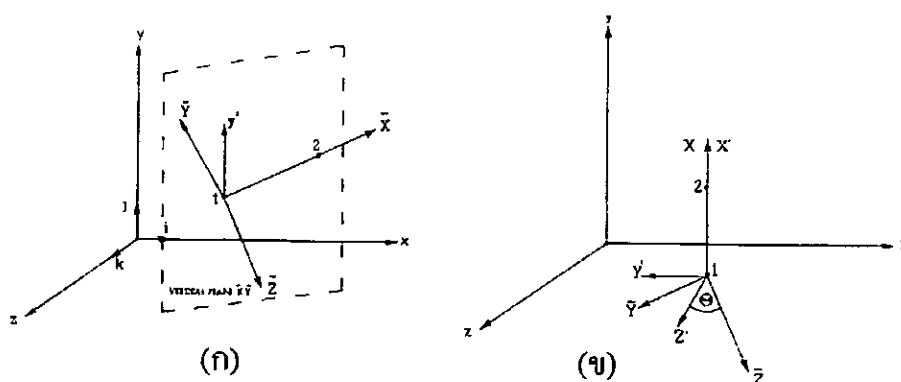
$$\bar{\mathbf{m}}_s = \frac{\rho I_p L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{1x} \\ \bar{\phi}_{2x} \end{bmatrix} \quad (44)$$

ค่า I_p คือค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางพื้นที่หน้าตัด (Polar moment of Inertia at centroid) และค่า I_p จะมีค่าเท่ากับ I_x เมื่อพื้นที่หน้าตัดเป็นแบบทรงกลม

จากนั้นทำการรวมมวลเมตริกซ์ทั้ง 4 ชนิดที่กล่าวมา ตามสมการ (38) (39) (43) และ (44) จะได้เมตริกซ์มวลโมดัลแบบคานาใน 3 มิติ ตามสมการ (45)

$$\bar{\mathbf{m}} = \rho L \begin{bmatrix} \frac{A}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{156A}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{22AL}{420} & 0 & \frac{54A}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13AL}{420} \\ 0 & 0 & \frac{156A}{420} & 0 & \frac{22AL}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{54A}{420} & 0 & -\frac{13AL}{420} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{22AL}{420} & 0 & \frac{4AL^2}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{13AL}{420} & 0 & -\frac{3AL^2}{420} & 0 \\ 0 & \frac{22AL}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{4AL^2}{420} & 0 & \frac{13AL}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{3AL^2}{420} \\ 0 & \frac{A}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{54A}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{13AL}{420} & 0 & \frac{156A}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{22AL}{420} \\ 0 & 0 & \frac{54A}{420} & 0 & \frac{13AL}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{156A}{420} & 0 & -\frac{22AL}{420} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_p}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{13AL}{420} & 0 & -\frac{3AL^2}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{22AL}{420} & 0 & \frac{4AL^2}{420} & 0 \\ 0 & -\frac{13AL}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{3AL^2}{420} & 0 & -\frac{22AL}{420} & 0 & 0 & 0 & \frac{4AL^2}{420} \end{bmatrix} \quad (45)$$

การหาเมตริกซ์มวลโมดัลและความแข็งตึงโมดัลให้อยู่ในระบบแกนอ้างอิงทั่วไป
เมตริกซ์ที่สามารถแปลงเอลิเมนต์ที่อยู่ในระบบแกนอ้างอิงย่อยไปสู่แกนอ้างอิงทั่วไปคือ
 x, y, z ส่วนแกนอ้างอิงย่อยคือ $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ตามภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 แสดงเอลิเมนต์แบบคานที่อยู่ในแกนอ้างอิงทั่วไป

(ก) แบบทั่วไป

(ข) เมื่อแกน $\bar{x}$ ขนานกับแกน $\bar{y}$

เวกเตอร์ $\bar{x}$ ในแกนอ้างอิงย่อย สามารถแสดงได้โดยสมการ (46)

$$\bar{x} = x c_1 i + y c_2 j + z c_3 k \quad (46)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{x_2 - x_1}{L} \\ c_2 &= \frac{y_2 - y_1}{L} \\ c_3 &= \frac{z_2 - z_1}{L} \end{aligned} \quad (47)$$

โดยให้

$$L = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{1/2} \quad (48)$$

ในกรณีที่ระนาบอ้างอิงย่อย $\bar{xy}$ ตั้งฉากกับระนาบอ้างอิงทั่วไป yz ซึ่งแกน $\bar{z}$ ตั้งฉากกับระนาบอ้างอิงทั่วไป xy ดังภาพประกอบ 17 เวกเตอร์ $\bar{z}$ ตามแกนอ้างอิงย่อย $\bar{z}$ ดูจากสมการต่อไปนี้

$$\bar{\bar{z}} = \bar{x}^* \times j = \begin{vmatrix} i & j & k \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -c_3 i + c_1 k \quad (49)$$

โดยที่ $\bar{x}^* = c_1 i + c_2 j + c_3 k$ (50)

ดังนั้นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\bar{z}^*$ แสดงได้เป็น

$$\bar{z}^* = \frac{\bar{z}}{d} = -\frac{c_3}{d} i + \frac{c_1}{d} k \quad (51)$$

เมื่อ $d = (c_3^2 + c_1^2)^{\frac{1}{2}}$ (52)

ในทำนองเดียวกันเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\bar{y}^*$ ตามแกนอ้างอิงย่อย $\bar{y}$ แสดงได้ดังนี้

$$\bar{y}^* = \bar{z}^* \times \bar{x}^* = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -\frac{c_3}{d} & 0 & \frac{c_1}{d} \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad (53)$$

หรือ $\bar{y}^* = \frac{-c_1 c_2}{d} i + dj - \frac{c_2 c_3}{d} k$ (54)

จากสมการ (50) (51) และ (54) สามารถแสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ \frac{-c_1 c_2}{d} & d & \frac{-c_2 c_3}{d} \\ \frac{-c_3}{d} & 0 & \frac{c_1}{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (55)$$

สมการ (55) แสดงการแปลงระหว่างพิกัดในแกนอ้างอิงย่อยกับแกนอ้างอิงทั่วไป สำหรับระนาบอ้างอิงย่อย $\bar{xy}$ ตั้งฉากกับระนาบอ้างอิงทั่วไป xz สำหรับในกรณีทีระนาบอ้างอิงย่อย $\bar{xy}$ ไม่ตั้งฉากจะต้องมีขั้นตอนเพิ่มเติมดังนี้

1. หมุนรอบแกนอ้างอิงย่อย $\bar{x}$ จนกระทั่งแกน $\bar{y}$ กับแกน $\bar{x}$ อยู่ในแนวตั้งฉากและกำหนดให้ x', y', z' เป็นแกนอ้างอิงพิเศษ ซึ่งเป็นผลมาจากการหมุนแกนอ้างอิงย่อย $\bar{x}$ ลงบนระนาบ yz สมการการแปลงระหว่างพิกัดของระบบทั้งสองแสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} \quad (56)$$

เมื่อ θ เป็นมุมของการหมุนจากแกน $\bar{y}$ ไปยัง y' มีค่าเป็นบวกเมื่อมีทิศทางตามเข็มนาฬิกา รอบแกน x โดยเริ่มสังเกตจากจุดที่ 2 ไปยังจุดที่ 1 ของเอลิเมนต์แบบคาน

2. แปลงพิกัดจากแกนอ้างอิงทั่วไป x, y, z ไปยังแกนอ้างอิงพิเศษ เพราะวาระนาบ $x'y'$ ตั้งฉากกับระนาบ xz สมการการแปลงสำหรับกรณีนี้ แสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ \frac{-c_1 c_2}{d} & d & \frac{-c_2 c_3}{d} \\ \frac{-c_3}{d} & 0 & \frac{c_1}{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (57)$$

3. รวมสมการ (56) และสมการ (57) เข้าด้วยกันจะได้

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ \frac{-c_1 c_2}{d} & d & \frac{-c_2 c_3}{d} \\ \frac{-c_3}{d} & 0 & \frac{c_1}{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (58)$$

ดังนั้นเมตริกซ์การแปลงสามารถแสดงได้เป็น

$$[T_1] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ \frac{-c_1 c_2}{d} \cos \theta - \frac{c_3}{d} \sin \theta & d \cos \theta & \frac{-c_2 c_3}{d} \cos \theta + \frac{c_1}{d} \sin \theta \\ \frac{c_1 c_2}{d} \sin \theta - \frac{c_3}{d} \cos \theta & -d \sin \theta & \frac{c_2 c_3}{d} \sin \theta + \frac{c_1}{d} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (59)$$

ที่สำคัญคือ สมการ (59) ไม่สามารถนำไปคำนวณได้เมื่อแกน $\bar{x}$ ขนานกับแกน y กล่าวคือ $c_1 = 0, c_2 = 0, d = 0$ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีใหม่ จากภาพประกอบ 17 จะต้องกำหนดมุม θ ใหม่คือมุมของการหมุนจากแกน $\bar{x}$ โดยวัดจากแกนอ้างอิงย่อย $\bar{z}$ ไปยังแกนอ้างอิงทั่วไป z และกำหนดให้แกนอ้างอิงพิเศษ x', y', z' เป็นแกนที่เกิดจากการหมุน $\bar{x}$ โดยที่แกนอ้างอิงย่อย $\bar{z}$ ขนานกับแกนอ้างอิงทั่วไป z สมการการแปลงสำหรับกรณีนี้แสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_2 & 0 \\ c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (60)$$

สมการแปลงระหว่างพิกัด x', y', z' กับ $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ แสดงได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -c_2 \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ c_2 \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (61)$$

ดังนั้นเมตริกซ์แปลงสามารถแสดงได้เป็น

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 0 & c_2 & 0 \\ -c_2 \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ c_2 \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (62)$$

จากสมการการแปลงจากเอลิเมนต์คานแบบ 2 มิติซึ่งใช้คำนวณได้สำหรับจุดเพียงจุดเดียว แต่ในเอลิเมนต์คานแบบ 3 มิติมีตัวแปรต่อจุดซ้ำ 12 ตัวแปรดังนั้นเมตริกซ์การแปลงจะต้องใช้สมการดังนี้

$$[T] = \begin{bmatrix} [T_i] & & & \\ & [T_i] & & \\ & & [T_i] & \\ & & & [T_i] \end{bmatrix} \quad (63)$$

ขั้นต่อไปพิจารณาจากสมการนี้

$$\bar{f} = \bar{k}\bar{d} + \bar{m}\ddot{d} \quad (64)$$

สมการ (64) จัดรูปใหม่เป็น

$$Tf = \bar{k}Td + \bar{m}T\ddot{d} \quad (65)$$

คูณสมการทั้ง (65) ทั้งสองด้านด้วย T^{-1} จะได้

$$f = T^{-1}\bar{k}Td + T^{-1}\bar{m}T\ddot{d} \quad (66)$$

เราสามารถแสดงได้ว่า

$$T^{-1} = T^T \quad (67)$$

ดังนั้นสมการ (66) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$f = T^T\bar{k}Td + T^T\bar{m}T\ddot{d} \quad (68)$$

พิจารณาพจน์ทางขวามือของสมการ (68) สามารถแสดงได้เป็น

$$k = T^T\bar{k}T \quad (69)$$

$$m = T^T\bar{m}T \quad (70)$$

สมการ (69) และ (70) แสดงการแปลงเมตริกซ์ความแข็งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัลจากระบบแกนอ้างอิงย่อยเป็นระบบแกนอ้างอิงทั่วไป

การสร้างเมตริกซ์มวลโมดัลและความแข็งโมดัลของระบบปัญหาธรรม

ภายหลังจากที่เราสร้างเมตริกซ์มวลโมดัลและเมตริกซ์ความแข็ง โมดัลในระบบแกนอ้างอิงย่อยของแต่ละเอลิเมนต์แล้ว ขั้นต่อไปจะต้องแปลงเมตริกซ์ของแต่ละเอลิเมนต์ย่อยจากระบบแกนอ้างอิง

ย่อให้อยู่ในระบบแกนอ้างอิงทั่วไป เมื่อดำเนินการมาถึงขั้นตอนนี้แล้ว จะต้องทำการรวมเมตริกซ์ย่อยของมวลโมดัลให้เป็นเมตริกซ์ใหญ่ ดังแสดงในสมการนี้

$$[K] = \sum_{e=1}^N [k^{(e)}] \quad [M] = \sum_{e=1}^N [m^{(e)}] \quad (71)$$

ข้อสังเกต ถ้าให้ปัญหาที่มีจุดทั้งหมดเป็น 10 ดังนั้นเมตริกซ์ $[K]$ และเมตริกซ์ $[M]$ จะต้องมีความขนาด 60 แถว 60 คอลัมน์ (60x60) จะมีขนาดใหญ่มาก

การวิเคราะห์โมดัลทางทฤษฎี

เอส ราโอ สิงกิริส (S. Rao Singiresu, 1995 : 58-125) กล่าวว่า การวิเคราะห์โมดัลคือการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency บางทีเรียกว่า Mode-frequency หรือ Normal mode analysis) กับลักษณะการบิดเบี้ยวของโครงสร้าง (Mode Shape) ซึ่งมีหลายวิธีการด้วยกัน ตัวอย่างเช่น โดยวิธีวิเคราะห์สัญญาณจากการทดลอง ของ Modal Testing by Force/Accelerometer Transducer หรือโดยระเบียบวิธีทางทฤษฎี ของไฟไนต์เอลิเมนต์มาวิเคราะห์ปัญหาโมดัล

ความถี่ธรรมชาติและลักษณะการบิดเบี้ยวของโครงสร้าง มีความสำคัญต่อการออกแบบผลิตภัณฑ์ที่มีการใช้งานเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ (Dynamic Condition) เช่นความเร็วรถบนถนน การทำงานของเครื่องยนต์ การทำงานของเครื่องจักร ฯลฯ

การวิเคราะห์โมดัลทางทฤษฎีส่วนใหญ่จะทำการวิเคราะห์แบบสมการเชิงเส้นส่วนแบบสมการไม่เป็นเชิงเส้นเช่นวัสดุพลาสติก การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตทำได้ยาก ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์โมดัลได้

วิธีวิเคราะห์โมดัลจะต้องสมมติให้โครงสร้างใด ๆ มีการเคลื่อนที่อย่างอิสระ ไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ซึ่งอธิบายได้ด้วยสมการนี้

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F\} \quad (72)$$

การวิเคราะห์โมดัลจะสมมติไว้ว่าไม่มีแรงภายนอกมากระทำดังนั้นจึงไม่มีการหน่วง (Damping) สมการ (72) จะลดรูปเหลือได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \quad (73)$$

สำหรับการสั่นสะเทือนจะเป็น

$$\{u(t)\} = \sum_{i=1}^N \{\psi_i\} \cos \omega_i t \quad (74)$$

ดังนั้นสมการ (74) สามารถแสดงใหม่ได้ดังนี้

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{\psi_i\} = \{0\} \quad (75)$$

สมการนี้สามารถหาค่าได้จาก $\{\psi_i\} = \{0\}$ หรือดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) $([K] - \omega_i^2 [M])$ มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่ $\{\psi_i\} = \{0\}$ จึงไม่สามารถหาค่าได้ ดังนั้น ω จึงหาค่าได้จาก

$$\det([K] - \omega_i^2 [M]) = 0 \quad (76)$$

ในสมการ (75) เป็นปัญหาแบบค่าเฉพาะ (Eigenvalue Problem) ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าความถี่เชิงมุม N ค่า และเวกเตอร์เฉพาะ N ค่า ที่ฐานนิยมใดๆ โดยที่ N เป็นจำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมดของปัญหา

ความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากโดยไม่มีตัวหาร

ให้ ω_i, ψ_i และ ω_j, ψ_j เป็นผลลัพธ์ใดๆ ที่ฐานนิยม i, j จะได้สมการดังนี้

$$\omega_i^2 [M] \{\psi_i\} = [K] \{\psi_i\} \quad (77)$$

$$\omega_j^2 [M] \{\psi_j\} = [K] \{\psi_j\} \quad (78)$$

คูณสมการ (79) ด้วย $\{\psi_j\}^T$ และสมการ (79) ด้วย $\{\psi_i\}^T$ จะได้

$$\omega_i^2 \{\psi_j\}^T [M] \{\psi_i\} = \{\psi_j\}^T [K] \{\psi_i\} \quad (79)$$

$$\omega_j^2 \{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} = \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_j\} \quad (80)$$

เพราะว่า $[M]$ และ $[K]$ เป็นเมตริกซ์แบบสมมาตร (Symmetric) สมการ (81) สามารถเขียนรูปใหม่ได้

$$\text{เป็น} \quad \omega_j^2 \{\psi_i\}' [M] \{\psi_i\} = \{\psi_j\}' [K] \{\psi_i\} \quad (81)$$

จากนั้นรวมสมการ (80) กับสมการ (82) จะได้

$$(\omega_j^2 - \omega_i^2) \{\psi_j\}' [M] \{\psi_i\} = 0 \quad (82)$$

โดยทั่วไป $\omega_j \neq \omega_i$ ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จะเป็น

$$\{\psi_j\}' [M] \{\psi_i\} = 0 \quad (83)$$

ในทำนองเดียวกันในสมการ (82) จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\{\psi_j\}' [K] \{\psi_i\} = 0 \quad (84)$$

สมการ (72) และ (73) แสดงความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากของฐานนิยมที่ได้จากสมการ (74) ถ้าให้ $\{\Psi\}$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรฐานนิยมใดๆตามสมการ (86)

$$\{\Psi\} = [\{\psi_1\} \dots \{\psi_N\}] \quad (85)$$

ดังนั้นเมตริกซ์ $\{\Psi\}' [M] \{\Psi\}$ และ $\{\Psi\}' [K] \{\Psi\}$ จะมีความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากด้วย

ฐานนิยมแข็งแกร่ง

พิจารณาปัญหาในระบบที่มีฐานนิยมแข็งแกร่งหลายฐานนิยมซึ่งมีความถี่เป็นศูนย์สมการสำหรับกรณีที่มีฐานนิยมแข็งแกร่ง 2 ฐานนิยม

$$\omega_1 = 0, \{\psi_1\} \quad \omega_2 = 0, \{\psi_2\}$$

$$\omega_i = 0, \{\psi_i\} \quad i = 3, \dots, N$$

สามารถแสดงได้โดย

$$[K]\{\psi_1\}=\{0\} \quad [K]\{\psi_2\}=\{0\} \quad (86)$$

$$\omega_i^2 [M]\{\psi_i\}=[K]\{\psi_i\} \quad i=3,\dots,N \quad (87)$$

จากสมการ (86) แสดงได้เป็น

$$\{\psi_i\}'[K]\{\psi_1\}=\{\psi_i\}'[K]\{\psi_2\}=0 \quad (88)$$

สมการ (87) คูณด้วย $\{\psi_1\}$ และ $\{\psi_2\}$ สามารถแสดงได้เป็น

$$\{\psi_i\}'[M]\{\psi_1\}=\{\psi_i\}'[M]\{\psi_2\}=0 \quad (89)$$

พิจารณาสมการ (86) สามารถแสดงได้เป็น

$$\{\psi_1\}'[K]\{\psi_2\}=0 \quad (90)$$

พิจารณาฐานนิยามแข็งแรงแรงของสมการ (89) ดังนี้

$$\{\psi_1\}'[M]\{\psi_2\} \neq 0 \quad (91)$$

ดังนั้นแสดงว่าการนิยามฐานนิยามแข็งแรงแรง เมื่อคูณเมตริกซ์ $\{\psi\}'[M]\{\psi\}$ จะทำให้เมตริกซ์ไม่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากมวลโมดัลและความแข็งโมดัล (Modal mass and modal stiffness) พิจารณาโดยคูณสมการ (78) ด้วย $\{\psi_i\}'$ จะได้

$$\omega_i^2 \{\psi_i\}'[M]\{\psi_i\}=\{\psi_i\}'[K]\{\psi_i\} \quad (92)$$

หรือแสดงได้เป็น

$$\omega_i^2 = \frac{\{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\}}{\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\}} = \frac{k_i}{m_i} \quad (93)$$

โดย k_i และ m_i เป็นความแข็งดิ่งโมดัล และมวลโมดัลของ $\omega_i, \{\psi_i\}$

การลดรูปแบบกูกยาน (Guyan Reduction)

ในปัญหาที่มีตัวแปรของระบบมากๆ มักไม่เป็นที่นิยมเนื่องจากอาจแก้สมการไม่จบหรือใช้เวลามากเกินควร ถ้าใช้วิธีแบบกูกยานช่วยลดตัวแปรของระบบลงได้มาก

พิจารณาสมการของการเคลื่อนที่โดยไม่มีการหน่วง

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F(t)\} \quad (94)$$

ซึ่งสามารถแยกได้เป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกเป็นตัวแปรอิสระที่ไม่มีผลกระทบต่อปัญหา (Master DOFs) ให้ใช้ตัวย่อเป็น "m" ยกตัวอย่างเช่นจุดยึดที่ไม่มีการเคลื่อนที่กลุ่มที่สองคือกลุ่มตัวแปรอิสระที่มีผลกระทบต่อปัญหา (Slave DOFs) ให้ใช้ตัวแปรเป็น "s" ดูจากสมการต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_m\} \\ \{F_s\} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_m\} \\ \{\ddot{u}_s\} \end{Bmatrix} \quad (95)$$

พิจารณาตัวแปรอิสระที่มีผลกระทบต่อปัญหาโดยตัดแรงหน่วงที่กระทำกับระบบออกจากสมการ (96) สามารถแสดงได้เป็น

$$\begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_m\} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (96)$$

แก้สมการในส่วนที่สอง ของสมการ (96) เพื่อหาค่า $\{u_s\}$ จะได้

$$\{u_s\} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]\{u_m\} \quad (97)$$

แทนค่า $\{u_s\}$ จะได้

$$\begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \end{bmatrix} \{u_m\} = [A] \{u_m\} \quad (98)$$

ดังนั้นเมทริกซ์ที่ลดรูปตามแบบกุกาน สามารถแสดงได้เป็น

$$[\hat{K}] = [K_{mm}] - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \quad (99)$$

$$[\hat{M}] = [M_{mm}] - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[M_{sm}] - [M_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] + [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[M_{ss}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \quad (100)$$

$$[\hat{C}] = [C_{mm}] - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[C_{sm}] - [C_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] + [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[C_{ss}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \quad (101)$$

$$\{\hat{F}\} = \{F_m\} - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}\{F_s\} \quad (102)$$

การกระจายค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจง

การใช้วิธีกระจายค่า แบบสับสเปซ (Full subspace) ซึ่งใช้ได้กับโครงสร้างที่ลอยตัว อย่างอิสระไม่ต้องกำหนดตัวแปรอิสระจึงไม่มีผลกระทบต่อปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดค่าตัวเลื่อนเริ่มต้น s
2. กำหนดค่าเวกเตอร์เริ่มต้น $[X_0]$
3. สร้างเมทริกซ์เลื่อนจากสมการนี้

$$[K] = [K] + s[M] \quad (103)$$

4. การทำซ้ำแต่ละครั้งที่ n ทำขั้นที่ 5 ถึง 14
5. สร้างสมการ $[F] = [M][X_{n-1}]$ และลดขนาด $[F]$ โดย $[\lambda_{n-1}]$ ซึ่งเป็นค่าเวกเตอร์เจาะจงที่เฟื่อไว้ในการทำซ้ำครั้งก่อน
6. หาค่า $[\bar{X}_n]$, $[K^*][\bar{X}_n] = [F]$
7. ลดค่าเวกเตอร์ $[\bar{X}_n]$ โดยให้ $\{(\lambda_{n-1} - s)/\lambda_{n-1}\}$
8. ทำ M-orthogonal จากเวกเตอร์ที่ใส่เข้าครั้งที่แล้ว (Gram-Schmidt orthogonal)

9. ทำการกำหนดเมตริกซ์สลับเปซ $[\bar{K}]$ และ $[\bar{M}]$

$$[\bar{K}] = [\bar{X}_n]^T [K] [\bar{X}_n] \quad (104)$$

$$[\bar{M}] = [\bar{X}_n]^T [M] [\bar{X}_n] \quad (105)$$

10. ปรับค่าตัวเลื่อน $[\bar{K}^*] = [\bar{K}] + s[\bar{M}]$

11. ใช้วิธีการทำซ้ำของ Jacobin เพื่อคำนวณค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจงของ
สลับเปซ

$$[\bar{K}^*][Q] = [\bar{M}][Q]\{\lambda_n\} \quad (106)$$

12. ปรับปรุงเวกเตอร์ครั้งล่าสุดจากสมการ (106)

$$[X_n] = [\bar{X}_n][Q] \quad (107)$$

13. ถ้าพบฐานนิยมที่มีค่าติดลบ หรือซ้ำกันให้ทำการตัดออกไป โดยแทนที่ด้วย
เวกเตอร์ที่สร้างขึ้นใหม่

14. ตรวจสอบการลู่เข้าของผลเฉลยของปัญหา

1. ฐานนิยมที่ต้องการผลเฉลยลู่เข้าหรือไม่ ถ้าลู่เข้าให้ทำขั้นตอนที่ 15
2. ถ้าตรวจสอบแล้วจำเป็นต้องหาตัวเลื่อนใหม่ให้ย้อนไปทำขั้นตอนที่ 13
3. หากผลเฉลยไม่ลู่เข้าและไม่ต้องการค่าตัวเลื่อนใหม่ให้ทำตอนที่ 4

15. ทำการตรวจสอบลำดับของสตรัมครั้งสุดท้ายถ้าฐานนิยมที่ต้องการมีผลลู่เข้า

สำหรับขั้นตอนที่ 5. ถึง 12. กระทำสำหรับเวกเตอร์ที่ยังไม่ลู่เข้าถ้ามีค่าเจาะจงบางค่าลู่เข้าแล้วก็ไม่
จำเป็นต้องคำนวณอีก สำหรับขั้นตอนที่ 8. (Gram-Schmidt procedure) กระทำเพื่อให้แน่ใจว่าเวกเตอร์
เจาะจงที่ยังไม่ลู่เข้ายังคงมีคุณสมบัติตั้งฉากกับเวกเตอร์ที่ลู่เข้าที่ไม่ได้คำนวณแล้ว

การลู่เข้าจากผลเฉลยของวิธีการสลับเปซ

ในการตรวจสอบการลู่เข้า (ในขั้นตอนที่ 14. ข้อย่อย 1) จะต้องตรวจสอบค่า
เจาะจงทั้งหมดที่ต้องการหาจากสมการนี้

$$e_i = \left| \frac{(\lambda_i)_n - (\lambda_i)_{n-1}}{(\lambda_i)_n} \right| < \text{tol} \quad (108)$$

เวกเตอร์เริ่มต้น (Starting Vector)

จำนวนของเวกเตอร์เริ่มต้นคำนวณได้จาก

$$q = p + d \quad (109)$$

เวกเตอร์เริ่มต้น $[X_0]$ (จากขั้นตอนที่ 2) สามารถหาค่าเริ่มแรกจากขั้นตอนต่อไปนี

1. ในส่วนปัญหาที่กำลังพิจารณาเมื่อเกิดการเคลื่อนที่ ให้ค่า $\{X_0\}$ เป็น 1.0 ($\{X_0\}$ เป็นค่าในคอลัมน์ของ $[X_0]$)
2. ถ้าปัญหาที่พิจารณา มีการหมุน ให้ค่า $\{X_0\}$ มีค่าเท่ากับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของการหมุนที่จุด 0,0,0

การตรวจสอบลำดับของสตรีม (Strum)

การตรวจสอบโดยใช้ลำดับของสตรีม จะคำนวณหาค่าลบในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์เลื่อน $[K^*]$ จำนวนที่ตรวจสอบนี้จะตรงกับจำนวนของค่าเจาะงที่ลู่เข้า ถ้าไม่ตรงตามนี้แสดงว่ามีค่าเจาะงบางค่ามีการผิดพลาด ในกรณีที่ต้องการเวกเตอร์ในการคำนวณเพิ่มเติมเริ่มต้นของฐานนิยมแรกสามารถหาได้จากสมการนี้

$$s = \lambda_p + 0.1(\lambda_{p+1} - \lambda_p) \quad (110)$$

การเลือกตัวเลื่อน สามารถปรับปรุงอัตราการลู่เข้าของปัญหาระหว่างกระบวนการทำซ้ำ มีขั้นตอนการเลือกตัวเลื่อนดังนี้

1. ฐานนิยมที่ลู่เข้าปัจจุบันมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นฐานนิยมตัวต่อไป $(i+1)$ ต้องมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ตัวเลื่อนจะมีค่าต่ำกว่าฐานนิยมที่ไม่เป็นศูนย์ตามสมการนี้

$$s = \lambda_{i+1} - \begin{cases} 0.05\lambda_{i+1} & \text{ถ้า } \lambda_{i+1} \text{ ไม่ลู่เข้า} \\ 0.5\lambda_{i+1} & \text{ถ้า ยังไม่ลู่เข้า} \end{cases} \quad (111)$$

2. ถ้าจำนวนของการทำซ้ำตั้งแต่การเลื่อนครั้งสุดท้าย เกินจำนวนการทำซ้ำของตัวเลื่อนครั้งก่อนตัวเลื่อนควรถูกปรับใหม่ให้ต่ำกว่าฐานนิยมต่อไปที่ไม่ใส่เข้า ($i+1$) ตามต้องการ

$$s = \lambda_{i+1} - \begin{cases} 0.05(\lambda_{i+1} - \lambda_i) & \text{ถ้า } \lambda_{i+1} \text{ ไม่ใส่เข้า} \\ 0.5(\lambda_{i+1} - \lambda_i) & \text{ถ้า ยังไม่ใส่เข้า} \end{cases} \quad (112)$$

ถ้าฐานนิยมในกลุ่มเดียวกันนั้นฐานนิยมที่มีค่าน้อยที่สุดฐานนิยมเดียวถัดไปจะถูกเลือกถ้าเป็นตัวเลื่อนครั้งแรกควรใช้สมการนี้

$$s = 0.9\lambda_i \quad (113)$$

การที่สามารถหาตัวเลื่อนใหม่ๆ จะทำให้สามารถคำนวณหาผลเฉลยได้เร็วขึ้นแต่การหาตัวเลื่อนบ่อยๆ ก็จำเป็นต้องคำนวณเมตริกซ์เลื่อนบ่อยเช่นกัน

สมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติและรูปทรงของแต่ละฐานนิยม

สมมติให้โครงใด ๆ มีการเคลื่อนที่อย่างอิสระไม่มีแรงภายนอกมากระทำซึ่งสามารถอธิบายการตอบ สนองต่อการสั่นสะเทือนแบบเสรี ด้วยสมการนี้

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F\} \quad (114)$$

การวิเคราะห์ จะสมมติไว้ว่าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ดังนั้นจึงไม่มีความหน่วง และสามารถหาลักษณะเฉพาะทางพลวัตในรูปของความถี่ธรรมชาติ และ Mode shape ของการสั่นสะเทือนได้ โดยวิธีแก้ปัญหาค่าเฉพาะจรงในรูปสมการ (107) ซึ่งจะเป็นวิธีการทำซ้ำแบบสลับสเปซ โดย $\lambda_i = \omega_i^2$ เป็นค่าเฉพาะจรงที่ฐานนิยม i

$$([K] - \lambda_i [M])\{\phi_i\} = \{0\} \quad (115)$$

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (116)$$

จากรายละเอียดทางทฤษฎีข้างต้น ซึ่งพอสรุปขั้นตอนได้ดังนี้

1. ทำการแบ่งแยกเอลิเมนต์ของปัญหา พร้อมทั้งกำหนดจุดต่อของโครงสร้าง เพื่อทราบตำแหน่งอ้างอิงในระบบแกนอ้างอิงทั่วไป และทราบจำนวนตัวแปรทั้งหมดของปัญหา พร้อมทั้งคำนวณเอลิเมนต์ทั้งหมดของปัญหา
2. สร้างเมตริกซ์ความแข็งดิ่งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัล ของแต่ละเอลิเมนต์ในระบบแกนอ้างอิงย่อย ทั้งนี้เพราะปัญหาทางโมดัลไม่เอาตัวหน่วงมาเกี่ยวข้อง และในงานวิจัยนี้วิเคราะห์ปัญหาโดยให้โครงกลอยอย่างอิสระไม่มีแรงหน่วงมากระทำต่อระบบ ซึ่งทำให้ไม่ต้องสร้างเมตริกซ์ความหน่วงและเมตริกซ์ของแรงที่มากระทำกับระบบ
3. ทำการแปลงเมตริกซ์ความแข็งดิ่งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัลของแต่ละเอลิเมนต์จากระบบแกนอ้างอิงย่อยให้เป็นระบบแกนอ้างอิงทั่วไป
4. สร้างเมตริกซ์รวมของเมตริกซ์ความแข็งดิ่งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัล
5. แทนค่าเพื่อแก้เมตริกซ์ความแข็งดิ่งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัล เพื่อแก้สมการหาค่าเจาะจง เวกเตอร์เจาะจง ความถี่เชิงมุม และลักษณะการบิดของโครงสร้างที่ฐานนิยมใด ๆ งานวิจัยนี้จะใช้วิธีสับสเปซ
6. วิเคราะห์โครงสร้างจากผลลัพธ์ที่ได้ และเสนอแนะเพื่อปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้น

ข้อสังเกตวิธีวิเคราะห์โมดัลทางทฤษฎีโดยใช้ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ การคำนวณเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาโครงสร้างแบบคาน 3 มิติ ที่มีจำนวนจุดต่อเท่ากับ 10 จุด จะต้องสร้างเมตริกซ์ความแข็งดิ่งโมดัลและเมตริกซ์มวลโมดัล ขนาด 60×60 แล้วแก้สมการที่มีเมตริกซ์ขนาด 60×60 ด้วยวิธีการทำซ้ำ การแก้สมการแบบนี้จะต้องทำซ้ำไม่ต่ำกว่า 20 ครั้ง โดยขึ้นอยู่กับจำนวนฐานนิยมที่ต้องการหาค่า จะใช้เวลาคำนวณเป็นอันมาก

ในปัจจุบันโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้วิเคราะห์โมดัลในรุ่นใหม่ๆ มีความเที่ยงตรง น่าเชื่อถือหลายโปรแกรม เช่นโปรแกรม ANSYS, MSC/NASTRAN, COSMOSWORKS ฯลฯ ซึ่งสามารถเขียนแบบงาน, โครงสร้าง ลงในโปรแกรมหรือโอนย้ายไฟล์สามมิติเข้ามาใช้โดยง่ายและสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง, แม่นยำ และรวดเร็ว

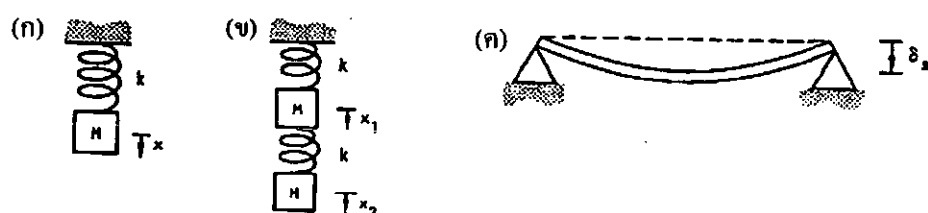
ความสัมพันธ์ของการโก่งสกิดและความถี่ธรรมชาติ

คลาวท์ จอร์เกน บาธ (Klaus-Jorgen Bathe, 1996 :451-453) ได้อธิบายพฤติกรรมของความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างใดๆ ภายใต้สภาวะการเคลื่อนที่อิสระเมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำ จะสั่นกลับไปมารอบจุดสมดุลหนึ่งๆ ซึ่งเป็นไปตามกฎของพลังงานที่เมื่อการสั่นไปจนถึงจุดสูงสุดค่า

พลังงานศักย์ภายในโครงสร้างก็จะมีค่ามากที่สุดด้วย และในส่วนของพลังงานจลน์จะมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งพลังงานจลน์จะเป็นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไหวที่สัมพันธ์กับมวลของโครงสร้าง และพลังงานศักย์จะเป็นพลังงานความเครียด (Strain Energy) ที่สะสมอยู่ในโครงสร้างแบบยืดหยุ่นที่กำลัง เริ่มมีการเปลี่ยนรูป

ในการหาค่าของพลังงานที่สะสมอยู่ในโครงสร้าง (โดยประมาณ) จะได้ระยะการโก่งของโครงสร้างแบบสถิตภายใต้อิทธิพลของของแรงโน้มถ่วงของโลก (อัตราเร่ง) ซึ่งการโก่งแบบสถิตของโครงสร้างซึ่งเกิดจากน้ำหนักของตัวเองนี้จะสัมพันธ์กับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง ความสัมพันธ์นี้สามารถใช้ประมาณค่าเริ่มต้นของความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างที่ซับซ้อน และระยะการโก่งแบบสถิตได้ด้วย

สมการความสัมพันธ์ของระยะโก่งสถิต (Static deflection) ที่เกิดจากมวลของระบบ สปริงและมวลเดี่ยว (Single spring-mass system) จากภาพประกอบ 18ก ซึ่งขึ้นกับแรงโน้มถ่วง ดังสมการที่ (109)



ภาพประกอบ 18 ระบบยืดหยุ่นแบบต่างๆ

$$\delta_s = \frac{Mg}{k} \quad (117)$$

โดยที่ δ_s คือระยะการโก่งสถิต, M คือมวล, g คือแรงโน้มถ่วงของโลก และ k คือ ค่าคงที่ของสปริง ซึ่งคือค่าความแข็งรวม k $\frac{N}{m}$ ดังนั้นเมื่อให้สมการเชิงอนุพันธ์อธิบายการเคลื่อนที่ของมวลตามสมการของแรงที่กระทำกับสปริงที่ติดตั้งตามแนวการเร่งของมวล ซึ่งจะพิจารณาค่าความถี่ธรรมชาติของระบบสปริงเดี่ยวและมวลนี้คือ

$$\frac{Md^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (118)$$

จะได้ผลลัพธ์คือ $x = \text{Constant} \times \sin \sqrt{\frac{k}{M}} \times t$

โดย $\frac{k}{M} = \omega_0^2$, ความถี่ธรรมชาติ... $f = \frac{\omega_0}{2\pi}$

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (119)$$

รวมสมการ (117), (119) เข้าด้วยกันเพื่อตัดค่า k ออก จะได้สมการใหม่ดังนี้;

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{Mg}{\delta_s M} \right)^{\frac{1}{2}}$$

หรือ
$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g}{\delta_s} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Hz} \quad (120)$$

ทำให้ได้สมการ (120) ซึ่งสามารถพิจารณาค่าความถี่ธรรมชาติในเทอมของแรงโน้มถ่วง g และระยะการโก่งสถิติสูงสุด δ_s อันเป็นผลของแรงโน้มถ่วง ซึ่งความสัมพันธ์นี้สามารถนำสมการนี้มาประยุกต์ใช้ได้หลายแบบ เช่น ใช้กับการแกว่งในระนาบตั้ง เป็นต้น แต่ค่าที่เราต้องการจากสมการ (ค่าโดยประมาณ) คือระยะการโก่งแบบสถิติสูงสุดซึ่งจะเกิดขึ้นในรูปของอัตราเร่ง 1 g นำมาประยุกต์ใช้ในเรื่องการสั่น ความถี่โดยตรงของสมการ (119) นี้จะขึ้นกับองศาของการเปลี่ยนรูปทางสถิติซึ่งอยู่ใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงที่ทำตามเหมือนกับ Mode shape ของการสั่น สมการ (119) นี้จะให้ผลที่เที่ยงตรงกับระบบสปริงและมวลเดี่ยวแบบง่าย เช่นภาพประกอบ 18ก และจะได้ค่าความถี่ธรรมชาติต่ำกว่าที่ประมาณไว้เมื่อนำไปคำนวณกับโครงสร้างที่ซับซ้อนมากๆ

ระบบสองสปริงสองมวล (Two spring, two mass system) พิจารณาระยะการโก่งสถิติของระบบนี้ดังภาพประกอบ 18ข ซึ่งเป็นค่าการโก่งแบบมวลน้อยขณะอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งสามารถ คำนวณแบบง่ายๆด้วยสมการนี้

$$\delta_s = \frac{2Mg}{k} \frac{Mg}{k} = \frac{3Mg}{k} \quad (121)$$

ใช้สมการความถี่ธรรมชาติมูลฐาน (119) มาพิจารณาค่าการโก่งของสมการข้างบนได้ดังนี้

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{k}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Hz} \quad (122)$$

$$= \frac{0.5774}{2\pi} \left(\frac{k}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Hz} \quad (123)$$

และในส่วนของรูปร่างของฐานนิยม (Mode shape) สามารถสรุปได้จากการโก่งสถิตคือ

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \end{pmatrix} \quad (124)$$

ดังนั้นผลลัพธ์ที่ถูกต้องของค่าความถี่ธรรมชาติมูลฐานของระบบนี้คือ

$$f = \frac{0.6180}{2\pi} \left(\frac{k}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Hz} \quad (125)$$

และผลลัพธ์ที่ถูกต้องของรูปร่างของฐานนิยม (Mode shape) ในฐานนิยมมูลฐาน คือ

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.618 \end{pmatrix} \quad (126)$$

ซึ่งพิจารณาเห็นว่าค่าความถี่ธรรมชาติมูลฐานที่ได้จากสมการ (119) จะต่ำกว่าของระบบนี้ประมาณ 6.6% และสมการ (119) นี้ไม่เหมาะที่จะประเมินค่าความถี่ธรรมชาติมูลฐานของระบบฐานนิยมใน Second order, High order

การพิจารณาระยะการโก่งของคานในลักษณะการโก่งแบบค้ำงูเขา โดยคานถูกยึดหัวท้าย (Pinned-pinned Beam) ซึ่งแสดงอยู่ในภาพประกอบ 18ค จะแสดงการโก่งสูงสุดอยู่ที่บริเวณช่วงกลางๆ ของคาน (Mid span) อันเนื่องจากอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง และสามารถแสดงสมการได้ดังนี้

$$\delta_s = \frac{5}{384} \frac{MgL^4}{EI} = \frac{1}{(2.960)^4} \frac{MgL^4}{EI} \quad (127)$$

ใช้ผลลัพธ์ของการโก่งนี้มาประเมินค่าความถี่ธรรมชาติมูลฐานได้จากสมการ (119) ได้ดังนี้

$$f = \frac{(2.960)^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ Hz} \quad (128)$$

ผลลัพธ์ที่ถูกต้องมีรูปแบบเหมือนสมการนี้ แต่แทนแฟคเตอร์ 2.960 ด้วย แฟคเตอร์ π ซึ่งจะมีค่าผลลัพธ์ต่ำกว่าค่าที่ได้จากสมการ (119) จากการประเมินค่าความถี่ธรรมชาติมูลฐานของคานจะต่ำกว่าประมาณ 11% ซึ่งสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติและการโก่งได้ดังนี้

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_s}} \quad (129)$$

หรือเมื่อพิจารณาหน่วยเป็นมิลลิเมตร :

$$f = \frac{15.76}{\sqrt{\delta_s}} \quad (130)$$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ฮายาชิคาว่า และวาทานาเบ (Hayashikawa; & Watanabe. 1985 : 639-652) ได้ศึกษาการสั่นสะเทือนของคานแบบต่อเนื่อง ในขั้นตอนวิเคราะห์เพื่อหาค่าเจาะจง (Eigenvalue) ของคานแบบต่อเนื่อง โดยได้พัฒนามาจากการหาผลลัพธ์จากสมการอนุพันธ์ เบอร์นูลลี-ออยเลอร์ (Bernoulli-Euler) การหาผลเฉลยโดยวิธีนี้เป็นวิธีที่ใช้กับฟังก์ชันตรีโกณและไฮเปอร์โบลิกและนำไปสู่คำตอบที่แม่นยำ เช่นเดียวกับการใช้วิธี Finite Method เช่นปัจจุบันนี้ ความสัมพันธ์ระหว่างทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำและวิธี Finite Method จับศึกษาคานแบบต่อเนื่องจะแสดงให้เห็นผลการคำนวณด้วยวิธีการรวมมวลที่จุดต่อ (Lump Mass) และมวลแบบแนบใน (Consistent Mass) นั้นมีผลตรงกัน

ปาร์ค; ซูท; และ จุง (Park; Suh; & Jung. 1994 : 1-7) ได้ทำการศึกษาวิธีวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในขณะเดินเบา เพื่อการออกแบบรถยนต์ในปัจจุบัน ให้มีลักษณะการสั่นสะเทือนในลักษณะการตอบสนองต่ำ ซึ่งเป็นส่วนที่มีความสำคัญในการผลิตรถเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะในส่วนของการส่งกำลังไปยังชุดระบบกันสะเทือนที่ล้อรถยนต์ในช่วงขณะที่เดินเบา จากการศึกษาจากแบบหุ่นจำลองโดยใช้วิธี Finite Element ทำให้สะดวกและรวดเร็ว โดยการแบ่งแผ่น Element แผ่นบางระนาบโค้ง (Thin Shell Element) ในส่วนที่เป็นพื้นราบเช่นหลังคารถยนต์ สำหรับในส่วนคานใช้ Beam Element ใช้ได้ในส่วนของโครงสร้างหลักเป็นต้น ซึ่งนำไปสู่การคำนวณหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นสะเทือนใช้ไปเปรียบเทียบผลการทดลอง

ไลท์ (Lieh. 1994 : 41-46) ทำการศึกษาการประยุกต์วิธี Finite Element กับระบบที่มีลำดับชั้นความเสรีหลายชั้น (MDOF) ในระบบสมการการเคลื่อนที่โดยทั่วไป โดยใช้หลักการของงานเสมือน (Virtual Work) ใช้วิธีการแยกส่วนในสมการจะกำหนด Vector of Inertia โดยสามารถเป็น Complex Function และแบบ Nonlinear Programming จะได้หลักการของงานเสมือนในการสร้างสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และอันดับสอง แล้วทำการใช้ภาษา Fortran ในการเขียน program การคำนวณสมการอนุพันธ์โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขของวิธีรันกัตตา (Runge-Kutta Method) อันดับสี่และอันดับที่ 4-5 ในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลเฉลยที่มีความแม่นยำ และมีประสิทธิภาพมาก โดยการช่วยปรับช่วงเวลา (Time section)

ลี; และ คิม (Lee; & Kim. 1995 : 117-126) เขียนบทวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจาก Dynamic Force ของชุดกันสะเทือนที่บริเวณแท่นเครื่องยนต์ สมการของการเคลื่อนที่ของชุดกันสะเทือนที่บริเวณแท่นเครื่องในทางพลศาสตร์ ในการคำนวณแท่นเครื่องนั้นหาได้โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถหาความถี่ธรรมชาติ และการตอบสนองการสั่นสะเทือนแบบกระตุ้นของแท่นเครื่อง สืบเนื่องจากการส่งถ่ายแรงจากเครื่องยนต์ไปยังโครงสร้าง ความยืดหยุ่นของจตุรรองรับ เป็นชิ้นส่วนสำคัญที่ใช้ลดการส่งถ่ายแรงสั่นสะเทือนของโครงสร้างรถยนต์ ผลวิเคราะห์นี้บอกถึงลักษณะการสั่นสะเทือนของจตุรรองรับของโครงรถ จะมีความสัมพันธ์กับจตุรรองรับการสั่นสะเทือนของแท่นเครื่องยนต์ที่ความเร็วรอบต่างๆ เมื่อความถี่ของจตุรรองรับการสั่นสะเทือน มีค่าเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติ ซึ่งผลกระทบ ในช่วงการสั่นสะเทือนที่ใกล้ความถี่ธรรมชาติของโครงรถสามารถแสดงความแตกต่างได้ดังนี้

1. การสั่นสะเทือนที่ความถี่ต่ำของโครงรถยนต์ ณ ความถี่ที่ต่ำกว่าความเร็วเดินเบาเครื่องยนต์ โครงรถที่ตำแหน่งจตุรรองรับของเครื่องยนต์จะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของการสั่นสะเทือน อย่างชัดเจนซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง

2. ในส่วนของการสั่นสะเทือนในย่านความถี่สูงของโครงรถยนต์ โดยที่ความถี่ที่สูงกว่าความเร็วเดินเบาของเครื่องยนต์ จะส่งผลกระทบต่อโครงรถยนต์พอสมควร โดยความถี่ในช่วงนี้จะสูงกว่าความถี่ธรรมชาติที่จตุรรองรับเครื่องยนต์และจะสังเกตเห็นได้จากการตอบสนองของความถี่

วิจิต บัวแก้ว (2534 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิเคราะห์รถไถเดินตามโดยเชิงพลศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้รถไถนาแบบเดินตามรุ่นช้างเหล็ก D.N.M. K99 ของบริษัท อินเตอร์การเกษตร จำกัด มาเป็นอุปกรณ์ทดสอบ และใช้ค้อนเป็นอุปกรณ์ให้แรง การดำเนินการทดสอบกระทำโดยการกำหนดจุดขั้ว และเขียนต่อเชื่อมจุดขั้วเพื่อให้ได้โครงสร้างรถไถนาแบบเดินตาม ทำการแขวนรถไถนาแบบเดินตามให้ลอยอยู่เหนือพื้นในสภาวะสมดุลย์ และใช้ค้อนเคาะและวัดฟังก์ชันถ่ายโอน จากนั้นจึงนำข้อมูลจากการวัดไปประมวลผลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์โมดัลชื่อ BOPIT ผลการวิจัยพบว่า รถไถนาแบบเดินตามมีช่วงความถี่ธรรมชาติของตัวรถและล้ออยู่ห่างจากช่วงความถี่ใช้งานประมาณ 142 เท่า (ช่วงความถี่ใช้งาน 40 Hz ที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ดีเซล 2400 rpm) การวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่า ตัวรถและล้อได้รับการ

ออกแบบที่เผื่อไว้มาก และอาจทำการออกแบบเพื่อปรับปรุงให้มีต้นทุนต่ำลงได้อีกมากโดยยังคงความแข็งแรงอย่างเพียงพอ

สมศักดิ์ ปรางทอง (2538 : บทคัดย่อ) ทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถสามล้อเครื่อง โดยการวิเคราะห์โมดัล ผู้วิจัยได้ใช้โครงรถสามล้อเครื่องรุ่น พีแอล จากบริษัท วัฒนอุตสาหกรรม จำกัด เป็นอุปกรณ์ทดสอบ การดำเนินการทดสอบกระทำโดยแบ่งชิ้นส่วนโครงรถออกเป็น 9 ชิ้นส่วน ประกอบด้วย 38 จุดขั้ว แขนโครงรถสามล้อเครื่องให้ลอยอิสระเหนือพื้นในสภาวะสมดุล และใช้ค้อนเคาะ วัดค่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่วัดได้แต่ละจุดวัด แปลงเป็นข้อมูลมาตรฐานเข้าประมวลผล โดยโปรแกรม LMS CADA PC version 1.2 ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ธรรมชาติของโครงรถเกิดขึ้นที่ความถี่ 20.18 Hz, 31.36 Hz, และ 49.48 Hz ที่ความเร็วรอบของเครื่องยนต์ 2 สูบ 2 จังหวะ 606 rpm, 959 rpm, และ 1,484 rpm ตามลำดับ ซึ่งมีรูปร่างและขนาดการสั่นสะเทือนของโครงรถที่ควรแก้ไขเนื่องจากเกิดความถี่พ้อง อันเป็นสาเหตุให้โครงรถเกิดการสั่นสะเทือนก่อความรำคาญและเมื่อยล้าต่อผู้โดยสารและผู้ขับขี่ จากผลลัพธ์ที่ได้จึงนำมาพิจารณาแก้ไขแบบโดยเสริมเหล็กจากและเปลี่ยนชนิดวัสดุเป็นเหล็กแรงดึงสูง ($E = 210 \text{ GPa}$, $\rho = 7,800 \text{ kg/m}^3$) ขนาด $L30 \times 30 \times 3$ บริเวณจุดโครงข้อหมุนต่างๆ ทำให้ความถี่ธรรมชาติเปลี่ยนไปเป็น 22.904 Hz หรือที่เร็วรอบเครื่องยนต์ 690 rpm ซึ่งเป็นความเร็วรอบที่ไม่ตรงกับความเร็วรอบใช้งาน และมีขนาดการสั่นสะเทือนน้อยลงด้วย

โกศล ชื่นศิริพงษ์ (2539 : บทคัดย่อ) ทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโครงสร้างรถสามล้อเครื่องโดยวิธี Finite Element Method ในการวิเคราะห์ได้ให้ Plain Element แสดง Bending Stress รวมกับความเค้นในแนวระนาบซึ่ง Element ที่ใช้จะมีจุดต่ออยู่ด้วยกัน 8 จุดต่อ แต่ละจุดจะมี Degrees of Freedom Level อยู่ 5 level ในการวิเคราะห์หาความถี่ธรรมชาติบนแผ่นบางระนาบโค้ง เมื่อเปรียบเทียบพบว่าผลลัพธ์ตรงกันและใช้เวลาวิเคราะห์น้อยกว่าซึ่งเป็นการประหยัดเวลาคำนวณและค่าใช้จ่ายในการวิเคราะห์

ราชน งามน้อยพรหม (2546 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาการสั่นสะเทือนของโครงรถบรรทุกขนาดโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลการสั่นสะเทือนในการใช้งานจริง การศึกษาเริ่มจากการแบ่งส่วนรถออกเป็น 4 ส่วน ได้แก่ ชุดล้อและเพลาลูกหน้า ชุดล้อและเพลาลูกหลัง ตัวรถ และเบาะนั่ง โดยจำลองเป็น 8 ระดับความถี่แล้วทำการศึกษาทดลองเป็น 2 แนวทางด้วยกัน คือ 1. แนวทางเชิงทฤษฎี และ 2. แนวทางเชิงการทดลอง การจำลองทำเป็น 3 แบบด้วยกันคือ แบบจำลองทางกายภาพ แบบจำลองโมเดล และแบบจำลองผลการตอบสนอง สำหรับแนวทางเชิงทฤษฎีนั้นเริ่มต้นจากแบบจำลองทางกายภาพที่ผ่านกระบวนการจนทำให้ได้แบบจำลองโมเดล ซึ่งจะทำให้ได้แบบจำลองผลการตอบสนองในที่สุด ในส่วนแนวทางเชิงการทดลองนั้นเริ่มต้นจากการแบบจำลองผลการตอบสนองผ่านกระบวนการแล้วได้แบบจำลองโมเดล หลังจากนั้นก็จะได้มาซึ่งแบบจำลองทางกายภาพในที่สุด โดยที่ทั้ง 3 แบบจำลองนี้สามารถแปลงรูปของแบบจำลองซึ่งกันและกันได้ ซึ่งจะทำให้เรา

สามารถตรวจสอบผลซึ่งกันและกันได้และนำไปสู่การหาสมการการสั่นของรถยนต์ได้ จากนั้นจึงปรับปรุงแก้ไขโครงสร้างและชิ้นส่วนของรถยนต์ เพื่อลดการสั่นสะเทือนโดยวิธีการโมเดลโมเดลซึ่งจะสามารถช่วยทำนายการเปลี่ยนแปลงความถี่และแอมพลิจูดการสั่นสะเทือนได้ง่าย และประหยัดเวลา ผลจากการวิเคราะห์พบว่าค่าที่เกิดจากแนวทางทฤษฎีกับค่าที่ได้จากแนวทางการทดลองมีค่าใกล้เคียงกัน โดยจะคลาดเคลื่อนในโหมดตัวรถโยกหน้า-หลัง ซึ่งแสดงถึงรถยนต์มีการเปลี่ยนแปลงโหมดการสั่น 8 ระดับความเร็วที่ความถี่ 8 ค่า นำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขเพื่อลดแอมพลิจูดการสั่นสะเทือน จะทำให้ผู้ขับขี่และโดยสารลดการเหน็ดเหนื่อยและเมื่อยล้าให้มากที่สุดที่จะทำได้

กฤษณะ พิมพา; มนตรี ไวยมิตร; และ เอกราช บั่นแก้ว. (2546 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเก๋ง ด้วยวิธีโมดัล โดยใช้โครงรถชนิดขับเคลื่อนแบบ 4x4 ของบริษัทสามมิตรเปคเซียลทรีด จำกัด รุ่น SA 2031 ซึ่งมีขนาดความหนาของโครงรถ 3.2 mm เป็นอุปกรณ์ทดสอบ ทำโดยใช้วิธีการ แบ่งโครงรถออกเป็น 40 จุด การทดสอบทำการแขวนโครงรถให้ลอยจากพื้นให้อยู่ในสภาวะสมดุล แล้วทำการวัดค่าฟังก์ชันถ่ายโอน โดยให้สัญญาณเข้าที่จุดต่างๆ มีลักษณะสัญญาณเข้าเป็น 2 แบบคือใช้ค้อนเคาะ (Impulses) และสัญญาณสั่นต่อเนื่อง (Shaker) ทำการวัดสัญญาณทั้งสามทิศทาง (x, y, z) นำค่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้จากการวัดในแต่ละจุดทดสอบมาประมวลผลโดยโปรแกรม LMS CADA PC version 1.2 ผลที่ได้พบว่าสัญญาณจากวิธีเคาะ (Impulses) และวิธีสั่นต่อเนื่อง (Shaker) มีค่าใกล้เคียงกัน คือที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าความถี่ 32.27 Hz, 31.30 Hz ฐานนิยมที่ 2 มีค่าความถี่ 40.27 Hz, 39.60 Hz ตามลำดับ (เท่ากับความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1936 rpm, 1878 rpm และ 2416 rpm, 2376 rpm ตามลำดับ) ในขณะที่ความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดสูงสุดมีค่าเท่ากับ 30 Hz หรือความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1800 rpm และที่ความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดใช้งานมีค่าเท่ากับ 46.67 Hz หรือความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2800 rpm ซึ่ง ณ ความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดใช้งานตรงกันหรือใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติดังนั้นโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องและทำให้โครงรถเกิดความเสียหายได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

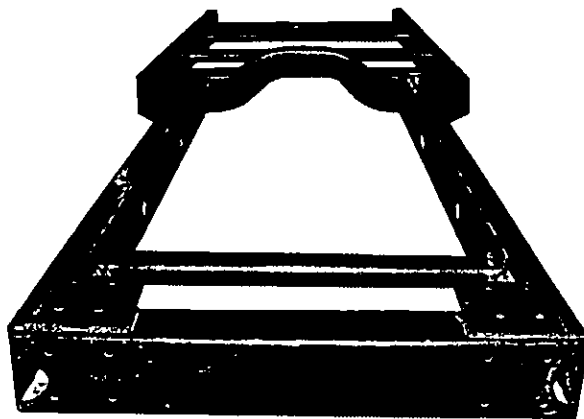
1. เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย
2. ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย

- | | |
|--|--------|
| 1. โครงรถเพื่อเกษตรกรของบริษัทสามมิตรสเปคเชียลทรัค จำกัด | 1 โครง |
| 2. คอมพิวเตอร์และพรินเตอร์พร้อมอุปกรณ์ | 1 ชุด |
| 3. โปรแกรมวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS version 8.1 | 1 ชุด |
| 4. โปรแกรมช่วยในการออกแบบ AutoCAD 2004 | 1 ชุด |

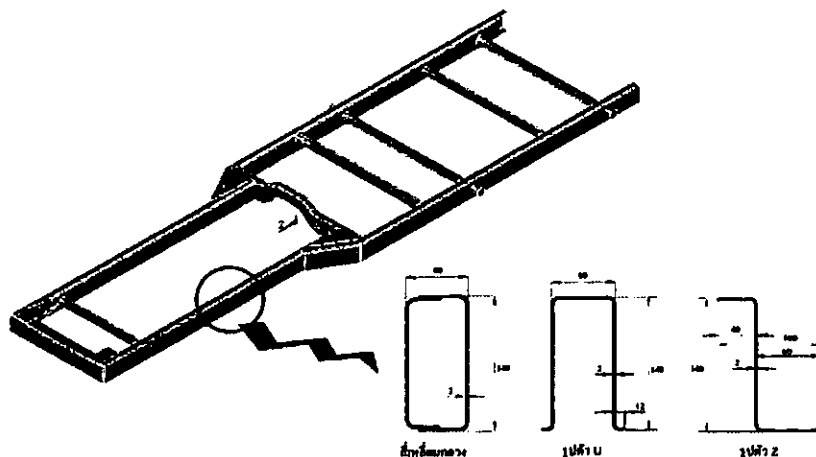
ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1. นำโครงรถเพื่อเกษตรกรมาทำการวัดขนาดที่แท้จริงและนำมาเขียนด้วยโปรแกรม AutoCAD 2004



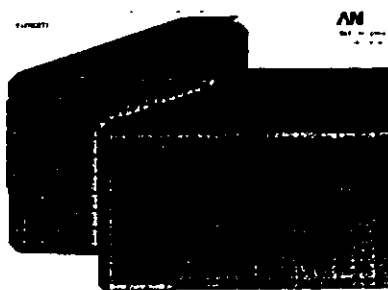
ภาพประกอบ 19 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผลิตโดยบริษัทสามมิตรสเปคเชียลทรัค จำกัด

2. ส่งไฟล์แบบโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ได้จากโปรแกรม AutoCAD 2004 ไปยังโปรแกรมวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS version 8.1 เพื่อทำเป็น Shell model และ Solid model



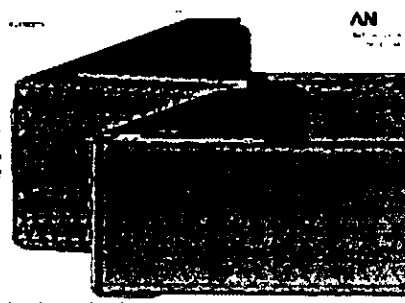
ภาพประกอบ 20 แบบโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ได้จากโปรแกรม AutoCAD 2004

3. กำหนดขนาดเมชและสมบัติวัสดุ ซึ่งโครงรถเพื่อเกษตรกรมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดาทำมาจากวัสดุตามมาตรฐาน JIS: G3113 มีคุณสมบัติดังนี้ ความเค้นที่จุดคาน (yield stress) $\sigma_y = 346 \text{ N/mm}^2$, ความเค้นประลัย (ultimate tensile strength) $\sigma_u = 506 \text{ N/mm}^2$, เปอร์เซนต์การยืดตัว (percent elongation) $\delta = 33\%$, โมดูลัสยืดหยุ่น (modulus of elasticity) $E = 205 \text{ GN/m}^2$, อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) $\nu = 0.3$, และ ความหนาแน่น (density) $\gamma = 7850 \text{ N/m}^3$ สำหรับงานวิจัยนี้ใช้เอลิเมนต์แบบ 20 node brick quadratic displacement ในกรณีที่เป็น Solid model และ 8 node shell quadratic displacement ในกรณีที่เป็น Shell model



ภาพประกอบ 21 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่สร้างเป็น Shell model และมีขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.

4. หาความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ที่ขนาดเมชเท่ากับ 30 mm.
5. เปลี่ยนขนาดเมชให้เล็กลงเป็นขนาดเมช 25 และ 20 mm. แล้วหาความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8
6. ทำ Solid model แล้วทำตามข้อ 2.3 – 2.5



ภาพประกอบ 22 โครงรถเพื่อเกษตรกรที่สร้างเป็น Solid model และมีขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.

7. เปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ขนาดเมชต่างกันของ Shell model และ Solid model เทียบกับความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดสอบโมเดล เพื่อเลือกขนาดเมชที่ให้ผลลัพธ์เข้าใกล้กับการทดสอบโมเดล
8. นำผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ 7 มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาความถี่ธรรมชาติโดยเปลี่ยนความหนาหน้าตัดโครงรถรูปสี่เหลี่ยมกลวงจาก 3.2 mm. เป็น 2.4 และ 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูปเพื่อหาความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 และให้ความหนาของหน้าตัดโครงรถคงที่ (2 mm.) แต่เปลี่ยนรูปร่างหน้าตัดโครงรถที่มีการผลิตแบบธรรมดา(หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวง รูปตัว U และรูปตัว Z) และแบบขึ้นรูป (รูปสี่เหลี่ยมกลวง) เพื่อหาความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8
9. นำผลที่ได้จากข้อ 8 มาเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์กับความถี่ใช้งาน
10. หาระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกร ที่มีความหนาของหน้าตัดต่างกัน ความหนาของหน้าตัดคงที่แต่รูปร่างหน้าตัดเปลี่ยนที่มีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป
11. หาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติกับระยะการโก่งและนำผลความถี่ธรรมชาติที่ได้เทียบกับความถี่ใช้งาน
12. เลือกโครงรถที่ให้ผลลัพธ์เหมาะสมมาดำเนินการปรับปรุงเพื่อให้ได้โครงรถที่ดีต่อไป

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยดังนี้

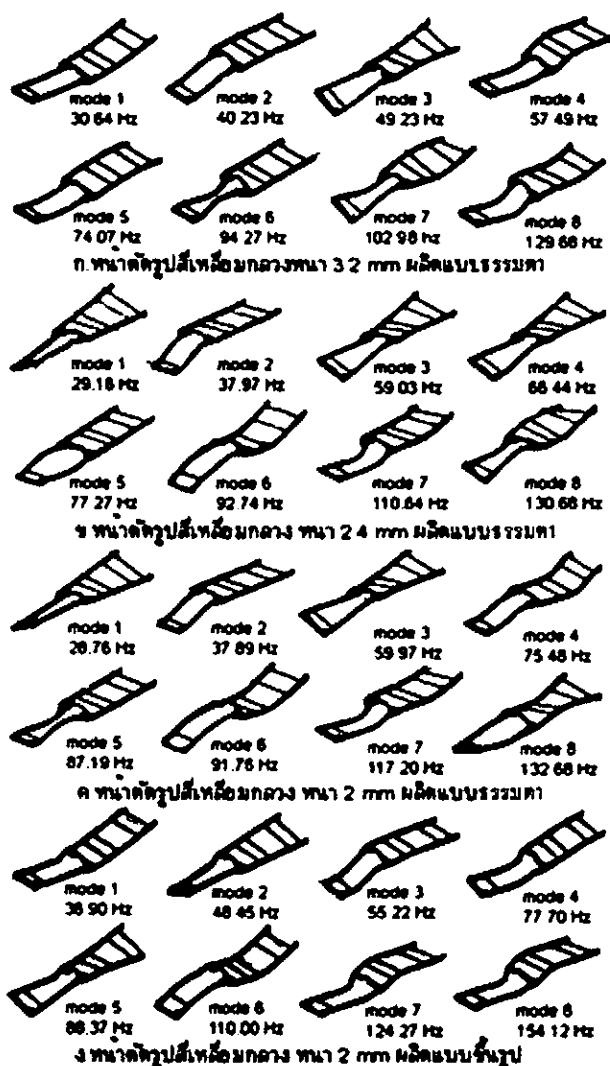
1. ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. ผลการเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกสถิตกับการวิเคราะห์สั่นสะเทือน
3. ผลการปรับปรุงโครงรถเพื่อเกษตรกรให้ได้โครงรถที่เหมาะสม

ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

1. ความถี่ธรรมชาติ เมื่อความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยนโดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

ตาราง 2 แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยนโดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

ความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Hz)				
ฐานนิยมที่	ผลิตแบบธรรมดา			ผลิตแบบขึ้นรูป
	☐ หน้า 2 mm	☐ หน้า 2.4 mm	☐ หน้า 3.2 mm	☐ หน้า 2 mm
1	28.76	29.14	30.64	36.90
2	37.89	37.97	40.23	48.45
3	59.97	59.03	49.03	55.22
4	75.48	66.44	57.49	77.70
5	87.19	77.27	74.07	88.37
6	91.76	92.74	94.27	110.00
7	117.20	110.64	102.28	124.27
8	132.68	130.68	129.68	154.12



ภาพประกอบ 23 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

จากตาราง 2 และภาพประกอบ 23 แสดงความถี่ธรรมชาติและ Mode shape ของโครงรถที่สร้างเป็น Solid model ขนาดเมช 20 mm. จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะเห็นว่าโครงรถรูปหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ของบริษัทสามมิตรสเปคเซียลเทรดจำกัด มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 เท่ากับ 30.64 Hz. ใกล้หรือตรงกับความถี่ใช้งาน 30 Hz. ของเครื่องยนต์ที่ให้แรงบิดสูงสุดหรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1800 rpm ทำให้มีโอกาสเกิดการสั่นพ้องได้และโครงรถเกิดความ

เสียหาย ขณะที่โครงรถรูปหน้าตัดสี่เหลี่ยมกลางหนา 2 mm. ผลิตแบบขึ้นรูปที่ผู้วิจัยออกแบบมีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าเท่ากับ 36.90 Hz. ไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน 30 Hz. ของเครื่องยนต์ที่ให้แรงบิดสูงสุด หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1800 rpm ดังนั้นโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจึงไม่มี ขณะที่ฐานนิยมที่ 2 มีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 48.45 Hz. ห่างจากความถี่ใช้งานเล็กน้อยซึ่งความถี่ใช้งานมีค่าเท่ากับ 46.67 Hz. ที่เครื่องยนต์ให้แรงบิดใช้งานหรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2800 rpm ทำให้มีโอกาสที่น่าจะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้

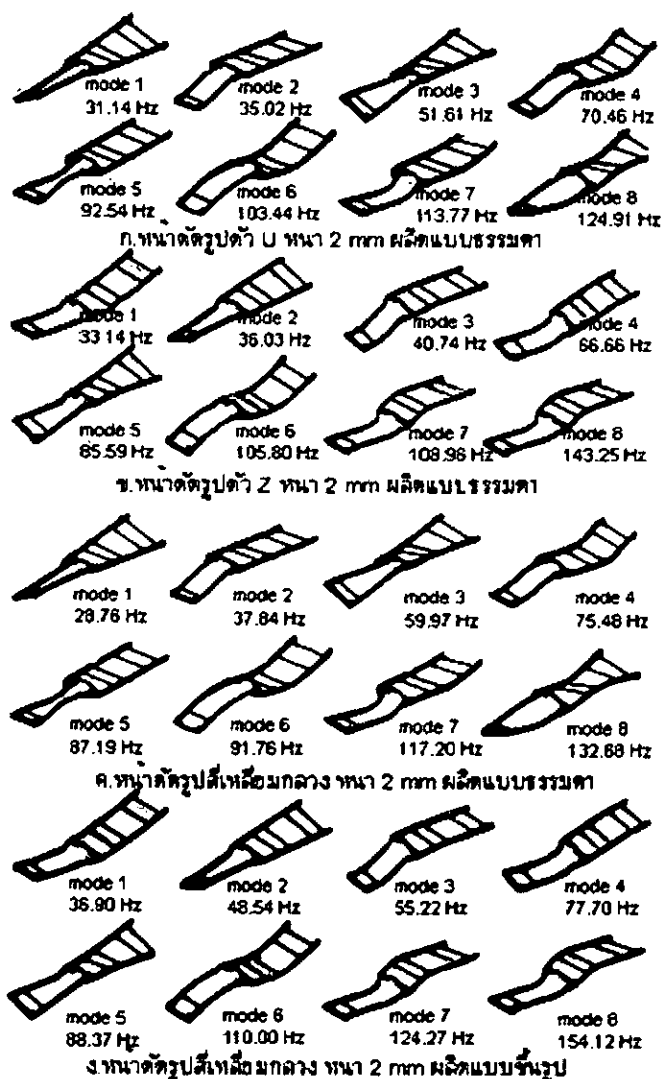
2. ความถี่ธรรมชาติ เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่แต่รูปหน้าตัดของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดา กับแบบขึ้นรูป

ตาราง 3 แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่ แต่รูปหน้าตัดของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

ความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Hz)				
ฐานนิยมที่	ผลิตแบบธรรมดา			ผลิตแบบขึ้นรูป
	□ หน้า 2 mm	Z หน้า 2 mm	U หน้า 2 mm	□ หน้า 2 mm
1	28.76	33.14	31.14	36.90
2	37.89	36.03	35.02	48.45
3	59.97	40.74	51.60	55.22
4	75.48	66.66	70.46	77.70
5	87.19	85.59	92.54	88.37
6	91.76	105.80	103.44	110.00
7	117.20	108.96	113.77	124.27
8	132.68	143.25	124.91	154.12

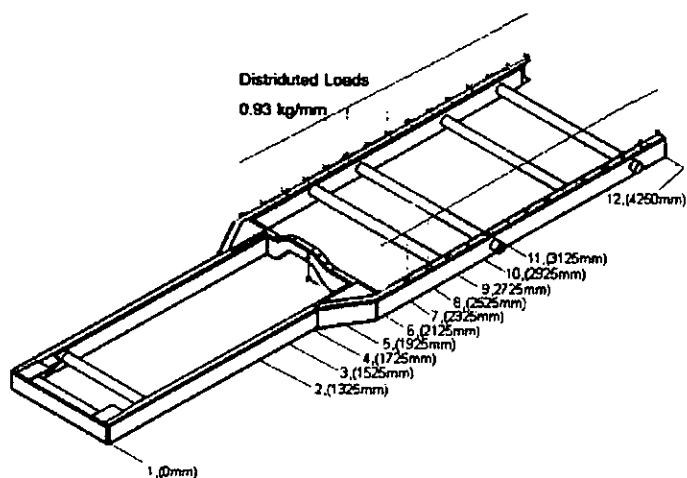
จากตาราง 3 และภาพประกอบ 24 แสดงความถี่ธรรมชาติและ Mode shape ของโครงรถที่สร้างเป็น Solid model ขนาดเมช 20 mm. จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะเห็นว่าโครงรถ

หน้าตัดรูปตัว U และตัว Z หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมชาติที่ผู้วิจัยออกแบบมีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าเท่ากับ 31.14 และ 33.14 Hz. ตามลำดับ ห่างจากความถี่ใช้งานเล็กน้อยซึ่งความถี่ใช้งานมีค่าเท่ากับ 30 Hz. ที่เครื่องยนต์ให้แรงบิดสูงสุดหรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1800 rpm ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้

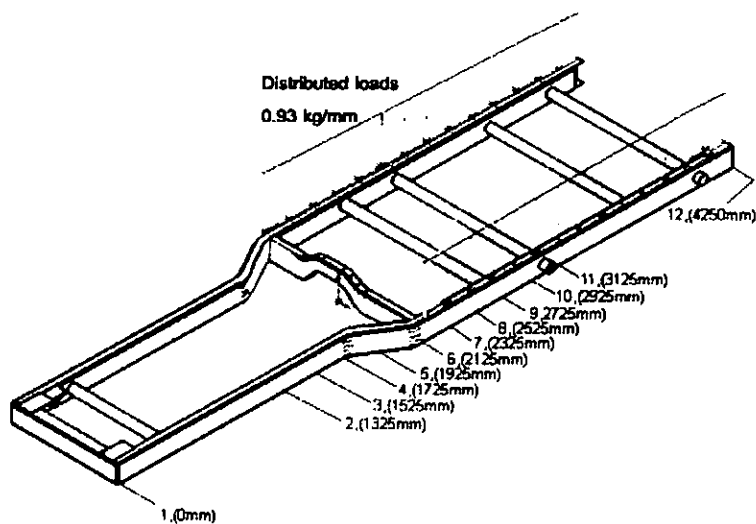


ภาพประกอบ 24 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่แต่หน้าตัดของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมชาติและแบบขึ้นรูป

ผลการเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกสัดกับการวิเคราะห์การ
สันสะท้อน



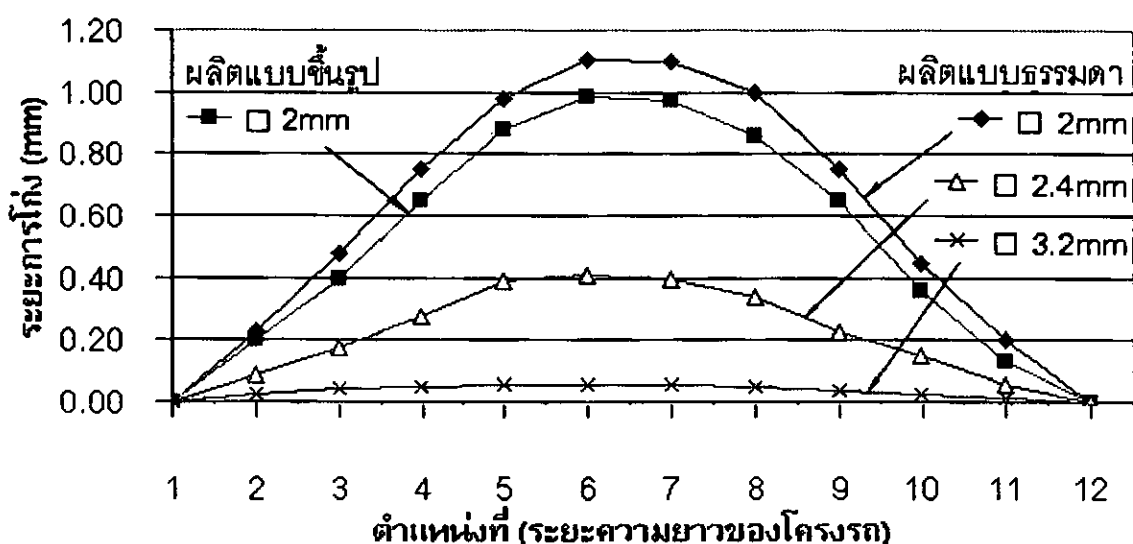
(ก) โครงรถเพื่อเกษตรกรรมผลิตแบบธรรมดา



(ข) โครงรถเพื่อเกษตรกรรมผลิตแบบขึ้นรูป

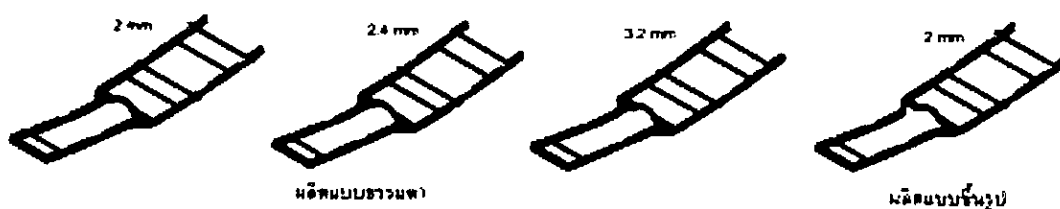
ภาพประกอบ 25 แสดงตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถและน้ำหนักบรรทุกที่กระทำลงบนโครงรถ
ที่ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

1. ระยะการโก่ง เมื่อความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป



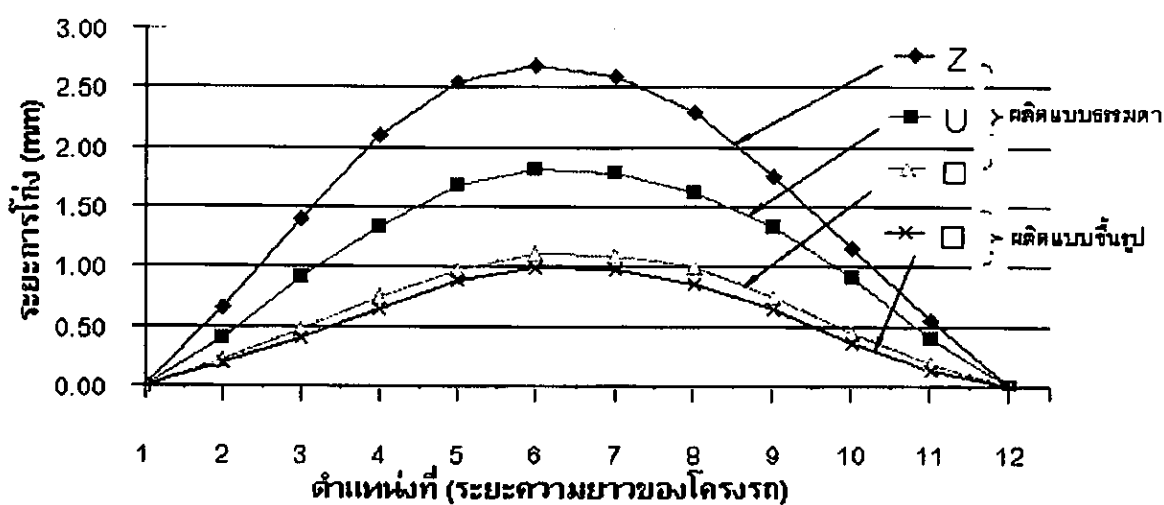
ภาพประกอบ 26 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกร ที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง มีความหนาต่างกัน ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป

จากภาพประกอบ 26 จะเห็นว่าโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผลิตแบบธรรมดาและมีความหนา 3.2 mm. มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.059 mm. อยู่ ณ ตำแหน่งที่ 6 และระยะการโก่ง ณ ที่ตำแหน่ง ระยะความยาวของโครงรถแต่ละตำแหน่งมีระยะการโก่งน้อยสุดเมื่อเทียบกับโครงรถอื่น นั้นหมายความว่าโครงรถมีความแข็งแรงมากสุดในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต ส่วนโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผลิตแบบ ธรรมดาและมีความหนา 2.4 mm. และ 2 mm. มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.411 mm. และ 1.107 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ตามลำดับ ขณะที่โครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผลิตแบบขึ้นรูปและมีความหนา 2 mm. มี ระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.986 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 เช่นเดียวกัน ซึ่งโครงรถทั้ง 4 โครงสามารถ นำไปใช้ได้ ทั้งนี้เพราะอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม (รายละเอียดระยะการโก่ง แต่ละตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถแสดงดังตาราง 12 ในภาคผนวก ค)



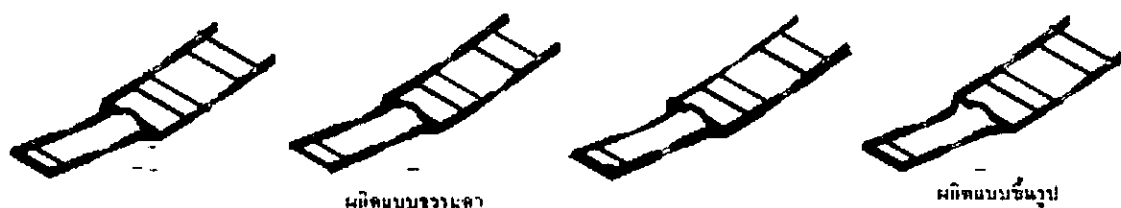
ภาพประกอบ 27 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง มีความหนาต่างกัน ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด

2. ระยะการโก่ง เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่แต่รูปหน้าตัดของโครงรถเปลี่ยน โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป



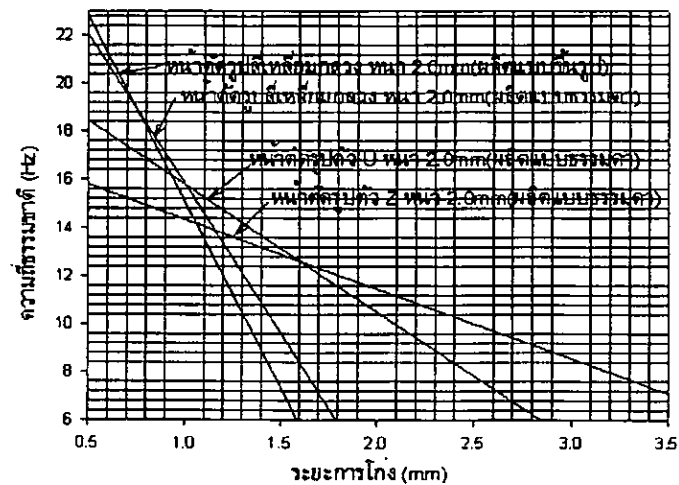
ภาพประกอบ 28 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดและการผลิตต่างกัน โดยความหนาของหน้าตัดเท่ากับ 2 mm.

จากภาพประกอบ 28 จะเห็นว่าโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงและมีการผลิตแบบขึ้นรูป มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.986 mm. อยู่ ณ ตำแหน่งที่ 6 ระยะการโก่ง ณ ที่ตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถแต่ละตำแหน่ง มีระยะการโก่งน้อยสุดในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิตเมื่อเทียบกับโครงรถอื่น นั้นหมายความว่าโครงรถมีความแข็งแรงมากสุดในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต ส่วนโครงรถที่มีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง ตัว U และตัว Z ที่มีการผลิตแบบธรรมดา มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 1.107, 1.819 และ 2.689 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ตามลำดับ ในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต ซึ่งโครงรถทั้ง 4 โครงสามารถนำไปใช้ได้ ทั้งนี้เพราะอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม (รายละเอียดระยะการโก่งแต่ละตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถแสดงดังตาราง 12 ในภาคผนวก ค)

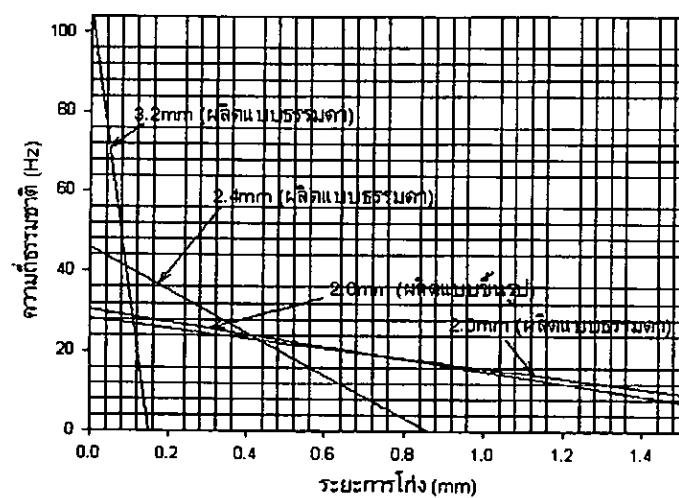


ภาพประกอบ 29 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัด และการผลิตต่างกัน ความหนา 2 mm. โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด

3. ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต



(ก) ความหนาหน้าตัดคงที่ แต่รูปหน้าตัดโครงรถเปลี่ยน



(ข) ความหนาหน้าตัดเปลี่ยน แต่รูปหน้าตัดโครงรถเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ภาพประกอบ 30 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งของโครงรถเพื่อ
เกษตรกรในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต

จากภาพประกอบ 30ก จะเห็นว่าระยะการโค้งงอของโครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2 mm. ผลิตแบบขึ้นรูป มีระยะการโค้งงอน้อยสุดเมื่อเทียบกับรูปหน้าตัดอื่นที่มีความหนาเท่ากันแต่ผลิตแบบธรรมดา โดยโครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2 mm. ผลิตแบบขึ้นรูปจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 0.986 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 15.871 Hz. ขณะที่ระยะการโค้งงอ 0.200 mm. ณ ตำแหน่งที่ 2 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 35.240 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย

โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว Z หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 2.689 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 9.611 Hz. แต่ที่ระยะการโค้งงอ 0.550 mm. ณ ตำแหน่งที่ 11 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 21.251 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย

โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 1.819 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 11.685 Hz. แต่ที่ระยะการโค้งงอ 0.402 mm. ณ ตำแหน่งที่ 2 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 24.857 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย

ขณะที่ภาพประกอบ 30ข จะเห็นว่าระยะการโค้งงอของโครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอน้อยสุดเมื่อเทียบกับรูปหน้าตัดอื่นที่มีความหนาเปลี่ยนแปลง แต่ผลิตแบบธรรมดาและแบบขึ้นรูป โดยโครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 0.059 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 64.883 Hz. แต่ที่ระยะการโค้งงอ 0.015 mm. ณ ตำแหน่งที่ 11 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 128.679 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย

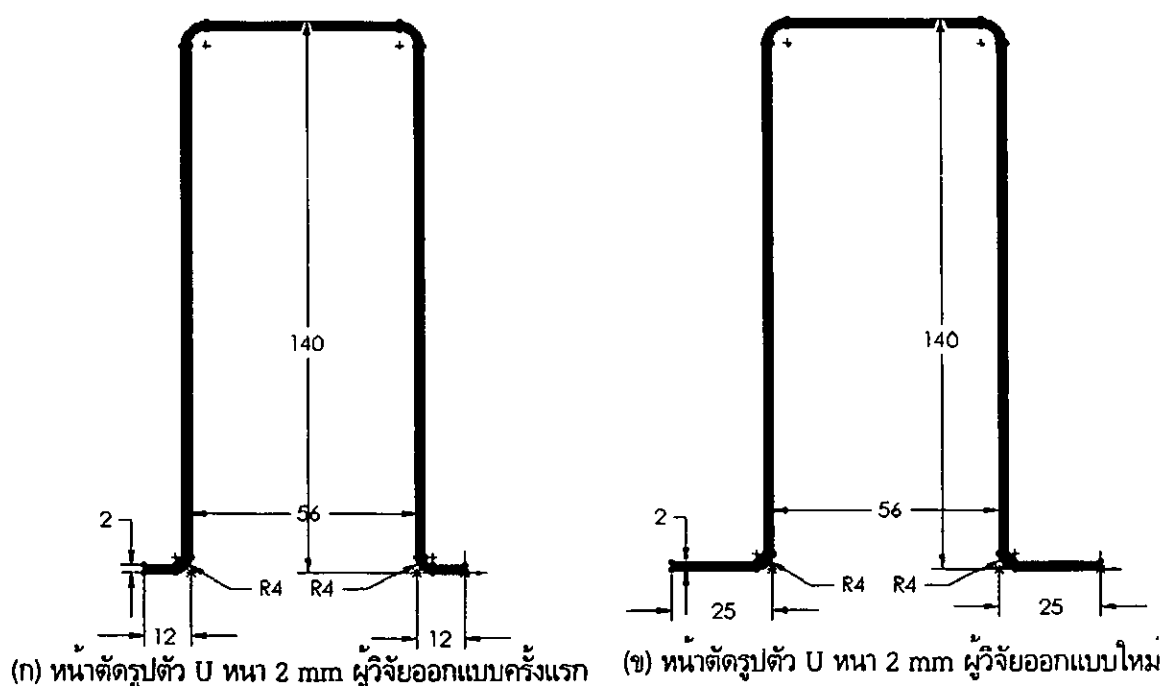
โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2.4 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 0.411 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 24.583 Hz. แต่ที่ระยะการโค้งงอ 0.060 mm. ณ ตำแหน่งที่ 11 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 64.339 Hz. ขณะที่ระยะการโค้งงอ 0.280 mm. ณ ตำแหน่งที่ 4 มีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 29.784 Hz. ซึ่งใกล้เคียงหรือตรงกับความถี่ใช้งานที่ 30 Hz. ดังนั้นจึงมีโอกาสดังกล่าวเกิดการสั่นพ้องได้ ทำให้โครงรถเกิดความเสียหาย

โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาจะมีระยะการโค้งงอสูงสุดเท่ากับ 1.107 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 14.979 Hz. Hz. แต่ที่ระยะการโค้งงอ 0.200 mm. ณ ตำแหน่งที่ 11 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 35.240 Hz.

ขณะที่ระยะการโก่ง 0.230 mm. ณ ตำแหน่งที่ 2 มีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 32.862 Hz. ซึ่งใกล้เคียงกับความถี่ใช้งานที่ 30 Hz. ดังนั้นจึงมีโอกาสเกิดการสั่นพ้องได้ ทำให้โครงรถเกิดความเสียหาย

รายละเอียดความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิตของโครงรถแสดงดังตาราง 12 ในภาคผนวก ก

ผลการปรับปรุงโครงรถเพื่อเกษตรกรให้ได้โครงรถที่เหมาะสม



ภาพประกอบ 31 แสดงรูปหน้าตัดตัว U หนา 2 mm. ของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก และออกแบบใหม่

จากผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และผลการเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกสถิตกับการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ผู้วิจัยพบว่าโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผู้วิจัยออกแบบมีความเหมาะสมกว่าโครงรถเดิมที่บริษัทผลิตขึ้น ซึ่งโครงรถที่เหมาะสมที่จะนำไปออกแบบใหม่คือโครงรถที่มีรูปหน้าตัดสี่เหลี่ยมกลวง หนา 2 mm. ผลิตแบบขึ้นรูป

หน้าตัดรูปตัว U และหน้าตัดรูปตัว Z หน้า 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ซึ่งการนำโครงรถไปออกแบบและปรับปรุงใหม่สำหรับผู้วิจัยเลือกในครั้งนี้คือ โครงรถเพื่อเกษตรกรหน้าตัดรูปตัว U หน้า 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ทั้งนี้เพราะโครงรถดังกล่าวมีกระบวนการผลิตที่ง่ายกว่าอีกสองแบบและผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ก็ใกล้เคียงกับสองแบบดังกล่าวมาแล้วข้างต้น จากภาพประกอบ 31ก แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีหน้าตัดเป็นรูปตัว U หน้า 2 mm. ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกมีความกว้างของปีกเท่ากับ 12 mm. เทียบกับโครงรถหน้าตัดรูปตัว U หน้า 2 mm. ที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ โดยมีความกว้างของปีกเท่ากับ 25 mm. ส่วนมิติอื่น ๆ ของหน้าตัดมีค่าเท่ากันหมด

1. ความถี่ธรรมชาติ เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่ โดยมีรูปหน้าตัดของโครงรถเป็นรูปตัว U มีการผลิตแบบธรรมดา

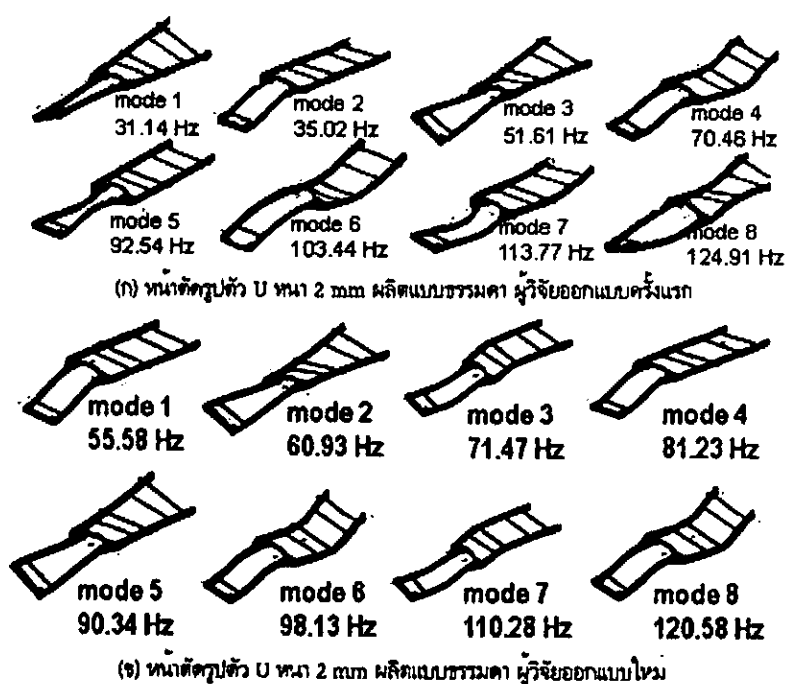
ตาราง 4 แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่ โดยมีรูปหน้าตัดของโครงรถเป็นรูปตัว U มีการผลิตแบบธรรมดา

ความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Hz)		
ฐานนิยมที่	ผลิตแบบธรรมดา	
	U ₁ หน้า 2 mm	U ₂ หน้า 2 mm
1	31.14	55.58
2	35.02	60.93
3	51.60	71.47
4	70.46	81.23
5	92.54	90.34
6	103.44	98.13
7	113.77	110.28
8	124.91	120.58

หมายเหตุ U₁ หมายถึงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก

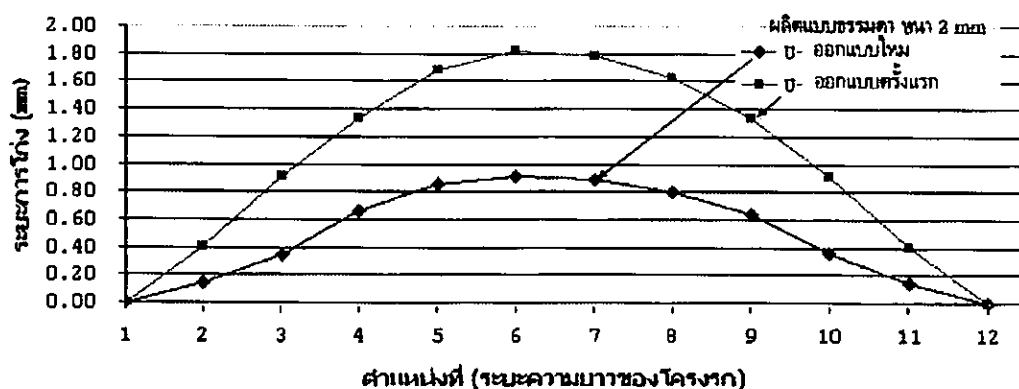
U₂ หมายถึงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่

จากตาราง 4 และภาพประกอบ 32 แสดงความถี่ธรรมชาติและ Mode shape ของโครงรถที่สร้างเป็น Solid model ขนาดเมช 20 mm. จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะเห็นว่าโครงรถหน้าตัดรูปตัว U₂ หน้า 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1, 2 และ 3 มีค่าเท่ากับ 55.58, 60.93 และ 71.47 Hz. ตามลำดับ ซึ่งมากกว่าความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดสูงสุด 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1800 rpm และความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดใช้งาน 46.67 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2800 rpm ดังนั้นโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก โอกาสที่โครงรถจะเกิดความเสียหายอันเกิดจากการสั่นพ้องจึงไม่มี เมื่อเทียบกับโครงรถหน้าตัดรูปตัว U₁ ที่ผู้วิจัยได้ออกแบบครั้งแรก



ภาพประกอบ 32 แสดงความถี่ธรรมชาติ Mode shape ที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของโครงรถหน้าตัดรูปตัว U ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกและออกแบบใหม่ หน้า 2 mm. โดยโครงรถมีการผลิตแบบธรรมดา

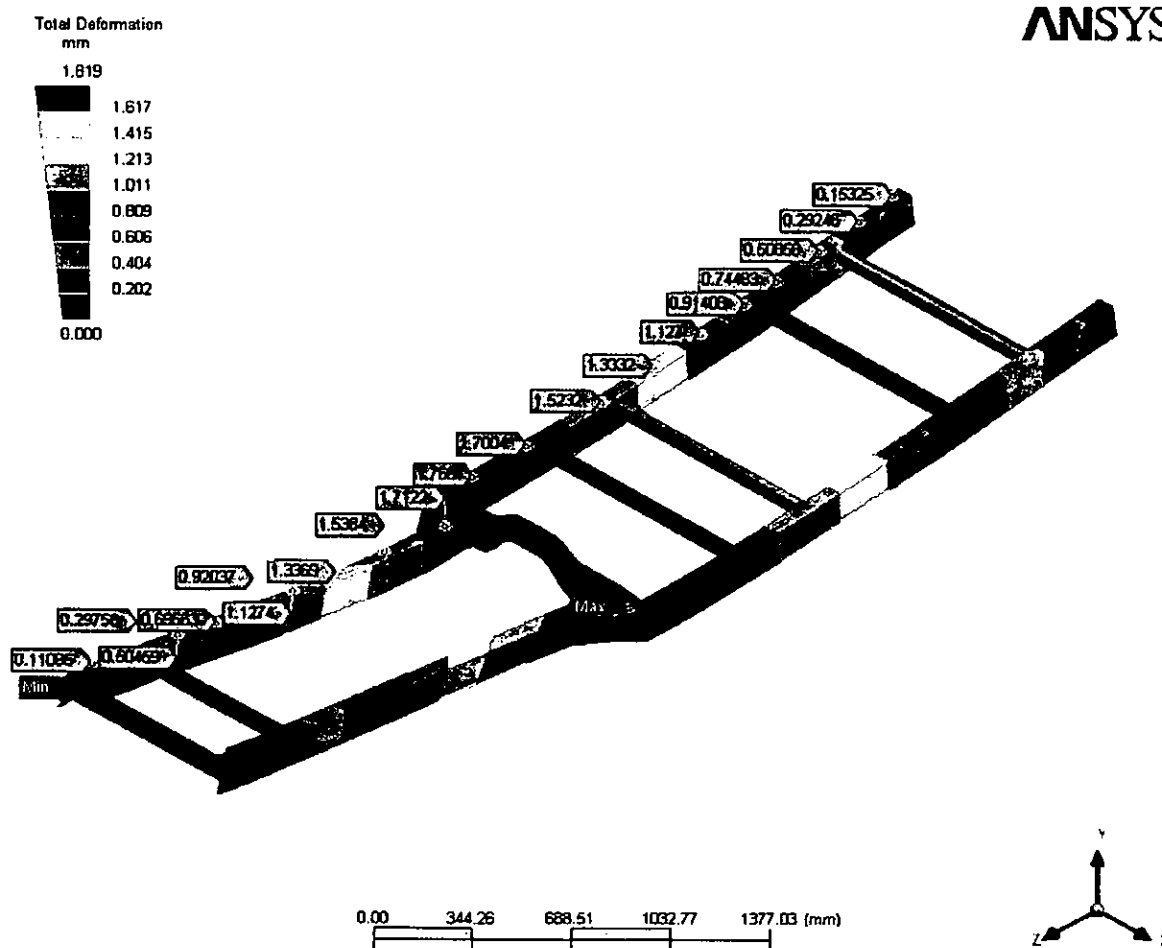
2. ระยะการโก่ง เมื่อความหนาของหน้าตัดคงที่ โดยมีรูปหน้าตัดของโครงรถเป็นรูปตัว U มีการผลิตแบบธรรมดา



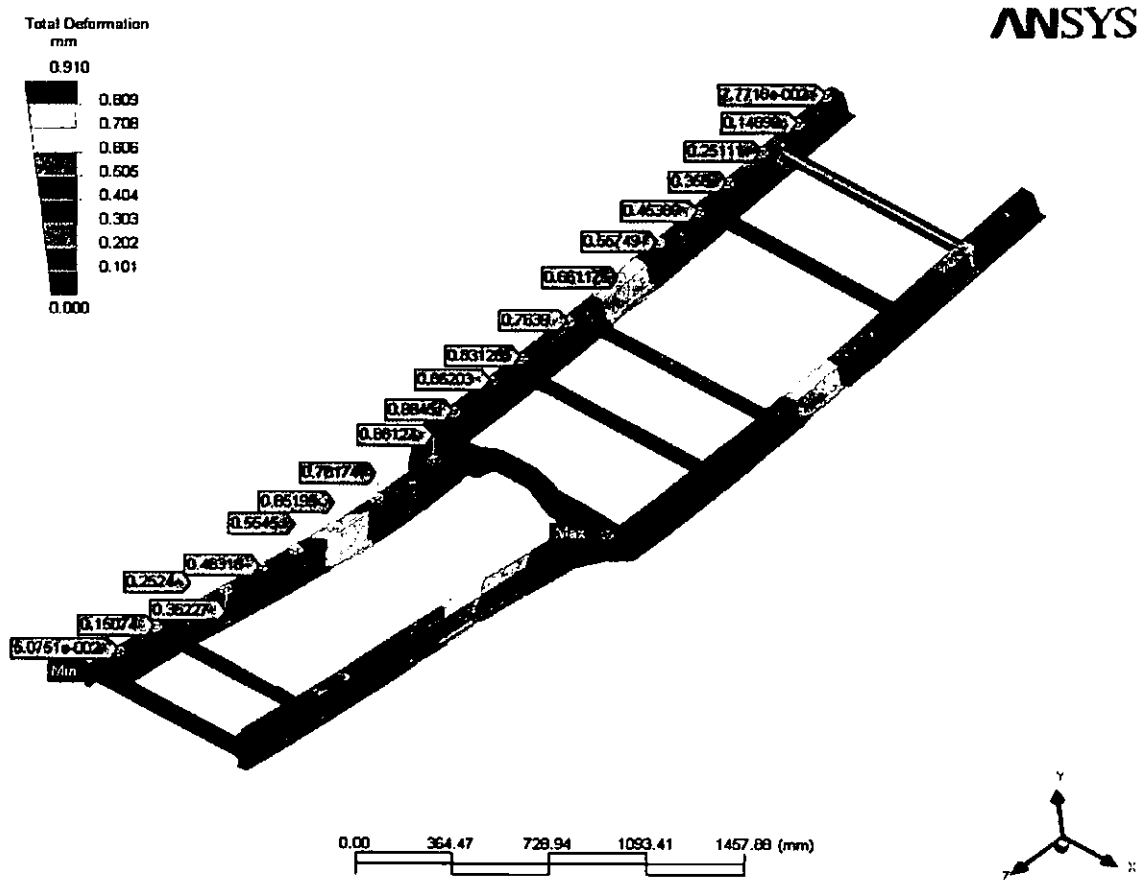
ภาพประกอบ 33 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งต่าง ๆ กับระยะการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกร ที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U โดยความหนาของหน้าตัดเท่ากับ 2 mm.

จากภาพประกอบ 33 จะเห็นว่าโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U และมีการผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.910 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ และ ที่ตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถแต่ละตำแหน่ง มีระยะการโก่งน้อยกว่าในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต เมื่อเทียบกับระยะการโก่งโครงรถที่มีหน้าตัดเป็นรูปตัว U ที่มีการผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกมีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 1.819 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ ในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิต แต่โครงรถทั้ง 2 โครงก็สามารถใช้ได้เพราะอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม (รายละเอียดระยะการโก่งแต่ละตำแหน่งระยะความยาวของโครงรถแสดงดังตาราง 12 ในภาคผนวก ค)

ANSYS

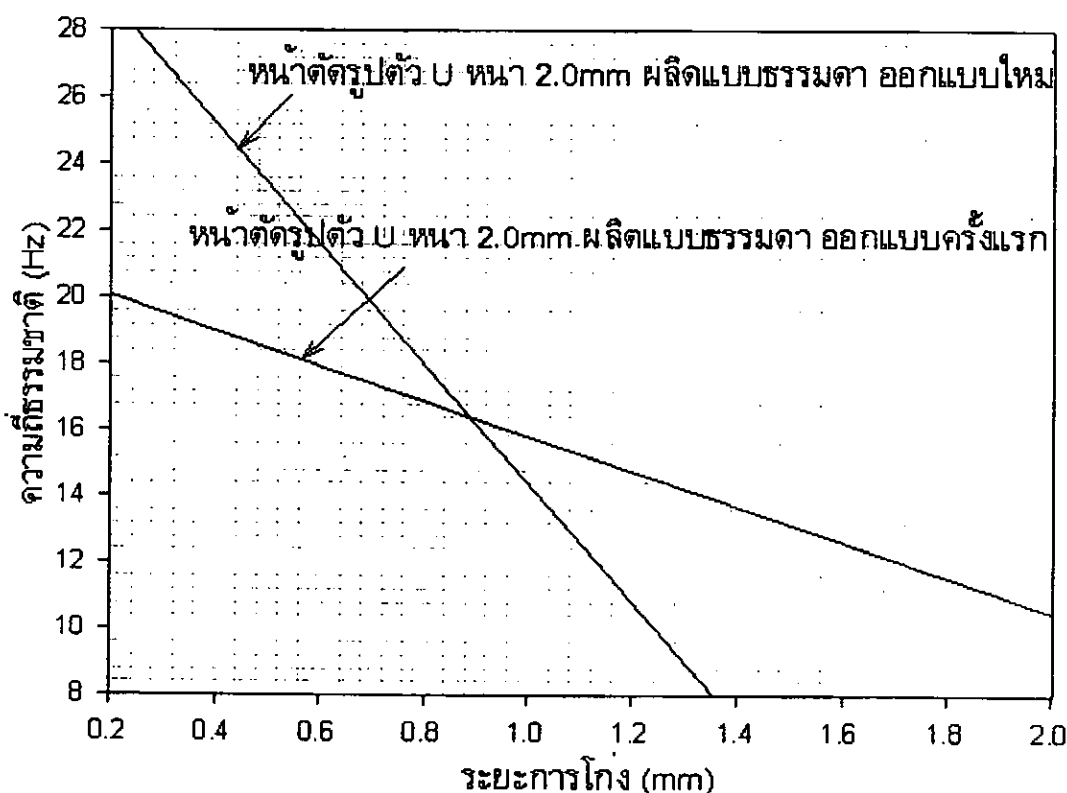


ภาพประกอบ 34 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดา ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด



ภาพประกอบ 35 แสดงรูปร่างการโก่งของโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตรูปแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ โดยสีน้ำเงินแสดงระยะการโก่งน้อยสุด และสีแดงแสดงระยะการโก่งมากที่สุด

3. ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติและระยะการโก่งในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิตของโครงรูปตัว U หน้า 2 mm. ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรกและออกแบบใหม่ผลิตแบบธรรมดา

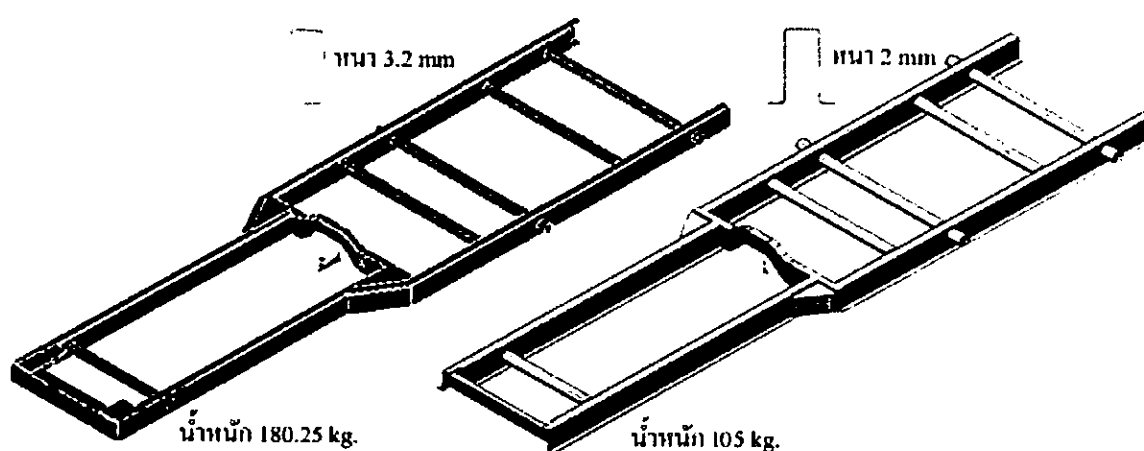


ภาพประกอบ 36 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ธรรมชาติ และระยะการโก่งของโครงรถเพื่อ
 เกษตรกรในการรับน้ำหนักบรรทุกสถิตของโครงรูปตัว U หน้า 2 mm. ที่ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก
 และออกแบบใหม่ผลิตแบบธรรมดา

จากภาพประกอบ 36 โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หน้า 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่
 ผู้วิจัยออกแบบครั้งแรก มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 1.819 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือ
 เท่ากับความถี่ธรรมชาติ 11.685 Hz. แต่ที่ระยะการโก่ง 0.402 mm. ณ ตำแหน่งที่ 2 ของโครงรถมี
 ความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 24.857 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึง
 เกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย โครงรถที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หน้า 2 mm. ผลิต

แบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ มีระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.910 mm. ณ ตำแหน่งที่ 6 ของโครงรถ หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 16.521 Hz. แต่ที่ระยะการโก่ง 0.149 mm. ณ ตำแหน่งที่ 2 ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติสูงสุดเท่ากับ 40.828 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ดังนั้นโอกาสเกิดการสั่นพ้องจึงเกิดได้ยาก ทำให้โครงรถไม่เกิดความเสียหาย

4. เปรียบเทียบโครงเดิมกับโครงรถที่ผู้วิจัยออกแบบปรับปรุงใหม่



(ก) โครงรถเดิมหนา 3.2 mm.

(ข) โครงรถที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่หนา 2 mm.

ภาพประกอบ 37 แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ เทียบกับโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง หนา 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดา

จากภาพประกอบ 37 แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่ เทียบกับโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวง หนา 3.2 mm. ผลิตแบบธรรมดา พบว่าโครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 เท่ากับ 55.58 Hz. ฐานนิยมที่ 2 เท่ากับ 60.93 Hz. และฐานนิยมที่ 3 เท่ากับ 71.47 Hz. ตามลำดับ มีค่าไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน 30 และ 46.67 Hz. หรือเครื่องยนต์ทำงานที่ความเร็วรอบ 1800 และ 2800 rpm ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดเท่ากับ 0.910 mm. หรือเท่ากับความถี่ธรรมชาติ 16.521 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งานเช่นกัน ดังนั้น

โอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจึงไม่มี และระยะการโก่งก็ไม่เกินเกณฑ์ที่กำหนดไว้ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม นอกจากนี้น้ำหนักของโครงรถที่ออกแบบใหม่ก็มีน้ำหนักน้อยกว่าน้ำหนักโครงรถเดิมประมาณ 42 %

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิเคราะห์การสั่นสะเทือนและเปรียบเทียบมิติของโครงรถที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกทางสถิตกับการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถเพื่อเกษตรกร โดยวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ ตลอดจนปรับปรุงโครงรถเพื่อเกษตรกรให้ได้โครงรถที่เหมาะสม โดยโครงรถที่นำมาทำการวิจัยคือโครงรถเพื่อเกษตรกรที่ใช้กับรถชนิดขับเคลื่อนสองเพลลา ของบริษัทสามมิตรสเปคเซียลเทรดจำกัด รุ่น SA 2031 ทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 โดยมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ซึ่งในการทำวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้โปรแกรม ANSYS 8.1 และ AutoCAD 2004 และมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัยดังนี้คือ นำโครงรถเพื่อเกษตรกร มาวัดขนาดและสร้างเป็น Solid model และ Shell model กำหนดขนาดเมชเท่ากับ 20, 25, และ 30 mm. และกำหนดสมบัติวัสดุ เพื่อหาความถี่ธรรมชาติโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เทียบกับความถี่ธรรมชาติที่หาได้โดยการทดสอบโมดัล เพื่อให้ได้ความถี่ธรรมชาติใกล้เคียงกัน ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยเปลี่ยนความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงของโครงรถที่ผลิตแบบธรรมดาจากความหนา 3.2 mm. เป็น 2.4, และ 2 mm. ตามลำดับ และผลิตแบบขึ้นรูปหนา 2 mm. และให้ความหนาหน้าตัดโครงรถเท่ากับ 2 mm. คงที่แต่หน้าตัดเป็นรูปตัว U, และตัว Z ผลิตแบบธรรมดา เพื่อหาความถี่ธรรมชาติเทียบกับความถี่ใช้งาน และหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะการโก่งของโครงรถกับความถี่ธรรมชาติ เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิต เทียบกับความถี่ใช้งาน

สรุปผล

ผลการวิจัยพบว่า โครงรถเพื่อเกษตรกรที่ใช้กับรถชนิดขับเคลื่อนสองเพลลา ผลิตแบบธรรมดาและทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G3113 หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 3.2 mm. ของบริษัทสามมิตรสเปคเซียลเทรดจำกัด รุ่น SA 2031 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยม 1 เท่ากับ 30.64 Hz. ใกล้ความถี่ใช้งาน 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm มากโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถเสียหายได้ แต่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถนี้เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตตามเกณฑ์ขนส่งทางบก จะมีค่าเท่ากับ 0.059 mm. หรือที่ความถี่ธรรมชาติ 64.883 Hz. ซึ่งโครงรถนี้จะมีระยะโก่งน้อยสุดเมื่อเทียบกับโครงรถอื่นที่ได้ออกแบบใหม่ จึงกล่าวได้ว่าโครงรถมีความแข็งแรงมากสุดในขณะรับภาระสถิตและอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม แต่เมื่อนำมาประกอบเป็นรถทั้งคันจะพบว่า น้ำหนักรวมของรถเกินกว่าที่กำหนดไว้ใน พ.ร.บ. ของกรม

ขนส่งทางบก กระบวนการน้ำหนักคือ 1600 kg. จึงสรุปได้ว่า โครงรถนี้ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรรมที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2.4 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ออกแบบใหม่และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 เท่ากับ 29.14 Hz. มีค่าใกล้ความถี่ใช้งาน 30 Hz. ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถเสียหายได้ ถึงแม้ว่าระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถนี้เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดจะมีค่าเท่ากับ 0.411 mm. หรือที่ความถี่ธรรมชาติ 24.583 Hz. ขณะที่ระยะการโก่งเท่ากับ 0.280 mm. มีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 29.784 Hz. มีค่าใกล้ความถี่ใช้งาน 30 Hz. ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถเสียหายได้ ถึงแม้ว่าระยะการโก่งไม่เกินเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก และโครงรถยังมีน้ำหนักลดลงประมาณ 25% จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรรมที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ออกแบบใหม่และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 เท่ากับ 28.76 Hz. มีค่าใกล้ความถี่ใช้งาน 30 Hz. ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้ ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถนี้เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดจะมีค่าเท่ากับ 1.107 mm. หรือที่ความถี่ธรรมชาติ 14.979 Hz. ซึ่งไม่เกินเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก แต่ที่ระยะการโก่ง 0.230 mm. ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 32.862 Hz. ซึ่งใกล้ความถี่ใช้งาน 30 Hz. ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้เช่นกัน ถึงแม้ว่าโครงรถมีน้ำหนักลดลงประมาณ 37.5% จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรรมที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว Z หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ออกแบบใหม่ และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 และฐานนิยมที่ 2 มีค่าเท่ากับ 33.14 Hz. และ 36.03 Hz. ตามลำดับ ไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถนี้เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดจะมีค่าเท่ากับ 2.689 mm. หรือที่ความถี่ธรรมชาติ 9.611 Hz. ซึ่งไม่เกินเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระบวนการน้ำหนัก และไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm ทำให้ไม่มีโอกาสเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถเสียหายได้ และโครงรถมีน้ำหนักลดลงประมาณ 50 % จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้เหมาะที่จะนำไปปรับปรุงให้ดีขึ้นอีกเพื่อใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรรมที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมกลวงหนา 2 mm. ผลิตแบบขั้นรูปที่ออกแบบใหม่ และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าเท่ากับ 36.90 Hz. ตามลำดับ ไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์

1,800 rpm แต่ที่ฐานนิยมที่ 2 มีค่าเท่ากับ 48.45 Hz มีค่าใกล้ความถี่ใช้งาน 46.67 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2,800 rpm ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้ ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดจะมีค่าเท่ากับ 0.986 mm. หรือความถี่ธรรมชาติ 15.871 Hz ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบกกำหนดไว้เมื่อรับภาระสถิตที่กำหนด และไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ถึงแม้ว่าโครงรถจะมีน้ำหนักลดลงประมาณ 45% จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้เหมาะที่จะนำไปปรับปรุงให้ดีขึ้นอีกเพื่อใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ออกแบบใหม่ และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าเท่ากับ 31.14 Hz. ใกล้เคียงความถี่ใช้งานที่ 30 Hz. หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm ทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยได้ ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดมีค่าเท่ากับ 1.819 mm. หรือความถี่ธรรมชาติ 11.685 Hz. ซึ่งไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน และระยะการโก่งก็อยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม กำหนดไว้เมื่อรับภาระสถิตที่กำหนด ตลอดจนโครงรถก็มีน้ำหนักลดลงประมาณ 43% จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้เหมาะที่จะนำไปปรับปรุงให้ดีขึ้นอีกเพื่อใช้งานหรือผลิตต่อไป

โครงรถเพื่อเกษตรกรที่มีรูปหน้าตัดเป็นรูปตัว U หนา 2 mm. ผลิตแบบธรรมดาที่ผู้วิจัยออกแบบปรับปรุงใหม่ และทำจากวัสดุเหล็กมาตรฐาน JIS G 3113 มีความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1, 2, และ 3 มีค่าเท่ากับ 55.58, 60.93, และ 71.47 Hz. ตามลำดับ มีค่าไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน ทำให้ไม่มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นพ้องจนทำให้โครงรถไม่ปลอดภัยหรือเสียหายได้ ขณะที่ระยะการโก่งสูงสุดของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่กำหนดมีค่าเท่ากับ 0.910 mm. หรือความถี่ธรรมชาติ 16.521 Hz. มีค่าไม่ตรงกับความถี่ใช้งาน และระยะการโก่งก็อยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบก กระทรวงคมนาคม กำหนดไว้เมื่อรับภาระสถิตที่กำหนด ตลอดจนโครงรถก็มีน้ำหนักลดลงประมาณ 42% จากโครงรถเดิม จึงสรุปได้ว่าโครงรถนี้สามารถนำไปใช้งานและผลิตในเชิงพาณิชย์ได้

ข้อเสนอแนะ

1. ควรออกแบบโครงรถให้ความถี่ธรรมชาติอยู่ห่างจากความถี่ใช้งานมากพอควร เพื่อหลีกเลี่ยงการเกิดการสั่นพ้องอันจะทำให้โครงรถเสียหายได้
2. ระยะการโก่งของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกสถิตที่ตำแหน่งใด ๆ ของโครงรถมีความถี่ธรรมชาติตรงกับหรือใกล้กับความถี่ใช้งานมาก ควรดำเนินการออกแบบบริเวณนั้นใหม่

3. ควรหาอายุการใช้งานของโครงรถเพื่อเป็นการประกันการใช้งานของลูกค้า ตลอดจนทำให้เกิดการลดต้นทุนในการผลิตโครงรถ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กฤษณะ พิมพ์า, มนตรี ไวยมิตร และ เอกราช ปั่นแก้ว. (2546). *การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโครงสร้างด้วยวิธีการวิเคราะห์โมดัล*. โครงการงานวิศวกรรมศาสตร์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต. (วิศวกรรมเครื่องกล). นครนายก : คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- โกศล ชื่นศิริพงษ์. (2539). *การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโครงสร้างสามล้อเครื่องโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์*. วิทยานิพนธ์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. ถ่ายเอกสาร.
- เดช พุทธเจริญทอง. (2542). *การวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ธนู จุฑาชัย. (2544). *การสั่นสะเทือนเชิงกล*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ ส.ส.ท.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. (2545). *การวิเคราะห์และออกแบบงานทางวิศวกรรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์*. ปทุมธานี : ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ.
- พระราชบัญญัติรถยนต์ (ฉบับที่ 5) พ.ศ.2522. (2522, 25 กรกฎาคม). ราชกิจจานุเบกษา ฉบับพิเศษ. เล่ม 102 ตอนที่ 95 ลักษณะรถยนต์ตามมาตรา 3 (3 ทวิ) ของมาตรา 21.
- ราชน จามน้อยพรหม. (2546). *การศึกษาการสั่นสะเทือนของรถบรรทุกเล็ก*. วิทยานิพนธ์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- วิจิต บัวแก้ว. (2534). *การวิเคราะห์รถไถนาแบบเดินตามโดยเชิงพลศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย สิงห์โต. (2544). *วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เบื้องต้น*. นครนายก : ส่วนการศึกษา โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า.
- สมศักดิ์ ปรางทอง. (2538). *การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโครงสร้างสามล้อเครื่องโดยวิธีการวิเคราะห์โมดัล*. วิทยานิพนธ์ ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, Vince. (1999). *Building better Products with Finite Element Analysis*. USA : ONWARD PRESS.
- Bathe, Klaus-Jorgen. (1996). *Finite Element Procedure*. Professor of Mechanic Engineering's, MIT : Prentice-Hall International, Inc.

- Braun, S. Ewins, D. & Rao, S. S. (2001). *Encyclopedia of vibration*. London : Academic Press.
- Calvert, James. (1994). *Finite Mathematics with Computer Supported Applications*. Department of Mathematics and Statistics, University of Idaho, Michigan State University : John Wiley and sons.
- Hatch, Michael R. (2001). *Vibration Simulation Using MATLAB and ANALYSIS*. USA : Chapman & Hall/CRC.
- Hayashikawa, & T. Watanabe, N. (1985). "Free Vibration Analysis of Continuous Beam". *Journal of Engineering Mechanics*, 111(5) : 639-652.
- Lawrence, Kent L. (1995). *ANSYS Tutorial releases 7.0. Mechanical and Aerospace Engineering*. University of Texas. Arlington : Schroff Development Corporation.
- Lee, J.M., Yim, H.J. & Kim, J.H. (1995). Flexible Chassis Effects on Dynamic Response of Engine Mount System. in *International Conference on Vehicle Structural Mechanics and CAE*. pp.117-126. SAE International.
- Lieh, J. (1994). A Multibody Dynamics Program for Truck Simulation. in *Heavy Vehicle Dynamics and Simulation in Braking Steering and Suspension System*. pp.41-46. Wrihstate University.
- Mabane, Nicholas. (1988). *Finite Element Analysis on microcomputers*. USA : McGraw-Hill.
- NFWA/NHTSA National Crash Analysis Center. (2003). *Non-Linear Finite Element Modeling and Simulation for Auto Body*. The George Washington University. CE-264.
- Park, H.B., Suh, J.K. & Jung, G.S. (1994). *A Study on Idle Vibration Analysis Technique Using Total Vehicle Model*. pp. 1-7. South Korea : Hyundai Motor Company.
- Plint, Michael & Martyr, Anthony. (1997). Engine Testing Theory and Practice. in *British Library Cataloguing in Publication Data*. pp 70-92. Jordan Hill, Oxford OX28DP.
- Singiresu, S. Rao. (1995). *Mechanical Vibrations* (3rd ed.). Massachusetts Addison-Wesley. Reading.
- William, T. Thomson. (1993). *Theory Of Vibration With Applications*. (4th ed.). New Jersey : Prentice Hall.

ภาคผนวก

- ภาคผนวก ก การวิเคราะห์โครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีทดสอบโมดัล
- ภาคผนวก ข การทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม ANSYS version 8.1
- ภาคผนวก ค ตารางและภาพประกอบการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อ
เกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- ภาคผนวก ง คำอธิบายสัญลักษณ์และหน่วย

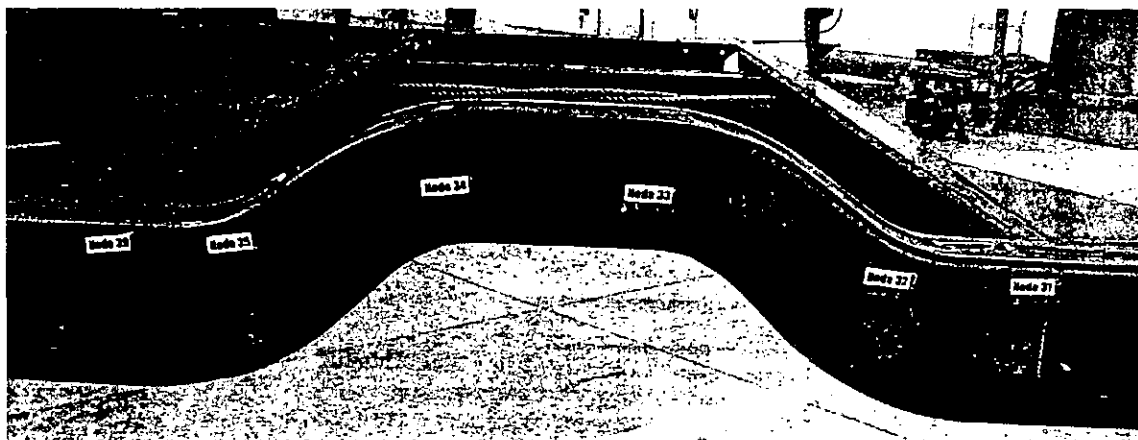
ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อเกษตรกรโดยวิธีทดสอบโมเดล

เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบโครงรถเพื่อเกษตรกร มีดังต่อไปนี้

1. โครงรถเกษตรชนิดขับเคลื่อนสองเพลา (4x4)
2. เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer Unit Type 2035)
3. เครื่องแยกสัญญาณ (Multichannel Data Acquisition Unit Type 2816)
4. เครื่องควบคุมการสั่นสะเทือน (Vibration Exciter Control Type 1050)
5. หัวสั่น (Exciter)
6. เครื่องขยายสัญญาณ (Power Amplifier Type 2707)
7. ค้อนเคาะ (Impact hammer)
8. อุปกรณ์หยั่งสัญญาณกระตุ้น (Force transducer)
9. อุปกรณ์หยั่งสัญญาณออก (Accelerometer)
10. สายนำสัญญาณ (Transducer cable)
11. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์
12. โปรแกรมสำเร็จรูป LMS CADA PC
13. ซีพียู , กาว
14. เครื่อง Printer

ขั้นตอนการวิเคราะห์โครงรถเพื่อเกษตรกรมีขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. กำหนดจุดต่อ(Node) ที่โครงรถเกษตรพร้อมทั้งวัดระยะระหว่างจุดต่อ และกำหนดชื่อหรือหมายเลขโดยในที่นี้กำหนดเป็นหมายเลขได้ 40 จุดวัด
2. สร้างชื่อการทดสอบในโปรแกรม LMS CADA PC ที่โมดูล Project โดยทำการตั้งชื่อ (Project name) ในที่นี้ใช้ชื่อว่า "Vibra" ในกรณีถ้ามีการสร้างชื่อ project การทดสอบไว้แล้วจะใช้การเปิดที่ชื่อ project ตามที่ต้องการ
3. สร้างภาพโครงรถ (Wire frame model) โดยการสร้างชื่อภาพที่โมดูลของภาพ (Geometry) ในที่นี้ใช้ชื่อว่า "4X4" ในที่นี้ใช้ Cartesian system โดยใช้ระบบเดียวกันทั้งจุดอ้างอิงของภาพ และจุดอ้างอิงของชิ้นส่วน โดยที่จุดอ้างอิงของชิ้นส่วนแต่ละชิ้นจะต้องมีความสัมพันธ์กันกับระยะต่างๆ และมุมกับจุดอ้างอิงของภาพ ได้กำหนดชิ้นส่วนของโครงรถออกเป็น 1 ชิ้นส่วน (Component) แบ่งจุดต่อออกเป็น 40 จุด และทำการเชื่อมต่อ (Connectivity) ทั้ง 40 จุดภายในชิ้นส่วนดังกล่าวเป็นรูปโครงรถ ซึ่งขนาดและระยะต่างๆ ในการกำหนดจุดนั้นจะต้องเป็นไปตามขนาดจริงของโครงรถ



ภาพประกอบ 38 แสดงจุดต่อที่โครงรถเพื่อเกษตรกร

ตาราง 5 แสดงข้อมูลจุดอ้างอิงของชิ้นส่วนแต่ละชิ้น (Component) ในการสร้างภาพโครงรถ

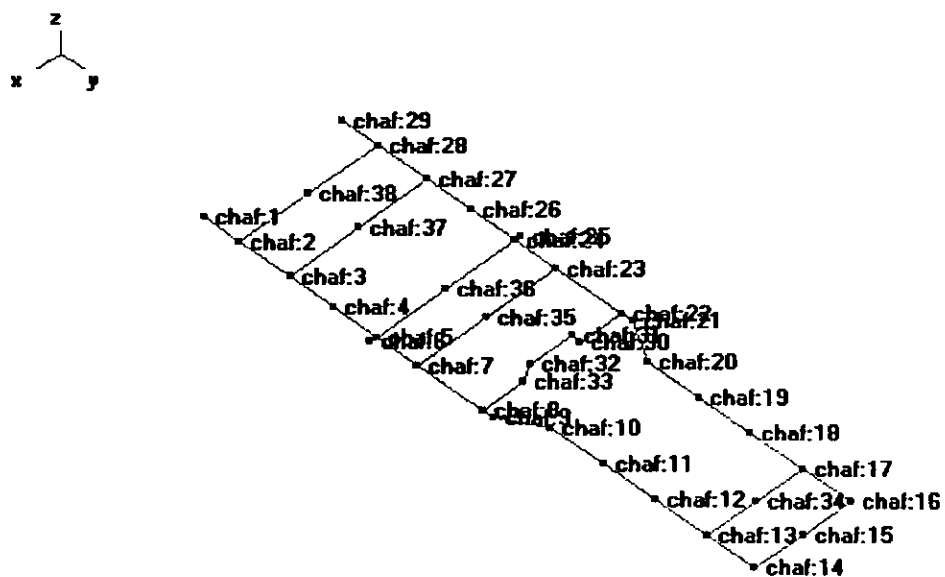
Geometry : Components							
Name	Cord System	Position			Orientation		
		P1 (m)	P2 (m)	P3 (m)	O1 (deg)	O2 (deg)	O3 (deg)
chat	Cart.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ตาราง 6 แสดงข้อมูลการแบ่งจุดต่อ (Node) ตามจุดอ้างอิงของชิ้นส่วน (Component) ชื่อ chat

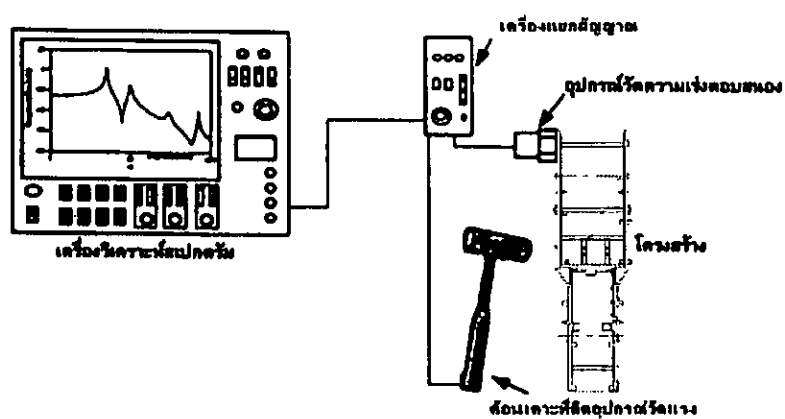
Node of Component chat				
Name	Position			
	P1 (m)	P2 (m)	P3 (m)	
1	-390.000m	0.000	0.000	
2	-390.000m	350.000m	0.000	
3	-390.000m	750.000m	0.000	
4	-390.000m	1.150	0.000	
5	-390.000m	1.560	0.000	
6	-580.000m	1.900	0.000	
7	-580.000m	1.960	0.000	
8	-580.000m	2.480	0.000	
9	-580.000m	2.860	0.000	
10	-620.000m	2.860	0.000	
11	-580.000m	3.190	0.000	
12	-580.000m	3.530	0.000	
13	-580.000m	3.950	0.000	
14	-580.000m	4.150	0.000	
15	580.000m	4.150	0.000	
16	580.000m	3.950	0.000	
17	580.000m	3.530	0.000	
18	580.000m	3.190	0.000	
19	580.000m	2.860	0.000	
20	620.000m	2.860	0.000	
21	580.000m	2.480	0.000	
22	580.000m	1.960	0.000	
23	580.000m	1.900	0.000	
24	390.000m	1.560	0.000	
25	390.000m	1.150	0.000	

ตาราง 6 (ต่อ)

Node of Component chat				
Name	Position			
	P1 (m)	P2 (m)	P3 (m)	
26	390.000m	750.000m	0.000	
27	390.000m	350.000m	0.000	
28	390.000m	0.000	0.000	
29	0.000	0.000	0.000	
30	0.000	350.000m	0.000	
31	-390.000m	1.960	0.000	
32	-290.000m	1.960	0.000	
33	-90.000m	1.960	100.000m	
34	90.000m	1.960	100.000m	
35	290.000m	1.960	0.000	
36	390.000m	1.960	0.000	
37	0.000	2.480	0.000	
38	0.000	2.860	0.000	
39	0.000	3.530	0.000	
40	0.000	3.950	0.000	



ภาพประกอบ 39 ภาพแบบจำลองของโครงรถที่ได้สร้างจากข้อมูลการสร้างภาพ



ภาพประกอบ 40 แผนภาพการต่อสายโดยวิธีการใช้ค้อนเคาะ

4. ต่อสายไฟหลักเข้าที่ช่อง 350VA 50-400Hz ด้านหลังของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer Unit Type 2035) กับแหล่งจ่ายไฟ
5. ต่อสายไฟหลักเข้าที่ช่อง 400VA 50-400Hz ด้านหลังของเครื่องแยกสัญญาณ (Multichannel Data Acquisition Unit Type 2816) กับแหล่งจ่ายไฟ
6. ใช้สายต่อเข้ากับช่องเสียบ Serial Interface 1 ที่อยู่ด้านหลังของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer Unit Type 2035) กับช่องเสียบ Serial Interface ที่อยู่ด้านหลังของเครื่องแยกสัญญาณ (Multichannel Data Acquisition Unit Type 2816)
7. ใช้สายต่อเข้ากับช่องเสียบ Interface IEEE488 ที่อยู่ด้านหลังของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer Unit Type 2035) กับช่องเสียบ Interface IEEE488 ที่อยู่ด้านหลังของเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์
8. ติดตั้งโครงรถโดยวิธีการแขวนลอยเหนือพื้น โดยให้โครงสร้างมีความอิสระต่อการสั่นสะเทือน



ภาพประกอบ 41 การติดตั้งโครงรถโดยวิธีการแขวนลอยเหนือพื้น

9. ติดตั้งอุปกรณ์หยังสัญญาณและเครื่องมือวัดสัญญาณพร้อมอุปกรณ์ต่างๆ โดยใช้ขีผึ้งรองระหว่างโครงรถและอุปกรณ์หยังสัญญาณออก (Accelerometer) เพื่อช่วยในการส่งผ่านการสั่นสะเทือนให้ดีขึ้น
10. ต่อสายสัญญาณเข้าที่อุปกรณ์หยังสัญญาณออก (Accelerometer) และที่อุปกรณ์หยังสัญญาณกระตุ้น (Force transducer) แล้วทำการเชื่อมต่อกับช่องเสียบด้านหน้าของเครื่องแยกสัญญาณ (Multichannel Data Acquisition Unit Type 2816)

11. วัดสัญญาณโดยวิธีการใช้ค้อนเคาะ (Impact hammer) ในแนวตั้งฉาก กระตุ้นแรงที่จุดวัดที่ 14 ในทิศทาง - X และวัดสัญญาณออก 3 ทิศทาง ในทิศทาง X, Y และ Z

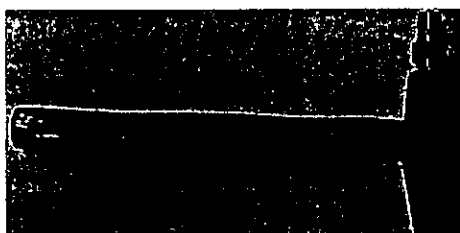


ภาพประกอบ 42 อุปกรณ์หยังสัญญาณออก (Accelerometer)

12. ถ่ายโอน (Import) ข้อมูลไปสู่โปรแกรม LMS CADA PC และทำการบันทึกค่าลงในโมดูลบล็อก (Block) ในส่วนของดิส (Disk) โดยในที่นี้ใช้ชื่อการทดสอบ (Test) ว่า "Test 03" ในขั้นแรก ข้อมูลที่ได้มาจะอยู่ในส่วนของเมมโมรี (Memory) โดยจะโหลดไปยังส่วนของดิสภายหลัง

13. เก็บค่าการสั่นสะเทือนเช่นเดียวกันนี้จนครบทั้ง 40 จุดทดสอบ

14. ทำการวิเคราะห์ข้อมูลการสั่นสะเทือนด้วยโปรแกรม LMS CADA PC



ภาพประกอบ 43 ค้อนเคาะพร้อมการติดตั้งตัวหยังสัญญาณกระตุ้น (Force transducer)



ภาพประกอบ 44 การทดสอบโครงรถขณะทำการวัดสัญญาณโดยวิธีใช้ค้อนเคาะให้กับโครงรถ

ตาราง 7 แสดงผลการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อเกษตรกรโดยวิธีการใช้ค้อนเคาะ (Impact hammer)

ฐานนิยม (Mode)	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	damping (%)
1	32.27	0.70
2	40.27	1.50
3	49.65	2.41
4	56.82	2.81
5	76.88	0.12
6	92.48	2.62
7	105.08	0.04
8	130.77	3.45

ภาคผนวก ข
การทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม ANSYS version 8.1

การวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่กำลังเป็นที่นิยมในวงการอุตสาหกรรม ปัจจุบันนี้ ซึ่งมาจากการพัฒนาการของซอฟต์แวร์ทำให้ผู้ใช้ได้รับความสะดวกและประหยัดเวลาเป็นอันมาก เพื่อความถูกต้องก่อนการใช้งานควรทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมก่อนสำหรับการวิจัยนี้ ได้พิจารณาคานอย่างง่ายที่กำหนดปลายข้างหนึ่งยึดติดกับผนังปลายอีกข้างหนึ่งลอยอิสระ ให้พื้นที่หน้าตัดขนาด $50 \times 50 = 2500 \text{ mm}^2 (0.0025 \text{ m}^2)$ ยาว 1 m ทำด้วยเหล็กมีค่า $E = 205 \text{ GPa}$ ความหนาแน่น $\gamma = 78500 \text{ N/m}^3$ อัตราส่วนของปัวซอง $\nu = 0.29$ ค่าโมดูลัสหน้าตัด $I = 5.21 \times 10^{-7} \text{ m}^4$

การพิจารณาค่าความถี่ธรรมชาติของคานที่มีปลายข้างหนึ่งยึดติดกับผนัง สามารถคำนวณได้จากสมการ (131)

$$f_i = \frac{A_i}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\gamma AL^4}} \quad (131)$$

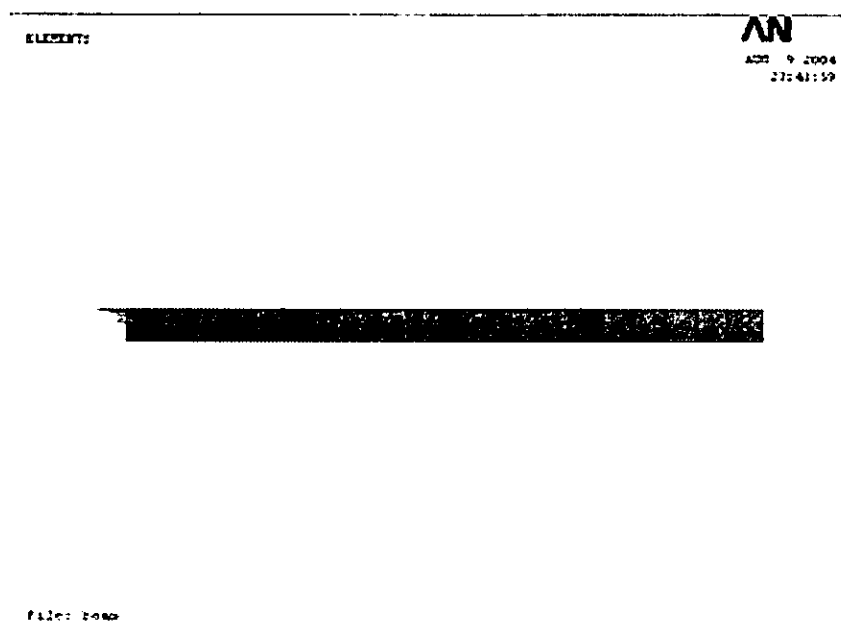
เมื่อ A_i เป็นค่าคงที่ของฐานนิยมใดๆ จากภาพประกอบ

$$\begin{aligned} A_1 &= 3.52 & A_2 &= 22.4 & A_3 &= 61.7 \\ A_4 &= 121 & A_5 &= 200 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการ จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติดังนี้

$$\begin{aligned} f_1 &= 40.8 \text{ Hz} & f_2 &= 259.6 \text{ Hz} & f_3 &= 715.1 \text{ Hz} \\ f_4 &= 1402.4 \text{ Hz} & f_5 &= 2317.9 \text{ Hz} \end{aligned}$$

จากการโปรแกรม ANSYS version 8.1 เพื่อคำนวณค่าความถี่ธรรมชาติ จะแบ่งคานออกเป็น 165 เอลิเมนต์ 448 จุดต่อ ดังแสดงในภาพประกอบ 45



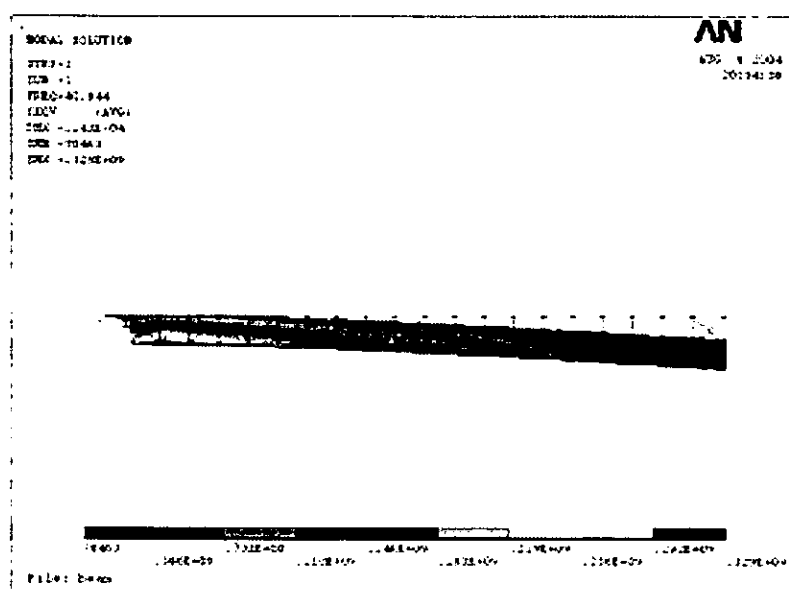
ภาพประกอบ 45 แสดงงานเหล็กที่มีปลายข้างหนึ่งยึดติดกับผนัง

ดำเนินการวิเคราะห์โดยโปรแกรม ANSYS จะได้ความถี่ธรรมชาติที่ได้จากผลการวิเคราะห์ ตามตาราง 8 และรูปแบบการสั่นโดยดูลักษณะการสั่นเปรียบเทียบกับทฤษฎี ดังแสดงในภาพประกอบ 46 ถึงภาพประกอบ 50

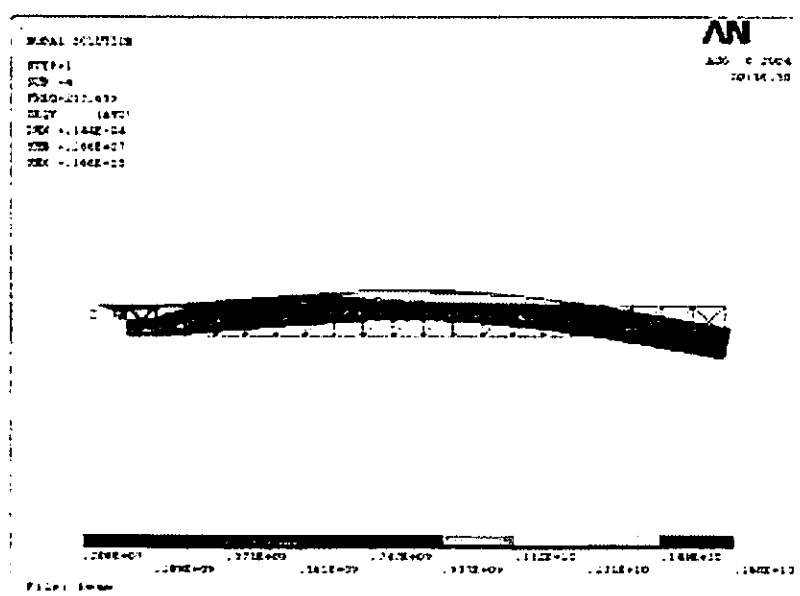
ตาราง 8 แสดงค่าความถี่ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรม ANSYS เปรียบเทียบกับทฤษฎี

ทฤษฎี		โปรแกรม ANSYS		ความแตกต่าง
ฐานนิยมที่	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	ฐานนิยมที่	ความถี่ธรรมชาติ (Hz)	%
1	40.80	1	40.84	0.10
2	259.60	4	253.66	-2.29
3	715.10	6	700.19	-2.09
4	1402.40	10	1346.60	-3.80
5	2317.90	12	2169.30	-6.41

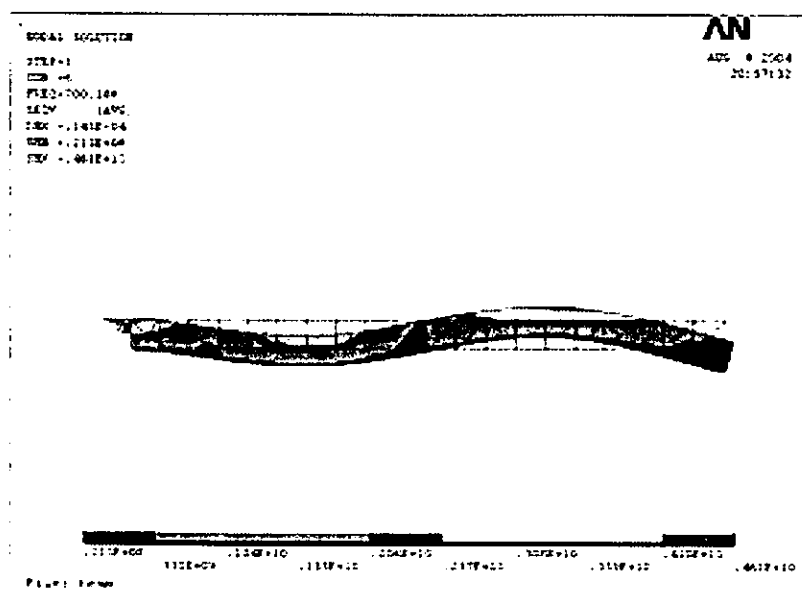
จากตาราง 8 ค่าที่ได้จากโปรแกรมที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 10 จะมีค่าผิดพลาดจากทฤษฎีประมาณ 2% โดยมีลักษณะการสั่นเหมือนกับทฤษฎี



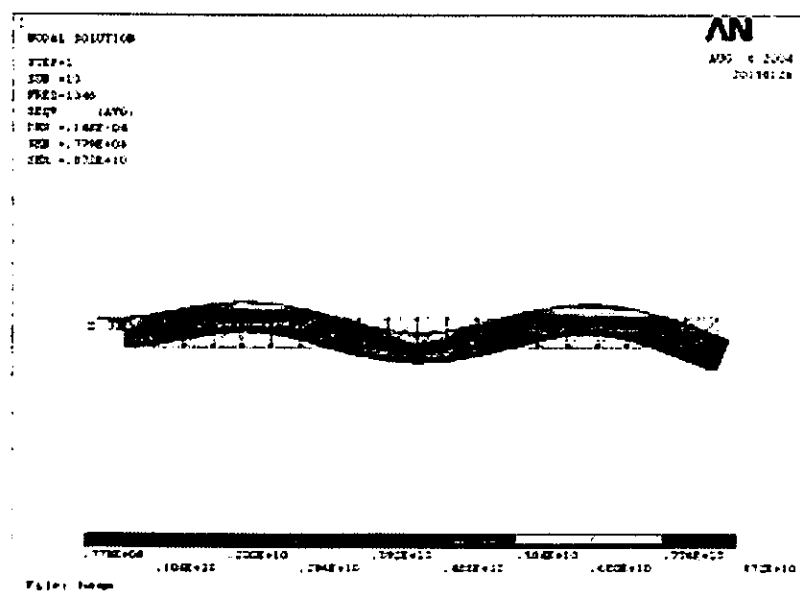
ภาพประกอบ 46 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 40.84 Hz



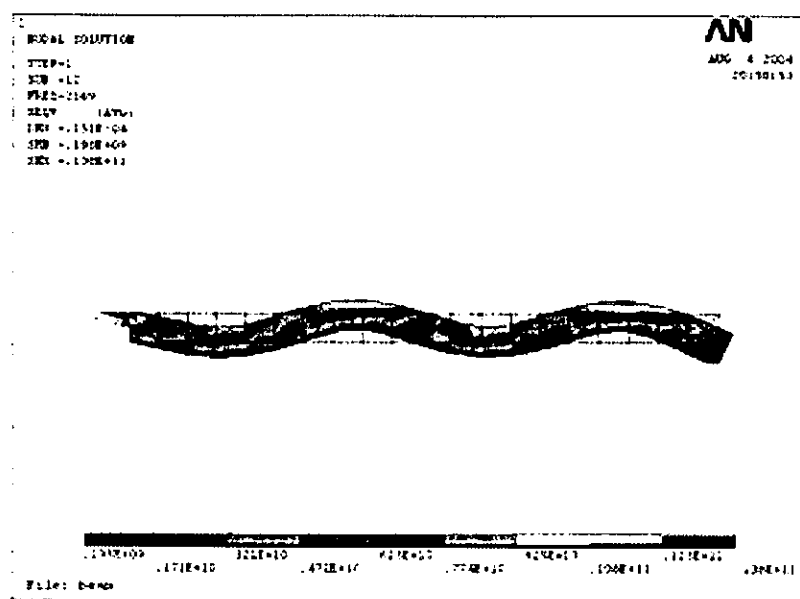
ภาพประกอบ 47 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 4 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 253.66 Hz.



ภาพประกอบ 48 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 6 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 700.19 Hz.



ภาพประกอบ 49 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 10 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 1346.60 Hz.



ภาพประกอบ 50 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานที่ฐานนิยมที่ 12 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 2169.30 Hz.

Clamped-free (cantilever)		0.774 A=22.4	0.500 0.868 A=81.7	0.356 0.544 0.906 A=121.0	0.279 0.500 0.723 0.922 A=200.0
Hinged-hinged		0.500 A=29.5	0.333 0.667 A=88.9	0.25 0.50 0.75 A=158.3	0.20 0.40 0.60 0.80 A=247
Clamped-clamped		0.500 A=81.7	0.333 0.667 A=121	0.279 0.500 0.723 A=200	0.227 0.409 0.591 0.773 A=298
Free-free		0.224 0.776 A=22.4	0.132 0.500 0.868 A=81.7	0.094 0.258 0.844 0.906 A=121	0.073 0.227 0.500 0.723 0.922 A=200
Clamped-hinged		0.580 A=50.0	0.382 0.618 A=104	0.254 0.529 0.765 A=178	0.236 0.429 0.619 0.800 A=272
Hinged-free		0.728 A=50.0	0.448 0.852 A=104	0.235 0.471 0.707 0.922 A=178	0.190 0.341 0.537 0.783 A=272

ภาพประกอบ 51 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของคานทางทฤษฎี (Shape function)

ภาคผนวก ค

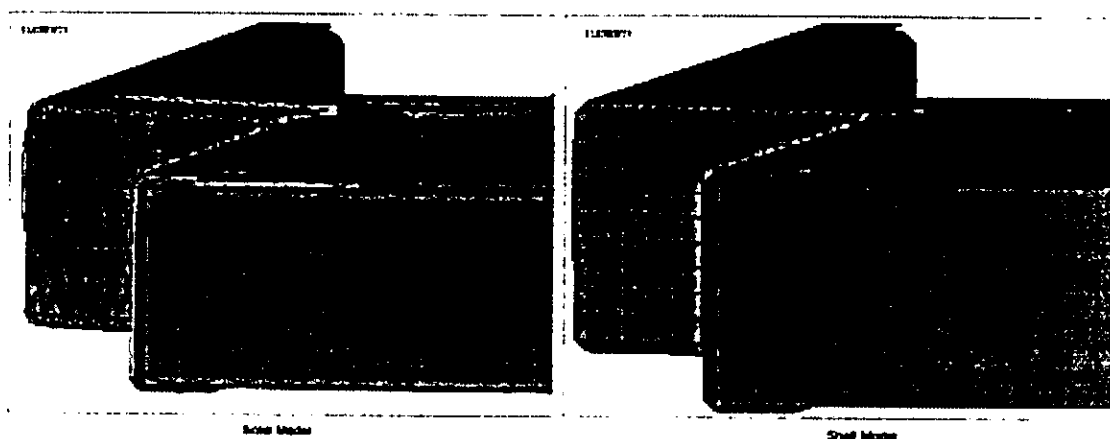
ตารางและภาพประกอบการวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกร
โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตาราง 9 แสดงขนาดเมช จำนวนเอลิเมนต์ (Element) และจุดต่อ (Node) ของ Solid และ Shell model

จำนวน	ขนาดเมชของ Solid model			ขนาดเมชของ Shell model		
	20 mm.	25 mm.	30 mm.	20 mm.	25 mm.	30 mm.
เอลิเมนต์	119574	85185	60943	27892	24077	20064
จุดต่อ	39052	28316	20519	28548	24624	19919

ตาราง 10 แสดงความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของ Solid และ Shell model ซึ่งมีขนาดเมชต่างกัน ที่หาได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เทียบกับการทดสอบโมดัล (Modal Testing)

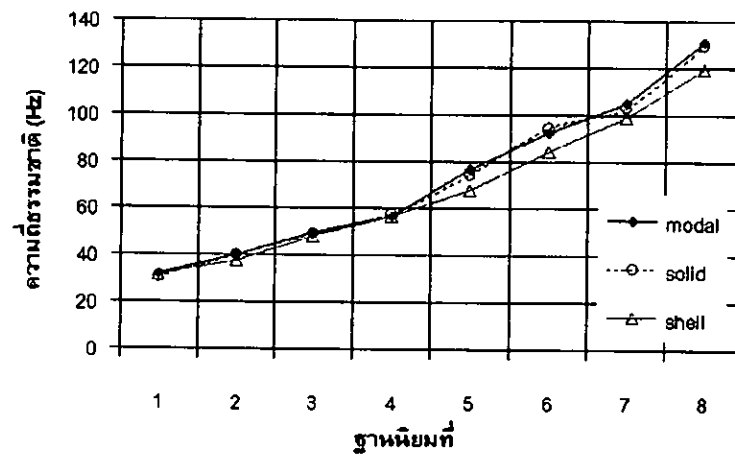
ฐานนิยมที่	ความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบโมดัล (Hz)	ความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ (Hz)					
		ขนาดเมชของ Solid model			ขนาดเมชของ Shell model		
		20 mm.	25 mm.	30 mm.	20 mm.	25 mm.	30 mm.
1	32.27	30.64	34.64	37.64	31.85	35.04	40.29
2	40.27	40.23	42.31	49.03	37.49	41.24	47.42
3	49.65	49.03	49.04	59.84	48.25	53.08	61.04
4	56.82	57.49	70.44	84.44	56.86	62.55	71.93
5	76.88	74.07	80.47	87.44	67.91	74.71	85.91
6	92.48	94.27	94.74	94.83	84.31	92.74	106.65
7	105.08	102.98	97.83	98.94	98.98	108.88	125.21
8	130.77	129.68	135.68	143.68	119.22	135.14	160.81



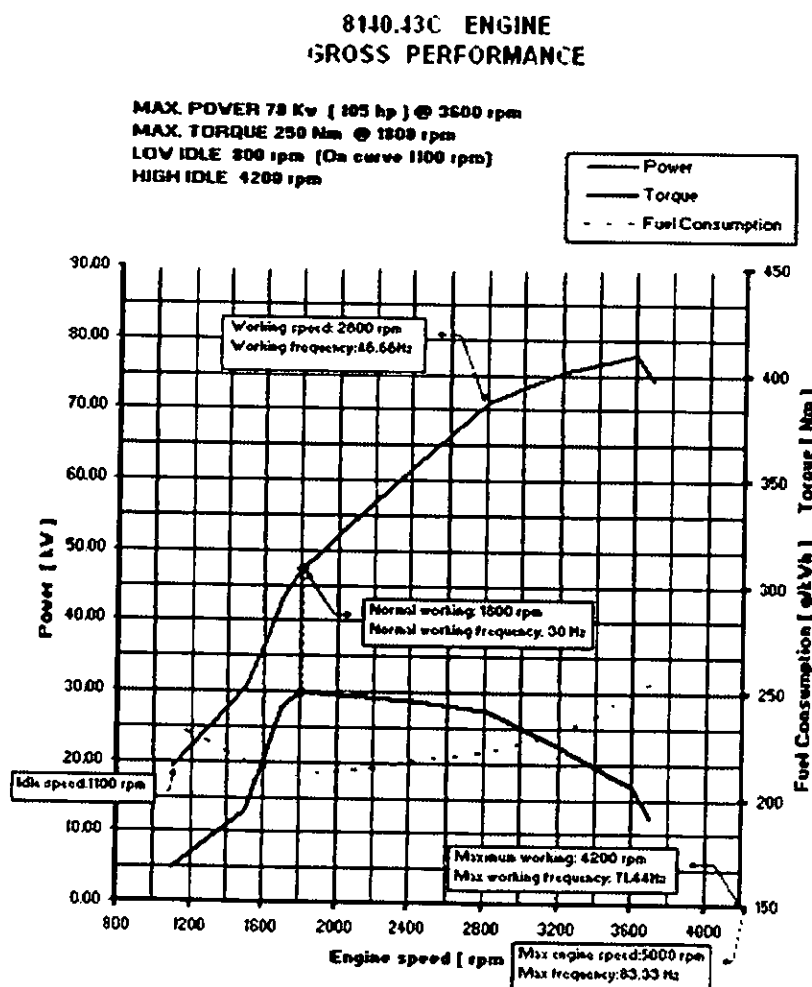
ภาพประกอบ 52 แสดงโครงรถเพื่อเกษตรกรที่สร้างเป็น Solid model และ Shell model ที่มีขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.

ตาราง 11 แสดงความถี่ธรรมชาติ และเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างที่ฐานนิยมที่ 1 ถึงฐานนิยมที่ 8 ของ Solid และ Shell model ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (ขนาดเมชเท่ากับ 20 mm.) เทียบกับการทดสอบโมดัล

ฐานนิยมที่	ความถี่ธรรมชาติจากการทดสอบโมดัล	ความถี่ธรรมชาติของ Solid model (Hz)	เปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง	ความถี่ธรรมชาติของ Shell model (Hz)	เปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง
	(Hz)				
1	32.27	30.64	-5.05	31.85	-1.30
2	40.27	40.23	-0.10	37.49	-6.90
3	49.65	49.03	-1.07	48.25	-2.82
4	56.82	57.49	1.09	56.86	0.07
5	76.88	74.07	-3.66	67.91	-11.67
6	92.48	94.27	1.94	84.31	-8.83
7	105.08	102.98	-1.99	98.98	-5.81
8	130.77	129.68	-8.34	119.22	-8.83



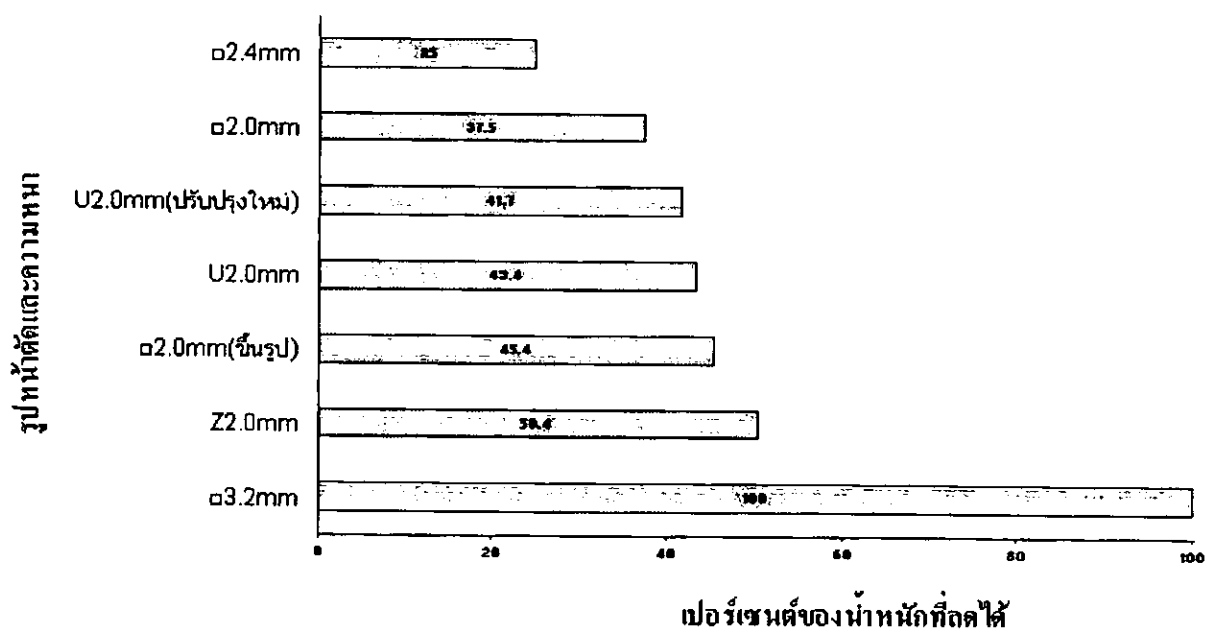
ภาพประกอบ 53 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยมต่างๆ ของ Modal Testing, Solid, และ Shell model



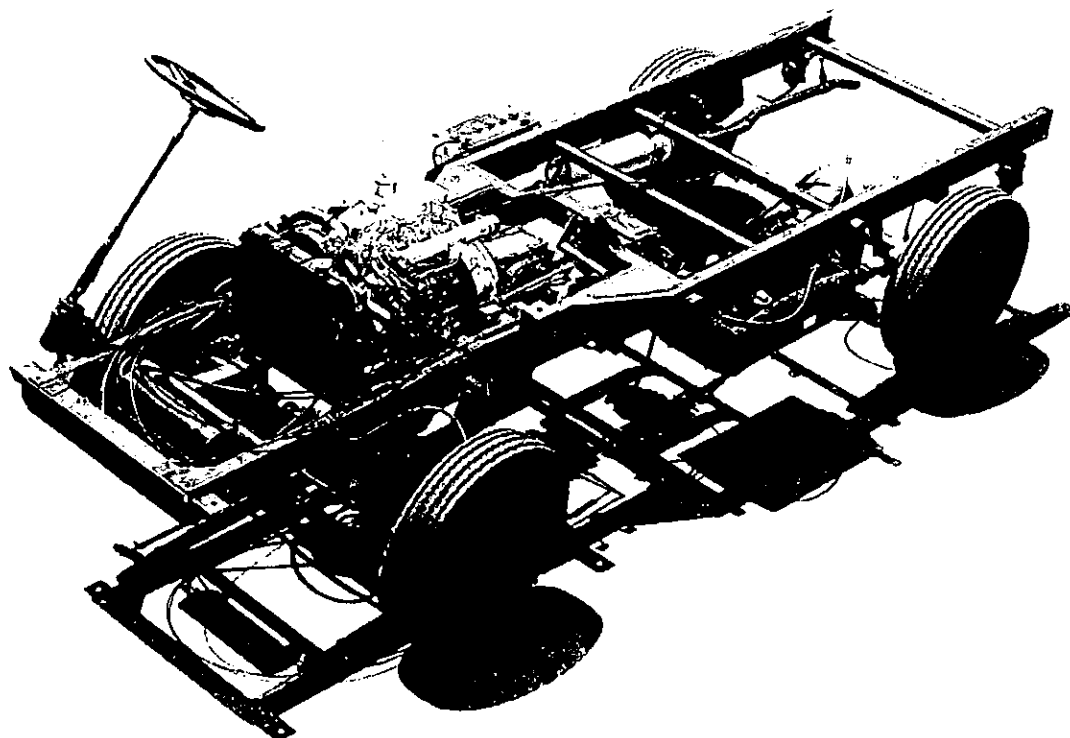
ภาพประกอบ 54 แสดงกราฟสมรรถนะของเครื่องยนต์ IVECO รุ่น 8140.43c

ตาราง 12 แสดงระยะเวลาการไถ่และความถี่ธรรมชาติ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ บนโครงรถที่มีรูปหน้าตัด ความหนา และการผลิตต่างกัน

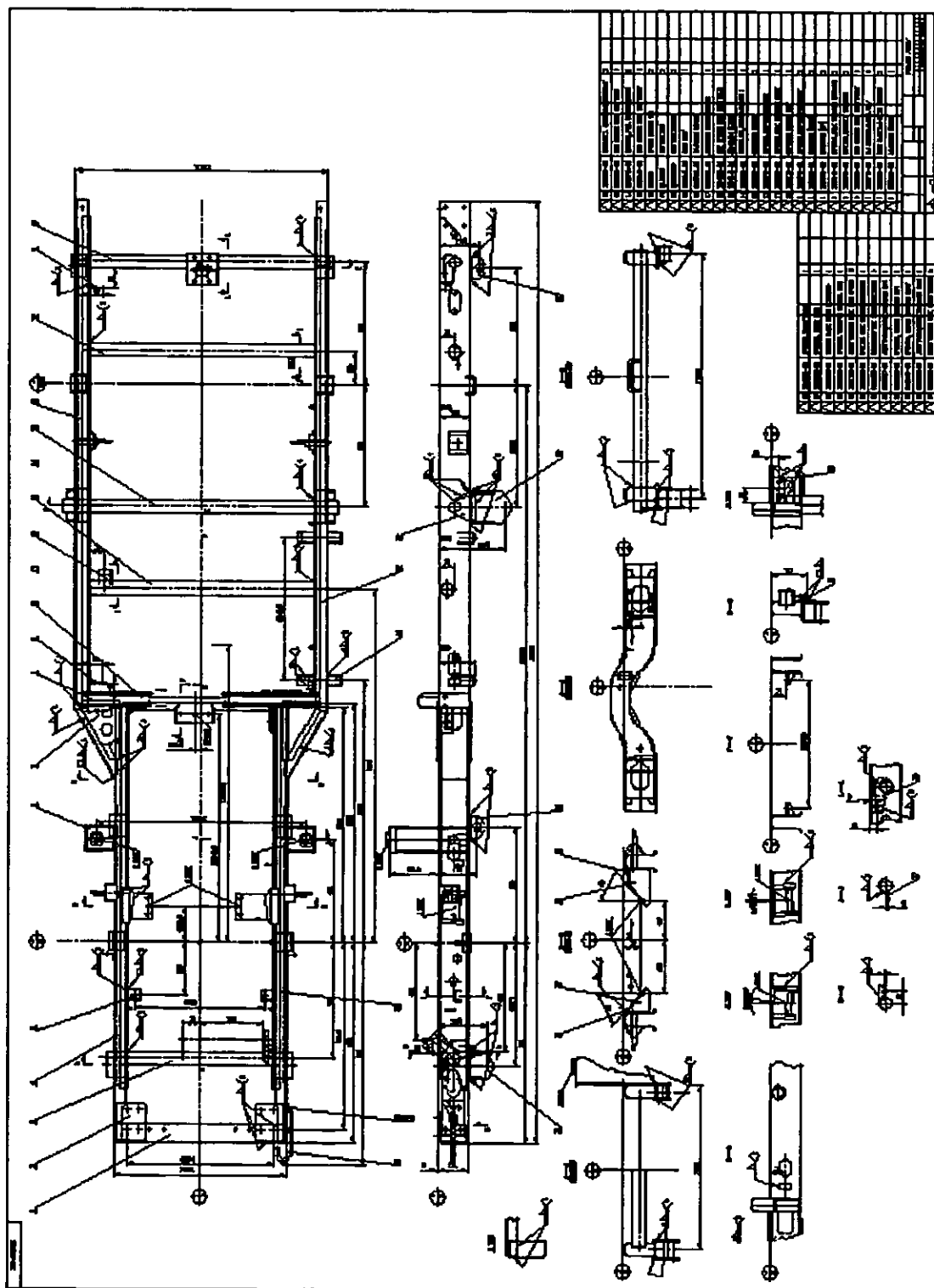
		ผลิตแบบธรรมดา												ผลิตแบบขึ้นรูป	
		เปลี่ยนแปดความหนา						เปลี่ยนแปดรูปหน้าตัด							
		□ 2.0 mm		□ 2.4 mm		□ 3.2 mm		U 2.0 mm		U 2.0mm(wide flange)		Z 2.0 mm			
ตำแหน่งที่	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	δs (mm)	f (Hz)	
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.230	32.862	0.090	52.533	0.026	99.676	0.402	24.857	0.149	40.828	0.658	19.429	0.200	35.240	
3	0.480	22.748	0.180	37.147	0.042	76.901	0.914	16.485	0.352	26.563	1.400	13.319	0.400	24.919	
4	0.750	18.198	0.280	29.784	0.052	69.112	1.337	13.629	0.661	19.385	2.100	10.875	0.650	19.548	
5	0.980	15.920	0.390	25.236	0.057	66.011	1.684	12.145	0.861	16.985	2.550	9.869	0.860	16.800	
6	1.107	14.979	0.411	24.583	0.059	64.883	1.819	11.685	0.910	16.521	2.689	9.611	0.986	15.871	
7	1.100	15.027	0.400	24.919	0.057	66.011	1.784	11.799	0.895	16.649	2.600	9.774	0.970	16.000	
8	1.000	15.760	0.340	27.028	0.050	70.481	1.627	12.356	0.801	17.609	2.300	10.392	0.860	16.994	
9	0.750	18.198	0.230	32.862	0.040	78.800	1.337	13.629	0.640	19.700	1.750	11.913	0.650	19.548	
10	0.450	23.494	0.160	40.692	0.026	99.676	0.914	16.485	0.356	26.414	1.150	14.696	0.360	26.267	
11	0.200	35.240	0.080	64.339	0.016	128.679	0.402	24.857	0.149	40.828	0.550	21.251	0.130	16.641	
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000



ภาพประกอบ 55 กราฟเปอร์เซ็นต์การลดน้ำหนัก ตามรูปหน้าตัดและความหนาต่าง ๆ



ภาพประกอบ 56 รูปโครงรถเพื่อเกษตรกรรูปหน้าตัดสี่เหลี่ยมกลวงขนาด 3.2 mm. เพื่อการผลิตแบบธรรมดา



ภาพประกอบ 57 แบบโครงรถเพื่อเกษตรกรเพื่อการผลิตแบบธรรมชาติรูปหน้าตัด B ที่ผู้วิจัยออกแบบใหม่

น้ำหนักบรรทุกทุกสภิตตาม พ.ร.บ.รถยนต์

น้ำหนักบรรทุกตาม พ.ร.บ. รถยนต์ (ฉบับที่ ๕) พ.ศ. ๒๕๒๒

๑. มาตรา ๓ ของมาตรา ๒๑ พ.ร.บ.รถยนต์ พ.ศ. ๒๕๒๒ “(๓ ทวิ) การใช้รถยนต์นั่งส่วนบุคคลเกินเจ็ดคน หรือใช้เป็นรถยนต์นั่งส่วนบุคคลเป็นรถยนต์บรรทุกส่วนบุคคลที่มีน้ำหนักไม่เกินหนึ่งพันหกร้อยกิโลกรัม” มีขนาดกว้างไม่เกิน ๒ เมตร ยาวไม่เกิน ๖ เมตร

๒. กฎกระทรวงใช้เป็นเกณฑ์สอบวัด พิจารณาน้ำหนักรถคือ Gross Vehicle Weight (G.V.W) = 1,600 kg ในส่วนน้ำหนักบรรทุกรวมคือ Gross Vehicle Mass (G.V.M) = 3,600 kg (น้ำหนักรถตามกำหนดรวม น้ำหนักบรรทุก 1,500 kg และ นน.เพื่อ 500 kg)

๓. การพิจารณาเห็นชอบแบบโครงรถยอมให้มีค่าปลอดภัยไม่ต่ำกว่า 4 เท่า โดยมีการโก่งแอ่นไม่เกิน 5 ถึง 10 mm. ต่อความยาวรวม

ภาคผนวก ง
คำอธิบายสัญลักษณ์และหน่วย

คำอธิบายสัญลักษณ์และหน่วย

E	= โมดูลัสของความยืดหยุ่น	GPa
f_i	= ความถี่ธรรมชาติที่ฐานนิยม i	Hz.
g	= แรงโน้มถ่วงของโลก	$m.s^{-2}$
I	= โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัด	m^4
k	= ค่าคงที่สปริง	$N.m^{-1}$
L	= ความยาวของคาน	m
M	= มวล	kg
N	= ฟังก์ชันรูปร่าง	-
v	= อัตราส่วนปัวซอง	-
γ	= ความหนาแน่น	$kg.m^{-3}$
p	= จำนวนของฐานนิยมที่ต้องการ	-
ω_i	= ความถี่ธรรมชาติเชิงมุมที่ฐานนิยม i	-
δ	= เปอร์เซนต์ยืดตัวของวัสดุ	%
δ_s	= ระยะการโก่งสถิต	mm.
$\bar{v}$	= ฟังก์ชันการเคลื่อนที่	-
$\bar{x}, \bar{y}$	= แกนอ้างอิง x, y	-
$\bar{k}$	= เมตริกซ์ความแข็งตึงโมดัล	-
$\bar{m}$	= โมเมนต์ดัด	-
$\bar{\phi}$	= ระยะการหมุน	-
$\bar{f}$	= แรงกระทำที่จุดปลาย	-
$\tilde{x}$	= เวกเตอร์ในแกนอ้างอิงย่อย	-
λ_i	= ค่าเจาะจง	-
σ_y	= ความเค้นที่จุดคราก	MPa
σ_u	= ความเค้นประลัย	MPa
λ_b	= ค่าเจาะจงบนฐานนิยมสุดท้าย	-
λ_{b+i}	= ค่าเจาะจงบนฐานนิยมต่อไปที่คำนวณ	-
tol	= ค่าที่ยอมรับได้โดยทั่วๆ ไปใช้ค่า $1.0E-5(0.001\%)$	-
$(\lambda)_n$	= ค่าเจาะจงของฐานนิยม i ของการทำซ้ำครั้งที่ n	-
$(\lambda)_{n+i}$	= ค่าเจาะจงของฐานนิยม i ของการทำซ้ำครั้งที่ $n+i$	-
[A]	= การหาค่าเมตริกซ์โดยการซ้ำ	-
[B]	= เมตริกซ์สามเหลี่ยมของ [A]	-

คำอธิบายสัญลักษณ์และหน่วย (ต่อ)

$[C]$	= เมตริกซ์ความหน่วง	-
$[N]$	= ฟังก์ชันประมาณภายในของเอลิเมนต์	-
$[Q]$	= สแปสเปซเวกเตอร์เจาะจง	-
$[K]$	= เมตริกซ์ความแข็งตึง	-
$[\hat{K}]$	= การลดรูปความแข็งตึงโมดัล	-
$[\lambda_n]$	= ค่าเจาะจงทำซ้ำครั้งล่าสุด	-
$\{F\}$	= เวกเตอร์ของแรง	-
$\{u\}$	= เวกเตอร์ของการกระจัด	-
$\{\phi\}$	= เวกเตอร์เจาะจงของฐานนิยม i	-
$\{\psi_i\}$	= เวกเตอร์เจาะจงรูปร่างการสั่นของฐานนิยม i	-
$\{\hat{\psi}\}$	= เวกเตอร์เจาะจงรูปร่างการสั่น	-

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายยงยุทธ เนียมทรัพย์
วันเดือนปีเกิด	24 เมษายน 2497
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดปราจีนบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	143 นวธานี ซ.3 ถ.เสรีไทย เขตบึงกุ่ม กทม. 10240
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ผู้จัดการทั่วไปฝ่ายวิจัยพัฒนานวัตกรรม
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	บริษัทสามมิตรมอเตอร์แมนูแฟคเจอร์ จำกัด 39 หมู่12 ถนนเพชรเกษม ต.อ้อมน้อย อ.กระทุ่มแบน จ.สมุทรสาคร 74130. โทร 02-4200027 Fax. 02-8470398 E-mail: smmrd8@asianet.co.th
ประวัติการศึกษา	
2520	ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
2512	โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม จ.นนทบุรี