

515.222078

ม 444ค

ร.3

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

13 พ.ค. 2540

ปริญญานิพนธ์
ของ
บุญญา เพียรสวรรค์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขุฎิบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา

มีนาคม 2540

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

.....ประธาน

(รศ.ดร.สมพล เล็กสกุล)

.....กรรมการ

(รศ.ดร.บรรพต สุวรรณประเสริฐ)

.....กรรมการ

(รศ.ดร.ประหยัด จิระวรพงศ์)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน

(รศ.ดร.สมพล เล็กสกุล)

.....กรรมการ

(รศ.ดร.บรรพต สุวรรณประเสริฐ)

.....กรรมการ

(รศ.ดร.ประหยัด จิระวรพงศ์)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รศ.ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผศ.ดร.ภิรมย์ พูลสวัสดิ์)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ดร.ศิริยุภา พูลสุวรรณ)

วันที่เดือนมีนาคม พ.ศ. 2540

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความเมตตาจาก รศ.ดร.สมพล เล็กสกุล รศ.ดร.บรรพต สุวรรณประเสริฐ และรศ.ดร.ประหยัด จิระวรพงศ์ ที่กรุณาเป็นประธานและกรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ตามลำดับ ท่านได้กรุณาให้คำปรึกษา ตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขตลอดเวลาของการดำเนินการวิจัยและการเขียนปริญญานิพนธ์ ด้วยความเป็นครูอย่างแท้จริง ผู้วิจัยซาบซึ้งในพระคุณเป็นอย่างสูง

กราบขอบพระคุณ รศ.ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่ และ ผศ.ดร.ภิรมย์ พูลสวัสดิ์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบและได้กรุณาให้คำแนะนำงานทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

กราบขอบพระคุณ รศ.ดร.ปราโมทย์ มากชู ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนรวมทั้งได้กรุณาให้คำแนะนำงานทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

กราบขอบพระคุณ อาจารย์สมศรี จิตนสนธิ อาจารย์วิลาวรรณ มีสุขโข และอาจารย์เบญจวรรณ อินชัชวงศ์ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน

กราบขอบพระคุณ ผศ.ถาวร สายสืบ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน

กราบขอบพระคุณ ผศ.เทียมจันทร์ พานิชย์ผลินไชย ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลการศึกษา

กราบขอบพระคุณ อาจารย์สมพร กล้าเทศ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์

กราบขอบพระคุณ ผศ.วัชรภรณ์ อ่อนแสง และอาจารย์ทวีศักดิ์ ศิริพรไพบูลย์ ที่ให้คำแนะนำเกี่ยวกับสถิติวิจัยและการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ spsswin

กราบขอบพระคุณ อาจารย์ทัศนีย์ ระลึกมูล ที่กรุณาเป็นครูผู้สอนกลุ่มควบคุมและอำนวยความสะดวกการเก็บข้อมูลและการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ B-index

กราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ที่ให้คำแนะนำและกำลังใจ

กราบขอบพระคุณคณาจารย์โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและการเก็บข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 6 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัย

ขอขอบคุณดีที่พึงมีจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แด่บิดา มารดา ครู อาจารย์ ผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งที่เอยนามและมิได้เอยนาม ญาติมิตร และมอบแด่ภรรยาและบุตรอันเป็นที่รักที่ทำให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยตลอดมา

บุญญา เพียรสวรรค์

สารบัญ

บทที่

หน้า

1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมุติฐานของการวิจัย	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
✓ ตอนที่ 1 การเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	7
จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาโดยย่อ	7
แนวคิดบางประการเกี่ยวกับการสอน	9
งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	10
/ ตอนที่ 2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน	11
ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	11
ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	13
ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	15
งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน	16
๑๐ ลักษณะของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี	19
การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	20
การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	25
การทดลองใช้และปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	26

น. ๕-๑

น. ๑๓-๑๔

3 การดำเนินการวิจัย	32
การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง	32
ขั้นตอนการวิจัย	33
การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	33
การศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	48
สถิติที่ใช้ในการวิจัย	50
4 ผลการวิจัย	52
ตอนที่ 1 ผลตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	52
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน	
เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	59
5 สรุปผลการวิจัย อภิปราย และข้อเสนอแนะ	64
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	64
กลุ่มตัวอย่าง	64
การดำเนินการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้	64
สรุปผลการวิจัย	66
อภิปรายผลการวิจัย	67
ข้อเสนอแนะ	70
บรรณานุกรม	72
ภาคผนวก	77
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ	78

ภาคผนวก ข แผนการสอนและสื่อการสอน	80
แผนการสอน	82
สื่อการสอน	107
ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคำตอบวิชาคณิตศาสตร์	
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	142
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	143
เฉลยคำตอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	154
ภาคผนวก ง ตารางแสดงผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
วิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	156
ภาคผนวก จ คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับครู	159
ภาคผนวก ฉ คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน	
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับนักเรียน	170
ประวัติย่อของผู้วิจัย	180
บทคัดย่อ	181

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน	35
2	ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์เฉพาะจุดมุ่งหมายโดยคิดเป็นร้อยละ (E_2)	59
3	การวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการเรียนของนักเรียน โดยพิจารณาจากวิธีสอนและ ระดับความสามารถของกลุ่มตัวอย่าง.....	61
4	เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ	62
5	เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มของนักเรียนที่มี ระดับความสามารถต่ำ ปานกลาง และสูง	62
6	ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	157

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	ผังงานหลัก	41
2	ผังงานของรายการเนื้อหาและกิจกรรม	42
3	ผังงานรองของตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน	42
4	แผนภูมิแสดงกระบวนการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบหนึ่งต่อหนึ่ง	45
5	แผนภูมิแสดงกระบวนการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กับนักเรียนกลุ่มเล็ก	46
6	กราฟิคแสดง x เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย (เดิม)	54
7	กราฟิคแสดง x เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย (ปรับปรุงแล้ว).....	54
8	กราฟแสดงคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียนที่เรียน โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ	63

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535)

1. เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม
2. เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ และ นำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา
3. เพื่อให้ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. เพื่อให้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์หรือในการเรียน

คณิตศาสตร์ชั้นสูง

จากจุดประสงค์ดังกล่าว พบว่าได้มุ่งให้นักเรียนได้รับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาและมีพื้นฐานที่ดี ครูผู้สอนมีหน้าที่ใช้วิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนการสอนดังกล่าว แต่ปัจจุบันเรายังไม่สามารถจัดการศึกษาให้กับนักเรียนเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ที่วางไว้ได้ นักเรียนยังขาดการเรียนรู้ที่มีคุณภาพอันมีสาเหตุหลายประการ เช่น จำนวนนักเรียนในชั้นมากเกินไป นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอ ครูผู้สอนอธิบายไม่แจ่มแจ้งชัดเจน นักเรียนไม่ทำแบบฝึกหัดและไม่ทบทวนบทเรียนเป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับรายงานผลการสำรวจปัญหาและความต้องการของนักเรียนสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ของเบญจรัตน์ จารุรัตน์จามร (2535) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โครงสร้างที่ 1 มีปัญหาและความต้องการเกี่ยวกับอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ที่มากที่สุดเป็นอันดับที่ 1 คือ วิธีสอน ส่วนอันดับที่ 2 คือ คำพูดและการอธิบาย ตามด้วยอันดับที่ 3 คือ การตอบข้อสงสัยที่นักเรียนถามและการเฉลยแบบฝึกหัดโดยปัญหาที่เกิดขึ้น คือ ครูผู้สอนใช้วิธีการสอนไม่สนใจ ใช้ภาษาที่ยากซึ่งทำให้นักเรียนฟังคำอธิบายแล้วไม่เข้าใจ อธิบายเร็วเกินไปจนทำให้นักเรียนตามไม่ทัน และสอนรวบรัด เป็นต้น ประกอบกับในหลักสูตรนี้มีเนื้อหาใหม่

เพิ่มเติมจากหลักสูตรเดิม เช่น ในรายวิชา ค 015 มีเนื้อหาใหม่ ได้แก่ ลิขิตและความต่อเนื่องของ ฟังก์ชัน อินทิกรัลจำกัดเขตและไม่จำกัดเขต

เนื่องจากเรื่องลิขิตของฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญของวิชาแคลคูลัส ซึ่งเป็นวิชาสำคัญที่ได้นำไปประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในการศึกษาของหลายสาขาวิชาในระดับอุดมศึกษา เช่น ฟิสิกส์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ผู้วิจัยในฐานะผู้สอนวิชาแคลคูลัสระดับปริญญาตรีมานาน ได้พบว่า เรื่องลิขิตของฟังก์ชันเป็นปัญหาการเรียนการสอนในระดับปริญญาตรีทั้งในอดีตและปัจจุบันที่ผู้เรียนมักไม่ค่อยเข้าใจกัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของบลอมควิสท์ (Blomquist, 1991 : 286) ที่ว่าเรื่องลิขิตของฟังก์ชันเป็นเรื่องยากที่จะเข้าใจ ทำให้ผู้วิจัยสนใจว่าน่าจะมีปัญหาการเรียนการสอนเรื่องลิขิตของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายด้วย ผู้วิจัยจึงได้ออกแบบ สอบถามครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในเขตการศึกษา 7 เมื่อเดือนเมษายน พ.ศ. 2538 เรื่อง "เนื้อหาและการสอนลิขิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันในรายวิชา ค 015 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6" พบว่า ครูคณิตศาสตร์ที่สอนวิชา ค 015 ส่วนใหญ่มีความรู้และความเข้าใจพอสมควร แต่ไม่ลึกซึ้งในความหมายของลิขิตของฟังก์ชัน ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิขิต และความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ครูไม่สามารถหาวิธีสอนมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายและใช้วิธีสอนคือวิธีบรรยาย ไม่มีสื่ออื่นมาประกอบการสอน และการประเมินผลหลังการเรียนได้ผลในระดับปานกลาง แสดงว่ามีปัญหาการเรียนในเรื่องลิขิตของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากสาเหตุดังกล่าว ผู้วิจัยจึงคิดหาสื่อการสอน เพื่อช่วยครูในการสอนเรื่องลิขิตของฟังก์ชันที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจเรียน ได้เรียนรู้ตามความสามารถของตนเอง และแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งสื่อการสอนที่เหมาะสมคือ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction) (CAI) ทั้งนี้เพราะการนำเสนอโมเดลเรื่องลิขิตของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นชนิดไม่มีอีกรูปแบบ (Informal) โดยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถนำเสนอในรูปกราฟและรูปตัวเลข ซึ่งนอกจากการนำเสนอปกติแล้วอาจจะใช้กราฟแสดงภาพเคลื่อนไหว ใช้ตัวเลขที่มีการจัดเรียงลำดับการนำเสนอในรูปสัญลักษณ์เคลื่อนไหว ตัวอักษรหรือรูปภาพที่นำเสนอก็มีสีสันชวนอ่านที่เร้าใจ มีเสียงประกอบตามความเหมาะสม จัดว่าเป็นการนำเสนอที่น่าสนใจและน่าจะดีกว่าวิธีอื่น อีกทั้งคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำให้นักเรียนแต่ละคนได้มีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนทันทีว่าถูกหรือผิด และถ้าผิดก็สามารถกลับไปตอบใหม่ได้อีกตามความต้องการ และทราบผลการประเมินและคำแนะนำในแต่ละเรื่องว่าควรเรียนซ้ำหรือดูเฉลยหรือเรียนเรื่องต่อไป นอกจากนี้ยังเป็นการช่วยนักเรียนที่เรียนซ้ำหรือขาดเรียน ได้มีโอกาสเรียนซ้ำอีกครั้งก็ได้ตามความต้องการ โดยไม่จำเป็นต้องมีครูคอยควบคุมอยู่ด้วยตลอดเวลา ซึ่งอาจด้วยการจัดให้มาเรียน

นอกเวลาเรียนก็ได้ ประกอบกับผลการวิจัยเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ช่วยสอนของ โอเดน (Oden. 1982) ไรท์ (Wright. 1984) และอิมโบเดน (Imboden. 1986) ที่สรุปได้ว่า ผู้เรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่าผู้เรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ นอกจากนี้ยังใช้เวลาในการสอนน้อยกว่า และผู้เรียนมีเจตคติที่ดีกว่า

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในรายวิชา ค 015
2. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในรายวิชา ค 015 ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ แต่ละกลุ่มมีการจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น ต่ำ ปานกลาง และสูง

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. เป็นแนวทางนำไปสู่การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่างๆในประเทศไทย

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาและศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่าง
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ได้มาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โครงสร้างที่ 1 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ปีการศึกษา 2539 ซึ่งประกอบด้วย
1.1 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้แก่

1.1.1 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง จำนวน 3 คน โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูงระดับละ 1 คน

1.1.2 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็ก จำนวน 9 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1.1 โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูงระดับละ 3 คน

1.1.3 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่ จำนวน 30 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1.1 และข้อ 1.1.2 โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูงระดับละ 10 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน จำนวน 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1 แต่ละกลุ่มเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลางและสูงระดับละ 10 คน กำหนดให้หนึ่งกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและอีกกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

2. ระยะเวลาในการทดลอง

2.1 ระยะเวลาในการทดลองตามกระบวนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดำเนินการในระหว่างปีภาคเรียนที่ 1 และในช่วงต้นของภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539

2.2 ระยะเวลาในการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดำเนินการในช่วงต้นของภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 (ภายหลังการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน)

3. ตัวแปรที่จะศึกษาสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

3.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

3.1.1 วิธีสอน 2 วิธี คือ วิธีสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับวิธีสอนปกติ

3.1.2 ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ ปานกลาง และสูง

3.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

4. เนื้อหาที่พัฒนาในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ประกอบด้วยบทเรียน 2 หัวข้อ คือ

4.1 ลิมิตของฟังก์ชัน

4.2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

โดยใช้เนื้อหาอิงตามแนวหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษา

ตอนปลาย ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2533) ที่จัดทำโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 8 คาบ ๆ ละ 50 นาที ตามที่ระบุไว้ในคู่มือครู

5. คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

เป็นบทเรียนสำเร็จรูปในรูปโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่บันทึกไว้ในแผ่นซีดี (CD-Rom) พร้อมทั้งคู่มือครูและคู่มือนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้จัดการดำเนินการพัฒนาตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในบทที่ 3

นิยามศัพท์เฉพาะ

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้นิยามศัพท์เฉพาะดังนี้

1. คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง สื่อการสอนระบบมัลติมีเดีย (Multimedia) ประกอบด้วยตัวอักษร สัญลักษณ์ และรูปภาพ (Graphic) ซึ่งนำเสนออย่างมีสีสันชวนอ่านในรูปการเคลื่อนไหวของสัญลักษณ์ ตัวอักษร และภาพ รวมทั้งเสียงบรรยายประกอบหรือเพลงบรรเลงที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการเสนอบทเรียนที่ได้จัดเรียงไว้เป็นลำดับขั้นให้แก่ผู้เรียนได้เรียนรู้และทบทวนบทเรียนด้วยตนเอง โดยมีจุดประสงค์การเรียนรู้เนื้อหา ตัวอย่าง แบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ที่ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสได้ตอบกับบทเรียนที่เสนอนั้นโดยผ่านทางเครื่องคอมพิวเตอร์และแสดงผลย้อนกลับทันทีไม่ว่าผู้เรียนจะตอบถูกหรือผิด รวมทั้งแสดงผลการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมคำแนะนำการเรียน

2. วิธีสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง การสอนโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองโดยไม่มีครูผู้สอน จากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่บันทึกไว้ในแผ่นซีดีที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยผู้เรียนดูคำแนะนำและวิธีใช้จากคู่มือนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยหรือครูผู้ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์เป็นผู้ควบคุมตามที่ระบุไว้ในคู่มือครูที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและให้ความช่วยเหลือเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเท่านั้น

3. วิธีสอนปรกติ หมายถึง การสอนที่ครูผู้สอนประจำโรงเรียนสอนตามแผนการสอนซึ่งมีเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนเช่นเดียวกันกับในคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ทั้งนี้โดยไม่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน หลังจากสิ้นสุดการเรียน โดยใช้แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง ระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรีที่วัดออกมาเป็นคะแนนได้ โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในรายวิชา ค 011 ค 012 และ ค 013 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่นักเรียนเรียนมาแล้ว แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ

5.1 ระดับต่ำ หมายถึง ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยกว่า 2.75

5.2 ระดับปานกลาง หมายถึง ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 2.75 ถึง 3.50

5.3 ระดับสูง หมายถึง ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่า 3.50

6. ประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง คุณภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่เมื่อนำไปใช้สอนแล้วทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ในการวิจัยนี้ใช้สูตร E_1 / E_2 ดังรายละเอียดในท้ายบทที่ 2 เพื่อการตรวจสอบหาประสิทธิภาพ โดยถือเกณฑ์ 70 / 70 เป็นหลัก

สมมุติฐานของการวิจัย

สำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้กำหนดสมมุติฐานของการวิจัยดังนี้

1. ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ
2. ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันสำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน คือ ต่ำ ปานกลาง และสูง
3. วิธีสอนและระดับความสามารถของนักเรียน ไม่มีปฏิสัมพันธ์กันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อพัฒนา และศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 015 เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีดังนี้

ตอนที่ 1 การเรียนการสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

1. จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาโดยย่อ
2. แนวคิดบางประการเกี่ยวกับการสอน
3. งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตอนที่ 2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

1. ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
3. ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
4. งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน
5. ลักษณะของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี
6. การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
7. การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
8. การทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ตอนที่ 1 การเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

1. จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาโดยย่อ

แคลคูลัสเป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งที่สำคัญ ประกอบด้วยเนื้อหาที่เป็นการสังเคราะห์ระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต มโนคติพื้นฐานของวิชาแคลคูลัสเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและกราฟ และยังเป็นวิชาที่แสดงถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าของนักคณิตศาสตร์ในสมัยก่อน (Fey and others. 1984 : 53-59) ซึ่งพื้นฐานที่สำคัญก็คือ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ใน

คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่จัดทำโดย สสวท. ได้กำหนดจุดประสงค์ทั่วไปของการเรียนรู้ในเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน คือ มุ่งให้ผู้เรียนสามารถหาลิมิตของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ (ถ้าลิมิตหาค่าได้) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2536 : 43-44) โดยมีจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรมสำหรับหัวข้อนี้ คือ

มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1) บอกได้ว่า ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ มีลิมิตที่ a หรือไม่

2) หาลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

3) หาลิมิตขวาของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

4) หาลิมิตของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

ทั้งนี้ฟังก์ชันที่กล่าวถึงจะเป็นฟังก์ชันพีชคณิตและเน้นเฉพาะฟังก์ชันพหุนามกับฟังก์ชันตรรกยะเนื่องจากผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในเรื่องฟังก์ชันพหุนามและฟังก์ชันตรรกยะมาแล้ว สำหรับฟังก์ชันอื่น ๆ เช่น ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ จะไม่นำมากล่าวถึงในระดับนี้ (ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย) แต่ผู้เรียนจะได้เรียนในระดับสูงต่อไป (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2536 : 46)

ในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่จัดทำโดย สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ มีเนื้อหาโดยย่อเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน คือ เริ่มต้นด้วยการหาลิมิตของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง ขณะที่ x เข้าใกล้จำนวนจริงจำนวนใดจำนวนหนึ่ง โดยกล่าวถึงความหมายของการที่ x เข้าใกล้จำนวนจริงใด ๆ เพียงค่าหนึ่งค่าเดียวเท่านั้นบนเส้นจำนวน ตามด้วยการพิจารณาค่าของ $f(x)$ ในขณะที่ x เข้าใกล้จำนวนจริง a ทางด้านซ้าย ทางด้านขวาและทั้งสองด้านจากรายค่าหรือกราฟเพื่อหาลิมิต จากนั้นกล่าวถึง

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน 10 ข้อโดยไม่แสดงการพิสูจน์ แต่ยกตัวอย่างที่แสดงการนำเอาทฤษฎีบทดังกล่าวไปใช้ช่วยในการหาลิมิตของฟังก์ชันต่าง ๆ

จากคู่มือครูและหนังสือเรียนดังกล่าว ผู้วิจัยตั้งข้อสังเกตว่ามุ่งให้นักเรียนเข้าใจความหมายของลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชันโดยไม่ให้นิยามในรูปเดลตา (Δ) และเอปไซลอน (Epsilon) (ϵ) เช่นระดับปริญญาตรี ด้วยการสังเกตจากตัวอย่างของฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้พร้อมกับสังเกตค่าของฟังก์ชันจากตารางขณะที่ x เข้าใกล้จำนวนจริง a ทางด้านซ้าย ทางด้านขวาและทั้งสองด้านเฉพาะตัวอย่างที่มีลิมิตซ้ายและลิมิตขวา แต่ขาดตัวอย่างที่แสดงกรณีไม่มีลิมิตซ้ายและลิมิตขวา นอกจากนี้ยังขาดตัวอย่างที่ไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันในการพิจารณาลิมิต (กรณีไม่มีลิมิต) ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจผิดพลาด

2. แนวคิดบางประการเกี่ยวกับการสอน

เนื่องจากเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน เป็นเรื่องใหม่สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีแนวคิดบางอย่างแตกต่างจากแนวคิดของเรื่องลิมิตของลำดับซึ่งนักเรียนได้เรียนมาก่อนเรื่องนี้ และจากผลการศึกษาของบลอมควิสต์ (Blomquist, 1991: 286) ซึ่งพบว่า เรื่องลิมิตของฟังก์ชันเป็นเรื่องยากที่จะเข้าใจโดยเฉพาะเรื่องการมีหรือไม่มีลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาแนวคิดเกี่ยวกับการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ผู้วิจัยขอเสนอแนวคิดบางประการเกี่ยวกับการสอน ดังนี้

1. เนื่องจากจุดประสงค์การเรียนรู้ มุ่งให้นักเรียนมีมโนคติเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นเรื่องที่ยากในการสอน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องศึกษาหลักการสอนให้เกิดมโนคติ ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านอธิบายว่า มโนคติเกิดจากการรับรู้สิ่งเร้าต่าง ๆ แล้วสรุปเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ ออกมา ซึ่งอาจเป็นลักษณะหรือสมบัติร่วมของข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยดูจากความเหมือนกันหรือต่างกัน และจัดพวกกันได้ (Bruner, 1957: 40-43) สำหรับการสอนมโนคติทางคณิตศาสตร์นั้น กาย (Bell, 1981:116 ; citing Gagne, 1970) ได้เสนอวิธีที่จะสอนให้เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ดังนี้ 1) แสดงตัวอย่างที่หลากหลายของมโนคติเพื่อหาข้อสรุป 2) แสดงตัวอย่างที่แตกต่างแต่สัมพันธ์กับมโนคติเพื่อให้นักเรียนแยกแยะความต่างกัน 3) แสดงสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนคติเพื่อแยกแยะความแตกต่างให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แล้วสรุปในรูปทั่วไป 4) ให้หลีกเลี่ยงการแสดงตัวอย่างที่มีสมบัติร่วมกันกับมโนคติอื่นเพื่อป้องกันความสับสนที่อาจเกิดขึ้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่า รูปแบบการสอนมโนคติเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันที่จำนวนจริงที่กำหนด ซึ่งเป็นการสอนที่ไม่ยึดรูปแบบ น่าจะใช้วิธียกตัวอย่างการมีลิมิตและไม่มีลิมิต ให้นักเรียนสังเกตความเหมือน

และต่างกัน แล้วเก็บเป็นข้อสันนิษฐานไว้อีก เมื่อยกตัวอย่างเพิ่มเติมอีก นักเรียนก็จะนำข้อมูลมาตรวจสอบกับข้อสันนิษฐานของตนได้

2. เนื่องจากความรู้พื้นฐานเดิมของเรื่องนี้ คือ ฟังก์ชันและสมบัติของจำนวนจริง ซึ่งเฟอร์รีนิ - มันดี และลอเทน (Ferrini - Mundy and Lauten, 1994 : 115) ได้ศึกษาพบว่า ความเข้าใจนิมิตของฟังก์ชันมีความสำคัญต่อความเข้าใจนิมิตของแคลคูลัสในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน และความชันของเส้นโค้ง และพบอีกว่า นักเรียนจำนวนหนึ่งนึกถึงฟังก์ชันในรูปสมการได้เพียงแบบเดียว โดยไม่ค่อยนึกถึงฟังก์ชันในรูปแบบอื่น เช่น กราฟ ตารางหรือรูปลักษณะอื่น ดังนั้นในการทบทวนความรู้เดิมเรื่องฟังก์ชันจะต้องเน้นแบบกราฟและตารางด้วย เพราะการเริ่มสอนให้เข้าใจนิมิตเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันที่จำนวนจริงที่กำหนดให้ควรจะใช้ฟังก์ชันในรูปกราฟและตาราง

3. งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ในช่วงที่ผ่านมา มีผลงานการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่น่าสนใจ ดังนี้

เสกสรรค์ คำกระบี่ (2517: 195) ได้ทำการวิจัยศึกษาหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งขณะนั้นไม่ได้มีการสอนเรื่องนี้ในโรงเรียนทั่วไปของประเทศไทย การนำเสนอโนมิตเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันเป็นชนิดอีกรูปแบบในรูปบทนิยามที่เกี่ยวกับแคลคูลัสและเอปไซลอน กลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่ม คือกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนคณะราษฎรบำรุง จังหวัดยะลา ปีการศึกษา 2516 ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องนี้ แต่นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องนี้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05

ราชัน (Rajan, 1989:151) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาวัสดุหลักสูตรในการสอนนิมิตเกี่ยวกับลิมิตต่าง ๆ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการหาค่าโดยประมาณที่แสดงในรูปตัวเลขที่มีค่าต่อเนื่องกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 19 คนที่เรียนวิชาพื้นฐานของแคลคูลัส (Precalculus) ในโรงเรียนนานาชาติของสหประชาชาติ แห่งนครนิวยอร์ก สหรัฐอเมริกา ผลปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจแนวคิดและหาค่าลิมิตได้และการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะเป็นผลดีต่อนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ

จากงานวิจัยดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดว่า นักเรียนตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ขึ้นไปตามหลักสูตรปัจจุบัน น่าจะเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันได้ และการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยคิดจะสร้างขึ้นในลักษณะนำเสนอโมเดลเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน การหาลิมิตของฟังก์ชันในรูปแบบการที่ให้ค่าเป็นตัวเลขนอกเหนือไปจากในรูปกราฟน่าจะเป็นผลดีต่อการเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียน โดยเฉพาะนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ

ตอนที่ 2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ปัจจุบันคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือช่วยอำนวยความสะดวกให้มนุษย์ได้มากโดยใช้เวลาน้อยตั้งแต่เรื่องที่ใกล้ตัวเราไปจนถึงเรื่องที่ไกลตัวเรา บทบาทหนึ่งที่เป็นประโยชน์คือคอมพิวเตอร์เพื่อการศึกษา ซึ่งรู้จักในนามของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer - Assisted Instruction or Computer - Aided Instruction)(CAI) หรือ Computer Assisted Learning (CAL) ที่จัดว่าเป็นเครื่องมืออันหนึ่งที่เป็นประโยชน์ และอำนวยความสะดวกในการเรียนการสอนทุกระดับและทุกสาขาวิชาอย่างที่ไม่เคยมีเครื่องมือหรือผู้ช่วยใด ๆ ทำได้มาก่อน ในวงการศึกษาระดับโลกตะวันตก บทบาทของคอมพิวเตอร์เป็นที่ยอมรับกันมาว่ายี่สิบปีแล้ว การพัฒนาความสามารถและการขยายแควดวงของคอมพิวเตอร์เพื่อการศึกษาได้ดำเนินมาอย่างต่อเนื่อง นักการศึกษาที่อยู่ในวงการคอมพิวเตอร์หลายคน (Walker and Hess. 1984:1) เห็นพ้องกันในแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติอันโดดเด่นของคอมพิวเตอร์ในฐานะสื่อการสอนว่ามีความสามารถที่จะได้ตอบกับผู้เรียนอย่างทันท่วงที เทียบเท่ากับที่เสียง และอุปกรณ์อื่น ๆ ทำไม่ได้ รวมทั้งสื่ออื่นไม่สามารถตรวจสอบคำตอบของผู้เรียนในคำถามที่เกิดขึ้น ไม่สามารถจัดการให้ผู้เรียนแก้ไขข้อผิดพลาดอย่างทันท่วงที และไม่สามารถช่วยให้ความเข้าใจกฎเกณฑ์อันเป็นที่มาของคำตอบที่ถูกต้องอย่างที่คุณคอมพิวเตอร์ทำได้ (มลิวัลย์ ภักดีประไพ. 2538:2) สำหรับความหมายและประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีรายละเอียดดังนี้

1. ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหรือ CAI เป็นคำที่ใช้กันในสหรัฐอเมริกาตั้งแต่เริ่มมีการนำเอาคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการเรียนการสอนในทศวรรษ 1960 ส่วนในประเทศไทยใช้คำย่อ CAL ทั้ง CAI และ CAL ต่างก็หมายถึงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แต่การเรียกที่แตกต่างกันแสดงให้เห็นแง่มุมการมองที่แตกต่างกันของนักการศึกษาในสหรัฐอเมริกาและอังกฤษ ซึ่ง เคอร์ซิด อาห์มัด (Ahmad and others. 1991:2-3) กล่าวไว้ในหนังสือเกี่ยวกับการเรียนการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ว่า

ผู้ใช้คำว่า CAI ให้ความสำคัญต่อผู้สอน ส่วนผู้ใช้คำว่า CAL ให้ความสำคัญต่อผู้เรียนมากกว่า อย่างไรก็ตามแม้ว่าในปัจจุบันจะยังมีคำอื่นที่มีความหมายในทำนองเดียวกันนี้ปรากฏอยู่ เช่น Computer-Directed Instruction (CDI) และ Computer - Managed Instruction (CMI) แต่คำว่า CAI ก็เป็นคำที่ใช้กันแพร่หลายมากที่สุดในทุกประเทศที่เกี่ยวข้อง

มีผู้ให้ความหมายของคำว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ไว้หลายท่าน เช่น

สโตลูโรว์ (Stolurow.1971:390) ได้กล่าวถึงคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไว้ในหนังสือ

The Encyclopedia of Education ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นวิธีการสอนโดยอาศัยคอมพิวเตอร์ ในการจัดประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กัน มีการแสดงเนื้อหาวิชาตามลำดับขั้นตอนที่ต่างกันด้วย โปรแกรมบทเรียนที่เตรียมไว้อย่างเหมาะสม คอมพิวเตอร์จึงเป็นเครื่องมือช่วยสอนอย่างหนึ่งที่ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

ชิปป์ (Sippl. 1981:77) ได้ให้ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนว่าหมายถึง การใช้คอมพิวเตอร์มาช่วยในการเรียนการสอน โดยนำมาประยุกต์ในการโต้ตอบระหว่างผู้เรียน กับโปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ตามขั้นตอนที่จัดไว้ ซึ่งสามารถบอกข้อบกพร่องของผู้เรียน เมื่อทำผิดพลาดได้

สมชาย ทยานง (2526:5-16) ได้ให้ความหมายคอมพิวเตอร์ช่วยสอนว่าคือ การนำเอาคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นเครื่องมือช่วยประกอบในด้านการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ในทุกสาขาวิชา โดยเมื่อผู้เรียนได้ศึกษาบทเรียนต่างๆ ไปแล้ว คอมพิวเตอร์จะเป็นเครื่องมือช่วย ทบทวนให้เข้าใจดีขึ้น หรือใช้เป็นการทดสอบความเข้าใจของผู้เรียนว่าเข้าใจถูกต้องเพียงใด

ผดุง อารยะวิญญู (2527 :41-42) ได้ให้ความหมายไว้ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง การนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นเครื่องมือช่วยครูในการเรียนการสอน สำหรับการเรียน การสอนจะบรรจุเนื้อหาที่ครูจะสอน แทนที่ครูจะสอนเนื้อหาวิชาด้วยตัวเอง ครูก็บรรจุเนื้อหา เหล่านั้นไว้ในโปรแกรมและนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง คอมพิวเตอร์ช่วยสอนจึงเป็นวิธีหนึ่ง ที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เป็นผู้ถ่ายทอดวิชาแทนครู

ชนิษฐา ชานนท์ (2532 :8) ได้ให้ความหมายว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง การนำคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอนโดยเนื้อหาวิชาแบบฝึกหัด และการ ทดสอบ จะถูกพัฒนาขึ้นในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งมักเรียกว่า คอร์สแวร์ (Courseware) ผู้เรียนจะเรียนบทเรียนจากคอมพิวเตอร์โดยคอมพิวเตอร์จะสามารถเสนอเนื้อหาวิชา ซึ่งอาจจะเป็น ทั้งในรูปตัวหนังสือและกราฟิก สามารถถามคำถาม รับคำตอบจากผู้เรียน ตรวจสอบคำตอบ และแสดง ผลการเรียนรู้ในรูปของข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) ให้แก่ผู้เรียน

ทักษิณา สวานานนท์ (พจนานุกรมศัพท์คอมพิวเตอร์. 2536:88) ได้ให้ความหมายของ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนว่า หมายถึง การสร้างโปรแกรมบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งผู้เรียน สามารถเรียนได้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคลถือว่าคอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์การสอน แต่ไม่ใช่ครูผู้สอน

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง การสอนโดยใช้ คอมพิวเตอร์เป็นสื่อ โดยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาของบทเรียนตามโปรแกรมที่สร้างไว้อย่างเป็น ขั้นตอนได้ด้วยตนเอง สามารถบอกข้อผิดพลาดของผู้เรียนได้เมื่อผู้เรียนตอบผิดโดยแสดงผล การเรียนในรูปแบบของข้อมูลย้อนกลับ

2. ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ใช้ในวงการศึกษาก่อคิดจนถึงปัจจุบัน มีหลายรูปแบบ ดังที่นักวิชาการ (Stolurow. 1971:39 ; Merrill. 1992: 11-13) ได้จัดแบ่งประเภทไว้ดังนี้

2.1 ประเภทเพื่อการสอน (Tutorial) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์สอนเนื้อหาหรือ สารสนเทศใหม่ตามโปรแกรมที่สร้างขึ้นในลักษณะของบทเรียนโปรแกรม โดยเลียนแบบการสอน ของครู นักเรียนจะสามารถศึกษาบทเรียนตามลำดับที่จัดโปรแกรมไว้ ต่อจากนั้นจะมีการตั้งคำถาม เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน มีการแสดงผลย้อนกลับพร้อมกับการเสริมแรง นอกจากนี้ ยังสามารถให้นักเรียนย้อนกลับไปศึกษาบทเรียนเดิมหรือข้ามบทเรียนที่นักเรียนรู้แล้ว หรือ นำเสนอเนื้อหาที่ยากขึ้นตามระดับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ตลอดจนสามารถบันทึก ข้อมูลเกี่ยวกับการกระทำของนักเรียน เพื่อให้ครูผู้สอนมีข้อมูลในการเสริมความรู้ให้กับนักเรียน บางคนได้

2.2 ประเภทเพื่อฝึกปฏิบัติ (Drill and Practice) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์นำเสนอปัญหา หรือแบบฝึกหัดแล้วให้นักเรียนได้ตอบซึ่งอาจมีการฝึกซ้ำ ๆ เพื่อให้เกิดทักษะ คอมพิวเตอร์จะ ประเมินคำตอบของนักเรียนและแสดงผลย้อนกลับที่เหมาะสม ถ้านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง คอมพิวเตอร์จะแสดงคำตอบที่ถูกต้องแล้วนำเสนอปัญหาหรือคำถามข้อถัดไป โปรแกรมบทเรียน ประเภทนี้จึงประกอบด้วย คำถาม คำตอบและเกณฑ์ประเมินระดับความรู้ รวมทั้งอาจมีการแทรก รูปภาพเคลื่อนไหวหรือพูดได้ตอบหรืออื่นๆเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอยากทำแบบฝึกหัด

2.3 ประเภทจำลองสถานการณ์ (Simulation) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์นำเสนอ สถานการณ์ที่จำลองมาจากสถานการณ์จริง เช่น การเคลื่อนที่ของลูกปืน การเดินทางของแสง การเกิดปฏิกิริยาทางนิวเคลียร์ ปรากฏการณ์ทางเคมีหรือปรากฏการณ์ทางชีววิทยาที่ใช้เวลา หลาย ๆ วัน การใช้คอมพิวเตอร์จำลองสถานการณ์ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ง่าย ช่วยลดค่าใช้จ่าย ด้านอุปกรณ์ ลดอันตรายที่เกิดจากการทดลอง และช่วยลดเวลาของปรากฏการณ์ให้สั้นเข้าตาม

เวลาที่สมมุติ

2.4 ประเภทการแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์นำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ของปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดโดยพยายามค้นหากระบวนการและเหตุผลในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งต้องใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแก้ปัญหานั้นด้วย จึงทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และเพิ่มพูนทักษะในการแก้ปัญหา

2.5 ประเภทเกมการเรียนการสอน (Game) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์นำเสนอเกมการเรียนการสอนที่ฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการเล่น เพื่อพัฒนาการเรียน ความคิดความอ่านต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนได้ความรู้และสนุกสนานไปพร้อม ๆ กัน ส่วนที่มีลักษณะเหมือนเกมทั่ว ๆ ไป คือ เป็นการแข่งขันเพื่อชัยชนะ ซึ่งเป็นการนำไปสู่การเรียนรู้ตนเอง

2.6 ประเภทการสนทนา (Dialogue) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ ที่เลียนแบบการพูดคุยระหว่างครูกับนักเรียน โดยคอมพิวเตอร์จะใช้ตัวอักษรบนจอภาพ เป็นระบบมัลติมีเดียจะมีเสียงประกอบที่พูดคุยกับนักเรียนและนักเรียนพูดคุยโดยผ่านทางแป้นพิมพ์ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนประเภทนี้มีลักษณะเหมือนการใช้แบบสอบถามที่จัดว่าเป็นการสอนประเภทการแก้ปัญหาอย่างหนึ่ง

2.7 ประเภทการสาธิต (Demonstration) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์สาธิตในลักษณะเดียวกับการสาธิตของครู แต่การสาธิตโดยใช้คอมพิวเตอร์น่าสนใจกว่า เพราะคอมพิวเตอร์ให้ทั้งเส้นกราฟที่สวยงาม มีสีสรรและเสียงประกอบอีกด้วย รวมทั้งนักเรียนอาจทดลองด้วยตนเองก็ได้

2.8 ประเภทแบบทดสอบ (Test) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ทดสอบนักเรียนหลังจากที่ได้เรียนเนื้อหาและฝึกปฏิบัติแล้ว นักเรียนจะทำแบบทดสอบโดยผ่านคอมพิวเตอร์ ซึ่งเมื่อคอมพิวเตอร์รับคำตอบแล้วก็จะทำการบันทึกผล ประมวลผลตรวจให้คะแนน และเสนอผลให้นักเรียนทราบทันทีที่ทำข้อสอบเสร็จ

2.9 ประเภทการไต่สวน (Inquiry) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ค้นหาข้อเท็จจริง แนวคิดหรือข่าวสารที่เป็นประโยชน์จากโปรแกรมที่จัดไว้ นักเรียนที่ต้องการเรียนรู้สามารถทำได้ด้วยระบบง่าย ๆ จากโปรแกรมที่จัดไว้

จากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทั้ง 9 ประเภท ผู้วิจัยประสงค์ที่จะพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อทำหน้าที่เป็นผู้สอนด้านเนื้อหาซึ่งเป็นผู้ช่วยครูเท่านั้น ผู้วิจัยพิจารณาเห็นว่าควรมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหลายประเภทผสมกันตามธรรมชาติของการเรียนการสอน เช่น ประเภทเพื่อการสอน เพื่อฝึกปฏิบัติและแบบทดสอบ ดังนั้นรูปแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจึงประกอบด้วย การนำ

เข้าสู่บทเรียน บอกจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรม เสนอเนื้อหาที่เป็นบทนิยามในรูปข้อตกลง ทฤษฎีบทและตัวอย่างประกอบ นอกจากนี้ยังมีแบบฝึกหัดและการทดสอบหลังเรียนในการเสนอเนื้อหาแต่ละคาบ

3. ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

เมื่อเริ่มมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแล้ว ความนิยมก็เพิ่มมากขึ้นเป็นลำดับ และใช้กันอย่างแพร่หลายเนื่องด้วยประโยชน์อันกว้างขวาง ซึ่งในสหรัฐอเมริกาได้มีการศึกษาที่ยืนยันถึงข้อดีของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตั้งแต่ได้มีใช้กันมาดังที่คณาจารย์แห่งรัฐมิชิแกน ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้เสนอรายงานในปี ค.ศ. 1983 (Walker and Hess. 1984 : 217) ถึงผลงานวิจัยของกลุ่มต่าง ๆ เช่น งานวิจัยของวินตันเฮเลอร์ และแบส (Vinsonhaler and Bass. 1972 : 12, 29-32 ; citing Walker and Hess. 1984 : 217) ในปี ค.ศ. 1972 ซึ่งทำกรณีศึกษา 10 รายในนักเรียนระดับประถมศึกษา พบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกเพิ่มเติมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะมีผลการปฏิบัติโดยทั่วไปดีกว่านักเรียนที่ฝึกเพิ่มเติมด้วยวิธีการแบบเดิม ที่ใช้กระดานและปากกา และในปี ค.ศ. 1974 มีการศึกษาของ เจมิสัน ซุฟเฟส และเวลส์ (Jamison and others. 1974 : 1-61; citing Walker and Hess. 1984 : 217) พบว่า เมื่อใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นเครื่องสอนเสริมนักเรียนประถมศึกษาจะมีผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น โดยเฉพาะในนักเรียนที่มีความด้อยและเรียนช้า จะใช้เวลาในการเรียนรู้ลดลงกว่าที่เคย และยังได้กล่าวถึงงานวิจัยของเบิร์น และโบสแมน (Burns and Bozeman. 1981 : 21, 32-39 ; citing Walker and Hess. 1984 : 217) ในปี ค.ศ. 1981 ที่ชี้ว่า เมื่อใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ผู้เรียนจะได้คะแนนสูงขึ้น ช่วยลดเวลาในการสอน และผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ยังมีผู้กล่าวถึงประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดังข้อสรุป ต่อไปนี้

ฮอล (Hall. 1982:362) กล่าวว่า

- 1) เป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนในด้านเวลาสอนลดลง ลดเวลาที่จะต้องติดต่อกับนักเรียนมีเวลาศึกษาคำราและทำวิจัย ช่วยพัฒนาทางวิชาการและอื่น ๆ
- 2) เป็นการสอนที่มีแบบแผน สามารถตรวจสอบได้ และเป็นบทเรียนที่มีคุณภาพสูงสำหรับนักเรียน
- 3) ช่วยพัฒนาความก้าวหน้าของนักเรียน ข้อมูลที่ได้จากนักเรียนนั้นจะได้นำมาปรับปรุงหลักสูตร
- 4) ลดเวลาในการเรียน
- 5) หลักสูตรที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน สามารถส่งเสริมการสอนได้

คาร์ทไรท์ (Cartwright, 1984:166) กล่าวว่า

- 1) เสนอการสอนที่เป็นระบบ
- 2) แข็งผลย้อนกลับแก่ผู้เรียนได้ทันที
- 3) เสริมแรงในเชิงบวก
- 4) ให้การสอนเนื้อหาเพิ่มขึ้นอย่างเป็นขั้นตอนตามลำดับ
- 5) ให้การสอนซ้ำๆสำหรับผู้เรียนซ้ำได้
- 6) ให้การสอนเป็นรายบุคคล

ผดุง อารยะวิญญู (2527:44-47) กล่าวว่า

- 1) ช่วยการฝึกทักษะ
- 2) ช่วยให้การเรียนสนุกสนานจากเกมการเรียนการสอน
- 3) ให้การสอนซ้ำๆ สำหรับผู้เรียนรู้ซ้ำและให้การสอนสำหรับผู้ขาดเรียน
- 4) ช่วยสาริตแทนครูผู้สอน
- 5) ช่วยจำลองสถานการณ์โดยเลียนแบบของจริง

ยุพิน พิพิธกุลและอรพรรณ ดันบรรจง (2535:160) กล่าวว่า

- 1) สนองตอบต่อการสอนเป็นรายบุคคล
- 2) สามารถบริหารการสอนได้อย่างดี
- 3) สามารถสอนความคิดรวบยอดและทักษะขั้นสูงที่ยากแก่การสอน
- 4) คำนวณได้อย่างรวดเร็ว นักเรียนจึงเรียนได้เร็วและถูกต้อง
- 5) สร้างแรงกระตุ้นและแรงจูงใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่กล่าวมาสรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์เป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน การบริหารการสอน การเรียนรู้ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทุกกลุ่มไม่ว่าจะเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง หรือด้อยในการเรียนรู้เนื้อหาต่างๆ

4. งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในช่วงสิบกว่าปีที่ผ่านมา มีผลงานการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศดังนี้

ศุภสมบุรณ์ อึ้งรัตนกร (2530 : 299) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เพื่อใช้สอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการใช้เมตริกซ์แก้สมการเชิงเส้น สำหรับนักศึกษาปริญญาตรีปีที่ 1 คณะเทคโนโลยีการเกษตร สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2530 ซึ่งสอบไม่ผ่านเกณฑ์

ร้อยละ 60 ของวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 2 จำนวน 34 คน ผลปรากฏว่า (1) นักศึกษาที่เรียนเพิ่มเติมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละ 70 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (2) ผลสัมฤทธิ์หลังการเรียนเพิ่มเติมสูงกว่าก่อนเรียนเพิ่มเติมร้อยละ 27.5 และ (3) นักศึกษาที่เรียนเพิ่มเติมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการเรียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

สมใจ อรุณศรีโสภณ, พนมกร จันทร์เจริญ และอนงค์นาฏ ศรีวิหค (2535 : 680-681) ได้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเกี่ยวกับการประยุกต์ของอินทิกรัลจำกัดเขต เรื่องการหาพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงต่าง ๆ โดยมีการทบทวน แนะนำ ยกตัวอย่างและแบบฝึกหัดพร้อมเฉลย แล้วนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวไปทดลองใช้กับนักศึกษาปีที่ 1 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์โดยกลุ่มนักศึกษาที่มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์เท่ากันแล้วแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองเรียนเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังกล่าว อีกกลุ่มหนึ่งเรียนตามวิธีสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่เรียนเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

โอเดน (Oden. 1982 : 355 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อเตรียมเรียนวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนเกรด 9 จากโรงเรียนมัธยมแบบประสมในสหรัฐอเมริกา จำนวน 2 โรงเรียน โดยการเรียนรู้จากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและเรียนจากการสอนแบบบรรยาย ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีคะแนนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งที่เป็นคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดเจตคติ

ไรท์ (Wright. 1984 : 1063 - A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับการซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่ม ที่คัดเลือกจากประชากรที่ประกอบด้วยนักเรียนจากโรงเรียนในรัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา กลุ่มทั้งสองมีความคล้ายคลึงกัน กลุ่มทดลองใช้เวลา 6 สัปดาห์ในการเรียนซ่อมเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในช่วงฤดูร้อน ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนซ่อมเสริมแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า การนำเอาคอมพิวเตอร์มาช่วยสอนทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการสอนแบบปกติ

อิมโบเดน (Imboden. 1986 : 3278-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการสอนมโนติเรื่องร้อยละสำหรับนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ กลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่ม ที่คัดเลือกจากประชากรซึ่งประกอบด้วยนักศึกษาชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 ของวิทยาลัยขนาดเล็กที่อยู่ในเครือของศาสนาคริสต์ในสหรัฐอเมริกา และลงทะเบียนเรียนซ่อมเสริมวิชา

คณิตศาสตร์เพื่อที่จะให้จบการศึกษาในมหาวิทยาลัย กลุ่มทดลองได้รับการสอนซ่อมเสริมจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนซ่อมเสริมจากครูด้วยวิธีบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนซ่อมเสริมจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนจากครูด้วยวิธีบรรยาย ผู้สอนในกลุ่มทดลองมีเวลามากขึ้น และนักศึกษามีแรงจูงใจมากขึ้น

สุเทพ ทองอยู่ (Thongyoo. 1989) ได้ทำการวิจัยผลของการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัสโดยทดลองกับนักศึกษาที่ Syracuse University สหรัฐอเมริกา โปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้คือโปรแกรม Calculus Toolkit สำหรับกลุ่มทดลองให้อาจารย์ผู้สอนใช้โปรแกรมดังกล่าวในการสาธิต และมีตัวอย่างประกอบและให้ผู้เรียนใช้โปรแกรมในการศึกษาและทำแบบฝึกหัด ส่วนกลุ่มควบคุมให้อาจารย์ผู้สอนสอนตามปกติ โดยใช้เนื้อหาและตำราเรียนเหมือนกับกลุ่มทดลอง ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัสของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ปาร์ค (Park. 1993) ได้ศึกษาวิจัยการประเมินผลวิชาแคลคูลัสและคณิตศาสตร์ (Calculus & Mathematica course) (C & M) ที่มีการปฏิบัติการทางคอมพิวเตอร์ โดยใช้วิธีการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองที่ให้เรียนวิชาแคลคูลัสดังกล่าวกับกลุ่มควบคุมที่ให้เรียนวิชาแคลคูลัสตามปกติที่ University of Illinois สหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความเข้าใจเชิงมโนคติในเนื้อหาวิชาแคลคูลัสดีกว่ากลุ่มควบคุม

ฟรีเดนเบอร์ก (Fredenberg. 1994) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการเรียนวิชาแคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยเสริมการเรียนกับการเรียนตามปกติ โดยทดลองกับนักศึกษาที่ Montana State University สหรัฐอเมริกา กลุ่มทดลองมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยเสริมในห้องปฏิบัติการ ส่วนกลุ่มควบคุมให้เรียนตามปกติและมีการบ้านเสริมการเรียน ผลการศึกษาสรุปว่าทั้งสองกลุ่มมีการเปลี่ยนแปลงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างไม่มีนัยสำคัญ และทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ในทางปฏิบัติสูงในระดับเดียวกัน

ผลการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แสดงให้เห็นถึงการนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ทั้งในลักษณะแทนครูและเสริมการสอนของครู โดยเป็นการสอนมโนคติหรือสอนซ่อมเสริมซึ่งส่วนใหญ่พบว่า ผู้เรียนที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าการสอนด้วยวิธีบรรยาย แต่ยังไม่สามารถยืนยันได้แน่นอนว่า การสอนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการสอนแบบปกติ

ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะพัฒนาและศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยในการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มทดลอง

ให้เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและคู่มือนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในลักษณะสอนแทนครู ส่วนกลุ่มควบคุมให้เรียนโดยวิธีสอนปรกติตามแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยมีเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนเช่นเดียวกันกับในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ทั้งนี้สาเหตุส่วนหนึ่งได้จากการออกแบบสอบถามครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในเขตการศึกษา 7 เรื่อง เนื้อหาและการสอนลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ในรายวิชา ค 015 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 "พบว่า...ครูไม่สามารถหาวิธีสอนมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ใช้วิธีสอนคือวิธีบรรยาย ไม่มีสื่ออื่นมาประกอบการสอน ..." แสดงถึงปัญหาการขาดสื่อการสอนเรื่องนี้ในเขตการศึกษา 7 และจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ผู้วิจัยพบว่า ยังไม่มีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันในประเทศไทยโดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับในต่างประเทศนั้นในระดับมัธยมศึกษาก็ยังไม่พบเกี่ยวกับเรื่องนี้เช่นกัน และด้วยประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยจึงคิดพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน เพื่อใช้สอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในประเทศไทย

5. ลักษณะของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะใช้ประโยชน์ได้ดี เมื่อเป็นบทเรียนที่มีคุณภาพดี ซึ่งแฮนนาฟิน และเพค (Hannafin and Peck, 1988 : 17-23) ได้ให้ลักษณะของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี 12 ประการดังนี้

- 1) บทเรียนที่ดีควรทำให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะ และเจตคติ ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ และผู้เรียนสามารถประเมินผลด้วยตนเองว่า บรรลุจุดประสงค์แต่ละข้อหรือไม่
- 2) บทเรียนที่ดีควรเหมาะสมกับลักษณะผู้เรียน การสร้างบทเรียนต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ
- 3) บทเรียนที่ดีควรมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนให้มากที่สุดโดยมีประสิทธิภาพมากกว่าการเรียนจากหนังสือ เพราะสามารถสื่อสารกับผู้เรียนได้สองทาง
- 4) บทเรียนที่ดีควรมีลักษณะเป็นการเรียนการสอนรายบุคคล ผู้เรียนสามารถเลือกเรียนหัวข้อที่ตนเองต้องการ และสามารถข้ามบทเรียนที่ตนเองเข้าใจได้แล้วได้ แต่ถ้าบทเรียนใดที่ศึกษาแล้วไม่เข้าใจ ก็สามารถเรียนซ่อมเสริมจากข้อแนะนำได้
- 5) บทเรียนที่ดีควรคำนึงถึงความสนใจของผู้เรียน มีลักษณะสร้างความสนใจตลอดเวลา เพื่อให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน
- 6) บทเรียนที่ดีควรสร้างความรู้สึกร่วมกับผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกร่วม

เพื่อกำหนดเกณฑ์การประเมิน

- 7) บทเรียนที่ดีควรสามารถแสดงผลย้อนกลับไปยังผู้เรียนได้
- 8) บทเรียนที่ดีควรเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมทางการเรียนการสอน
- 9) บทเรียนที่ดีควรมีการประเมินผลการปฏิบัติงานของผู้เรียนอย่างเหมาะสม โดยหลีกเลี่ยงคำถามที่ง่ายและตรงเกินไป หลีกเลี่ยงคำถามที่ไร้ความหมาย การตัดสินใจคำตอบต้องชัดเจน ไม่คลุมเครือ
- 10) บทเรียนที่ดีควรใช้คอมพิวเตอร์เพื่อเป็นแหล่งทรัพยากรทางการเรียนอย่างชาญฉลาดโดยใช้สมรรถนะของคอมพิวเตอร์อย่างเต็มที่ เช่น ใช้ภาพเคลื่อนไหวประกอบตัวอักษร ใช้แสงหรือสีเน้นคำหรือข้อความสำคัญ
- 11) บทเรียนที่ดีควรได้รับการออกแบบที่เหมาะสมตามหลักการออกแบบการสอน
- 12) บทเรียนที่ดีควรมีการประเมินผลทุกๆ ด้านเช่น ประเมินผลผู้เรียน ประเมินประสิทธิภาพของบทเรียน ความสวยงาม ความตรง และเจตคติของผู้เรียน เป็นต้น

6. การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นส่วนหนึ่งของการออกแบบการสอนที่อาศัยการประยุกต์ของหลักจิตวิทยาการสอน และทฤษฎีการเรียนรู้ ผู้วิจัยขอเสนอแนวคิดในการพัฒนาคอมพิวเตอร์ของนักการศึกษาดังนี้

เคมพ์ (Kemp, 1985 : 248) ได้สรุปขั้นตอนการพัฒนาไว้ดังนี้

- 1) จัดเตรียมเครื่องมือ และอุปกรณ์ที่จะใช้
- 2) ออกแบบและเขียนผังงาน (Flow chart) ตามลำดับขั้นของกระบวนการสอนที่ออกแบบไว้

- 3) พัฒนาคำถามที่จะใช้สำหรับทบทวน และเสนอแนะ
- 4) วางแนวคิดที่จะเสนอบทเรียนบนจอคอมพิวเตอร์
- 5) เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์
- 6) เพิ่มความสนใจให้แก่บทเรียนโดยใช้เทคนิคด้านภาพและเสียง
- 7) จัดเตรียมวัสดุ สิ่งพิมพ์ที่ใช้ประกอบบทเรียน
- 8) ทดสอบและปรับปรุงบทเรียน

รอมมิสซอว์สกี (Romiszowski, 1986 : 271-272) ได้สรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

- 1) การกำหนดวัตถุประสงค์เฉพาะ
- 2) วิเคราะห์พฤติกรรม เป้าหมายของผู้เรียนที่ต้องการ เพื่อสร้างรูปแบบบทเรียน

- 3) ออกแบบบทเรียน
- 4) สร้างบทเรียนตามที้ออกแบบไว้
- 5) เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาที่เหมาะสม
- 6) ทดลองเพื่อพัฒนาบทเรียน
- 7) ประเมินผลความเที่ยงตรงทั้งด้านเทคนิคคอมพิวเตอร์และด้านการสอน

แฮนนาฟิน และเพค (Hannafin and Peck.1988 : 46-50) ได้อาศัยหลักการและการประยุกต์จากทฤษฎีการเรียนรู้พฤติกรรมนิยม (Behavioral learning theory) โดยเน้นความสำคัญของสิ่งเร้าและพฤติกรรมตอบสนอง ซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้และแรงเสริมอันจะช่วยให้เกิดพฤติกรรม นอกจากนี้ยังใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ปัญญานิยม (Cognitive learning theory) โดยมีแนวคิดว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนรับสิ่งเร้าผ่านกระบวนการสัมผัส แล้วจัดเก็บไว้ในความจำระยะสั้น (Short-term storage) แล้วแปลงรูปเป็นรหัส (Encoding) เพื่อเก็บไว้ในความจำระยะยาว (Long-term storage) หลังจากนั้นสามารถเรียกมาใช้ได้ จากทฤษฎีดังกล่าวแฮนนาฟินและเพคได้สรุปแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไว้ดังนี้

- 1) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะต้องออกแบบให้มีการตอบสนองต่อผู้เรียนทันทีหลังจากได้รับสิ่งเร้า
- 2) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีการเสนอสิ่งเร้าหรือคำถามซ้ำ ๆ กันเพราะการฝึกปฏิบัติซ้ำจะช่วยสนับสนุนการเรียนรู้และการจำ รวมทั้งเป็นการยืนยันผลการเรียนรู้ของผู้เรียน
- 3) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรแสดงผลย้อนกลับ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้ไม่ว่าจะตอบถูกหรือผิด และยังเป็นแรงเสริมต่อผู้เรียน
- 4) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรใช้สิ่งเร้าหรือคำถามที่มีลักษณะสนับสนุนให้ผู้เรียนตอบสนองได้อย่างถูกต้อง เพื่อเกิดกำลังใจในการเรียน
- 5) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรส่งเสริมการนำความรู้เดิมไปเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ที่ผู้เรียนกำลังเรียน
- 6) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะการคิดโดยใช้กระบวนการที่ได้เรียนรู้แล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน
- 7) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีลักษณะเป็นการเรียนการสอนรายบุคคลที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน
- 8) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรใช้เวลาในกิจกรรมการเรียนที่มากพอสำหรับผู้เรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนประสบผลสำเร็จในการเรียน และเกิดแรงจูงใจในการเรียนเรื่องต่อไป

จากแนวคิดดังกล่าว แชนนาพิน และเพค ได้สรุปหลักการออกแบบและพัฒนา คอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังนี้

1. พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ด้านพุทธิศึกษา ตามแนวคิดการฝึกทักษะการเรียนรู้ของ กาย แกกเกอร์และโรจาส (Gagne, Wager and Rojas. 1981: 17-26) ซึ่งแบ่งกระบวนการเรียนรู้ออกเป็น 9 ระยะ คือ 1) ระยะตื่นตัว (Alertness) 2) ระยะ คาดหวังอยากรู้ (Expectation) 3) ระยะระลึกความจำ (Retrieval to working memory) 4) ระยะ เลือกรับรู้ (Selection perception) 5) ระยะเข้ารหัสความหมาย (Semantic encoding) 6) ระยะ ตอบสนองสิ่งที่รู้ (Retrieval and responding) 7) ระยะเสริมแรง (Reinforcement) 8) ระยะชี้นำ สารสำคัญ (Cueing retrieval) และ 9) ระยะสรุปใจความสำคัญ (Generalized) ซึ่งทั้งเก้าระยะนี้จะ หมุนเวียนเป็นวัฏจักร ดังนั้นกระบวนการเรียนการสอนจึงประกอบด้วย

- 1.1 การเร้าความสนใจ เช่น ใช้รูปภาพช่วย
- 1.2 การบอกจุดประสงค์ของบทเรียน
- 1.3 การทบทวนความรู้เดิม ให้ความรู้ ทักษะและยุทธวิธีแก่ผู้เรียนตามจุดประสงค์
- 1.4 การเน้นประเด็นสำคัญ ด้วยแสง สี ตัวอักษรพิเศษ เป็นต้น
- 1.5 การชี้แนวทางการเรียนรู้ เช่น แนะนำการเรียนเพิ่มเติม
- 1.6 การกระตุ้นให้เกิดการตอบสนอง เช่น ให้แบบฝึกหัด
- 1.7 การแจ้งผลย้อนกลับแก่ผู้เรียน
- 1.8 การประเมินผลการปฏิบัติงานทั้งหมด
- 1.9 การย้ำความจำและการนำความรู้ไปใช้

2. ออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้มีลักษณะเป็นการเรียนการสอนรายบุคคล ซึ่งควรออกแบบการนำเสนอบทเรียนแบบแตกกิ่ง (Branching) เพราะการแตกกิ่งอาจเกิดขึ้นจาก ผลของการกระทำของผู้เรียนแต่ละคน หรือผู้เรียนเป็นผู้ตัดสินใจเลือก

3. ออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้มีการโต้ตอบกับผู้เรียนให้มาก ซึ่งจะก่อให้เกิด ผลการเรียนรู้หลายประการ เช่น ช่วยฝึกการนำความรู้ไปใช้

4. ออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้แสดงผลย้อนกลับอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุดซึ่งคุลฮาวิ (Kulhavy. 1977:211-232) ได้สรุปผลและเสนอแนะผลวิจัยเกี่ยวกับผลย้อนกลับ ไว้ 2 ข้อ คือ 1) การแสดงผลย้อนกลับทางลบ จะทำให้การเรียนรู้มีคุณค่ามากกว่าผลย้อนกลับ ทางบวกเพราะการแจ้งผลทางลบจะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนซ่อมเสริม และระมัดระวังการตอบผิด ยิ่งขึ้น 2) ถ้าตอบถูกก็ไม่จำเป็นต้องแจ้งผลย้อนกลับให้ผู้เรียนทราบ แต่ควรรวมข้อถูกทั้งหมด แจ้งผลให้ผู้เรียนทราบในช่วงท้าย แล้วตามด้วยการเสริมแรงให้กำลังใจด้วย

5. ออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

6. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีความสอดคล้องกันระหว่างจุดประสงค์การเรียนการสอนและการวัดประเมินผล

7. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนทั้งหมดควรจัดให้ผู้เรียนสามารถควบคุมการใช้โปรแกรมได้อย่างสะดวก เช่น จัดเป็นหน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยแบ่งเป็นหัวข้อย่อยที่เรียงลำดับอย่างเป็นระเบียบและเวลาที่จัดไว้ในแต่ละหน่วยมีความพอดี เป็นต้น

8. เสนอเรื่อง (Storyboard) บนจอภาพ และประเมินผลอย่างมีประสิทธิภาพ ควรเป็นจุดสนใจของผู้เรียนโดยมุ่งความสำเร็จของผู้เรียนเป็นสำคัญ

9. ประเมินผลคอมพิวเตอร์ช่วยสอนบ่อย ๆ โดยยึดแนวทางการเรียนการสอนและส่วนตกแต่งอื่น ๆ ของหลักสูตร ตลอดจนการเขียนโปรแกรม

10. การออกแบบการแสดงผลบนจอภาพควรใช้ความประณีต ซึ่ง เจ (Jay.1983 : 22-26) ได้เสนอแนะไว้ 6 ข้อ คือ 1) ใช้เพียงประเด็นเดียวที่ยาวเพียง 1-2 ประโยคในช่วงเวลาหนึ่ง 2) ให้ความกับผู้เรียนอย่างเพียงพอในการควบคุมจอภาพ 3) การเลื่อนภาพบนจอควรจัดให้เหมาะสม 4) ควรใช้อุปกรณ์ช่วยเมื่อสื่อสารด้วยตัวอักษร 5) ควรใช้ภาษาที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม และ 6) ควรใช้การตีกรอบ สี หรือการเน้นด้วยแสงพิเศษเพื่อเน้นประเด็นสำคัญ

11. ใช้สื่ออื่นเพิ่มเติมตามความเหมาะสม เช่น หนังสืออ่านประกอบ

อเลสซี และ ทรอลลิป (Alessi and Trollip. 1991 : 11-13) กล่าวถึงการอาศัยองค์ประกอบของทฤษฎีปัญญานิยมสำหรับการออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้แก่ 1) การรับรู้และความสนใจ (Perception and attention) เพราะการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับความสนใจต่อสิ่งเร้า และรับรู้สิ่งที่เกิดขึ้นได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นการออกแบบการนำเสนอต้องเหมาะสมและเร้าความสนใจตลอดเวลา 2) ความจำ (Memory) เพราะเนื้อหาที่เรียนรู้ จะต้องเก็บไว้ในหน่วยความจำและสามารถนำออกมาใช้ได้ ซึ่งหลักที่จะช่วยในการจำของผู้เรียนมีสองประการ คือ หลักการจัดและรวบรวม (Organization) และหลักการกระทำซ้ำ (Repetition) ดังนั้นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีแบบฝึกหัดที่ฝึกซ้ำ ๆ กัน 3) ความเข้าใจ (Comprehension) ผู้เรียนที่มีความเข้าใจจะต้องสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ได้ ดังนั้นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีกิจกรรมที่จะประเมินความสามารถด้านนี้ 4) การเรียนรู้แบบกิจกรรม (Active learning) ผู้เรียนควรได้เรียนรู้จากการกระทำ ดังนั้นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรมีการโต้ตอบกับผู้เรียนให้มากพอ 5) แรงจูงใจ (Motivation) เพื่อสร้างแรงจูงใจและความสนใจ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรคำนึงถึงการสร้างความท้าทาย สร้างความกระตือรือร้นแก่ผู้เรียน และการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการควบคุมการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ช่วยสอน 6) สภาพการควบคุม (Locus of control) การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรควบคุมลำดับการนำเสนอ ควบคุมเนื้อหาและวิธีการตลอดจนองค์ประกอบอื่น ๆ 7) การถ่ายโยงความรู้ (Transfer of learning) ผู้เรียนควรสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในโลกแห่งความจริง ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดและมีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนที่มีลักษณะเหมือนจริงตามวิธีการที่ใช้ในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และ 8) ความแตกต่างระหว่างบุคคล การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ควรคำนึงถึงระดับความสามารถของผู้เรียน ควรมีการช่วยเหลือผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำ

จากแนวคิดดังกล่าว อเลสซี และทรอลลิป (1991:245-248) ได้สรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. รวบรวมเอกสารต่าง ๆ ตลอดจนวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นในการพัฒนา
3. ศึกษาเนื้อหาของบทเรียนให้แจ่มแจ้ง
4. ระดมความคิดเพื่อสรุปแนวคิดในการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
5. ออกแบบการสอนจากการวิเคราะห์เนื้อหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม
6. เขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เพื่อบอกทิศทางการดำเนินเรื่องและ

การโต้ตอบกับผู้เรียน

7. เขียนเรื่องบนกระดาน ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ต้องกำหนดรายละเอียดของเนื้อหา คำถาม ผลย้อนกลับและอื่น ๆ ที่จะแสดงบนจอภาพของคอมพิวเตอร์
 8. แปลงจากภาพบนกระดานตามเรื่องที่เขียนไว้ให้เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์
 9. ผลិតสื่ออื่น ๆ สนับสนุน เช่น คู่มือสำหรับผู้เรียน แบบฝึกหัด เป็นต้น
 10. ประเมินผลและปรับปรุงแก้ไข เพื่อให้ได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีประสิทธิภาพ
- จะเห็นว่า ลำดับขั้นตอนในการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนของนักการศึกษาทั้งสามแนวคิดมีความคล้ายคลึงกัน ซึ่งสรุปเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ประกอบด้วย
 - 1.1 ศึกษาเนื้อหา และกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้
 - 1.2 วิเคราะห์ผู้เรียน เพื่อดูความพร้อม ระดับความสามารถและวางแผนการเรียนการสอนความรู้ใหม่ให้ต่อเนื่อง ตลอดจนวิเคราะห์เนื้อหาและแบ่งเป็นหน่วยย่อย
 - 1.3 ออกแบบและสร้างบทเรียนสำเร็จรูปเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้
 - 1.4 เขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์
2. ขั้นตอนการทดลองเพื่อพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เพื่อประเมินประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และปรับปรุงแก้ไขจนมีคุณภาพและประสิทธิภาพ

7. การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

เป็นส่วนหนึ่งของขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เมื่อออกแบบบทเรียนและเขียนหน้าเรื่องตามผังงานที่เขียนไว้แล้ว จะสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามบทที่เขียนไว้ ซึ่งช่วงโชติ (ช่วงโชติ พันธุเวช. 2535:51-52) ได้แบ่งวิธีการสร้างไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. การสร้างด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูง เป็นกระบวนการที่ผู้พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์มากพอ รวมทั้งยังจะต้องใช้เวลาในการสร้างโปรแกรม

2. การสร้างด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป เป็นอีกกระบวนการหนึ่งที่ผู้พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเลือกใช้จากโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีจำหน่ายทั่วไป เช่น โปรแกรมสเปรดชีต (Spreadsheets) โปรแกรมไทยโซฟท์ที่พัฒนาโดย อางหาญ สัตยารักษ์ อาจารย์โรงเรียนลำปางกัลยาณี ซึ่งได้ออกเผยแพร่ในปี 2534 เป็นต้น หรือเลือกใช้จากระบบโปรแกรมที่เรียกว่า ระบบนิพนธ์โปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์ที่พัฒนาโดยคณะผู้วิจัยซึ่งประกอบด้วย คร.นงนุช วรรณวหะ อางหาญ สัตยารักษ์ และอำพล สงวนศิริธรรม ตามโครงการวิจัยที่ได้รับการสนับสนุนจาก ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTEC) โดยมี
 - 1) โปรแกรมไทยทัศน์ 1.0 ที่ออกเผยแพร่ในปี 2535 มีความสามารถในการแสดงผลเป็นภาษาไทยหรือภาษาอื่นที่ต้องการ ใช้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทุกระดับการศึกษา สามารถใช้ได้กับคอมพิวเตอร์ทั่วไปและผู้ที่ใช้โปรแกรมนี้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไม่จำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์มากนัก
 - 2) โปรแกรมไทยทัศน์ 2.0 ที่ออกเผยแพร่เมื่อต้นปี 2537 โดยพัฒนาขึ้นจากไทยทัศน์ 1.0 ให้มีความสามารถนำเสนอข้อความบนภาพกราฟิก มีรูปแบบตัวอักษร (Font) ต่าง ๆ ตลอดจนภาพสามมิติ รวมทั้งลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่าง ๆ ลง (นงนุช วรรณวหะ อางหาญ สัตยารักษ์ และอำพล สงวนศิริธรรม. 2537:1-3) เป็นต้น

ผู้วิจัยเห็นว่า โปรแกรม Authorware Professional เป็นโปรแกรมที่เหมาะสมในการสร้างโปรแกรมสำหรับคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยระบบระบบนิพนธ์โปรแกรมบทเรียนเพราะเป็นโปรแกรมที่มีความสามารถด้านมัลติมีเดีย ไม่ต้องมีขั้นตอนในการเขียนโปรแกรม แต่เป็นการทำงานที่ใช้ไอคอน (Icon) โดยการนำไอคอนไปเรียงไว้บนเส้นผังงาน (Flow line) เพื่อกำหนดการทำงานหรือการแสดงผลและความสัมพันธ์ของกรอบแต่ละกรอบ โปรแกรมนี้จะต้องทำงานอยู่ภายใต้ระบบปฏิบัติการของ Microsoft Windows (สมศักดิ์ ล้มเกิด. 2536:4) ซึ่ง ประดิษฐ์ ธรรมทัต (Thammatat.1993:51-53) ได้สรุปผลวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนว่า โปรแกรม Authorware Professional สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ดีในการสร้างโปรแกรมสำหรับ

คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีประสิทธิภาพในการนำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณ การตัดสินใจ การสร้างภาพและเสียงประกอบ คำถามและการฝึกปฏิบัติ ตลอดจนสามารถประเมินผลคำตอบของผู้เรียน และเนื่องจากโปรแกรมนี้มีขีดความสามารถในการใช้งานร่วมกับไฟล์ (File) ที่พัฒนาด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปบางโปรแกรม ดังนั้นผู้วิจัยจึงอาจสร้างไฟล์ที่เกี่ยวข้องตามความเหมาะสมได้

8. การทดลองใช้และปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

เพื่อให้ได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี จึงต้องมีการทดลองใช้และปรับปรุงโดยมี

จุดมุ่งหมาย 2 ประการคือ

1. เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2. เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ผู้วิจัยขอเสนอแนวคิดในการทดลองใช้และปรับปรุงดังนี้

บอร์ก (Borg, 1982 : 221-229) ได้อธิบายถึงการทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขสื่อการสอนต่างๆ ไปไว้ 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทดสอบภาคสนามเบื้องต้นและการปรับปรุงแก้ไข (Preliminary Field Testing and Revision) จากโรงเรียน 1-3 โรงเรียน กลุ่มตัวอย่างประมาณ 5-12 คน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของสื่อการสอนด้วยวิธีสอบถามความคิดเห็น

ขั้นที่ 2 การทดสอบภาคสนามหลักและการปรับปรุงแก้ไข (Main Field Testing and Revision) จากโรงเรียนประมาณ 5 - 15 โรงเรียน กลุ่มตัวอย่างประมาณ 30 - 100 คน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่อง และการทดสอบประสิทธิภาพของสื่อการสอนไปพร้อมกัน โดยอาศัยรูปแบบการวิจัยเชิงทดลองซึ่งถ้าผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า สื่อการสอนที่พัฒนามีประสิทธิภาพ ให้ปรับปรุงแก้ไขเฉพาะส่วนที่บกพร่อง แต่ถ้าไม่มีประสิทธิภาพก็ให้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างใหม่อีก จนกว่าจะพบว่ามีประสิทธิภาพ

ขั้นที่ 3 การทดสอบภาคสนามเชิงปฏิบัติการและปรับปรุงแก้ไขครั้งสุดท้าย (Operational Field Testing and Final Revision) จากโรงเรียนประมาณ 10-30 โรงเรียน กลุ่มตัวอย่างประมาณ 40-200 คน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของสื่อการสอนจากการทดลองใช้ในสถานการณ์จริง โดยผู้พัฒนาจะไม่เข้าไปเกี่ยวข้องด้วยแต่จะอาศัยผู้ประสานงานแทน ข้อมูลที่รวบรวมได้จะได้รับการวิเคราะห์เพื่อหาข้อบกพร่องที่จะต้องปรับปรุงแก้ไขเป็นครั้งสุดท้าย ก่อนที่จะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

เมเยอร์ (Mayer, 1984 : 305-344) ได้อธิบายการทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขชุดฝึก
รายบุคคล 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การพิจารณาจากกลุ่มเพื่อน (Judgement by Peers) โดยให้ศึกษาชุดฝึกที่ละชุด หลังการศึกษาผู้พัฒนาชุดฝึกจะสอบถามความคิดเห็นทั่วไปเกี่ยวกับชุดฝึก จากนั้นจึงร่วมกันพิจารณาหาข้อบกพร่องเป็นรายหน้า แล้วจึงให้ผู้ศึกษาชุดฝึกตอบแบบสอบถามแบบประมาณค่าและแบบปลายเปิดเพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อบกพร่องต่อไป

ขั้นที่ 2 การทดลองกับกลุ่มเล็ก (Trial with Small Group) จากอาสาสมัครประมาณ 3-5 คน มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มีการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนระหว่างเรียน หลังการศึกษาให้ผู้ศึกษาร่วมกันอภิปรายถึงข้อบกพร่องของชุดฝึก เพื่อการปรับปรุงแก้ไขต่อไป

ขั้นที่ 3 การทดลองกับชั้นเรียนที่เป็นตัวแทน (Trial with Representative Class or Classes) ดำเนินการคล้ายกับขั้นที่สองคือให้มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน แต่เนื่องจากการทดลองในขั้นตอนนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวนมาก จึงไม่สะดวกต่อการสัมภาษณ์หรืออภิปรายแบบเดิม ดังนั้นควรใช้ข้อมูลจากการทดสอบก่อนเรียนกับหลังเรียนและแบบสอบถามเท่านั้น แล้วจึงนำไปวิเคราะห์หาข้อบกพร่องเพื่อปรับปรุงแก้ไขต่อไป

แฮนนาฟิน และเพค (Hannafin and Peck, 1988 : 300-302) ได้แบ่งการประเมินคอมพิวเตอร์ช่วยสอนออกเป็น 2 ระดับ คือ 1) การประเมินเพื่อปรับปรุงแก้ไข ระหว่างการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Formative Evaluation) เป็นกระบวนการประเมินตั้งแต่เริ่มออกแบบและสร้างบทเรียนสำเร็จรูปเพื่อสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจนกระทั่งเสร็จสิ้นการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน 2) การประเมินขั้นสุดท้าย เมื่อใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเสร็จแล้ว (Summative Evaluation) เป็นกระบวนการประเมินการนำไปใช้งานหลังจากเสร็จสิ้นการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแล้ว ในที่นี้จะขอเสนอเฉพาะการประเมินเพื่อปรับปรุงแก้ไขเท่านั้น แฮนนาฟิน และเพค ได้แบ่งขั้นตอนการประเมินเพื่อแก้ไขปรับปรุงซึ่งถือว่าเป็นการทดลองใช้และปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกระบวนการหนึ่ง ดังนี้

ขั้นที่ 1 การประเมินแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One-to-one Evaluation) เป็นการประเมินตั้งแต่เริ่มออกแบบ และขณะสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยพิจารณาข้อบกพร่องที่เกี่ยวกับการออกแบบและประเมินแบบแผนดังกล่าวซึ่งต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญ เช่น ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน เป็นต้น และต้องอาศัยข้อมูลจากผู้เรียน โดยทดลองใช้ครั้งละหนึ่งคนแล้วมีการอภิปรายร่วมกันระหว่างผู้เรียนกับผู้พัฒนา เพื่อหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ออกแบบไว้

ขั้นที่ 2 การประเมินจากกลุ่มย่อย (Small-group Evaluation) เป็นการประเมินในระยะเวลาที่การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเกือบจะเสร็จสมบูรณ์ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพและความเหมาะสมในด้านต่าง ๆ โดยทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มย่อย แล้วรวบรวมข้อมูล ของ

การทดลองใช้จากผู้เรียนโดยอาจใช้การสังเกตขณะทดลอง การสัมภาษณ์ และผลปฏิบัติของผู้เรียน ในขั้นนี้ข้อบกพร่องจะน้อยลง

ขั้นที่ 3 การประเมินจากการทดสอบภาคสนาม (Field Test Evaluation) เป็นการประเมินหลังจากการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเสร็จสมบูรณ์ ซึ่งเป็นการนำไปทดลองใช้ในสถานการณ์จริงกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มใหญ่ ที่มีการประเมินผลการเรียนของผู้เรียน และวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่คาดหวังและที่ผู้เรียนได้รับในขั้นนี้ข้อบกพร่องจะมีน้อยมาก

อเลสซี และทรอลลิป (Alessi and Trollip.1991 : 378-381) ใช้การทดสอบนำร่อง (Pilot Testing) เป็นกระบวนการทดลองใช้และปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยแบ่งขั้นตอนการทดสอบไว้ 7 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การเลือกผู้ช่วยเหลือ ผู้ช่วยเหลือที่ดีที่สุดในการทดสอบนี้ คือ ผู้เรียนจากกลุ่มตัวอย่างและควรมืออย่างน้อย 3 คนที่มีความสามารถต่ำ ปานกลางและสูง

ขั้นที่ 2 การอธิบาย ควรชี้แจงรายละเอียดของการใช้ให้ผู้เรียนได้ทราบว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้อยู่ในขั้นตอนการพัฒนา ขณะที่ผู้เรียนทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะไม่มีการให้ความช่วยเหลือใด ๆ จากผู้พัฒนา ผู้เรียนจะต้องจดบันทึกความคิดของตนในขณะที่ทดลองผู้พัฒนาควรเฝ้าสังเกตผู้เรียนตลอดเวลา

ขั้นที่ 3 พิจารณาความรู้เดิม ผู้เรียนควรมีความรู้เดิมที่จำเป็น แต่จะต้องเป็นความรู้ที่ไม่ปรากฏอยู่ในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และผู้พัฒนาควรจะทราบความรู้เดิมของผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันก่อนที่จะเริ่มเรียน เพื่อประโยชน์ในการแปลความหมายของข้อมูลจากผู้เรียน

ขั้นที่ 4 การสังเกต ผู้พัฒนาควรเฝ้าสังเกตผู้เรียนในขณะที่เรียนและได้ตอบกับคอมพิวเตอร์ ไม่ควรรบกวนผู้เรียนแต่สามารถอธิบายเพิ่มเติมได้ทันทีที่ผู้เรียนมีความสับสนในคำแนะนำหรือเมื่อเนื้อหายากเกินไป นอกจากนั้นผู้พัฒนาควรบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียน และสาเหตุที่ทำให้เกิดพฤติกรรมนั้นอันเกิดจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 5 การสัมภาษณ์ขั้นสุดท้าย ผู้พัฒนาควรสัมภาษณ์ผู้เรียนหลังการเรียนเสร็จสิ้นลง ให้มีการอภิปรายถึงจุดบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตามข้อมูลที่ผู้พัฒนาและผู้เรียนได้จดบันทึกไว้

ขั้นที่ 6 การประเมินผลการเรียน หลังการเรียนควรมีการทดสอบความรู้ของผู้เรียนที่ได้รับจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนซึ่งอาจจะใช้แบบทดสอบหรือการสอบปากเปล่า เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและความจำในเนื้อหาทั้งหมด

ขั้นที่ 7 การปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เมื่อได้รับข้อมูลจากผู้เรียนแล้ว ผู้พัฒนา

จะต้องนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ซึ่งบางครั้งก็เป็นเรื่องที่ยากเพราะอาจเกิดข้อขัดแย้งในการตัดสินใจของผู้พัฒนาได้ วิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาดังกล่าวคือ ผู้พัฒนาควรใช้ผู้เรียนจำนวนมากขึ้นอีก 2-3 คน เพื่อทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังกล่าว หลังการปรับปรุงแก้ไขคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแล้วควรได้มีการทดสอบนำร่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วอีกครั้งหนึ่งตามขั้นตอนข้างต้น

จะเห็นได้ว่าแนวคิดในการทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขคอมพิวเตอร์ช่วยสอนของบอร์คและของเมเยอร์มีส่วนคล้ายคลึงกัน กล่าวคือเมื่อสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเสร็จก็นำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง 3 ขั้นตอน โดยขั้นแรกมุ่งหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแล้วปรับปรุงแก้ไข ขั้นที่สองก็ยังมุ่งหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และขณะเดียวกันก็ทดสอบประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วย ส่วนขั้นที่สามก็มุ่งนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปทดลองใช้ในสถานการณ์จริง โดยผู้พัฒนาไม่เข้าไปเกี่ยวข้องด้วยแนวคิดดังกล่าวต่างจากแนวคิดของ แสennaฟินและเพค และของอเลสซีและทรอลลิป ที่หาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขเป็นระยะ ๆ และเน้นผู้เชี่ยวชาญด้านต่าง ๆ มาร่วมตรวจสอบแก้ไขปรับปรุงคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในด้านต่าง ๆ ได้แก่ ด้านเนื้อหา ด้านการสอน และด้านเทคโนโลยี

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยได้พิจารณากำหนดแนวทางในการทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนครั้งนี้ โดยแบ่งเป็น

1. ระยะเวลาและวิเคราะห์เนื้อหา จะอาศัยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม แล้วปรับปรุงแก้ไข
2. ระยะเวลาเขียนแผนการสอนเพื่อใช้เป็นบทเรียนสำเร็จรูปและออกแบบการสอน จะอาศัยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม และทดลองใช้บทเรียนกับนักเรียน 3 คน ให้เรียนทีละคน หลังการเรียนให้นักเรียนกับผู้วิจัยร่วมกันอภิปรายเพื่อหาข้อบกพร่อง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข
3. ระยะเวลาเขียนผังงานและเขียนเรื่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะอาศัยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน และด้านคอมพิวเตอร์ เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมแล้วปรับปรุงแก้ไข
4. ระยะเวลาสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และเขียนคู่มือครูและคู่มือนักเรียนประกอบการใช้ จะอาศัยผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ และด้านเทคโนโลยีการสอน เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม แล้วปรับปรุงแก้ไข
5. ระยะเวลาทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไข แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง เป็นการทดลองใช้กับนักเรียนจากกลุ่มนักเรียน 3 คน ที่มีความสามารถต่ำ ปานกลาง และสูง ให้เรียนทีละคนตามรูปแบบของอเลสซีและทรอลลิป (1991:379) ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกพฤติกรรม และสอบถามความคิดเห็น แล้วนำไปวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงแก้ไข

ขั้นที่ 2 การทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก เป็นการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากขั้นที่ 1 การทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง กับกลุ่มนักเรียน 9 คน ให้เรียนพร้อมกันตามรูปแบบของควิโดฟ (Davidove. 1986:13) ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียนระหว่างเรียน หลังการเรียนให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายถึงข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและมีการทดสอบด้วยแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยนำไปปรับปรุงแก้ไขต่อไป ในขั้นนี้ข้อบกพร่องจะมีน้อยลงตามความคิดเห็นของ แชนนาฟิน และเพค และถ้ายังมีข้อบกพร่องมากก็ให้ดำเนินการตามขั้นตอนที่ 2 นี้ซ้ำอีก โดยเพิ่มผู้เรียนอีกประมาณ 2-3 คนตามรูปแบบของ อเลสซีและทรอลลิป จนกระทั่งได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่สมบูรณ์พอสมควร

ขั้นที่ 3 การทดลองใช้กับกลุ่มใหญ่ เป็นการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจากขั้นที่ 2 การทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ที่สมบูรณ์พอสมควรแล้วกับกลุ่มนักเรียน 30 คน ให้เรียนพร้อมกัน มีการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อนำคะแนนมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามแนวคิดที่ใช้เกณฑ์ความสัมพัทธ์ระหว่างคะแนนทดสอบหลังการเรียนโดยเฉลี่ยของผู้เรียนทั้งกลุ่มกับคะแนนทดสอบหลังการเรียนโดยเฉลี่ยของผู้เรียนทั้งกลุ่มในแต่ละจุดมุ่งหมาย (อรพรรณ พรสีมา. 2530 : 129) โดยเกณฑ์ที่ใช้ คือ E_1/E_2 ซึ่งมีสูตรต่อไปนี้ (อรพรรณ พรสีมา. 2530 : 130 - 131)

$$E_1 = \frac{\bar{X}}{A} \times 100$$

โดยที่	E_1	หมายถึง ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์รวมโดยคิดเป็นร้อยละ
	$\bar{X}$	หมายถึง คะแนนสอบเฉลี่ยหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด
	A	หมายถึง คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียน

$$\text{และ } E_2 = \frac{\bar{F}}{P} \times 100$$

โดยที่ E_2 หมายถึง ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์เฉพาะจุดมุ่งหมายโดย
คิดเป็นร้อยละ

$\bar{F}$ หมายถึง คะแนนสอบเฉลี่ยหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมดในแต่ละ
จุดมุ่งหมาย

P หมายถึง คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียนในแต่ละจุดมุ่งหมาย

จากนั้นนำค่าประสิทธิภาพที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน และครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เห็นควรกำหนดเป็น 70/70 ซึ่งสอดคล้องกับข้อเสนอแนะของอิพร ศรียมก (2529 : 247) ที่เสนอแนะว่า การกำหนดเกณฑ์ของประสิทธิภาพของขบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ที่จะกำหนดให้มีค่าเท่าใดนั้นให้ผู้สอนเป็นผู้พิจารณาตามความพอใจ และปรกตินี้อาหาที่เป็นทักษะหรือเจตคติอาจตั้งไว้ 75/75 หรือต่ำกว่า โดยในที่นี้ (ฉลองชัย สุรวฒนบุรณ์ 2528: 215) จะถือว่า

1) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 ถ้า E_1/E_2 ที่คำนวณได้มีค่าของ E_1 และ E_2 แต่ละตัวมีค่าอยู่ในช่วง 67.50-72.50 หรือมีบางตัว มีค่ามากกว่า 72.50 แต่ตัวอื่น ๆ ที่เหลือมีค่าอยู่ในช่วง 67.50-72.50

2) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 ถ้า E_1/E_2 ที่คำนวณได้มีค่าของ E_1 และ E_2 แต่ละตัวมากกว่า 72.50

บทที่ 3

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาและศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง
2. ขั้นตอนการวิจัย

2.1 การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

2.2 การศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

3. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การกำหนดตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โครงสร้างที่ 1 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ปีการศึกษา 2539 สุ่มจากจำนวนทั้งหมด 260 คนดังนี้

1.1 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ทำการสุ่มแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified Random Sampling) ตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่แบ่งเป็นระดับต่ำ ปานกลาง และสูง กลุ่มตัวอย่างชุดนี้ประกอบด้วย

1.1.1 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง จำนวน 3 คน โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 1 คน

1.1.2 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็ก จำนวน 9 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1.1 โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 3 คน

1.1.3 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่ จำนวน 30 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1.1 และข้อ 1.1.2 โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ

ปานกลาง และสูง ระดับละ 10 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ทำการสุ่มแบบแบ่งเป็นชั้น ตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่แบ่งเป็นระดับต่ำ ปานกลาง และสูง จนได้นักเรียนระดับละ 20 คน ที่ไม่เป็นนักเรียนในข้อ 1.1 หลังจากนั้นทำการสุ่มอย่างง่ายเพื่อแบ่งนักเรียนในแต่ละระดับออกเป็นนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวนกลุ่มละ 10 คน กลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน จึงแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน แต่ละกลุ่มเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 10 คน

อนึ่งแม้ว่า เนื้อหาเรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่พัฒนาในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะเป็นเนื้อหาตามแนวหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งปรกติดัดให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ศึกษาแต่พื้นฐานความรู้สำหรับการเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โครงสร้างที่ 1 มีพอเพียงที่จะเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันได้ ประกอบกับเนื้อหาดังกล่าวให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้ศึกษาไปแล้วตั้งแต่ช่วงต้นของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2539 ก่อนการทดลองและศึกษาเรื่องนี้

2. ขั้นตอนการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนการดำเนินการพัฒนาดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษา วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นที่ 2 การตรวจสอบแผนการสอนและสื่อการสอน

ขั้นที่ 3 การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 5 การเขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 6 การตรวจสอบผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 7 การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ คู่มือครูและคู่มือนักเรียน

ขั้นที่ 8 การตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ คู่มือครูและคู่มือนักเรียน

ขั้นที่ 9 การทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

ขั้นที่ 10 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่หนึ่ง

ขั้นที่ 11 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็ก

ขั้นที่ 12 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่สอง

ขั้นที่ 13 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่

ขั้นที่ 14 การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์

ช่วยสอนด้วยเกณฑ์ประสิทธิภาพ 70 / 70

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษา วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

ผู้วิจัยศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาเรื่องลิมิตของฟังก์ชันจากตำรา
ต่าง ๆ โดยยึดหนังสือเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตาม
หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่จัดทำโดยสวท.
เป็นหลัก แล้ววิเคราะห์เนื้อหาและแบ่งเป็นหน่วยย่อยนี้เพื่อกำหนดเป็นมโนคติที่ต่อเนื่องกันโดยมี
ระบบโครงสร้างความคิดตามทฤษฎีการเรียนรู้ของกายและบรูเนอร์ และสอดคล้องตามแนวคิด
เกี่ยวกับการสอนมโนคติเรื่องฟังก์ชันและลิมิตของฟังก์ชันตามผลวิจัยของเฟอร์รีนี-มันดีย์และ
ลอเทน หลังจากนั้นผู้วิจัยเขียนแผนการสอนและสื่อการสอนที่เป็นเอกสารนำทางและแบบฝึกหัด
เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสอนสำหรับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ และเพื่อใช้เป็นโครง
ในการจัดทำบทเรียนสำเร็จรูปที่จะใช้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้มีเนื้อหาและกิจกรรมหลักใน
การเรียนเช่นเดียวกันกับที่กำหนดไว้ในแผนการสอน ในระหว่างการศึกษาได้ปรึกษาผู้เชี่ยวชาญ
ด้านเนื้อหาและการสอน จำนวน 4 ท่านซึ่งมีประสบการณ์ในการสอนและนิเทศการสอนวิชา
แคลคูลัส และปรึกษาคณะกรรมการควบคุมการทำปริญญาโทซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า คณะ
กรรมการ ผลการศึกษา วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ สามารถกำหนดหน่วย
การเรียนย่อยได้ 8 หน่วยการเรียน ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า ตอน โดยกำหนดให้ผู้เรียนใช้เวลาเรียน
8 คาบเรียน ๆ ละ 50 นาที ตามแผนการสอนนี้มี 4 จุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า
จุดประสงค์ปลายทาง และแต่ละตอนจะมีจุดประสงค์ประจำตอนซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า จุดประสงค์
นำทาง ดังรายละเอียดต่อไปนี้

จุดประสงค์ปลายทาง มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1) บอกได้ว่า ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ มีลิมิตที่ a หรือไม่

2) หาริณิตซำยของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาคำได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

3) หาริณิตขวาของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาคำได้) เมื่อกดกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

4) หาริณิตของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาคำได้) เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป

(ก) กราฟ

(ข) สมการ

จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน มีรายละเอียดดังตาราง 1

ตาราง 1 จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
<u>ตอน 1 นำเข้าสู่บทเรียนและบททวน</u> 1. เพื่อให้นักเรียนสามารถบอกถึงประโยชน์ของแคลคูลัสที่มีพื้นฐานสำคัญ คือ ลิมิตของฟังก์ชัน 2. เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ใน R ให้ในรูปกราฟหรือสมการ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันสามารถหาโดเมนของฟังก์ชันนั้นได้ <u>ตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่	1. ความสำคัญของวิชาแคลคูลัส ซึ่งมีลิมิตของฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญ 2. การบททวนเกี่ยวกับฟังก์ชัน - การเป็นฟังก์ชัน - การหาโดเมนของฟังก์ชัน 1. การเข้าใกล้ทางด้านซ้าย 2. ลิมิตซ้ายของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริงให้ในรูปกราฟ

ตาราง 1 (ต่อ)

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
เป็นเท่าไร <u>ตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (2)</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร <u>ตอน 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต</u> เมื่อเรียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อจบแล้ว 1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบท 2) นักเรียนสามารถนำสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบทไปใช้	สมการที่เขียนกราฟได้ เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการ 1. การทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณีดังกล่าว 2. การหา (ถ้ามี) ลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ที่ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก โดยพิจารณาจากตารางค่าของฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชัน ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน 10 ข้อ
<u>ตอน 8 การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่ซับซ้อน นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อช่วยในการหา (ถ้ามี) ค่าลิมิตของ f ที่ a	การใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อในการหา (ถ้ามี) ลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการทั้งที่สามารถใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้และใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้

ขั้นที่ 2 การตรวจแผนการสอนและสื่อการสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยนำแผนการสอนทั้ง 8 คาบพร้อมสื่อการสอน ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิม และให้คณะกรรมการตรวจสอบความถูกต้องตามมโนคติหลักการ ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ในการนำเสนอบทเรียนให้มีความสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงในการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแผนการสอนและสื่อการสอนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนี้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ และคณะกรรมการตรวจสอบอีกครั้งได้แผนการสอนและสื่อการสอนที่นำไปใช้งานได้ (ภาคผนวก ข)

ขั้นที่ 3 การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้กำหนดวิธีการนำเสนอเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนที่จะนำไปสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้สอดคล้องกับแผนการสอนที่จัดทำไว้ และเป็นไปตามหลักการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ซึ่งมีรายละเอียดไว้ในบทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยปรึกษาผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิมและปรึกษากับคณะกรรมการ ซึ่งการออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่จะนำไปสร้างจะให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ด้านพุทธิศึกษา ตามแนวคิดการฝึกทักษะการเรียนรู้ของ กาย เวกเกอ์และโรจาส และสอดคล้องกับแนวคิดการออกแบบของแฮนนานาฟินและเพค และแนวคิดของอเลสซีและทรอลลิป มีรายละเอียดการออกแบบดังนี้

- 1) มีการเร้าความสนใจ เช่น ใช้รูปภาพช่วยแสดงการเข้าใจทางด้านซ้าย
- 2) บอกจุดประสงค์ปลายทางของบทเรียนและจุดประสงค์นำทางของแต่ละตอน ดังรายละเอียดในขั้นที่ 1 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
- 3) มีการทบทวนความรู้เดิม เช่น ทบทวนการหาโคเมนของฟังก์ชันซึ่งเป็นพื้นฐานในการศึกษาการเข้าใจทางด้านซ้าย ด้านขวาและทั้งสองด้าน
- 4) นำเสนอเนื้อหาตามจุดประสงค์นำทางแก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีความรู้ทักษะและยุทธวิธี
- 5) มีการเน้นประเด็นสำคัญ ด้วย สี ตัวอักษรพิเศษ เสียงบรรยาย เป็นต้น
- 6) มีการชี้แนวทางการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กัน เช่น การแนะนำการเรียนเรื่องลิมิตขวา โดยอาศัยแนวคิดลิมิตซ้ายที่เรียนมาก่อนหน้า
- 7) มีการกระตุ้นให้เกิดการตอบสนอง เช่น จะมีแบบฝึกหัดจำนวน 5 ข้อ โดยเป็นแบบทดสอบเลือกตอบ

8) มีการแจ้งผลย้อนกลับแก่ผู้เรียน เช่นขณะผู้เรียนทำแบบฝึกหัดแต่ละข้อ จะมีผลย้อนกลับที่เป็นคำพูดในลักษณะชมเชยหรือให้กำลังใจ ไม่ว่าจะตอบถูกหรือผิด

9) มีการประเมินผลการเรียนในแต่ละตอน พร้อมคำแนะนำการเรียนต่อไป

10) มีการย้ำความจำและการนำความรู้ไปใช้ เช่นมีบทสรุปของแต่ละตอน

11) มีลักษณะเป็นการเรียนการสอนรายบุคคล ที่ฝึกให้ผู้เรียนรับผิดชอบตนเอง และยึดความแตกต่างระหว่างบุคคล เช่นผู้เรียนช้า อาจเรียนซ้ำอีกครั้งก็ได้ตามความต้องการ

12) ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการควบคุมการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีปฏิสัมพันธ์กับคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมากพอสมควร เช่นมีรายการให้เลือกเมื่อจบการนำเสนอในแต่ละหน้าจอภาพ

13) มุ่งให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จโดยเน้นความประณีตการแสดงผลบนจอภาพ เช่นใช้เพียงประเด็นเดียวที่ยาวเพียง 1-2 ประโยคในช่วงเวลาหนึ่ง ให้เวลากับผู้เรียนอย่างเพียงพอในการควบคุมจอภาพ การเลื่อนภาพบนจอได้จัดอย่างเหมาะสม ควรใช้ภาษาที่เป็นรูปธรรมและ ใช้การตีกรอบ หรืออื่น ๆ เพื่อเน้นประเด็นสำคัญ

การนำเสนอเนื้อหาและกิจกรรมทั่วไปและของแต่ละตอนมีหลักดังนี้

1. บอกชื่อเรื่อง จุดประสงค์ปลายทาง วิธีใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและบอกข้อตอนทั้ง 8 ตอน เช่น ตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน
2. ในแต่ละตอนบอกจุดประสงค์นำทาง
3. ในแต่ละตอนมีการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการสร้างความสนใจหรือกระตุ้นด้วยปัญหาที่น่าสนใจหรือทบทวนความรู้เดิม
4. ในแต่ละตอนนำเสนอเนื้อหา โดยใช้ตัวอย่างที่แสดงสิ่งที่หลากหลายของมโนมติเพื่อหาข้อสรุป เช่นตัวอย่างแสดงการมีและไม่มีลิมิต เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนสังเกตความเหมือนและต่างกันของตัวอย่างเหล่านั้น
5. นำเสนอด้วยสัญลักษณ์ ตัวอักษร ภาพ ในรูปปรกติหรือในรูปการเคลื่อนไหวที่มีสีสันเร้าใจ ตลอดจนเสียงบรรยายประกอบหรือเพลงบรรเลงตามความเหมาะสม
6. สรุปเนื้อหาสำคัญเพื่อนำไปใช้ประโยชน์
7. ประเมินผลการเรียนของผู้เรียนด้วยแบบฝึกหัดซึ่งเป็นแบบทดสอบเลือกตอบแบบ 2-4 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ สำหรับแต่ละเนื้อหา โดยเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและหาคุณภาพของข้อสอบด้วยวิธีการตรวจพินิจของผู้เชี่ยวชาญ และมีเฉลย ซึ่งผู้เรียนจะดูเฉลยทุกข้อ หรือบางข้อ หรือไม่ดูก็ได้ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนตอบสนองและแจ้งผลย้อนกลับทันทีทั้งในกรณีที่ผู้เรียนตอบผิดและตอบถูกต้องพร้อมคำแนะนำตามผลประเมินดังกล่าว โดย

- ถ้าตอบถูกต้องแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไป ให้เรียนเรื่องต่อไป
 - ถ้าตอบถูกต้องแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปแต่ไม่ถึงร้อยละ 80 อาจดูเฉลยแล้วจึงเรียนเรื่องต่อไป

- ถ้าตอบถูกไม่ถึงร้อยละ 60 ควรเรียนซ้ำ หรือดูเฉลยทุกข้อ จนกว่าจะทำสอบได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป จึงควรเรียนเรื่องต่อไป

จากแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังกล่าว ผู้วิจัยได้เขียนบทและเรื่องบนกระดาน โดยปรึกษาผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน และผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน ทั้งนี้เพื่อความเหมาะสมถูกต้องด้านเนื้อหาและการสอนและความเหมาะสมของเรื่องตามหลักการของเทคโนโลยีการสอน

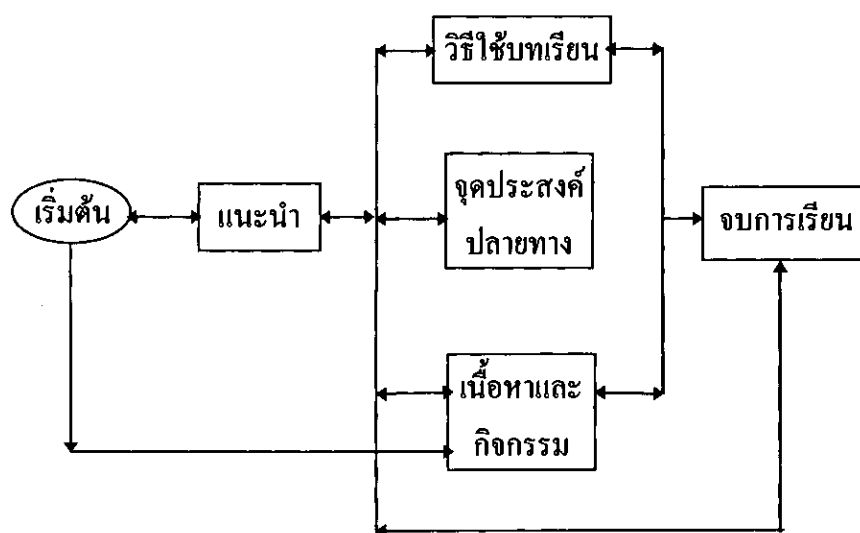
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยนำแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในรูปเรื่องที่เขียนไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน ช่วยตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและการสอน และขณะเดียวกันก็นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอนตรวจสอบความเหมาะสมของแต่ละเรื่องที่จะนำเสนอ นอกจากนี้ก็นำไปให้คณะกรรมการช่วยตรวจสอบอีกด้วย หลังจากนั้น ผู้วิจัยนำแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในรูปเรื่องมาปรับปรุงแก้ไขและนำแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในรูปเรื่องที่แก้ไขแล้วไปให้คณะกรรมการตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 5 การเขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นนี้ผู้วิจัยได้เขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามที่ออกแบบไว้ เพื่อให้เกิดความสะดวกสำหรับผู้เรียนในการเลือกเรียน การทบทวนและการฝึกหรือทดสอบ โดยยึดหลักการบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนที่มีครูผู้สอนตามปกติ ซึ่งการเขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนประกอบด้วยผังงานหลัก ผังงานรอง และผังงานย่อย ดังนี้

1. ผังงานหลัก เป็นผังงานที่ครอบคลุมทุกรายการของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตั้งแต่เริ่มเข้ารายการจนกระทั่งจบรายการ มีผังงานหลักดังภาพประกอบ 1



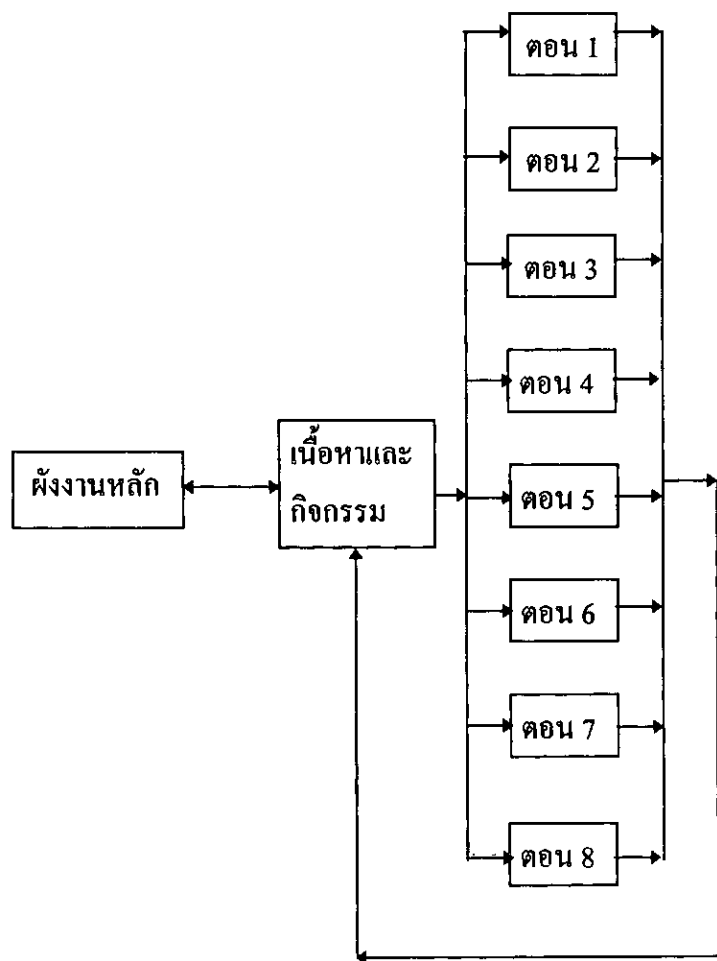
ภาพประกอบ 1 ผังงานหลัก

ในผังงานหลักจะประกอบด้วยผังงานย่อยได้แก่ รายการแนะนำ วิธีใช้บทเรียน จุดประสงค์ปลายทาง เนื้อหาและกิจกรรม

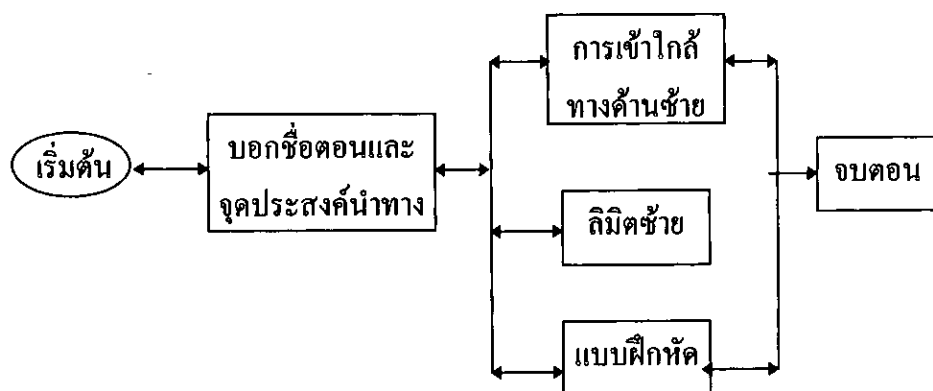
สำหรับรายการเนื้อหาและกิจกรรม (ดังภาพประกอบ 2) เป็นผังงานย่อยที่ใช้เชื่อมโยงติดต่อไปมากับ 8 ผังงานรอง ซึ่งแต่ละผังงานรองเป็นผังงานของแต่ละตอน

2. ผังงานรอง เป็นผังงานที่ครอบคลุมเฉพาะรายการของแต่ละตอน เช่นเดียวกับผังงานหลัก ผังงานรองทั้ง 8 ผังงานมีองค์ประกอบเหมือนกัน เช่น ผังงานรองของตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน มีรายการต่าง ๆ ดังภาพประกอบ 3

นอกจากนั้นในแต่ละรายการอาจมีผังงานย่อย ๆ อีกตามความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอน และในแต่ละเนื้อหาจะมีแบบทดสอบเลือกตอบที่แสดงผลย้อนกลับทั้งทางบวกและทางลบเมื่อตอบคำถามแต่ละข้อ และแสดงผลการประเมินของการสอบแต่ละเนื้อหาต่าง ๆ พร้อมกับคำแนะนำให้เรียนซ้ำหรือทบทวนเนื้อหาเมื่อได้ผลประเมินต่ำกว่าร้อยละ 60 ดังรายละเอียดที่กล่าวมาแล้วในขั้นที่ 3



ภาพประกอบ 2 ผังงานของรายการเนื้อหาและกิจกรรม



ภาพประกอบ 3 ผังงานรองของตอน 2 ความหมายของมิติซ้ายของฟังก์ชัน

ขั้นที่ 6 การตรวจสอบผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยนำผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ออกแบบไว้ ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์และคณะกรรมการช่วยตรวจสอบความเหมาะสม และความเป็นไปได้ของผังงานที่จะพัฒนาเป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนต่อไป หลังการตรวจสอบได้มีการปรับปรุงแก้ไขจนสรุปได้ว่าผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ปรับปรุงแก้ไขนี้มีแบบที่เหมาะสมและเป็นไปได้

ขั้นที่ 7 การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอนและคณะกรรมการ เพื่อสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามผังงานและเรื่องที่ออกแบบไว้ โดยอุปกรณ์ที่ใช้ คือ เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้ไมโครโปรเซสเซอร์ Pentium ความเร็ว 100 เมกะเฮิรซ์ มีหน่วยความจำ 16 เมกะไบต์ ฮาร์ดิสก์ความจุ 2.4 GB จอภาพสี เครื่องอ่านซีดี (CD-Drive) การ์ดเสียงพร้อมลำโพง โปรแกรมบันทึกเสียง ระบบปฏิบัติการภาษาไทยของ Microsoft Windows 3.11 โปรแกรมรูปภาพสำเร็จรูป และโปรแกรม Authorware Professional 2.01 ซึ่งเป็นโปรแกรมระบบนิพนธ์โปรแกรมบทเรียน ผู้วิจัยสร้างโปรแกรมหลักแสดงรายการต่าง ๆ ทั้งสร้างตัวอักษร รูปภาพ การเคลื่อนไหวของตัวอักษรและภาพตามเนื้อหา และแบบฝึกหัดตามเรื่อง และผังงานที่ออกแบบไว้ในขั้นที่ 1 และ 5 เสียงประกอบที่ต้องอาศัยเทคนิคต่าง ๆ จากคอมพิวเตอร์ เมื่อผู้วิจัยเชื่อมโยงแต่ละตอนที่สร้างเสร็จเป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีครบตามผังงานที่เขียนไว้ ผู้วิจัยจึงนำไปบันทึกลงแผ่นซีดี เพราะเป็นโปรแกรมขนาดใหญ่ หลังจากนั้น ผู้วิจัยได้เขียนคู่มือครู และคู่มือนักเรียน (ภาคผนวก จ และ ฉ) โดยในคู่มือครูจะกล่าวถึงจุดประสงค์ปลายทาง จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน วิธีการใช้โปรแกรม บทบาทของครู และการประเมินผลการเรียน ส่วนในคู่มือนักเรียนจะเหมือนกับในคู่มือครูแต่ไม่กล่าวถึงบทบาทของครู และโครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แต่กล่าวถึงข้อควรปฏิบัติสำหรับนักเรียน

ขั้นที่ 8 การตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในขั้นนี้ผู้วิจัยนำเอาแผ่นซีดีคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้จากขั้นที่ 7 คู่มือครูและคู่มือนักเรียนไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์และผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน รวมทั้งคณะกรรมการ ช่วยตรวจสอบความถูกต้องและ

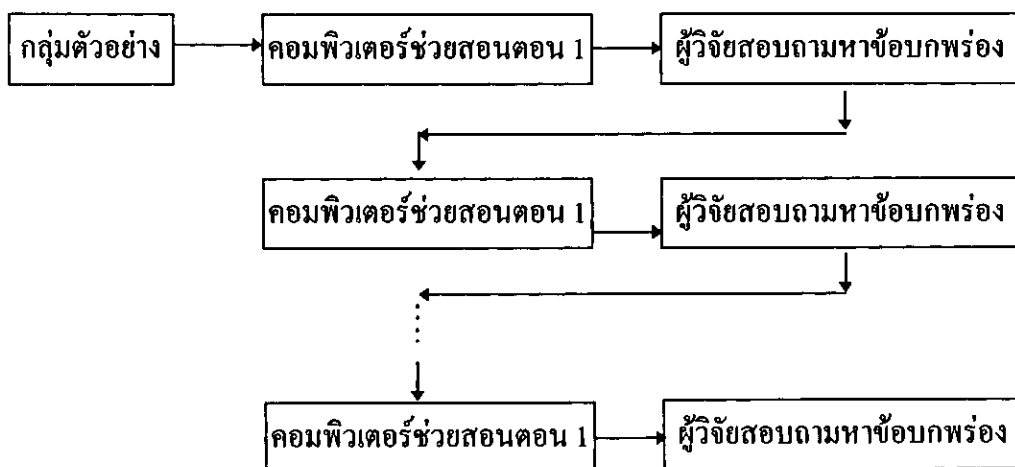
เหมาะสม จากนั้น ผู้วิจัยนำผลมาปรับปรุงแก้ไขและนำไปตรวจสอบอีกจนกระทั่งได้แผ่นซีดีคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตลอดจนคู่มือครูและคู่มือนักเรียนที่น่าจะใช้งานได้

ขั้นที่ 9 การทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

ในขั้นนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยผู้วิจัยนำแผ่นซีดีที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว จากขั้นที่ 8 ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างตามข้อ 1.1.1 ซึ่งประกอบด้วยนักเรียน 3 คน ที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลางและสูง ระดับละ 1 คน ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของอเลกซีและทรอลลิป ดังรายละเอียดที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 การทดลองกระทำที่ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี ซึ่งเป็นห้องปรับอากาศที่มีเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ด้วยไมโครโปรเซสเซอร์ Pentium ความเร็ว 100 เมกะเฮิรซ์ มีหน่วยความจำ 8 เมกะไบต์ ฮาร์ดิสก์ความจุ 1.2 GB จอภาพสีที่แสดงได้อย่างน้อย 256 สี การ์ดเสียง พร้อมลำโพง เครื่องอ่านซีดี และระบบปฏิบัติการภาษาไทยของ Microsoft Windows 3.11 โดยจัดให้เรียนทีละคนด้วยตนเองตามเวลาที่จัดไว้วันละ 1 คาบ (50 นาที) รวมจำนวน 8 คาบ ผู้วิจัย หรือครูผู้ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์คอยดูแลช่วยเหลือเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เท่านั้น การทดลองนี้เพื่อหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในด้านต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมของการนำเสนอเนื้อหา ความชัดเจนด้านเนื้อหา ภาพและเสียง คุณภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนว่าแสดงท่าทีสงสัยหรือไม่เข้าใจตอนไหน อย่างไร ผู้วิจัยตรวจและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนและสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนหลังเรียนในแต่ละคาบ ดังกรอบความคิดในการทดลองที่ปรากฏในภาพประกอบ 4 จากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลจากขั้นที่ 9 นี้ ไปวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไข

ขั้นที่ 10 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่หนึ่ง

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากขั้นที่ 9 มาวิเคราะห์ แล้วนำไปปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนสี่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน ผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ และคณะกรรมการ จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไข



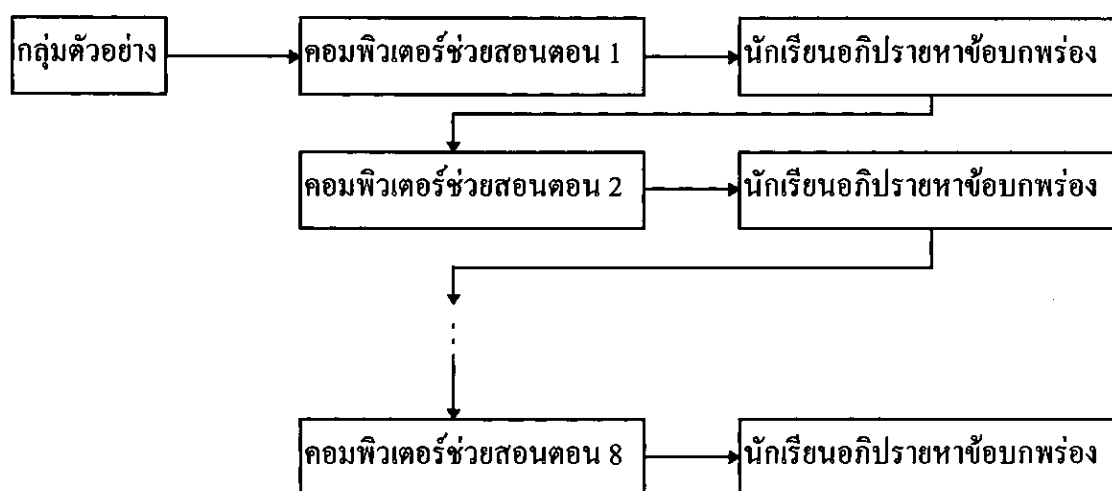
ภาพประกอบ 4 แผนภูมิแสดงกระบวนการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบหนึ่งต่อหนึ่ง

ขั้นที่ 11 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็ก

ในขั้นนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเช่นเดียวกับขั้นที่ 9 แต่ทดลองกับกลุ่มที่มีขนาดใหญ่ขึ้น โดยผู้วิจัยนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามขั้นที่ 10 ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างตามข้อ 1.1.2 ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 3 คน รวมทั้งหมด 9 คนซึ่งเป็นตามแนวคิดของอเลกซ์และทรอลลิปดังรายละเอียดที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 การทดลองกระทำที่ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์เดียวกันและจัดสภาพแวดล้อมเหมือนกันกับการทดลองในขั้นที่ 9 โดยที่ผู้วิจัย ครูผู้ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์คอยดูแลช่วยเหลือเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์เท่านั้น จัดให้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คนต่อเครื่อง ที่สมาชิกในแต่ละกลุ่มมีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกัน ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนขณะเรียน หลังการเรียนแต่ละตอน ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยผู้วิจัยเป็นผู้จัดบันทึกผลการอภิปรายดังกล่าวรอบความคิดในการทดลองที่ปรากฏในภาพประกอบ 5 จากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลจากขั้นที่ 11 นี้ไปวิเคราะห์และปรับปรุงแก้ไข

ขั้นที่ 12 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่สอง

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากขั้นที่ 11 มาดำเนินการเช่นเดียวกับขั้นที่ 11 และเมื่อปรับปรุงแก้ไขแล้วจึงได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่น่าจะมีความสมบูรณ์พอสมควรที่จะนำไปใช้เป็นการสอนได้



ภาพประกอบ 5 แผนภูมิแสดงกระบวนการทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนกลุ่มเล็ก

ขั้นที่ 13 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่

ในขั้นนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จึงจำเป็นต้องใช้เครื่องมือ ซึ่งได้แก่แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ภูมิภาคของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยอาศัยจุดประสงค์ปลายทางเป็นหลัก แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์นี้เป็นแบบทดสอบเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือกจำนวน 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์นี้โดยเริ่มจากการเขียนข้อสอบให้ครอบคลุมจุดประสงค์ปลายทางจำนวน 50 ข้อ และนำแบบทดสอบที่เขียนไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนที่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านวัดผลการศึกษา และคณะกรรมการ ตรวจสอบคัดเลือก เพื่อให้ได้ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หลังจากนั้นได้นำแบบทดสอบฉบับนี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 โครงสร้างที่ 1 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์รายวิชา ค 015 มาแล้วในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2539 โดยสุ่มมา 90 คน จากนักเรียนทั้งหมด 234 คน ด้วยวิธีสุ่มแบบแบ่งชั้น ได้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลางและสูง ระดับละ 30 คน ภายหลังจากการทำแบบทดสอบฉบับดังกล่าว ผู้วิจัยนำคำตอบทั้งหมดของนักเรียนไปคำนวณหาค่าอำนาจจำแนก และค่าความยาก แล้วผู้วิจัยคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีค่าความยากระหว่าง 0.20-0.80 ไว้จำนวน 30 ข้อ ซึ่งยังครอบคลุมจุดประสงค์ปลายทางทั้งสี่ข้อโดยปรึกษาผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดข้างต้นและปรึกษาคณะกรรมการ หลังจากนั้น ผู้วิจัยนำคำตอบเดิมของนักเรียนที่คัดเลือกเฉพาะ 30 ข้อดังกล่าวมาคำนวณเพื่อหาความเชื่อมั่นโดยสูตรของ

คูเออร์-ริชาร์ดสัน ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้เป็น 0.80 ซึ่งแสดงว่า แบบทดสอบนี้มีค่าความเชื่อมั่นที่พอจะเชื่อถือได้ (ภาคผนวก ค) ทั้งนี้ การคำนวณหาค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่น ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปชื่อ B-index ที่เผยแพร่โดย หน่วยงานนิเทศก์ เขตการศึกษา 8 กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

สำหรับการทดลองในขั้นที่ 13 นี้ ผู้วิจัยนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามขั้นที่ 12 ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างตามข้อ 1.1.3 ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลางและสูงระดับละ 10 คน ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของอเลสซีและทรอลลิป ดังรายละเอียดที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 การทดลองกระทำที่ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์เดียวกัน และจัดสภาพแวดล้อมเหมือนกันกับการทดลองในขั้นที่ 9 โดยผู้วิจัยหรือครูผู้ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์คอยดูแลช่วยเหลือเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์เท่านั้น จัดให้เรียน 2 คนต่อเครื่อง ครั้งละ 10 คน ที่ทุกคนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกัน ทั้งนี้เป็นไปตามวิธีจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนที่นิยมปฏิบัติกันในหลาย ๆ โรงเรียน กล่าวคือ จัดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถเดียวกันเรียนด้วยกัน ประกอบกับได้รับอนุญาตให้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีระบบมัลติมีเดีย และเครื่องอ่านซีดี เพียง 5 เครื่อง

หลังการเรียนวันละ 1 คาบ จนครบ 8 คาบแล้วเป็นเวลา 7 วัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนี้ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันดังกล่าวข้างต้น หลังจากนั้นผู้วิจัยทำการตรวจโดยในแต่ละข้อจะให้ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้ 0 คะแนนถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบหรือเลือกตอบเกิน 1 ข้อ เพื่อนำคะแนนที่ได้มาคำนวณหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 14 การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากขั้นที่ 13 มาคำนวณหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามสูตร E_1/E_2 ด้วยเกณฑ์ประสิทธิภาพ 70/70 ตามที่กล่าวมาแล้วในท้ายบทที่ 2 โดยมีเงื่อนไขว่าถ้าค่า E_1/E_2 โดยมีเงื่อนไขว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นต้องมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์หรือสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 จึงจะยุติการดำเนินการตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มิฉะนั้นแล้วจะต้องปรับปรุงแก้ไขและสุ่มหากกลุ่มตัวอย่างมาทำการทดลองใหม่ จนกว่าจะหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้ตามเงื่อนไขข้างต้น

2.2 การศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

การศึกษาดังกล่าว ได้กำหนดสมมุติฐานการวิจัยไว้ 3 ข้อคือ

1. ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ
2. ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน คือ ต่ำ ปานกลาง และสูง
3. วิธีสอนและระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่มีปฏิสัมพันธ์กันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียน

ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนการศึกษาดังนี้

- ขั้นที่ 1 การเตรียมการ
- ขั้นที่ 2 การดำเนินการทดลอง
- ขั้นที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมการ

ผู้วิจัยได้จัดเตรียมสิ่งต่าง ๆ เพื่อการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดังนี้

- ✓ 1. กลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

กลุ่มตัวอย่างนี้มี 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน ในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลางและสูง ระดับละ 10 คน ดังรายละเอียดในการกำหนดกลุ่มตัวอย่างที่กล่าวมาแล้วในต้นบทที่ 3 นี้ โดยให้หนึ่งกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและอีกหนึ่งกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

- ✓ 2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน คู่มือครูและคู่มือนักเรียน เป็นเครื่องมือสำหรับกลุ่มทดลอง ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทั้ง 14 ขั้นตอน ที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 นี้ โดยบันทึกคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ลงบนแผ่นซีดี และคู่มือครูกับ คู่มือนักเรียนที่จัดทำเป็นรูปเล่ม

2.2 แผนการสอนและสื่อการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่องลิมิตของฟังก์ชันเป็นเครื่องมือสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแผนการสอนและสื่อการสอนเพื่อการทดลองไว้แล้ว ตามรายละเอียดในขั้นที่ 1 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในบทที่ 3 นี้ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการทดลองสอนกับกลุ่มควบคุม

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันเป็นเครื่องมือสำหรับการทดสอบทั้งสองกลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างไว้แล้ว ตามรายละเอียดในขั้นที่ 13 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนของบทที่ 3 นี้ โดยเป็นแบบทดสอบเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและมีความเชื่อมั่นที่ใช้งานได้

2.4 เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีระบบมัลติมีเดียและเครื่องอ่านซีดี เป็นเครื่องมือสำหรับกลุ่มทดลอง ซึ่งเป็นเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ตามรายละเอียดที่กล่าวไว้ในขั้นที่ 9 การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนของบทที่ 3 นี้ จำนวน 5 เครื่อง

ขั้นที่ 2 การดำเนินการทดลอง

ในการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันนี้ หลังจากที่ได้คัดเลือกกลุ่มตัวอย่างและจัดเตรียมสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการทดลองตามขั้นที่ 1 การเตรียมการแล้วผู้วิจัยดำเนินการทดลองดังนี้

1. การเรียนของกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์จากครูผู้ควบคุมห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี เป็นผู้ดูแลให้ความช่วยเหลือในด้านเทคนิคการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์แก่นักเรียน (ถ้ามีปัญหา) เท่านั้น จัดให้เรียนทีละ 10 คน ทุกคนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกัน ซึ่งเหตุผลในการจัดเช่นนี้เป็นเหตุผลเดียวกันกับกล่าวไว้ในขั้นที่ 13 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน การทดลองนี้กระทำที่ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี นอกเวลาเรียน (เวลา 15.30 - 16.30) วันละ 1 คาบ จำนวน 8 คาบ โดยให้นักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 2 คนต่อเครื่องไม่มีการเรียนซ่อมเสริมเนื้อหา นอกเวลาเรียนแต่นักเรียนอาจค้นคว้าเองได้จากหนังสือเรียนหรือหนังสืออื่น ๆ

2. การเรียนของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์จากอาจารย์ทัศนีย์ ระลึกมูล ซึ่งเป็นครูผู้สอนวิชา ค 015 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรีช่วยทำการสอนกลุ่มควบคุมโดยวิธีสอนปกติ จัดให้เรียนทีละ 10 คน เช่นเดียวกันกับข้อ 1 โดยนักเรียนทุกคนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกันกับทดลองกลุ่ม เรียนเวลาเดียวกันและในห้องปรับอากาศเหมือนกัน

กับกลุ่มทดลอง ไม่มีการเรียนซ่อมเสริมเนื้อหานอกเวลาเรียนแต่นักเรียนอาจค้นคว้าเองได้จากหนังสือเรียนหรือหนังสืออื่น ๆ

ขั้นที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

หลังการเรียนครบ 8 ตอน (ใช้เวลา 8 คาบ) แล้วเป็นเวลา 7 วัน ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรีโกณมิติของฟังก์ชันดังกล่าวไว้แล้ว หลังจากนั้นนำคำตอบทั้งหมดของนักเรียนมาทำการตรวจและวิเคราะห์ต่อไป

✓ ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อทดสอบสมมุติฐานของการวิจัยทั้ง 3 ข้อ ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง (Two-way Anova) ชนิด 2×3 ที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว คือวิธีสอน 2 วิธี และระดับความสามารถของนักเรียน 3 ระดับ โดยมีตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ตรีโกณมิติของฟังก์ชัน คำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป spsswin สำหรับวินโดวส์ (Windows)

ในกรณีที่จำเป็นต้องหาความแตกต่างระหว่างกลุ่มย่อย (ถ้ามี) จะใช้การเปรียบเทียบรายคู่โดยใช้วิธีทดสอบ LSD (Least Significant Difference) ที่คำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป spsswin สำหรับวินโดวส์

3. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 การคำนวณหาค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป ชื่อ B-index ที่เผยแพร่โดยหน่วยศึกษานิเทศก์เขตการศึกษา 8 กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

3.2 การคำนวณหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ใช้สูตร E_1/E_2 เมื่อ E_1 หมายถึง ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์รวม และ E_2 หมายถึงค่าประสิทธิภาพของผลสัมฤทธิ์เฉพาะจุดมุ่งหมาย ค่า E_1 ค่า E_2 และเงื่อนไขการพิจารณาค่า E_1/E_2 เป็นไปตามที่ระบุไว้ในท้ายของบทที่ 2 ของปริญญานิพนธ์นี้

✓ 3.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางและในกรณีที่จำเป็นต้องหาความแตกต่างระหว่างกลุ่มย่อย(ถ้ามี)จะใช้การเปรียบเทียบรายคู่โดยใช้วิธีทดสอบ LSD คำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป spsswin สำหรับวินโดว

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในบทนี้ จะเป็นการนำเสนอผลการวิจัยที่ได้จากการทดลอง ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิจัยเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
เรื่อง ลิขิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิขิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

มีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
เรื่อง ลิขิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ในตอนนี้เป็นการนำเสนอผลตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิขิตของฟังก์ชัน ตามที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ทั้ง 14 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษา วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

จากการศึกษาและวิเคราะห์ ตำราต่าง ๆ ดังกล่าวมาในบทที่ 3 ภายใต้การปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน และคณะกรรมการได้ผลการศึกษา วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังรายละเอียดในขั้นที่ 1 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ในบทที่ 3 โดยสามารถกำหนดหน่วยการเรียนรู้ย่อยได้ 8 ตอน ใช้เวลาเรียนตอนละ 1 คาบ ๆ ละ 50 นาทีซึ่งมีรายละเอียดเขียนไว้ในแผนการสอนและสื่อการสอนที่นำไปใช้กับกลุ่มควบคุมและใช้เป็นโครงในการจัดทำบทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยในแผนการสอนมีจุดประสงค์ปลายทางสี่ข้อ และแต่ละตอนจะมีจุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน

(ภาคผนวก ข)

ขั้นที่ 2 การตรวจแผนการสอนและสื่อการสอน

จากการตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมและความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สอนจริงของแผนการสอนและสื่อการสอนโดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งที่ท่านเดิมและคณะกรรมการ พบว่า แผนการสอนและสื่อการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความถูกต้องด้านเนื้อหา มีความเหมาะสมและความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สอนจริง โดยมีจุดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขเพียงเล็กน้อย เช่น ในตัวอย่างหนึ่งของการสอนมโนคติ ติมิต้ายของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดในรูปกราฟ มีข้อความหนึ่งผู้วิจัยเขียนว่า “ขณะที่ x เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย ได้ว่า $f(x)$ มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ” ให้ปรับปรุงเป็น “ขณะที่ x เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย ได้ว่า $f(x)$ มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ไม่มีสิ้นสุด” เพื่อเป็นการสื่อความหมายกับนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในการออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ภายใต้การปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอนและคณะกรรมการ ผู้วิจัยได้กำหนดวิธีการนำเสนอเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนที่สอดคล้องกับแผนการสอนที่จัดทำไว้ และเป็นไปตามหลักการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ดังรายละเอียดในขั้นที่ 3 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในบทที่ 3 เช่น มีการสร้างความสนใจ โดยใช้แสง สี เสียงและการเคลื่อนไหว เป็นต้น ผลการออกแบบจึงได้ แบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้สอดคล้องกับแผนการสอนและเป็นไปตามหลักการออกแบบในการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

จากแบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่เขียนเรื่องตามบทที่ออกแบบไว้บนกระดาษ ที่ผู้วิจัยนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งท่านเดิมผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน และคณะกรรมการ ช่วยตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและการสอน ความเหมาะสมของแต่ละเรื่องที่จะนำเสนอบนจอภาพ ผลการตรวจสอบพบว่า แบบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยเขียนไว้ ส่วนใหญ่มีความถูกต้องด้านเนื้อหาและการสอน และแต่ละเรื่องมีความเหมาะสมตามหลักเทคโนโลยีการสอนพอสมควร แต่มีบางรูปภาพที่ต้องปรับปรุงแก้ไข เช่น ในตัวอย่างหนึ่งของการสอนมโนคติการเข้าใกล้ทางด้านซ้าย ผู้วิจัยออกแบบรูปภาพที่จะแสดงว่า x เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย ดังภาพประกอบ 6

ขั้นที่ 7 การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในการสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามผังงานและเรื่องที่ออกแบบไว้ ภายใต้การปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีและคณะกรรมการ ดังรายละเอียดในขั้นที่ 7 ของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในบทที่ 3 ผลการสร้างได้ว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่สร้างขึ้น ส่วนใหญ่เป็นไปตามเรื่อง และผังงานที่ออกแบบไว้ แต่มีบางเรื่องต้องดัดแปลงให้เป็นไปได้ในการสร้างโปรแกรม เพราะข้อจำกัดของโปรแกรม Authware Professional ที่นำมาใช้สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เช่น การแสดงค่าของ ฟังก์ชันในรูปตาราง ผู้วิจัยไม่สามารถจะสร้างโปรแกรมเพื่อให้นักเรียนเลือกกำหนดค่าของ x ที่ เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้ายตามใจชอบ แล้วคำนวณค่าฟังก์ชัน $f(x)$ ออกมาโดยโปรแกรม ซึ่งผู้วิจัยได้ ดัดแปลงเป็นการนำเสนอการนำเสนอค่าของ x และค่าของ $f(x)$ ในรูปสัญลักษณ์เคลื่อนไหวที่แสดง ค่าตามลำดับของค่าของ x ที่เข้าใกล้ 1 ทางด้านซ้าย

ขั้นที่ 8 การตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

จากตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ที่บันทึกในแผ่นซีดี คู่มือครูและคู่มือนักเรียนโดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอนและคณะกรรมการ พบว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความถูกต้องด้านเนื้อหา และน่าจะเหมาะสมพอที่จะนำไปใช้ งานได้ แต่ควรปรับปรุงเทคนิคการเคลื่อนไหวบางตอน เช่น ในการสอนความหมายของลิมิตของ ฟังก์ชัน จะมีกราฟฟิคที่แสดงการเคลื่อนไหวทั้งค่าของ x บนแกน X ที่เข้าใกล้ a จุด $(x, f(x))$ บน กราฟที่เข้าใกล้ (a, L) และค่าของ $f(x)$ บนแกน Y ที่เข้าใกล้ L ถ้า L เป็นค่าลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a ซึ่งการที่กราฟแสดงการเคลื่อนไหวพร้อมทั้งสามส่วนอาจทำให้นักเรียนเข้าใจได้ยาก ผู้วิจัย จึงได้ปรับปรุงตามข้อคิดเห็นดังกล่าว โดยการนำรูปภาพเดิมมาอธิบายซ้ำอีกครั้ง แต่ตัดส่วนของ การเคลื่อนไหวของจุด $(x, f(x))$ บนกราฟที่เข้าใกล้ (a, L) เหลือเพียงส่วนที่แสดงการเคลื่อนไหวบน แกน X และแกน Y สองส่วนเท่านั้น ซึ่งน่าจะทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 9 การทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

ผู้วิจัยได้นำแผ่นซีดีที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง เพื่อหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามแนวคิดของอเลกซีและทรอลลิป ผลจากการ สังเกตพฤติกรรมขณะที่นักเรียนกำลังเรียนและจากการสอบถามนักเรียนหลังการเรียนในแต่ละตอน เกี่ยวกับความคิดเห็นทั่ว ๆ ไปต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน สรุปได้ดังนี้

1. มีโจทย์บางข้อในแบบฝึกหัดของตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการซึ่งกำหนดฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก เช่น กำหนดให้ $g(t) = \frac{t+1}{t^2-t-2}$ แล้วถามเกี่ยวกับ $\lim_{t \rightarrow 2} g(t)$ โดยเจตนาให้นักเรียนคิดหามาโดยการสังเกตจากตารางค่าของฟังก์ชันและนักเรียนไม่สามารถคิดหามาได้ เนื่องจากติดอยู่กับลักษณะฟังก์ชันที่ต้องมีตัวแปรเป็น x เท่านั้น อีกทั้งติดอยู่กับการหาลิมิตในลักษณะสังเกตจากกราฟที่น่าเสนอมาก่อนหน้านี้

2. นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำและปานกลาง ใช้เวลาเรียนบางตอนมากกว่าที่กำหนดไว้ (ตอนละ 50 นาที) เช่นในตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้าย และ ตอน 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต ที่เป็นเช่นนี้เพราะในตอน 2 เป็นนิยามใหม่เกี่ยวกับลิมิตซ้ายที่นักเรียนพบเป็นครั้งแรกทำให้นักเรียนต้องใช้เวลาในการทำความเข้าใจมากพอควร ส่วนในตอน 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตมีเนื้อหามากถึง 10 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต จึงต้องใช้เวลามากกว่ากำหนด

3. นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำพยายามมาเรียนซ้ำในบางเนื้อหาเช่น ในตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้าย

4. นักเรียนทุกคนเรียนแล้ว มีความเข้าใจเรื่องลิมิตของฟังก์ชันพอสมควร

5. นักเรียนทุกคนมีความเห็นว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความชัดเจนของภาพ แสง สี และเสียง คุณภาพของสิ่งเหล่านี้อยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ได้ แต่มีปัญหาความสะดวกบางอย่างในการใช้โปรแกรม เช่น ปัญหาการอยากกลับมาค้นรายการกระทันหัน และปัญหาการออกจากรายการอย่างกระทันหันทั้ง ๆ ที่โปรแกรมที่สร้างไว้เดิมนั้น สามารถกลับมาค้นรายการและออกจากรายการได้อยู่แล้วเพียงแต่ไม่สามารถดำเนินการอย่างกระทันหันเท่านั้น

6. นักเรียนทุกคนมีความสนใจและชอบที่จะเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในเนื้อหานี้และอยากให้มีการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ ด้วย

ขั้นที่ 10 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่ 1

ผู้วิจัยนำข้อบกพร่องที่พบจากขั้นที่ 9 ข้างต้นมาปรับปรุงแก้ไขโดยปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิม ผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์ท่านเดิม และคณะกรรมการ ดังนี้

1. สำหรับโจทย์บางข้อที่กล่าวถึงในขั้นที่ 9 ข้างต้น ได้ปรับปรุงแก้ไขโดยเปลี่ยนตัวแปรในโจทย์และคำถามใหม่ จากเดิมคือ กำหนดให้ $g(t) = \frac{t+1}{t^2-t-2}$ แล้วถามเกี่ยวกับ $\lim_{t \rightarrow 2} g(t)$ ได้เปลี่ยนเป็นกำหนดให้ $g(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2}$ แล้วถามเกี่ยวกับ $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ แทน และแนะนำให้ให้นักเรียนหาลิมิตดังกล่าวโดยสร้างตารางค่าของฟังก์ชันมาก่อน

2. การแนะนำนักเรียนที่เรียนไม่ทันกำหนดเวลาในแต่ละคน ให้หาเวลาว่างมาเรียนเพิ่มเติมให้ครบทุกเนื้อหา

3. ปัญหาความไม่สะดวกบางอย่างในการใช้โปรแกรม เช่น การกลับและออกจากรายการอย่างกระตั้นหัน ตามที่กล่าวถึงในขั้นที่ 9 ข้างต้น ได้ปรับปรุงโดยการเพิ่มรายการ

- | | |
|----------------|------------------------------------|
| - กลับรายการ | เมื่อต้องการออกจากรายการกระตั้นหัน |
| - ออกจากรายการ | เมื่อต้องการออกจากรายการกระตั้นหัน |

การเพิ่มสองรายการเลือกนี้ ได้เพิ่มทุกหน้าจอ โดยให้นักเรียนคลิกเมาส์ที่ปุ่มแสดงรายการเลือกดังกล่าวได้เมื่อต้องการ

ขั้นที่ 11 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็ก

ผู้วิจัยได้นำแผ่นซีดีที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วตามขั้นที่ 10 ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็กจำนวน 9 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามแนวคิดของอเลกซีและทรอลลิป ผลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะกำลังเรียน และจากการอภิปรายภายหลังการเรียนของนักเรียนทุกคนในกลุ่ม สรุปได้ว่า

1. กลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำและปานกลางใช้เวลาเรียนมากกว่าที่กำหนดไว้ เช่นเดียวกับการทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ตามขั้นที่ 9 ข้างต้น
2. กลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำพยายามมาเรียนช้าในบางเนื้อหาเช่นเดียวกับการทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่งตามขั้นที่ 9 ข้างต้น
3. นักเรียนทุกกลุ่มเสนอให้เพิ่มตัวอย่างอีก 1-2 ตัวอย่างในตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ ซึ่งกำหนดฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก เพื่อการทำความเข้าใจในเรื่องดังกล่าวให้ชัดเจนมากขึ้น
4. นักเรียนจำนวน 6 คนใน 9 คน มีความลำบากใจในการเลือกตัวเลือกเพื่อตอบคำถามสำหรับเพื่อโจทย์บางข้อในบางแบบฝึกหัด ทั้งนี้เพราะมีตัวเลือกที่เป็นตัวลองที่ดี
5. นักเรียนทุกกลุ่มเรียนแล้วมีความเข้าใจพอสมควร
6. โปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความชัดเจนของภาพ แสง สี และเสียง คุณภาพของสิ่งเหล่านี้อยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ได้
7. นักเรียนทุกคนมีความสนใจและชอบที่จะเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ และอยากให้มีการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

ขั้นที่ 12 การปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องครั้งที่ 2

ผู้วิจัยนำข้อเสนอแนะที่ควรปรับปรุงจากขั้นที่ 11 ข้างต้น มาปรับปรุงโดยปรึกษากับผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนทั้งสี่ท่านเดิมและคณะกรรมการ ดังนี้

1. การแนะนำนักเรียนที่เรียนไม่ทันกำหนดเวลาในแต่ละตอนให้หาเวลาว่างมาเรียนเพิ่มเติมให้ครบทุกเนื้อหา
2. ได้เพิ่มตัวอย่างอีก 2 ตัวอย่างในตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการตามข้อเสนอของนักเรียนในขั้นที่ 11
3. การแนะนำนักเรียนที่ไม่แน่ใจในการเลือกคำตอบสำหรับโจทย์บางข้อที่มีตัวเลือกเป็นตัวเลขที่ดีที่กล่าวถึงในขั้นที่ 11 ข้างต้น ผู้วิจัยได้แนะนำให้นักเรียนเรียนซ้ำเนื้อหาเกี่ยวกับโจทย์นั้นอีกครั้งหนึ่งอย่างช้า ๆ แล้วจึงกลับมาพิจารณาโจทย์นั้นใหม่อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 13 การทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่

ผู้วิจัยได้นำแผ่นซีดีที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วตามขั้นที่ 12 ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่จำนวน 30 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และขณะกำลังเรียนผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนพบว่า นักเรียนทุกกลุ่มทุกคนมีความสนใจและกระตือรือร้นต่อการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตอนใดที่ยังไม่เข้าใจก็พยายามหาเวลามาเรียนซ้ำ ภายหลังการเรียนครบ 8 คาบแล้วเป็นเวลา 7 วัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ขั้นที่ 14 การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ผู้วิจัยนำคะแนนสอบจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้จากขั้นที่ 13 ข้างต้นมาวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยเกณฑ์ประสิทธิภาพ 70/70 จากสูตรที่กล่าวมาแล้วในท้ายบทที่ 2 ดังนี้

$$1. \text{ การคำนวณหาค่า } E_1 = \frac{672 \times 100}{30 \times 30} = 74.67$$

2. การคำนวณหาค่า E_2 จะได้ดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์เฉพาะจุดมุ่งหมายโดยคิดเป็นร้อยละ (E_2)

จุดประสงค์ปลายทางที่	ค่า E_2
มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ	
1) บอกได้ว่า ฟังก์ชัน $y=f(x)$ ที่กำหนดให้ มีลิมิตที่ a หรือไม่	81.00
2) หาลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป (ก) กราฟ (ข) สมการ	73.67
3) หาลิมิตขวาของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป (ก) กราฟ (ข) สมการ	75.00
4) หาลิมิตของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูป (ก) กราฟ (ข) สมการ	72.88

จากค่า E_1 และค่า E_2 ของแต่ละจุดประสงค์ปลายทางที่คำนวณได้ข้างต้น พบว่า E_1 มีค่ามากกว่า 72.50 และ E_2 ทั้งสี่ค่าแต่ละค่ามีค่ามากกว่า 72.50 จึงสรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยสร้างมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงยุติการดำเนินการตามขั้นตอนการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แล้วย่นำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้ไปใช้ในการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

ตอนที่ 2 การศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ในตอนนี้เป็นการนำเสนอผลของการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเพื่อความสะดวกในการเสนอผลดังกล่าว ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ดังนี้

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

SS แทน ผลบวกกำลังสองของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

df	แทน	ชั้นของความเป็นอิสระ
MS	แทน	ค่าเฉลี่ยผลบวกกำลังสองของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
T ₁	แทน	วิธีสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน
T ₂	แทน	วิธีสอนปรกติ
L	แทน	ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ
M	แทน	ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง
H	แทน	ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง
F	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณา
p	แทน	ค่าพี (p - value) ที่ใช้พิจารณา
*	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

การวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของฟังก์ชัน หลังการเรียนของนักเรียนครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำผลสัมฤทธิ์ดังกล่าวของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์แบบ 2 องค์ประกอบ องค์ประกอบที่หนึ่ง คือ วิธีสอน และองค์ประกอบที่สองคือ ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิเคราะห์ปรากฏดังตาราง 3

ตาราง 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการเรียน
ของนักเรียน โดยพิจารณาจากวิธีสอนและระดับความสามารถของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F	p
วิธีสอน ¹	1	510.417	510.417	69.585 *	.000
ระดับความสามารถ ²	2	849.100	424.550	57.789 *	.000
ปฏิสัมพันธ์ ³	2	12.033	6.017	.820	.446
ความคลาดเคลื่อน	54	396.100	7.335		
รวมทั้งหมด	59	1767.650	29.960		

จากตาราง 3 แสดงว่า

1. วิธีสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับวิธีสอนปกติ ซึ่งจำแนกนักเรียนตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็นต่ำ ปานกลางและสูง ไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน แสดงว่าวิธีสอนกับระดับความสามารถ ไม่มีผลร่วมกันที่จะทำให้ให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 ($p = .446 > .05$)
 2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 ($p = .000 < .05$)
 3. นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างกันที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 ($p = .000 < .05$)
- เนื่องจากมีวิธีสอน 2 วิธีและระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ระดับ เพื่อแสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มใดของวิธีสอนและกลุ่มใดของระดับความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน สูงกว่ากัน จึงได้ทำการทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยวิธี LSD ผลการวิเคราะห์ปรากฏดังตาราง 4 และตาราง 5

ตาราง 4 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน
กับนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

วิธีสอน		T_1	T_2
T_1	$\bar{X}$	16.7667	10.9333
	16.7667		
	10.9333	5.8334 *	

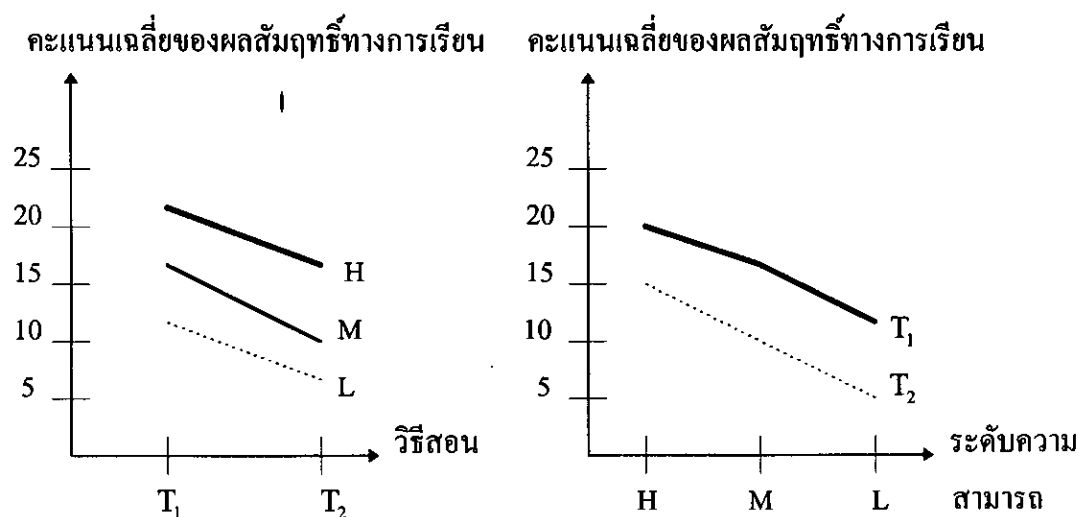
จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน สูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ ที่
ระดับความมีนัยสำคัญ .05

ตาราง 5 เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ ปานกลาง และสูง

ระดับความสามารถ		L	M	H
L	$\bar{X}$	9.4000	13.5500	18.6000
	9.4000			
	13.5500	4.1500 *		
M	18.6000	9.2000 *	5.050 *	

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกันแต่ละคู่ มี
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน แตกต่างกันที่ระดับความมี
นัยสำคัญ .05 โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียน
ที่มีระดับความสามารถปานกลางและนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ และนักเรียนที่มีระดับ
ความสามารถปานกลาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ

เพื่อแสดงถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียน ที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับเรียนโดยวิธีสอนปรกติ จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็นต่ำ ปานกลางและสูง จึงได้นำคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน มาเสนอในลักษณะกราฟเส้นตรง ปรากฏดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับเรียนโดยวิธีสอนปรกติ จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

จากภาพประกอบ 8 แสดงให้เห็นว่า วิธีสอนกับระดับความสามารถไม่มีปฏิสัมพันธ์กัน และเมื่อพิจารณาจากระดับความสามารถเดียวกันทุกระดับจากกราฟ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถปานกลางที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ และนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถปานกลางที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายและข้อเสนอแนะ

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในรายวิชา ค 015 2) ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ แต่ละกลุ่มมีการจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้มาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ปีการศึกษา 2539 ซึ่งประกอบด้วย 1) กลุ่มตัวอย่างสำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จำนวน 42 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่งจำนวน 3 คน กลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็กจำนวน 9 คน และกลุ่มตัวอย่างสำหรับการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่จำนวน 30 คน 2) กลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน จำนวน 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน โดยให้หนึ่งกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและอีกกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

การดำเนินการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้

การดำเนินการวิจัยนี้ ได้ดำเนินการ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องสมบัติของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและขั้นการศึกษาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องสมบัติของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

สำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการพัฒนา 14 ขั้นที่อาศัยแนวคิดของนักการศึกษาสามแนวคิดคือ แนวคิดของเคมพ์ แนวคิดของแฮนนาฟิน และเพค และแนวคิดของอเลกซ์ซีและทรอลลิป โดยเริ่มจากการศึกษา จุดประสงค์การเรียนรู้และ

เนื้อหาเรื่องลิมิตของฟังก์ชันจากตำราต่าง ๆ โดยยึดหนังสือเรียนและคู่มือมือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่จัดทำโดย สสวท. เป็นหลัก แล้ววิเคราะห์เนื้อหาและแบ่งเป็นตอนเพื่อกำหนดเป็นมโนคติที่ต่อเนื่องกัน จำนวน 8 ตอน ๆ ละ 1 คาบ โดยมีจุดประสงค์ปลายทาง 4 ข้อ หลังจากนั้นผู้วิจัยเขียนแผนการสอนและสื่อการสอนที่เป็นเอกสารนำทางและแบบฝึกหัด เพื่อใช้เป็นแนวทางทางในการสอนสำหรับกลุ่มควบคุมและเป็นโครงในการจัดทำบทเรียนสำเร็จรูปที่จะใช้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนให้มีเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนเช่นเดียวกับที่กำหนดไว้ในแผนการสอน จากนั้นผู้วิจัยได้ออกแบบวิธีการนำเสนอเนื้อหา และกิจกรรมหลักในการเรียนให้สอดคล้องกับแผนการสอนและให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ ตามแนวคิดของกายแวกเกอร์และโรจาส โดยอาศัย แนวคิดการออกแบบของ แชนนาฟินและเพค กับแนวคิดของอเลสซีและทรอลลิป แล้วเขียนบทและเรื่องบนกระดาน ภายหลังการออกแบบดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้เขียนผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามที่ออกแบบไว้โดยยึดหลักกระบวนการการเรียนการสอนในห้องเรียนที่มีครูผู้สอนตามปรกติซึ่งผังงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนประกอบด้วย ผังงานหลัก ผังงานรองและผังงานย่อยที่สัมพันธ์กัน

หลังจากนั้น ผู้วิจัยได้สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามผังงานและเรื่องที่ออกแบบไว้ด้วยโปรแกรม Authorware Professional 2.01 ที่ใช้ระบบปฏิบัติการภาษาไทยของ Microsoft Windows 3.11 และอื่น ๆ แล้วบันทึกลงแผ่นซีดีพร้อมทั้งเขียนคู่มือครูและคู่มือนักเรียน เพื่อนำไปทดลองใช้หาข้อบกพร่องและหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยทดลองใช้ 3 ครั้ง กล่าวคือ ครั้งแรกนำแผ่นซีดีไปทดลองใช้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง กับนักเรียนจำนวน 3 คน ทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเล็กจำนวน 9 คน และสุดท้าย ทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหญ่ จำนวน 30 คน ซึ่งภายหลังการเรียนครบ 8 คาบแล้วเป็นเวลา 7 วัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนน แล้วนำคะแนนสอบดังกล่าวไปคำนวณหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 ที่กำหนดไว้ซึ่งผลปรากฏว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผู้วิจัยจึงได้นำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังกล่าวไปใช้ในการศึกษาค้นต่อไป

สำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่บันทึกในแผ่นซีดีพร้อมกับคู่มือครูและคู่มือนักเรียนไปใช้ในการศึกษากับกลุ่มทดลองซึ่งเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มควบคุมให้เรียนโดยวิธีสอนปรกติตามแผนการสอนและสื่อการสอนที่มีเนื้อหาและกิจกรรมหลักในการเรียนเดียวกันกับในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ทั้งสองกลุ่มเรียนในเวลาเดียวกัน ไม่มีการเรียนซ่อมเสริมเนื้อหา

นอกเวลาเรียน กลุ่มทดลองเรียนรู้ด้วยตนเองโดยไม่มีครูผู้สอน แต่อาจหาเวลาว่างมาเรียนซ้ำจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้ ส่วนกลุ่มควบคุมให้เรียนโดยวิธีสอนปกติกับครูผู้สอน ภายหลังทั้งสองกลุ่มเรียนครบ 8 ตอน ๆ ละ 1 คาบ แล้วเป็นเวลา 7 วัน ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบกับสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนน และนำคะแนนดังกล่าวไปเป็นข้อมูลในการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยทั้งสามข้อ คือ 1) ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยใช้วิธีสอนปกติ 2) ไม่มีความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์สำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกันคือต่ำ ปานกลาง และสูง และ 3) วิธีสอนและระดับความสามารถของนักเรียนไม่มีปฏิสัมพันธ์กันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียน ค่าสถิติที่ใช้คือ ความแปรปรวนแบบสองทาง และในกรณีที่จำเป็นต้องหาความแตกต่างระหว่างกลุ่มย่อย (ถ้ามี) จะใช้การเปรียบเทียบรายคู่โดยวิธีทดสอบ LSD การคำนวณทั้งหมดกระทำโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปชื่อ spsswin สำหรับวินโดว

สรุปผลการวิจัย

1. จากการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามขั้นตอนการพัฒนา 14 ขั้น ที่ผู้วิจัยกำหนด ปรากฏผลว่า

1.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนดังกล่าวมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 โดยที่ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์รวมเท่ากับ 74.67 และค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์เฉพาะจุดประสงค์ปลายทางทั้งสี่ข้อ เป็น 81.00 73.67 75.00 และ 72.88 ตามลำดับ

1.2 ผลจากการสังเกตระหว่างการทดลองพบว่า นักเรียนทุกคนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนตั้งใจเรียน มีความกระตือรือร้น และจากการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนอย่างไม่เป็นทางการสรุปได้ว่า นักเรียนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70 ชอบเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2. จากการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน สรุปผลได้ดังนี้

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยใช้วิธีสอนปกติ มีความแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

2.2 ทุกคู่ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงกว่า มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำกว่า

2.3 ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05

โดยสรุป คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นน่าจะมีคุณภาพเพียงพอที่จะนำไปใช้สอน หรือใช้เสริมการเรียนรู้เรื่องลิมิตของฟังก์ชันสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการที่ผู้วิจัยได้พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจนได้ผลดังสรุปมาแต่ต้นแล้วนั้น น่าจะเป็นผลมาจากสาเหตุต่าง ๆ ดังนี้

(1) ผู้วิจัยได้พยายามเรียบเรียงเนื้อหาในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีความสัมพันธ์กัน โดยเริ่มจากการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชัน ได้แก่การเป็นฟังก์ชัน และการหาโดเมนของฟังก์ชัน แล้วจึงเริ่มอธิบายความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน ไปจนถึงการหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ ซึ่งเป็นการจัดเรียงเนื้อหาจากง่ายไปหายากตามลำดับ และคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้พัฒนามาในระบบมัลติมีเดียที่มีทั้งแสง สี เสียง และภาพเคลื่อนไหว จึงเป็นการสอนที่เป็นรูปธรรม และนักเรียนได้รับรู้เนื้อหาที่สอนจากการได้เห็น ได้ยิน ได้คิด และได้มีปฏิสัมพันธ์คล้ายกับการเรียนกับครูผู้สอน นักเรียนได้เห็นรูปภาพที่แสดงความหมายการเข้าใกล้และความหมายของลิมิตอย่างถูกต้องตามนิยามของลิมิตของฟังก์ชันที่การสอนโดยวิธีปกติทำเช่นนั้นไม่ได้ นั่นคือ ผู้วิจัยได้พยายามออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ ให้ถูกต้องตามหลักการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และถูกต้องตามหลักจิตวิทยาการศึกษา

(2) รูปแบบของการเรียนกับคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ ช่วยทำให้นักเรียนมีความมั่นใจสบายใจกับการเรียน โดยเฉพาะกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ และปานกลาง จึงทำให้นักเรียนเหล่านั้นกล้าที่จะแสดงความคิดหรือตอบคำถามจากความเข้าใจของตนเองมากขึ้นรวมทั้งนักเรียนเหล่านั้นสามารถเรียนซ้ำหรือทบทวนตามความต้องการของตนเองจนเกิดความเข้าใจ

(3) การสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นการสอนที่ไม่ยึดรูปแบบ โดยอาศัยแนวคิดของกายและบรูเนอร์จึงสอนโดยใช้วิธียกตัวอย่างที่มีลิมิตและไม่มีลิมิตให้นักเรียนสังเกตความเหมือนและความต่างกัน แล้วเก็บเป็นข้อสันนิษฐานไว้ในใจ เมื่อยกตัวอย่างเพิ่มเติมอีก นักเรียนก็จะนำข้อมูลมาตรวจสอบกับข้อสันนิษฐานของตนได้ ซึ่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ ได้สร้างตัวอย่างไว้อย่างเพียงพอที่ไม่มากเกินไปอันอาจจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย และไม่น้อยเกินไปอันอาจจะทำให้ไม่เข้าใจมโนตินั้น ขณะเดียวกันในแต่ละตัวอย่างจะอธิบายอย่างละเอียดโดยใช้รูปภาพที่เข้าใจ และถูกต้องตามมโนตินั้น

2. จากผลการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะพบว่า

(1) แม้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยใช้วิธีสอนปกติ มีความแตกต่างกัน และนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างกันคือ ต่ำ ปานกลาง และสูง จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันแตกต่างกัน แต่ก็ไม่มีความแตกต่าง และไม่มีกลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความสามารถใดที่มีผลสัมฤทธิ์แตกต่างจากกลุ่มอื่นอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติ แต่ถ้าสังเกตข้อมูลที่ได้จากการวิจัยจะพบสิ่งที่น่าสนใจกล่าวคือ คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถปานกลางที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ และเช่นเดียวกัน จะพบอีกว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลางที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้อาจจะเป็นผลดีสำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำและปานกลาง ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของราชัน (Rajan. 1890) ซึ่งพบว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นผลดีสำหรับผู้เรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ

(2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติมีความแตกต่างกัน ที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปกติซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของ สุกสมบุรณ์ อังรัตนกร (2530 : 299) สมใจ อรุณศรีโสภณและคณะ (2535 : 680-681) โอเดน (Oden. 1982 : 355-A) ไรท์ (Wright. 1984 : 1063-A) อิมโบเดน (Imboden. 1986 : 3278-A) และปาร์ค (Park. 1993 : 119-A) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

(3) จากการสังเกตและสอบถามนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน พบว่านักเรียนมีความพอใจ ตั้งใจเรียนและอยากให้มีคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในเนื้อหาอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ด้วยนั้น เป็นผลที่สอดคล้องกับผลวิจัยของสุกสมบุรณ์ จีรัตน์กร (2530 : 299) โอเดน (Oden. 1982 : 355-A) และอิมโบเดน (Imboden. 1986: 3278-A) ซึ่งพบว่านักเรียนมีความคิดเห็นและเจตคติที่ดีต่อการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน และมีแรงจูงใจมากขึ้น

แม้ว่า ผลการวิจัยที่สรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยพัฒนาน่าจะมีคุณภาพเพียงพอที่จะนำไปใช้สอนหรือเสริมการเรียนรู้เรื่องลิมิตของฟังก์ชันสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้นั้น อย่างไรก็ตามผลสรุปดังกล่าวไม่ได้หมายความว่า สามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้มาทำหน้าที่แทนครูได้เต็มรูปแบบ ด้วยเหตุผลหลายประการเช่น

- 1) คอมพิวเตอร์ไม่ใช่มนุษย์จึงขาดสามัญสำนึกที่จะเข้าใจความรู้สึกนึกคิดของนักเรียน และไม่สามารถโต้ตอบนักเรียนนอกเหนือไปจากที่กำหนดไว้ในโปรแกรมนั้น
- 2) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนไม่สามารถสอดคล้อง อบรมสั่งสอนนักเรียนในด้านจริยธรรมของความเป็นมนุษย์ได้
- 3) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเหมาะสำหรับนักเรียนที่มีความรับผิดชอบสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง
- 4) ไม่สามารถสร้างคอมพิวเตอร์ที่สามารถตรวจคำตอบในรูปความเรียงซึ่งเป็นคำตอบที่นักเรียนแต่ละคนได้เขียนตามความเข้าใจของตนเอง จึงทำให้มีรูปคำตอบที่ถูกต้องมากมายซึ่งผู้พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนคงไม่สามารถกำหนดคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดลงในโปรแกรม ดังนั้นจึงสร้างคอมพิวเตอร์ที่สามารถตรวจเฉพาะคำตอบของแบบทดสอบเลือกตอบเท่านั้น
- 5) นักเรียนต้องมีความสามารถเพียงพอในด้านการอ่าน การฟัง และการดู จึงจะสามารถเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในความรู้ระดับสูงได้ มิฉะนั้นอาจเกิดปัญหาการเรียนรู้ได้
- 6) นักเรียนอาจเกิดความเบื่อหน่าย เนื่องจากไม่มีโอกาสแสดงความคิดเห็นบางอย่างที่ไม่ได้กำหนดไว้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น และอาจเกิดจากการที่ไม่สามารถโต้ตอบทางวาจา กับนักเรียนนอกเหนือจากที่กำหนดไว้ในโปรแกรม และที่สำคัญคือ ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยทั่วไปจะมีกิจกรรมจำนวนจำกัดเท่าที่กำหนดไว้ในโปรแกรม จึงควรมีการอภิปรายผลร่วมกันระหว่างครูผู้สอนและนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยพัฒนาแล้วนั้น ผู้วิจัยได้พัฒนาด้วยระบบปฏิบัติการภาษาไทย Microsoft Windows 3.11 ที่แสดงได้ 256 สีและบันทึกข้อมูลไว้ในแผ่นซีดี ดังนั้นผู้ที่ให้นำเอาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ไปใช้สอน ควรใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในระบบมัลติมีเดียที่มีเครื่องอ่านซีดี มีระบบปฏิบัติการภาษาไทย Microsoft Windows 3.11 และจอภาพสีที่แสดงได้อย่างน้อย 256 สี จึงจะไม่มีปัญหาการใช้

2. ปัจจุบันมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น แต่ยังขาดแคลนซอฟต์แวร์ที่เป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ระบบมัลติมีเดียที่มีองค์ประกอบครบทั้งแสง สี เสียง ภาพเคลื่อนไหวและการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

ดังนั้น ควรมีการวิจัยและพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระบบมัลติมีเดียดังกล่าวสำหรับเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้มากขึ้น ผู้ที่จะทำการพัฒนาจะต้องพิจารณาเลือกใช้อุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ทันสมัยมีระบบปฏิบัติการที่สมบูรณ์ และมีระบบโปรแกรมหลักในการพัฒนาที่โดยรวมทั้งมีหน่วยความจำที่เพียงพอซึ่งผู้วิจัยเคยประสบปัญหาประสิทธิภาพของอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทำวิจัย และข้อจำกัดเกี่ยวกับโปรแกรม Authorware Professional 2.01 ที่ผู้วิจัยใช้เป็นโปรแกรมหลักในการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน เช่น เมื่อมีไฟล์ขนาดใหญ่ถึงระดับหนึ่งจะเกิดอาการคือไม่ยอมทำงาน บางครั้งเกิดอาการสับสนไม่แสดงข้อมูลที่เคยบันทึกไว้ให้ถูกต้องตามที่กำหนด หรือไม่สามารถทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ตามที่ต้องการได้ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยขอเสนอแนะว่า ควรสร้างไฟล์ขนาดเล็กและมีหลายไฟล์ดีกว่าสร้างไฟล์ขนาดใหญ่เพียงไฟล์เดียว

3. เนื่องจากการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นการเรียนด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนควรจะต้องมีอุปนิสัยรับผิดชอบและรักการเรียน ดังนั้นผู้ที่ให้นำเอาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปใช้ในห้องเรียน จึงควรฝึกนักเรียนด้านความรับผิดชอบต่อการเรียนด้วยตนเองมาก่อนหน้าที่จะเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์หรือมีการทดสอบหลังการเรียนสม่ำเสมอ เมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจจริงจะได้เสนอแนะให้กลับไปศึกษาใหม่อีกจนกว่านักเรียนคนนั้นจะผ่านจุดประสงค์ที่กำหนด

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอแนะที่ควรวิจัยต่อไปดังนี้

1. การวิจัยและพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระบบมัลติมีเดียในระดับต่าง ๆ ในประเทศไทย โดยเฉพาะเนื้อหาที่เป็นนามธรรม เช่น เรขาคณิตวิเคราะห์ 3 มิติในระดับปริญญาตรีภาคตัดกรวยในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และพื้นที่ผิวในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
2. การวิจัยเกี่ยวกับพุทธพิสัยและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในระดับต่าง ๆ ตลอดจนปัญหาที่อาจเกิดขึ้นเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากอาจไม่ได้มีการฝึกหัดบนสมุดและหนังสืออย่างเพียงพอ
3. การวิจัยเกี่ยวกับเทคนิคต่าง ๆ บนจอภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ เช่น การวิจัยเกี่ยวกับขนาดของตัวอักษร สี ขนาดของความยาวของข้อความในแต่ละหน้าจอ และการกำหนดจังหวะของการใช้เสียง สี แสง ซึ่งอาจจะแตกต่างจากเทคนิคการนำเสนอโดยสื่อการสอนประเภทเทป-โทรทัศน์หรือภาพยนตร์ก็ได้
4. การวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีประสิทธิภาพ เช่น การจัดให้เรียน 1 คนต่อเครื่องกับการจัดให้เรียน 2 คนต่อเครื่อง สำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างระดับกัน หรือการจัดให้เรียน 2 คนต่อเครื่อง สำหรับนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับเดียวกัน
5. การวิจัยเกี่ยวกับปัญหาที่อาจเกิดจากการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เช่น ปัญหาด้านมนุษยสัมพันธ์ ปัญหาการขาดทักษะการเขียนหนังสือ ปัญหาความคงทน ปัญหาเกี่ยวกับครูผู้สอนและปัญหาการเชื่อมโยงเนื้อหา

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533).

กรุงเทพฯ : ศุภสภาลาดพร้าว, 2535.

ชนิษฐา ชานนท์. เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชา

เทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.

ฉลองชัย สุรวฒนบุรณ. การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยี

การศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. 2528.

ช่วงโชติ พันธุเวช. "การออกแบบและการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์." วารสารรามคำแหง

15(3) : 50-56 : 2535.

ทักษิณา สนวนานนท์. พจนานุกรมศัพท์คอมพิวเตอร์. กรุงเทพฯ : ไฮเทคพรีนติ้งจำกัด. 2536.

นงนุช วรรณวาทะ, อาจหาญ สัตยารักษ์ และอำพล สงวนศิริธรรม. คู่มือการใช้โปรแกรม

สร้างบทเรียนภาษาไทย ไทยทัศน์ 2.1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สารมวลชน, 2537.

เบญจรัตน์ จารุรัตน์จามร. รายงานผลการสำรวจปัญหาและความต้องการของนักเรียน สำหรับ

วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี. พิษณุโลก : หมวควิชาคณิตศาสตร์

โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี, 2535.

ผดุง อารยะวิญญู. ไมโครคอมพิวเตอร์เพื่อการศึกษา. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2527.

มลิวัดย์ ภักดีประไพ. โปรแกรมฝึกเขียนชื่อไทยด้วยอักษรโรมัน. พิษณุโลก: ภาควิชา

ภาษาตะวันตก คณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2535.

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง. เทคโนโลยีในการผลิตสื่อการสอนคณิตศาสตร์.

พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ม.ป.ท. 2535.

ศุภสมบุรณ์ อังรัตนกร. การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องการใช้เมตริกซ์

แก้สมการเชิงเส้น. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,

2530. อัดสำเนา

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. หนังสือคณิตศาสตร์ ค 015 ระดับ

มัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : องค์การค้ำสุสภา, 2535.

----- คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : องค์การค้ำ

สุสภา, 2536.

สมใจ อรุณศรีโสภณ, พนมกร จันทร์เจริญ และอนงค์นาฏ ศรีวิหค. “โปรแกรมคอมพิวเตอร์
ช่วยสอนคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์อินทิเกรต,” ใน เอกสารประกอบการประชุม
วิชาการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 18, หน้า 680-681,
กรุงเทพฯ : สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์, 2535.

สมชาย ทยานยง. “คอมพิวเตอร์กับการศึกษาปัจจุบัน,” ใน การสัมมนาคอมพิวเตอร์กับการ
ศึกษา คณะนิสิตปริญญาโทเทคโนโลยีทางการศึกษา 2526, หน้า 53-61. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2526.

สมศักดิ์ ถิ่นเกิด. “มัลติมีเดียช่วยการเรียนการสอน.” ใน เอกสารประกอบการสัมมนาวิชาการ
ระดับชาติ เรื่อง การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ระดับ
โรงเรียน. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2536.

เสกสรรค์ คำกระบี่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ตอนปลายสายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : วิทยาลัย
วิชาการศึกษา, 2517. อัดสำเนา

อรพรรณ พรดีมา. เอกสารประกอบการสอนวิชาเทคโนโลยี 437. พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพฯ :
ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน. 2530
อริพร ศรียมก. “การประเมินผลสื่อประสม,” ชุดวิชา สื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา
เล่มที่ 3 หน่วย 11-15. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช,
2529.

Ahmad, K. and others. Computers, Language Learning and Language Teaching.
4 th printing. Cambridge : Cambridge University Press, 1991.

Alessi, S. M. & Trollip, S.R. Computer-Based Instruction : Methods and
Development. 2nd ed. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1991.

Bell, F.H. Teaching and Learning Mathematics. Iowa, Dubuque : Wm, C.Brown Company
Publishers, 1981.

Blomquist, A. “Understanding Limits,” The Mathematics Teacher. 81(4) : 286-287;
April, 1991.

Borg, W.R. Applying Educational Research : A Practice Guide for Teachers. New York
: Longman. Inc., 1982.

Bruner, J.S.; Goodnow, J.J. and Austin, G.A. **A Study of Thinking.**

New York : John Wiley and Sons, 1957.

Cartwright, G.P. "Computer Applications in Special Education"

in **Instructional Software**, edited by Walker, D.F. and Hess, R.D. Belmont:

Wadworth Publishing Company, 1984. p. 166

Davidove, E.A. "Design and Production of Interactive Videodisc Programming,"

Educational Technology. 26(8) : 7-14; August, 1986.

Ferrini-Mundy, J. and Lauten, D. "Learning about Calculus Learning,"

The Mathematics Teacher. 87(2) : 115-120 ; February, 1994.

Fey, J.T. and others. **Computing and Mathematics**. 2nd ed. University of Maryland,

1985.

Fredenberg, V.G. "Supplemental Visual Computer-Assisted Instruction and Student

Achievement in Freshman College Calculus (Visualization)," **Dissertation Abstracts**

International. 55(01), 59-A ; July, 1994.

Gagne, R.M; Wager, W. and Rojas, A. "Planning and Authoring Computer-Assisted

Instruction Lessons, "**Educational Technology**. 21(9) : 17-26 ; 1981.

Hall, K.A. **Computer Base Education in Encyclopedia of Education Research**. New York

: Free Press. 1982.

Hannafin, M. J. and Peck, K.L. **The Design, Development and Evaluation of**

Instructional Software. New York : Macmillan Publishing Company, 1988.

Imboden, H.H. "The Effectiveness of the Computer Enhanced Instruction in Teaching

Concepts of Percent to Low Achieving College Students," **Dissertation Abstracts**

International. 46(11) : 3278-A ; May, 1986.

Jay, T.B. "The Cognitive Approach to Computer Courseware Design and Evaluation,"

Educational Technology. 22(5) : 22-26 ; 1983.

Kemp, J.E. **Planning and Producing Instructional Media**. 5th ed, New York :

Harper-Row Publisher Inc., 1985.

Kulhavy, R.W. "Feedback in written instruction," in **Review of Educational Research**.

47 : 211-232 ; 1977.

- Mayer, G.R. **Modules : From Design to Implementation**. Singapore : The Colombo Plan Staff College for Technician Education, 1984.
- Merrill, P.F. and others. **Computer in Education**. 2nd ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, 1992.
- Oden, R.E. "An Assessment of the Effectiveness of Computer Assisted Instruction on Altering Teacher Behavior and the Achievement and Attitude of Ninth Grade Pre-Algebra Mathematics Students," **Dissertation Abstracts International**. 43(2) : 355-A ; August, 1982.
- Park, K. "A Comparative Study of the Traditional Calculus Courses VS. the Calculus & Mathematica Course (CAI. Calculus & Mathematica)," **Dissertation Abstracts International**. 54(01), 119-A ; July, 1993.
- Rajan, R.R. "Investigating the Use of the Computer As a tool in Teaching the Limit Concept in Senior High School," **Dissertation Abstracts International**. 50(12); 3880(A); June, 1990.
- Romiszowski, A.J. **Developing Auto - Instructional Materials**. New York : London Nichols Publishing, 1986.
- Sippl, C. J. **Microcomputer Dictionary**. 2nd ed. n.p. : Howard W. Sons, 1981.
- Stolurow, L.M. "Computer Aided Instruction," in **The Encyclopedia of Education**. New york : Macmillan & Free Press. 1971.
- Thammatat, P. "A Research for the Development of Computer - Assisted Instruction in the Course : Introduction to Microcomputer," **Journal of Regional Education Center (REC). Computer Education**. 2 : 51-53 : 1993.
- Thongyoo, S. **A Study of Using Microcomputer Software to Enhance Calculus Introduction. Doctor's Dissertation**. New York : Syracuse University, 1989.
- Walker, D.F. and Hess, R.D. edited. **Instructional Software**. Belmont : Wadworth Publishing Company, 1984.
- Wright, P.A. "A Study of Computer Assisted Instruction for Remediation in Mathematics on the Secondary Level," **Dissertation Abstracts International**. 45(4) : 1063-A; October, 1984.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. รายนามผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอน

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1) รศ.ดร.ปราโมทย์ มากชู | อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร |
| 2) อาจารย์สมศรี จินตสนธิ | อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันราชภัฏพิบูลสงคราม |
| 3) อาจารย์วิลาวรรณ มีสุขโข | อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี |
| 4) อาจารย์เบญจวรรณ อินชัชวงศ์ | หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี |

2. รายนามผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลการศึกษา

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) ผศ.เทียมจันทร์ พานิชย์พลินไชย | อาจารย์ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร |
|----------------------------------|---|

3. รายนามผู้เชี่ยวชาญด้านเทคโนโลยีการสอน

- | | |
|-------------------|---|
| 1) ผศ.ถาวร สายสืบ | อาจารย์ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร |
|-------------------|---|

4. รายนามผู้เชี่ยวชาญด้านคอมพิวเตอร์

- | | |
|------------------------|--|
| 1) อาจารย์สมพร กล้าเทศ | อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร |
|------------------------|--|

ภาคผนวก ข

แผนการสอนและสื่อการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จุดประสงค์ปลายทาง มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

- 1) บอกได้ว่า ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ มีลิมิตที่ a หรือไม่
- 2) หาขีดซ้ายของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ
 - (ก) กราฟ
 - (ข) สมการ
- 3) หาขีดขวาของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ
 - (ก) กราฟ
 - (ข) สมการ
- 4) หาขีดของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าลิมิตหาค่าได้) เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ
 - (ก) กราฟ
 - (ข) สมการ

1. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน

คาบที่ 1 นำเข้าสู่บทเรียนและทบทวน

1. สาระสำคัญ

- 1) ความสำคัญของวิชาแคลคูลัสที่มีพื้นฐานสำคัญคือ LIMIT ของฟังก์ชัน
- 2) การตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ใน R ทั้งในรูปกราฟและสมการ
- 3) การหาโดเมนของฟังก์ชันใน R ทั้งในรูปกราฟและสมการ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) เพื่อให้ นักเรียนสามารถบอกถึงประโยชน์ของวิชาแคลคูลัสที่มีพื้นฐานสำคัญ คือ LIMIT ของฟังก์ชัน
- 2) เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ใน R ให้ในรูปกราฟหรือสมการ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันสามารถหาโดเมนของฟังก์ชันนั้นได้

3. สื่อการสอน

- 1) เอกสารนำทางชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน และหาโดเมนของฟังก์ชันนั้น
- 2) แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน และหาโดเมนของฟังก์ชันนั้น

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- 1) นำเข้าสู่บทเรียน ใช้ภาพจากแผ่นใสหรือภาพนิ่งหรืออื่น ๆ เพื่อชี้ให้เห็นความสำคัญของวิชาแคลคูลัส และแนะนำว่าพื้นฐานที่สำคัญของวิชาแคลคูลัสคือ เรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน
- 2) ครูใช้เอกสารนำทางชุดที่ 1 พร้อมกับแนะนำว่าก่อนอื่นต้องทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน แล้วถามนักเรียนตามลำดับว่า

—ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ในรูปกราฟต่อไปนี้ข้อใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่ และเพราะเหตุใด

—ถ้าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน จงหาโดเมนของฟังก์ชันดังกล่าว

แล้วครูเฉลยพร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน ทั้งนี้ครูอาจอธิบายวิธีการหาโดเมนของฟังก์ชันในรูปกราฟจากผลของโพรงเจกชันของกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้นั้นบนแกน X

3) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน และการหาโดเมนของฟังก์ชันนั้น ครูเฉลยพร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน

5. ประเมินผล

- 1) สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบคำตอบของนักเรียนจากเอกสารนำทาง
- 3) ตรวจสอบแบบฝึกหัด

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

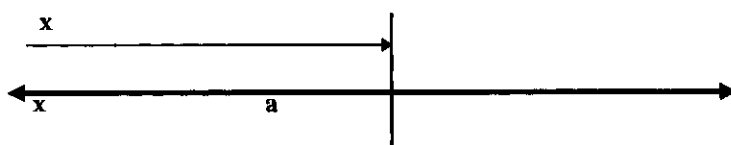
เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

คาบที่ 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน

1. สารสำคัญ

สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมน D_f และเรนจ์ R_f เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง R และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

1) สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x < a$ ซึ่ง x มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และเข้าใกล้ a (ดังรูป) จะเรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a^-$



2) ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L_1 เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย แล้วจะเรียก L_1 ว่า ลิมิตซ้ายของ f ที่ a

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$

3) การหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน f ที่ a โดยพิจารณาในรูปกราฟ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่
- 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่
- 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

3. สื่อการสอน

- 1) เอกสารนำทางชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่า

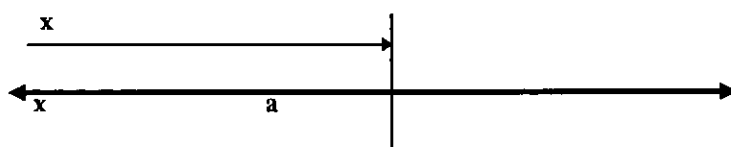
ฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายแล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตซ้ายที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

2) แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายแล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตซ้ายที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1) ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันหลายๆ ตัวอย่างที่ฟังก์ชันนั้นมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายและไม่มีการ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายโดยการใช้ภาพแสดงการเข้าใกล้และไม่เข้าใกล้ทางด้านซ้ายพร้อมตัวอย่างของค่า x บางค่าที่เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย และที่ไม่เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายการเข้าใกล้ทางด้านซ้ายเป็นกรณีทั่วไปว่า

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x < a$ และ x มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และเข้าใกล้ a (ดังรูป)



เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a^-$

หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่

2) จากฟังก์ชันในรูปกราฟที่มีกรณี $x \rightarrow a^-$ ครูให้นักเรียนสังเกตความเหมือนและความแตกต่างของค่า $f(x)$ ขณะที่ $x \rightarrow a^-$ โดยครูอาจแนะแนวทางการสรุปผลจากการสังเกต (ถ้าจำเป็น) ว่า อาจแบ่งกลุ่มของฟังก์ชันที่มีกรณี $x \rightarrow a^-$ ดังนี้

- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L , เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^-$
- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ เท่ากับจำนวนจริง L , เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^-$
- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้และไม่เท่ากับจำนวนจริงใดเพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^-$

3) จากข้อ 2) ครูบอกให้นักเรียนว่า ทางคณิตศาสตร์จะกล่าวสำหรับ ฟังก์ชัน f ซึ่งค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^-$ ว่า

ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายเป็น L ที่ a

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$

และ ฟังก์ชัน f ซึ่งค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้และไม่เท่ากับจำนวนจริงใด เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^-$ ว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตซ้ายที่ a

4) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาลิมิตซ้ายของฟังก์ชันที่กำหนดไว้ในรูปกราฟ โดยพิจารณาในรูปกราฟ

5. ประเมินผล

- 1) ตรวจคำตอบของนักเรียนจากเอกสารนำทาง
- 2) ตรวจแบบฝึกหัด

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

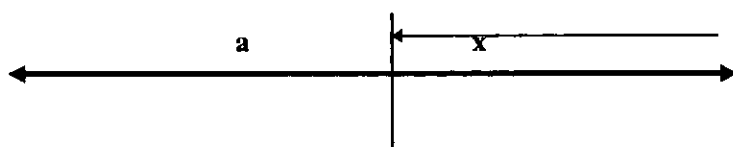
เรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน

ตอนที่ 3 ความหมายของลิมิตขวาของฟังก์ชัน

1. สารสำคัญ

สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมน D_f และเรนจ์ R_f เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง R และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

1) สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x > a$ ซึ่ง x มีค่าลดลงเรื่อยๆ และเข้าใกล้ a (ดังรูป) จะเรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a^+$



2) ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L_2 เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางด้านขวา แล้ว จะเรียก L_2 ว่า ลิมิตขวาของ f ที่ a

$$\text{เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$$

3) การหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของฟังก์ชัน f ที่ a โดยพิจารณาในรูปกราฟ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่
- 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a หรือไม่
- 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

3. สื่อการสอน

1) เอกสารนำทางชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาแล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตขวาที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตขวาที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

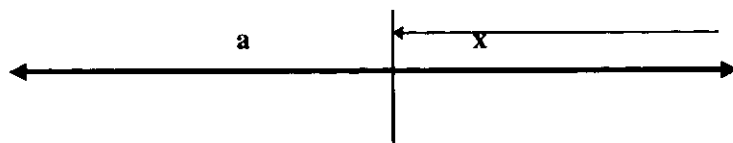
2) แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาแล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตขวาที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตขวาที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1) นำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนความหมายของลิมิตซ้ายและครูเฉลยแบบฝึกที่ให้นักเรียนทำมาก่อนหน้าพร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน

2) ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันหลายๆ ตัวอย่างที่ฟังก์ชันนั้นมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาและไม่มีการกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาโดยใช้ภาพแสดงการเข้าใกล้และไม่เข้าใกล้ทางด้านขวา พร้อมตัวอย่างของค่า x บางค่าที่เข้าใกล้ a ทางด้านขวา และที่ไม่เข้าใกล้ a ทางด้านขวา แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายการเข้าใกล้ทางด้านขวาเป็นกรณีทั่วไปว่า

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆที่สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x > a$ และ x มีค่าลดลงเรื่อยๆและเข้าใกล้ a (ดังรูป)



เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a^+$

หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่

3) จากฟังก์ชันในรูปกราฟที่มีกรณี $x \rightarrow a^+$ ครูให้นักเรียนสังเกตความเหมือนและความแตกต่างของค่า $f(x)$ ขณะที่ $x \rightarrow a^+$ โดยครูอาจแนะแนวทางการสรุปผลจากการสังเกต(ถ้าจำเป็น) ว่า อาจแบ่งกลุ่มของฟังก์ชันที่มีกรณี $x \rightarrow a^+$ ดังนี้

- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_2 เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^+$
- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ เท่ากับจำนวนจริง L_2 เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^+$
- กลุ่มที่ ค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้และไม่เท่ากับจำนวนจริงใด เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^+$

4) จากข้อ 3) ครูบอกให้นักเรียนว่า ทางคณิตศาสตร์จะกล่าวสำหรับ ฟังก์ชัน f ที่ค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L_2 เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^+$ ว่า

f มีลิมิตขวาที่ a เป็น L_2

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$

และ ฟังก์ชัน f ที่ค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้และไม่เท่ากับจำนวนจริงใด เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a^+$ ว่า f ไม่มีลิมิตขวาที่ a

5) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาลิมิตขวาของฟังก์ชันที่กำหนดให้ ในรูปกราฟ โดยพิจารณาในรูปกราฟ

5. ประเมินผล

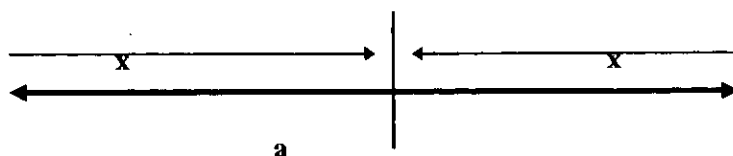
- 1) ตรวจคำตอบของนักเรียนจากเอกสารนำทาง
- 2) ตรวจแบบฝึกหัด

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015
เรื่อง ิขณขของฟังก์ชัน
คาบที่ 4 ความหมายของลณขของฟังก์ชัน

1. สาระสำคัญ

สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมน D_f และเรนจ์ R_f เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง R และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

- 1) สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x \neq a$ ซึ่ง x มีค่าเข้าใกล้ a เรื่อยๆ ทั้งทางด้านซ้ายและด้านขวา (ดังรูป)



จะเรียกว่า x เข้าใกล้ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a$

- 2) ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a แล้วจะเรียก L ว่า ลณขของ f ที่ a

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

- 3) เมื่อ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ และ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ จะได้ว่า

- 3.1) ถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะกล่าวว่าฟังก์ชัน f เป็นลณขเป็น L ที่ a

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

- 3.2) ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะกล่าวว่าฟังก์ชัน f ไม่มีลณขที่ a

- 4) การหา(ถ้ามี)ลณขของฟังก์ชัน f ที่ a โดยพิจารณาในรูปกราฟ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่
- 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่
- 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

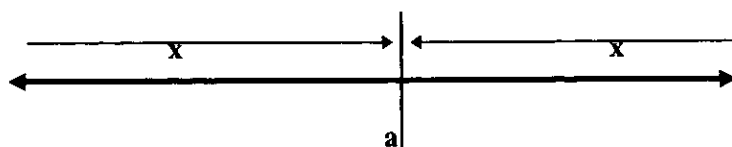
3. สื่อการสอน

- 1) เอกสารนำทางชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a แล้วฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร
- 2) แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ประกอบด้วยกราฟของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a แล้วฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

4. กิจกรรมการเรียนรู้

- 1) นำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนความหมายของลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน
- 2) ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันหลายๆ ตัวอย่างที่ฟังก์ชันนั้นมีกรณี x เข้าใกล้ a และไม่มีกรณี x เข้าใกล้ a โดยใช้ภาพแสดงการเข้าใกล้และไม่เข้าใกล้ a แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายการเข้าใกล้เป็นกรณีทั่วไปว่า

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่สำหรับทุก $x \in D_f$ ที่ $x \neq a$ ซึ่ง x มีค่าเข้าใกล้ a เรื่อยๆ ทั้งทางด้านซ้ายและด้านขวา (ดังรูป)



เรียกว่า x เข้าใกล้ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $x \rightarrow a$

หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟมีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่

3) จากฟังก์ชันที่มีกรณี $x \rightarrow a$ ครูให้นักเรียนพิจารณาหา(ถ้ามี)ค่าลิมิตซ้ายและค่าลิมิตขวาของฟังก์ชันดังกล่าวที่ a และครูบอกนักเรียนว่า

3.1) กรณีที่ฟังก์ชันไม่มีลิมิตซ้ายหรือลิมิตขวาที่ a จะกล่าวว่า ฟังก์ชันนั้นไม่มีลิมิตที่ a

3.2) กรณีที่ฟังก์ชันมีลิมิตซ้ายและลิมิตขวาที่ a เป็น L_1 และ L_2 ตามลำดับ

3.2.1) ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะกล่าวว่า ฟังก์ชันนั้นไม่มีลิมิตที่ a

3.2.2) ถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะกล่าวว่า ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตเป็น L ที่ a

และครูบอกนักเรียนอีกว่า สำหรับฟังก์ชัน f ซึ่งค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้หรือเท่ากับจำนวนจริง L เพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a$ ว่าฟังก์ชัน f มีลิมิตเป็น L ที่ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$x \rightarrow a$

และฟังก์ชัน f ที่ค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้และไม่เท่ากับจำนวนจริงใดเพียงค่าเดียว ขณะที่ $x \rightarrow a$ ว่า

ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ a

4) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 เกี่ยวกับการพิจารณาลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปกราฟ โดยพิจารณาในรูปกราฟ

5. ประเมินผล

1) ตรวจคำตอบจากเอกสารนำทางของนักเรียน

2) ตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

คาบที่ 5 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (1)

1. สาระสำคัญ

สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ ที่มีโดเมน D_f และเรนจ์ R_f เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง R และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

1) ทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวาและทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณิดังกล่าว

2) ทบทวนความหมายของลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a ถ้าฟังก์ชัน f ที่มีกรณิดังกล่าว

3) การหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้โดยพิจารณาในรูปกราฟ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- 1) ฟังก์ชัน f มีกรณิ x เข้าใกล้ a หรือไม่
- 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณิ x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่
- 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

3. สื่อการสอน

1) เอกสารนำทางชุดที่ 2 ประกอบด้วยสมการของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปสมการมีกรณิ x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณิ x เข้าใกล้ a แล้วฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

2) แบบฝึกหัดชุดที่ 2 ประกอบด้วยสมการของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดไว้ในรูปสมการมีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a แล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1) นำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนความหมายของลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a

2) ครูใช้ออกสารถนำทางชุดที่ 2 เกี่ยวกับความสัมพันธ์ในรูปสมการ แล้วถามนักเรียนตามลำดับว่า

— ความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในรูปสมการต่อไปนี้ข้อใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่และเพราะเหตุใด

— ถ้าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน จงหาโดเมนของฟังก์ชันดังกล่าว

แล้วครูเฉลยพร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน

3) จากข้อ 2) ครูถามนักเรียนว่า ฟังก์ชันข้อใด(ในออกสารถนำทางชุดที่ 2) มีกรณี $x \rightarrow a^-$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a$ เพราะเหตุใด แล้วครูเฉลยพร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน

4) ครูถามนักเรียนว่า สำหรับฟังก์ชันที่มีกรณี $x \rightarrow a^-$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a$ ถ้าต้องการทราบว่าฟังก์ชันนั้นมีลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไรจะมีวิธีการอย่างไร ครูอาจแนะแนวทางการหาค่าลิมิต(ถ้าจำเป็น)ว่า

— ฟังก์ชันที่กำหนดไว้ในรูปสมการนั้นเขียนกราฟได้หรือไม่

— ถ้าเขียนกราฟได้ จะหาค่าลิมิตได้อย่างไร

ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ เช่น

$$1. \text{ ให้ } f(x) = \begin{cases} 3, & x > 2 \\ 1, & x = 2 \\ -3, & x < 2 \end{cases}$$

จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$$2. \text{ ให้ } h(x) = \frac{|1-x|}{x-1} \text{ จงหา(ถ้ามี) } \lim_{x \rightarrow 1^-} h(x), \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x), \lim_{x \rightarrow 1} h(x)$$

หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 2

5. ประเมินผล

- 1) ตรวจสอบคำตอบจากเอกสารนำทางของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกหัดของนักเรียน

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

คาบที่ 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (2)

1. สารสำคัญ

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมน D_f และเรนจ์ R_f เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง R และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

1) ทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวาและทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณิดังกล่าว

2) ทบทวนความหมายของลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณิดังกล่าว

3) การหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยากโดยพิจารณาจากตารางค่าของฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยากนักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- 1) ฟังก์ชัน f มีกรณิ x เข้าใกล้ a หรือไม่
- 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณิ x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่
- 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

3. สื่อการสอน

1) เอกสารนำทางชุดที่ 2 ประกอบด้วยสมการของความสัมพันธ์ใน R เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปสมการมีกรณิ x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณิ x เข้าใกล้ a แล้วฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

2) แบบฝึกหัดชุดที่ 2 ประกอบด้วยสมการของความสัมพันธ์ใน $\mathbb{R}$ เพื่อพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปสมการมีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ และถ้ามีกรณี x เข้าใกล้ a แล้ว ฟังก์ชันนั้นมีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1) นำเข้าสู่บทเรียน โดยกล่าวถึงคาบที่แล้วเกี่ยวกับการหาลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ แล้วครูถามนักเรียนว่า ถ้าฟังก์ชันในรูปสมการที่กำหนดให้เขียนกราฟได้ยาก จะมีวิธีหาลิมิตได้อย่างไร

2) ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก เช่น

1. เมื่อ $g(x) = x^3 + x + 1$

จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

2. เมื่อ $f(x) = \frac{|1 - x|}{x^3 - 1}$

จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

3) ครูแนะนำให้นักเรียนใช้ความหมายของการเข้าใกล้ทางด้านซ้าย ด้านขวาและทั้งสองด้าน และความหมายของลิมิตซ้าย ลิมิตขวาและลิมิตที่ a ที่เคยศึกษามาแล้วเป็นแนวทาง โดยการพิจารณาค่าของฟังก์ชันในรูปตารางที่ได้จากการใช้เครื่องคำนวณช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชันแล้วบันทึกลงในตารางเรียงลำดับตามค่าของ x ที่เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้าน(ถ้าฟังก์ชันดังกล่าวมีกรณีเหล่านั้น) เพื่อสังเกตค่าลิมิต(ถ้ามี) ครูยกตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่าง ให้ $h(x) = x^3 + x + 1$ จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$

วิธีคิด จากกำหนดได้ว่าฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow 1$

เมื่อสร้างตารางค่าของฟังก์ชันเพื่อสังเกตค่าลิมิต $h(x)$ ที่ $x \rightarrow 1$ (เรียงค่า x จากบนลงล่าง)ดังนี้

1. ขณะที่ $x \rightarrow 1^-$ จะได้ตารางค่าฟังก์ชัน(ในรูปทศนิยม 5 ตำแหน่ง) เช่น

x	h(x)
0.5	1.625
0.9	2.629
0.99	2.96030
0.999	2.99600
0.9999	2.99960
...	...

ทำให้เกิดความคิดว่า $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 3$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ในระดับสูง

2. ขณะที่ $x \rightarrow 1^+$ จะได้ตารางค่าฟังก์ชัน(ในรูปทศนิยม 5 ตำแหน่ง) เช่น

x	h(x)
1.5	5.375
1.1	3.431
1.01	3.04030
1.001	3.00400
1.0001	3.00040
...	...

ทำให้เกิดความคิดว่า $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = 3$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ในระดับสูง

จาก $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ จึงได้ว่า $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 3$

ตัวอย่าง ให้ $f(x) = \frac{|1-x|}{x^3-1}$

จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

วิธีคิด จากกำหนดได้ว่าฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 1$

$$\text{ซึ่งเมื่อจัดรูปสมการใหม่ จะได้ } f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x^2 + x + 1}, & x < 1 \\ \frac{1}{x^2 + x + 1}, & x > 1 \end{cases}$$

และอาจสร้างตารางค่าของฟังก์ชันเพื่อสังเกตค่าลิมิต $f(x)$ ที่ $x \rightarrow 1$ (เรียงค่า x จากบนลงล่าง ในรูปทศนิยม 5 ตำแหน่ง) เช่น

1. ขณะที่ $x \rightarrow 1^-$ จะได้

2. ขณะที่ $x \rightarrow 1^+$ จะได้

x	f(x)
0.5	-0.57143
0.9	-0.36900
0.99	-0.33669
0.999	-0.33367
0.9999	-0.33337
0.99999	-0.33334
0.999999	-0.33333

x	f(x)
1.5	0.21052
1.1	0.30211
1.01	0.33002
1.001	0.33300
1.0001	0.33330
1.00001	0.33333
1.000001	0.33333

ทำให้เกิดความคิดว่า $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -0.3$

และ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0.3$ ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ในระดับสูง

ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ หาค่าไม่ได้

4) ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 2

5. ประเมินผล

- 1) ตรวจสอบคำตอบจากเอกสารนำทางของนักเรียน
- 2) ตรวจสอบแบบฝึกหัดของนักเรียน

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

คาบที่ 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

1. สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท เมื่อ a, L และ M เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงโดยที่

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ และ } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$$

แล้ว

1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n, n \in I^+$
4. $\lim_{x \rightarrow a} [cf](x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = cL$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ
5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L + M$
6. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L - M$
7. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = LM$
8. $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{M}$ เมื่อ $M \neq 0$
9. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n = L^n, n \in I^+$

$$10. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L}, n \in \mathbb{I}^+ - \{1\}, \sqrt[n]{L} \in \mathbb{R}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อจบแล้ว

- 1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบท
- 2) นักเรียนสามารถนำสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบทไปใช้

3. สื่อการสอน

แบบฝึกหัดชุดที่ 3 ประกอบด้วยข้อความเกี่ยวกับค่าลิมิตของฟังก์ชันต่างๆ

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1) ครูชี้ให้นักเรียนสังเกตว่า

— บางฟังก์ชันอาจหาค่าของฟังก์ชันเมื่อ $x = a$ ไม่ได้ แต่หาค่าลิมิตของฟังก์ชันที่ a ได้

เช่น

$$\text{จาก } f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} \text{ จะพบว่า } f(-2) \text{ หาค่าไม่ได้ แต่ } f \text{ มีลิมิตเป็น } -5 \text{ ที่ } -2$$

— บางฟังก์ชันหาค่าของฟังก์ชันเมื่อ $x = a$ ได้ และหาค่าลิมิตของฟังก์ชันที่ได้ แต่ค่าลิมิตดังกล่าวไม่เท่ากับค่าฟังก์ชันเมื่อ $x = a$ เช่น

$$\text{จาก } g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1}, & x \neq -1 \\ 0, & x = -1 \end{cases} \text{ จะพบว่า } g(-1) \text{ หาค่าได้ และ } g \text{ มีลิมิตเป็น } -2 \text{ ที่ } -1$$

$$\text{แต่ } -2 = \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) \neq g(-1) = 0$$

— บางฟังก์ชันอาจพิจารณาค่าลิมิตของฟังก์ชันตามวิธีการที่ผ่านมาได้ยาก

เช่น จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 12} [x^5 + 7x^3 + x + 10]$

2) ครูบอกให้นักเรียนทราบว่า นักคณิตศาสตร์จะศึกษาค่าลิมิตของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม ลิมิตของฟังก์ชัน แล้วจึงพัฒนาทฤษฎีบทหรือสูตรเกี่ยวกับลิมิตเพื่อช่วยในการหาค่าลิมิตของ ฟังก์ชัน ซึ่งในระดับชั้นนี้จะศึกษาบางทฤษฎีบทต่อไปนี้

(ครูบอกใจความทฤษฎีบทและให้ตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบททั้ง 10 ข้อ)

ทฤษฎีบท เมื่อ a, L และ M เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงโดยที่

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ และ } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$$

แล้ว (เช่น)

ข้อ 1. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

$$\text{ตัวอย่าง เมื่อ } h(x) = 1/2 \text{ แล้ว } \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 1/2 = 1/2$$

ข้อ 2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

$$\text{ตัวอย่าง เมื่อ } f(x) = x \text{ แล้ว } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} x = -1$$

ข้อ 3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n, n \in I^+$

$$\text{ตัวอย่าง เมื่อ } f(x) = x^4 \text{ แล้ว } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} x^4 = 3^4$$

ข้อ 4. $\lim_{x \rightarrow a} [cf](x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = cL$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

$$\text{ตัวอย่าง เมื่อ } h(x) = 1/2 \text{ แล้ว } \lim_{x \rightarrow 0} [10h(x)] = 10 \lim_{x \rightarrow 0} 1/2 = 10[1/2]$$

ข้อ 5. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L + M$

$$\text{ตัวอย่าง จาก } \lim_{x \rightarrow 3} x^4 = 3^4 \text{ และ } \lim_{x \rightarrow 3} 5 = 5$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 3} [x^4 + 5] = \lim_{x \rightarrow 3} x^4 + \lim_{x \rightarrow 3} 5 = 3^4 + 5$$

ข้อ 10. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L}, n \in I^+ - \{1\}, \sqrt[n]{L} \in \mathbb{R}$

$$\text{ตัวอย่าง จาก } \lim_{x \rightarrow 3} [x^4 + 5] = 3^4 + 5$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^4 + 5} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} [x^4 + 5]} = \sqrt{3^4 + 5}$$

3) ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 4

5. ประเมินผล

ตรวจคำตอบจากแบบฝึกหัดของนักเรียน

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

คาบที่ 8 การหาลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ

1. สาระสำคัญ

- 1) ทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อ
- 2) การใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อช่วยในการหา (ถ้ามี) ค่าลิมิตของ f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการทั้งที่สามารถใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้และใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่ซับซ้อน นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อช่วยในการหา (ถ้ามี) ค่าลิมิตของ f ที่ a

3. สื่อการสอน

แบบฝึกหัดชุดที่ 4 ประกอบด้วยโจทย์ ที่ให้หาลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- 1) นำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อ
- 2) ครูร่วมกับนักเรียนเฉลยแบบฝึกหัด พร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน
- 3) ครูให้นักเรียนพิจารณาลิมิตของฟังก์ชันบางฟังก์ชัน เช่น

ตัวอย่าง ให้ $g(x) = \sqrt[3]{4x^3 - x}$ จงหา (ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$

(ใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้)

ตัวอย่าง ให้ $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$ จงหา (ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(ใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้ และเมื่อเขียนกราฟจะพบว่าไม่มีลิมิต)

ตัวอย่าง ให้ $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ จงหา(ถ้ามี) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(ใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้ แต่เมื่อจัดรูปสมการใหม่สามารถใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้)

4) ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดชุดที่ 4

5. ประเมินผล

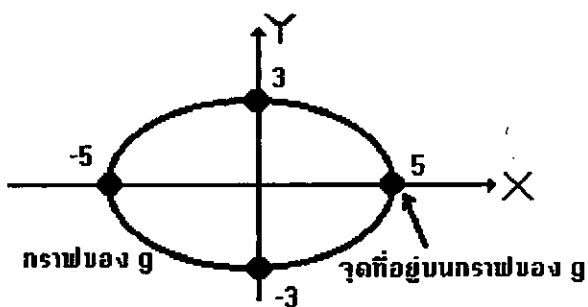
- 1) สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
- 2) ตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน

2. สื่อการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

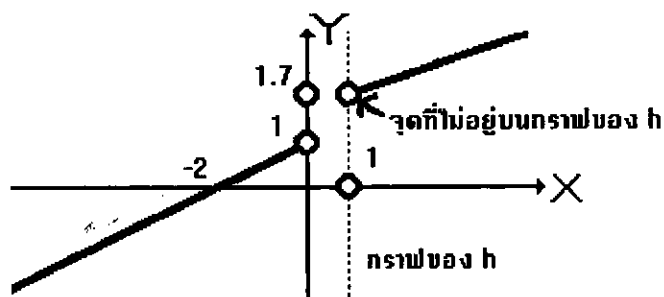
เอกสารนำทางชุดที่ 1

1) กำหนดความสัมพันธ์ใน R ต่อไปนี้ จงตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

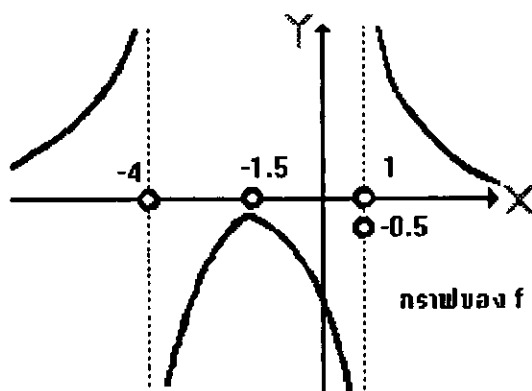
1.



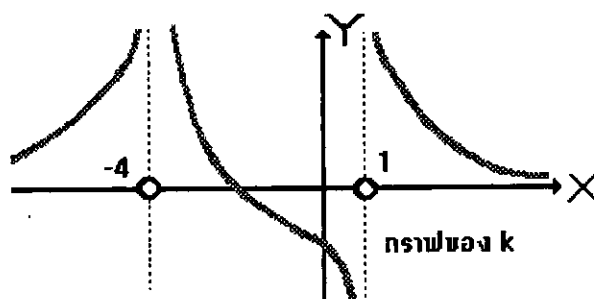
2.



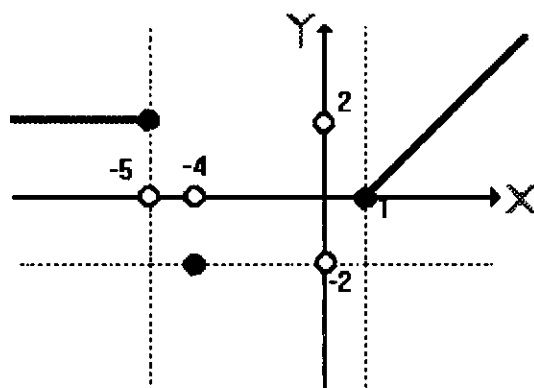
3.



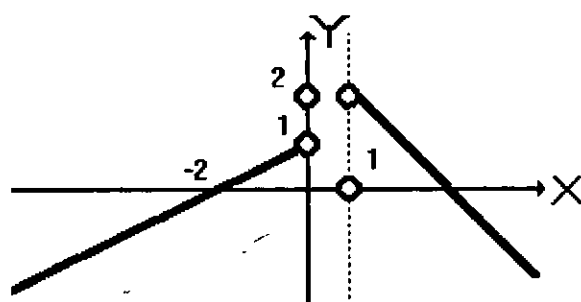
4.



5.

2) จงหาโดเมนของฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้

1.



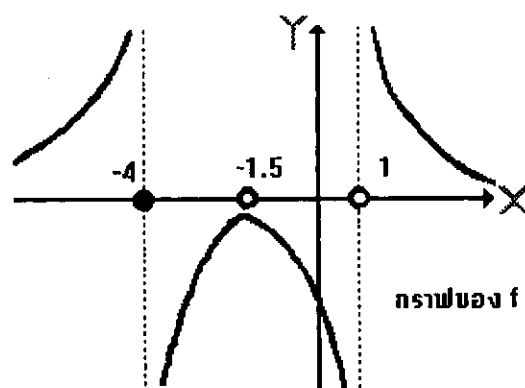
ก. $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

ข. $[-\infty, 1) \cup (2, \infty]$

ค. $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

ง. $[-\infty, 0) \cup (1, \infty]$

2.



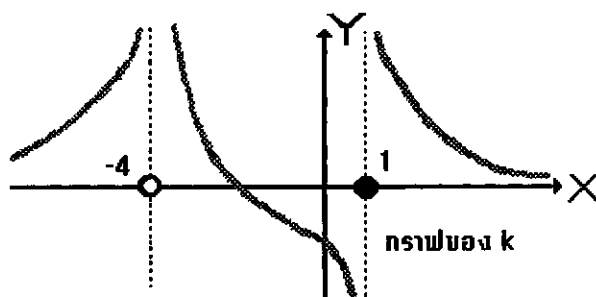
ก. $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$

ข. $\mathbb{R} - \{-4, -1.5, 1\}$

ค. $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$

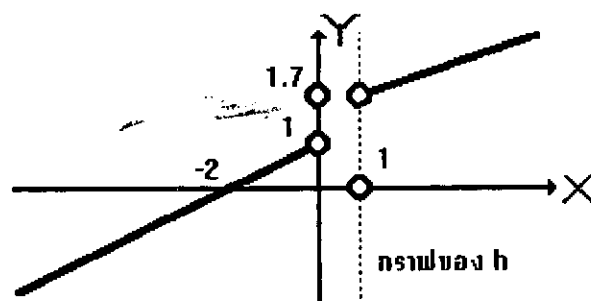
ง. $\mathbb{R} - \{1\}$

3.

ก. $(-\infty, \infty)$ ข. $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$ ค. $\mathbb{R} - \{-4\}$ ง. $\mathbb{R} - \{1\}$

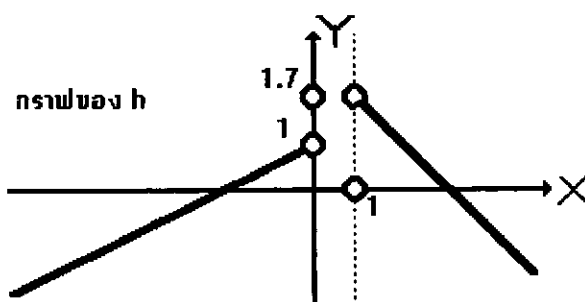
3) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านซ้ายหรือไม่

1.



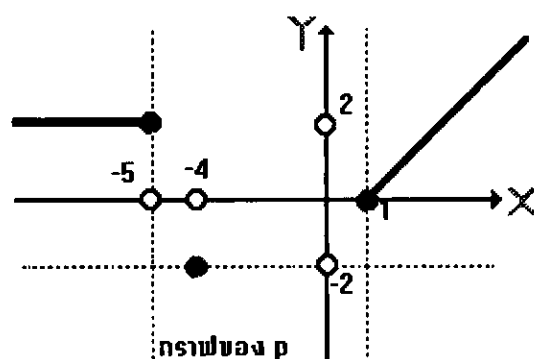
ฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow 0^-$ หรือไม่

2.

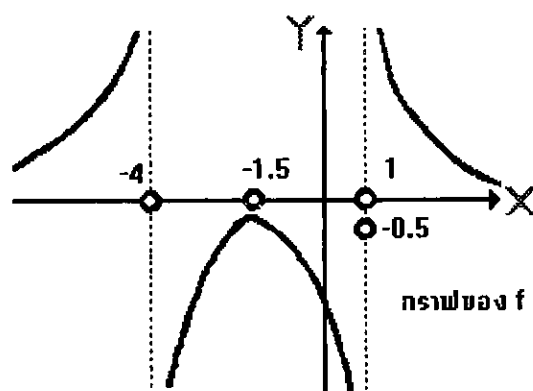


ฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow 1^-$ หรือไม่

3.

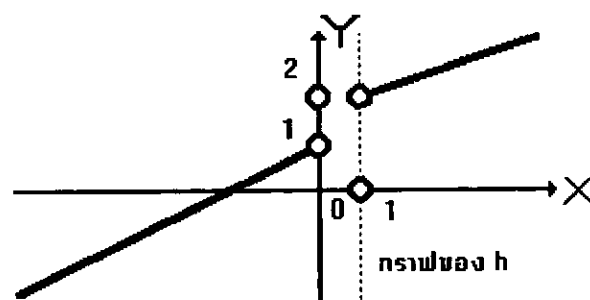
ฟังก์ชัน p มีกรณี $x \rightarrow -4^-$ หรือไม่

4.

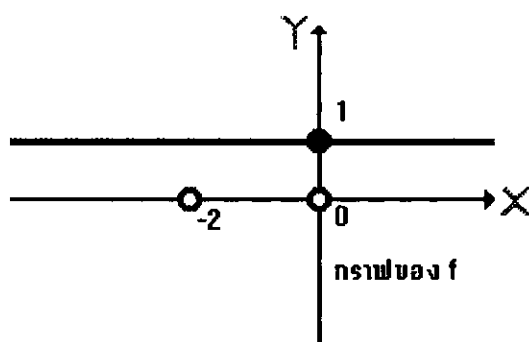
ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 1^-$ หรือไม่

4) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่
และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

1.

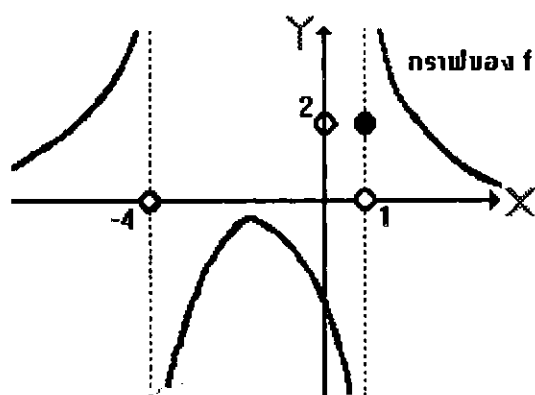
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ h ที่ 0

2.



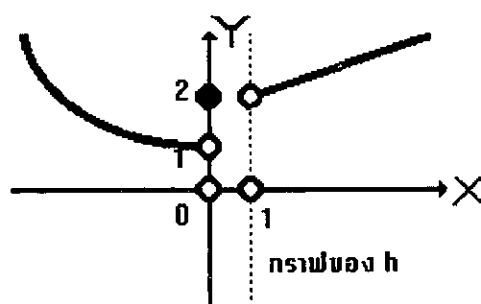
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ f ที่ -2

3.



จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ f ที่ 1

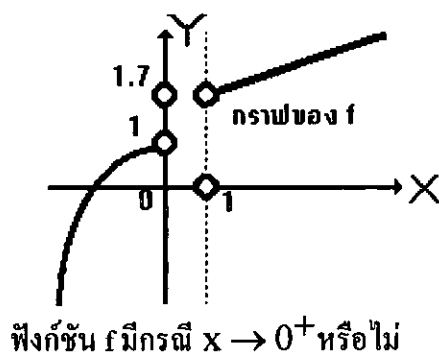
4.



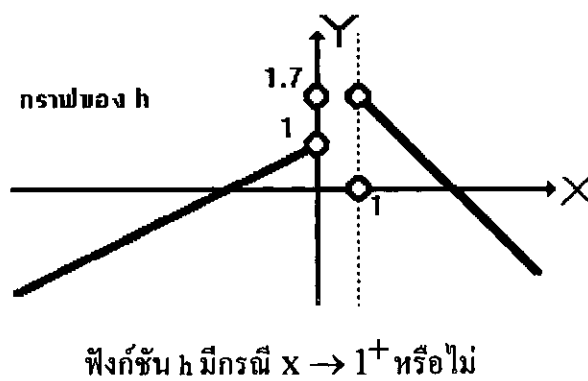
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ h ที่ 0

5) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านขวาหรือไม่

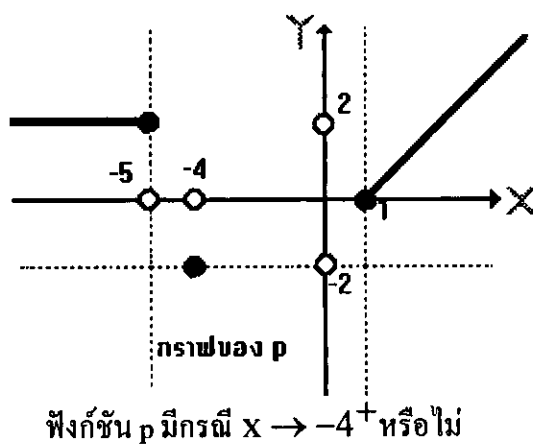
1.



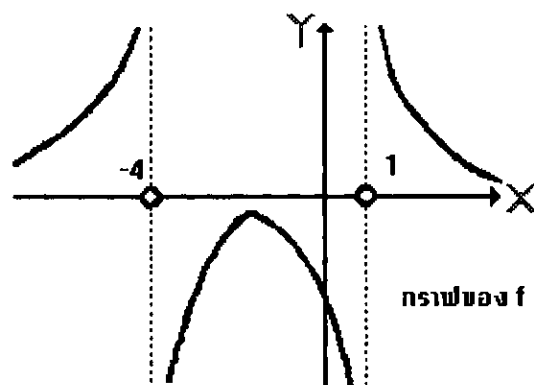
2.



3.

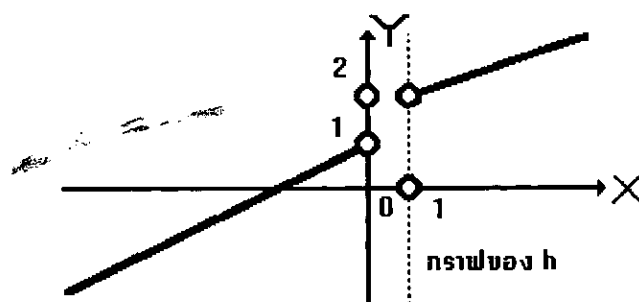


4.

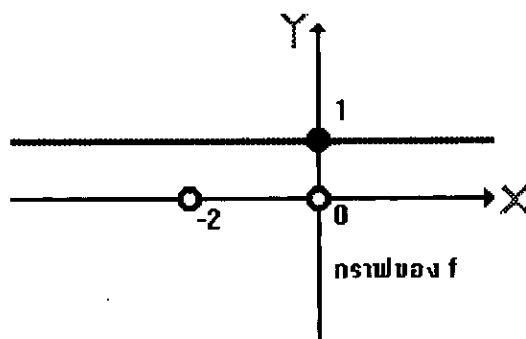
ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow -4^+$ หรือไม่

6) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตขวาที่ a หรือไม่
และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

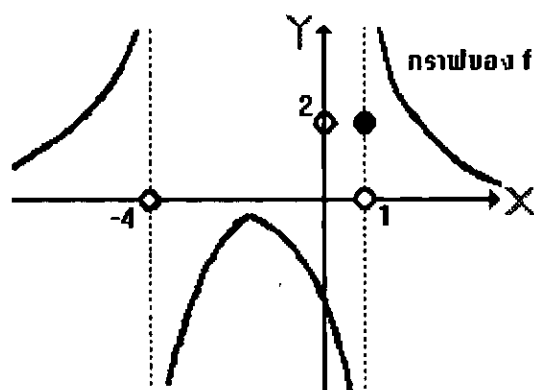
1.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ h ที่ 1

2.

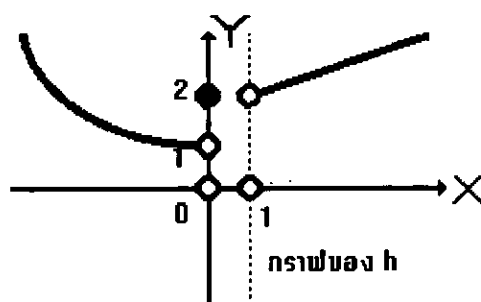
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ f ที่ -2

3.



จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ f ที่ 1

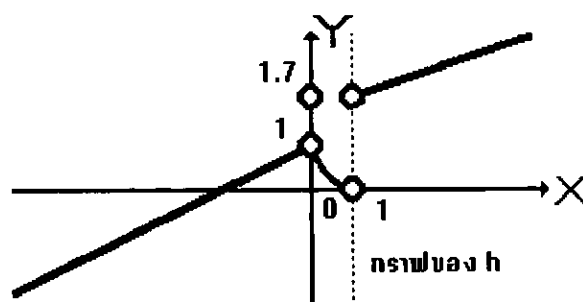
4.



จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ h ที่ 1

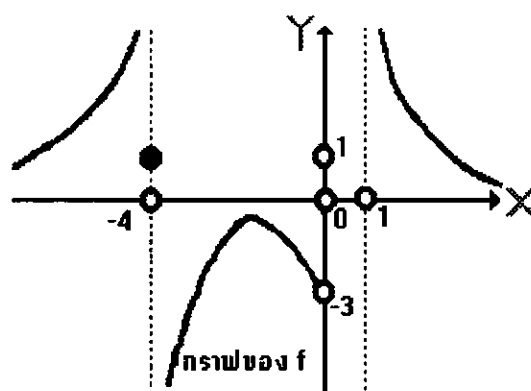
7) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้หรือไม่

1.

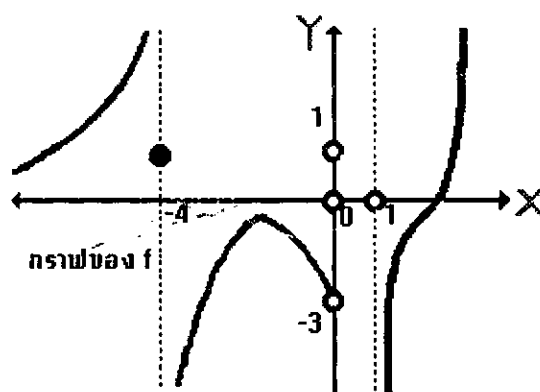


ฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow 0$ หรือไม่

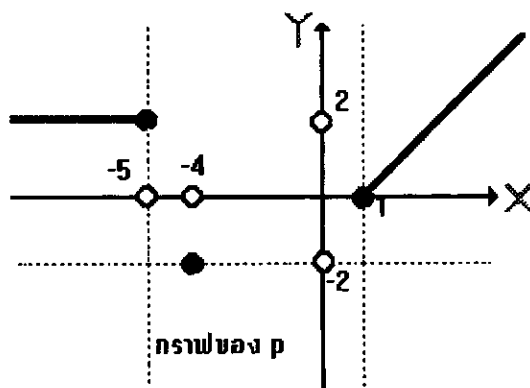
2.

ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 1$ หรือไม่

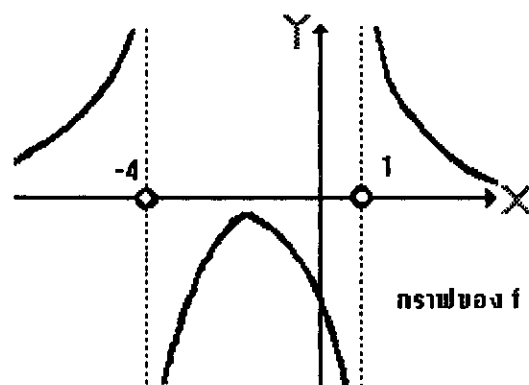
3.

ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 0$ หรือไม่

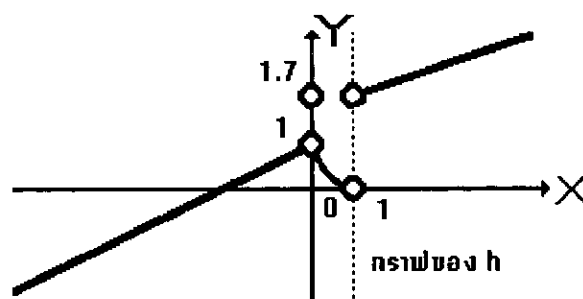
4.

ฟังก์ชัน p มีกรณี $x \rightarrow -4$ หรือไม่

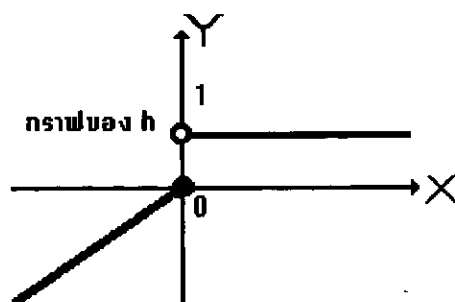
5.

กราฟของ f ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 1$ หรือไม่8) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

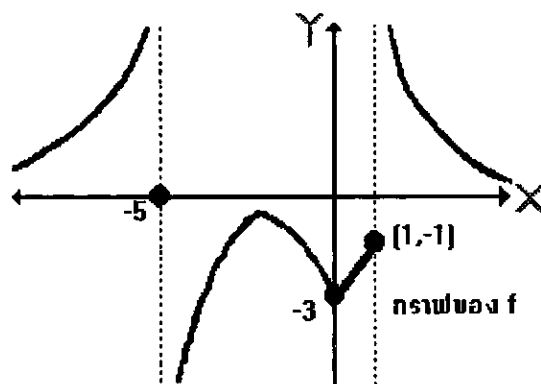
1.

กราฟของ h จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ h ที่ 0

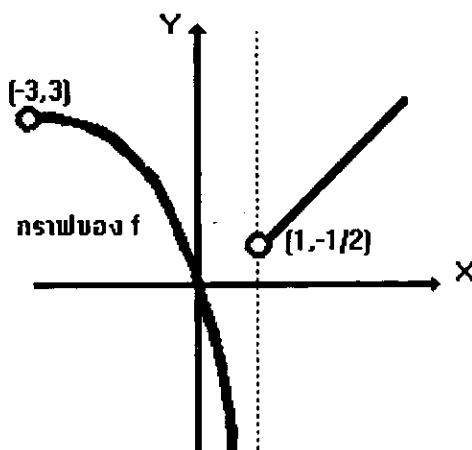
2.

กราฟของ h จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ h ที่ 0

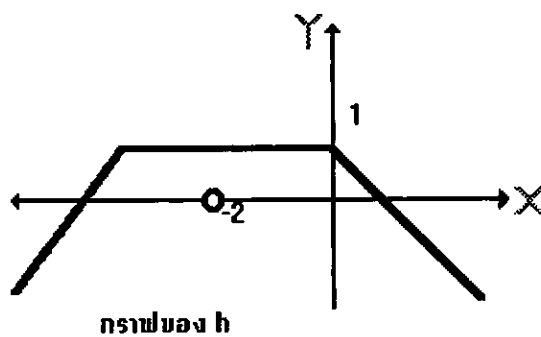
3.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ f ที่ 1

4.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ f ที่ 1

5.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ h ที่ -2

เอกสารนำทางชุดที่ 2

1) จงพิจารณาความสัมพันธ์ใน R ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันของ x หรือไม่ และเพราะเหตุใด

1. $y = |x^2 - 2x|$

2. $x^2 + 3y^2 = 1$

3. $x = |y|$

4. $x = \frac{y-1}{y+2}$

5. $y = \sqrt{x-1}$

2) จงหาโดเมนของฟังก์ชันใน R ต่อไปนี้

1. $\left\{ (x,y) \mid y = \frac{x}{x^2 - 4} \right\}$

2. $\left\{ (x,y) \mid y^3 = \frac{x+1}{x-1} \right\}$

3. $\left\{ (x,y) \mid y = |x+1| \right\}$

4. $\left\{ (x,y) \mid y = x^3 - 3x^2 + 5 \right\}$

5. $\left\{ (x,y) \mid 9x^2 - 4y^2 = 1, y > 0 \right\}$

3) จงพิจารณาฟังก์ชันใน R ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านซ้าย ทางด้านขวาและเข้าใกล้จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่

1. ฟังก์ชัน $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ มีกรณี $x \rightarrow 4^-$, $x \rightarrow 4^+$, $x \rightarrow 4$ หรือไม่

2. ฟังก์ชัน $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ มีกรณี $x \rightarrow 2^-$, $x \rightarrow 2^+$, $x \rightarrow 2$ หรือไม่

3. ฟังก์ชัน $y = \frac{x^2-1}{x+1}$ มีกรณี $x \rightarrow -1^-$, $x \rightarrow -1^+$, $x \rightarrow -1$ หรือไม่

4) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตทางด้านซ้าย ลิมิตทางด้านขวาและลิมิตที่จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่ โดยใช้วิธีเขียนกราฟ

1. ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ที่ -1

2. ฟังก์ชัน $g(x) = \begin{cases} 3, & x > 2 \\ 1, & x = 2 \\ -3, & x < 2 \end{cases}$ ที่ 2

3. ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{|1-x|}{x-1}$ ที่ 1

5) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตทางด้านซ้าย ลิมิตทางด้านขวาและลิมิตที่จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่ โดยใช้ตารางค่าของฟังก์ชัน

1. ฟังก์ชัน $g(x) = x^3 + x + 1$ ที่ 1

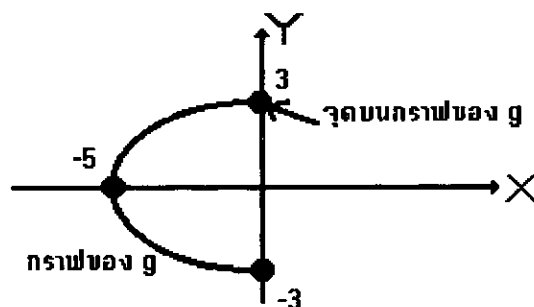
2. ฟังก์ชัน $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}$ ที่ 2

3. ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{|1-x|}{x^3 - 1}$ ที่ 1

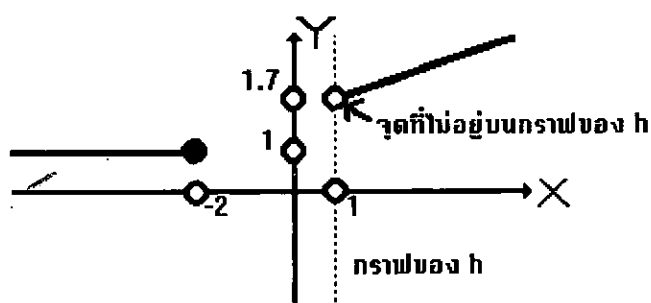
แบบฝึกชุดที่ 1

1) กำหนดความสัมพันธ์ใน R ต่อไปนี้ จงตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

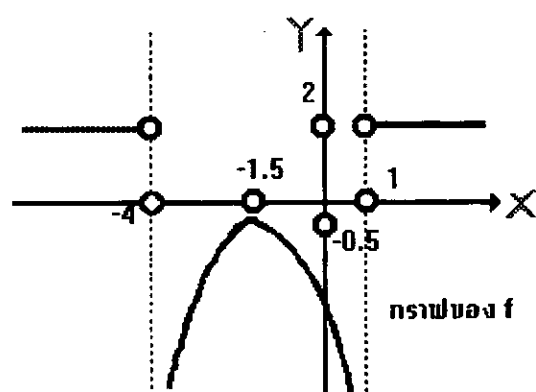
1.



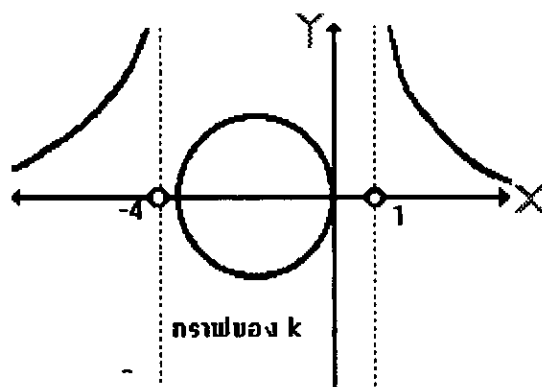
2.



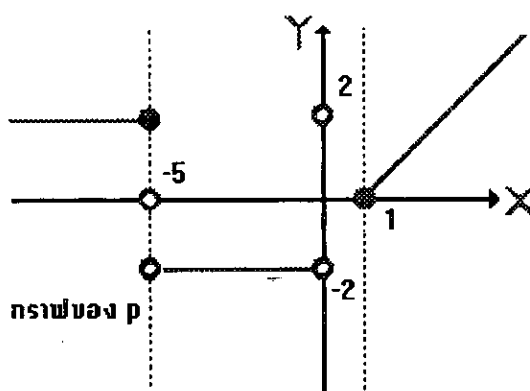
3.



4.

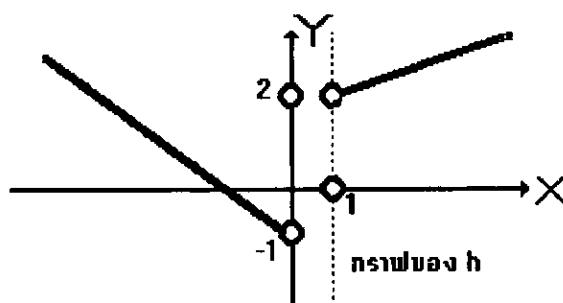


5.



2) จงหาโดเมนของฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้

1.



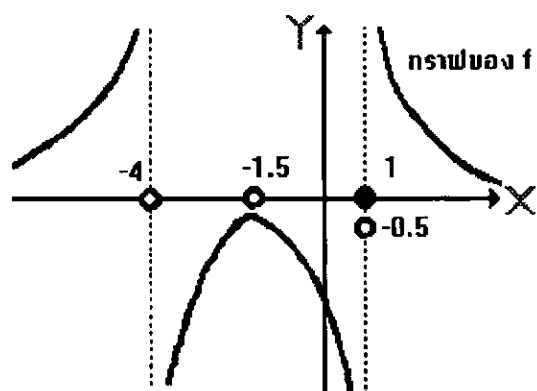
ก. $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

ข. $[-\infty, -1) \cup (2, \infty]$

ค. $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

ง. $[-\infty, 0) \cup (1, \infty]$

2.



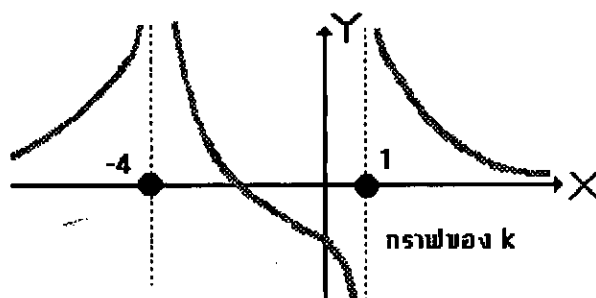
ก. $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$

ข. $\mathbb{R} - \{-4, -1.5, 1\}$

ค. $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$

ง. $\mathbb{R} - \{0\}$

3.



ก. $(-\infty, \infty)$

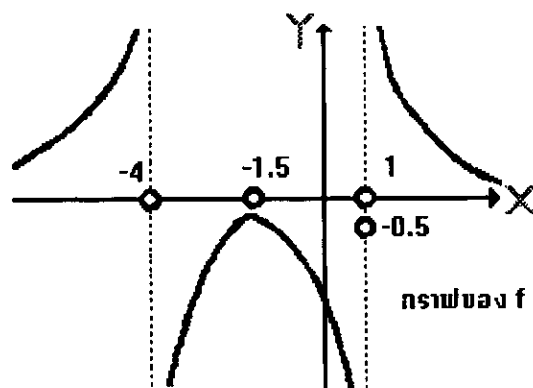
ข. $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$

ค. $\mathbb{R} - \{-4\}$

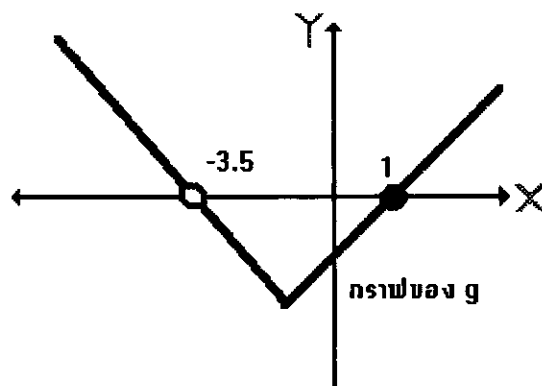
ง. $\mathbb{R} - \{1\}$

3) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านซ้ายหรือไม่

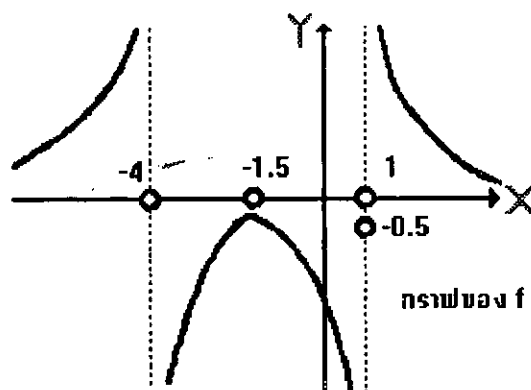
1.

ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow -1.5^-$ หรือไม่

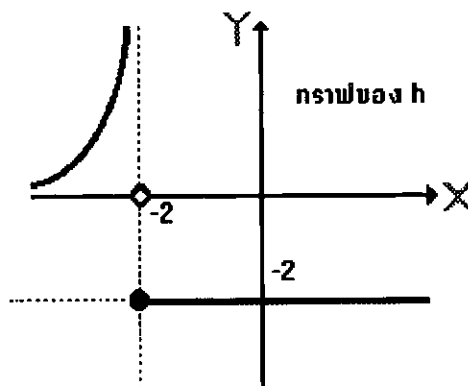
5.

ฟังก์ชัน g มีกรณี $x \rightarrow -3.5^-$ หรือไม่4) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่ และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

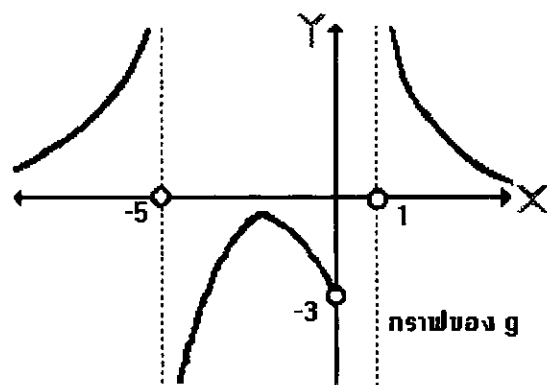
1.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ f ที่ -1.5

2.

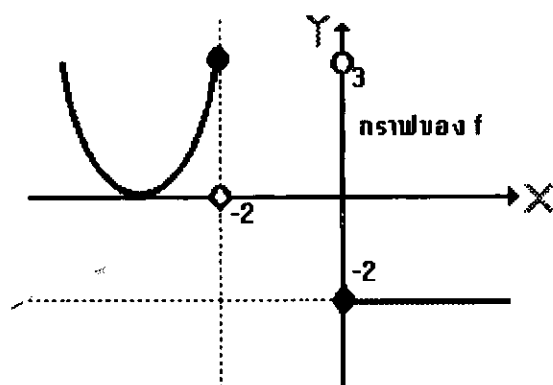
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ h ที่ -2

3.



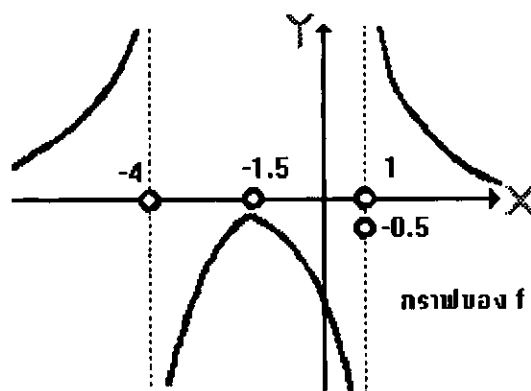
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ g ที่ 0

4.



จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ f ที่ -2

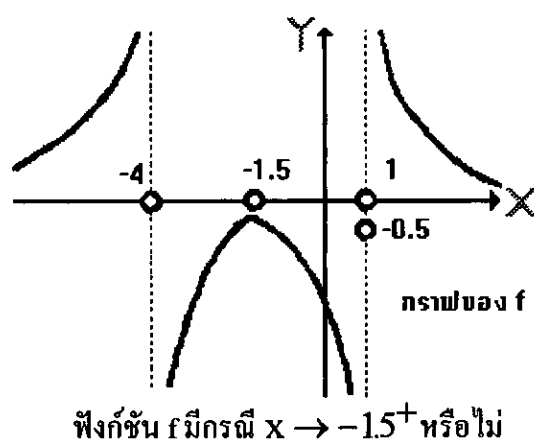
5.



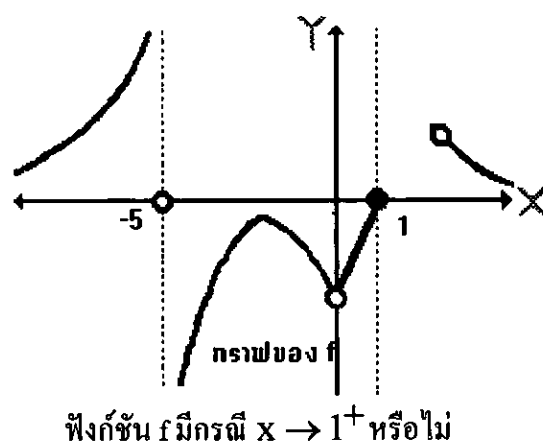
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตซ้ายของ f ที่ -4

5) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านขวาหรือไม่

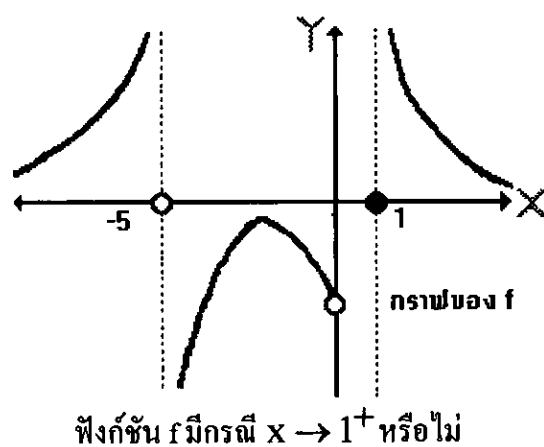
1.



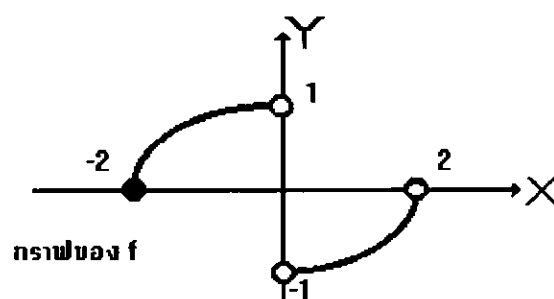
2.



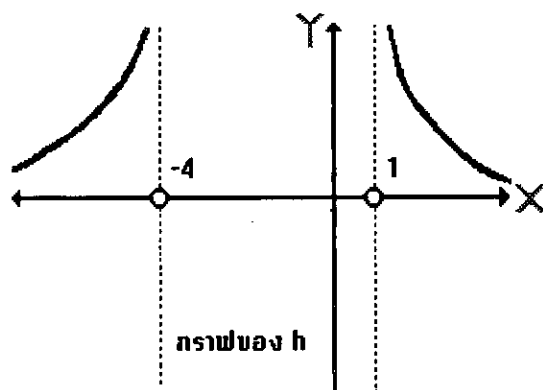
3.



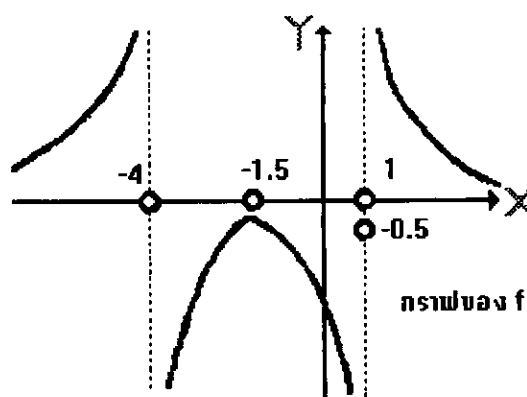
4.

ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow -2^+$ หรือไม่

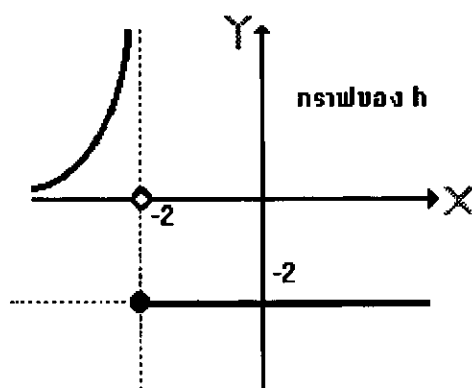
5.

ฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow -4^+$ หรือไม่6) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตขวาที่ a หรือไม่ และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

1.

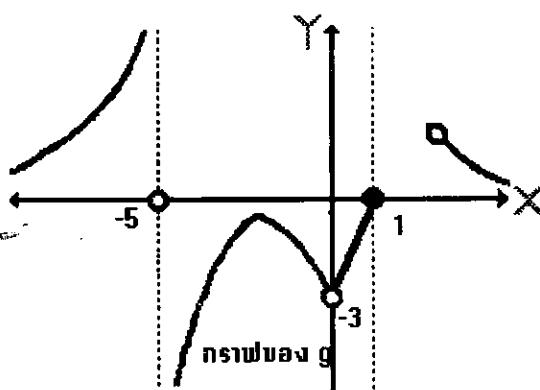
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ f ที่ -1.5

2.



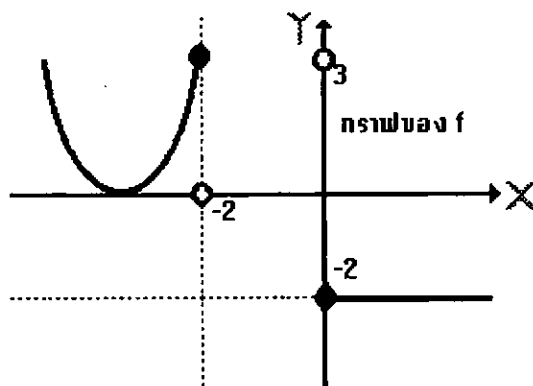
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ h ที่ -2

3.



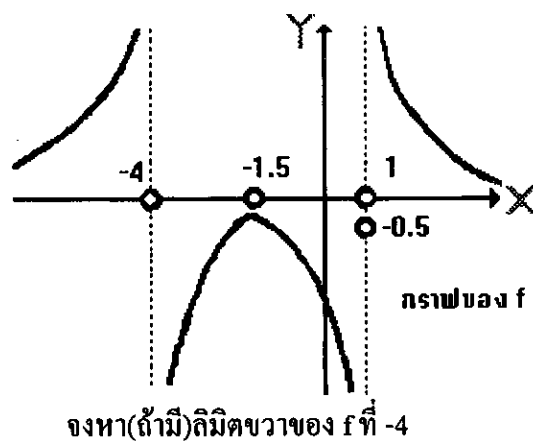
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ g ที่ 0

4.



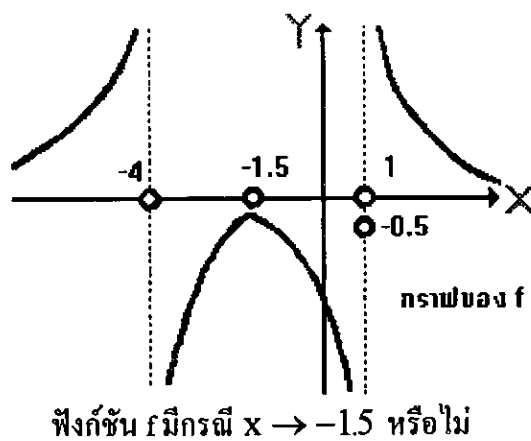
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตขวาของ f ที่ -2

5.

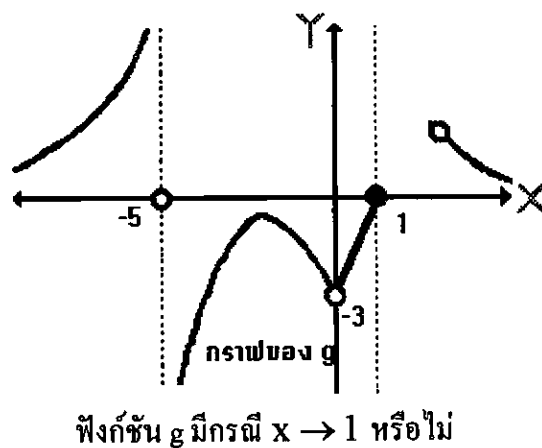


7) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้หรือไม่

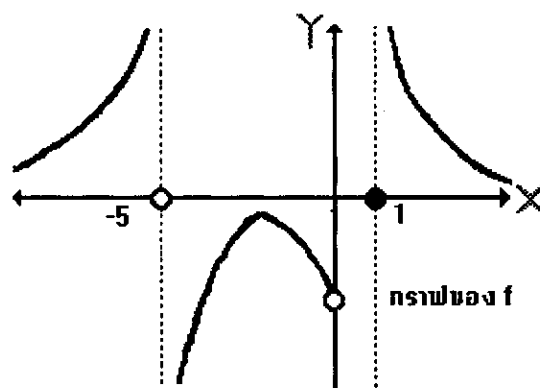
1.



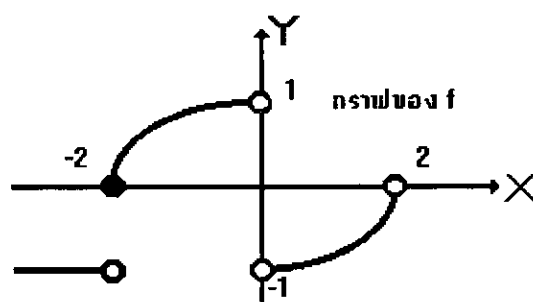
2.



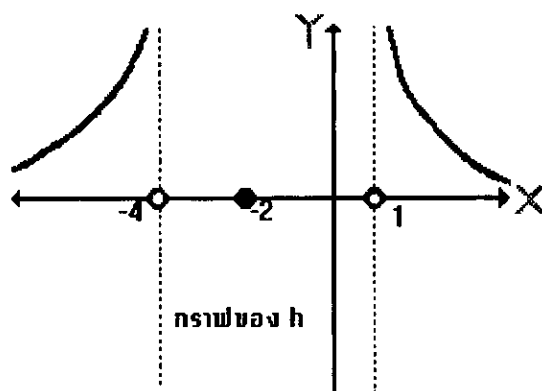
3.

ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow 1$ หรือไม่

4.

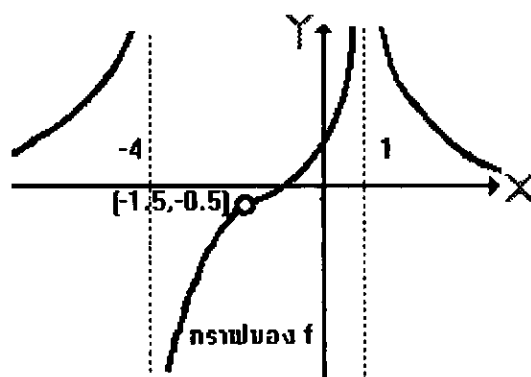
ฟังก์ชัน f มีกรณี $x \rightarrow -2$ หรือไม่

5.

ฟังก์ชัน h มีกรณี $x \rightarrow -2$ หรือไม่

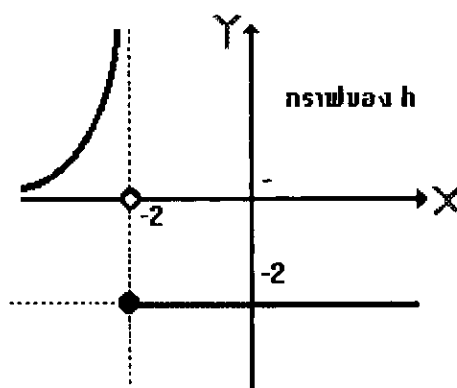
8) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตที่ a หรือไม่ และถ้ามีแล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร

1.



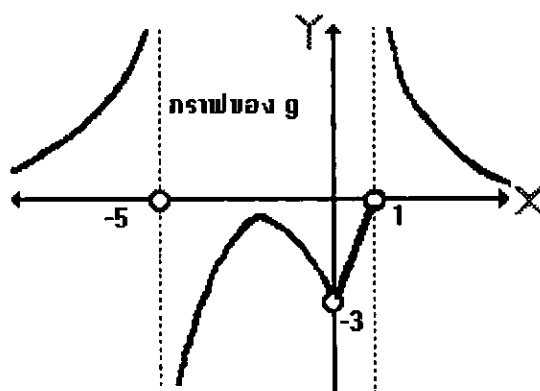
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ f ที่ -1.5

2.



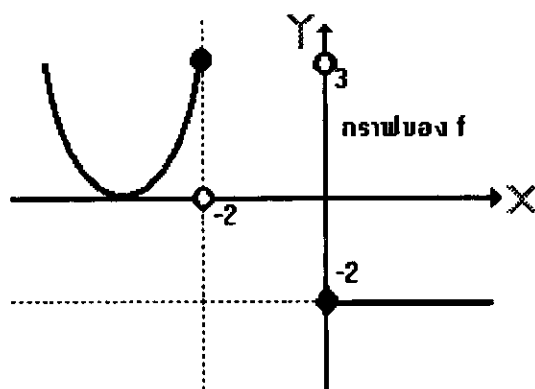
จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ h ที่ -2

3.

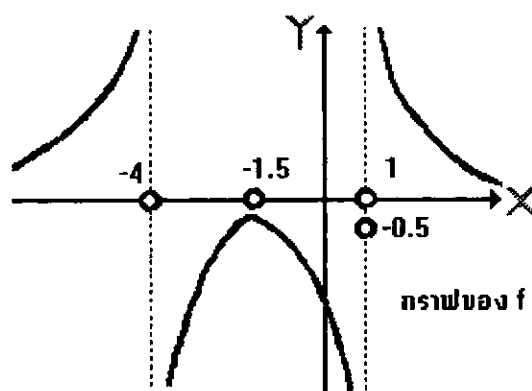


จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ g ที่ 0

4.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ f ที่ -2

5.

จงหา(ถ้ามี)ลิมิตของ f ที่ -4

แบบฝึกชุดที่ 2

1) จงพิจารณาความสัมพันธ์ใน R ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันของ x หรือไม่ และเพราะเหตุใด

1. $\{(x,y) \mid x-1=y^4\}$

2. $\{(x,y) \mid x+1=y^3\}$

3. $\{(x,y) \mid |x+1| = |y|\}$

4. $\{(x,y) \mid y = x^3 - 3x^2 + 5\}$

5. $\{(x,y) \mid 9x^2 - 4y^2 = 1, y > 0\}$

2) จงหาโดเมนของฟังก์ชันใน R ต่อไปนี้

1. $y = \frac{x-2}{x^2-4}$

2. $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$

3. $y = \frac{x-2}{\sqrt{x-4}}$

4. $y = \frac{x^2-4}{x-2}$

5. $x = \frac{y-2}{y-4}$

3) จงพิจารณาฟังก์ชันใน R ต่อไปนี้ว่ามีกรณีเข้าใกล้ทางด้านซ้าย ทางด้านขวาและเข้าใกล้จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่

1. ฟังก์ชัน $f(x) = |x-2|$ มีกรณี $x \rightarrow 2^-$, $x \rightarrow 2^+$, $x \rightarrow 2$ หรือไม่

2. ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$ มีกรณี $x \rightarrow 1^-$, $x \rightarrow 1^+$, $x \rightarrow 1$ หรือไม่

3. ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$ มีกรณี $x \rightarrow -1^-$, $x \rightarrow -1^+$, $x \rightarrow -1$ หรือไม่

4. ฟังก์ชัน $h(x) = \frac{|1-x|}{x-1}$ มีกรณี $x \rightarrow 1^-$, $x \rightarrow 1^+$, $x \rightarrow 1$ หรือไม่

5. ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{2-x}$ มีกรณี $x \rightarrow 3^-$, $x \rightarrow 3^+$, $x \rightarrow 3$ หรือไม่

4) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตทางด้านซ้าย ลิมิตทางด้านขวาและลิมิต
ที่จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่ โดยใช้วิธีเขียนกราฟ

1. ฟังก์ชัน $f(x) = |x-2|$ ที่ 2
2. ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$ ที่ -1
3. ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$ ที่ 2
4. ฟังก์ชัน $g(x) = \sqrt{x-1}$ ที่ 1
5. ฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x \neq 1 \\ x, & x = 1 \end{cases}$ ที่ 1

5) จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. กำหนดให้ $f(x) = \frac{|x-2|}{2-x}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. f ไม่มีกรณี $x \rightarrow 2$

ข. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้

ค. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

ง. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x+2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -5$

ข. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้

ค. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$

ง. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

3. กำหนดให้ $g(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$

ข. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้

ค. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$

ง. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$

4. กำหนดให้ $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x > 1 \\ x, & x < 1 \end{cases}$

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้

ง. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

6) จงพิจารณาฟังก์ชันใน $\mathbb{R}$ ต่อไปนี้ว่ามีลิมิตทางด้านซ้าย ลิมิตทางด้านขวาและลิมิต

จำนวนจริงที่กำหนดให้หรือไม่ โดยใช้ตารางค่าของฟังก์ชัน

1. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$ ที่ 3

2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{|x + 2|}$ ที่ -2

3. กำหนดให้ $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ที่ 2

4. กำหนดให้ $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ ที่ 1

5. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3, & x \notin I \\ x, & x \in I \end{cases}$ ที่ 3 เมื่อ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3

1) จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ขั้นตอนการหาต่อไปนี้ $\lim_{x \rightarrow 1} 5f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 5 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -20$

ไม่ได้ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตในข้อใด

ก. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

ข. $\lim_{x \rightarrow a} c p(x) = c \lim_{x \rightarrow a} p(x)$

ค. $\lim_{x \rightarrow a} [p(x)q(x)] = \lim_{x \rightarrow a} p(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} q(x)$

ง. ไม่มีข้อถูกใน ก.- ค.

2. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ขั้นตอนการหาต่อไปนี้ $\lim_{x \rightarrow 1} [h(x) - 3g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} 6$

ไม่ได้ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตในข้อใด

ก. $\lim_{x \rightarrow a} c = c$

ข. $\lim_{x \rightarrow a} c p(x) = c \lim_{x \rightarrow a} p(x)$

ค. $\lim_{x \rightarrow a} [p(x) - q(x)] = \lim_{x \rightarrow a} p(x) - \lim_{x \rightarrow a} q(x)$

ง. ไม่มีข้อถูกใน ก.- ค.

3. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2 = 16$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} 5g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)/g(x)] = [\lim_{x \rightarrow 1} f(x)] / [\lim_{x \rightarrow 1} g(x)]$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 6$

4. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = -4$ ข. $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - f(x)] = 10$

ค. $\lim_{x \rightarrow 3} [h(x) - 6] = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ ง. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1} g^2(x)$

5. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x) + x] = 2$ ข. $\lim_{x \rightarrow 2} 4h(x) = 24$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{|f(x)|} = 2$ ง. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x) + 8} = 2$

2) จงพิจารณาเลือกคำตอบต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 3} 5f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 5 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -20$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} [h(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 3} 6$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)} = 2$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{g(x)} = 0$

2. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + h(x)] = 2 \lim_{x \rightarrow 1} [1 + g(x)]$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)}$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4 \lim_{x \rightarrow -1} x$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)$

3. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} f(x)}$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} [h(x)]^2 \neq [\lim_{x \rightarrow 1} 6x]^2$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)}$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)$

4. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 6$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) g(x)] > \lim_{x \rightarrow 1} [g(x)]^4$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{(x-1)} = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) g(x)] \neq \lim_{x \rightarrow 1} [g(x)]^4$

5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง เมื่อ L เป็นจำนวนจริงใดๆ

ก. ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L^4$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[4]{f(x)} = L$

ข. ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{L}$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

ค. ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[4]{f(x)} = L$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L^4$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} [x^2 + 1] \geq \lim_{x \rightarrow 1} [x + 1]^2$

แบบฝึกหัดที่ 4

จงเลือกข้อความที่ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$

ง. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ หาค่าไม่ได้

2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{3}{2}$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ หาค่าไม่ได้

3. กำหนดให้ $g(x) = \frac{4-x}{2-\sqrt{x}}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = 4$

ค. $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$ หาค่าไม่ได้ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} g(x)$

ง. $\lim_{x \rightarrow 4} g(x)$ หาค่าไม่ได้ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x)$ หาค่าไม่ได้

4. กำหนดให้ $g(x) = \begin{cases} 9-x^2, & x > 3 \\ 0, & x = 3 \\ (1+2x)^2, & x < 3 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 49$

ค. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ หาค่าไม่ได้ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} g(x)$

ง. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ หาค่าไม่ได้ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x)$ หาค่าไม่ได้

5. กำหนดให้ $g(x) = \frac{4-x^3}{|x-1|}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ หาค่าไม่ได้เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ หาค่าไม่ได้เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ หาค่าไม่ได้

ภาคผนวก ก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

และคำตอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

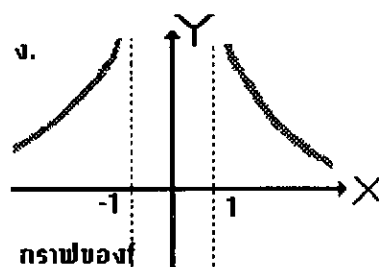
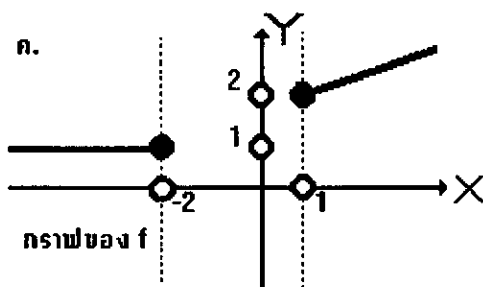
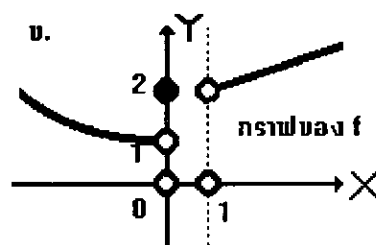
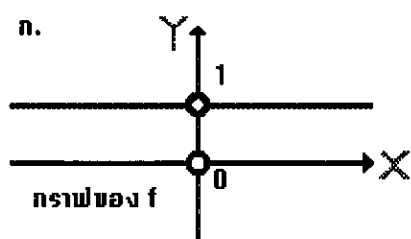
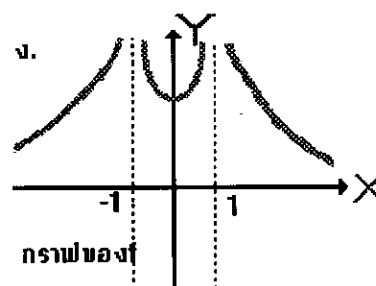
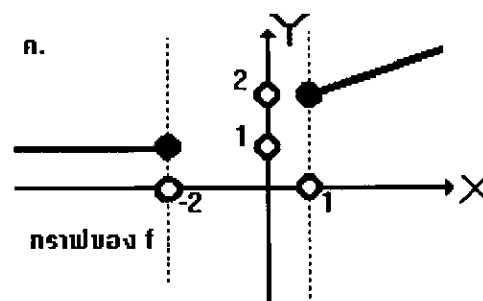
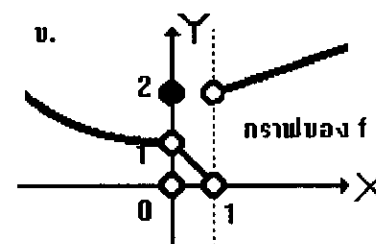
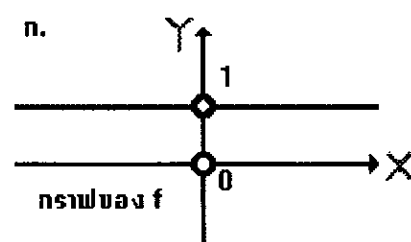
1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

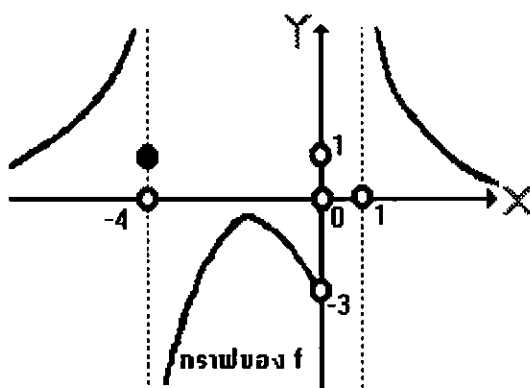
วิชาคณิตศาสตร์ ค 015

เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดมีลิมิตที่ 12. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดไม่มีลิมิตที่ 0

3. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

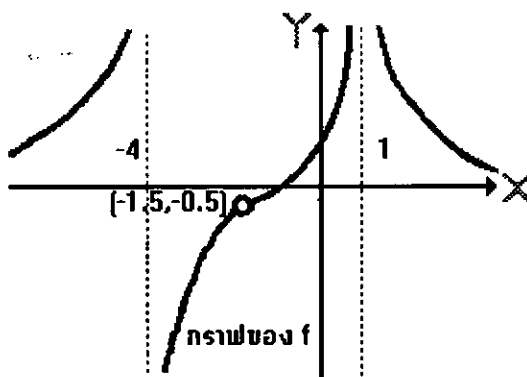
ก. ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ -4

ข. ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ -3

ค. ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ 0

ง. ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ 1

4. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ -4 และ -1.5

ข. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ -1.5 และ 1

ค. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ -4 และ 1

ง. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ -4 , -1.5 และ 1

5. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

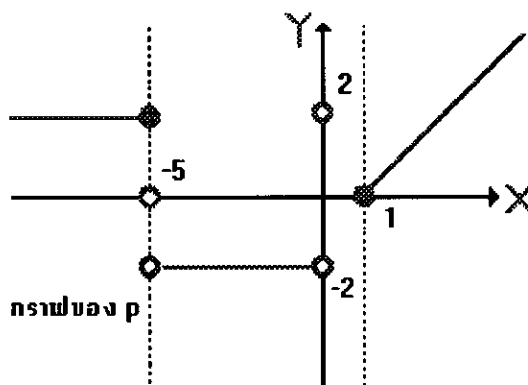
ก. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$

ค. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$

ง. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ หาค่าไม่ได้

6. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

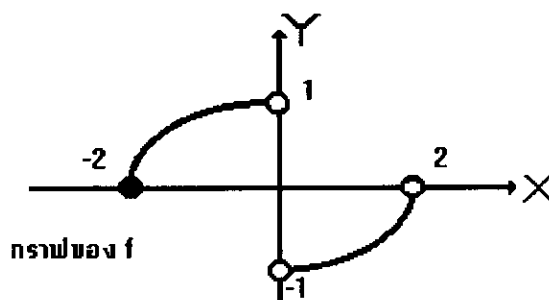
ก. ฟังก์ชัน p มีลิมิตซ้ายเป็น 2 ที่ -5

ข. ฟังก์ชัน p มีลิมิตซ้ายเป็น -2 ที่ -5

ค. ฟังก์ชัน p มีลิมิตซ้ายเป็น 2 ที่ 0

ง. ฟังก์ชัน p มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ 1

7. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตซ้ายที่ -2 และ 2

ข. ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ -2

ค. ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ 2

ง. ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายเป็น -1 ที่ 0

8. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$ คือข้อใด

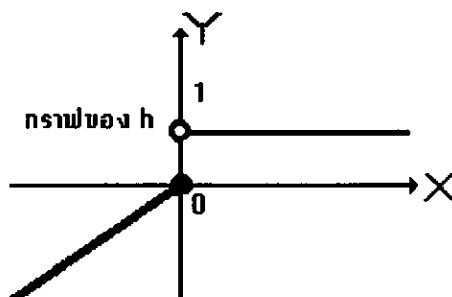
ก. หาค่าไม่ได้

ข. 0

ค. 1

ง. 2

9. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

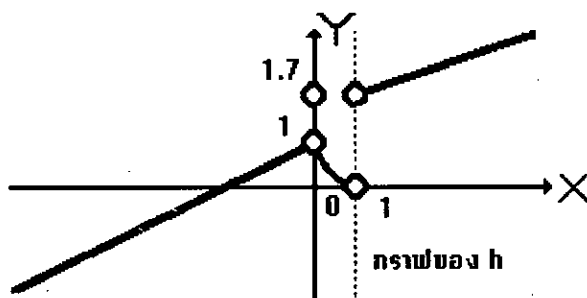
ก. ฟังก์ชัน h มีลิมิตซ้ายเป็น 1 ที่ 0

ข. ฟังก์ชัน h มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ 0

ค. ฟังก์ชัน h มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ 1

ง. ฟังก์ชัน h ไม่มีลิมิตซ้ายที่ 0

10. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน h ไม่มีลิมิตซ้ายที่ 0

ข. ฟังก์ชัน h ไม่มีลิมิตซ้ายที่ 1

ค. ฟังก์ชัน h ไม่มีลิมิตซ้ายที่ 1.7

ง. ฟังก์ชัน h มีลิมิตซ้ายเป็น 0 ที่ x บางค่า x ที่ $x < 0$

11. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ คือข้อใด

ก. 0

ข. 1

ค. 6

ง. หาค่าไม่ได้

12. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3x, & x > 9 \\ 2x, & x < 9 \end{cases}$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x)$ คือข้อใด

ก. 18

ข. 27

ค. หาค่าไม่ได้ เพราะ $f(9)$ หาค่าไม่ได้

ง. หาค่าไม่ได้ เพราะค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้จำนวนใดเลย เมื่อ x เข้าใกล้ 9 ทางด้านซ้าย

13. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 3, & x \in I \\ 27, & x \notin I \end{cases}$ เมื่อ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x)$ คือข้อใด

ก. 3

ข. 27

ค. หาค่าไม่ได้ เพราะ $f(9)$ หาค่าไม่ได้

ง. หาค่าไม่ได้ เพราะค่าของ $f(x)$ ไม่เข้าใกล้จำนวนใดเลย เมื่อ x เข้าใกล้ 9 ทางด้านซ้าย

14. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$ คือข้อใด

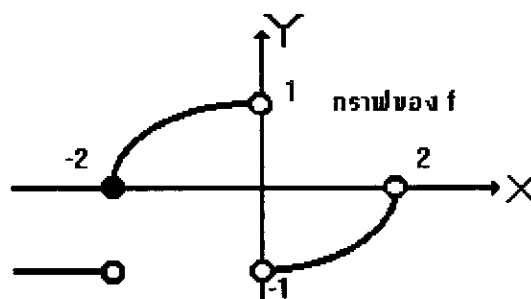
ก. 0

ข. 1

ค. 7

ง. หาค่าไม่ได้

15. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

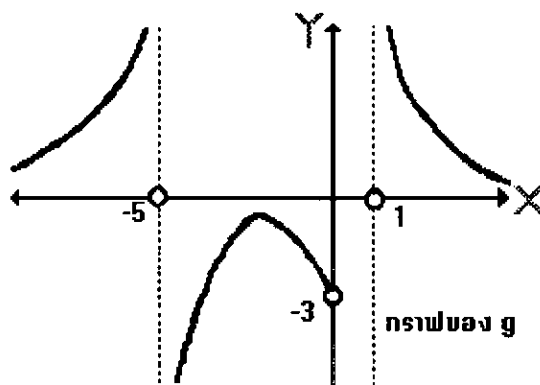
ก. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตขวาที่ 0

ข. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตขวาที่ 2

ค. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตขวาที่ -2

ง. ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาเป็น 1 ที่ 0

16. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

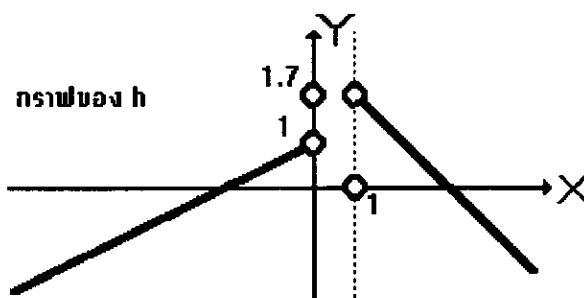
ก. ฟังก์ชัน g ไม่มีลิมิตขวาที่ 1

ข. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น -3 ที่ 0

ค. ฟังก์ชัน g ไม่มีลิมิตขวาที่ 2

ง. ฟังก์ชัน g ไม่มีลิมิตขวาที่ -3

17. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

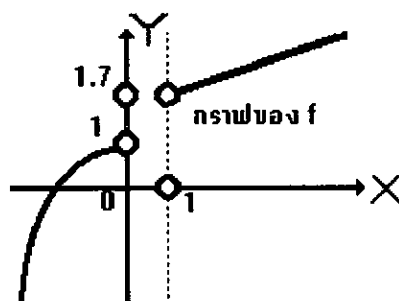
ก. ฟังก์ชัน h ไม่มีลิมิตขวาที่ 1.7

ข. ฟังก์ชัน h มีลิมิตขวาเป็น 1 ที่ 0

ค. ฟังก์ชัน h มีลิมิตขวาเป็น 0 ที่ 1

ง. ฟังก์ชัน h มีลิมิตขวาเป็น 1.7 ที่ 1

18. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตขวาที่ 1.7

ข. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตขวาที่ 1

ค. ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาเป็น 0 ที่ 1

ง. ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาเป็น 1.7 ที่ 1

19. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{|2-2x|}{x-1}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าไม่ได้

20. ให้ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{4-x}{2-\sqrt{x}}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น -1 ที่ x บางค่า x ที่ $x > 0$

ข. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น 0 ที่ 4

ค. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น 4 ที่ 4

ง. ฟังก์ชัน g ไม่มีลิมิตขวาที่ 4

21. ให้ฟังก์ชัน $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น 1 ที่ 2

ข. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น 0.1 ที่ 102

ค. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น 0 ที่ 2

ง. ฟังก์ชัน g มีลิมิตขวาเป็น -1 ที่ x บางค่า x ที่ $x > 2$

22. ให้ฟังก์ชัน $g(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

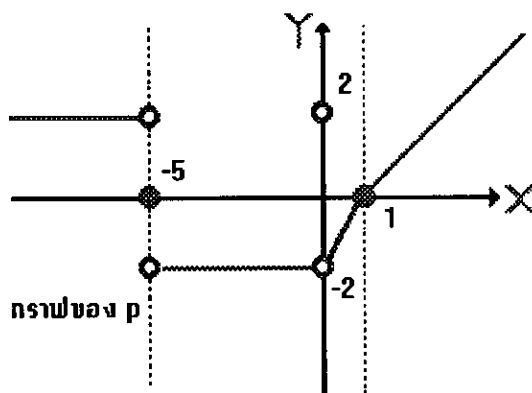
ก. ฟังก์ชัน $\frac{1}{g(x)}$ มีลิมิตขวาเป็น 0 ที่ 0

ข. ฟังก์ชัน $\frac{1}{g(x)}$ มีลิมิตขวาเป็น 2 ที่ 1

ค. ฟังก์ชัน $\frac{1}{g(x)}$ ไม่มีลิมิตขวาที่ 1

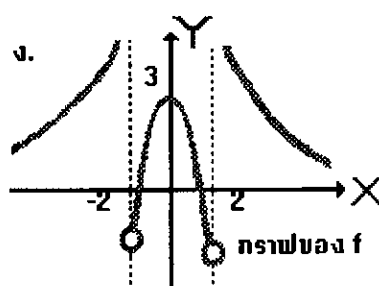
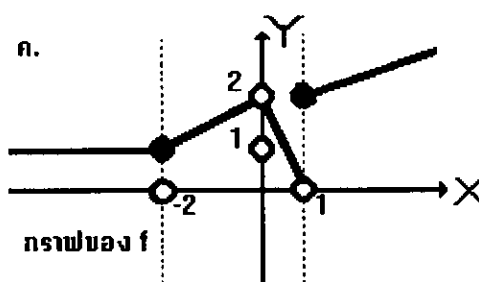
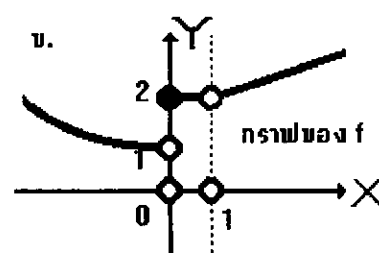
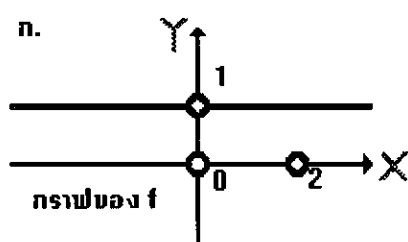
ง. ฟังก์ชัน $\frac{1}{g(x)}$ ไม่มีลิมิตขวาที่ 0

23. จากกราฟที่กำหนดให้

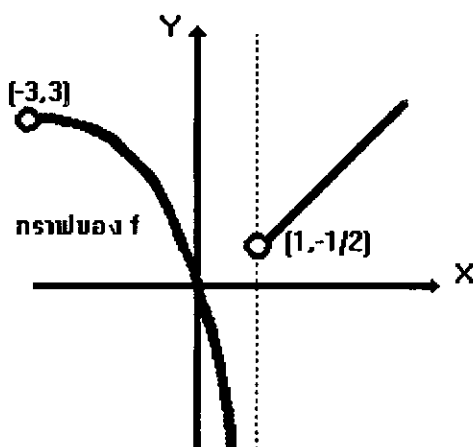


(ข้อข้อ 23)

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ฟังก์ชัน p มีลิมิตเป็น 0 ที่ -5 ข. ฟังก์ชัน p ไม่มีลิมิตที่ 0ค. ฟังก์ชัน p ไม่มีลิมิตที่ -5 เพราะ $\lim_{x \rightarrow -5^-} p(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow -5^+} p(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้ง. ฟังก์ชัน p ไม่มีลิมิตที่ -5 เพราะ $\lim_{x \rightarrow -5^-} p(x) \neq \lim_{x \rightarrow -5^+} p(x)$ แม้ว่าทั้งสองลิมิตหาค่าได้24. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{|3-3x|}{x-1}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องก. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ ข. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ค. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ 1 เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้ง. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ 1 เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ แม้ว่าทั้งสองลิมิตหาค่าได้25. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องก. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ หาค่าไม่ได้ข. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{f(x)}$ หาค่าไม่ได้ค. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{f(x)}$ หาค่าไม่ได้ง. $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x)]^4$ หาค่าไม่ได้26. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใด มีลิมิตเป็น 2 ที่ 0

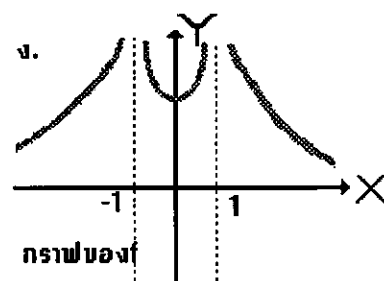
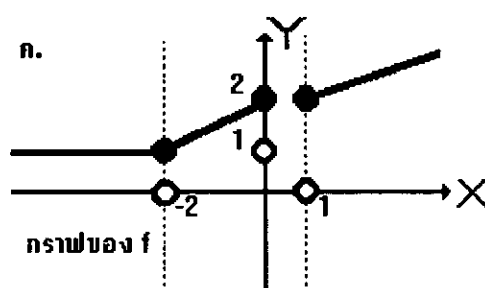
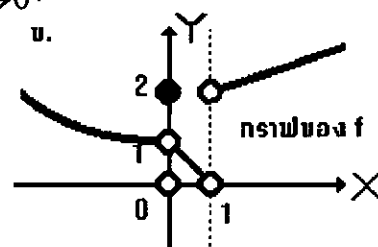
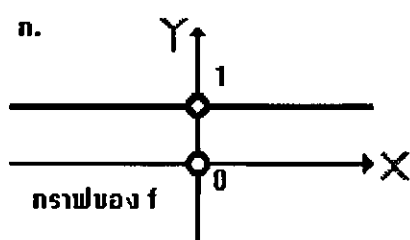
27. จากกราฟที่กำหนดให้



ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

- ก. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ 1 เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ หาค่าไม่ได้
- ข. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ 1 เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ หาค่าไม่ได้
- ค. ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิตที่ 1 เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ แม้ว่าทั้งสองลิมิตหาค่าได้
- ง. ฟังก์ชัน f มีลิมิตเป็น $1/2$ ที่ 1

28. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดที่ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ หรือ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ หาค่าลิมิตไม่ได้



29. ให้ฟังก์ชัน $g(x) = \begin{cases} 1, & x = 1 \\ |1 - x|, & x \neq 1 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[4]{g(x)} = 0$

ข. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{g(x)} = 1$

ค. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{g(x)} = 0$

ง. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[4]{g(x)} \neq \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

30. ให้ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x-3}{x^2-x-6}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ หาค่าไม่ได้

ข. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{f(x)}$ หาค่าไม่ได้

ค. $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{f(x)}$ หาค่าไม่ได้

ง. $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x)]^4$ หาค่าไม่ได้

**2. เสนอคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย**

**เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย**

1. ก	11. ค	21. ข
2. ค	12. ก	22. ง
3. ข	13. ข	23. ง
4. ค	14. ค	24. ง
5. ง	15. ข	25. ข
6. ก	16. ก	26. ค
7. ค	17. ง	27. ก
8. ก	18. ง	28. ค
9. ข	19. ข	29. ก
10. ง	20. ค	30. ข

- โดย 1) มีคำตอบที่เป็นตัวเลือก ก. อยู่จำนวน 7 ข้อ
 2) มีคำตอบที่เป็นตัวเลือก ข. อยู่จำนวน 8 ข้อ
 3) มีคำตอบที่เป็นตัวเลือก ค. อยู่จำนวน 8 ข้อ
 4) มีคำตอบที่เป็นตัวเลือก ง. อยู่จำนวน 7 ข้อ

ภาคผนวก ง

ตารางแสดงผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
โดยวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ
(ใช้ประกอบการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น)

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ

ข้อที่	D	P	ข้อที่	D	P
1	0.43	0.78	16	0.51	0.42
2	0.69	0.56	17	0.52	0.41
3	0.69	0.42	18	0.43	0.67
4	0.49	0.60	19	0.38	0.42
5	0.37	0.22	20	0.47	0.40
6	0.29	0.76	21	0.20	0.70
7	0.62	0.39	22	0.59	0.50
8	0.31	0.66	23	0.57	0.55
9	0.35	0.54	24	0.33	0.46
10	0.41	0.34	25	0.26	0.79
11	0.21	0.74	26	0.71	0.43
12	0.21	0.82	27	0.35	0.33
13	0.33	0.26	28	0.53	0.58
14	0.29	0.78	29	0.39	0.24
15	0.43	0.62	30	0.29	0.66

โดยมีเกณฑ์ของการพิจารณาตามอำนาจจำแนก (D) ดังนี้

1. ค่า D ตั้งแต่ 0.40 ขึ้นไป แสดงว่า จำแนกดีมาก
 2. ค่า D 0.30 – 0.39 แสดงว่า จำแนกดีพอควร
 3. ค่า D 0.20 – 0.29 แสดงว่า จำแนกพอใช้ได้ แต่ควรปรับปรุง
 4. ค่า D ตั้งแต่ 0.19 ลงไป แสดงว่า จำแนกใช้ไม่ได้ ต้องปรับปรุงหรือตัดทิ้ง
- และเกณฑ์ของค่าความยาก (ค่า P) ของข้อสอบที่เหมาะสมควรอยู่ระหว่าง

0.20 – 0.80 เพราะถ้าวค่า P น้อยกว่า 0.20 แสดงว่าข้อสอบข้อนั้นๆ ยากเกินไป และถ้าวค่า P มากกว่า 0.80 แสดงว่า ข้อสอบข้อนั้นๆ ง่ายเกินไป

หมายเหตุ

จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ข้างต้น จะได้ว่า

- 1) โจทย์ข้อ 1 – 4 สอดคล้องกับจุดประสงค์ปลายทางข้อที่ 1
- 2) โจทย์ข้อ 5 – 13 สอดคล้องกับจุดประสงค์ปลายทางข้อที่ 2
- 3) โจทย์ข้อ 14 – 22 สอดคล้องกับจุดประสงค์ปลายทางข้อที่ 3
- 4) โจทย์ข้อ 23 – 30 สอดคล้องกับจุดประสงค์ปลายทางข้อที่ 4

ภาคผนวก จ

คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
สำหรับครู

คู่มือ
การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
สำหรับครู

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
1. บทนำ	1
2. จุดประสงค์ปลายทาง	1
3. จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน	2
4. อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	4
5. โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	4
6. วิธีการใช้โปรแกรม	5
7. บทบาทของครู	7
8. การประเมินผลการเรียน	8

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

1. บทนำ

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่นำเสนอในรูปแบบซีดีเรื่องลิมิตของฟังก์ชันนี้ มีเนื้อหาสอดคล้องตามเนื้อหาในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) การเรียนเนื้อหาทั้งหมดในโปรแกรมนี้จะต้องใช้เวลาประมาณ 8 คาบ ๆ ละ 50 นาที

2. จุดประสงค์ปลายทาง มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

2.1 บอกได้ว่าฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้มีลิมิตที่ a หรือไม่

2.2 หาขีดซ้ายของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

2.3 หาขีดขวาของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

2.4 หาขีดของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

3. จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน มีรายละเอียดดังตาราง 1

ตาราง 1 จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
<u>ตอน 1 นำเข้าสู่บทเรียนและบททวน</u> 1. เพื่อให้นักเรียนสามารถบอกถึงประโยชน์ของแคลคูลัสที่มีพื้นฐานสำคัญ คือ ลิมิตของฟังก์ชัน 2. เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ใน R ให้ในรูปกราฟหรือสมการ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันสามารถหาโดเมนของฟังก์ชันนั้นได้ <u>ตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร <u>ตอน 3 ความหมายของลิมิตขวาของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a หรือไม่	1. ความสำคัญของวิชาแคลคูลัส ซึ่งมีลิมิตของฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญ 2. การทบทวนเกี่ยวกับฟังก์ชัน - การเป็นฟังก์ชัน - การหาโดเมนของฟังก์ชัน 1. การเข้าใกล้ทางด้านซ้าย 2. ลิมิตซ้ายของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริงให้ในรูปกราฟ 1. การเข้าใกล้ทางด้านขวา 2. ลิมิตขวาของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริงให้ในรูปกราฟ

ตาราง 1 (ต่อ)

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	
<u>ตอน 4 ความหมายของลิมิตของฟังก์ชัน</u>	
เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า	1. การเข้าใกล้จำนวนจริง
1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่	2. ลิมิตของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปกราฟ
2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่	
3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	
<u>ตอน 5 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (1)</u>	
เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า	เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปสมการ
1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่	1. การทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณีดังกล่าว
2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่	2. การหา (ถ้ามี) ลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ที่ให้อยู่ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้
3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	
<u>ตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (2)</u>	
เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก นักเรียนสามารถบอกได้ว่า	เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้อยู่ในรูปสมการ
1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่	1. การทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณีดังกล่าว
2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f	

ตาราง 1 (ต่อ)

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
มีลิมิตที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร <u>ตอน 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต</u> เมื่อเรียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อจบแล้ว 1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบท 2) นักเรียนสามารถนำสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบทไปใช้ <u>ตอน 8 การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่ซับซ้อน นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อช่วยในการหา (ถ้ามี) ค่าลิมิตของ f ที่ a	2. การหา (ถ้ามี) ลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ที่ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก โดยพิจารณาจากตารางค่าของฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชัน ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน 10 ข้อ การใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อในการหา (ถ้ามี) ลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการทั้งที่สามารถใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้และใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้

4. อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้จะทำงานได้สมบูรณ์ จะต้องมียูปรณ์คอมพิวเตอร์ที่จำเป็นดังนี้

4.1 เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่ใช้ไมโครโปรเซสเซอร์ 80486 หรือที่มีสมรรถนะสูงกว่า พร้อมทั้งแป้นพิมพ์และเมาส์

4.2 แรม (Ram) อย่างน้อย 8 เมกะไบต์

- 4.3 ระบบซีดีรอม (CD-Rom)
- 4.4 ระบบปฏิบัติการ MS-DOS และ Microsoft Windows 3.11
- 4.5 จอภาพสีที่แสดงได้อย่างน้อย 256 สี

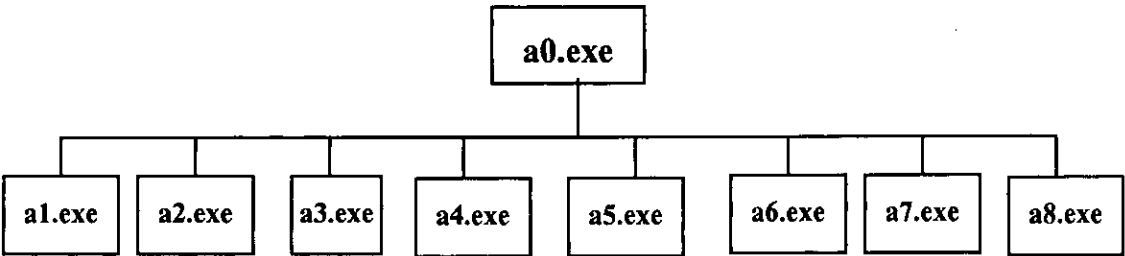
5. โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้พัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรม Authorware Professional 2.01 รวมไฟล์ที่พัฒนาขึ้นทั้งหมด 9 ไฟล์ ดังนี้

ตาราง 2 รายชื่อไฟล์และเนื้อหา

รายการ	ชื่อไฟล์	เนื้อหา
1	a0.exe	เป็นเมนูหลัก ที่ประกอบด้วยรายชื่อผู้สร้าง รายชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา วิธีการใช้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และรายการเนื้อหา กิจกรรม
2	a1.exe	ตอนที่ 1 นำเข้าสู่บทเรียนและบททวน
3	a2.exe	ตอนที่ 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน
4	a3.exe	ตอนที่ 3 ความหมายของลิมิตขวาของฟังก์ชัน
5	a4.exe	ตอนที่ 4 ความหมายของลิมิตของฟังก์ชัน
6	a5.exe	ตอนที่ 5 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (1)
7	a6.exe	ตอนที่ 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (2)
8	a7.exe	ตอนที่ 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต
9	a8.exe	ตอนที่ 8 การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ

โครงสร้างโปรแกรม



6. การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

หลังจากเปิดเครื่องคอมพิวเตอร์ มีขั้นตอนดังนี้

6.1 วางแผ่นซีดีในช่องอ่านซีดี

6.2 ถ้าอยู่ใน C: ≥ ให้ย้ายอยู่ที่ D: ≥ ซึ่งเป็นระบบของซีดีโดยตรง

6.3 พิมพ์คำว่า “Run” แล้วกด “Enter” ก็จะเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทันที
โดยปรากฏรูปภาพหน้าแรก ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 รูปภาพหน้าแรก

ในหน้าแรกจะมีรายการให้เลือก 3 รายการ

- 1) ปุ่ม **เข้ารายการเรียน** เมื่อต้องการลัดเข้าสู่เนื้อหาและกิจกรรมเรียนของตอนต่างๆ จำนวน 8 ตอน โดยไม่ต้องดูบางรายการ เช่น รายการจุดประสงค์ปลายทาง
- 2) ปุ่ม **ออกรายการ** เมื่อต้องการออกจากรายการ
- 3) ปุ่ม **หน้าต่อไป** เมื่อต้องการศึกษาหน้าที่เรียงต่อจากหน้าปัจจุบัน

6.4 ในขณะที่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้อยู่ ถ้าต้องการออกจากการเรียนอย่างกะทันหัน ให้ใช้คำสั่ง **Alt** พร้อมกับ **F4** หรือคลิกเมาส์ที่ปุ่ม **ออกรายการ** แล้วตามด้วยคลิกเมาส์ที่ปุ่ม **จบการเรียน**

6.5 เมื่อจบการเรียนทุกครั้ง ให้ย้ายกลับไปอยู่ที่ C:≥ และเก็บแผ่นซีดี แล้วจึงปิดเครื่อง

7. บทบาทของครู

7.1 ครูควรจัดเตรียมอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียนให้พร้อม ได้แก่ เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ลำโพง เมาส์ และแผ่นซีดี โดยมีการทดลองใช้ก่อนการเรียนของนักเรียน

7.2 ครูควรควบคุม ดูแลนักเรียนขณะกำลังเรียน เพราะอาจมีนักเรียนบางคนที่ไม่มีความรับผิดชอบต่อการเรียน นอกจากนี้ครูอาจต้องให้ความช่วยเหลือนักเรียนในด้านปัญหาการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์

7.3 ครูควรแนะนำนักเรียนให้เรียนจากทุกเรื่องและทุกรายการที่ปรากฏด้วยความตั้งใจ พยายามทำความเข้าใจเนื้อหาและอดทน และกรณีที่มีปัญหาการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ ให้นักเรียนแจ้งกับครูผู้สอน

7.4 ครูควรแนะนำนักเรียนที่เรียนเป็นคาบแรกว่าให้เรียนจากทุกเรื่องและทุกรายการที่ปรากฏ โดยเมื่อต้องการเรียนหน้าต่อไปให้คลิกเมาส์ที่ปุ่ม **หน้าต่อไป** ซึ่งอยู่ที่มุมขวาล่างเสมอ และครูควรแนะนำนักเรียนที่เรียนในคาบหลัง ๆ ว่าเมื่อเข้าสู่หน้าแรกของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แล้วให้เลือกรายการ **เข้ารายการเรียน** เพื่อลัดเข้าสู่รายการเนื้อหาและกิจกรรมเรียนของตอนต่าง ๆ ได้

7.5 ครูควรแนะนำให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ที่บันทึกอยู่ในโปรแกรม

7.6 ครูควรแนะนำให้นักเรียนเข้าเรียนให้ครบทุกตอน และถ้าเรียนไม่ทันก็ให้นักเรียนหาเวลาว่างมาเรียนให้ครบ

7.7 ครูควรแนะนำให้นักเรียนรู้จักจัดทำบันทึกความจำส่วนตัวเพื่อเก็บไว้บทวนและตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง

7.8 ครูควรแนะนำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแต่ละหัวข้อเนื้อหาจากความเข้าใจของตนเองให้ครบทุกข้อ แล้วครูผลประเมินการเรียนรู้พร้อมกับทำตามคำแนะนำที่ได้จากผลประเมินดังกล่าวจนสามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องหมดทุกข้อ

7.9 ครูอาจให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียน หรืออื่น ๆ เพิ่มเติมก็ได้ โดยอาจให้ทำเป็นการบ้าน

8. การประเมินผล

8.1 ในการประเมินผลแต่ละตอน ครูอาจสร้างแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบฝึกหัดที่มีในคอมพิวเตอร์ช่วยสอน หรือครูสร้างขึ้นเองให้สอดคล้องกับจุดประสงค์นำทางของแต่ละตอน

8.2 ในการประเมินผลรวม ครูอาจใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หรือครูสร้างขึ้นเองให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ปลายทางทั้งสี่ข้อ

ภาคผนวก ก

คู่มือการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องสิทธิของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
สำหรับนักเรียน

คู่มือ

การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องสิทธิของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
สำหรับนักเรียน

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
1. บทนำ	1
2. จุดประสงค์ปลายทาง	1
3. จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน	2
4. อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	4
5. วิธีการใช้โปรแกรม	4
6. ข้อควรปฏิบัติสำหรับนักเรียน	6

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

1. บทนำ

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่นำเสนอในรูปแบบซีดีเรื่องลิมิตของฟังก์ชันนี้ มีเนื้อหาสอดคล้องตามเนื้อหาในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) การเรียนเนื้อหาทั้งหมดในโปรแกรมนี้จะต้องใช้เวลาประมาณ 8 คาบ ๆ ละ 50 นาที

2. จุดประสงค์ปลายทาง มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

2.1 บอกได้ว่าฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้มิลิมิตที่ a หรือไม่

2.2 หาขีดซ้ายของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

2.3 หาขีดขวาของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

2.4 หาขีดของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่ a (ถ้าหาค่าได้) เมื่อกำหนดจำนวนจริง a และกำหนดฟังก์ชัน f ให้ในรูปแบบ

(ก.) กราฟ

(ข.) สมการ

3. จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน มีรายละเอียดดังตาราง 1

ตาราง 1 จุดประสงค์นำทางและหัวข้อเนื้อหาของแต่ละตอน

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
<u>ตอน 1 นำเข้าสู่บทเรียนและบททวน</u> 1. เพื่อให้นักเรียนสามารถบอกถึงประโยชน์ของแคลคูลัสที่มีพื้นฐานสำคัญ คือ ลิมิตของฟังก์ชัน 2. เมื่อกำหนดความสัมพัทธ์ใน R ให้ในรูปกราฟหรือสมการ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันสามารถหาโดเมนของฟังก์ชันนั้นได้ <u>ตอน 2 ความหมายของลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้ายหรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตซ้ายที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร <u>ตอน 3 ความหมายของลิมิตขวาของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวาหรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา ฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a หรือไม่	1. ความสำคัญของวิชาแคลคูลัส ซึ่งมีลิมิตของฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญ 2. การทบทวนเกี่ยวกับฟังก์ชัน - การเป็นฟังก์ชัน - การหาโดเมนของฟังก์ชัน 1. การเข้าใกล้ทางด้านซ้าย 2. ลิมิตซ้ายของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริงให้ในรูปกราฟ 1. การเข้าใกล้ทางด้านขวา 2. ลิมิตขวาของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริงให้ในรูปกราฟ

ตาราง 1 (ต่อ)

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตขวาที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	
<u>ตอน 4 ความหมายของลิมิตของฟังก์ชัน</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	1. การเข้าใกล้จำนวนจริง 2. ลิมิตของฟังก์ชันเมื่อกำหนดฟังก์ชันและจำนวนจริง a ให้ในรูปกราฟ
<u>ตอน 5 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (1)</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร	เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการ 1. การทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณีดังกล่าว 2. การหา (ถ้ามี) ลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ที่ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้
<u>ตอน 6 ค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการ (2)</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1) ฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a หรือไม่ 2) ถ้าฟังก์ชัน f มีกรณี x เข้าใกล้ a ฟังก์ชัน f	เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการ 1. การทบทวนความหมายของการเข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ด้านขวา และทั้งสองด้านของฟังก์ชัน f ที่มีกรณีดังกล่าว

ตาราง 1 (ต่อ)

ตอน / จุดประสงค์นำทาง	หัวข้อเนื้อหา
มีลิมิตที่ a หรือไม่ 3) ถ้าฟังก์ชัน f มีลิมิตที่ a แล้วค่าลิมิตนั้นเป็นเท่าไร <u>ตอน 7 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต</u> เมื่อเรียนทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อจบแล้ว 1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบท 2) นักเรียนสามารถนำสมบัติเบื้องต้นของลิมิตของฟังก์ชันตามทฤษฎีบทไปใช้ <u>ตอน 8 การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันในรูป</u> <u>สมการ</u> เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y=f(x)$ และจำนวนจริง a ให้ในรูปสมการที่ซับซ้อน นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อช่วยในการหา (ถ้ามี) ค่าลิมิตของ f ที่ a	2. การหา (ถ้ามี) ลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชัน f ที่ a เมื่อกำหนดฟังก์ชัน f ที่ให้ในรูปสมการที่เขียนกราฟได้ยาก โดยพิจารณาจากตารางค่าของฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชัน ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน 10 ข้อ การใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตทั้ง 10 ข้อในการหา (ถ้ามี) ลิมิตของฟังก์ชันในรูปสมการทั้งที่สามารถใช้ทฤษฎีบทโดยตรงได้และใช้ทฤษฎีบทโดยตรงไม่ได้

4. อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้จะทำงานได้สมบูรณ์ จะต้องมียุคคอมพิวเตอร์ที่จำเป็นดังนี้

4.1 เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่ใช้ไมโครโปรเซสเซอร์ 80486 หรือที่มีสมรรถนะสูงกว่า พร้อมทั้งเป็นพิมพ์และเมาส์

4.2 แรม (Ram) อย่างน้อย 8 เมกะไบต์

4.3 ระบบซีดีรอม (CD-Rom)

4.4 ระบบปฏิบัติการ MS-DOS และ Microsoft Windows 3.11

4.5 จอภาพสีที่แสดงได้อย่างน้อย 256 สี

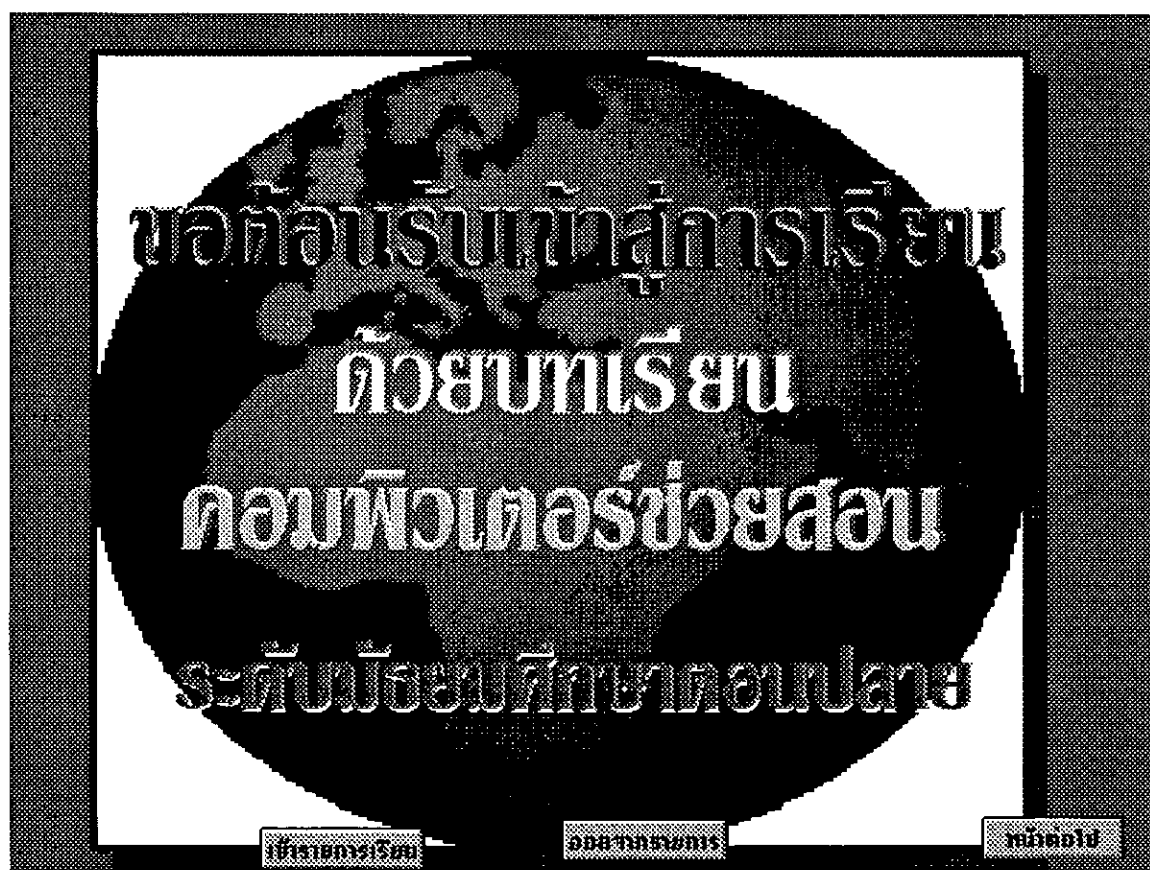
5. วิธีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

หลังจากเปิดเครื่องคอมพิวเตอร์ มีขั้นตอนดังนี้

5.1 วางแผ่นซีดีในช่องอ่านซีดี

5.2 ถ้าอยู่ใน C: $\geq$ ให้ย้ายอยู่ที่ D: $\geq$ ซึ่งเป็นระบบของซีดีโดยตรง

5.3 พิมพ์คำว่า "Run" แล้วกด "Enter" ก็จะเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทันที
โดยปรากฏรูปภาพหน้าแรก ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 รูปภาพหน้าแรก

ในหน้าแรกจะมีรายการให้เลือก 3 รายการ

- 1) ปุ่ม **เข้ารายการเรียน** เมื่อต้องการลัดเข้าสู่เนื้อหาและกิจกรรมเรียนของตอนต่างๆ จำนวน 8 ตอน โดยไม่ดูบางรายการ เช่น รายการจุดประสงค์ปลายทาง
- 2) ปุ่ม **ออกจากรายการ** เมื่อต้องการออกจากรายการ พื้นฐาน
- 3) ปุ่ม **หน้าต่อไป** เมื่อต้องการศึกษาหน้าที่เรียงต่อจากหน้าที่ปัจจุบัน

5.4 ในขณะที่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้อยู่ ถ้าต้องการออกจากการเรียนอย่างกระทันหัน ให้ใช้คำสั่ง **Alt** พร้อมกับ **F4** หรือคลิกเมาส์ที่ปุ่ม **ออกรายการ** แล้วตามด้วยคลิกเมาส์ที่ปุ่ม **จบการเรียน**

5.5 เมื่อจบการเรียนทุกครั้ง ให้ย้ายกลับไปอยู่ที่ $C:\geq$ และเก็บแผ่นซีดี แล้วจึงปิดเครื่อง

6. ข้อควรปฏิบัติสำหรับนักเรียน

6.1 นักเรียนควรศึกษาจุดประสงค์ปลายทางทุกข้อให้เข้าใจ ทั้งนี้เพราะเป็นเป้าหมายของการเรียนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ที่ต้องให้นักเรียนมีความรู้ ความสามารถต่าง ๆ ตามที่กล่าวไว้ในจุดประสงค์ปลายทางทั้งสี่ข้อ นักเรียนควรศึกษา ฝึกฝน เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์เหล่านั้นตามเกณฑ์ที่กำหนด

ก่อนการเรียนในแต่ละตอน จะมีการแจ้งจุดประสงค์นำทางให้นักเรียนทราบ จุดประสงค์นำทางมีไว้เพื่อให้นักเรียนได้ทราบว่า จะต้องมีความรู้ความสามารถในแต่ละตอนสำหรับเป็นพื้นฐานนำไปสู่การเรียนรู้ขั้นต่อไปอย่างไร นักเรียนควรศึกษาจุดประสงค์นำทางทุกข้อให้เข้าใจ และนักเรียนควรศึกษา ฝึกฝนเนื้อหาในแต่ละตอนเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์นำทางเหล่านั้นตามเกณฑ์ที่กำหนด

6.2 นักเรียนควรเรียนจากทุกเรื่องและทุกรายการที่ปรากฏด้วยความตั้งใจ พยายามทำความเข้าใจเนื้อหาโดยละเอียดด้วยความอดทน

6.3 ถ้านักเรียนมีปัญหาการใช้เครื่องหรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขณะเรียนให้ปรึกษาครูผู้สอนที่ควบคุมอยู่ นักเรียนอย่ากระทำการใด ๆ เกี่ยวกับเครื่องหรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ นอกเหนือจากที่มีระบุไว้ในโปรแกรมโดยลำพังเพราะอาจเกิดการเสียหายได้

6.4 ในการเรียนเป็นคาบแรก นักเรียนควรเรียนจากทุกเรื่องและทุกรายการที่ปรากฏ โดยเมื่อต้องเรียนหน้าต่อไปให้นักเรียนคลิกเมาส์ที่ปุ่มรายการ **หน้าต่อไป** ซึ่งอยู่มุมขวาล่างเสมอ

ในการเรียนเป็นคาบหลัง ๆ เมื่อนักเรียนเข้าสู่หน้าแรกของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แล้วให้
เลือกใช้รายการ เข้ารายการเรียน เพื่อคัดเข้าสู่รายการเนื้อหาและกิจกรรมเรียนของตอนต่าง ๆ ได้

6.5 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เพื่อประโยชน์
ของตนเอง

6.6 นักเรียนควรบันทึกสาระสำคัญต่าง ๆ ในบันทึกความจำส่วนตัวเพื่อไว้ทบทวนและ
ตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง

6.7 นักเรียนควรทำแบบฝึกหัดในแต่ละหัวข้อเนื้อหาจากความเข้าใจของตนเองให้ครบ
ทุกข้อ แล้วดูผลประเมินการเรียน ถ้าได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 60 นักเรียนควรเรียนซ้ำหัวข้อนั้นอีก
จนกว่าจะสามารถทำคะแนนเพิ่มขึ้น จนได้อย่างต่ำร้อยละ 60 จึงเรียนเรื่องต่อไป ทั้งนี้ นักเรียนควร
เรียนซ้ำหรือทบทวน จนสามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องหมดหรือเกือบหมดทุกข้อ

6.8 นักเรียนควรทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียน หรือหนังสืออื่น ๆ เพิ่มเติม เพื่อประโยชน์
ของตนเอง

6.9 นักเรียนควรเข้าเรียนให้ครบทุกตอน และถ้านักเรียนเรียนไม่ทัน ให้นักเรียนหาเวลาว่าง
เพื่อใช้เวลาว่างมาเรียนให้ครบ

6.10 นักเรียนควรรับผิดชอบตนเองมาเรียนตามตารางที่กำหนดหรือตามการจัดเวลาของ
ครูผู้สอน

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ	นายบุญญา เพียรสวรรค์
เกิด วันที่	31 พฤษภาคม พ.ศ. 2496
สถานที่เกิด	บ้านเลขที่ 32 ตลาดอาหารสุก อ.สวรรคโลก จ.สุโขทัย
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ตำแหน่ง	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระดับ 8
ประวัติการศึกษา	
ปี พ.ศ. 2506	จบการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาลเมืองสวรรคโลก อ.สวรรคโลก จ.สุโขทัย
ปี พ.ศ. 2509	จบการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โรงเรียนเทศบาลเมืองสวรรคโลก อ.สวรรคโลก จ.สุโขทัย
ปี พ.ศ. 2512	จบการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสวรรควิทยา อ.สวรรคโลก จ.สุโขทัย
ปี พ.ศ. 2514	จบการศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา วิทยาลัยครูพิบูลสงคราม จ.พิษณุโลก
ปี พ.ศ. 2516	จบการศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง (คณิตศาสตร์) วิทยาลัยครูพิบูลสงคราม จ. พิษณุโลก
ปี พ.ศ. 2518	จบการศึกษาปริญญาการศึกษามัธยมศึกษา (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก
ปี พ.ศ. 2521	จบการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ปี พ.ศ. 2540	จบการศึกษาปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	167/47 หมู่ 7 ต.ท่าโพธิ์ อ.เมือง จ.พิษณุโลก (ข้างมหาวิทยาลัยนเรศวร)

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

บทคัดย่อ
ของ
บุญญา เพียรสวรรณค์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา
มีนาคม 2540

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนระบบมัลติมีเดียวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 2) ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยวิธีสอนปรกติ แต่ละกลุ่มจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้มาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก ปีการศึกษา 2539 ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มตัวอย่างสำหรับการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จำนวน 42 คน และกลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนจำนวน 60 คน ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 10 คน ผู้วิจัยได้พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามขั้นตอนการพัฒนา 14 ขั้นที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นตามแนวคิดของอเลกซีและทรอลลิป แนวคิดของแฮนนาฟินและเพค และแนวคิดของเคมพ์ โดยกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไว้ไม่ต่ำกว่า 70/70 หลังจากนั้นได้ศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยให้กลุ่มทดลอง เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยตนเองที่ไม่มีครูผู้สอน และกลุ่มควบคุม เรียนโดยวิธีสอนปรกติจากครูผู้สอน ทั้งสองกลุ่มเรียนในเนื้อหาเดียวกัน ในช่วงเวลาเดียวกัน เป็นจำนวน 8 คาบ ทั้งสองกลุ่มไม่มีการสอนซ่อมเสริมเนื้อหานอกเวลาเรียน หลังการเรียนครบ 8 คาบแล้วจึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้จากทั้งสองกลุ่มไปวิเคราะห์ โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง และทำการเปรียบเทียบรายคู่ของกลุ่มย่อยโดยวิธีทดสอบ LSD

ผลการวิจัย ปรากฏว่า

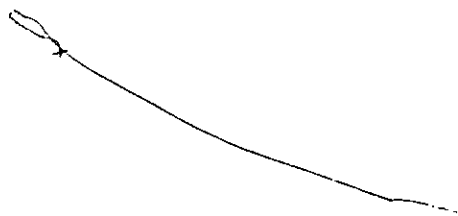
- 1) ได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนระบบมัลติมีเดียเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเอง โดยมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70
- 2) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05
- 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องลิมิตของฟังก์ชันระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม
- 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องลิมิตของฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างกันคือ ต่ำ ปานกลาง และสูง แต่ละคู่มีความแตกต่างกันที่ระดับความมีนัย

สำคัญ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงกว่า จะสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำกว่า และเมื่อเปรียบเทียบเป็นรายคู่ตามระดับความสามารถ โดยวิธีทดสอบ LSD ก็ยังพบว่า คะแนนเฉลี่ยของทุกคู่มีความแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05

จากผลการวิจัยดังกล่าวข้างต้น ทำให้ได้ข้อสรุปว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน น่าจะสามารถใช้สอนแทนครูในด้านเนื้อหา หรือใช้เสริมการเรียนรู้เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้

**COMPUTER - ASSISTED INSTRUCTION ON LIMITS OF FUNCTIONS
IN THE UPPER SECONDARY LEVEL**

**AN ABSTRACT
BY
BOONYA PIANSAWAN**



Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Doctor of Education degree in Mathematics Education
at Srinakarinwirot University

March 1997

The purposes of this study were 1) to develop a computer - assisted instructional multimedia program (CAI) to assist upper secondary school students to study a lesson on "Limits of Functions", and 2) to examine the effects of the said CAI on student learning in the following areas : the interaction between different instructional methods (i.e. the CAI approach and the traditional instructional method) and the mathematical ability levels of students (high , medium , and low); learning achievement in mathematics of students taught using the CAI approach and that of students taught by the traditional instructional method ; and learning achievement in mathematics of students based on their mathematical abilities.

The subjects consisted of two batches of upper secondary school students (M.5) studying at Chalermkwansatree School, Phitsanulok , during the academic year 1996. The first batch, consisting of 42 students, was employed in the development of the CAI. The second batch divided into a treatment group and a control group, each with 30 students, was employed in the actual study on the effects of the CAI on student learning of mathematics. Both the treatment and the control groups each consisted of 10 students with high mathematical ability, 10 students with average mathematical ability, and 10 students with low mathematical ability.

The production of the CAI followed the 14 step procedure developed and modified from Alessi and Trollip's, Hannafin and Peck's and Kemp's concepts. The criteria for the efficiency level of the CAI were set at 70/70.

The treatment group was taught using the CAI approach and the control group was taught by the traditional instructional method. Both groups concurrently met for 8 of fifty minutes sessions, studying the lessons on the same topics. No remedial or tutorial sessions were given to both groups of subjects. An achievement test, constructed by the researcher, was administered;

the data were then subject to a two - way analysis of variance and to make multiple comparisons by using the LSD method.

The findings were as follows:

1. The CAI on "The Limits Functions" with an efficiency level higher than the 70/70 criteria was produced.
2. No significant interaction between instructional methods and mathematical abilities of students was found at the level of .05 .
3. Significant differences in the mathematics learning achievement of students in the treatment group and that of students in the control group were found to exist at the level of .05 , with students in the treatment group having higher achievement mean scores than those in the control group.
4. Students with different mathematical abilities differed significantly in their mathematics learning achievement at the level of .05 , with higher mathematical ability students having higher achievement mean scores than lower mathematical ability students.

From the findings above, it was concluded that the CAI on "The Limits Functions" could be successfully used to replace the teacher in teaching or tutoring the upper secondary school students in studying the content of the lesson on the limits of functions.