

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน

บทคัดย่อ

ของ

นางสาวสรินนา หมอนสุภาพ

12 ก.ค. 2548

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

เมษายน 2548

สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน . สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องเศษส่วน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้านี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาริต จำนวน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้แก่ แผนจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน เป็นแบบปรนัย 20 ข้อ และอัตนัย 5 ข้อ และแบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน โดยใช้แผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล คือ t – test dependent และ t – test one group

ผลการศึกษาพบว่า

1. คะแนนสอบหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องเศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องเศษส่วน ต่ำกว่าเกณฑ์การเรียน 50% อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

A STUDY OF MATHAYOMSUKSA I STUDENTS' MATHEMATICS
ACHIEVEMENT THROUGH YONISOMANASIKAN METHOD FOCUSING ON
REPRESENTATION ON FRACTIONS

AN ABSTRACT

BY

MISS SARINNA MONSUPAP

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
May 2004

Sarinna Monsupap . (2005). *A Study of Mathayomsuksa I Students' Mathematics Achievement through Yonisomanasikan Method Focusing on Representation on Fractions* . Master Project , M. Ed. (Secondary Education) . Bangkok : Graduate School , Srinakharinwirot University. Advisor : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purpose of this research was to study about an approach to Yonisomanasikan Method focusing on representation and Mathayomsuksa I students' achievement after being taught through Yonisomanasikan Method focusing on representation on fractions

The participants were 53 Mathayomsuksa I students in the second semester of 2004 academic year of Wachirathomasathit School, selected by using simple random sampling.

Instruments in this research were Yonisomanasikan Method lesson Plans focusing on representation on fractions and mathematical achievement test on fractions and mathematical test after lessons on fractions. The randomized pretest – posttest design was used in this study. The t – test for one group and dependent - samples t – test were used for data analysis.

The results of the study revealed that :

1. The students' academic achievement after being taught through Yonisomanasikan Method focusing on representation on fractions was significantly higher than being taught at the .01 level
2. The achievement of students after being taught by Yonisomanasikan Method focusing on representation on fractions based on their total scores was insignificantly lower than the criterion of 50%.

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน

สารนิพนธ์

ของ

นางสาวสรินนา หมอนสุภาพ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2548

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. จวีร์วรรณ เศวตมาลย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. จวีร์วรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

วันที่ 27 เดือน เมษายน พ.ศ. 2548

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลือในการให้ข้อคิดเห็นและคำแนะนำเป็นอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมาลย์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. วชิร บูรณสิงห์ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ และศ.กิตติคุณ ยุพิน พิพิธกุล ที่ได้แนะแนวคิดเป็นเป็นทางการแก้ไขข้อบกพร่องในการดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละท่านก็มีความเชี่ยวชาญที่มีจุดเด่นแตกต่างกันไป ทำให้การทำสารนิพนธ์ในครั้งนี้ เปรียบเหมือนเป็นแบบฝึกหัดที่พัฒนาทั้งความรู้และความคิดให้แก่ผู้วิจัยเป็นอย่างมาก รวมทั้งรอง - ศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ ที่ได้คำปรึกษาในด้านสถิติ ผู้วิจัยกราบ ขอบพระคุณทุกท่านที่กล่าวมาเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจารย์ - กุล และคณาจารย์ในสาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรี - นครินทรวิโรฒ ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้จนสามารถทำสารนิพนธ์สำเร็จลงได้ รวมทั้ง ผู้บริหาร คณาจารย์และนักเรียน โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต ที่ให้ความร่วมมือในการขอเข้าทำงาน วิจัยจนสำเร็จ ขอบพระคุณบิดา และมารดา ผู้เป็นกำลังใจที่สำคัญ ขอบคุณเพื่อน ๆ ที่ให้ความ ร่วมมือและอำนวยความสะดวกด้วยดีเสมอมา

คุณค่าของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระรัตนตรัย พระคุณบิดา มารดา พระคุณของคณาจารย์ทุกท่าน ที่ทำการอบรมสั่งสอนและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาตั้งแต่ อดีตจนถึงปัจจุบัน

สรินนา หมอนสุภาพ

สารบัญ

| บทที่ | หน้า |
|---|------|
| 1 บทนำ..... | 1 |
| ภูมิหลัง..... | 1 |
| ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า..... | 3 |
| ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า..... | 4 |
| ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า..... | 4 |
| นิยามศัพท์เฉพาะ..... | 5 |
| สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า..... | 7 |
| ข้อตกลงเบื้องต้น..... | 7 |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... | 8 |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ..... | 8 |
| ปัญหาคือเป้าหมายของการศึกษา..... | 8 |
| กระบวนการพัฒนาปัญญา..... | 10 |
| ความหมายของโยนิโสมนสิการ..... | 12 |
| ความสัมพันธ์ระหว่างปัญญากับโยนิโสมนสิการ..... | 14 |
| วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ..... | 16 |
| การสอนแบบโยนิโสมนสิการ..... | 20 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบโยนิโสมนสิการ..... | 25 |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน..... | 26 |
| ความหมายของการใช้ตัวแทน..... | 26 |
| ความสำคัญของการใช้ตัวแทน..... | 29 |
| การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์..... | 33 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน..... | 39 |
| เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... | 46 |
| ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... | 46 |
| องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... | 50 |
| ความหมายของแบบทดสอบประเภทวัดความสัมฤทธิ์..... | 52 |
| ข้อสอบอัตนัย..... | 53 |

สารบัญ (ต่อ)

| บทที่ | หน้า |
|-------|---|
| 3 | วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า..... 60 |
| | การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 60 |
| | การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า..... 60 |
| | การเก็บรวบรวมข้อมูล..... 65 |
| | สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 67 |
| 4 | ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 71 |
| | สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 71 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล..... 71 |
| | ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 71 |
| 5 | สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 73 |
| | ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า..... 73 |
| | สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า..... 73 |
| | ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย..... 73 |
| | เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า..... 74 |
| | วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า..... 74 |
| | สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า..... 74 |
| | อภิปรายผล..... 75 |
| | ข้อสังเกตจากการทดลอง..... 79 |
| | ข้อเสนอแนะ..... 81 |
| | ข้อจำกัด..... 82 |
| | บรรณานุกรม..... 83 |
| | ภาคผนวก..... 95 |
| | ภาคผนวก ก..... 96 |
| | ภาคผนวก ข..... 113 |

สารบัญ (ต่อ)

| ภาคผนวก | หน้า |
|-----------------------------|------|
| ภาคผนวก ค..... | 120 |
| ภาคผนวก ง..... | 130 |
| รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ..... | 147 |
| ประวัติย่อผู้สารนิพนธ์..... | 149 |

บัญชีตาราง

| ตาราง | หน้า |
|---|------|
| 1 แบบแผนการทดลอง..... | 66 |
| 2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน..... | 72 |
| 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดย เน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ในการผ่านเกณฑ์..... | 72 |
| 4 ค่าความยาก p และค่าอำนาจจำแนก r ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.. | 97 |
| 5 ค่า p และ q และ pq ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน..... | 98 |
| 6 ค่าความเชื่อมั่น r_{tt} ในการวัดของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 99 |
| 7 ค่าความยาก P_E และค่าอำนาจจำแนก D ของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 100 |
| 8 ค่าความเชื่อมั่น α ในการวัดของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... | 100 |
| 9 คะแนนผลสอบก่อนเรียนและหลังเรียน คะแนนเต็ม 40 คะแนน..... | 101 |
| 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน | 103 |

บัญชีภาพประกอบ

| ภาพประกอบ | หน้า |
|--|------|
| 1 บทบาทของโยนีสโมสรในการสู่กระบวนการคิด..... | 15 |
| 2 ลักษณะของกระบวนการศึกษา..... | 15 |
| 3 การใช้ตัวแทนในคณิตศาสตร์..... | 31 |
| 4 ตัวแทนรูปธรรม..... | 34 |
| 5 ตารางตัวแทนสเปตรัม..... | 34 |
| 6 การใช้ตัวแทนกราฟ..... | 35 |
| 7 การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต..... | 35 |
| 8 การใช้ตัวแทนเมตริกซ์..... | 35 |
| 9 การใช้ตัวแทนภาพ..... | 36 |
| 10 ภาพเมฆและวลีคำถาม..... | 37 |

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาคือการพัฒนาคน และจุดหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 มุ่งพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ เป็นคนดีมีปัญญา มีความสุขและมีความเป็นไทย (กรมวิชาการ. 2544 :4) ซึ่งพระธรรมปิฎก : ป.อ. ปยุตโต (2541 : 13-14) กล่าวว่าการศึกษาทำหน้าที่ในการชี้แนะให้รู้จักการดำเนินชีวิตที่ดำรงถูกต้องและการฝึกฝนพัฒนาตนจนถึงความสมบูรณ์ และอ้างถึงไอน์สไตน์ว่า " การสอนคนให้มีความรู้ความเชี่ยวชาญพิเศษอย่างเดียวนั้นไม่พอ ถ้าทำอย่างนั้น คนจะกลายเป็นเครื่องกลที่มีประโยชน์ชนิดหนึ่ง แต่ไม่เป็นบุคลิภาพที่ได้รับการพัฒนาอย่างประสานกลมกลืน คนที่มีแต่ความรู้ที่เชี่ยวชาญพิเศษจะคล้ายกับสุนัขที่ฝึกดีแล้วมากกว่าจะเป็นบุคคลเต็มคน " นอกจากนี้พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวมีพระราชดำรัสว่า " การแบ่งการศึกษาเป็นสองอย่าง คือ การศึกษาวิชาการอย่างหนึ่ง วิชาการนั้นจะเป็นประโยชน์แก่ตัวเองและบ้านเมืองถ้ามาใช้ต่อเมื่อสำเร็จการศึกษาแล้ว อีกอย่างหนึ่ง ขั้นที่สองก็คือความรู้ที่จะเรียกได้ว่าธรรม คือรู้ในการวางตัว ประพฤติ และความคิด วิธีคิด วิธีที่จะใช้สมองมาทำประโยชน์แก่ตัว สิ่งที่เป็นธรรม หมายถึงวิธีประพฤติปฏิบัติ คนที่ศึกษาในทางวิชาการและศึกษาในทางธรรมก็ต้องมีปัญหา แต่ผู้ใช้ความรู้ในทางวิชาการทางเดียวและไม่ใช้ความรู้ในทางธรรม จะนับว่าเป็นปัญญาชนไม่ได้ " (ทศนา เขมมณี. 2545 :168-169)

ทั้งๆที่การศึกษามีหน้าที่ดังกล่าวมาแล้ว แต่ในปัจจุบันกลับพบว่าเด็กไทยมีปัญหาอย่างมากในทักษะการคิดและขาดปัญญาในการดำเนินชีวิต ดังที่สมพงษ์ จิตระดับ (2547 : 8-10) และลมเปลี่ยนทิศ (2546 : 5) ได้กล่าวถึงผลการวิจัยของคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่พบว่าเด็กไทยในปัจจุบันมีปัญหาทั้งด้านจิตใจและพฤติกรรม ไม่สนใจศาสนา มีความคิดลึบสน ขาดการเชื่อมโยงในการมองปัญหา มีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงวัฒนธรรมตะวันตกและญี่ปุ่นมากขึ้น จนไม่มีรากของวัฒนธรรมไทย มีเพศสัมพันธ์ง่ายและรวดเร็ว ไม่เคารพตัวเอง จิตใจอ่อนแอ รอคอยความสุขไม่เป็น ไม่ทนต่อความทุกข์ ซึ่งสอดคล้องกับ พระธรรมปิฎก :ป.อ.ปยุตโต (2540 :1-51) ที่กล่าวว่า ในยุคข่าวสารและเทคโนโลยี ผู้ที่ไม่มีความคิดสร้างสรรค์จะอ่อนแอไม่มีภูมิคุ้มกันความลำบาก จะไหลตามกระแสของข้อมูลข่าวสาร และชาย โฟริสตาและคณะ จากสถาบันวิจัยประชากรและสังคม มหาวิทยาลัยมหิดล ได้ทำรายงานสุขภาพคนไทยปี 2546 ในส่วนของวัยรุ่นกับสุขภาพ พบว่าจำนวนวัยรุ่นที่สูบบุหรี่เป็นประจำมีประมาณ 1.5 ล้านคน ติดเชื้อเอดส์ประมาณ 80,000 คน วัยรุ่นผู้หญิงที่มีอาการแทรกซ้อนอันเนื่องมาจากการทำแท้งปีละไม่ต่ำกว่า 6,000 คน และสาเหตุการตายอันดับสามของวัยรุ่นอายุระหว่าง 15 - 24 ปี คือ การฆ่าตัวตาย (ไทยรัฐ . 2547,16 มิถุนายน : หน้า15)

การจะทำให้การศึกษาพัฒนาคนและแก้ปัญหาที่กล่าวมาแล้วนั้น ควรแก้โดยการให้ความคิดอย่างถูกวิธี มีความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถนำข้อสรุปไปใช้ให้เป็นประโยชน์เพื่อตนเองและสังคม เป็นความคิดที่ทำให้เกิดปัญญา โดยเป็นการใช้ความคิดให้เป็นระบบระเบียบ รู้ที่มาที่ไป พิจารณาผลที่เกิดขึ้น คือ สวาไปหาสาเหตุที่ทำให้เกิดเรื่องรายนั้นขึ้น พิจารณาผลกระทบด้านอื่นๆจนสามารถเห็นเหตุผลในเรื่องที่เกิดขึ้นว่ามีอย่างไร ซึ่งเป็นแนวการสอนแบบโยนิโสมนสิการ (ก่องแก้ว. 2539 : 23 – 25) และพระเทพเวที : ป.อ. ปยุตโต (2533 :31- 34) ได้ให้ความหมายของ โยนิโสมนสิการว่า เป็นการทำให้ใจโดยแยบคาย หรือสามารถสรุปความสั้นๆ ได้ว่าเป็นการคิดถูกวิธี คิดมีระเบียบ คิดมีเหตุผล คิดรู้จักคุณ หรือหากมองในอีกแง่ โยนิโสมนสิการก็คือ มนสิการชนิดที่ทำให้เกิดการแก้ปัญหาพร้อมกับทำให้ปัญญานั้นเจริญงอกงามยิ่งขึ้น ซึ่งการสอนแบบโยนิโสมนสิการสามารถนำมาเป็นรูปแบบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่พัฒนาความคิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบรวมทั้งทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : บทนำ) ซึ่งจะเห็นได้ว่าการสอนแบบโยนิโสมนสิการเป็นการสอนที่สร้างให้ผู้เรียนมีปัญญาและสามารถนำมาเป็นรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้อีกรูปแบบหนึ่ง

นอกจากการขาดปัญญาของผู้เรียนจะแสดงในรูปทักษะการใช้ชีวิตแล้ว การแสดงผลอีกทางหนึ่งคือ การแสดงผลในด้านความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยความสามารถเฉลี่ยของเยาวชนไทยยังไม่สามารถเทียบได้กับมาตรฐานการเรียนรู้ของชาติอื่นๆ (สถาบันทรัพยากรมนุษย์. 2544: 22- 31) และผลการวิจัยของสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา หรือ International Association for the Evaluation of Educational Achievement หรือที่รู้จักกันในนามของ IEA (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2539 : 29 – 30) ปรากฏผลว่าระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประเทศไทยได้อันดับที่ 18 จาก 39 ประเทศ โดยในส่วนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่มีผลมากที่สุดมาจากชนิดของข้อสอบที่เป็นลักษณะที่เป็นข้อสอบแบบอธิบายความหรือแสดงวิธีทำ นักเรียนจะทำได้เป็นส่วนใหญ่ โดยจะเว้นว่างไว้หรือเขียนตอบอธิบายไม่ได้ใจความ ทำให้มีผลต่อคะแนนในภาพรวม และผลการสอบวัดคุณภาพการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2546 ในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (GAT) จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน พบว่าระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีผลคะแนนเฉลี่ย 13.60 คะแนน และมีผลสรุปว่าวิชาคณิตศาสตร์มีอัตราส่วนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุงสูงกว่าวิชาอื่นๆ ประมาณ 57% ส่วนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลคะแนนเฉลี่ย 14.00 คะแนน และมีผลสรุปว่าวิชาคณิตศาสตร์มีอัตราส่วนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุงมากที่สุด ส่วนในระดับประถมศึกษาปีที่ 6 มีผลคะแนนเฉลี่ย 16.68 คะแนน ซึ่งมีผลสรุปว่าวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ที่ควรปรับปรุง (เผยผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา นร.นำห้วง. 2547:15) จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เกิดขึ้น จะเห็นได้ว่าน่าจะเป็นผลมาจากผู้เรียนขาดความคิดรวบยอด ซึ่งทฤษฎีของ Bruner (Bruner) อธิบายเรื่องนี้ไว้ว่า " เด็กจะเกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concept) หากเขาสามารถ ถ่ายโยงความรู้ความเข้าใจทุกสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่ภาพและสัญลักษณ์ได้ " ดังนั้นการใช้ตัวแทน (Representation) จึงเป็นกระบวนการที่เพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการใช้ตัวแทน เป็นกระบวนการในการแสดงความคิด และเป็นทักษะกระบวนการหนึ่งในมาตรฐานการเรียนการสอน ทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา หรือ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) โดยให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแทนว่าเป็นศูนย์กลางของการเรียน คณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ของ คณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง ผู้เรียนคิดเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนและใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เช่น การวาด- ภาพ แผนภูมิ กราฟ วัตถุกายภาพและสัญลักษณ์ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนสื่อสารความคิดของตน (NCTM .2000 : 280) การใช้ตัวแทนมีลักษณะเป็นการเปลี่ยนความคิดและความเข้าใจในความคิดเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ ออกเป็นสัญลักษณ์และการแสดงความคิดในการนำเสนอสู่ผู้อื่น (Lubinski & Otto. 2002 : 76 ; อ้างถึง NCTM 2000 , Hiebert 1989 , Carey 1992) และ ยูซึสกิน (Usiskin) (2545 : 12) ให้ ความเห็นเกี่ยวกับความเข้าใจว่า " ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นไม่ได้อยู่เป็นตัวเป็นตนแต่มันมีอยู่ และสัมพันธ์กับสิ่งที่เรารู้ การที่เราเข้าใจเรื่องใดและสามารถแสดงให้คนอื่นได้ทราบที่เราอยู่ในเรื่องนั้น คนเหล่านั้นก็จะเข้าใจเรื่องนั้นด้วย " ดังที่กล่าวมาแล้วนั้นจะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่คิดเกี่ยวกับ นามธรรม ดังนั้นการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะเพิ่มพูนความเข้าใจการเรียนคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนได้ เป็นอย่างดี และจะนำมาซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

การทำวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยมีความประสงค์ต้องการใช้รูปแบบการสอนแบบโยนิโสมนสิการ ซึ่งเป็นการสอนที่จะพัฒนาปัญญาให้แก่ผู้เรียนและเน้นการใช้ตัวแทนหลายวิธีเพื่อเป็นการยกระดับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะเป็นการตรวจสอบความ เข้าใจของผู้เรียนในการเรียนเรื่อง เศษส่วน ได้เป็นอย่างดี

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาแนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการ- สอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ความสำคัญของการศึกษาในครั้งนี้ ทำให้ได้แนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน ที่หลากหลายในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ในสาระที่ 1 (มาตรฐาน ค 1.1) สาระที่ 6 (มาตรฐาน ค 6.1 – ค 6.5) และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน และพัฒนาการใช้ตัวแทนในบทเรียนเนื้อหาอื่นๆ สำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และผู้เกี่ยวข้องต่อไป

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต แขวงบางจาก เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร จำนวน 12 ห้องเรียน 641 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นลักษณะการละความสามารถ มีทั้งนักเรียนที่เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

สาระที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สาระที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าตามกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔ ในแนวทางของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง เศษส่วน โดยมีเนื้อหาย่อย ดังนี้คือ

1. ประวัติและความเป็นมาของเศษส่วน
2. ความหมายของเศษส่วนโดยการใช้ตัวแทน เช่น รูปภาพ ภาษา วัตถุกายภาพ
3. การเปรียบเทียบเศษส่วน
4. การบวกลบเศษส่วน
5. การคูณหารเศษส่วน

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การทดลองใช้เวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาดทดลอง 13 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที และการทดสอบอีก 4 คาบเรียน รวมเป็น 17 คาบเรียน โดยแบ่งเป็น

1. การทดสอบ (Pre – test) จำนวน 2 คาบเรียน

2. วิธีคิดแบบแยกส่วนประกอบโดยการทำแผนผังความคิด (Concept Mapping) แผนภาพก้างปลา และภาพรวมของเศษส่วน จำนวน 2 คาบเรียน
3. ประวัติความเป็นมาของเศษส่วนและความหมาย เพื่อแสดงถึงการใช้ตัวแทนของระบบเศษส่วนในแต่ละยุคสมัย และความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วนผ่านการใช้ตัวแทน ที่หลากหลาย จำนวน 2 คาบเรียน
4. การเปรียบเทียบเศษส่วน โดยการใช้ตัวแทนและวิธีการที่หลากหลาย จำนวน 2 คาบเรียน
5. การบวกและลบเศษส่วน โดยการใช้ตัวแทนและวิธีการที่หลากหลาย จำนวน 3 คาบเรียน
6. การคูณและหารเศษส่วน โดยการใช้ตัวแทนและวิธีการที่หลากหลาย จำนวน 4 คาบเรียน
7. การทดสอบ (Post – test) จำนวน 2 คาบเรียน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง เศษส่วน

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และเครื่องหมาย (Expression) ในรูปแบบต่างๆ รวมทั้งการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิด ในการสื่อสารความคิด เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถเลือกใช้วิธีการที่หลากหลายในการแสดงความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง เศษส่วน

2. การคิดแบบโยนิโสมนสิการ หมายถึง การใช้ความคิดพิจารณาจากสิ่งที่ศึกษาตามประสาหสัมผัสทั้ง 5 แล้วนำมาสู่ระบบการใช้ความคิดให้ถูกต้อง (คิดเป็นระบบ) จัดจำแนกแยกแยะสิ่งต่างๆ ตามความเป็นจริงอย่างต่อเนื่องเป็นลำดับขั้นตอน (คิดเป็นระเบียบ) มีเหตุผลและตรงเป้าหมาย (คิดมีเหตุผล) คิดในสิ่งที่ประโยชน์เอื้อสู่การพัฒนาความคิดและจิตใจให้สูงขึ้น (คิดเร้ากุศล) ในงานวิจัยนี้จะเน้นการคิดเพียงวิธีเดียว คือ วิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบ ซึ่งหมายถึงการจัดจำแนกแยกแยะข้อมูลออกมาเป็นหมวดหมู่ แยกออกมาเป็นองค์ประกอบย่อยๆ

3. การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน หมายความว่า การสอนที่ครูใช้คำถามในการพัฒนาความคิดในลักษณะกัลยาณมิตร และใช้โจทย์ปัญหาทำหน้าที่เป็นข้อมูลภายนอกตัวผู้เรียน (ปรโตโมละ) โดยโจทย์ปัญหาจะสอดแทรก ความรู้ ความคิดและคุณธรรมความดีงาม (ปรโตโมละที่ดีหรือกัลยาณมิตร) ที่สอดคล้องกับเนื้อหาเศษส่วน ส่วนผู้เรียนจะต้องทำการใช้กระบวนการคิดแบบโยนิโสมนสิการและใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการหาคำตอบ ซึ่งมีโดยขั้นตอนดังนี้

1) **ขั้นการสอนวิธีคิดแบบโยนิโสเมสิกการแบบแยกแยะส่วนประกอบ** เป็นขั้นที่ทำการสอนวิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบ โดยผ่านการใช้แผนผังความคิดเพื่อเชื่อมโยงส่วนประกอบของเนื้อหา

2) **ขั้นทบทวนความรู้เดิมและเสนอตัวแทนใหม่** จะเป็นขั้นทบทวนความหมายและความรู้จากระดับชั้นประถมศึกษา ในเรื่องของเศษส่วน ซึ่งเป็นการทบทวนความรู้เก่าโดยครูจะใช้กิจกรรม และคำถามนำในการเสนอการใช้ตัวแทนแบบใหม่

3) **ขั้นแก้โจทย์ปัญหา** ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องนำความรู้เรื่องแผนผังความคิดนำมาใช้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา ซึ่งมี 3 ขั้นตอน คือ

3.1 **ขั้นปรโตโฆสะ หรือ ขั้นที่แยกข้อมูลในโจทย์ปัญหาออกประเภทต่างๆ** ประกอบด้วย ข้อมูลประเภทที่นำมาประมวลผล ข้อมูลที่บอกว่าใครทำอะไร ที่ไหน อย่างไร และข้อมูลที่ทำให้ความรู้หรือความคิดที่แฝงมากับโจทย์ปัญหา ซึ่งในขั้นนี้ผู้เรียนควรแปลงข้อมูลโดยใช้ตัวแทนภาพหรือตัวแทนอื่นๆ เพื่อทำให้เห็นภาพรวมของปัญหาได้อย่างชัดเจน

3.2 **ขั้นกำหนดเป้าหมาย หรือ ขั้นที่ผู้เรียนจะต้องบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร** และก่อนถึงคำตอบที่โจทย์ต้องการ อาจจะต้องมีการกำหนดเป้าหมายย่อยหรือคำตอบที่จะนำมาใช้คำนวณหรือประมวลผลเป็นคำตอบสุดท้าย ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา

4) **ขั้นสร้างโจทย์ด้วยตนเอง** โดยขั้นนี้ผู้เรียนจะได้เห็นภาพหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือตัวแทนแบบอื่นๆ แล้วเปลี่ยนเป็นตัวแทนทางภาษา คือคิดสร้างโจทย์ด้วยตัวเอง ที่นำความรู้เรื่องเศษส่วนไปประกอบกับความรู้ในด้านอื่นๆ พร้อมสอดแทรกจริยธรรมที่ดั่งาม (คิดเจ้าคุณ) ออกมาเป็นโจทย์ปัญหาเศษส่วน ซึ่งจะต้องใช้วิธีการคิดในการแยกแยะส่วนประกอบของข้อมูลก่อนที่จะนำมาพัฒนาเป็นองค์รวม (คิดเป็นระบบ) และจัดลำดับความคิด (คิดเป็นระเบียบ) เพื่อที่โจทย์จะได้มีเนื้อหาที่มีความสอดคล้องและเป็นเหตุเป็นผล (คิดมีเหตุผล) โดยขั้นนี้จะเป็นการฝึกการเปลี่ยนตัวแทนแบบต่างๆ ให้เป็นการใช้ตัวแทนทางภาษา ซึ่งเป็นขั้นที่จะทำให้ผู้เรียนได้แสดงการใช้ตัวแทนภายในหรือแสดงความคิดรวบยอดที่มีต่อเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยสื่อสารออกมาผ่านตัวแทนภาษา

ซึ่งการสอนแบบโยนิโสเมสิกการที่ส่งเสริมการใช้ตัวแทนนี้ ผู้ทำวิจัยได้พัฒนารูปแบบมาจาก สุมณ อมรวิวัฒน์ (ทีศนา เขมมณี : 2545. 276 – 277) และ ก่องแก้ว เจริญอักษร (2539. 26 – 29)

4. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ซึ่งทำการประเมินโดย

4.1 **การประเมินผลระหว่างเรียน** (คะแนนกลุ่มและคะแนนรายบุคคล) จากผลการทำกิจกรรมในแต่ละครั้งและผลการแปลงตัวแทนทางภาษา เป็นตัวแทนแบบอื่นๆ และจากการแปลงตัวแทนในรูปแบบอื่นเป็นตัวแทนทางภาษา

4.2 การประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน

การแบ่งน้ำหนักคะแนนของการประเมินผลระหว่างเรียนกับการประเมินผลหลังเรียนโดยอัตราส่วน 60 : 40 จากคะแนนทั้งหมด 100 คะแนน

5. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม กล่าวคือถ้าผู้เรียนได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2543 : 28)

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการสอบของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50

ข้อตกลงเบื้องต้น

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะไม่กล่าวถึงโยนิโสมนสิการตามหลักคำสอนทางศาสนาพุทธอย่างบริบูรณ์ เพราะโยนิโสมนสิการที่บริบูรณ์นั้นเป็นปัจจัยของปัญญาขั้นสูงในการกำจัดอวิชชา ซึ่งเป็นการพัฒนาคนไปสู่สุติสภาพอย่างแท้จริง การกล่าวถึงหลักการโยนิโสมนสิการในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มุ่งเพียงการพัฒนาปัญญาในระดับที่ใช้ในการดำเนินชีวิตทั่วไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ
 - 1.1 ปัญญาคือเป้าหมายของการศึกษา
 - 1.2 กระบวนการพัฒนาปัญญา
 - 1.3 ความหมายของโยนิโสมนสิการ
 - 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างปัญญากับโยนิโสมนสิการ
 - 1.5 วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ
 - 1.6 การสอนแบบโยนิโสมนสิการ
 - 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบโยนิโสมนสิการ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน
 - 2.1 ความหมายของการใช้ตัวแทน
 - 2.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน
 - 2.3 การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 3.3 ความหมายของแบบทดสอบประเภทวัดความสัมฤทธิ์
 - 3.4 ข้อสอบอัตนัย

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ

1.1 ปัญญาคือเป้าหมายของการศึกษา

การศึกษาเป็นกระบวนการที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต สำหรับพระพุทธศาสนาแล้ว ถือว่าการศึกษาคือชีวิต และเป็นชีวิตที่ดำเนินอย่างถูกต้อง หรือฝึกฝนพัฒนาให้ชีวิตดำเนินไปอย่างถูกต้อง (พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต). 2532 : 48) และการที่มีความรู้ ความเข้าใจ ความคิดเห็น ค่านิยมที่ถูกต้องดีงาม เกื้อกูลแก่ชีวิตและครอบครัวนั้น ก็คือการพัฒนาปัญญาของตนเองให้เกิดมี

สัมมาทิฐิ หรือเข้าถึงแก่นของการศึกษา (ทิตนา แชมมณี. 2544: 83) การจะเข้าถึงสัมมาทิฐิ หรือความเห็นที่ถูกครรลองคลองธรรม ตามความเป็นจริง เป็นความเห็นที่เกิดจากโยนิโสมนสิการ ประกอบด้วยปัญญา (พระธรรมกิตติวงศ์ (ทองดี สุรเตโช). 2544 : 147) นั้น จำเป็นต้องพัฒนาในเรื่องของปัญญา (Wisdom) จึงควรศึกษาความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับปัญญาและกระบวนการพัฒนาปัญญาจากนักการศึกษา ดังนี้

พระเทพเวที :ประยุทธ์ ปยุตโต (2533 :57) :(2544: 8-9) กล่าวถึงความหมายและลักษณะของปัญญาว่า ปัญญาคือ ความรู้ประเภทความเข้าใจสภาวะ รู้คิด รู้เลือกคัด วินิจฉัย และรู้ที่จะจัดการ เป็นความรู้ประเภทที่มุ่งหมายและเป็นส่วนสำคัญในระบบการศึกษา ปัญญามีไวพจน์มากมาย เช่น ญาณ วิชา ปริญา ปฏิสัมภิทา วิปัสสนา สัมมาทิฐิ เป็นต้น ซึ่งคำเหล่านี้แสดงถึงความหมายในแง่ต่างๆและชั้นต่างๆของปัญญานั้นเอง ส่วนการที่จะเข้าถึงตัวปัญญาที่แท้จริงได้นั้น ก็จะต้องมีปัจจัยที่เรียกว่า การคิดเป็น นอกจากการคิดเป็นแล้วต้องเน้นการคิดได้ชัดเจน เพราะหากคิดไม่ชัดเจน การคิดนั้นก็ไม่มีสมบูรณ์และไม่เกิดประโยชน์เต็มที่ โดยต้องพิจารณาตัวเนื้อหาของข่าวสารข้อมูล รู้จักสืบสวนค้นคว้าและเลือกสรร การคิดชัดเจนนั้นมีขั้นตอนในส่วนย่อยๆ มาประมวลจนเกิดภาพรวมที่ชัดเจน โดยความชัดเจนในแต่ละส่วนก็ต้องอาศัยการรู้จักคิดอย่างมีระเบียบวิธี โดยเฉพาะการวิเคราะห์องค์ประกอบและการสืบสาวหาเหตุปัจจัย แล้วโยงเข้าหากันเป็นภาพรวม การจะแก้ปัญหาได้นั้น จะต้องมีการฝึกฝนในเรื่องความคิด

พระราชวรมณี : ประยูร ธมฺมจิตโต (2543 : 7) กล่าวถึงปัญญาว่า การมีปัญญาจะช่วยทำให้เกิดการรู้เท่าและรู้ทัน ทำให้มีความสามารถในการป้องกันและแก้ไขในสิ่งที่จะเกิดขึ้น โดยปัญญาแปลว่ารอบรู้ มีความหมาย 2 ความหมาย คือ

1. รู้รอบ คือ รู้เป็นระบบหรือบูรณาการ ไม่ใช่รู้แยกเป็นส่วนๆแต่เป็นการรู้ครบถ้วน เห็นภาพรวมของตัวต่อแต่ละส่วน ถ้าเป็นสัญญาจะเป็นการรู้เพียงแต่ละส่วน แต่ปัญญาจะเป็นการรู้แบบสหสัมพันธ์หรือปฏิจสมุပ္บาท รู้ในลักษณะการรู้สิ่งทั้งหลายอาศัยซึ่งกันและกันเกิดขึ้น
2. รู้ลึก คือ รู้ถึงเหตุเบื้องหลังสิ่งที่เห็น ไม่เชื่อเพียงแต่เปลือกที่เห็น

พระธรรมกิตติวงศ์ : ทองดี สุรเตโช (2544 : 85) แปลความหมายของปัญญาว่า ปัญญา คือ ความรู้ทั่ว คือรู้ทั่วถึงเหตุถึงผล รู้อย่างชัดเจน รู้เรื่องบาปบุญคุณโทษ รู้สิ่งที่ควรทำควรเว้น เป็นต้น เป็นธรรมที่คอยกำกับศรัทธา เพื่อให้เชื่อประกอบด้วยเหตุผล ไม่ให้หลงเชื่ออย่างมงาย และปัญญาจัดเป็นสิกขาข้อหนึ่งใน 3 คือ ศีล สมาธิ ปัญญา และเกิดได้ 3 ทางคือ 1. สุตมยปัญญา เกิดจากการฟังการศึกษา 2. จินตามยปัญญา เกิดจากการคิดค้น การตรึกตรอง 3. ภวานามยปัญญา เกิดจากการอบรมจิต การเจริญภาวนา

พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว (ทิตนา แชมมณี. 2545:169) มีพระราชดำรัสว่า “ ปัญญา

แปลงอย่างหนึ่งคือ ความรู้ทุกอย่างทั้งที่เล่าเรียนจดจำมา ที่พิจารณาใคร่ครวญคิดเห็นขึ้นมา และที่ได้ฝึกฝนอบรมให้คล่องแคล่วชำนาญขึ้นมา เมื่อมีความรู้ความชัดเจน ชำนาญในวิชาต่างๆ ดังว่า จะยังผลให้เกิดความเฉลียวฉลาด แต่ประการสำคัญนั้นคือ ความรู้ที่ผนวกกับความเฉลียวฉลาดนั้น จะรวมกันเป็นความสามารถพิเศษขึ้น คือ ความรู้จริง รู้แจ้งชัด รู้ตลอด ซึ่งจะเป็นผลต่อไปเป็นความรู้เท่าทัน เมื่อรู้เท่าทันแล้วก็จะเห็นแนวทางและวิธีการที่จะหลีกเลี่ยงให้พ้นอุปสรรคปัญหา และความสัมพันธ์ความล้มเหลวทั้งปวงได้ แล้วดำเนินไปตามทางที่ถูกต้องเหมาะสมจนบรรลุความสำเร็จ"

อาจกล่าวสรุปได้ว่า ปัญญาเป็นเป้าหมายทางการศึกษา เพราะปัญญาคือความเฉลียวฉลาดในการคิดทำสิ่งต่างๆ ซึ่งปัจจัยสำคัญของปัญญาคือ การคิดเป็น ซึ่งการคิดเป็นนั้นเกิดจากการคิดที่มีระเบียบวิธี มีความสามารถในการพิจารณาวิเคราะห์พิจารณาข้อมูลข่าวสารและจัดระบบทำให้เห็นภาพรวมของปัญหา และปัญญาสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรืออุปสรรคได้อย่างถูกต้องวิธี ซึ่งมีใช้เพียงเท่านั้น แต่ปัญญายังสามารถใช้ในการป้องกันปัญหาที่จะเกิดขึ้นอีกด้วย

1.2 กระบวนการพัฒนาทางปัญญา

ปัญญาคือเป้าหมายของการศึกษา ดังนั้นการพัฒนาปัญญาจะต้องทำอย่างเป็นกระบวนการ ซึ่งมีนักการศึกษาให้ความหมายและลักษณะของกระบวนการพัฒนาปัญญา ดังนี้

สมน อมรวิวัฒน์ (2542 : 33) ได้สรุปกระบวนการพัฒนาปัญญาตามแนวพุทธศาสตร์ว่ามีคุณลักษณะดังต่อไปนี้

1. กระบวนการพัฒนาปัญญา มีความสมบูรณ์โดยตลอด คือ จุดหมายและระดับได้แก่โลกีย์ปัญญาและโลกุตระปัญญา มีขั้นเริ่มต้น คือ สัญญาและศรัทธา มีวิธีดำเนินการที่เน้นการทดลองฝึกปฏิบัติและพิสูจน์ความจริงของสาระความรู้ด้วยตนเอง

2. กระบวนการพัฒนาปัญญา มีลักษณะบูรณาการ คือ ฉายภาพรวมของบัณฑิตและอธิบายให้เห็นความผสมกลมกลืนขององค์ประกอบปัจจัยต่างๆ ที่ก่อให้เกิดปัญญา เช่น ทาน-ศีล-ภาวนา ศรัทธา-โยนิโสมนสิการ การเว้นชั่ว-ทำดี-จิตบริสุทธิ์ ปริยัติ-ปฏิบัติ-ปฏิเวธ เป็นต้น

3. กระบวนการพัฒนาปัญญา มีลักษณะพัฒนาการที่ก้าวเวียน (Spiral growth) มิใช่การพัฒนาแบบขั้นบันไดตรงๆ เพราะความเจริญของทางปัญญามีลักษณะที่สัมพันธ์กันตั้งแต่จุดเริ่ม จุดก้าว และจุดผ่านขึ้นไป พระบรมศาสดาสัมมาพุทธเจ้าทรงเป็นนักวางระบบและระดับความรู้ (hierarchy of knowledge) ที่ละเอียดลึกซึ้งที่สุด

4. กระบวนการพัฒนาปัญญา มีลักษณะที่ยังรากลึกลงด้วยมิใช่พุ่งขึ้นอย่างเดียว

5. กระบวนการพัฒนาปัญญาตามนัยของพระพุทธศาสนา เน้นการสร้างแรงจูงใจและสิ่งเร้า (ศรัทธา) และการฝึกฝนตนเอง แต่เมื่อเกิดสมาธิและปัญญาแล้วต้องละสิ่งเร้าที่เสีย เหลือแต่

ปัญญาและองค์ความรู้ทุกอย่างที่มนุษย์ได้เรียนรู้ต้องมีสติกำกับและมีแนวทางปฏิบัติที่ชอบธรรม คือ มรรคมืองค์แปดเสมอ

6. กระบวนการพัฒนาปัญญาตามนัยของพระพุทธศาสนา มิได้มุ่งหมายเพียงให้เกิดปัญญาเท่านั้น แต่อุดมการณ์สูงสุดคือ การใช้ปัญญาปฏิบัติให้เกิดอิสรภาพอันสมบูรณ์ คือ อิสรภาพจากสิ่งแวดล้อมภายนอกและอิสรภาพในจิตใจของตนเอง

พระราชวรมณี : ประยูร ธมฺมจิตโต (2543 : 7 – 23) ได้กล่าวถึงการพัฒนาปัญญาโดยสรุปว่า การเรียนรู้เกิดมาจาก 2 ปัจจัย คือ ปรโตโมหะและโยนิโสมนสิการ คือ แหล่งเรียนรู้ที่ดีภายนอก รอบตัวผู้เรียน เช่น ครู หนังสือ วิทยุ วัสดุมีเดีย ฯลฯ และองค์ประกอบภายในตัวผู้เรียน หมายถึงการที่ผู้เรียนมีการพิจารณาโดยแยกกาย มีการคิดพิจารณาข้อมูลอย่างรอบคอบเพื่อกลั่นกรองความจริง หรือเรียกว่า คิดเป็น ผลของการเรียนรู้จากปัจจัยทั้งสองเป็นรากฐานของการพัฒนาปัญญา ในทางพระพุทธศาสนาปัญญาต่างจากสัญญา คือ สัญญาเป็นความจำได้หมายรู้ คือเป็นความรู้ในขั้นจำ ส่วนปัญญาแบ่งตามแหล่งกำเนิดออกเป็น 3 ประการคือ

1. สุตมยปัญญา หมายถึง ความรู้รอบและรู้สึกที่เกิดจากการรับข้อมูลจากแหล่งความรู้ภายนอก
2. จินตามยปัญญา หมายถึง ความรู้รอบและรู้สึกที่เกิดจากการคิดซึ่งเป็นกระบวนการทำงานของจิตภายใน มีโยนิโสมนสิการเป็นจุดเริ่มต้นของการคิด เน้นการคิดวิเคราะห์มากกว่าการจดจำ
3. ภาวณมยปัญญา หมายถึง ความรู้รอบและรู้สึกที่เกิดจากการลงมือปฏิบัติ ซึ่งผ่านการลองผิดลองถูก

ตัวอย่างในวิชาคณิตศาสตร์ การสอนให้จำสูตรคณิตศาสตร์ได้เป็นการพัฒนาสุตมยปัญญา การสอนจินตคณิตเป็นการพัฒนาจินตามยปัญญา การสอนให้ทำแบบฝึกหัดได้เป็นการพัฒนาภาวณมยปัญญา และการจะพัฒนาปัญญาทั้ง 3 ประการที่กล่าวมาแล้ว มีกระบวนการเรียนการสอนที่เรียกว่า ปัญญา殊ติ คือ วิธีพัฒนาปัญญา 4 ขั้นตอน คือ

1. **สัปปริสสังเสวะ** การคบคนดีหรือมีแหล่งข้อมูลที่ดี คือมีครูที่ดี ที่ระลึกว่าผู้เรียนสำคัญที่สุด และผู้เรียนต้องพยายามแสวงหาความรู้ตามแนวทางที่ครูแนะนำ ครูเป็นเหมือนแม่คูปเตศก์ ผู้เรียนเป็นเหมือนคนเดินทาง ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก ผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรม ครูจึงควรเลือกกิจกรรมที่สอดคล้องกับความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน ครูพยายามเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคล เลือกวิธีสอนให้ถูกกับจริตของผู้เรียน

2. **สัทธัมมัสสวนะ** การศึกษาคำสอนของคนดีหรือศึกษาหาความรู้จากแหล่งข้อมูลที่ดี คำสอนที่ดีประกอบด้วย สันตัสสนา (คือ สอนให้เด็กเข้าใจแจ่มแจ้ง สอนให้ความรู้เข้าถึงผู้เรียน)

สมภาพนา (สอนให้เด็กเปลี่ยนเจตคตินำไปใช้ในชีวิตประจำวัน จูงใจให้เด็กทำตาม) สมุดเตชนา (สอนให้เด็กแก้ข้อสงสัย โดยยกตัวอย่างผู้ประสบความสำเร็จ หรือนิทานที่เสริมกำลังใจ) สัมผัสหงสนา (สอนให้เด็กเรียนแล้วไม่เครียด มีความสุขในการเรียน เด็กมีส่วนร่วมในกิจกรรม มีอารมณ์คล้อยตามบทเรียน ไม่เบื่อหน่าย มีอารมณ์ขันแทรกในการสอน)

3. **โยนิโสมนสิการ** การพิจารณาโดยแยกกายหรือคิดเป็น โดยสอนให้เด็กต้องคิดย่อยข้อมูล ผู้สอนต้องสอนวิธีคิด วิธีแสวงหาความรู้ วิธีคัดสรรข้อมูล และวิธีคิดสังเคราะห์วิเคราะห์ให้แก่ผู้เรียน ผู้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ต้องให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ กระตุ้นให้เกิดความสงสัย และไม่ควรตอบคำตอบ แต่ควรตั้งคำถามให้เด็กคิดทีละขั้นจนถึงคำตอบที่เด็กต้องการ

4. **ธัมมานุธัมมปฏิบัติ** การฝึกทักษะ เลือกหัวข้อให้สอดคล้องกับเป้าหมายที่ต้องการ เช่น เลือกประเด็นที่ได้เรียนมาทดลองแก้ปัญหาในชีวิตจริง

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้ คือ กระบวนการในการพัฒนาปัญญา แต่การเรียนรู้ตามหลักพุทธศาสตร์มีเป้าหมายทั้งในเชิงมโนธรรม คือมีทั้งจริยธรรม คุณธรรมและการเข้าถึงสัจธรรม รวมทั้งในเชิงพฤติกรรม คือ การเรียนรู้จากการค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งมาจากรับข้อมูลข่าวสาร แล้วนำมาคิดวิเคราะห์ และการปฏิบัติหรือการลงมือทดสอบความรู้ที่ได้รับมา ซึ่งจะต้องอาศัยประเมินตนเองและการปรับปรุงแก้ไข ความรู้ที่ได้มาก็จะเป็นเหมือนบันไดวนที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งขึ้นตามลำดับ

1.3 ความหมายของโยนิโสมนสิการ

โยนิโสมนสิการเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการมีความเห็นที่ถูกต้อง เป็นปัจจัยสำคัญสู่กระบวนการทางปัญญา ในพระไตรปิฎกกล่าวถึงโยนิโสมนสิการในความหมายที่ลุ่มลึกและหมายถึงปัจจัยที่พัฒนาสู่ปัญญาที่เป็นตัวดับอวิชชา (ความไม่รู้เท่าทันความจริงของสังขาร ความไม่รู้ในอริยสัจ 4) ในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงโยนิโสมนสิการที่เป็นปัจจัยสู่ปัญญาในการดำเนินชีวิตทั่วไป ซึ่งมีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับโยนิโสมนสิการดังนี้

พระเทพเวที : ป.อ. ปยุตโต (2533 :31- 34) ได้ให้ความหมายของ โยนิโสมนสิการว่า โยนิโสมนสิการ ประกอบด้วย โยนิโส กับ มนสิการ โดย

โยนิโส มาจาก โยนิ ซึ่งแปลว่าเหตุ ต้นเค้า แหล่งเกิดปัญญา อูบาย วิธี ทาง
มนสิการ แปลว่า การทำในใจ การคิดคำนึง นึกถึง ใส่ใจ พิจารณา

โยนิโสมนสิการ แปลว่า การทำในใจโดยแยกกาย ซึ่งมีโวพจน์ให้ความเห็นแยกเป็นแง่ๆ ดังต่อไปนี้

1. **อุปายมณสิการ** แปลว่า คิดหรือพิจารณาโดยอุปาย คือ คิดอย่างมีวิธี หรือ คิดถูกวิธี หมายถึงคิดถูกวิธีที่จะให้เข้าถึงความจริงสอดคล้องเข้าแนวกบัสัจจะ ทำให้ยังรู้สภาวะลักษณะและสามัญลักษณะของสิ่งทั้งหลาย

2. **ปกมณสิการ** แปลว่า คิดเป็นทาง หรือคิดถูกทาง คือคิดได้ต่อเนื่องเป็นลำดับ จัดลำดับได้หรือมีลำดับ มีขั้นตอน เล่นไปเป็นแถวเป็นแนว หมายถึง ความคิดเป็นระเบียบตามแนวเหตุผล เป็นต้น ไม่ยุ่งเหยิงสับสน ไม่ใช่ประเดี๋ยววกเวียนติดพันเรื่องนี้ เรื่อนั้น หรือกระโดดไปกระโดดมา ต่อเป็นขึ้นเป็นอันไม่ได้ ทั้งนี้รวมทั้งความสามารถที่จะนึกคิดเข้าสู่แนวทางที่ถูกต้อง

3. **การณมณสิการ** แปลว่า คิดตามเหตุ คิดค้นเหตุ คิดตามเหตุผล หรือคิดอย่างมีเหตุผล หมายถึงการคิดสืบค้นตามแนวความสัมพันธ์สืบทอดกันแห่งเหตุปัจจัย พิจารณาสืบสาวหาสาเหตุให้เข้าใจถึงต้นเค้า หรือแหล่งที่มาซึ่งส่งผลต่อเนื่องมาตามลำดับ

4. **อุปาทกมณสิการ** แปลว่า คิดให้เกิดผล คือให้ความคิดให้เกิดผลที่พึงประสงค์ เล็งถึงการคิดอย่างมีเป้าหมาย หมายถึง การคิดการพิจารณาที่ทำให้เกิดกุศลธรรม เช่น ปลุกเร้าให้เกิดความเพียร การรู้จักคิดในทางที่ทำให้หายหวาดกลัว ให้หายโกรธ การพิจารณาที่ทำให้มีสติ หรือทำให้จิตใจเข้มแข็งมั่นคง เป็นต้น

ซึ่งสามารถสรุปความสั้นๆ ได้ว่า คิดถูกวิธี คิดมีระเบียบ คิดมีเหตุผล คิดเร้ากุศล หรือหากมองในอีกแง่ โยนิโสมนสิการก็คือ มณสิการชนิดที่ทำให้เกิดการใช้ปัญญาพร้อมกับทำให้ปัญญานั้นเจริญงอกงามยิ่งขึ้นไป

สมเด็จพระญาณสังวร สมเด็จพระสังฆราช : เจริญ สุวฑฺฒโน (2541:31) กล่าวว่า โยนิโสมนสิการ แปลว่า ใส่ใจคิดหาจนถึงต้นเหตุ โดยความก็คือ ทำไว้ในใจโดยแยบคาย ข้อสำคัญให้รู้จริง ไม่ใช่รู้ลวง คือมียังความสงสัยในสิ่งที่รู้และค้นคว้าหาความจริงต่อไปจนรู้จริง มิใช่เพียงรู้ตามคนอื่น แล้วคิดว่าตัวเองรู้แล้วจนถูกล้อลวงไป

กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2542 : 21) กล่าวถึงโยนิโสมนสิการว่า เป็นการสอนให้รู้จักคิดเป็น คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดในทางที่จะเข้าถึงความจริงทั้งหลาย คิดในทางที่จะทำให้รู้จักใช้สิ่งทั้งหลายให้เป็นประโยชน์

ทีศนา แชมมณี (2544 : 84) อธิบายความหมายของโยนิโสมนสิการว่า

1. โยนิโสมนสิการเรียกได้ว่าเป็นการคิดเป็น เป็นความสามารถที่บุคคลรู้จักมอง รู้จักพิจารณาสิ่งทั้งหลายตามสภาวะโดยวิธีคิดหาเหตุปัจจัยสืบค้นจากต้นเหตุตลอดทางจนถึงผลสุดท้ายที่เกิด แยกแยะเรื่องออกให้เห็นตามสภาวะที่เป็นจริง คิดตามความสัมพันธ์ที่สืบทอดจากเหตุโดยไม่เอาความรู้สึกอุปาทานของตนเองเข้าไปจับหรือเคลือบคลุม บุคคลนั้นจะสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างเหมาะสมด้วยวิธีการแห่งปัญญา

2. โยนิโสมนสิการ เป็นองค์ประกอบภายในมีความเกี่ยวข้องกับการฝึกใช้ความคิดให้รู้จักคิดอย่างถูกวิธี คิดอย่างมีระบบ คิดอย่างวิเคราะห์ ไม่มองเห็นสิ่งต่างๆอย่างตื้น ๆ ผิวนั้น เป็นขั้นตอนสำคัญของการสร้างปัญญา ทำให้บริสุทธิและเป็นอิสระ ทำให้ทุกคนช่วยตนเองได้ นำไปสู่ความเป็นอิสระไร้ทุกข์ พร้อมด้วยสันติสุขเป็นจุดหมายสูงสุดของพุทธธรรม

3. โยนิโสมนสิการไม่ใช่ตัวปัญญา แต่เป็นปัจจัยให้เกิดปัญญา มีเป้าหมายสูงสุดคือการดับทุกข์

4. โยนิโสมนสิการมีองค์ประกอบ 4 ส่วนคือ

4.1 อุบายสมนสิการ คือ การคิดอย่างเข้าถึงความจริง

4.2 ปถมนสิการ คือ การคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนไม่สับสน

4.3 การณมนสิการ คือ การคิดอย่างมีเหตุผล

4.4 อุปปาทกมนสิการ คือ การคิดอย่างมีเป้าหมาย คิดให้เกิดผล ไม่ใช่คิดไปเรื่อยเปื่อย

5. โยนิโสมนสิการเป็นสิ่งที่หล่อเลี้ยงสติที่ยังไม่เกิด ได้เกิด ช่วยสติที่เกิดแล้วเกิดต่อเนื่องต่อไป ซึ่งสติเป็นองค์ธรรมที่จำเป็นต้องใช้ในการทำงานทุกอย่าง

พระธรรมกิตติวงศ์ : ทองดี สุรเตโช (2544 : 123)ให้ความหมายของ โยนิโสมนสิการว่า การทำไว้ในใจโดยแยบคาย การพิจารณาโดยแยบคาย และโยนิโสมนสิการ คือ ความเป็นผู้ฉลาดในการคิด คิดอย่างถูกวิธีถูกระบบ พิจารณาไตร่ตรอง สวาไปจนถึงสาเหตุหรือต้นตอของสิ่งที่กำลังคิด คือ คิดถึงรากถึงโคนนั่นเอง แล้วประมวลความคิดรอบด้านจนกระทั่งสรุปออกมาได้ว่าสิ่งนั้นควรหรือไม่ควร ดีหรือไม่ดี เป็นต้น และ โยนิโสมนสิการเป็นวิถีแห่งปัญญาเป็นธรรมสำหรับกลั่นกรองข้อมูลหรือแหล่งข่าว (ปรโตโฆสะ) อีกชั้นหนึ่ง เป็นบ่อเกิดแห่งสัมมาทิฐิ ทำให้มีเหตุผล ไม่มมงาย เป็นวุฒติธรรม คือธรรมที่นำให้ผู้คิดนั้นได้รับความเจริญก้าวหน้า ได้รับความสำเร็จในชีวิตอย่างหนึ่ง

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การศึกษาจะเข้าถึงเป้าหมายสูงสุดได้นั้นจะต้องเป็นการศึกษาที่พัฒนาปัญญา แต่การที่จะพัฒนาปัญญาได้นั้นจะต้องศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยที่สำคัญของการเกิดปัญญา นั่นคือ โยนิโสมนสิการ ซึ่งมีความหมายโดยสรุปว่า การทำใจให้แยบคายเป็นปัจจัยในการรับรู้ผัสสะจากภายนอก อันจะเป็นตัวกันกระแสความคิดไม่ให้ปรุงแต่งตามต้นหาความทะยานอยาก เป็นองค์ประกอบภายในของบุคคลที่ใช้ในการวิเคราะห์ พิจารณาสังต่างๆอย่างถูกต้องเหมาะสม ซึ่งโยนิโสมนสิการมีความหมายของการคิดเป็นในลักษณะ คิดเป็นระบบ คิดเป็นระเบียบ คิดมีเหตุผล และคิดเร้ากุศล

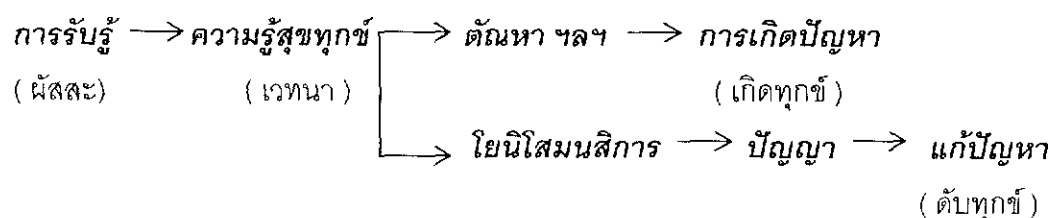
1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างปัญญากับโยนิโสมนสิการ

กระบวนการพัฒนาปัญญานั้น ก็คือกระบวนการที่ให้ความสำคัญกับการพัฒนาโยนิโส

มนสิมณสิการ ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวมานี้มีผู้ขยายความดังนี้

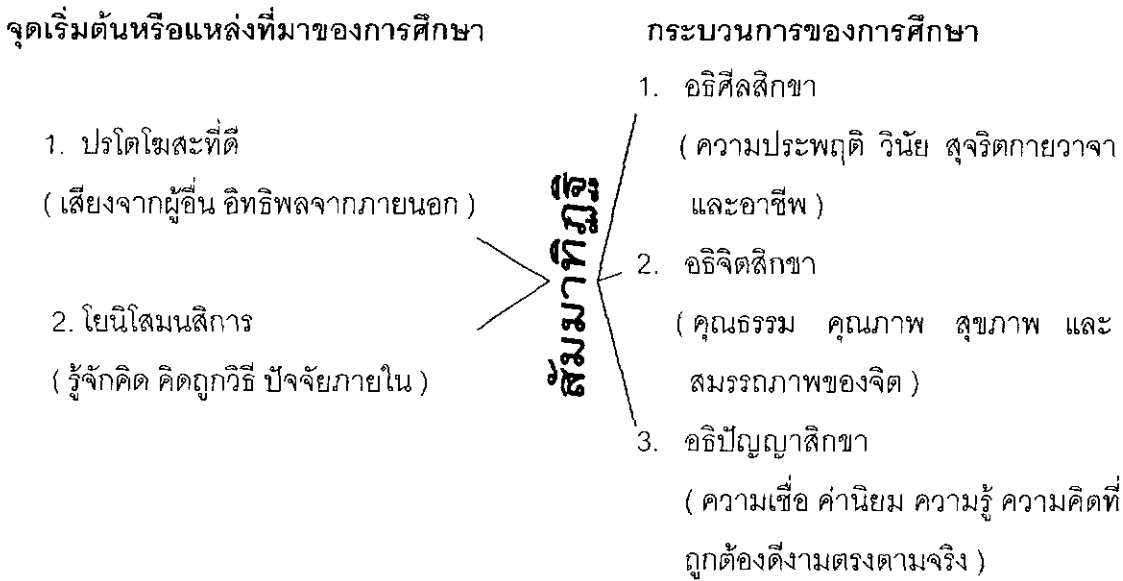
พระธรรมปิฎก : ป.อ. ปยุตโต (2538 :43 – 44) กล่าวว่า การที่จะรู้เข้าใจความจริงที่เป็นเหตุเป็นผลก็คือ การที่ต้องเริ่มต้นด้วยโยนิโสมนสิการ คือคิดเป็น คิดอย่างมีกระบวนการวิธี รู้จักแยกแยะองค์ประกอบ ศึกษาเหตุปัจจัยต่างๆ โดยโยนิโสมนสิการเป็นการต่อจากปรโตโฆสะ คืออิทธิพลภายนอก ในขณะที่โยนิโสมนสิการเป็นปัจจัยภายใน ถ้าปัจจัยภายในไม่ดีพอ ความคิดจะไหลตาม ปรโตโฆสะ ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับปรโตโฆสะว่าดีหรือไม่ ถ้าเป็นปรโตโฆสะที่ดีที่เรียกว่า กัลยาณมิตร ก็ จะเกิดการชักจูงพัฒนาปัจจัยภายใน หรือ โยนิโสมนสิการ หากทั้งปัจจัยภายในและภายนอกดีถูกต้อง เราก็เกิดสัมมาทิฐิ คือ ความเห็นชอบ เข้าใจถูกต้อง มองเห็นความจริงตามระบบ และกระบวนการปัจจัยสัมพันธ์ เช่น มองเห็นเหตุปัจจัย ความเป็นมา องค์ประกอบ แยกส่วนดี ส่วนเสีย คุณและโทษ และทางที่จะเลือกถือเอาประโยชน์ ซึ่งสัมมาทิฐิเป็นองค์ประกอบข้อแรกของทางสายกลางหรือมรรค คือวิถีทางดำเนินชีวิตที่ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่อิสรภาพและสันติสุข

พระธรรมปิฎก : ป.อ. ปยุตโต (2546 :23) แสดงภาพของการเข้ามามีบทบาทของโยนิโสมนสิการ สู่กระบวนการความคิด ดังนี้



ภาพประกอบ 1 บทบาทของโยนิโสมนสิการสู่กระบวนการคิด

และพระธรรมปิฎก ได้แสดงลักษณะของกระบวนการศึกษา (2546 : 15) ดังนี้



ภาพประกอบ 2 ลักษณะของกระบวนการศึกษา

และพระธรรมปิฎก ขยายความไว้ว่า กระบวนการศึกษาประกอบด้วย (2546 : 16 -18)

1. ปรัตโหมสะ แปลว่า เสียงจากผู้อื่น หรือ การกระตุ้นชักจูงจากภายนอก ได้แก่ การสั่งสอน แนะนำ การถ่ายทอด การโฆษณา คำบอกเล่า ข่าวสาร คำชี้แจงอธิบายจากผู้อื่น ตลอดจนการเรียนรู้ เลียนแบบจากแหล่งต่างๆ ภายนอก หรืออิทธิพลจากภายนอก แหล่งสำคัญของ การเรียนรู้ประเภทนี้ เช่น พ่อแม่ ครู อาจารย์ เพื่อน คนแวดล้อมใกล้ชิด ผู้ร่วมงาน ผู้บังคับบัญชา และผู้ใต้บังคับบัญชา บุคคลมีชื่อเสียง คนโด่งดัง คนผู้ได้รับความนิยมในด้านต่างๆ หนังสือ สื่อมวลชนทั้งหลาย สถาบันทางศาสนาและวัฒนธรรม เป็นต้น ในที่นี้หมายถึงเฉพาะที่แนะนำในทาง ถูกต้องดีงาม ให้ความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง โดยเฉพาะที่สามารถช่วยนำไปสู่ปัจจัยที่ 2 ได้ ปัจจัยข้อนี้จัดเป็นองค์ประกอบฝ่ายภายนอก หรืออาจเรียกว่า ปัจจัยทางสังคม

2. โยนิโสมนสิการ แปลว่า การทำในใจโดยแยบคาย หรือคิดถูกวิธี หรือ ความรู้จักคิด หรือคิดเป็น หมายถึง การคิดอย่างมีระเบียบหรือคิดตามแนวทางของปัญญา คือ การรู้จักมองรู้จักพิจารณาสิ่งทั้งหลายตามสภาวะ เช่น ตามที่สิ่งนั้นๆ มันเป็นของมัน โดยวิธีคิดหาเหตุปัจจัย สืบค้นถึงต้นเค้า สืบสาวให้ตลอดสาย แยกแยะสิ่งนั้นๆ เรื่องนั้นๆ ออกให้เห็นตามสภาวะ และตามความสัมพันธ์สืบทอดแห่งเหตุปัจจัย โดยไม่เอาความรู้สึกด้วยต้นหาอุปาทานของตนเองเข้าจับหรือเคลือบคลุม ทำให้เกิดความดีงาม และแก้ปัญหาได้ ข้อนี้เป็นองค์ประกอบฝ่ายภายในหรือ ปัจจัยภายในตัวบุคคล และอาจเรียกตามองค์ธรรมที่ใช้งานว่า วิธีการแห่งปัญญา

1.5 วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ

การแก้ปัญหาอย่างถูกวิธีจำเป็นต้องอาศัยปัญญา ซึ่งมีองค์ประกอบที่สำคัญคือความคิด ที่ถูกต้อง มีวิธีคิดที่ไม่อาศัยการปรุงแต่งตามต้นหา ความทะยานอยาก วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการจึงเป็นวิธีคิดที่สมควรจะศึกษาและทำความเข้าใจ ดังที่กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2542 : 24) ได้กล่าวว่า ผลของวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการมุ่งพัฒนาคนให้เกิดปัญญา และส่งผลโดยตรงต่อจิตใจและคุณค่า ความงดงามอ่อนโยนของชีวิต ซึ่งพระเทพเวที : ป.อ. ปยุตโต (2533 : 41-110) ได้ให้ความหมายของวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ ดังนี้

วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ ก็คือ การนำเอาโยนิโสมนสิการมาใช้ในทางปฏิบัติ แม้วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการนี้จะมีหลายวิธี หลักการก็มี 2 แบบ คือ โยนิโสมนสิการที่มุ่งสกัดบรรเทาต้นหา หรือกำจัดอวิชชาโดยตรง และโยนิโสมนสิการที่มุ่งเพื่อสกัดหรือบรรเทาต้นหา โยนิโสมนสิการที่มุ่งกำจัดอวิชชาโดยตรงนั้นตามปกติเป็นแบบที่ต้องใช้ในการปฏิบัติธรรมจนถึงที่สุด เพราะให้เกิดความรู้ความเข้าใจตามเป็นจริง ส่วนโยนิโสมนสิการที่มุ่งเพื่อสกัดหรือบรรเทาต้นหา มักใช้เป็นข้อปฏิบัติขั้นต้นๆ ซึ่งมุ่งเตรียมพื้นฐานหรือพัฒนาตนเองในด้านคุณธรรมให้เป็นผู้พร้อมสำหรับการปฏิบัติขั้นสูง

ต่อไป

วิธีโยนิโสมนสิการสามารถประมวลเป็นแบบใหญ่ๆ ได้ 10 แบบดังนี้

1. **วิธีแบบสืบสาวเหตุปัจจัย** คือ การพิจารณาปรากฏการณ์ที่เป็นผลให้รู้จักสภาวะที่เป็นจริง หรือพิจารณาปัญหา หาหนทางแก้ไขด้วยการค้นหาสาเหตุและปัจจัยต่างๆ ที่สัมพันธ์ส่งผลสืบ-ทอดกันมา อาจเรียกว่า วิธีคิดแบบอัทปปัจจยตา คือ คิดแบบสอบสวนหรือตั้งคำถาม หรือ คิดตามหลัก ปฏิจจสมุปบาท คือ สิ่งทั้งหลายอาศัยกันและกันจึงเกิดขึ้น วิธีคิดดังกล่าวจัดเป็นวิธีโยนิโสมนสิการแบบพื้นฐาน

2. **วิธีแบบแยกแยะส่วนประกอบ** หรือกระจายเนื้อหาเป็นการคิดที่มุ่งให้มองและให้รู้จักสิ่งทั้งหลายตามสภาวะของความเป็นจริง มีการจำแนกแยกแยะจัดเป็นหมวดหมู่ เรียกว่า "วิกัช-ชชะ" (วิธีคิดวิเคราะห์) ในทางธรรมมุ่งถึงการเห็นความไม่มีแก่นสารหรือความไม่เป็นตัวเป็นตนที่แท้จริงของสิ่งทั้งหลาย เห็นสิ่งทั้งหลายตามเหตุและปัจจัย

3. **วิธีแบบสามัญลักษณ์** หรือวิธีคิดแบบรู้เท่าทัน คือ มองอย่างรู้เท่าทันความเป็นไปของสิ่งทั้งหลาย ว่าเป็นธรรมดาที่สิ่งทั้งหลายจะเกิดตามเหตุปัจจัยต่างๆ ที่ปรุงแต่งขึ้น จะต้องเป็นไปตามเหตุปัจจัย วิธีคิดแบบสามัญลักษณ์แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน

ขั้นที่หนึ่ง คือรู้เท่าทันและยอมรับความจริง เป็นขั้นวางใจวางท่าที่ต่อสิ่งทั้งหลายโดยสอดคล้องกับความจริงของธรรมชาติเป็นท่าที่แห่งปัญญา ไม่มองตามความอยากให้เป็นหรืออยากไม่ให้เป็น

ขั้นที่สอง คือแก้ไขและทำการไปตามเหตุปัจจัย เป็นขั้นปฏิบัติต่อสิ่งทั้งหลายโดยสอดคล้องกับความจริงของธรรมชาติ เป็นการปฏิบัติด้วยปัญญา

4. **วิธีแบบอริยสัจจ์ / คิดแบบแก้ปัญห** หรือเรียกว่า วิธีแห่งความดับทุกข์ ซึ่งมีลักษณะทั่วไป 2 ประการ คือ

4.1 เป็นวิธีคิดตามเหตุและผล หรือเป็นไปตามเหตุ สืบสาวจากผลไปหาเหตุ แล้วแก้ไขและทำการแก้ที่ต้นเหตุ จัดเป็น 2 คู่ คือ

คู่ที่ 1 ทุกข์เป็นผล เป็นตัวปัญหา เป็นสถานการณ์ที่ประสบ ซึ่งไม่ต้องการ **สมุทัยเป็นเหตุ** เป็นที่มาของปัญหา เป็นจุดที่จะต้องกำจัดหรือแก้ไข จึงจะพ้นจากปัญหาได้

คู่ที่ 2 นิโรธเป็นผล เป็นภาวะสิ้นปัญหา เป็นจุดหมายซึ่งต้องการจะเข้าถึง **มรรคเป็นเหตุ** เป็นวิธีการ เป็นข้อปฏิบัติที่ต้องกระทำในการแก้ไขสาเหตุ เพื่อบรรลุจุดหมาย คือ ภาวะสิ้นปัญหา อันได้แก่ความดับทุกข์

4.2 เป็นวิธีคิดที่ตรงจุดตรงเรื่อง ตรงไปตรงมา มุ่งตรงต่อสิ่งที่จะต้องทำต้องปฏิบัติที่เกี่ยวข้องกับชีวิต ใช้แก้ปัญหาไม่พุ่งชนไปในเรื่องที่ดีคิดเพื่อสนองต้นหามาณะทฤษฎี ซึ่งไม่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา

5. **วิธีแบบอรรถธรรมสัมพันธ์** หรือคิดตามหลักการและความมุ่งหมาย คือ พิจารณาให้เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างหลักการ กับความมุ่งหมาย ในขณะที่ลงมือปฏิบัติหรือทำตามหลักการอย่างใดอย่างหนึ่ง เพื่อให้ได้ผลตรงตามความมุ่งหมาย ไม่ไปในทางเลือนลอยงมงาย

6. **วิธีแบบเห็นคุณโทษและทางออก** เป็นการมองสิ่งทั้งหลายตามความเป็นจริงในแบบที่เน้นการยอมรับความจริงตามสิ่งนั้นๆ ในทุกแง่ทุกด้าน ทั้งด้านดีและด้านเสีย ซึ่งมีลักษณะ 2 ประการ คือ

6.1 การมองเห็นตามความเป็นจริงนั้น จะต้องมองเห็นทั้งด้านดี ด้านเสีย หรือทั้งคุณและโทษของสิ่งนั้นๆ

6.2 เมื่อจะแก้ปัญหา ปฏิบัติ เห็นเพียงคุณหรือโทษ ข้อดี-ข้อเสียยังไม่พอ ต้องมองเห็นทางออก มองเห็นจุดหมาย และรู้ว่าจุดหมายนั้นคืออะไร เป็นอย่างไร ดีกว่าอย่างไร และพ้นจากข้อบกพร่อง จุดอ่อน ส่วนเสียหรือภาวะที่เป็นปัญหาอย่างไร พ้นจากปัญหาเดิมหรือไม่

7. **วิธีแบบรู้คุณค่าแท้ – คุณค่าเทียม** หรือการพิจารณาเกี่ยวกับการใช้สอยหรือบริโภค เป็นวิธีคิดแบบสกัดหรือบรรเทาต้นเหตุ เป็นขั้นฝึกหัดเกลากิเลสหรือตัดทางไม่ให้กิเลสเข้ามาครอบงำจิตใจแล้วชักจูงพฤติกรรมต่อไป คุณค่านี้จำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ

7.1 คุณค่าแท้ หมายถึง ความหมายคุณค่าหรือประโยชน์ของสิ่งทั้งหลายในแง่ที่สนองความต้องการของชีวิตโดยตรง เช่น อาหารมีคุณค่าในการหล่อเลี้ยงร่างกายให้ดำรงชีวิตอยู่ได้ เป็นต้น คุณค่านี้อาศัยปัญญาเป็นเครื่องตีค่าหรือวัดราคา

7.2 คุณค่าเทียม หมายถึง ความหมายคุณค่าหรือประโยชน์ของสิ่งทั้งหลายในแง่สนองต้นเหตุ เช่น อาหารมีคุณค่าที่ความอร่อย เป็นต้น คุณค่านี้อาศัยต้นเหตุเป็นเครื่องตีค่าหรือวัดราคา

8. **วิธีคิดแบบเจ้าคุณธรรม** มีหลักการทั่วไปของวิธีคิดแบบนี้ คือสิ่งประสมเหมือนกัน แต่บุคคลรับรู้ต่างกัน อาจมองเห็นและคิดนึกปรุงแต่งไปคนละอย่าง สุดแต่โครงสร้างของจิตใจหรือแนวทางการเคยชินต่างๆ เช่น การคิดถึงความตาย ผู้ที่มีโยนิโสมนสิการก็จะรู้สึกสลดหดหู่ เศร้าใจ เหี่ยวแห้งใจ หรือดีใจในความตายของคนที่เกี่ยวข้อง เป็นต้น แต่หากเป็นผู้มีโยนิโสมนสิการ จะคิดประกอบด้วยสติ คือระลึกถึงสิ่งที่กำลังเกี่ยวข้อง มีความรู้สึกเศร้าใจ มีสำนึกในการเร่งทำการงาน และรู้ตามความเป็นจริง

9. **วิธีแบบอยู่กับปัจจุบัน** คือการคิดที่ไม่ตกอยู่ในอำนาจของอารมณ์ ไม่หวนอาลัยอาวรณ์ถึงสิ่งที่ล่วงมาแล้ว หรือคิดฟุ้งเพื่อฝันปรุงแต่งอย่างไม่มีฐานแห่งความเป็นจริงในปัจจุบัน แต่หากคิดด้วยอำนาจของปัญญาไม่ว่าจะเป็นเรื่องล่วงไปแล้ว หรือเป็นเรื่องในอนาคต ก็เข้าอยู่ในการคิดอยู่กับปัจจุบัน เช่น การเรียนเกี่ยวกับประวัติศาสตร์ซึ่งเป็นบทเรียนจากอดีต เพื่อความไม่ประมาทในการป้องกันภัยในอนาคต เป็นต้น

10. **วิธีแบบวิภาษวาท** มีลักษณะสำคัญของความคิดและการพูดในการมองและแสดงความจริง โดยแยกแยะออกให้เห็นแต่ละด้าน ครอบคลุมทุกด้าน ไม่ใช่จับเอาแง่หนึ่งแง่เดียว หรือจับบางแง่มาวินิจฉัยตีคลุมไปอย่างนั้นทั้งหมด ซึ่งมีลักษณะต่างๆ ดังนี้

10.1 จำแนกในแง่ความจริง แบ่งจำแนกได้เป็น 2 อย่าง คือ

10.1.1 จำแนกตามแง่ต่างๆ ตามที่เป็นอยู่จริงของสิ่งนั้นๆ ที่เฉพาะในด้านนั้นกรณีนั้น

10.2.1 จำแนกโดยมองหรือแสดงความจริงของสิ่งนั้นๆ ให้ครบทุกแง่ทุกด้าน คือพิจารณาสิ่งใดก็ไม่มองแคบๆ ไม่ติดอยู่กับส่วนเดียวแง่เดียวของสิ่งนั้น เช่น ดีในแง่หนึ่งกรณีนั้น ไม่ดีในแง่นี้ กรณีนี้ เป็นต้น

10.2 จำแนกโดยส่วนประกอบ คือ วิเคราะห์แยกแยะให้รู้เท่าทันภาวะที่สิ่งนั้นๆ เกิดขึ้นจากองค์ประกอบย่อยๆ ต่างๆ มาประชุมกัน ไม่ติดอยู่ภายนอกหรือถูกลวงโดยภาพรวมของสิ่งนั้น

10.3 จำแนกโดยลำดับขณะ คือ แยกแยะวิเคราะห์ปรากฏการณ์ตามลำดับขั้นแห่งเหตุปัจจัย ให้มองแต่ละขณะ ให้เห็นตัวเหตุปัจจัยที่แท้จริง ไม่ถูกลวงให้จับเหตุปัจจัยสับสน

10.4 จำแนกโดยความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย

10.5 จำแนกโดยเงื่อนไข คือ มองหรือแสดงความจริงโดยพิจารณาเงื่อนไขประกอบ

10.6 จำแนกโดยทางเลือกหรือความเป็นไปได้ต่างออกไปได้อีก ซึ่งต้องพิจารณา หนทางวิธีการ หรือความเป็นไปได้ ที่อาจมีได้หลายอย่าง ทางที่ได้ผลกว่า หรือตรงทางกว่า ทางที่เหมาะสม หรือได้ผลดีสำหรับตนหรือสำหรับกรณีนั้นมากกว่าอย่างอื่น ทางเลือกหรือความเป็นไปได้ อาจมีเพียงอย่างเดียวหรือหลายอย่าง แต่เป็นทางอื่นที่ไม่ใช่ทางที่กำลังทำอยู่หรือเข้าใจอยู่ในขณะนั้น

ความคิดตามวิธีคิดแบบวิภาษวาทนี้มีผลดีหลายประการ เช่น ทำให้ไม่ติดตันหรือวนเวียนอย่างหาทางออกไม่ได้ เมื่อสิ่งที่ทำอยู่ไม่สำเร็จผลหรือไม่เหมาะสมกับตน ทำให้ไม่ท้อแท้ ถดถอย หรืออับจน จนหยุดความเพียรในการทำแล้วไม่สำเร็จ และข้อที่สำคัญที่สุดคือ ทำให้สามารถคิดหาทางและค้นพบหนทาง วิธีการ หรือความเป็นไปได้ที่ถูกต้อง เหมาะสม ตรงทาง เป็นจริงหรือได้ผลดีที่สุด

1.6 การสอนแบบโยนิโสมนสิการ

การสอนแบบโยนิโสมนสิการเป็นการนำหลักวิธีการคิดที่มาจากคำสอนในพระพุทธศานานำมาเป็นหลักวิธีในการคิดเพื่อจัดการจัดการเรียนการสอน แม้ว่าความหมายตามพระไตรปิฎกจะกล่าวถึงโยนิโสมนสิการในลักษณะมุ่งต่อการคิดอย่างแยกคางเพื่อเข้าใจสภาวะความเป็นจริงของรูปนาม เป็นการพิจารณาถึงสภาวะธรรม เพื่อพ้นจากอภัสวะเครื่องเศร้าหมองทางจิตในทุกประการ ในงานวิจัยนี้เสนอการสอนโดยนำวิธีคิดตามหลักพุทธธรรม ดังนี้

ก่องแก้ว เจริญอักษร (2539 : 26 -29) ได้เสนอรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวโยนิโสมนสิการดังนี้

1. ผู้สอนตั้งจุดประสงค์การเรียนรู้ว่า ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนาจิตและปัญญาหรือเรียกว่า " ความรู้สึกนึกคิด " ไปในทางดีงามและสามารถเข้าถึงความรู้ที่แท้จริงได้ตามกำลังของตนโดยการแสดงเจตคติเป็นข้อเขียน

2. ผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเน้นการส่งเสริมปัจจัยเกื้อหนุนการศึกษาตามแนวพุทธ 2 ประการ ดังนี้

2.1 ปัจจัยภายนอก หมายถึง การจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม ได้แก่ การเอื้ออำนวยบรรยากาศการใฝ่รู้ใฝ่คิด ทำให้มีจิตศรัทธา และเกิดความรักในความรู้ที่ได้ศึกษา กิจกรรมที่จัดให้ ได้แก่ การเยี่ยมชมความดีงามของวัดและพระสงฆ์ และกิจกรรมการฝึกสมาธิเพื่อให้จิตสงบ กิจกรรมทั้งสองช่วยสร้างศรัทธาต่อการเรียนเป็นอันมาก

2.2 ปัจจัยภายใน หมายถึง การฝึกใช้ความคิดพิจารณา ผู้สอนกำหนดสิ่งให้ผู้เรียนพิจารณา และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนพิจารณาสิ่งที่ได้สัมผัสจากการศึกษาเองตามลำพังอีกด้วย กิจกรรมการฝึกใช้ความคิดทั้งสองมีผลให้ผู้เรียนแสดงความเห็นสิ่งที่ได้สัมผัสและพิจารณาแล้ว โดยใช้เหตุผลตามหลักธรรม

3. การจัดสรรปัจจัยภายนอกและภายในควบคู่กัน คือ การจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนที่ดี และการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดของตนเอง ทั้ง 2 ประการนี้ส่งเสริมเกื้อหนุนกิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นไปตามจุดประสงค์ คือสามารถพัฒนาจิตและปัญญาไปในทางดีงามได้ และผู้เรียนยอมรับที่จะควบคุมตัวเองให้ใช้เหตุผลมากกว่าใช้ความรู้สึก แสดงว่าถ้าผู้สอนส่งเสริมให้พัฒนาปัญญาได้ ย่อมมีผลต่อการพัฒนาจิตของนักเรียนได้อย่างสำคัญ

4. แบบฝึกหัด ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดพิจารณา และนำเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในสังคม มาใช้ประกอบการเรียนด้วย เพื่อสอนให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ การสร้างแบบฝึกหัดจำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องราวเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นรอบๆตัว

พระธรรมปิฎก : ป.อ. ปยุตโต (2544 : 1 -68) กล่าวถึงการสอนหรือพุทธวิธีในการสอนซึ่งสามารถประมวลเป็นข้อสรุปในการสอน คือ

1. ปัญญาเป็นสิ่งสร้างสรรค์ขึ้นภายในตัวผู้เรียนเอง เป็นความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเอง ผู้อื่นจะบังคับหรือยัดเยียดให้ไม่ได้
2. ผู้สอนทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตร ช่วยชี้แนะทางการเรียนโดยการอำนวยความสะดวก ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าถึงปัญญา
3. วิธีสอน อูบาย และกลวิธีต่างๆ เป็นสื่อหรือเครื่องผ่อนแรงการเรียนการสอน
4. อิศรภาพในทางความคิดเป็นอุปกรณ์สำคัญในการสร้างปัญญา (ปัญญาเป็นมากกว่าความรู้)

เนื้อหาหรือเรื่องที่สอน ประกอบด้วย

1. สอนจากสิ่งที่รู้เห็นเข้าใจง่ายหรือเข้าใจอยู่แล้ว ไปหาสิ่งที่เห็นเข้าใจได้ยาก
2. สอนเนื้อเรื่องที่ลุ่มลึกหรือยากขึ้นไปตามลำดับ โดยมีความต่อเนื่องกัน
3. ถ้าสิ่งที่สอนเป็นสิ่งที่แสดงได้ ก็สอนด้วยของจริง ให้ผู้เรียนได้ดู ได้เห็น ได้ฟังเอง หรือเรียกว่า ประสบการณ์ตรง
4. สอนตรงเนื้อหา ตรงเรื่อง ไม่วกวน ไม่ไขว้เขว ไม่นอกเรื่องโดยไม่มีอะไรที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา
5. สอนเท่าที่พอดีสำหรับให้เกิดความเข้าใจ ให้การเรียนรู้ได้ผล ไม่ใช่สอนเพื่อแสดงภูมิ
6. สอนสิ่งที่มีความหมาย ควรที่ผู้เรียนจะเรียนรู้และเข้าใจ เป็นประโยชน์แต่ตัวผู้เรียน

หลักในการสอนที่เกี่ยวกับตัวผู้เรียน

1. รู้ คำนึงถึง และสอนให้เหมาะตามความแตกต่างระหว่างบุคคล (ในทางคำสอนทางพุทธศาสนาจะพิจารณาเรื่องของจิตประเภทต่างๆ) และรู้ระดับความสามารถของบุคคล
2. ปรับวิธีสอนให้เหมาะกับบุคคล แม้สอนเรื่องเดียวกันแต่ต่างบุคคล อาจใช้วิธีต่างกัน
3. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน
4. สอนโดยให้ผู้เรียนลงมือทำด้วยตนเอง
5. การสอนดำเนินไปในรูปที่ทำให้ผู้เรียนและผู้สอนมีความรู้สึกว่ามีบทบาทร่วมกันในการแสวงหาความจริง มีการเปิดให้แสดงความคิดเห็น สามารถโต้ตอบได้อย่างเสรี ซึ่งอาจแยกลักษณะการสอนแบบนี้ได้เป็น

5.1 ล่อให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นของตนออกมา ชี้ข้อคิดให้แก่เขา ส่งเสริมให้เขาคิด และให้ผู้เรียนวินิจฉัยด้วยความรู้ตัวเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้นำในการที่ช่องทางเข้าสู่ความรู้ โดยการให้คำถามในการดำเนินการ

5.2 มีการแสดงความคิดเห็น ได้ตอบอย่างเสรี แต่มุ่งหาความรู้ ไม่ใช่มุ่งแสดงภูมิหรือข่มกัน

6. เอาใจใส่บุคคลที่ควรได้รับความสนใจพิเศษเป็นรายๆ ตามควรแก่กาลเทศะและเหตุการณ์

7. ช่วยเหลือเอาใจใส่คนที่ด้อย ที่มีปัญหา

หลักในการสอนที่เกี่ยวกับตัวการสอน

1. มีการเริ่มต้นการสอนที่ดี เป็นการดึงความสนใจและสามารถนำเข้าสู่เนื้อหาได้
2. สร้างบรรยากาศให้ปลอดโปร่ง เพลิดเพลินไม่ให้เกิดเครียด ไม่ให้เกิดความอึดอัดใจ และให้เกียรติแก่ผู้เรียน

3. สอนมุ่งเนื้อหา มุ่งให้เกิดความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่สอนเป็นสำคัญ ไม่กระทบตนและผู้อื่น ไม่มุ่งยกตน ไม่มุ่งเสียดสีใครๆ

4. สอนโดยเคารพ คือ ตั้งใจสอน ทำจริง มีความรู้ว่าการสอนมีค่า มองเห็นความสำคัญของผู้เรียน ไม่เห็นผู้เรียนโง่เขลา หรือ เป็นคนชั้นต่ำ

5. ใช้ภาษาสุภาพ นุ่มนวล ไม่หยาบคาย ชวนให้สบายใจ สละสลวย เข้าใจง่าย

หลักในการสอนที่เป็นกลวิธีและอุปบายประกอบการสอน ประกอบด้วย

1. การยกอุทาหรณ์ และการเล่านิทานประกอบ ช่วยทำให้เกิดความเพลิดเพลิน ช่วยให้เข้าใจความหมายได้ง่ายและชัดเจน ช่วยให้จำแม่นยัม เห็นจริง ทำให้การเรียนการสอนมีรสยิ่งขึ้น

2. การเปรียบเทียบด้วยข้ออุปมา ช่วยทำให้เรื่องที่เข้าใจยากปรากฏความหมายชัดเจนเด่นชัด

3. การใช้อุปกรณ์การสอน อาจเป็นอุปกรณ์หรือสื่อที่ง่ายหรือใกล้ตัว

4. การทำเป็นตัวอย่าง มีลักษณะเดียวกับการสาธิตให้ดู โดยเฉพาะในทางจริยธรรม

5. การเล่นภาษา เล่นคำ และใช้คำในความหมายใหม่

6. อุปบายเลือกคน และการปฏิบัติรายบุคคล ในที่นี้หมายถึงการกำหรบคนที่ควรจัดการก่อน พวกหัวหน้าหรือหัวใจ

7. การรู้จักจังหวะและโอกาส รอคอยพร้อมทางอินทรีย์ของผู้เรียน

8. ความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการ โดยผู้สอนสอนอย่างไม่ยึดติด ตัดต้นหามาจะ วิทยุให้น้อยที่สุด ก็จะมีผลสำเร็จในการเรียนรู้เป็นสำคัญ ในบางคราวควรชมผู้เรียนก็ควรชม บางคราวสมควรยอมให้รู้สึกว่าเขาเก่ง บางคราวสมควรโอบอ้อมผ่อนตามผู้เรียน บางคราวสมควรขัด กัด สมควรคล้อยตามก็คล้อย สมควรปลอบก็ปลอบ ผู้สอนต้องไม่กลัวว่าจะเสียเกียรติ ไม่กลัวจะถูก รู้สึกแพ้

9. การลงโทษและให้รางวัล ใช้การชมเชยกย่อง โดยกล่าวชมโดยธรรมให้ผู้เรียน มั่นใจในการกระทำความดีของตน แต่ไม่ให้เกิดเป็นการเปรียบเทียบข่มคนอื่นลง บางที่ใช้การชม เพื่อให้ถือเป็นตัวอย่าง หรือเพื่อแก้ความเข้าใจผิด

10. กลวิธีแก้ปัญหาเฉพาะหน้า อาศัยปฏิภาณ คือ ความสามารถในการประยุกต์ หลักการ วิธีการ และกลวิธีต่างๆมาใช้ให้เหมาะสม

สุมน อมรวิวัฒน์ (ทศนา เขมมณี. 2545 : 276 – 277 อ้างอิง สุมน อมรวิวัฒน์ (2530)) ได้พัฒนารูปแบบการสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ จากแนวความคิดในหนังสือพุทธธรรม ซึ่งรูปแบบการสอนนี้มีรายละเอียดดังนี้

ทฤษฎี / หลักการ / แนวคิดของรูปแบบ

สุมน อมรวิวัฒน์ ได้พัฒนารูปแบบการสอนนี้ขึ้นเมื่อปี พ.ศ. 2526 จากแนวคิดใน หนังสือพุทธธรรมของพระราชวรมุนี (ประยุทธ์ ปยุตโต) เกี่ยวกับการสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ โดยมีหลักการว่า ครูเป็นผู้ที่จัดสภาพสิ่งแวดล้อม แรงจูงใจ และวิธีสอนให้ศิษย์เกิดศรัทธาที่จะเรียนรู้ โดยครูทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างแยกกาย และแสดงออกอย่างถูกต้อง จะ สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดปัญญาและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

รูปแบบการเรียนนี้มุ่งพัฒนาความสามารถในการคิด (โยนิโสมนสิการ) การตัดสินใจ และการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระที่เรียน

กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ

1. ขั้นนำ การสร้างเจตคติที่ดีต่อผู้สอน วิธีการเรียนและบทเรียน

1.1 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เหมาะสม ได้แก่ เหมาะสมกับระดับของชั้น วัย ของผู้เรียน วิธีการเรียนการสอนและเนื้อหาของบทเรียน

1.2 สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้สอนประพฤติตนเป็น กัลยาณมิตร

1.3 ใช้สิ่งเร้าและสร้างแรงจูงใจในการเรียน

1.3.1 ใช้สื่อการสอน หรืออุปกรณ์และวิธีการต่างๆ เพื่อสร้างความสนใจ เช่น กรณีศึกษา กรณีตัวอย่าง สถานการณ์จำลอง เป็นต้น

1.3.2 จัดกิจกรรมในชั้นนำได้สนุก น่าสนใจ

1.3.3 ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ ความสามารถของตนและได้ทราบผล

ทันที

2. ชั้นสอน

2.1 ผู้สอนเสนอปัญหาที่เป็นสาระสำคัญของบทเรียน หรือเสนอหัวข้อเรื่อง ประเด็นสำคัญของบทเรียนด้วยวิธีการต่างๆ

2.2 ผู้สอนแนะนำแหล่งวิทยาการและแหล่งข้อมูล

2.3 ผู้สอนฝึกการรวบรวมข้อมูล ข้อเท็จจริง ความรู้ และหลักการ โดยใช้ทักษะ ที่เป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ เช่น ทักษะทางวิทยาศาสตร์ ทักษะทางสังคม

2.4 ผู้สอนจัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิด ลงมือค้นคว้า คิดวิเคราะห์ และสรุปความคิด

2.5 ผู้สอนฝึกการสรุปประเด็นของข้อมูล ความรู้ และเปรียบเทียบประเมินค่า โดยวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทดลอง ทดสอบ จัดเป็นทางเลือกและทางออกของการแก้ปัญหา

2.6 ผู้เรียนดำเนินการเลือกและตัดสินใจ

2.7 ผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรมการฝึกปฏิบัติเพื่อพิสูจน์ผลการเลือก และการตัดสินใจ

3. ชั้นสรุป

3.1 ผู้สอนและผู้เรียนรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตการปฏิบัติทุกขั้นตอน

3.2 ผู้สอนและผู้เรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับข้อมูลที่ได้

3.3 ผู้สอนและผู้เรียนสรุปผลการปฏิบัติ

3.4 ผู้สอนและผู้เรียนสรุปบทเรียน

3.5 ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนการสอน

ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนตามรูปแบบ

ผู้เรียนจะพัฒนาทักษะในการคิด การตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การนำหลักการจากวิธีคิดแบบโยนิโส-มนสิการมาเป็นรูปแบบการสอนนั้น สิ่งที่สำคัญจะต้องคำนึงถึง ประโตโมสะ หรือข้อมูลต่างๆ รวมทั้ง องค์ประกอบภายนอกในลักษณะกาลยาณมิตร คือ ชักจูงไปในทางที่ดี เพื่อที่จะช่วยพัฒนาโยนิโส-มนสิการ หรือ องค์ประกอบภายในในการคิดให้ถูกต้องและเหมาะสม ซึ่งจำเป็นต้องควบคู่กับ หลักการหรือวิธีการสอนที่เหมาะสม รวมทั้งการเข้าใจในผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบโยนิโสมนสิการ

งานวิจัยต่างประเทศ

เนื่องจากรูปแบบโยนิโสมนสิการเป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนาโดยนักการศึกษาของไทย จึงยังไม่พบในงานวิจัยของต่างประเทศ

งานวิจัยในประเทศ

การจัดระบบการเรียนการสอนตามแนวโยนิโสมนสิการเป็นการนำพุทธวิธีมาเป็นหลักการในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งแนวคิดดังกล่าวมีผู้ทำการวิจัยมาทดลองหลายท่าน เช่น

สมาน สาครจิต (2532 : บทคัดย่อ) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนแบบสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการมีการเรียนรู้และมีพัฒนาการด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น โดยมีดัชนีเลขคณิตของคะแนนสอบหลังสอนสูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 มีเจตคติที่ดีต่อครูคณิตศาสตร์ด้านบุคลิกภาพ ความเป็นกัลยาณมิตรและพฤติกรรมการสอน รวมทั้งเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเดิม โดยดูจากดัชนีของคะแนนการประเมินเจตคติหลังสอน

พจนารจ บัวเขียว (2535 : บทคัดย่อ) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอนโดยการสอนแบบแก้ปัญหาที่ใช้วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาจริยธรรมกับบุคคลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อารมณ กัณฑศรีวิกรม (2536 : บทคัดย่อ) ศึกษาผลการสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการโดยใช้วิธีคิดแบบคุณโทษและทางออกที่ดีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการโดยใช้วิธีคิดแบบคุณโทษและทางออก มีคะแนนความรู้เรื่องสิ่งแวดล้อมสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 และมีความสามารถในการตัดสินใจเรื่องสิ่งแวดล้อมสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

นิตยา คงเกษม (2544 : บทคัดย่อ) ศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือที่บูรณาการกับโยนิโสมนสิการที่มีต่อความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความฉลาดทางอารมณ์ด้านการตระหนักรู้ในตนเอง การควบคุมตนเอง การมีแรงจูงใจ การเข้าใจความรู้สึกของผู้อื่น การมีทักษะทางสังคม การพึ่งตนเอง และการมีความสงบทางจิตใจโดย

ส่วนย่อยในแต่ละด้านและโดยรวมหลังการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิริมา กลิ่นกุหลาบ (2546) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนคุณธรรมที่ส่งเสริมความเป็นพลเมืองดีตามระบอบประชาธิปไตยด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจำง่าค่านิยม ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่เรียนด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจำง่าค่านิยม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ผู้ที่เรียนด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยรูปแบบโยนิโสมนสิการ จะเห็นได้ว่ามีผลต่อความคิดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ดังนั้นการปลูกฝังและการฝึกคิดด้วยวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการจึงมีความจำเป็นในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน

2.1 ความหมายของการใช้ตัวแทน

การใช้ตัวแทน เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญที่จะพาผู้เรียนไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการให้ความหมายของ การใช้ตัวแทน ไว้ดังนี้

ตามความหมายจากหนังสือศัพท์คณิตศาสตร์ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2545 :106 ;179) มีคำที่กล่าวถึง Representation ดังนี้

1. representation of a vector ในความหมายว่า ตัวแทนเวกเตอร์
2. representation theory ในความหมายว่า ทฤษฎีตัวแทน (ซึ่งจะไปประกอบกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เช่น Algebra representation theory เป็นต้น)
3. graphical representation ในความหมายว่า ตัวแทนเชิงกราฟ

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 198) ได้กล่าวเกี่ยวกับ ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในวิชาพีชคณิตว่า เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยหรือ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM. 2004 : Online) ได้แสดงหลักการและมาตรฐานของการเรียนคณิตศาสตร์

ในโรงเรียน (Principles & Standards for School Mathematics) เกี่ยวกับทักษะกระบวนการ ประกอบด้วย

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การพิสูจน์และการให้เหตุผล (Reasoning & Proof)
3. การสื่อสาร (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connections)
5. การใช้ตัวแทน (Representation)

และการใช้ตัวแทน ในโครงสร้างของหลักสูตรจากก่อนอนุบาลถึง เกรด 12 ของ NCTM มีความต้องการให้นักเรียนมีลักษณะ

1. คิดวิธีการในการใช้ตัวแทนและใช้ตัวแทนในการรวบรวม บันทึกลง และสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์
2. เลือก ประยุกต์ และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นแบบจำลองและอธิบายปรากฏการณ์ทางกาย ทางสังคม และปรากฏการณ์ทางคณิตศาสตร์

แจนวิเออร์ กิราร์ดอน และมอแรนด์ (Janvier; Girardon ;& Morand. 2000 : 79 - 82) กล่าวถึง การใช้ตัวแทนว่าเป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ แต่ก่อให้เกิดปัญหามากมายสำหรับครูที่จะสรุปว่านักเรียนสามารถสร้างหรือตีความด้วยตัวเองได้หรือไม่ นักเรียนต้องการรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของการใช้ตัวแทน ปัจจุบันผู้แต่งตำราหลายคนได้พยายามเน้นบทบาทของการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิและจำนวน และยังให้ความสำคัญพอๆกับการทำกิจกรรม ซึ่งใช้สื่อการสอนที่จับต้องได้ รวมทั้งการเข้ามามีบทบาทของคอมพิวเตอร์ที่มีความสามารถมากมาย ที่ทำให้แนวโน้มการสอนแบบเดิมเปลี่ยนไป ซึ่งคำจำกัดความของคำว่า " การใช้ตัวแทน" มีความพยายามที่จะให้คำจำกัดความมีความกระชับ ซึ่งผู้แต่งตำราเน้นการให้ความสำคัญในการแยกแยะระหว่างสัญลักษณ์ (signifier , referent) และเนื้อหาความคิด (signifier , referenced) แต่เนื่องจากสัญลักษณ์มีปรากฏอยู่ในจิตใจของผู้คิดอยู่แล้ว ได้ก่อให้เกิดความแตกต่างระหว่างของความคิดของตัวแทนภายนอก และตัวแทนภายใน ตัวแทนภายนอกมีผลต่อการกระตุ้นในด้านความรู้สึก ซึ่งตัวแทนเหล่านี้ได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟิก และระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ ซึ่งสิ่งเหล่านี้มักพิจารณาว่าเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม สำหรับธรรมชาติของตัวแทนภายในนั้นมีความหมายคลุมเครือ เนื่องจากเราไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง อย่างไรก็ตามเราจะเห็นตัวแทนภายในได้โดยการ

วินิจฉัยจากการสังเกตนักเรียนขณะทำงาน ในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจ โดยตัวแทนภายในจะถูกนำเสนอออกมาเป็น แผนภูมิ (schemas) ความคิดรวบยอด (conception) และสิ่งที่ก่อให้เกิดภายในจิตใจ (mental subjects)

คำสำคัญในทฤษฎีการใช้ตัวแทนจะมีคำว่า " หมายถึง " หรือ " กล่าวถึง " เนื่องจากเป็นคำที่จะเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนภายนอกกับตัวแทนภายใน ตัวอย่าง กราฟการแข่งรถในกราฟคาร์ทีเซียน การอ่านค่าจะขึ้นอยู่กับค่าของแต่ละจุด เกี่ยวกับโครงสร้างความเร็ว ระยะเวลา การชลอของรถในช่วงโค้งและในส่วนที่มีความสัมพันธ์กันจะขึ้นอยู่กับความหมาย รูปร่างของกราฟแต่ละอันที่จะช่วยสื่อความหมายของการแทน

การใช้การแทนภายนอกจึงสามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ในแง่ที่ว่า ตัวแทนสามารถได้รับการยอมรับโดยสัญลักษณ์ของสถานการณ์ตัวแทน โดยไม่มีการอ้างอิงถึงตัวแทนภายใน นี่คือนี่ที่แสดงว่า แบบฝึกหัดพีชคณิตที่ว่า " จงแก้ปัญหา $x + 4 = 7$ " สามารถแก้ได้ ทั้งนี้โดยใช้กฎของการใช้ตัวแทนภายนอก เช่น " ย้าย 4 ไปอยู่อีกข้างแล้วเปลี่ยนเครื่องหมาย " (ในความหมายที่นักเรียนในประเทศไทยชอบใช้ว่า " ย้ายข้าง ") นอกจากนี้เราอาจพิจารณาการผลักดันในแง่ความหมายเมื่อตัวแทนภายในเข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้อง จากตัวอย่าง 4 จะถูกหักออกทั้งสองข้างของสมการ เพื่อที่จะทำให้เกิดความสมดุลในด้านปริมาณหรือจำนวน สิ่งที่สำคัญที่สุดเห็นจะเป็นคำกล่าวของ กลาสเซอร์สฟิลด์ (Glaserfeld) ที่ว่าการใช้ตัวแทนไม่ใช่การแทนตัวมันเอง มันต้องการการตีความ ถูกตีความ และต้องการผู้ตีความ การสังเกตนี้ขัดแย้งกับมุมมองของตัวแทนในแง่ที่ว่า ตัวแทนถูกทำขึ้นเพื่อนำพาการอธิบายภาพตัวอย่าง ในขณะที่มุมมองที่แสดงการใช้ตัวแทนภายในเป็นการผสมข้อมูลข่าวสารส่งการใช้ตัวแทนภายนอก และในทางเดียวกัน การใช้ตัวแทนเป็นการสร้างการถ่ายทอด ผู้ที่รับเพียงแค่เปิดข่าวสารนั้น ภาพซ้อนของความจริงนับเป็นความรู้ที่ได้มาผ่านการใช้ตัวแทน ผู้เรียนเป็นผู้กระทำในกระบวนการแปลความ ซึ่งต้องอาศัยกับระดับพื้นความรู้ที่เกิดขึ้นก่อนหน้า

คิวโค (Cuoco, 2001: บทหน้า x - xi) ได้กล่าวถึงความหมายของการใช้ตัวแทนว่า ตัวแทนเป็นแผนที่ ไม่ใช่แหล่งของสิ่งต่างๆที่ถูกแทน (สิ่งที่ถูกนำเสนอ) หรือไม่ใช่เป็นปลายทาง (เป็นการเข้าใจได้ดีกว่าสิ่งต่างๆ) เมื่อเด็กกำหนดการจับคู่ระหว่างจำนวนกับจุดบนเส้นตรง จุดไม่ใช่การใช้ตัวแทน การใช้ตัวแทนเป็นการกำหนดการจับคู่ต่างหาก และการใช้ตัวแทนก็ไม่ใช่กับจับคู่ของสิ่งของมันเป็นการแสดงโครงสร้าง การใส่สัญลักษณ์ทางพีชคณิตในเครื่องคิดเลขไม่ใช่เป็นการใช้แทนปฏิกิริยาทางกายภาพทั้งหมดของการใช้ตัวแทน ถ้าการดำเนินการทางพีชคณิตบนเครื่องหมายสัญลักษณ์เป็นการเปลี่ยนสถานะทางกายภาพ เราถึงมีการใช้ตัวแทนอย่างแท้จริง การใช้ตัวแทนเป็นชุดของการให้สิ่งหนึ่งเปลี่ยนสิ่งหนึ่งสู่อีกสิ่งหนึ่ง และการเปลี่ยนสู่การใช้เหล่าตัวแทนแบบอื่นๆ นอกจากนี้การใช้ตัวแทนยังแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การใช้ตัวแทนภายนอก (External

representation) เป็นตัวแทนที่เราสามารถใช้สื่อสารกับคนอื่นอย่างง่ายดาย มันเป็นเครื่องหมาย สัญลักษณ์บนกระดาษ การวาดภาพ การร่างภาพเรขาคณิต การทำเป็นสมการ และการใช้ตัวแทนภายใน (Internal representation) เป็นจินตนาการที่เราคิดในใจของเราสำหรับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มันจึงเป็นการยากที่จะพรรณนา

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทน คือตัวกลางในการสื่อความคิด ความเข้าใจ ในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายตามหลักสูตรในประเทศไทย แต่ในต่างประเทศ โดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการนี้ จนเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยตัวแทนที่กล่าวนั้นอาจจะเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนยังแบ่งออกเป็นตัวแทนภายนอก คือสัญลักษณ์ต่างๆที่กล่าวมาแล้ว กับตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด ตัวอย่างที่ง่ายต่อการเข้าใจมากที่สุดคือ การหาคำตอบของสมการ $x + 4 = 7$ ในการพิจารณาการแก้สมการซึ่งเป็นตัวแทนภายนอก ก็คือการย้ายข้างของ 4 และเปลี่ยนเครื่องหมายของ 4 ทำให้ได้คำตอบ $x = 3$ แต่ในกรณีของตัวแทนภายในก็คือเหตุผลในการตัด 4 ออกทั้งสองข้าง ซึ่งเป็นการตัดออกของจำนวนที่เท่ากันตามสมบัติการเท่ากัน

2.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน

นอกจากความหมายของการใช้ตัวแทนจะเป็นเรื่องที่น่าสนใจแล้ว สิ่งที่มีความน่าสนใจไม่ยิ่งหย่อนกว่ากันคือ ความสำคัญของการใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนดังนี้

ซูทซ์ และ วอเตอร์ส (Schutz; & Waters. 2000 : 448) กล่าวถึงองค์ประกอบของเหตุผลในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์เตรียมนักเรียนสู่การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น ให้ผู้เรียนดัดแปลงคณิตศาสตร์เข้าสู่ฐานของโลกแห่งความเป็นจริง เพราะผลจากการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มขึ้นและปรับสู่ลักษณะการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังนั้น NCTM จึงมีการเพิ่มมาตรฐานผลการเรียนรู้ในปี 1989 ในเรื่องของการใช้ตัวแทน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งประเทศสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 :280) ; (2004.(Online)) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบสิ่งต่างๆด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทน

ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และการใช้ตัวแทนเป็นความจำเป็นสำหรับความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การใช้ตัวแทนทำให้นักเรียนเข้าใจการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขาและคนอื่นๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างความคิดรวบยอดกับการดัดแปลงคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง การใช้ตัวแทนจะกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง ตัวอย่างเรื่องเศษส่วน นักเรียนต้องการนำเสนอการใช้ตัวแทนที่หลากหลายที่จะสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขา นักเรียนต้องการความเข้าใจในการแปลความที่หลากหลายของเศษส่วน ดังเช่น อัตราส่วน แสดงการหาร หรือ เศษส่วนของจำนวน พวกเขาต้องการความเข้าใจแบบอื่นๆพร้อมๆกันในการใช้ตัวแทนของเศษส่วน เช่น การแทนจุดที่เป็นเศษส่วนในเส้นจำนวน

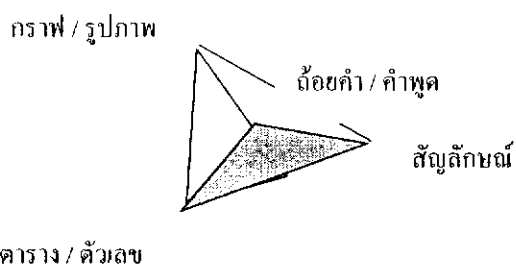
ในบางรูปของการใช้ตัวแทน เช่น แผนภาพ (diagrams) กราฟ และสัญลักษณ์การแสดงความคิด เป็นส่วนที่มีมานานแล้วในการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน แต่โชคร้ายที่การใช้ตัวแทนนี้และอื่นๆ ถูกสอนและเรียนมาเป็นเวลานานราวกับกลายเป็นจุดจบของพวกมัน ที่กล่าวมานี้แสดงขอบเขตของพลังและประโยชน์ของการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนและการปฏิบัติการคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแทนเป็นความสำคัญสนับสนุนตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางที่จะสร้างความหมายทางความคิดคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน แม้ว่าการใช้ตัวแทนเหล่านั้นไม่เป็นระเบียบแบบแผน ในเวลาเดียวกันนักเรียนจะเรียนรูปแบบที่มีระเบียบแบบแผนของการใช้ตัวแทนที่ง่ายต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสื่อสารกับคนอื่นเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ การเป็นหน่วยเดียวกันของเทคโนโลยีที่ไกลจากโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้เพิ่มความต้องการของนักเรียนให้เป็นความสะดวกสบายกับการใช้ตัวแทนรูปแบบใหม่

ดอสเซย์ และคณะ (Dossey; et al. 2002 : 83 – 85) ได้ให้ความสำคัญของการใช้ตัวแทนโดยมองคณิตศาสตร์ในฐานะตัวแทน โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบบรรยายถึงสถานะและความคิดคณิตศาสตร์ ความสำคัญของรูปแบบต่างๆเป็นการอธิบายเป็นส่วนในการสื่อสารและการเชื่อมโยง
2. การใช้ตัวแทนขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของนักเรียนและชี้ให้เห็นความที่ไม่เข้าใจในรูปแบบอย่างเพียงพอ ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปรของนักเรียนที่หลากหลายเพิ่มความสามารถในการทำและเข้าใจคณิตศาสตร์

3. การใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน (Tetrahedron) ภาพเดียวที่มียอดมุมแสดงการใช้ตัวแทนที่แตกต่าง เช่น มุมของกราฟหรือรูปภาพ เกี่ยวกับคำพูด ตารางหรือตัวเลข ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 3 การใช้ตัวแทนในคณิตศาสตร์

4. การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการในการดำเนินการของการจับต้องความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือความสัมพันธ์การถ่ายทอดความคิดบางรูปแบบ นักเรียนในระดับมัธยมปลายควรจะมีหลากหลายกว้างขวางในการใช้ตัวแทน และนักเรียนควรยึดหยุ่นในการใช้รูปแบบที่หลากหลายบรรยายการใช้ตัวแทนที่แสดงรูปแบบสถานการณ์และจุดประสงค์ของการใช้ตัวแทน

5. การใช้ตัวแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ผู้สังเกตการณ์ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์การใช้ตัวแทน (เห็นคุณค่าตัวแบบที่หลากหลาย) นักเรียนสามารถตกลงใจว่าการใช้ตัวแทนไหนที่ให้คุณค่าในข้อมูลข่าวสาร และตัวแทนไหนไม่ใช่ ตัวอย่าง หลังจากการใช้กราฟและสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของเซตในสถานการณ์ของระบบสมการ นักเรียนจะตระหนักว่าการใช้ตัวแทนเป็นมากกว่าความถูกต้อง

6. นักเรียนมักต้องการเห็นการใช้ตัวแทนหลากหลายของความคิดรวบยอดก่อนที่พวกเขาจะเริ่มค้นหาใจความคิดรวบยอดให้เป็นรูปร่าง นักเรียนบางคนพัฒนาความเข้าใจที่แจ่มแจ้ง เมื่อพวกเขาเห็นภาพวาดหรือกราฟ บางคนชอบการใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ทางพีชคณิตมากกว่า ในขณะที่บางคนต้องการทั้งสองแบบ

7. การใช้ตัวแทนช่วยให้เห็นภาพรวมและเป็นการบันทึกข้อมูลที่การบันทึกทำไม่ได้สะดวกหรือเป็นการใช้แทนข้อมูล

8. เทคโนโลยีเปิดประตูสู่การคิดการใช้ตัวแทน นักเรียนกับเครื่องคำนวณกราฟเบื้องต้นสามารถกระโดดจากสัญลักษณ์สู่ตัวแทนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากแสดงกราฟโปรแกรมยังแสดงตัวแทนเป็น 3 มิติ เป็นการสู่โลกแห่งเป็นจริงอย่างเต็มที่ การเปลี่ยนแปลงโปรแกรมเรขาคณิตทำให้เห็นวัตถุเคลื่อนไหวได้อย่างซ้ำๆ

9. แม้ว่าจะมีหรือไม่มีเทคโนโลยี ก็จะมีกระบวนการการใช้ตัวแทนสถานการณ์ของ

โลกความเป็นจริงผ่านคณิตศาสตร์ เรียกว่าตัวแบบ (Modeling) ตัวแบบให้นักเรียนแสดงถึงลักษณะเฉพาะของปรากฏการณ์ธรรมชาติของโลกแห่งความจริงผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ (Diagram) นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ และทำการตัดสินใจในการแก้ปัญหาบ่อยครั้งที่นักเรียนผิดพลาดในการตรวจสอบ ตัวอย่างเช่น ตัวแบบของผู้ถูกล่ากับผู้ล่า คือหนูกับเหยี่ยว จะต้องพิจารณาขอบเขตที่อยู่อาศัย แต่ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำการนับเหยี่ยวซึ่งเป็นผู้ล่า หรือผู้ล่าหนูชนิดอื่นๆ แม้ว่าตัวแบบทำให้นักเรียนเข้าใจถึงกำลัง (power) ของตัวแบบและรู้ว่ามีประโยชน์ในคณิตศาสตร์

เพอร์รี และ แอทกินส์ (Perry; & Atkins. 2002 :196 ,200 -201) ได้อ้างถึง NCTM (2000) ว่า ครูสามารถไปถึงประโยชน์การหยั่งเห็นจากการตีความและการคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการมองผ่านการใช้ตัวแทนของเขา และ เพอร์รี และ แอทกินส์ ยังกล่าวต่อว่า การเห็นนัยของการใช้ตัวแทนของนักเรียนเปิดช่องให้เห็นร่องรอยการสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนรู้ ช่วยครูตีความความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มาก่อนที่เราจะคาดหวังให้นักเรียนเข้าใจและใช้ตัวแทนที่เป็นที่ยอมรับ

ลูบีนสกี และ ออตโต้ (Lubinski; & Otto. 2002 : 76 - 80) กล่าวว่า การสื่อสารทั้งโดยการพูดหรือการเขียนเป็นกฎที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนและครูต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจและการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น ส่วนที่สำคัญของกระบวนการสื่อสารเป็นการเลือกใช้สัญลักษณ์ให้เป็นตัวแทนในการคิด กระบวนการการใช้ตัวแทนแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นในขั้นเล็กๆของโครงสร้างการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และปรากฏในการอธิบายความคิดซึ่งนักเรียนชั้นเริ่มต้นสามารถบรรยายได้

โมเยอร์ และ เมลล์เลย์ (Moyer; & Mailley. 2004 : 252) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายสนับสนุนสถานการณ์ที่แตกต่างทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนการสร้างเหตุผลกระบวนการและพัฒนาการเชื่อมโยง ส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวน

กรีนและฮอลล์ (กัลยา ทองสุ .(2545) :19 อ้างถึง Greeno and Hall.) สรุปความสำคัญของตัวแทนไว้ ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนจะสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยนักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

จากการศึกษาที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถสรุปว่า การใช้ตัวแทน มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่และอย่างไร แม้ว่าหากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการใช้ตัวแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มีความเข้าใจหรือมีตัวแทนภายในอย่างแท้จริง ครูก็จะสามารถพิจารณาเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากนี้การใช้ตัวแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ตัวแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และการใช้ตัวแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น รวมทั้งทำการแสดงแปลงสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงสู่การเป็นตัวแทน (Modeling) ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดจากการใช้ตัวแทน

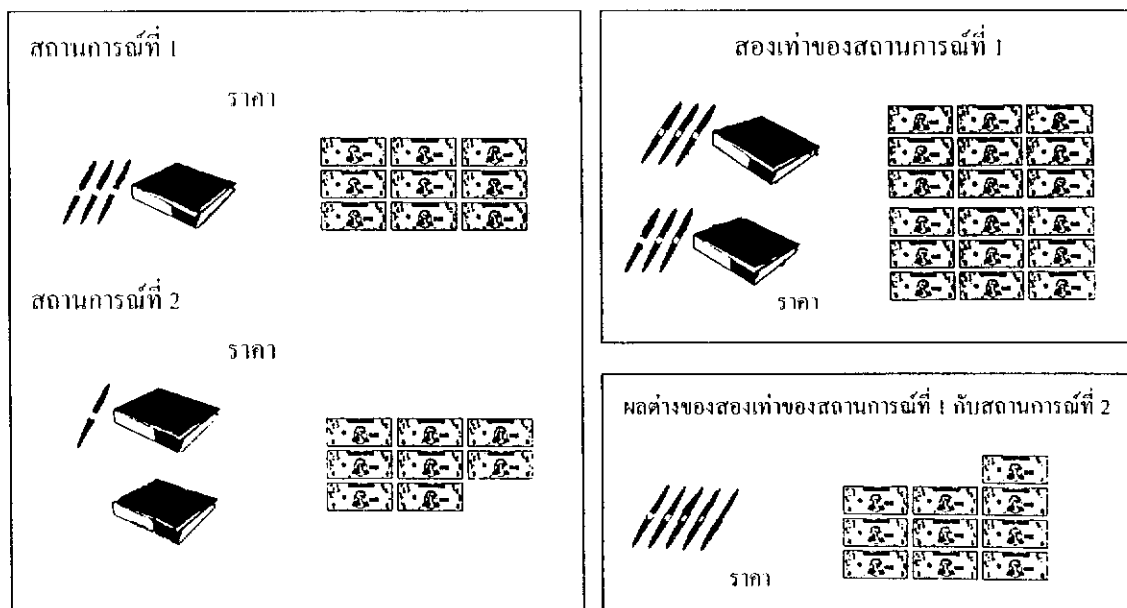
2.3 การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนของต่างประเทศในปัจจุบัน มีการนำการใช้ตัวแทนในกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีตัวอย่างดังต่อไปนี้

ซูทส์ และ วอเตอร์ส (Schutz; & Waters. 2000 : 448) สนใจว่าการใช้ตัวแทนแบบไหนถึงจะเป็นตัวแทนที่ดีส่งเสริมการเข้าใจความคิดรวบยอด เหมาะกับสถานการณ์การแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาไปสู่คณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป หรือเหมาะแก่การนำมาใช้เพราะมีความถูกต้องและยืดหยุ่น บางอย่างก็ให้ลักษณะของเทคโนโลยีและตัวแทนบางอย่างก็เหมาะกับระดับของนักเรียนในการเรียนรู้ จึงประมวลการใช้ตัวแทน ในการแก้สมการ $3x + y = 9$ และ $x + 2y = 8$ ว่ามีการใช้ตัวแทนดังนี้

1. เป็นรูปธรรม ความคิดที่เห็นได้ชัดคือการใช้ภาพปากกาและสมุดจับคู่กัน โดยทำให้ง่ายโดยใช้ตัวแทนว่า ปากกา 3 แท่ง กับสมุด 1 เล่ม ราคา 9 เหรียญ และปากกา 1 แท่ง กับสมุด 2 เล่ม ราคา 8 เหรียญ ปากกาแต่ละแท่งราคาเท่ากันและสมุดในแต่ละเล่มก็ราคาเหมือนกัน หาราคาแต่ละอย่าง ซึ่งตัวอย่างที่แสดงนี้เป็นวิธีในการแก้ปัญหาที่ทำให้เกิดสถานการณ์อย่างเดียวกับสมการ ในการเปรียบเทียบจำนวนปากกากับราคา มีการสร้างภาพ นำสองเท่าของสถานการณ์แรกที่มีจำนวน

หนังสือเท่ากับสถานการณ์ที่ 2 แล้วหักภาพที่สองออกก็จะได้ปากกา 5 แท่ง ราคา 10 เหรียญ ซึ่งก็เท่ากับปากกาแท่งละ 2 เหรียญ จากนั้นก็หารราคาสมุด ได้ราคาสมุดเป็น 3 เหรียญ ลำดับดังภาพ



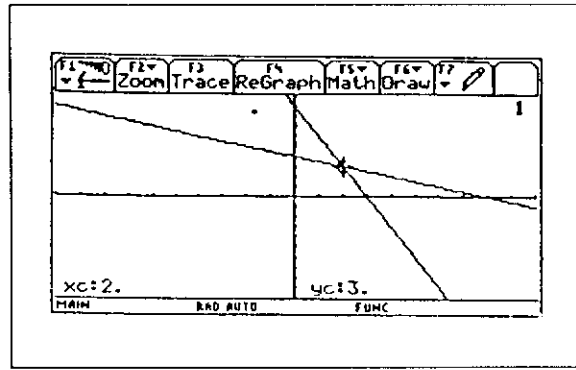
ภาพประกอบ 4 ตัวแทนรูปธรรม

2. การใช้ตาราง ซึ่งเป็นรูปแบบการเดาและตรวจคำตอบ หรือ การลองผิดลองถูก ซึ่งมีการแสดงการใช้ในชั้นเกรด 8 โดยภาพประกอบ 5 ด้านซ้ายมือเป็นการแสดงการเขียนแก้ปัญหาด้วยมือ ส่วนด้านขวามือเป็นภาพการใช้ตารางสเปรดชีท (Spreadsheet)

| ตารางตัวแทนโดยการเขียนด้วยมือ | | | | ตารางตัวแทนสเปรดชีท | | | |
|-------------------------------|----------|-------------|-------------|---------------------|--|--|--|
| <u>X</u> | <u>y</u> | <u>3x+y</u> | <u>x+2y</u> | | | | |
| 1 | 1 | 4 | 3 | | | | |
| 1 | 4 | 7 | 9 | | | | |
| 3 | 2 | 11 | 7 | | | | |
| 2 | 3 | 9 | 8 | | | | |
| Bethang | | | | | | | |

ภาพประกอบ 5 ตารางตัวแทนสเปรดชีท

4. การใช้กราฟ ซึ่งทำการสร้างกราฟของ $Y_1 = 9 - 3X$ และ $Y_2 = 4 - 0.5X$ ค่าที่ต้องการคือพิกัดจุดที่เส้นตรงสองเส้นตัดกัน ซึ่งวิธีนี้จะเห็นได้มากที่สุดในห้องสี่เหลี่ยม



ภาพประกอบ 6 การใช้ตัวแทนกราฟ

4. พีชคณิต เป็นการใช้การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต คือ ทำให้สมการสองสมการมีจำนวนตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเท่ากันแล้วนำมาหาค่ากับอีกตัวที่เหลือเพียงตัวแปรเดียว เมื่อได้ค่าตัวแปรแรกแล้วก็ทำการแทนค่าในตัวแปรที่สอง ดังภาพประกอบที่ 7

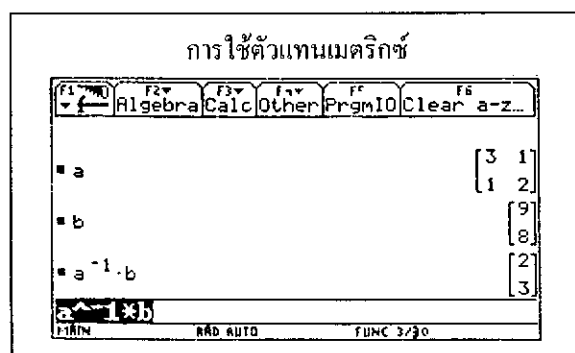
$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 9 \\ x + 2y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 18 \\ x + 2y = 8 \\ \hline 5x = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array}$$

ภาพประกอบ 7 การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต

5. เมตริกซ์ การใช้ตัวแทนนี้เป็นระบบการเท่ากันของวิธีเมตริกซ์

$$a = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad z = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

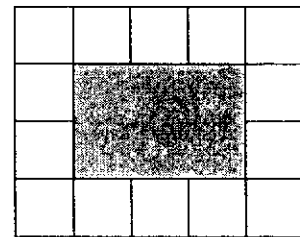
ดังนั้นแก้โดยการให้ $az = b$ คือ $z = a^{-1}b$ ซึ่งเครื่องคิดกราฟแบบพกพาแสดงดังในรูป



ภาพประกอบ 8 การใช้ตัวแทนเมตริกซ์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 279 – 283) กล่าวถึงการใช้ตัวแทนในระดับชั้นมัธยมศึกษาว่า นักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแก้ปัญหาหลายปัญหาด้วยการคิดและใช้ตัวแทนในการรวบรวมและบันทึกความคิดของพวกเขาเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น พวกเขาใช้ตัวแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์สู่ความเข้าใจของพวกเขาเกี่ยวกับเรื่องของสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเรื่องสัดส่วน เมื่อนักเรียนแปลงโจทย์เป็นภาพของสัดส่วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้สามารถหาคำตอบได้โดยง่ายขึ้น หรือการวาดภาพในการแก้ปัญหาการปูกระเบื้องเซรามิก 1 แถวรอบสระน้ำ ครูให้นักเรียนอธิบายจำนวนของกระเบื้องที่ใช้ในการปูรอบสระน้ำที่มีความยาวและความกว้างหลายรูปแบบ ด้วยภาษาพูด จำนวน ตาราง ภาพ และสัญลักษณ์ ซึ่งจะได้รูปแบบของการอธิบายในรูปของตารางบันทึก การที่นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้นเป็นสูตรทั่วไป ว่า $T = 2(L + W) + 4$ ดังรูป

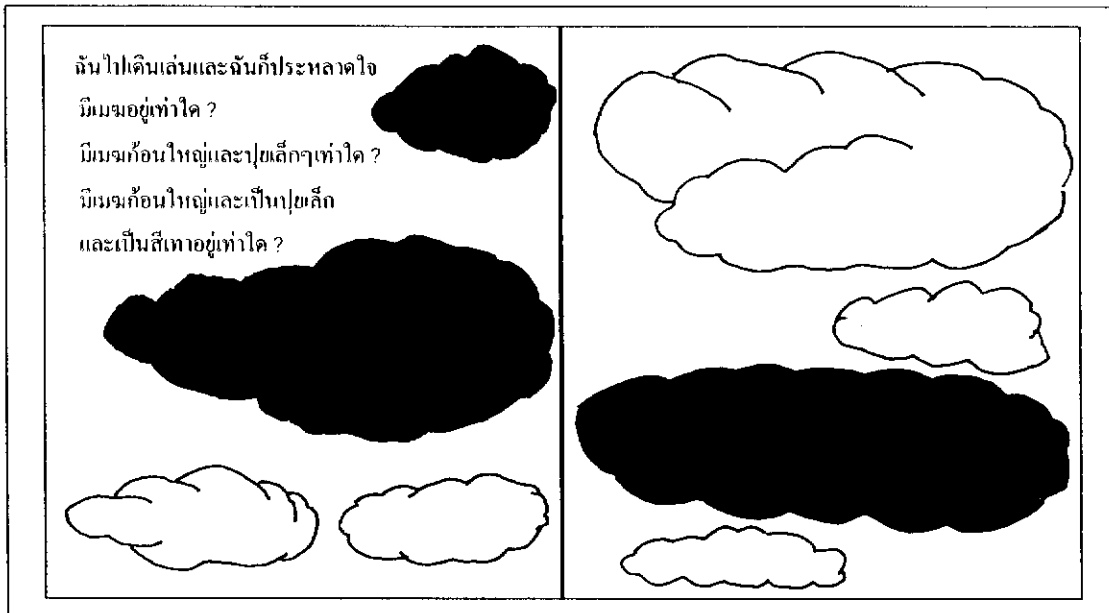
| ความยาวสระ | ความกว้างสระ | จำนวนกระเบื้อง |
|------------|--------------|----------------|
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 1 | 10 |
| 3 | 1 | 12 |
| 3 | 2 | 14 |
| 3 | 3 | 16 |
| 3 | 4 | 18 |



ภาพประกอบ 9 การใช้ตัวแทนภาพ

มีผลที่เกิดขึ้นระหว่างการเรียนการสอน คือประเด็นที่น่าสนใจเกี่ยวกับการมองรูปแบบของนักเรียนในสมการเกี่ยวกับพีชคณิต $(2L + 2W)$ กับ $2(L + W)$ ซึ่งมีการอธิบายโดยใช้ภาพอธิบาย ซึ่งเป็นสมบัติของการแจกแจงที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ซึ่งข้อดีของเรื่องนี้คือทำให้เกิดความเข้าใจในสมบัตินี้ดีกว่าการที่ครูอธิบายด้วยคำพูด

ลูบินสกี และ ออตโต้ (Lubinski; & Otto. 2002 : 77-79) เสนอกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สู่โลกความเป็นจริงนอกห้องเรียน ด้วยการนำภาพเมฆดังภาพประกอบ 10 และมีการใช้คำถามถึงจำนวนของเมฆในการจัดกลุ่มของเมฆโดยการรวมเมฆก้อนใหญ่ 3 ก้อนและเมฆก้อนเล็ก 5 ก้อน กับการแยกเป็นเมฆที่เป็นสีขาวและเมฆสีดำ ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 ภาพเมฆและวลีคำถาม

เมื่อนำภาพมาแสดงให้นักเรียนดู ครูใช้คำถามให้นักเรียนตอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทนในการบวกและการลบจำนวน โดยถามเกี่ยวกับจำนวนของเมฆก้อนเล็กกับเมฆก้อนใหญ่ และเมฆสีขาวกับเมฆสีดำ เมื่อนำมารวมกัน ซึ่งมีตัวอย่างของคำถามและคำตอบดังนี้

ครูถามว่า "นักเรียนคนไหนจะบอกครูเกี่ยวกับจำนวน $3+5$ กับจำนวน $4+4$: อารอน"

อารอน " ทั้งคู่มีค่าเท่ากับ 8 ครับ "

ครูถามว่า " ใช่ ทั้งคู่เท่ากับ 8 มีอะไรจะบอกมากกว่านี้ไหม : แอนจิลิน่า "

แอนจิลิน่า " มันคือ 3 ค่ะและหมายความว่ามีการหายไปของ 4 ในขณะที่ 4 อีกตัวหนึ่งเดินหน้าไปก็เป็น 5 จึงเป็นการจับคู่กันของ 3 กับ 5 ค่ะ "

ครูถามว่า " มีใครจะบอกครูอีกไหม "

เกร็ก เสนอคำตอบว่า " ทั้งคู่เป็นจำนวนของเมฆครับ "

ครูพูดว่า " นี่เป็นจำนวนเมฆของ $3+5$ และนี่ก็เป็นจำนวนเมฆของ $4+4$ และเรารู้ว่ามันเป็นจำนวนเดียวกัน ครูสามารถจะใส่เครื่องหมายอะไรในระหว่างที่ว่างของสองจำนวนนี้สัญลักษณ์อะไรในคณิตศาสตร์ที่เราพูดถึงจำนวนเดียวกัน : ดาเรีย "

ดาเรีย " เครื่องหมายเท่ากับ "

จากนั้นครูเขียน $3+5 = 4+4$ บนกระดานดำ และให้เวลานักเรียนอภิปรายแต่ละจำนวน และเครื่องหมายที่ใช้เป็นตัวแทน เป็นการฝึกการสื่อสารในความเข้าใจของนักเรียนผ่านการใช้ตัวแทน

กิจกรรมที่กล่าวมานี้เป็น การเห็นความสัมพันธ์และเข้าใจจำนวนในการบวกอย่างง่าย ที่ผ่านการใช้จำนวนของวัตถุในสถานการณ์ นักเรียนจะเรียนว่าไม่สามารถนำเครื่องหมายการบวก ออกมา พวกเขายอมรับเครื่องหมายบวกแล้ว สิ่งนี้ก็จะ เป็นประสบการณ์ที่จะช่วยเตรียมนักเรียนให้ ยอมรับความคิดเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น $3y+2$ ได้ว่าไม่สามารถทำให้เป็นรูปอย่างง่ายโดยการ บวกกันในพจน์ และนักเรียนมีการใช้เครื่องหมาย " เท่ากับ " ในการเป็นตัวแทนการเท่ากันของปริมาณ สองปริมาณ ซึ่งมันไม่ใช่แค่เป็นโครงสร้างเครื่องหมายในการแสดงการดำเนินการ

ข้อสรุปของ ลูบีนสกี และ ฮอดดได้ คือ การใช้ตัวแทนของนักเรียนในการจัดระบบ ความคิดของนักเรียนและสื่อสารความคิด เป็นสิ่งจำเป็นในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ และการคิดก่อนเริ่มเนื้อหาพีชคณิต นักเรียนทั้งชั้นจะได้รับโอกาส ในการคิดและใช้การใช้ตัวแทนจากภาพเขียนที่มีวลีเดียวที่จะแนะแนวไปสู่การพัฒนาได้นั้น ต้องเริ่ม ใช้ในระดับชั้นเกรด 1 ตามกิจกรรมในหนังสือการนับของเด็ก ครูจะเป็นผู้สาธิตการใช้เครื่องหมายเลข คณิตและสามารถใช้ตัวแทนพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน บรรดาตัวแทนที่ใช้เป็นตัวแทน (Model) ในสถานการณ์ทางพีชคณิตจะเป็นเนื้อหาที่มีแรงจูงใจให้กับนักเรียน

โมเยอร์ และ เมลลีย์ (Moyer; & Mailley. 2004 : 244) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนว่า เป็น ความเข้าใจความคิดรวบยอดของผู้เรียน ความสามารถในการใช้กลยุทธ์และการปฏิบัติที่ชำนาญใน คณิตศาสตร์ ในหลายปีมานี้ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หลายอย่างมีความสำคัญ เช่น การวัด ความรู้สึกเชิงจำนวน และสัดส่วน จึงควรมีสถานที่นักเรียนได้สืบสวนและค้นพบเป็นความคิดรวบยอด เดียวกันในวิธีที่หลากหลาย ทั้งตัวแทนที่จับต้องหรือเห็นได้อย่างเห็นชัด เช่น แบบจำลองที่มองเห็นได้ และการใช้ตัวแทนนามธรรม

ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถทำการเชื่อมต่อความรู้ความเข้าใจเริ่มต้นในการ อ้างเหตุผลในการคิดคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้ โดยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการของการใช้การ วัดที่ไม่เป็นหน่วยมาตรฐานและเลือกหน่วยเหมาะสม สำหรับวัตถุที่พวกเขากำลังวัดตามจุดประสงค์ ของ มาตรฐานในการวัดของ NCTM ในระดับชั้นก่อนประถมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานในเรื่องจำนวน และการดำเนินการ ในชั้นเด็กเล็กควรจะให้เข้าใจวิธีของตัวแทนจำนวน และความสัมพันธ์ของจำนวน โดยเฉพาะนักเรียนควรจะให้เข้าใจและใช้ตัวแทนเศษส่วนอย่างง่าย เช่น $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ ในการนี้ โมเยอร์ และเมลลีย์ ได้ใช้ตัวแทนที่เป็นรูปภาพในเรื่องดังกล่าวโดยใช้รูปหนอนที่สมมติว่าขนาด 1 นิ้ว (แต่ ความจริงมีขนาดเกือบเท่าความกว้างของกระดาษ A4) และรูปหนอนขนาดครึ่งหนึ่งของขนาดเดิม โดยใช้ภาพของหนอนที่สมมติว่ายาว 1 นิ้วไปเปรียบเทียบกับขนาดสิ่งของอย่างอื่น เช่น หัวแครอท เมื่อ นำไปเทียบกับความยาวของหนอนว่าเท่ากับขนาดของหนอนขนาดไหน และให้นักเรียนใช้ภาพหนอน ขนาดต่างๆ มารวมติดเทียบกัน จะได้ผลรวมที่เป็นการใช้ตัวแทนเป็นสัญลักษณ์จากนักเรียนว่า

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

จากการศึกษาดังที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทน นอกจากมีความสำคัญในการเรียนการสอนในลักษณะตัวกลางในการสื่อสารความคิดแล้ว ยังรวมไปถึงการแปลงจากตัวแทนชนิดที่หนึ่งไปชนิดที่สอง เช่น จากสูตรของสมการสามารถแปลเป็นกราฟ หรือ การหาค่าของสมการ 2 ตัวแปร สามารถใช้ตัวแทนในรูปแบบต่างๆ เช่น เมตริกซ์ กราฟ ตาราง การแก้สมการสองตัวแปรตามลักษณะของพีชคณิต เป็นต้น และการใช้ตัวแทน เป็นกระบวนการที่สำคัญที่จะทำให้ทราบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจต่อการเรียนเพียงใด เพราะในบางครั้งวิธีการในการใช้อาจต่างรูปกัน แต่ความหมายเดียวกัน เช่น $y = mx + b$ กับ $f(x) = mx + b$ หรือ $2(l + w)$ อาจใช้ในรูปของ $2l + 2w$ ซึ่งเป็นการช่วยการมองภาพของสมบัติของจำนวนได้ดีขึ้น และในการใช้ตัวแทนในปัญหาแต่ละกรณีก็อาจทำให้เกิดประเด็นเหตุผลที่แตกยอดออกมาได้นานาประการ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจความหมายของคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน

งานวิจัยต่างประเทศ

เอ็บสไตน์ (Epstein, 1989 : บทคัดย่อ (online)) ทำการศึกษาความรู้การใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์สำหรับกรณีศึกษาในทฤษฎีกราฟ โดยประเด็นเกี่ยวกับภาษาในการเป็นตัวแทนทฤษฎีกราฟ ความรู้เรื่องตัวแทนสามารถทำเป็นโครงสร้างในการเตรียมทั้งพลังการแสดงออกและกระบวนการ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้สนับสนุน 3 หัวข้อคือ 1) การอธิบายการใช้ตัวแทนของเซตอนันต์ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ พิจารณาเป็นเซตของสิ่งต่างๆกับความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งนั้นๆ 2) การแสดงลำดับขั้นตอนของการใช้ตัวแทนที่ชัดเจน โดยผ่านภาษาแบบเป็นทางการ 3) เราได้ใช้การสร้างความคิดรวบยอด ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับพฤติกรรมของนักคณิตศาสตร์ โดย 2 หลักใหญ่ๆของการใช้ตัวแทนเป็นภาพ ภาษาแบบตีกรอบกับภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้ ภาษาที่ตีกรอบก็จะแสดงออกได้อย่างชัดเจนแน่นอน และมีความน่าสนใจในการเขียนกราฟและจัดแบ่งของกราฟสามารถบอกความแตกต่างได้ ภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้ไม่มีขอบเขตจำกัดและมีวิธีการขั้นตอนที่น่าสนใจ ภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้เป็นเครื่องมือที่พิเศษสำหรับโปรแกรมปัญญาประดิษฐ์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสามารถเปลี่ยนความซับซ้อนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (ความมี

อยู่ของคุณสมบัติ) และอาจผสมผสานกันได้ (เพื่อรวมคุณสมบัติทั้งหลายเข้าด้วยกัน) การคาดคะเนหรือการคาดเดาผ่านการพิจารณาอย่างง่าย ๆ และพิสูจน์ทฤษฎีที่ง่ายที่สุดภายใต้การใช้ตัวแทน

โกลดีน และชไตน์โกลด์ (Goldin; & Shteingold . 2001 : 11) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนของจำนวนลบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้น โดยทำการทดลองดังนี้ เริ่มแรกใช้แถบกระดาษยาวที่มีวงกลมวางเรียงต่อกันเพื่อให้นักเรียนซึ่งได้รับการ์ดที่มีตัวเลข 0 – 7 รวมทั้งการ์ดเปล่าให้ไปวางตัวเลข โดยผู้วิจัยคาดว่าเด็กจะวางตัวเลขตามลำดับจากตัวเลขซ้ายมือสุดจนถึง 0 แต่ไม่เป็นเช่นนั้น หลังจากเด็กวางตัวเลขแล้ว ผู้วิจัยพยายามถามถึงเลข 0 และเลขที่ติดลบ (หากมีช่องว่างเหลือ) เด็กก็จะตอบว่าซ้ายสุดจะเป็นศูนย์ เด็กจะมีความเข้าใจว่าไม่มีจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ จากนั้นเป็นขั้นการให้ความหมาย โดยการให้เด็กหมุนเข็มที่อยู่บนวงกลม โดยแบ่งครึ่งวงเป็น 2 รูป คือรูปหน้ายิ้ม กับหน้าบึ้ง ถ้าการหมุนเข็มหยุดที่หน้ายิ้มจะมีค่าเป็น 1 และหยุดที่หน้าบึ้งมีค่าเป็น -1 ถามเด็กในแต่ละรอบว่าจะได้ผลรวมในการหมุนแต่ละรอบกี่คะแนน พบว่าเด็กสามารถเข้าใจในเรื่องของจำนวนลบได้ในลักษณะของการใช้ตัวแทนภายใน แต่มีปัญหในเรื่องของความเข้าใจและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนลบ ซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกที่เด็กยังไม่สามารถใช้ได้ถูกต้อง ซึ่งผลการวิจัยนี้ทำให้ความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจเดิมที่ว่าเด็กเล็กไม่สามารถเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบนั้นเปลี่ยนไป โดยมีการแนะนำว่าน่าจะมีการสร้างหลักสูตรเกี่ยวกับจำนวนลบในเด็กชั้นประถมตอนต้น

เอเวอร์เบ็ค (Averbeck. 2001: 4315-A) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชันและการใช้เครื่องสร้างกราฟในหลักสูตรพีชคณิตระดับวิทยาลัย โดยมีจุดประสงค์ในการศึกษาคือดูการเรียนรู้ของนักเรียนในความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันในพีชคณิตระดับวิทยาลัย ผู้วิจัยต้องการดูความแตกต่างระหว่างนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงกับนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์ต่ำ โดยครูกำหนดหลักเกณฑ์ในการวัดของทักษะพีชคณิตว่าสูงหรือต่ำ ทำการทดลองกับใช้นักเรียนในสาย คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ และศิลป์ จำนวน 25 คนจาก 1 ชั้นเรียน ใน 6 ประเภท (3 สายการเรียน โดยแต่ละสายแบ่งเป็นผู้มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงและต่ำ) การรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจในฟังก์ชันทำโดยการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง แบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันประกอบด้วย คำถามการใช้ตัวแทนในแต่ละแบบมี 4 ข้อ ส่วนคำถามสำหรับนิยามมี 3 ข้อ การให้พิจารณาว่าข้อใดเป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของฟังก์ชัน 15 คำถามซึ่งประกอบขึ้นด้วย 3 สถานะปัญหาที่ให้ในรูปแบบตัวเลข กราฟ และสัญลักษณ์ในการใช้ตัวแทน ข้อมูลในกฎเกณฑ์ของเครื่องคำนวณกราฟ ทุกคามมีการสังเกตการประยุกต์ใช้ สังเกตดูพฤติกรรมกรรมการตอบสนองของนักเรียนที่เป็นทั้งการสนทนาอย่างทางการและไม่เป็นทางการที่มีต่อครูผู้สอน นักเรียนแต่ละคนมีนิยามที่ดีขึ้นต่อคำนิยามทางการของฟังก์ชัน นักเรียนมีปัญหาในการเรียน 3 ประการ คือ (ก) การจัดลำดับคู่ของโดเมนและเรนจ์ (ข) การชอบใช้ขั้นตอนง่าย ๆ (ค) ข้อจำกัดของฟังก์ชัน 1 – 1 ผลการเปรียบเทียบพบว่า

นักเรียนที่มีทักษะสูงในการใช้สัญลักษณ์ที่หลากหลายทำงานที่เปลี่ยนการใช้ตัวแทนของฟังก์ชันได้มากกว่า จำนวนครึ่งหนึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์ที่มีทักษะต่ำเข้าใจการใช้ฟังก์ชันในรูปแบบเดียวใน เลขคณิต กราฟ และสัญลักษณ์ตัวแทนแบบที่แยกส่วนกัน และเครื่องคำนวณกราฟใช้ในทศวรรษของ กระบวนการแก้ปัญหา ระหว่างเริ่มแรกนักเรียนใช้เครื่องคำนวณพัฒนาสัญลักษณ์ใกล้เคียง เป็นการ สร้างแรงจูงใจที่ดีในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ ในการแก้ปัญหาเริ่มแรกเป็นการหลีกเลี่ยงความวิตกกังวลที่จะผิดพลาด การใช้เครื่องคำนวณกราฟที่ธรรมดาที่สุดเป็นการตรวจสอบคำตอบในการ แก้ปัญหา อย่างไรก็ตามเครื่องคำนวณกราฟสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนที่ยอมรับในการเพียงเห็น แครูปกราฟ การแปลการตัดกราฟแสดงได้โดยเครื่องคำนวณ นักเรียนหาขอบเขตของโดเมนใน ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเพราะนักเรียนไม่สามารถสำรวจหากราฟได้

คาโต และคณะ (Kato ;& et al. 2002 : 30) ได้ทำการทดลองกับเด็กญี่ปุ่น 60 คน อายุ ระหว่าง 3 ปี 4 เดือน กับ 7 ปี 5 เดือน ในการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล การวิจัยนี้ศึกษาความสัมพันธ์ ระหว่างระดับความคิดนามธรรม (การประเมินในการถามที่ยุ่งยากเกี่ยวกับจำนวน) กับระดับของการ ใช้ตัวแทนของนักเรียน (ประเมินโดยการถามเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางภาพ (graphic representation) ของกลุ่มของวัตถุ) ในการศึกษาสรุปว่า ความคิดนามธรรมและการใช้ตัวแทนเป็นสิ่ง ใกล้เคียงกันมาก และเด็กสามารถใช้ตัวแทนตามระดับหรือต่ำกว่าระดับนามธรรม แต่ไม่มีใครที่ใช้ระดับ ตัวแทนได้เหนือกว่าระดับนามธรรม สภาวะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา คือความต้องการที่จะพิจารณาไป จิตได้สำนึกของเด็กในการทำ (ตัวอย่าง , นามธรรมของเด็กๆ) เพราะว่าการให้ความหมายของเด็ก สามารถแสดงสัญลักษณ์ที่ติดอยู่กับระเบียบแบบแผนในระดับนามธรรมของเด็ก

จिरาร์ด (Girard. 2003 :3502-A) ทำการศึกษาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในการเข้าถึงการ แก้ปัญหาแคลคูลัส : ตรวจสอบกฎของการคำนวณกราฟ การประยุกต์เทคโนโลยีของเครื่องคำนวณมี การให้โอกาสสำหรับการใช้ตัวแทนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวแทนภายนอกผ่านการ เข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย การศึกษานี้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณกราฟที่ นักเรียนจะใช้แก้ปัญหาขอบเขตและปัญหาที่ได้รับ มันเป็นการตรวจสอบการเลือกวิธีปฏิบัติว่า ใช้ เครื่องคำนวณกราฟหรือไม่ และเครื่องคำนวณใช้ในการวินิจฉัยหรือเป็นเครื่องมือในการยืนยัน

นักเรียน 65 คนที่ลงทะเบียนในเทอมแรกของมหาวิทยาลัยหลักสูตรแคลคูลัสเป็นผู้มี ส่วนในการทดลองนี้ การสอนหลักสูตรนี้เน้นไปที่การเข้าถึงใช้ตัวแทนที่หลากหลายและความต้องการ ของนักเรียนในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ งานเขียนของนักเรียนมีการแก้ปัญหาเรื่องลิมิต 6 ข้อ และ ตรวจสอบงาน 5 ข้อ และประมวลการใส่รหัสที่ถูกต้องเหมาะสม ใช้เครื่องคำนวณกราฟวินิจฉัย ประกอบหรือยืนยันวัตถุประสงค์ และเข้าถึงตัวแทนหลายอย่าง เช่น กราฟ การคำนวณเชิงตัวเลข พีชคณิต หรือการรวมหลายแบบเข้าด้วยกัน การวิจัยเชิงปริมาณและเชิงพรรณาสืบจนแน่ชัดว่า

นักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟเมื่อใดและใช้อย่างไร ซึ่งตัวแทนหรือการรวมของการใช้ตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้มีความสัมพันธ์กับความสำเร็จของนักเรียน

ผลที่เกิดขึ้นแสดงถึงนักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟในเบื้องต้นในลักษณะเป็นเครื่องมือที่ใช้สำรวจในการแก้ปัญหาเรื่องลิมิตและปัญหาที่ได้รับ แม้ว่าทฤษฎีไปจะไม่มีนัยสำคัญระหว่างการใช้และความถูกต้องในการแก้ปัญหาจากเครื่องคำนวณกราฟ มีนัยสำคัญในการเกี่ยวข้องของความถูกต้องเมื่อใช้เครื่องคำนวณในการสำรวจวัตถุประสงค์ในปัญหาลิมิตที่ไม่คล้ายกัน ผลเพิ่มเติมที่ขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงของตัวแปรในการเข้าถึงการใช้ตัวแปรสำหรับปัญหาลิมิตมากกว่าปัญหาอื่น ๆ ที่ได้รับ เมื่อใช้ตัวแทนหลากหลาย มันเหมือนเป็นเหตุให้ยุ่งยากในการรวมตัวแทนทางพีชคณิตกับตัวแทนกราฟ เมื่อนักเรียนที่มีความสำเร็จที่สุด (นักเรียนในกลุ่มคะแนนสูงที่สุด 1 ใน 4 ของห้อง) ใช้ตัวแทน 2 ชนิด พวกเขาสาธิตการรวมพีชคณิตกับตัวแทนอื่น (การคำนวณทางตัวเลขสำหรับลิมิต , กราฟสำหรับงานแบบอื่นๆ)

หลังจากการสอนในหลักสูตรแคลคูลัสมีการใช้ภาพการใช้ตัวแทนหลากหลายของตัวแบบความคิดรวบยอดของการสอนร่วมกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟ นักเรียนสาธิตความรู้ในการเข้าถึงตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและใช้เครื่องคำนวณกราฟในการแก้ปัญหาแคลคูลัส การเข้าถึงการสอนแคลคูลัสกลายเป็นเรื่องธรรมดามาก ผลลัพธ์และข้อสรุปของการศึกษานี้ออกญาให้นำไปใช้ในการชี้แนะเกี่ยวกับการสอนเหล่านี้

โดโนแวน (Donovan. 2003 :2818-A) ทำการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 โดยทำการวิจัยแบบพรรณนาการสำรวจเรื่อง การศึกษาความสนใจของนักเรียนในเรื่องสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 ในหลักสูตรสมัยใหม่ที่ให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแทนหลากหลาย คำถามสองข้อที่เป็นคำถามนำทางในการศึกษาคือ : อะไรเป็นธรรมชาติของความเข้าใจในพีชคณิตของนักเรียนในการใช้ตัวแทนกราฟของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และอะไรเป็นธรรมชาติของนักเรียนในการเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียน 2 คนได้บรรยายรายละเอียด คือ ฮัสสัน (Hassan) เป็นนักศึกษาในสาขาวิศวกรรม และ ริช (Rich) ซึ่งเป็นนักศึกษาด้านคณิตศาสตร์ที่เตรียมจะเป็นครู ลำดับของรูปแบบที่แตกต่างของการจัดการเปิดและปิดงาน และการจัดการกับงานที่ไม่เป็นขั้นตอนปกติ ในการจัดการบทสัมภาษณ์ ผู้เข้าร่วมเป็นผู้ถูกสังเกตอย่างซ้ำๆ ในสถานการณ์ที่พวกเขาคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียล

ฮัสสันทำงานตามลักษณะส่วนตัวของเขาโดยเขาปรับการใช้กราฟและสมการในการนำเสนอต่อคนอื่น เขาปรับใช้วิธีในการอธิบายตัวแปรของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และความคิดรวบยอดเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับสถานการณ์ทั้งหลาย ฮัสสันเริ่มคิดสมการดิฟเฟอเรนเชียล $dy/dx = f(t, y)$ เป็นฟังก์ชัน สิ่งที่ได้มา และสมการของสถานการณ์ ฮัสสันอธิบาย dy / dx ใน

แต่ละตัวแปรที่ไม่อิสระ ความชัน หรือสิ่งที่ได้มา และเขาตีความว่า y เป็นตัวแปรที่อิสระในสมการดิฟเฟอเรนเชียลหรือตัวแปรที่ไม่อิสระในการแก้ปัญหา

วิชแสดงความคิดไม่ยืดหยุ่นได้อย่างชัดเจน การใช้ตัวแปรแตกต่างถูกเชื่อมกันอย่างหลวมๆ โดยวิธีการและตามสมบัติทั่วไป เขาแสดงความเชื่อมั่นในความสามารถของเขาในการ " รู้ว่าทำอะไร " กับสมการดิฟเฟอเรนเชียล และพอใจทำงานอย่างต่อเนื่อง ในห้องเรียนที่ต้องการการประยุกต์ในวิธีการแก้ปัญหา แต่โครงสร้างกราฟและสมการมีความหมายน้อยสำหรับเขา โดยทั่วไปในงานของเขา เขาเสนอความสัมพันธ์ของตัวแปรโดยสมการดิฟเฟอเรนเชียลมีความหมายเพียงเล็กน้อยหรือไม่มีความหมายสำหรับเขา และการเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับสถานการณ์ของเขาเป็นวิธีการ ไม่ใช่ความคิดรวบยอด

ความแตกต่างระหว่างฮัสสันกับวิชโดยรวมเป็นไปตามความคิดของสเคมป์ (Skemp's 1977) เรื่องความสัมพันธ์และเครื่องมือของความเข้าใจ ฮัสสันรู้ว่า " ทำอะไรและทำไม " ส่วนวิชก็ใช้ " กฎ โดยปราศจากเหตุผล " ฮัสสันคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียลอย่างยืดหยุ่น และบรรดาความคิดนั้นก็เป็นส่วนของความคิดรวบยอด เป็นเส้นใยที่เชื่อมโยงความรู้ในสมการดิฟเฟอเรนเชียลที่เชื่อมต่อการแก้ปัญหา สำหรับวิชสมการดิฟเฟอเรนเชียลเป็นวัตถุ (objects) ที่ขาดโครงสร้างของความหมาย

ฮาร์ทฟิลด์ (Hartfield . 2003 : 90 - A) ศึกษาเกี่ยวกับความรู้ของนักศึกษาวิทยาลัยในเรื่องฟังก์ชันกับผลจากการให้ความรู้การใช้กฎ 3 ข้อ การศึกษานี้ทำกับนักศึกษาระดับวิทยาลัย ก่อนและหลังการสอนโดยใช้กฎ 3 ข้อ การกำหนดการสอนฟังก์ชันโดยให้ตัวอย่างที่เป็นการผสมระหว่างสัญลักษณ์ (symbolically) กราฟ (graphically) และจำนวน (numerically) ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และหลายตัวอย่างที่เป็นไปได้ที่รวมทั้งสามไว้ด้วยกัน กรอบความคิดของ โอคัลลาแกน (O' Callaghan) และ มาร์โควิทซ์ (Markovits) และ บรูคไฮเมอร์ (Bruckheimer) (1986) ที่จะใช้พิจารณาองค์ประกอบฟังก์ชัน มีการนำมาใช้สืบเสาะหาความรู้ของนักเรียน 4 คนที่ได้รับเลือกโดยดูจากคะแนนทดสอบก่อนการเรียนรู้ การตอบข้อเขียนและข้อขัดแย้ง การจัดเก็บข้อมูลทำโดยการเก็บเป็นกลุ่มและการแปลผลให้เป็นชิ้นงาน โดยการสัมภาษณ์ 3 ครั้งและทำการทดสอบ 2 ครั้ง และวิเคราะห์การเปรียบเทียบพบว่า แต่เดิมนักเรียนยึดติดกับเครื่องคิดเลข การทำงานให้เสร็จสมบูรณ์ขึ้นกับทักษะการใช้เครื่องคิดเลข หลังจากได้รับความรู้ นักเรียนใช้เทคโนโลยีเครื่องคำนวณน้อยลงเป็นการใช้เพื่อตรวจสอบ การแก้ปัญหาทำโดยใช้กระบวนการมาประกอบ

เฮอร์แมน (Herman. 2003 :2484-A - 2485-A) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ในแนวทางการมองการใช้ตัวแทน ในความเข้าใจความคิดรวบยอดของฟังก์ชันพีชคณิต เขาศึกษาเกี่ยวกับความพยายามที่จะปรับปรุงความสัมพันธ์พิเศษ ในการใช้การเข้าถึงรูปแบบหลายแบบในการเข้าถึงปัญหา

ในหลักสูตรพีชคณิตระดับสูงของวิทยาลัย โดยพิจารณา 1) รูปแบบไหนของตัวแทนที่ทำให้นักเรียนได้เข้าใจการแก้ปัญหาพีชคณิต ฟังก์ชันโพลีโนเมียล ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึมกับเทคโนโลยีเครื่องคำนวณกราฟ 2) ทำไมนักเรียนเลือกใช้ตัวแทนแบบนั้น 3) ดูแนวโน้มการเรียนรู้ว่าสัมพันธ์กับตัวเลือกการใช้ตัวแทนของนักเรียนและความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายหรือไม่ 4) นักเรียนคิดว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทำให้เข้าใจลึกซึ้งขึ้นหรือไม่ 5) ทางไหนที่นักเรียนจะเพิ่มความเข้าใจของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิต (สัญลักษณ์) กราฟ และตัวแทนแบบตาราง

คะแนนแบบฝึกก่อนเรียนและหลังเรียนถามนักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา ฟังก์ชันหลายตัวแปรที่ยู่งยากที่มีวิธีการแก้แตกต่างกัน ทั้งกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อุปกรณ์คำถามของนักเรียนและครู รวมทั้งการตรวจทานของนักเรียน ในงานนักเรียนใช้สัญลักษณ์พีชคณิตและกราฟ ส่วนตารางมีการใช้หลายตารางเพียงเล็กน้อย อิทธิพลที่มีต่อการเลือกตัวแทนหนึ่งในการแก้ปัญหาประกอบด้วยความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ความเข้าใจของนักเรียนในความเชื่อของครูเกี่ยวกับคุณค่าของการได้รับกระบวนการวิธี และการใช้ตัวแทนโดยครูให้ตัวอย่างธรรมชาติของการให้ปัญหา และความเร็วและความถูกต้องแม่นยำซึ่งการใช้ตัวแทนสามารถสร้างคำตอบให้กับปัญหา การวิเคราะห์ที่ไคสแควร์แสดงให้เห็นว่าไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างแนวโน้มการเรียนรู้โดยการดูของนักเรียนและตัวเลือกของตัวแทนเริ่มแรก ในปัญหาการทดสอบหลังการทดลอง ในค่าสถิติระหว่างก่อนและหลังการทดลองแสดงผลว่านักเรียนสามารถใช้ตัวแทนมากกว่าอย่างมีนัยสำคัญของการทดสอบหลังการทดลอง และสถิติแอนโนวา(ANOVA) แสดงผลระหว่างกลุ่มแนวโน้มการชอบดูการเรียนรู้ (ดู , ประสาน / มีความสามารถรอบตัว , และไม่ดู) ที่มีความแตกต่างระหว่างก่อนและหลังผลการทดสอบในการทดลอง อย่างไม่มีนัยสำคัญ

รวมความว่า เมื่อนักเรียนผ่านการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ความเข้าใจของพวกเขาลึกซึ้งขึ้น นักเรียนทำการเชื่อมโยงระหว่างการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผ่านการมองที่แตกต่าง เข้าถึงตัวอย่างโดยโครงสร้างที่แตกต่าง โดยนักเรียนแต่ละคน ผ่านการแก้ปัญหาในความต้องการที่หลากหลายและรวมเป็นความคิดรวบยอดผ่านการปฏิบัติใช้งานแต่ละตัวแทน และภายหลังรู้จักความคล้ายและความแตกต่างระหว่างตัวแทนแต่ละแบบ รวมทั้งเริ่มมีการเชื่อมโยงตัวแทนแต่ละแบบอย่างจริงจัง

งานวิจัยในประเทศ

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537) ได้ทำการวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคognitionชั้นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลวิจัยพบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีตัวแปร 3 ด้าน

ประกอบด้วย 1) ความรู้เฉพาะด้าน ทั้งด้านความคิดรวบยอดและการดำเนินการ 2) กระบวนการคิดแก้ปัญหา ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหาและการตรวจสอบการแก้ปัญหา และ 3) ความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธี สูงกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับเดียวกัน ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับในส่วนของ การสร้างตัวแทนปัญหาว่า ผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ มีวิธีการสร้างตัวแทนปัญหาต่างกัน ผู้ชำนาญสร้างตัวแทนปัญหาโดยใช้ความคิดในระดับสูง (higher order) ในขณะที่ผู้ไม่ชำนาญใช้ความคิดอย่างพื้นๆและไม่สามารถสัมพันธ์ปัญหาเข้าด้วยกันได้ และในการเสนอตัวแทนของปัญหา ผู้ชำนาญก็จะสร้างแผนภาพ (diagram) ในรูปความคิดรวบยอดและหลักเกณฑ์ มีความเชื่อมั่นในตัวแทนของสื่อที่เป็นตัวเชื่อมโยงกับปัญหา ในขณะที่ผู้ไม่ชำนาญจะมีความเชื่อมั่นในประโยคปัญหาที่เป็นถ้อยคำ ภาษา ไม่ได้ใช้ความหมายหรือข้อมูลในลักษณะอื่น การจัดโครงสร้างความรู้ผู้ชำนาญก็จะมีการจัดลำดับปัญหาเป็นอย่างดี โดยจะนำไปเชื่อมโยงกับวิธีแก้ปัญหา แต่ผู้ไม่ชำนาญไม่ใช้การจัดลำดับข้อมูลปัญหาไว้ ไม่มีการแยกแยะข้อมูลของปัญหาออกจากกัน และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ผู้เชี่ยวชาญจะมีการวางแผนในการแก้ปัญหา มีการทบทวนการทำงานโดยวิธีการใช้รูปแบบต่างๆ ผู้ไม่ชำนาญจะทำซ้ำแล้วซ้ำอีก มีแต่ปริมาณจนกว่าจะได้คำตอบ และพฤติกรรมเรื่องการสร้างตัวแทนปัญหาที่กล่าวถึงในงานวิจัยนั้นมีรูปแบบคือ สร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่างๆ เลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ใช้สัญลักษณ์ วาดรูป เขียนตาราง เขียนแผนภูมิ เขียนเป็นโครงสร้างจัดระบบข้อมูลใหม่

สุมาลี วงศ์ยะรา (2537: บทคัดย่อ) ได้ทำการเปรียบเทียบความสามารถในแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ โดยทำการวิจัยกับตัวอย่างประชากรโรงเรียนดิสกุล อำเภอท่าม่วง จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 60 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มหนึ่งเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ ส่วนอีกกลุ่มเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยไม่ใช้ภาพ พบว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กัลยา ทองสุ (2545) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จริยชาติ บรรทัดเที่ยง (2547) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการใช้ชุดกิจกรรมภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากรายงานวิจัยดังกล่าวมาแล้วนั้น สนับสนุนการใช้ตัวแทนการเรียนการสอนและการศึกษาคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม การเข้าใจถึงตัวนามธรรมนั้นเป็นการยาก จึงจำเป็นต้องอาศัยตัวแทนช่วยในการเข้าใจ ในงานวิจัยบางชิ้นได้กล่าวถึงความสัมพันธ์เกี่ยวกับระดับการใช้ตัวแทนกับความคิดเชิงนามธรรมว่ามีความสัมพันธ์ในระดับใกล้เคียงกัน โดยระดับความคิดเชิงนามธรรมสามารถแสดงโดยผ่านการใช้ตัวแทนได้ในระดับที่เท่าหรือต่ำกว่าเท่านั้น ไม่สามารถใช้ตัวแทนในระดับที่สูงกว่าความคิดเชิงนามธรรมได้ และงานวิจัยหลายชิ้นก็แสดงให้เห็นว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายกว่าเดิมสามารถส่งเสริมนักเรียนในเรื่องของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และพบว่าผู้ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะมีความสามารถในทางคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้ที่ผูกติดกับตัวแทนชนิดใดชนิดหนึ่งเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้การใช้ตัวแทนยังเป็นส่วนที่สำคัญในการกระบวนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น จึงสมควรอย่างยิ่งที่จะทำส่งเสริมการใช้ตัวแทนให้หลากหลายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ในการประเมินผลประสิทธิภาพในการเรียนการสอน นิยมใช้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมาเป็นตัวแปรในการศึกษา ซึ่งมีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

วิลสัน (Wilson.1971:643 - 696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยอิงลำดับขั้นของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถที่ระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณ

1.3 ความสามารถในการทำตามขั้นตอน (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆคล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) ความเข้าใจเป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้ 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนทัศน์เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นมิกะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปนัยทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules, and Generalizations) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนไม่เคยพบมาก่อน อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform Problem Elements From One Mode to Another) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากคำพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงขั้นตอน (Algorithms) ในการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าพฤติกรรมในขั้นนี้เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวเหตุผล (Ability to Follow a Line Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลขข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือคล้ายกับแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ไขปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ๆ ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve Routine Problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make Comparisons) ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่อง ในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบแผน ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมในระดับนี้เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางพุทธิพิสัยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมพฤติกรรมส่วนใหญ่ที่บรรยายไว้ในขั้นการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ หรือการประเมินของบลูม (Bloom) และรวมถึงสิ่งที่เรียกว่า "การค้นหาอย่างอิสระ" (Open Search) ด้วยพฤติกรรมในระดับประกอบด้วย การแก้ปัญหาที่ไม่เคยแก้มาก่อน

ประสบการณ์เกี่ยวกับการค้นพบและพฤติกรรมสร้างสรรค์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ พฤติกรรมในระดับนี้แตกต่างจากพฤติกรรมในระดับการนำไปใช้หรือระดับความเข้าใจตรงที่พฤติกรรมในระดับนี้ประกอบด้วยระดับการถ่ายโยงไปยังบริบทที่ไม่เคยปฏิบัติมาก่อน การตอบข้อทดสอบในระดับนี้ต้องอาศัยพฤติกรรม การหยั่งรู้โดยรวม (Heuristic Behavior) อย่างมาก วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับการวิเคราะห์ ซึ่งแบ่งได้เป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problem) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนไม่เคยเห็นมาก่อน ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจในมโนทัศน์ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) พฤติกรรมในชั้นนี้เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการพึ่งแต่เอาความสัมพันธ์เดิมที่จำได้มาใช้ในข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) พฤติกรรมในชั้นนี้เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) พฤติกรรมในชั้นนี้เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปนัยทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) พฤติกรรมในชั้นนี้เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไปได้

พินิจ ศรีจันทร์ดี (2530 : 116) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะ ดังนั้นผู้เรียนจะต้องมีความสามารถหลายด้านประกอบกันคือ ด้านความรู้ ความเข้าใจ ความคิดรวบยอด และทักษะ ผู้เรียนจึงจะสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี ตลอดจนสามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ ในการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์จึงจะต้องวัดความสามารถของผู้เรียนหลายด้าน คือ

1. วัดทักษะในการคิดคำนวณ (Computational Skill) ได้แก่ การวัดความสามารถ

ในด้านการคิดเลขได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้องแม่นยำและชำนาญ ข้อสอบที่จะวัดทักษะด้านนี้ควรเป็นข้อสอบเกี่ยวกับการคิด บวก ลบ คูณ และหาร เพื่อดูว่าผู้เรียนสามารถคิดเลขในแต่ละวิธีได้แม่นยำถูกต้องเพียงใด

2. วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concepts) ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ต่างๆ วิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อสอบที่จะวัดจึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

3. วัดความสามารถในการแก้ปัญหา ได้แก่วัดความสามารถในการตีความหมายของปัญหา สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของปัญหา รู้ขอบเขตและขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา จนสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง

3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักวิชาการหลายท่านได้รวบรวมองค์ประกอบของผลสัมฤทธิ์ดังนี้

วัชร บุรณสิงห์ (2526:435) ได้กล่าวว่าสำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75-90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่นๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่นๆซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงช่วงระยะเวลาสั้น

13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติมีปัญหาด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทุกๆไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางการพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้นๆ มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

อัจฉรา สุขารมณ์ และ อรพินทร์ ชูชม (2530 : 13) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ ซึ่งพบว่าม้งานวิจัยที่แสดงผลเกี่ยวเนื่องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่าความสามารถ ดังนี้

1. สุขภาพ เช่น การเจ็บป่วยบ่อย การมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับสายตาและหู เป็นต้น
2. ด้านอารมณ์ ซึ่งมาจากหลายสาเหตุ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในครอบครัวไม่ดี พ่อแม่ไม่ลงรอยกัน
3. ความสัมพันธ์ระหว่างครู ความสนใจในการอ่าน และการรับรู้เกี่ยวกับตนเองในลักษณะอุดมคติ หรือ ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตัวเองในทางที่ไม่ดี
4. การปรับตัวและทัศนคติต่อวิชาเรียน
5. ในกระบวนการเรียนรู้ที่ไม่ก่อให้เกิดความสะดวกสบาย และไม่กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้
6. สถิติปัญญาและวิธีการเรียนของผู้เรียน
7. การคบเพื่อนและความสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน
8. ฐานะทางครอบครัว
9. การเลี้ยงดูจากครอบครัว
10. ความคาดหวังจากบิดามารดา

ประพนธ์ เจียรกุล (2533 : 58 - 59) ทำการศึกษาข้อมูลการทำวิจัยในประเทศไทยเกี่ยวกับการศึกษาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์พบว่า

1. ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดได้แก่ ผลการเรียนที่

เรียนผ่านมาแล้ว เช่น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในภาคเรียนที่ 1 จะมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเมื่อสิ้นปี หรือสิ้นภาคเรียนที่ 2 ถึง 0.80 – 0.90

2. ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงอีกตัวหนึ่งได้แก่ ความถนัดทางการเรียน โดยมีค่าความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงถึง 0.72 - .081

3. ตัวแปรเกี่ยวกับความใฝ่ฝันทะเยอทะยานหรือแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์มีความสัมพันธ์ในระดับปานกลางกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ประมาณ 0.50 – 0.60

4. ตัวแปรเกี่ยวกับความสนใจในการอ่านและลักษณะนิสัยในการเรียนรวมทั้งเจตคติต่อการเรียน มีความสัมพันธ์ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับปานกลางค่อนข้างต่ำ คือ มีความสัมพันธ์อยู่ระหว่าง 0.33 – 0.37

5. ตัวแปรเกี่ยวกับสถานภาพทางสังคมและเศรษฐกิจของบิดามารดา เช่น อาชีพและรายได้ของบิดามารดา เป็นต้น มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับปานกลางค่อนข้างต่ำ คือ ประมาณ 0.33 – 0.35

3.3 ความหมายของแบบทดสอบประเภทวัดความสัมฤทธิ์

ซวาล แพร์ตกุล (2516 : 112 – 115) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบประเภทวัดความสัมฤทธิ์ ว่าหมายถึง แบบทดสอบที่วัดความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ ที่เด็กได้รับจากประสบการณ์ทั้งปวง ทั้งจากโรงเรียนและทางบ้าน ยกเว้นการวัดทางร่างกาย ความถนัด และทางบุคคลกับสังคม ซึ่งทำการวัด 2 ทางคือ ภาคทฤษฎี (คำถามที่ให้นักเรียนตอบในกระดาษ) กับการวัดในการให้นักเรียนปฏิบัติจริงๆ โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เชิงวิชาการแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ข้อสอบ ข้อปัญหา และโจทย์ข้อคำถามต่างๆที่ครูสร้างขึ้นเอง ซึ่งมีประโยชน์ในการพลิกแพลงให้เหมาะสมกับสภาพ เวลาที่มีในการทดสอบ และเหตุการณ์ได้ต่างต่างนานา รวมทั้งขนาดของเนื้อหาสาระที่ทำการทดสอบ สามารถใช้ข้อสอบชนิดนี้เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียน ใช้เป็นเครื่องมือวัดพื้นความรู้เดิม หรือความงอกงามในการเรียนการสอน วัดความบกพร่องเพื่อจัดสอนซ่อมเสริม วัดความพร้อมในการขึ้นบทเรียนใหม่ ฯลฯ

2. ข้อสอบมาตรฐาน เป็นแบบทดสอบที่สามารถใช้เป็นเครื่องมือสำหรับการค้นคว้าและพัฒนาการศึกษา ทั้งโดยตรงและโดยอ้อมนานาประการ เช่น

2.1 ใช้สำหรับวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของเด็ก เป็นรายบุคคล หรือเป็นรายห้องเรียนได้อย่างมั่นใจและประหยัด และถูกต้องตามหลักวิชาการมากกว่าการวัดด้วยวิธีอื่นๆ

2.2 ใช้สำหรับวัดพิสัยความรู้ของนักเรียน ของแต่ละชั้นแต่ละกลุ่ม ว่ามีระดับความรู้ทัดเทียมกันหรือต่างกัน เพื่อจะได้ปรับปรุงการสอนให้เหมาะสมกับสภาพนั้นๆยิ่งขึ้น

2.3 ใช้สำหรับแยกประเภทนักเรียน ออกเป็นกลุ่มย่อยๆตามความสามารถ เพื่อให้นักเรียนเรียนอย่างมีความสุข โดยจัดกลุ่มคณะนักเรียนเป็นรายวิชาเพื่อให้เด็กแต่ละคนมีโอกาสได้เป็นทั้งผู้นำและผู้ตามทั่วๆกัน

2.4 ใช้ในการวินิจฉัยสมรรถภาพ ใช้วินิจฉัยว่า นักเรียนแต่ละคนเก่ง อ่อนในวิชาใด มากน้อยเพียงใด และเพราะเหตุผลใด เพื่อครูจะได้ช่วยเหลือได้ตรงจุด

2.5 ใช้สำหรับเปรียบเทียบความงอกงามว่า นักเรียนแต่ละคน หรือแต่ละห้องมีพัฒนาการขึ้นจากเดิมในช่วงระยะเวลาหนึ่งๆ มากน้อยเพียงใด

2.6 ใช้สำหรับตรวจประสิทธิภาพของการเรียนว่า ใครมีความสัมฤทธิ์ในการเรียนสมกับภูมิปัญญาของตนแล้วหรือไม่ โดยทำการวัดระดับปัญญา หรือสอบวัดสมรรถภาพสมอง หรือ ความถนัดทางการเรียนของนักเรียนก่อน แล้วจึงเอาผลวัดไปเทียบกับความสำเร็จทางการเรียน ก็ จะทราบผลว่า ใครมีประสิทธิภาพในการเรียนสมภูมิปัญญาหรือต่ำกว่าที่ควร

2.7 ใช้พยากรณ์ความสำเร็จในการศึกษา ว่าเขามีแนวโน้มจะสอบได้หรือตก ในวิชาใดบ้าง หรือมีโอกาสจะประสบความสำเร็จในทางใดระดับใด มากน้อยเท่าใด

2.8 ใช้ในการแนะแนว โดยพิจารณาผลการสอบจากแบบทดสอบมาตรฐานหลายๆฉบับ ว่าเขามีศักยภาพทางสมอง หรือมีความโน้มเอียงหรือมีความถนัดในทางใด เพื่อจะได้แนะแนวการเรียนต่อและการอาชีพที่เหมาะสมกับอัตภาพผู้เรียนได้ถูกต้องยิ่งขึ้น

2.9 ใช้ในการประเมินผลการศึกษา โดยนำผลการสอบจากแบบทดสอบมาตรฐานเหล่านั้นมาตีราคา และสรุปอย่างมีหลักเกณฑ์ว่านักเรียนแต่ละคน แต่ละชั้น หรือแต่ละโรงเรียน แต่ละจังหวัดนั้นๆ มีคุณภาพการศึกษาเด่น – ด้อยกว่าเกณฑ์มาตรฐานเพียงใด เพื่อจะได้วางแผนการศึกษาให้พัฒนายิ่งขึ้น

2.10 ใช้ในการวิจัย ในฐานะที่แบบสอบมาตรฐานมีประสิทธิภาพในการวัดสูงมาก การสำรวจค้นคว้าและการวิจัยต่างๆ จึงต้องอาศัยแบบทดสอบชนิดนี้เป็นเครื่องมือสำคัญ สำหรับหาข้อมูลในการทดลองและเปรียบเทียบความสามารถ ในเกือบทุกกรณี

ในการสร้างข้อสอบมาตรฐานหลักสำคัญที่ต้องคำนึงถึงคือ มาตรฐานในวิธีดำเนินการสอบ และวิธีการแปลคะแนน

3.4 ข้อสอบอัตนัย

ข้อสอบอัตนัย หรือ แบบทดสอบแบบความเรียงซึ่ง กังวล เทียนกันท์เทศน์ (2536. 44 – 65) ; พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533.19 -20) ; ภัทรา นิคมานนท์ (2532. 82-87) ให้รายละเอียดดังนี้

1. ลักษณะของข้อสอบอัตนัย

ข้อสอบอัตนัย หรือ ข้อสอบความเรียง (Subjective Test หรือ Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้และให้ผู้ตอบแสดงความรู้ ความเข้าใจ และความคิด ตั้งแต่กว้างที่สุดจนถึงแคบที่สุด หรือเฉพาะเจาะจงตามที่โจทย์กำหนด ภายในระยะเวลาที่กำหนดให้ การใช้ภาษาในการเขียนตอบขึ้นอยู่กับตัวผู้สอบ ข้อสอบแบบอัตนัยสามารถวัดได้หลายๆ ด้านในแต่ละข้อ เช่น วัดความสามารถในการใช้ภาษา ความคิด การจัดระเบียบของความรู้ การรู้จักการสังเคราะห์ การแสดงออกทางอารมณ์ เจตคติ และอื่นๆ

2. ประเภทของข้อสอบอัตนัย

ข้อสอบอัตนัยสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1. ข้อสอบอัตนัยแบบคำตอบสั้นๆ (Short answer) ได้แก่ ข้อสอบความเรียงที่ถามเพียงแนวความคิดเดียว โดยผู้ตอบตอบเพียงหนึ่งหรือสองประโยค เช่น การให้เขียนคำจำกัดความ อธิบายแนวความคิดรวบยอด ระบุความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆ เป็นต้น ซึ่งต้องใส่ในคำชี้แจง การตอบข้อสอบโดยระบุความยาวของคำตอบด้วย เช่น คำว่า " 1 หรือ 2 ประโยค " หรือ " ตอบสั้นๆ พอเข้าใจ " หรือ " ตอบสั้นๆ ไม่เกิน 1 บรรทัด " ข้อสอบประเภทนี้เหมาะสำหรับวัดความรู้ความเข้าใจ

2.2. ข้อสอบอัตนัยแบบให้ตอบยาว หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended answer หรือ Unstricted – response type)) คือข้อสอบที่ต้องการแสดงความคิดโดยละเอียด ข้อสอบลักษณะนี้เน้นความลึกและขอบเขตของความรู้ เน้นเสรีภาพของการแสดงออก ยั่วยุให้ผู้สอบเกิดมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีข้อมูล กฎ ทฤษฎีสนับสนุนเหมาะสมสำหรับใช้วัดความสามารถทางด้านความคิดที่สูงกว่าพฤติกรรมด้านความรู้ความจำ ความยาวของคำตอบกำหนดโดยเวลาหรือโดยคะแนนประจำข้อ และให้มีค่าเตือนเรื่องการใช้เวลาในการทำข้อทดสอบ โดยกำหนดเวลาในการทำข้อสอบแต่ละข้อ เขียนไว้ในวงเล็บท้ายข้อหรือหน้าข้อก็ได้ หรือจะกำหนดคะแนนประจำข้อที่เป็นตัวชี้ว่าจะใช้เวลาตอบนานเท่าใด หรือระบุทั้งสองอย่าง (เวลาและคะแนน)

3. การสร้างข้อสอบแบบอัตนัย

การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยควรมีหลักเกณฑ์ในการเลือกใช้และการออกข้อสอบ ดังนี้

3.1. หลักในการใช้ข้อสอบแบบอัตนัย

3.1.1 ข้อสอบต้องเป็นลักษณะปัญหาที่ต้องการคำตอบ ข้อสอบอัตนัยเหมาะสำหรับใช้วัดความรู้ที่สูงกว่าความรู้ความจำ ซึ่งได้แก่ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า ซึ่งเป็นกระบวนการคิดที่อยู่ในระดับสูง กระบวนการคิดในระดับสูงนี้จะเป็นกระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving) โดยเฉพาะใช้ในการวัดเกี่ยวกับการที่ให้นักเรียนคิดหาเหตุผล อธิบายความสัมพันธ์ บรรยายข้อมูล กฎเกณฑ์ และการสรุปความ ขยายความ

3.1.2 มีความรู้ความสามารถที่ต้องการจะวัดนั้น ไม่มีวิธีอื่นวัดได้ดีกว่าการใช้

ข้อทดสอบแบบอัตนัย สิ่งที่ข้อสอบอัตนัยสามารถวัดได้ดีที่สุด ได้แก่ ความสามารถในการบรรยาย การแสดง ข้อคิดเห็น การเรียงความ และข้อวิจารณ์ต่างๆ เช่น จงอภิปรายเกี่ยวกับเรื่อง Slope ของเส้นตรง

3.1.3 มีเวลาจำกัดในการออกข้อสอบและการจัดเตรียมข้อสอบ เช่น การพิมพ์ การโรเนียว แต่มีเวลาเพียงพอในการตรวจกระดาษคำตอบ ไม่สามารถออกข้อสอบปรนัยที่คุณภาพดีได้ เพราะขาดเครื่องมืออุปกรณ์สำหรับการออกข้อสอบ ไม่มีงบประมาณเพียงพอ ไม่มีเครื่องพิมพ์ดีด เครื่องอัดสำเนา

3.1.4 มีความประสงค์จะวัดเจตคติของผู้เรียน เช่น ท่านคิดว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างไร

3.1.5 ต้องการส่งเสริมให้ผู้ตอบมีทักษะในการเขียนและการแสดงเหตุผล เช่น $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ หรือไม่ จงให้เหตุผล

3.1.6 จำนวนผู้สอบไม่มากนักและข้อสอบชุดนั้นผู้สอบไม่เคยเห็นมาก่อน และผู้สอนเชื่อมั่นว่าตนเองมีความสามารถในการอ่านมาก สามารถอ่านและตรวจวินิจฉัยถึงลงความเห็นให้คะแนนได้รวดเร็ว

3.2 หลักในการออกข้อสอบแบบอัตนัย

3.2.1 การออกข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดที่มีน้ำหนักความสำคัญมาก ก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมาก ตามสัดส่วนตารางวิเคราะห์หลักสูตร

3.2.2 ต้องให้มีเวลาเพียงพอในการออกข้อสอบ เพราะต้องมีความระมัดระวังและให้ความละเอียดอย่างเพียงพอ ก่อนที่จะใช้ข้อสอบจะต้องนำข้อสอบนั้นมาประเมินดูว่าข้อสอบนั้นเป็นคำถามที่เข้าใจได้ตรงกันหรือไม่ ไม่ว่าผู้ใดอ่านข้อคำถามนั้นต้องเข้าใจตรงกัน มีความชัดเจนและจำกัดขอบเขตของคำถาม และข้อสอบนั้นจะต้องตรงกับความตั้งใจที่จะวัดด้วย ข้อสอบที่ออกให้ตรงจุดมุ่งหมายและเนื้อหาที่สำคัญ ออกข้อสอบหลาย ๆ ข้อ กำหนดความยาวและความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะ ให้มีทั้งข้อยากและง่าย เพื่อให้ข้อสอบมีความเที่ยง เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน การออกข้อสอบให้มากข้อโดยจำกัดให้คำตอบสั้นๆจะทำให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย

3.3.3 ตัวปัญหาที่ถามในข้อสอบจะต้องมีความชัดเจน และมั่นใจได้ว่าผู้เข้าสอบทั้งหมดเข้าใจตรงกัน คำถามควรใช้ภาษาที่มีความชัดเจนเข้าใจง่าย เช่น จงหาค่าของ X ที่ทำให้ $|X + 1|$ เป็นจริง และควรระบุให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นเป็นแบบจำกัดคำตอบหรือไม่ และวัชริน บูรณสิงห์ (2526 : 85) เพิ่มเติมว่าคำถามควรชี้เฉพาะเจาะจงว่าจะให้นักเรียนตอบอย่างไร ควรหลีกเลี่ยง

การใช้คำถามที่เลื่อนลอยหรือคำถามที่วague เช่น อธิบาย

3.3.4 ข้อคำถามต้องมีความจำกัด ต้องกำหนดคำตอบว่าตอบเท่าไร เรื่องอะไรและมีความสมบูรณ์เพียงพอตามที่ข้อคำถามต้องการ ถ้าข้อสอบมีข้อคำถามที่ไม่มีความจำกัด ผู้เข้าสอบตอบได้อย่างกว้างขวางจนไม่ทราบว่าจะตอบเท่าใดจึงเพียงพอ ผู้เข้าสอบจะต้องเดาเอาเองอย่างนี้ ความเชื่อมั่นในการวัดของข้อสอบจะไม่มี จำนวนข้อสอบควรมีความพอเหมาะกับความเวลาที่กำหนดให้ และพยายามให้ความยาวของข้อสอบเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้ ข้อสอบอัตนัยไม่ใช่ Speed test แต่ค่อนข้างไปทาง Power test ดังนั้นการกำหนดเวลาให้เหมาะสมจึงมีความสำคัญมาก

3.3.5 คำชี้แจงในการทำข้อสอบต้องมีความชัดเจน ควรระบุคะแนนในแต่ละข้อและในแต่ละส่วนของข้อหนึ่งๆ และผู้ตรวจต้องปฏิบัติตามคำชี้แจงนั้น เพื่อให้ผู้สอบได้แบ่งเวลาในการทำข้อสอบได้อย่างถูกต้อง

3.3.6 การออกข้อสอบแบบอัตนัยแบบให้เลือกตอบบางข้อ โดยการออกข้อสอบหลายๆ ข้อ เช่น การออกข้อสอบ 9 ข้อ ให้เลือกทำเพียง 6 ข้อ เป็นการกระทำที่ไม่ถูกต้อง เพราะข้อสอบแต่ละข้อมีความยากง่ายต่างกัน ทำให้เกิดการเปรียบเทียบ และข้อสอบแต่ละข้อมีความประสงค์ในการวัดแตกต่างกัน ทำให้คะแนนอาจไม่ตรงความเป็นจริง

3.3.7 ทำคำเฉลยสำหรับข้อสอบแต่ละข้อ หลังจากได้เขียนคำถามแล้ว ผู้ตรวจจะต้องทำเฉลยและถือเป็นคำตอบที่ดีที่สุด เพื่อให้ผู้ออกข้อสอบได้พิจารณาอีกครั้งหนึ่งว่าข้อสอบนั้นมีคำถามที่ดี และเป็นโอกาสที่จะแก้ไขข้อคำถามได้อีกครั้งหนึ่งด้วย เมื่อทำเฉลยแล้วคำเฉลยจะเป็นมาตรฐานในการใช้ตรวจให้คะแนนต่อไป

3.3.8 ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริงๆ สามารถตอบปัญหาได้ โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

3.3.9 พยายามใช้คำถามหลายๆ แบบ มีใช้คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะวัดความจำ คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบาย เปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ดีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจรรณ และประเมินผลเป็นต้น

3.3.10 ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อยั่วให้ผู้อยากตอบยิ่งขึ้น

5. แนวคำถามของข้อสอบอัตนัย

5.1 ใช้คำถามประเภท ใคร ที่ไหน ของใคร อันไหน เช่น กำหนดให้ $0 < X < 90^{\circ}$ ถ้าค่า X เพิ่มขึ้น ค่าของ $\sin X$ จะเป็นอย่างไร

5.2 ให้นิยามหรืออธิบายความหมาย เช่น จงให้นิยามการเท่ากันของเซต พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

5.3 จัดระเบียบและเรียงลำดับ เช่น จงจัดเรียงลำดับจากค่าน้อยไปหาค่ามาก

5.4 ให้อธิบายหรือพรรณาสัจของ หรือกระบวนการต่างๆ เช่น จงให้เหตุผลการเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยมสองรูป

5.5 ให้เปรียบเทียบความแตกต่าง เช่น ฟังก์ชันและความสัมพันธ์เหมือนกันและต่างกันอย่างไร

5.6 ให้เปรียบเทียบความคล้ายคลึง

5.7 ให้อธิบายแสดงวิธีหาเหตุประกอบ เช่น จงพิสูจน์ว่า $a \cdot b = 0 \rightarrow (a = 0) \vee (b = 0)$

5.8 ให้อธิบายอย่างย่อๆ ตามหลักตรรกวิทยา ให้พิสูจน์หาเหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้าน เช่น $A \subset B, B \subset C \rightarrow A \subset C$ เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ถ้าเป็นจริงจงพิสูจน์ ถ้าเป็นเท็จจงยกตัวอย่างที่ขัดแย้ง

5.9 ให้อธิบายอย่างกว้างขวาง เช่น จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบเกี่ยวกับ Equivalence Relation หรือ ระบุว่าข้อสอบแบบอัตนัย กับข้อสอบแบบปรนัย ข้อสอบแบบไหนสามารถใช้วัดความรู้ในวิชาประวัติศาสตร์ได้ดีกว่ากัน ให้ออกเหตุผล

5.10 ให้สรุปความย่อเรื่อง เช่น จงสรุปเหตุผลต่อไปนี้ คนขยันแล้วจะสอบได้แดงขยัน สรุปได้ว่าอย่างไร จงสรุปลักษณะนิสัยของท้าวสามลมา 3 ประการ

5.11 ให้ประเมินผลพิจารณาตัดสินค่า การตีความ เช่น ก สูงกว่า ข ข ต่ำกว่า ค และ ค สูงกว่า ง ถามว่าใครต่ำที่สุด

5. ข้อดีของข้อสอบอัตนัย

5.1 ข้อสอบอัตนัยใช้ทดสอบความสามารถบางอย่างได้ตรงและเปิดโอกาสให้แสดงความสามารถในการเขียนเพื่อแสดงความคิดโดยตรง ให้เสรีภาพในการคิด สามารถวัดในสิ่งที่ข้อสอบแบบอื่นไม่สามารถวัดได้ เช่น ความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการรวบรวมข้อมูลหลักฐานทางวิชาการ

5.2 ข้อสอบอัตนัยสามารถวัดได้ลึกซึ้ง และเห็นความแตกต่างได้มากกว่าข้อสอบแบบอื่น เช่น วัดความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ รวมทั้งการประเมินค่า เมื่อใช้ข้อสอบแบบอัตนัยวัดแล้วจะพบความละเอียดลึกซึ้งของข้อคำตอบของแต่ละคนแตกต่างกัน สามารถให้คะแนนแตกต่างกันได้

5.3 เมื่อต้องการใช้ข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดคุณสมบัติของวิชาที่สอนทั้งหมด ทำ

ให้ผู้เรียนต้องเตรียมตัวศึกษารายละเอียดและความสัมพันธ์อย่างเป็นเรื่องเป็นราว และต้องทำความเข้าใจอย่างเพียงพอทั้งหมดที่ได้เรียนไปแล้ว ข้อสอบแบบนี้มีอิทธิพลสูงที่จะช่วยให้สภาพการเรียนรู้เป็นไปอย่างสูงสุด

5.4 สะดวกในการออกข้อสอบ การพิมพ์ หรือเขียนข้อสอบ ประหยัดค่าใช้จ่าย

5.5 ให้เสรีภาพแก่ผู้สอบในการตอบคำถาม

5.6 ส่งเสริมให้ผู้เรียนแสดงออกโดยการใช้ภาษาได้อย่างถูกต้อง

5.7 ผู้สอบไม่มีโอกาสเดาหรือเดาได้น้อยมาก

6. ข้อเสียของข้อสอบอัตนัย

6.1. มีความเที่ยงต่ำ (Low Reliability) เพราะเป็นข้อสอบที่สั้นและมีจำนวนน้อย ข้อ มักไม่ครอบคลุมหลักสูตร ซึ่งหากจะออกให้ครบและครอบคลุมเนื้อหาในหลักสูตรทั้งหมด ก็จะใช้เวลาทำข้อสอบมากเกินไป และสิ่งอื่นๆ ที่ทำให้ความเที่ยงต่ำลงไปอีก คือ

6.1.1 ความคลุมเครือของข้อสอบ

6.1.2 สภาวะทางอารมณ์และสิ่งแวดล้อมของผู้สอบ

6.1.3 ความลำเอียงและความไม่แน่นอนของการให้คะแนน ไม่เป็นปรนัย

6.1.4 เวลาที่ใช้ในการตรวจข้อสอบ

สาเหตุสำคัญของความเที่ยงต่ำขึ้นอยู่กับผู้ตรวจข้อสอบ ไม่ใช่เพราะคุณภาพของข้อสอบ อาจเกิดความลำเอียง จาก เพศของผู้สอบ หน้าตาและท่าทางผู้สอบ ความสวยงามของลายมือ ความสามารถในการใช้ภาษา และเจตคติของครูผู้สอน หรือ อັตมปัจจัย (Halo effect) เช่น นักเรียนที่ตั้งใจเรียนและได้มีคะแนนดีมาตลอดทำให้ครูมีแนวโน้มจะให้คะแนนมาก หรือตอบดีมาหลายข้ออาจตอบไม่ดีในบางข้อก็จะได้คะแนนดี ทำให้ขาดความเชื่อมั่นในคะแนนที่ได้ (unreliability)

6.2 มีความตรงต่ำ (Low Validity) เนื่องจากข้อสอบอัตนัยคลุมเนื้อหาได้น้อย จึงทำให้ข้อสอบมีความตรงด้านเนื้อหาต่ำ

6.3 มีประโยชน์ใช้สอยต่ำ (Low Practicality) คือตรวจข้อสอบลำบาก ต้องเสียเวลาและพลังงานมาก

6.4 คำถามแต่ละข้อไม่สามารถนำไปวิเคราะห์ปรับปรุงได้

7. การตรวจให้คะแนนคำตอบอัตนัย

7.1. ในการตรวจแต่ละข้อ ควรได้อ่านคำตอบของนักเรียนทุกคนผ่านไปเที่ยวหนึ่งอย่างคร่าวๆก่อน เพื่อจะดูมาตรฐานการตอบโดยทั่วไป

7.2. ควรตรวจให้คะแนนที่ละข้อจนหมดทุกคน จึงตรวจข้อใหม่

7.3 ให้ความเป็นปรนัยในการตรวจข้อสอบ ตัดอคติออกให้หมด โดยการตรวจให้

คะแนนมี 2 วิธีคือ

7.3.1 วิธีการจัดกลุ่ม ทำได้โดยการอ่านคำตอบของนักเรียนแล้วจัดเรียงจากผู้
ที่ตอบดีที่สุด และเรียงลดหลั่นกันลงมาจนถึงต่ำสุด แล้วจัดทบทวนอีกครั้งหนึ่งให้แน่ใจว่าลำดับนั้นได้
เรียงกันถูกต้องจนเป็นที่น่าพอใจ แล้วจึงจัดกระดาษคำตอบเป็นกลุ่มใหญ่ๆ แบ่งเป็น 5 กลุ่ม คือ ดีมาก
ดี ปานกลาง อ่อน ยังใช้ไม่ได้ การแบ่งกลุ่มแบ่งตามเหตุผลของคำตอบ ในการจัดกลุ่มหากลำดับ
ท้ายๆ เป็นผู้มีความรู้ความสามารถเพียงพอแก่ระดับไม่สมควรให้ตกก็สามารถจัดกลุ่มใหม่ ให้ระดับ
คะแนนกลุ่มสุดท้ายสุดอยู่ในเกณฑ์ที่ผ่าน

7.3.2 วิธีการหนดคะแนน ผู้ตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียนอ่าน
เปรียบเทียบกับเฉลยที่ทำมา ถือว่าคำตอบที่เฉลยมาเป็นคำตอบที่ดีที่สุด และให้คะแนนเต็มสำหรับ
คำตอบที่เฉลย และผู้ตรวจอ่านคำตอบของนักเรียนทีละข้อและอ่านครบทุกคนแล้วหาว่าผู้ที่ตอบได้ดี
ที่สุดของชั้นเทียบกับค่าเฉลยของครูแล้วให้คะแนน แล้วให้คะแนนของคนอื่นลดหลั่นกันตามแต่ความ
เหมาะสม วิธีนี้เหมาะแก่การตอบทั้งข้อสอบอัตนัยแบบยาวๆ และแบบสั้นๆ ส่วนการจัดกลุ่มเหมาะกับการ
การตรวจให้คะแนนสำหรับข้อสอบอัตนัยแบบยาว

ตัวอย่างการตรวจข้อสอบคณิตศาสตร์แบบแสดงวิธีทำ เช่น

จงแก้สมการ $x^2 + x = 110$ (5 คะแนน)

| | | | |
|----------|------------------------|---|-------------|
| วิธีทำ | $x^2 + x = 110$ | } | ให้ 2 คะแนน |
| | $x^2 + x - 110 = 0$ | | |
| | $(x + 11)(x - 10) = 0$ | | |
| ถ้า | $x - 10 \neq 0$ | } | ให้ 1 คะแนน |
| จะได้ว่า | $x + 11 = 0$ | | |
| | $x = -11$ | | |
| ถ้า | $x + 11 \neq 0$ | } | ให้ 1 คะแนน |
| จะได้ว่า | $x - 10 = 0$ | | |
| | $x = 10$ | | |

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ $x = -11$ หรือ 10 สรุปถูกให้ 1 คะแนน

จากการศึกษาที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการใช้ข้อสอบอัตนัยเป็นการใช้ในการวัดและ
ประเมินผลการเรียนรู้ที่สูงกว่าด้านความรู้ความจำ เหมาะกับการวัดกระบวนการคิดระดับสูง แต่ก็มี
ข้อจำกัดในการสร้างโจทย์ที่ผู้ออกข้อสอบจำเป็นต้องทำความเข้าใจเป็นอย่างดี โดยเฉพาะปัญหาใน
การใช้ภาษาในการตั้งคำถามและการตรวจให้คะแนน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 12 ห้องเรียน 641 คน ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต แขวงบางจาก เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพฯ ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนได้จัดห้องละความสามารถของนักเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพฯ ที่เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔ สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง เศษส่วน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. แบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน เรื่อง เศษส่วน

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน
ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการใช้ตัวแทนตามแบบโยนิโสมนสิการ เรื่อง

เศษส่วน มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 แบบเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.2 ศึกษาเนื้อหาและรายละเอียดเรื่อง การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน จากหนังสือที่เกี่ยวข้อง ที่สำคัญดังนี้

1.2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2546)

1.2.2 Mathematics and the Elementary Teacher ของ Richard W. Copeland (1967)

1.2.3 Language in Mathematical Education Research and Practice ของ Kevin Durkin and Beatrice Shire (1991)

1.3 กำหนดเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ดังนี้

1.3.1 แยกแยะองค์ประกอบของเนื้อหาที่เกี่ยวกับประวัติและความเป็นมาของเศษส่วน รวมทั้งการใช้ตัวแทนในระบบเศษส่วนในแต่ละสมัย

1.3.2 แสดงความหมายของเศษส่วนในรูปแบบตัวแทนที่หลากหลาย

1.3.3 แสดงการเปรียบเทียบเศษส่วนด้วยตัวแทนหรือวิธีที่หลากหลาย

1.3.4 แสดงการบวกและการลบเศษส่วน ด้วยตัวแทนหรือวิธีที่หลากหลาย

1.3.5 แสดงการคูณและหารเศษส่วน ด้วยตัวแทนหรือวิธีที่หลากหลาย

1.3.6 ใช้ความรู้แยกแยะองค์ประกอบโจทย์ปัญหาแก้ปัญหาเศษส่วน

1.3.7 เปลี่ยนตัวแทนทางภาษาเรื่องเศษส่วนเป็นตัวแทนแบบอื่นๆ

1.3.8 ใช้ความรู้แยกแยะองค์ประกอบทำการรวบรวมข้อมูลเพื่อเปลี่ยนตัวแทนแบบอื่นๆ เรื่องเศษส่วน เป็นตัวแทนทางภาษาที่ได้สอดคล้องกิจกรรมหรือข้อมูลที่พัฒนาความคิด

ผู้วิจัยได้กำหนดเป้าหมายของการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ช่วงที่ 1 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 2) กิจกรรมที่นำเสนอในช่วงนี้เป็นขั้น

การสอนการคิดแบบแยกส่วนประกอบ ครูสอนการทำแผนผังความคิดกับแผนผังก้างปลาในการแยกส่วนประกอบของเรื่องต่างๆ โดยครูใช้วิธีสอนโดยการ แสดงตัวอย่าง การเล่านิทาน การใช้คำถาม การบรรยายและการใช้ใบงาน

ช่วงที่ 2 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3) กิจกรรมที่นำเสนอในช่วงนี้จะเป็นเรื่องของ การให้ความรู้เกี่ยวกับประวัติศาสตร์ของเศษส่วน ตั้งแต่สมัยอียิปต์ บาบิโลเนียน โรมันและฮินดู อารบิกที่ใช้ในปัจจุบัน โดยใช้เกมเป็นวิธีสอน และให้นักเรียนทำการแยกแยะส่วนประกอบของเนื้อหาที่ได้รับ ในขั้นนี้เป็นการแสดงให้นักเรียนเห็นที่มาและการใช้ตัวแทนความคิดในระบบเศษส่วนที่มีความหลากหลาย

ช่วงที่ 3 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4) กิจกรรมที่นำเสนอเป็นการแสดง ความหมายของเศษส่วนในความหมายแบบต่างๆ และการใช้ตัวแทนในการแสดงความหมายของ เศษส่วน เช่น ภาพ ตัวแทนทางภาษา เส้นจำนวน วัสดุทางกายภาพ และสัญลักษณ์ เป็นต้น โดยครู แจกอุปกรณ์และแบ่งกลุ่มนักเรียนให้ช่วยกันคิด แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอตัวแทนหรือวิธี คิดที่แตกต่างจากกลุ่มอื่นๆ

ช่วงที่ 4 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 – 6) กิจกรรมที่นำเสนอในช่วงนี้จะเป็น เรื่องของการเปรียบเทียบเศษส่วน ด้วยตัวแทนหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งครูจะใช้คำถามในการ กระตุ้นการคิดวิธีการเปรียบเทียบเศษส่วน เป็นการพิจารณาโดยใช้ความหมายของเศษส่วน ร่วมกับ ตัวแทนในรูปภาพ และเส้นจำนวน ซึ่งเน้นการให้เหตุผล

ช่วงที่ 5 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 – 9) กิจกรรมที่นำเสนอในช่วงนี้จะทวน ในเรื่องของความเข้าใจเกี่ยวกับการบวกและการลบของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก หรือจำนวน เต็มลบกับจำนวนเต็มลบ และพัฒนาความคิดต่อเนื่องจนถึงการบวกและการลบเศษส่วน ด้วยวิธีการ 3 แบบคือ 1. การให้ความหมายของสัญลักษณ์ทางพีชคณิตสู่ตัวแทนภาษา 2. ตัวแทนรูปภาพ 3. ตัวแทนทางการคำนวณทางพีชคณิต ซึ่งครูจะเน้นการทำแบบฝึกหัดรายบุคคลจากใบแบบฝึกหัดที่ กำหนด จนนักเรียนมีความคล่องทางความคิดและการคำนวณแล้ว ครูจะให้นักเรียนแบ่งกลุ่มแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบเศษส่วน โดยโจทย์ที่กล่าวถึงนี้จะสอดแทรกความรู้ ความคิด หรือ จริยธรรม ซึ่งเป็นการทำหน้าที่การให้ข้อมูลที่ดี (กัลยาณมิตร) และใช้โจทย์ปัญหาจากหนังสือ แบบเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีร่วมด้วย

ช่วงที่ 6 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 – 13) กิจกรรมที่นำเสนอในช่วงนี้จะ ทวนในเรื่องของความเข้าใจเกี่ยวกับการคูณและการหารของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ และพัฒนาความคิดต่อเนื่องจนถึงการคูณและการหารเศษส่วน ด้วย วิธีการ 3 แบบคือ 1. การให้ความหมายของสัญลักษณ์ทางพีชคณิตสู่ตัวแทนภาษา 2. ตัวแทนรูปภาพ

3. ตัวแทนทางการคำนวณทางพีชคณิต ซึ่งครูจะเน้นการทำแบบฝึกหัดรายบุคคล จากใบงานในแบบฝึกหัดที่กำหนด จนนักเรียนมีความคล่องทางความคิดและการคำนวณแล้ว ครูจะให้นักเรียนแบ่งกลุ่มการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณและการหารเศษส่วน รวมทั้งโจทย์ปัญหาระคน และให้นักเรียนทำการสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง ที่ประกอบไปด้วยลักษณะการคิดแบบโยนิโสมนสิการ คือ คิดมีเหตุผล คิดมีระบบ คิดมีระเบียบ และคิดเร้ากุศล

1.4 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแบบโยนิโสมนสิการที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง เศษส่วน สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนด โดยจัดทำเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ของแต่ละกิจกรรม ประกอบด้วย

14.1 เรื่องที่สอน

14.2 เวลาที่ใช้

14.3 สาระสำคัญ

14.4 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

14.5 จุดประสงค์การเรียนรู้

14.6 เนื้อหา

14.7 สื่อการเรียนรู้ ได้แก่ แบบฝึกหรือใบกิจกรรม วัสดุอุปกรณ์ เป็นต้น

14.8 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้

14.9 การวัดและการประเมินผล

14.10 เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู ในบางเนื้อหาที่เพิ่มเติมจากเนื้อหาคู่มือครู

ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว จำนวน 13 แผน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบเพื่อพิจารณาความเหมาะสมความเป็นไปได้ของกิจกรรมพร้อมให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่านไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

1.7 นำแบบทดสอบที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 15 คน โดยใช้เวลาสอนจำนวน 13 ครั้ง หลังจากการสอนแล้ว ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในด้านความยากง่าย ความเหมาะสมของภาษาและเวลาที่ใช้สอน รวมทั้งสื่อการสอน แล้วนำมาปรับปรุง จากนั้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องชัดเจนอีกครั้ง ก่อนที่จะนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

2. ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบหลังการเรียนการสอน มี 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 20 คะแนน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นดังนี้

แบบทดสอบปรนัย

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง และวิเคราะห์ข้อสอบวิเคราะห์ เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ของกิจกรรมที่ใช้ในการทดลอง ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

2. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

3. นำแบบทดสอบที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหา กับจุดประสงค์

4. นำแบบทดสอบหาค่า IOC โดยให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ โดยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 30 ข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 0.67 จำนวน 5 ข้อ และค่า IOC เท่ากับ 1 จำนวน 25 ข้อ

5. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้น ม.2 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร กลุ่มที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เศษส่วน จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

6. นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของจุง เทห์ ฟาน

7. เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.23-0.81 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.69 จำนวน 20 ข้อ

8. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้ว จำนวน 20 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต กลุ่มที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เศษส่วน จำนวน 100 คน เพื่อค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR – 20 โดยมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.69

แบบทดสอบอัตนัย

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

2. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

3. นำแบบทดสอบที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหา กับจุดประสงค์

4. นำแบบทดสอบหาค่า IOC โดยให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ โดยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 7 ข้อ ที่มีค่า IOC มีค่าเท่ากับ 1

5. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้น ม.2 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร กลุ่มที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เศษส่วน จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยที่นักเรียนทำได้ นำผลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากและอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ โดยเลือกข้อสอบที่มีความยากระหว่าง 0.30-0.47 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.51 – 0.86 จำนวน 5 ข้อ

7. นำแบบทดสอบอัตนัยที่คัดเลือกแล้ว จำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้น ม.2 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร กลุ่มที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เศษส่วน จำนวน 100 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยวิธีใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83

3. ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน เรื่อง เศษส่วน

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และตัวอย่างการสร้างแบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียนจากเอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างแบบทดสอบท้ายบทเรียน

2. สร้างแบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน เรื่องเศษส่วน แบบเติมค่าและอัตนัย จำนวน 5 ชุด โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

3. นำแบบทดสอบที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง
4. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาและพัฒนาการสอนรูปแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One group pretest-posttest design

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

| กลุ่ม | สอบก่อน | ทดลอง | สอบหลัง |
|-------|----------------|-------|----------------|
| E | O ₁ | X | O ₂ |

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

- E หมายถึง กลุ่มทดลอง
- X หมายถึง การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน
- O₁ หมายถึง การสอบก่อนเรียน
- O₂ หมายถึง การสอบหลังเรียน

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนวชิรธรรมสาธิตในการจะขอเข้าทำการศึกษาทดลองจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองตามแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 13 คาบเรียน โดยก่อนทำการสอนผู้วิจัยทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) และในระหว่างกระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยทำการทดสอบระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และทำการเก็บผลงานของผู้เรียนเพื่อเป็นข้อมูลการพัฒนาการการใช้ตัวแทนและลักษณะของตัวแทนทางภาษาที่มีคุณธรรม จริยธรรม หรือ ความคิดที่ดีที่สร้างสรรค์สอดแทรกในตัวแทนภาษา
2. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ซึ่งมี 2 ตอน

คือ ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมงครึ่ง

4. ตรวจสอบผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ ข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบในแต่ละข้อ ให้ 0 คะแนน และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยข้อละ 4 คะแนน สำหรับการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

| คะแนน / ความหมาย | ลักษณะของคำตอบ |
|-------------------|---|
| 4 (ดีมาก) | แสดงวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาได้อย่างชัดเจนทุกขั้นตอน |
| 3 (ดี) | แสดงวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาได้ชัดเจน แต่ขาด 1 ขั้นตอน |
| 2 (พอใช้) | แสดงวิธีการชัดเจน แต่ขาด 2 ขั้นตอน |
| 1 (ควรปรับปรุง) | แสดงวิธีการไม่ชัดเจน มีเพียงขั้นตอนเดียวที่ถูกต้อง |
| 0 (ต้องแก้ไข) | ไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการที่นำไปสู่คำตอบ |

4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ในการศึกษาครั้งนี้ ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2538 : 73)

$$\text{สูตร } \bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ย

\sum แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2522 : 101)

$$\text{สูตร } s = \sqrt{\frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3. การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 248 - 249)

$$\text{สูตร } IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

4. ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952:3-32)

5. หาค่าความยากของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25 % ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดตามแนววิธีของ วิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitmey and D. L. Sabers) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ 2539: 199 -200)

$$\text{สูตร } \text{ดัชนีค่าความยาก } (P_E) = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความยาก

| | | |
|-----------|-----|--|
| S_U | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ |
| S_L | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ |
| N | แทน | จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน |
| X_{max} | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ |
| X_{min} | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ |

6. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรของ วิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitmey and D. L. Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2539: 199 -201)

$$\text{สูตร} \quad \text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D)} = \frac{S_U - S_L}{N (X_{max} - X_{min})}$$

| | | | |
|-------|-----------|-----|--|
| เมื่อ | D | แทน | ดัชนีค่าอำนาจจำแนก |
| | S_U | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ |
| | S_L | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ |
| | N | แทน | จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน |
| | X_{max} | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ |
| | X_{min} | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ |

7. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตร KR-20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538:197-199)

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right)$$

| | | | |
|-------|----------|-----|--|
| เมื่อ | r_{tt} | แทน | ความเชื่อมั่นของข้อสอบ |
| | k | แทน | จำนวนข้อสอบ |
| | p | แทน | สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือ <u>จำนวนคนที่ถูก</u> จำนวนคนทั้งหมด |
| | q | แทน | สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ คือ 1-P |
| | S_t^2 | แทน | คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้ |

8. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\text{สูตร} \quad \alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{S_t^2} \right)$$

| | | | |
|-------|----------|-----|---------------------------------------|
| เมื่อ | α | แทน | ความเชื่อมั่นของข้อสอบ |
| | k | แทน | จำนวนข้อสอบ |
| | S_i^2 | แทน | คะแนนความแปรปรวนของเป็นรายข้อ |
| | S_t^2 | แทน | คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ |

9. ทดสอบสมมติฐานในการผ่านเกณฑ์ โดยใช้ t – test one group (สรชัย พิศาลบุตร. 2544 : 131) โดยคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$t - test \ one \ group = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

| | | | |
|-------|-----------|-----|---|
| เมื่อ | \bar{x} | แทน | ค่าเฉลี่ยของลักษณะที่ผู้วิจัยสนใจซึ่งได้จากตัวอย่าง |
| | μ | แทน | ค่าเฉลี่ยที่เป็นค่าเกณฑ์ของลักษณะที่ผู้วิจัยสนใจทดสอบ |
| | S | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของลักษณะตัวอย่างที่ผู้วิจัยสนใจ |
| | n | แทน | จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยเลือกมาเป็นตัวแทนในการเก็บ |

10. ทดสอบสมมติฐานในการผ่านเกณฑ์ โดยใช้ t – test dependent (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2522 : 220)

$$t - test \ dependent = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

| | | | |
|-------|----------|-----|---|
| เมื่อ | $\sum D$ | แทน | ผลรวมของความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่ |
| | n | แทน | จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยเลือกมาเป็นตัวแทนในการเก็บ |

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

\bar{X}_1 แทน คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังที่ได้รับการสอน

\bar{X}_2 แทน คะแนนเฉลี่ยของคะแนนรวม

μ แทน เกณฑ์ที่กำหนด

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนเรียนกับคะแนนหลังเรียนแต่ละคู่

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนเรียนกับคะแนนหลังเรียนแต่ละคู่ ยกกำลังสอง

t - test dependent แทน ค่าสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบก่อนเรียน และหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

t - test one group แทน ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานในการผ่านเกณฑ์

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนสอบของนักเรียนก่อนและหลังที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ในการผ่านเกณฑ์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนสอบของนักเรียนก่อนและหลังที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ปรากฏผลในตาราง ดังนี้

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนสอบของนักเรียนก่อนและหลังที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน

| | N | \bar{X}_1 | $\sum D$ | $\sum D^2$ | t – test dependent |
|-----------|----|-------------|----------|------------|--------------------|
| Pre-test | 53 | 8.15 | 257 | 2,455 | 7.32 ** |
| Post-test | 53 | 12.96 | | | |

** มีนัยสำคัญที่ .01

$$t_{(.01, 60)} = 2.617$$

จากตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า คะแนนสอบของนักเรียนระหว่างก่อนกับหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ.01 โดยมีผลการสอบของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการ โดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง เศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งเป็นตามสมมติฐาน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ในการผ่านเกณฑ์

ตาราง 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ในการผ่านเกณฑ์

| | N | \bar{X}_2 | μ | S | t – test one group |
|----------|----|-------------|-------|-------|--------------------|
| คะแนนรวม | 53 | 37.72 | 50 | 11.50 | - 7.77 ** |

$$t_{(.01, 60)} = 2.567$$

จากตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ไม่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐาน

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาแนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังจากได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการสอบของนักเรียนภายหลังจากได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังจากได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 12 ห้องเรียน 641 คน ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต แขวงบางจาก เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพฯ ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนได้จัดห้องละความสามารถของนักเรียน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพฯ ที่เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔ สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นโดยใช้คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เป็นหลักในการกำหนดเวลาในการสอน และเป็นแนวทางในการตั้งจุดประสงค์ในการเรียน ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขความถูกต้องและสอดคล้องกับเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญ และนำไปใช้กับกลุ่มควบคุม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน มีจำนวน 1 ชุด ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนชุดละ 20 ข้อ และ อัตนัยชนิดแสดงวิธีทำจำนวนชุดละ 5 ข้อ มีค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ดังนี้

2.1 ข้อสอบแบบปรนัยมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.23 – 0.81 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 – 0.69 และมีค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) เท่ากับ 0.69

2.2 ข้อสอบแบบอัตนัยมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.3 – 0.47 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.51 – 0.86 และมีค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) เท่ากับ 0.83

3. แบบทดสอบย่อยท้ายบทเรียน เรื่องเศษส่วน มีจำนวน 5 ชุด ซึ่งเป็นแบบเติมคำและอัตนัย (แสดงวิธีทำสั้นๆ) ได้ผ่านการแก้ไขความถูกต้องและสอดคล้องเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนกลุ่มทดลอง โดยใช้เวลาในการสอน 13 คาบ และสอบ 4 คาบ คาบละ 50 นาที โดยดำเนินการดังนี้

1. สุ่มห้องเรียนมา 1 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน ซึ่งจากการจัดห้องเรียนของโรงเรียนเป็นห้องที่มีความสามารถปานกลาง เป็นห้องที่ 2 ในแผนการเรียน คณิต - ศิลป์ ซึ่งมีคาบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 3 คาบต่อสัปดาห์

2. ทดสอบกลุ่มทดลองด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน

3. ดำเนินการทดลอง โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน

4. หลังการทดลองให้นักเรียนทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อีกครั้ง ด้วยแบบทดสอบเดิม แล้วนำผลคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้มาวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางในการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน ผลการศึกษาค้นคว้าสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผลการสอบของนักเรียนภายหลังที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน สอบไม่ผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องเศษส่วน โดยได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 50

อภิปรายผล

1. จากสมมติฐานว่า ผลการสอบของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงขึ้นกว่าก่อนเรียน โดยใช้ค่า t - test dependent จากผลตามตาราง ปรากฏผลว่า คะแนนผลการสอบของนักเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจากจุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้าข้อที่ 1 ในการศึกษาแนวทางการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน สามารถแจกแจงรายละเอียดได้ดังนี้

1.1 การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยครูมีลักษณะเป็นกัลยาณมิตร และโจทย์ปัญหาเป็นโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นกัลยาณมิตร คือ เป็นโจทย์ปัญหาที่สอดแทรกความรู้และคุณธรรม นอกเหนือจากเน้นการแก้ปัญหาโดยการคำนวณเพียงอย่างเดียว ผลของการตอบคำถามปลายเปิดของนักเรียนพบว่า ครูที่สอนมีลักษณะเป็นกัลยาณมิตร นักเรียนมีความกล้าที่จะถามปัญหา และมีความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของสมาน สาครจิต (2532 : บทคัดย่อ) ว่าการที่ครูมีลักษณะเป็นกัลยาณมิตรจะทำให้ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อครูคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และการใช้โจทย์ปัญหาที่จำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันโดยมีการสอดแทรกคุณธรรม ความดี หรือความรู้ในโจทย์ปัญหา ทำให้เกิดการเปลี่ยนความคิดและพฤติกรรมของนักเรียนบางคน คือนักเรียนบางคนมีการช่วยงานพ่อแม่มากขึ้น หรือบางคนแบ่งปันเพื่อนมากขึ้น ด้วยเหตุผลที่ได้อ่านโจทย์แล้วทำให้เกิดความคิดว่า สิ่งที่อ่านจากโจทย์เป็นเรื่องง่ายๆ ใกล้เคียง ใช้เป็นแนวทางการปฏิบัติตัว จึงเกิดการเลียนแบบ ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการศึกษาของพระธรรมปิฎก (2546 : 16 – 18) ที่อธิบายไว้ว่า การกระตุ้นชักจูงจากภายนอก (ปรโตโฆสะ) จะช่วยนำไปสู่ การทำให้ใจให้แยบคาย หรือ การรู้จักคิด (โยนิโสมนสิการ) และสอดคล้องกับพระราชดำรัสในสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี (สมุณทนา พรหมบุญ . 2547 : (online)) ว่าการ

สอนให้มีคุณธรรมไม่ใช่เน้นหนักที่ท่องจำ คุณธรรมทางศาสนาที่สำคัญควรปลูกฝังคุณธรรมในชีวิตประจำวันด้วยการปฏิบัติ/และงานวิจัยของ กิติพงษ์ ลือนาม (2538 : บทคัดย่อ) อรุณศรี อึ้งประเสริฐ (2532 : บทคัดย่อ) และ นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2538 : บทคัดย่อ) กัลยา วรณโกคา (2532 : บทคัดย่อ) เกี่ยวกับความคิดเห็นของครุคณิตศาสตร์ว่าควรสอดแทรกความรู้ด้านจริยธรรมด้านความสามัคคีและความมีเหตุผล ความกตัญญูกตเวที ความมีระเบียบวินัย ความเสียสละ ความสามัคคี การประหยัด ความยุติธรรม ความอดทนและความเมตตากรุณา และความรู้ด้านสิ่งแวดล้อม ที่เกี่ยวกับสัตว์ป่า ป่าไม้ พลังงานไฟฟ้า มลพิษ และสอดคล้องกับ จินดา นิลแย้ม (2533 : บทคัดย่อ) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการสอดแทรกมโนทัศน์ทางจริยธรรมในการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความซื่อสัตย์สุจริต ความไม่เห็นแก่ตัว ความมีน้ำใจเป็นธรรมไม่ลำเอียง พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางจริยธรรมของนักเรียนพัฒนาขึ้น

1.2 การสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยการพัฒนางานองค์ประกอบของโยนิโสมนสิการภายในของนักเรียน ซึ่งเป็นการสอนที่เน้นทักษะกระบวนการ เรื่องเหตุผล รวมทั้งการคิดเป็นระบบ การคิดเป็นระเบียบ และคิดเร้ากุศล สามารถแจกแจงได้ดังนี้

1.2.1 ทักษะกระบวนการ เรื่องเหตุผล จะปรากฏอย่างเด่นชัดในส่วนของประวัติของเศษส่วน และการใช้ความหมายของเศษส่วนเชื่อมโยงไปสู่เหตุผลของขั้นตอนวิธีการของดำเนินการต่างๆของจำนวนเศษส่วน ที่นักเรียนเคยเรียนผ่านมาในระดับชั้นประถมศึกษา ผลของการทำแบบทดสอบและคำถามปลายเปิด พบว่ามีนักเรียนหลายคนสามารถคิดคำตอบได้เร็วขึ้นด้วยการใช้เหตุผล โดยเป็นการใช้เหตุผลจากการเชื่อมโยงความหมาย และใช้ตัวแทนแบบอื่นที่ไม่ใช่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยตรง เป็นผลให้นักเรียนที่เข้าใจกระบวนการใช้เหตุผลในการคำนวณเกิดทัศนคติต่อการเรียนเรื่องเศษส่วนดีขึ้นอย่างมาก เนื่องจากได้พบวิธีคำนวณที่สั้นและง่ายขึ้น และมีนักเรียนหนึ่งคนที่แสดงความคิดได้ในวิธีการที่ตนเองคิดขึ้นโดยมีความแตกต่างจากที่ครูสอน และแตกต่างวิธีคิดในหนังสือเรียน ซึ่งในคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ (2544 : 195 -196) ได้แสดงว่า การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดได้อย่างหลากหลาย และผลการศึกษาของนันเน่ส์ เดเซล และเบล (Nunes ; Desiel ; & Bell. 2003 : 651) พบว่ามีความแตกต่างระหว่างปริมาณเชิงกว้าง (extensive quantities) กับเชิงลึก (intensive quantities) โดยมีอุปสรรคระดับชั้นประถมศึกษาในการเข้าใจเกี่ยวกับปริมาณเชิงลึก ซึ่งความยากอยู่ที่มีตัวแปรจะต้องพิจารณา 2 ตัวแปรในเวลาเดียวกัน ในการที่จะทำความเข้าใจความสัมพันธ์เชิงผกผันระหว่างตัวแปรทั้งสอง

1.2.2 การคิดเป็นระบบ จะปรากฏในส่วนแสดงแผนผังความคิดโดยการแยกแยะส่วนประกอบ ซึ่งนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ผลของการตอบคำถามปลายเปิด มีนักเรียนบางคน

ตอบว่า “ จากที่ไม่เคยตีโจทย์ปัญหาแตกเลย ในชั้นป. 6 ก็ได้ตีโจทย์แตก ” และมีนักเรียนบางคนตอบว่า “ จะทำอะไรก็คิดมากขึ้น เพราะได้ความคิดมาจากตอนเรียนที่ถูกสอนให้คิดในสิ่งที่ซ่อนอยู่ในข้อความที่อ่าน ” ซึ่งนักเรียนได้เรียนในคาบเรียนการแยกแยะส่วนประกอบของโจทย์

1.2.3 การคิดเป็นระเบียบ จะปรากฏชัดเจนในส่วนการแสดงวิธีทำ ซึ่งเป็นการจัดการผลของการคิด นำเสนอตามลำดับขั้นตอนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิธีการที่นักเรียนได้เรียนเป็นปกติในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนมากมีปัญหาในการแปลงความเข้าใจเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และขาดความคิดที่เป็นระเบียบขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องผลการวิจัยของสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่พบว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทำข้อสอบแบบอธิบายความหรือแสดงวิธีทำไม่ได้ เป็นส่วนใหญ่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2539 :29 – 30) และเจริญแก้วประดิษฐ์ (2532 : บทคัดย่อ) ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้น ม.2 จำนวน 405 คน พบว่า ความสามารถในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดอยู่ในระดับต่ำ

1.2.4 การคิดเร็วถูกผล จะปรากฏอย่างชัดเจนในการแต่งโจทย์ปัญหา เนื่องจากเป็นข้อกำหนดให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเรื่องเศษส่วนที่สอดคล้องกับความรู้หรือคุณธรรม จริยธรรม ผลการตรวจใบงานการแต่งโจทย์ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจเกี่ยวกับคุณธรรม หรือความดีอย่างจำกัด คิดได้ไม่ยืดหยุ่นและหลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (สมพงษ์ จิตระดับ .2547 : 8 – 10) ที่พบว่าเด็กไทยห่างศาสนา

2. จากสมมติฐานว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 โดยใช้ t - test one group จากตาราง ปรากฏผลว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนน้อยกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 พื้นฐานเรื่องการคำนวณ ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองบางคนมีปัญหาเกี่ยวกับการท่องสูตรคูณผิด ท่องสูตรคูณไม่คล่อง หา ค.ร.น.ไม่ถูก ไม่เข้าใจวิธีการทำเศษเกินเป็นจำนวนคละ หรือการทำจำนวนคละเป็นเศษเกิน ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการบวกลบจำนวนบวกกับจำนวนลบ และสับสนกับการคูณหารจำนวนเต็ม ซึ่งสอดคล้องกับผลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (GAT) ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ย 16 .68 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน (ไทยรัฐ. 2547 , 16 มิถุนายน : หน้า 15) และงานวิจัยของ อดุลย์ วิมลสันติรังษี (2530 : บทคัดย่อ) พบว่าพื้นฐานความรู้เดิมเป็นตัวแปรอิสระที่มีผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เช่นเดียวกับบุญกุล ภูประเสริฐ (2534 : บทคัดย่อ) พบว่า

องค์ประกอบที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากที่สุดคือ พื้นฐานความรู้เดิม และประพนธ์ เจียรกุล (2533 : 58 – 59) ศึกษาข้อมูลการทำวิจัยในประเทศไทยเกี่ยวกับการศึกษาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุด คือผลการเรียนที่เรียนผ่านมาแล้ว โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในภาคเรียนที่หนึ่ง จะมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเมื่อสิ้นภาคเรียนที่ 2 ถึง 0.80 – 0.90

2.2 พื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายเศษส่วน นักเรียนไม่ทราบความหมายของเศษส่วนเท่าที่ควร นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจว่าเศษส่วนคือตัวเลขชนิดหนึ่ง โดยในคาบเรียนเรื่องความหมายและการใช้ตัวแทนของเศษส่วน นักเรียนแต่ละกลุ่มไม่สามารถบอกความหมายได้ถูกต้อง และเมื่อให้นักเรียนแสดงความหมายเศษส่วนมีเพียงกลุ่มเดียวที่วาดภาพแทนความหมายของเศษส่วนได้ แต่เมื่อให้นักเรียนใช้วัตถุแสดงความหมายของเศษส่วนก็ไม่มียกกลุ่มใดใช้แสดงสามารถความหมายของเศษส่วนได้ ซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ไม่ได้เน้นการทำความเข้าใจความหมายของเศษส่วน เพราะความหมายเศษส่วนนักเรียนจะต้องเข้าใจมาก่อน เนื่องจากเรื่องเศษส่วนเป็นเรื่องที่นักเรียนเรียนมาตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 (กระทรวงศึกษาธิการ . 2539 :304 -324) และเรียนอย่างต่อเนื่องจนถึงระดับประถมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ . 2539 :304) ในการศึกษาครั้งนี้เป็นการแสดงความหมายของเศษส่วนในรูปแบบต่างๆกัน หรือเป็นการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เพื่อเป็นการแสดงผลการตัวแทนภายในหรือความเข้าใจที่แท้จริงของนักเรียน ที่ครูจะวัดได้ (Moyer ; & Mailley .2004 : 244) ; (Coaco ; & Curcio .2001: x – xi) และซาสกิส กับ ลิจิดาฮัล (Zazkis ; Lijedahl . 2004 : 165) ศึกษาการเข้าใจของจำนวนเฉพาะ โดยกฎของการใช้ตัวแทน พบว่า การใช้ตัวแทนเป็นตัวแทนบางอย่าง เป็นเพียงมีการเชื่อมโยงไปยังจิตใจของนักเรียน ระหว่างความเข้าใจของตัวที่ใช้เป็นตัวแทนและตัวที่ถูกแทน ซึ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์หรือการมีตัวแทนภายใน สามารถจะวัดได้จากการใช้ตัวแทนภายนอกในเรื่องเดียวกันมากกว่า 1 ตัวแทน (Jancier ; Girardon;& Morand .2000 : 88 – 90)

2.3 ปัญหาเกี่ยวกับความเข้าใจเรื่องภาษา ในคาบแรกที่ให้นักเรียนทำแผนผังความคิด โดยนักเรียนต้องจับประเด็นหลักของเรื่องที่อ่านเป็นอันดับแรกว่าเรื่องที่อ่านเป็นเรื่องอะไรมีหัวข้อหลักอะไรบ้าง จากนั้นให้นำรายละเอียดของแต่ละประเด็นออกมาเติม ปรากฏว่านักเรียนเกือบทั้งห้องจับใจความไม่ได้ สามารถบอกถึงรายละเอียดที่มีในบทความที่อ่านเท่านั้น และในการเขียนแสดงความคิดเห็นในใบงานที่เป็นคำถามปลายเปิดเพื่อเก็บข้อมูลความคิดเห็นของนักเรียนโดยนักเรียนไม่ต้องลงชื่อ มีนักเรียนหลายคนที่จะกดคำผิด นอกจากนี้การให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหา ก็จะพบประเด็นความไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่อ่าน หรือเป็นปัญหาของการอ่านหนังสือไม่แตก ความสามารถในการเรียนภาษาไทยต่ำกว่าเกณฑ์ ซึ่งดูได้จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาไทย (GAT) ในระดับประถม

ศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ย 18.10 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน (เดลินิวส์. 2547, 16 มิถุนายน , หน้า 24) และการเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ปัญหามีตัวอย่างที่เป็นข้อสังเกต อาทิเช่น โจทย์ปัญหาน้ำผลไม้ที่มีการบอกส่วนประกอบของน้ำผลไม้ว่ามี น้ำมะนาว น้ำเชื่อม น้ำเปล่า และเกลือเล็กน้อย ให้หาปริมาณของภาชนะที่จะนำมาใส่น้ำผลไม้ว่าอย่างน้อยต้องมีปริมาตรเท่าใด ปรากฏว่ามีนักเรียนหลายคนนำจำนวนที่มีในโจทย์ดังกล่าวมาลบกัน โดยเอาปริมาณน้ำเปล่าซึ่งเป็นจำนวนมากที่สุดเป็นตัวตั้งแล้วหักด้วยปริมาณน้ำมะนาวและน้ำเชื่อม หรือโจทย์ปัญหาชายคนหนึ่งเดินทาง 2 ปี ได้ระยะทาง $\frac{5}{8}$ ของระยะทางทั้งหมด นักเรียนเกือบทั้งหมดจะนำจำนวน 2 มาคิดคำนวณ ในขณะที่โจทย์เรื่องเจ้าหางแดงแบ่งแครอทครึ่งหนึ่ง นักเรียนทุกคนไม่มีใครใช้เลข $\frac{1}{2}$ ในการคำนวณ และในการแต่งโจทย์ปัญหามีนักเรียนหลายคนใช้ภาษาโดยที่ไม่เข้าใจความหมายอย่างชัดเจน เช่น มีการขายถุงเท้า หรือ รองเท้า $\frac{1}{4}$ คู่ หรือ มีเงิน $\frac{1}{8}$ บาท หรือ ขายเข็มขัด $5\frac{4}{7}$ เส้นหรือ นำคุณธรรม $4\frac{1}{3}$ รวมกับความรู้ $1\frac{3}{5}$ และนักเรียน หลายคนไม่มีการใส่หน่วยตามหลังจำนวน ซึ่งเดอกิน (Durkin .1991: 7 – 8) ให้ความสำคัญกับภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า “ หน้าที่หลักสำคัญของภาษาคือการสื่อสารความหมาย ในการศึกษาคณิตศาสตร์จึงเริ่มและดำเนินไปโดยใช้ภาษากำหนดหรือติดขัดเพราะภาษา และผลที่ได้ก็มักถูกประเมินจากการใช้ภาษา ” และ มิวรา (Miura. 2001: 53 - 61) ได้ศึกษาเกี่ยวกับอิทธิพลของภาษาในการเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จากในภูมิภาคต่างๆของโลกพบว่า ภาษามีส่วนสำคัญอย่างมากในการทำให้เกิดภาพของจำนวน และสร้างความเข้าใจในคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน รวมทั้งผลการศึกษาของไพค์ (Pyke . 2003 :423) พบว่าความสามารถในการอ่านของแต่ละบุคคลมีผลโดยตรงต่อยุทธศาสตร์การใช้ตัวแทน ซึ่งเป็นผลทางอ้อมแก่ผลการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ (Task performance) และเป๊ป (Pape . 2004 : 187) ศึกษาเกี่ยวกับนิสัยการแก้ปัญหาของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา เกี่ยวกับการวิเคราะห์การรับรู้ (A cognitive analysis) จากการเห็นโดยสรุปจากการอ่าน (from a reading comprehension perspective) พบว่า ฐานของความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาเป็นการรวมทั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทฤษฎีการเปรียบเทียบการอ่านและวิธีการใช้การเปรียบเทียบที่แตกต่างกัน 90 % ของการแก้ปัญหาใช้พฤติกรรมแก้ปัญหาใช้ 1 พฤติกรรมหลักของปัญหา และข้อจำเป็นของการอธิบายและจัดชั้นเป็นการช่วยระหว่างความสามารถในการอ่านระดับสูง (higher reading) และผลการสอบคณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จ (mathematics achievement tests)

ข้อสังเกตจากการทดลอง

1. ในช่วงแรกของการสอน คำถามของนักเรียนจะไม่มีคำถามในลักษณะการถามว่าทำไม จะเป็นคำถามในลักษณะทำอะไร ทำแบบไหน แต่เมื่อสอนไปคาบที่ 10 หลังจากที่นักเรียนได้เหตุผลของการที่ส่วนของเศษส่วนที่นำมาบวกกันจะต้องเท่ากัน และทำไมการคูณจะได้ผลในลักษณะนำตัวเศษคูณตัวเศษ ตัวส่วนคูณตัวส่วน ผู้ทำการวิจัยจะได้ยินคำถามในลักษณะทำไมเกิดขึ้น เช่น มีนักเรียนถามว่าทำไมการหารเศษส่วนจะต้องกลับหารเป็นคูณกลับเศษเป็นส่วน และมีการใช้เหตุผลนำมาประกอบคำถามมากขึ้น ในการศึกษาในครั้งนี้พบว่า มีนักเรียนแสดงวิธีคำนวณที่แตกต่างจากในหนังสือเรียนและวิธีการที่ครูสอน (ที่ครูสอนคือการเขียนจำนวนเต็มกับเศษส่วนออกจากกัน คือ $23 \frac{1}{8}$ $= 23 + \frac{1}{8}$ และ $-3 \frac{1}{4} = -3 - \frac{1}{4}$) วิธีการที่นักเรียนแสดง คือ $23 \frac{1}{8} - 3 \frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = 23 \frac{1}{8} - 3 \frac{2}{8}$ ซึ่งวิธีการเดิมจะต้องทำ $3 \frac{1}{4}$ ให้เป็นเศษเกิน จากนั้นก็ทำการคูณด้วย $\frac{2}{2}$ ตามลำดับ

2. จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองแผนการจัดการเรียนรู้พบว่า มีนักเรียนให้ความเห็นเกี่ยวกับการเรียนเรื่องเศษส่วนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นว่า "เกิดความรู้สึกว่าในอดีตที่ผ่านมาที่มีการเรียนเรื่องเศษส่วนจนปัจจุบันเหมือนไม่เคยเรียนเศษส่วนมาก่อน การเรียนครั้งนี้เหมือนเป็นการเรียนเรื่องเศษส่วนเป็นครั้งแรก เพราะที่ผ่านไม่เคยรู้ว่าความหมายของเศษส่วนมีอะไรบ้าง ที่สามารถบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนได้ ก็เพราะทำตามที่ครูบอกให้ทำเท่านั้น แต่ไม่รู้ว่าทำไมถึงต้องทำอย่างนั้น และเศษส่วนมีเรื่องราวที่เกี่ยวข้องมากมาย มีทั้งเป็นประวัติศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและเรื่องที่ไม่ถึง เช่น โน้ตดนตรี และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวในชีวิตประจำวันอย่างเรื่องการแบ่งแ่งโม เมื่อเรียนแล้วทำให้มองเห็นความเป็นคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่น่าสนใจ และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัว ถึงจะไม่เข้าใจในสิ่งที่เรียนทั้งหมด แต่การได้เรียนก็ทำให้ก็ชอบคณิตศาสตร์มากขึ้น " นักเรียนบางคนในกลุ่มตัวอย่างบอกว่า " การเรียนในครั้งนี้ทำให้เกิดความตั้งใจเรียนเพิ่มขึ้น เพราะมีความอยากรู้เรื่องราวต่างๆมากขึ้น เพราะมีความรู้แปลกและแตกต่างจากที่เคยได้เรียนมา ทำให้รู้ว่ายังมีความรู้อีกมากมายที่น่าสนใจ "

3. ผลการตอบคำถามปลายเปิดของนักเรียนเกี่ยวกับการตั้งใจเป็นไปในทางที่ดี เช่น ในการตั้งใจมีผลทำให้เกิดการเห็นภาพรวมของโจทย์ปัญหา มีแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น หรือมีความรู้สึกสนุก ได้เป็นตัวของตัวเอง ภูมิใจที่ทำได้ แต่ผลการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนที่แต่งขึ้นเองนั้นมีหลายคนที่ทำผิด

4. รูปแบบการเรียน การศึกษาครั้งนี้ใช้การสอนรูปแบบใหม่เนื่องจากการสอนในรูปแบบโยนิโสมนสิการ หรือที่เรียกว่าแนวการสอนเพื่อให้เกิดการคิดเป็น เป็นการเรียนที่เน้นการคิดวิเคราะห์ เพราะจะเน้นการพัฒนาทักษะกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล มีนักเรียนหลายคนไม่สามารถรับการเรียนใน

รูปแบบนี้ โดยระหว่างการสอนมีการเรียกร้องให้สอนในลักษณะผู้เรียนคติน้อยๆ โดยการขอให้ครูบอกวิธีคิดหรือขั้นตอนแบบสำเร็จรูป ซึ่งเป็นการเรียนแบบท่องจำแบบที่เคยเรียนผ่านมา และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เคยชินกับการที่ต้องศึกษาด้วยตัวเองล่วงหน้า ทั้งๆที่เนื้อหาทั้งหมดในเรื่องเศษส่วนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 ตามหลักสูตรปัจจุบัน เป็นการรวมเนื้อหาเศษส่วนในระดับชั้นประถมศึกษาด้วยความรู้เรื่องการดำเนินการของจำนวนบวกและจำนวนลบเข้าด้วยกันเท่านั้น ไม่ได้เรียนเนื้อหาใหม่ทั้งหมด แต่วัฒนธรรมการเรียนในลักษณะถูกป้อนทำให้เด็กขาดความใฝ่รู้ ใฝ่ศึกษา

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1.1 ดอสเซย์ และคณะ (Dossey ; et al . 2002 : 83) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือ คณิตศาสตร์ราวกับเป็นการใช้ตัวแทน แต่การเรียนการสอนในประเทศไทยมีการจำกัดการใช้ตัวแทนเพียงบางชนิด ทำให้ความคิดและความเข้าใจต่อคณิตศาสตร์ได้ถูกจำกัดไปด้วย ควรพัฒนาการใช้ตัวแทนแบบอื่นๆในเรื่องเศษส่วนในระดับชั้นประถมศึกษาให้มากขึ้น เช่น การใช้ภาพเส้นจำนวน วัตถุ ฯลฯ โดยเฉพาะควรมีการฝึกนักเรียนเปลี่ยนประโยคที่กำหนดให้ (ตัวแทนทางภาษา) ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (ตัวแทนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์) ให้มากขึ้น เพื่อช่วยนักเรียนในการตีความหมายโจทย์ปัญหา รวมทั้งเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

1.2 จำนวนนักเรียนต่อหนึ่งห้องเรียน ไม่ควรมีมากเกินไป 40 คน โดยเฉพาะวัยของเด็กที่มีความสามารถควบคุมตัวเองไม่ได้ดีพอ เนื่องจากจะมีปัญหาเรื่องการจัดการชั้นเรียนนานาประการ เช่น การได้ยินครูสอนอย่างทั่วถึง การมองเห็นกระดานชัดเจน การขาดสมาธิและความสามารถควบคุมตนเอง การคุยกันในห้องเรียน ซึ่งมีผลอย่างมากที่ทำให้ครูดูแลนักเรียนได้ไม่ทั่วถึง

1.3 ควรส่งเสริมให้มีการสอนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการให้เหตุผลมากยิ่งขึ้น และเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดร่วมกับการค้นคว้าด้วยตัวเอง โดยมีการกระตุ้นผู้เรียนเป็นระยะ ผู้วิจัยเชื่อว่า จะพัฒนาความคิดและพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความใฝ่รู้ ใฝ่ศึกษา รวมทั้งนิสัยรักการอ่าน

1.4 นอกจากการส่งเสริมการใช้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความรู้และคุณธรรมแล้ว ควรสอดคล้องคุณธรรมกับการสอนทุกวิชา ซึ่งจะมีผลต่อการพัฒนานิสัยให้นักเรียนเป็นคนดี มีคุณธรรม และนำความรู้ที่ได้ไปปฏิบัติ ซึ่งระหว่างทดลองแผนการสอนในนักเรียนกลุ่มทดลอง 15 คน ผู้วิจัยพบว่าหลังจากที่นักเรียนได้อ่านบทความเกี่ยวกับประเภทของมนุษย์ บางคนมีความขยันขึ้น เนื่องจากถูกเพื่อนตักเตือนเรื่องความขี้เกียจ จะเป็นเปรตหรือ กำลังเป็นผู้ทอดทิ้งหน้าที่ตนเอง และนักเรียนที่เป็นคนตักเตือนมีความประพฤติดีขึ้นอย่างเสมอต้นเสมอปลาย แสดงว่าน่าจะใช้สิ่งที่ตัก-

เดือนเพื่อน มาตักเดือนใจตนเองด้วย

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการศึกษาครั้งต่อไป

- 2.1 ควรมีการทดลองสอนในลักษณะนี้ซ้ำในกลุ่มตัวอย่างของเด็กเก่ง
- 2.2 ควรมีการทดลองเกี่ยวกับการใช้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แทรกความดีในเรื่องต่างๆ เพื่อเก็บผลพฤติกรรมของนักเรียน โดยมีระยะเวลาวิจัยอย่างน้อย 1 ภาคเรียน
- 2.3 ควรมีการศึกษาทดลองใช้การคิดแยกแยะส่วนประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาโดยเฉพาะ เพื่อจำกัดตัวแปรที่เกิดขึ้นให้น้อยลง และมีผลให้เก็บข้อมูลได้ง่ายขึ้น สะดวกต่อการแปลผล
- 2.4 ควรมีการทดลองการศึกษาการพัฒนาการของทักษะการคิดคำนวณโดยใช้การสอนที่เน้นทักษะกระบวนการ เหตุผล

ข้อจำกัด

1. ช่วงทำการทดลองเป็นช่วงที่โรงเรียนที่ขอเข้าทำการเก็บข้อมูลมีภารกิจที่ต้องเตรียมรับการประเมินภายนอก รมรณรงค์และประชาสัมพันธ์การเลือกตั้ง และเตรียมการต้อนรับรัฐมนตรีว่าการกระทรวงศึกษาธิการ เนื่องจากโรงเรียนได้รับเลือกให้เป็นโรงเรียนในฝัน ในการวิจัยจึงต้องมีการเปลี่ยนแปลงเรียน จากคาบเรียนปกติไปจากเดิมในบางคาบ
2. บรรยากาศในการเรียน เนื่องจากอาคารเรียนเป็นอาคารไม้ รวมทั้งผนังกันห้องกับทางเดินจะโปร่งมีกระดานติดข้อความคั่น ทำให้เสียงกระจาย เพราะแม้จะตะโกนสอนแต่นักเรียนที่อยู่หลังห้องก็จะได้ยินไม่ชัดเจน รวมทั้งถ้านักเรียนตรงกลางคุยกัน นักเรียนที่นั่งด้านหลังก็จะฟังครูไม่รู้เรื่อง และเมื่อชั้นบนมีการขยับเก้าอี้ หรือเปลี่ยนคาบเรียนก็จะมีเสียงดังมาก หลายครั้งจะต้องรอให้การเปลี่ยนห้องเรียนผ่านไปเรียบร้อยจึงจะสามารถเริ่มทำการสอนได้ ซึ่งก็กินเวลาพอสมควร โดยเฉพาะระหว่างการสอบหลังเรียน ที่ใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมงครึ่ง มีการย้ายห้องเรียนและห้องเรียนชั้นบนทำความสะอาดห้องเกิดเสียงดังเป็นเวลานานประมาณ 10-15 นาที ซึ่งมีผลให้นักเรียนที่สอบหลายคนเกิดความหงุดหงิดในระหว่างการสอบ
3. ระหว่างการสอนมีการปรับแผนการสอนได้เพียงบางส่วน ไม่สามารถทำได้ทั้งหมด ซึ่งแตกต่างจากการสอนจริงที่สามารถกำหนดเนื้อหาให้น้อยลงตามความสามารถของนักเรียน และผู้วิจัยไม่ได้ทำการเสริมฐานความรู้เรื่องเศษส่วนให้นักเรียนได้เท่าที่ควร ทำได้เพียงทบทวนในคาบเรียนสั้นๆ เนื่องจากผู้วิจัยคิดว่าจะทำให้ไม่สามารถวัดได้ว่าผลสัมฤทธิ์ที่เกิดขึ้นมาจากสาเหตุการสอนในคาบเรียน หรือเป็นผลมาจากการสอนเสริมนักเรียน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2534). *หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*.
กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2536). *คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๒ หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2538). *คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕ หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2539). *คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖ หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2543). *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓ หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2543). *หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๔ หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว
- กรมวิชาการ. (2541). *กระบวนการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (สาระความรู้ที่ได้จากการสัมมนาทางวิชาการ)
- (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ครั้งที่ 3*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2542 , กุมภาพันธ์ – เมษายน). ข้อสังเกตที่น่าสนใจเกี่ยวกับ Constructivism โยนิโสมนสิการ (Think by way of Causal relations or by way of problem solving)ใน *วารสารคณิตศาสตร์*. 42 (485 – 487) : 21 – 25
- กิตติพงษ์ ลือนาม. (2538). *การนำเสนอรูปแบบการสอดแทรกความรู้ด้านจริยธรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ปรินซิพนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การสอนคณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย เกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร
- ก่องแก้ว เจริญอักษร. (2539, มกราคม – มีนาคม). การสอนแนวโยนิโสมนสิการ : กิจกรรม แบบฝึกหัดและคุณธรรม. *วารสารครูศาสตร์*. 24(3) : 23 – 35.
- (2544, พฤษภาคม – 2545 กุมภาพันธ์). รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดด้วยปัจจัยสอง. *วารสารครูศาสตร์*. 30(2) : 33 – 46.
- กังวล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2536). *การวัด การวิเคราะห์ การประเมินทางการศึกษาเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

- กัลยา ทองสุ. (2545). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินูญานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- กัลยา วรรณโกคา. (2532). *การนำเสนอรูปแบบการสอดแทรกความรู้ด้านสิ่งแวดล้อมในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การ ศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- คอมโซน. (2546?). *คณิตศาสตร์ ม.1. (วีซีดี)*. กรุงเทพฯ: บริษัท คอมโซน
- จรรยา ภูอุดม. (2545, พฤษภาคม – กรกฎาคม). *แนวการจัดการเรียนการสอนและการประเมินผลที่ สอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. *วารสารคณิตศาสตร์*. (524- 526) : 47– 54.
- จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช และรัชนิกร หงส์พันธ์. (2544, พฤษภาคม – 2545 กุมภาพันธ์). *รูปแบบการ- เรียนการสอนเพื่อส่งเสริม*. *วารสารครุศาสตร์*. 30(2) : 47– 54.
- จินดา นิลแย้ม. (2533) . *การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบสอดแทรกมโนทัศน์ทาง จริยธรรม*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543) . *การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ดูน ประกอบสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การ มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- จรรย์วดี บรรทัดเที่ยง. (2547). *การศึกษามลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1*. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- เจริญ แก้วประดิษฐ์ . (2532). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาสมการของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3*. ปรินูญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การศึกษา คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์และคณะ. (2545). *กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3)* กรุงเทพฯ: ประสานมิตร.
- ชวาล แพร์ตกุล. (2516). *เทคนิคการวัดผล*. ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช จำกัด
- เดลินิวส์ . *อึ้งคุณภาพการศึกษาไทยประเมินผลสัมฤทธิ์ต่ำจนน่าอาย*. (2547, 16 มิถุนายน). หน้า 24.

- ปราโมทย์ ขจรภัย. (2542). *คู่มือส่งเสริมความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เลิศแอนดัลลิฟเพรส.
- ปรีชา สุคนธมาน และคณะ. (2545, มีนาคม). พัฒนาคนด้วยการศึกษา. *วารสารวิชาการ*. 5(3): 2-48.
- เผยแพร่ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา นร. นำห่าง. (2547, 16 มิถุนายน). *ไทยรัฐ*. หน้า 15.
- พระธรรมกิตติวงศ์ (ทองดี สุรเตโช ป.ธ. ๙). (2544). *ภาษาธรรม*. กรุงเทพฯ: เลียงเชียง
- พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตโต). (2532). *การศึกษาที่สากลบนฐานแห่งภูมิปัญญาไทย*. กรุงเทพฯ: โครงการ
การตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- . (2533). *วิธีคิดตามหลักพุทธธรรม*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิพุทธธรรม
- . (2538). *ธรรมกับการศึกษาของไทย*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิพุทธธรรม
- . (2539). *ลักษณะแห่งพระพุทธศาสนา*. ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สหธรรมมิก
- . (2540). *ชีวิตในสังคมเทคโนโลยี*. ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สหธรรมมิก
- . (2540). *ถึงเวลามาพัฒนาเยาวชนกันใหม่*. กรุงเทพฯ: กรีนพี้นท์
- . (2540, พ.ย. - ธ.ค.). *วิธีแก้ปัญหาแบบพุทธ*. *วารสารแรงงานสัมพันธ์*. (6) : 33-36
- . (2540). *ไอที ภายใต้วัฒนธรรมแห่งปัญญา*. ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สหธรรมมิก
- . (2541, มี.ค - เม.ย.). *ไอที ภายใต้วัฒนธรรมแห่งปัญญา*. *วารสารราชภัฏฯ กรุงเทพฯ*. (26)
: 12 - 22
- . (2544). *พุทธวิธีในการสอน*. ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษา-
แห่งชาติ สำนักงานนายกรัฐมนตรี
- . (2541, พ.ค. - มิ.ย.). *สารัตถะของการศึกษา*. *วารสารร่วมโพธิ์แก้ว*. 5(27) :10-20.
- . (2546). *พุทธธรรม (ฉบับเดิม)*. ครั้งที่ 22. กรุงเทพฯ: กองทุนอริยมรรค
- . (2546). *พุทธวิธีในการสอน*. ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: มูลนิธิพุทธธรรม
- . (2546). *วิธีคิดตามหลักพุทธธรรม*. ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: กองทุนอริยมรรค
- พระเทพเวที (ประยุทธ์ ปยุตโต). (2530). *ธรรมกับการศึกษาของไทย*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- . (2533). *ศิลปศาสตร์แนวพุทธ*. กรุงเทพฯ: คณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- . (2535). *พัฒนาตน*. ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยมหิดล
- พระราชวรมุนี (ประยูร ธมฺมจิตโต). (2543). *กระบวนการเรียนรู้ในพุทธศาสนา*. กรุงเทพฯ: โครงการ
ปฏิรูปกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาคุณภาพการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษา-
ธิการ. (เอกสารพัฒนากระบวนการเรียนรู้ อันดับที่ 9)
- พินิจ ศรีจันทร์ดี. (2543). *การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราม-
คำแหง

- พจนารจ บัวเขียว. (2535). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการวิเคราะห์ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอนโดยการสอนแบบแก้ปัญหาที่ใช้วิธีคิดแบบโยนิโตมนสิการ*. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2533). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). *นวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้สู่การวิจัยในชั้นเรียน ใน แนวคิดและแนวปฏิบัติสำหรับครูมัธยมเพื่อการปฏิรูปการศึกษา*. พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ ; ลัดดา ภูเกียรติ และ สุวัฒนา สุวรรณเขตนิยม (บรรณาธิการ). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภัทรา นิคมานนท์. (2532). *การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ*. ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ภาควิชาทดสอบและวิจัยการศึกษา คณะวิชาครุศาสตร์ วิทยาลัยครูจันทเกษม.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2527). *ประมวลสาระชุดวิช สาระตะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- แม็กซ์ เอ ไฮเบล. (2544). *ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์*. แปลโดย ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542 , กุมภาพันธ์ – เมษายน). *การเข้าใจการให้เหตุผลของนักเรียน วารสารคณิตศาสตร์*. (485-487) : 5 – 12
- ยูชีสกิน, แซลแมน. (2545). *แนวโน้มของการศึกษาคณิตศาสตร์*. แปลโดย สำนักคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2545). *ศัพท์คณิตศาสตร์*. ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน
- ล้วน สายยศ และ อังคนา สายยศ. (2522). *สถิติวิทยาทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช
- . (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น
- . (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น
- ลม เปลี่ยนทิศ.(นามแฝง). (2546, 11 มกราคม). *เด็กไทยพันธุ์ใหม่*. *ไทยรัฐ*. หน้า 5
- วลัย พาณิช. (2544). *การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการสำหรับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษา*. ใน *แนวคิดและแนวปฏิบัติสำหรับครูมัธยมเพื่อการปฏิรูปการศึกษา*. พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ ; ลัดดา ภูเกียรติ และ สุวัฒนา สุวรรณเขตนิยม (บรรณาธิการ). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2526). *การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล*. “เอกสารการสอน

- ชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15 . นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมิกราช.
 ----- . (2526). *พฤติกรรมกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์
- วัลลภ เฉลิมสุวิวัฒนาการ. (2539). การประมาณค่า ใน ชุด *"คณิตศาสตร์สร้างสรรค์"* กรุงเทพฯ:
 ไทยวัฒนาพานิช
- วรรณ ขุนศรี. (2546 . พฤษภาคม - กรกฎาคม). การเข้าใจการให้เหตุผลของนักเรียน *วารสาร
 คณิตศาสตร์*. (536-538) : 48 -52
- วรัททร์ ภูเจริญ. (2543). โยนิโสมนสิการ ใน *การบริหารการเรียนรู้ที่ยืดหยุ่นเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ:
 สำนักพิมพ์ ส.ส.ท.
- ศิริลักษณ์ พุ่มกำพล . (2546). *การสร้างแบบฝึก เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
 ที่ 1 .ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การวัดผลการศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร*
- ไทยรัฐ. "สามี - ภรรยาเอื้ออาทร" *ชีภาพสังคมไทยป่วย*. (2547,15 มิถุนายน). หน้า 15.
- สมเด็จพระญาณสังวร สมเด็จพระสังฆราช (เจริญ สุวฑฺฒโน). (2541). *พุทธวิธีควบคุมความคิด*.
 ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหามกุฏราชวิทยาลัย
- . (2541). *หลักการศึกษามหาบัณฑิต*. ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหามกุฏราชวิทยาลัย
- สมบูรณ์ หมุนแก้ว. (2533) . *การศึกษาความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น
 มัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตการศึกษา 1. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การศึกษา
 คณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- สมพงษ์ จิตระดับ. (2547). *เด็กไทยพันธุ์ใหม่เติบโตมาจากวัตุนิยม เพศเสรี ยาเสพติด. ใน
 เด็กไทยวัยกึ่ง*. หน้า 1-13. กรุงเทพฯ: สถาบันวชิรธรรม
- สถาบันทรัพยากรมนุษย์. (2544). *การเสริมสร้างการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อความเป็นเลิศใน
 ระบบการศึกษาของไทย ยุทธศาสตร์ในการสร้างบุคลากรทางวิทยาศาสตร์เพื่อการพัฒนา
 ประเทศในยุคโลกาภิวัตน์*. กรุงเทพฯ: สถาบันทรัพยากรมนุษย์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2539, ตุลาคม-ธันวาคม). *ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยา-
 ศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยเมื่อเปรียบเทียบกับนานาชาติ. วารสาร สสวท.*
 95(24) : 29 -30
- . (2544). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3-4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพ้
 ฐาน*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- . (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ สถาบันส่งเสริม-
 การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

- . (2544?). *รายการวิดิทัศน์เพื่อการศึกษา คณิตศาสตร์ประถม ชุดที่ 9. (วีซีดี).* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- . (2546). *คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- . (2546?). *รายการวิดิทัศน์เพื่อการศึกษา คณิตศาสตร์ประถม ชุดที่ 7. (วีซีดี).* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- สมาน สาครจิต. (2532). *ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ.* ปรินุญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- เสฐียรพงษ์ วรรณปก. (2546, มกราคม - กุมภาพันธ์). โยนิโสมนสิการ: คิดแบบสัมพันธ์หลักการและความมุ่งหมาย (๕). *วารสารข้าราชการ.* 48(3) :55 -59.
- . (2546, มีนาคม - เมษายน). โยนิโสมนสิการ: คิดแบบคุณโทษและทางออก (๖). *วารสารข้าราชการ.* 48(2) :55 -59.
- . (2546, พฤษภาคม - มิถุนายน). โยนิโสมนสิการ: คิดแบบคุณค่าแท้และคุณค่าเทียม (๗). *วารสารข้าราชการ.* 48(3) :55 -59.
- . (2546, กรกฎาคม - สิงหาคม). โยนิโสมนสิการ: คิดแบบปลูกเจ้าคุณธรรม (๘). *วารสารข้าราชการ.* 48(4) :66 -69.
- . (2546, กันยายน - ตุลาคม). โยนิโสมนสิการ : คิดแบบอยู่ในปัจจุบัน (๙). *วารสารข้าราชการ.* 48(5) :60 -63.
- . (2546, พฤศจิกายน - ธันวาคม). โยนิโสมนสิการ: วิธีคิดแบบแยกประเด็น (๑๐). *วารสารข้าราชการ.* 48(6) :68 -71.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544?). *งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2524 – 2542.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- สิริมา กลิ่นกุหลาบ. (2546). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนคุณธรรมที่ส่งเสริมความเป็นพลเมืองดีตามระบอบประชาธิปไตยด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจายอำนาจค่านิยม.* ปรินุญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- สุมนตา พรหมบุญ. (2548). *นักเรียนเป็นศูนย์กลาง ความเข้าใจผิดที่ต้องแก้ไข. (ออนไลน์).* แหล่งที่มา : http://www.mc41.com/education/boy_cen.htm. วันที่สืบค้น 28 มกราคม 2549.

- สมน อมรวิวัฒน์. (2530). การสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ. ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์โอเดียนสโตร์
- . (2542, มกราคม – เมษายน). หลักการเรียนรู้ตามแนวพุทธ. วารสารสุขุทัยธรรมมาธิราช. 12(1) : 27-35
- . (2542, มิถุนายน). หลักการเรียนรู้ตามแนวพุทธ. วารสารการศึกษานอกโรงเรียน . 3 (7) : 32-39
- สุมาลี วงศ์ยะรา. (2537). การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- สรชัย พิศาลบุตร. (2544) . วิธีวิจัยเชิงปฏิบัติ . กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- อารมณ กัณฑศรีวิกรม. (2536). ผลของการสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการโดยใช้วิธีคิดแบบคุณ โทษและทางออก ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- อรรถพล อนันตวรสุกกุล. (2544). นวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้สู่การวิจัยในชั้นเรียน . ใน แนวคิดและแนวปฏิบัติสำหรับครูมัธยมเพื่อการปฏิรูปการศึกษา. พิมพ์นธ์ เดชะคุปต์; ลัดดา ภูเกียรติ และ สุวัฒนา สุวรรณเขตนิยม (บรรณาธิการ). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- อุสา สุทธิสาคร. (2543). พัฒนา EQ เด็กได้อย่างไร. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์รักลูก
- อดุลย์ วิมลสันติรังษี. (2530). ตัวแปรอิสระบางตัวที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (ศึกษาศาสตร์ - การสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย เกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร
- อรุณศรี อึ้งประเสริฐ. (2532) . การนำเสนอรูปแบบการสอดแทรกความรู้ด้านจริยธรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- อัจฉรา สุขารมณ และ อรพินทร์ ชูชม. (2530). การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์การเรียนปกติ. กรุงเทพฯ: สถาบันพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (รายงานการวิจัยฉบับที่ 9)
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสาร

ทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- Averbeck, Patrick John. (2001, May). Student understanding of functions and the use of the graphing calculator in a college algebra course : *Dissertation Abstracts International*. 61 (11) : 4315-A
- Beard, Leigh Ann. (2003 , September). The Effects of integrated mathematics and children's literature variety by gender: *Dissertation Abstracts International*. 64 (3) : 835-A
- Coaco , Albert ;& Curcio , Frances R. (2001. *The Role of Representation in School Mathematics*. U.S.A: National Council of Teachers of Mathematics.
- Copeland , Richard W. (1967) Fraction and Fractional Numerals. in *Mathematics and the Elementary Teachers*. Philadelphia : Saunders
- Donovan, John Eldridge. (2003 , February). Student's understanding of differential equations : *Dissertation Abstracts International*. 63 (8) : 28184-A
- Dossey, John A. ; and et al. (2002). *Mathematics Methods for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12*. U.S.A: Thomson Learning
- Durkin, Kevin ;& Shire, Beatrice. (1991). *Language in Mathematical Education Research and Practice* . U.S.A.: Open University Pres.
- Fan , Chung – The. (1952). *Item analysis table* . Thailand : Wathanapanish.
- Epstein, Susan Lynn. (1983). Knowledge representation in mathematics; A case study in graph theory : *Dissertation Abstracts International (Online)*. Available Telnet: <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/8320464>. Retrieved May 4, 2004.
- Girard, Nina Rose. (2003 , April). Student's representational approaches solving calculus problems ; Examining the role of graphing calculators: *Dissertation Abstracts International*. 63 (10) : 3502-A
- Goldin, Gerald ;& Shteingold, Nina . (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. in *The Role of Representation in School Mathematics*. Coaco , Albert ;& Curcio Frances R. (editors). pp.1-19. U.S.A: National Council of Teachers of Mathematics.

- Janvier, Claude & Girardon, Catherine ;& Morand, Jean-Charles. (2000). Mathematical Symbols and Representation . in *Research Ideas For The classroom High School Mathematics*. pp 79–100. U.S.A: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hartfield, Kedrick Renard. (2003, July). College students' knowledge of functions as affected by instruction using the Rule of Three: *Dissertation Abstracts International*. 64 (1) : 90-A
- Heaton, Ruth M. (2000). *Teaching Mathematics to the new standard Relearning the Dance*. U.S.A: National Council of Teacher of Mathematics
- Herman, Marlina Faith. (2003, January). Relationship of college student's visual preference to use the representation; Conceptual understanding of function algebra: *Dissertation Abstracts International*. 63 (7) : 24884-A – 2485-A
- Kato, Yasuhiko ;& et al. (2002, January). " Young Children's Representations of Groups of Objects ; The Relationship Between Abstraction and Representation " *Journal for Research in Mathematics Education*. 33 (1) :30 – 45
- Lubinski, Cheryl A. ;& Otto, Albert D. (2002, October). " Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning " *Teaching Children Mathematics*. 9 (2) : 76 – 80
- Mack , Nancy K. (2004 , November). " Connecting to Fluency with Fractions " *Teaching Children Mathematics*. 11 (4) : 226-232
- McDuffie, Roth Amy M. ;& Young, Terrell A. (2003, March). "Promoting Mathematical Discourse through Children's Literature " *Teaching Children Mathematics*. 9 (7) :385 – 389
- Moyer, Patricia S. ;& Mailley, Elizabeth (2004, January). "Inchworm and a Half " *Teaching Children Mathematics*. 10 (4) : 244 – 252
- Miura, Irene. (2001). The Influence of Language on Mathematical Representations . in *The Role of Representation in School Mathematics*. Coaco , Albert ;& Curcio Frunces R. (editors). pp.53-61. U.S.A: National Council of Teachers of Mathematics
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for*

- School Mathematics*. Reston, Va: NCTM
- . (2004). *Standards for School Mathematics : Representation*. (Online).
available: <http://www.standards.nctm.org/document/chapter3/rep.htm>
- Nunes , Terezinha ; Desli , Despina ;& Bell , Daniel . (2003)." The development of children 's understanding of intensive quantities" *International Journal of Education Research* . 39 (6) :651
- Pape, Stephen J. (2004, May)." Middle School Children ' s Problem-Solving Behavior : A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension Perspective " *Journal for Research in Mathematics Education*. 35 (3) :187
- Perry, Jill A. ;& Atkins, Sanda L. (2002, December). " It ' s Not Just Notation ; Valuing Children 's Representations " *Teaching Children Mathematics*. 9 (4): 196 - 201
- Pyke , Curtis L. (2004, November)." The Use of Symbols, Words, and Diagrams as Indicators of Mathematical Cognition : A Causal Model " *Journal for Research in Mathematics Education*. 34 (5) : 423
- Schultz, James E. ;& Waters, Michael S. (2000, September). " Why Representations " *Mathematics Teacher*. 93 (6) : 448 – 453
- Stump, Shery L. (2003, May). " Designing Fraction Counting Books " *Teaching Children Mathematics*. 9 (9) : 546 - 549
- Wilson, Jame W. (1971). *Secondary School Mathematics; Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Bloom , Benjamim S. & Hastings, J. Thomas ;& Madaus George F. (Edited). U.S.A.: Mc Graw-Hill
- Zazkis , Rina ;& Liljedahl , Peter (2004, May)." Understanding Primes : The Role of Representation " *Journal for Research in Mathematics Education*. 35 (3):164–186

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- ค่าความยาก p และค่าอำนาจจำแนก r ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- ค่า p และ r และ pq ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน
- ค่าความเชื่อมั่น r_{tt} ในการวัดของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- ค่าความยาก P_E และค่าอำนาจจำแนก D ของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- ค่าความเชื่อมั่น α ในการวัดของแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- คะแนนผลการสอบก่อนเรียนและหลังเรียน คะแนนเต็ม 40 คะแนน
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง เศษส่วน
- ความคิดเห็นของนักเรียนจากคำถามปลายเปิด

ตาราง 4 ค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน

| ข้อที่ | p | r |
|--------|-------|-------|
| 1 | 0.58 | 0.44 |
| 2 | 0.59 | 0.64 |
| 3 | 0.35 | 0.39 |
| 4 | 0.67 | 0.32 |
| 5 | 0.62 | 0.50. |
| 6 | 0.50. | 0.55 |
| 7 | 0.37 | 0.69 |
| 8 | 0.35 | 0.56 |
| 9 | 0.41 | 0.80. |
| 10 | 0.23 | 0.65 |
| 11 | 0.30. | 0.61 |
| 12 | 0.35 | 0.66 |
| 13 | 0.35 | 0.36 |
| 14 | 0.42 | 0.20. |
| 15 | 0.81 | 0.55 |
| 16 | 0.48 | 0.58 |
| 17 | 0.36 | 0.67 |
| 18 | 0.63 | 0.69 |
| 19 | 0.51 | 0.32 |
| 20 | 0.78 | 0.59 |

ตาราง 5 ค่า p และ q และ pq ของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องเศษส่วน

| ข้อที่ | จำนวนคนถูก | p | q | pq |
|--------|------------|--------|--------|-----------|
| 1 | 49 | 0.475 | 0.524 | 0.249375 |
| 2 | 44 | 0.427 | 0.573 | 0.244671 |
| 3 | 19 | 0.184 | 0.816 | 0.150144 |
| 4 | 32 | 0.31 | 0.69 | 0.2139 |
| 5 | 39 | 0.378 | 0.622 | 0.235116 |
| 6 | 27 | 0.262 | 0.738 | 0.193356 |
| 7 | 35 | 0.339 | 0.661 | 0.224079 |
| 8 | 9 | 0.087 | 0.913 | 0.079431 |
| 9 | 46 | 0.446 | 0.554 | 0.247084 |
| 10 | 39 | 0.378 | 0.622 | 0.235116 |
| 11 | 32 | 0.301 | 0.699 | 0.210399 |
| 12 | 31 | 0.3009 | 0.6991 | 0.2135919 |
| 13 | 35 | 0.339 | 0.661 | 0.224079 |
| 14 | 52 | 0.504 | 0.496 | 0.249984 |
| 15 | 75 | 0.728 | 0.272 | 0.198016 |
| 16 | 40 | 0.388 | 0.612 | 0.237456 |
| 17 | 41 | 0.398 | 0.602 | 0.239596 |
| 18 | 45 | 0.437 | 0.563 | 0.250401 |
| 19 | 62 | 0.601 | 0.399 | 0.239799 |
| 20 | 52 | 0.505 | 0.495 | 0.249975 |
| pq | | | | 4.3855689 |

หมายเหตุ จำนวนคนทั้งหมดจำนวน 103 คน

ตาราง 6 การคำนวณหาความเชื่อมั่นในการวัดของแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เศษส่วน

| x | f | fx | x ² | fx ² |
|---------|----|----------|----------------|------------------------|
| 18 | 1 | 18 | 324 | 324 |
| 16 | 3 | 48 | 256 | 768 |
| 15 | 5 | 75 | 225 | 1125 |
| 14 | 2 | 28 | 196 | 392 |
| 13 | 3 | 39 | 169 | 507 |
| 12 | 3 | 36 | 144 | 432 |
| 11 | 4 | 44 | 121 | 484 |
| 10 | 5 | 50 | 100 | 500 |
| 9 | 6 | 54 | 81 | 486 |
| 8 | 10 | 80 | 64 | 640 |
| 7 | 16 | 112 | 49 | 784 |
| 6 | 18 | 108 | 36 | 648 |
| 5 | 12 | 60 | 25 | 300 |
| 4 | 8 | 32 | 16 | 128 |
| 3 | 6 | 18 | 9 | 36 |
| 2 | 1 | 2 | 4 | 4 |
| f = 103 | | fx = 804 | | fx ² = 7558 |

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{103(7,558) - (804)^2}{103(102)}} \\
 &= \sqrt{\frac{778,474 - 646,416}{10,506}} \\
 &= \sqrt{12.56976}
 \end{aligned}$$

$$S = 3.545383$$

$$S^2 = 12.56383$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_p^2} \right] \\
 &= \frac{20}{19} \left[1 - \frac{4.3855689}{12.56976} \right] \\
 &= (1.052632) (1 - 0.348898) \\
 &= 0.685370
 \end{aligned}$$

ตาราง 7 ค่าความยาก P_E และค่าอำนาจจำแนก D ของข้อสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

| ข้อที่ | ดัชนีค่าความยาก (P_E) | ดัชนีความอำนาจจำแนก (D) |
|--------|---------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0.445 | 0.51 |
| 2 | 0.435 | 0.53 |
| 3 | 0.356 | 0.527 |
| 4 | 0.47 | 0.86 |
| 5 | 0.3 | 0.6 |

ตาราง 8 ค่าความเชื่อมั่น α ของข้อสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

| ตัวแปร | ข้อที่ 1 | ข้อที่ 2 | ข้อที่ 3 | ข้อที่ 4 | ข้อที่ 5 | รวมทั้งหมด |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------|
| X | 116 | 114 | 95 | 141 | 72 | 538 |
| $\sum X^2$ | 308 | 306 | 259 | 501 | 198 | 5618 |
| $(\sum X)^2$ | 13,456 | 12,996 | 9,025 | 19,881 | 5,184 | 289,444 |
| คะแนนเบี่ยงเบนมาตรฐาน | 1.319 | 1.328 | 1.296 | 1.738 | 1.07 | 3.057 |
| คะแนนความแปรปรวน | 1.739 | 1.763 | 1.68 | 3.019 | 1.145 | 9.346 |

หมายเหตุ คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับคือ 27.528
 จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง 103 คน
 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคือ 0.825

ตาราง 9 คะแนนผลสอบก่อนเรียนและหลังเรียน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

| คนที่ | Pre-test | Post-test | D | D ² | คนที่ | Pre-test | Post-test | D | D ² |
|-------|----------|-----------|----|----------------|------------|------------|------------|------------|----------------|
| 1 | 2 | 13 | 11 | 121 | 28 | 10 | 16 | 6 | 36 |
| 2 | 6 | 8 | 2 | 4 | 29 | 7 | 10 | 3 | 9 |
| 3 | 7 | 6 | -1 | 1 | 30 | 8 | 13 | 5 | 25 |
| 4 | 5 | 10 | 5 | 25 | 31 | 8 | 19 | 11 | 121 |
| 5 | 10 | 8 | -2 | 4 | 32 | 12 | 20 | 8 | 64 |
| 6 | 8 | 15 | 7 | 49 | 33 | 10 | 14 | 4 | 16 |
| 7 | 9 | 11 | 2 | 4 | 34 | 9 | 25 | 16 | 256 |
| 8 | 13 | 18 | 5 | 25 | 35 | 4 | 14 | 10 | 100 |
| 9 | 5 | 7 | 2 | 4 | 36 | 11 | 23 | 12 | 144 |
| 10 | 6 | 15 | 11 | 121 | 37 | 5 | 11 | 6 | 36 |
| 11 | 5 | 7 | 2 | 4 | 38 | 4 | 14 | 10 | 100 |
| 12 | 7 | 11 | 4 | 16 | 39 | 11 | 13 | 2 | 4 |
| 13 | 13 | 13 | 0 | 0 | 40 | 6 | 24 | 18 | 324 |
| 14 | 11 | 10 | -1 | 1 | 41 | 8 | 20 | 12 | 144 |
| 15 | 8 | 7 | -1 | 1 | 42 | 7 | 10 | 3 | 9 |
| 16 | 9 | 11 | 2 | 4 | 43 | 8 | 10 | 2 | 4 |
| 17 | 5 | 10 | 5 | 25 | 44 | 9 | 14 | 5 | 25 |
| 18 | 13 | 13 | 0 | 0 | 45 | 7 | 14 | 7 | 49 |
| 19 | 12 | 9 | -3 | 9 | 46 | 15 | 18 | 3 | 9 |
| 20 | 15 | 14 | -1 | 1 | 47 | 6 | 19 | 13 | 169 |
| 21 | 8 | 11 | 3 | 9 | 48 | 7 | 8 | 1 | 1 |
| 22 | 5 | 11 | 6 | 36 | 49 | 9 | 12 | 3 | 9 |
| 23 | 11 | 15 | 4 | 16 | 50 | 7 | 12 | 5 | 25 |
| 24 | 7 | 6 | -1 | 1 | 51 | 7 | 17 | 10 | 100 |
| 25 | 4 | 17 | 13 | 169 | 52 | 7 | 11 | 4 | 16 |
| 26 | 6 | 9 | 3 | 9 | 53 | 12 | 13 | 1 | 1 |
| 27 | 8 | 8 | 0 | 0 | รวม | 432 | 687 | 257 | 2,455 |

ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบก่อนเรียน

$$\begin{aligned}\bar{X}_{1 \text{ Pre-test}} &= \frac{\sum x}{N} \\ &= \frac{432}{53} \\ &= 8.15\end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบหลังเรียน

$$\begin{aligned}\bar{X}_{1 \text{ Post-test}} &= \frac{\sum x}{N} \\ &= \frac{687}{53} \\ &= 12.96\end{aligned}$$

การทดสอบการผ่านเกณฑ์

$$\begin{aligned}t\text{-test dependent} &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{257}{\sqrt{\frac{53(2,455) - (257)^2}{52}}} \\ &= \frac{257}{35.10} \\ &= 7.32\end{aligned}$$

ตาราง 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน

| คนที่ | test 1 | test 2 | test 3 | test 4 | test 5 | total | พฤติกรรม | Post Test | คะแนนรวม | 100 | หมายเหตุ |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|----------|-----------|----------|------|----------|
| 1 | 4 | 5 | 5 | 2 | 2 | 18 | 2 | 13 | 33 | | |
| 2 | 5 | 4 | ขาดสอบ | 1 | 1 | 11 | 8 | 8 | 27 | | |
| 3 | 3 | 5 | 4 | 3 | 1 | 16 | 8 | 6 | 30 | | |
| 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 1 | 15 | 2 | 10 | 27 | | |
| 5 | 0 | 3 | 2 | 2 | 1 | 8 | 6 | 8 | 22 | | |
| 6 | 5 | 5 | 2 | 3 | 1 | 16 | 2 | 15 | 33 | | |
| 7 | 2 | 6 | 3 | 2 | 2 | 15 | 8 | 11 | 34 | | |
| 8 | 2 | 5 | 5 | 5 | 4 | 21 | 8 | 18 | 47 | * | |
| 9 | 2 | 6 | 1 | 3 | 4 | 16 | 8 | 7 | 31 | | |
| 10 | 4 | 7 | 5 | 5 | 4 | 25 | 6 | 15 | 46 | * | |
| 11 | 6 | 2 | 5 | 1 | 1 | 15 | 8 | 7 | 30 | | |
| 12 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 12 | 2 | 11 | 25 | | |
| 13 | 4 | 6 | 3 | 3 | 1 | 17 | 4 | 13 | 34 | | |
| 14 | 5 | 6 | 1 | 5 | 5 | 22 | 6 | 10 | 38 | | |
| 15 | 2 | 6 | 2 | 1 | 1 | 12 | 2 | 7 | 21 | | |
| 16 | 3 | 5 | ขาดสอบ | 3 | 1 | 12 | 2 | 11 | 25 | | |
| 17 | 6 | ขาดสอบ | 3 | 4 | 2 | 15 | 6 | 10 | 31 | | |
| 18 | 3 | 6 | 3 | 4 | 4 | 20 | 6 | 13 | 39 | | |
| 19 | 3 | 5 | 5 | 5 | 9 | 27 | 2 | 9 | 41 | | |
| 20 | 4 | 4 | 7 | 2 | 4 | 21 | 6 | 14 | 41 | | |
| 21 | 5 | 6 | 3 | 4 | 3 | 21 | 8 | 11 | 40 | | |
| 22 | 2 | 4 | 3 | 1 | 2 | 12 | 0 | 11 | 23 | | |
| 23 | 8 | 7 | 5 | 8 | 6 | 34 | 4 | 15 | 53 | ผ่าน | |
| 24 | 5 | 1 | 3 | 4 | 1 | 14 | 1 | 6 | 21 | | |
| 25 | 3 | 9 | 4 | 4 | ขาดสอบ | 20 | 1 | 17 | 38 | | |
| 26 | 3 | 5 | 3 | 3 | 1 | 15 | 0 | 9 | 24 | | |
| 27 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 9 | 0 | 8 | 17 | | |
| 28 | 3 | 5 | 2 | 5 | 5 | 20 | 8 | 16 | 44 | | |
| 29 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 22 | 10 | 10 | 42 | | |
| 30 | 8 | 3 | 3 | 7 | 4 | 25 | 10 | 13 | 48 | * | |

| คนที่ | test 1 | test 2 | test 3 | test 4 | test 5 | total | พฤติกรรม | Post Test | คะแนนรวม | 100 | หมายเหตุ |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|----------|-----------|----------|-----|----------|
| 31 | 3 | 8 | 9 | 3 | 6 | 29 | 4 | 19 | 52 | | ผ่าน |
| 32 | 6 | 5 | 8 | 4 | 6 | 29 | 7 | 20 | 56 | | ผ่าน |
| 33 | 6 | 3 | 4 | 5 | 4 | 22 | 8 | 14 | 44 | | |
| 34 | 7 | 6 | 6 | 7 | 6 | 32 | 9 | 25 | 66 | | ผ่าน |
| 35 | 8 | 8 | 5 | 4 | 5 | 30 | 8 | 14 | 52 | | ผ่าน |
| 36 | 7 | 6 | 7 | 5 | 7 | 32 | 8 | 23 | 63 | | ผ่าน |
| 37 | 4 | 6 | 4 | 5 | 2 | 21 | 2 | 11 | 34 | | |
| 38 | 3 | 3 | 5 | 3 | 6 | 20 | 6 | 14 | 40 | | |
| 39 | 4 | 3 | 5 | 4 | 5 | 21 | 8 | 13 | 42 | | |
| 40 | 6 | 3 | 6 | 7 | 4 | 26 | 6 | 24 | 56 | | ผ่าน |
| 41 | 4 | 6 | 6 | 6 | 5 | 27 | 8 | 20 | 55 | | ผ่าน |
| 42 | 5 | 3 | 2 | 5 | 4 | 19 | 4 | 10 | 33 | | |
| 43 | 5 | ขาดสอบ | 3 | 1 | ขาดสอบ | 9 | 1 | 10 | 20 | | |
| 44 | 7 | 3 | 5 | 2 | ขาดสอบ | 17 | 7 | 14 | 38 | | |
| 45 | 3 | 6 | 4 | 4 | 3 | 20 | 4 | 14 | 38 | | |
| 46 | 4 | 5 | 3 | 5 | 4 | 21 | 8 | 18 | 47 | | |
| 47 | 4 | 2 | 6 | 6 | 4 | 22 | 8 | 19 | 49 | | * |
| 48 | 7 | 6 | 6 | 4 | 3 | 26 | 8 | 8 | 42 | | |
| 49 | 7 | 3 | 7 | 4 | 2 | 23 | 7 | 12 | 42 | | |
| 50 | 4 | 1 | 3 | 2 | ขาดสอบ | 10 | 1 | 12 | 23 | | |
| 51 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 18 | 6 | 17 | 41 | | |
| 52 | 3 | 3 | 4 | 1 | 1 | 12 | 5 | 11 | 28 | | |
| 53 | 6 | 1 | 2 | 1 | 2 | 12 | 8 | 13 | 33 | | |

หมายเหตุ คะแนนสอบย่อยครั้งละ 10 คะแนน สอบย่อย 5 ครั้ง ผลรวมในช่อง total

คะแนนพฤติกรรม 10 คะแนน ซึ่งมีความหมายว่า

คะแนนที่นักเรียนสามารถทำงานในชั้นเรียน รวมทั้งจำนวนครั้งที่ส่งการบ้าน แล้วนำมาเทียบกับ

จำนวนเต็ม 10 ส่วน 0 คือนักเรียนที่ทำงานในชั้นเรียนไม่ผ่านและไม่ส่งการบ้านเลย

คะแนนสอบหลังเรียน (Post - Test) 40 คะแนน

สัญลักษณ์พิเศษ + หมายความว่า คะแนนรวมเกือบผ่าน

ผ่าน หมายความว่า คะแนนรวมทั้งหมดของนักเรียนผ่านเกณฑ์

ค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{\sum x}{N} \\ &= \frac{1,999}{53} \\ &= 37.716\end{aligned}$$

การทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์

$$\begin{aligned}t\text{-test one group} &= \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \\ &= \frac{37.72 - 50}{11.50/\sqrt{53}} \\ &= \frac{-12.28}{1.58} \\ &= -7.77\end{aligned}$$

ตาราง ความคิดเห็นของนักเรียนจากคำถามปลายเปิด

| 1. นักเรียนคิดว่ากัลยาณมิตร เป็นอย่างไร | 2. นักเรียนคิดว่าครูที่สอนเรื่องเศษส่วนให้นักเรียนเป็นกัลยาณมิตร | |
|--|--|--|
| เพื่อนฝูง มิตรหมาย สิ่งดี ๆ | เขาเป็นครูที่มาสอนเขาเขาก็ต้องสอนเรื่องดี ๆ สิ่งดี ๆ ให้เรา | ไม่เป็นเพราะ |
| การรับรู้ข่าวสารที่ไม่ดี | เป็น ไม่เข้าใจ ยาก | |
| สิ่งที่ดีที่สุด | อาจารย์สอนจนกว่า นร. จะเข้าใจแล้วจะเปลี่ยนข้อไป | อาจารย์ไม่เคยฟังเหตุผลเด็กนักเรียน |
| เพื่อน | | ที่ส่งงานไม่ตรงเวลา |
| ความสงบ เกี่ยวกับพวกพุทธศาสนา เพื่อนที่ดี | เพราะครูทุ่มเทกับการสอนอย่างมาก แต่ผมก็เรียนรู้อะไรบ้างไม่รู้บ้าง | |
| เศษส่วนที่ไม่เท่ากัน | | ไม่เพราะเรียนเข้าใจ ไม่มีการติและใจดีมาก ๆ |
| เพื่อนที่ดี | เป็น ครูดีมากๆ เป็นกันเองมากๆ | |
| เพื่อนที่ดี | | เพราะอาจารย์ไม่ใช่เพื่อน |
| เป็นเพื่อนที่ดี | | ครูที่สอนไม่ใช่เพื่อน |
| สิ่งที่ดี | อาจารย์สอนดีไม่ค่อยเครียด | |
| การเป็นมิตรกับสิ่งที่เราเรียนรู้ | เป็นมิตรหน่อย รู้เรื่องไม่ค่อยมาก | |
| สิ่งที่ดี | เป็นอาจารย์ที่สอนดี และตั้งใจสอนนักเรียนมาก | |
| เพื่อนที่ดี สิ่งที่ดี | เป็น เพราะได้ทำงานกลุ่ม | |
| เพื่อนที่ดี ขวากสารที่ดี | เพราะครูสามารถปรึกษาได้ยกมเราทำงานไม่เป็นหรือไม่เข้าใจอะไรก็ตามครูได้ | |
| หญิงสาวที่เป็นผู้หญิงที่มีจิตใจดี | อาจารย์มีจิตใจดี เข้ากับนักเรียนได้ดี | |
| เป็นมิตรกับผู้อื่น มีคุณธรรม | | |
| มิตรที่ดี | ถ้าทำงานไม่ได้ก็ตามได้ | |
| เพื่อนที่ดี | | ครูไม่ใช่เพื่อน ครูเป็นคนคลั่งที่เราควรเคารพ |
| เพื่อนที่ดี หรือผู้ที่ให้สิ่งดี ๆ (ไม่แน่ใจ) | ไม่รู้ อาจารย์ (ไม่แน่ใจ) ไม่เข้าใจความหมายที่แท้จริงของคำว่า กัลยาณมิตร | |
| ได้รับข้อมูลข่าวสารที่ดี หรือเพื่อนที่ดี | ต้องการให้นักเรียนได้รับข้อมูล หรือเพื่อนที่ดี | |

| 1. นักเรียนคิดว่ากัลยาณมิตร เป็นอย่างไร | 2. นักเรียนคิดว่าครูที่สอนเรื่องเศษส่วนให้นักเรียนเป็นกัลยาณมิตร |
|--|---|
| การพัฒนาความรู้ไปในทางที่ดี หากรับรู้แต่ข้อมูลข่าวสารที่ไม่ดี ผู้รู้จะได้แหล่งเรียนรู้ที่ไม่ดี | พัฒนาความรู้ที่ดี |
| ผู้ให้แต่สิ่งที่ดี | ครูคือผู้ให้ความรู้ |
| เพื่อนที่ดี | ไม่รู้ |
| การพัฒนาความรู้ไปในทางที่ดี เพื่อนที่ดี ข้อมูลข่าวสารที่ดี | ได้รับแต่ความรู้ที่ดี ได้ทำงานกลุ่ม ได้รู้ข่าวสารที่ดี ทำให้เรื่องที่ยากเป็นเรื่องง่าย |
| เพื่อนฝูง มิตรสหาย | สามารถปรึกษาได้ |
| เพื่อนฝูง มิตรสหาย | อาจารย์สอนดี สอนสนุกมากทำให้เข้าใจเรื่องเศษส่วน |
| ข้อมูล บริโศกและ เพื่อนที่ให้อะไรที่ดี | ให้รู้เกี่ยวกับข้อมูล คิดเป็นระบบในเรื่องที่ดี |
| สิ่งที่ดี เพื่อนที่ดี ข้อมูลที่ดี | เพราะอ. สอนดี |
| ได้รับข่าวสารที่ดี ได้รับเพื่อนที่ดี | สอนดี ได้สิ่งดี |
| การได้รับข่าวสารหรือเพื่อนที่ดี | อาจารย์ไม่ดุ เป็นกันเองกับนักเรียน |
| เพื่อนฝูง | สามารถปรึกษา |
| เพื่อนที่ดี | แต่ภาษาโรมันยุ่งยุ่งอยู่แล้วอาจารย์ |
| เพื่อนฝูงมิตรสหาย | อาจารย์เข้าใจสอนนักเรียนเหมือนกัลยาณมิตร เพราะเวลาสอบอาจารย์มีรางวัลแลกเปลี่ยน กับคนที่สอบผ่าน และสอนสนุก |
| การเป็นผู้นำ ผู้รู้ที่ดี | ครูเป็นผู้รู้ผู้สอนและสามารถถ่ายทอดวิชาต่างๆให้กับนักเรียนในทางที่ถูกต้อง |
| มิตรแท้ มิตรที่ดี | เป็นมิตรเป็นคุณครู ที่ให้ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนที่เราไม่รู้ เช่น วิธีคิดที่รวดเร็ว คิดโดยไม่ต้องทศ ใช้วิธีวาดรูปและความเข้าใจ |
| เพื่อนที่ดี เพื่อนตาย ไม่ใช่เพื่อนกิน | ครูนำขนมมา เรื่องสนิทสนมกับนร.เป็นอย่งดี ทำตัวเป็นกันเอง |
| เพื่อนที่ดี ทำแต่สิ่งที่ดี เพื่อนตายเป็นต้น | อาจารย์เป็นอาจารย์ไม่ใช่เพื่อนแต่เป็นอาจารย์ที่ให้ความรู้ที่ต่างๆแก่หนูค่ะ |
| มิตรที่ดี | ครูทำงานสอนแบบเป็นกันเองมากๆ เพราะครูทำงานอดิเรกตลอดเวลา ใจดีด้วยเพราะแจกขนมค่ะ |

ผลการตอบคำถามข้อที่ 3 หลังจากนักเรียนเรียนเรื่องเศษส่วน นักเรียนมีความคิดต่อการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างจากก่อนเรียนหรือไม่ เพราะ

| | |
|---|---|
| แตกต่างกัน เพราะ | ไม่แตกต่าง เพราะ |
| จากที่เราคิดว่าเศษส่วนมันยากมากก็เห็นว่าง่าย ความคิดเราก็เปลี่ยนไป | |
| ยาก ไม่เข้าใจ | |
| เศษส่วนมันยาก น่าจะออกหัวข้อเศษส่วนที่มันง่ายก่อนที่จะเข้าหลักสูตรที่ยาก | |
| กระผมจะได้ความรู้เรื่องเศษส่วนมาก เช่น โรมัน เศษส่วนบาบิโลเนียนและฮินดูอารบิก | |
| ตอนแรกบางส่วนก็ยังไม่เรียน | ย้อนกลับสอนอย่างที่เคยสอนมาแล้ว |
| เพราะเราจะได้รู้วิธีทำแบบใหม่ขึ้นมาอีก | |
| คนเราเรียน เราต้องได้อะไรไปบ้างไม่มากก็น้อย แต่เราก็ตั้งใจเรียน | |
| ตอนแรกไม่รู้ว่าเศษส่วนเป็นยังไง แต่เวลาได้เรียนก็เข้าใจว่าเศษส่วนเป็นอย่างไร | ก็มีตัวเลขและมีลักษณะ + - x หารอยู่ด้วย |
| ในการที่ได้เรียนทำให้ชอบและเข้าใจคณิตมากขึ้น | |
| ได้ความรู้เรื่องคณิตศาสตร์มากขึ้น | |
| แตกต่าง ตอนที่ยังไม่ได้เรียนกับอาจารย์แต่พอเรียนด้วยอาจารย์ก็สอนแตกต่างกัน | |
| ก่อนเรียนไม่คิดว่ายาก | |
| ก่อนเรียนไม่คิดว่าจะยาก | |
| สอนไม่เหมือนที่คิด เช่น ที่ห้อง 1/5 ก็เรียนช้ากว่าเพื่อนแล้วคะ บางครั้งก็ไม่เข้าใจ | |
| เมื่อก่อนเรียนเศษส่วนจะแสดงวิธีทำที่ขั้นตอนการคิดยาว แต่เมื่อได้เรียนเศษส่วนครั้งนี้แล้ว | |
| ทำให้รู้สึกว่าการดูหนาร การบวก การลบเศษส่วนมีวิธีลัดทำให้ได้คำตอบเร็วและไม่ยากอย่างที่คิด | |
| เราได้รับความรู้ใหม่ และทำการบ้านค่อนข้างเป็น | |
| แต่ก่อนไม่เข้าใจเศษส่วน แต่พอได้เรียนก็เข้าใจ | |
| ไม่เข้าใจเรื่องเศษส่วนที่มีตัววินิต บาบิโลเนียน เส้นจำนวน อียิปต์ ทำให้ไม่ค่อยอยากเรียน | |
| มีการคิดวิเคราะห์ยาวๆ ยุ่งยาก ทำให้ง | มันเป็นเรื่องเศษส่วน |

| แตกต่าง เพราะ | ไม่แตกต่าง เพราะ |
|--|---|
| มีการ ทาร กับ คุณครู | มีการบวกับลบ |
| ก่อนเรียนไม่ค่อยรู้เรื่องเศษส่วนเท่าไร | เพราะไม่รู้เรื่อง สืบสวนวิธีการคิดหมดแล้ว |
| ตะกอนคิดว่าเรื่องเศษส่วนยากเรียนไม่เข้าใจ | มีความสุขที่จับบทที่เรียน |
| ดิฉันไม่เคยรู้เรื่องเศษส่วน แต่สามารถเข้าใจปริศนาได้ | ชอบเรียนคณิตศาสตร์ และชอบเรียนเศษส่วน |
| ก่อนเรียนไม่ค่อยเข้าใจและจะคิดเป็นผิวดูอยู่เรื่อย | อาจารย์สอนดีกว่าเดิม |
| ตั้งใจได้เรียนบทใหม่ | |
| ตอนแรกที่เรียน ป.6 รู้สึกว่ายากไม่เข้าใจ | |
| ก่อนเรียนนั้นไม่เข้าใจเรื่องเศษส่วนเลย | |
| ฉันไม่เคยรู้เรื่องเศษส่วน | |
| แต่ก่อนไม่มีภาษาโรมัน อียิปต์ | |
| เรียนไม่เหมือนกัน | |
| ไม่เคยเรียนเลขเศษส่วนภาษาอียิปต์ | |
| เราสามารถมีวิธีคิดที่หลากหลาย | |
| แต่พอเรียนแล้วก็เข้าใจว่า เราจะต้องเข้าใจมัน | |
| ก่อนเรียนจะมีหนังสือคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนมาก | |
| โดยไม่ใช่การคำนวณ ทำให้เมื่อก่อนเศษส่วนเหมือนก่อน | |
| การที่ได้เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมทำให้เราได้ความรู้เพิ่มขึ้นเยอะ | |
| เรียนนามกมากมาย นับว่าเริ่มต้นเรียนเศษส่วนใหม่อีกครั้ง | |
| ในการทำข้อสอบมากค่ะ ถ้าเป็นไปได้อาจารย์แนะนำนิศหนอยก็ยิ่งดีค่ะ | |

ผลคำถามข้อที่ 4. นักเรียนคิดว่าตัวเองได้อะไรจากการอ่านนิยายและการ์ตูนใจพิथให้เกี่ยวข้องกับความคิด

ผลคำถามข้อที่ 5. นักเรียนคิดว่าพฤติกรรมของตนเองก่อนและหลังจากได้อ่านและการ์ตูนใจพิथที่เกี่ยวกับความคิดเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่ อย่างไร และทำไม

| ได้อะไรจากใจพิथ | พฤติกรรม เปลี่ยนเพราะ | ไม่เปลี่ยนเพราะ |
|--|---|--|
| ได้รู้ถึงบุคคลต่างๆไป ในใจพิथว่าเขาเป็นคนดีอย่างไร | ทำให้เรารู้ถึงความซื่อสัตย์ของเด็กคนนั้น ทำให้เราช่วยพ่อแม่ทำงานมากขึ้น | |
| เขาช่วยเหลือแม่เขาอย่างไร | | ก่อนเรียนก็ไม่เข้าใจ หลังเรียนก็ไม่เข้าใจอยู่ดี |
| ฝึกการคิด มีการ์ตูนใจพิथ | | เพราะว่าตัวเราไม่ใช่ใจพิथ บางครั้งอาจดี บางครั้งอาจไม่ดี และก็ไม่ได้ทำอย่างใจพิथด้วย |
| เขาไปใช้ในเวลาว่างหรือคิดและทบทวนในชีวิตประจำวันของเรา | | |
| กระผมได้รู้การ์ตูนใจพิथให้แตกออกไปในอนาคต | ทำให้กระผมได้ตีใจพิथแตก เพราะตอนกระผมอยู่ป. 6 กระผมตีใจพิथไม่เคยแตก | |
| น่าจะทำความดีเหมือนที่แต่งใจพิथ | | ไม่ทราบแต่ไม่เปลี่ยนแปลงเหมือนเดิม |
| ได้รู้จักแนวคิดที่แปลกและใหม่ | | เพราะใจพิथก็แบบเดิม |
| ได้รับความรู้ที่ยังไม่รู้และเวลาเรารู้เรื่องที่เราไม่รู้ก็ไปสอนคนอื่นได้ | | |
| เราจะได้รู้ตัวเองว่าเราดีหรือไม่ดี ถ้าไม่ดีควรต้องปรับปรุงตัว | | เพราะใจพิथก็กลับมากรททำได้เพราะเรียนมาแล้ว |
| ได้คิดว่าจะหาคำตอบที่ถูกต้องได้อย่างไรและมีวิธีอย่างไร | | |
| ได้ความมากที่น้อย่างมาก ทำให้เข้าใจ | เข้าใจทำได้ | ไม่เปลี่ยนเพราะทำอยู่แล้ว |
| ได้ใช้ความคิดในการตั้งใจพิथของความคิด | ทำให้ตั้งใจเรียนมากขึ้น เพราะได้เรียนสิ่งใหม่ๆ | |
| เขาไปใช้ในชีวิตประจำวัน | เปลี่ยนแปลคือรู้เรื่องขึ้น | |
| ได้รู้เกี่ยวกับการ์ตูนใจพิथและแก้ไขเองได้ | | ดีอยู่แล้ว |
| นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน | เปลี่ยนแปลในทางที่ดีขึ้น | อาจเพราะเรียนไม่เข้าใจ |
| นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน | | |

| ได้อะไรจากใจท์ | พฤติกรรม เปลี่ยนเพราะ | ไม่เปลี่ยนเพราะ |
|---|--|--|
| ได้ตั้งใจเป็น ได้เข้าใจถึงใจท์ | ไม่เปลี่ยน แต่จะดีขึ้นนิดหน่อย | ใจท์บางข้อก็จะสอนเราเป็นคนดีและคุณ- ครูจะสอนเราให้เป็นคนดีบ่อยๆ |
| 1. ทราบความหมายของใจท์คืออะไร 2. ตั้งใจท์เองเป็นโดย ไม่ต้องลอกใคร หนีทำด้วยตนเอง | | ได้คุณธรรมความดีและไปปฏิบัติในชีวิต- ประจำวัน |
| ได้คุณธรรมความดีและไปปฏิบัติประจำวัน | | นิสัยเป็นเหมือนเดิมทุกอย่าง |
| ได้ความเป็นมาของข้อมูล | ในทางที่ดีขึ้น อ่านใจท์ก็แปลงใจท์ง่ายขึ้น | |
| เปลี่ยนไปโดยมีน้ำใจขึ้น แบ่งขนมให้เพื่อนมากขึ้น เพราะใจท์ | | |
| เจ้าทางแฉงๆ มีน้ำใจแบ่งแครอทให้เพื่อน | | |
| ได้ข้อคิดและคติสอนใจเกี่ยวกับเนื้อหาของใจท์ | ไปในทางที่ดีเพราะมีแนวปฏิบัติจากใจท์ | อ่านใจท์แล้วไม่นำไปลองปฏิบัติ |
| สนุกมีความคิดเป็นของตัวเอง | ก่อนคิดว่าอยากไม่อยากทำอะไร คิดว่าถ้าไม่ทำก็ใครมารอบสนาม 10 รอบ | |
| ได้รู้จักการวิเคราะห์ใจท์ | ก่อนเรียนเรายังไม่ค่อยเข้าใจ แต่พอหลังเรียนก็พอเข้าใจ | |
| ทำให้รู้ว่าถ้าทำดีก็จะได้สิ่งที่ดีตอบแทน | ช่วยสอนงานเพื่อน จะทำอะไรก็คิด เพราะเมื่อเราได้อ่านได้เรียน และที่เล่าคือปัญหาที่สุดคือได้เจอกับตัวเองจึงรู้ว่าสิ่งใดดี หรือไม่ดี | |
| ก็ได้อ่านแล้วสามารถปฏิบัติตามได้ และเข้าใจในการตั้งใจท์ | ทำให้ตั้งใจท์มากขึ้น | ทำให้ดีขึ้นเข้าใจมากขึ้น |
| ได้รู้ว่าการแต่งใจท์เป็นและได้เรียนรู้อะไรจากใจท์ | ก่อนหน้านั้นตั้งใจท์ไม่ค่อยได้ แต่พอเรียนก็ตั้งใจท์ได้ | |
| โปรดใจท์ละ ได้นำไปใช้ เป็นคุณธรรมติดตัว | คิดใจท์ได้ดีขึ้น สามารถสรุปใจท์ที่มีข้อมูล เป้าหมายอย่างไร | |
| ได้รู้จักความดี | | นิสัยเปลี่ยนกันไม่ได้ |
| จะได้รู้ว่าสิ่งใดดีสิ่งไหนไม่ดี | | ทำการกระทำอยู่แล้ว |
| ทำให้มีความคิดแปลกใหม่ | ทำให้ดีขึ้น | |
| ได้ความรู้ ทำให้เรามีคุณธรรม รู้จักแบ่งปันเพื่อน | | เพราะใจท์บางข้อเราไม่ค่อยเข้าใจเลย เลยไม่รู้จะทำตัวอย่างไร |

| ได้อะไรจากโจทย์ | พฤติกรรม เปลี่ยนเพราะ | ไม่เปลี่ยนเพราะ |
|--|--|---|
| ก็ได้อ่านหนังสือที่สามารถปฏิบัติได้ | | |
| ได้รู้จักการแต่งโจทย์ได้เอง | มีความรู้หรือตั้งใจเกี่ยวกับความดีเป็น | ตนเองไม่ยอมฟังอาจารย์อธิบายจึงไม่เข้าใจ- ที่อาจารย์สอน |
| ได้ความรู้จากกรณีการอ่าน ทำให้อ่านการอ่านโจทย์และตั้งโจทย์ เองได้ ได้คิดเลขการ + - x หารได้ถูกต้อง | เปลี่ยนเพราะเรียนดีขึ้นกว่าเดิม | |
| มีความคิดและสมาธิไม่การทำ | เปลี่ยนบทเรียนต่างๆให้นักเรียนทำได้ | |
| ทำให้เราเข้าใจว่าความดีนั้นทำได้หลายอย่าง เช่น การกรอกตู้บุญ เช่น โจทย์การซื้อของไปฝากคุณพ่อคุณแม่ เป็นต้น | บางครั้งเราอ่านโจทย์ เราอาจไม่รู้คำตอบ แต่พออาจารย์สอน สอนก็รู้คำตอบได้เลย | |
| รู้จักการแต่งโจทย์และการที่เราเข้าใจที่มาแต่มัน เราต้องทำความเข้าใจ นั้นให้ได้ก่อน ก่อนที่จะเอามาแต่งเป็นโจทย์ เพราะฉะนั้นเราจึงได้ทำ ความดีตามไปด้วย | จะทำความเข้าใจมากกว่าแต่ก่อน เพราะซาบซึ้งในโจทย์ที่อ่าน เพราะมันเป็นความดีที่เราสามารถที่จะกระทำได้เลย เพราะมันล้วนอยู่ในใกล้ตัวเราเองทั้งนั้น | |
| หนูก็รู้ว่าการตั้งโจทย์นั้นยากมากคะ แต่ถ้ามีคู่มือชนิดหน้อยก็ตั้งได้ การตั้งโจทย์นั้นจะต้องใช้เวลาและการคิดทบทวนว่าอย่างไรหนอดีแล้ว ใช้ได้แล้วก็ แสดงวิธีทำ แยกตามโจทย์ หนูว่าการที่เราตั้งโจทย์เอง สามารถช่วยให้เราแสดงวิธีการทำโจทย์นั้นให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นคะ (แต่ก่อนการตั้งโจทย์เราน่าจะวาดภาพประกอบด้วยนะคะ) | เรารู้ว่าสิ่งที่ต้องจดจำยังมีอีกมากมาย ความดีต้องทำด้วยตัว เอง เพราะถ้าเราทำแต่ความดี ความดีจะตอบสนองคนดี เช่น เราเห็นเพื่อนถูกชกเราก็น่าจะไปห้าม พวกที่หน้อย แต่ถ้าไม่ห้ามไม่ควรถูกชกไปซ้ำเติม ยุยงส่งเสริมให้ทำอีกมากมาย หรือถ้าฉันจะสอนการบ้าน ไม่ควรบอก ควรสอนให้เข้าใจและ จดจำให้ได้ จะทำให้รุ่งเรืองมากขึ้น | |
| นอกจากประโยชน์ของเศษส่วนโดยตรงแล้วเรายังได้ประโยชน์ทั้งหมด ทางอ้อมอีกคือโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับความดี เช่น มานะซื่อสัตย์ กตัญญู เราก็ควรทำตามเป็นต้น | | ในโจทย์อาจจะมีสิ่งทดสอบอยู่ในโจทย์บ้าง และที่ไม่เปลี่ยนแปลง เพราะที่เคยเห็นโจทย์ แบบนี้มาบ้างแล้ว |

ภาคผนวก ข

- **แบบทดสอบท้ายบทเรียน**
- **แบบแสดงความคิดเห็น (คำถามปลายเปิด)**

ชื่อ-สกุล.....เลขที่.....

แบบทดสอบที่ 1

(คะแนน 10 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 15 นาที)

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนแยกแยะส่วนประกอบของเนื้อหาที่กำหนดให้ (วิธีใดก็ได้) ที่จะแสดงให้เกิดความเข้าใจและเห็นภาพองค์ประกอบของเนื้อหาได้อย่างชัดเจน ลงในช่องสี่เหลี่ยม โดยแบ่งการให้คะแนนเป็น แยกหัวข้อได้ถูกต้อง 6 คะแนน เชื่อมต่อเนื้อหาได้ถูกต้อง 4 คะแนน

เศษส่วน

เศษส่วนเป็นระบบความคิดที่พัฒนาเพิ่มเติมจากระบบจำนวนเต็ม เนื่องจากการชั่ง การตวงและการวัดสิ่งของเป็นจำนวนที่ไม่พอดี (ไม่เป็นจำนวนเต็ม) หรือไม่ลงตัว ในเนื้อหาเศษส่วนจะประกอบด้วย เศษส่วนที่สมมูลกัน (หรือเท่ากัน) โดยการทำการคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนที่เท่ากัน ที่ไม่ใช่ศูนย์ การทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำหรือการตัดทอนของจำนวนระหว่างตัวเศษกับตัวส่วนหรือการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนที่เท่ากันที่ไม่ใช่ศูนย์ การดำเนินการเกี่ยวกับเศษส่วนประกอบด้วย การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วน การแสดงความหมายของเศษส่วนนอกจากจะทำโดยการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ เช่น $\frac{3}{4}$ แล้ว ยังสามารถแสดงด้วยรูปภาพ แสดงโดยภาษาที่ใช้ในการสื่อสารในชีวิตประจำวัน เช่น มดหีบขนมมา 3 ชิ้น จากกล่องที่มี 4 ชิ้น ฯลฯ ส่วนการเปรียบเทียบเศษส่วน เป็นการพิจารณาเศษส่วนว่าจำนวนใดที่มากกว่า น้อยกว่า หรือจำนวนใดที่เท่ากัน นอกจากนี้ เศษส่วนแบ่งยังได้ 3 ประเภท คือ เศษส่วนแท้ เศษเกิน และจำนวนคละ โดยเศษส่วนแท้ มีลักษณะที่ตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน เช่น $\frac{3}{4}$ ส่วนเศษเกินนั้น ตัวเศษ (มากกว่าหรือเท่ากับ) ตัวส่วน เช่น $\frac{7}{5}$ และจำนวนคละมีลักษณะจำนวนเต็มและเศษส่วน คละกัน เช่น $5\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$ เป็นต้น

การศึกษาเศษส่วนเป็นการศึกษาเกี่ยวกับระบบของจำนวนระบบหนึ่ง ซึ่งเราสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการบอกความยาว ความสูง ปริมาณและปริมาตรของสิ่งต่างๆ

ชื่อ-สกุล.....เลขที่.....

แบบทดสอบที่ 2

คะแนนข้อละ 2 คะแนน

เวลาในการทำแบบทดสอบ 12 นาที

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนเขียนความหมายของเศษส่วนมาอย่างน้อย 4 ข้อ

.....

.....

.....

2. 15 นาที คิดเป็นเศษส่วนเท่าใดของ 1 ชั่วโมง

.....

3. 0.25 เท่ากับจำนวนเศษส่วนจำนวนใด (จงเติมตัวเลขลงในช่องว่างให้ถูกต้อง)

ขั้นที่ 1 $0.25 = \dots\%$ ขั้นที่ 2 $\dots\% = \dots$ ขั้นที่ 3 $0.25 = \dots$

4. แดงผ่าแดงโม 1 ลูก ตัดแบ่งใส่บาตร
- $\frac{2}{5}$
- ลูก แดงจะเหลือแดงโมอยู่เท่าใด


ตอบ

.....

.....

แสดงรูปภาพ

| |
|--|
| |
|--|

- 5.
- 
- ตัวโน้ตที่กำหนดให้ในในจังหวะ
- $\frac{2}{2}$
- เทียบได้กับจำนวนตามแบบที่กำหนดให้จำนวนใด จงเขียนคำตอบลงในช่องว่าง

5.1 แบบฮินดู-อารบิก.....

5.2 แบบซีอีปต์.....

ชื่อ-สกุล.....เลขที่.....

แบบทดสอบที่ 4

คะแนนทั้งหมด 10 คะแนน

เวลาในการทำแบบทดสอบ 12 นาที

1. นักเรียนจงหาผลลัพธ์ (5 คะแนน)

1.1 $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

1.2 $\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

1.3 $\left(-\frac{3}{5}\right) + 1\frac{4}{5} = \dots\dots\dots$

1.4 $-\frac{2}{5} - \left(-1\frac{3}{10}\right) = \dots\dots\dots$

1.5 $\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{7}\right) - 3 = \dots\dots\dots$

2. สุวัฒน์ทำการวัดอุณหภูมิพบว่า วันนี้วันพุธอุณหภูมิอยู่ที่ $26\frac{1}{2}$ องศาเซลเซียส เมื่อวาน อุณหภูมิต่ำกว่าวันนี้ $3\frac{3}{4}$ องศาเซลเซียส และวานขึ้นอุณหภูมิสูงกว่าวันนี้อยู่ $2\frac{5}{8}$ องศาเซลเซียส จงหาว่าวันจันทร์และวันอังคารมีอุณหภูมิที่องศา (แสดงวิธีทำ 5 คะแนน)

.....

โปรดตอบคำถามตามความเป็นจริง

1. นักเรียนคิดว่ากัลยาณมิตร เป็นอย่างไร.....
.....
.....
2. นักเรียนคิดว่าครูผู้ที่มาสอนเรื่องเศษส่วนให้นักเรียนเป็นกัลยาณมิตรหรือไม่.....
เพราะเหตุใด.....
.....
.....
3. หลังจากนักเรียนเรียนเรื่องเศษส่วน นักเรียนมีความคิดต่อการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างจากก่อนเรียนหรือไม่
เหตุผลที่แตกต่าง เพราะ.....
.....
.....
ไม่แตกต่าง เพราะ.....
.....
.....
4. นักเรียนคิดว่าตัวเองได้อะไรจากการอ่านโจทย์และการตั้งโจทย์ให้เกี่ยวข้องกับความดี
5. นักเรียนคิดว่าพฤติกรรมของตัวเอง ก่อนและหลังจากได้อ่านและการตั้งโจทย์ที่เกี่ยวกับความดีเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่.....
ถ้าหากเปลี่ยนแปลง เปลี่ยนไปอย่างไร.....
.....
และทำไม.....
.....
หากไม่เปลี่ยนแปลง นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด.....
.....
6. อื่นๆ ที่นักเรียนอยากแสดงความคิดเห็น.....

ภาคผนวก ค

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน

ช่วงชั้นที่ 3

คำชี้แจง

1. เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมงครึ่ง
2. แบบทดสอบประกอบด้วย ปรนัย 20 ข้อ
และ อัตนัย 5 ข้อ
3. แบบทดสอบที่เป็นข้อสอบแบบปรนัยมีคำตอบให้ 4 ตัวเลือก ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียง

คำตอบเดียว

โดยเขียนเครื่องหมาย (X) ลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง $1 + 2 = \dots$ ตัวเลขที่ควรเติมในช่องว่าง คือ

ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4

เขียนเครื่องหมาย X ที่ช่อง ก. ถ้าเห็นว่าผลบวกคือ 1

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| 1. | X | | | |

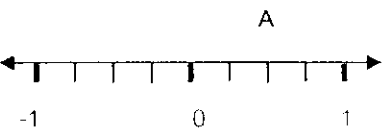

หากต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำดังนี้

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| 1. | X | | X | |

- 3.1 ในการตอบคำถามแบบเลือกคำตอบในแต่ละข้อห้ามตอบเกิน 1 คำตอบ
- 3.2 ห้ามขีดเขียนสิ่งใดๆลงในข้อสอบ
4. ข้อสอบที่ให้แสดงวิธีทำ ให้ทำลงในข้อสอบ
5. ห้ามนำแบบทดสอบออกจากห้องสอบ

ตอนที่ 1

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงกระดาษคำตอบ

1.  จุด A เป็นจุดที่แทนจำนวนในข้อใด
 ก. $\frac{1}{3}$ ข. $\frac{1}{2}$ ค. $\frac{2}{3}$ ง. 1
2. ข้อใดไม่เท่ากับ $\frac{1}{8}$
 ก. เทียบได้กับภาพ  ข. ครึ่งของครึ่งของครึ่ง ค. $1 \div 8$ ง. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
3. เศษส่วนในข้อใดต่อไปนี้เรียงจากมากไปน้อยได้ถูกต้อง
 ก. $\frac{6}{13}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ ข. $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ค. $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ง. $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$
4. เศษส่วนในข้อใดต่อไปนี้เรียงจากน้อยไปมากได้ถูกต้อง
 ก. $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$ ข. $\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ ค. $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$ ง. $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$
5. ข้อใดถูกต้อง
 ก. $1 - \frac{1}{2} > 1 \div \frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} < \frac{1}{4}$
 ค. $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ง. $\frac{2}{3} \neq \frac{16}{24}$
6. ข้อใดไม่ถูกต้อง เมื่อรูปเรขาคณิตแต่ละรูปแทนจำนวนจำนวนหนึ่ง และให้รูปเรขาคณิตที่เขียนติดกันแทนความหมายว่าสองจำนวนนั้นคูณกัน
 ก. $\frac{\square}{\Delta} \times \frac{\nabla}{\circ} = \frac{\square \nabla}{\Delta \circ}$ ข. $\frac{\square}{\nabla} \times \frac{\Delta}{\circ} = \frac{\square \circ}{\Delta \nabla}$
 ค. $\frac{\square}{\Delta} + \frac{\nabla}{\circ} = \frac{\square \circ + \Delta \nabla}{\Delta \circ}$ ง. $\frac{\square}{\Delta} \div \frac{\nabla}{\circ} = \frac{\square}{\Delta} \times \frac{\circ}{\nabla}$
7. $2 \frac{1}{8} + 3 \frac{3}{8} + \dots = 8$ ต้องเติมจำนวนใดลงในช่องว่าง
 ก. $1 \frac{4}{8}$ ข. $2 \frac{1}{2}$ ค. $3 \frac{1}{4}$ ง. $4 \frac{1}{8}$

8. $-3 \times (-4 \frac{1}{2})$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. $-12 \frac{1}{2}$

ข. $12 \frac{1}{2}$

ค. $-13 \frac{1}{2}$

ง. $13 \frac{1}{2}$

9. $(2 \div \frac{2}{3}) \div (\frac{3}{4} \div \frac{5}{4})$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

10. $(\frac{2}{14} + \frac{1}{7}) \times 3 \frac{1}{2}$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{4}$

ค. 1

ง. 2

11. $(1 - \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{1}{3})$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. 1

ง. 3

12. $(1 + \frac{1}{1+1}) \div (1 - \frac{1}{1+1})$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

13. $(3 \frac{2}{7} - \frac{6}{21}) \div (1 \frac{3}{7} - 2 \frac{9}{21})$ เท่ากับจำนวนใด

ก. -3

ข. -1

ค. 1

ง. 3

14. ในการบำเพ็ญประโยชน์เก็บขยะตามชายหาดเพื่อสิ่งแวดล้อมและการท่องเที่ยว มีประชาชนร่วมกิจกรรมนี้ 500 คน เป็นผู้ชาย $\frac{2}{5}$ ของทั้งหมด จำนวนผู้หญิงที่เข้าร่วมกิจกรรมนี้มีกี่คน

ก. 50 คน

ข. 100 คน

ค. 200 คน

ง. 300 คน

15. ทุกเช้าแม่จะช่วยพ่อชงกาแฟขาย โดยนมหนึ่งกล่องมี $\frac{2}{3}$ ลิตร แม่ใช้นม 20 กล่อง แม่ใช้นมไปกี่ลิตรต่อวัน

ก. 4 ลิตร

ข. 6 ลิตร

ค. 8 ลิตร

ง. 10 ลิตร

16. ระยะห่างระหว่างจุดที่แทน $\frac{2}{3}$ กับ $\frac{3}{4}$ บนเส้นจำนวน กับระยะห่างระหว่างจุดที่แทน $\frac{1}{4}$ กับ $\frac{3}{5}$ มีความเกี่ยวข้องกันดังในข้อใด
- ก. ระยะห่างชุดแรกสั้นกว่าระยะห่างชุดหลัง ข. ระยะห่างชุดแรกเท่ากับระยะห่างชุดหลัง
ค. ระยะห่างชุดแรกยาวกว่าระยะห่างชุดหลัง ง. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง
17. แดงน้อยช่วยคุณครูปลูกไม้ดอกในโรงเรียนเพื่อเพิ่มออกซิเจนและทำให้โรงเรียนสวยงาม แดงน้อยปลูกต้นไม้ 60 ต้น $\frac{1}{3}$ ของทั้งหมดเป็นต้นกุหลาบ $\frac{2}{5}$ ของที่เหลือเป็นต้นบานชื่น และนอกจากนั้นเป็นต้นช่อนกลิน แดงน้อยปลูกต้นช่อนกลินมากกว่ากุหลาบกี่ต้น
- ก. 4 ต้น ข. 6 ต้น ค. 8 ต้น ง. 10 ต้น
18. วีวรรณซื้อม้วนเพื่อเป็นตัวแทนโรงเรียนเข้าแข่งขันกีฬาเขต ถ้าระยะทาง 1 ไมล์ เท่ากับ $1\frac{3}{5}$ กิโลเมตร วีวรรณวิ่งวันละ $6\frac{1}{4}$ ไมล์ วีวรรณวิ่งวันละกี่กิโลเมตร
- ก. 10 กิโลเมตร ข. 12 กิโลเมตร ค. 14 กิโลเมตร ง. 15 กิโลเมตร
19. วันยาต้องการทำขนมเพื่อทำบุญบ้าน วันยาเลือกถาดขนมหม้อแกงที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาว 10 เซนติเมตร และมีความสูงของถาด $1\frac{1}{2}$ เซนติเมตร วันยาจะต้องใช้เนื้อขนมที่ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ก. 135 ลบ.ซม. ข. 150 ลบ.ซม. ค. 170 ลบ.ซม. ง. 173 ลบ.ซม.
20. วิกาต้องการทำทุเรียนกวนจึงเลือกซื้อทุเรียนที่กำลังจะละ โดยเป็นทุเรียนหมอนทอง $5\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ทุเรียนชะนี $12\frac{3}{4}$ กิโลกรัม ซึ่งราคาทุเรียนหมอนทองกิโลกรัมละ 20 บาท ราคาทุเรียนชะนีกิโลกรัมละ 12 บาท วิกาจะต้องจ่ายเงินเท่าใด
- ก. 260 บาท ข. 261 บาท ค. 262 บาท ง. 263 บาท

ภาคผนวก ง

- โครงการสอนเรื่องเศษส่วน
- ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้แบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องเศษส่วน

โครงการสอนเรื่องเศษส่วน

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 1 (มัธยมศึกษาปีที่ 1)

จำนวน 17 คาบเรียน

คำอธิบาย

ความรู้เรื่องเศษส่วนในขั้นนี้จะคล้ายความรู้ในระดับประถมศึกษาที่นักเรียนได้เคยเรียนผ่านมาแล้ว คือ ความหมายของเศษส่วน การเปรียบเทียบเศษส่วน การบวกลบเศษส่วน และการคูณหารเศษส่วน ในระดับขั้นนี้จะมีการเพิ่มเนื้อหาเกี่ยวกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ ซึ่งเป็นการต่อเนื่องจากเนื้อหาเรื่องการดำเนินการของจำนวนเต็มจากการเรียนในภาคเรียนที่ 1 (ระหว่างจำนวนเต็มบวก กับจำนวนเต็มลบ หรือ ระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ) ซึ่งเป็นการใช้ความรู้เดิมเกือบทั้งหมด

สำหรับการเพิ่มเติมเนื้อหานอกจากที่กล่าวมาแล้วนั้น ผู้สอนเพิ่มเนื้อหาเกี่ยวกับประวัติของเศษส่วน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นภาพของการใช้ตัวแทนและระบบวิถีคิดในแต่ละสมัย ซึ่งจะช่วยให้เห็นความหมายหนึ่งของคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นระบบที่มนุษย์คิดขึ้นมาเพื่ออำนวยความสะดวกในการดำรงชีวิต เช่น ใช้ในการวัด การศึกษาทางด้านดาราศาสตร์ และการค้าขาย เป็นต้น รวมทั้งการนำความหมายของเศษส่วนไปใช้ในรูปแบบอื่นๆ เช่น โน้ตดนตรี นอกจากนี้จะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการเรียนเศษส่วนแล้ว ยังจะทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของการใช้ตัวแทนได้อย่างชัดเจนขึ้น ส่วนเนื้อหาการดำเนินการที่นักเรียนเคยเรียนมาตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจะเป็นการเรียนที่เน้นทักษะในการคิดคำนวณ แต่ในการสอนครั้งนี้ผู้สอนเน้นการสอนในลักษณะการใช้เหตุผลในการคำนวณ ซึ่งนอกจากจะทำให้นักเรียนเข้าใจที่มาของขั้นตอนวิธีการในการคิดคำนวณแล้ว การหาคำตอบของผลการดำเนินการในเรื่องเศษส่วนจะมีความง่ายยิ่งขึ้น และมีผลให้เวลาที่ใช้ในการคิดคำนวณน้อยลง รวมทั้งเป็นการพัฒนาทักษะกระบวนการทำให้เหตุผลแก่ผู้เรียน ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และองค์ประกอบของโยนิโสมนสิการ

สำหรับโจทย์ปัญหา ผู้สอนจะเน้นเกี่ยวกับการฝึกกระบวนการคิดที่แยกแยะส่วนประกอบ (วิถีคิดแบบหนึ่งในโยนิโสมนสิการ) ในการแก้ปัญหา นอกเหนือจากโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนยังมีโจทย์ที่ผู้สอนจัดทำขึ้น โดยผู้สอนได้จัดทำโจทย์ที่สอดแทรกความรู้และความคิดที่ดีเพื่อเป็นให้ข้อมูลในลักษณะกัลยาณมิตร และให้ผู้เรียนสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง (กระบวนการ

ย้อนกลับในการแก้โจทย์ปัญหา) เพื่อเป็นการฝึกใช้ตัวแทนที่เน้นความหมาย (ตัวแทนทางภาษา) ซึ่งจะสื่อให้เห็นถึงความเข้าใจของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี (การใช้ตัวแทนภายในของผู้เรียน) โดยเกณฑ์การสร้างโจทย์ปัญหามีข้อกำหนดตามหลักการคิดแบบโยนิโสมนสิการ คือ ประกอบด้วยความคิดที่เป็นเหตุผล มีระเบียบ (ลำดับเรื่องราวไม่สับสน) คิดเป็นระบบ และมีคุณธรรมหรือจริยธรรมสอดแทรก (คิดไว้กุศล)

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของเศษส่วน และสามารถใช้ตัวแทนในการแสดงความหมายของเศษส่วนในรูปแบบต่างๆได้ เช่น รูปภาพ การแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวน การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การแสดงความหมายผ่านทางการใช้ภาษา ฯลฯ
2. เปรียบเทียบเศษส่วน
3. บวกและลบเศษส่วน
4. คูณและหารเศษส่วน
5. แก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนได้

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาได้
2. ให้เหตุผลได้
3. เชื่อมโยงความรู้ได้
4. มีความริเริ่มสร้างสรรค์
5. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ด้านคุณลักษณะ ปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีระเบียบวินัย
2. มีวิจารณ์ญาณ
3. มีความรอบคอบ
4. มีความรับผิดชอบ
5. ทำงานอย่างมีระบบ
6. ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
7. มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้คาบเรียนที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐานช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1)

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน

เวลา 50 นาที

เรื่อง วิธีคิดแบบแยกส่วนประกอบและการนำเสนอแบบแผนผังความคิด

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. แยกแยะส่วนประกอบของเรื่องต่างๆ เป็นส่วนย่อยๆ ที่มีความสัมพันธ์กันด้วยวิธีการแสดง
การแยกแยะส่วนประกอบแบบแผนผังความคิด

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. นำเสนอความคิดและอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้
2. มีเหตุผล

ด้านคุณลักษณะ ปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความสนใจและกระตือรือร้น
3. กล้าคิดและแสดงความคิดเห็น
4. ทำงานเป็นระเบียบ
5. ทำงานเป็นระบบ
6. คิดเร็วากล

สาระการเรียนรู้

การคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบเป็นวิธีคิดแบบหนึ่งในการคิดแบบโยนิโสมนสิการ ซึ่งการสอนวิธีคิดนี้เป็นการสอนกระบวนการคิด หรือองค์ประกอบภายใน (โยนิโสมนสิการ) ที่จะพัฒนาไปสู่การมีปัญญา โดยต้องร่วมกับข้อมูลภายนอก เช่น ตัวครู เพื่อน ข้อมูลหรือข่าวสารที่ดี ที่เป็นประโยชน์ (กัลยาณมิตร) ซึ่งจะเป็นปัจจัยในการพัฒนาปัญญาของผู้เรียนอย่างครบองค์ประกอบ ซึ่งวิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบที่นิยมวิธีหนึ่งคือ การทำเป็นแผนผังความคิด

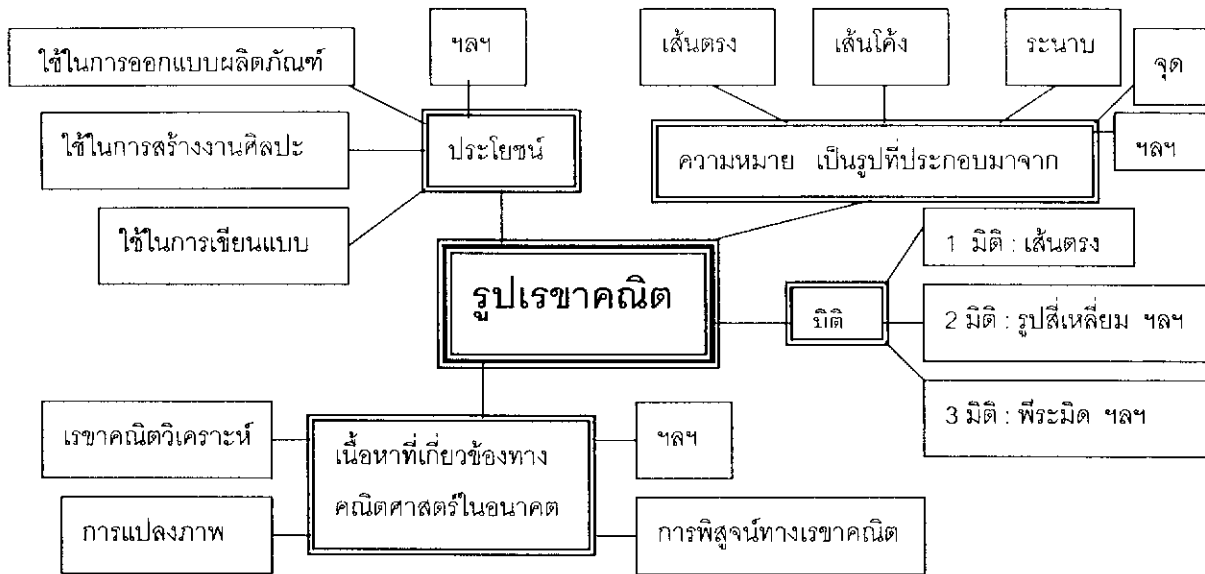
ความหมายและวิธีการสร้างแผนผังความคิด

แผนผังความคิดเป็นการนำเสนอภาพรวมของเนื้อหา โดยเป็นการนำเสนอที่เป็นระบบ มีระเบียบ และลำดับของเรื่องราวว่าเรื่องใดเป็นเรื่องย่อยหรือรายละเอียดของหัวข้อใดบ้าง ซึ่งทำให้
ง่ายต่อความเข้าใจและเพิ่มความคงทนในการเรียนรู้ และยังช่วยพัฒนาความคิดแบบ

วิจารณ์ญาณ (Critical Thinking) เพิ่มการมีเหตุผลและช่วยพัฒนาในด้านความจำอีกด้วย

วิธีการ

ให้นำความคิดรวบยอดใหญ่ไว้ตรงกลาง และแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละหัวข้อใหญ่กับหัวข้อย่อยด้วยการใช้เส้นเชื่อมโยง ดังแสดงในภาพ



ข้อมูลหรือข่าวสารที่ดีที่เป็นประโยชน์ประกอบด้วยนิทานและบทความดังนี้

1. นิทานเรื่องเจ้าหางแดง
2. การแบ่งความเป็นมนุษย์ตามลักษณะจิตใจ

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แผนภูมิแสดงแผนผังความคิด
2. ใบกิจกรรมที่ 1
3. ใบกิจกรรมที่ 2

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแสดงแผนผังความคิดเรื่องรูปเรขาคณิตแก่นักเรียน และถามนักเรียนเกี่ยวกับองค์ประกอบของรูปเรขาคณิตจากแผนผังความคิด
2. ครูเล่านิทานเจ้าหางแดงให้นักเรียนฟัง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

นิทานเรื่อง เจ้าหางแดง

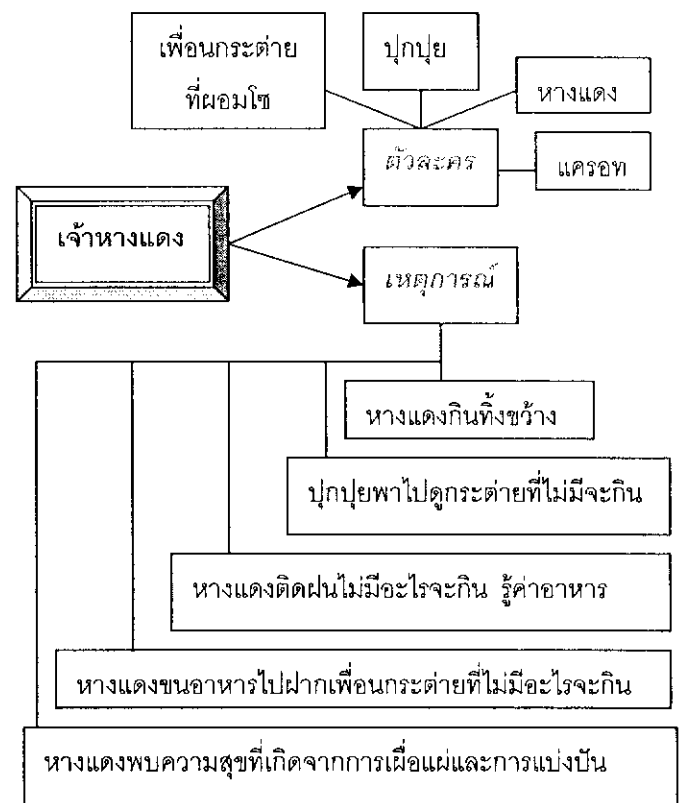
กระต่ายป่าตัวหนึ่ง ชื่อ หางแดง มันมีความสุขกับชีวิตมาก เพราะมันมีอาหารการกินอุดมสมบูรณ์ ทุกวันๆมันจะกินแครอทเฉพาะปลายหัวในส่วนที่นิ่ม แล้วก็โยนทิ้งเพื่อเลือกหัวใหม่มากิน จนวันหนึ่งมีเจ้ากระต่ายปุยปุยผ่านมาเห็นการกินของเจ้าหางแดง เจ้าปุยปุยมีความโมโหที่

เจ้าหางแดงไม่รู้จักคุณค่าของอาหาร เจ้าปุกปุยจึงพาเจ้าหางแดงไปดูเพื่อนกระต่ายอีกฟากป่าหนึ่ง

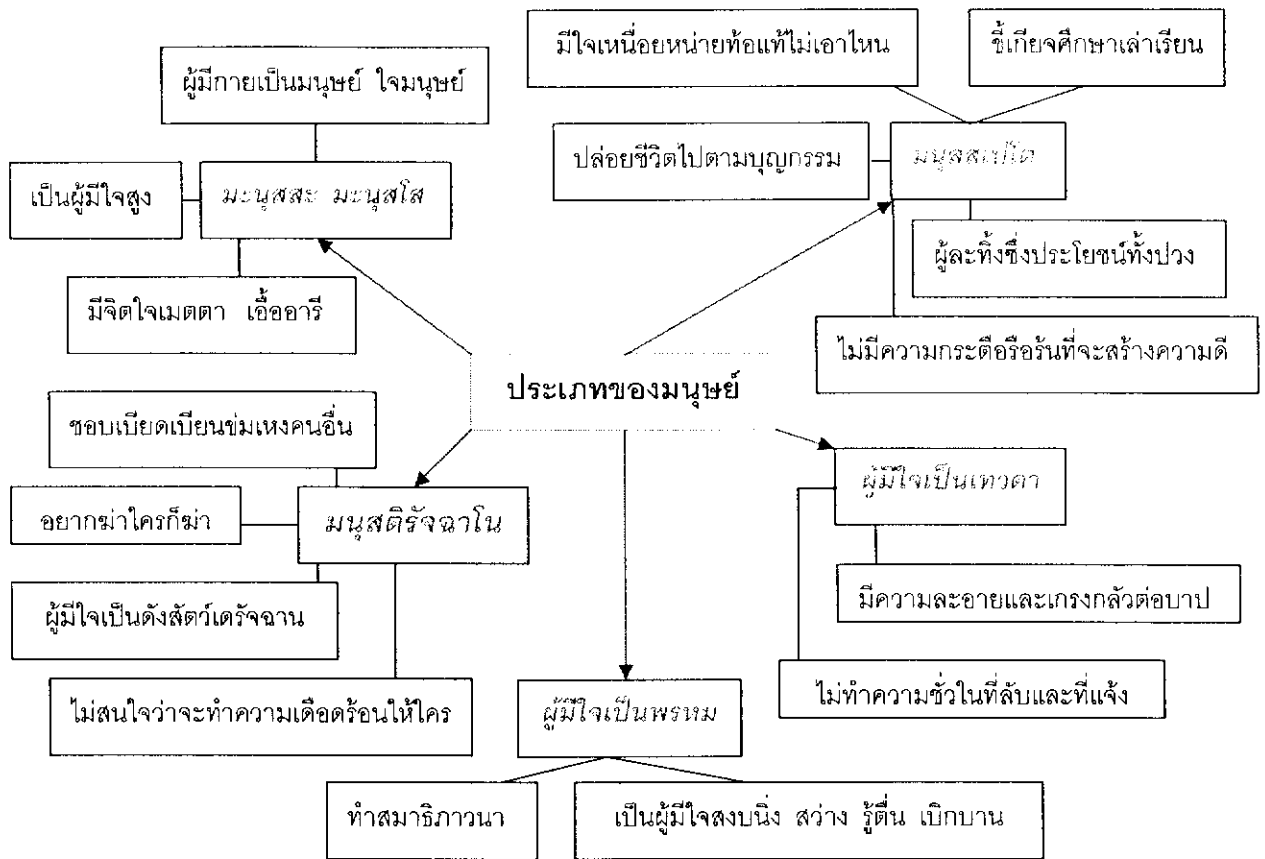
ที่แห่งนี้เจ้าหางแดงพบว่ากระต่ายทุกตัวผอมโซ เนื่องจากไม่ค่อยมีอาหารกิน เพราะเป็นเขตหลังเขาไม่ค่อยมีฝนตก และพวกกระต่ายกลุ่มนี้ก็ไม่สามารถอพยพย้ายที่ได้ เนื่องจากมีกฎของป่าเรื่องอาณาเขตการอยู่อาศัย ในตอนแรกเจ้าหางแดงก็ไม่คิดว่าตัวเองได้กินทั้งกินขำและไม่เห็นคุณค่าของการกินอาหารอย่างประหยัด เพราะมันเคยแต่กินแครอทดีๆและไม่เคยต้องอดมันมีกินเหลือเฟือ แต่เพราะเกิดฝนตกหนัก ทำให้เจ้าหางแดงไม่สามารถเดินทางกลับไปยังป่าที่มันอยู่ได้เป็นเวลา 2 วัน มันจึงได้เรียนรู้การที่ไม่มีอะไรจะกิน มันเริ่มเห็นคุณค่าในสิ่งที่มันได้ทั้งไป มันจึงตั้งใจว่าเมื่อได้กลับบ้านจะไปขนแครอทมาฝากพวกกระต่ายของป่าฟากนี้ และหลังจากนั้นเจ้าหางแดงเขาก็ได้พบกับความสุขแบบใหม่ เป็นความสุขที่เกิดจากการเอื้อเฟื้อและแบ่งปัน

3. หลังจากที่คุณครูเล่านิทานจบ ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับนิทานที่คุณครูเล่าให้นักเรียนฟัง โดยครูสุ่มนักเรียนบางคนให้ออกมาวาดรูปประกอบนิทานบนกระดานดำในซีกซ้าย

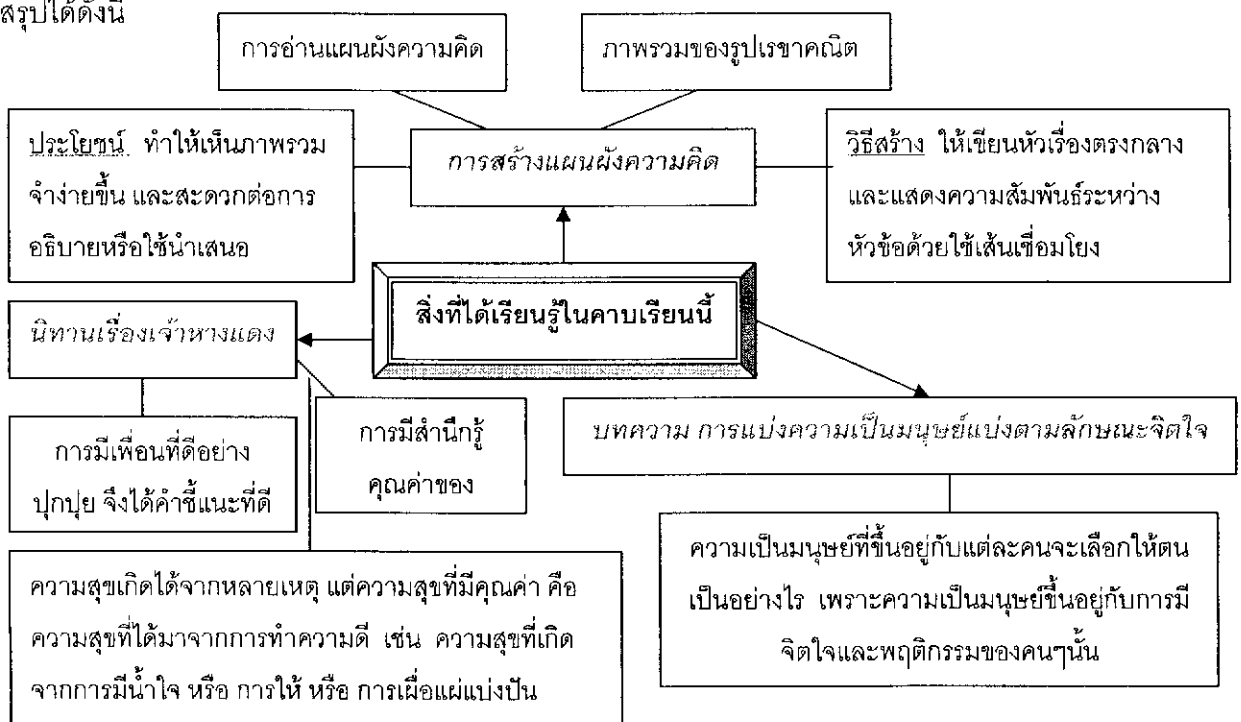
4. ครูอธิบายวิธีการสร้างแผนผังความคิดและให้นักเรียนสรุปนิทานเป็นแผนผังความคิดบนกระดานดำในซีกขวา โดยครูเริ่มหัวข้อให้และสุ่มนักเรียนออกมาเขียนต่อ ซึ่งนักเรียนอาจจะแสดงได้ดังนี้



5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 บทความเรื่องการแบ่งความเป็นมนุษย์ตามลักษณะจิตใจ และ
 ให้นักเรียนอ่านใบกิจกรรม 5 นาที จากนั้นสุ่มนักเรียนออกมาสร้างแผนผังความคิด ซึ่ง
 นักเรียนอาจจะแสดงได้ดังนี้



6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเรื่องที่เรียนและสิ่งที่เรียนรู้ในคาบเรียนนี้ ซึ่งนักเรียนอาจจะ
 สรุปได้ดังนี้



การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

| การวัด | การประเมินผล |
|--------------------------------------|--|
| 1. สังเกตจากนักเรียนตอบคำถาม | 1. นักเรียนตอบคำถามได้ดีในเรื่องของนิทาน แต่ในเรื่องแผนผังความคิดนักเรียนยังมีปัญหาในการจับประเด็น |
| 2. ทำโจทย์ตรวจสอบความเข้าใจ | 2. นักเรียนทำไม่ค่อยได้เพราะนักเรียนจับประเด็นความคิดไม่ได้ อ่านหนังสือจับใจความไม่ได้ (อ่านหนังสือไม่แตก) |
| 3. ทำโจทย์ใบกิจกรรมที่ 2 เป็นการบ้าน | 3. นักเรียนส่งการบ้านมาเพียง 10 คน และที่ส่งมาก็ไม่ถูกต้องทั้งหมด |

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

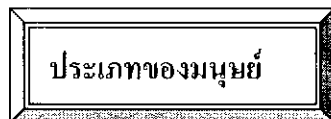
ในคาบเรียนนี้มีนักเรียนขาดเรียน 3 คน นักเรียนหญิงให้ความสนใจเรียนดี ปัญหาในคาบนี้คือนักเรียนหลายคนไม่มีสมาธิในการเรียน การจัดโต๊ะของนักเรียนครูประจำชั้นจัดเป็นกลุ่มเพื่อทำให้มีทางเดินเพิ่มขึ้น ทำให้เอื้อต่อการคุยของนักเรียนเพราะนักเรียนจัดกลุ่มตามใจชอบ แต่ละกลุ่มมีจำนวนคนไม่เท่ากัน สังเกตพบว่านักเรียนชายหลายคนมีเรื่องที่จะนัดทำอะไรบางอย่างเป็นพิเศษ จึงมีการคุยและเดินหากันในขณะที่ทำแบบฝึกหัด มีนักเรียนชาย 2 คนที่แอบอ่านการ์ตูนซึ่งถึงจะไม่ดูน่าวุ่นวายแต่ก็ทำให้นักเรียนหลายคนขาดสมาธิตามไปด้วย และสิ่งที่เป็นปัญหาอย่างยิ่งคือ ปัญหาในการอ่านจับใจความ นักเรียนสามารถจับหลักการในการทำแผนผังความคิดได้ว่า จะต้องจับประเด็นหลักและหารายละเอียดของประเด็นหลัก แต่ที่ทำกันไม่ได้เพราะอ่านแล้วสรุปความคิดเป็นประเด็นๆไม่ได้ (ได้แต่รายละเอียด) ปัญหาสำหรับนักเรียนบางคนก็คือ ความคิดที่ติดมาจากการทำแผนผังความคิดของนิทาน โดยนิทานก็จะมีประเด็นหลักอยู่ที่ ตัวละคร จากและเหตุการณ์ เมื่อใบกิจกรรมเป็นบทความ นักเรียนก็หาตัวละคร จาก ซึ่งไม่มีในบทความ ทำให้ไม่สามารถทำแผนผังความคิดได้ มีผู้ที่ทำแผนผังความคิดในใบงานที่ 1 ที่พอได้ 3 คน

การสรุปบทเรียน นักเรียนตอบคำถามได้ดี นักเรียนสามารถบอกได้ว่าวันนี้ได้เรียนเรื่องเกี่ยวกับอะไรบ้าง ซึ่งก็ประกอบด้วยนิทานเจ้าหางแดง แผนผังความคิด ประเภทของมนุษย์ ตามลำดับ ในเรื่องที่ไม่ต้องใช้คำถามนำเลยคือ เกี่ยวกับนิทานและสิ่งที่ได้จากนิทาน ส่วนแผนผังความคิดและประเภทของมนุษย์ ครูต้องใช้คำถามช่วย และเรื่องที่ครูช่วยมากที่สุดคือเรื่องการทำแผนผังความคิด ด้วยความที่ครูเห็นความไม่มีสมาธิในการเรียนจึงให้การบ้านเพิ่มเติมคือ ให้นักเรียนไปทำแผนผังความคิดสรุปบทเรียนและใบกิจกรรมที่ 2 มีนักเรียนส่งการบ้านมา 10 คน แต่ผลงานก็ยังทำได้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

ใบกิจกรรมที่ 1 บทความเรื่อง

การแบ่งความเป็นมนุษย์แบ่งตามลักษณะจิตใจ

ความเป็นมนุษย์มีใช้เป็นเพราะเกิดมามีหน้าตาเหมือนมนุษย์ แต่การเป็นมนุษย์เป็นได้เพราะมีจิตใจที่สูง หากมีกายเป็นมนุษย์แต่ไม่คำนึงถึงศีลธรรมและกฎหมายบ้านเมือง อยากฆ่าใครก็ฆ่า อยากเบียดเบียนข่มเหงใครก็ทำตามอำเภอใจของตนเอง ไม่คำนึงว่าใครจะทุกข์ต่อการกระทำของตนเองอย่างไร ผู้ประพฤตินั้นมีพฤติกรรมตามวิสัยของเดรัจฉาน มีคำเรียกผู้เป็นเช่นนั้นว่า มนุสสตีรัจฉาน เพราะมีใจเป็นดังสัตว์เดรัจฉาน ส่วนผู้ที่มีใจเหนือหนายท้อแท้ไม่เอาไหน ซึ่งศึกษาเล่าเรียน ปล่อยชีวิตไปตามบุญกรรม ไม่มีความกระตือรือร้นที่จะสร้างที่ดี ผู้เป็นเช่นนั้นเรียกว่า มนุสสเปรต แปลว่าเป็นผู้มีใจเป็นเปรต เพราะเปรตแปลว่า ผู้ละทิ้งซึ่งประโยชน์ทั้งปวง ส่วนผู้ที่มีจิตใจเมตตา โอบเอื้ออารี นึกถึงอกเขาอกเรา ไม่เบียดเบียนรังแกใคร บุคคลประเภทนี้ เรียกว่า มนุสสสะ มนุสสโส คือ กายและใจเขาเป็นมนุษย์ เพราะเป็นผู้มีใจสูงส่ง หากเป็นผู้ที่มีจิตใจต่ำ คือความละอายต่อบาป สะดุ้งกลัวต่อบาป ไม่กล้าทำบาปทั้งในที่ลับและที่แจ้ง ผู้เป็นเช่นนั้น มีร่างกายเป็นมนุษย์ แต่ขณะนั้นใจเขาเป็นเทวดา หากผู้ใดนั่งสมาธิภาวนา ทำจิตให้สงบนิ่ง สว่าง รู้ตื่น เบิกบาน ใจของผู้นั้นเป็นพรหม แม้จะมีร่างกายเป็นมนุษย์ (เรียบเรียงมาจากพระธรรมเทศนาของพระราชสังวรญาณ (พุทฺธฐานีโย))



ประเภทของมนุษย์

ใบกิจกรรมที่ 2

การทำหน้าที่

ธรรมะคือธรรมชาติ การศึกษาและปฏิบัติธรรม ก็คือ การทำความเข้าใจธรรมชาติของสิ่งทั้งหลายตามความเป็นจริงและการปฏิบัติตนตามหน้าที่ของตน ซึ่งมีทั้งทางธรรมและทางโลก ในฐานะแรกที่ต้องพิจารณาก็คือ หน้าที่ในทางโลก ทุกคนที่เกิดมามีหน้าที่ของตนทุกคน ไม่ว่าจะเป็นหน้าที่ต่อการอาชีพ หน้าที่ต่อชาติ หน้าที่ต่อบิดา-มารดา หน้าที่ต่อเพื่อน หน้าที่ต่อครอบครัว ฯลฯ หากผู้ใดทำหน้าที่ตนได้สมบูรณ์ก็ถือว่าได้ปฏิบัติธรรมเบื้องต้นเป็นที่น่าพอใจ

การทำหน้าที่ของการเป็นนักเรียนมีองค์ประกอบคือ หน้าที่ที่พึงกระทำและคุณธรรมของผู้ทำหน้าที่นักเรียน ซึ่งหน้าที่ของนักเรียน ก็คือ การศึกษาเล่าเรียน เชื่อฟังคำสั่งสอนของครู ทำงานที่ได้รับมอบหมาย ทบทวนตำรา ร่วมทำกิจกรรมของโรงเรียนอย่างเต็มที่ ส่วนคุณธรรมของนักเรียนประกอบด้วย ความใฝ่รู้ มีความพอใจที่จะเรียน (ฉันทะ) มีความพากเพียรพยายามที่เข้าใจในเนื้อหาที่เรียนและทำงานได้ตามที่ครูสั่ง (วิริยะ) ใส่ใจในการเรียน (จิตตะ) คิดใคร่ครวญในสิ่งที่เรียน รวมทั้งค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติม (วิมังสา) นอกจากนี้ยังจะต้องมีความเคารพครู-อาจารย์ ซึ่งถือว่าเป็นผู้มีพระคุณในการให้ความรู้ ในอดีตจะมีการสอนให้เคารพแม้กระทั่งหนังสือที่เรียน คือ ทุกครั้งที่ปิดหนังสือ จะต้องกราบหนังสือทุกครั้ง

เมื่อนักเรียนคนใดได้ทำหน้าที่การเป็นนักเรียนอย่างสมบูรณ์แล้ว ผลการเรียนก็จะดี ซึ่งการนำผลการเรียนไปใช้ในระดับมัธยมปลาย ก็คือการสอบเข้าโรงเรียนที่ต้องการ เช่น โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ เป็นโรงเรียนพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และการเป็นนักวิจัย และนักเรียนก็จะได้รับทุนการศึกษาคนละ 40,000 กว่าบาทต่อปี แต่ผู้ที่จะสมัครสอบต้องมีผลการเรียนเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3 โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ จะต้องไม่ต่ำกว่าเกรด 3 เช่นเดียวกับโรงเรียนเตรียมทหาร นอกจากนั้นผู้ที่ผลการเรียนเฉลี่ยเกิน 3 ยังมีสิทธิ์ในการสมัครสอบแข่งขันอีกหลายโครงการ ส่วนในระดับมัธยมปลายหากต้องการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแบบสอบโดยตรงกับมหาวิทยาลัยที่ต้องการ ก็จะมีเกณฑ์การรับขึ้นกับผลการเรียนเฉลี่ยเช่นกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐานช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1)

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน

เวลา 50 นาที

เรื่อง การเปรียบเทียบเศษส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. แสดงการเปรียบเทียบเศษส่วน ว่าจำนวนใดมากกว่า น้อยกว่า หรือ เท่ากัน โดยวิธีต่างๆ

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. สื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้
3. คิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ ปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้

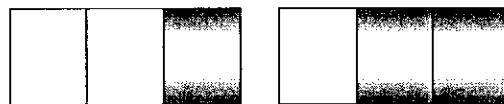
1. เป็นคนช่างสังเกต
2. มีระเบียบวินัย
3. กล้าคิดและกล้าแสดงความเห็น
4. มีความรับผิดชอบส่งงานตรงเวลา
5. มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้

1. การเปรียบเทียบเศษส่วนสามารถใช้วิธีดังต่อไปนี้

1. เมื่อตัวส่วนเท่ากัน ให้พิจารณาดูที่ตัวเศษ เช่น $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$ เพราะในจำนวน 1 ชิ้นแบ่ง 3 ส่วนที่

เท่าๆกัน แต่จำนวน $\frac{1}{3}$ น้อยกว่า $\frac{2}{3}$ ดังภาพ



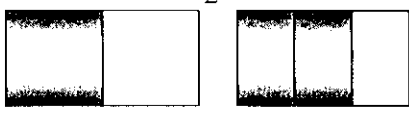
2. เมื่อตัวเศษเท่ากัน ให้พิจารณาดูที่ตัวส่วน เช่น $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ เพราะในจำนวน 1 ชิ้นเท่ากัน แต่จำนวน

ครั้งที่แบ่งไม่เท่ากัน พื้นที่ในชิ้นมีการแบ่งเท่าๆกันของ

การแบ่งที่มีจำนวนครั้งน้อยกว่าจะมีพื้นที่มากกว่า ดังภาพ



3. เมื่อทั้งตัวเศษและตัวส่วนของเศษส่วนทั้งคู่ไม่เท่ากัน ให้พิจารณาสวนเต็มเต็มของเศษส่วน (Com-

plement) เช่น $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ ให้พิจารณาดูพื้นที่ในส่วนที่เหลือ จะเห็นได้ว่าพื้นที่ที่เหลือของ $\frac{1}{2}$ (พื้นที่สีขาว) จะมีพื้นที่ที่เหลือเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ส่วนพื้นที่ที่เหลือของ $\frac{2}{3}$ คือ $\frac{1}{3}$ ซึ่งเมื่อ เปรียบเทียบกันเหมือนข้อที่ 2 จะพบว่า $\frac{1}{2}$ มีพื้นที่ที่เหลือมากกว่า ดังภาพ

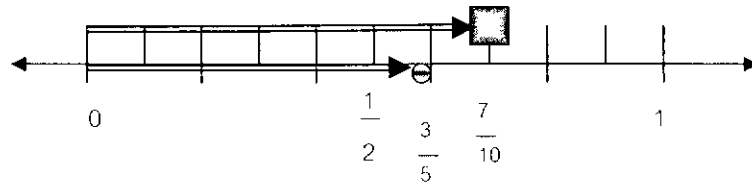
4. การทำตัวส่วนให้เท่ากัน โดยการหา ค.ร.น. หรือการคูณไขว้ เช่น

$$\frac{3}{5} \text{ กับ } \frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{35} \quad \text{หรือ } 3 \times 7 > 4 \times 5$$

$$21 > 20$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{35} \quad \frac{3}{5} > \frac{4}{7}$$

5. ให้ใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนว่ามีปริมาณการใกล้เคียงจำนวนใดบนเส้นจำนวน เช่น $\frac{3}{5}$ กับ $\frac{7}{10}$ จะเห็นได้ว่า $\frac{3}{5}$ เกินครึ่งมาเล็กน้อย (ครึ่งของ 5 คือ 2 ครึ่ง) ขณะที่ $\frac{7}{10}$ จะเกินครึ่งมามากกว่า (ครึ่งของ 10 คือ 5) ดังภาพ



วิธีการที่กล่าวมาทั้งหมดนี้เป็นตัวอย่างของวิธีการเปรียบเทียบโดยการใช้เหตุผล ซึ่งพัฒนาการให้เหตุผล และใช้ตัวแทนมากกว่า 1 ชนิด

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กล่องที่มีการแบ่งเป็นช่องๆที่เท่ากัน
2. ใบงานการเปรียบเทียบเศษส่วน
3. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 2 ของ สสวท.

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนเรื่องการเปรียบเทียบ โดยถามนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของ มากกว่า น้อยกว่า และเท่ากัน
2. ครูแสดงกล่องที่เท่ากันและแต่ละกล่องแบ่งเป็นช่องเท่าๆกัน โดยมีกล่องที่แบ่งเป็น 2 ส่วน 4 ส่วน และ 6 ส่วน และถามนักเรียนว่า ช่องใดที่มีพื้นที่เท่ากัน จำนวน 1 ช่องกับ 2 ช่อง สามารถเปรียบเทียบพื้นที่ได้เลยหรือไม่ และถ้าช่องที่ไม่มีพื้นที่เท่ากันนำมาเปรียบเทียบกันจะทำได้เหมือนช่องที่มีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3. ครูแจกใบงานการเปรียบเทียบเศษส่วน โดยให้เวลานักเรียนคิด 20 นาที ซึ่งระหว่างที่นักเรียนทำการคิดครูเดินให้คำปรึกษาและชี้แนะแนวทาง

4. ครูเฉลยคำตอบและถามว่ามีใครที่มีเหตุผลที่แสดงได้แตกต่างจากที่ครูเฉลยหรือไม่

5. ครูให้นักเรียนตอบคำตอบของแบบฝึกหัด 1.4 ข้อ 1 ใหญ่ หน้า 43 แบบปากเปล่า โดยให้เวลาคิดก่อนถามคำตอบ 3 นาที

6. ครูตั้งปัญหาให้นักเรียนทั้งห้องช่วยกันหาข้อสรุปการเปรียบเทียบเศษส่วนในกรณี

6.1 เศษส่วนที่ตัวส่วนเท่ากัน แต่ตัวเศษไม่เท่ากัน เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าจะมีค่า...(มากกว่า)

6.2 เศษส่วนจำนวนบวกที่ตัวเศษเท่ากัน แต่ตัวส่วนไม่เท่ากัน เศษส่วนที่มีตัวส่วนมากกว่าจะมีค่า (น้อยกว่า)

6.3 เศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนไม่เท่ากัน จะต้องทำอะไร.....(ทำตัวส่วนให้เท่ากัน) ทำอย่างไร ... (ทำโดยการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งตัวเศษและตัวส่วน) เมื่อทำส่วนให้เท่ากันแล้วทำอย่างไร...(นำตัวเศษมาเปรียบเทียบกัน)

6.4 การเปรียบเทียบเศษส่วนมากกว่า 2 จำนวน เป็น 3 จำนวนทำอย่างไร (ให้เปรียบเทียบกันทีละ 2 จำนวน หรือใช้เส้นจำนวนมาช่วย)

6.5 การเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกกับจำนวนลบเป็นอย่างไร (เศษส่วนจำนวนบวกมากกว่า เพราะอยู่ด้านขวามือของเส้นจำนวน)

การวัดผลและประเมินผล

| การวัด | การประเมินผล |
|--|---|
| 1. สังเกตจากการตอบคำถาม | 1. นักเรียนตอบไม่ค่อยได้ |
| 2. สังเกตการการแสดงวิธีคิดการเปรียบเทียบในใบงานการเปรียบเทียบเศษส่วน | 2. คิดได้วิธีเดียว คือ คูณไขว้ โดยไม่เข้าใจเหตุผล |
| 3. ทำโจทย์แบบฝึกหัด 1.4 ข้อ 1 ใหญ่แบบปากเปล่า | 3. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบได้เพราะจำที่ครูสรุปให้ |

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ในคาบนี้มีการปรับแผนการจัดการเรียนรู้จากเดิมหลายอย่าง คือ

1. การให้การบ้าน เนื่องจากช่วงนี้โรงเรียนมีการประเมินโรงเรียนภายนอก ดังนั้น ทุกวิชาจึงมีการตรวจสอบใบกิจกรรม ใบงานและสมุดของนักเรียน ทำให้ไม่สามารถให้การบ้านตามที่วางแผนไว้ในเรื่องการให้นักเรียนไปหาข้อมูลเกี่ยวกับ ความรู้และคุณธรรมที่คนดีพึงมีอย่างน้อย 4 ประการ

2. การสรุปบทเรียน ตามแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องให้นักเรียนช่วยกันสรุป แต่ในความเป็นจริงครูเป็นการสรุปให้เด็กพร้อมกับใช้คำถามบ้าง (แต่ไม่มาก) เนื่องจากเด็กไม่เคยเรียนแบบที่ต้องใช้ความสังเกตด้วยตนเอง หรือใช้ความคิดมาก่อน ทำให้เด็กคิดเองไม่เป็น และการทำใบงานกินเวลามากกว่าที่กำหนด (นักเรียนใช้เวลาเริ่มต้นกับวิธีสอนที่ต้องคิดและพิจารณาด้วยตนเองนานมาก แต่พอเมื่อเริ่มเข้าใจเวลาก็นหมด) ครูจึงสรุปให้เกือบทั้งหมดเพราะเวลาไม่พอที่จะให้นักเรียนช่วยกันสรุป


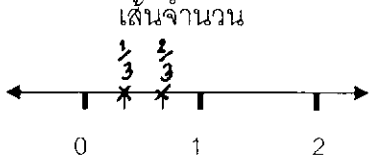


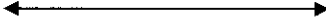
นอกจากนี้ตอนให้นักเรียนตอบคำถามหาวิธีการเปรียบเทียบ ไม่มีใครมีคิดแนวทางอื่นในการเปรียบเทียบ นอกจากการคูณไขว้และนักเรียนก็ไม่ทราบเหตุผลว่าทำไมต้องคูณไขว้ ในการทำแบบฝึกบางคนคูณไขว้ได้ แต่พอสรุปว่าจำนวนใดมากกว่ากัน ก็สรุปผิด

ผลการทำใบงานพบปัญหาเรื่อง นักเรียนไม่เข้าใจเรื่องตำแหน่งบนเส้นจำนวน ไม่เข้าใจเรื่องจำนวนลบเป็นอย่างมาก และนักเรียนก็ยึดติดวิธีเดิมๆที่เคยชิน ซึ่งมีขั้นตอนการคิดที่ใช้เวลานาน ไม่ยอมรับการใช่วิธีคิดใหม่ๆ

ชื่อ.....เลขที่.....

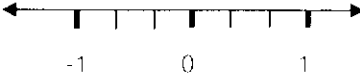
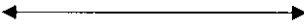
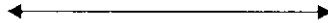
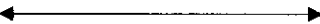
ใบงานการเปรียบเทียบเศษส่วน

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างและเติมข้อความหรือรูปภาพในช่องว่างที่ว่าง

| | | | |
|---|-----------------------------------|---|---|
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | ภาพประกอบ | เส้นจำนวน |
| ด.ย | $\frac{1}{3}$ กับ $\frac{2}{3}$ |  |  |
| เหตุผล เศษส่วนหมายถึงการแบ่งสิ่งของหน่วยหนึ่งในจำนวนที่เท่าๆกัน ในที่นี้แบ่ง 3 ส่วน เท่าๆกัน และ | | | |
| $1 < 2$ | | | |
| สรุป $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$ | | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | ภาพประกอบ | เส้นจำนวน |
| 1. | $\frac{1}{2}$ กับ $\frac{1}{3}$ | |  |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | ภาพประกอบ | เส้นจำนวน |
| 2. | $\frac{1}{2}$ กับ $\frac{2}{3}$ | |  |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | ภาพประกอบ | เส้นจำนวน |
| 3. | $\frac{8}{12}$ กับ $\frac{7}{11}$ | |  |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |

ใบงานการเปรียบเทียบเศษส่วน (ต่อ)

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างและเติมข้อความหรือรูปภาพในช่องว่างที่ว่าง

| | | | |
|--------------------------------|--|--|----------------------------|
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | เส้นจำนวน | |
| ต.ย. | $\frac{1}{3}$ กับ $-\frac{2}{3}$ |  | |
| เหตุผล | จาก $\frac{-1}{3} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ และเมื่อเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน จำนวนที่ตัวเศษมากกว่า จะมากกว่า จะเห็นได้ว่า $1 > -2$ ดังนั้น | | |
| สรุป | $\frac{1}{3} > -\frac{2}{3}$ | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | เส้นจำนวน | วิธีคิดโดยทำส่วนให้เท่ากัน |
| 4. | $-\frac{1}{2}$ กับ $\frac{1}{3}$ |  | |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | เส้นจำนวน | วิธีคิดโดยทำส่วนให้เท่ากัน |
| 5. | $-\frac{1}{2}$ กับ $-\frac{2}{3}$ |  | |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |
| ข้อที่ | การเปรียบเทียบระหว่างจำนวน | เส้นจำนวน | วิธีคิดโดยทำส่วนให้เท่ากัน |
| 6. | $-\frac{5}{12}$ กับ $-\frac{7}{11}$ |  | |
| เหตุผล | | | |
| สรุป | | | |
| ข้อสังเกตการเปรียบเทียบเศษส่วน | | | |

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ศ. กิตติคุณ ยุพิน พิพิธกุล

รศ.ดร. วัชรวิ บุรณสิงห์

หัวหน้าภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยรามคำแหง

อาจารย์ ประสาท สอ้านวงศ์

ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ ด้านคณิตศาสตร์ สสวท.

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

| | |
|---------------------|---|
| ชื่อ | นางสาวสรินนา หมอนสุภาพ |
| วันเดือนปีเกิด | 9 มกราคม 2516 |
| สถานที่เกิด | เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร |
| สถานที่อยู่ปัจจุบัน | 1289 ถ.สุขุมวิท 101/1 แขวงบางจาก เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร 10260 |
| ตำแหน่ง | ครูพิเศษ |
| สถานที่ทำงาน | โรงเรียนพระกุมารเยซูวิทยา |
| ประวัติการศึกษา | |
| พ.ศ. 2533 | ม.6 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต กรุงเทพมหานคร |
| พ.ศ. 2539 | วทบ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยรามคำแหง หัวหมาก |
| พ.ศ. 2544 | ประกาศนียบัตรบัณฑิต (การจัดการอบรม) มหาวิทยาลัยมหิดล ศาลายา |
| พ.ศ. 2547 | กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร |