

537.624

ด 218๑

ร.3

อุณหภูมิจากฤดูหนาวของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบพลังงานมีค่าจำกัดเมื่อมีสิ่งเจือปน
ประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

14 ส.ค. 2540

ปริญญาบัตร

ของ

ดวงมณี ลออรรถพงศ์



เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

มิถุนายน 2540

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๖๘๓๖๓

อุณหภูมิจุดเยือกของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบพลังงานมีค่าจำกัดเมื่อมีสิ่งเจือปน
ประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

บทคัดย่อ

ของ

ดวงมณี ลอยอรรถพงษ์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

มิถุนายน 2540

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ ศึกษาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบพลังงานมีค่าจำกัดเมื่อมีสิ่งเจือปนประเภทไม่เป็นแม่เหล็กตามวิธีการของชันและมากี โดยแก้สมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อนตามทฤษฎีของอบริโคซอฟและกอร์คอฟเมื่อกำหนดความกว้างของแถบพลังงานมีค่าจำกัด

ผลการคำนวณพบว่า ความเข้มข้นของสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กมีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด ดังนั้นการเติมสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็ก มีผลทำให้อัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤต $\frac{T_C}{T_{CO}}$ ลดลง และลดลงเข้าสู่ศูนย์เมื่อสารเจือปนมีความเข้มข้นเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้ผลที่ได้สอดคล้องกับงานของมาร์ชกลิโอ และ ฮัน-ยงชอย

CRITICAL TEMPERATURE OF FINITE - BANDWIDTH HIGH TEMPERATURE
SUPERCONDUCTORS CONTAINING NONMAGNETIC IMPURITIES

AN ABSTRACT

BY

DUANGMANEE LA-ORAUUTTAPONG

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Science degree in Physics
at Srinakharinwirot University

June 1997

The purpose of this research is to investigate the critical temperature of finite-bandwidth high temperature superconductors containing the nonmagnetic impurities by means of the Sun and Maki technique. By solving the weak coupling model of Abrikosov and Gor'kov; the gap equation with the finite electronic bandwidth is obtained.

It is found that the critical temperature depends on the nonmagnetic impurity concentration such that the critical temperature, T_C is suppressed and approaches zero when the nonmagnetic impurity concentration increases. Furthermore, our result agrees with those of Marsiglio and Han-Yong Choi.

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

..... สุกกัน วกกัน ประธาน
(ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน)

..... 147 3552 กรรมการ
(ผศ.ดร.เฟื่องลดา วีระสัย)

คณะกรรมการสอบ

..... สุกกัน วกกัน ประธาน
(ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน)

..... 145 3552 กรรมการ
(ผศ.ดร.เฟื่องลดา วีระสัย)

..... 147 3552 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผศ.บัญชา ศิลปสกุลสุข)

..... นิรมล ปิตะนีละผลิน กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผศ.นิรมล ปิตะนีละผลิน)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... 147 3552 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ดร.ศิริขุภา พูลสุวรรณ)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2540

ประกาศคุณประการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจาก ศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์ ยกส์าน ที่ได้ให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษา และตรวจแก้ไข ตลอดระยะเวลาที่ทำการวิจัย ผู้วิจัย ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เฟื่องลดา วีระสัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ บัญชา ศิลปสกุลสุข และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นิรมล ปิตะนิละผลิน ที่กรุณาให้คำแนะนำ และแก้ไข ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ ที่กรุณาให้คำแนะนำในด้านคอมพิวเตอร์ สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ บิดาและมารดา ซึ่งเป็นผู้ที่ให้โอกาสในทุกๆด้านแก่ผู้วิจัย ทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ดวงมณี ลอออรณพงศ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
จุดมุ่งหมายของงานวิจัย.....	14
ความสำคัญของการวิจัย.....	14
2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	15
3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	32
4 ผลงานวิจัย.....	40
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	74
สรุปผลการวิจัย.....	74
ข้อเสนอแนะ.....	80
บรรณานุกรม.....	81
ภาคผนวก.....	85
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	95

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 ตัวอย่างอุณหภูมิกวักฤตและค่าสนามแม่เหล็กกวักฤตของธาตุต่างๆ..... 3
- 2 เปรียบเทียบสมบัติตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำและตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิตั้ง..... 11

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์.....	1
2 กราฟระหว่างสนามวิกฤตกับอุณหภูมิ.....	2
3 แสดงการขึ้นกับอุณหภูมิของระยะทะลวงลึกของสนาม.....	4
4 ปรากฏการณ์ไมสเนอร์.....	4
5 แสดงสภาพนำยิ่งยวดของลันทานัม แบเรียม และ คอปเปอร์ออกไซด์ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต ประมาณ 35 K.....	5
6 กราฟอุณหภูมิวิกฤตของสารกับปีคัมพบ.....	6
7 แสดงการเสีรูปร่างของแลตทิซผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซผลึก และทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก.....	7
8 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน	8
9 แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสที่ช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง ใน real space และ momentum space.....	9
10 แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสที่ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง ใน real space และ momentum space.....	10
11 แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดีที่ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง ใน real space และ momentum space.....	11
12 กราฟแสดงอัตราส่วนการลดลงของช่องว่างพลังงาน $\frac{\Delta(T)}{\Delta_0(0)}$ กับ อุณหภูมิ $\frac{T}{T_{CO}}$ ด้วยอัตราส่วนความเข้มข้นของสารเจือ $\frac{c}{c_c} = 0.0$ (____), $\frac{c}{c_c} = 0.1$ (-----) $\frac{c}{c_c} = 0.2$ (____) , $\frac{c}{c_c} = 0.3$ (-----).....	17
13 แสดงการลดลงของอุณหภูมิวิกฤต T_C กับความเข้มข้นของสารเจือ Zn และ Ni ใน $YBa_2Cu_3O_7$	18

14 กราฟแสดงการลดลงของอุณหภูมิวิกฤต T_C , กับปริมาณความเข้มข้นของสารเจือ $\frac{\Gamma}{\Delta_{00}}$
 ในเทอมของช่องว่างพลังงาน $\Delta_{00} = \Delta(\phi = 0, T = 0, n_i = 0)$ สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิด
 คลื่นดี ($d_{x^2-y^2}$) และตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทาง(ASW) เมื่อการกระเจิง
 ของอิเล็กตรอน $c=0,1$ 21

15 กราฟแสดงพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ $\Delta(T)$ เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ $\frac{T}{T_C}$
 โดยที่ (.....) แทนคลื่นเอส (____) แทนคลื่นดี..... 22

16 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 500$ K ,กรณี ที่ 1..... 46

17 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 800$ K ,กรณี ที่ 1..... 47

18 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 500$ K
 และ $W = 1,000$ K ,กรณี ที่ 2..... 48

19 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 800$ K
 และ $W = 1,000$ K ,กรณี ที่ 2..... 49

20 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 500$ K
 และ $W = 1,000$ K , กรณี ที่ 3..... 50

21 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 800$ K
 และ $W = 1,000$ K ,กรณี ที่ 3..... 51

22 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 40$ K ,กรณี ที่ 1..... 52

23 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
 ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 80$ K ,กรณี ที่ 1..... 53

24	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $W = 1,000$ K กรณีที่ 2.....	54
25	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $W = 1,000$ K กรณีที่ 2.....	55
26	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $W = 1,000$ K กรณีที่ 3.....	56
27	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $W = 1,000$ K กรณีที่ 3.....	57
28	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000$ K เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 500$ K กรณีที่ 2.....	58
29	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000$ K เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 500$ K กรณีที่ 2.....	59
30	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000$ K เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 500$ K กรณีที่ 3.....	60
31	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000$ K เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 500$ K กรณีที่ 3.....	61
32	กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $1,000$ K และ $1,000$ K ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 500$ K	62

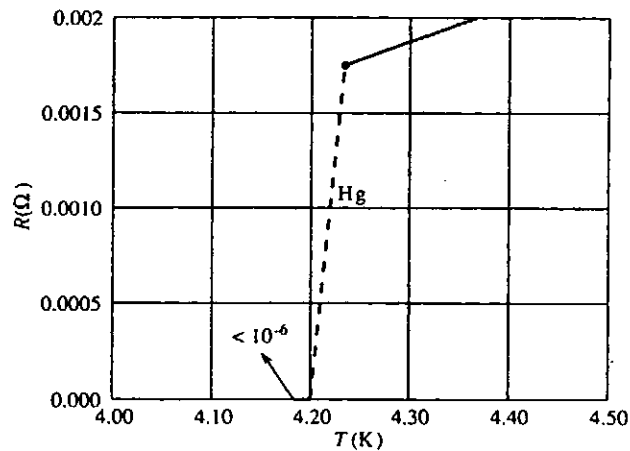
- 33 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 1,000 K และ 1,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 500$ K 63
- 34 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 1,000 K และ 1,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 800$ K 64
- 35 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 1,000 K และ 1,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 800$ K 65
- 36 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 5,000 K และ 5,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 500$ K 66
- 37 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 5,000 K และ 5,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 500$ K 67
- 38 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 5,000 K และ 5,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 800$ K 68
- 39 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 5,000 K และ 5,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 800$ K 69
- 40 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 50,000 K และ 50,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 500$ K 70
- 41 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 50,000 K และ 50,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 500$ K..... 71

- 42 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 50,000 K และ 50,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40$ K และ $\omega_D = 800$ K..... 72
- 43 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ
ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, 50,000 K และ 50,000 K
ในกรณีที่ 1 , 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80$ K และ $\omega_D = 800$ K..... 73

บทที่ 1

บทนำ

ในปี ค.ศ. 1911 ฮอนเนส (Onnes, 1911 : 1226) ได้ศึกษาการแปรผันของสภาพต้านทานไฟฟ้าของปรอท และพบว่าสภาพต้านทานของปรอทนั้นเป็นศูนย์เมื่ออุณหภูมิลดลงต่ำกว่า 4.2 K และได้เรียกปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นนี้ว่า “สภาพนำยิ่งยวด” (superconductivity) และตัวนำที่มีคุณสมบัติดังกล่าวเรียกว่า “ตัวนำยิ่งยวด” (superconductor) ดังภาพประกอบ 1



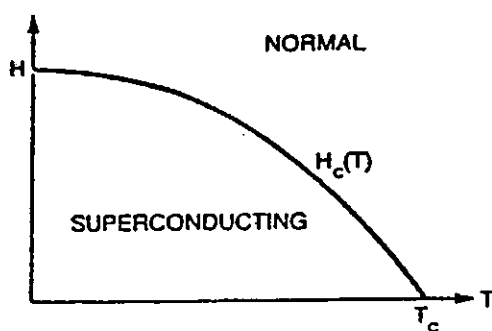
ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์

(Orlando and Delin, 1991 : 3)

อุณหภูมิที่ตัวนำใดๆ หมดสภาพต้านทานไฟฟ้าเรียกว่า “อุณหภูมิวิกฤต” (critical temperature, T_c) อุณหภูมินี้เป็นอุณหภูมิที่สภาพการนำแบบปกติเปลี่ยนไปสู่สภาพการนำแบบยิ่งยวด T_c เป็นค่าคงที่ขึ้นกับสมบัติกายภาพของสาร มีสารตัวนำยิ่งยวดมากมายในธรรมชาติ โดยแต่ละสารจะมีอุณหภูมิวิกฤตต่างกัน

ฮอนเนสยังได้พบอีกว่ากระบวนการเปลี่ยนตัวนำยิ่งยวดไปเป็นตัวนำปกติไม่ได้ทำได้เฉพาะการเพิ่มอุณหภูมิเท่านั้น แต่กระบวนการนำสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มสูงถึงค่าหนึ่งคือ H_c ซึ่งเรียกว่า สนามวิกฤต (critical field) มากระทำต่อตัวนำยิ่งยวด ก็สามารถทำลายสภาพนำยิ่งยวดได้เช่นกัน สนามนี้เป็นสนามแม่เหล็กที่ทำลายสภาพนำยิ่งยวดโดยทำให้สารกลับคืนสู่สภาพ

ปกติ ค่าสนามวิกฤตนี้ขึ้นกับอุณหภูมิ เมื่ออุณหภูมิมีค่าเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตความเข้มของสนามวิกฤตก็จะมีค่าน้อยลง ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กราฟระหว่างสนามวิกฤตกับอุณหภูมิ (Kresin and Wolf . 1990 : 10)

สนามวิกฤตที่หลายสภาพนำยิ่งยวดด้วยการเพิ่มอุณหภูมิ $H_c(T)$ เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ T และมีรูปทั่วไปดังนี้

$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (1.1)$$

เมื่อ $H_c(0)$ เป็นสนามวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

สมการ (1.1) แสดงว่าที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ สนามวิกฤตมีค่ามากที่สุด และที่อุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่าเป็นศูนย์

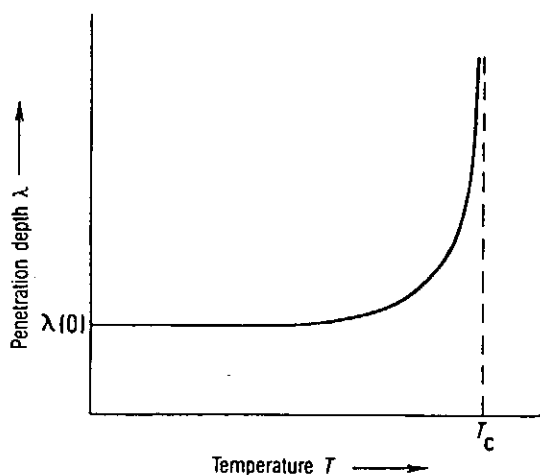
ตาราง 1 ตัวอย่างอุณหภูมิวิกฤตและค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตของธาตุต่างๆ

ธาตุ	$T_c(K)$	$H_c \times 10^4 (T)$	ธาตุ	$T_c(K)$	$H_c \times 10^4 (T)$
Al	1.19	104	Re	1.70	188
Ga	1.09	59.4	Ru	0.49	66
In	3.40	282.7	Ta	4.39	780
Ir	0.14	20	Tl	2.38	176.5
La	5.9	1600	Th	1.37	131
Pb	7.2	803	Sn	5.3	303
Hg- α	4.15	412	Ti	0.42	56
Hg- β	3.95	339	W	0.012	1.07
Mo	0.92	95	V	5.3	1310
Nb	9.17	1944	Zn	0.9	51.8
Os	0.66	65	Zr	0.55	47

(Buckel. 1991 : 20)-

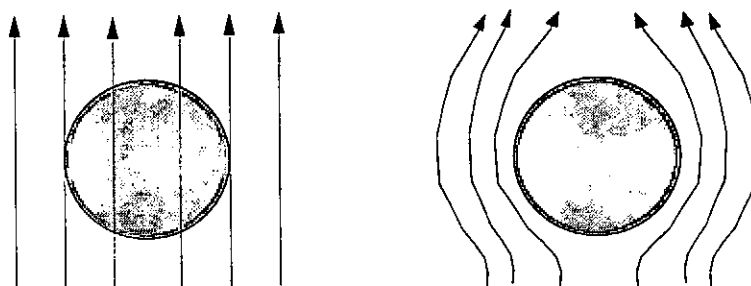
ในปี ค.ศ. 1933 ไมสเนอร์ และ ออกเซนเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld. 1933 : 787) ได้พบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยิ่งยวดว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถผ่านเข้าไปในสารตัวนำยิ่งยวดได้ และที่อุณหภูมิสูงกว่า อุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กสามารถทะลุทะลวงเข้าไปในเนื้อสารได้ แต่เมื่ออุณหภูมิลดลงจนสารเปลี่ยนเป็นตัวนำยิ่งยวด สารนั้นจะผลักสนามแม่เหล็กให้เบนออกมาทำให้สนามแม่เหล็กภายในมีค่าเป็นศูนย์ ($\vec{B} = 0$) ทำให้สารตัวนำยิ่งยวดมีสมบัติของสารแม่เหล็กไดอาแมกเนตสมบูรณ์ (perfect diamagnet) และอธิบายว่าสาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ซึ่งเกิดขึ้นที่ผิวของสารตัวนำยิ่งยวดยุคนั้นสร้างสนามแม่เหล็กต่อต้านสนามภายนอกที่เข้าไปกระทำ ความหนาของชั้นกระแสนี้เรียกว่าระยะทะลุทะลวงลึกของสนาม (field penetration depth , λ) มีค่าประมาณ 10^{-5} - 10^{-6} cm. และที่อุณหภูมิใกล้ T_c ระยะทะลุทะลวงลึกของสนามขึ้นกับอุณหภูมิ ดังสมการ (Buckel. 1991 : 119)

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} \propto \left(1 - \frac{T}{T_C}\right)^{-1/2} \quad (1.2)$$



ภาพประกอบ 3 แสดงการขึ้นกับอุณหภูมิของระยะทะลวงลึกของสนาม (Buckel. 1991 : 119)

ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า “ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์” (Meissner’s effect) ดังภาพประกอบ 4



ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก

$$T > T_C$$

ตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

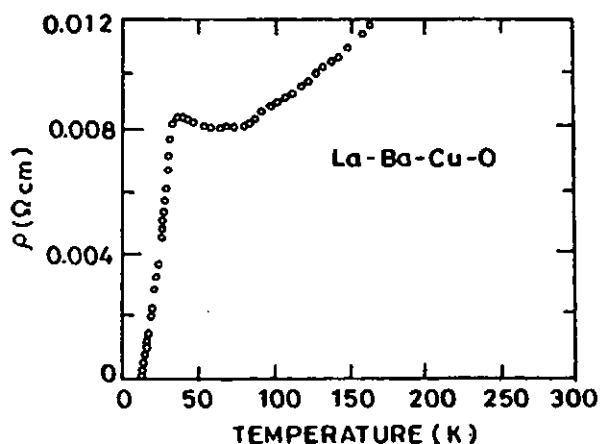
$$T < T_C$$

ภาพประกอบ 4 ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์

หลังจากที่ฮอนเนสได้ค้นพบสภาพนำยิ่งยวดแล้วนั้น นักวิทยาศาสตร์ได้ทำการ
วิจัยตัวนำยิ่งยวดต่างๆมาโดยตลอด และได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตมีค่าต่างๆ มากมายและมากที่สุดที่
23 K ในสารประกอบไนโอเบียมเจอร์มาเนียม Nb_3Ge (Testardi , Wernick and Roger.

1974 : 1) และจากนั้นมานักวิทยาศาสตร์ได้พยายามวิจัยเพื่อให้ได้ตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิสูงกว่า 23 K แต่ไม่ประสบความสำเร็จ ในขณะที่เดียวกันนั้นการศึกษาวิจัยทั้งเชิงทฤษฎีและเชิงปฏิบัติทำให้นักวิทยาศาสตร์หลายคนเชื่อว่า ตัวนำยิ่งยวดในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตจำกัดคือไม่เกิน 30 K

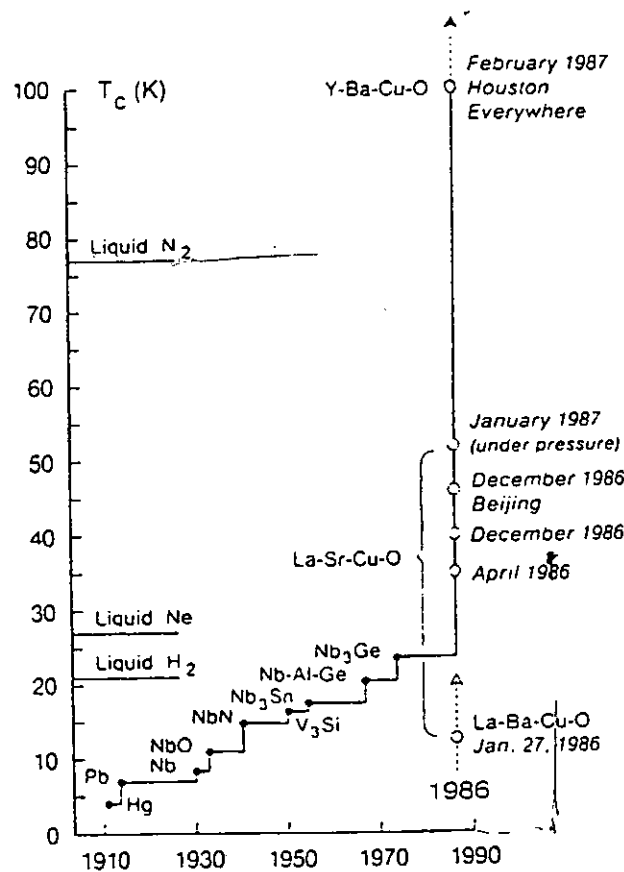
การพบปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดโดยนักวิทยาศาสตร์ 2 คน คือ เบ็ดนอร์ซ และ มุลเลอร์ (Bednorz and Muller. 1986 : 189) ได้ทำให้นักวิทยาศาสตร์หันมาสนใจศึกษาสภาพนำยิ่งยวดเพิ่มขึ้น เมื่อในปี ค.ศ. 1986 เบ็ดนอร์ซ และ มุลเลอร์ ได้พบว่าสารประกอบ La -Cu -O เมื่อถูกเจือด้วย Ba กลายสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิประมาณ 35 K ซึ่งถือว่าเป็นอุณหภูมิวิกฤตที่สูง ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 แสดงสภาพนำยิ่งยวดของลันทานัม แบเรียม และ คอปเปอร์ออกไซด์ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 35 K (Bednorz and Muller. 1986 : 189)

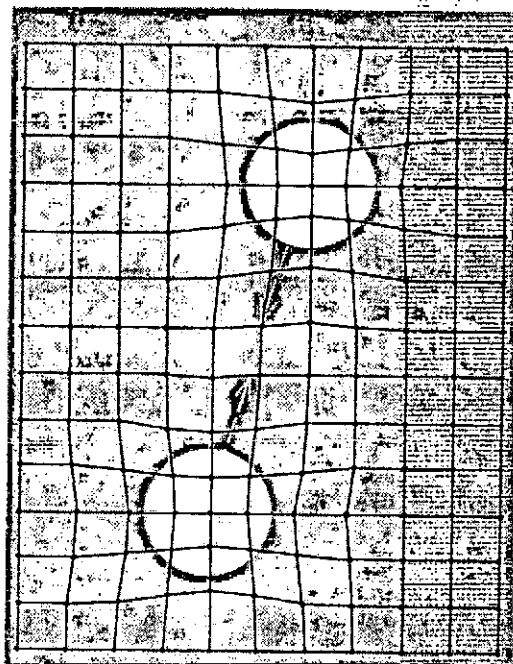
การค้นพบครั้งนี้ถือว่าการพลิกประวัติศาสตร์การศึกษาตัวนำยิ่งยวด โดยที่นักวิทยาศาสตร์ทั้งสองเป็นผู้ค้นพบอุณหภูมิวิกฤตในช่วง 30 - 40 K เป็นครั้งแรก ต่อมา ชู , วู และคนอื่นๆ (Chu , Wu and others. 1987 : 908) ได้พบว่าสารประกอบ Y-Ba-Cu-O มีอุณหภูมิวิกฤตในช่วง 90 - 100 K การค้นพบนี้แสดงถึงปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ซึ่งนับว่าเป็นความก้าวหน้าในการประยุกต์เพราะสภาพนำยิ่งยวดที่เกิดขึ้นในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ (Low Temperature Superconductor) นั้นต้องประสบปัญหาขุ่ยากในการสร้างห้องปฏิบัติการที่มีอุณหภูมิต่ำมากๆ และต้องใช้การลงทุนสูงเพราะต้องใช้ฮีเลียมเหลวที่มีจุดเดือด 4 K มาเป็นตัวหล่อเลี้ยง ฮีเลียมเหลวนอกจากมีราคาแพงมากและฮีเลียมธรรมชาติก็กำลังจะหมดไปจากโลกอีกด้วย ดังนั้น

วงการวิทยาศาสตร์จึงได้หันกลับมาสนใจตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (High Temperature Superconductor) ซึ่งตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงใช้ในโครเจนเหลวที่มีจุดเดือด 77 K ในการหล่อเลี้ยงและมีราคาเพียง 10% ของราคาฮีเลียมเหลว



ภาพประกอบ 6 กราฟอุณหภูมิวิกฤตของสารกับปีค้นพบ (Halley. 1988 : 14)

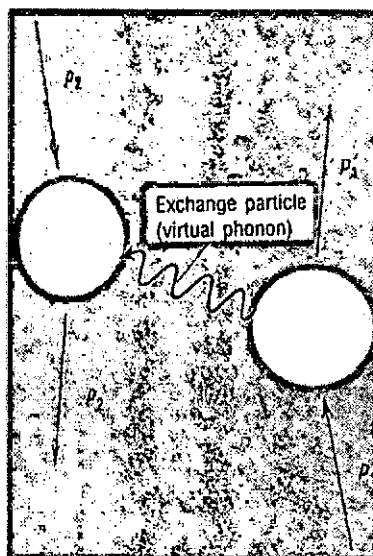
ทฤษฎีที่นับว่าประสบความสำเร็จในการอธิบายสมบัติโดยทั่วไปของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ คือทฤษฎีของบาร์ดีน คูเปอร์ และชรีฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer. 1957 : 1175) ทฤษฎีนี้เรียกโดยย่อว่า ทฤษฎีบีซีเอส (BCS-theory) ซึ่งวิเคราะห์เหตุผลโดยวิธีคำนวณพบว่ากลไกสำคัญที่ทำให้ตัวนำปกติเป็นตัวนำยิ่งยวดได้คือเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในผลึก จะทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึกทำให้แลตทิซผลึกเสียรูปทรง ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 แสดงการเสี้ยวรูปไปของแลตทิซผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซผลึกและทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก (Buckel. 1991 : 31)

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนมีความหนาแน่นของอออนบวกเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้มีผลกระทบท่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ใกล้บริเวณนั้น อิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มอออนบวกดึงดูดเข้าไปยังกลุ่มบวก ทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง ดังนั้นแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนจึงเกิดขึ้นได้และอิเล็กตรอนทั้งสองมาจับคู่กัน โดยอันตรกิริยาดึงดูด แต่ทั้งนี้อันตรกิริยาแบบดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลึกแบบคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอน ฉะนั้นเราจึงมีระบบคู่อิเล็กตรอน และเราเรียกอิเล็กตรอนที่มาจับคู่กันในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มีนี้ว่า คู่คูเปอร์ (Cooper pairs) คู่คูเปอร์นี้ประกอบด้วยคู่อิเล็กตรอนที่มีขนาด โมเมนตัมเท่ากันแต่มีทิศทางการกันข้าม $\{ \vec{P}_\uparrow , -\vec{P}_\downarrow \}$ และระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่งๆ เรียกว่า ความยาวอาพันธ์ (coherent length, ξ) ตามปกติเมื่ออออนบวกในแลตทิซของโลหะสั้นจะทำให้เกิดคลื่นแลตทิซ (lattice wave) คลื่นนี้มีกำเนิดมาจากอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในผลึกแล้วรบกวนอออนในแลตทิซผลึกที่สั้นอยู่ เรียกสภาวะกระตุ้นของแลตทิซผลึกว่าโฟนอน (phonon) การแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างกันและกัน จากอิเล็กตรอนตัวหนึ่งไปสู่อิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งหรือการ

รับและการคายโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองทำให้แรงดึงดูดสามารถเอาชนะอันตรกิริยาผลักแบบคูลอมบ์ อันตรกิริยาลัทธิระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองจึงเป็นแรงดึงดูดอย่างอ่อน (weak attractive interaction) แรงดึงดูดจะมีค่าสูงสุดเมื่ออิเล็กตรอนทั้งสองมีโมเมนตัมที่มีขนาดเท่ากันและสปินตรงกันข้าม หากเราแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน (Buckel. 1991 : 35)

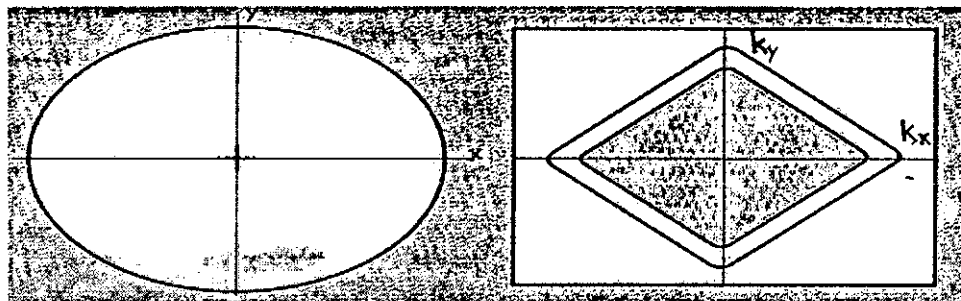
ที่อุณหภูมิสูงๆ อีออนบวกในแลตทิซผลึกมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมาก ทำให้อันตรกิริยาผลักคูลอมบ์มีค่ามากกว่าอันตรกิริยาดึงดูด จึงเป็นผลให้อิเล็กตรอนแตกออกจากกัน

ที่อุณหภูมิต่ำๆ อันตรกิริยาดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลักคูลอมบ์ ดังนั้นระบบจึงเป็นคู่อิเล็กตรอน การที่อิเล็กตรอนสองตัวมาจับคู่กันทำให้อิเล็กตรอนต้องสูญเสียพลังงานจึงเป็นผลทำให้เกิดช่องว่างพลังงาน (energy gap, Δ) เกิดขึ้น

เป็นที่ทราบกันดีว่าอิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มีเป็นตัวการสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวด ดังนั้นสำหรับตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ อิเล็กตรอนที่เป็นคู่อิเล็กตรอนจะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นศูนย์ ($l = 0$) เราเรียกดัวนำยิ่งยวดที่มีโมเมนตัมลัทธิเป็นศูนย์นี้ว่าตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส (s-wave) (Levi. 1996 : 19) โดยที่ช่องว่างพลังงานที่ผิวเฟอร์มีเกิดขึ้นได้ 2 ลักษณะ คือ

ช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic s-wave) และ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง (anisotropic s-wave)

ตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส ที่มีช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทางนั้นค่าของช่องว่างพลังงานจะมีค่าเท่ากันทุกทิศทาง ดังภาพประกอบ 9 ก-ข

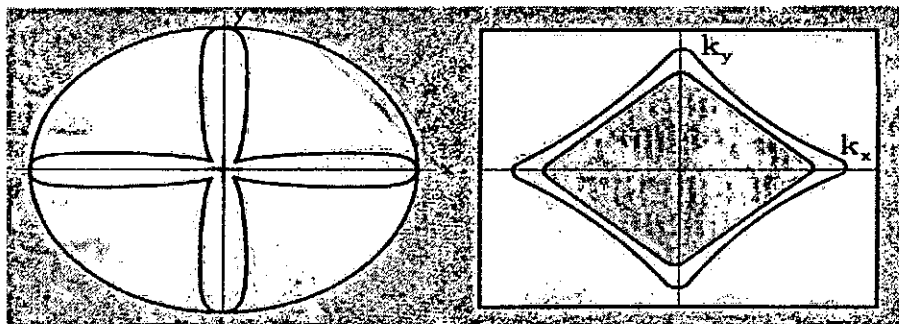


ภาพประกอบ 9-ก

ภาพประกอบ 9-ข

ภาพประกอบ 9 ก-ข แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส ที่มีช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทางใน real space และ momentum space ตามลำดับ (Levi. 1996 : 19)

สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส ที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางนั้นค่า ช่องว่างพลังงานจะเป็นบวกในบางตำแหน่ง และมีค่าเกือบเป็นศูนย์ในบางตำแหน่ง ดังนั้นค่าของช่องว่างพลังงานจึงไม่คงที่โดยมีค่าขึ้นกับทิศทาง ดังภาพประกอบ 10 ก-ข



ภาพประกอบ 10 ก

ภาพประกอบ 10-ข

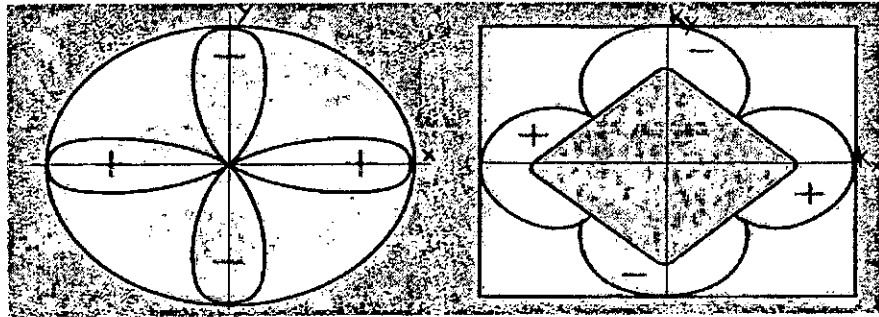
ภาพประกอบ 10 ก-ข แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส ที่ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางใน real space และ momentum space ตามลำดับ (Levi. 1996 : 19)

สำหรับกลไกที่ทำให้เกิดสภาพตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงนั้นนักวิทยาศาสตร์หลายท่าน (Levi. 1996 : 17) มีความเห็นว่าสภาพนำยิ่งยวดอาจจะเกิดจากความแปรปรวนในการจับคู่ของสปินแบบแอนติเฟอร์โรแมกเนติก (antiferromagnetic spin fluctuation)

ปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์มีความเห็นตรงกันว่าอิเล็กตรอนสองตัวยังคงจับคู่กันเป็นคู่คูเปอร์ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (Levi . 1993 : 19) แต่กลไกที่อิเล็กตรอนทั้งสองใช้ในการจับคู่กันยังไม่อาจที่จะสรุปได้ชัดเจนว่าเกิดจากสาเหตุใด ผลการทดลองต่างๆ ได้ทำให้นักวิทยาศาสตร์ทราบอีกว่า ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงอิเล็กตรอนที่เป็นคู่คูเปอร์จะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นสอง ($l = 2$) เขาเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีโมเมนตัมลัทธิเป็นสองนี้ว่าตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี แต่นักฟิสิกส์บางคนคิดว่าคู่คูเปอร์อาจจะเป็นการผสมกันระหว่างคลื่นเอสและคลื่นดี สำหรับเรื่องนี้คงต้องศึกษาต่อไป

ผลการทดลองวัดสัญญาณ NMR (Nuclear Magnetic Resonance) ของมาร์ทีนเดลและคนอื่นๆ (Martindale and others. 1993 : 9155) ยืนยันได้ว่าในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงอิเล็กตรอนที่เป็นคู่คูเปอร์มีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นสอง ($l = 2$)

เชน และคนอื่นๆ (Shen and others. 1993 : 1553) ได้วัดช่องว่างพลังงานบนผิวเฟอร์มิของสารตัวนำยิ่งยวดในทิศทางต่างๆ โดยใช้กระบวนการ Photoemission และได้พบว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นสอง ลักษณะของช่องว่างพลังงาน มีค่าไม่คงที่และขึ้นกับทิศทางมาก เราพบว่าค่าของช่องว่างพลังงานจะมีค่าเป็นบวกในบางตำแหน่ง บางตำแหน่งมีค่าเป็นลบและบางทิศทางมีค่าเป็นศูนย์ที่ระดับเฟอร์มิ ดังนั้นช่องว่างพลังงานจึงไม่คงที่โดยมีค่าขึ้นกับทิศทาง ดังภาพประกอบ 11 ก-ข



ภาพประกอบ 11-ก

ภาพประกอบ 11-ข

ภาพประกอบ 11 ก-ข แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี ที่ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางใน real space และ momentum space ตามลำดับ (Levi. 1996 : 19)

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง ส่วนช่องว่างพลังงานของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำมิได้ขึ้นกับทิศทางนัก เพื่อให้เห็นความแตกต่างระหว่างตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงและอุณหภูมิต่ำให้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงการเปรียบเทียบสมบัติสำคัญๆดังนี้

ตาราง 2 เปรียบเทียบสมบัติตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำและตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

คุณสมบัติ	ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ	ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง
1.สภาพต้านทานไฟฟ้า (Subramanyam. and Gopal. 1989 : 3)	$\rho=0$	$\rho=0$
2.ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Tanner. 1995 : 215)	เกิด	เกิด
3.ความยาวที่เป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดได้แก่ 3.1)ความลึกในการทะลุทะลวงของสนามแม่เหล็กจะลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียลตามความลึก จะมีค่าหลายร้อยแองสตรอม นั่นหมายความว่าสนามแม่เหล็กจะทะลุผ่านเข้าไปในตัวนำยิ่งยวดได้เป็น	$\lambda \approx 1000\text{\AA}$	มีค่ามากกว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ 10 -20 เท่า

ตาราง 2 (ต่อ)

<p>ระยะทางลึกลหลายร้อยอะตอมจากผิว (Umezawa. 1989 : 2849)</p> <p>3.2)ความยาวอาพันธ์ (coherent length ,ξ)</p>	<p>ที่ อุณหภูมิ ศูนย์ องศา สัมบูรณ์ $\xi_0 = 1 \text{ \AA}$ (Tanner. 1995 : 228)</p>	<p>ที่ อุณหภูมิ ศูนย์ องศา สัมบูรณ์ $\xi_0 = 0.01 \text{ \AA}$ (Worthington,Gallagher and Dinger. 1987: 1160)</p>
<p>4.ช่องว่างพลังงานแยกอิเล็กตรอนใน สถานะนำยิ่งยวดให้อยู่ภายใต้ช่องว่างพลัง งานและอิเล็กตรอนในสถานะนำปกติให้ อยู่เหนือช่องว่างพลังงาน</p>	<p>ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $2\Delta(0) = 3.52kT_C$ (Buckel. 1991 : 64)</p>	<p>ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $2\Delta(0) = 2.4kT_C - 8kT_C$ (Warren. 1987 : 1860)</p>
<p>5.คุณสมบัติทางความร้อน</p>	<p>ความร้อนจำเพาะของ อิเล็กตรอนในสภาพปกติ (C_n)ที่ $T > T_C$ แปรตาม อุณหภูมิตามสมการ $C_n \sim$ T และสภาพนำยิ่งยวด ความร้อนจำเพาะของ อิเล็กตรอนจะเข้าใกล้ศูนย์ แบบเอกซ์โปเนนเชียล ($e^{-\frac{a}{T}}$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่) และที่อุณหภูมิจากการ เปลี่ยนสภาพความร้อน จำเพาะจะไม่ต่อเนื่อง (Subramanyam. and Gopal. 1989 : 157)</p>	<p>ความร้อนจำเพาะมีค่าขึ้น กับอุณหภูมิตามแบบ T^n (Harlingen. 1995 : 515)</p>

ในการศึกษาสภาพนำยิ่งยวดเมื่อระบบมีสารเจือ (impurity) ได้มีการศึกษาอิทธิพลของสารเจือที่มีต่อสภาพนำยิ่งยวด และโดยทั่วไปแล้วอาจแบ่งสารเจือได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. ในกรณีที่อะตอมของสารเจือมีสภาพไม่เป็นแม่เหล็ก (non-magnetic impurities) เนื่องจากโมเมนต์แม่เหล็กกลับขั้วของอะตอมหักล้างกันพอดี จะทำให้อะตอมหรือไอออนนั้นไม่เป็นแม่เหล็ก

2. ในกรณีที่อะตอมของสารเจือมีสภาพเป็นแม่เหล็ก (magnetic impurities) เนื่องจาก การที่โมเมนต์แม่เหล็กของอะตอมหักล้างกันไม่หมด

อบริโคซอฟ และกอร์คอฟ (Abrikosov and Gor'kov. 1961 : 1243) ได้ศึกษาผลของสารเจือที่เป็นแม่เหล็กในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ โดยใช้ข้อสันนิษฐานว่าในอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ได้อิสระและมีสปิน σ กับอะตอมของสารเจือที่มีสปิน $\bar{\sigma}$ เป็นอันตรกิริยาแบบแลกเปลี่ยน $J\bar{\sigma}\sigma$ (J คือพารามิเตอร์ของอันตรกิริยา) สปินของอิเล็กตรอนตัวหนึ่งในคู่อุปเปอร์คอนดักต์อย่างทันทีทันใด คู่อุปเปอร์จะแตกออกจากกัน ซึ่งนับว่าเป็นการทำลายคู่อุปเปอร์ ปრაกฏการณ์เช่นนี้เป็นการทำลายสภาพนำยิ่งยวด

แมทโทฮัส (Matthias. 1962 : 250) ได้ศึกษาผลของสารเจือชนิดที่เป็นแม่เหล็กที่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Mo-Re และได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตลดลงเมื่อเพิ่มความเข้มข้นของสารเจือแม่เหล็กเพิ่มและจากผลการทดลองของแมทโทฮัสนี่เองได้มีการศึกษาต่างๆติดต่อกันมา

จุดมุ่งหมายของงานวิจัย

เพื่อศึกษาตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็กปนตามแบบของชั้นและมาก เมื่อแถบพลังงานมีค่าจำกัด เพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิวิกฤต T_c โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อนตามทฤษฎีของอบริโคซอฟและกอร์คอฟ

ความสำคัญของการวิจัย

งานวิจัยนี้วิเคราะห์ด้วยการคำนวณ มีความมุ่งหมายดังนี้ คือ

1. ผลการวิจัยนี้สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงกับความเข้มข้นของสารเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็กได้
2. เพื่อนำผลการวิจัยที่ได้ใหม่นี้เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยเก่าๆ ว่าน่าเชื่อถือ และเป็นที่ยอมรับได้ หรือไม่เพียงใด

บทที่ 2

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1988 เฮอเฟลด์ และ วอลเฟิลด์ (Hirschfeld and Wolfe. 1988 : 83) ได้ศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการกระเจิงแบบเรโซแนนซ์เมื่อเติมด้วยสารเจือในตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทาง โดยพิจารณาคุณสมบัติการผ่อนคลายของสปินและคุณสมบัติเชิงความร้อน โดยใช้การประมาณแบบ ที-เมทริกซ์ เพื่อคำนวณความหนาแน่นสถานะ อุณหภูมิวิกฤต พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ ความร้อนจำเพาะ สภาพนำยิ่งยวดเชิงความร้อน และอัตราการผลิตสปินแลตทิซ พบว่าสารเจือมีผลทำให้ตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงาน โดยเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงาน

$$\Delta_k = -T \sum_{\omega_n} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{1}{2} \text{Tr}[(\underline{\tau}^1 + \underline{\tau}^2) g(k', \omega_n)] \quad (2.1)$$

เมื่อ

Δ_k คือ ช่องว่างพลังงานซึ่งขึ้นกับโมเมนตัม k

$V_{kk'}$ คือ ค่าคงที่ของอันตรกิริยาจากการเข้าสู่ของอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม \vec{k}, \vec{k}'

T คือ อุณหภูมิ

Tr คือ ผลรวมของปริมาณในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์จัตุรัส

$\underline{\tau}^j$ คือ เมทริกซ์ของเพาลี

g คือ ฟังก์ชันกรีน

$$\underline{g}(k, \omega) = \frac{1}{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Delta}_k^2 - \tilde{\xi}^2} (\tilde{\omega} \underline{\tau}^0 + \tilde{\Delta}_k \underline{\tau}^1 + \tilde{\xi}_k \underline{\tau}^3) \quad (2.2)$$

$\tilde{\omega}$ คือ ความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ

$\tilde{\xi}$ คือ พลังงานของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด

ผลการวิจัยเป็นดังสมการ

$$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_n}{2\pi T_C}\right) \quad (2.3)$$

$$\Gamma_n = \frac{\Gamma}{1+c^2}$$

เมื่อ

$$\Gamma = \frac{n_i}{\pi N(0) V}$$

n_i คือ ความเข้มข้นของสารเจือ

$\frac{N}{V}$ คือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

$N(0)$ คือ ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มิ

$c=0,1$ ใน unitary limit และ การกระเจิงแบบอ่อน ตามลำดับ

ในปี ค.ศ. 1991 อิชิดะ และคนอื่นๆ (Ishida and others. 1991 : 29) ได้ศึกษาตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือสังกะสี(Zn) โดยใช้เทคนิค Cu-NQR และ Cu-NMR เพื่อศึกษาการเลื่อนแบบไนท์ (Knight shift) และ เวลาการผ่อนคลายของสปินของนิวเคลียสของทองแดงเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (nuclear -spin -lattice relaxation time) พบว่าสารเจือ Zn ทำให้ตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงานและค่า $\frac{2\Delta}{T_C} \approx 0.5$ เมื่อตัวนำยิ่งยวดเป็นตัวนำยิ่งยวดที่ไม่มีช่องว่างพลังงาน จะมีค่าความหนาแน่นสถานะค่าหนึ่งที่ระดับเฟอร์มิ

ในปี ค.ศ.1993 ฮอตต้า (Hotta . 1993 : 274) ได้ศึกษาผลของสารเจือในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง โดยศึกษาสมมาตรของคู่คูเปอร์ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือที่ไม่เป็นแม่เหล็กในแลตทิซแบบจัตุรัส (square lattice) เมื่อให้สถานะการจับคู่แบบคลื่นเอส คลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทาง และคลื่นดี พบว่าผลที่ได้สอดคล้องกับการทดลองของอิชิดะและคณะ ที่วัดอัตราการผ่อนคลายของสปินนิวเคลียสเมื่อมีการเติมด้วยสารเจือ Zn โดยงานวิจัยของเขาเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงาน

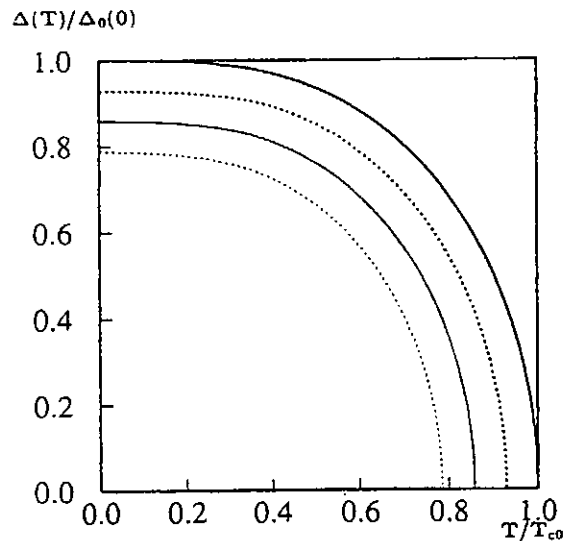
$$\Delta_k = -\pi TN(0) \sum_{\omega_n} \left\langle \frac{V_{kk'} \tilde{\Delta}_{k'}}{\sqrt{\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}_{k'}}} \right\rangle_{FS} \quad (2.4)$$

เมื่อ $V_{kk'}$ คือ อันตรกิริยาการจับคู่ โดยมีเงื่อนไขดังนี้

$$V_{kk'} = \begin{cases} -\Psi_d(k) V \Psi_d(k') & , |\omega_n| < \omega_c , |\omega_{n'}| < \omega_c \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

ω_c คือ ความถี่จำกัด (cut-off frequency)

จากการจับคู่แบบคลื่นดี ในสมการดังกล่าวข้างต้นนี้ พบว่าสารเจือทำให้อัตราส่วนช่องว่างพลังงานต่ออุณหภูมิมีค่าสูงถึง $\frac{2\Delta_0(0)}{T_{CO}} = 4.13$ และขึ้นกับอุณหภูมิของ $\Delta(T)$ เป็นดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 กราฟแสดงอัตราส่วนการลดลงของช่องว่างพลังงาน $\frac{\Delta(T)}{\Delta_0(0)}$ กับ อุณหภูมิ $\frac{T}{T_{CO}}$

ด้วยอัตราส่วนความเข้มข้นของสารเจือ $\frac{c}{c_c} = 0.0$ (—), $\frac{c}{c_c} = 0.1$ (-----)

$\frac{c}{c_c} = 0.2$ (.....), $\frac{c}{c_c} = 0.3$ (— · — · —) (Hotta . 1993 : 278)

เมื่อ
$$C_c = \frac{\pi^2 N_0(0) T_{CO}}{2e^\gamma}$$

C_c คือ ความเข้มข้นวิกฤตของสารเจือ

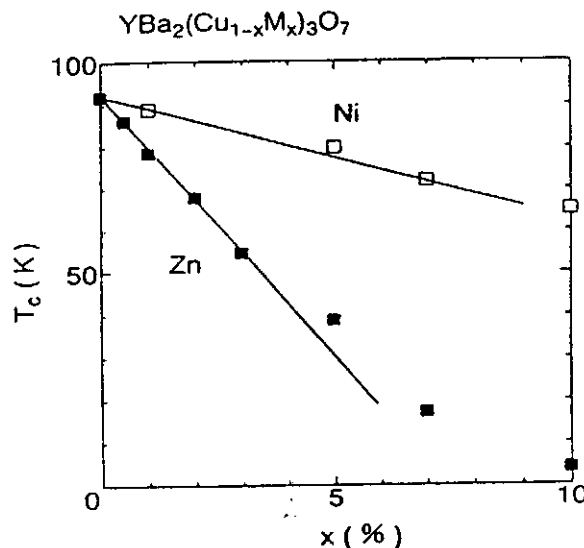
γ คือ ค่าคงที่ของออยเลอร์ มีค่าเท่ากับ 1.7810

$N_0(0)$ คือ ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มิในสถานะปกติ

$\Delta_0(0)$ คือ ช่องว่างพลังงานเมื่อไม่มีสารเจือที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

ในปี ค.ศ. 1993 เฮอร์เฟลด์ และ โกลเดนเฟลด์ (Hirschfeld and Goldenfeld. 1993 : 4219) ได้ศึกษาผลของการกระเจิงอย่างรุนแรงที่มีต่อระยะทะเลวกลึกของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี พบว่าการเบี่ยงเบนของระยะทะเลวกลึก $\Delta\lambda$ ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต T_c ของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ชนิดคลื่นดี เป็นสัดส่วนโดยตรงกับอุณหภูมิ T ในรูปแบบ $\Delta\lambda \propto T^{\eta}$ เมื่อ η เป็นความเข้มข้นของสารเจือ กรณีนี้เป็นลักษณะพิเศษสำหรับสถานะการจับคู่ที่มีสมมาตรแบบคลื่นดี

ในปี ค.ศ. 1994 คิตาโอกะ อิซิดะ และอะซายามา (Kitaoka, Ishida and Asayama. 1994 : 2052) ได้ศึกษาผลของสารเจือปนในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ได้พบว่าสารเจือ Zn ทำให้ตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงาน (gapless superconductor) ส่วนสารเจือนิเกิล (Ni) ไม่ได้เปลี่ยนแปลงสมบัติความเป็นตัวนำยิ่งยวด และอุณหภูมิวิกฤต T_c ลดลงเมื่ออิเล็กตรอนถูกกระเจิงโดยอะตอมของสารเจือและสารตัวนำยิ่งยวดที่เปลี่ยนไปเป็นตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงาน พบว่าจะมีค่าความหนาแน่นสถานะค่าหนึ่งที่ระดับเฟอร์มิ เขาพบว่าลักษณะพิเศษเหล่านี้สามารถอธิบายได้โดยใช้แบบจำลองคลื่นดี ดังภาพประกอบ 13 ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือใน $YBa_2(Cu_{1-x}M_x)_3O_7$ ($M = Zn, Ni$) ในกรณีเมื่อมีการเจือด้วย Zn และ Ni อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดเมื่อเจือด้วย Zn ลดลงเร็วกว่าเมื่อเจือด้วย Ni ถึงประมาณ 5 เท่า



ภาพประกอบ 13 แสดงการลดลงของอุณหภูมิวิกฤต T_c กับความเข้มข้นของสารเจือ Zn และ Ni ใน $YBa_2Cu_3O_7$ (Kitaoka, Ishida and Asayama. 1994 : 2054)

ในปี ค.ศ. 1994 บอร์คอฟสกีและเฮิร์ชเฟลด์ (Borkowski and Hirschfeld. 1994 : 15404) ได้ศึกษาตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดีและตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทาง เขาพบว่าเมื่อเติมสารเจือในระนาบ Cu-O ของตัวนำยิ่งยวดสามารถแยกตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี และตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทางที่มีผลต่อพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ความเข้มข้นของสารเจือยังมีผลต่อระยะทะลวงลึก และองค์ประกอบของสารเจือแม่เหล็กทำให้ตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงานหรือกล่าวได้ว่าความเข้มข้นของสารเจือมีผลต่อช่องว่างพลังงาน

โดยรูปแบบการกระเจิงของศักย์ที่ผิวเฟอร์มีสำหรับสถานะคลื่นดี เป็น $\Delta_k = \Delta_0 \cos 2\phi$ และสำหรับคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทางเป็น $\Delta = |\Delta_0 \cos 2\phi|$ เมื่อ ϕ คือมุมในระนาบ a-b ที่วัดจากแกน a โดยงานวิจัยของเขาเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงาน

$$\Delta(k) = T \sum_n \sum_{k'} V_{kk'} \text{Tr} \left(\frac{\tau_1}{2} \right) \underline{g}(k', \omega_n) \quad (2.5)$$

เมื่อ

$$V_{kk'} = V_{d,s} \Phi_{d,s}(\hat{k}) \Phi_{d,s}(\hat{k}')$$

$$\underline{g}(k, \omega_n) = \frac{(\tilde{\omega} \tau^0 + \tilde{\xi}_x \tau^3 + \tilde{\Delta}_k \tau^1)}{(\tilde{\omega}^2 - \tilde{\xi}_x^2 - |\tilde{\Delta}_k|^2)} \quad (2.6)$$

โดยที่การลดลงของอุณหภูมิวิกฤตเป็นดังสมการ

$$\frac{dT_C}{d\Gamma_n} = -\chi \frac{\pi}{4}$$

เมื่อ

Γ_n คือ พารามิเตอร์การแตกคู่ที่ขึ้นกับความเข้มข้นของสารเจือ

$$\chi = \frac{[\langle \Phi_S^2 \rangle - \langle \Phi_S \rangle^2]}{\langle \Phi_S \rangle^2} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \text{ และ } 1 \text{ สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอสและคลื่นดี}$$

ตามลำดับ

ในปี ค.ศ. 1994 เฟเรนบาร์เซอร์ และ นอร์แมน (Fehrenbacher and Norman, 1994 : 3495) ได้ศึกษาการทำรีนอร์มัลไลเซชันช่องว่างพลังงาน (gap renormalization) ในตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทางเมื่อเติมด้วยสารเจือ เพื่อเปรียบเทียบผลของสารเจือที่ไม่เป็นแม่เหล็กที่มีผลต่อพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบที่ขึ้นกับทิศทางแบบคลื่นดีและต่อช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแบบคลื่นเอส โดยใช้กระบวนการ photoemission พบว่าสารเจือนี้สามารถชี้บอกความแตกต่างของสถานะทั้งสองได้อย่างชัดเจน โดยงานวิจัยของเขาเริ่มจากฟังก์ชันกรีน

$$\hat{g}(k, i\omega_n) = -\frac{i\tilde{\omega}_n\hat{\sigma}_0 + \tilde{\Delta}_k\hat{\sigma}_1 + \tilde{\xi}_k\hat{\sigma}_3}{\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}_k^2 + \tilde{\xi}_k^2} \quad (2.7)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_n &= \omega_n + i\Sigma_0 \\ \tilde{\Delta}_k &= \Delta_k + \Sigma_1 \\ \tilde{\xi}_k &= \xi_k + \Sigma_3\end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\Sigma &= \sum_{j=0}^3 \Sigma_j \hat{\sigma}_j \\ \Sigma(i\omega_n) &= \Gamma \hat{T}(i\omega_n)\end{aligned}$$

เมื่อ

\hat{T} คือ เมทริกซ์ที่

$$\Gamma = \frac{n_i}{\pi N(0)}$$

n_i เป็นความเข้มข้นของสารเจือ

ใช้การประมาณแบบที่เมทริกซ์ จะได้สมการช่องว่างพลังงาน

$$\Delta_k = -T \sum_{\omega_n} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\tilde{\Delta}_{k'}}{\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}_{k'}^2 + \tilde{\xi}_{k'}^2} \quad (2.8)$$

$$V_{kk'} = V\eta(\phi)\eta(\phi')$$

เมื่อ

ϕ คือ มุมในระนาบโพลาร์

$$\text{สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเอส} \quad \eta_s(\phi) = \left| 1 - \frac{4}{\pi} \phi \right|, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี} \quad \eta_d(\phi) = \cos 2\phi$$

จากงานวิจัยของเขากการลดลงของอุณหภูมิวิกฤตเป็นดังสมการ

$$\ln \frac{T_{CO}}{T_C} = a \left\{ \Psi \left[\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2\pi T_C} \right] - \Psi \left(\frac{1}{2} \right) \right\} \quad (2.9)$$

เมื่อ

$$\alpha \text{ คือ พารามิเตอร์การแตกคู่} , \quad \alpha = \frac{\Gamma}{c^2 + 1} , \quad \Gamma = \frac{n_i}{\pi N(0)}$$

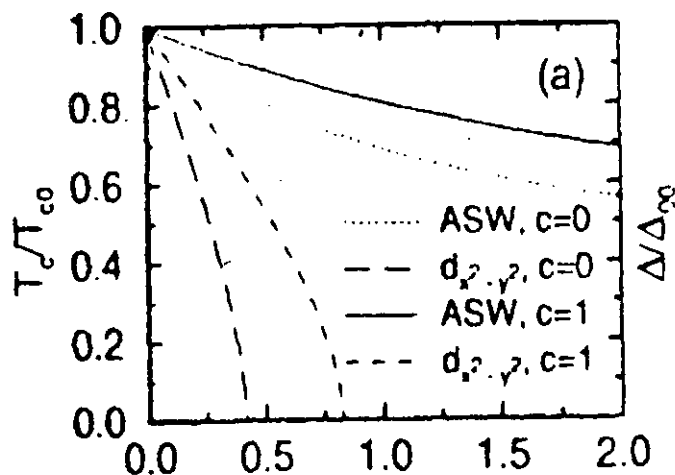
สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเฮส $a = \frac{1}{4}$ และ $n_c = \infty$

สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี $a = 1$ และ $n_c = \pi^2 (c^2 + 1) N(0) \frac{T_{CO}}{2e\gamma}$

เมื่อ n_c คือ ความเข้มข้นวิกฤตของสารเจือ

γ คือ ค่าคงที่ของออยเลอร์ มีค่าเท่ากับ 1.7810

ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 กราฟแสดงการลดลงของอุณหภูมิวิกฤต T_C , กับปริมาณความเข้มข้นของสารเจือ

$\frac{\Gamma}{\Delta_{00}}$ ในเทอมของช่องว่างพลังงาน $\Delta_{00} = \Delta(\phi = 0, T = 0, n_i = 0)$ สำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิด

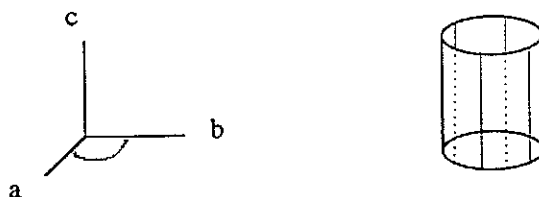
คลื่นดี ($d_{x^2-y^2}$) และตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นเฮสที่ขึ้นกับทิศทาง (ASW) เมื่อการกระเจิงของ

อิเล็กตรอน $c=0,1$ (Fehrenbacher and Norman, 1994 : 3496)

ในปี ค.ศ. 1994 วอนและมากิ (Won and Maki, 1994 : 1397) ได้ศึกษาคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี โดยใช้ทฤษฎีการจับคู่แบบอ่อน (weak-coupling) ได้พบว่า การนำโดยการทะลุทะลวง (tunneling conductance) และสภาพนำไฟฟ้าของผลึกเดี่ยว $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ และ $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCuO}_8$ สามารถอธิบายโดยใช้ทฤษฎีตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี โดยงานวิจัยของเขาใช้พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบสำหรับตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดีดังสมการ

$$\Delta(k) = \Delta f \quad \text{เมื่อ} \quad f = \cos 2\phi \quad (2.10)$$

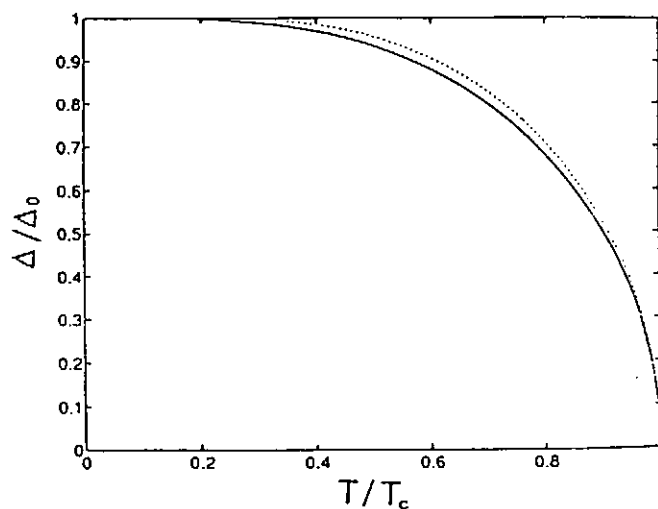
เมื่อ ϕ เป็นมุมในระนาบ a-b ที่วัดจากแกน a



ใช้ทฤษฎีการจับคู่แบบอ่อนโดยเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงานตามแบบของแอนเดอสันผลการคำนวณได้ดังสมการ

$$\lambda^{-1} = 2\pi T \langle |f|^2 \rangle^{-1} \sum_n \left\langle \frac{|f|^2}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 |f|^2}} \right\rangle \quad (2.11)$$

พบว่าอุณหภูมิวิกฤตมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบดังภาพประกอบ 15



ภาพประกอบ 15 กราฟแสดงพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ $\frac{\Delta}{\Delta_0}$ เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ $\frac{T}{T_C}$

โดยที่ (.....) แทนคลื่นเอส (___) แทนคลื่นดี (Won and Maki . 1994 : 1398)

ในปี ค.ศ. 1995 ซัน และมากิ (Sun and Maki. 1995 : 6059) ได้ศึกษาผลของสารเจือในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี โดยคำนวณสภาพรับได้ของสปินในสถานะสถิตย์ (static spin susceptibility $\chi(T)$) และหาความสัมพันธ์ระหว่างสภาพซึมซับกับความหนาแน่นของสภาพนำยิ่งยวด $\rho_s(T) = [\lambda(0)/\lambda(T)]^2$ ในกรณีที่มีสารเจือ เขาพบว่าที่อุณหภูมิ 0 K พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ Δ_∞ ที่บริสุทธิ์ในสภาพนำยิ่งยวดมีค่าขึ้นกับ Γ คือ $\Delta(\Gamma,0)$ ในที่นี้ Γ คือพารามิเตอร์การแตกคู่ที่หาค่าได้จากการทดลองเรื่องการทะลุทะลวง โดยงานวิจัยเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงานที่มีการจับคู่แบบอ่อนดังนี้

$$\Delta(k) = -VT \sum_n \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \text{Tr}(\rho_1 g(k)) \quad (2.12)$$

$$g^{-1} = i\tilde{\omega} - \tilde{\xi} \rho_3 - \tilde{\Delta}(k) \rho_1 \quad (2.13)$$

เมื่อ $\tilde{\omega}$ คือ ความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ
 $\tilde{\xi}$ คือ พลังงานของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด
 $\tilde{\Delta}(k)$ คือ พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ

เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$g = - \frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi} \rho_3 + \tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \quad (2.14)$$

ในเมื่อ

$$\begin{aligned} \rho_1 g(k) &= \rho_1 \left(- \frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi} \rho_3 + \tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \right) \\ &= - \frac{i\tilde{\omega} \rho_1 - i\tilde{\xi} \rho_2 + \tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & i\tilde{\omega} \\ i\tilde{\omega} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\xi} \\ -\tilde{\xi} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\Delta}(k) & 0 \\ 0 & \tilde{\Delta}(k) \end{bmatrix} \right\} \\
Tr(\rho_1 g(k)) &= -\frac{2\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \tag{2.15}
\end{aligned}$$

แทนสมการ (2.15) ลงในสมการ(2.12)

$$\begin{aligned}
\tilde{\Delta}(k) &= VT \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \\
&= VT \sum_n N(0) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k) + \tilde{\xi}^2} \\
&= VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \left\{ \tan^{-1} \frac{\tilde{\xi}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right\}_{-\infty}^{\infty} \\
&= VN(0)T \sum_n \left\langle \frac{\tilde{\Delta}(k)\pi}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right\rangle
\end{aligned}$$

$$\tilde{\Delta}(k) = VN(0)2\pi T \sum_{n \geq 0} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$$

ในเมื่อ $u = \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\Delta}(k)}$

$$\begin{aligned}
\tilde{\Delta}(k) &= VN(0)2\pi T \sum_{n \geq 0} \left(1 + \frac{1}{u^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= VN(0)2\pi T \sum_{n \geq 0} \frac{1}{u} \left\{ 1 - \frac{1}{2u^2} + \frac{3}{8u^4} - \dots \right\} \\
&= VN(0)2\pi T \sum_{n \geq 0} \left\{ \frac{1}{u} - \frac{1}{2u^3} + \frac{3}{8u^5} - \dots \right\}
\end{aligned}$$

$$= VN(0)2\pi T \sum_{n \geq 0} \left\{ \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \right)^5 - \dots \right\}$$

$$\frac{1}{N(0)V} = 2\pi T \sum_{n \geq 0} \left\{ \frac{1}{\tilde{\omega}} - \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}^3} + \frac{3}{8} \frac{\tilde{\Delta}^4(k)}{\tilde{\omega}^5} - \dots \right\} \quad (2.16)$$

ความถี่ $\tilde{\omega}$ ในสมการ (2.16) หาได้จากสมการไดซัน (Dyson's equation) ได้ดังนี้

$$g^{-1}(k, \tilde{\omega}) = g_0^{-1}(k, \tilde{\omega}) - \Sigma(k, \tilde{\omega}) \quad (2.17)$$

เมื่อ g_0^{-1} คือ ฟังก์ชันกรีนของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์
 $\Sigma(k, \tilde{\omega})$ คือ พลังงานในตนเอง (self energy)

และใช้การประมาณแบบที-เมทริกซ์

$$\Sigma(k, \tilde{\omega}) = n_i t \quad (2.18)$$

เมื่อ n_i คือ ความเข้มข้นของสารเจือ
 t คือ ทีเมทริกซ์

โดยที่

$$t(\tilde{\omega}) = U + U \sum_k g(k, \tilde{\omega}) t(\tilde{\omega}) \quad (2.19)$$

$$U = U \rho_3 \quad (2.20)$$

เมื่อ U คือ ศักย์กระเจิงสำหรับอิเล็กตรอนเดี่ยว

จากสมการ(2.20) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$t = (1 - U \sum_k g)^{-1} U \quad (2.21)$$

แทนค่าสมการ (2.14) ลงในเทอมของ $\sum_k g$ ในสมการ (2.21)

$$\begin{aligned} \sum_k g &= \int_{-\infty}^{\infty} -N(0) d\tilde{\xi} \left[\frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi} \rho_3 + \tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} \right] \\ &= -N(0) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\tilde{\omega}}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\xi} \rho_3}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right] \end{aligned}$$

$$\sum_k g = -\frac{N(0)\pi}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega} + \tilde{\Delta}(k) \rho_1) \quad (2.22)$$

แทนค่าสมการ (2.22) ลงไปในเทอม $1 - U \sum_k g$ ในสมการ (2.21) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 1 - U \sum_k g &= 1 + U \rho_3 \cdot \frac{N(0)\pi}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega} + \tilde{\Delta}(k) \rho_1) \\ &= 1 + U \rho_3 \cdot \frac{N(0)\pi U}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega} \rho_3 + \tilde{\Delta}(k) \rho_2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

แทนค่าสมการ (2.23) ลงในสมการ (2.21)

$$\begin{aligned}
t &= \left\{ 1 + \frac{N(0)\pi U}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega}\rho_3 + i\tilde{\Delta}(k)\rho_2) \right\}^{-1} \cdot U\rho_3 \\
&= \frac{\left\{ 1 - \frac{N(0)\pi U}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega}\rho_3 + i\tilde{\Delta}(k)\rho_2) \right\} \cdot U\rho_3}{1 + \frac{N^2(0)\pi^2 U^2}{\left(\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}\right)^2} (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} \\
&= \frac{U\rho_3 - \frac{N(0)\pi U^2}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{1 + N^2(0)\pi^2 U^2}
\end{aligned}$$

ใน unitary limit $UN(0) \gg 1$

$$t = \frac{-N(0)\pi U^2}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1) \quad (2.24)$$

แทนค่าสมการ (2.24) ลงในสมการ (2.18)

$$\begin{aligned}
\Sigma &= -\frac{n_i(i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{N(0)\pi\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \\
&= -\frac{\Gamma(i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \quad (2.25)
\end{aligned}$$

เมื่อ Γ คือ ความเข้มข้นของสารเจือ , $\Gamma = \frac{n_i}{\pi N(0)}$

แทนค่าสมการ (2.13) และ (2.25) ลงในสมการ (2.17)

$$i\tilde{\omega} - \xi\rho_3 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1 = i\omega - \xi\rho_3 - \Delta(k)\rho_1 + \frac{\Gamma(i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \quad (2.26)$$

จากสมการ (2.26) พิจารณาสมาชิกในเมทริกซ์ ρ_0

$$\tilde{\omega} = \omega + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \quad (2.27)$$

แทนค่าสมการ (2.27) ลงในสมการ (2.16)

$$\begin{aligned} \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}} = 2\pi T \sum_n & \left(\frac{1}{\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}} \right. \\ & - \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\left(\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}\right)^3} \\ & \left. + \frac{3}{8} \frac{\tilde{\Delta}^4(k)}{\left(\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}\right)^5} \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

โดยที่

$$\frac{1}{N(0)V} = \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}}$$

จากภาคผนวก ข

$$\ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T} = 2\pi T \sum_{n \geq 0} \frac{1}{\omega_n} \quad (2.29)$$

เมื่อ

ω_n คือ ความถี่ Matsubara frequency

$$\omega_n = 2\pi T \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

นำสมการ (2.28) ลบสมการ (2.29)

$$\begin{aligned} \ln \frac{T}{T_{CO}} = 2\pi T \sum_{n \geq 0} & \left(\frac{1}{\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}} \right. \\ & - \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\left(\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right)^3} \\ & \left. + \frac{3}{8} \frac{\tilde{\Delta}^4(k)}{\left(\omega_n + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right)^5} - \frac{1}{\omega_n} \right) \end{aligned}$$

(2.30)

$$\begin{aligned} \ln \frac{T}{T_{CO}} = 2\pi T \sum_{n \geq 0} & \left(\frac{1}{2\pi T(n + \frac{1}{2}) + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}} \right. \\ & + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\left(2\pi T(n + \frac{1}{2}) + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right)^3} \\ & \left. - \frac{3}{8} \frac{\tilde{\Delta}^4(k)}{\left(2\pi T(n + \frac{1}{2}) + \Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right)^5} - \frac{1}{2\pi T(n + \frac{1}{2})} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln \frac{T}{T_{CO}} &= 2\pi T \sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{(n + \frac{1}{2}) + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T}} \right. \\
&\quad + \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{2} \frac{1}{(2\pi T)^2} \frac{1}{((n + \frac{1}{2}) + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T})^3} \\
&\quad \left. - \frac{3 \tilde{\Delta}^4(k)}{8 (2\pi T)^4} \frac{1}{((n + \frac{1}{2}) + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T})^5} - \frac{1}{(n + \frac{1}{2})} \right) \\
\ln \frac{T}{T_{CO}} &= \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T}\right) \\
&\quad + \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{2} \frac{1}{(2\pi T)^2} \frac{1}{2!} \Psi^{(2)}\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T}\right) \\
&\quad - \frac{3 \tilde{\Delta}^4(k)}{8 (2\pi T)^4} \frac{1}{4!} \Psi^{(4)}\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}}}{2\pi T}\right) \quad (2.31)
\end{aligned}$$

จากสมการ (2.31) ที่อุณหภูมิวิกฤตค่าพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบมีค่าเป็นศูนย์ดังนั้นจะได้

$$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}\right) \quad (2.32)$$

ในอดีตที่ผ่านมาข้อสรุปที่ได้จากการศึกษาตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ ตามทฤษฎีของ อบริโคซอฟ และกอร์คอฟ (Maki. 1967 : 1035) ที่แถบพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าอนันต์ ($W \rightarrow \infty$) พบว่าสารเจือไม่มีอิทธิพลต่อคุณสมบัติทางอุณหพลวัตของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือปน แต่เมื่อมีการศึกษาตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงได้มีการกำหนดให้แถบพลังงานมีค่าจำกัดพบว่าสารเจือ นั้นมีผลต่อคุณสมบัติทางอุณหพลวัต ในปี ค.ศ.1992 มาร์ซิกลิโอ (Marsiglio. 1992 : 956) กำหนดให้แถบพลังงานมีค่าจำกัดได้พบว่าสารเจือทั้งประเภทไม่เป็นแม่เหล็กและเป็นแม่เหล็กที่เจือในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงนั้นมีอิทธิพลต่ออุณหภูมิวิกฤต T_c โดยใช้แบบจำลองของฮับบาร์ด (Hubbard model) พบว่าสารเจือที่ไม่เป็นแม่เหล็กมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤต T_c ลดลง จากผลการศึกษาที่ต่างไปจากทฤษฎีของแอนเดอสันที่ศึกษาเมื่อแถบพลังงานมีค่าอนันต์ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ

ในปี ค.ศ. 1996 ฮัน-ยงชอย (Han-Yong Choi. 1996 : 8591) ได้ศึกษาผลของแถบพลังงานที่มีค่าจำกัดที่มีต่อคุณสมบัติทางอุณหพลวัตคือ อุณหภูมิวิกฤต T_c และอัตราการผ่อนคลายของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ T_1^{-1} ของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือ โดยใช้สมการของอีไลแชนเบิร์กที่มีการจับคู่แบบรุนแรง (strong-coupling Eliashberg equation) พบว่าตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤตลดลง ผลที่ตามมาคือทำให้การจับคู่โดยแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอน (electron-phonon coupling, λ_{eff}) ลดลง และอัตราการผ่อนคลายของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ T_1^{-1} เพิ่มขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

การศึกษาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ในงานวิจัยนี้ใช้สมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อนตามทฤษฎีของอบริโคซอฟและกอร์คอฟ

การวิจัยในครั้งนี้ได้กำหนดให้ความกว้างของแถบพลังงานมีค่าจำกัดเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อนตามทฤษฎีของอบริโคซอฟและกอร์คอฟดังนี้

$$\Delta = -VT \sum_n \int_{-w/2}^{w/2} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \text{Tr}(\rho_1 g(k, \tilde{\omega}_n)) \quad (3.1)$$

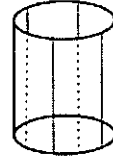
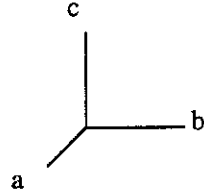
- เมื่อ
- Δ คือ ช่องว่างพลังงาน
 - V คือ ค่าคงที่ของอันตรกิริยาจากการเข้าสู่ของอิเล็กตรอน
 - T คือ อุณหภูมิ
 - W คือ ความกว้างของแถบกว้างพลังงาน (electronic bandwidth)
 - Tr คือ ผลรวมของปริมาณในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์จัตุรัส
 - ρ คือ ปฏิบัติการเมทริกซ์ของเพาลี
 - g คือ ฟังก์ชันกรีนของตัวนำยิ่งยวด

การดำเนินงานวิจัยนี้ ได้เลือกฟังก์ชันกรีนของตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็กตามแบบของซันและมาคิดังนี้

$$g^{-1} = i\tilde{\omega} - \xi \rho_3 - \tilde{\Delta}(k) \rho_1 \quad (3.2)$$

- เมื่อ
- $\tilde{\omega}$ คือ ความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ
 - ξ คือ พลังงานของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด
 - $\tilde{\Delta}(k)$ คือ พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ
- $$\tilde{\Delta}(k) = \tilde{\Delta}f \quad \text{เมื่อ } f = \cos(2\phi)$$

เมื่อ ϕ เป็นมุมในระนาบ a-b ที่วัดจากแกน a



เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$g = -\frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi}\rho_3 + \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \quad (3.3)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \rho_1 g(k) &= \rho_1 \left(-\frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi}\rho_3 + \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \right) \\ &= -\frac{i\tilde{\omega}\rho_1 - i\tilde{\xi}\rho_2 + \tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \\ &= -\frac{1}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & i\tilde{\omega} \\ i\tilde{\omega} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\xi} \\ -\tilde{\xi} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\Delta}(k) & 0 \\ 0 & \tilde{\Delta}(k) \end{bmatrix} \right\} \\ \text{Tr}(\rho_1 g(k)) &= -\frac{2\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \quad (3.4) \end{aligned}$$

แทนค่าสมการ (3.4) ลงในสมการ (3.1)

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}(k) &= VT \sum_n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\xi}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)} \\ &= VT \sum_n N(0) \int_{-w/2}^{w/2} d\xi \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k) + \xi^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\Delta}(k) &= VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \left\{ \tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right\}_{-W/2}^{W/2} \\
&= VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \tan^{-1} \left\{ \frac{W}{2\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \right\} \\
&= 2VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \tan^{-1} \left\{ \frac{W}{2\tilde{\omega} \left(1 + \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \right\} \\
&= 2VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \tan^{-1} \left\{ \frac{W}{2\tilde{\omega}} \left(1 - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{2\tilde{\omega}^2} \right) \right\} \\
&= 2VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \tan^{-1} \left\{ \frac{W}{2\tilde{\omega}} - \frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3} \right\} \tag{3.5}
\end{aligned}$$

จากภาคผนวก ก เมื่อ $\frac{W}{2\tilde{\omega}}$ มีค่ามากๆ เขียนสมการ (3.5) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
&= 2VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{W}{2\tilde{\omega}} \right) - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}} \right\} \\
&= 2VN(0)T \sum_n \left(\tilde{\theta}_\omega - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}} \right) \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}
\end{aligned}$$

โดยที่ $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right)$

$$\tilde{\Delta}(k) = 2VN(0)T \sum_n \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \left(\tilde{\theta}_\omega - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}} \right) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}} \right)^4 - \dots \right\}$$

$$= 2VN(0)T \sum_n \left(\tilde{\theta}_\omega - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}} \right) \left\{ \frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{\tilde{\Delta}(k)}{\tilde{\omega}} \right)^5 - \dots \right\}$$

$$\frac{1}{VN(0)} = 2T \sum_n \left(\tilde{\theta}_\omega - \frac{\Delta^2(k)}{W\tilde{\omega}} \right) \left\{ \frac{1}{\tilde{\omega}} - \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}^3} + \frac{3}{8} \frac{\tilde{\Delta}^4(k)}{\tilde{\omega}^5} - \dots \right\} \quad (3.6)$$

จากสมการที่ (3.6) หาความถี่ $\tilde{\omega}$ ได้จากสมการไคซัน (Dyson's equation) ได้ดังนี้

$$g^{-1}(k, \tilde{\omega}) = g_0^{-1}(k, \tilde{\omega}) - \Sigma(k, \tilde{\omega}) \quad (3.7)$$

เมื่อ g_0 คือ ฟังก์ชันกรีนของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

$\Sigma(k, \tilde{\omega})$ คือ พลังงานในตนเอง (self energy)

และใช้การประมาณแบบที-เมทริกซ์

$$\Sigma(k, \tilde{\omega}) = n_i t \quad (3.8)$$

เมื่อ n_i คือ ความเข้มข้นของสารเจือ

t คือ ทีเมทริกซ์

โดยที่

$$t(\tilde{\omega}) = \mathbf{U} + \mathbf{U} \sum_k g(k, \tilde{\omega}) t(\tilde{\omega}) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{U} = U \rho_3 \quad (3.10)$$

เมื่อ U คือ ศักย์กระเจิงสำหรับอิเล็กตรอนเดี่ยว

จากสมการ(3.9) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$t = (1 - \mathbf{U} \sum_k g)^{-1} \mathbf{U} \quad (3.11)$$

แทนค่าสมการ (3.3) ลงในเทอมของ $\sum_k g$ ในสมการ (3.11)

$$\begin{aligned} \sum_k g &= \int_{-W/2}^{W/2} -N(0) d\xi \left[\frac{i\tilde{\omega} + \tilde{\xi} \rho_3 + \tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} \right] \\ &= -N(0) \left[\int_{-W/2}^{W/2} \frac{i\tilde{\omega}}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-W/2}^{W/2} \frac{\tilde{\xi} \rho_3}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right. \\ &\quad \left. + \int_{-W/2}^{W/2} \frac{\tilde{\Delta}(k) \rho_1}{\tilde{\xi}^2 + (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))} d\tilde{\xi} \right] \\ \sum_k g &= \frac{-2N(0)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} (i\tilde{\omega} + \tilde{\Delta}(k) \rho_1) \tan^{-1} \frac{W}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)}} \quad (3.12) \end{aligned}$$

แทนค่าสมการ (3.12) ลงไปในเทอม $1 - \mathbf{U} \sum_k g$ ในสมการ (3.11) ได้ดังนี้

$$1 - \mathbf{U} \sum_k g = 1 + U \rho_3 \cdot \frac{2N(0)}{y} (i\tilde{\omega} + \tilde{\Delta}(k) \rho_1) \tan^{-1} \frac{W}{2y}$$

กำหนดให้ $y^2 = \tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)$

$$t = 1 + \frac{2N(0)U}{y} (i\tilde{\omega}\rho_3 + \tilde{\Delta}(k)\rho_2) \tan^{-1} \frac{W}{2y} \quad (3.13)$$

แทนค่าสมการ (3.13) ลงในสมการ (3.11)

$$\begin{aligned} t &= \left\{ 1 + \frac{2N(0)U}{y} (i\tilde{\omega}\rho_3 + i\tilde{\Delta}(k)\rho_2) \tan^{-1} \frac{W}{2y} \right\}^{-1} \cdot U\rho_3 \\ &= \frac{\left\{ 1 - \frac{2N(0)U}{y} (i\tilde{\omega}\rho_3 + i\tilde{\Delta}(k)\rho_2) \tan^{-1} \frac{W}{2y} \right\} \cdot U\rho_3}{1 + \frac{4N^2(0)U^2}{y^2} (\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k)) \left(\tan^{-1} \frac{W}{2y} \right)^2} \end{aligned}$$

ใน unitary limit $UN(0) \gg 1$

$$\begin{aligned} t &= \frac{\left\{ -2N(0)U (i\tilde{\omega}\rho_3 + i\tilde{\Delta}(k)\rho_2) \tan^{-1} \frac{W}{2y} \right\} \cdot U\rho_3}{4yN^2(0)U^2 \left(\tan^{-1} \frac{W}{2y} \right)^2} \\ &= \frac{-2N(0)U^2 (i\tilde{\omega}\rho_3 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1) \tan^{-1} \frac{W}{2y}}{4yN^2(0)U^2 \left(\tan^{-1} \frac{W}{2y} \right)^2} \end{aligned}$$

$$t = -\frac{i\tilde{\omega}\rho_3 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0) \tan^{-1} \frac{W}{2y}}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0)\tan^{-1}\frac{W}{2(\tilde{\omega}^2 + \tilde{\Delta}^2(k))^{\frac{1}{2}}}} \\
&= -\frac{i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0)\tan^{-1}\frac{W}{2\tilde{\omega}^2\left(1 + \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}} \\
&= -\frac{i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0)\tan^{-1}\frac{W}{2\tilde{\omega}}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{\tilde{\omega}^2}\right)} \\
&= -\frac{i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0)\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}} - \frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}\right)} \tag{3.14}
\end{aligned}$$

จากภาคผนวก ก เมื่อ $\frac{W}{2\tilde{\omega}}$ มีค่ามากๆ เขียนสมการ (3.14) ได้เป็น

$$t = -\frac{i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1}{2yN(0)\left\{\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}}\right\}} \tag{3.15}$$

แทนค่าสมการ (3.15) ลงในสมการ (3.8)

$$\Sigma = n_i t$$

$$\Sigma(k, \tilde{\omega}) = -\frac{n_i(i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{2yN(0)\left\{\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}}\right\}} \tag{3.16}$$

แทนค่าสมการ (3.2) และ (3.16) ลงในสมการ (3.7)

$$i\tilde{\omega} - \tilde{\xi}\rho_3 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1 = i\omega - \xi\rho_3 - \Delta(k)\rho_1 + \frac{n_i(i\tilde{\omega}\rho_0 - \tilde{\Delta}(k)\rho_1)}{2yN(0)\left\{\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}}\right\}} \quad (3.17)$$

จากสมการ (3.17) พิจารณาสมาชิกในเมทริกซ์ ρ_0

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{n_i\tilde{\omega}}{2yN(0)\left\{\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\Delta^2(k)}{W\tilde{\omega}}\right\}} \quad (3.18)$$

บทที่ 4

ผลงานวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินการในบทก่อน เป็นการคำนวณ โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานของ อบริโคซอฟและกอร์คอฟ โดยกำหนดให้แถบกว้างของพลังงานในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมี ความกว้างจำกัด เมื่อมีสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กตามวิธีการของชันและมากี สามารถ คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดได้

เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงเมื่อแถบกว้าง พลังงานมีค่าจำกัดกับความเข้มข้นของสารเจือ โดยสมการ (3.6) เป็นสมการที่แทนอันตรกิริยา แบบดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยมีเงื่อนไขว่าที่อุณหภูมิวิกฤตค่าพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบมี ค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{N(0)V} = 2T_C \sum_n \frac{\tilde{\theta}_\omega}{\tilde{\omega}} \quad (4.1)$$

จากความสัมพันธ์ของความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือในสมการ (3.18) ที่

$$T = T_C, \quad \tilde{\Delta}(k) = 0 \quad \text{เราจะได้สมการดังนี้}$$

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{n_i}{2N(0) \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}}} \quad (4.2)$$

เพื่อหาอุณหภูมิวิกฤตจากสมการ (4.1) และ (4.2) โดยใช้ความสัมพันธ์

$$\frac{1}{N(0)V} = \ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{co}} \quad (4.3)$$

และจากภาคผนวก ข

$$\ln \frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c} = \pi T_c \sum_n \frac{1}{\omega_n} \quad (4.4)$$

เมื่อ

ω_n คือ ความถี่ Matsubara frequency

$$\omega_n = 2\pi T_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.5)$$

ในงานวิจัยนี้ ได้หาค่าอนุกรมวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็ก โดยเราพิจารณาแถบกว้างพลังงานในเทอมของ $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}}$ เป็น 3 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงานมีค่านันต์ ($W \rightarrow \infty$) โดยที่

$$\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}} = \frac{\pi}{2} \text{ เขียนสมการ (4.1) ได้ใหม่ดังนี้}$$

$$\frac{1}{N(0)V} = 2T_c \sum_n \frac{\frac{\pi}{2}}{\omega_n + \Gamma} \quad (4.6)$$

เมื่อ

Γ คือ ความเข้มข้นของสารเจือ

$$\Gamma = \frac{n_i}{\pi N(0)}$$

แทนค่าสมการ (4.5) ลงในสมการ (4.6) เราจะได้

$$\frac{1}{N(0)V} = \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_c}} \quad (4.7)$$

นำสมการ (4.7) ลงสมการ (4.4) จะได้

$$\ln \frac{T_c}{T_{C0}} = \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_c}} - \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

จากสมการ (4.8) สามารถเขียนในรูปฟังก์ชันไคแกมมาได้ดังสมการ

$$\ln \frac{T_C}{T_{C0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}\right) \quad (4.9)$$

สมการแสดงอุณหภูมิวิกฤตในสมการ (4.9) ให้ผลการวิจัยสอดคล้องกับงานวิจัยของชันและมากีในสมการที่ (2.31) กรณีที่ตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดีมีสารเจือปนเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่านั้นต์

กรณีที่ 2 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่าความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ มาก ๆ $W \gg \tilde{\omega}$ โดยการประมาณเทอม $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}}$

เมื่อ

$$\tan^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} - \dots = \frac{\pi}{2} - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(2k+1)x^{2k+1}}, \quad x^2 \geq 1 \quad (4.10)$$

นั่นคือ

$$\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}} = \frac{\pi}{2} - \frac{2\tilde{\omega}}{W}, \quad W \gg \tilde{\omega} \quad (4.11)$$

แทนค่าสมการ (4.11) ลงในสมการ (4.2) จะได้

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{n_i}{2N(0) \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\tilde{\omega}}{W} \right)}$$

$$= \omega + \frac{\Gamma}{1 - \frac{4\tilde{\omega}}{\pi W}}$$

$$= \omega + \Gamma \left(1 + \frac{4\tilde{\omega}}{\pi W} \right)$$

$$= \frac{\omega + \Gamma}{1 - \frac{4\Gamma}{\pi W}}$$

$$\tilde{\omega} = \left(1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}\right)(\omega + \Gamma) \quad (4.12)$$

แทนค่าสมการ (4.11) และ (4.12) ลงในสมการ (4.1) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{N(0)V} &= 2T_C \sum_n \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\tilde{\omega}}{W}\right) \frac{1}{\tilde{\omega}} \\ &= \pi T_C \sum_n \frac{1}{\tilde{\omega}} - \pi T_C \sum_n \frac{4}{\pi W} \\ &= \frac{\pi T_C}{1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}} \sum_n \frac{1}{\omega_n + \Gamma} - \frac{4\omega_D}{\pi W} \end{aligned} \quad (4.13)$$

จากสมการ (4.13) ถ้าไม่มีการเติมสารเจือปนในตัวนำยิ่งยวด ($\Gamma = 0$) อุณหภูมิวิกฤต $T_C = T_{CO}$ เมื่อแถบกว้างพลังงานเป็นค่าคงที่ใดๆ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{1}{N(0)V} + \frac{4\omega_D}{\pi W} &= \pi T_{CO} \sum_n \frac{1}{\omega_n} \\ &= \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}}\right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการ (4.14) ทำให้เขียนสมการ (4.13) ได้ใหม่ดังนี้

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}}\right) = \frac{\pi T_C}{1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}} \sum_n \frac{1}{\omega_n + \Gamma} \quad (4.15)$$

เพื่อหาค่าอุณหภูมิวิกฤตนำสมการ (4.15) ลบด้วยสมการ (4.4) จะได้

$$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \frac{1}{1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}} \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}} - \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

จากสมการ (4.16) แสดงความสัมพันธ์ของอูณหภูมิมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือและแถบกว้างพลังงาน สามารถเขียนในรูปฟังก์ชันไคแกมมาได้ดังสมการ

$$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}} \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}\right) \quad (4.17)$$

จากสมการ (4.17) แสดงว่าแถบกว้างพลังงาน และความเข้มข้นของสารเจือมีผลต่ออูณหภูมิมิวิกฤต

กรณีที่ 3 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงาน W มีค่าจำกัด จำนวนเทอม $\tilde{\Theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\omega}$

โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica ในการคำนวณ

จากสมการ(4.1) ถ้าไม่มีการเติมสารเจือปนในตัวนำยิ่งยวด ($\Gamma = 0$) อูณหภูมิมิวิกฤต

$T_C = T_{CO}$ เมื่อแถบกว้างพลังงานเป็นค่าคงที่ใดๆ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{1}{N(0)V} &= 2T_{CO} \sum_n \frac{1}{\omega_n} \tan^{-1} \frac{W}{2\omega_n} \\ &= \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}}\right) \sum_n \tan^{-1} \frac{W}{2\omega_n} \end{aligned} \quad (4.18)$$

จากความสัมพันธ์ในสมการ (4.18) ทำให้เขียนสมการ (4.1) ได้ใหม่ดังนี้

$$\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{CO}}\right) \sum_n \tan^{-1} \frac{W}{2\omega_n} = 2T_C \sum_n \frac{\tilde{\Theta}_\omega}{\omega} \quad (4.19)$$

เพื่อหาค่าอูณหภูมิมิวิกฤตนำสมการ (4.19) ลบด้วยสมการ (4.4) จะได้ความสัมพันธ์ดังสมการ

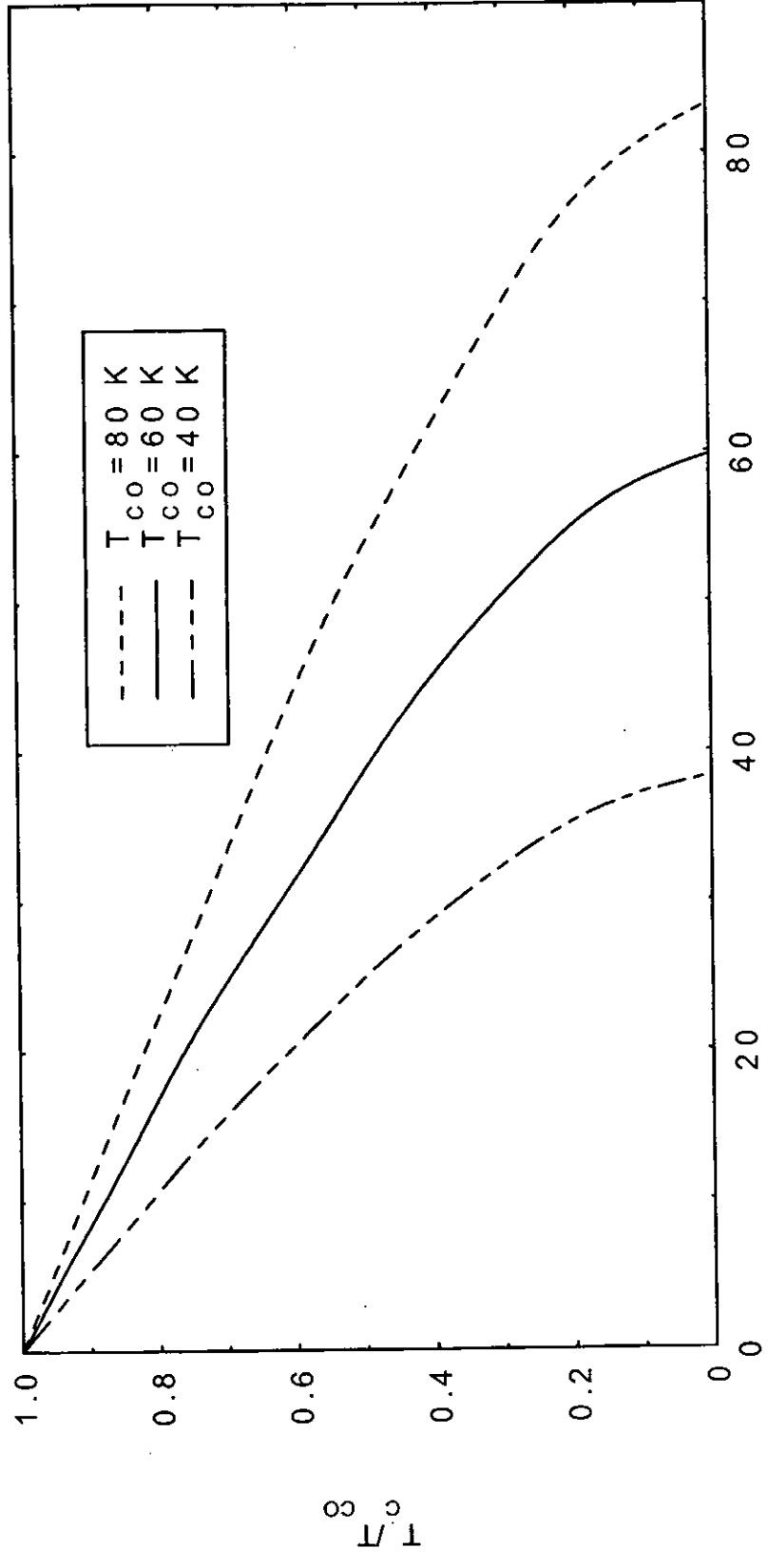
$$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \pi T_C \sum_n \frac{1}{\tan^{-1} \frac{W}{2\omega_n}} \frac{\tilde{\Theta}_\omega}{\omega} - \pi T_C \sum_n \frac{1}{\omega_n}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\pi T_C \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{\tan^{-1} \frac{W}{4\pi T_C(n + \frac{1}{2})}} \frac{\tilde{\theta}_\omega}{2\pi T_C(n + \frac{1}{2}) + \frac{\pi \Gamma}{2 \tilde{\theta}_\omega}} - \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \\
\ln \frac{T_C}{T_{Co}} &= \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{\tan^{-1} \frac{W}{4\pi T_C(n + \frac{1}{2})}} \left[\frac{\tilde{\theta}_\omega}{n + \frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{4T_C \tilde{\theta}_\omega}} \right] - \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \quad (4.20)
\end{aligned}$$

โดยการวิจัยในกรณีนี้ 3 นี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica ดังในภาคผนวก ค จำนวนค่า $\tilde{\theta}_\omega$ และนำแต่ละค่าที่ได้แทนลงในสมการ (4.20) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือและแถบกว้างพลังงาน

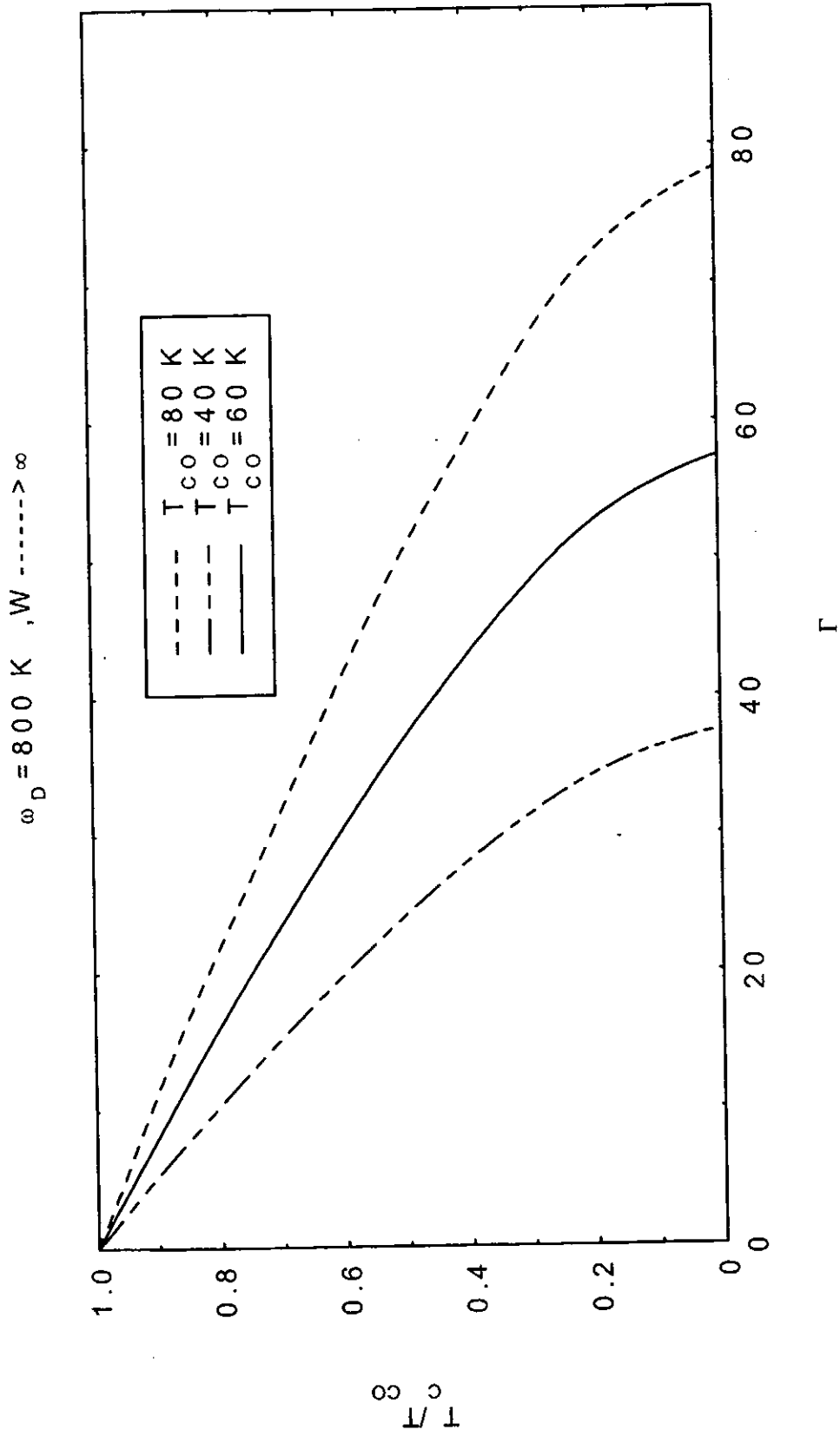
จากวิธีการดำเนินงานทั้งสามกรณีนี้เรานำสมการ(4.9),(4.17) และ (4.20) มาเขียนกราฟ โดยให้อัตราส่วน $\frac{T_C}{T_{Co}}$ แทนด้วยแกนตั้งและความเข้มข้นของสารเจือ Γ แทนด้วยแกนนอน โดยใช้พารามิเตอร์ T_{Co} , ω_D และ W ต่างๆ ดังภาพประกอบ 16-43

$\omega_D = 500 \text{ K}, W \text{ -----} > \infty$



ภาพประกอบ 16 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือใช้พารามิเตอร์ $T_{co} = 40, 60$ และ 80 K

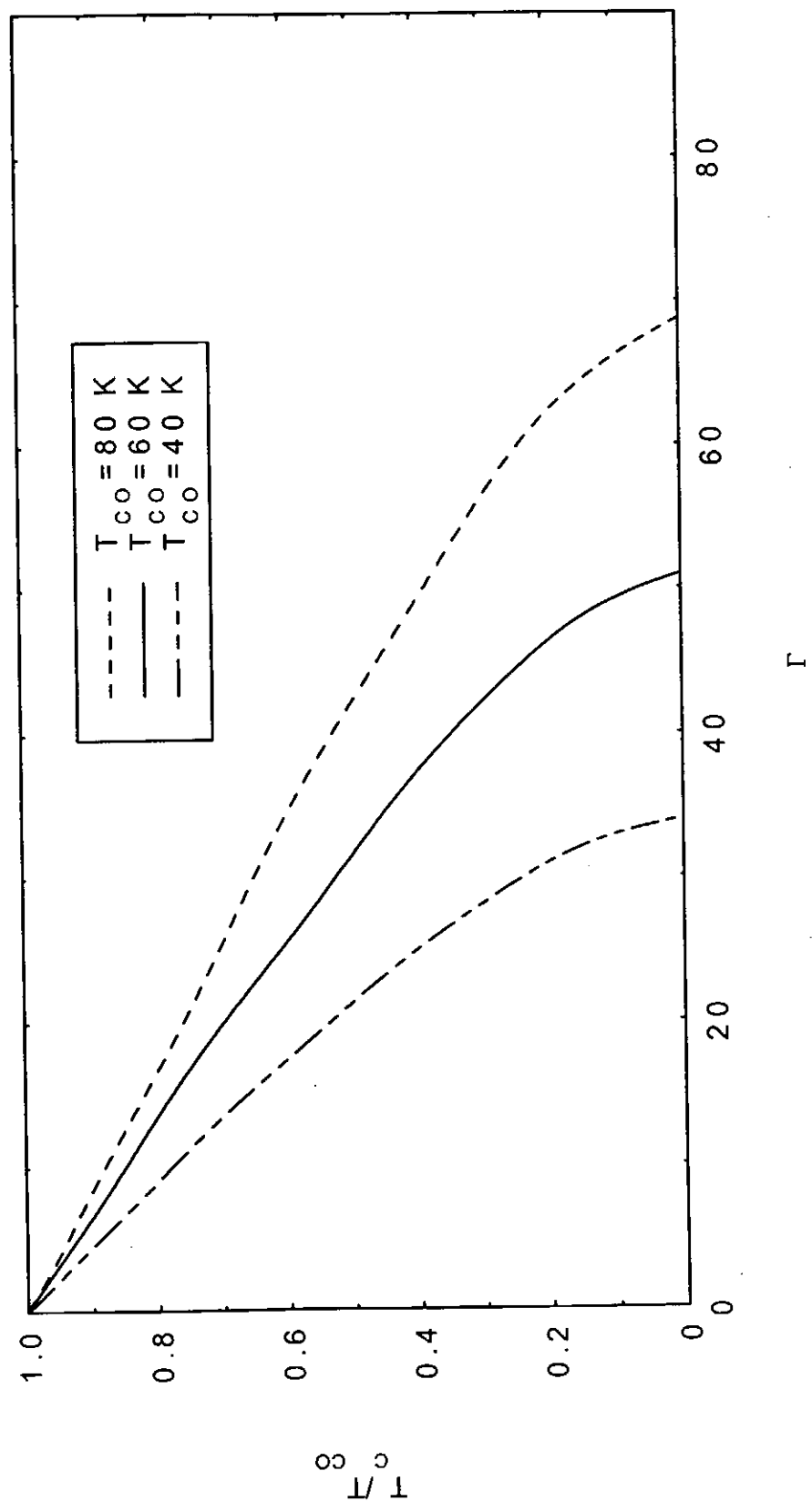
เมื่อ $\omega_D = 500 \text{ K}$, กรณีสี่ที่ 1



ภาพประกอบ 17 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเชื้อใช้พารามิเตอร์ $T_{co} = 40, 60$ และ 80 K

เมื่อ $\omega_D = 800 \text{ K}$, กรณีสที่ 1

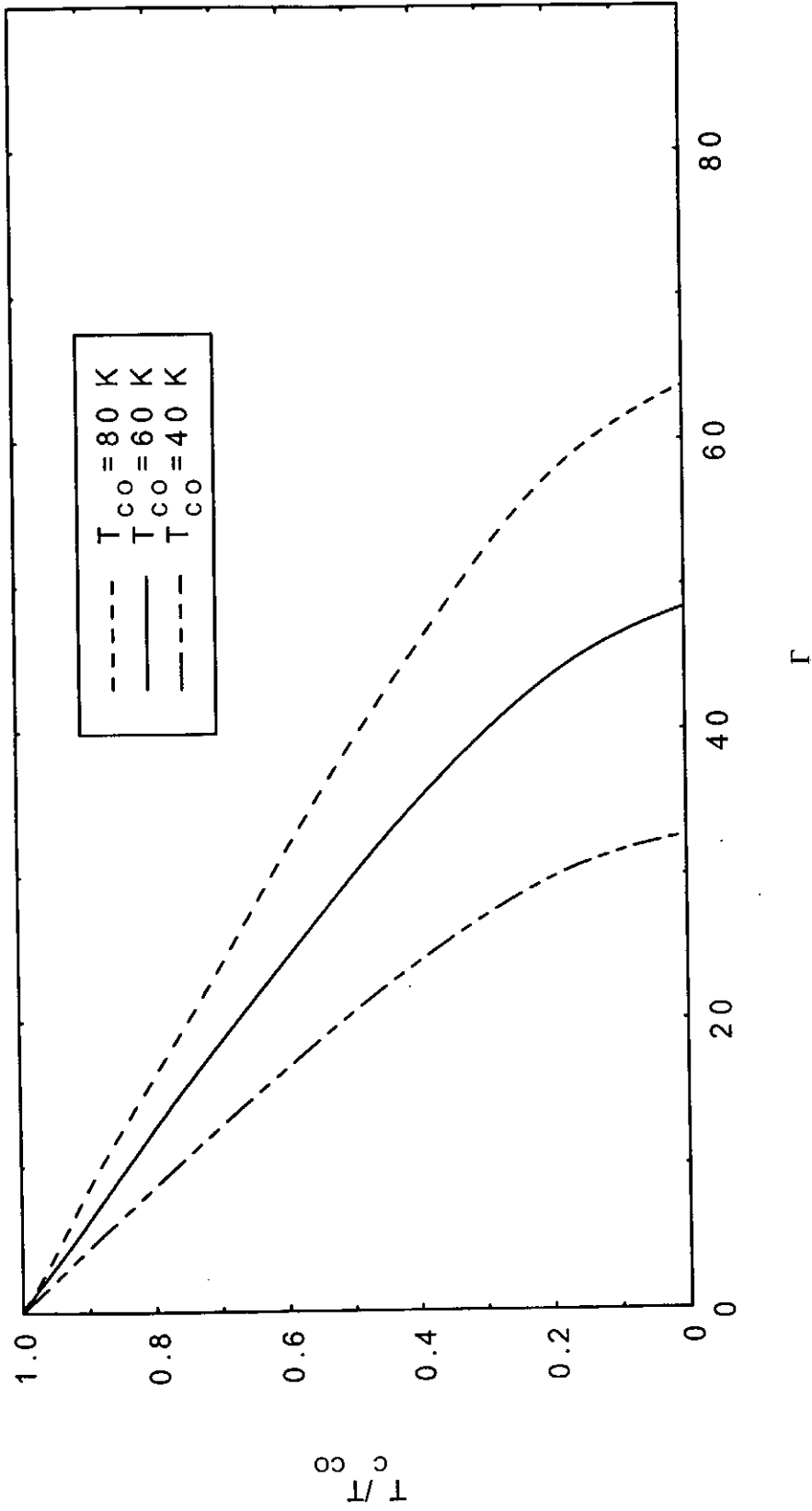
$\omega_D = 500 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 18 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $T_{CO} = 40, 60$ และ 80 K

เมื่อ $\omega_D = 500 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$ กรณีที่ 2

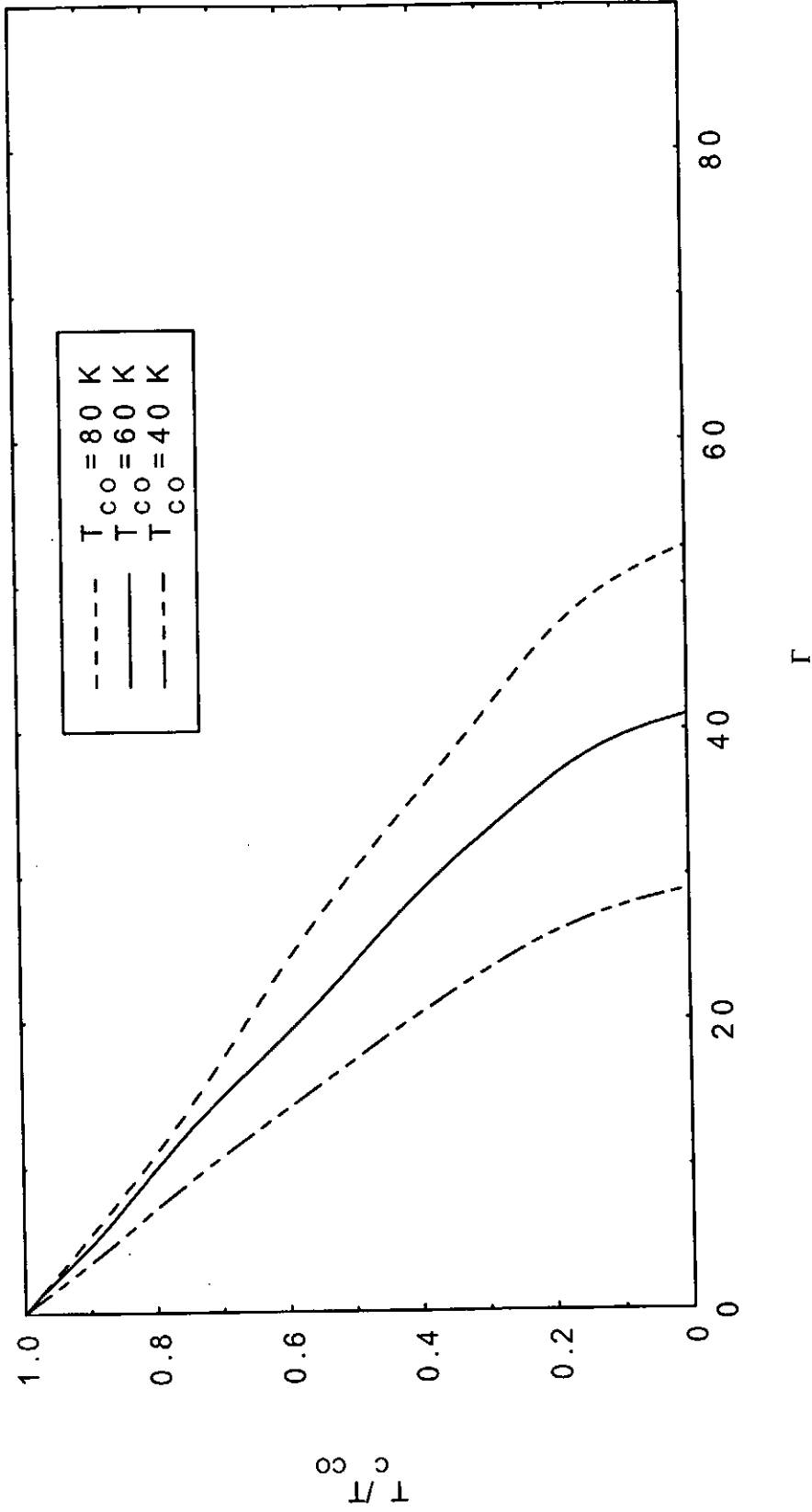
$\omega_D = 800 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 19 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $T_{co} = 40, 60$ และ 80 K

เมื่อ $\omega_D = 800 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$, กรณีสี่ที่ 2

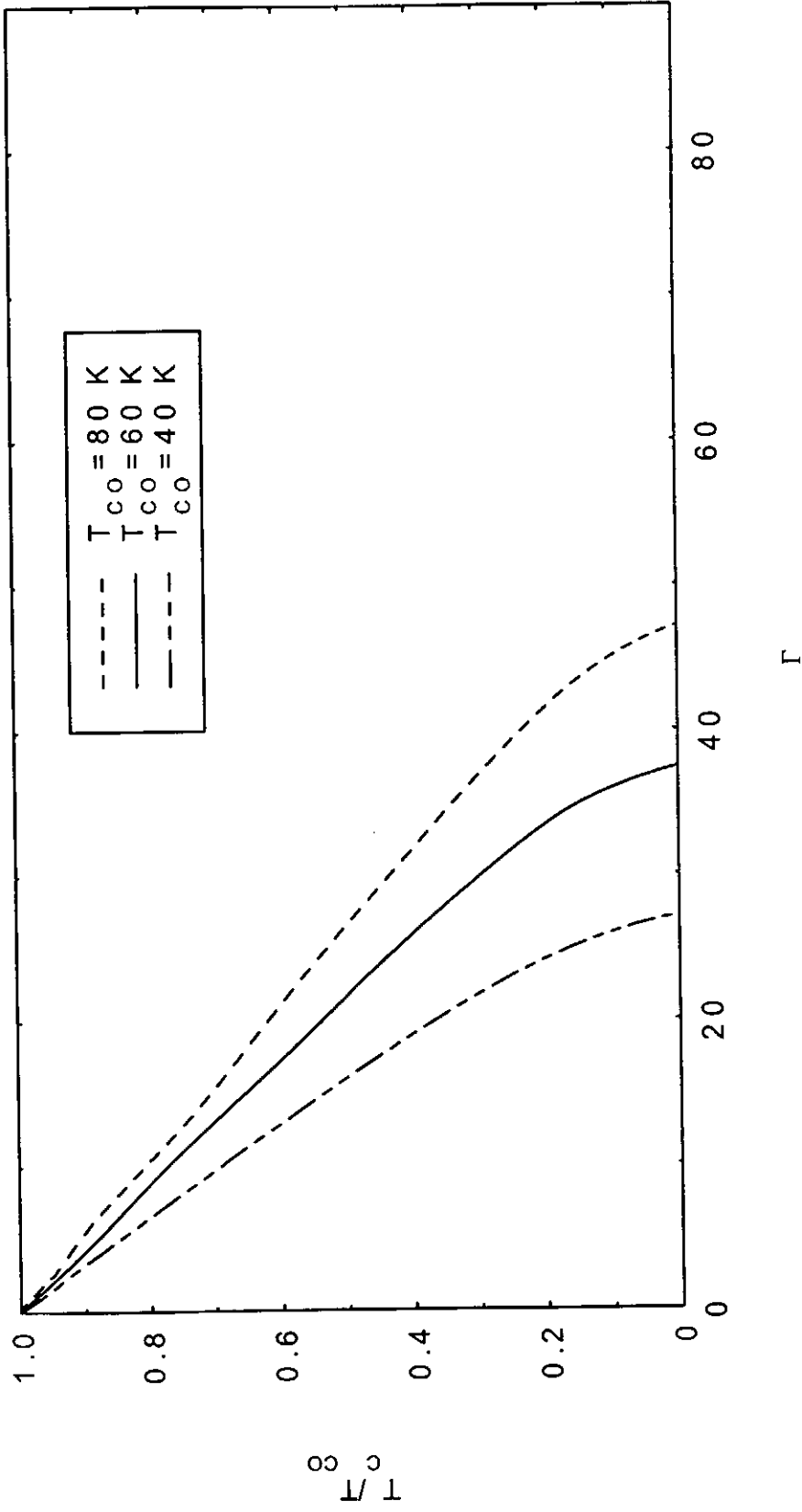
$\omega_D = 500 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 20 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $T_{co} = 40, 60$ และ 80 K

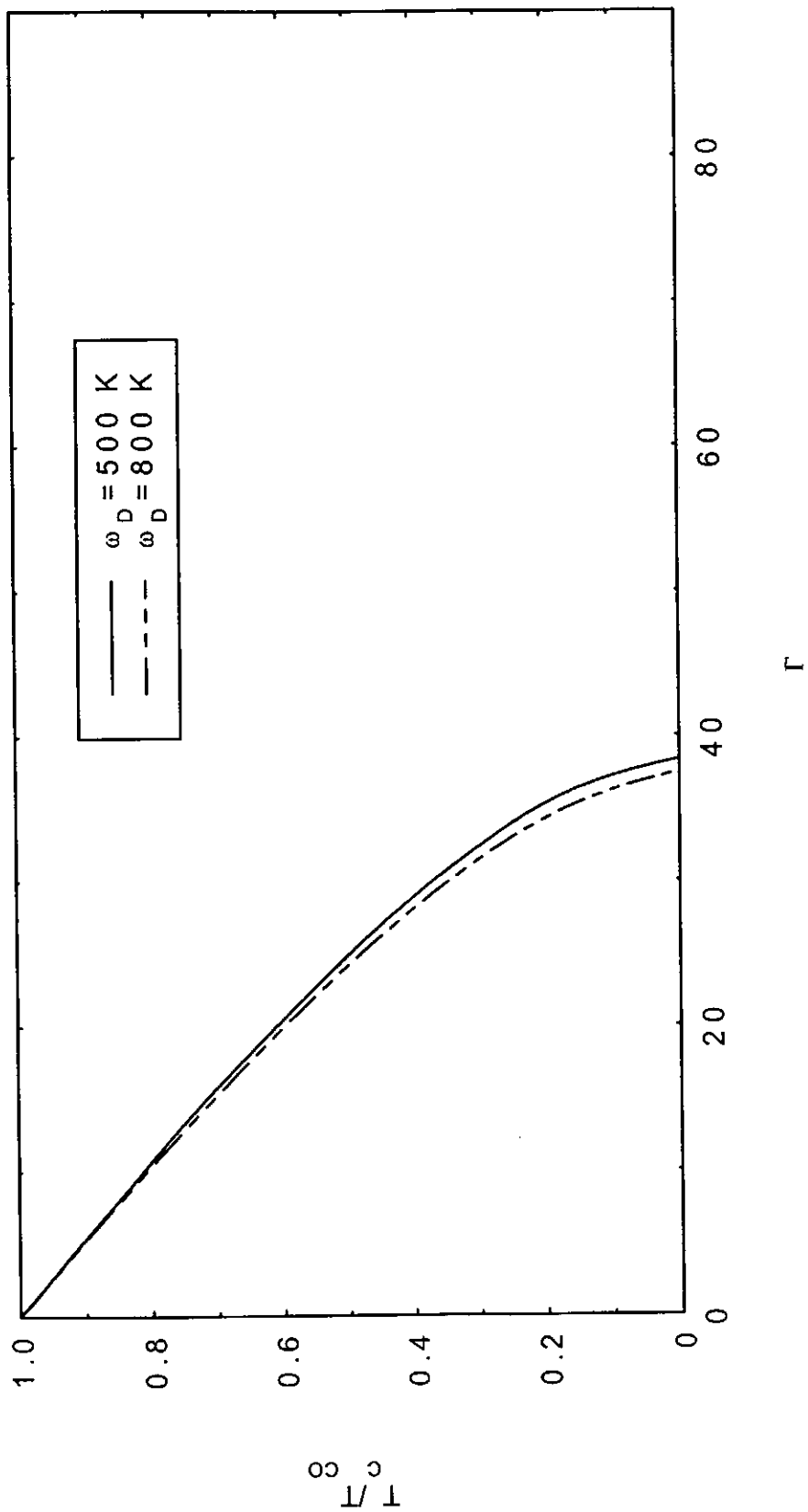
เมื่อ $\omega_D = 500 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$, กรณีสี่ที่ 3

$\omega_D = 800 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



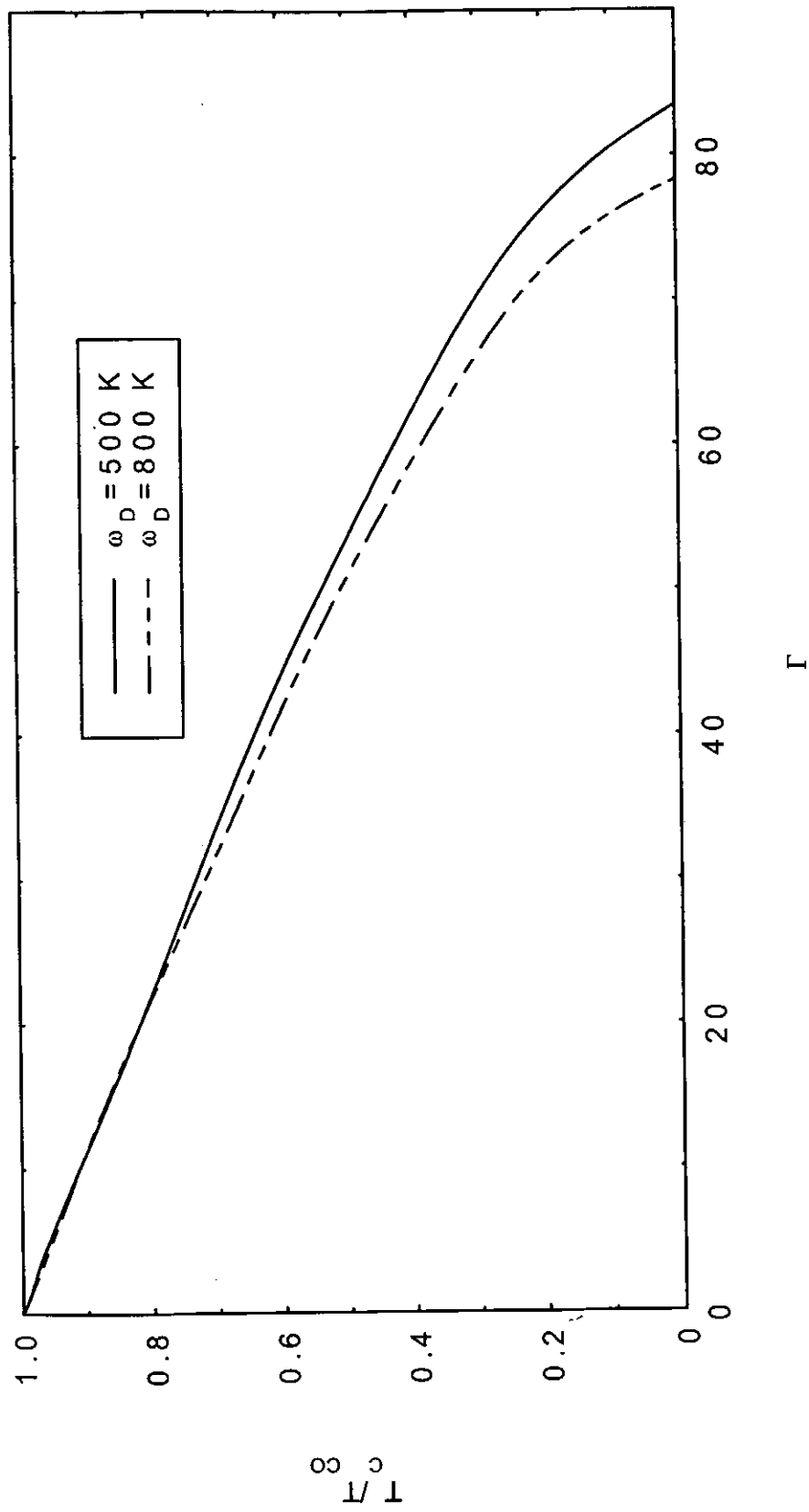
ภาพประกอบ 21 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $T_{co} = 40, 60$ และ 80 K เมื่อ $\omega_D = 800 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$, กรณีสี่ที่ 3

$T_{Co} = 40 \text{ K}$



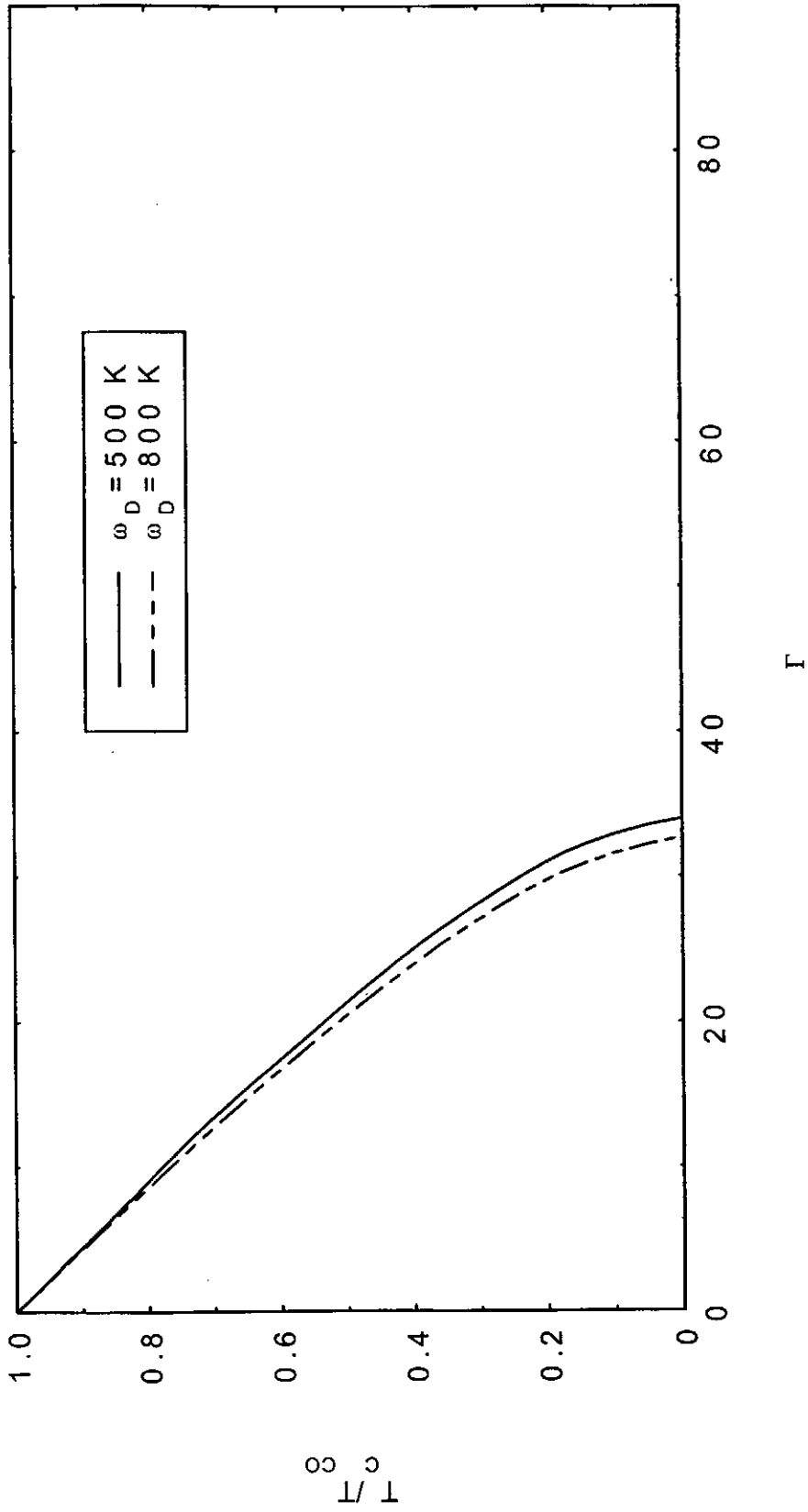
ภาพประกอบ 22 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{Co} = 40 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 1

$T_{CO} = 80 \text{ K}$



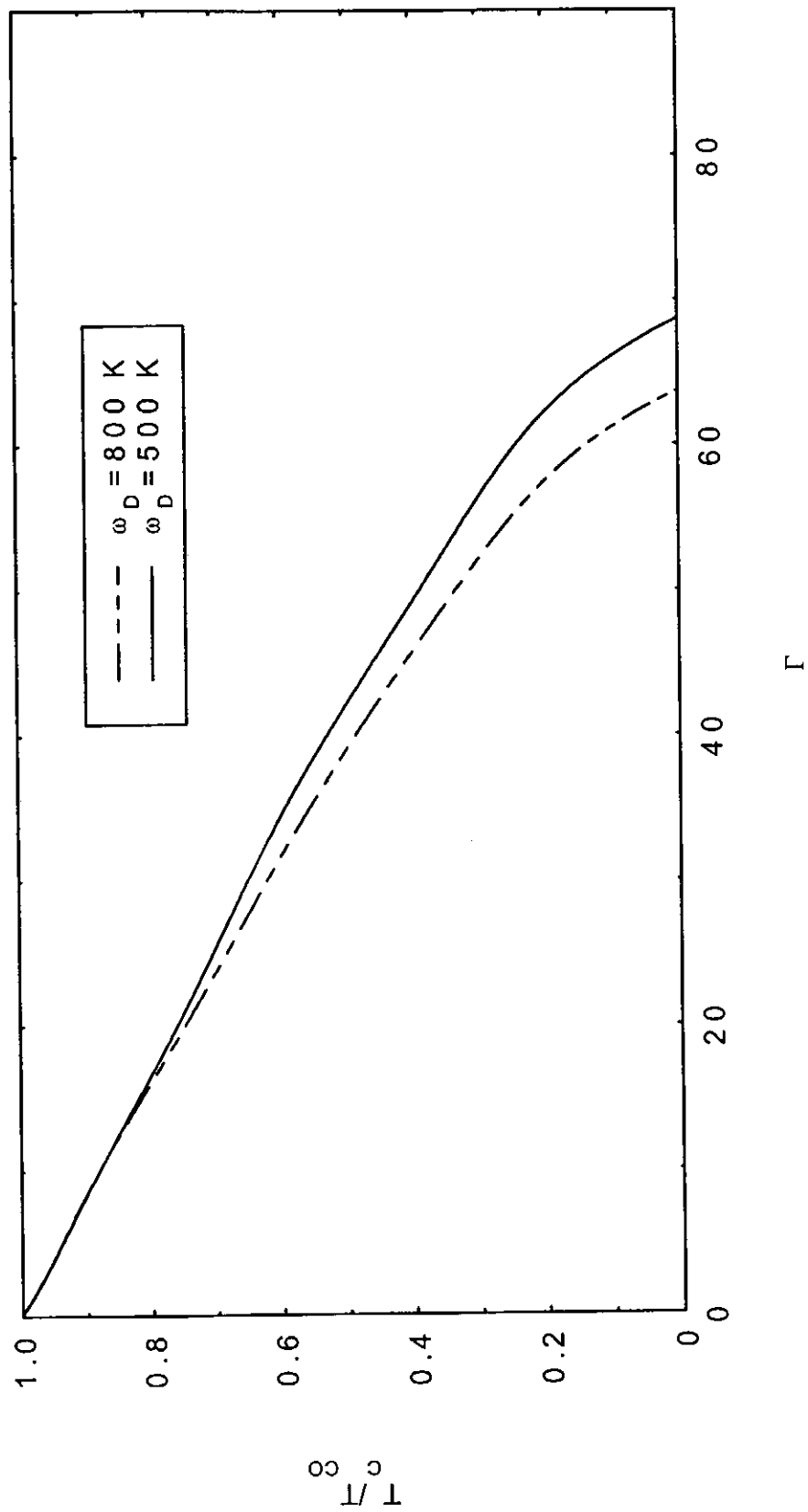
ภาพประกอบ 23 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 1

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 24 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 2

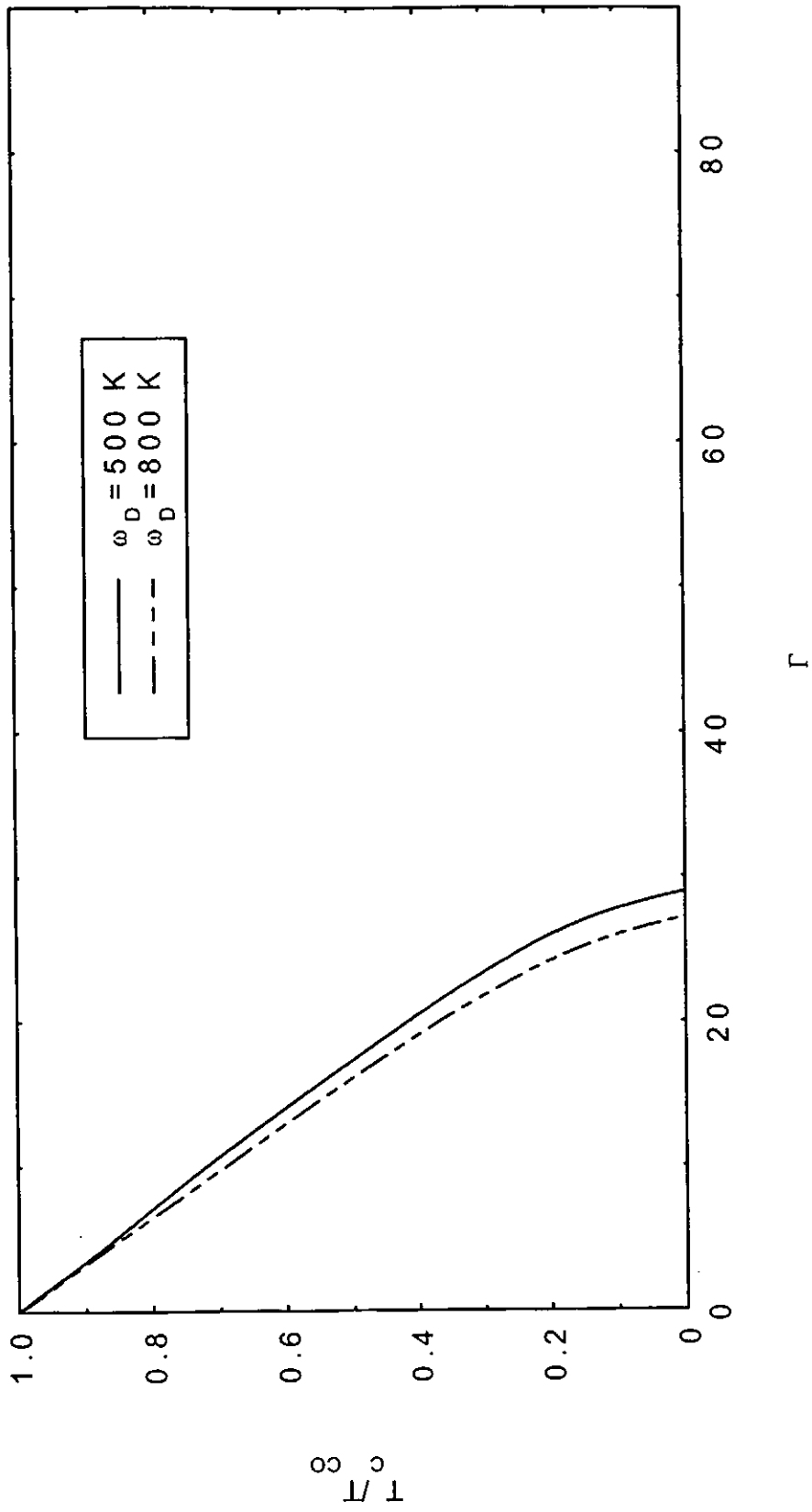
$T_{CO} = 80 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 25 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K

เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$ กรณีสที่ 2

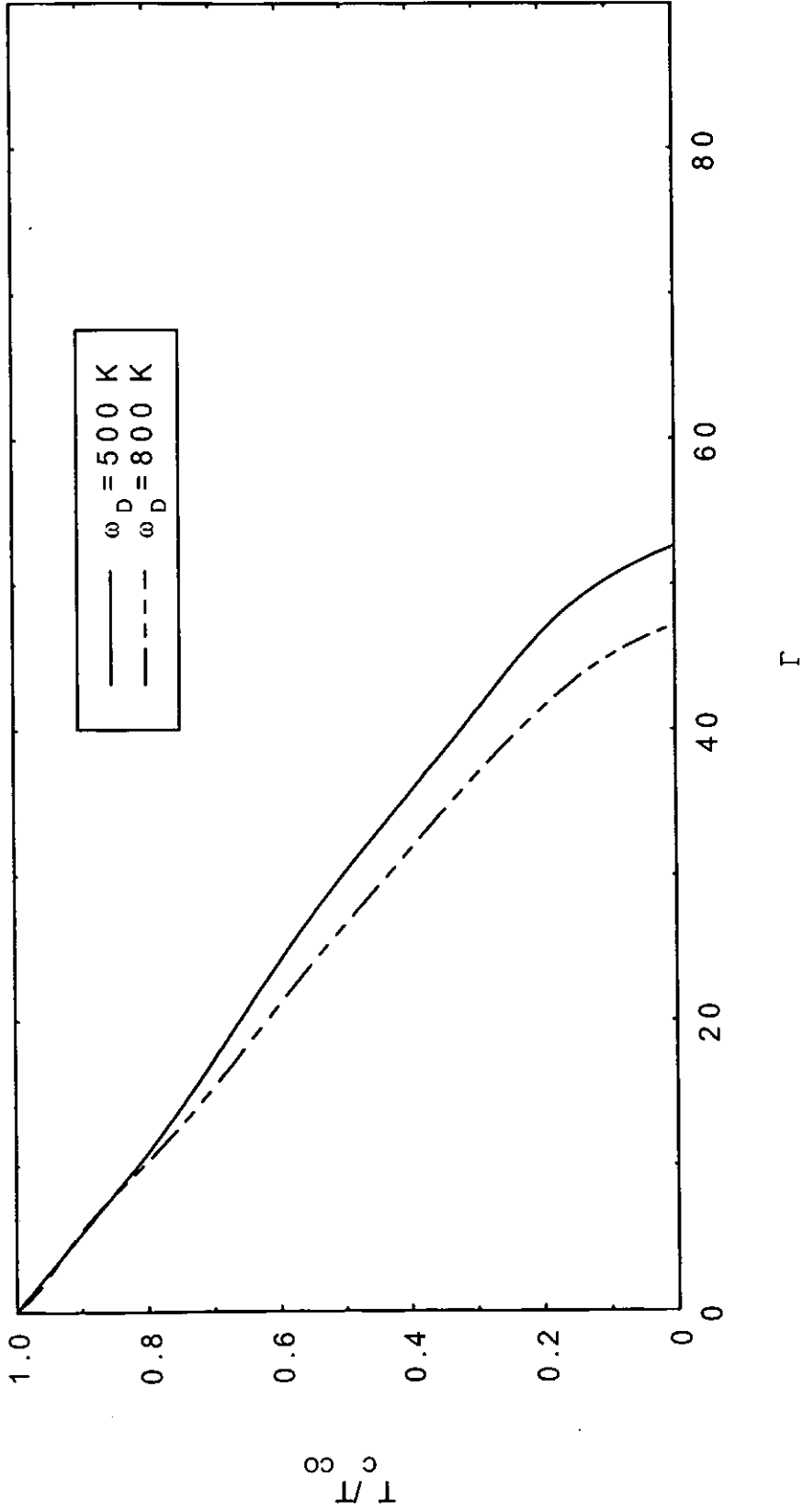
$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $W = 1,000 \text{ K}$



ภาพประกอบ 26 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K

เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $W = 1,000 \text{ K}$ กรณีสที่ 3

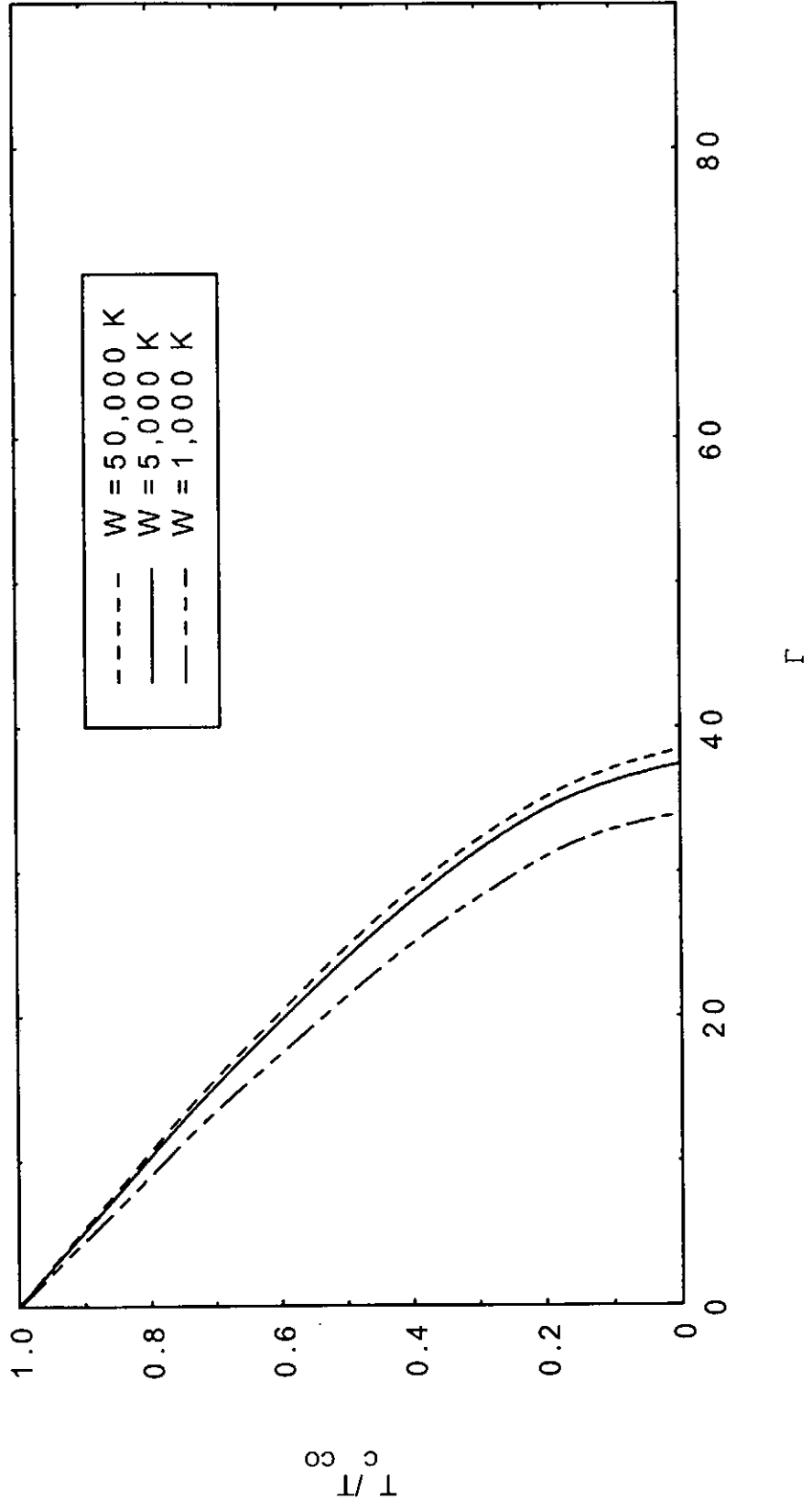
$T_{co} = 80$ $W = 1,000$ K



ภาพประกอบ 27 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $\omega_D = 500$ และ 800 K

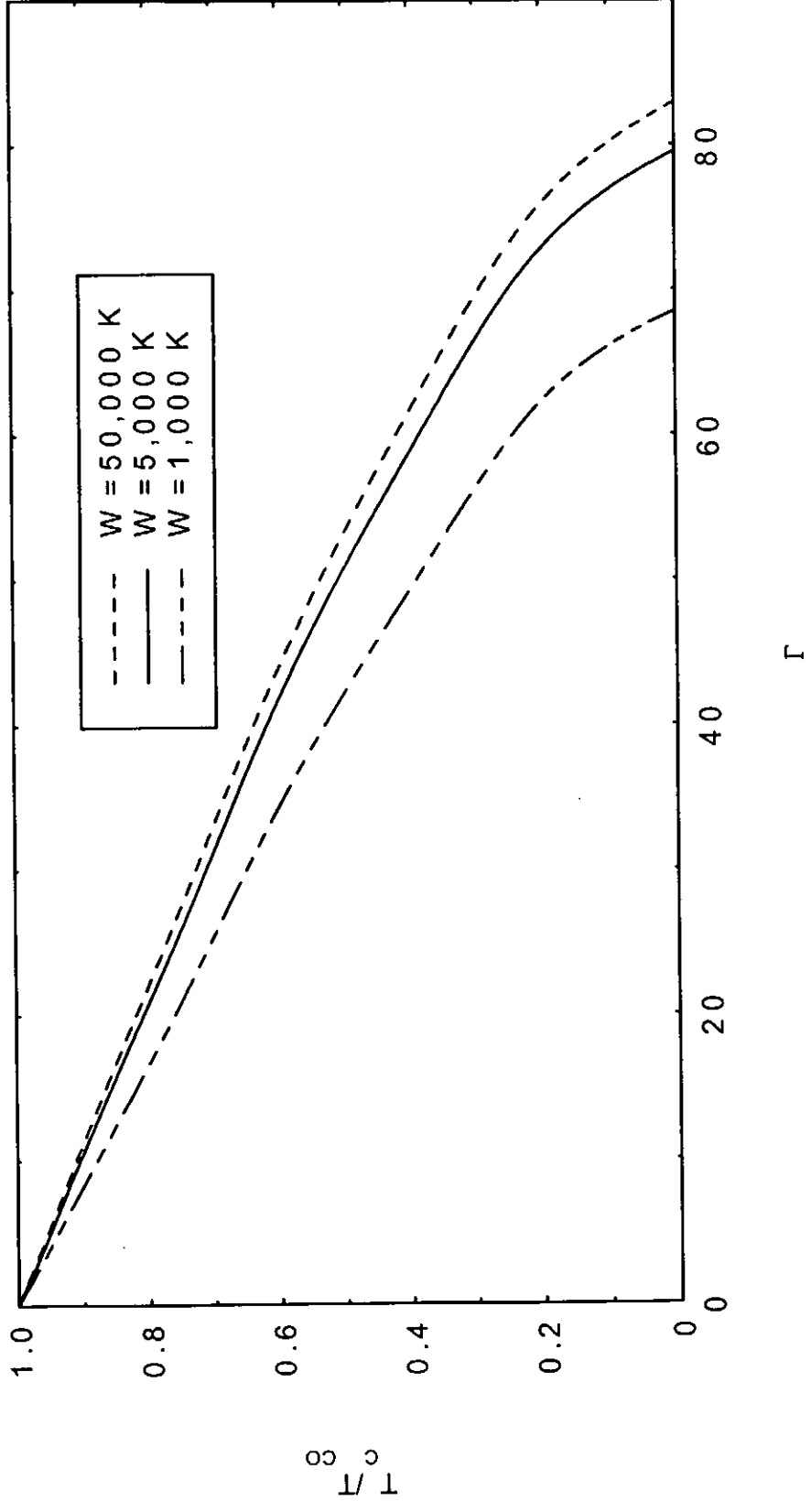
เมื่อ $T_{co} = 80$ K และ $W = 1,000$ K กรณีสี่ 3

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



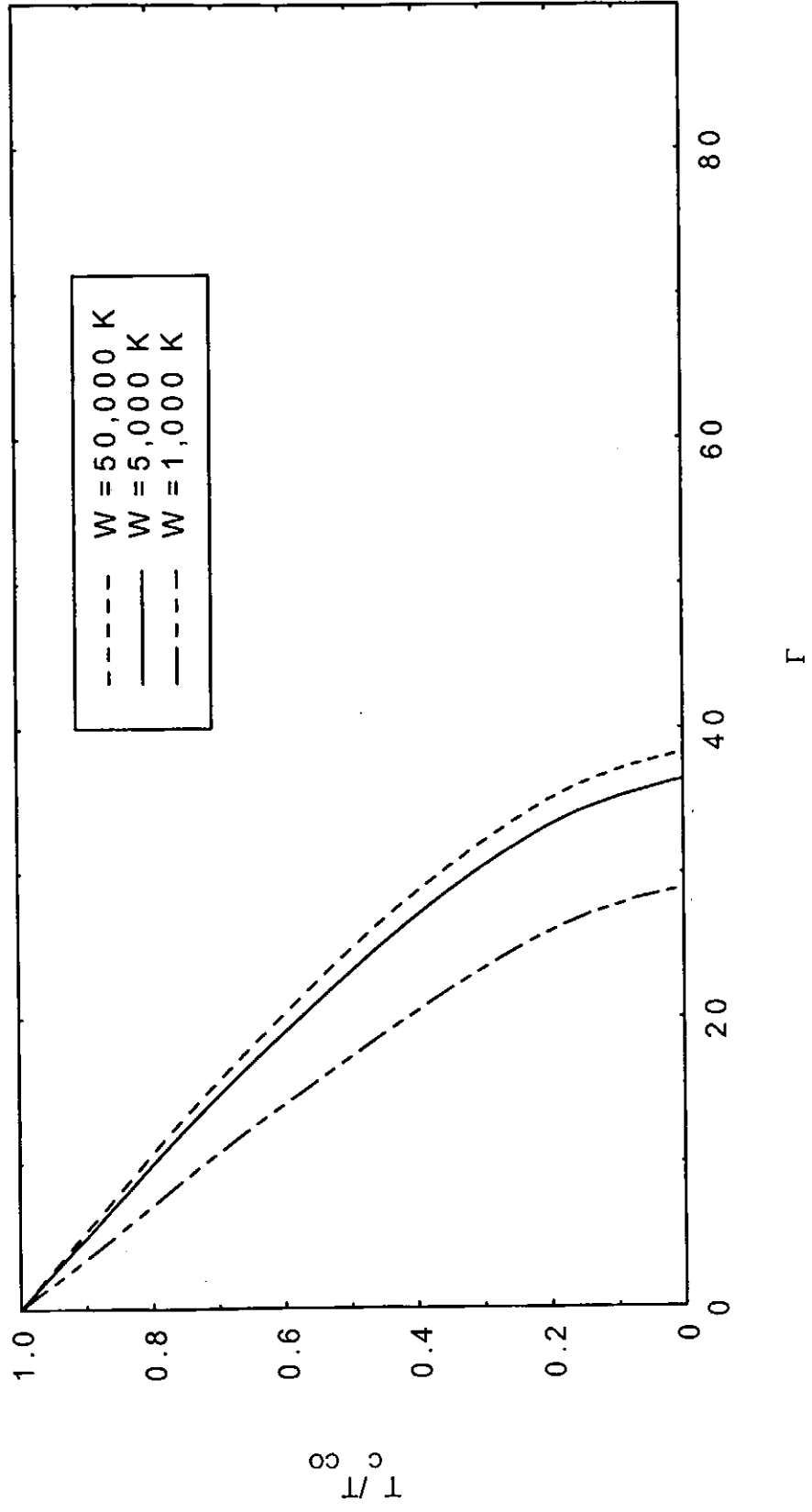
ภาพประกอบ 28 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000 \text{ K}$ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 2

$T_{co} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



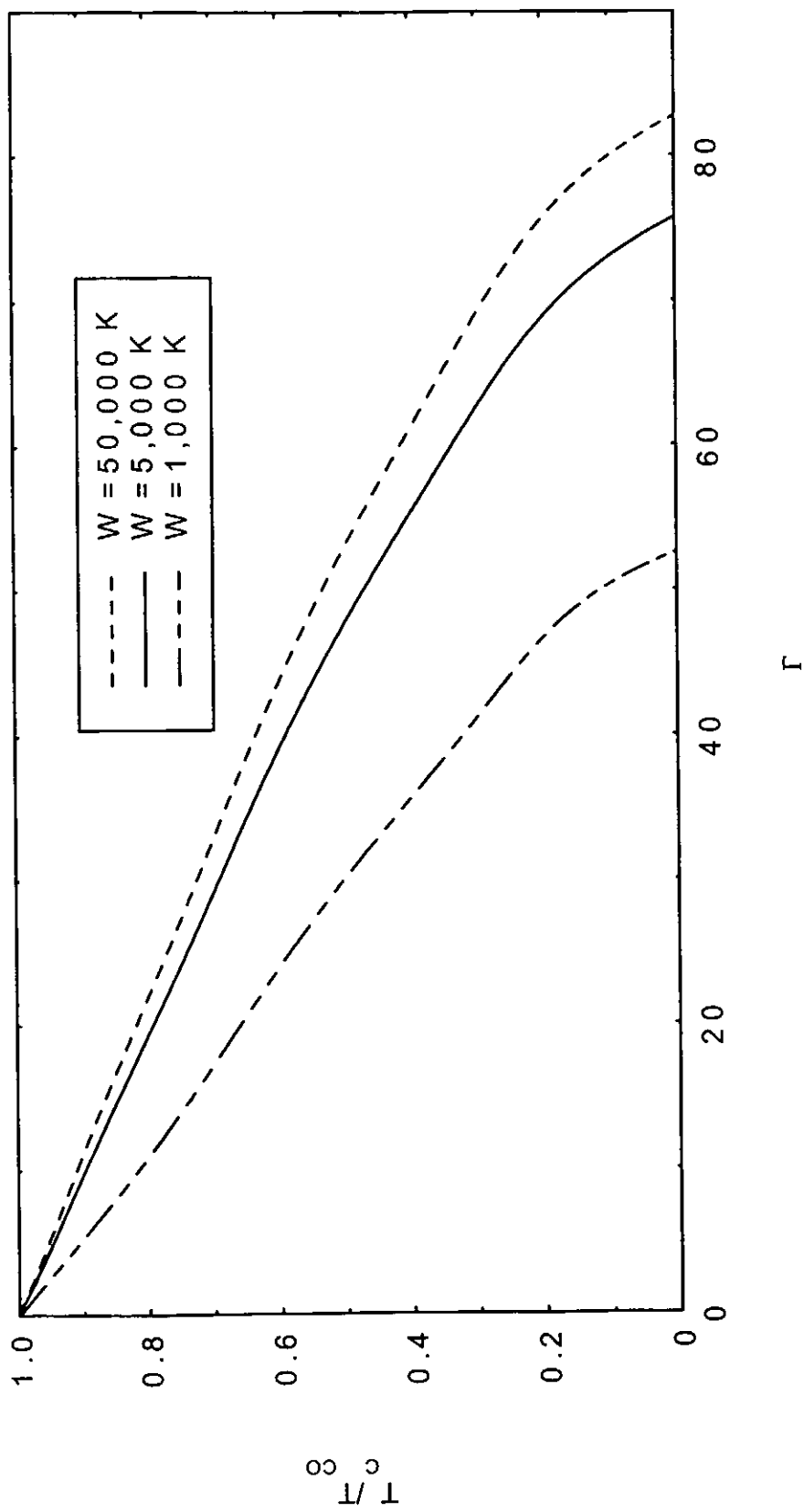
ภาพประกอบ 29 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000 \text{ K}$ เมื่อ $T_{co} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 2

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



ภาพประกอบ 30 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000 \text{ K}$ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$ กรณีสี่ที่ 3

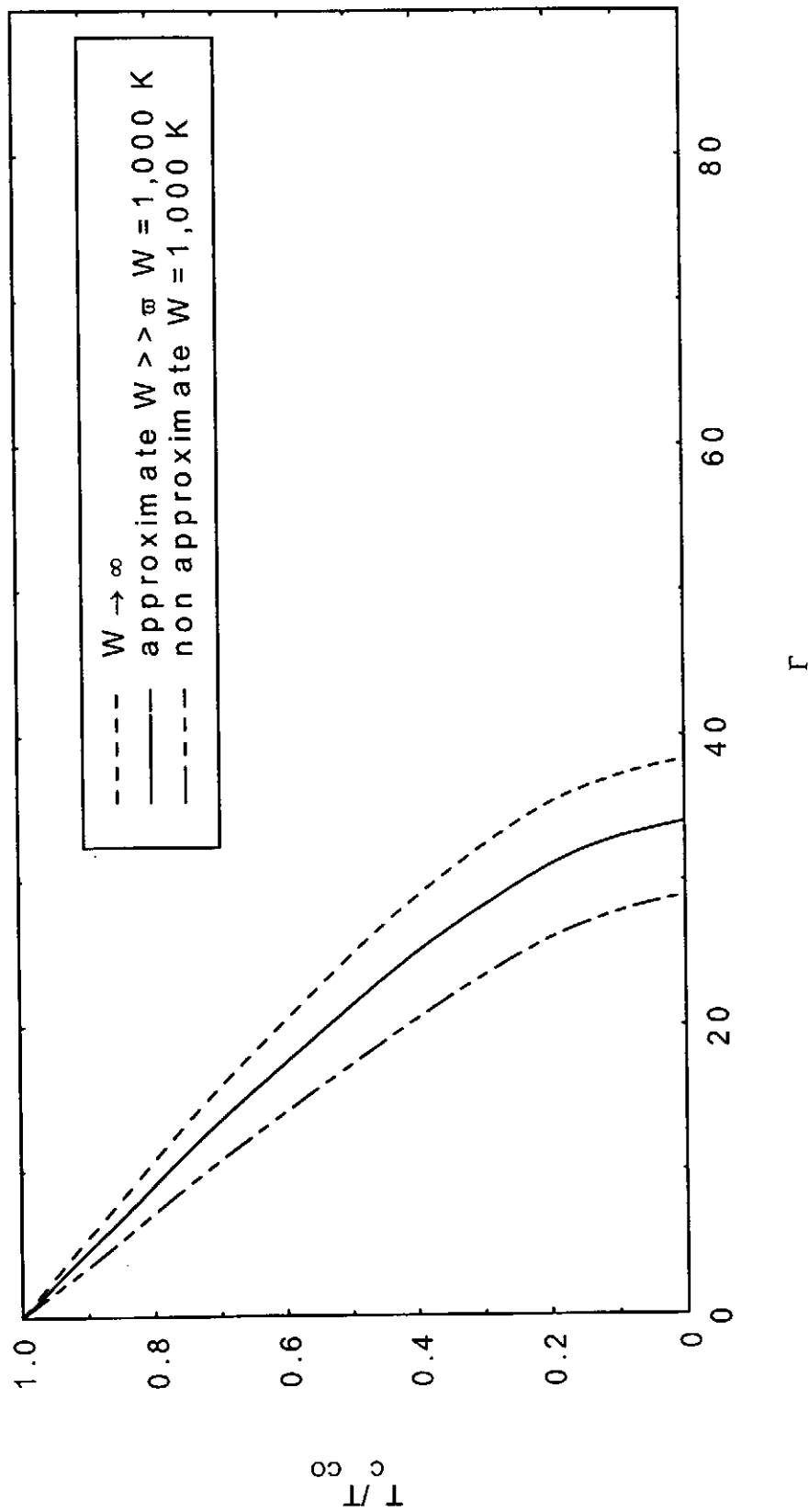
$T_{CO} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



ภาพประกอบ 31 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W = 1,000$, $5,000$ และ $50,000 \text{ K}$

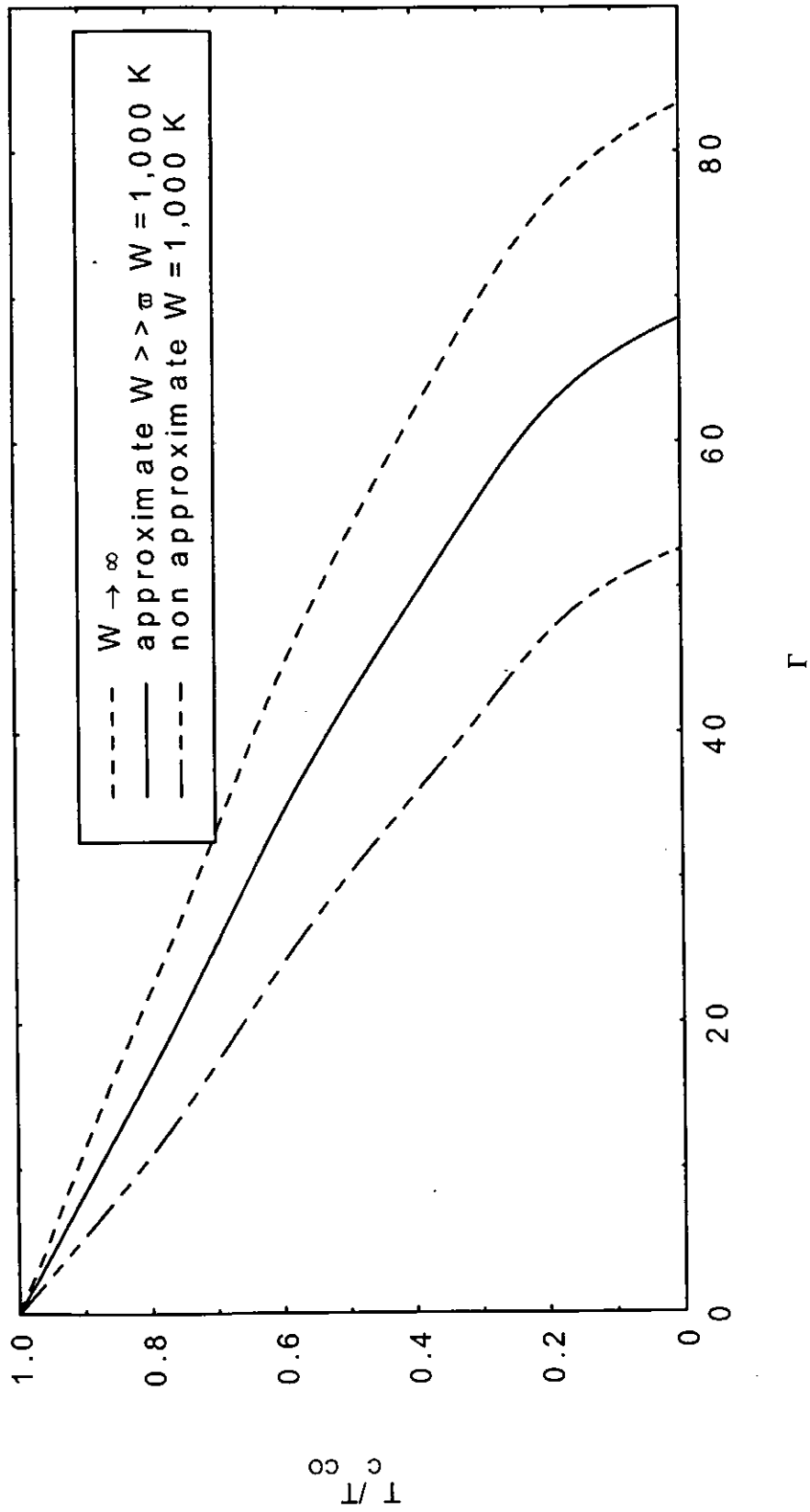
เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$ กรณีที่ 3

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



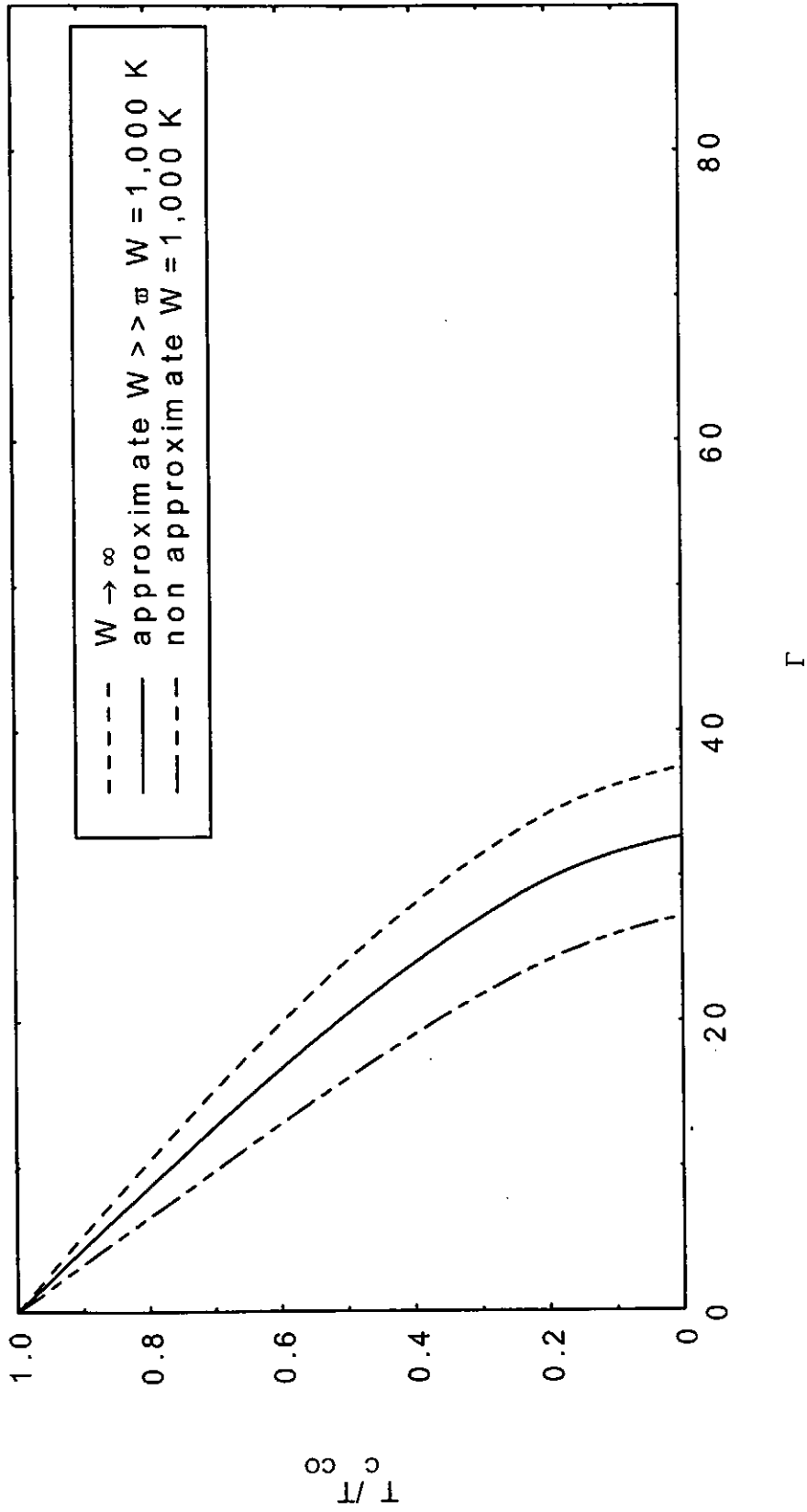
ภาพประกอบ 32 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $1,000 \text{ K}$ และ $1,000 \text{ K}$ ในกรณี 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

$T_{CO} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



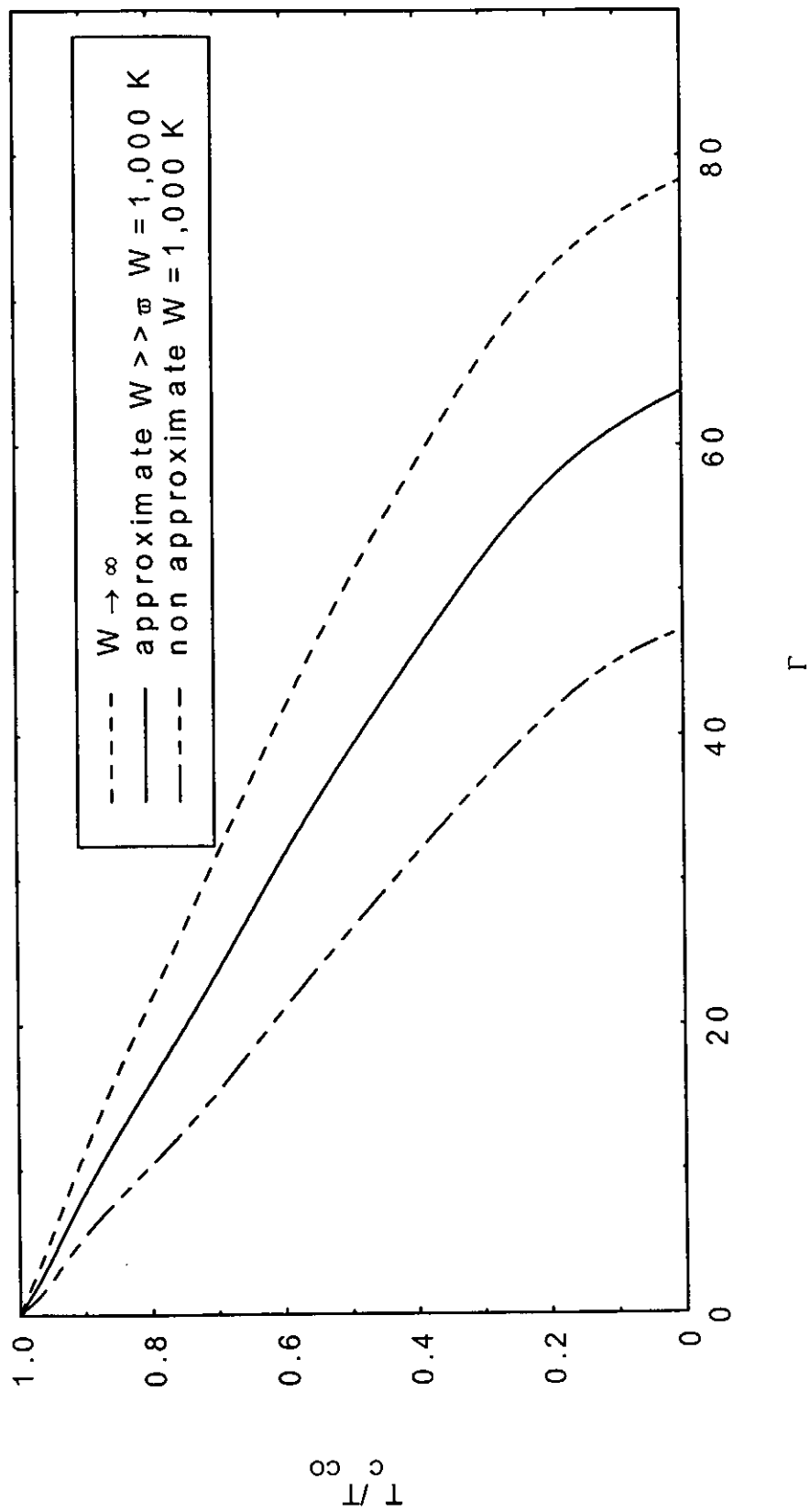
ภาพประกอบ 33 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $1,000 \text{ K}$ และ $1,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



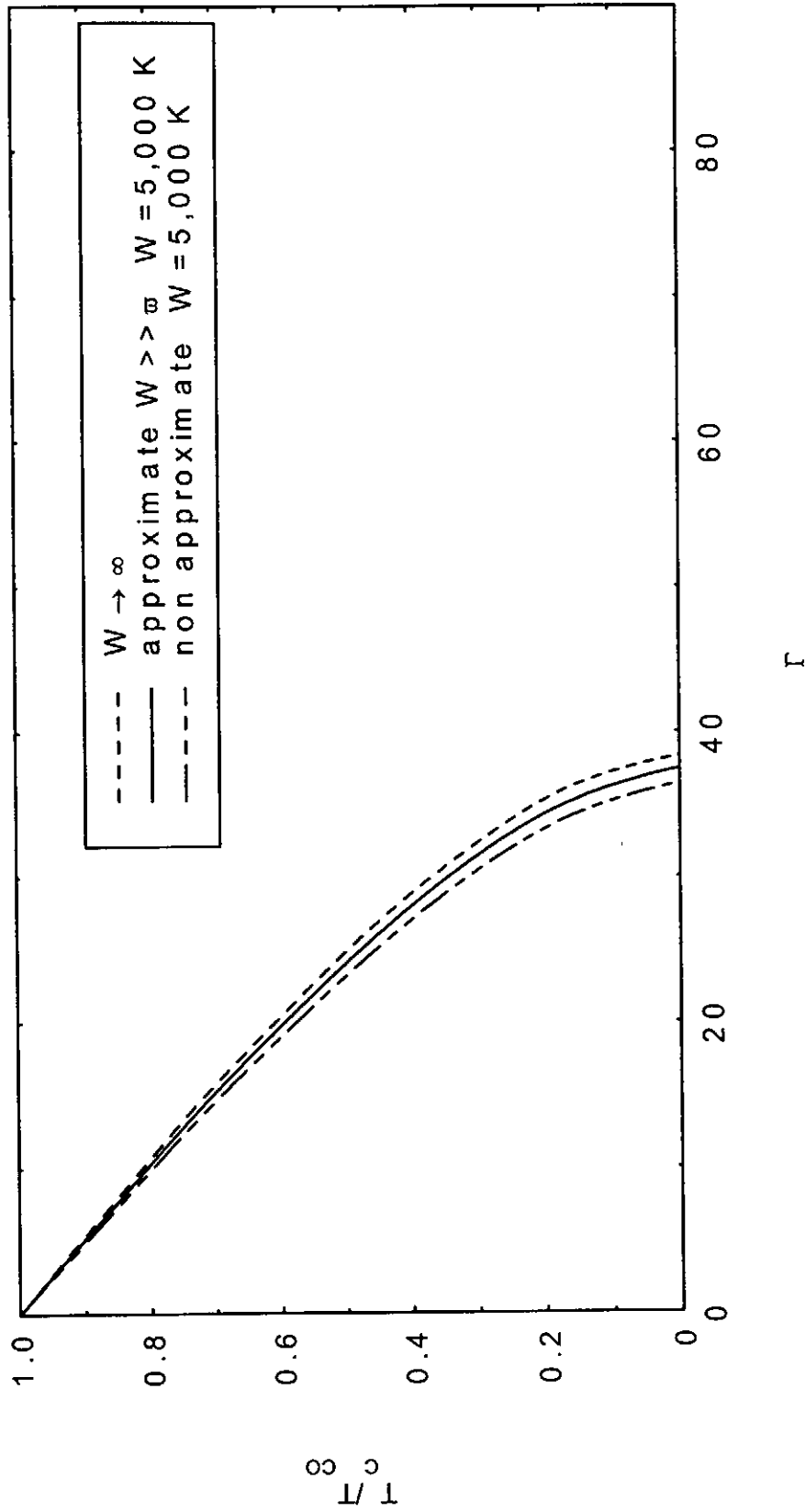
ภาพประกอบ 34 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $1,000 \text{ K}$ และ $1,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

$T_{CO} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



ภาพประกอบ 35 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $1,000 \text{ K}$ และ $1,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

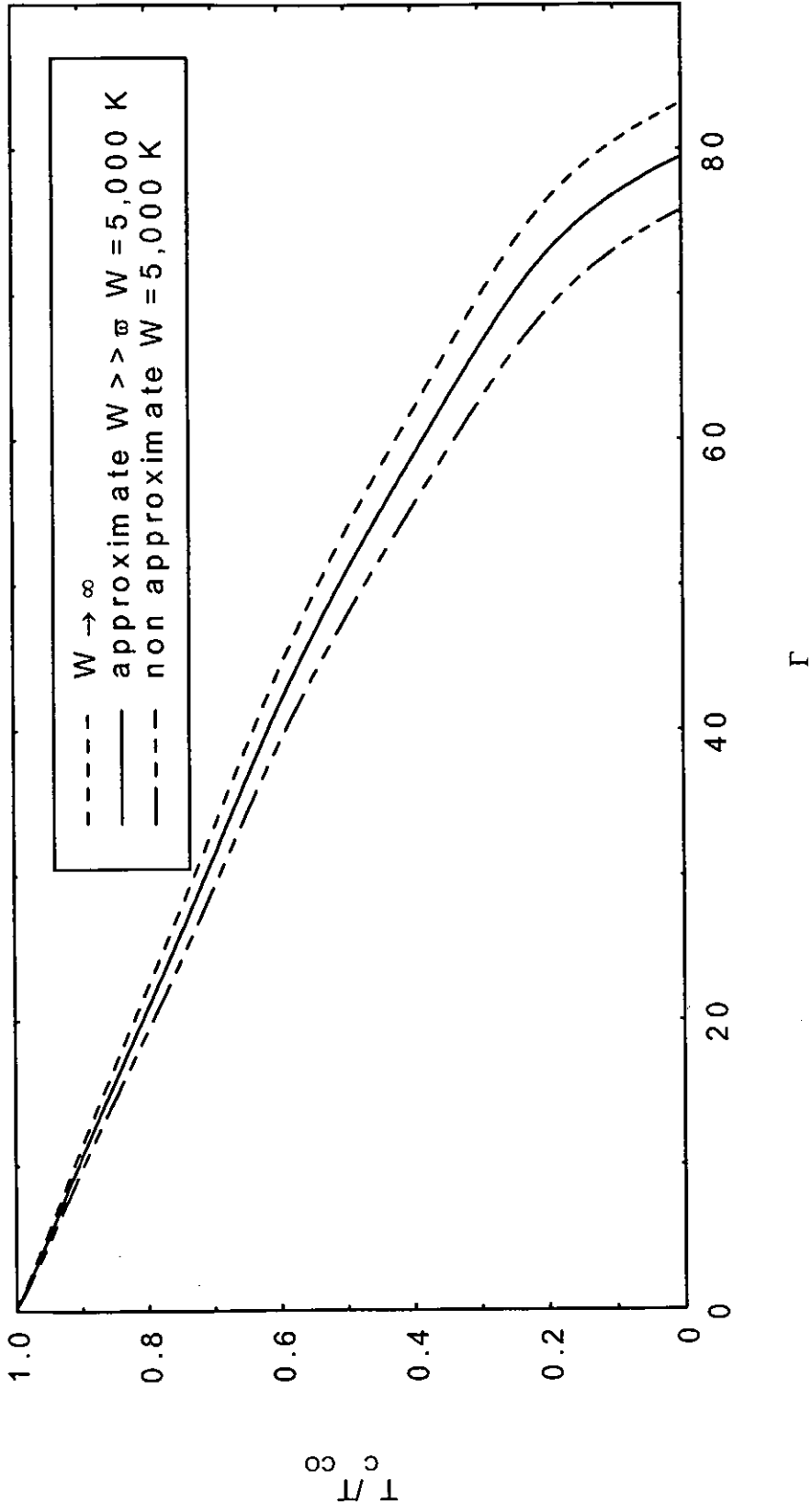
$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



ภาพประกอบ 36 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความถี่ของสสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $5,000 \text{ K}$ และ $5,000 \text{ K}$

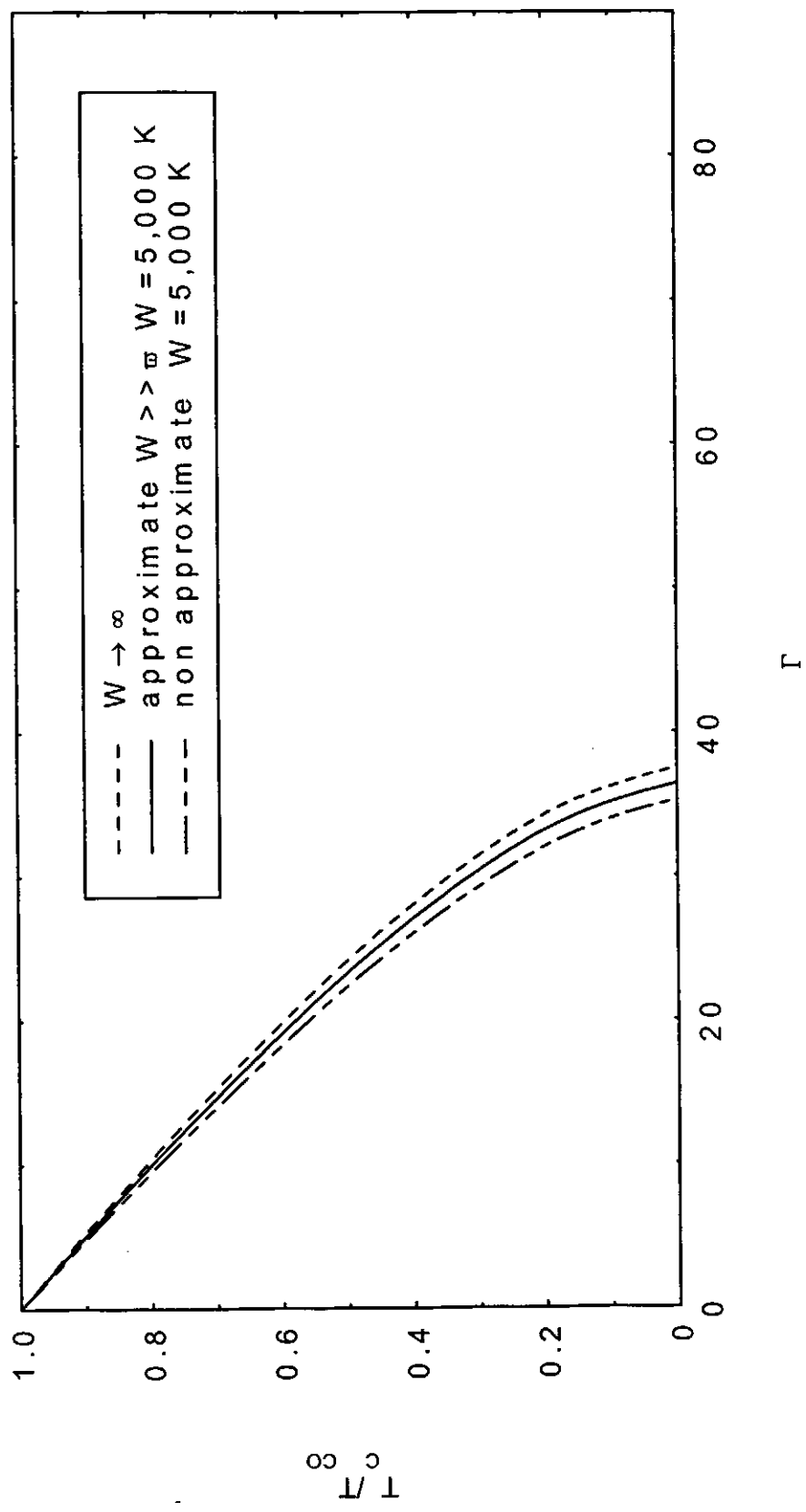
ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

$T_{co} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



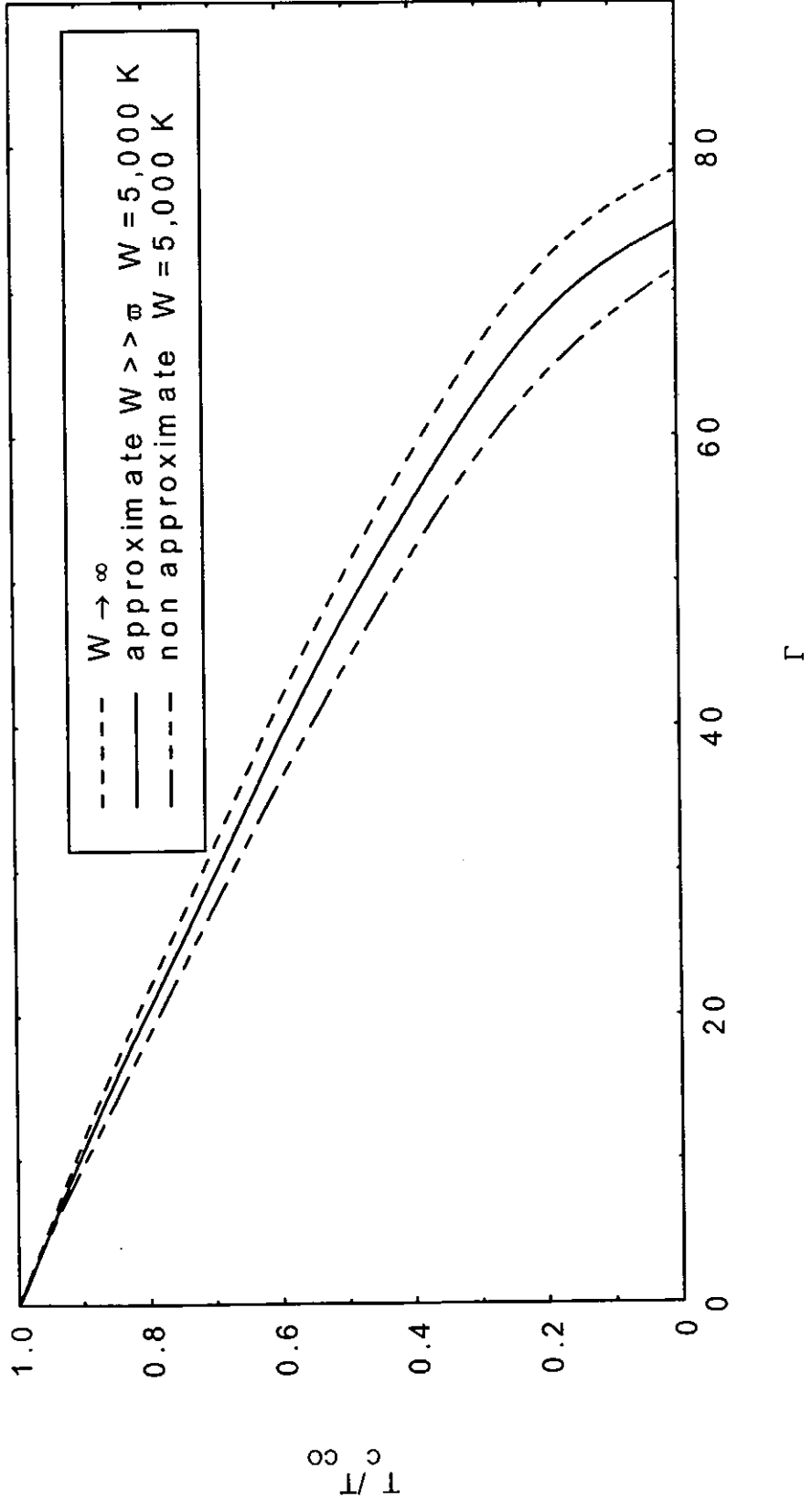
ภาพประกอบ 37 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $5,000 \text{ K}$ และ $5,000 \text{ K}$ ในกรณี 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{co} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



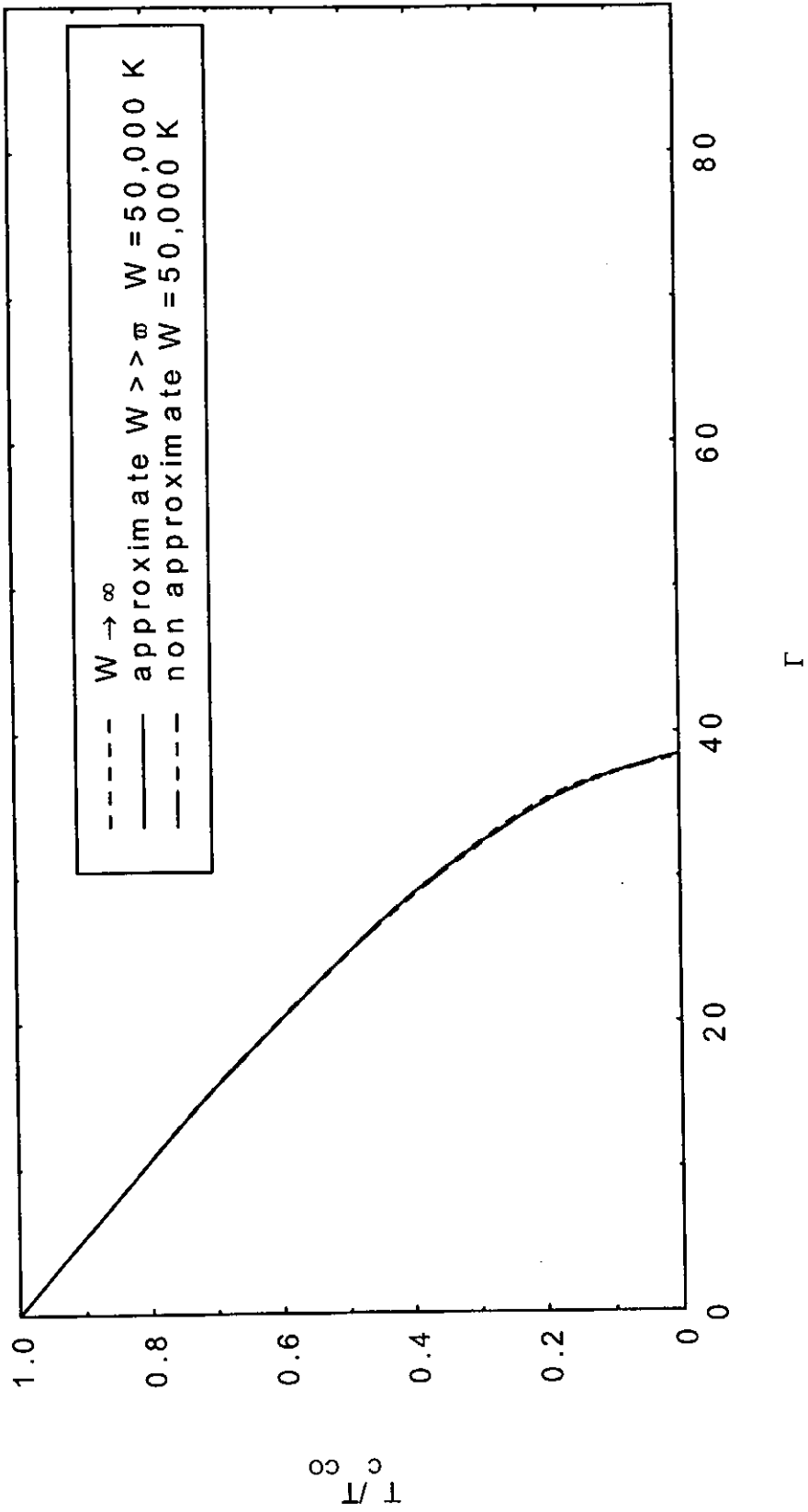
ภาพประกอบ 38 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $5,000 \text{ K}$ และ $5,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

$T_{CO} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



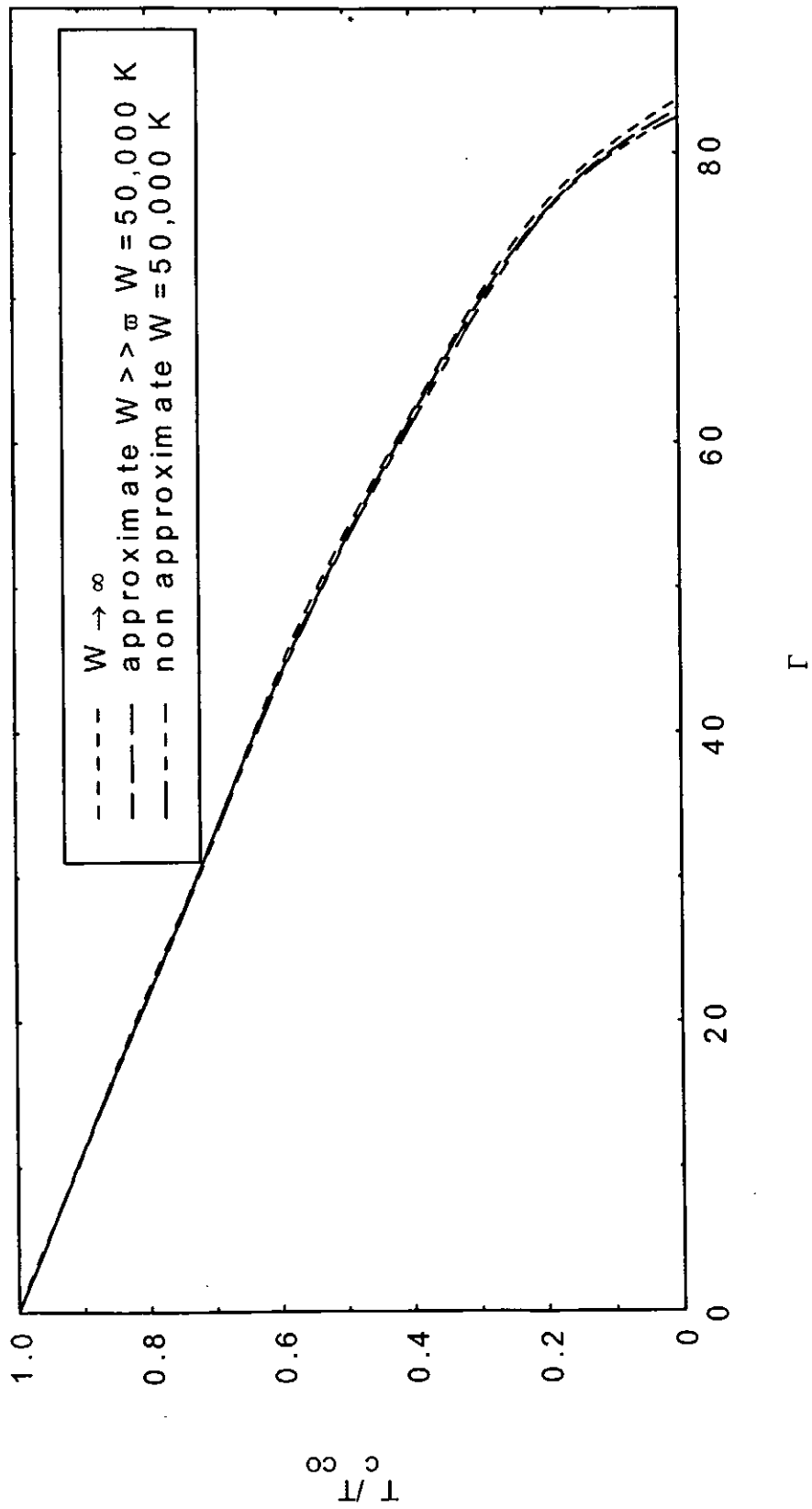
ภาพประกอบ 39 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $5,000 \text{ K}$ และ $5,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



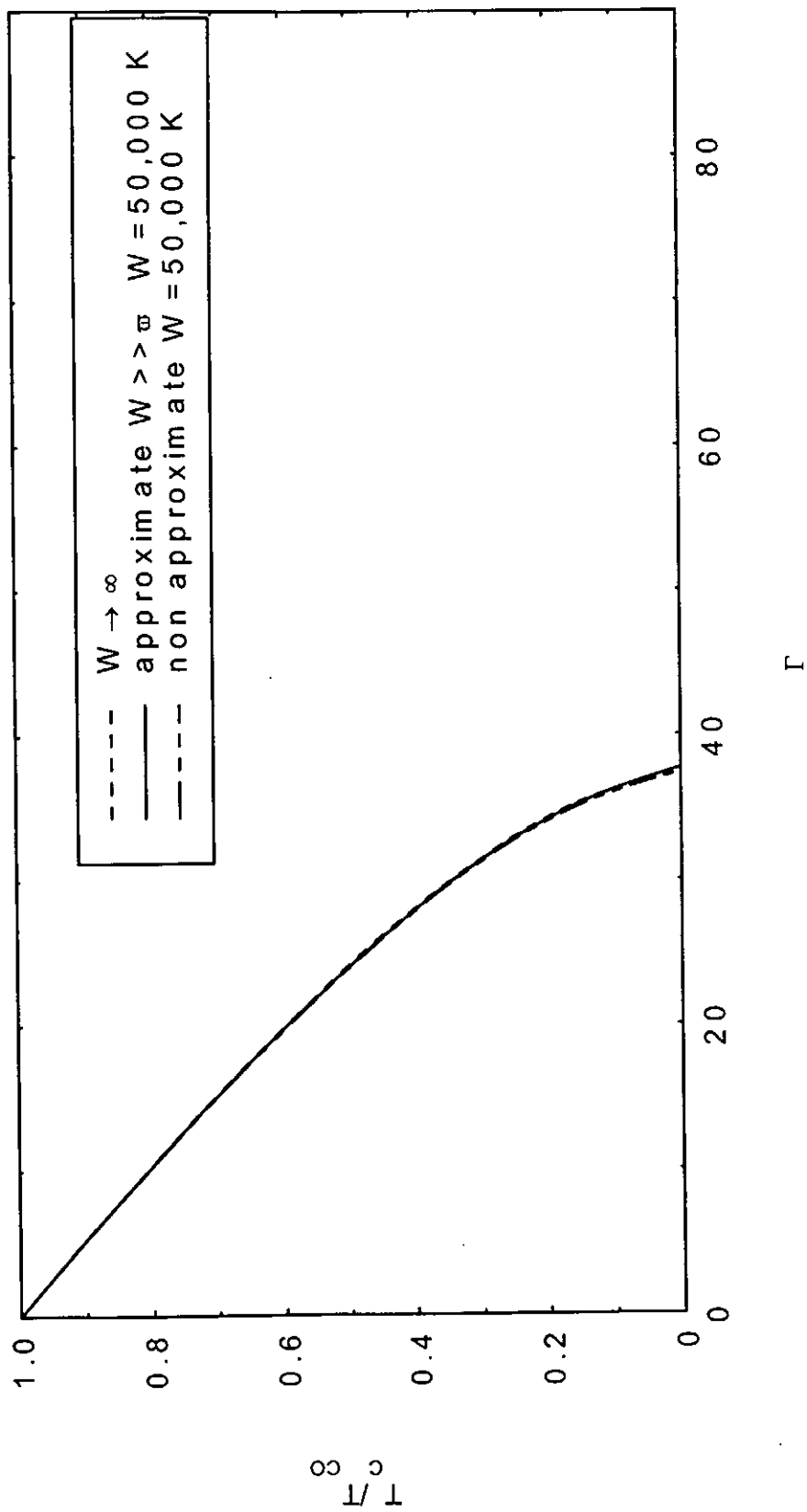
ภาพประกอบ 40 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $50,000 \text{ K}$ และ $50,000 \text{ K}$ ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

$T_{co} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 500 \text{ K}$



ภาพประกอบ 41 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $50,000 \text{ K}$ และ $50,000 \text{ K}$ ในกรณีนี้ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{co} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 500 \text{ K}$

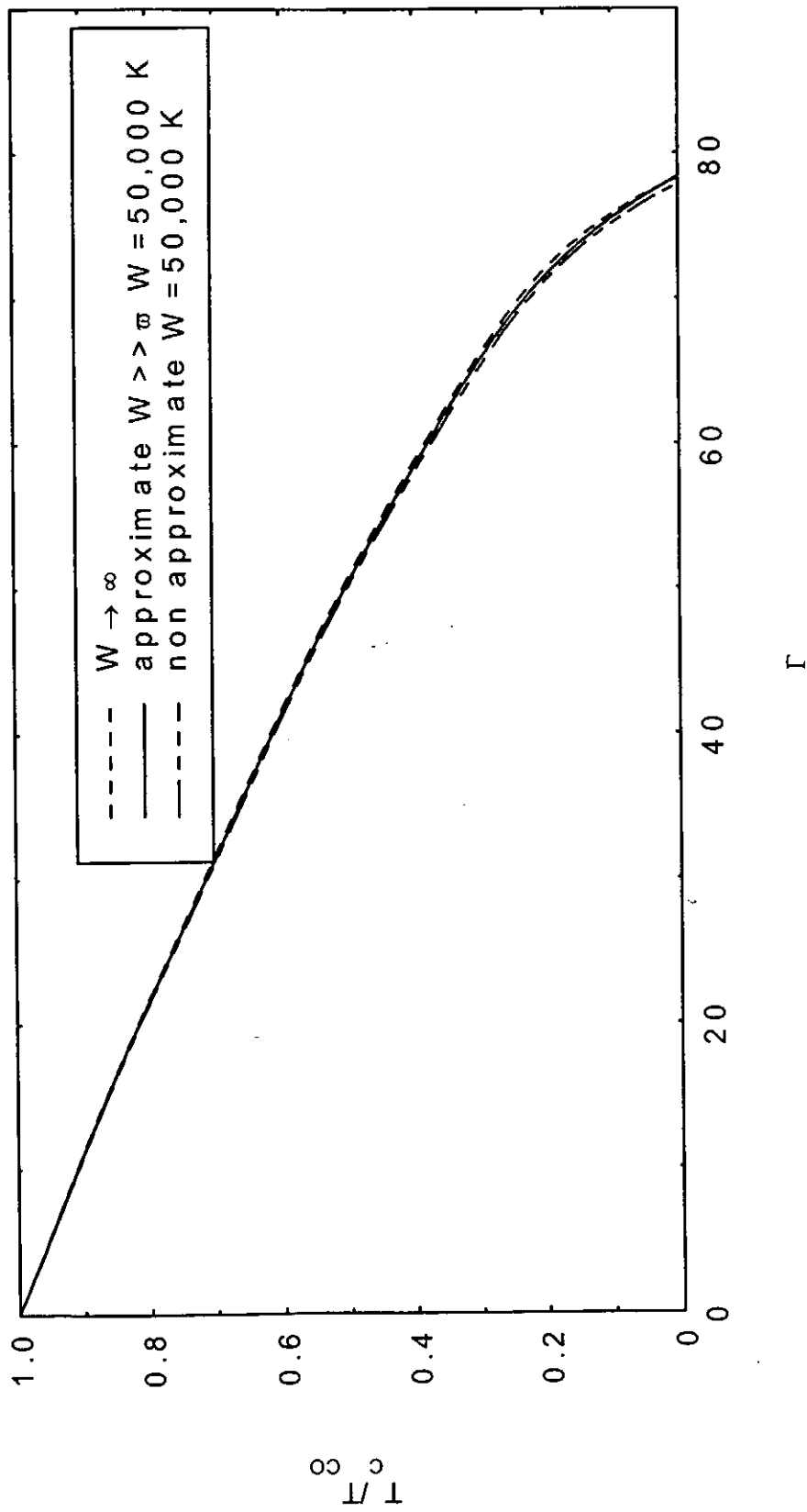
$T_{CO} = 40 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



ภาพประกอบ 42 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $50,000 \text{ K}$ และ $50,000 \text{ K}$

ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{CO} = 40 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

$T_{co} = 80 \text{ K}$ $\omega_D = 800 \text{ K}$



ภาพประกอบ 43 กราฟเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความถี่ของสารเจือ ใช้พารามิเตอร์ $W \rightarrow \infty$, $50,000 \text{ K}$ และ $50,000 \text{ K}$

ในกรณีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ เมื่อ $T_{co} = 80 \text{ K}$ และ $\omega_D = 800 \text{ K}$

บทที่ 5

สรุป อภิปราย และ ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะคำนวณหา อุณหภูมิวิกฤตในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด โดยที่มีสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กปนตามวิธีการของชัน และมากโดยขั้นตอนในการคำนวณมีดังนี้

1. แก้สมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อน ตามทฤษฎีของอบริ โคซอฟและ กอร์คอฟเมื่อกำหนดให้ความกว้างของแถบพลังงานมีค่าจำกัด โดยเลือกใช้ฟังก์ชันกรีนของตัว นำยิ่งยวดที่มีสารเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็ก เพื่อคำนวณหาสมการอันตรกิริยาแบบคิงดูค ระหว่างอิเล็กตรอน และนำอันตรกิริยาแบบคิงดูคระหว่างอิเล็กตรอนไปหาค่าอุณหภูมิวิกฤตต่อไป

2. ใช้สมการไคชันเพื่อหาความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ โดยใช้การประมาณ แบบที-เมทริกซ์

3. คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตจากสมการ (3.6) และ (3.18) โดยใช้เงื่อนไขว่าที่อุณหภูมิ วิกฤต พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบมีค่าเป็นศูนย์

4. นำสูตรของอุณหภูมิวิกฤตของระบบมาเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยอุณหภูมิวิกฤตของ สารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็ก โดยที่แถบพลังงานมีค่าอนันต์และ มีค่าจำกัด ว่าผลที่ได้แตกต่างกันหรือเหมือนกันอย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ผลการคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนแบบไม่เป็น แม่เหล็ก โดยแยกพิจารณาเป็น 3 กรณีดังนี้

แนวทางการพิจารณา	สมการอุณหภูมิจุด
1. เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าอนันต์ ($W \rightarrow \infty$) โดยที่ $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}} = \frac{\pi}{2}$	$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}\right)$
2. เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่า ความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มีสารเจือ $W \gg \tilde{\omega}$ โดยที่ประมาณเทอม $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}} = \frac{\pi}{2} - \frac{2\tilde{\omega}}{W}$	$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{1 + \frac{4\Gamma}{\pi W}} \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{2\pi T_C}\right)$
3. เมื่อแถบกว้างพลังงาน W มีค่าจำกัด โดยที่คำนวณเทอม $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\tilde{\omega}}$ โดย ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica ในการคำนวณ	$\ln \frac{T_C}{T_{CO}} = \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{\tan^{-1} \frac{W}{4\pi T_C(n + \frac{1}{2})}} \left[\frac{\tilde{\theta}_\omega}{n + \frac{1}{2} + \frac{\Gamma}{4T_C \tilde{\omega}}} \right] - \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}}$

สามารถนำสมการ (4.9) , (4.17) และ (4.20) มาเขียนกราฟหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนอุณหภูมิจุดของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิจุดสูง $\frac{T_C}{T_{CO}}$ กับความเข้มข้นของสารเจือ Γ ดังภาพประกอบ 16-43 จะเห็นได้ว่า การเติมสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิจุดสูงที่แถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด มีผลทำให้อุณหภูมิจุดลดลงดังนี้

1. จากภาพประกอบ 16-21 จะพบว่าเมื่อกำหนดให้แถบกว้างของพลังงาน W และความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสาร ω_D คงที่ ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิจุดสูงที่มีอุณหภูมิจุดมากกว่า อัตราส่วนอุณหภูมิจุด $\frac{T_C}{T_{CO}}$ จะลดลงช้ากว่าตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิจุดน้อยกว่า และเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัดอัตราส่วนอุณหภูมิจุด $\frac{T_C}{T_{CO}}$ จะลดลงเร็วกว่าเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าอนันต์

2. จากภาพประกอบ 22-27 จะพบว่าเมื่อกำหนดให้อุณหภูมิจุด T_{CO} และแถบกว้างพลังงาน W คงที่ ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิจุดสูงที่มีความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสารมากกว่า อัตราส่วนอุณหภูมิจุด $\frac{T_C}{T_{CO}}$ จะลดลงเร็วกว่าตัวนำยิ่งยวดที่มีความถี่การสั่นของแลตทิซ

ในผลึกสารน้อยกว่า และเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัดดังภาพประกอบ 24-27 อัตราส่วน อุณหภูมิวิกฤต $\frac{T_C}{T_{CO}}$ จะลดลงเร็วกว่าเมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าอนันต์ ดังในภาพประกอบ 22-23

3. จากภาพประกอบ 28-31 เมื่อเราพิจารณาเฉพาะกรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด จะพบว่าเมื่อกำหนดให้อุณหภูมิวิกฤต T_{CO} และมีความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสาร ω_D คงที่ ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีแถบกว้างพลังงานน้อยกว่าอัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤต $\frac{T_C}{T_{CO}}$ จะลดลงเร็วกว่าตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบกว้างพลังงานมากกว่า

ถ้าเปรียบเทียบระหว่างผลการวิจัยในกรณีที่ 2 กับกรณีที่ 3 เมื่อแถบกว้างพลังงานเท่ากัน เช่น $W=1,000$ K และ $5,000$ K จะเห็นได้ว่าความเข้มข้นของสารเจือจะแตกต่างกัน แต่ที่แถบกว้างมากขึ้นถึง $50,000$ K ความเข้มข้นของสารเจือปนจะมีค่าเท่ากัน

4. จากภาพประกอบ 32-39 เมื่อกำหนดให้อุณหภูมิวิกฤต T_{CO} และความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสาร ω_D คงที่ ตัวนำยิ่งยวดที่แถบกว้างพลังงานมีค่าอนันต์ จะพบว่า การเติมสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กทำให้อัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤต $\frac{T_C}{T_{CO}}$ ลดลงช้ากว่าตัวนำยิ่งยวดที่แถบกว้างพลังงานมีค่าน้อยกว่ามากๆ

เมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของซัน และมากิ (Sun and Maki. 1995 : 6059) ได้ศึกษาผลของสารเจือในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดีดิงในสมการ(2.31) ให้ผลตรงกับงานวิจัยสำหรับกรณีที่ 1 ที่เราได้กำหนดในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีแถบพลังงานอนันต์เมื่อมีสารเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กในสมการ (4.9) แต่ถ้าเราเปรียบเทียบที่แถบกว้างพลังงานที่เท่ากัน $W=1,000$ K และ $5,000$ K จะเห็นว่าในกรณีที่ 2 และ กรณีที่ 3 ความเข้มข้นของสารเจือมีค่าแตกต่างกัน ซึ่งพอสรุปได้ว่าจากการวิจัยในกรณีที่ 2 เราได้ประมาณว่าแถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่าความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือมากๆ ($W \gg \omega$) ดังนั้นเมื่อ $W=1,000$ K เทียบกับความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือในสมการ (4.12) มีค่าใกล้เคียงกัน จึงเป็นเทอมที่ควรนำมาพิจารณาถ้าแถบกว้างพลังงานมีค่าใกล้เคียงกับความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือ จากผลการวิจัยในกรณีที่ 2 และ กรณีที่ 3 ให้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกับงานวิจัยของมาร์ซิกลิโอ (Marsiglio. 1992 : 956) และ ฮัน-ยงชอย (Han-Yong Choi. 1996 : 8591) ได้ข้อสรุปที่ตรงกันว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด การเติมสารเจือปนประเภทไม่เป็นแม่เหล็กมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤตลดลง

เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่เป็นตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ ($\Gamma = 0$) พบว่าจากสมการ (4.9)

$$(4.17) \text{ และ } (4.20) \text{ อัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤต } \frac{T_C}{T_{CO}} = 1$$

5. จากภาพประกอบ 40-43 เมื่อกำหนดให้อุณหภูมิวิกฤต T_{CO} และความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสาร ω_D คงที่ จะพบว่าความเข้มข้นของสารเจือปนที่เติมในตัวนำยิ่งยวดทั้งในกรณี ที่ 2 และกรณีที่ 3 มีค่าเท่ากัน เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าเท่ากันคือ $W=50,000$ K พอสรุปได้ว่า ความเข้มข้นของสารเจือปนเท่ากันนี้เป็นผลจากการประมาณในกรณีที่ 2 ที่เราได้ประมาณว่า แถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่าความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือปนมากๆ ($W \gg \omega$) ดังนั้นเมื่อ $W=50,000$ K ทำให้ผลการวิจัยในกรณีที่ 2 และ กรณีที่ 3 ได้ผลการวิจัยที่ตรงกัน แสดงว่าแถบกว้างพลังงานที่ใช้มีค่ามากกว่าความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือปนมาก หรือ

$$W \rightarrow \infty$$

จากผลการวิจัยทั้ง 3 กรณี ผลสรุปที่ได้ดังตาราง

กรณีที่ 1 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงานมีค่านันต์ ($W \rightarrow \infty$) โดยที่

$$\tilde{\theta}_0 = \tan^{-1} \frac{W}{2\omega} = \frac{\pi}{2}$$

แถบกว้างพลังงาน	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	อุณหภูมิวิกฤต	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	ω_D (K)	T_{CO} (K)	Γ
คงที่		เพิ่ม	เพิ่ม
		ลด	ลด
แถบกว้างพลังงาน	อุณหภูมิวิกฤต	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	T_{CO} (K)	ω_D (K)	Γ
คงที่		เพิ่ม	ลด
		ลด	เพิ่ม

กรณีที่ 2 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่าความถี่ของอิเล็กตรอนในผลึกที่มี
 สารเจือ มาก ๆ $W \gg \omega$ โดยการประมาณเทอม $\tilde{\theta}_\omega = \tan^{-1} \frac{W}{2\omega}$

แถบกว้างพลังงาน	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	อุณหภูมิวิกฤต	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	ω_D (K)	T_{CO} (K)	Γ
คงที่	คงที่	เพิ่ม	เพิ่ม
		ลด	ลด
แถบกว้างพลังงาน	อุณหภูมิวิกฤต	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	T_{CO} (K)	ω_D (K)	Γ
คงที่	คงที่	เพิ่ม	ลด
		ลด	เพิ่ม
ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	อุณหภูมิวิกฤต	แถบกว้างพลังงาน	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
ω_D (K)	T_{CO} (K)	W (K)	Γ
คงที่	คงที่	ลด	ลด
		เพิ่ม	เพิ่ม

กรณีที่ 3 เมื่อพิจารณาแถบกว้างพลังงาน W มีค่าจำกัด คำนวณเทอม $\tilde{\theta}_0 = \tan^{-1} \frac{W}{2\omega}$

โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica ในการคำนวณ

แถบกว้างพลังงาน	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	อุณหภูมิวิกฤต	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	ω_D (K)	T_{CO} (K)	Γ
คงที่	คงที่	เพิ่ม	เพิ่ม
		ลด	ลด
แถบกว้างพลังงาน	อุณหภูมิวิกฤต	ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
W (K)	T_{CO} (K)	ω_D (K)	Γ
คงที่	คงที่	เพิ่ม	ลด
		ลด	เพิ่ม
ความถี่การสั่นของ แลตทิซในผลึกสาร	อุณหภูมิวิกฤต	แถบกว้างพลังงาน	ความเข้มข้นของสาร เจือปน
ω_D (K)	T_{CO} (K)	W (K)	Γ
คงที่	คงที่	ลด	ลด
		เพิ่ม	เพิ่ม

อภิปรายผล

จากผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบพลังงานมีค่าจำกัดเมื่อมีสิ่งเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็ก ผลงานวิจัยนี้สำหรับกรณีที่ 1 ตรงกันกับงานวิจัยของซันและมากิ (Sun and Maki. 1995 : 6059) เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่านันต์ ส่วนผลการวิจัยในกรณีที่ 2 ในขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยนี้มีการประมาณหลายขั้นตอนทำให้ผลการวิจัยแตกต่างจากกรณีที่ 3 เมื่อแถบกว้างพลังงานมีค่าน้อย ๆ แต่ถ้าแถบกว้างพลังงานมีค่ามากกว่าความถี่การสั่นของแลตทิซผลึกเมื่อมีสารเจือมาก ๆ ($W \gg \omega$) ผลการวิจัยที่ได้จะตรงกัน สำหรับกรณีที่ 3 นั้นเราไม่ประมาณเห็นได้ว่าเราจะได้สมการอุณหภูมิวิกฤตที่สลับซับซ้อนมาก ต้องใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตแต่ทั้งในกรณีที่ 2 และกรณีที่ 3 จะได้ผลตรงกันกับการวิจัยของมาร์ซิกลิโอ (Marsiglio. 1992 : 956) และฮัน-ยงชอย (Han-Yong Choi. 1996 : 8591) และจากสมการอุณหภูมิวิกฤตทั้ง 3 กรณี ถ้ากำหนดให้ความเข้มข้นของสารเจือเป็นศูนย์ ($\Gamma = 0$) อัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤต $\frac{T_C}{T_{CO}} = 1$

ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยนี้คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่แถบกว้างพลังงานมีค่าจำกัด เมื่อมีสิ่งเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กตามวิธีการของซันและมากิ การดำเนินการวิจัยนี้มีการประมาณหลายขั้นตอนมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการดำเนินงานวิจัยในกรณีที่ 2 ถ้าแถบกว้างพลังงานมีค่าน้อยมากๆ ทำให้ผลการวิจัยที่ได้ไม่ตรงกันกับการวิจัยกรณีที่ 3 แต่ถ้าแถบกว้างพลังงานมากขึ้นผลการวิจัยในกรณีที่ 2 และ 3 จะได้ผลที่สอดคล้องกัน ดังนั้นการศึกษาค้างต่อไปจึงควรลดการประมาณในการดำเนินการให้น้อยลง

งานวิจัยที่ควรได้รับการศึกษาต่อไป เช่น ความร้อนจำเพาะ ช่องว่างพลังงาน และสนามแม่เหล็กวิกฤต โดยให้ครอบคลุมถึงกรณีที่มีสารเจือปนประเภทอื่นๆ นอกจากนี้การวิจัยครั้งนี้มีเงื่อนไขให้ความหนาแน่นสถานะมีค่าคงที่เท่ากับ $N(0)$ ในการวิจัยครั้งต่อไปผู้วิจัยมีความเห็นว่าควรทำการวิจัยต่อไปในกรณีที่มีความหนาแน่นสถานะไม่คงที่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

Abrikosov,A.A. and L.P.Gor'kov. Soviet Physics-JETP. 12 : 1243 ; 1961.

Bardeen,J.,L.N.Cooper and J.R.Schrieffer. Physical Review. 180 : 1175 ; 1957.

Bednorz,J.G. and K.A.Muller. Review of Modern Physics. 64 : 189 ; 1986.

Borkowski,L.S. and P.J.Hirschfield. Physical Review B. 49 : 15404 ; 1994.

Buckel,W. Superconductivity : Fundamentals and Applications. New York:
VCH Publishers Inc. , 1991.

Chu,C.,J.Wu and others. Physical Review Letters. 58 : 908 ; 1987.

Fehrenbacher,R. and M.R.Norman. Physical Review B. 50 : 3495 ; 1994.

Halley,J.Woods. Theories of High Temperature Superconductivity. USA:
Addison-Wesley Publishing Company , 1988.

Han-Yong Choi. Physical Review B. 53 : 8591 ; 1996.

Harlingen,D.J. Review of Modern Physics. 67 : 515 ; 1995.

Hirschfeld,P.J. and N.Goldenfeld. Physical Review B. 48 : 4219 ; 1993.

Hirschfeld,P.J. and P.Wolfle. Physical Review B. 37 : 83 ; 1988.

Hotta,T. Journal of the Physical Society of Japan. 62 : 274 ; 1993.

Ishida,K. and other. Physica C. 179 : 29 ; 1991.

Jahnke,E. and F.Emde. Tables of Functions. Dover Publication, Inc.,
New York : 1945

- Kitaoka, Y., K. Ishida and K. Asayama. Journal of the Physical Society of Japan. 63 : 2052 ; 1994.
- Kresin, H. and V.Z. Wolf. Fundamentals of Superconductivity. New York: Plenum Publishing Corporation, 10 ; 1990.
- Levi, B.G. Physics Today. 46 : 17 ; 1993.
- Levi, B.G. Physics Today. 49 : 19 ; 1996.
- Maki, K. in Superconductivity. edited by R.D.Parks. p. 1035. Dekker, New York : 1967.
- Marsiglio, F. Physical Review B. 45 : 956 ; 1992.
- Martindal, J.A. and others. Physical Review B. 47 : 9155 ; 1993.
- Matthias, B.T. IBM Journal of Research Development. 6 : 250 ; 1962.
- Meissner, W. and R. Ochsenfeld. Naturwissenschaften. 21 : 787 ; 1933.
- Onnes, K.H. Communication -Laboratory of Leiden. 119 : 1226 ; 1911.
- Orlando, Terry P. and Kevin A. Delin. Foundations of Applied Superconductivity. USA : Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1991.
- Shen, Z.X. and others. Physical Review B. 70 : 1553 ; 1993.
- Subramanyam, S.V. and E.S.R. Gopal. High Temperature Superconductors. Wiley Eastern Limited , 1989.
- Sun, Y. and K. Maki. Physical Review B. 51 : 6059 ; 1995.
- Tanner, B.K. Introduction to the Physics of Electrons in Solids. UK , 1995.
- Testardi, L.R., J.H. Wernick and W.A. Roger. Solid State Communications. 15 : 1 ; 1974.

Umezawa,A. and others. Physical Review B. 38 : 2849 ; 1989.

Warren,W.W. and others. Physical Review Letters. 59(16) : 1860-1863 ; 1987.

Won,H. and K.Maki. Physical Review B. 49 : 1397 ; 1994.

Worthington,T.K.,W.J.Gallgher and T.R.Dinger. Physical Review Letters.
59 : 1160 ; 1987.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การประมาณ $\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}} - \frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}\right)$

กำหนดให้

$$\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}} - \frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}\right) = \tan^{-1}(a-b) \quad (1)$$

เมื่อ

$$\tan^{-1}(a+b) = \tan^{-1}a + bP \quad \text{เมื่อ } b \ll a$$

$$\tan^{-1}(a+b) - \tan^{-1}a = bP \quad (2)$$

ให้

$$\tan^{-1}A = x, \quad \tan^{-1}B = y$$

พิจารณา

$$\tan^{-1}A - \tan^{-1}B = x - y$$

$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$$

$$= \frac{A - B}{1 + AB}$$

ดังนั้นจะได้

$$x - y = \tan^{-1}\left(\frac{a+b-a}{1+a(a+b)}\right) \quad (3)$$

จากสมการ (3) เขียนสมการ (2) ได้ใหม่ดังนี้

$$\tan^{-1}(a+b) - \tan^{-1}a = \tan^{-1}\left(\frac{a+b-a}{1+a(a+b)}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{b}{1+a(b+a)}\right) \quad (4)$$

เมื่อ x น้อยๆ $\tan^{-1} x \cong x$

$$\tan^{-1}(a+b) - \tan^{-1} a = \frac{b}{1+a^2} \quad (5)$$

จากสมการ (5) เทียบกับสมการ (6)

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(a+b) - \tan^{-1} a &= bP \\ &= \frac{b}{1+a^2} \end{aligned} \quad (6)$$

จากสมการ (6) แสดงว่า $P = \frac{1}{1+a^2}$ (7)

จากสมการ (6) เขียนสมการ (1) ได้ใหม่ดังนี้

$$\tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}} - \frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}}{1 + \left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right)^2}$$

เมื่อ $\frac{W}{2\tilde{\omega}}$ มีค่ามากๆ

$$\begin{aligned} &= \tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\frac{W\tilde{\Delta}^2(k)}{4\tilde{\omega}^3}}{\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right)^2} \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{W}{2\tilde{\omega}}\right) - \frac{\tilde{\Delta}^2(k)}{W\tilde{\omega}} \end{aligned} \quad (8)$$

ภาคผนวก ข

ภาคผนวก ข

พิจารณา
$$P = 2\pi T_C \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{\omega_n} \quad (1)$$

เมื่อ ω_D คือ ความถี่การสั่นของเลดทึชในผลึกสาร

$$\omega_n = \pi T_c (2n + 1)$$

แทนค่า ω_n ในสมการ (1)

$$P = 2 \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{2n + 1} \quad (2)$$

กรณีนี้ $\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty$ พิจารณาสมการ (2)

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{2n + 1} &= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{\frac{\omega_D}{\pi T_C}} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{\frac{\omega_D}{\pi T_C}} - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{\frac{\omega_D}{\pi T_C} - 1} \right\} \\ &= \sum_{n=1}^{\frac{\omega_D}{\pi T_C}} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n} \\ &= \beta + \ln \frac{\omega_D}{\pi T_C} - \frac{1}{2} \left\{ \beta + \ln \left(\frac{\omega_D}{2\pi T_C} - \frac{1}{2} \right) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = \beta + \ln N \quad \text{เมื่อ } N \rightarrow \infty \text{ และ } \beta = 0.5772156649 \text{ (Jahnke and Emde. 1945)}$$

แทนค่าสมการ (3) ลงในสมการ (2)

$$P = 2 \left\{ \frac{\beta}{2} + \ln \left[\left(\frac{\omega D}{\pi T_c} \right) \left(\frac{\omega D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \right\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2\omega D}{\pi T_c} \right) \right\}$$

$$= \ln \frac{2\gamma\omega D}{\pi T_c} \quad , \gamma \text{ คือ ค่าคงที่ของออยเลอร์ มีค่าเท่ากับ } 1.7810$$

ภาคผนวก ก

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ Mathematica

ภาคผนวก ก

```
ClearAll[y,x,a,b,c1,g1,g2,g3,f1,ht,htt,wddd,wdee];
```

```
 $\omega_D=800;W=1,000;Tco=80;$ 
```

```
g1[x_,y_]:=NSum[1/(n+1/2),{n,0,Round[ $\omega_D/(2*Pi*y*Tco)-1/2$ ]}
```

```
wdee[x_,y_,n_, $\tilde{\omega}$ _]:=2*Pi*y*Tco*(n + 1/2)
+x*Pi/(2*ArcTan[W/(2* $\tilde{\omega}$ )))-  $\tilde{\omega}$ ;
```

```
f1[x_,y_,g2sum_]:=y-Exp[-g1[x,y]+g2sum];
```

```
c1=4;
```

```
y=1;
```

```
x=0;h=0.0000001;
```

```
While[x<590,
```

```
  While[c1>0.0000001,
```

```
    b11=y;
```

```
    g2sum=0;c21=4; $\tilde{\omega}$ =3;
```

```
    Do[
```

```
      While[c21>0.0000001,
```

```
        b= $\tilde{\omega}$ ;
```

```
        ht= Re[N[wdee[x,y,n, $\tilde{\omega}$ ],12]]; 
```

```
        htt=Re[N[wdee[x,y,n, $\tilde{\omega}$ +h],12]]; 
```

```
         $\tilde{\omega}=\tilde{\omega}$  - ht*h/(htt-ht) ;
```

```
        c21=Abs[ $\tilde{\omega}$ -b];
```

```
      ];
```

```
    c21=1;
```

```
g2sum=g2sum+4*y*Tco*ArcTan[W/(2* $\tilde{\omega}$ )]/( $\omega_D$ *ArcTan[W/(2*Pi*y*Tco*(2*n+1))]);
, { n ,0, Round[ $\omega_D$ /(2*Pi*y*Tco)-1/2]}];
```

```
ht= Re[N[f1[x,y,g2sum],12]];
```

```
htt=Re[N[f1[x,y+h,g2sum],12]];
```

```
y=y- ht*h/(htt-ht) ;
```

```
c1=Abs[y-b11];
```

```
];
```

```
Print[x," " ".y];
```

```
x=x+1;y=1;
```

```
c1=1];
```

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางสาวดวงมณี ชื่อสกุล ลอออรรถพงศ์
 เกิดวันที่ 10 เดือน พฤศจิกายน พุทธศักราช 2511
 สถานที่เกิด อำเภอ บ้านบึง จังหวัด ชลบุรี
 สถานที่อยู่ปัจจุบัน 53/598 ถ.แจ้งวัฒนะ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120
 สถานที่ทำงานปัจจุบัน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
 สุขุมวิท 23 กรุงเทพฯ 10110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2530 มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนชลกัลยานุกูล จังหวัดชลบุรี
 พ.ศ. 2533 ศษ.บ.(คณิตศาสตร์-ฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น
 พ.ศ. 2540 วท.ม.(วิชาเอกฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร