

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
ทรงชัย อักษรคิด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
สิงหาคม 2546
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

510.742

7433ก

8.9

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

ทรงชัย อักษรคิด

13 พ.ย. 2546

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

สิงหาคม 2546

-๒ ๑๓๑๕๒

ทรงชัย อักษรคิด. (2546). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ กมล เอกไทยเจริญ , รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียรพงษ์.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด่านช้างวิทยา อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน ได้มาโดยการชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) มา 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ใช้เวลาในการทดลอง 20 ชั่วโมง เป็นระยะเวลา 10 วันทำการ วันละ 2 ชั่วโมง

ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีทั้งหมด 10 กิจกรรม สำหรับการเรียนรู้การสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมทั้ง 10 กิจกรรม หลังจากทำกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 1 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 หลังจากทำกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 2 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2

ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องแบบรูป มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องแบบรูป ตามกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING ACTIVITIES ON PATTERN
THROUGH COOPERATIVE LEARNING FOR MATHAYOM SUKSA 3 STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
SONGCHAI UGSONKID

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University
August 2003

Songchai Ugsonkid. (2003). *Mathematics Teaching and Learning Activities on Pattern through Cooperative Learning for Mathayom Suksa 3 Students*. Master Thesis, M.Ed (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc. Prof. Kamon Ekthaicharn, Assoc. Prof. Orapin Cheerapong.

Cooperative learning is a relatively new strategy in teaching that is worth to be tried in mathematics classrooms. The purposes of this research were to design mathematics teaching and learning activities on pattern through cooperative learning for Mathayom Suksa 3 Students and to study their achievements in learning pattern under these activities.

The subjects were 42 Mathayom Suksa 3 students (1 class) of Danchangwittaya School in Supanburi province during the second semester of the 2002 academic year. They were randomly selected from 2 classes by cluster sampling. The class was solely taught by the researcher, covering 10 days into 20 hours (2 hours a day).

Carefully designed by the researcher, a total of 10 group activities on patterns were developed in line with the current curriculum. Each activity ended with an assessment on group as well as individual members. Two achievements test were given for all subject; one at the end of the fifth activity and the other at the end of the last one. Scores on all tests were combined for the statistical analysis.

Based on their scores on the achievement tests, it was found that the number of students who scored more than 50% on the test was more than 50% of the total number of student. The statistical test was analyzed at .01 level of significance. It is hereby concluded that the students at Mathayom Suksa 3 level are able to learn the concepts of mathematical patterns through the instructional activities as designed by the researcher.

ปริญญานิพนธ์

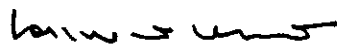
เรื่อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

นายทรงชัย อักษรคิด

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

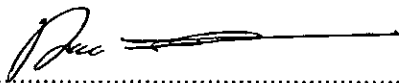


คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. นภาพร หะวานนท์)

วันที่...15...เดือน...สิงหาคม.....พ.ศ. 2546

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์



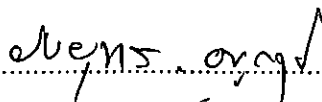
ประธาน

(รองศาสตราจารย์ กมล เอกไทยเจริญ)



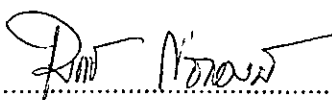
กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ อรพันธ์ เจียรพงษ์)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ชนุกฤติ)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ ด้วยความกรุณาจาก รองศาสตราจารย์ กมล เอกไทยเจริญ ประธานที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์ กรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่อุทิศเวลาอันมีค่า กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำอย่างดียิ่ง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ได้ปริญญานิพนธ์ที่มีความสมบูรณ์และมีคุณค่าชิ้นมาก ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ณวิวรรณ เสวตมลายี ดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ และอาจารย์ ประเทือง อักษรคิด ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ และอาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นในสิ่งที่เป็ประโยชน์ต่อผู้วิจัย และขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สุรพล วัฒนวิทย์กิจ ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไขบทคัดย่อ (Abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านพุน้ำร้อน ท่านผู้อำนวยการโรงเรียนด่านช้างวิทยา อาจารย์ ทวีช แจ่มจรัส จากโรงเรียนบ้านพุน้ำร้อน อาจารย์ เพชรรุ่ง สือสวน จากโรงเรียนด่านช้างวิทยา ตลอดจนคณะครูทุกท่านที่กรุณาให้ความสะดวก สนับสนุนและช่วยเหลือในการทดลองเก็บข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณ น.ส.ศิริสายัณห์ วงษ์สุวรรณ และเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ที่คอยให้กำลังใจและคอยแนะนำช่วยเหลือมาโดยตลอดในการทำปริญญานิพนธ์

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดขึ้นจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาแด่ บิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ทรงชัย อักษรคิด

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	4
ระยะเวลาที่ใช้	4
ตัวแปรที่ศึกษา	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมติฐานของการวิจัย.....	5
ข้อตกลงเบื้องต้น	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้	
คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3).....	7
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ.....	12
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	18
งานวิจัยเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป	18
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	19
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	23
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	23
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	23
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	28
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้.....	29
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	30
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม).....	30
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล).....	34
ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป	35
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	36
สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน วิธีดำเนินการวิจัย และการวิเคราะห์ข้อมูล.....	36
สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล	37

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ) อภิปรายผล	37
ข้อสังเกตจากการศึกษาวิจัย	40
ข้อเสนอแนะ	40
 บรรณานุกรม	 42
 ภาคผนวก	 48
 ประวัติย่อผู้วิจัย	 165

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน.....	25
2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนหลังเรียน ซึ่งได้จาก การทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป.....	35
3 ค่าสถิติทดสอบ Z ของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป.....	35
4 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	52
5 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป แต่ละฉบับ.....	53
6 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทั้ง 10 กิจกรรม คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียน เรื่องแบบรูปทั้ง 2 ฉบับ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	54
7 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน ครั้งที่ 1.....	58
8 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน ครั้งที่ 2.....	59

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน.....	13
2	แผนภาพแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	26
3	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 1 (เรื่องฝึกสังเกตและให้เหตุผล) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	30
4	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 2 (เรื่องรู้จักแบบรูป) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	31
5	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 3 (เรื่องแบบรูปจากการเรียงไม้ขีด) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	31
6	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 4 (เรื่องแบบรูปในรูปผลบวก) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	31
7	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 5 (เรื่องแบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาษ ตารางหน่วย) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	32
8	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 6 (เรื่องแบบรูปจากการปูกระเบื้อง) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	32
9	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 7 (เรื่องแบบรูปจากการนับรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกซ่อนไว้) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	32
10	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 8 (เรื่องแบบรูปจากเลขยกกำลัง) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	33
11	แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 9 (เรื่องเขียนกราฟจากแบบรูป) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์.....	33

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- | | | |
|----|---|----|
| 12 | แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน
(คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 10 (เรื่องแบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา)
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์..... | 33 |
| 13 | แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน
(คะแนนกลุ่ม) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน จากใบกิจกรรมกลุ่ม
10 กิจกรรม เทียบกับเกณฑ์..... | 34 |

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล ถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดและสติปัญญา มีทักษะในการคำนวณ การแก้ปัญหา ช่างสังเกต ละเอียดถี่ถ้วน และมีความคิดสร้างสรรค์ วิชาคณิตศาสตร์ยังมีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของคนเราอย่างมากมาย ทั้งนี้เพราะกิจกรรมหลายๆ อย่างล้วนอาศัยคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา เช่น การซื้อขาย การแลกเปลี่ยนเงินตรา การดูเวลา การวางแผนงานจราจร เป็นต้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นประโยชน์และเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาวิทยาการต่างๆ การค้นคว้าวิจัยหลายประเภทจำเป็นต้องใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ทางมนุษยศาสตร์หรือแม้แต่ทางศิลปะการดนตรีก็ใช้เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์มากขึ้น จิตวิทยาก็ใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์สร้างตัวแบบการเรียนรู้ สังคมศาสตร์ก็ใช้หลักของความน่าจะเป็นสำหรับอธิบายเหตุการณ์ ทางการกีฬาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับกฎของการนับเบื้องต้นมาช่วยวางแผนในการจัดการแข่งขัน แม้แต่ภาษาและวรรณคดีก็ใช้คณิตศาสตร์มากขึ้นเช่นกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมสาขาต่างๆ ล้วนต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เป็นไปดังที่ คาร์ล ฟรีดริค เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) นักคณิตศาสตร์ผู้มีชื่อเสียงชาวเยอรมันได้กล่าวยกย่องถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ (David Eugene Smith. 1951 : 504) จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา จึงจำเป็นต้องจัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ขึ้นในโรงเรียน และรูปแบบการเรียนการสอนจะต้องเอื้อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ต้องมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้สามารถอยู่ในสังคมที่มีความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีเป็นไปอย่างรวดเร็วเช่นนี้ได้อย่างปลอดภัยและมีความสุข

นักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงลักษณะเฉพาะของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแบบรูปไว้ ดังเช่น ซอเยอร์ (Sawyer) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นการจัดหมวดหมู่และศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปที่เกิดขึ้นทุกประเภท (Orton. 1998 : vii ; อ้างอิงจาก W.W. Sawyer. 1955 : 12) เคียท เดฟลิน (Keith Devlin) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของแบบรูป (Devlin. 1994 : 3) มอตเตอร์สเอด (Mottershead) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูป (Orton. 1998 : vii ; อ้างอิงจาก L. Mottershead. 1985 : vii) ลิน อาเทอร์ สตีน์ (Lynn Arthur Steen) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการสำรวจที่พยายามเข้าใจแบบรูปทุกประเภท (วรรณ ขุนศรี. 2544 : 36) ยูพิน พิพิธกุล กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบรูป เราจะเห็นว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีแบบรูป ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริง (ยูพิน พิพิธกุล. 2530 : 2) นอกจากนี้ในหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2544 ก็ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) 2544 : 2)

จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญประการหนึ่ง คือ มุ่งให้ผู้เรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการแสวงหากระบวนการเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้

ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้ ปัญหาที่แตกต่างกันมักมีวิธีแก้ปัญหาที่ไม่เหมือนกัน และแต่ละปัญหาอาจมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธี การค้นหาแบบรูปเป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่มีความสำคัญและมีประสิทธิภาพ โดยการค้นหาแบบรูปตั้งอยู่บนพื้นฐานของการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ซึ่งเป็นวิธีการเดียวกับที่นักวิทยาศาสตร์สรุปผลการทดลองจากการสังเกตการทดลองหลายๆ ครั้งซึ่งให้ผลในแนวทางเดียวกัน แม้แต่นักวิจัยก็ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสรุปผลจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ การใช้ยุทธวิธีค้นหาแบบรูปโดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีประโยชน์มากในชีวิตจริง เพื่อใช้คาดการณ์คำตอบ ช่วยให้เห็นรูปแบบของคำตอบหรือข้อสรุปที่ควรจะเป็น (ปริชา เนาว์เย็นผล. 2537 : 52 – 53) สมวงษ์ แปลงประสพโชค กล่าวว่าความสามารถในการค้นหาแบบรูปเป็นศักยภาพหนึ่งทางคณิตศาสตร์ ที่จะฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนช่างสังเกต ได้ค้นหาลักษณะร่วม ลักษณะต่าง จนสรุปได้เป็นกฎเกณฑ์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายอย่างได้มาด้วยการสังเกต มองหาความสัมพันธ์ ค้นหาแบบรูปเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วนำข้อความคาดการณ์ไปตรวจสอบหาเหตุผล ทำให้ได้กฎสูตร หรือทฤษฎีบทต่อไป (สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2543 : 3) นอกจากนี้ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา หรือ NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics) ก็ได้กล่าวว่า การค้นหาแบบรูปเป็นวิธีการแก้ปัญหาวิธีการหนึ่งที่มีประสิทธิภาพ การรู้จักและสามารถอธิบายแบบรูปของจำนวนนั้นเป็นความคิดรวบยอดพื้นฐานในการเรียนเรื่องฟังก์ชันต่อไป (NCTM. 1993 : 1)✖

ในคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2544 ได้อธิบายและให้ความหมายของคำว่าแบบรูปไว้ว่า แบบรูปเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะสำคัญของชุดของจำนวน รูปเรขาคณิต หรืออื่นๆ การให้ผู้เรียนได้ฝึกสังเกตและวิเคราะห์แบบรูปจะช่วยให้เกิดกระบวนการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ สังเกต สำรวจ คาดการณ์ และให้เหตุผลสนับสนุนหรือคาดการณ์การคาดการณ์ (สสวท. 2544 : 220)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 6 สาระ ได้แก่

- สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 : การวัด
- สาระที่ 3 : เรขาคณิต
- สาระที่ 4 : พีชคณิต
- สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ซึ่งในสาระที่ 4 : พีชคณิต ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ข้อหนึ่งที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ว่า อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้ โดยในมาตรฐานการเรียนรู้ของช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ นอกจากนี้ยังได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 ไว้ข้อหนึ่งว่า ผู้เรียนควรมีความสามารถวิเคราะห์แบบรูปสถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้ (สสวท. 2544 : 4 – 7, 18)

✖ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรได้วินิจฉัยและคำนึงถึงความสามารถทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคนเพื่อประกอบการเลือกกิจกรรมในการเรียนการสอน ซึ่งในการสอนนักเรียนในระดับชั้นเดียวกัน แต่มีความสามารถแตกต่างกันในด้านการเรียนคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นผลดีได้ เมื่อมีการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของแต่ละบุคคล หรืออาจจะให้นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าได้มีโอกาสช่วยเหลือเพื่อนที่มีความสามารถต่ำกว่า ซึ่งจะสามารถทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าเข้าใจเนื้อหาดีขึ้นได้ ด้วยวัยที่ใกล้เคียงกันนั้นทำให้สามารถใช้ภาษาที่สื่อกันให้เข้าใจได้ง่ายกว่าและกล้าที่จะซักถามข้อสงสัยด้วยกัน (สาคร บุญดาว. 2537 : 118 – 132)

วิธีการจัดการเรียนการสอนวิธีหนึ่ง ที่สามารถสนองตอบความสามารถที่แตกต่างกันของนักเรียน และส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือกันในการเรียนดังกล่าวข้างต้น ก็คือ วิธีสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) ซึ่ง จอยซ์ และ วิล (Joyce and Weil. 1986 : 217) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านสติปัญญา ให้เกิดการเรียนรู้จนบรรลุถึงขีดความสามารถสูงสุด และในด้านสังคมให้มีความสัมพันธ์อันดีระหว่างตนเองกับผู้อื่น ลินด์ควิสต์ (Lindquist. 1989 : 629 – 630) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือในการสอนคณิตศาสตร์เป็นการใช้ภาษาในการพูด อธิบายแนวคิด ในขณะที่เดียวกันก็เรียนรู้การรับฟังแนวคิดของคนอื่นด้วย ทั้งจากการพูดและการฟัง จะทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และยังเป็นส่งเสริมการทำงานและรับผิดชอบร่วมกัน เกิดการเรียนรู้ทักษะทางสังคมที่พึงประสงค์ นอกจากนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 3) ได้กล่าวว่า หากได้มีการใช้การเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างต่อเนื่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนทำงาน และแก้ปัญหาาร่วมกัน จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการได้ นอกจากนี้การใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือยังเป็นการส่งเสริมพัฒนาการทางสังคมที่สอดคล้องกับวัยของนักเรียนอีกด้วย ทั้งนี้เนื่องจากเด็กวัยรุ่นเป็นวัยที่กำลังสนใจในการรวมกลุ่มกับผู้ที่อยู่ในวัยเดียวกัน และต้องการการยอมรับจากเพื่อน

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนั้น จะเห็นว่าเรื่องแบบรูปเป็นมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องใหม่เรื่องหนึ่งของช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งครูผู้สอนยังมีข้อมูลสำหรับใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอยู่น้อย ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องแบบรูปในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ เหตุที่ผู้วิจัยเลือกที่จะทำการวิจัยในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื่องจากนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นระดับชั้นสุดท้ายของช่วงชั้นที่ 3 ซึ่งได้ผ่านการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนำไปใช้ในเนื้อหาเรื่องแบบรูปของช่วงชั้นที่ 3 เช่น เรื่องเลขยกกำลัง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วน อัตราส่วน ทศนิยม สมการ อสมการ และเรขาคณิต มาแล้วจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ประกอบกับการจัดให้มีการเรียนการสอนเรื่องแบบรูปในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ยังเอื้อให้เกิดความต่อเนื่องทางความคิดสำหรับคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น เพราะแบบรูปเป็นความคิดรวบยอดพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป เช่น เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องลำดับและอนุกรม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นต้น ผู้วิจัยคิดว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ น่าจะใช้ได้ดีสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนร่วมกันค้นหาแบบรูปเพื่อแก้สถานการณ์หรือปัญหาของนักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้เนื่องจากเด็กในวัยรุ่นเป็นวัยที่กำลังสนใจในการรวมกลุ่มกับผู้ที่อยู่ในวัยเดียวกัน และต้องการการยอมรับจากเพื่อน พฤติกรรมของกลุ่มเพื่อนมีบทบาทต่อพฤติกรรมของผู้เรียนอย่างมาก ดังนั้นน่าจะ สามารถจัดกิจกรรมกลุ่มได้ง่าย นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือยังเป็นการส่งเสริมการทำงานและรับผิดชอบร่วมกัน อีกทั้งยังช่วยพัฒนาคุณลักษณะทางสังคมที่พึงประสงค์อีกด้วย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ

3. ได้แนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์สำหรับเนื้อหาอื่นๆ ที่ได้บรรจุไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด่านช้างวิทยา อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด่านช้างวิทยา อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน การสุ่มห้องเรียนใช้การชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) มา 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบละความสามารถทางการเรียน โดยใช้คะแนนรวมของข้อสอบคัดเลือกเข้าเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ระยะเวลาที่ใช้

การวิจัยครั้งนี้ ใช้เวลาในการทดลอง 20 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 เป็นระยะเวลา 10 วันทำการ วันละ 2 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบรูป หมายถึง ความสัมพันธ์ของลักษณะสำคัญร่วมกันของชุดของจำนวน รูปเรขาคณิต หรืออื่นๆ
2. การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การเรียนที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละ 4 – 5 คน แบบละความสามารถทางคณิตศาสตร์ กันกล่าวคือ เป็นนักเรียนเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 – 3 คน และเรียนอ่อน 1 คน สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือและร่วมมือกันแก้ปัญหาหรือทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม มีการระดมความคิด มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และร่วมกันสรุปผลเพื่อนำเสนอเป็นผลงานของกลุ่ม โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ ช่วยขยายแนวคิด และเป็นผู้อำนวยความสะดวก
- ✓ 3. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งจัดสร้างเป็นชุดกิจกรรมเรียกว่า ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป โดยกิจกรรมการเรียนการสอนใช้การเรียนแบบร่วมมือ และมีทั้งหมด 10 กิจกรรม ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป-มีส่วนประกอบ-2-ส่วน ได้แก่
 - ส่วนที่ 1 แผนการสอน ประกอบด้วย ชื่อกิจกรรม จุดประสงค์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ สื่อ/อุปกรณ์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การประเมินผล ใบกิจกรรม และแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม
 - ส่วนที่ 2 เอกสารเสริมสำหรับครู เป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอน และรายละเอียดในการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียน โดยกล่าวถึงสิ่งที่ครูควรทราบเพื่อให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์.
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูป หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผลดังนี้
 - 4.1 การประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมทั้ง 10 กิจกรรม
 - 4.2 การประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) จากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป จำนวน 2 ฉบับ
5. แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป หมายถึง แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป ประกอบด้วยข้อสอบแบบเขียนตอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มี 2 ฉบับ คือ
 - ฉบับที่ 1 ประกอบด้วยข้อสอบซึ่งแสดงสถานการณ์หรือปัญหาจำนวน 5 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5
 - ฉบับที่ 2 ประกอบด้วยข้อสอบซึ่งแสดงสถานการณ์หรือปัญหาจำนวน 5 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10
6. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ข้อตกลงเบื้องต้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ รวมทั้งสามารถเขียนรูปทั่วไปของแบบรูปที่ไม่ซับซ้อนเกินไป และนำความรู้เรื่องแบบรูปไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยมีเนื้อหาที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะได้นำเสนอตามลำดับหัวข้อต่อไป

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning)
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป
 - 3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

สาระที่เป็นองค์ความรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) มีดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ และจำนวนตรรกยะ
2. รู้จักจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง
3. เข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
4. เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ($A \times 10^n$) เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม) ได้
5. เข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง และนำไปใช้แก้ปัญหาได้
2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม โดยการแยกตัวประกอบ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการหารากของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของการดำเนินการของจำนวนต่างๆ ได้

4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหา
มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงโดยการประมาณ การเปิดตาราง หรือการใช้เครื่องคำนวณ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้
มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เข้าใจสมบัติต่างๆ เกี่ยวกับระบบจำนวนเต็ม และนำไปใช้แก้ปัญหาได้
2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนในระบบจำนวนจริง

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ
2. เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. คาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนักได้อย่างใกล้เคียง และสามารถอธิบายวิธีการที่ใช้คาดคะเนได้
2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
2. สร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย โดยไม่เน้นการพิสูจน์ได้
3. วิเคราะห์ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
3. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

สาระที่ 4 : พืชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. แก่สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. เขียนสมการหรืออสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุด หรือสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้
4. อ่านและแปลความหมายกราฟที่กำหนดให้ได้
5. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
6. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบพิกัดฉากได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. กำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม
3. นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้
2. เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้
2. ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และในการดำรงชีวิต

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

คุณภาพของผู้เรียน

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 ผู้เรียนควรจะสามารถดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
4. มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่อง การเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้
6. มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูลรวมทั้งอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่างๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ
7. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้

8. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

9. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า เรื่องแบบรูปถูกจัดให้อยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 4 : พีชคณิต โดยในมาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐาน ค 4.1 ได้กำหนดไว้ว่า ผู้เรียนทุกคนจะต้องอธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้ และในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ของช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ข้อหนึ่งในสาระที่ 4 : พีชคณิต ได้กล่าวถึงมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องแบบรูปไว้ว่า นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และอธิบาย ความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ นอกจากนี้ยังได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องแบบรูปไว้ข้อหนึ่งว่า ผู้เรียนควรจะสามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า เรื่องแบบรูปเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญ และได้รับบรรจุอยู่ใน มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งของช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ในหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งนับว่าเป็นเรื่องใหม่สำหรับครูผู้สอนที่ยังมีข้อมูลสำหรับใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอยู่น้อย ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องแบบรูป สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้สอดคล้องและบรรลุผลตามมาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพของผู้เรียนในหลักสูตรข้างต้น

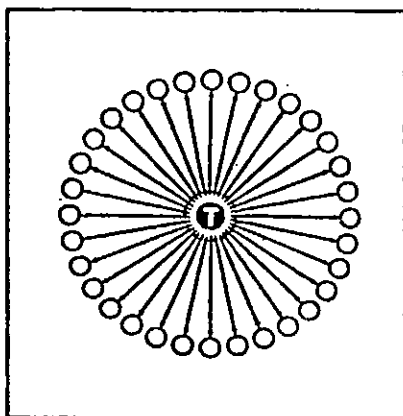
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

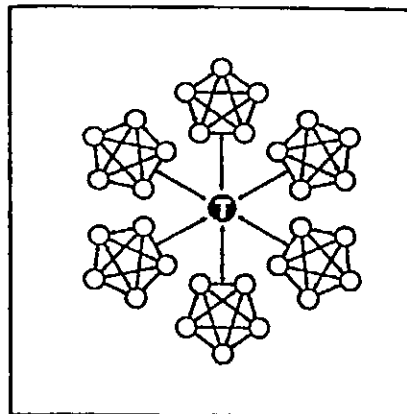
ได้มีผู้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ดังนี้

สลาวิน (Slavin. 1987 : 8) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นการสอนแบบหนึ่ง โดยให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก (ปกติกลุ่มละประมาณ 4 คน) และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึง ความสามารถของนักเรียน (เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และ ความสามารถต่ำ 1 คน) หน้าที่ของนักเรียนทุกคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือ การเรียนซึ่งกันและกัน

อาทซท์และนิวแมน (Artzt and Newman. 1990 : 448 – 449) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียน แบบร่วมมือเป็นแนวทางที่จัดให้ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกทุกคนร่วมกันทำงานใน กลุ่มเพื่อให้ประสบความสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วน สำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องพูดอธิบายแนวคิดและช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนแก่นักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือหรืออำนวยความสะดวก จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้แก่นักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน ในกระบวนการเรียนรู้ ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ชั้นเรียนที่ครูเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้



ชั้นเรียนที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 1 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531 : 4) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึงวิธีการสอนอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยปกติจะมี 4 คน เป็นเด็กเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน ผลการเรียนรู้ของเด็กจะพิจารณาเป็น 2 ตอน ตอนแรกจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้งสองครั้งเด็กต่างคนต่างสอบ แต่เวลาเรียนต้องร่วมมือกัน ดังนั้นเด็กเก่งจึงพยายามช่วยเด็กอ่อนเพราะจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น และทางโรงเรียนมีรางวัลเป็นการเสริมแรงให้ด้วยหากค่าเฉลี่ยกลุ่มใดได้เกินเกณฑ์ที่ทางโรงเรียนตั้งไว้

อารี สันถนวิ (2535 : 33) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นวิธีการเรียนที่ให้นักเรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้เกิดผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านความรู้และทางด้านจิตใจ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลของเพื่อนๆ เคารพความคิดเห็นและความสามารถของผู้อื่นที่แตกต่างจากตน ตลอดจนรู้จักช่วยเหลือและสนับสนุนเพื่อนๆ

องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1990 : 105 – 107) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ 5 ประการ คือ

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence)

นักเรียนต้องตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การทำงานจะบรรลุจุดประสงค์หรือประสบความสำเร็จหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลสำเร็จของกลุ่มด้วย ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสำเร็จหรือความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face – to – Face Interaction)

การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการสนับสนุนผลงานของสมาชิก การอธิบาย ขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ การทำความเข้าใจ การสรุปเรื่องและการให้เหตุผลต่างๆ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวความคิดใหม่ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดี สิ่งที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบงานของกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility)

การเรียนรู้แบบร่วมมือให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถและความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ กล่าวคือ การเรียนรู้แบบร่วมมือจะถือว่าสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกันหรือได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่ และครูอาจจะทำการทดสอบแต่ละกลุ่มได้โดยใช้วิธีสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่ม

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill)

นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานร่วมกัน เข้ากันได้ทุกคน และความสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้ เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดหมายและมีประสิทธิภาพ ครูต้องฝึกให้นักเรียนทำความรู้จักและไว้วางใจกัน พูดสื่อความหมายกันได้อย่างชัดเจน ยอมรับความคิดเห็นและให้การสนับสนุนซึ่งกันและกัน ตลอดจนช่วยกันแก้ปัญหาของความขัดแย้ง

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing)

ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปราย ออกความคิดเห็น เมื่องานเสร็จแล้วนักเรียนในกลุ่มสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

บทบาทของครูในการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

เทื่อน ทองแก้ว (2537 : 43 – 44) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยกล่าวว่า ในการประยุกต์ใช้แนวคิดของการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเข้าใจแนวคิดหลักของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือเสียก่อน แล้วพิจารณาสภาพการเรียนการสอนในปัจจุบัน คัดเลือกจุดเด่นของวิธีสอนไปใช้ให้สอดคล้องกับธรรมชาติทางจิตวิทยาของผู้เรียน สิ่งแวดล้อม และพื้นฐานทางวัฒนธรรมของผู้เรียนและชุมชน ที่สำคัญครูมีความสนใจและกระตือรือร้นการทดลองเทคนิควิธีสอนแบบใหม่ๆ จากแนวคิดหลักในการสอนแบบนี้ ครูต้องมีทักษะในการสอน คือต้องรู้จักวางแผนการสอน และรู้จักเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมและสอดคล้องกับผู้เรียนทุกคน การเรียนรู้แบบร่วมมือจึงต้องพิจารณาให้เหมาะสมกับสถานการณ์ ครูที่จะสอนตามแนวคิดการเรียนรู้แบบร่วมมือจึงต้องเตรียมการ ดังนี้

1. จัดทำบทเรียนให้อยู่ในรูปแบบของโครงสร้างของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

2. ทดลองใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานกับการเรียนตามปกติ อย่างน้อยร้อยละ 60 ของเวลาในการสอน

3. อธิบายให้ครูคนอื่นทราบได้อย่างแจ่มแจ้งว่าทำไมจึงเลือกใช้วิธีสอนแบบนี้ เข้าใจธรรมชาติของการเรียนรู้แบบร่วมมือ และแนะแนวทางให้คนอื่นสามารถใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือได้

4. มีโอกาสแนะแนวเชิญชวนเพื่อนอาจารย์ให้ร่วมทดลองการสอนแบบนี้ จะได้มีเพื่อนร่วมคิดร่วมทดลอง ร่วมประเมินผล จะทำให้แนวคิดนี้กว้างขวางออกไป

นอกจากนี้ เทียน ทองแก้ว ยังกล่าวอีกว่า ครูต้องได้รับการศึกษาและฝึกอบรมให้เข้าใจในการสอนแบบร่วมมือ สามารถสร้างบทเรียนที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ และมีเจตคติ ดังนี้

1. มองว่าการพึ่งพาอาศัยกันเป็นเรื่องจำเป็นในสังคมปัจจุบัน นักเรียนต้องได้รับการฝึกการอยู่ร่วมกัน ทำงานร่วมกัน เพื่อเตรียมการอยู่ร่วมกันในสังคมอนาคต

2. สนับสนุนให้มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน ช่วยเหลือเกื้อกูล สนับสนุนความสำเร็จร่วมกัน การเข้าใจ การเสริมความสำเร็จของแต่ละคนจะทำให้ผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น นักเรียนที่ชอบทำงานคนเดียวได้เรียนรู้การทำงานร่วมกับคนอื่น ในการตอบแทนการทำงาน จะพิจารณารางวัลให้แต่ไม่พิจารณาให้เป็นรายบุคคล จะให้การตอบแทนความดีเป็นกลุ่ม

3. ความรับผิดชอบของนักเรียนแต่ละคนจะช่วยให้การทำงานกลุ่มแข็งแกร่งขึ้น เพราะนักเรียนแต่ละคนจะได้รับมอบหมายให้รับผิดชอบงานของตน เมื่อรวมงานทุกคนก็จะเป็นงานของกลุ่ม การทำงานของนักเรียนแต่ละคนจะมีการตรวจสอบและนำผลการทำงานเสนอในกลุ่ม กลุ่มจะทำหน้าที่ช่วยเหลือ คือใครอ่อนด้านใด คนที่เก่งจะเข้าช่วยเหลือ แต่นักเรียนทุกคนต้องตระหนักว่าจะไม่มีการช่วยเหลือใครได้มากนักในการทำงาน ทุกคนจึงต้องช่วยเหลือตนเองเป็นสำคัญ

4. ทักษะทางสังคม กิจกรรมการช่วยเหลือและร่วมมือกันทางสังคม จะสำเร็จได้ต้องอาศัยทักษะระหว่างบุคคลและการทำงานร่วมกลุ่ม ซึ่งเรียกรวมๆ ว่าทักษะทางสังคม คือความสามารถที่จะทำงานร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข ครูจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนใช้ทักษะทางสังคม ได้แก่ การสร้างสภาวะผู้นำ การตัดสินใจ การสร้างความไว้วางใจ การติดต่อสื่อสาร การแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งในการทำงานร่วมกัน

5. การทำกิจกรรมกลุ่ม เป็นการปฏิบัติงานร่วมกัน ครูจึงต้องสร้างความมั่นใจว่าทุกคนในกลุ่มจะมีผลสัมฤทธิ์ได้ตามเป้าหมายและคงสภาพการทำงานร่วมกันนั้นจะต้องเข้าใจบทบาทของตนเองในการช่วยเหลือให้กลุ่มเกิดการเปลี่ยนแปลงหรือคงสภาพกลุ่มไว้ ครูจึงต้องกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการทำงานร่วมกัน แต่ก็เปิดโอกาสให้แต่ละคนได้ทำงานของตนเองอย่างเต็มที่ จนนักเรียนเกิดความมั่นใจว่า เขามีเป้าหมายชัดเจนและเข้าใจตรงกันในงานที่ทำ

พรรณรัตน์ เกษธรรมสาร (2533 : 37) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ โดยกล่าวว่า บทบาทของครูเปลี่ยนจากการเป็นผู้ควบคุมชั้น เป็นเพียงผู้แนะนำให้นักเรียนใช้ข้อมูลทั้งหลายดำเนินการบรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ครูเป็นเพียงผู้จัดบรรยากาศให้เอื้ออำนวยต่อการเรียนของนักเรียน ผลงานวิจัยได้ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนจะเรียนได้ดีในบรรยากาศที่เป็นกันเองที่ทุกคนไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครูก็สามารถทำได้ ครูและนักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ความรู้สึกซึ่งกันและกัน ครูเป็นบุคคลสำคัญในการสร้างบรรยากาศเช่นนี้ โดย

1. ให้งานที่ท้าทายความสามารถของนักเรียนมากกว่าที่จะเป็นงานที่แข่งขันกัน
2. ให้นักเรียนได้มีโอกาสเลือกและตัดสินใจในงานที่ทำ
3. นับถือความคิดและสนใจความรู้สึกของนักเรียน
4. เห็นว่าความคิดเห็นของนักเรียนมีความหมายและมีคุณค่า ถึงแม้ว่าจะเป็นความคิดที่จำกัด
5. ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงออกซึ่งความคิดของตนเอง ซึ่งอาจจะออกมาในรูปแบบต่างๆ เช่น การวาดภาพระบายสี แสดงบทบาทสมมุติ ละคร เขียนบรรยาย และอื่นๆ
6. ยอมรับความผิดพลาดของนักเรียน
7. เผยแพร่ข้อเขียนหรือผลงานของนักเรียนในรูปแบบของจดหมายข่าว หนังสือของห้อง หรือหนังสือพิมพ์ของโรงเรียน

8. กระตุ้นส่งเสริมทักษะทางด้านความคิดแก่นักเรียนโดยใช้แหล่งข้อมูลต่างๆ และสื่อการสอน เช่น หนังสืออ้างอิงทั้งหลาย ภาพยนตร์ วารสาร

นอกจากนี้ พรณรัตน์ เ่งาธรรมสาร ยังกล่าวอีกว่า การตอบสนองของครูต่อนักเรียนก็เป็นสิ่งที่สำคัญ พฤติกรรมที่แสดงการยอมรับของครูต่อนักเรียนอาจทำได้ด้วยการไม่ประเมิณหรือตัดสินในลักษณะที่ทำลายกำลังใจของนักเรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสี่ยงกับการลองผิดลองถูกและแก้ข้อผิดพลาดของตนเอง ครูมีส่วนในการสร้างบรรยากาศของห้องเรียนเป็นอย่างมาก ถ้าทำได้เช่นนี้ นักเรียนจะได้รับทั้งความรู้ด้านเนื้อหาวิชา ทักษะที่ดีต่อการเรียน มีระเบียบวินัยในตัวเองและมีความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

เดวิดสัน (Davidson. 1990 : 4 – 5) ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้น ตลอดจนได้แสดงความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา
2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนภายในกลุ่มจะไม่มีใครแข่งขันกันในการแก้ปัญหา ซึ่งปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นจะช่วยให้ทุกคนเรียนรู้มโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้
3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ผู้สอนสามารถประมาณเวลาได้ว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลาเท่าไร และเป็นการเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ
4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละปัญหาสามารถแก้ได้หลายวิธี และนักเรียนก็สามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้
5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื้นตันและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา
6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื้นตัน จะทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสีย ผู้ที่เรียนโดยการพูดคุย การฟัง การอธิบายและการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่างๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้สนใจอยากรู้ อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อยและเป็นประสบการณ์ที่มีค่า

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1989 : 235 – 237) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและความหมาย ด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้ได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัตร (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างเข้มข้น การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำ

กิจกรรม มากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่านักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้จากการฝึกซ้ำและจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข็งขันเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่าจะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูงและเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่มมีโอกาสนในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในโครงสร้างของการแข่งขันและการเรียนรายบุคคล นักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยน การวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ มากกว่าการแข่งขันและการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานโดยร่วมมือกันจะทำให้นักเรียนเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้ โหมด กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขา การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่า และได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการเรียนรู้ โหมด และการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกัน การช่วยเหลือกัน และการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการสอนที่ให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบละความสามารถกัน เช่น เป็นนักเรียนเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน สมาชิกในกลุ่มมีการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน มีการติดต่อปฏิสัมพันธ์กัน และมีความรับผิดชอบต่อกันของกลุ่มร่วมกัน โดยมีครูเป็นผู้แนะนำให้นักเรียนดำเนินการบรรลุตามจุดมุ่งหมาย จัดบรรยากาศให้เอื้ออำนวยต่อการเรียนของนักเรียน และสนับสนุนให้นักเรียนเกิดทักษะทางสังคม การเรียนแบบร่วมมือมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ใน

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน มีการแก้ปัญหาและอภิปรายเหตุผลร่วมกัน การเรียนแบบร่วมมือจึงส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการเรียนแบบรายบุคคล

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป

จุนิชิ อิซิดะ (Junichi Ishida. 1992 ; citing School Science and Mathematics.1997 : 155–160) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเรียนการสอนเพื่อหาคำตอบทั่วไปที่เน้นกระบวนการประเมินและปรับปรุงจากปัญหา การค้นหาแบบรูป เพื่อศึกษาถึงผลลัพธ์จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการประเมินจุดเด่นและจุดด้อยในกระบวนการหาคำตอบจากปัญหาที่ให้ค้นหาแบบรูปกับนักเรียนเกรด 5 กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนจากโรงเรียนประถมศึกษาโคตะ จังหวัดนูกะตะ ประเทศญี่ปุ่น กลุ่มละ 34 คน โดยมีการทดสอบก่อนเรียน ทดสอบหลังเรียน และทดสอบความคงทนในการเรียน พบว่า การทดสอบความคงทนในการเรียนของกลุ่มทดลองมีนัยสำคัญทางสถิติที่ดีมาก แม้ว่าจะไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างการทดสอบก่อนเรียนกับการทดสอบหลังเรียนก็ตาม จากผลการทดลองนี้ชี้แนะว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีกระบวนการประเมินและปรับปรุงวิธีการหาคำตอบมีความสำคัญมากในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

หน่วยงานการประเมินผล (The Assessment of Performance Unit หรือ APU) (Antony Orton and Jean Orton.1998 : 105 ; citig APU.Undated : 416) ได้ศึกษาถึงความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูปเชิงจำนวน ในช่วง ค.ศ. 1978 – 1982 พบว่า

1. นักเรียนจะรู้สึกว่ายากขึ้น ในการหาพจน์ของแบบรูปเชิงจำนวนที่อยู่ห่างจากพจน์ที่กำหนดให้
2. นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเกี่ยวกับแบบรูปที่พบ แต่สามารถที่จะหาพจน์ต่อไปได้
3. นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายกฎของแบบรูปเชิงจำนวนโดยใช้ความแตกต่างระหว่างพจน์
4. โดยทั่วไปนักเรียนส่วนใหญ่จะอธิบายกฎของแบบรูปโดยใช้คำพูดมากกว่าการเขียนอธิบาย

ฮาเกรฟ (Hargreaves and Others. 1998 : 67 – 83 ; citing Hargreaves. 1998) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการสรุปกรณีทั่วไปเกี่ยวกับลำดับของจำนวน 2 ชนิด คือ ลำดับเชิงเส้นและลำดับที่ไม่ใช่เชิงเส้น รวมทั้งยุทธวิธีที่ใช้ ของนักเรียนอายุ 7 – 11 ปี จำนวน 487 คน โดยใช้ปัญหา 4 ลักษณะ คือ ปัญหาให้แก้เพื่อหาว่ากฎที่ใช้คืออะไร (Solve Task) ปัญหาให้บอกพจน์ถัดไป 2 พจน์ (Continue Task) ปัญหาให้จำแนกว่าชุดของจำนวนที่กำหนดให้เป็นแบบรูปหรือไม่ (Sort Task) และปัญหาให้สร้างแบบรูป (Create Task) ในแต่ละปัญหาจะให้ให้นักเรียนตอบคำถาม 3 ข้อ ต่อไปนี้

1. จงบอกเกี่ยวกับแบบรูปเชิงจำนวน
2. กฎของแบบรูปเชิงจำนวนคืออะไร
3. ให้นักเรียนบอกวิธีคิดในการหาพจน์ของแบบรูป

และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มียุทธวิธีในการวิเคราะห์ลำดับเชิงเส้นและลำดับที่ไม่ใช่เชิงเส้น และสามารถใช้อะไรที่ตัวเองค้นพบในการสร้างกรณีทั่วไป ยุทธวิธีที่นักเรียนใช้มีดังนี้

1. การมองหาความแตกต่างระหว่างพจน์ (Looking for Differences Between Terms) เป็นยุทธวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ โดยการหาผลต่างระหว่างพจน์ที่อยู่ถัดไป

2. การมองที่ธรรมชาติของความแตกต่าง (Looking at The Nature of The Differences) โดยในขั้นแรก นักเรียนจะหาผลต่างระหว่างพจน์ก่อน เมื่อพบว่าผลต่างไม่เท่ากัน ในขั้นต่อไปนักเรียนก็จะมองหาแบบรูปของผลต่าง

3. การมองหาความแตกต่างระหว่างความแตกต่าง (Looking for Differences Between The Differences) นักเรียนบางคนเมื่อพบว่าผลต่างไม่เท่ากันก็จะใช้ยุทธวิธีมองหาความแตกต่างของผลต่าง

4. การมองที่ธรรมชาติของจำนวน (Looking at The Nature of The Numbers) โดยทั่วไปจะมองว่าเป็นจำนวนคี่หรือจำนวนคู่

5. การมองหารายการคูณ (Looking for Multiplication Tables)

6. การรวมพจน์เพื่อหาพจน์อื่นๆ (Combining Terms to Make Other Term)

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

สลาวิน (Slavin. 1980 : 315 – 342) ได้ศึกษางานวิจัยจำนวน 28 เรื่อง ซึ่งเกี่ยวกับการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันเป็นทีม (Cooperative or Team Learning) ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ได้ข้อสรุปดังนี้

1. จากการเปรียบเทียบงานวิจัยระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกับการเรียนแบบอื่นๆ จำนวนทั้งหมด 28 เรื่อง พบว่า การเรียนแบบร่วมมือทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนแบบอื่นๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติถึง 27 เรื่อง

2. เมื่อนำเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ มาใช้กับการเรียนรู้ระดับการท่องจำหรือการคำนวณ ควรให้ผู้เรียนเป็นผู้กระทำหรือปฏิบัติด้วยตนเอง และมีระบบการให้รางวัลที่ชัดเจนสำหรับกลุ่ม

3. เมื่อนำมาใช้กับการเรียนรู้ระดับสูง (เช่น การวิเคราะห์ปัญหาและการใช้วิจารณ์ญาณ) ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนช่วยตัวเองและมีส่วนร่วมในการตัดสินใจ

4. การเรียนแบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนที่เชื้อชาติต่างกันเกิดความเข้าใจกันมากขึ้น

5. สัมพันธภาพระหว่างผู้เรียนที่เรียนรู้แบบร่วมมือเป็นไปในทางบวกในห้องเรียน

6. ในงานวิจัยบางเรื่องพบว่า การเรียนแบบร่วมมือช่วยเพิ่มความภาคภูมิใจในตนเองของผู้เรียน

7. นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยให้ร่วมมือกันในการเรียน รายงานว่าชอบโรงเรียนในระดับที่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

นอกจากนี้ สลาวิน (Slavin. 1990 : 34 – 53) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดจากการใช้การเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอน ซึ่งพบว่า การเรียนแบบร่วมมือช่วยเพิ่มความภาคภูมิใจในตนเอง เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ในการเรียนรู้กับกิจกรรมอื่นและกับเรื่องอื่นๆ ใช้เวลาในการทำงาน ติดตามการเรียน และสามารถทำงานร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จอห์นสัน (Johnson and Others. 1981 : 47 – 62) ได้รวบรวมงานวิจัยจำนวน 122 เรื่อง ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอน 3 แบบ คือแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกัน แบบแข่งขัน และแบบให้แต่ละคนช่วยตนเอง เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และผลงานของผู้เรียนที่เกิดจากการเรียนการสอนดังกล่าว พบว่า การเรียนการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันมีประสิทธิภาพมากกว่าแบบการแข่งขันและแบบให้แต่ละคนช่วยตนเอง

เทเลอร์ (Taylor. 1989 : 633 – 642) ได้ทำการศึกษาและกล่าวถึงประโยชน์ของการสอนเป็นกลุ่มย่อยว่า การสอนเป็นกลุ่มย่อยเหมาะสำหรับหลักสูตรที่เป็นการแก้ปัญหาที่ต้องเกิดความเข้าใจ เมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในกลุ่มย่อย เขาสามารถทำงานร่วมกันเพื่อแก้ปัญหาที่ยากกว่า ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีโอกาสได้แสดงแนวคิดโดยการพูด จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และในการสอนเป็นกลุ่มย่อยที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งจะเพิ่มศักยภาพในการบรรลุผลสำเร็จในทักษะระดับสูงของนักเรียนทุกคน และยังช่วยลดความไม่ยุติธรรมต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้น

อดัมส์และแฮมม์ (Adams and Hamm. 1990 : 33) ได้สรุปผลการวิจัยของการเรียนแบบร่วมมือไว้ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางวิชาการ ทั้งในแง่ของการพัฒนาพฤติกรรมเกี่ยวกับการใช้ศัพท์ และความรู้ต่างๆ การคิดคำนวณและการแก้ปัญหา
2. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาบุคลิกภาพของบุคคล ทำให้เป็นผู้ที่มีวุฒิภาวะสมบูรณ์ และเกิดความเป็นมิตรที่ดีต่อกันระหว่างนักเรียนที่มีพื้นฐานและความสามารถแตกต่างกัน
3. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาเจตคติที่มีต่อการเรียน ต่อโรงเรียน และเกิดการยอมรับกันในกลุ่มเพื่อน ในฐานะผู้ให้ความช่วยเหลือ ผู้รับความช่วยเหลือ และเกิดการยอมรับนับถือตนเอง

ดูเรนและเชอริงตัน (Duren and Cherington. 1992 : 80 – 83) ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 126 คน จาก 4 ห้องเรียน ในรายวิชา pre – algebra โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน และกลุ่มที่แก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ซึ่งทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเทคนิคการแก้ปัญหา ก่อน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ทำงานร่วมมือกันสามารถจดจำและประยุกต์ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

นิโคลส์ (Nichols. 1994 : 460 – A) ได้ศึกษาประสิทธิภาพโครงสร้างของการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD (Student Teams Achievement Division) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนเรขาคณิต จำนวน 81 คน สุ่มเข้ากลุ่มการเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มที่สอนตามปกติโดยการบรรยาย ศึกษา 5 ตัวแปร คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การมุ่งเป้าหมาย ประสิทธิภาพในตนเอง การเห็นคุณค่าของการเรียนรู้จากงาน และการใช้ยุทธวิธีทางการคิด ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติโดยการบรรยาย และตัวแปรอื่นๆ ก็มีผลที่ดีกว่า โดยเฉพาะการใช้ยุทธวิธีทางการคิดสามารถใช้กระบวนการคิดที่ลึกซึ้งกว่า

✎ งานวิจัยในประเทศ

สำหรับในประเทศไทย มีผู้ที่ศึกษาและทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 30) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สายหยุด เอียนสี (2533 : 57) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบพัฒนารายบุคคลซึ่งร่วมทำ

งานเป็นคณะ (TAI) กับการสอนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มยุรี สาสิงห์ (2535 : 107) ได้ศึกษาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากกิจกรรมตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ขวัญใจ บุญฤทธิ์ (2535 : 108) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI กับการเรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท. ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท.

กาญจนา สุจินะพงษ์ (2539 : 35 – 36) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัตนา เจียมบุญ (2540 : 57) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ประกอบการสอนแบบ TGT สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา ฤกษ์บ้าย (2544 : บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไข เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งกลุ่มทดลองเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มทดลองที่ 1 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม และกลุ่มทดลองที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าวทั้งหมดข้างต้น จะเห็นได้ว่า การเรียนการสอนเรื่องแบบรูปนั้น นักเรียนในแต่ละระดับอายุหรือแต่ละระดับชั้นจะมีความสามารถในการคิดที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้นการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนในเรื่องนี้จะต้องคำนึงถึงความสามารถเฉพาะตน ระดับอายุ หรือระดับความรู้ของนักเรียนด้วย และจากผลการวิจัยชี้แนะว่า การเรียนการสอนที่มีกระบวนการประเมินและปรับปรุงวิธีการหาคำตอบมีความสำคัญมากในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ส่วนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือจะพบว่า การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีการให้ความช่วยเหลือและรับความช่วยเหลือระหว่างสมาชิกในกลุ่ม นอกจากนี้การเรียนแบบร่วมมือจะทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง รวมทั้งเสริมสร้างความมีวินัยในตนเองให้แก่ นักเรียน สรุปได้ว่า จากผลงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ที่นำมาใช้พัฒนาการเรียนการสอนพบว่า นอกจากจะพัฒนาความสามารถทางสติปัญญาแล้ว ยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและเจตคติด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด้านช้างวิทยา

อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด้านช้างวิทยา

อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน การสุ่มห้องเรียนใช้การชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่มมา 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบความสามารถทางการเรียนโดยใช้คะแนนรวมของข้อสอบคัดเลือกเข้าเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ จัดสร้างเป็นชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ส่วน ได้แก่

1.1 แผนการสอน

1.2 เอกสารเสริมสำหรับครู

2. แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยจัดสร้างเป็นชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เอกสารดังกล่าวได้แก่

1.1 เอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โดยเน้นการศึกษาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535)

1.2 คู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535)

1.3 คู่มือการประเมินผลมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535)

1.4 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ดังนี้

1.4.1 รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (สวท. 2539)

1.4.2 รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (สวท. 2539)

1.4.3 รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สวท. 2540)

1.4.4 รายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สวท. 2538)

1.4.5 วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สวท. 2541)

1.4.6 วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สวท. 2541)

1.5 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สวท. 2544)

2. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาและการเรียนการสอนเรื่องแบบรูป เพื่อสร้างแผนการสอนและเอกสารเสริมสำหรับครู โดยศึกษาจากเอกสาร ดังนี้

2.1 คู่มือการใช้กิจกรรมประกอบการเรียนการสอน โดยใช้แผ่นโป่งใสเป็นสื่อเรื่อง แบบรูป และลำดับ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สวท. 2545 : 1 – 67)

2.2 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series. Grades K – 6 : Patterns (NCTM. 1993 : 1 – 53)

2.3 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series. Grades 5 – 8 : Patterns and Functions (NCTM. 1997 : 1 – 70)

2.4 Pattern in The Teaching and Learning of Mathematics (Anthony Orton. 1998 : 1 – 220)

2.5 Learning to Teach Mathematics : Patterns and Functions (Randall J. Souviney. 1998 : 367 – 398)

2.6 Principles and Standards for School Mathematics (NCTM. 2000 : 3 – 306)

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ ดังรายละเอียดในบทที่ 2 ทั้งนี้ เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อแสวงหาแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน และเพื่อสร้างแนวคิดในการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ

4. สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ โดยสร้างชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ซึ่งมีทั้งหมด 10 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 ชั่วโมง โดยแต่ละกิจกรรม มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ ครูเป็นผู้นำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ต่อนักเรียนทั้งชั้นในขั้นต้น ให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันกำหนดแนวทางแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ร่วมกัน โดยมีครูเป็นผู้คอยกระตุ้น ตั้งคำถาม ให้นักเรียนสังเกตแบบรูปที่เกิดขึ้น แล้วสรุปประเด็นหรือสาระที่ได้ให้ชัดเจน

ขั้นที่ 2 ขั้นกิจกรรมกลุ่ม ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 5 คน และชี้แจงวิธีการทำงานร่วมกันในกลุ่ม ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์กับนักเรียนในกลุ่มต่างๆ โดยใช้ใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา โดยในขณะที่นักเรียนกำลังปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อย ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก หมุนเวียนให้ความช่วยเหลือ หรือใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปราย

การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยนั้น ผู้วิจัยใช้หลักการจัดกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจัดให้มีนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยให้ประกอบด้วย นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 – 3 คน และต่ำ 1 คน มีทั้งนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย จำนวนกลุ่มทั้งหมดในชั้นเรียนไม่เกิน 10 กลุ่ม ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในครั้งแรกเพื่อทำกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 จะพิจารณาจากคะแนนผลการเรียนรายวิชา ค 011 ของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยจัดทำบัญชีเรียงคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ หมุนเวียนตามลำดับรายชื่อ

จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน จะแบ่งได้เป็น 10 กลุ่ม โดยมีกลุ่มละ 4 คนอยู่ 8 กลุ่ม และกลุ่มละ 5 คนอีก 2 กลุ่ม ตามตาราง 1 ต่อไปนี้

ตาราง 1 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน

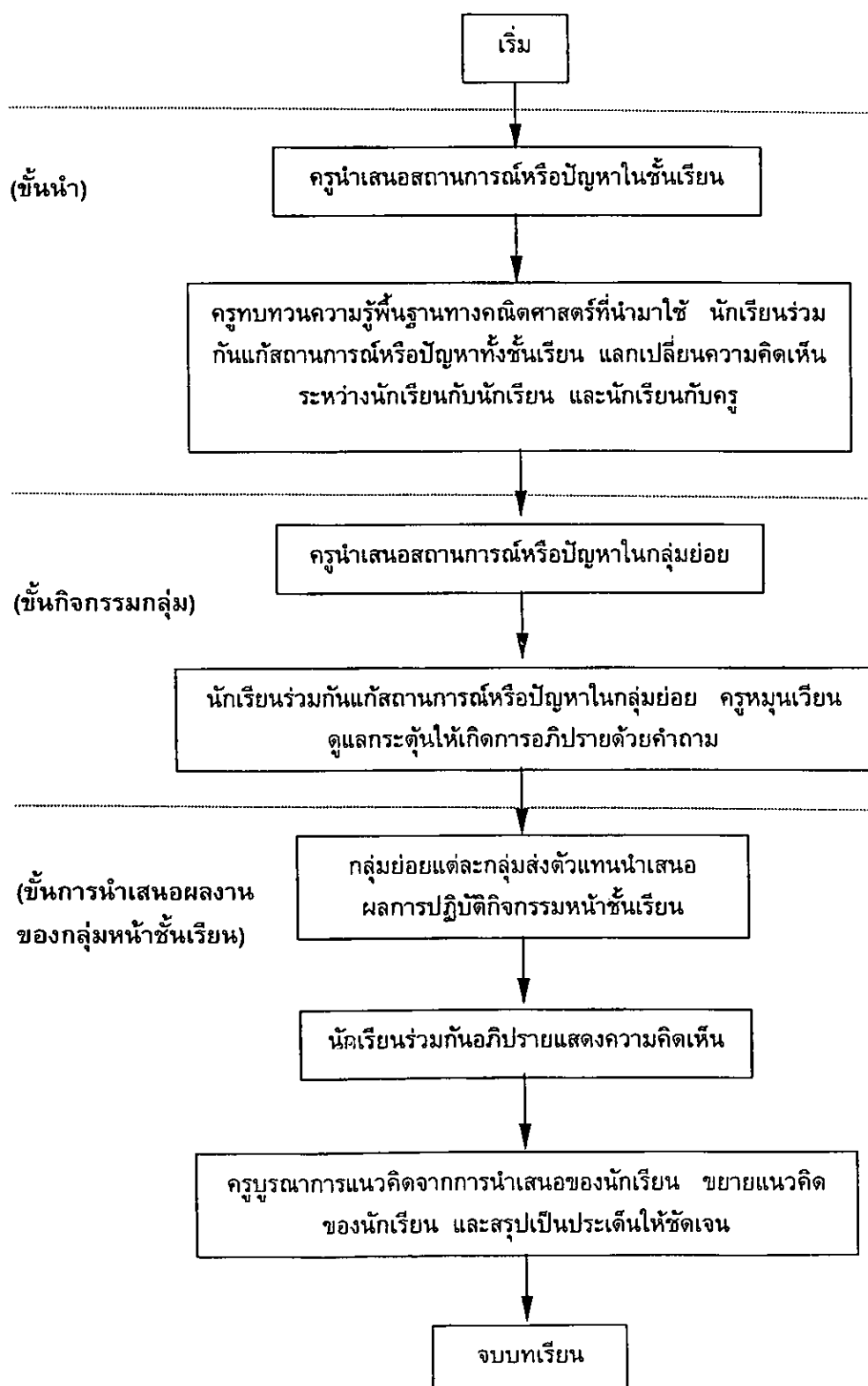
กลุ่มที่	ลำดับที่ของนักเรียนเรียงตามคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด			
1	1	20	23	42
2	2	19	24	41
3	3	18	25	40
4	4	17	26	39
5	5	16	21	27
6	6	15	22	28
7	7	14	29	36
8	8	13	30	35
9	9	12	31	34
10	10	11	32	33
ระดับความสามารถ	สูง	ปานกลาง		ต่ำ

จากตาราง 1 จะได้กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 4 คน คือกลุ่มที่ 1 , 2 , 3 , 4 , 7 , 8 , 9 และ 10 กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 5 คน คือกลุ่มที่ 4 และ 5 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในลักษณะดังกล่าวนี้เพื่อให้แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกัน ตามหลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มใหม่ในครั้งที่ 2 เพื่อทำกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 จะทำบัญชีรายชื่อนักเรียนใหม่เรียงตามลำดับคะแนนผลสอบจากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปฉบับที่ 1 แล้วดำเนินการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ หมุนเวียนตามลำดับรายชื่อดังเช่นวิธีการข้างต้น

ขั้นที่ 3 ขั้นการนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม ครั้งละกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยครูเป็นผู้บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน สรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนขึ้น

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสรุปได้ดังที่นำเสนอในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

นอกจากนี้ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ มีวิธีการกำหนดการประเมินผลนักเรียน ดังนี้

1. การประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) ครูประเมินจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่มย่อย จากใบกิจกรรมกลุ่มทั้ง 10 กิจกรรม มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งหมด

2. การประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครูประเมินจากการเขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาจากการให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปเป็นรายบุคคล จำนวน 2 ฉบับ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งหมด โดยจะทำการทดสอบ 2 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 ทำการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 5 ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 25 ของคะแนนทั้งหมด

ครั้งที่ 2 ทำการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2 หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 10 ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 25 ของคะแนนทั้งหมด

5. นำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจแก้ไขปรับปรุง พิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง

6. นำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

7. นำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ให้พิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

8. นำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อ 7 ไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนบ้านพุน้ำร้อน อำเภอตาบช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวนนักเรียน 25 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมและปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม แล้วนำมาปรับปรุงก่อนที่จะนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบ จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520 : 1 – 40) การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของ พรหมพรณ อุดมสิน (2538 : 13 – 27) และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ของ ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2543 : 196 – 201)
2. วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์ของกิจกรรม กำหนดพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการวัดเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบจำนวน 2 ฉบับ โดยฉบับที่ 1 ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 จำนวน 10 ข้อ และฉบับที่ 2 ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 จำนวน 10 ข้อ

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อพิจารณาความเหมาะสมและชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำไปแก้ไขตามคำแนะนำ

5. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

6. นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ฉบับละ 5 ข้อ

7. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนบ้านพุน้ำร้อน อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวนนักเรียน 25 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่ผ่านการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือมาแล้ว

8. นำแบบทดสอบมาคำนวณหาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และหาความเชื่อมั่นโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) โดยแบบทดสอบฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 และแบบทดสอบฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

3. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในภาคสนามและเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ทำการทดลองโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งจัดสร้างเป็นชุดกิจกรรมมีทั้งหมด 10 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 ชั่วโมง เป็นเวลา 10 วัน สำหรับการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมทั้ง 10 กิจกรรม

2. หลังจากทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ในกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 1 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

3. หลังจากเสร็จสิ้นการประเมินผลหลังเรียนครั้งที่ 1 แล้ว เพื่อเป็นการให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกับคนอื่น ๆ บ้าง ครูทำการจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงกลุ่มใหม่ โดยทำบัญชีรายชื่อนักเรียนใหม่เรียงตามลำดับคะแนนผลสอบ จากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1

4. ครูดำเนินการทดลองต่อโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 แล้วทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 2 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2 ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

4. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ทำการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย โดยใช้การทดสอบ Z (Z – Test)
3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
 - 3.1 ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 - 3.2 ค่าสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อสอบ ได้แก่ ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC)

ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และ ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

3.3 การทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบสัดส่วนประชากร 1 กลุ่ม โดยใช้การทดสอบ Z (Z – Test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนด่านช้างวิทยา อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

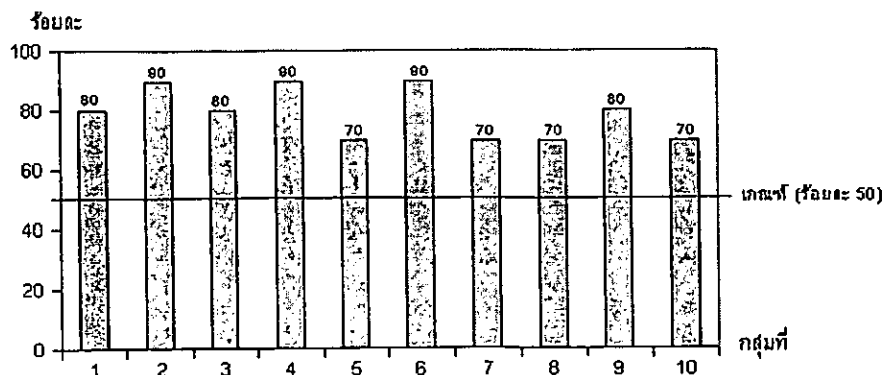
1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม)
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล)
3. ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

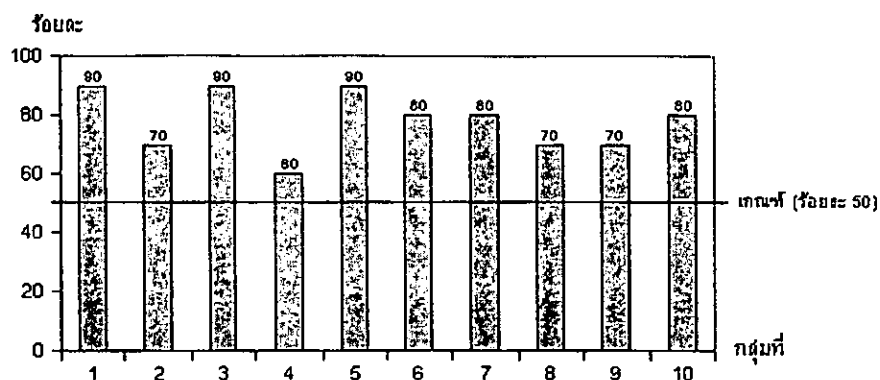
ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมกลุ่มทั้ง 10 กิจกรรม และคะแนนที่ได้จากการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) จากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม)

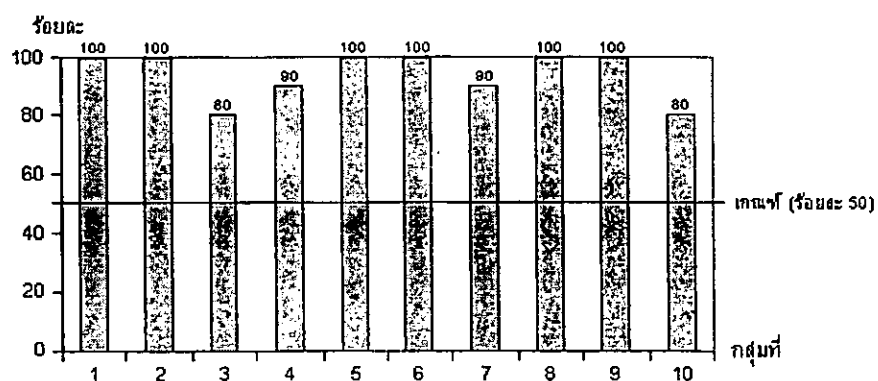
ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมกลุ่มทั้ง 10 กิจกรรม แต่ละกิจกรรมมีคะแนนเต็ม 5 คะแนน โดยการจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกันได้ 10 กลุ่ม เป็นกลุ่มที่มีจำนวนนักเรียนกลุ่มละ 4 คน จำนวน 8 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ 1 , 2 , 3 , 4 , 7 , 8 , 9 และ 10 และเป็นกลุ่มที่มีจำนวนนักเรียนกลุ่มละ 5 คน จำนวน 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ 5 และ 6 ได้ผลการวิเคราะห์แสดงในภาพประกอบ 3 ถึงภาพประกอบ 13



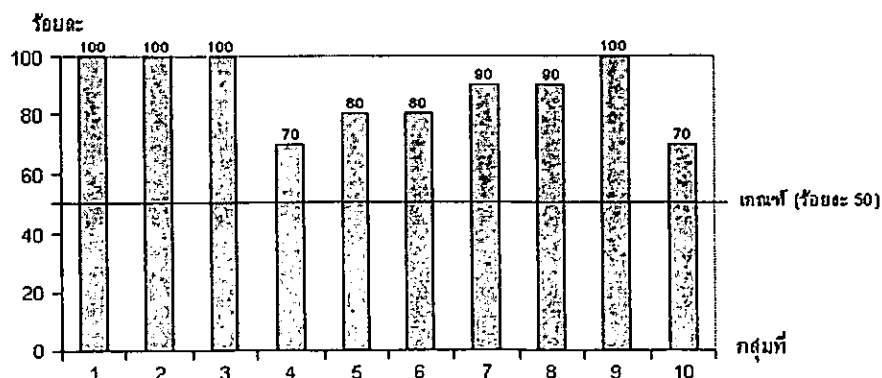
ภาพประกอบ 3 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 1 (เรื่องฝึกสังเกตและให้เหตุผล) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



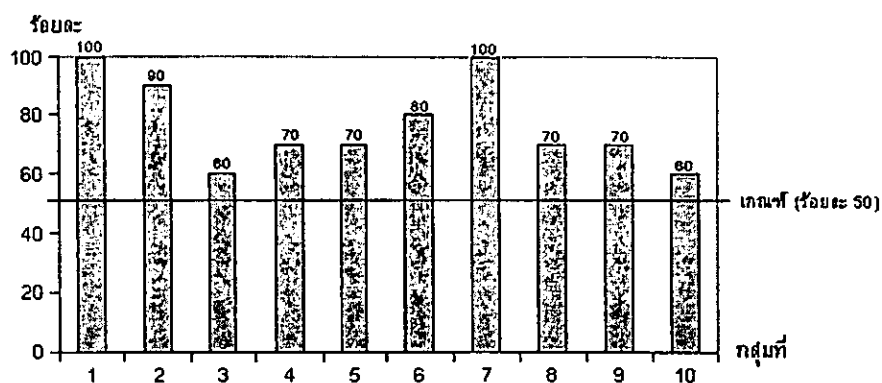
ภาพประกอบ 4 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 2 (เรื่องรู้จักแบบรูป) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



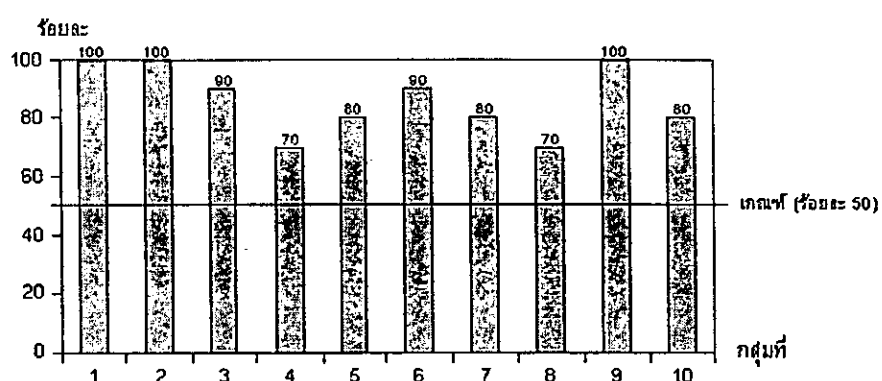
ภาพประกอบ 5 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 3 (เรื่องแบบรูปจากการเรียงไม้ขีด) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



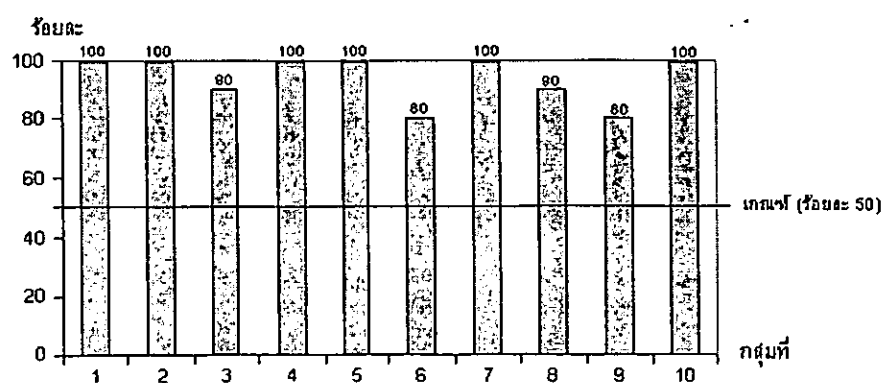
ภาพประกอบ 6 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 4 (เรื่องแบบรูปในรูปผลบวก) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



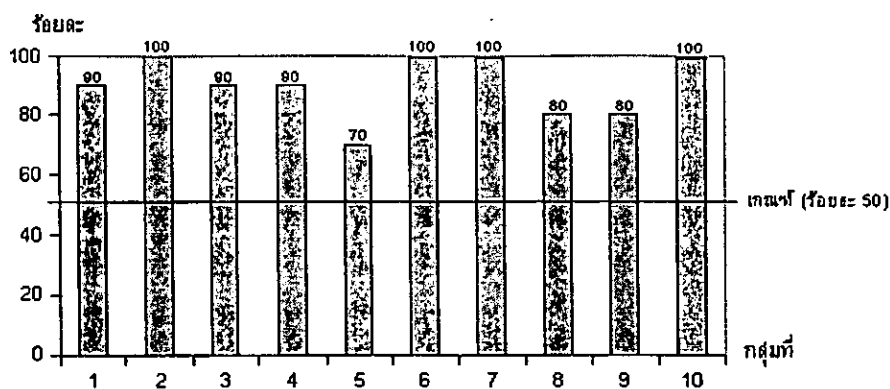
ภาพประกอบ 7 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 5 (เรื่องแบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาดตารางหน่วย) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



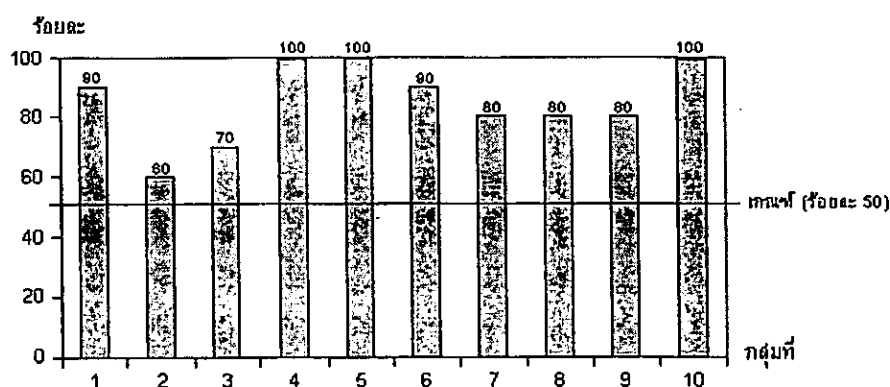
ภาพประกอบ 8 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 6 (เรื่องแบบรูปจากการปูกระเบื้อง) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



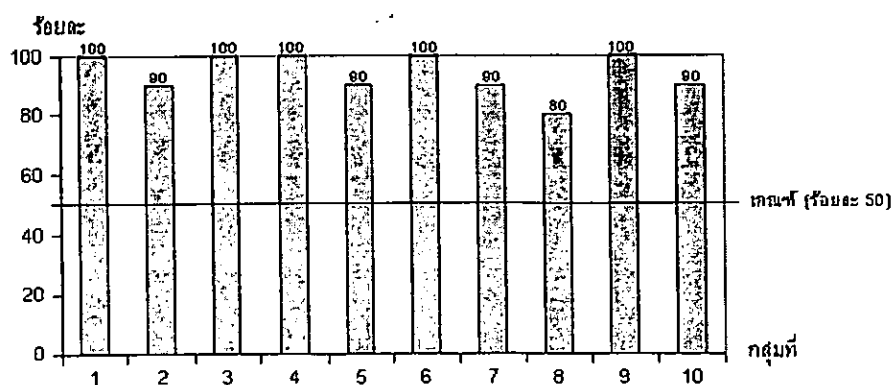
ภาพประกอบ 9 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 7 (เรื่องแบบรูปจากการนับรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกซ่อนไว้) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



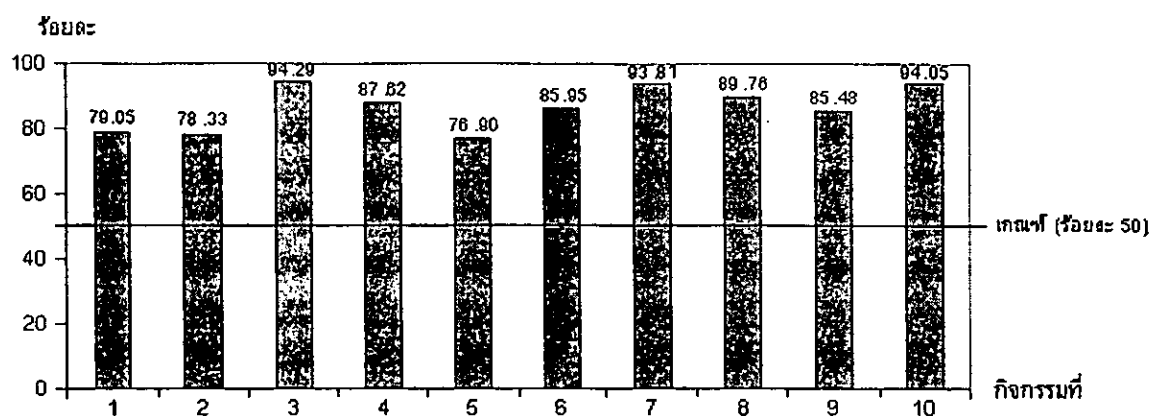
ภาพประกอบ 10 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 8 (เรื่องแบบรูปจากเลขยกกำลัง) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



ภาพประกอบ 11 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 9 (เรื่องเขียนกราฟจากแบบรูป) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



ภาพประกอบ 12 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 10 (เรื่องแบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์



ภาพประกอบ 13 แผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน จากใบกิจกรรมกลุ่ม 10 กิจกรรม เทียบกับเกณฑ์

จากภาพประกอบ 3 ถึงภาพประกอบ 12 ซึ่งเป็นแผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากใบกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 10 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 กลุ่ม เทียบกับเกณฑ์ ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มทำคะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรมได้มากกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ 50) ที่ตั้งไว้ และจากภาพประกอบ 13 ซึ่งเป็นแผนภูมิแท่งแสดงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน จากใบกิจกรรมกลุ่ม 10 กิจกรรม เทียบกับเกณฑ์ ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน ทำคะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรมได้มากกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ 50) ที่ตั้งไว้ โดยกิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้มากที่สุด คือ กิจกรรมที่ 3 (เรื่องแบบรูปจากการเรียงไม้ขีด) มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 94.29 ส่วนกิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อยที่สุด คือ กิจกรรมที่ 5 (เรื่องแบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาษตารางหน่วย) มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.90

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล)

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) จากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 2 ฉบับ โดยทำการทดสอบ 2 ครั้ง คือ ครั้งที่ 1 ใช้แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 จำนวน 5 ข้อ หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 5 และ ครั้งที่ 2 ใช้แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2 จำนวน 5 ข้อ หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 10 โดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนหลังเรียน ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ
วัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป

ฉบับที่	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลข คณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
1	42	25	16.05	64.19	4.07
2	42	25	16.33	65.33	3.94
รวม	42	50	32.38	64.76	7.10

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ
วัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปรวมทั้ง 2 ฉบับ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น
32.38 จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 64.76 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 7.10

3. ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป

ผู้วิจัยได้หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูป
(คะแนนกลุ่มรวมกับคะแนนรายบุคคล) มากกว่าร้อยละ 50 และหาค่าสถิติทดสอบ Z ที่แสดงผลการทดสอบ
จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าสถิติทดสอบ Z ของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์	ค่าสถิติ ทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
42	42	100	6.48**	2.326

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป มี
จำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตาม
สมมติฐานที่ตั้งไว้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องแบบรูป
ตามกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน วิธีดำเนินการวิจัย และการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนด่านช้างวิทยา อำเภอด่านช้าง จังหวัดสุพรรณบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 42 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ จัดสร้างเป็น ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ส่วน ได้แก่ แผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู จำนวนกิจกรรมทั้งหมดมี 10 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป จำนวน 2 ฉบับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ ฉบับละ 5 ข้อ

วิธีดำเนินการ

1. ผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 42 คน โดยใช้ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีทั้งหมด 10 กิจกรรม กิจกรรมละ 2 ชั่วโมง เป็นเวลา 10 วัน สำหรับการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) จากไปกิจกรรมทั้ง 10 กิจกรรม
2. หลังจากทำกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 1 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง
3. หลังจากเสร็จสิ้นการประเมินผลหลังเรียน ครั้งที่ 1 แล้ว เพื่อเป็นการให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกับคนอื่น ๆ บ้าง ครูทำการจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงกลุ่มใหม่ โดยทำบัญชีรายชื่อนักเรียนใหม่เรียงตามลำดับคะแนนผลสอบ จากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1
4. ครูดำเนินการทดลองต่อโดยใช้ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 แล้วทำการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ครั้งที่ 2 โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2 ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

5. วิเคราะห์ผลการทดลอง

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม)
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล)
3. ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการศึกษาเรื่องแบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มและนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน ทำคะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรมได้มากกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ 50) ที่ตั้งไว้ โดยกิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้มากที่สุด คือ กิจกรรมที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 94.29 และกิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อยที่สุด คือ กิจกรรมที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.90

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) พบว่า คะแนนหลังเรียนซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปรวมทั้ง 2 ฉบับ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 32.38 จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 64.76 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 7.10

3. ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป พบว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องแบบรูป ตามกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นำมาอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทุกกลุ่มและนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 42 คน ทำคะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรมได้มากกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ 50) ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยเพื่อทำกิจกรรมต่างๆ นั้น ผู้วิจัยใช้หลักการจัดกลุ่มโดยแต่ละกลุ่มจัดให้มีนักเรียนที่มีความสามารถละกันกลุ่มละ 4 – 5 คน โดยให้ประกอบด้วย นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 – 3 คน และต่ำ 1 คน ดังนั้นความสามารถโดยรวมในแต่ละกลุ่มจะใกล้เคียงกัน มีการช่วยเหลือกันระหว่างนักเรียนที่เรียนเก่งกว่ากับนักเรียนที่เรียนอ่อนกว่าภายในกลุ่ม จึงทำให้ผลงานของทุกกลุ่มหรือคะแนนกลุ่มมากกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ 50) ที่ตั้งไว้

1.2 ลักษณะของใบกิจกรรมกลุ่มทุกกิจกรรม พยายามนำสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ เป็นปัญหาที่ต้องใช้การระดมความคิด มีความท้าทาย มีรูปภาพ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนและอยากร่วมมือกันแก้ปัญหา

1.3 ระยะเวลาที่ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ทุกกิจกรรมจะให้เวลาประมาณ 1 ชั่วโมง ซึ่งเป็นเวลาที่เพียงพอและเหมาะสมสำหรับการทำงานกลุ่ม เนื่องจากนักเรียนต้องใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา และมีเวลาเตรียมตัวเพื่อนำเสนอผลงานการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน นักเรียนจึงอยู่ในสภาพที่ไม่เร่งรีบเกินไป มีบรรยากาศที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ กิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้มากที่สุด คือ กิจกรรมที่ 3 (เรื่องแบบรูปจากการเรียงไม้ขีด) มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 94.29 อาจมีสาเหตุมาจาก ลักษณะของใบกิจกรรมมีรูปภาพที่น่าสนใจ นักเรียนสามารถนับจำนวนไม้ขีดที่เรียงกันในรูปภาพ และค้นหาความสัมพันธ์ของจำนวนไม้ขีดที่เพิ่มขึ้นได้โดยง่าย เนื้อหาของแบบรูปไม่ยากซับซ้อนจนเกินไป ประกอบกับกิจกรรมนี้ได้เริ่มปฏิบัติอยู่ในคาบแรกของช่วงเช้าของวัน นักเรียนจึงมีสมาธิ มีความตั้งใจอยากเรียนรู้และแก้ปัญหาในงานกลุ่ม จึงส่งเสริมให้คะแนนของทุกกลุ่มออกมาดี และกิจกรรมที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อยที่สุด คือ กิจกรรมที่ 5 (เรื่องแบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาษตารางหน่วย) มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.90 อาจมีสาเหตุมาจาก ลักษณะของคำถามในใบกิจกรรมค่อนข้างยาว นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาค่อนข้างนานในการศึกษาให้เข้าใจในโจทย์สถานการณ์ปัญหา จึงทำให้เหลือเวลาน้อยในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องรีบทำเพื่อให้เสร็จทันตามเวลาที่กำหนด ทำให้ขาดความรอบคอบ ส่งผลให้คะแนนในกิจกรรมนี้ทำได้น้อยกว่ากิจกรรมอื่นๆ

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) พบว่า คะแนนหลังเรียนซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปรวมทั้ง 2 ฉบับ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 32.38 จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 64.76 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 7.10 จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าว ผู้วิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูปฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 มีค่าใกล้เคียงกัน โดยคะแนนเฉลี่ยของฉบับที่ 2 มากกว่าฉบับที่ 1 เล็กน้อย และเมื่อรวมคะแนนทั้ง 2 ฉบับแล้ว มีค่าเฉลี่ยของคะแนนมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การแบ่งการทดสอบเป็น 2 ครั้ง โดยครั้งที่ 1 ทำการทดสอบหลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 5 ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 และครั้งที่ 2 ทำการทดสอบหลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 10 ครอบคลุมเนื้อหาสาระตามชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปในกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 นับว่าเป็นผลดีต่อนักเรียนและต่อครูผู้สอน กล่าวคือ นักเรียนสามารถแบ่งเบาเนื้อหาที่เรียนรู้ไม่เครียดสำหรับการทดสอบมากจนเกินไป นักเรียนสามารถประเมินตนเอง หาข้อบกพร่องของตนหลังจากทราบผลการทดสอบในครั้งที่ 1 เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นในการทดสอบครั้งที่ 2 นอกจากนี้ครูผู้สอนยังสามารถทราบจุดบกพร่องของนักเรียนแต่ละคน เพื่อนำมาปรับปรุงด้านการสอน และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ได้

2.2 โจทย์ปัญหาที่นำมาใช้ออกข้อสอบเพื่อประเมินผลนักเรียนนั้น ผู้วิจัยได้นำโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคยกับโจทย์ปัญหาที่นักเรียนได้ผ่านประสบการณ์มาแล้วจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ดังนั้นโจทย์ปัญหาในแบบทดสอบจึงไม่ใช่ปัญหาแปลกใหม่มากเกินไปกว่าที่นักเรียนเคยทำผ่านมา นักเรียนส่วนใหญ่ซึ่งมีความตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ก็จะสามารถทำคะแนนจากแบบทดสอบได้ดี

3. ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป พบว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

3.1 ด้านเนื้อหา กิจกรรมที่ใช้สอนเริ่มจากกิจกรรมพื้นฐานของการเรียนเรื่องแบบรูป โดยกิจกรรมแรกฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะการสังเกตและให้เหตุผล ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนเรื่องแบบรูป จากนั้นกิจกรรมถัดๆ ไป จะเริ่มให้นักเรียนรู้จักและเข้าใจแบบรูปในเนื้อหาที่เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย เน้นแบบรูปทางเรขาคณิตและแบบรูปอื่นๆ ที่เป็นรูปภาพในช่วงกิจกรรมแรกๆ เพื่อให้เกิดความน่าสนใจ กิจกรรมท้ายๆ จะเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องแบบรูปไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งโจทย์ปัญหาในกิจกรรมเป็นปัญหาในสิ่งแวดล้อมรอบตัว เป็นสิ่งใกล้ตัว ซึ่งนักเรียนพบได้ในชีวิตจริง ทำให้ได้กิจกรรมที่ท้าทาย น่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนและอยากแก้ปัญหา

3.2 ด้านผู้เรียน ในขณะที่ดำเนินการทดลอง นักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่มีความสนใจและตั้งใจเรียนดี สังเกตได้จากในขณะดำเนินการทำกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

ชั้นนำ ผู้วิจัยเป็นผู้นำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาในชั้นเรียน นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่จะตั้งใจฟัง เมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัยอะไรก็จะถามผู้วิจัย

ชั้นกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนมีอิสระในการคิด มีการระดมความคิดร่วมกันภายในกลุ่ม มีการนำเสนอการแก้ปัญหาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนไม่ตึงเครียดในขณะเรียน

ชั้นการนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน นักเรียนกล้าที่จะแสดงออกเพื่อเป็นตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียน มีการแลกเปลี่ยนหน้าที่กันภายในกลุ่มเพื่อเป็นตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียน และในขณะนักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนเสร็จแล้วในแต่ละกลุ่ม นักเรียนได้มีการซักถามโต้แย้ง หรืออภิปรายแสดงแนวคิดร่วมกันในชั้นเรียนเพื่อหาข้อสรุป

3.3 ด้านวิธีการในการจัดการเรียนการสอน

3.3.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องแบบรูป สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ การให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาทำให้นักเรียนมีการสื่อสารกันในกลุ่มของนักเรียนด้วยภาษาเดียวกัน ช่วยสร้างความเข้าใจและความน่าสนใจได้ดีกว่าการฟังจากการพูดของครูแต่เพียงฝ่ายเดียวในการแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนมีการช่วยเหลือกัน ได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มอาจเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์แต่เพียงลำพัง แต่เมื่อบูรณาการแนวคิดของหลายคนเข้าด้วยกัน ทำให้ได้แนวคิดที่สมบูรณ์มีประสิทธิภาพมากขึ้น และสามารถแก้ปัญหาก็ได้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่พบว่า การใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารความคิดโดยใช้คณิตศาสตร์ การให้เหตุผล และช่วยให้มีศักยภาพทางด้านการแก้ปัญหาสูงขึ้น

3.3.2. กิจกรรมการเรียนการสอนในการวิจัยนี้ เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมค่อนข้างมาก การได้ลงมือปฏิบัติ การนำเสนอความคิดเห็น การนำเสนอผลงานซึ่งเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้ที่ดี

3.3.3 การจัดทำแผนการสอน โดยกำหนดเวลาปฏิบัติกิจกรรมแผนละ 2 ชั่วโมง เป็นเวลาที่พอเหมาะ เพราะในแผนการสอนแต่ละกิจกรรม จะเน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดช่วงเวลาสำหรับปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มให้ประมาณ 1 ชั่วโมง นักเรียนจำเป็นต้องมีเวลาเพียงพอในการอภิปรายเพื่อแก้ปัญหาร่วมกัน เนื่องจากนักเรียนจะต้องใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหา ปรัชญา วางแผน

และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาาร่วมกันในกลุ่ม และมีเวลาเตรียมตัวเพื่อนำเสนอผลงานการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน นักเรียนจึงอยู่ในสภาพที่ไม่เร่งรีบจนเกินไป หลังจากนั้นในช่วงท้ายกิจกรรม ครูและนักเรียนจำเป็นต้องใช้เวลาสำหรับอภิปรายแสดงแนวคิดร่วมกันในชั้นเรียนเพื่อหาข้อสรุปและทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม

3.3.4 การประเมินผลนักเรียนที่ใช้ในการวิจัยนี้ ให้ความสำคัญกับการประเมินที่กระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการเรียนการสอน มีการประเมินผลระหว่างเรียน (คะแนนกลุ่ม) และการประเมินผลหลังเรียน (คะแนนรายบุคคล) ทำให้ผู้วิจัยทราบปัญหาและได้ผลย้อนกลับจากนักเรียนในทันที ผู้วิจัยสามารถใช้ผลที่ได้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียนในกลุ่มทดลองได้โดยเร็ว

ข้อสังเกตจากการศึกษาวิจัย

1. การแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยนั้น ผู้วิจัยใช้หลักการจัดกลุ่มโดยแต่ละกลุ่มจัดให้มีนักเรียนที่มีความสามารถละกัน กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยให้ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 – 3 คน และต่ำ 1 คน ในการแบ่งกลุ่มระยะแรก มีนักเรียนบางคนไม่พอใจที่จะทำงานร่วมกันกับสมาชิกในกลุ่มที่จัดไว้ เนื่องจากนักเรียนต้องการอยู่กลุ่มเดียวกับเพื่อนสนิท และนักเรียนไม่คุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนแบบนี้ เมื่อให้แก้ปัญหาร่วมกัน นักเรียนไม่กล้าแสดงออก ไม่กล้าที่จะซักถามหรืออภิปรายปัญหาร่วมกัน มุ่งที่จะคิดแก้ปัญหาหรือหาคำตอบตามลำพัง ทำให้การร่วมมือในระยะเริ่มแรกยังไม่เกิดขึ้น แต่พอให้แต่ละกลุ่มทำงานกลุ่มร่วมกันได้สักระยะหนึ่ง พบว่า นักเรียนสามารถปรับตัว ช่วยเหลือ และร่วมมือกันแก้ปัญหาก็ได้รับมอบหมายได้ดีขึ้น มีการอธิบาย แสดงแนวคิด ชี้แจงเหตุผลกันในกลุ่ม นักเรียนที่เก่งกว่าจะเป็นหลักของกลุ่ม ส่วนนักเรียนที่อ่อนกว่าส่วนใหญ่ต้องการมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม มีโอกาสแสดงความคิดเห็น และต้องการให้เป็นที่ยอมรับของกลุ่ม นักเรียนที่เรียนอ่อนกว่าของกลุ่มส่วนใหญ่ต้องการที่จะออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนเก่งกว่า

2. เมื่อเสร็จสิ้นกิจกรรมที่ 5 ผู้วิจัยจะจัดนักเรียนเข้ากลุ่มใหม่ เพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนและทำงานร่วมกับเพื่อนคนอื่น ๆ บ้าง พบว่าเป็นผลดี เพราะนักเรียนได้เปลี่ยนบรรยากาศในการทำงาน ไม่เกิดความเบื่อหน่าย มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ อย่างทั่วถึง และฝึกให้นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

3. ในขณะที่นักเรียนดำเนินกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน นักเรียนได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปรายและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งกิจกรรมดังกล่าว ช่วยพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้งความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องแบบรูปจากกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ดังนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนนี้จึงอาจใช้เป็นแนวทางหรือนำไปดัดแปลงในการจัดการเรียนการสอนเรื่องแบบรูปในแต่ละระดับชั้นของช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ต่อไปได้

1.2 ในการนำชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปที่ใช้ในงานวิจัยนี้ไปใช้ ครูต้องศึกษารายละเอียดในแต่ละกิจกรรม ที่ประกอบด้วยแผนการสอน และเอกสารเสริมสำหรับครู โดยในแผนการสอนได้ระบุจุดประสงค์

และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ช่วยให้ครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามความมุ่งหมาย นอกจากนี้ในแผนการสอนได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างชัดเจน ช่วยอำนวยความสะดวกของครูในการเตรียมตัวและการนำไปใช้สอน สำหรับเอกสารเสริมสำหรับครู ช่วยให้ครูมองเห็นเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับแผนการสอนและรายละเอียดในการปฏิบัติตามใบกิจกรรมของนักเรียน ช่วยให้ครูทราบถึงการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ในการทำวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยสืบเนื่องอาจะมีการศึกษาตัวแปรด้านอื่นๆ เพิ่มเติม เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ควรนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องแบบรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่นๆ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือในระดับอื่นๆ

2.3 ควรทำการวิจัยในเรื่องแบบรูป โดยดัดแปลงหรือขยายเนื้อหาให้มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งต้องปรับปรุงเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียนก่อน และศึกษาว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะสามารถเรียนเนื้อหาดังกล่าวได้หรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- * กาญจนา สุจิณะพงษ์. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม. ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- * ขวัญใจ บุญฤทธิ์. (2534). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- * ขวาล แพร่ดีกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : อรุณสาลาดพร้าว.
- เทื่อน ทองแก้ว. (2537, มกราคม – มีนาคม). "การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ร่วมกลุ่มเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการสอน," สารพัฒนาหลักสูตร. 13(116) : 43 – 48.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์," ใน ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. นนทบุรี : สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ✓ ปสาสน์ กงดาล. (2535, กันยายน). "การร่วมมือกันเรียนรู้," ศึกษาสารมหาวิทยาลัยขอนแก่น. 15(1 – 2) : 19 – 22.
- * พรรณรัตน์ เจริญธรรมสาร. (2533, กุมภาพันธ์). "การเรียนรู้แบบทำงานรับผิดชอบร่วมกัน," สารพัฒนาหลักสูตร. 9(95) : 35 – 37.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- * มยุรี สาลิวังค์. (2535). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ✓ รัตนา เจริญบุญ. (2540). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วรรณ ขุนศรี. (2544, พฤษภาคม - กรกฎาคม). "แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ," คณิตศาสตร์. 45(512 – 514) : 36 – 45.

- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2535). คู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- _____. (2535). คู่มือการประเมินผลมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- _____. (2535). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- ✓ศรไกร รุ่งรอด. (2533). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2538). คู่มือครูรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2539). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2539). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2540). คู่มือครูรายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2541). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2541). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2545). คู่มือการใช้กิจกรรมประกอบการเรียนการสอน โดยใช้แผ่นโปร่งใสเป็นสื่อ เรื่องแบบรูปและลำดับ. กรุงเทพฯ : ดำรงชัยการพิมพ์.
- สมพงษ์ สิงหะพล. (2541, พฤศจิกายน - 2542, มีนาคม). "เทคนิคการสอนของการเรียนแบบร่วมมือ." *สีมาจารย์*. 13(25) : 41 - 44.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2543, สิงหาคม - ตุลาคม). "กิจกรรมเสริมศักยภาพทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหารูปแบบ." *คณิตศาสตร์*. 44(503 - 505) : 19 - 22.
- ▶สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ๙สาคร บุญดาว. (2537). "การสอนคณิตศาสตร์เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล," ใน *ประมวลสาระชุด วิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 12 – 15. นนทบุรี : สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ✓สายหยุด เอียนสี. (2533). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบพัฒนารายบุคคลซึ่งร่วมทำงานเป็นคณะกับการสอนปกติ*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ แสงงามมงคล. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียน การสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ✓สุพัตรา ฤกษ์ปาย. (2544). *ผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาณเงื่อนไขที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ สำนักงานเขตบางเขน กรุงเทพมหานคร*. ปริญญาโท กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- ✓สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531, กุมภาพันธ์). "การเรียนการสอนแบบร่วมมือ," *วิทยาจารย์*. 86(2) : 4 – 8.
- เสริมศักดิ์ สุรวัณณ. (ม.ป.ป.) *คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อารี สันหนวี. (2535). *พหุปัญญาและการเรียนแบบร่วมมือ*. กรุงเทพฯ : สมาคมเพื่อการศึกษาเด็ก.
- อำพรพรณ ทิวไผ่งาม. (2536, มกราคม – มีนาคม). "มาช่วยให้เด็กเรียนรู้แบบร่วมมือกันดีกว่า," *สารพัฒนาหลักสูตร*. 12(113) : 6 – 8.
- ✓Adams, Dennis M. and Mary E. Hamm. (1990). *Cooperative Learning : Critical Thinking And Collaboration Across the Curriculum*. Illinois : Charles C. Thomas Publisher.
- ✓Antony Orton. (1998). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London and New York : Cassell.
- Artzt, Alice F. and Claire M. Newman.(1990, September). "Cooperative Learning," *The Mathematics Teacher*. 83(6) : 448 – 452.
- ✓David Eugene Smith. (1951). *History of Mathematics Volume I General Survey of the History of Elementary Mathematics*. New York : Eva May Luse Smith.
- ✓Davidson, Neil. (1990). "Small – Group Cooperative Learning in Mathematics," in *Teaching and Learning Mathematic in the 1990s. 1990 yearbook*. edited by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. p. 52 – 61. Reston, Virginia : The Nation Council of Teachers of Mathematics.
- ✓Devlin, Keith J. (1994). *Mathematics, The Science of Patterns : The search for order in life, mind, and the universe*. New York : Scientific American Library.

- ✓Duren, Phillip E. and April Cherington. (1992, February). "The Effects of Cooperative Group Work versus Independent Practice on the Learning of Some Problem Solving Strategies," *School Science and Mathematics*. 92(2) : 80 – 83.
- ✓Hargreaves, Melanie and others. (1998). "Children 's Strategies with Linear and Quadratic Sequences," in *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. Anthony Orton. p.67 – 83. London : Cassell.
- ✓Johnson, David W. and Johnson, Roger T.(1990). "Using Cooperative Learning in Math," *Cooperative Learning in Mathematics*. New York : Addison Wesley.
- _____. (1989). "Cooperative Learning in Mathematics Education," in *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 yearbook*. p. 234 – 245. Reston, Virginia : The Nation Council of Teachers of Mathematics.
- ✓Johnson, David W. and others.(1981, May). "Effects of Cooperative, Competitive, and Individualistic Goal Structures on Achievement : A Meta-Analysis," *Psychological Bullentin*. 89(5) : 47 – 62.
- ✗Joyce , Bruce and Marsha Weil. (1986). *Models of Teaching*. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall.
- Junichi Ishida. (1997, March). "The Teaching of General Solution Methods to Pattern Finding Problems Through Focusing on an Evaluation and Improvement Process," *School Science and Mathematics*. 97(3) : 155 – 160.
- ✗Lindquist, Mary Montgomery. (1989, May). "Mathematics Content and Small-Group Instruction in Grades Four through Six," *The Elementary School Journal*. 89(5) : 625 – 632.
- Nichols, Joey Del. (1994, September). "The Effects of Cooperative Learning on Student Achievement and Motivation in a High School Geometry Class," *Dissertation Abstracts International*. 55(9) : 460 – A.
- Orton, Anthony (1998). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London : Cassell.
- Orton, Anthony and Orton, Jean. (1998). "Pattern and the Approach to Algebra," in *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. Anthony Orton. p.104 – 120. London : Cassell.
- ✓Randall J. Souviney. (1998). *Learning to Teach Mathematics*. 2nd ed. New York : Macmillan.
- ✓Slavin, Robert E. (1987, November). "Cooperative Learning and Cooperative School," *Educational Leadership*. 50(11) : 8 – 11.
- _____.(1980, Summer). "Cooperative Learning," *Review of Educational Research*. 50(2) : 315 – 342.
- _____.(1990). *Cooperative Learning. Theory, Research, and Practice*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall.
- ✓Taylor, Ross. (1989). "The Potential of Small-Group Mathematics Instruction in Grades Four through Six," *The Elementary School Journal*. 89(5) : 633 – 642.

The Nation Council of Teachers of Mathematics.(1993). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics : Patterns*. 2nd ed. Virginia : The Nation Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_____.(1997). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades 5 – 8 : Patterns and Functions*. Virginia : The Nation Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_____.(2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. Virginia : The Nation Council of Teachers of Mathematics, Inc.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา ที่ใช้ และตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่อง แบบรูป มีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ ดร. ณวิวรรณ เศวตมาลย์
อาจารย์ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร. วรณวิภา สุทธเกียรติ
อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์ ประเทือง อักษรคิด
อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนชุมชนวัดบ้านแลง อำเภอเมือง จังหวัดระยอง

ภาคผนวก ข
ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

ตาราง 4 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบ กิจกรรมที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
<u>ฉบับที่ 1</u>						
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	1	1	3	1	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้
<u>ฉบับที่ 2</u>						
6	1	1	1	3	1	ใช้ได้
7	1	1	1	3	1	ใช้ได้
8	1	1	1	3	1	ใช้ได้
9	1	1	1	3	1	ใช้ได้
10	1	1	1	3	1	ใช้ได้

สรุปผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ข้อสอบทุกกิจกรรมสอดคล้องกับจุดประสงค์

ตาราง 5 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป แต่ละฉบับ

ข้อสอบ กิจกรรมที่	p	r	ค่าความเชื่อมั่น
<u>ฉบับที่ 1</u>			0.77
1	0.63	0.75	
2	0.42	0.75	
3	0.54	0.75	
4	0.42	0.75	
5	0.50	0.56	
<u>ฉบับที่ 2</u>			0.72
6	0.58	0.83	
7	0.60	0.71	
8	0.58	0.75	
9	0.55	0.90	
10	0.60	0.67	

หมายเหตุ

1. การหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบแบบเขียนตอบ ใช้วิธีการแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยเทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรที่ D.R Whitney และ D.L Sabers (1970) ได้เสนอไว้ดังนี้
(ล้วน สายยศ. 2543 : 199 – 201)

$$p = \frac{S_U + S_L - 2NX_{\min}}{2N(X_{\max} - X_{\min})} \quad \text{และ} \quad r = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ S_U หมายถึง ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L หมายถึง ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 N หมายถึง จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่ง (หรือกลุ่มอ่อน)
 $X_{\max}$ หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแต่ละฉบับ คำนวณโดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยมีสูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\} \quad \text{เมื่อ} \quad n \text{ หมายถึง จำนวนข้อ}$$

s_i^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนแต่ละข้อ
 s^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ

ตาราง 6 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่มทั้ง 10 กิจกรรม คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่อง
 แบบรูปทั้ง 2 ฉบับ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เลขที่	คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม										คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป				คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูป (เต็ม 100 คะแนน)
	กิจกรรมที่ (คะแนนเต็มกิจกรรมละ 5 คะแนน)										คะแนนรวม (เต็ม 50 คะแนน)	ฉบับที่ 1 (เต็ม 25 คะแนน)	ฉบับที่ 2 (เต็ม 25 คะแนน)	คะแนนรวม (เต็ม 50 คะแนน)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
1	3.5	4.5	5.0	4.0	3.5	4.0	5.0	3.5	5.0	4.5	42.5	16	11	27	69.5
2	4.5	3.0	4.5	3.5	3.5	5.0	5.0	4.5	4.5	5.0	43.0	8	8	16	59.0
3	3.5	4.0	4.0	3.5	3.0	3.5	4.5	4.0	4.0	4.0	38.0	12	16	28	66.0
4	4.5	3.0	4.5	3.5	3.5	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	41.0	20	15	35	76.0
5	4.0	4.5	4.0	5.0	3.0	3.5	5.0	4.5	5.0	5.0	43.5	22	18	40	83.5
6	3.5	3.5	5.0	4.5	3.5	3.5	4.5	4.0	4.0	4.0	40.0	14	14	28	68.0
7	3.5	4.0	4.5	4.5	5.0	4.5	4.0	5.0	4.5	5.0	44.5	15	21	36	80.5
8	4.0	3.5	5.0	5.0	3.5	4.0	5.0	5.0	4.0	4.5	43.5	14	14	28	71.5
9	4.5	3.5	5.0	5.0	4.5	3.5	4.5	4.0	4.0	4.0	42.5	21	17	38	80.5
10	4.0	4.5	5.0	5.0	5.0	4.0	5.0	5.0	5.0	4.5	47.0	13	18	31	78.0
11	3.5	3.5	5.0	4.5	3.5	4.5	4.0	5.0	4.5	5.0	43.0	17	11	28	71.0
12	3.5	4.0	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	5.0	45.5	15	20	35	80.5
13	4.5	3.5	5.0	5.0	4.5	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	44.5	13	16	29	73.5
14	4.5	4.0	5.0	4.0	4.0	4.5	4.0	5.0	4.5	5.0	44.5	14	15	29	73.5
15	3.5	4.0	4.0	3.5	3.0	4.0	5.0	3.5	5.0	4.5	40.0	14	10	24	64.0
16	4.5	4.0	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	5.0	5.0	4.5	45.0	19	10	29	74.0
17	4.0	4.5	4.0	5.0	3.0	5.0	5.0	5.0	3.0	4.5	43.0	15	16	31	74.0
18	3.5	4.5	5.0	4.0	3.5	4.0	5.0	5.0	4.0	4.5	43.0	12	17	29	72.0
19	3.5	4.5	5.0	4.0	3.5	3.5	5.0	4.5	5.0	5.0	43.5	16	12	28	71.5
20	4.0	3.5	5.0	5.0	3.5	4.0	5.0	5.0	4.0	4.5	43.5	17	18	35	78.5
21	4.5	3.5	5.0	5.0	4.5	5.0	5.0	4.5	4.5	5.0	46.5	24	23	47	93.5
22	4.5	4.0	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	3.5	5.0	4.5	43.5	22	16	38	81.5
23	3.5	4.0	4.5	4.5	5.0	4.0	5.0	5.0	5.0	4.5	45.0	20	21	41	86.0
24	3.5	3.5	5.0	4.5	3.5	4.5	4.5	4.5	3.5	5.0	42.0	15	16	31	73.0
25	4.5	3.5	5.0	5.0	4.5	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	44.5	19	24	43	87.5
26	4.5	3.0	4.5	3.5	3.5	4.5	4.5	4.5	3.5	5.0	41.0	16	17	33	74.0
27	3.5	4.5	5.0	4.0	3.5	4.0	5.0	5.0	5.0	4.5	44.0	13	13	26	70.0
28	3.5	3.5	5.0	4.5	3.5	4.5	4.0	5.0	4.5	5.0	43.0	12	16	28	71.0

ตาราง 6 (ต่อ)

เลขที่	คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม											คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป			คะแนน ผลสัมฤทธิ์ ทางการ เรียนเรื่อง แบบรูป (เต็ม 100 คะแนน)
	กิจกรรมที่ (คะแนนเต็มกิจกรรมละ 5 คะแนน)										คะแนนรวม (เต็ม 50 คะแนน)	ฉบับที่ 1 (เต็ม 25 คะแนน)	ฉบับที่ 2 (เต็ม 25 คะแนน)	คะแนน รวม (เต็ม 50 คะแนน)	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
29	4.5	4.0	5.0	4.0	4.0	5.0	5.0	5.0	3.0	4.5	44.0	8	15	23	67.0
30	4.0	4.5	4.0	5.0	3.0	5.0	5.0	5.0	3.0	4.5	43.0	16	18	34	77.0
31	3.5	4.5	5.0	4.0	3.5	4.5	4.0	5.0	4.5	5.0	43.5	22	21	43	86.5
32	4.0	4.5	5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	4.5	3.5	5.0	45.5	23	24	47	92.5
33	4.0	3.5	5.0	5.0	3.5	5.0	5.0	5.0	3.0	4.5	43.5	24	19	43	86.5
34	4.0	4.5	5.0	5.0	5.0	4.0	5.0	5.0	4.0	4.5	46.0	22	24	46	92.0
35	3.5	4.0	4.0	3.5	3.0	3.5	5.0	4.5	5.0	5.0	41.0	14	19	33	74.0
36	3.5	4.0	4.5	4.5	5.0	5.0	5.0	4.5	4.5	5.0	45.5	16	18	34	79.5
37	4.5	3.0	4.5	3.5	3.5	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	41.0	13	10	23	64.0
38	4.0	4.5	4.0	5.0	3.0	3.5	4.5	4.0	4.0	4.0	40.5	18	18	36	76.5
39	3.5	4.0	4.0	3.5	3.0	4.5	4.5	4.5	3.5	5.0	40.0	11	13	24	64.0
40	4.5	4.0	5.0	4.0	4.0	4.0	5.0	3.5	5.0	4.5	43.5	15	17	32	75.5
41	4.0	3.5	5.0	5.0	3.5	4.0	5.0	3.5	5.0	4.5	43.0	12	13	25	68.0
42	4.0	4.5	5.0	5.0	5.0	3.5	5.0	4.5	5.0	5.0	46.5	12	14	26	72.5
เฉลี่ย	4.0	3.9	4.7	4.4	3.9	4.3	4.7	4.5	4.3	4.7	43.3	16.05	16.33	32.38	75.65

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ทดสอบ (Z-test for Population)

สมมติฐาน คือ $H_0 : P \leq 0.50$

$H_1 : P > 0.50$

ค่าสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทน สัดส่วนของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม

$$\hat{p} = \frac{42}{42} = 1$$

$$P_0 = 0.50$$

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 42 คน

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad Z &= \frac{1 - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1-0.50)}{42}}} \\ &= \frac{0.50}{\sqrt{0.00595}} \\ &= 6.48 \end{aligned}$$

$$\text{เพราะว่า} \quad Z_{.01} = 2.33$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 6.48 > 2.33$$

จึงสรุปได้ว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์เรื่องแบบรูป เป็นจำนวนมากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ภาคผนวก ค
การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถละกัน

การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถละกัน ครั้งที่ 1

ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในครั้งที่ 1 เพื่อทำกิจกรรมที่ 1 ถึงกิจกรรมที่ 5 จะพิจารณาจากคะแนนผลการเรียนรายวิชา ค 011 ของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 42 คน โดยจัดทำบัญชีเรียงคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ หมุนเวียนตามลำดับรายชื่อ จะได้

- กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 4 คน จำนวน 8 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9 และ 10
- กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 5 คน จำนวน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 5 และ 6

ดังตาราง 7

ตาราง 7 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถละกัน ครั้งที่ 1

กลุ่มที่	ลำดับที่ของนักเรียนเรียงตามคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด			
1	1 (เลขที่ 32)	20 (เลขที่ 34)	23 (เลขที่ 10)	42 (เลขที่ 42)
2	2 (เลขที่ 21)	19 (เลขที่ 9)	24 (เลขที่ 13)	41 (เลขที่ 25)
3	3 (เลขที่ 5)	18 (เลขที่ 30)	25 (เลขที่ 38)	40 (เลขที่ 17)
4	4 (เลขที่ 4)	17 (เลขที่ 26)	26 (เลขที่ 37)	39 (เลขที่ 2)
5	5 (เลขที่ 31)	16 (เลขที่ 18)	21 (เลขที่ 1)	27 (เลขที่ 19)
6	6 (เลขที่ 22)	15 (เลขที่ 16)	22 (เลขที่ 14)	28 (เลขที่ 29)
7	7 (เลขที่ 23)	14 (เลขที่ 12)	29 (เลขที่ 7)	36 (เลขที่ 36)
8	8 (เลขที่ 11)	13 (เลขที่ 24)	30 (เลขที่ 6)	35 (เลขที่ 28)
9	9 (เลขที่ 33)	12 (เลขที่ 20)	31 (เลขที่ 8)	34 (เลขที่ 41)
10	10 (เลขที่ 39)	11 (เลขที่ 15)	32 (เลขที่ 3)	33 (เลขที่ 35)
ระดับ ความสามารถ	สูง	ปานกลาง		ต่ำ

การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน ครั้งที่ 2

ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในครั้งที่ 2 เพื่อทำกิจกรรมที่ 6 ถึงกิจกรรมที่ 10 จะพิจารณาจากคะแนน ผลการสอบจากการทำแบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 42 คน โดยจัดทำบัญชีเรียงคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ หมุนเวียนตาม ลำดับรายชื่อ

- กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 4 คน จำนวน 8 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9 และ 10
- กลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มละ 5 คน จำนวน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 5 และ 6

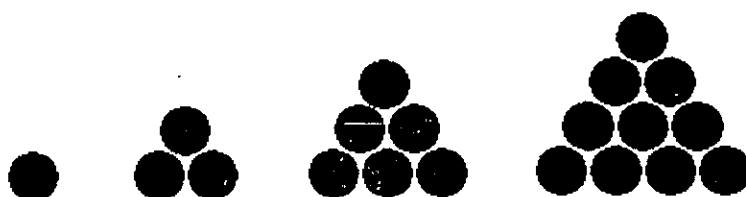
ดังตาราง 8

ตาราง 8 การจัดกลุ่มนักเรียนให้มีความสามารถคละกัน ครั้งที่ 2

กลุ่มที่	ลำดับที่ของนักเรียนเรียงตามคะแนนสูงสุดไปหาต่ำสุด			
1	1 (เลขที่ 21)	20 (เลขที่ 36)	23 (เลขที่ 12)	42 (เลขที่ 2)
2	2 (เลขที่ 33)	19 (เลขที่ 30)	24 (เลขที่ 17)	41 (เลขที่ 29)
3	3 (เลขที่ 32)	18 (เลขที่ 26)	25 (เลขที่ 24)	40 (เลขที่ 39)
4	4 (เลขที่ 5)	17 (เลขที่ 19)	26 (เลขที่ 35)	39 (เลขที่ 42)
5	5 (เลขที่ 22)	16 (เลขที่ 1)	21 (เลขที่ 40)	27 (เลขที่ 15)
6	6 (เลขที่ 31)	15 (เลขที่ 11)	22 (เลขที่ 7)	28 (เลขที่ 14)
7	7 (เลขที่ 34)	14 (เลขที่ 20)	29 (เลขที่ 8)	36 (เลขที่ 18)
8	8 (เลขที่ 9)	13 (เลขที่ 38)	30 (เลขที่ 6)	35 (เลขที่ 3)
9	9 (เลขที่ 4)	12 (เลขที่ 25)	31 (เลขที่ 13)	34 (เลขที่ 37)
10	10 (เลขที่ 23)	11 (เลขที่ 16)	32 (เลขที่ 27)	33 (เลขที่ 10)
ระดับ ความสามารถ	สูง	ปานกลาง		ต่ำ

ภาคผนวก ง
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
(นำเสนอเป็นตัวอย่างเพียงบางส่วน)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



กิจกรรมที่	ชื่อกิจกรรม
1	ฝึกสังเกตและให้เหตุผล
2	รู้จักแบบรูป
3	แบบรูปจากการเรียงไม้ขีด
4	แบบรูปในรูปผลบวก
5	แบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดานตารางหน่วย
6	แบบรูปจากการปูกระเบื้อง
7	แบบรูปจากการนับรูปสี่เหลี่ยมที่ถูกซ่อนไว้
8	แบบรูปจากเลขยกกำลัง
9	เขียนกราฟจากแบบรูป
10	แบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา

นายทรงชัย อักษรคิด
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2546

แผนการสอนกิจกรรมที่ 2

ชื่อกิจกรรม รู้จักแบบรูป

เวลา 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์

1. เมื่อกำหนดแบบรูปของจำนวน แบบรูปทางเรขาคณิต และแบบรูปอื่นๆ มาให้นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์และบอกตัวถัดไปในตำแหน่งใกล้เคียง ตำแหน่งไกลๆ และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้
2. นักเรียนสามารถทำนาย คาดการณ์ และบอกได้ว่าตัวใดอยู่หรือไม่อยู่ในชุดของแบบรูปที่กำหนดมาให้ โดยให้เหตุผลสนับสนุนหรืออ้างการคาดการณ์
3. นักเรียนสามารถนำเสนอ อธิบาย และเปรียบเทียบแบบรูปของตัวเลขจากผลคูณของสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9 ได้

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. จำนวนเต็ม เลขโดด
2. รูปเรขาคณิต
3. สูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 2-1
2. ใบกิจกรรมที่ 2-2
3. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 2

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูอธิบายและบอกความหมายของแบบรูปว่า แบบรูปเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะสำคัญร่วมกันของชุดของจำนวน ของรูปเรขาคณิต หรืออื่นๆ และยกตัวอย่างแบบรูปชนิดต่างๆ โดยเขียนบนกระดาน ได้แก่ แบบรูปของจำนวน แบบรูปทางเรขาคณิต และแบบรูปอื่นๆ เช่น

2 , 6 , 10 , 14 , ... เป็นตัวอย่างแบบรูปของจำนวน

□ , △ , ○ , □ , △ , ○ , □ , △ , ... เป็นตัวอย่างแบบรูปทางเรขาคณิต

♦ , ♥ , ♥ , ♠ , ♦ , ♥ , ♥ , ♠ , ♦ , ... เป็นตัวอย่างแบบรูปอื่นๆ

ดังนั้น จำนวนในตำแหน่งที่ 5 คือ 19 จำนวนในตำแหน่งที่ 6 คือ 23 และจำนวนในตำแหน่งที่ 7 คือ 27 จากนั้นครูถามนักเรียนถึงจำนวนในตำแหน่งที่ไกลขึ้นว่า นักเรียนคิดว่าในตำแหน่งที่ 50 และในตำแหน่งที่ 100 จะเป็นจำนวนใด (เพื่อตอบคำถามข้อ 2.2) และนักเรียนจะมีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร โดยครูแนะโดยการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนและตำแหน่งของจำนวนในแบบรูปบนกระดานให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

ตำแหน่งที่ 1 ,	ตำแหน่งที่ 2 ,	ตำแหน่งที่ 3 ,	ตำแหน่งที่ 4
3	7	11	15
3	3+4	3+4+4	3+4+4+4
$3+(4\times 0)$	$3+(4\times 1)$	$3+(4\times 2)$	$3+(4\times 3)$

จากความสัมพันธ์ในแบบรูปตามที่เขียนบนกระดานดังกล่าว นักเรียนจะสังเกตได้โดยง่ายว่า จำนวนในตำแหน่งที่ 50 ก็คือ $3+(4\times 49) = 199$ และจำนวนในตำแหน่งที่ 100 ก็คือ $3+(4\times 99) = 399$ จากนั้นครูพยายามให้นักเรียนไปสู่การเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไป โดยถามนักเรียนว่า ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด (เพื่อตอบคำถามข้อ 2.3) ซึ่งจากความสัมพันธ์ที่ครูเขียนบนกระดาน นักเรียนควรตอบได้ว่าจำนวนในตำแหน่งที่ n ก็คือ $3+[4\times(n-1)] = 4n-1$ จากนั้นให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปทั่วไปที่หาได้ถูกต้องหรือไม่ โดยการให้นักเรียนลองแทนค่า $n = 1$ ในรูปทั่วไป แล้วดูว่าได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนในตำแหน่งที่ 1 คือ 3 หรือไม่ และลองแทนค่า $n = 2$ $n = 3$ ไปเรื่อยๆ จนแน่ใจ จากนั้นครูฝึกให้นักเรียนคาดการณ์หรือบอกได้ว่าจำนวนใดอยู่หรือไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้ โดยถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่า 499 และ 734 จะเป็นจำนวนที่อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ (เพื่อตอบคำถามข้อ 2.4) พร้อมทั้งให้นักเรียนบอกเหตุผลหรือตรวจสอบข้อความคาดการณ์ โดยครูแนะนักเรียนว่า เราสามารถหาว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดจะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ โดยให้จำนวนในตำแหน่งที่ n เท่ากับจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วแก้สมการ ถ้า n เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นอยู่ในแบบรูปชุดนี้และอยู่ในตำแหน่งที่ n แต่ถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 499 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ให้ } 4n - 1 &= 499 \\ 4n &= 500 \\ n &= 125 \text{ เป็นจำนวนนับ}\end{aligned}$$

ดังนั้น 499 อยู่ในแบบรูปชุดนี้ และอยู่ในตำแหน่งที่ 125
และเราสามารถแสดงการหาว่า 734 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ให้ } 4n - 1 &= 734 \\ 4n &= 735 \\ n &= 183.75 \text{ ไม่เป็นจำนวนนับ}\end{aligned}$$

ดังนั้น 734 ไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

5. ครูให้นักเรียนทุกคนทำข้อ 3 และข้อ 4 ในใบกิจกรรมที่ 2-1 ไปพร้อมๆ กัน หลังจากให้นักเรียนทำเสร็จแล้วในข้อย่อยต่างๆ ครูสุ่มถามนักเรียนเป็นบางคนว่านักเรียนได้คำตอบและมีแนวคิดในการหาคำตอบในข้อนั้นๆ อย่างไร (นักเรียนคนอื่นๆ อาจจะช่วยเพื่อนตอบด้วยก็ได้) ข้อใดที่ต้องวาดรูปหรือจำเป็นต้องเขียนแสดงแนวคิด ครูให้นักเรียนออกมาทำบนกระดาน

6. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ได้แบ่งหรือจัดกลุ่มไว้แล้ว พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 2-2 (กิจกรรมกลุ่ม) แก่ นักเรียนทุกคน โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาหรือปรึกษากันได้ภายในกลุ่ม แต่นักเรียนแต่ละคนเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรมของตนด้วยตนเอง เมื่อทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้แต่ละกลุ่ม (หรือเป็นบางกลุ่ม) ออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยเมื่อกลุ่มใดนำเสนอจบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยเพิ่มเติมสาระที่แตกต่างออกไป

7. ในขณะที่นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูอาจช่วยเพิ่มเติมสาระในใบกิจกรรมที่ 2-2 (กิจกรรมกลุ่ม) ในบางข้อที่นักเรียนยังนำเสนอไม่ชัดเจน และหลังจากนักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนจบแล้ว ครูสอดแทรกแนวคิดว่าการเรียนเรื่องแบบรูปมีทักษะที่นักเรียนควรฝึกฝน ได้แก่ การสำรวจ การสังเกต การค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อความคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อความคาดการณ์

8. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 2 เพื่อเป็นการฝึกฝนและเห็นลักษณะของแบบรูปที่หลากหลายมากขึ้น โดยหากนักเรียนทำเสร็จไม่ทันในชั่วโมงเรียน ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 2 ข้อที่ยังไม่เสร็จเป็นการบ้าน

การประเมินผล

ประเมินจากการทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 2-2 โดยเกณฑ์การให้คะแนนและเฉลยคำตอบของใบกิจกรรมที่ 2-2 ดูได้จากเอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 2

ใบกิจกรรมที่ 2-1

ชื่อ.....
 ชั้น..... เลขที่.....

1. ให้นักเรียนหาจำนวนหรือรูปภาพต่อไปอีก 3 ตำแหน่ง จากแบบรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 12 , 15 , 18 , 21 , , ,

1.2 33 , 29 , 25 , 21 , , ,

1.3 -13 , 55 , -13 , 55 , -13 , , ,

1.4 Δ , $\square$, $\bigcirc$, Δ , $\square$, $\bigcirc$, Δ , $\square$, , ,

1.5 1 , 1+3 , 1+3+5 , 1+3+5+7 , , ,

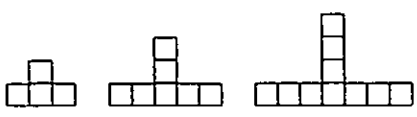
1.6 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, , ,

1.7 2^2 , 4^2 , 6^2 , 8^2 , , ,

1.8 1 , 5 , 2 , 10 , 3 , 15 , 4 , 20 , 5 , , ,

1.9 3 , 5 , 8 , 12 , 17 , , ,

1.10 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , , ,

1.11  , , ,

1.12 $\textcircled{1}$ $\textcircled{1}\textcircled{2}$ $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{4}$
 $\times$ $\times\times\times$ $\times\times\times\times\times$, , ,

2. จากแบบรูปของจำนวน $3, 7, 11, 15, \dots$ นำมาเขียนในตารางได้ดังนี้

ตำแหน่งที่	1	2	3	4	...
จำนวน	3	7	11	15	...

จากแบบรูปในตาราง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7 เป็นจำนวนใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.2 ตำแหน่งที่ 50 และตำแหน่งที่ 100 เป็นจำนวนใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.4 นักเรียนคิดว่าจะมีตำแหน่งที่เท่าใดหรือไม่ ที่มีจำนวน 499 และ 734 เพราะเหตุใด และถ้ามี จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

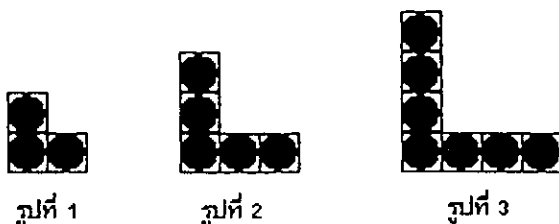
.....

.....

.....

.....

3. จากแบบรูปข้างล่าง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



3.1 ให้นักเรียนวาดรูปพร้อมทั้งหาจำนวน ในรูปที่ 4 และรูปที่ 5

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3.2 รูปที่ 25 และรูปที่ 60 จะมีจำนวน เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ รูปที่ n จะมีจำนวน เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3.4 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่มีจำนวน เป็น 481 และ 726
เพราะเหตุใด และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

4. จากแบบรูปข้างล่าง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

แดง , ขาว , น้ำเงิน , แดง , ขาว , น้ำเงิน , แดง , ขาว , ...

4.1 ตำแหน่งที่ 9 ตำแหน่งที่ 10 และตำแหน่งที่ 11 เป็นสีอะไร

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

4.2 ตำแหน่งที่ 50 และตำแหน่งที่ 124 เป็นสีอะไร

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ ตำแหน่งที่ n จะเป็นสีอะไร

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

4.4 นักเรียนคิดว่าสีในตำแหน่งที่ 284 คือสีแดง และสีในตำแหน่งที่ 793 คือสีน้ำเงิน
ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2-2

(กิจกรรมกลุ่ม)

ชื่อ.....

กลุ่มที่..... ชั้น..... เลขที่.....

1. กำหนดแบบรูปของจำนวน ดังนี้

999 , 993 , 987 , 981 , ...

ให้นักเรียนหาคำตอบและอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ แต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7

แนวคิดและคำตอบ

1.2 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 75 และตำแหน่งที่ 100

แนวคิดและคำตอบ

1.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.4 นักเรียนคิดว่า 855 และ 523 จะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

และถ้าอยู่ จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

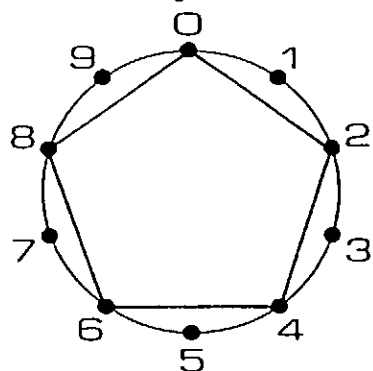
แนวคิดและคำตอบ

2. ให้นักเรียนพิจารณาและสังเกตในกรอบตัวอย่างข้างล่างต่อไปนี้ แล้วตอบคำถาม
กรอบตัวอย่าง

สูตรคูณแม่ 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24

ถ้าเราเขียนเฉพาะตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณแม่ 2 เรียงตามลำดับ
จะได้

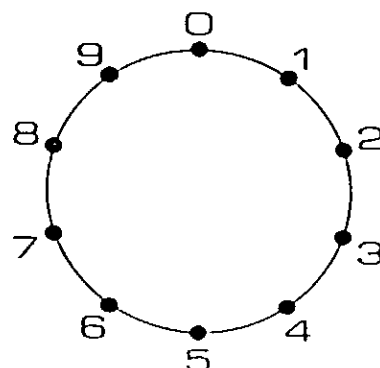
แบบรูป : 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลข
บนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้
จะได้รูป ห้าเหลี่ยม ดังรูป

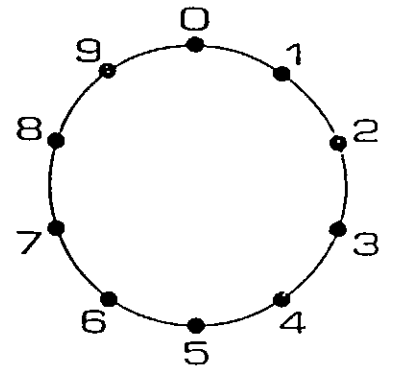
- 2.1 ให้นักเรียนเขียนผลคูณของสูตรคูณแม่ 3 ถึงแม่ 9 ในตารางที่กำหนด และเขียนแบบรูป
ของตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณ จากนั้นให้ลากส่วนของเส้นตรงโยง
ตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้

สูตรคูณแม่ 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



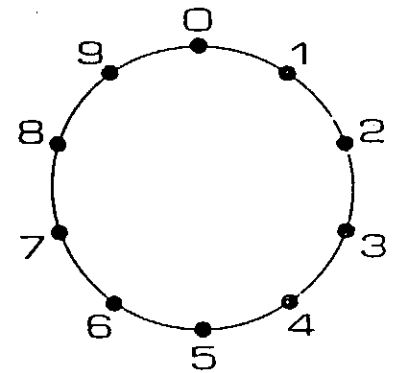
แบบรูป :

สูตรคูณแม่ 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



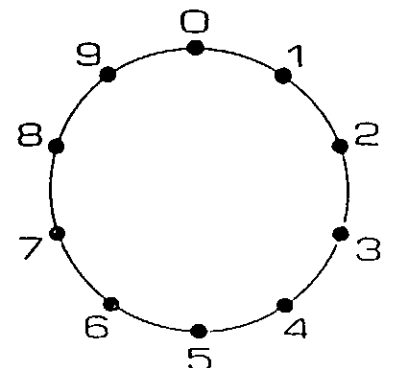
แบบรูป :

สูตรคูณแม่ 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



แบบรูป :

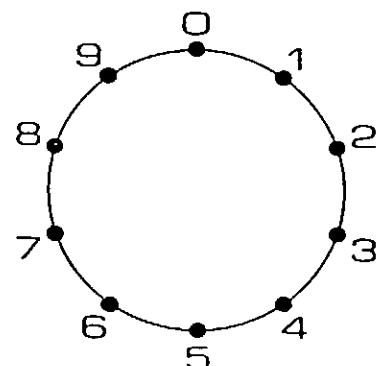
สูตรคูณแม่ 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



แบบรูป :

สูตรคูณแม่ 7

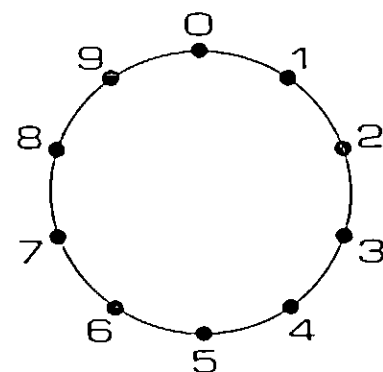
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



แบบรูป :

สูตรคูณแม่ 8

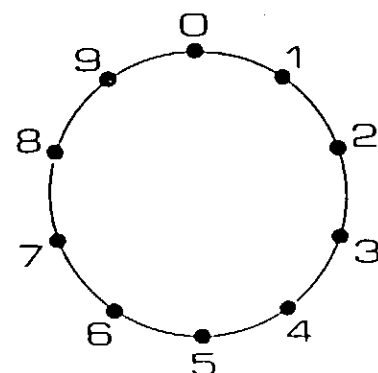
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



แบบรูป :

สูตรคูณแม่ 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ												



แบบรูป :

2.2 ผลจากกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติข้างต้น ให้นักเรียนพิจารณาสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าสามารถหาจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

2.2.1 $n \times 6 = 1,783,253$

ตอบ

เหตุผลเพราะ

2.2.2 $n \times 2 = 3,876,548$

ตอบ

เหตุผลเพราะ

2.2.3 $n \times 8 = 5,436,029$

ตอบ

เหตุผลเพราะ

2.2.4 $n \times 5 = 6,830,210$

ตอบ

เหตุผลเพราะ

2.2.5 $n \times 4 = 4,843,781$

ตอบ

เขตผลเพราะ

2.3 ให้นักเรียนเสนอแนะสิ่งที่น่าสนใจที่นักเรียนค้นพบจากสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9 ข้างต้น

[illegible]

แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 2

ชื่อ
 ชั้น เลขที่

ให้นักเรียนตอบคำถามจากแบบรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $2, 5, 8, 11, \dots$

1.1 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

1.2 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 85 และตำแหน่งที่ 160

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

1.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

1.4 นักเรียนคิดว่า 481 และ 665 จะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด
 และถ้าอยู่ จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.

9, 4, -1, -6, ...**2.1 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7**แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.2 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 75 และตำแหน่งที่ 130แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใดแนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**2.4 นักเรียนคิดว่า 734 และ 986 จะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด
และถ้าอยู่ จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด**แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $\Leftarrow, \Uparrow, \Rightarrow, \Downarrow, \Leftarrow, \Uparrow, \Rightarrow, \Downarrow, \Leftarrow, \Uparrow, \dots$

3.1 ให้นักเรียนวาดรูปในตำแหน่งที่ 11 ตำแหน่งที่ 12 และตำแหน่งที่ 13

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3.2 ให้นักเรียนวาดรูปในตำแหน่งที่ 100 และตำแหน่งที่ 182

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จงหารูปในตำแหน่งที่ n

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 นักเรียนคิดว่ารูปในตำแหน่งที่ 234 คือ รูป $\Rightarrow$ และรูปในตำแหน่งที่ 784 คือรูป $\Downarrow$ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

4. $\Delta, \square, \square, \bigcirc, \Delta, \square, \square, \bigcirc, \Delta, \square, \square, \dots$

4.1 ให้นักเรียนวาดรูปในตำแหน่งที่ 12 ตำแหน่งที่ 13 และตำแหน่งที่ 14

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

4.2 ให้นักเรียนวาดรูปในตำแหน่งที่ 98 และตำแหน่งที่ 241

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

4.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จงหารูปในตำแหน่งที่ n

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.4 นักเรียนคิดว่ารูปในตำแหน่งที่ 448 คือ รูป Δ และรูปในตำแหน่งที่ 662 คือรูป $\square$
ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

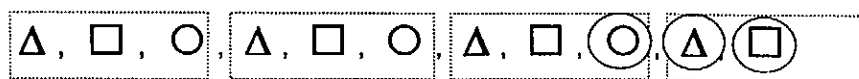
.....

.....

.....

ข้อ 1.4 $\Delta, \square, \bigcirc, \Delta, \square, \bigcirc, \Delta, \square, \dots, \dots, \dots$

แบบรูปนี้เป็นแบบรูปทางเรขาคณิตที่มีลักษณะเป็นแบบรูปซ้ำ ชุดของรูปเรขาคณิตที่ซ้ำกัน คือ $\Delta, \square$ และ $\bigcirc$ ครูควรเขียนลักษณะการซ้ำกันของรูปเรขาคณิต ให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้



ดังนั้นรูปภาพต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.4 ได้แก่ $\bigcirc, \Delta$ และ $\square$ ตามลำดับ

ข้อ 1.5 $1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7, \dots, \dots, \dots$

แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนที่มีลักษณะการเขียนในรูปผลบวกหรืออนุกรมของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก เมื่อ n เป็นจำนวนที่บอกตำแหน่งในแบบรูป

จะได้ตำแหน่งที่ 5 คือ ผลบวกของจำนวนคี่บวก 5 ตัวแรก เขียนได้เป็น

$$1+3+5+7+9$$

จะได้ตำแหน่งที่ 6 คือ ผลบวกของจำนวนคี่บวก 6 ตัวแรก เขียนได้เป็น

$$1+3+5+7+9+11$$

จะได้ตำแหน่งที่ 7 คือ ผลบวกของจำนวนคี่บวก 7 ตัวแรก เขียนได้เป็น

$$1+3+5+7+9+11+13$$

ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.5 ได้แก่ $1+3+5+7+9, 1+3+5+7+9+11$ และ $1+3+5+7+9+11+13$ ตามลำดับ

ข้อ 1.6 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \dots, \dots$

แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนที่มีลักษณะการเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนนับ โดยที่ตัวเศษเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าตัวส่วนอยู่ 1 ครูอาจจะเขียนให้เห็นลักษณะที่สัมพันธ์กันของตัวเศษกับตัวส่วนในชุดของแบบรูปได้ดังนี้

$$\frac{1}{1+1}, \frac{2}{2+1}, \frac{3}{3+1}, \frac{4}{4+1}, \frac{5}{5+1}, \frac{6}{6+1}, \frac{7}{7+1}$$

ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.6 ได้แก่ $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ และ $\frac{7}{8}$

ตามลำดับ

ข้อ 1.7 $2^2, 4^2, 6^2, 8^2, \dots, \dots, \dots$

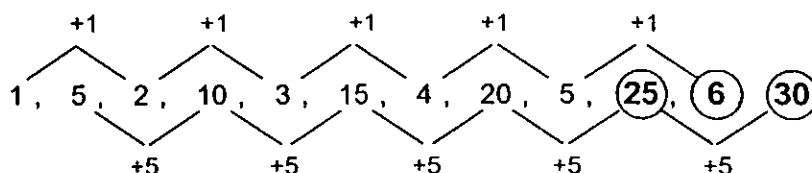
แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนที่มีลักษณะการเขียนในรูปของเลขยกกำลัง โดยเลขชี้กำลังเป็น 2 และฐานเป็นจำนวนเต็มบวกคู่เรียงกันไป หรืออาจกล่าวได้ว่า ฐานเป็นจำนวนเต็มบวกที่เริ่มจาก 2 และเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 หรือเป็นพหุคูณของ 2 ครูอาจจะเขียนให้เห็นความสัมพันธ์ของฐานในแต่ละตำแหน่งได้ดังนี้

$$(2 \times 1)^2, (2 \times 2)^2, (2 \times 3)^2, (2 \times 4)^2, (2 \times 5)^2, (2 \times 6)^2, (2 \times 7)^2$$

ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.7 ได้แก่ 10^2 , 12^2 และ 14^2 ตามลำดับ

ข้อ 1.8 1, 5, 2, 10, 3, 15, 4, 20, 5, , ,

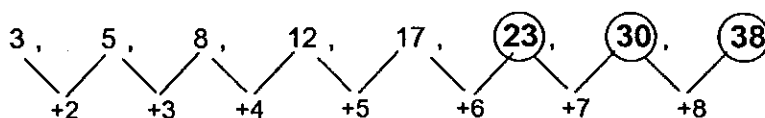
แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนที่มีความสัมพันธ์กัน 2 ชุด กล่าวคือ ถ้าพิจารณาจำนวนในตำแหน่งคี่ นำมาเขียนเรียงกันจะได้แบบรูป 1, 2, 3, 4, ... ถ้าพิจารณาจำนวนในตำแหน่งคู่ นำมาเขียนเรียงกันจะได้แบบรูป 5, 10, 15, 20, ... จะพบว่าแบบรูปของจำนวนในตำแหน่งคี่ เป็นจำนวนที่เริ่มจาก 1 และเพิ่มขึ้นทีละ 1 และแบบรูปของจำนวนในตำแหน่งคู่ เป็นจำนวนที่เริ่มจาก 5 และเพิ่มขึ้นทีละ 5 ครูอาจจะเขียนแสดงความสัมพันธ์ให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้



ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.8 ได้แก่ 25, 6 และ 30 ตามลำดับ

ข้อ 1.9 3, 5, 8, 12, 17, , ,

แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนโดยที่ชุดของผลต่างของจำนวนที่อยู่ในตำแหน่งติดกันจะเรียงกันเป็นจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ครูควรเขียนแสดงให้นักเรียนได้สังเกตดังนี้



ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.9 ได้แก่ 23, 30 และ 38 ตามลำดับ

ข้อ 1.10 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, , ,

แบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนที่มีความสัมพันธ์กันคล้ายกับความสัมพันธ์ของลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci sequence) กล่าวคือ จำนวนในแต่ละตำแหน่งของแบบรูปจะเกิดจากการนำจำนวนสองตำแหน่งก่อนหน้านั้นรวมกัน ครูควรเขียนแสดงให้นักเรียนได้สังเกตดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 3} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 1} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 2} \\ &= 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 4} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 2} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 3} \\ &= 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 5} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 3} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 4} \\ &= 3 + 5 = 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 6} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 4} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 5} \\ &= 5 + 8 = 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 7} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 5} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 6} \\ &= 8 + 13 = 21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 8} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 6} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 7} \\ &= 13 + 21 = 34\end{aligned}$$

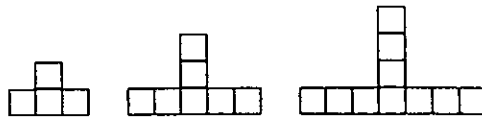
$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 9} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 7} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 8} \\ &= 21 + 34 = 55\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{จำนวนในตำแหน่งที่ 10} &= \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 8} + \text{จำนวนในตำแหน่งที่ 9} \\ &= 34 + 55 = 89\end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.10 ได้แก่ 34 , 55 และ 89

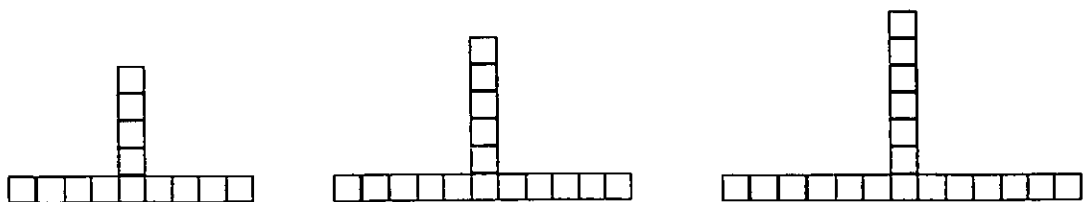
ตามลำดับ

ข้อ 1.11



แบบรูปนี้เป็นแบบรูปทางเรขาคณิตที่เกิดจากการนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมาเรียงต่อกัน จะสังเกตได้ว่ารูปแท่งในแนวนอนจะเพิ่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสครั้งละ 2 รูป และรูปแท่งในแนวตั้งจะเพิ่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสครั้งละ 1 รูป

ดังนั้นรูปภาพต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.11 ได้แก่



ตามลำดับ

ข้อ 1.12



แบบรูปนี้เป็นแบบรูปที่สังเกตได้ว่า แถวที่เป็นรูปวงกลมจะมีจำนวนรูปวงกลมเพิ่มขึ้นครั้งละ 1 รูป และตัวเลขในวงกลมจะเป็นจำนวนเต็มๆที่เริ่มจาก 0 และเพิ่มขึ้นทีละ 2 ส่วนแถวที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจาก 1 รูป เพิ่มขึ้นครั้งละ 2 รูป

ดังนั้นรูปภาพต่อไปอีก 3 ตำแหน่งในแบบรูปของข้อ 1.12 ได้แก่



ตามลำดับ

ปัญหาข้อ 2

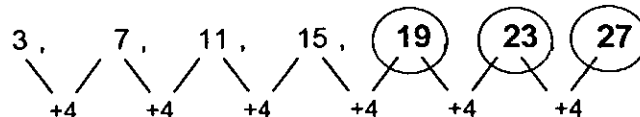
จากแบบรูปของจำนวน 3, 7, 11, 15, ... นำมาเขียนในตารางได้ดังนี้

ตำแหน่งที่	1	2	3	4	...
จำนวน	3	7	11	15	...

จากแบบรูปในตาราง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 2.1 ตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7 เป็นจำนวนใด

เนื่องจากแบบรูปนี้เป็นแบบรูปของจำนวนนับที่เริ่มจาก 3 และเพิ่มขึ้นครั้งละ 4
ครูควรเขียนลักษณะการเพิ่มขึ้นของจำนวนให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้



ดังนั้น จำนวนในตำแหน่งที่ 5 คือ 19

จำนวนในตำแหน่งที่ 6 คือ 23

จำนวนในตำแหน่งที่ 7 คือ 27

ข้อ 2.2 ตำแหน่งที่ 50 และตำแหน่งที่ 100 เป็นจำนวนใด

ครูควรเขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนและตำแหน่งของจำนวนในแบบรูปให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

ตำแหน่งที่ 1,	ตำแหน่งที่ 2,	ตำแหน่งที่ 3,	ตำแหน่งที่ 4
3	7	11	15
3	3+4	3+4+4	3+4+4+4
$3+(4 \times 0)$	$3+(4 \times 1)$	$3+(4 \times 2)$	$3+(4 \times 3)$

จากความสัมพันธ์ในแบบรูปดังกล่าว จะได้

จำนวนในตำแหน่งที่ 50 คือ $3+(4 \times 49) = 199$

และจำนวนในตำแหน่งที่ 100 คือ $3+(4 \times 99) = 399$

ข้อ 2.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

จากความสัมพันธ์ที่แสดงในข้อ 2.2 ทำให้ได้ว่า

จำนวนในตำแหน่งที่ n คือ $3+[4 \times (n-1)] = 4n-1$

ข้อ 2.4 นักเรียนคิดว่าจะมีตำแหน่งที่เท่าใดหรือไม่ ที่มีจำนวน 499 และ 734

เพราะเหตุใด และถ้ามี จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

เราสามารถหาว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดจะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ โดยให้จำนวนในตำแหน่งที่ n เท่ากับจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วแก้สมการ ถ้า n เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นอยู่ในแบบรูปชุดนี้และอยู่ในตำแหน่งที่ n และถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 499 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 4n - 1 = 499$$

$$4n = 500$$

$$n = 125 \text{ เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 499 อยู่ในแบบรูปชุดนี้ และอยู่ในตำแหน่งที่ 125

และเราสามารถแสดงการหาว่า 734 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 4n - 1 = 734$$

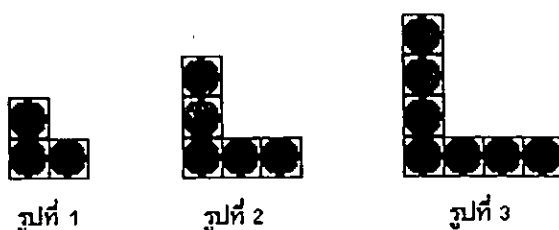
$$4n = 735$$

$$n = 183.75 \text{ ไม่เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 734 ไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

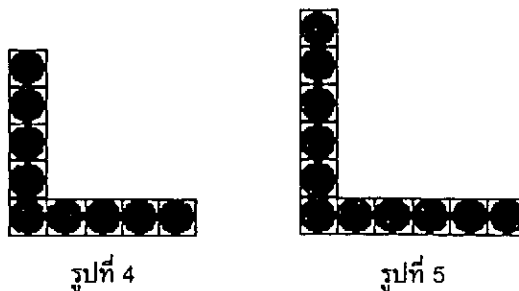
ปัญหาข้อ 3

จากแบบรูปข้างล่าง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



ข้อ 3.1 ให้นักเรียนวาดรูปพร้อมทั้งหาจำนวน ในรูปที่ 4 และรูปที่ 5

จากแบบรูปข้างต้นในแต่ละรูปมีลักษณะเป็นรูปตัวแอล (L) โดยรูปถัดไปเป็นการเพิ่มรูป ทางด้านบน 1 รูป และทางด้านขวามือ 1 รูป จากรูปก่อนหน้านั้นไปเรื่อยๆ ดังนั้นรูปที่ 4 และรูปที่ 5 มีลักษณะดังนี้



รูปที่ 4

รูปที่ 5

และจากการนับจำนวน ■ ในรูปที่ 4 จะมี 9 รูป

จำนวน ■ ในรูปที่ 5 จะมี 11 รูป

ข้อ 3.2 รูปที่ 25 และรูปที่ 60 จะมีจำนวน ■ เป็นเท่าใด

จากการนับจำนวน ■ ในแบบรูปชุดดังกล่าว จะได้แบบรูปของจำนวนที่เริ่มจาก 3 และเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 ดังนี้ 3, 5, 7, 9, 11, ... ครูควรเขียนแสดงความสัมพันธ์ของตำแหน่งของรูปและจำนวนรูป ■ ในแบบรูปดังกล่าวให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูป ■	3	5	7	9	11
	3	3+2	3+2+2	3+2+2+2	3+2+2+2+2
	$3+(2 \times 0)$	$3+(2 \times 1)$	$3+(2 \times 2)$	$3+(2 \times 3)$	$3+(2 \times 4)$

ดังนั้นในรูปที่ 25 จะมีจำนวน ■ เป็น $3+(2 \times 24) = 51$ รูป

และ ในรูปที่ 60 จะมีจำนวน ■ เป็น $3+(2 \times 59) = 121$ รูป

ข้อ 3.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ รูปที่ n จะมีจำนวน ■ เป็นเท่าใด

จากความสัมพันธ์ที่เขียนแสดงในข้อ 3.2 ทำให้ได้ว่า

ในรูปที่ n จะมีจำนวน ■ เป็น $3+[2 \times (n-1)] = 2n + 1$ รูป

ข้อ 3.4 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่มีจำนวน ■ เป็น 481 และ 726

เพราะเหตุใด และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

เราสามารถหาว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดจะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ โดยให้จำนวน ■ ในรูปที่ n เท่ากับจำนวนที่โจทย์กำหนด แล้วแก้สมการ ถ้า n เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นอยู่ในแบบรูปชุดนี้และอยู่ในรูปที่ n และถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 481 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 2n + 1 = 481$$

$$2n = 480$$

$$n = 240 \text{ เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 481 อยู่ในแบบรูปชุดนี้ และอยู่ในรูปที่ 240

และเราสามารถแสดงการหาว่า 726 อยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 2n + 1 = 726$$

$$2n = 725$$

$$n = 362.5 \text{ ไม่เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 726 ไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้

ปัญหาข้อ 4

จากแบบรูปข้างล่าง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

แดง , ขาว , น้ำเงิน , แดง , ขาว , น้ำเงิน , แดง , ขาว , ...

ข้อ 4.1 ตำแหน่งที่ 9 ตำแหน่งที่ 10 และตำแหน่งที่ 11 เป็นสีอะไร

จากแบบรูปชุดดังกล่าวมีลักษณะเป็นแบบรูปซ้ำ โดยชุดของสีที่ซ้ำได้แก่ แดง , ขาว และน้ำเงิน ครูควรเขียนลักษณะการซ้ำกันให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้

ตำแหน่งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	แดง , ขาว , น้ำเงิน			แดง , ขาว , น้ำเงิน ,			แดง , ขาว , น้ำเงิน			แดง , ขาว , น้ำเงิน , ...		

ดังนั้น ตำแหน่งที่ 9 ได้แก่สี น้ำเงิน

ตำแหน่งที่ 10 ได้แก่สี แดง

ตำแหน่งที่ 11 ได้แก่สี ขาว

ข้อ 4.2 ตำแหน่งที่ 50 และตำแหน่งที่ 124 เป็นสีอะไร

ครูควรเขียนเพื่อให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้นดังนี้

ตำแหน่งที่เป็นสีแดง ได้แก่ ตำแหน่งที่ 1 , 4 , 7 , 10 , ...

ตำแหน่งที่เป็นสีขาว ได้แก่ ตำแหน่งที่ 2 , 5 , 8 , 11 , ...

ตำแหน่งที่เป็นสีน้ำเงิน ได้แก่ ตำแหน่งที่ 3 , 6 , 9 , 12 , ...

เราจะสังเกตได้ว่า

ถ้าเรานำ 3 ไปหารจำนวนที่บอกตำแหน่งที่เป็นสีแดง จะเหลือเศษเป็น 1

ถ้าเรานำ 3 ไปหารจำนวนที่บอกตำแหน่งที่เป็นสีขาว จะเหลือเศษเป็น 2

ถ้าเรานำ 3 ไปหารจำนวนที่บอกตำแหน่งที่เป็นสีน้ำเงิน จะหารได้ลงตัวพอดี

ดังนั้นการตรวจสอบว่าตำแหน่งที่ 50 และตำแหน่งที่ 124 เป็นสีอะไร ทำได้ดังนี้

นำ 3 ไปหาร 50 ปรากฏว่าได้เศษเป็น 2 ดังนั้นตำแหน่งที่ 50 เป็นสีขาว

นำ 3 ไปหาร 124 ปรากฏว่าได้เศษเป็น 1 ดังนั้นตำแหน่งที่ 124 เป็นสีแดง

ข้อ 4.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ ตำแหน่งที่ n จะเป็นสีอะไร

จากความสัมพันธ์ที่เขียนแสดงในข้อ 4.2 ทำให้ได้ว่า

ตำแหน่งที่ n จะเป็นสี — { แดง เมื่อ $n \div 3$ เหลือเศษเป็น 1
ขาว เมื่อ $n \div 3$ เหลือเศษเป็น 2
น้ำเงิน เมื่อ $n \div 3$ ได้ลงตัวพอดี

ข้อ 4.4 นักเรียนคิดว่าสีในตำแหน่งที่ 284 คือสีแดง และสีในตำแหน่งที่ 793 คือสีน้ำเงิน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

เราสามารถตรวจสอบได้ว่า ตำแหน่งที่ 284 เป็นสีแดงหรือไม่ และตำแหน่งที่ 793 เป็นสีน้ำเงินหรือไม่ ดังนี้

เนื่องจาก $284 \div 3$ เหลือเศษเป็น 2 ดังนั้นตำแหน่งที่ 284 ต้องเป็นสีขาว

เนื่องจาก $793 \div 3$ เหลือเศษเป็น 1 ดังนั้นตำแหน่งที่ 793 ต้องเป็นสีแดง

เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนของใบกิจกรรมที่ 2-2

ใบกิจกรรมที่ 2-2 เป็นกิจกรรมกลุ่ม มีคะแนนรวม 25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 5 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

ปัญหาข้อ 1 (10 คะแนน)

กำหนดแบบรูปของจำนวน ดังนี้

$999, 993, 987, 981, \dots$

ให้นักเรียนหาคำตอบและอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ แต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ 1.1 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 5 ตำแหน่งที่ 6 และตำแหน่งที่ 7

จำนวนในตำแหน่งที่ 5 คือ 975 (1 คะแนน)

จำนวนในตำแหน่งที่ 6 คือ 969 (1 คะแนน)

จำนวนในตำแหน่งที่ 7 คือ 963 (1 คะแนน)

ข้อ 1.2 จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 75 และตำแหน่งที่ 100

จำนวนในตำแหน่งที่ 75 คือ 555 (1 คะแนน)

จำนวนในตำแหน่งที่ 100 คือ 405 (1 คะแนน)

ข้อ 1.3 ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

จำนวนในตำแหน่งที่ n คือ $1005 - 6n$ (3 คะแนน)

ข้อ 1.4 นักเรียนคิดว่า 855 และ 523 จะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าอยู่ จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

855 อยู่ในแบบรูปชุดนี้ และอยู่ในตำแหน่งที่ 25 เหตุผลเพราะ

เมื่อให้ $1005 - 6n = 855$ จะได้ $n = 25$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม (1 คะแนน)

523 ไม่อยู่ในแบบรูปชุดนี้ เหตุผลเพราะ

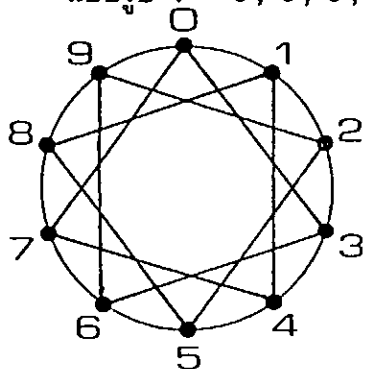
เมื่อให้ $1005 - 6n = 523$ จะได้ $n = 80.3$ ซึ่งไม่เป็นจำนวนเต็ม (1 คะแนน)

ปัญหาข้อ 2 (15 คะแนน)

ข้อ 2.1 ให้นักเรียนเขียนผลคูณของสูตรคูณแม่ 3 ถึงแม่ 9 ในตารางที่กำหนด และเขียนแบบรูปของตัวเลขในหลักหน่วยของผลคูณจากสูตรคูณ จากนั้นให้ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้

สูตรคูณแม่ 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36

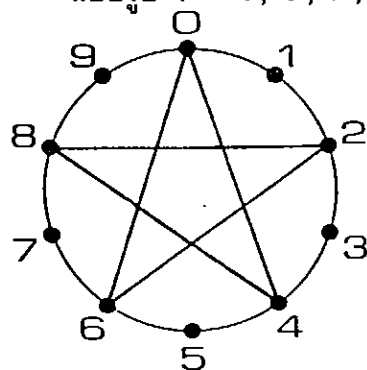
แบบรูป : 3, 6, 9, 2, 5, 8, 1, 4, 7, 0, 3, 6



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้ จะได้รูป ดาวสิบแฉก ดังรูป (1 คะแนน)

สูตรคูณแม่ 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

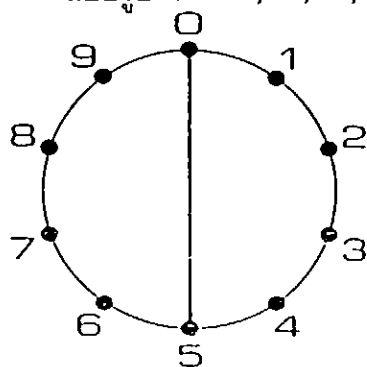
แบบรูป : 4, 8, 2, 6, 0, 4, 8, 2, 6, 0, 4, 8



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้ จะได้รูป ดาวห้าแฉก ดังรูป (1 คะแนน)

สูตรคูณแม่ 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

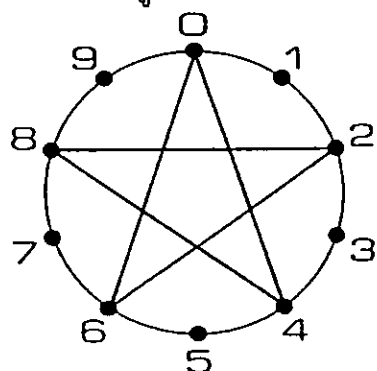
แบบรูป : 5, 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลขบนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้ จะได้รูป ส่วนของเส้นตรงแนวตั้ง ดังรูป (1 คะแนน)

สูตรคูณแม่ 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72

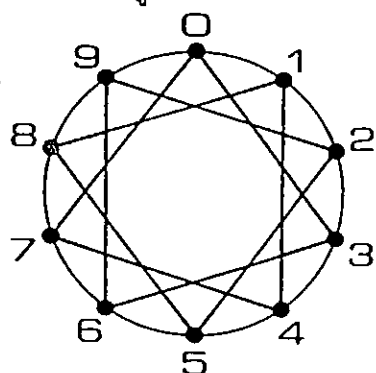
แบบรูป : 6, 2, 8, 4, 0, 6, 2, 8, 4, 0, 6, 2



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลข
บนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้
จะได้รูป ดาวห้าแฉก ดังรูป (1 คะแนน)

สูตรคูณแม่ 7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84

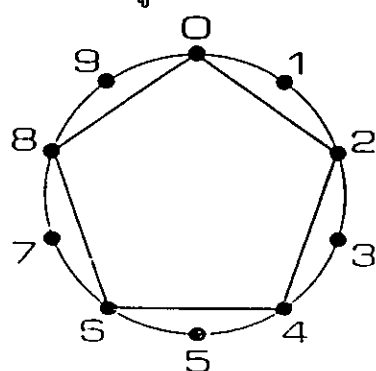
แบบรูป : 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3, 0, 7, 4



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลข
บนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้
จะได้รูป ดาวสิบแฉก ดังรูป (1 คะแนน)

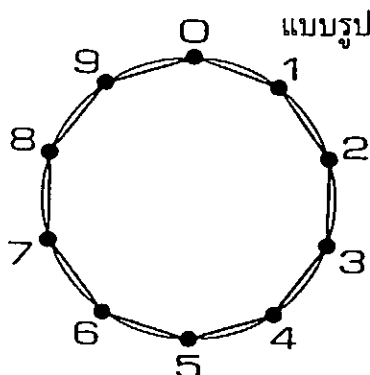
สูตรคูณแม่ 8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96

แบบรูป : 8, 6, 4, 2, 0, 8, 6, 4, 2, 0, 8, 6



ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลข
บนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้
จะได้รูป ห้าเหลี่ยม ดังรูป (1 คะแนน)

สูตรคูณแม่ 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108



แบบรูป : 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 9, 8

ลากส่วนของเส้นตรงโยงตำแหน่งของตัวเลข
บนวงกลมเรียงตามลำดับตัวเลขในแบบรูปที่ได้
จะได้รูป สิบเหลี่ยม ดังรูป (1 คะแนน)

ข้อ 2.2 ผลจากกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติข้างต้น ให้นักเรียนพิจารณาสมการในแต่ละข้อ
ต่อไปนี้ ว่าสามารถหาจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อ 2.2.1 $n \times 6 = 1,783,253$

ไม่มีจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เพราะพหุคูณของ 6
ไม่มีหลักหน่วยที่เป็น 3 (1 คะแนน)

ข้อ 2.2.2 $n \times 2 = 3,876,548$

มีจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เพราะจำนวนที่หลัก
หน่วยเป็น 8 เป็นพหุคูณของ 2 (1 คะแนน)

ข้อ 2.2.3 $n \times 8 = 5,436,029$

ไม่มีจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เพราะพหุคูณของ 8
ไม่มีหลักหน่วยที่เป็น 9 (1 คะแนน)

ข้อ 2.2.4 $n \times 5 = 6,830,210$

มีจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เพราะจำนวนที่หลัก
หน่วยเป็น 0 เป็นพหุคูณของ 5 (1 คะแนน)

ข้อ 2.2.5 $n \times 4 = 4,843,781$

ไม่มีจำนวนนับที่แทนใน n แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เพราะพหุคูณของ 4
ไม่มีหลักหน่วยที่เป็น 1 (1 คะแนน)

2.3 ให้นักเรียนเสนอแนะสิ่งที่น่าสนใจที่นักเรียนค้นพบจากสูตรคูณแม่ 2 ถึงแม่ 9 ข้างต้น
(3 คะแนน)

เมื่อพิจารณารูปที่ได้บนวงกลมตัวเลขของสูตรคูณแม่ต่างๆ จะพบว่าบางรูปจะได้รูป
ที่เหมือนกัน ได้แก่

สูตรคูณแม่ 2 กับ สูตรคูณแม่ 8 เป็นรูปห้าเหลี่ยม

สูตรคูณแม่ 3 กับ สูตรคูณแม่ 7 เป็นรูปดาวสิบแฉก

สูตรคูณแม่ 4 กับ สูตรคูณแม่ 6 เป็นรูปดาวห้าแฉก

แต่ละคู่ข้างต้นมีรูปแบบวงกลมตัวเลขเหมือนกัน แต่จะสังเกตได้ว่าทิศทางการลากหรือเส้นทางของตัวเลขหลักหน่วยจะอยู่ในทิศทางที่ตรงข้ามกัน

ข้อค้นพบอื่นๆ ที่นักเรียนสามารถสังเกตได้จากผลคูณของสูตรคูณ เช่น

สูตรคูณแม่ 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ผลคูณ	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108

สิ่งที่น่าสนใจที่สังเกตพบจากผลคูณของ 9 กับจำนวน 1 ถึง 10 คือ

1. เลขโดดในหลักหน่วยจะลดลงทีละ 1 เลขโดดในหลักสิบเพิ่มขึ้นทีละ 1
2. ผลบวกของเลขโดดของผลคูณเท่ากับ 9 ทุกจำนวน ($0 + 9, 1 + 8, 2 + 7, 3 + 6, 4 + 5, 5 + 4, 6 + 3, 7 + 2, 8 + 1, 9 + 0$)

สำหรับผลคูณของ 9 กับจำนวนอื่นๆ เช่น $11 \times 9 = 99$

จะพบว่า $9 + 9 = 18$ และ $1 + 8 = 9$

แผนการสอนกิจกรรมที่ 4

ชื่อกิจกรรม แบบรูปในรูปผลบวก

เวลา 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้
2. นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้
3. นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. จำนวนคู่บวกและจำนวนคี่บวก
2. สมบัติของการบวก ได้แก่ การสลับที่ของการบวกและการเปลี่ยนหมู่ของการบวก
3. สมบัติการแจกแจง

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 4-1
2. ใบกิจกรรมที่ 4-2
3. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 4

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทบทวนความรู้ในเรื่องจำนวนคู่บวกและจำนวนคี่บวก โดยเขียนแบบรูปของจำนวนคู่บวกบนกระดาน ดังนี้ $2, 4, 6, 8, \dots$ จากนั้นครูให้นักเรียนหารูปทั่วไปของจำนวนคู่บวก (รูปทั่วไป คือ $2n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) ครูเขียนแบบรูปของจำนวนคี่บวกบนกระดาน ดังนี้ $1, 3, 5, 7, \dots$ จากนั้นครูให้นักเรียนหารูปทั่วไปของจำนวนคี่บวก (รูปทั่วไป คือ $2n-1$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) จากนั้นทบทวนสมบัติการแจกแจง สมบัติของการบวก ได้แก่ การสลับที่ของการบวกและการเปลี่ยนหมู่ของการบวก โดยยกตัวอย่าง

$$\text{สมบัติการสลับที่ของการบวก เช่น } 3 + 4 = 4 + 3$$

$$\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก เช่น } 3 + (4 + 5) = (3 + 4) + 5$$

$$\text{สมบัติการแจกแจง เช่น } 3 \times (4 + 5) = (3 \times 4) + (3 \times 5)$$

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4-1 แก่นักเรียนทุกคน จากนั้นครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ในข้อ 1 และครูเขียนปัญหาในข้อ 1.1 บนกระดาน ซึ่งเป็นปัญหาให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก 10 ตัวแรก คือ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ ว่าได้ผลลัพธ์เป็นเท่าใด และนักเรียนมีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไรบ้าง ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและหาแนวทางที่จะทำให้ได้คำตอบที่รวดเร็วและถูกต้อง โดยครูสรุปแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบว่ามีหลายวิธี เช่น

วิธีที่ 1 หาผลบวกเรียงกันไปเรื่อยๆ ตามลำดับ มีลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned}
 (1+2)+3+4+5+6+7+8+9+10 &= (3+3)+4+5+6+7+8+9+10 \\
 &= (6+4)+5+6+7+8+9+10 \\
 &= (10+5)+6+7+8+9+10 \\
 &= (15+6)+7+8+9+10 \\
 &= (21+7)+8+9+10 \\
 &= (28+8)+9+10 \\
 &= (36+9)+10 \\
 &= 45+10 = 55
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$$

วิธีที่ 2 ใช้วิธีจับคู่จำนวนที่รวมกันได้ 10 มีลักษณะดังนี้

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\
 10 + 9 + 8 + 7 + 6 \\
 \hline
 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5
 \end{array}
 = (5 \times 10) + 5 = 55$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$$

วิธีที่ 3 ใช้วิธีจับคู่หาผลบวกของจำนวนตัวแรกกับตัวสุดท้าย ตัวที่สองกับตัวรองสุดท้าย ไปเรื่อยๆ มีลักษณะดังนี้

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\
 10 + 9 + 8 + 7 + 6 \\
 \hline
 11 + 11 + 11 + 11 + 11
 \end{array}
 = 5 \times 11 = 55$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$$

วิธีที่ 4 ใช้วิธีเพิ่มชุดของผลบวกอีก 1 ชุด แล้วจับคู่หาผลบวกของจำนวนในลักษณะคล้ายกับวิธีที่ 3 ดังนี้

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \\
 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\
 \hline
 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11
 \end{array}
 = 10 \times 11$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

3. ครูให้นักเรียนลองหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก 100 ตัวแรก (เพื่อตอบคำถามข้อ 1.2) โดยครูให้นักเรียนเลือกวิธีการหาคำตอบตามแนวทางของวิธีที่ 4 ข้างต้น ดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 \end{array} = 100 \times 101$$

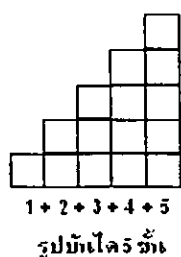
$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+\dots+98+99+100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5,050$$

4. ในวิธีการเดียวกัน ครูให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก 199 ตัวแรก (เพื่อตอบคำถามข้อ 1.3) เพื่อให้นักเรียนทำซ้ำจนค้นพบแบบรูปในการหาผลบวก n ตัวแรก จากนั้นครูพยายามนำเสนอไปสู่การหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก (เพื่อตอบคำถามข้อ 1.4) ดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n \\ n + (n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline (n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) + (n+1) + (n+1) \end{array} = n \times (n+1)$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

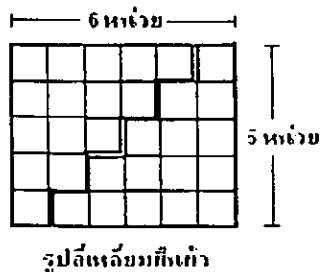
จากนั้นครูนำเสนอการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก โดยอาศัยรูปเข้ามาช่วย เพื่อให้ นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรม โดยยกตัวอย่างการหาผลบวก $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ และครูเขียนรูปบันได 5 ขั้น (ดังรูปข้างล่าง) บนกระดาน พร้อมทั้งอธิบายว่า



จากรูปขั้นบันได 5 ขั้น ให้ □ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย

จากการนับรูป □ จะได้ว่า รูปขั้นบันได 5 ขั้นดังกล่าว มีพื้นที่เท่ากับ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ตารางหน่วย

จะพบว่า ถ้าหากเรานำรูปบันได 5 ขั้นดังกล่าว 2 รูป มาประกอบกันให้ได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีขนาดกว้าง 5 หน่วย และยาว 6 หน่วย ดังรูป



เราสามารถหาพื้นที่ของรูปขั้นบันไดโดยอาศัยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปขั้นบันได 5 ขั้น} &= \frac{1}{2} (\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง 5 หน่วย ยาว 6 หน่วย}) \\ &= \frac{\text{กว้าง} \times \text{ยาว}}{2} \end{aligned}$$

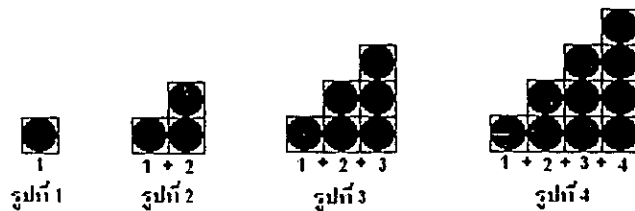
$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5 = \frac{5 \times 6}{2}$$

และเราสามารถขยายไปสู่การหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก โดยใช้รูปในลักษณะเดียวกันนี้ ได้ดังนี้

$$\text{พื้นที่ของรูปชั้นบันได } n \text{ ชั้น} = \frac{1}{2} (\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง } n \text{ หน่วย ยาว } n+1 \text{ หน่วย})$$

$$\text{ดังนั้น } 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

5. ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ข้อ 1.5 (ในใบกิจกรรมที่ 4-1) โดยครูเขียนแบบรูปในปัญหาข้อ 1.5 บนกระดาน ดังนี้



ครูให้นักเรียนช่วยกันหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) จะมีจำนวน  เป็นเท่าใด ซึ่งนักเรียนจะค้นพบว่า จากแบบรูปในลักษณะชั้นบันไดที่กำหนดมานั้น จำนวน  ในแต่ละรูป สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกได้ ดังนั้นคำตอบคือ

ในรูปที่ 5 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 6 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 20 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 200 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200 = \frac{200 \times 201}{2} = 20,100 \text{ รูป}$$

และ ในรูปที่ n มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ รูป}$$

6. ครูให้นักเรียนทุกคนทำข้อ 2 และข้อ 3 ในใบกิจกรรมที่ 4-1 ไปพร้อมๆ กัน โดยครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นในการหาคำตอบในแต่ละข้อ และครูสรุปประเด็นให้ชัดเจน ซึ่งโจทย์ในข้อ 2 เป็นประเด็นปัญหาในการหาผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรก และโจทย์ในข้อ 3 เป็นประเด็นปัญหาในการหาผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก ซึ่งทั้งสองประเด็นใช้

แนวความคิดในการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกเป็นพื้นฐาน (ดูในเอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 4)

7. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ได้แบ่งหรือจัดกลุ่มไว้แล้ว พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 4-2 (กิจกรรมกลุ่ม) แก่ นักเรียนทุกคน โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาหรือปรึกษากันได้ภายในกลุ่ม แต่นักเรียนแต่ละคนเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรมของตนด้วยตนเอง เมื่อทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้แต่ละกลุ่ม (หรือเป็นบางกลุ่ม) ออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยเมื่อกลุ่มใดนำเสนอจบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยเพิ่มเติมสาระที่แตกต่างออกไป

8. ในขณะที่นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูอาจช่วยเพิ่มเติมสาระในใบกิจกรรมที่ 3-2 (กิจกรรมกลุ่ม) ในบางประเด็นที่นักเรียนยังนำเสนอไม่ชัดเจน และหลังจากนักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนจบแล้ว ครูสอดแทรกแนวคิดที่สำคัญในการเรียนเรื่องแบบรูปในรูปผลบวก โดยกล่าวว่า การหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก การหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ n ตัวแรก และการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกคี่ n ตัวแรก มีความสำคัญ เพราะเราสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้ นักเรียนควรจดจำสูตรรูปทั่วไปของการหาผลบวกต่างๆ อย่างเข้าใจเพื่อการนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ อย่างคล่องแคล่วในกิจกรรมต่อไป

9. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 4 เพื่อเป็นการฝึกฝนการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกต่างๆ และเห็นลักษณะของแบบรูปในรูปผลบวกที่หลากหลายมากขึ้น โดยหากนักเรียนทำเสร็จไม่ทันในชั่วโมงเรียน ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 4 ข้อที่ยังไม่เสร็จเป็นบ้าน

การประเมินผล

ประเมินจากการทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 4-2 โดยเกณฑ์การให้คะแนนและเฉลยคำตอบของใบกิจกรรมที่ 4-2 ดูได้จากเอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 4

ใบกิจกรรมที่ 4-1

ชื่อ.....
ชั้น..... เลขที่.....

1. จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.2 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.3 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 199$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

2. จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

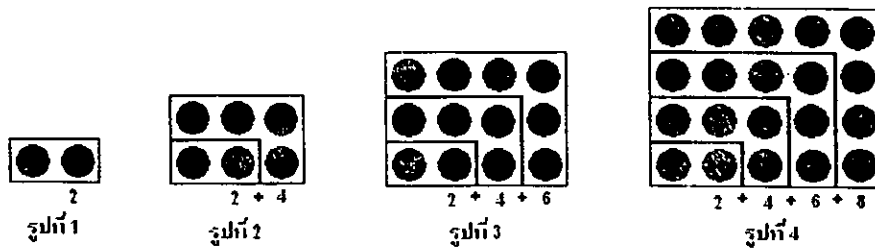
2.1 ผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 198$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

2.2 ผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$ เป็นเท่าใด (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ)

แนวคิดและคำตอบ

2.3 ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

3. จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

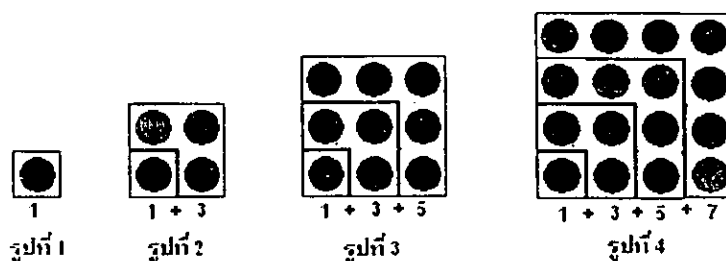
3.1 ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

3.2 ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$ เป็นเท่าใด (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ)

แนวคิดและคำตอบ

3.3 ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 4-2

(กิจกรรมกลุ่ม)

ชื่อ.....
 กลุ่มที่..... ชั้น..... เลขที่.....

1. จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 ผลบวกของ $21 + 22 + 23 + 24 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.2 ผลบวกของ $22 + 24 + 26 + 28 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.3 ผลบวกของ $21 + 23 + 25 + 27 + \dots + 99$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

1.4 จงตรวจสอบดูว่าผลบวกในข้อ 1.1 มีค่าเท่ากับผลรวมของผลบวกในข้อ 1.2 กับข้อ 1.3 หรือไม่

แนวคิดและคำตอบ

แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 4

ชื่อ
 ชั้น เลขที่

1. จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 300$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 300$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 299$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 จงตรวจสอบดูว่าผลบวกในข้อ 1.1 มีค่าเท่ากับผลรวมของผลบวกในข้อ 1.2 กับข้อ 1.3 หรือไม่

แนวคิดและคำตอบ

.....

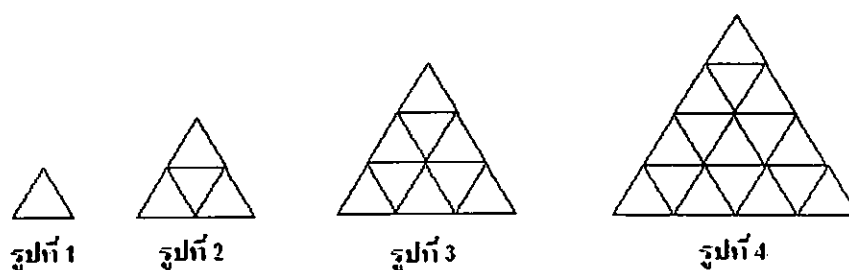
.....

.....

.....

.....

2. จากการใช้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า $\triangle$ ที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดต่างๆ ดังนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 25 รูปที่ 500 และรูปที่ n
(เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย
เป็นจำนวนเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

เอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 4

เรื่อง แบบรูปในรูปผลบวก

แบบรูปสำหรับในกิจกรรมนี้จะอยู่ในรูปผลบวกหรือสามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวกได้ มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ และให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้

พิจารณาปัญหาจาก ใบกิจกรรมที่ 4-1

ปัญหาข้อ 1

จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ 1.1 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10$ เป็นเท่าใด

คำถามในข้อนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและหาแนวทางต่างๆ อย่างหลากหลาย เพื่อหาแนวทางที่จะทำให้ได้คำตอบที่รวดเร็วและถูกต้องและนำไปสู่ในการหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกต่อไป โดยครูสรุปแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบว่ามีหลายวิธี เช่น

วิธีที่ 1 หาผลบวกเรียงกันไปเรื่อยๆ ตามลำดับ มีลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned}
 (1+2)+3+4+5+6+7+8+9+10 &= (3+3)+4+5+6+7+8+9+10 \\
 &= (6+4)+5+6+7+8+9+10 \\
 &= (10+5)+6+7+8+9+10 \\
 &= (15+6)+7+8+9+10 \\
 &= (21+7)+8+9+10 \\
 &= (28+8)+9+10 \\
 &= (36+9)+10 \\
 &= 45+10 = 55
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$

วิธีที่ 2 ใช้วิธีจับคู่จำนวนที่รวมกันได้ 10 มีลักษณะดังนี้

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\
 10 + 9 + 8 + 7 + 6 \\
 \hline
 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = (5 \times 10) + 5 = 55
 \end{array}$$

ดังนั้น $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$

วิธีที่ 3 ใช้วิธีจับคู่หาผลบวกของจำนวนตัวแรกกับตัวสุดท้าย ตัวที่สองกับตัวรองสุดท้าย ไปเรื่อยๆ มีลักษณะดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ 10 + 9 + 8 + 7 + 6 \\ \hline 11 + 11 + 11 + 11 + 11 \end{array} = 5 \times 11 = 55$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$$

วิธีที่ 4 ใช้วิธีเพิ่มชุดของผลบวกอีก 1 ชุด แล้วจับคู่หาผลบวกของจำนวนในลักษณะคล้ายกับวิธีที่ 3 ดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \\ 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 \end{array} = 10 \times 11$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

ข้อ 1.2 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด

ครูให้นักเรียนเลือกวิธีการหาคำตอบตามแนวทางของวิธีที่ 4 ข้างต้น ดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 \end{array} = 100 \times 101$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+\dots+98+99+100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5,050$$

ข้อ 1.3 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 199$ เป็นเท่าใด

ครูให้นักเรียนเลือกวิธีการหาคำตอบตามแนวทางของวิธีที่ 4 ข้างต้น (ทำซ้ำบ่อยๆ เพื่อต้องการให้นักเรียนค้นพบแบบรูปของวิธีการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก) ดังนี้

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 197 + 198 + 199 \\ 199 + 198 + 197 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 200 + 200 + 200 + \dots + 200 + 200 + 200 \end{array} = 199 \times 200$$

$$\text{ดังนั้น } 1+2+3+\dots+197+198+199 = \frac{199 \times 200}{2} = 19,900$$

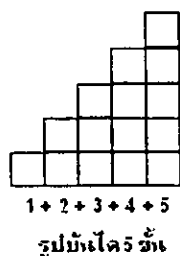
ข้อ 1.4 ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$ เป็นเท่าใด (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ)

ครูนำสรุปไปสู่การหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก โดยเลือกแนวทางตามวิธีที่ 4 ดังนี้

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & (n-2) & + & (n-1) & + & n \\
 n & + & (n-1) & + & (n-2) & + & \dots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\
 \hline
 (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + & \dots & + & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1)
 \end{array} = n \times (n+1)$$

ดังนั้น $1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

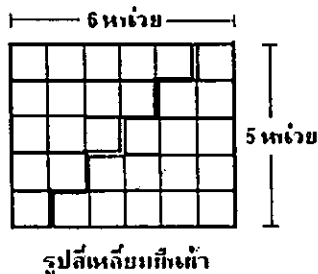
จากนั้นครูนำเสนอการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก โดยอาศัยรูปเข้มาช่วย เพื่อให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรม โดยยกตัวอย่างการหาผลบวก $1+2+3+4+5$ ดังนี้



จากรูปขั้นบันได 5 ขั้น ให้ □ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย

จากการนับรูป □ จะได้ว่า รูปขั้นบันได 5 ขั้นดังกล่าว มีพื้นที่เท่ากับ $1+2+3+4+5 = 15$ ตารางหน่วย

จะพบว่า ถ้าหากเรานำรูปบันได 5 ขั้นดังกล่าว 2 รูป มาประกอบกันให้ได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีขนาดกว้าง 5 หน่วย และยาว 6 หน่วย ดังรูป



เราสามารถหาพื้นที่ของรูปขั้นบันไดโดยอาศัยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ของรูปขั้นบันได 5 ขั้น} &= \frac{1}{2} (\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง 5 หน่วย ยาว 6 หน่วย}) \\
 &= \frac{\text{กว้าง} \times \text{ยาว}}{2} \\
 \text{ดังนั้น } 1+2+3+4+5 &= \frac{5 \times 6}{2}
 \end{aligned}$$

เราสามารถขยายไปสู่การหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก โดยใช้รูปในลักษณะเดียวกันนี้ ได้ดังนี้

$$\text{พื้นที่ของรูปขั้นบันได } n \text{ ขั้น} = \frac{1}{2} (\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง } n \text{ หน่วย ยาว } n+1 \text{ หน่วย})$$

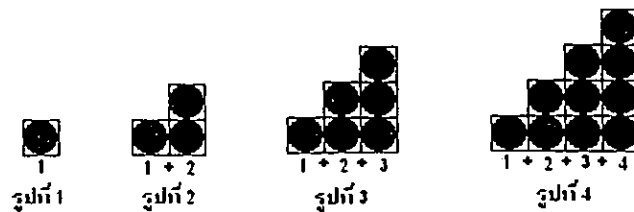
ดังนั้น $1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

สรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก มีค่าเท่ากับ $\frac{n(n+1)}{2}$

หรือเขียนได้ว่า $1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

ข้อ 1.5 ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน  เป็นเท่าใด

จากแบบรูปในลักษณะขั้นบันไดที่กำหนดมานั้น เราจะพบว่าจำนวน  ในแต่ละรูป สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกได้ ดังนั้นคำตอบคือ

ในรูปที่ 5 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 6 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 20 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 200 มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200 = \frac{200 \times 201}{2} = 20,100 \text{ รูป}$$

และ ในรูปที่ n มีจำนวน  ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ รูป}$$

ปัญหาข้อ 2

จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ 2.1 ผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 198$ เป็นเท่าใด

เราสามารถให้สมบัติการแจกแจงและใช้ความรู้ในการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก ในการหาผลบวกข้อนี้ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 198 &= 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99) \\ &= 2 \times \left(\frac{99 \times 100}{2} \right) \\ &= 99 \times 100 = 9,900 \end{aligned}$$

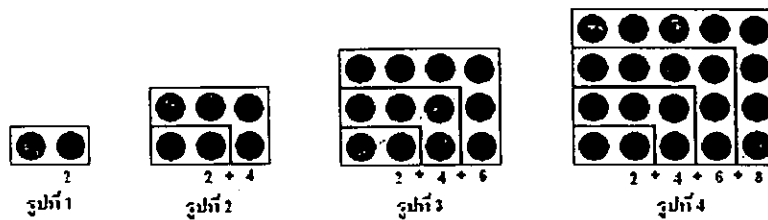
ข้อ 2.2 ผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$ เป็นเท่าใด (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ)
เราสามารถแสดงการหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรก ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n &= 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n) \\ &= 2 \times \left(\frac{n \times (n+1)}{2} \right) \\ &= n(n+1) \end{aligned}$$

สรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรก มีค่าเท่ากับ $n(n+1)$
หรือเขียนได้ว่า $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$

ข้อ 2.3 ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

จากแบบรูปในลักษณะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหนดมานั้น เราจะพบว่าจำนวน $\bullet$ ในแต่ละรูป สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนคู่บวก n ตัวแรกได้ ดังนั้นคำตอบคือ

ในรูปที่ 5 มีจำนวน $\bullet$ ทั้งหมดเท่ากับ

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 5(6) = 30 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 6 มีจำนวน $\bullet$ ทั้งหมดเท่ากับ

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 6(7) = 42 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 20 มีจำนวน $\bullet$ ทั้งหมดเท่ากับ

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 40 = 20(21) = 420 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 200 มีจำนวน $\bullet$ ทั้งหมดเท่ากับ

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 400 = 200(201) = 40,200 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ n มีจำนวน $\bullet$ ทั้งหมดเท่ากับ

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1) \text{ รูป}$$

ปัญหาข้อ 3

จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ 3.1 ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$ เป็นเท่าใด

เราสามารถใช่วิธีการหาผลบวกในข้อนี้ได้เช่นเดียวกับการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก (ในที่นี้จะเลือกใช้วิธีที่ 4) ดังนี้

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & 195 & + & 197 & + & 199 \\ & & & & & & & & & & & & + \\ 199 & + & 197 & + & 195 & + & \dots & + & 5 & + & 3 & + & 1 \\ \hline 200 & + & 200 & + & 200 & + & \dots & + & 200 & + & 200 & + & 200 \end{array} = 100 \times 200$$

$$\text{ดังนั้น } 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199 = \frac{100 \times 200}{2} = 100^2 = 10,000$$

ข้อ 3.2 ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$ เป็นเท่าใด (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ)

เราสามารถแสดงการหารูปทั่วไปของผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก ได้ดังนี้

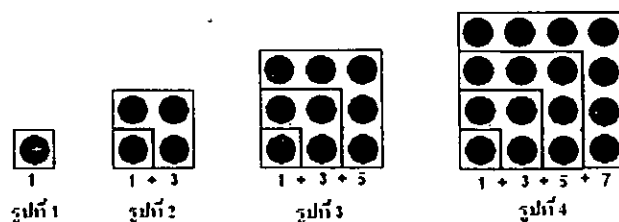
$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n-5) & + & (2n-3) & + & (2n-1) \\ & & & & & & & & & & & & + \\ (2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & + & \dots & + & 5 & + & 3 & + & 1 \\ \hline 2n & + & 2n & + & 2n & + & \dots & + & 2n & + & 2n & + & 2n \end{array} = n \times 2n$$

$$\text{ดังนั้น } 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = \frac{n(2n)}{2} = n^2$$

สรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรก มีค่าเท่ากับ n^2
หรือเขียนได้ว่า $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2$

ข้อ 3.3 ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 20 รูปที่ 200 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

จากแบบรูปในลักษณะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดมานั้น เราจะพบว่าจำนวน $\bullet$ ในแต่ละรูป สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนคี่บวก n ตัวแรกได้ ดังนั้นคำตอบคือ

ในรูปที่ 5 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = 25 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 6 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6^2 = 36 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 20 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 39 = 20^2 = 400 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ 200 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 399 = 200^2 = 40,000 \text{ รูป}$$

ในรูปที่ n มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1) = n^2 \text{ รูป}$$

เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนของใบกิจกรรมที่ 4-2

ใบกิจกรรมที่ 4-2 เป็นกิจกรรมกลุ่ม มีคะแนนรวม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 5 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

ปัญหาข้อ 1 (10 คะแนน)

จงตอบคำถามพร้อมทั้งแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ 1.1 ผลบวกของ $21 + 22 + 23 + 24 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด (3 คะแนน)

$$\begin{aligned} 21+22+23+24+\dots+100 &= (1+2+3+\dots+100) - (1+2+3+\dots+20) \\ &= \left(\frac{100 \times 101}{2}\right) - \left(\frac{20 \times 21}{2}\right) \\ &= 5050 - 210 \\ &= 4,840 \end{aligned}$$

ข้อ 1.2 ผลบวกของ $22 + 24 + 26 + 28 + \dots + 100$ เป็นเท่าใด (3 คะแนน)

$$\begin{aligned} 22+24+26+28+\dots+100 &= 2 \times (11+12+13+14+\dots+50) \\ &= 2 \times [(1+2+3+4+\dots+50) - (1+2+3+4+\dots+10)] \\ &= 2 \left[\left(\frac{50 \times 51}{2}\right) - \left(\frac{10 \times 11}{2}\right) \right] \\ &= 2,440 \end{aligned}$$

ข้อ 1.3 ผลบวกของ $21 + 23 + 25 + 27 + \dots + 99$ เป็นเท่าใด (3 คะแนน)

$$\begin{aligned} 21+23+25+27+\dots+99 &= (1+3+5+7+\dots+99) - (1+3+5+7+\dots+19) \\ &= 50^2 - 10^2 \\ &= 2,500 - 100 = 2,400 \end{aligned}$$

ข้อ 1.4 จงตรวจสอบดูว่าผลบวกในข้อ 1.1 มีค่าเท่ากับผลรวมของผลบวกในข้อ 1.2 กับข้อ 1.3 หรือไม่ (1 คะแนน)

เท่ากัน เพราะ $4,840 = 2,440 + 2,400$

ปัญหาข้อ 2 (10 คะแนน)

จำนวนเชิงสามเหลี่ยม (triangular numbers) เป็นจำนวนที่มีลักษณะดังนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 6 รูปที่ 50 รูปที่ 400 และรูปที่ n (เมื่อ n เป็นจำนวนนับใดๆ) มีจำนวน ● เป็นเท่าใด

ในรูปที่ 5 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15 \text{ รูป (2 คะแนน)}$$

ในรูปที่ 6 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21 \text{ รูป (2 คะแนน)}$$

ในรูปที่ 50 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 50 = \frac{50 \times 51}{2} = 1,275 \text{ รูป (2 คะแนน)}$$

ในรูปที่ 400 มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 400 = \frac{400 \times 401}{2} = 80,200 \text{ รูป (2 คะแนน)}$$

และ ในรูปที่ n มีจำนวน ● ทั้งหมดเท่ากับ

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ รูป (2 คะแนน)}$$

แผนการสอนกิจกรรมที่ 6

ชื่อกิจกรรม แบบรูปจากการปูกระเบื้อง

เวลา 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์

1. เมื่อกำหนดแบบรูปจากการปูกระเบื้องมาให้ นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์และบอกจำนวนกระเบื้อง ในตำแหน่งใกล้เคียง ตำแหน่งไกลๆ และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้
2. นักเรียนสามารถทำนาย คาดการณ์ และบอกได้ว่าจำนวนกระเบื้องที่กำหนดมาให้ อยู่หรือไม่อยู่ในชุดของแบบรูปที่กำหนด โดยให้เหตุผลสนับสนุนหรือด้านการคาดการณ์

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

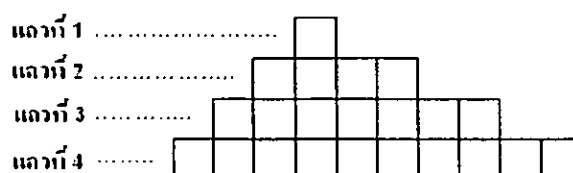
1. จำนวนนับ
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
3. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
4. ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 6-1
2. ใบกิจกรรมที่ 6-2
3. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 6

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 6-1 แก่นักเรียนทุกคน จากนั้นครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ในข้อ 1 และครูเขียนรูปการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสของโจทย์ในข้อ 1 บนกระดาน ดังนี้



ครูให้นักเรียนนับจำนวนกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในรูปบนกระดานแต่ละแถว (แถวที่ 1 – แถวที่ 4) แล้วนำมาเติมในตารางข้อ 1.1 ซึ่งจะได้จำนวนกระเบื้องในแต่ละแถวเป็นดังนี้

ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้และอยู่ในแถวที่ n แต่ถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนกระเบื้องที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 834 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 3n-2 = 834$$

$$n = 278.6 \quad \text{ไม่เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 834 ไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้ สรุปได้ว่าในแบบรูปชุดดังกล่าว ไม่มีแถวใดที่มีจำนวนกระเบื้องเท่ากับ 834 แผ่น

จากนั้นครูให้นักเรียนหาว่า 1,226 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้หรือไม่ด้วยตนเอง ตามแนวทางที่ครูแนะนำ (1,226 ไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้)

2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำข้อ 2 ในใบกิจกรรมที่ 6-1 ไปพร้อมๆ กัน โดยหลังจากที่นักเรียนทำเสร็จในแต่ละข้อย่อยต่างๆ ครูสุ่มถามนักเรียนเป็นบางคนว่านักเรียนได้คำตอบและมีแนวคิดในการหาคำตอบในข้อนั้นๆ อย่างไร (นักเรียนคนอื่นๆ อาจร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็นด้วยได้)

3. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4-5 คน ตามที่ได้แบ่งหรือจัดกลุ่มไว้แล้ว (การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มในใบกิจกรรมที่ 6-10 ครูทำการจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงกลุ่มใหม่ เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนทำงานร่วมกับเพื่อนคนอื่นๆ บ้าง) พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 6-2 (กิจกรรมกลุ่ม) แก่ นักเรียนทุกคน โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาหรือปรึกษากันได้ภายในกลุ่ม แต่นักเรียนแต่ละคนเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรมของตนด้วยตนเอง เมื่อทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้แต่ละกลุ่ม (หรือเป็นบางกลุ่ม) ออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยเมื่อกลุ่มใดนำเสนอจบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยเพิ่มเติมสาระ ที่แตกต่างออกไป

4. ในขณะที่นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูอาจช่วยเพิ่มเติมสาระในใบกิจกรรมที่ 6-2 (กิจกรรมกลุ่ม) ในบางข้อที่นักเรียนยังนำเสนอไม่ชัดเจน และหลังจากนักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนจบแล้ว ครูสอดแทรกแนวคิดที่สำคัญในการเรียนเรื่องแบบรูปจากการปูกระเบื้อง ได้แก่ การเชื่อมโยงแบบรูปของรูปภาพการปูกระเบื้องมาเป็นแบบรูปของจำนวน โดยนักเรียนจะต้องฝึกฝนให้เกิดทักษะการสำรวจ การสังเกต การค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อความคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อความคาดการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

5. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 6 เพื่อเป็นการฝึกฝนและเห็นลักษณะของแบบรูปจากการปูกระเบื้องที่หลากหลายมากขึ้น โดยหากนักเรียนทำเสร็จไม่ทันในชั่วโมงเรียน ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 6 ข้อที่ยังไม่เสร็จเป็นการบ้าน

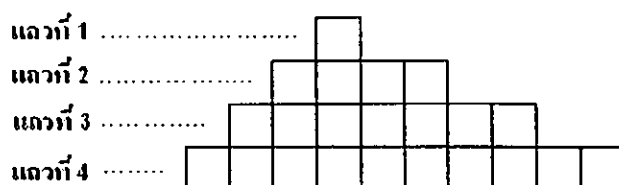
การประเมินผล

ประเมินจากการทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 6-2 โดยเกณฑ์การให้คะแนนและเฉลยคำตอบของใบกิจกรรมที่ 6-2 ดูได้จากเอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 6

ใบกิจกรรมที่ 6-1

ชื่อ.....
ชั้น..... เลขที่.....

1. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นแถวๆ ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



- 1.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องในแถวที่ 1 ถึงแถวที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

แถวที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้อง (แผ่น)				

- 1.2 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 5 และแถวที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

- 1.3 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 100 และแถวที่ 200 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

- 1.4 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ n จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

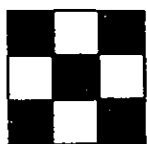
- 1.5 นักเรียนคิดว่าจะมีแถวที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องจำนวน 834 แผ่น หรือ 1,226 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในแถวที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

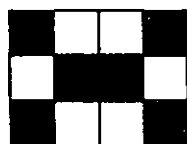
.....

.....

2. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



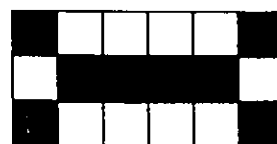
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

- 2.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)				
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)				

- 2.2 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

- 2.3 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 150 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

- 2.4 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

- 2.5 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 200 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 300 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

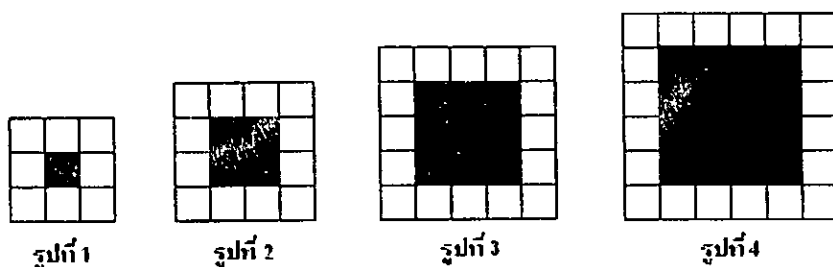
.....

ใบกิจกรรมที่ 6-2

(กิจกรรมกลุ่ม)

ชื่อ.....
 กลุ่มที่..... ชั้น..... เลขที่.....

1. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง
 จงตอบคำถามต่อไปนี้



- 1.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)				
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)				

- 1.2 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

- 1.3 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 250 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

- 1.4 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

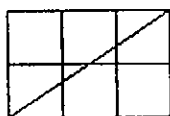
.....

.....

- 1.5 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสี่เหลี่ยมจำนวน 6,400 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสี่เหลี่ยมจำนวน 1,814 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

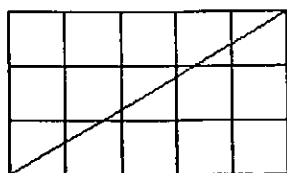
2. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดต่างๆ โดยที่ ห.ร.ม. ของความกว้างกับความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 ต้องการตัดแผ่นกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น แล้วพิจารณาจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด เช่น



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 2×3

จากรูป ปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 2×3 (กว้าง 2 หน่วย ยาว 3 หน่วย และ ห.ร.ม. ของ 2 กับ 3 เท่ากับ 1) แล้วตัดกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น จะพบว่ามีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวน 4 แผ่น

- 2.1 จากรูป ปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 3×5 (ห.ร.ม. ของ 3 กับ 5 เท่ากับ 1)

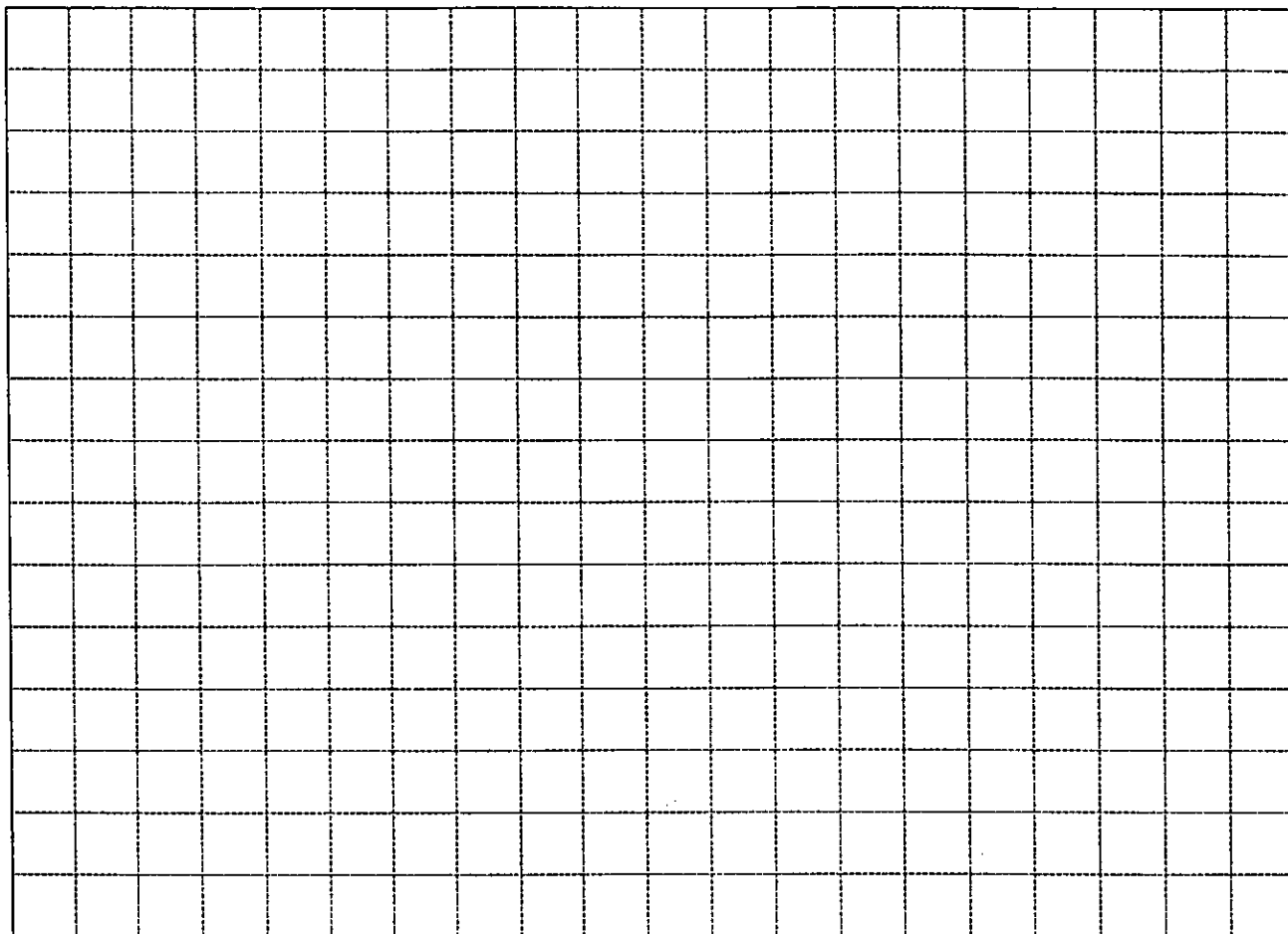


รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 3×5

เมื่อลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น แล้วให้นักเรียนหาว่ามีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

มีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวน แผ่น

2.2



ให้นักเรียนวาดรูปแทนการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยที่
 ห.ร.ม. ของความกว้างกับความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 จำนวน 4 รูป (ให้วาดรูป
 สี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 รูป ที่มีขนาดแตกต่างกันในกรอบตารางข้างบน และให้ใช้ขนาดอื่นๆ ที่ไม่
 ใช้ขนาด 2×3 และขนาด 3×5 เพราะได้หาไปแล้ว) แล้วลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม
 ผืนผ้า 1 เส้นในแต่ละรูป เพื่อหาจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด จากนั้นนำข้อมูลมาเติมในตาราง
 ข้างล่าง

รูปที่	ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า		จำนวนกระเบื้อง ที่ถูกตัด (แผ่น)
	กว้าง (หน่วย)	ยาว (หน่วย)	
1			
2			
3			
4			

2.3 ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัดกับขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยถ้าให้ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น m หน่วย และความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น n หน่วย โดยที่ ห.ร.ม. ของ m กับ n เท่ากับ 1 แล้วจงหาว่าจะมีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.4 ถ้าปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด 23×68 แล้วตัดกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น จงหาว่าจะมีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

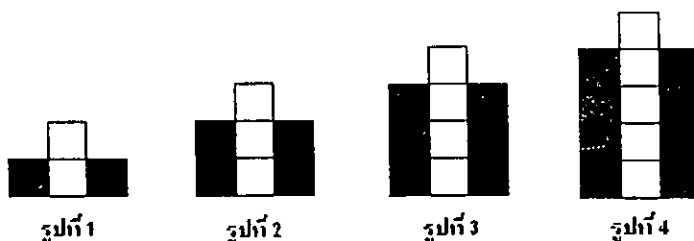
.....

.....

แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 6

ชื่อ
 ชั้น เลขที่

1. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



- 1.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)				
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)				

- 1.2 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

- 1.3 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 180 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

- 1.4 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

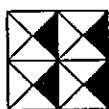
1.5 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 200 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 325 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

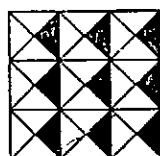
2. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



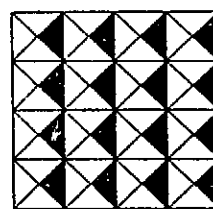
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

2.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)				
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)				

2.2 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

2.3 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 120 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

2.4 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2.5 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 7,500 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 6,400 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

เอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 6

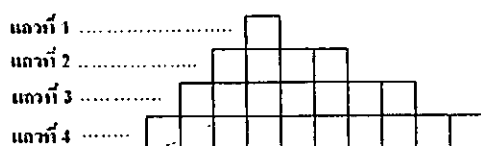
เรื่อง แบบรูปจากการปูกระเบื้อง

ในกิจกรรมนี้เป็นการเชื่อมโยงแบบรูปของรูปภาพการปูแผ่นกระเบื้องมาเป็นแบบรูปของจำนวน โดยเมื่อกำหนดแบบรูปจากการปูแผ่นกระเบื้องมาให้ มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์และบอกจำนวนกระเบื้อง ในตำแหน่งใดสัก ตำแหน่งใดสัก และเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ นอกจากนี้ยังมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถทำนาย คาดการณ์ และบอกได้ว่าจำนวนกระเบื้องที่กำหนดมาให้อยู่หรือไม่อยู่ในชุดของแบบรูปที่กำหนด โดยให้เหตุผลสนับสนุนหรืออ้างการคาดการณ์

พิจารณาปัญหาจาก ใบกิจกรรมที่ 6-1

ปัญหาข้อ 1

จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นแถวๆ ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



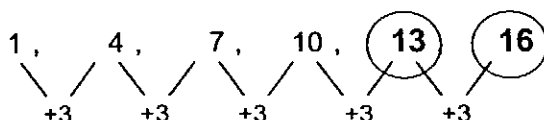
ข้อ 1.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องในแถวที่ 1 ถึงแถวที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

ในข้อนี้ต้องการให้นักเรียนนับจำนวนกระเบื้องในแต่ละแถว แล้วนำข้อมูลมาเขียนให้เป็นระเบียบในตาราง นักเรียนจะค้นพบแบบรูปของจำนวน ดังนี้

แถวที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้อง (แผ่น)	1	4	7	10

ข้อ 1.2 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 5 และแถวที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

แบบรูปของจำนวนกระเบื้องที่ค้นพบเป็นแบบรูปของจำนวนที่เริ่มจาก 1 และเพิ่มขึ้นครั้งละ 3 ครูควรเขียนลักษณะการเพิ่มขึ้นของจำนวนกระเบื้องในแบบรูปที่ค้นพบเพื่อสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้



ดังนั้น จำนวนกระเบื้องในแถวที่ 5 คือ 13 แผ่น

จำนวนกระเบื้องในแถวที่ 6 คือ 16 แผ่น

ข้อ 1.3 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 100 และแถวที่ 200 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

ครูควรเขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้องและตำแหน่งของแถวในแบบรูปให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

แถวที่ 1	แถวที่ 2	แถวที่ 3	แถวที่ 4
1	4	7	10
1	1+3	1+3+3	1+3+3+3
$1+(3\times 0)$	$1+(3\times 1)$	$1+(3\times 2)$	$1+(3\times 3)$

จากความสัมพันธ์ในแบบรูปดังกล่าว จะได้

จำนวนกระเบื้องในแถวที่ 100 คือ $1+(3\times 99) = 298$ แผ่น

และจำนวนกระเบื้องในแถวที่ 200 คือ $1+(3\times 199) = 598$ แผ่น

ข้อ 1.4 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ n จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น

จากความสัมพันธ์ที่แสดงในข้อ 1.3 ทำให้ได้ว่า

จำนวนกระเบื้องในแถวที่ n คือ $1+[3\times(n-1)] = 3n-2$ แผ่น

ข้อ 1.5 นักเรียนคิดว่าจะมีแถวที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องจำนวน 834 แผ่น หรือ 1,226 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในแถวที่เท่าใด

เราสามารถหาว่าจำนวนกระเบื้องที่โจทย์กำหนดจะอยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้หรือไม่ โดยให้จำนวนกระเบื้องในแถวที่ n เท่ากับจำนวนกระเบื้องที่โจทย์กำหนด แล้วแก้สมการ ถ้า n เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนกระเบื้องที่โจทย์กำหนดมานั้นอยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้และอยู่ในแถวที่ n แต่ถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนกระเบื้องที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 834 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

$$\text{ให้ } 3n-2 = 834$$

$$n = 278.6 \quad \text{ไม่เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 834 ไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้ สรุปได้ว่าในแบบรูปชุดดังกล่าว ไม่มีแถวใดที่มีจำนวนกระเบื้องเท่ากับ 834 แผ่น

และเราสามารถแสดงการหาว่า 1,226 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้หรือไม่ ดังนี้

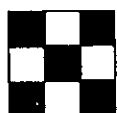
$$\text{ให้ } 3n-2 = 1226$$

$$n = 409.3 \quad \text{ไม่เป็นจำนวนนับ}$$

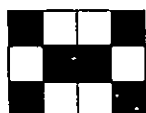
ดังนั้น 1,226 ไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องชุดนี้ สรุปได้ว่าในแบบรูปชุดดังกล่าว ไม่มีแถวใดที่มีจำนวนกระเบื้องเท่ากับ 1,226 แผ่น

ปัญหาข้อ 2

จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง
จงตอบคำถามต่อไปนี้



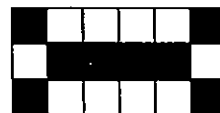
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

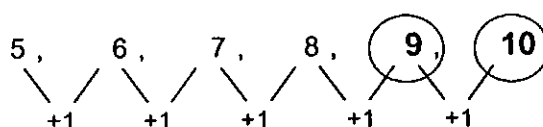


รูปที่ 4

ข้อ 2.1 ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตาราง
ในข้อนี้ต้องการให้นักเรียนนับจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในแต่ละรูป แล้วนำ
ข้อมูลมาเขียนให้เป็นระเบียบในตาราง นักเรียนจะค้นพบแบบรูปของจำนวน ดังนี้

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)	5	6	7	8
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)	4	6	8	10

ข้อ 2.2 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น
พิจารณาแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีดำ
แบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีดำที่ค้นพบเป็นแบบรูปของจำนวนที่เริ่มจาก 5 และ
เพิ่มขึ้นครั้งละ 1 ครูควรเขียนลักษณะการเพิ่มขึ้นของจำนวนกระเบื้องสีดำในแบบรูปที่ค้นพบเพื่อ
สังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

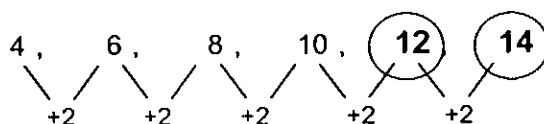


ดังนั้น จำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ 5 คือ 9 แผ่น

จำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ 6 คือ 10 แผ่น

พิจารณาแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีขาว

แบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีขาวที่ค้นพบเป็นแบบรูปของจำนวนที่เริ่มจาก 4 และ
เพิ่มขึ้นครั้งละ 2 ครูควรเขียนลักษณะการเพิ่มขึ้นของจำนวนกระเบื้องสีขาวในแบบรูปที่ค้นพบเพื่อ
สังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้



ดังนั้น จำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ 5 คือ 12 แผ่น

จำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ 6 คือ 14 แผ่น

ข้อ 2.3 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 150 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

พิจารณาแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีดำ

ครูควรเขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้องสีดำและตำแหน่งของรูปในแบบรูปให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3	รูปที่ 4
5	6	7	8
5	5+1	5+1+1	5+1+1+1
$5+(1\times 0)$	$5+(1\times 1)$	$5+(1\times 2)$	$5+(1\times 3)$

จากความสัมพันธ์ในแบบรูปดังกล่าว จะได้

จำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ 100 คือ $5+(1\times 99) = 104$ แผ่น

และจำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ 150 คือ $5+(1\times 149) = 154$ แผ่น

พิจารณาแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีขาว

ครูควรเขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้องสีขาวและตำแหน่งของรูปในแบบรูปให้นักเรียนสังเกตได้ง่ายขึ้น ดังนี้

รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3	รูปที่ 4
4	6	8	10
4	4+2	4+2+2	4+2+2+2
$4+(2\times 0)$	$4+(2\times 1)$	$4+(2\times 2)$	$4+(2\times 3)$

จากความสัมพันธ์ในแบบรูปดังกล่าว จะได้

จำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ 100 คือ $4+(2\times 99) = 202$ แผ่น

และจำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ 150 คือ $4+(2\times 149) = 302$ แผ่น

ข้อ 2.4 นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

จากความสัมพันธ์ที่แสดงในข้อ 2.3 ทำให้ได้ว่า

จำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ n คือ $5+[1\times (n-1)] = n+4$ แผ่น

และจำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ n คือ $4+[2\times (n-1)] = 2n+2$ แผ่น

ข้อ 2.5 นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 200 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 300 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

เราสามารถหาว่าจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวที่โจทย์กำหนดจะอยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องในแต่ละลวดลายหรือไม่ โดยให้จำนวนกระเบื้องของแต่ละสีในรูปที่ n เท่ากับจำนวนกระเบื้องของแต่ละสีที่โจทย์กำหนด แล้วแก้สมการ ถ้า n เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนกระเบื้อง

ของแต่ละสี่ที่โจทย์กำหนดมานั้นอยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องของแต่ละสี่ดังกล่าว และอยู่ในรูปที่ n แต่ถ้า n ไม่เป็นจำนวนนับ แสดงว่าจำนวนกระเบื้องของแต่ละสี่ที่โจทย์กำหนดมานั้นไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องของแต่ละสี่ดังกล่าว

ดังนั้นเราสามารถแสดงการหาว่า 200 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสี่ดำหรือไม่
ดังนี้

$$\text{ให้ } n+4 = 200$$

$$n = 196 \quad \text{เป็นจำนวนนับ}$$

ดังนั้น 200 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสี่ดำ และอยู่ในรูปที่ 196

และเราสามารถแสดงการหาว่า 300 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสี่ขาวหรือไม่

ดังนี้

$$\text{ให้ } 2n+2 = 300$$

$$n = 149 \quad \text{เป็นจำนวนนับ}$$

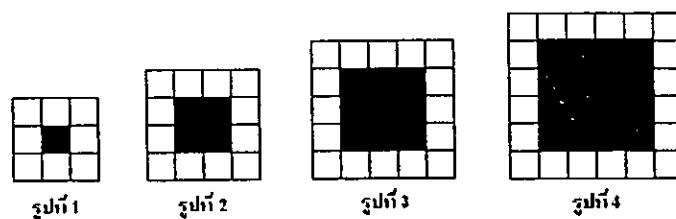
ดังนั้น 300 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสี่ขาว และอยู่ในรูปที่ 149

เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนของใบกิจกรรมที่ 6-2

ใบกิจกรรมที่ 6-2 เป็นกิจกรรมกลุ่ม มีคะแนนรวม 25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 5 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

ปัญหาข้อ 1 (14 คะแนน)

จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง
จงตอบคำถามต่อไปนี้



ข้อ 1.1 (2 คะแนน)

ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสี่ดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตาราง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)	1	4	9	16
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)	8	12	16	20

ข้อ 1.2 (4 คะแนน)

นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

ในรูปที่ 5 ใช้กระเบื้องสีดำ 25 แผ่น และใช้กระเบื้องสีขาว 24 แผ่น

ในรูปที่ 6 ใช้กระเบื้องสีดำ 36 แผ่น และใช้กระเบื้องสีขาว 28 แผ่น

ข้อ 1.3 (4 คะแนน)

นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 100 และรูปที่ 250 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

ในรูปที่ 100 ใช้กระเบื้องสีดำ 10,000 แผ่น และใช้กระเบื้องสีขาว 404 แผ่น

ในรูปที่ 250 ใช้กระเบื้องสีดำ 62,500 แผ่น และใช้กระเบื้องสีขาว 1,004 แผ่น

ข้อ 1.4 (2 คะแนน)

นักเรียนคิดว่าในรูปที่ n จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

จำนวนกระเบื้องสีดำในรูปที่ n คือ $n \times n = n^2$ แผ่น

และจำนวนกระเบื้องสีขาวในรูปที่ n คือ $8 + [4 \times (n-1)] = 4n+4$ แผ่น

ข้อ 1.5 (2 คะแนน)

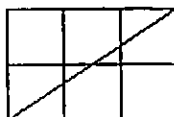
นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 6,400 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 1,814 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

6,400 อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีดำ และอยู่ในรูปที่ 80

1,814 ไม่อยู่ในแบบรูปของจำนวนกระเบื้องสีขาว

ปัญหาข้อ 2 (11 คะแนน)

จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดต่างๆ โดยที่ ห.ร.ม. ของความกว้างกับความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 ต้องการตัดแผ่นกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น แล้วพิจารณาจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด เช่น

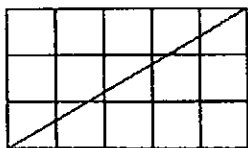


รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 2×3

จากรูป ปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 2×3 (กว้าง 2 หน่วย ยาว 3 หน่วย และ ห.ร.ม. ของ 2 กับ 3 เท่ากับ 1) แล้วตัดกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น จะพบว่ามีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวน 4 แผ่น

ข้อ 2.1 (1 คะแนน)

จากรูป ปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 3×5 (ห.ร.ม. ของ 3 กับ 5 เท่ากับ 1)



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 3x5

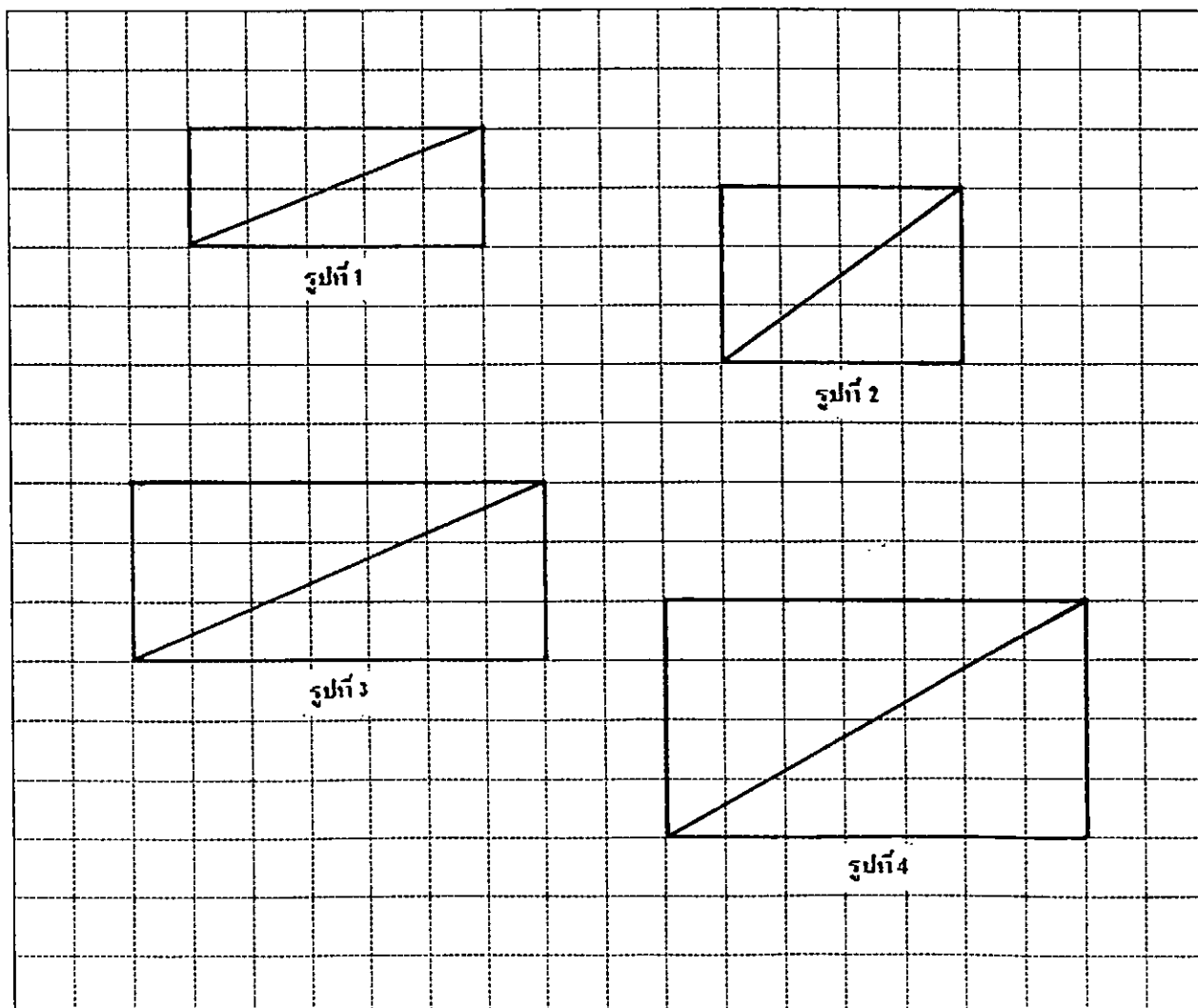
เมื่อลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น
แล้วให้นักเรียนหาว่ามีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

มีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวน 7 แผ่น

ข้อ 2.2 (4 คะแนน)

ให้นักเรียนวาดรูปแทนการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยที่
ห.ร.ม. ของความกว้างกับความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 จำนวน 4 รูป (ให้วาดรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 รูป ที่มีขนาดแตกต่างกันในกรอบตารางข้างบน และให้ใช้ขนาดอื่นๆ ที่ไม่ใช่
ขนาด 2x3 และขนาด 3x5 เพราะได้หาไปแล้ว) แล้วลากเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
1 เส้นในแต่ละรูป เพื่อหาจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด จากนั้นนำข้อมูลมาเติมในตารางข้างล่าง

ตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและข้อมูลในตาราง เป็นดังนี้



รูปที่	ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า		จำนวนกระเบื้อง ที่ถูกตัด (แผ่น)
	กว้าง (หน่วย)	ยาว (หน่วย)	
1	2	5	6
2	3	4	6
3	3	7	9
4	4	7	10

ข้อ 2.3 (4 คะแนน)

ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้องที่ถูกตัดกับขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยถ้าให้ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น m หน่วย และความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น n หน่วย โดยที่ ห.ร.ม. ของ m กับ n เท่ากับ 1 แล้วจงหาว่าจะมีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

$$\text{จำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด} = m + n - 1 \text{ แผ่น}$$

ข้อ 2.4 (2 คะแนน)

ถ้าปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด 23×68 แล้วตัดกระเบื้องตลอดแนวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 เส้น จงหาว่าจะมีกระเบื้องที่ถูกตัดเป็นจำนวนกี่แผ่น

$$\text{จำนวนกระเบื้องที่ถูกตัด} = 23 + 68 - 1 = 90 \text{ แผ่น}$$

แผนการสอนกิจกรรมที่ 10

ชื่อกิจกรรม แบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา

เวลา 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีค้นหาแบบรูปได้

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

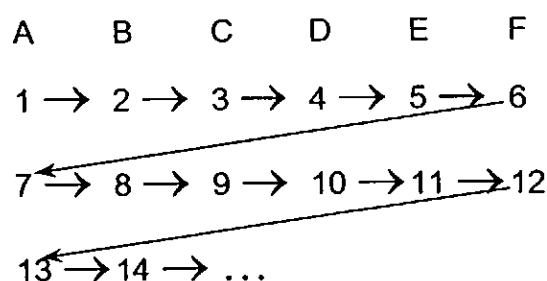
แบบรูปและการแก้ปัญา

สื่อ/อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมที่ 10-1
2. ใบกิจกรรมที่ 10-2
3. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมที่ 10

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10-1 แก่นักเรียนทุกคน จากนั้นครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ในข้อ 1 และครูเขียนแผนภาพจากโจทย์ในข้อ 1 บนกระดาน ดังนี้



จากโจทย์ในข้อ 1 ถามว่า เด็กคนหนึ่งเดินเอากระดาศที่มีหมายเลข 1 ถึงหมายเลข 2,546 ไปติดบนเสา 6 ต้น ได้แก่ เสา A, B, C, D, E และ F เวียนไปเรื่อยๆ ดังแผนภาพ อยากทราบว่ากระดาศใบสุดท้ายจะติดตรงกับเสาใด ซึ่งนักเรียนควรสามารถจัดข้อมูลให้เป็นระบบได้ดังนี้

หมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา A ได้แก่ 1, 7, 13, 19, ...

หมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา B ได้แก่ 2, 8, 14, 20, ...

หมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา C ได้แก่ 3, 9, 15, 21, ...

หมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา D ได้แก่ 4, 10, 16, 22, ...

หมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา E ได้แก่ 5, 11, 17, 23, ...

และหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา F ได้แก่ 6 , 12 , 18 , 24 , ...

เราจะสังเกตได้ว่า

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา A จะเหลือเศษเป็น 1

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา B จะเหลือเศษเป็น 2

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา C จะเหลือเศษเป็น 3

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา D จะเหลือเศษเป็น 4

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา E จะเหลือเศษเป็น 5

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา F จะหารได้ลงตัวพอดี

ดังนั้นเราสามารถหาว่ากระดาศใบสุดท้ายซึ่งเป็นหมายเลข 2,546 จะติดตรงกับเสาใดได้ดังนี้
เนื่องจาก $2,546 \div 6$ เหลือเศษเป็น 2 ดังนั้นกระดาศใบสุดท้ายซึ่งเป็นหมายเลข 2,546 จะติด
ตรงกับเสา B

2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำข้อ 2 – 4 ในใบกิจกรรมที่ 10-1 ไปพร้อมๆ กัน โดยครูเป็นผู้
ซักถาม อธิบาย และให้นักเรียนร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็น (แนวคิดในแต่ละข้อ ดูได้จาก
เอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 10)

3. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ได้แบ่งหรือจัดกลุ่มไว้แล้ว พร้อม
ทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 10-2 (กิจกรรมกลุ่ม) แก่ักเรียนทุกคน โดยให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาหรือ
ปรึกษากันได้ภายในกลุ่ม แต่นักเรียนแต่ละคนเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรมของตนด้วยตนเอง
เมื่อทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้แต่ละกลุ่ม (หรือเป็นบางกลุ่ม) ออกมานำเสนอผลการทำ
กิจกรรมกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยเมื่อกลุ่มใดนำเสนอจบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยเพิ่มเติมสาระ
ที่แตกต่างออกไป

4. ในขณะที่นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูอาจช่วยเพิ่มเติมสาระในใบกิจกรรมที่ 10-2
(กิจกรรมกลุ่ม) ในบางข้อที่นักเรียนยังนำเสนอไม่ชัดเจน หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึก
หัดท้ายกิจกรรมที่ 10 โดยหากนักเรียนทำเสร็จไม่ทันในชั่วโมงเรียน ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด
ท้ายกิจกรรมที่ 10 ข้อที่ยังไม่เสร็จเป็นการบ้าน

การประเมินผล

ประเมินจากการทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 10-2 โดยเกณฑ์การให้คะแนนและเฉลยคำ
ตอบของใบกิจกรรมที่ 10-2 ดูได้จากเอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 10

4. ธิดาได้รับการว่าจ้างให้เลี้ยงดูบุตรของนารี เป็นเวลา 30 วัน โดยนารีจะให้ค่าจ้างแก่ธิดาแบบเหมารวม 10,000 บาท แต่ธิดาบอกว่า เขาขอค่าจ้างวันแรกเพียง 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อยไป นั่นคือวันถัดมาขอค่าแรงเป็นสองเท่าของวันก่อนหน้านั้นจนครบ 30 วัน ถ้านักเรียนเป็นนารี นักเรียนจะยอมทำตามคำขอของธิดาหรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคิดและคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 10-2
(กิจกรรมกลุ่ม)

ชื่อ.....
 กลุ่มที่..... ชั้น..... เลขที่.....

1. ถ้าวันนี้เป็นวันจันทร์ อีก 3,680 วันข้างหน้าเป็นวันอะไร

แนวคิดและคำตอบ

2. มีทีมฟุตบอล 30 ทีม จะจัดการแข่งขันแบบพบกันหมดได้ทั้งหมดกี่คู่

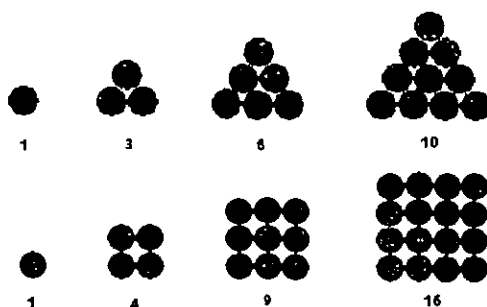
แนวคิดและคำตอบ

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

2. ถ้าวันนี้เป็นวันอาทิตย์ แล้ว 2,720 วัน ที่ผ่านมาเป็นวันอะไร

แนวคิดและคำตอบ

3. จำนวนเชิงสามเหลี่ยม (triangular numbers) และจำนวนเชิงสี่เหลี่ยมจัตุรัส (square numbers) คือจำนวนดังตัวอย่างต่อไปนี้



เมื่อผลต่างของจำนวนเชิงสามเหลี่ยมสองจำนวนที่อยู่ติดกัน กับผลต่างของจำนวนเชิงสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองจำนวนที่อยู่ติดกัน ต่างก็มีค่าเท่ากับ 11 แล้ว จงหาผลบวกของจำนวนทั้งสี่นี้

แนวคิดและคำตอบ

เอกสารเสริมสำหรับครูกิจกรรมที่ 10

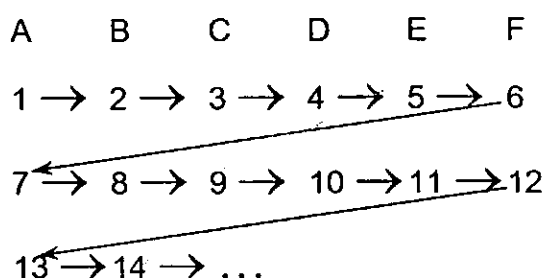
เรื่อง แบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา

สำหรับในกิจกรรมนี้มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีค้นหาแบบรูปได้

พิจารณาปัญหาจาก ใบกิจกรรมที่ 10-1

ปัญหาข้อ 1

เด็กคนหนึ่งเดินเอากระดาศที่มีหมายเลข 1 ถึงหมายเลข 2,546 ไปติดบนเสา 6 ต้น ได้แก่ เสา A , B , C , D , E และ F เรียงไปเรื่อยๆ ดังรูป อยากทราบว่ากระดาศใบสุดท้ายจะติดตรงกับเสาใด



พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา A ได้แก่ 1 , 7 , 13 , 19 , ...

พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา B ได้แก่ 2 , 8 , 14 , 20 , ...

พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา C ได้แก่ 3 , 9 , 15 , 21 , ...

พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา D ได้แก่ 4 , 10 , 16 , 22 , ...

พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา E ได้แก่ 5 , 11 , 17 , 23 , ...

พิจารณาหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา F ได้แก่ 6 , 12 , 18 , 24 , ...

เราจะสังเกตได้ว่า

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา A จะเหลือเศษเป็น 1

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา B จะเหลือเศษเป็น 2

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา C จะเหลือเศษเป็น 3

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา D จะเหลือเศษเป็น 4

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา E จะเหลือเศษเป็น 5

ถ้าเรานำ 6 ไปหารหมายเลขในกระดาศที่ติดบนเสา F จะหารได้ลงตัวพอดี

ดังนั้นเราสามารถหาว่ากระดาศใบสุดท้ายซึ่งเป็นหมายเลข 2,546 จะติดตรงกับเสาใดได้ดังนี้

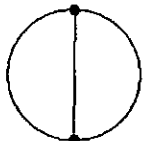
เนื่องจาก $2,546 \div 6$ เหลือเศษเป็น 2 ดังนั้นกระต่ายใบสุดท้ายซึ่งเป็นหมายเลข 2,546 จะติดตรงกับเสา B

ปัญหาข้อ 2

มีจุด 12 จุด อยู่บนวงกลมวงหนึ่ง ลากคอร์ดเชื่อมจุดสองจุดใดๆ บนวงกลม จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่เส้น

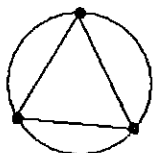
เราพิจารณาโดยเริ่มจากเมื่อมีจำนวนจุดน้อยๆ บนวงกลมไปหาจำนวนจุดที่เพิ่มมากขึ้นบนวงกลมเป็นลำดับ แล้วจะค้นพบแบบรูป ดังนี้

เมื่อจำนวนจุดบนวงกลมมี 2 จุด



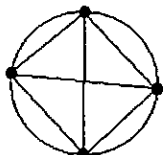
จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมด 1 เส้น

เมื่อจำนวนจุดบนวงกลมมี 3 จุด



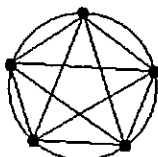
จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมด 3 เส้น ($3 = 1+2$)

เมื่อจำนวนจุดบนวงกลมมี 4 จุด



จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมด 6 เส้น ($6 = 1+2+3$)

เมื่อจำนวนจุดบนวงกลมมี 5 จุด



จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมด 10 เส้น ($10 = 1+2+3+4$)

นำข้อมูลมาเขียนในตาราง จะได้

จำนวนจุดบน วงกลม	1	2	3	4	5	n
จำนวนคอร์ด	0	1	$1+2 = 3$	$1+2+3 = 6$	$1+2+3+4 = 10$	$1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{(n-1)(n)}{2}$

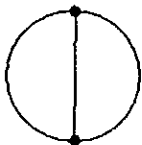
จากรูปทั่วไปในตาราง เราจะได้ว่า เมื่อมีจุด 12 จุด อยู่บนวงกลม จะได้คอร์ดที่แตกต่างกันทั้งหมดที่เชื่อมจุดสองจุดใดๆ บนวงกลมเท่ากับ $\frac{(12-1)(12)}{2} = 66$ เส้น

ปัญหาข้อ 3

ในวันเปิดภาคเรียนวันแรกของนักเรียนชั้น ม.3 ห้องเรียนหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียน 40 คน ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนทุกคนจับมือทักทายกับเพื่อนทุกคน โดยคู่ที่จับมือกัน ไม่ให้จับซ้ำกันอีก ในห้องเรียนนี้จะมีการจับมือทักทายกันทั้งหมดกี่ครั้ง

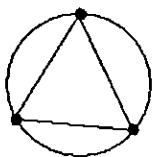
ปัญหาข้อนี้ครูควรเขียนแผนภาพโดยใช้แผนภาพในลักษณะคล้ายกับปัญหาข้อ 2 ได้ โดยให้จำนวนนักเรียนเท่ากับจำนวนจุดบนวงกลม และจำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมดเท่ากับจำนวนส่วนของเส้นตรงที่แตกต่างกันทั้งหมดที่เชื่อมจุดสองจุดใดๆ บนวงกลม ดังนี้

เมื่อมีจำนวนนักเรียน 2 คน



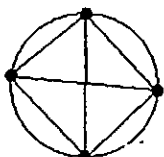
จะได้จำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมด 1 ครั้ง

เมื่อมีจำนวนนักเรียน 3 คน



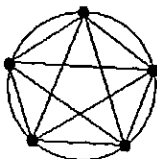
จะได้จำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมด 3 ครั้ง ($3 = 1+2$)

เมื่อมีจำนวนนักเรียน 4 คน



จะได้จำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมด 6 ครั้ง ($6 = 1+2+3$)

เมื่อมีจำนวนนักเรียน 5 คน



จะได้จำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมด 10 ครั้ง ($10 = 1+2+3+4$)

และเราจะได้รูปทั่วไปว่า เมื่อมีจำนวนนักเรียน n คน จะได้จำนวนการจับมือทักทายกันทั้งหมด $1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{(n-1)(n)}{2}$ ครั้ง ดังนั้นจากโจทย์มีนักเรียน 40 คน จึงมีการจับมือทักทายกันทั้งหมด $\frac{(40-1)(40)}{2} = 780$ ครั้ง

ปัญหาข้อ 4

ธิดาได้รับการว่าจ้างให้เลี้ยงดูบุตรของนารี เป็นเวลา 30 วัน โดยนารีจะให้ค่าจ้างแก่ธิดาแบบเหมารวม 10,000 บาท แต่ธิดาบอกว่า เขาขอค่าจ้างวันแรกเพียง 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท เช่นนี้เรื่อยไป นั่นคือวันถัดมาขอค่าแรงเป็นสองเท่าของวันก่อนหน้านั้นจนครบ 30 วัน ถ้านักเรียนเป็นนารี นักเรียนจะยอมทำตามคำขอของธิดาหรือไม่ เพราะเหตุใด

ปัญหาข้อนี้ครูควรเขียนตารางแสดงค่าจ้างที่ได้รับในแต่ละวัน และผลรวมของค่าจ้างตั้งแต่วันแรก แล้วให้นักเรียนสังเกตแบบรูปที่เกิดขึ้นดังนี้

วันที่	ค่าจ้างที่ได้รับ	ผลรวมของค่าจ้างตั้งแต่วันแรก
1	$1 = 2^0$	$1 = 1$
2	$2 = 2^1$	$1+2 = 3$
3	$4 = 2^2$	$1+2+4 = 7$
4	$8 = 2^3$	$1+2+4+8 = 15$
5	$16 = 2^4$	$1+2+4+8+16 = 31$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^{n-1}	$2^n - 1$

ดังนั้นหากนารีทำตามคำขอของธิดา เมื่อครบ 30 วัน เขาจะต้องจ่ายค่าจ้างรวม $2^{30} - 1$ บาท เมื่อใช้เครื่องคำนวณจะได้ $2^{30} - 1 = 1,073,741,823$ บาท มากกว่าค่าจ้างที่ธิดาควรจะได้รับมากมายนัก ดังนั้นนารีไม่ควรทำตามที่ธิดาร้องขอ

เฉลยและเกณฑ์การให้คะแนนของใบกิจกรรมที่ 10-2

ใบกิจกรรมที่ 10-2 เป็นกิจกรรมกลุ่ม มีคะแนนรวม 10 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 5 ของคะแนนเต็มทั้งหมด

ปัญหาข้อ 1 (5 คะแนน)

ถ้าวันนี้เป็นวันจันทร์ อีก 3,680 วันข้างหน้าเป็นวันอะไร

วันอังคาร $\rightarrow$ จำนวนวันที่ถัดไปคือ 1, 8, 15, 22, ...

วันพุธ $\rightarrow$ จำนวนวันที่ถัดไปคือ 2, 9, 16, 23, ...

วันพฤหัสบดี → จำนวนวันที่ถัดไปคือ 3, 10, 17, 24, ...

วันศุกร์ → จำนวนวันที่ถัดไปคือ 4, 11, 18, 25, ...

วันเสาร์ → จำนวนวันที่ถัดไปคือ 5, 12, 19, 26, ...

วันอาทิตย์ → จำนวนวันที่ถัดไปคือ 6, 13, 20, 27, ...

วันจันทร์ → จำนวนวันที่ถัดไปคือ 7, 14, 21, 28, ...

เราจะสังเกตได้ว่า

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันอังคาร จะเหลือเศษเป็น 1

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันพุธ จะเหลือเศษเป็น 2

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันพฤหัสบดี จะเหลือเศษเป็น 3

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันศุกร์ จะเหลือเศษเป็น 4

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันเสาร์ จะเหลือเศษเป็น 5

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันอาทิตย์ จะเหลือเศษเป็น 6

ถ้าเรานำ 7 ไปหารจำนวนวันที่ถัดไปที่เป็นวันจันทร์ จะหารได้ลงตัวพอดี

ดังนั้นเราสามารถหาว่าถ้าวันนี้เป็นวันจันทร์ อีก 3,680 วันข้างหน้าเป็นวันอะไร ได้ดังนี้

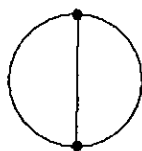
เนื่องจาก $3,680 \div 7$ เหลือเศษเป็น 5 ดังนั้น อีก 3,680 วันข้างหน้าเป็นวันเสาร์

ปัญหาข้อ 2 (5 คะแนน)

มีทีมฟุตบอล 30 ทีม จะจัดการแข่งขันแบบพบกันหมดได้ทั้งหมดกี่คู่

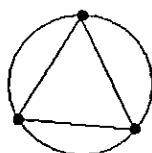
จากโจทย์เขียนเป็นแผนภาพโดยให้จำนวนทีมฟุตบอลเท่ากับจำนวนจุดบนวงกลม และจำนวนการแข่งขันทั้งหมดเท่ากับจำนวนส่วนของเส้นตรงที่แตกต่างกันทั้งหมดที่เชื่อมจุดสองจุดใด ๆ บนวงกลม ดังนี้

เมื่อมีทีมฟุตบอล 2 ทีม



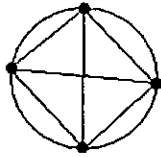
จะได้จำนวนการแข่งขันทั้งหมด 1 คู่

เมื่อมีทีมฟุตบอล 3 ทีม



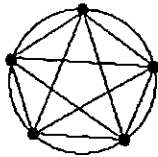
จะได้จำนวนการแข่งขันทั้งหมด 3 คู่ ($3 = 1 + 2$)

เมื่อมีทีมฟุตบอล 4 ทีม



จะได้จำนวนการแข่งขันทั้งหมด 6 คู่ ($6 = 1+2+3$)

เมื่อมีทีมฟุตบอล 5 ทีม

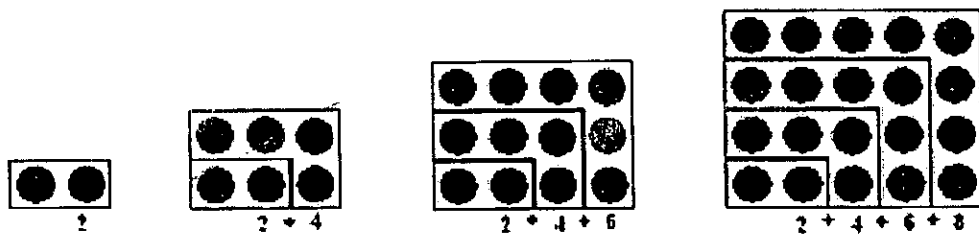


จะได้จำนวนการแข่งขันทั้งหมด 10 คู่ ($10 = 1+2+3+4$)

และเราจะสรุปทั่วไปว่า เมื่อมีจำนวนทีมฟุตบอล n ทีม จะได้จำนวนการแข่งขันทั้งหมด
 $1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{(n-1)(n)}{2}$ คู่ ดังนั้นจากโจทย์มีทีมฟุตบอล 30 ทีม จึงจัดการแข่งขันแบบ
 พบกันหมดได้ทั้งหมด $\frac{(30-1)(30)}{2} = 435$ คู่

ภาคผนวก จ
แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป

แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป



นายทรงชัย อักษรคิด

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2546

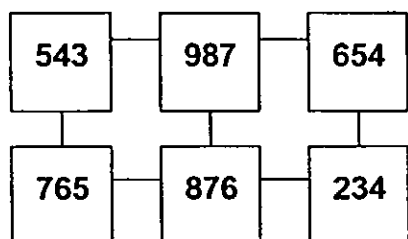
แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 1

เวลา 2 ชั่วโมง

กิจกรรมที่ 1 เรื่องฝึกสังเกตและให้เหตุผล

- ให้นักเรียนสังเกตดูว่าจำนวนใดที่ไม่เข้าพวกและควรตัดออก พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเลือกจำนวนที่ตัดออก

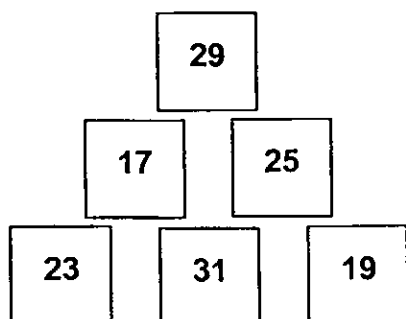
1.1



จำนวนที่ตัดออกคือ

เหตุผลเพราะ.....
.....

1.2

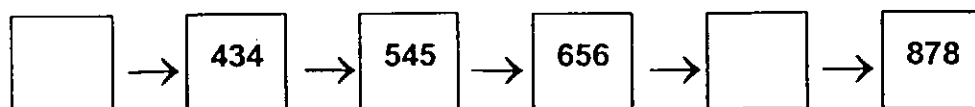


จำนวนที่ตัดออกคือ

เหตุผลเพราะ.....
.....

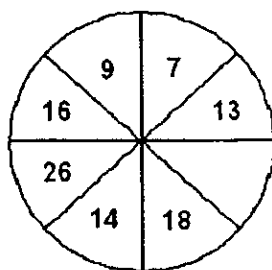
- ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วเติมจำนวนที่ขาดหายไปในช่วงว่างให้เข้าพวก พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเติม

2.1



เหตุผลที่เติมเพราะ

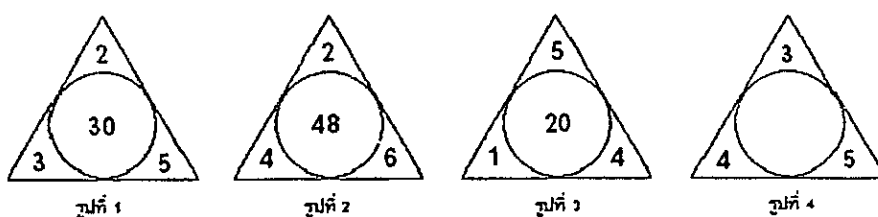
2.2



เหตุผลที่เติมเพราะ

.....

2.3



เหตุผลที่เติมเพราะ

.....

กิจกรรมที่ 2 เรื่องรู้จักแบบรูป

ให้นักเรียนตอบคำถามจากแบบรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

6, 10, 14, 18, ...

1. จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 5 และตำแหน่งที่ 6

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

2. จงหาจำนวนในตำแหน่งที่ 100

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ จำนวนในตำแหน่งที่ n จะเป็นเท่าใด

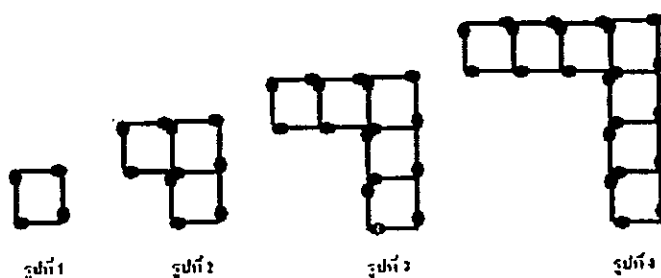
แนวคิดและคำตอบ

4. นักเรียนคิดว่า 484 จะอยู่ในแบบรูปชุดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าอยู่จะอยู่ในตำแหน่งที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

กิจกรรมที่ 3 เรื่องแบบรูปจากการเรียงไม้ขีด

กำหนดให้ **I** เป็นก้านไม้ขีดที่มีความยาว 1 หน่วย นำไม้ขีดหลายๆ ก้านมาเรียงต่อกันให้เกิดเป็นแบบรูปดังรูปข้างล่าง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



1. จงเติมจำนวนไม้ขีดทั้งหมด จำนวนไม้ขีดบนเส้นรอบรูป และพื้นที่ ในรูปที่ 1 – 5 รูปที่ 10 รูปที่ 100 และรูปที่ n ในตาราง

รูปที่	1	2	3	4	5	10	100	n
จำนวนไม้ขีดทั้งหมด (ก้าน)								
จำนวนไม้ขีดบนเส้นรอบรูป (ก้าน)								
พื้นที่ (ตารางหน่วย)								

2. นักเรียนคิดว่า

จะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้จำนวนไม้ขีดทั้งหมด 898 ก้าน

จะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้จำนวนไม้ขีดบนเส้นรอบรูป 998 ก้าน

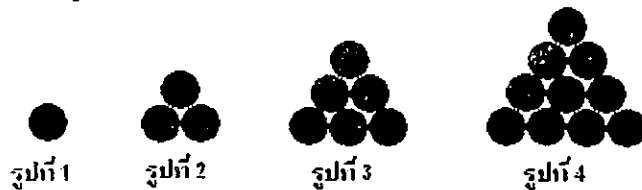
และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่มีพื้นที่ 431 ตารางหน่วย

เพราะเหตุใด และถ้ามี จะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

กิจกรรมที่ 4 เรื่องแบบรูปในรูปผลบวก

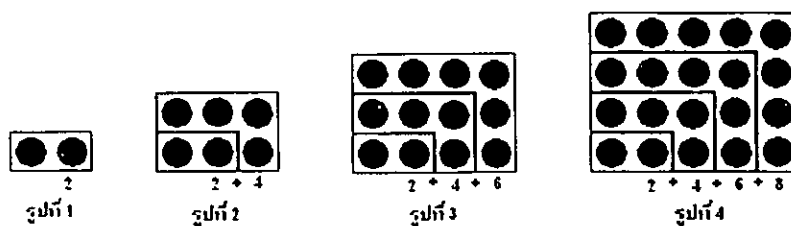
1. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างต่อไปนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 120 และรูปที่ n มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

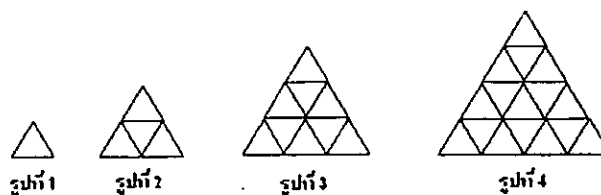
2. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปข้างล่างต่อไปนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 120 และรูปที่ n มีจำนวน $\bullet$ เป็นเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

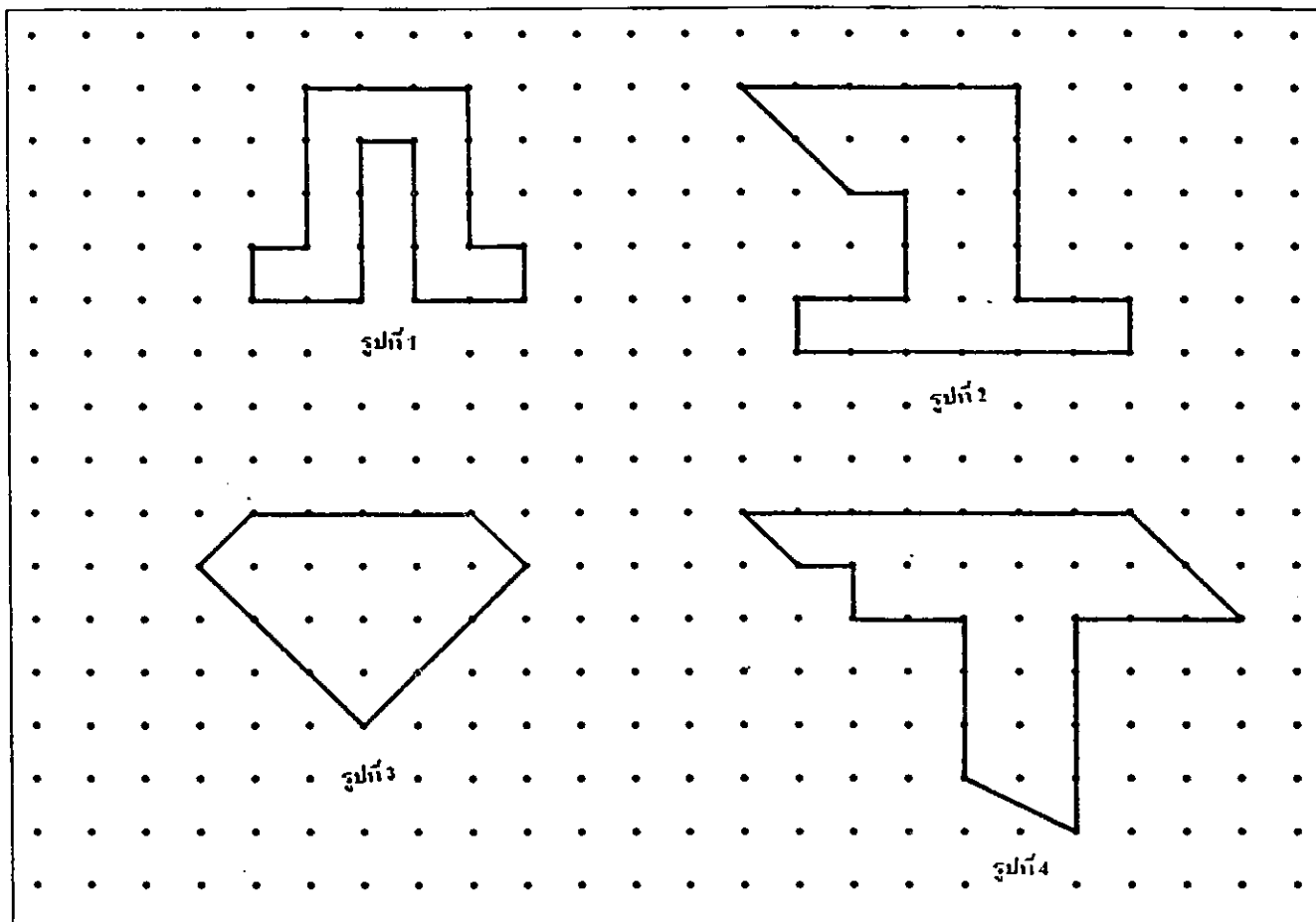
3. จากการใช้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดต่างๆ ดังนี้



จงหาว่า ในรูปที่ 5 รูปที่ 120 และรูปที่ n มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย เป็นจำนวนเท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

กิจกรรมที่ 5 เรืองแบบรูปจากรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาษตารางหน่วย
จากการวาดรูปหลายเหลี่ยมบนกระดาษตารางข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



1. ให้นักเรียนหาจำนวนจุดบนเส้นรอบรูป จำนวนจุดภายในรูป และหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมในแต่ละรูป แล้วนำมาเติมในตาราง

รูปที่	จำนวนจุดบนเส้นรอบรูป (จุด)	จำนวนจุดภายในรูป (จุด)	พื้นที่ (ตารางหน่วย)
1			
2			
3			
4			

2. ถ้านับจำนวนจุดบนเส้นรอบรูปของรูปหลายเหลี่ยมได้ K จุด และนับจำนวนจุดภายในของรูปหลายเหลี่ยมได้ P จุด รูปหลายเหลี่ยมนั้นจะมีพื้นที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

3. ถ้านับจำนวนจุดบนเส้นรอบรูปของรูปหลายเหลี่ยมได้ 300 จุด และนับจำนวนจุดภายในของรูปหลายเหลี่ยมได้ 45 จุด รูปหลายเหลี่ยมนั้นจะมีพื้นที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

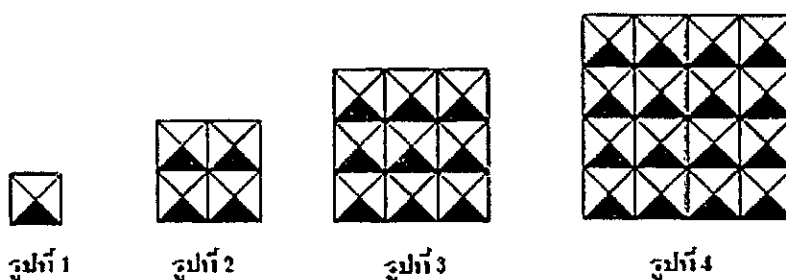
.....

แบบทดสอบวัดผลทางการเรียนเรื่องแบบรูป ฉบับที่ 2

เวลา 2 ชั่วโมง

กิจกรรมที่ 6 เรื่องแบบรูปจากการปูกระเบื้อง

จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสีดำและสีขาวให้เป็นแบบรูป ดังในรูปข้างล่าง
จงตอบคำถามต่อไปนี้



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 4

1. ให้นักเรียนเติมจำนวนกระเบื้องสีดำและสีขาวในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 4 ลงในตารางข้างล่าง

รูปที่	1	2	3	4
จำนวนกระเบื้องสีดำ (แผ่น)				
จำนวนกระเบื้องสีขาว (แผ่น)				

2. นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 7 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

3. นักเรียนคิดว่าในรูปที่ 140 จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

4. นักเรียนคิดว่าในรูปที่ ก จะต้องใช้กระเบื้องสีดำและสีขาวอย่างละกี่แผ่น

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

5. นักเรียนคิดว่าจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องสีดำจำนวน 6,400 แผ่น และจะมีรูปที่เท่าใดหรือไม่ที่ต้องใช้กระเบื้องสีขาวจำนวน 7,500 แผ่น และถ้ามีจะอยู่ในรูปที่เท่าใด

แนวคิดและคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 8 เรื่องแบบรูปจากเลขยกกำลัง

จงหาตัวเลขในหลักหน่วยของผลลัพธ์ของ 7^{2546}

แนวคิดและคำตอบ

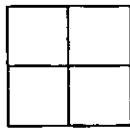
This image shows a single page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or printed text on the page.

กิจกรรมที่ 9 เรื่องเขียนกราฟจากแบบรูป

พิจารณาแบบรูปข้างล่าง แล้วให้นักเรียนนับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด (รวมถึงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ซ่อนอยู่ด้วย) ของแต่ละรูปในแบบรูป พร้อมทั้งหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดในรูปที่ 5 รูปที่ 6 และรูปที่ n แล้วเติมคำตอบลงในตาราง



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



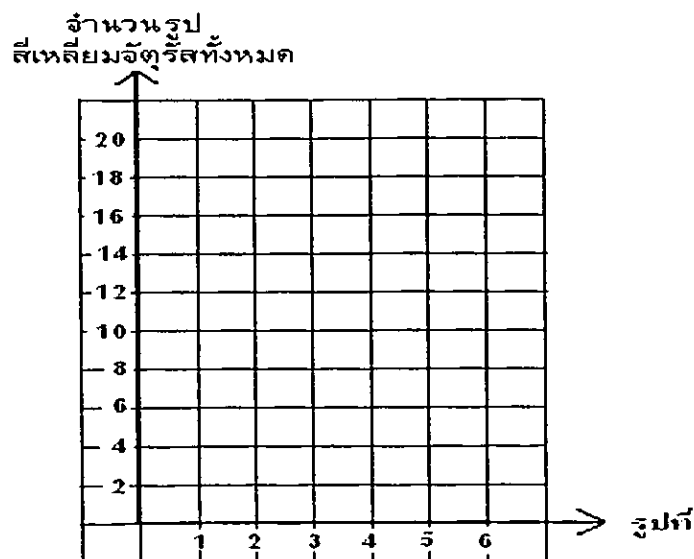
รูปที่ 4

รูปที่	1	2	3	4	5	6	n
จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด							

จากตารางให้นักเรียนเขียนคู่อันดับซึ่งสมาชิกตัวที่หนึ่งแสดงตำแหน่งของรูปในแบบรูป และสมาชิกตัวที่สองแสดงจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด พร้อมทั้งเขียนกราฟของคู่อันดับ

เขียนคู่อันดับได้เป็น

เขียนกราฟของคู่อันดับได้ดังนี้



จากกราฟข้างต้น นักเรียนคิดว่าจุดแต่ละจุดในกราฟซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของรูปในแบบรูปกับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด เรียงกันอยู่ในลักษณะใด

ตอบ

กิจกรรมที่ 10 เรื่องแบบรูปและการแก้โจทย์ปัญหา

ถ้าวันนี้เป็นวันพุธ อีก 3,586 วันข้างหน้าเป็นวันอะไร

แนวคิดและคำตอบ

แนวคิดและคำตอบ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายทรงชัย อักษรคิด
วันเดือนปีเกิด	31 พฤษภาคม พ.ศ. 2520
สถานที่เกิด	อ.เมือง จ.ระยอง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	144/104 ซอยพหลโยธิน 24 ถนนพหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2533	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลระยอง
พ.ศ. 2539	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนระยองวิทยาคม
พ.ศ. 2543	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) เกียรตินิยมอันดับ 2 สาขาวิชาเอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2546	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ