

519 56

ว 864 ก

9.2

การศึกษาข้อได้เปรียบของวิธีการทางสถิติเบย์เขียนในการทดสอบสมมติฐาน
เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่มีค่าการกระจายแตกต่างกัน

ปริญญานิพนธ์

ของ

อุษาพร เสวกวิ

27 พ.ธ. 2534

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปดศ สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร

พฤษภาคม 2533

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

174747

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบข้อพิจารณาปริญญาโทฉบับนี้แล้ว เห็นสมควร
รับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปดชิต สาขาการวิจัยและพัฒนา
หลักสูตร ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการควบคุม

.....ประธาน
(คร. โกวิท ประวาลพฤษ์)
.....กรรมการ
(ศ.ดร. สำเริง บุญเรืองรัตน์)
.....กรรมการ
(รศ.ดร. ไพศาล หวังพานิช)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน
(คร. โกวิท ประวาลพฤษ์)
.....กรรมการ
(ศ.ดร. สำเริง บุญเรืองรัตน์)
.....กรรมการ
(รศ.ดร. ไพศาล หวังพานิช)
.....กรรมการ
(ดร. ชูศักดิ์ ชัมภลชิต)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญาโทฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปดชิต สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศ.ดร. สมพร บัวทอง)

วันที่ 20 เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2533

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความเมตตาจากอาจารย์คร. โกวิท ประวาลพุกษ์
ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา และชี้แนะแนวทางแก้ปัญหาตลอดระยะเวลาของการดำเนินการวิจัยด้วย
วิญญานของความเป็นครูอย่างแท้จริง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

กราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์คร. สำเริง บุญเรืองรัตน์ และ รองศาสตราจารย์
คร. ไพศาล หวังพานิช ที่ได้กรุณาดูแลและให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์คร. ชูศักดิ์ ชัมภลลิขิต ที่ได้กรุณาเป็นกรรมการสอบภายนอก
ที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

กราบขอบพระคุณอาจารย์บัณฑิต กลิ่นเกษร ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาและชี้แนะแนวทางใน
การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

กราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสำนักบริการทางวิชาการและทดสอบ สถาบันเทคโนโลยี
ราชมงคล ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกแก่ผู้วิจัยในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เพื่อ
การประมวลผลอันเป็นเครื่องมือที่สำคัญยิ่งสำหรับการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคุณเจ้าหน้าที่
ฝ่ายปฏิบัติการของศูนย์คอมพิวเตอร์ สำนักบริการทางวิชาการและทดสอบที่อำนวยความสะดวกและ
ให้บริการ

อุษาพร เสวกวิ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	8
สมมติฐานของการวิจัย	9
ขอบเขตของการวิจัย	9
คำนิยามศัพท์เฉพาะ	10
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากวิจัย	15
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	16
ความรู้เชิงทฤษฎีของสถิติเบย์เซียน	16
การอ้างอิงจากสถิติเบย์เซียน	16
ทฤษฎีของเบย์สำหรับตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง	21
ทฤษฎีของเบย์สำหรับตัวแปรต่อเนื่อง	23
การสร้างการกระจายก่อนการทดลอง	28
การกระจายหลังการทดลอง	35
การประมาณค่าพารามิเตอร์	36
การทดสอบสมมติฐาน	39
การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรโดยใช้สถิติเบย์เซียน	43
การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเพียงกลุ่มเดียว	45
การอ้างอิงเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม	49
วิธีการมอนติคาร์โล	60

3	วิธีดำเนินการวิจัย	64
	ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย	65
	รายละเอียดของการดำเนินการวิจัยแต่ละขั้นตอน	67
	การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนด	67
	การสร้างตัวเลขสุ่ม	67
	การแปลงตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงและค่าเฉลี่ยตามที่กำหนด	67
	การตรวจสอบตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นตามค่าพารามิเตอร์ตามที่กำหนด	70
	การนำตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นในแต่ละเงื่อนไขเข้าคำนวณ	72
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	86
	การสร้างตัวเลขสุ่ม	87
	การแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงตามที่ต้องการ	88
	ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1	88
	ค่าอำนาจของการทดสอบ	104
5	สรุปและอภิปรายผล	119
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย	119
	วิธีดำเนินการวิจัย	119
	ผลการวิจัย	120
	อภิปรายผลการวิจัย	122
	ข้อเสนอแนะ	124
บรรณานุกรม		125
ภาคผนวก		
	ภาคผนวก ก. สูตรในการคำนวณค่าสถิติและการสร้างการกระจายหลังการทดลองของ	
	สถิติเบย์เซียน	128

ภาคผนวก ข. ตัวอย่างโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย	138
ภาคผนวก ค. การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม (Sampling distribution of difference between two means)	186

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในการทดสอบสถิติแบบ สองทางในประชากรที่มีการแจกแจงและความแปรปรวนต่าง ๆ กัน	5
2 ค่าพารามิเตอร์ของแต่ละประชากรในแต่ละกรณีของการศึกษา	78
3 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่	90
4 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่	92
5 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่	94
6 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจาย หลังการทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	96
7 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การ กระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	97
8 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลัง การทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	99
9 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลัง การทดลองเป็นแบบสมมาตร (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	100

10	ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	102
11	ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	103
12	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่	105
13	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่	107
14	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่	109
15	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	111
16	ค่าอำนาจการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	112
17	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	114
18	ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	115

19	คำอ่านางของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคั้เบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสม้าเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคั้เบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	117
20	คำอ่านางของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคั้เบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสม้าเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม้าเสมอ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)	118

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 การแจกแจงของประชากรที่สร้างขึ้น	188
2 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ	190
3 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ	197
4 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ	204
5 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ ..	211
6 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ	218
7 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้ สถิติ	225
8 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน	232
9 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ..	239
10 การแจกแจงของผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่ ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน	246
11 การแจกแจงผลต่าง ของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการ แจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ เบย์เซียน และกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ	253

- 12 การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล 260
- 13 การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ 267
- 14 การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร 274
- 15 การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน และกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล 281
- 16 การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน และกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร .. 287

บทนำ

ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

ในการศึกษาปรากฏการณ์ใด ๆ ในทางสังคมศาสตร์ หรือทางวิทยาศาสตร์ การศึกษาที่น่าปรารถนาที่สุดคือ การได้ข้อมูลมาจากหน่วยทั้งหมดของเหตุการณ์นั้น แต่ในทางปฏิบัติแล้วการศึกษาให้ครบทุกหน่วยย่อมไม่สามารถจัดทำได้ อันเนื่องมาจากข้อจำกัดของเวลา และทรัพยากรอื่น ๆ เช่น กำลังคน ทุน (Capital) เป็นต้น จึงจำเป็นต้องใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากรมาทำการศึกษาแทน แต่จุดมุ่งหมายที่แท้จริงของการศึกษาก็เพื่อต้องการทราบลักษณะของประชากรทั้งหมด ไม่ใช่ศึกษาลักษณะของกลุ่มตัวอย่าง เท่านั้น จึงจำเป็นต้องมีการอนุมาน (Inference) จากค่าสถิติ (Statistic) ของกลุ่มตัวอย่างไปหาค่าพารามิเตอร์ (Parameter) ของประชากร วิธีการทางสถิติดังกล่าวเรียกว่า สถิติอนุมาน (Inferential statistics) จึงอาจจะกล่าวได้ว่าการออกแบบการวิจัยนอกจากผู้วิจัยจะต้องมีความสามารถในการออกแบบการวิจัยที่ดี และมีความเข้าใจในเรื่องที่จะศึกษา ตลอดจนลักษณะข้อมูลที่เกี่ยวข้อง เพื่อการสรุปผลของการตอบปัญหาการวิจัยได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลแล้ว ยังต้องขึ้นอยู่กับเทคนิคในการวางแผนการวิเคราะห์ทางสถิติอีกด้วย การเลือกใช้วิธีการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสมเป็นความสามารถของผู้วิจัยซึ่งจะทำให้การสรุปผลมีความถูกต้องและเหมาะสมกับเงื่อนไขต่าง ๆ

[การวิจัยเชิงทดลอง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางสังคมศาสตร์ ส่วนมากมักจะเผชิญกับปัญหาในการเลือกใช้สถิติเพื่อทำการวิเคราะห์และทดสอบข้อมูลของงานวิจัยให้สมบูรณ์แบบ กล่าวคือ มักจะประสบปัญหาว่าข้อมูลที่มีอยู่ไม่สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของสถิตินั้น ๆ จึงทำให้เกิดทางเลือกกับผู้วิจัยว่า ยังคงใช้สถิติที่นั้นทดสอบโดยยอมผ่านข้อตกลงเบื้องต้น หรือจะเลือกใช้วิธีการทดสอบแบบอื่นทดแทน เช่น ใช้การทดสอบนอนพารามิเตอร์ (Nonparametric)] หรือการทดสอบแบบอิสระวิวัฒนาการ (Distribution-free test) ซึ่งสามารถจะนำมาใช้ทดสอบโดยไม่ต้องมี

ข้อตกลงเบื้องต้น [แต่เนื่องจากการทดสอบดังกล่าวเป็นการทดสอบที่มีอำนาจ (Power of test) ในการทดสอบค่า (Steger. 1971 : 311) และการใช้สถิติทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical test statistic) มีพื้นฐานความเชื่อว่า การกระทบหรือฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นจะมีผลกระทบเพียงเล็กน้อยต่อการแจกแจงแบบสุ่มของค่าสถิติในการทดสอบ (Sampling distribution of the test statistic) (ไปрма พจนพิมล. 2526 : 1) จึงมีผลทำให้นักวิจัยพยายามอ้างเหตุผลในการเลือกใช้สถิติให้สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติตัวนั้น หรือใช้สถิตินั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยไม่สนใจหรือเพิกเฉยในความผิดพลาดของข้อตกลงเบื้องต้นนั้นเสีย]

สำหรับการวิจัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม มีสถิติที่สามารถนำมาใช้ทำการทดสอบ ได้แก่ การทดสอบค่าซี (Z-test) และการทดสอบค่าที (T-test) ซึ่งการทดสอบค่าซีจะนำมาใช้ก็ต่อเมื่อทราบความแปรปรวนของประชากร แต่ในทางปฏิบัติแล้ว มักไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร จึงต้องใช้การทดสอบค่าที ซึ่งการทดสอบค่าทีนั้น วิลเลียม กอสเสต (William Gosset) ชาวอังกฤษเป็นผู้สร้างสถิตินี้ขึ้น โดยใช้นามแฝงว่า สติวเดนต์ (Student) ในปี ค.ศ. 1908 ต่อมา เซอร์โรนัลด์ เอ ฟิชเชอร์ (Sir Ronald A Fisher) ได้เป็นผู้ปรับปรุงแก้ไขและเน้นบทบาทของการใช้สถิติที่ทดสอบ จึงให้ชื่อการแจกแจงของค่าสถิติแบบนี้ว่า การแจกแจงทีของฟิชเชอร์ (Fisher's t distribution) หรือบางครั้งเรียกว่า การแจกแจงที (Distribution of t) ดังนั้น การทดสอบแบบนี้จึงเรียกว่า การทดสอบโดยวิธีของฟิชเชอร์ (Fisherian approach) ซึ่งลักษณะการแจกแจงตามทฤษฎีของค่าสถิติก็คือ โท่งการแจกแจงมีลักษณะสมมาตรและเป็นรูประฆังคว่ำ (Bell-shaped) มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $t = 0$ มีค่ามัธยฐานเลขคณิต (Mean) ค่ามัธยฐาน (Median) และค่าฐานนิยม (Mode) ของการแจกแจงมีค่าเท่ากันคือ เท่ากับศูนย์ ค่าควอไทล์ (Quartile) ที่ 1 และควอไทล์ที่ 3 ของการแจกแจงที่ห่างจากมัธยฐานเป็นระยะเท่ากัน ความน่าจะเป็นสะสมหรือพื้นที่ภายใต้โค้งของการแจกแจงทั้งหมดเท่ากับ 1 การแจกแจงมีความแปรปรวนเท่ากับ $n/n-2$ เมื่อ n คือ ชั้นของความเป็นอิสระ (Degrees of freedom) บูโน (C Alan Boneau) กล่าวว่า การใช้สถิติเพื่อการทดสอบมีข้อตกลงเบื้องต้น 3 ข้อคือ (Steger. 1971 : 312)

1. ลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ (Sampling from normal distribution)
2. ความแปรปรวนของการกระจายของประชากรทั้งสองเท่ากัน (Homogeneity of variance)
3. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน (Independent error)

[ซี เอเลญูโน กล่าวอีกว่า ข้อตกลงเบื้องต้นที่จะมีอิทธิพลต่อการทดสอบที่มากที่สุดคือ ข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นปกติ และความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร ส่วนในเรื่องความเป็นอิสระของกลุ่มตัวอย่างจะมีอิทธิพลต่อการทดสอบที่น้อย (Steger. 1971 : 312)] และในการปฏิบัติจริง กรณีต้องการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม พบว่าผู้วิจัยมักไม่ทราบลักษณะการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร ทั้งสองกลุ่มว่าเท่ากันหรือไม่ โดยผู้วิจัยมักจะกำหนดข้อตกลงในการวิจัยของตนในเบื้องต้นว่า ความแปรปรวนของทั้งสองกลุ่มเท่ากัน และประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ทั้ง ๆ ที่มีได้ทำการทดสอบมาก่อนเลย ทั้งนี้จึงเป็นการเสี่ยงต่อการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบค่าสถิติที่ถึงแม้ว่า เวลช์ (Welch) จะได้เสนอวิธีการทดสอบค่าสถิติที่ในกรณีที่ประชากรมีค่าความแปรปรวนต่างกัน ในปี ค.ศ. 1974 แล้วก็ตาม โดยวิธีการของเวลช์ใช้การปรับแก้สูตรและหาชั้นของความอิสระ (Degrees of freedom) ใหม่ แต่ก็ยังมีปัญหาเนื่องจากการกระจายค่าที่ดังกล่าวมิใช่เป็นการกระจายแบบที่อย่างแท้จริง เป็นเพียงการประมาณค่าให้ใกล้เคียงกับการกระจายแบบที่เท่านั้น

ปี ค.ศ. 1960 ซี เอเลญูโน ได้ทำการศึกษาถึงผลของการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้วิธีการมอนติคาโล (Steger. 1971 : 311-328) ทำการสุ่มตัวอย่างจากประชากรจำนวนมาก แล้วนำค่าที่ได้มาสร้างการกระจายของค่าที่ได้แล้วศึกษาถึงความคลาดเคลื่อนของค่าที่ในกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นใน 3 กรณีคือ

1. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติ (Normal distribution) แต่ค่าความแปรปรวนและขนาดของกลุ่มตัวอย่างแตกต่างกัน

2. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่มีการกระจายแบบไม่ปกติ แต่กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีลักษณะการกระจายประเภทเดียวกัน

3. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมาจากประชากรที่แตกต่างกัน

เมื่อสร้างการกระจายของค่าที่คำนวณได้แล้ว ก็จะนำไปเปรียบเทียบกับ การกระจายค่าที่ตามทฤษฎีเพื่อพิจารณาถึงความคลาดเคลื่อน (α) ของค่าที่คำนวณได้ว่าจะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนดไว้ให้ $\alpha = 0.05$ ผลการศึกษาพบว่า ทั้งลักษณะการกระจายของประชากร ค่าความแปรปรวนและขนาดของกลุ่มตัวอย่าง มีผลทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนแตกต่างไปจากค่าทางทฤษฎี ดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในการทดสอบสถิติแบบสองหางในประชากรที่มีการแจกแจงและความแปรปรวนต่าง ๆ กัน

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1	
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	ปกติ	1	5	ปกติ	1	5	.053	.009
2	ปกติ	1	15	ปกติ	1	15	.040	.008
3	ปกติ	1	5	ปกติ	1	15	.040	.006
4	ปกติ	1	5	ปกติ	4	5	.064	.018
5	ปกติ	1	15	ปกติ	4	15	.049	.011
6	ปกติ	1	5	ปกติ	4	15	.010	.001
7	ปกติ	4	5	ปกติ	1	15	.160	.060
8	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	5	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	5	.031	.003
9	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	15	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	15	.040	.004
10	สมมาตร	1	5	สมมาตร	1	5	.051	.010
11	สมมาตร	1	15	สมมาตร	1	15	.050	.015
12	สมมาตร	1	5	สมมาตร	4	5	.071	.019
13	ปกติ	1	5	สมมาตร	1	5	.056	.010
14	ปกติ	1	15	สมมาตร	1	15	.056	.010
15	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	5	ปกติ	1	5	.071	.019
16	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	15	ปกติ	1	15	.051	.014
17	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	25	ปกติ	1	25	.046	.013
18	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	5	สมมาตร	1	5	.064	.033
19	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	15	สมมาตร	1	15	.056	.016
20	เอ็กซ์โพเนนเชียล	1	5	เอ็กซ์โพเนนเชียล	4	5	.083	.017

จากการศึกษาของบูโน จะเห็นว่าถ้ามีการผ่านข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบค่าสถิติที่จะมีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ข้อมูล ทั้งทางด้านการผ่านทางด้านลักษณะการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร โดยเฉพาะใน 3 กรณีคือ กรณีที่ประชากรทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนไม่เท่ากันและกลุ่มตัวอย่างมีขนาดแตกต่างกัน และกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนมาก และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนน้อย ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุดคือ $\alpha = 0.160$ ในขณะที่ค่าทางทฤษฎีเป็น $\alpha = 0.05$ (จากตารางลำดับ 7) กรณีที่ 2 คือในกรณีที่ถึงแม้ว่ากลุ่มตัวอย่างจะมีการแจกแจงเหมือนกัน กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากันแต่มีขนาดเล็ก ($n = 5$) และความแปรปรวนต่างกัน จากตารางลำดับที่ 4, 12 และ 20 ซึ่งทำให้ความคลาดเคลื่อนเป็น 0.064, 0.071 และ 0.83 ส่วนในกรณีสุดท้ายคือกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงต่างกัน ขนาดของกลุ่มตัวอย่างเท่ากันแต่มีขนาดเล็ก ($n = 5$) และความแปรปรวนเท่ากัน จากตารางลำดับที่ 15 และ 18 ซึ่งทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเป็น 0.071 และ 0.064

ดังนั้น เพื่อให้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ให้มีความเที่ยงตรงและแม่นยำสูงขึ้น จึงเกิดมีสถิติที่แตกต่างไปจากสถิติแบบเดิม หรือสถิติคลาสสิกอล โดยเป็นสถิติที่ไม่ต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นใด ๆ ของการทดสอบ (Box and Tiao, 1973 : 149) รวมทั้งเป็นสถิติที่เริ่มเข้ามามีบทบาททางธุรกิจและทางสังคมศาสตร์มากขึ้น ซึ่งสถิติดังกล่าวเรียกว่า สถิติเบย์เซียน (Bayesian statistics) วิธีการสถิติเบย์เซียนนั้นเป็นวิธีการที่แตกต่างไปจากสถิติแบบเดิม เนื่องจากเป็นวิธีการที่รวบรวมเอาหลักปรัชญาทฤษฎี หรือข้อมูลอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่จะทดสอบซึ่งมีอยู่แล้ว ก่อนการทดสอบเรียกว่า ข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) และได้ศึกษาความน่าจะเป็นของข้อมูลเริ่มแรกในรูปความเชื่อ (Degree of belief) ของค่าพารามิเตอร์ แล้วสร้างเป็นการกระจายค่าความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ เรียกว่า การกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) และใช้ทฤษฎีบททางสถิติคือ ทฤษฎีของเบย์ (Bayes' theorem) เพื่อรวมข้อมูลจากการกระจายก่อนการทดสอบเข้ากับข้อมูลที่ศึกษาได้จากกลุ่มตัวอย่าง แล้วสร้างแบบการกระจายของข้อมูลใหม่ เรียกว่า แบบการกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution)

ซึ่งเป็นการกระจายความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษา แล้วจึงทำการประมาณค่าความน่าจะเป็นของค่าพารามิเตอร์จากการกระจายหลังการทดลอง

จุดเด่นที่สำคัญของ เบย์เซียนอีกประการหนึ่งก็คือ การประยุกต์ใช้สถิติเบย์เซียนสามารถทำได้มากกว่าสถิติแบบเดิม ตัวอย่างในกรณีการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อไม่ทราบว่าคุณสมบัติของประชากรและสมมติว่ามีค่าไม่เท่ากัน (Unknown variance and assume unequal) ในสถิติแบบเดิมหรือสถิติคลาสสิกนั้น ถึงแม้ว่า เวลช์ จะได้พัฒนาวิธีการทดสอบค่าที่แล้วก็ตาม แต่ก็ยังมีปัญหาในการทดสอบค่าที่ดังกล่าวข้างต้น ส่วนในสถิติเบย์เซียนนั้นสามารถสร้างการกระจายค่าความน่าจะเป็นของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยได้ และใช้ขั้นตอนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การอินทิเกรต (Integration) เพื่อขจัดค่าตัวแปร ความแปรปรวน ซึ่งถือว่าเป็นตัวแปรรบกวน (Nuisance variable) ออกไปได้แล้วจึงศึกษาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยจากการกระจายความน่าจะเป็นนั้น จึงนับได้ว่าสถิติเบย์เซียนมีประโยชน์ที่กว้างขวางกว่าสถิติแบบเดิม (Iversen. 1984 : 73)

มอสเทลเลอร์และวอลล์ (Masteller and Wallace) (Tanur. 1972 : 114-165) ทำการทดลองใช้สถิติหลาย ๆ ประเภทตรวจสอบเอกสารที่สงสัยว่าใครเป็นผู้เขียนที่แท้จริง พบว่า การใช้สถิติเบย์เซียนเพื่อสร้างรูปแบบของความน่าจะเป็น (Probability model) เพื่อแสดงถึงความแปรเปลี่ยนของอัตราการใช้คำ ซึ่งได้แก่คำเชื่อมประโยคที่นักเขียนแต่ละคนใช้ ซึ่งทำให้เห็นความแตกต่างของนักเขียนแต่ละคน และทำให้ตัดสินใจได้ว่าผู้เขียนเอกสารดังกล่าวเป็นใคร ผลที่ได้มีความชัดเจนกว่าการใช้สถิติแบบอื่น ๆ ต่อมา นอร์วิกและแจกสันได้ทำการทดลองใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เปรียบเทียบกับการทดสอบแบบเดิม โดยทำการทดลองในกรณีที่ไม่มีค่าผิดพลาดเบื้องต้นของการทดสอบแบบเดิม ผลการทดลองก็จะพบว่า การใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ...จะให้ผลการทดสอบคมชัดกว่าการทดสอบแบบเดิม (Novick and Jackson. 1974 : 243-255)

นอกจากนี้ บ็อก ได้ทำการศึกษาถึงการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย โดยใช้ข้อมูลของคาร์วิน (Darwin) ซึ่งทำการทดลองเพื่อศึกษาผลต่างของความสูงของพืชที่มีการผสมพันธุ์ภายในพันธุ์เดียวกันและผสมข้ามพันธุ์ (Self and cross fertilization) พบว่าในการทดสอบความแตกต่าง

โดยใช้สถิติที่ไม่เหมาะสมเนื่องจากพบว่าการแจกแจงของประชากรมีลักษณะเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) และเขาได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ถ้าพบว่าประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบไม่ปกติ หรือยังมีความไม่แน่ใจเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรแล้ว ควรจะใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบแทนการใช้สถิติที่ทดสอบ เพราะถ้าใช้สถิติที่ทดสอบจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบมากกว่าการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ (Box and Tiao, 1973 : 152-165)

จากผลการวิจัยดังกล่าวข้างต้นพบว่า การใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยจะให้ผลคมชัดกว่าการทดสอบแบบเดิม ในกรณีปกติและกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงแบบปกติของประชากร แต่สำหรับในกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงประชากร และความแปรปรวนของประชากรยังไม่ได้มีการทดลองนำสถิติเบย์เขียนไปทดสอบ ผู้วิจัยจึงมีความต้องการที่จะทำการศึกษาค่าการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ในกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นทั้งในเรื่องลักษณะการแจกแจงและความแปรปรวนของประชากร และเป็นกรณีที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสถิติที่มาก ๆ 3 กรณี ได้แก่ กรณีแรกประชากรมีการแจกแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนไม่เท่ากัน กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนมาก และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนน้อย กรณีที่สองประชากรมีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากันและกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก โดยกำหนดเงื่อนไขของการศึกษาค้นคว้านี้คือ การกำหนดให้มีลักษณะการแจกแจงของประชากร 3 ลักษณะ คือ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ และการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล (Double exponential distribution) อัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม ศึกษา 2 ระดับ คือ 1 : 3 และ 1 : 5 ส่วนขนาดของกลุ่มตัวอย่างจะศึกษากลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดกลางคือ 20, 14 และ 8

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาในกรณีที่ประชากรทั้งหมดมีการกระจายแตกต่างกัน กล่าวคือประชากรมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน และจะสุ่มกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

จากประชากรที่มีความแปรปรวนสูง สุ่มกลุ่มตัวอย่าง ขนาดใหญ่จากประชากรที่มีความแปรปรวนต่ำ โดยการวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์และสมมติฐานของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของการทดสอบระหว่าง วิธีการทดสอบของสถิติแบบ เดิม และ วิธีการทดสอบของสถิติเบย์เซียนในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
2. เพื่อเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบระหว่าง วิธีการทดสอบของสถิติแบบ เดิม และ วิธีการทดสอบสถิติเบย์เซียนในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

สมมติฐานของการวิจัย

1. การทดสอบด้วยวิธีการของสถิติเบย์เซียนจะให้ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ใกล้เคียงกับค่าทฤษฎีมากกว่าการทดสอบด้วยวิธีการของสถิติแบบ เดิม
2. การทดสอบด้วยวิธีการของสถิติเบย์เซียนจะให้ค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกับค่าตามทฤษฎีมากกว่าการทดสอบด้วยวิธีการของสถิติแบบ เดิม

ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษานายได้ขอบเขตต่าง ๆ ดังนี้

1. การวิจัยครั้งนี้ศึกษาตัวแปร ดังนี้
 - 1.1 ตัวแปรตาม ได้แก่ ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบจากการทดสอบด้วยสถิติเบย์เซียนและสถิติแบบ เดิม
 - 1.2 ตัวแปรอิสระ หมายถึง ค่าการกระจายของประชากร ซึ่งได้แก่ ลักษณะของการแจกแจงของประชากร ความแปรปรวนของประชากร ขนาดของกลุ่มตัวอย่างและแบบของการทดสอบ

ข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) หมายถึง ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ก่อนที่จะมีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งข้อมูลดังกล่าวอาจจะได้มาจากทฤษฎีหรืองานวิจัยที่มีมาก่อนการทดลอง (Iversen. 1984 : 60)

ความน่าจะเป็นเริ่มแรก (Prior probability) หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่ผู้วิจัยมีต่อค่าพารามิเตอร์ก่อนที่จะได้มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งความน่าจะเป็นจะอยู่ในรูปความเชื่อ (Degree of belief) ที่มีต่อค่าพารามิเตอร์ โดยการสร้างความน่าจะเป็นนี้จะอาศัยข้อมูลที่มีอยู่หรือข้อมูลเริ่มแรกนั่นเอง (Hays. 1970 : 445)

การกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นเริ่มแรกเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ก่อนที่จะได้มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง (Novick and Jackson. 1974 : 137)

โลทลิชคฟังก์ชัน (Likelihood function) หมายถึง ฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างที่มีรูปแบบของการกระจายความน่าจะเป็นเดียวกัน (Novick and Jackson. 1974 : 132-133)

การกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution) หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่เกิดจากการที่ได้มีการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ทฤษฎีของเบย์ที่จะรวมความน่าจะเป็นเริ่มแรกและโลทลิชคฟังก์ชันเข้าด้วยกัน แล้วสร้างเป็นการกระจายค่าความน่าจะเป็นหลังการทดลองของค่าพารามิเตอร์ (Novick and Jackson. 1974 : 137)

การกระจายแบบปกติ หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรที่มีลักษณะสมมาตร (Symmetry) กล่าวคือจะมีค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม มีค่าเท่ากัน และเป็นจุดศูนย์กลางของโค้ง เป็นโค้งที่มีจุดยอดเพียงจุดเดียว (Unimodal) โดยค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรหาได้จากฟังก์ชัน

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2} \right] \quad -\infty < x < \infty$$

μ, σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากร

การแจกแจงแบบไม่ปกติ หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรที่ไม่จำเป็นจะต้องเป็นแบบปกติ แต่จะมีลักษณะสมมาตรซึ่งจะเรียกว่า การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลเพาว์เวอร์ ซึ่งจะหมายถึงชุดของการแจกแจงที่สามารถอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลของค่าสังเกต x เมื่อกำหนด θ, δ และ β ให้

$$f(x/\theta, \delta, \beta) = k\delta^{-1} \exp \left[-\frac{1}{2} \left| \frac{x - \theta}{\delta} \right|^{2/(1+\beta)} \right]$$

เมื่อ

k เป็นค่าพารามิเตอร์ที่จะทำให้พื้นที่ภายใต้โค้งมีค่าเท่ากับหนึ่ง และ

$$k^{-1} = \Gamma\left[1 + \frac{1+\beta}{2}\right] \cdot 2^{1+\frac{1}{2}(1+\beta)}, \quad \Gamma \text{ แทนฟังก์ชันแกมมา}$$

δ เป็นสเกลพารามิเตอร์ (Scale parameter) และ $\delta > 0$

θ เป็นพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง (Location parameter) และ $-\infty < \theta < \infty$

β เป็นค่าพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กับความโค้งที่มีความกระหวั่น -1 ถึง 1

$-1 < \beta < 1$ และ β (เบต้า) มีความสัมพันธ์กับความโค้งดังนี้คือ

$$r_2 = \frac{\Gamma\left[\frac{5}{2}(1+\beta)\right]\Gamma\left[\frac{1}{2}(1+\beta)\right] - 3}{\left[\Gamma\left[\frac{3}{2}(1+\beta)\right]\right]^2}$$

เมื่อ r_2 เป็นความโค้ง (Kurtosis) ของการแจกแจง (ค่าตัวเลขที่แสดงความสัมพันธ์ คูได้ทีภาคผนวก)

ซึ่งฟังก์ชันเคอร์เนลของค่าสังเกต x เมื่อกำหนดค่า θ, δ และ β ให้สามารถเขียนใหม่ในรูปของฟังก์ชันเคอร์เนลของค่าสังเกต x เมื่อกำหนดค่า θ, σ และ β ให้ได้ดังนี้คือ

$$f(x/\theta, \sigma, \beta) = w(\beta)\sigma^{-1} \exp \left[-c(\beta) \left| \frac{x - \theta}{\sigma} \right|^{2/(1+\beta)} \right]$$

เมื่อ

$w(\beta)$ และ $c(\beta)$ เป็นฟังก์ชันของเบต้า (β) ซึ่งกำหนดโดย

$$c(\beta) = \left\{ \frac{\Gamma(\frac{3}{2}(1+\beta))}{\Gamma(\frac{1}{2}(1+\beta))} \right\}^{1/(1+\beta)}$$

$$w(\beta) = \frac{\{ \Gamma(\frac{3}{2}(1+\beta)) \}^{\frac{1}{2}}}{(1+\beta) \{ \Gamma(\frac{1}{2}(1+\beta)) \}^{3/2}}$$

σ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (Standard deviation) และ $\sigma > 0$

θ เป็นค่าเฉลี่ยของประชากร (Mean) และ $-\infty < \theta < \infty$

β เป็นค่าพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กับความโค้ง

(Box and Tiao. 1973 : 157)

การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่ทุกค่าของตัวแปรมีค่าความน่าจะเป็นเท่ากัน ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลของตัวแปรสุ่ม x ดังนี้คือ

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b$$

เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

การแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล (Double exponential distribution)

หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่ค่าความน่าจะเป็นภายใต้โค้ง หาได้จากฟังก์ชันเคอร์เนล ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp \left[-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right| \right], \quad -\infty < x < \infty$$

เมื่อ θ และ σ หมายถึง ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

(Box and Tiao. 1973 : 157)

การแจกแจงแบบที หมายถึง การกระจายค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรที่โค้งมีลักษณะสมมาตร มีค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยม อยู่จุดเดียวกันมีค่าเท่ากับศูนย์ และเป็นศูนย์กลางของรูป และความแปรปรวนของการแจกแจงเท่ากับ $n/n-2$ (เมื่อ n เป็นค่า Degree of freedom) โดยค่าที่แต่ละค่าหาได้จากความสัมพันธ์

$$t = \frac{Z}{\sqrt{x^2/n}} \quad \text{หรือ} \quad t = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

และสำหรับฟังก์ชันที่แสดงการแจกแจงค่าความน่าจะเป็นของค่าที่นั้น แสดงได้ด้วยฟังก์ชัน
เกนซีคัล กังนี้

$$f(t) = \frac{1}{B\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}(n-1)\right](n-1)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{[1+t^2/(n-1)]^n}}, \quad -\infty < t < \infty$$

เมื่อ

B แทนฟังก์ชันเบต้า (Beta function)

(Sasaki. 1969 : 119)

ฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) ใช้สัญลักษณ์ Γ หมายถึง ฟังก์ชันที่กำหนด
กังนี้ $\Gamma(p) = \int_0^{\infty} x^{p-1} \cdot e^{-x} dx$ เมื่อ $p > 0$ ซึ่งค่าของฟังก์ชันแกมมาอาจจะหา
ได้ง่าย ๆ ได้จาก

$$\Gamma(p) = (p-1) \Gamma(p-1)$$

(Spiegel. 1963 : 285)

ฟังก์ชันเบต้า ใช้สัญลักษณ์ B หมายถึง ฟังก์ชันที่กำหนดดังนี้

$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx$ เมื่อ p และ q เป็นค่าพารามิเตอร์
ซึ่ง $p > 0$ และ $q > 0$ และฟังก์ชันเบต้ามีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแกมมาดังนี้คือ

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p) \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$

(Spiegel. 1963 : 289-290)

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ขยายขอบเขตของความรู้เชิงทฤษฎีในเรื่องสถิติเบย์เซียนให้กว้างขวางยิ่งขึ้น
2. ช่วยให้นักวิจัยสามารถเลือกใช้สถิติในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มได้อย่างเหมาะสมกับสถานการณ์ในการทดลอง โดยไม่ต้องคำนึงถึงข้อจำกัดใด ๆ ในการทดลอง
3. ช่วยให้นักวิจัยสามารถเลือกใช้สถิติในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มได้อย่างถูกต้องและมีความคมชัดยิ่งขึ้น ในกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบที่

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่จะนำเสนอในครั้งนี้จะเสนอแยกเป็นประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

1. ความรู้เชิงทฤษฎีของสถิติเบย์เซียน

1.1 การอ้างอิงในสถิติแบบเบย์เซียน (Bayesian inference)

1.2 ทฤษฎีของเบย์ (Bayes' theorem)

1.3 การสร้างการกระจายก่อนการทดลอง (Assesment of prior distribution)

1.4 การกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution)

1.5 การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing)

2. การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรโดยใช้สถิติเบย์เซียน

3. วิธีการมอนติคาร์โล (Monte Carlo method)

ความรู้เชิงทฤษฎีของสถิติเบย์เซียน

การอ้างอิงในสถิติแบบเบย์เซียน (Bayesian inference)

การอ้างอิงทางสถิติ เป็นขบวนการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ (Parameter) ของประชากร สำหรับการอ้างอิงในสถิติแบบเดิม (Classical inference) จะเป็นขบวนการอ้างอิงที่อาศัยข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของประชากรทั้งหมด โดยมีการยอมรับข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) เกี่ยวกับการสุ่มกลุ่มตัวอย่างและการกระจายของกลุ่มตัวอย่าง (Sampling distribution) และนำข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างไปประมาณค่า (Estimation) แล้วทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis testing) เกี่ยวกับตัวประมาณค่า

สำหรับการอ้างอิงในสถิติเบย์เซียน (Bayesian inference) ก็เป็นขบวนการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ ซึ่งถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นปริมาณที่ยังไม่ทราบค่าและเป็นปริมาณที่ยังมีค่าไม่แน่นอน (Uncertain) ขบวนการอ้างอิงแบบนี้มีความแตกต่างจากการอ้างอิงแบบเดิม เนื่องจากเป็นขบวนการอ้างอิงที่นอกจากจะอาศัยข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ในการอ้างอิงแล้วยังใช้ข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ เช่น อาจจะเป็นปรัชญา ทฤษฎี หรือผลการวิจัยที่เป็นประโยชน์มาร่วมกับข้อมูล จากกลุ่มตัวอย่างในการตัดสินใจ ซึ่งข้อมูลอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีอยู่ก่อนการทดสอบ เรียกว่า ข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) โดยทำการศึกษาความน่าจะเป็นของข้อมูลเริ่มแรกแล้วสร้างเป็นการกระจายค่าความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ เรียกว่า การกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) และใช้ขบวนการทางสถิติคือ ทฤษฎีของเบย์ (Bayes' theorem) เพื่อรวบรวมข้อมูลจากการกระจายก่อนการทดลองเข้ากับข้อมูลที่ศึกษาได้จากกลุ่มตัวอย่าง แล้วสร้างแบบการกระจายของข้อมูลใหม่ เรียกว่า การกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution) ซึ่งเป็นการกระจายความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษา แล้วจึงทำการประมาณค่าพารามิเตอร์จากการกระจายความน่าจะเป็นของการกระจายหลังการทดลอง จะพบว่าแนวคิดของการอ้างอิงในสถิติเบย์เซียน เมื่อเปรียบเทียบกับสถิติแบบเดิมหรือสถิติคลาสสิกแล้ว พอสรุปได้ดังนี้

สถิติคลาสสิก

1. ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร อาศัยข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเท่านั้น และปฏิเสธข้อมูลอื่น ๆ

สถิติเบย์เซียน

1. ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรนั้น นอกจากจะอาศัยข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างแล้ว ยังใช้ข้อมูลจากแหล่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับค่าพารามิเตอร์ เช่น ทฤษฎี หรือผลการวิจัยที่มีมาก่อนการทดลอง

สถิติคลาสสิกอล

2. เป็นกระบวนการที่ยอมรับความน่าจะเป็น
ในรูปความถี่จากกลุ่มตัวอย่างที่ดีว่าเป็น
ตัวแทนที่ดีของประชากร แล้วสรุปว่าใน
ระยะยาว (In the long run)
ประชากรจะมีลักษณะเช่นเดียวกับกลุ่ม
ตัวอย่าง
3. ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์จะ
ถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ และจะ
ถือว่าค่าสังเกตที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างนั้น
มาจากค่าที่แท้จริงของประชากรและโดย
ใช้ทฤษฎีเซนทรอลลิมิต (Central
limit theorem) จะคาดหมายว่าค่า
สถิติที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างเป็นค่าพารา
มิเตอร์ด้วยความเชื่อถือได้ที่ระดับหนึ่ง
4. ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย
ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้
การทดสอบที (T-test) จะต้อง
อาศัยข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องลักษณะ
การแจกแจงประชากรต้องเป็นแบบปกติ
และความแปรปรวนของประชากรต้อง
เท่ากัน

สถิติเบย์เซียน

2. เป็นกระบวนการที่ยอมรับความน่าจะเป็น
ในรูปของระดับความเชื่อ (Degree
of belief) ในแต่ละเหตุการณ์ โดย
นำเอาการแจกแจงความถี่ของเหตุการณ์
นั้น ๆ มาใช้โดยตรง
3. ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์จะ
ถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่ม
(Random variable) และจะหาการ
กระจายความน่าจะเป็นของค่าพารา
มิเตอร์ที่สนใจ (Distribution of
parameter) จากนั้นจะทำการอ้างอิง
ค่าพารามิเตอร์จากการกระจายความน่า
จะเป็นของค่าพารามิเตอร์นั้น
4. ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย
ประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติเบย์
เซียนไม่ต้องอาศัยข้อตกลงในเรื่องลักษณะ
การกระจายของประชากร และความ
แปรปรวนของประชากร

เนื่องจากการอ้างอิงในสถิติเบย์เซียนได้นำเอาข้อมูลจากแหล่งอื่น ๆ เข้ามารวมกับข้อมูล
ของกลุ่มตัวอย่าง จึงทำให้การอ้างอิงมีความแม่นยำ (Precise) มากยิ่งขึ้น (Iversen.
1984 : 31) นอกจากนี้การอ้างอิงแบบเบย์เซียนจะใช้เวลาความน่าจะเป็นในรูปความเชื่อของบุคคล

(Degree of belief) ที่มีค่าพารามิเตอร์หรือความน่าจะเป็นที่บุคคลสร้างขึ้น เรียกว่า
 ชับเจกทีฟ (Subjective probability of personal probability) ส่วนการอ้างอิง
 แบบเดิมจะกล่าวถึงความน่าจะเป็นในรูปความถี่ (Relative frequency) ซึ่งเป็นความน่า
 จะเป็นที่ได้จากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง รวมทั้งปฏิเสธข้อมูลที่นอกเหนือไปจากข้อมูลที่ได้จากกลุ่ม
 ตัวอย่าง ความน่าจะเป็นแบบนี้เรียกว่า ออฟเจกทีฟ (Objective probability of empi-
 rical probability)

ความน่าจะเป็นแบบออฟเจกทีฟและชันเจกทีฟ

(Objective versus subjective Probability)

ความคิดที่ขัดแย้งกันระหว่างการอ้างอิงแบบเดิม และการอ้างอิงแบบเบย์เซียนในเรื่อง
 ความน่าจะเป็นเนื่องจากการอ้างอิงทั้งสองวิธียอมรับความน่าจะเป็นในลักษณะที่แตกต่างกันดังกล่าว
 แล้ว ซึ่งความน่าจะเป็นในสองลักษณะดังกล่าวมีรายละเอียดดังนี้

ความน่าจะเป็นออฟเจกทีฟ (Objective or empirical probability) เป็นค่า
 ความน่าจะเป็นที่เกิดจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างประจักษ์ชัด (Empirical) หรือเกิดจากการ
 ทดลอง (Experimental) การแปลความหมายของค่าความน่าจะเป็นดังกล่าวจะอยู่ในรูปของ
 ความถี่ (Long run relative frequency) หรือในรูปของสัดส่วน (Proportion) จน
 ในบางครั้งจะเรียกว่าความน่าจะเป็นความถี่ (Frequentist probability) ตัวอย่างเช่น
 ถ้าโยนเหรียญบาท 1 อันหลาย ๆ ครั้ง ก็จะได้ว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัวมีค่าเป็น 1
 ใน 2 หรือถ้าทอดลูกเต๋า 1 ลูกหลาย ๆ ครั้ง ก็จะได้ว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดแต้มหนึ่ง
 มีค่าเท่ากับ 1 ใน 6 แนวความคิดของความน่าจะเป็นดังกล่าวถูกสร้างขึ้นโดย เวน (Venn)
 ในปี ค.ศ. 1886 (Iversen, 1984 : 8-9) ต่อมา เพียร์สัน (Neyman Pearson) ก็
 ได้สร้างการอ้างอิงทางสถิติแบบเดิมจากแนวคิดของความน่าจะเป็นแบบนี้ ซึ่งการอ้างอิงทางสถิติ
 ดังกล่าวประกอบด้วย การประมาณค่า และการทดสอบสมมติฐาน ในการทดสอบสมมติฐานก็จะเป็น
 การทดสอบว่าสมมติฐานที่เป็นกลาง (Null hypothesis : H_0) ว่าเป็นจริงหรือเท็จในระดับ

นัยสำคัญที่กำหนดขึ้น โดยนำข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างมาสร้างเป็นช่วงของการประมาณค่าส่วนในการตีความหมายก็จะพบว่า ถ้าเราสุ่มตัวอย่างมาจำนวนหลาย ๆ กลุ่มจากประชากรเดียวกัน เมื่อสร้างช่วงของการประมาณค่าแล้วจะมีสัดส่วนของช่วงดังกล่าวจำนวนเท่าใดที่สามารถบรรจุค่าพารามิเตอร์ เช่น ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญเป็น 0.05 ($\alpha = 0.05$) แล้วสร้างช่วงของการประมาณค่าจากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างขึ้นมาแล้ว ก็จะพบว่าถ้าทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างมาเป็นจำนวนหลาย ๆ กลุ่มจะพบว่าเมื่อสร้างช่วงของการประมาณค่าแล้ว ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงดังกล่าวประมาณ 95 ครั้ง จากการกระทำทั้งหมด 100 ครั้ง และจะมีประมาณ 5 ครั้งที่ค่าพารามิเตอร์ไม่ตกอยู่ในช่วงของการประมาณค่านั้น (Iversen. 1984 : 11, Hays. 1970 : 489-490)

ความน่าจะเป็นอัตวิสัย (Subjective probability) เป็นค่าความน่าจะเป็นที่เกิดจากการวัดความไม่แน่นอน (Uncertainty) ของบุคคลที่มีต่อเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อมูล หรือหลักฐานที่แต่ละบุคคลมีอยู่ ในบางครั้งจึงถือว่าเป็นความน่าจะเป็นของบุคคลหนึ่ง ๆ (Personal probability) ค่าความน่าจะเป็นชนิดนี้สามารถใช้ได้กับเหตุการณ์ที่ไม่จำเป็นจะต้องเกิดขึ้นซ้ำ ๆ กัน และสามารถใช้ได้กับเหตุการณ์ใด ๆ ในโลกนี้ได้ แต่ความน่าจะเป็นแบบนี้อาจจะมีมากกว่าหนึ่งค่าได้ (Not unique) สำหรับแต่ละเหตุการณ์ เนื่องจากบุคคลแต่ละคนอาจจะมีเชื่อถือในแต่ละเหตุการณ์ต่างกันได้ (Iversen. 1984 : 9, Hays. 1970 : 445, Winkler. 1972 : 378, Phillips. 1973 : 13, Novick and Jackson. 1974 : 144) ทางด้านการตีความหมายก็จะสามารถตีความหมายได้เหมือนกับความน่าจะเป็นโดยทั่วไป คือ ตีความหมายในรูปโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง

การกำหนดค่าความน่าจะเป็นแบบนี้อาจจะกำหนดได้ในรูป ความเชื่อของบุคคล (Degree of belief) ที่มีต่อเหตุการณ์ซึ่งอาจจะแสดงออกมาในรูปของการแข่งขันต่อแต้ม (Odd) เช่น อาจจะกำหนดว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A และ B เป็น 3 ต่อ 2 จะหมายความว่า

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A} = P(A) = 3/(3 + 2) = 0.60$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B} = P(B) = 2/(3 + 2) = 0.40$$

(Hays. 1970 : 456)

นอกจากจะกำหนดความน่าจะเป็นในรูปของการแข่งขันต่อแต้มแล้ว นักสถิติอาจจะกำหนดจากการประเมินความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากโอกาสของความสำเร็จ (Success) เช่น การที่ทางวิทยาลัยแห่งหนึ่งจะตัดสินใจรับนักศึกษา A มากกว่านักศึกษา B เนื่องจากนักศึกษา A มีความถนัดทางการเรียนสูงกว่านักศึกษา B และสามารถบรรลุจุดประสงค์ของทางวิทยาลัยได้มากกว่า (Novick and Jackson. 1974 : 145)

ทฤษฎีของเบย์สำหรับตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง

(Bayes' theorem for discrete random variable)

ทฤษฎีของเบย์เป็นทฤษฎีสำหรับหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดเงื่อนไขและสามารถประยุกต์ใช้สำหรับหาค่าความน่าจะเป็นของการกระจายของตัวแปรที่กำหนดเงื่อนไขให้ได้

เมื่อกำหนดให้ $A_1, A_2, \dots, A_j$ เป็นชุดของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระแก่กัน

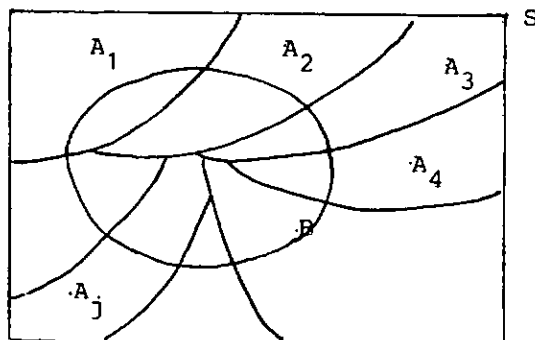
(Mutually exclusive event) นั่นคือ

$$A_i \cap A_j = \emptyset \text{ สำหรับทุก } i \text{ และ } j \text{ และ}$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_j = S (S = \text{Sample space})$$

$$\text{และกำหนดให้ } B \subset A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_j \text{ นั่นคือ } P(B) \leq \sum_{i=1}^j P(A_i)$$

ดังรูป



รูปทั่วไปของทฤษฎีของเบย์ คือ

$$P(A_j/B) = \frac{P(B/A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^J P(B/A_i) P(A_i)}$$

ถ้ากำหนดให้ $A_1, A_2, \dots, A_J$ เป็นค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม A และ B เป็นชุดของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม

ดังนั้น ทฤษฎีของเบย์จะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$P(X = A_j/Y = B) = \frac{P(Y = B/X = A_j) P(X = A_j)}{\sum_{i=1}^J P(Y = B/X = A_i) P(X = A_i)}$$

จากสมการดังกล่าว ชุดของความน่าจะเป็น $P(X = A_j/Y = B)$ สำหรับ $j = 1, 2, \dots, J$ จะแทนค่าความน่าจะเป็นที่กำหนดเงื่อนไขของตัวแปรสุ่ม X เมื่อทราบค่าของตัวแปรสุ่ม Y ว่ามีค่าเท่ากับ B

ถ้าเราสนใจตัวแปรสุ่ม X และต้องการจะทำการอ้างอิงเกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม X หรือจะทำการตัดสินใจเกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม X สำหรับในกรณีที่มีข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรสุ่ม X สามารถสรุปได้จากชุดของความน่าจะเป็นของชุด A_j หรือ $P(A_j)$, $j = 1, 2, \dots, J$ และจะเรียก $P(A_j)$ ว่าเป็นความน่าจะเป็นเริ่มแรก X (Prior probability) และเรียกชุดของ $P(A_j)$ ว่าเป็นการกระจายก่อนการทดลองของตัวแปร X (Prior distribution of X) จากนั้นทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างและผลของกลุ่มตัวอย่างสามารถแสดงได้ด้วยค่า B ซึ่งเป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Y แล้วค่าความน่าจะเป็น $P(Y = B/X = A_j)$ ก็จะพิจารณาได้จากการกระจายความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม Y ที่มีค่าเท่ากับ B ในขณะที่ X มีค่าเท่ากับ A_j , $j = 1, 2, \dots, J$ เรียกชุดของความน่าจะเป็นดังกล่าวว่าเป็น ไลเคิลียูดฟังก์ชัน (Likelihood function) และเมื่อใช้ทฤษฎีของเบย์เพื่อรวมข้อมูลเริ่มแรกเข้ากับข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเข้าด้วยกัน ก็จะทำได้ค่าความน่าจะเป็นในรูป $P(X = A_j/Y = B)$ ซึ่งชุดของความน่าจะเป็นดังกล่าวจะเรียกว่า การกระจายหลังการทดลองของตัวแปร X (Posterior distribution of X)

ถ้าแทนค่าตัวแปรสุ่ม x ด้วยค่าพารามิเตอร์ θ และแทน a_j ด้วย θ_j จะประยุกต์ทฤษฎีของเบย์ได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\theta = \theta_j / Y = B) &= \frac{P(Y = B / \theta = \theta_j) P(\theta = \theta_j)}{\sum_{i=1}^j P(Y = B / \theta = \theta_i) P(\theta = \theta_i)} \\ &= \frac{P(B / \theta_j) P(\theta_j)}{\sum_{i=1}^j P(B / \theta_i) P(\theta_i)} \end{aligned}$$

(Hays. 1970 : 466-448)

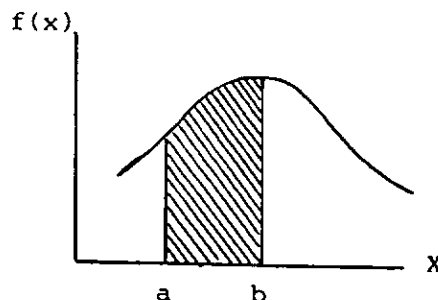
ทฤษฎีของเบย์สำหรับตัวแปรต่อเนื่อง

(Bayes' Theorem for continuous probability model)

ให้ x เป็นตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะต่อเนื่อง (Continuous random variable) x ก็จะมีค่าจำนวนอนันต์ที่เป็นไปได้ในช่วงที่สนใจ (Finite number) เมื่อ x มีลักษณะดังกล่าว การหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปร x จะหาจากฟังก์ชันแสดงความน่าจะเป็น

(Probability density function : PDF) ซึ่งมีคุณสมบัติที่สำคัญ 2 ข้อคือ

1. $f(x) > 0$ สำหรับทุกค่าของ x
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ (พื้นที่ภายใต้โค้งมีค่าเท่ากับ 1)
3. การหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปร x ก็จะได้จากพื้นที่ภายใต้โค้งในช่วงของ x ที่สนใจ เช่น $P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx$ ดังรูป และการหาค่าความน่าจะเป็นในลักษณะพิเศษหาได้ดังนี้



3.1 ค่าความน่าจะเป็นที่จุด $x = a$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจาก

$$P(X = a) = \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$3.2 \quad P(a < x \leq b) = P(a < x < b)$$

$$3.3 \quad P(x < a) = \int_{-\infty}^a f(x)dx = F(x) \text{ และจะเรียกค่า } F(x) \text{ ว่าฟังก์ชัน}$$

แสดงความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative density function : CDF)

4. การหาค่าเฉลี่ย (Average value) และความแปรปรวน (Variance)

ของตัวแปร x หาได้ดังนี้

4.1 ค่าเฉลี่ยจะหาจากค่าความคาดหวัง (Expectation value) เขียนแทน

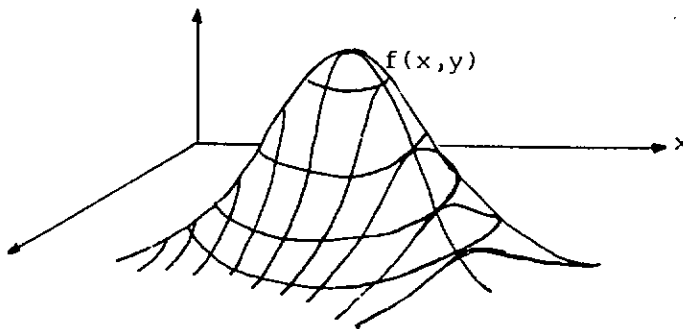
ด้วย $E(X)$ ซึ่งหาได้จาก $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

4.2 ค่าความแปรปรวนเขียนแทนด้วย $V(X)$ ซึ่งหาได้จาก

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

(Winkler. 1972 : 132-140)

ถ้า x และ y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่อง (Continuous random variable) แล้วฟังก์ชันที่จะเขียนแทนค่าความน่าจะเป็นของตัวแปร x และ y เขียนแทนด้วย $f(x,y)$ ซึ่งเรียกว่า จอยท์ฟังก์ชันของ x และ y (Joint density function) ซึ่ง $f(x,y)$ จะเป็นรูปพื้นผิว (Surface) ใน 3 มิติ (Three dimension) และค่าความน่าจะเป็นของตัวแปร x และ y จะแทนได้ด้วยปริมาตรภายใต้พื้นผิว ดังรูป



โดยค่าความน่าจะเป็นที่ x มีค่าอยู่ระหว่าง a และ b จะหาได้จาก

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dydx$$

และจากจอยท์ฟังก์ชันของตัวแปรสุ่ม x และ y ก็สามารถจะหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรเดียวได้ เรียกว่า มาร์จินอลฟังก์ชัน (Marginal density function) ซึ่งหาได้ดังนี้

ความน่าจะเป็นของตัวแปร x อย่างเดียวเขียนแทนด้วย $f(x)$ ซึ่ง

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$$

ความน่าจะเป็นของตัวแปร y อย่างเดียวเขียนแทนด้วย $f(y)$ ซึ่ง

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx$$

(Mood. 1963 : 90-91, Winkler. 1972 : 141)

ความน่าจะเป็นของตัวแปร x เมื่อกำหนดตัวแปร y ให้มีค่าเท่ากับ y (Conditional density function of X given that $Y = y$) ซึ่งกำหนดดังนี้

$$f(X/Y = y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}$$

สมมติให้ค่าพารามิเตอร์ที่สนใจที่จะทำการอ้างอิง หรือตัดสินใจนั้น มีลักษณะเป็นตัวแปรที่มีความต่อเนื่อง ให้ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวเขียนแทนด้วย θ และให้ตัวแปร y เป็นตัวแปรที่ได้จากค่าสถิติของกลุ่มตัวอย่าง ถ้าตัวแปร y มีข้อมูลเพียงพอที่สามารถแสดงเกี่ยวกับค่าที่ไม่แน่นอน θ และ y จะเรียกว่าเป็นสถิติซัพฟิเซียนของ θ (Sufficient statistics of θ)

(Mood. 1963 : 168, Winkler. 1972 : 143)

จากทฤษฎีของเบย์จะได้ว่า

$$f(\theta/Y = y) = \frac{f(\theta,y)}{f(y)}$$

แต่เนื่องจาก

$$f(\theta,y) = f(y/\theta) \cdot f(\theta)$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad f(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\theta,y)d\theta \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\theta)f(y/\theta)d\theta \end{aligned}$$

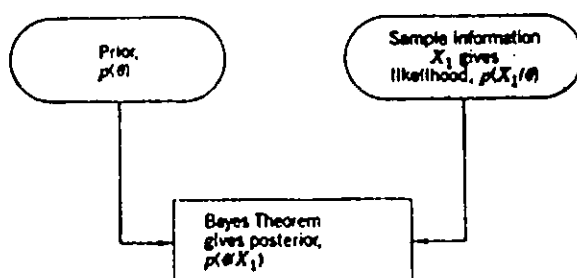
$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad f(\theta/Y) &= f(\theta, Y)/f(Y) \\
 &= \frac{f(\theta)f(Y/\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\theta)f(Y/\theta)d\theta}
 \end{aligned}$$

เมื่อชุดของ $f(\theta/y)$ และ $f(\theta)$ แทนการกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution) และการกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) ของค่าพารามิเตอร์ θ และ $f(y/\theta)$ แทนไลค์ลิฮูดฟังก์ชัน (Likelihood function)

(Winkler. 1972 : 144)

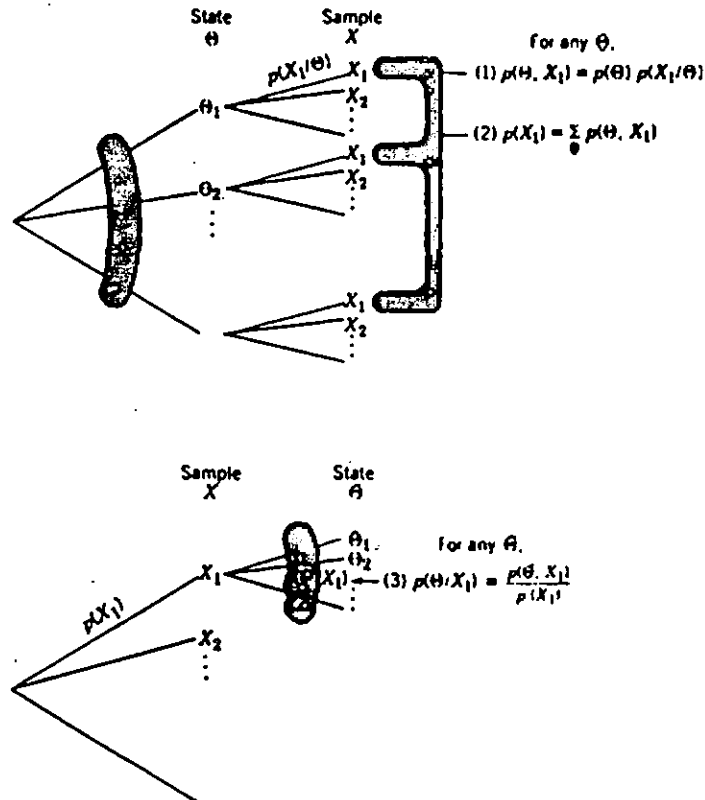
ทฤษฎีการสถิติเบย์เซียน

เมื่อพิจารณาจากทฤษฎีของเบย์ จะพบว่าวิธีการทำงานของสถิติเบย์เซียนนั้นก็เพื่อสร้างแบบการกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution) และทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปของความน่าจะเป็นจากการกระจายหลังการทดลอง โดยทฤษฎีของเบย์จะรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่มีก่อนการทดลอง กำหนดเป็นค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ซึ่งชุดของความน่าจะเป็นนี้เรียกว่า การกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) และนำความน่าจะเป็นของค่าสถิติที่แสดงได้ด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์เรียกว่า ไลค์ลิฮูดฟังก์ชัน (Likelihood function)



จากรูปจะเห็นว่า Posterior $\propto$ Prior $\times$ Likelihood (Wonnacott. 1984 : 520) ซึ่งในรายละเอียดนั้นเป็นดังนี้

เมื่อกำหนดให้ θ เป็นค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่แทนคุณลักษณะของประชากร ซึ่งอาจจะมีค่าที่เป็นไปได้คือ $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ และ X เป็นค่าสถิติที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง เมื่อมีการสุ่มตัวอย่างมาหลาย ๆ กลุ่ม ก็จะได้ค่าสถิติเป็น $X_1, X_2, X_3, \dots$



จากรูปจะเห็นว่า การใช้ทฤษฎีของเบย์ เพื่อหาการกระจายหลังการทดลองนั้น สามารถหาได้จากสูตร

$$P(\theta/X_j) = \frac{P(\theta) \cdot P(X_j/\theta)}{\sum_{i=1}^n P(\theta_i) P(X_j/\theta_i)}$$

สำหรับตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง

หรือ

$$f(\theta/X_j) = \frac{f(\theta)f(X_j/\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\theta)f(X_j(\theta))d\theta}$$

สำหรับตัวแปรที่ต่อเนื่อง

(Wonnacott. 1984 : 519)

การสร้างการกระจายก่อนการทดลอง (Assessment of Prior Distribution)

เนื่องจากข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์จะเป็นตัวกำหนดค่าความน่าจะเป็นและลักษณะการกระจายความน่าจะเป็นก่อนการทดลองเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ (Prior distribution) การกำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับแต่ละค่าของพารามิเตอร์ในกรณีที่ตัวแปร มีลักษณะต่อเนื่อง (Continuous) จะกำหนดได้ยากกว่าตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete) และเนื่องจากความน่าจะเป็นเริ่มแรก (Prior probability) มีลักษณะเป็นความน่าจะเป็นที่แต่ละบุคคลกำหนดขึ้นหรือเป็นอัตวิสัย ดังนั้น ในกรณีตัวแปรต่อเนื่องที่ไม่ต่อเนื่องจึงสามารถจะกำหนดความน่าจะเป็นดังกล่าวง่าย ๆ ในรูปความเชื่อ (Degree of belief) ของแต่ละบุคคลโดยมีกฎเกณฑ์ในการกำหนดให้สอดคล้องกับคุณสมบัติของค่าความน่าจะเป็นทั่วไป นั่นคือกำหนดให้ความน่าจะเป็นเริ่มแรกสำหรับแต่ละค่าของพารามิเตอร์ ซึ่งถือว่าเป็นตัวแปรต่อเนื่องให้มีค่าความน่าจะเป็นดังนี้

1. กำหนดให้ความน่าจะเป็นสำหรับค่าพารามิเตอร์ทุกค่าให้มีค่ามากกว่าศูนย์ (Non-negative)

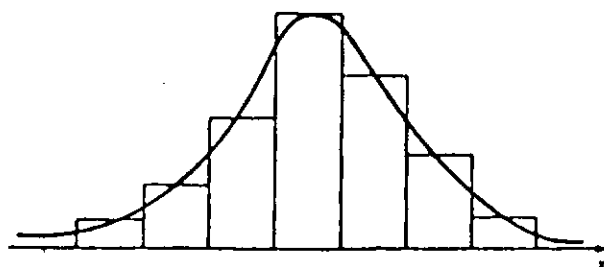
2. ผลรวมทั้งหมดของค่าความน่าจะเป็นเริ่มแรกจะต้องมีค่าเท่ากับหนึ่ง

(Hays. 1970 : 456-457)

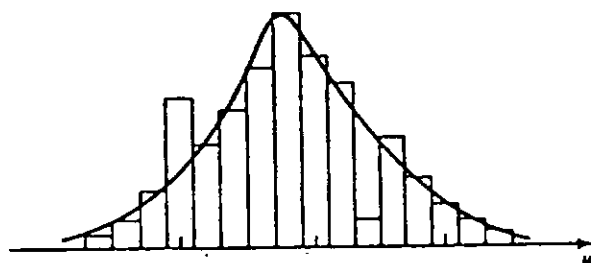
สำหรับในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรต่อเนื่องที่มีความต่อเนื่อง (Continuous random variables) ก็อาจจะกำหนดค่าความน่าจะเป็นเริ่มแรกเพื่อสร้างแบบการกระจายก่อนการทดลอง (Prior distribution) ได้หลายวิธีดังนี้

1. สร้างการกระจายก่อนการทดลองจากฟังก์ชันที่สามารถใช้แสดงค่าความน่าจะเป็น (Probability density function) โดยการพยายามสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อของตนเองหรือการตัดสินใจของตนเอง (Subjective judgement) ที่มีต่อค่าความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์กับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ (Mathematical function) แล้วเลือกฟังก์ชันนั้นมากำหนดเป็นการกระจายก่อนการทดลอง แต่วิธีการดังกล่าวนี้ว่าเป็นวิธีการที่ไม่ดีนัก (Hays. 1970 : 477, Winkler. 1972 : 183)

2. สร้างการกระจายก่อนการทดลองจากการสร้างกราฟแท่ง (Histogram) แทนค่าความน่าจะเป็นภายในช่วงใดช่วงหนึ่ง (Interval) ที่กำหนดให้ โดยการแบ่งช่วงนั้นออกเป็นช่วงเล็ก ๆ แล้วจึงกำหนดค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรในช่วงเล็ก ๆ นั้น ดังรูป

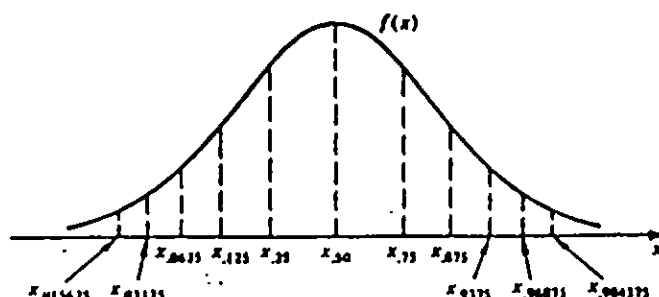


ต่อจากนั้นพยายามลดความกว้างของกราฟแท่งแต่ละรูปให้แคบลงกว่าเดิม เพื่อให้รูปกราฟแท่งแต่ละรูปสามารถแทนค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มได้ละเอียด และใกล้เคียงความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น จากนั้นก็จะพยายามปรับรูปกราฟแท่งให้เป็นโค้งเรียบ โดยวิธีการดังกล่าวจะเรียกว่า การรวมกลุ่มและการทำโค้งให้เรียบ (Grouping and smoothing technique) ดังรูป



การสร้างการกระจายก่อนการทดลองโดยวิธีนี้ก็อาจจะคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้รวมไปด้วย ได้แก่ การวัดค่าตำแหน่ง (Location) ของการกระจายค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่ามัธยฐาน (Median) และค่าฐานนิยม (Mode) โดยอาศัยการคำนวณจากข้อมูลเริ่มแรกที่มีอยู่ก่อน ซึ่งจะเป็นส่วนช่วยให้รู้ว่าศูนย์กลาง (Center) ของการกระจายควรจะอยู่ที่ใด นอกจากนี้ก็อาจจะพิจารณาจากการสร้างช่วงของความเชื่อมั่นของข้อมูล ซึ่งจะมีส่วนช่วยให้ผู้สร้างเริ่มมองออกว่าข้อมูลควรจะกระจายอยู่ในบริเวณพื้นที่ใด เป็นจำนวนมากน้อยเท่าใด เช่น จากการสร้าง 50, 75, 95 เปอร์เซนต์ของความน่าจะเป็นเริ่มแรกก็จะทำให้มองเห็นลักษณะของโค้งว่าจะมีความโค้งและความเป็นลักษณะใดจุดต่าง ๆ ที่แสดงลำดับที่ของเปอร์เซนต์ของพื้นที่ในการกระจาย

เรียกว่า แฟคไทล์ (Fractiles) ของการกระจายในการประเมินลำดับของแฟคไทล์ก็จะมีส่วนช่วยในการสร้างการกระจายก่อนการทดลองให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น



(Hays. 1970 : 477-478, Winkler. 1972 : 183-186)

3. สร้างการกระจายก่อนการทดลอง จากการกำหนดคอนจูเกต (Conjugate prior distribution) ซึ่งหมายถึงชุดของการกระจาย (Set of distribution) ที่มีลักษณะเหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ หลายสถานการณ์ที่มีลักษณะร่วมกัน เช่น ลักษณะการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง ลักษณะของประชากร นอกจากนี้ยังเป็นชุดของการกระจายที่มีลักษณะสัมพันธ์กับฟังก์ชันที่แสดงความน่าจะเป็นของกลุ่มตัวอย่าง (Likelihood function) เพื่อให้คอนจูเกตสามารถใช้กำหนดการกระจายก่อนการทดลองที่มีความสัมพันธ์และสามารถนำไปใช้ร่วมกับไลทิลฮูดฟังก์ชันในการกำหนดการกระจายหลังการทดลองได้สะดวกและง่ายขึ้น ตัวอย่างเช่น ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างมาจากการทดลองที่เป็นเบอร์นูลลี (Bernoulli process) จะพบว่าความน่าจะเป็นของสัดส่วนผลสำเร็จ (Success) ของการทดลองจะมีการกระจายเป็นแบบไบโนเมียล (Binomial distribution) นั่นคือได้ว่าไลทิลฮูดฟังก์ชันก็จะมีลักษณะการกระจายเป็นไบโนเมียล และถ้าพิจารณาถึงลักษณะของกลุ่มตัวอย่างและประชากร จะพบว่าชุดของการกระจายที่เหมาะสมกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ รวมทั้งเหมาะสมกับไลทิลฮูดฟังก์ชันก็จะเป็นการกระจายแบบเบต้า (Beta distribution or Beta family) ดังนั้น จะถือว่าคอนจูเกตสำหรับข้อมูลที่มาจากการทดลองแบบเบอร์นูลลีคือ การกระจายแบบเบต้า

การสร้างการกระจายก่อนการทดลองโดยวิธีนี้ทำโดย เมื่อพิจารณาข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) และข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง (Sample information)

จนสามารถหาคอนจูเกตในการสร้างการกระจายก่อนการทดลองได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือการหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในฟังก์ชันของคอนจูเกต เพื่อให้ฟังก์ชันสมบูรณ์และสอดคล้องกับเหตุการณ์ที่สนใจอยู่ (Iversen. 1984 : 64-65, Winkler. 1972 : 187, Hays. 1970 : 480)

คอนจูเกต (Conjugate prior distribution) จะมีคุณสมบัติที่สำคัญ 3 ประการคือ

3.1 เป็นคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ (Mathematical tractability)

กล่าวคือ ในการที่จะพัฒนาคอนจูเกตควรจะให้มันมีลักษณะ 3 ประการคือ

3.1.1 จะต้องทำให้ใช้คอนจูเกตในการหาการกระจายหลังการทดลองได้ง่ายขึ้น

3.1.2 ถ้าเลือกการกระจายก่อนการทดลองจากคอนจูเกตที่มีลักษณะเฉพาะต่างกัน เช่น เป็นการกระจายแบบเบต้าเหมือนกัน แต่ค่าคงที่ในสมการมีค่าต่างกันก็จะทำให้การกระจายหลังการทดลองมีความแตกต่างกันไม่มากนัก

3.1.3 เมื่อใช้คอนจูเกตในการสร้างการกระจายหลังการทดลองได้แล้ว สามารถจะคำนวณค่าต่าง ๆ ที่จะใช้ในการอ้างอิง (Inference) และการตัดสินใจ (Decision) ได้ไม่ยากนัก

3.2 ริชเนส (Richness) เป็นคุณสมบัติที่ถึงแม้ว่าแต่ละบุคคลจะมีข้อมูลแตกต่างกันบ้าง ก็ยังสามารถเลือกใช้คอนจูเกตเดียวกันในการสร้างการกระจายก่อนการทดลอง แต่รูปร่างของการกระจายก่อนการทดลองอาจจะแตกต่างกันบ้างในเรื่องตำแหน่ง (Location) การกระจาย (Dispersion) เท่านั้น

3.3 ความสะดวกในการตีความ (Ease of interpretation) เป็นคุณสมบัติของคอนจูเกตที่เมื่อสร้างการกระจายก่อนการทดลองแล้ว สามารถตีความหมายโดยไม่ต้องพิจารณาผลจากกลุ่มตัวอย่าง (Winkler. 1972 : 148-149, Hays. 1970 : 459-460)

ตัวอย่างของคอนจูเกต

1. ในกรณีการทดลองเป็นเบอร์นูลลี (Bernoulli process) ซึ่งเป็นการทดลองที่ผลของการทดลองจะเป็นไปได้เพียง 2 อย่างคือ ประสบความสำเร็จ (Success) กับไม่ประสบความสำเร็จ (Failure) และถ้าทำการทดลองไปหลาย ๆ ครั้ง ผลลัพธ์ของการทดลองแต่ละครั้งเป็นอิสระจากกัน

ให้ p แทนความน่าจะเป็นของการประสบความสำเร็จจะพบว่า p จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1, $0 \leq p \leq 1$ จะได้ว่าชุดของคอนจูเกต (Conjugate family) จะมีการกระจายแบบเบต้า (Beta distribution) ซึ่งอธิบายได้ด้วยฟังก์ชัน

$$f(p) = \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r-1)!} p^{r-1}(1-p)^{n-r-1}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนการทดลอง, r เป็นจำนวนผลลัพธ์ที่ประสบความสำเร็จ

ในการทดลองลักษณะดังกล่าวนี้จะพบว่า การกระจายก่อนการทดลองและการกระจายหลังการทดลองจะเป็นการกระจายแบบเบต้าทั้งคู่ ซึ่งอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันดังนี้

การกระจายก่อนการทดลองอธิบายได้ด้วย $f'(p)$

การกระจายหลังการทดลองอธิบายได้ด้วย $f''(p)$ เมื่อ

$$f'(p) = \frac{(n'-1)!}{(r'-1)!(n'-r'-1)!} p^{r'-1}(1-p)^{n'-r'-1}$$

$$f''(p) = \frac{(n''-1)!}{(r''-1)!(n''-r''-1)!} p^{r''-1}(1-p)^{n''-r''-1}$$

เมื่อ $n'' = n' + n$, $r'' = r' + r$

(Winkler. 1972 : 149-158)

2. ในกรณีของการทดลองเป็นแบบปกติ (Normal process) จะได้ว่า ชุดของคอนจูเกตจะเป็นการกระจายแบบปกติ (Normal distribution) เช่น สมมติว่าทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรแบบปกติที่ทราบค่าความแปรปรวน (σ^2) แต่ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ)

ก็จะได้ว่าการกระจายก่อนการทดลอง และการกระจายหลังการทดลอง จะเป็นการกระจายแบบปกติ ที่มีค่าความน่าจะเป็นกำหนดจากฟังก์ชัน ดังนี้

การกระจายก่อนการทดลอง อธิบายได้ด้วย $f'(\mu)$

การกระจายหลังการทดลอง อธิบายได้ด้วย $f''(\mu)$ เมื่อ

$$f'(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma'} e^{-(\mu - m')^2 / 2\sigma'^2}$$

$$f''(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma''} e^{-(\mu - m'')^2 / 2\sigma''^2}$$

เมื่อ

$$\frac{1}{\sigma''^2} = \frac{1}{\sigma'^2} + \frac{1}{\sigma^2}$$

$$m'' = \frac{(1/\sigma'^2)m' + (n/\sigma^2)m}{(1/\sigma'^2) + (n/\sigma^2)}$$

(Winkler. 1972 : 174-179)

คุณสมบัติบางประการที่เกี่ยวข้องกับการกระจายก่อนการทดลอง

1. ความไวในการทดสอบ (Sensitivity analysis)

เนื่องจากความน่าจะเป็นเริ่มแรกมีลักษณะธรรมชาติเป็นข้อเท็จจริงซึ่งหมายความว่าบุคคลที่แตกต่างกันจะวิเคราะห์ปัญหาเดียวกัน และกำหนดค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หรือของตัวแปรสุ่มแตกต่างกันออกไปได้ทั้งนี้เนื่องจากแต่ละบุคคลมีข้อมูลและประสบการณ์แตกต่างกันออกไปได้ นอกจากนี้วิธีการที่จะกำหนดการกระจายก่อนการทดลอง ยังสามารถทำได้หลายวิธีก็จะมีผลทำให้เกิดความ

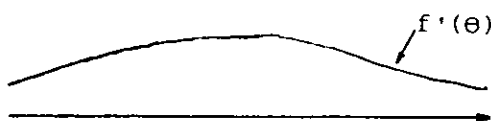
แตกต่างของการกระจายก่อนการทดลองได้ ซึ่งก็จะส่งผลทำให้เกิดความเปลี่ยนแปลง หรือความแตกต่างในการกระจายหลังการทดลองและอาจจะมีผลทำให้การวิเคราะห์ในการอ้างอิงและตัดสินใจคลาดเคลื่อนไปด้วย

ถ้าความเปลี่ยนแปลงหรือความแตกต่างในการกระจายก่อนการทดลอง แต่มีผลทำให้เกิดความเปลี่ยนแปลงหรือความแตกต่างต่อการอ้างอิงและการตัดสินใจในการกระจายหลังการทดลองเพียงเล็กน้อยเราจะเรียกว่าการทดสอบไม่มีความไว (Insensitivity) แต่ถ้าการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในการกระจายก่อนการทดลองทำให้การตัดสินใจเปลี่ยนแปลงไปมากจะเรียกว่าการทดสอบมีความไวสูง (Highly sensitivity) (Winkler. 1972 : 191 , Hays. 1970 : 481-482)

2. จำนวนข้อมูลเริ่มแรก

หากนักสถิติต้องการจะกำหนดการกระจายก่อนการทดลองสำหรับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอน (Unknown parameter) ในสถานการณ์ที่มีข้อมูลเริ่มแรกเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์อยู่น้อย (Informationless) ดังนั้นอิทธิพลส่วนใหญ่ ในการทดสอบก็จะมาจากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง เราจะเรียกว่าข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) มีลักษณะคิฟิวส์ (Diffuse) เมื่อเทียบกับข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง (Sample information) ส่วนใหญ่ถ้าข้อมูลเริ่มแรกมีลักษณะลักษณะคิฟิวส์ก็มักจะมีการกระจายแบบแบน (Flat) แต่ไม่จำเป็นจะต้องเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform) เสมอไป ค่าความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์แต่ละค่าจะเข้าใกล้ค่าคงที่หรือหุบอีกอย่างหนึ่งว่า ค่าความน่าจะเป็นของค่าพารามิเตอร์ในช่วงที่พิจารณาจะมีค่าเท่ากันหรือเกือบเท่ากัน นั่นคือ $P(\theta = \theta_i) = 1/k$ (Winkler. 1972 : 198-200 , Hays. 1970 : 482-483)

ดังรูป



สำหรับในกรณีที่ไม่มีข้อมูลเริ่มแรก (Noninformation) จะมีผลทำให้การกระจายหลังการทดลองมีผลการวิเคราะห์เหมือนกับการวิเคราะห์จากกลุ่มตัวอย่าง (Likelihood function) นั่นคือการอ้างอิงและการตัดสินใจจะขึ้นอยู่กับข้อมูลที่มาจากกลุ่มตัวอย่างเพียงอย่างเดียว และในกรณีนี้จะถือเป็นกรณีพิเศษที่ขบวนการอ้างอิงแบบเบย์จะเหมือนกับการอ้างอิงแบบเดิม คือขึ้นอยู่กับข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเช่นเดียวกัน แต่จะมีความแตกต่างกันในการตีความหมายกล่าวคือ การอ้างอิงแบบเบย์จะถือว่าค่าพารามิเตอร์ (θ) เป็นตัวแปรสุ่ม (Random variable) และจะหาค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ (θ) แต่สำหรับการอ้างอิงแบบเดิม จะถือว่าค่าพารามิเตอร์มีค่าคงที่จึงไม่จำเป็นต้องหาค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มนั้น แต่จะพูดถึงค่าความน่าจะเป็นที่ค่าพารามิเตอร์ ไปมีค่าเท่ากับค่าสถิติที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง (Sampling distribution) (Hays. 1970 : 488-489)

ในความเป็นจริงแล้ว กรณีที่กล่าวว่าไม่มีข้อมูลเริ่มแรกเลย เราก็ได้ใช้การกระจายก่อนการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ หรือยูนิฟอร์ม (Rectangular distribution or uniform distribution) แทนนั่นเอง (Iversen. 1984 : 62) โดยทั่วไปแล้วนักสถิติเบย์เชียนก็ยังมีความเชื่อว่าการทำการวิจัยนั้นอย่างน้อยคงจะต้องมีความรู้หรือข้อมูลเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ที่สนใจอยู่บ้าง โดยอาจจะหาข้อมูลเบื้องต้นหรือข้อมูลเริ่มแรก (Prior information) ได้จากงานวิจัยที่เคยทำมาก่อน หรือจากทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับค่าพารามิเตอร์นั้น และถ้าเป็นกรณีที่มีการทำซ้ำ (Replicating) ก็อาจจะใช้การกระจายหลังการทดลองที่ได้จากการวิจัยครั้งก่อนมาเป็นการกระจายก่อนการทดลองในการวิจัยครั้งใหม่ก็ได้ (Iversen. 1984 : 63 , Hays. 1970 : 451-452)

การกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution)

ความแตกต่างของการอ้างอิงแบบเบย์เชียน กับการอ้างอิงแบบเดิมอีกอย่างหนึ่งก็คือการอ้างอิงแบบเบย์เชียนจะถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าการกระจายความน่าจะเป็น (Probability distribution) เมื่อนักสถิติได้กำหนดการกระจายก่อนการทดลองซึ่งจะแสดง

ค่าความน่าจะเป็นที่แสดงความเชื่อเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ก่อนที่จะได้มีการสังเกตข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างและเมื่อได้เก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง แล้วใช้ทฤษฎีของเบย์เพื่อรวมข้อมูลจากการกระจายก่อนการทดลองและข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างเข้าด้วยกันเพื่อสร้างการกระจายหลังการทดลองขึ้นมาซึ่งการกระจายหลังการทดลองก็จะแสดงค่าความน่าจะเป็นที่แสดงความเชื่อเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ภายหลังที่ได้มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างและการกระจายหลังการทดลอง อาจจะมีลักษณะการกระจายเป็นรูปแบบที่รู้จักกันโดยทั่วไปหรือมีตารางสำเร็จรูปสำหรับคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นหรือพื้นที่ภายใต้โค้งได้ หรือการกระจายหลังการทดลอง อาจจะมีลักษณะการกระจายที่แตกต่างไปก็อาจจะหาได้โดยการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ วาครูบของการกระจายหลังการทดลองและอินทิเกรตเพื่อหาพื้นที่ภายใต้โค้งซึ่งแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่าพารามิเตอร์ที่สนใจก็ได้ (Novick and Jackson. 1974 : 138)

ในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ตัวในการกระจายหลังการทดลองก็จะเป็นการกระจายร่วม (Jointly posterior distribution) และในการคำนวณหาการกระจายของค่าพารามิเตอร์ที่สนใจเพียงตัวเดียวเรียกว่ามาร์จินอล (Marginal posterior distribution) ก็สามารถทำได้โดยการอินทิเกรตเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่เราไม่สนใจ เพื่อขจัดค่าพารามิเตอร์ที่ไม่สนใจ (Nuisance parameter) ออกไป

เมื่อใช้ทฤษฎีของเบย์เพื่อสร้างการกระจายหลังการทดลองได้แล้วการอ้างอิง หรือประมาณค่าพารามิเตอร์ ก็จะหาจากการประมาณค่าความน่าจะเป็นหาค่าพารามิเตอร์จากการกระจายหลังการทดลองนั้น

การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Posterior distribution and estimation)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ (๑) การกระจายหลังการทดลองก็อาจจะประมาณค่าได้จากค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน หรือค่าฐานนิยม หรือค่าอื่น ๆ ขึ้นอยู่กับลักษณะการทดลอง และการกระจายของค่าพารามิเตอร์ ยกตัวอย่าง เช่น ถ้าการทดลองเป็นแบบปกติจากการสมมุติว่าการกระจาย

ก่อนการทดลองเป็นแบบปกติก็จะได้ว่าการกระจายหลังการทดลองก็จะมีลักษณะการกระจายเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (m'') ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมเท่ากันหมด ดังนั้น m'' ก็จะเป็นตัวประมาณค่าที่สำคัญสำหรับการประมาณค่าในการอ้างอิงแบบเดิม (Classical estimation) จะใช้วิธีการหาค่าที่ทำให้ไลค์ลิฮูดฟังก์ชันมีค่าสูงสุด (Method of maximum likelihood) ซึ่งเป็นการหาค่า θ ที่ทำให้ $f(x/\theta)$ (Likelihood function) มีค่าสูงสุด หรือถ้าดูจากกราฟก็จะเป็นจุดสูงสุดของ $f(x/\theta)$ โดยทั่วไปการประมาณค่าในสถิติเบย์เซียนจะประมาณค่าจากค่าฐานนิยม (Mode) ของการกระจายหลังการทดลอง ถ้าเป็นกรณีที่มีข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Diffuse prior information) แล้วการประมาณค่าจากการกระจายหลังการทดลองและการประมาณค่าจากกลุ่มตัวอย่างจะมีค่าเท่ากันแต่จะแตกต่างกันในการตีความหมายดังนี้คือ

การประมาณค่าจากการกระจายหลังการทดลอง ค่าฐานนิยม (Mode of posterior distribution) หมายถึงค่าตัวแปรสุ่ม θ ที่เกิดขึ้นมากที่สุด

การประมาณค่าจากกลุ่มตัวอย่างจากการหาค่าที่ทำให้ $f(X/\theta)$ มีค่าสูงสุด (Maximum likelihood estimator) หมายถึง ค่าของ θ ที่กำหนดขึ้นเพื่อที่จะทำให้เกิดผลที่เกิดจากการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเกิดขึ้นมากที่สุด หรือ ค่า x ที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x/\theta)$ มีค่าสูงสุดเมื่อกำหนดค่า θ ให้

ความแตกต่างของการประมาณค่าทั้งสองวิธีคือการอ้างอิงแบบเบย์เซียนจะเป็นการหาค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ (θ) ส่วนการประมาณค่าแบบเดิมจะเป็นการหาค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ว่ามีค่าเท่ากับค่าสถิติหรือผลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง

การประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) ก็จะเป็นการหาจุดแบ่งของค่าพารามิเตอร์ (Fractile) ที่จะทำให้พื้นที่ภายใต้โค้งหรือความน่าจะเป็นในช่วงดังกล่าวมีค่าเท่ากับค่าความน่าจะเป็นที่สนใจ เช่น การหาช่วงที่บรรจุ 90% ของค่าความน่าจะเป็นก็จะเป็นการหาช่วงของการประมาณค่าจากแฟคไทล์ที่ .05 ถึง .95 หรืออาจจะเป็นช่วงของการประมาณค่าจากแฟคไทล์ที่ .01 ถึง .91 แต่ส่วนใหญ่นิยมสร้างช่วงของการประมาณค่าระหว่างแฟคไทล์ที่ $\alpha/2$ ถึง $1-(\alpha/2)$ เมื่อกำหนดค่าระดับนัยสำคัญ (α) ได้

ในกรณีที่มีข้อมูลเกี่ยวกับข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Informationless) ช่วงของการประมาณค่าแบบเบย์เซียน และการประมาณค่าแบบเดิมจะมีค่าเท่ากัน แต่ก็ยังคงแตกต่างกันในด้านการแปลความหมาย เช่น การทดลองแบบปกติ (Normal process) ที่ทราบค่าความแปรปรวน (σ^2) ของประชากร แต่ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) ของประชากร เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญเป็น .05 จะได้ว่า ช่วงของการประมาณค่าแบบเดิม (Confidence interval) คือ $m \pm 1.96\sigma/\sqrt{n}$ และถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเบย์เซียน (Bayesian interval) คือ $m'' \pm 1.96\sigma/\sqrt{n''}$ ในกรณีที่มีข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Informationless) จะพบว่า $m'' = m$ และ $n'' = n$ ดังนั้นช่วงของการประมาณค่าทั้งสองก็จะมีค่าเท่ากัน ส่วนทางด้านการศึกษาความหมายจะแตกต่างกันออกไปดังนี้คือ

ถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเบย์เซียน หมายความว่า ค่าความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) จะอยู่ในช่วงดังกล่าวเป็น 0.95 แต่ถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเดิม (Confidence interval) จะหมายความว่า ถ้าทำการทดลองสุ่มตัวอย่างไปเรื่อย ๆ แล้วหาค่าเฉลี่ยและสร้างช่วงของการประมาณค่าจะพบว่าค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) จะตกอยู่ในช่วงของการประมาณค่าประมาณ 95 ครั้งใน 100 ครั้ง และโอกาสที่จะตกอยู่นอกช่วงเป็น 5 ครั้ง หรืออาจจะพูดว่าถ้าสร้างช่วงของการประมาณค่า 100 ครั้งจะมีช่วงของการประมาณค่า 95 ช่วงที่จะบรรจุค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) (Hays. 1970 : 489-490)

จากตัวอย่างข้างบนจะเห็นความแตกต่างของช่วงการประมาณค่าแบบเดิมและแบบเบย์เซียน และเรียกชื่อแตกต่างกันออกไป คือ ถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเดิมจะเรียกว่าช่วงของความเชื่อมั่น (Confidence interval) และถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเบย์เซียนเรียกว่า เครดิเบิล (Credible interval) (Hays. 1970 : 490) แต่ถ้าเป็นช่วงของการประมาณค่าแบบเบย์เซียน โดยทั่วไปไม่ใช่เฉพาะในกรณีที่มีข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Information less) จะเรียกว่า Highest posterior density interval หรือ H.P.D. interval (Box and Tiao. 1973 : 85) ในส่วนที่จะกล่าวต่อไปจะขอเรียกว่า Credible interval ทั้งหมด เนื่องจากจะพบคำนี้ในเอกสารต่าง ๆ มากกว่า H.P.D. interval

การทดสอบสมมติฐาน (Posterior distribution and hypothesis testing)

การทดสอบสมมติฐานในเบย์เซียน จะแสดงได้ในเทอมของสัดส่วน (Ratio) ของความน่าจะเป็นหลังการทดลอง (Posterior probability) เรียกว่าพอสทีเรียออดเรโช (Posterior odds ratio) เขียนแทนด้วย Ω'' ซึ่งเกิดจากสัดส่วนของความน่าจะเป็นก่อนการทดลอง (Prior odds ratio) เขียนแทนด้วย Ω' คูณกับสัดส่วนของความน่าจะเป็นของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง (Likelihood ratio) เขียนแทนด้วย L.R. ดังความสัมพันธ์

$$\Omega'' = \Omega' \times \text{L.R.}$$

ซึ่งมีค่า Ω'' , Ω' และ L.R. หาได้ดังนี้

เนื่องจาก Ω' เป็นสัดส่วนของความน่าจะเป็นก่อนการทดลอง (Prior odds ratio) ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ A และ B แทนค่าของพารามิเตอร์ที่แตกต่าง เช่น กำหนดสมมติฐาน เป็น $H_0: P = 0.40$ และ $H_1: P = 0.06$ ดังนั้น A ก็จะเป็นเหตุการณ์ที่ค่า P เป็น 0.04 และ B ก็จะเป็นเหตุการณ์ P มีค่า 0.06 ก็จะได้ว่า

$$\Omega' = \frac{P'(A)}{P'(B)} \quad P'(A) \text{ และ } P'(B) \text{ คือความน่าจะเป็นเริ่มแรก}$$

ของเหตุการณ์ A และ B

ในทำนองเดียวกันก็จะได้ว่า

$$\text{L.R.} = \frac{f(X/A)}{f(X/B)}$$

$$\Omega'' = \frac{P''(A/X)}{P''(B/X)}$$

ตัวอย่าง ข้อมูลที่ได้จากทวนการเบอร์นูลลี ที่มีข้อมูลจากการวิเคราะห์ดังนี้

Value of P	Prior probability	Likelihood	Prior prob. x Likelihood	Posterior prob.
.40	.25	.10255	.02564	.63
.60	.75	.02026	.01519	.37
	1.00			1.00

ซึ่งจะคำนวณหา λ' , L.R. และ λ'' ได้ดังนี้

$$\lambda' = \frac{P'(A)}{P'(B)} = \frac{.25}{.75} = \frac{1}{3}$$

$$\text{L.R.} = \frac{f(X/A)}{f(X/B)} = \frac{.10255}{.02026} = 5.06$$

$$\lambda'' = \frac{P''(A)}{P''(B)} = \frac{.63}{.37} = 1.70$$

$$\text{ซึ่ง } \lambda'' = \frac{1}{3} \times 5.06 = 1.686 = 1.70$$

ในกรณีที่มีข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Informationless) ก็จะได้ว่า $\lambda' = 1$ เนื่องจากเราได้กำหนดให้ $P'(A) = P'(B)$ หรือกำหนดให้การกระจายก่อนการทดลองเป็นการกระจายแบบสม่ำเสมอ นั่นเอง ดังนั้นจะได้ว่า $\lambda'' = \text{L.R.}$ (จะเหมือนกันเฉพาะตัวเลขส่วนทางด้านการตีความหมายจะแตกต่างกัน)

ถ้าสมมติฐานเป็นสมมติฐานเดี่ยว (Simple hypothesis) ซึ่งเป็นสมมติฐานที่จะทดสอบเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์เพียงค่าเดียว เช่น $H_0: P = 0.40$ และ $H_1: P = 0.60$ การทดสอบสมมติฐานจะพิจารณาได้จาก λ'' ซึ่ง

$$\lambda'' = \frac{P''(H_0)}{P''(H_1)} = \frac{P''(P = .40)}{P''(P = .60)}$$

และถ้าผลการทดสอบออกมาว่า μ มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่าจะยอมรับ H_0 แต่ถ้า μ มีค่าน้อยกว่า 1 จะสรุปได้ว่าปฏิเสธ

สำหรับกรณีที่สมมติฐานเป็นสมมติฐานประกอบ (Composite hypothesis) เป็นสมมติฐานที่จะทดสอบเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ค่า ซึ่งอาจจะกำหนดเป็นช่วงของค่าพารามิเตอร์ก็ได้ เช่น $H_0: P \leq 0.40$ และ $H_1: P > 0.40$ การหาค่าความน่าจะเป็นของ H_0 และ H_1 ก็ทำได้จากการหาพื้นที่ภายใต้โค้งของการกระจายหลังการทดลอง (Area under posterior distribution) แทนการหา μ จาก μ' และ L.R. เนื่องจากจะหาได้ง่ายและสะดวกกว่า

สำหรับสมมติฐานประกอบยังสามารถแยกออกเป็น 2 ประเภทคือสมมติฐานทางเดียว และสมมติฐานสองทาง ซึ่งจะทำให้การทดสอบในลักษณะที่แตกต่างกันดังนี้

กรณีที่ 1 การทดสอบสมมติฐานทางเดียว (One-tailed or directional test)

$$H_0: \mu \geq \mu_0, \quad H_1: \mu < \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0, \quad H_1: \mu > \mu_0$$

เนื่องจากขบวนการอ้างอิงแบบเบย์เขียนนั้นมีความต้องการที่จะหาค่าความน่าจะเป็นที่แท้จริงของค่าพารามิเตอร์นั้นคือ หาค่าความน่าจะเป็นที่สมมติฐาน H_0 และ H_1 จะเกิดว่าจะมีค่าเท่าไร เช่น

$$P''(H_0 \text{ เป็นจริง}) = P''(\mu \geq \mu_0)$$

$$P''(H_1 \text{ เป็นจริง}) = P''(\mu < \mu_0)$$

$$\text{ต่อจากนั้นก็คำนวณหา } \mu = \frac{P''(H_0)}{P''(H_1)}$$

ตัวอย่าง สมมติว่า สุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่รู้ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 400 สุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเท่ากับ 4 และคำนวณได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 106 และสมมติว่ามีจำนวนข้อมูลเริ่มแรกอยู่น้อย (Diffuse normal prior distribution) และต้องการทดสอบสมมติฐาน

$$H_0 : \mu \leq 100 , \quad H_1 : \mu > 100$$

เนื่องจาก $m'' = m = 106$ $n'' = n = 4$ ดังนั้น

$$\sigma'' = \sigma / \sqrt{n''} = \sigma / \sqrt{n} = 20/2 = 10$$

$$m'' = m = 106$$

$$P''(H_1) = P''(z > -0.6) = .726$$

$$'' = \frac{P''(H_0)}{P''(H_1)} = \frac{.274}{.726} = .377$$

และเนื่องจาก α'' มีค่าน้อยกว่า 1 จึงปฏิเสธสมมติฐาน

กรณีที่ 2 การทดสอบสมมติฐานแบบสองหาง (Two-tailed test)

การตั้งสมมติฐานก็แตกต่างจากการตั้งสมมติฐานแบบเดิมที่จะตั้งสมมติฐานในรูปแบบ

$H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$ เนื่องจากในเบย์เซียนกรณีนี้ตัวแปรเป็นตัวแปรแบบต่อเนื่อง

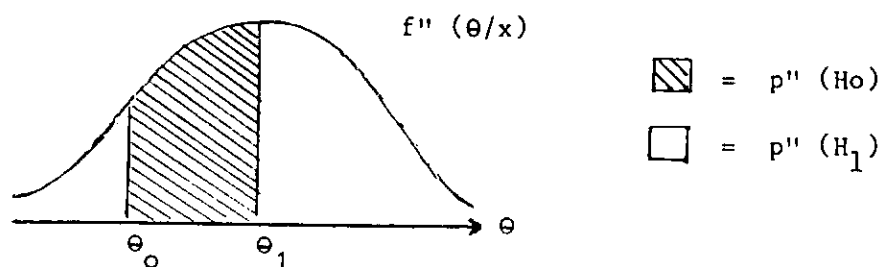
$P''(H_0) = P''(\mu = \mu_0) = 0$ และ $P''(H_1) = P''(\mu \neq \mu_0) = 1$ เสมอและถ้าตั้งสมมติฐานในลักษณะนี้แสดงว่า H_0 ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย ในขณะที่ H_1 จะต้องเกิดขึ้นอย่างแน่นอน โดยไม่มีความจำเป็นที่จะต้องทดสอบสมมติฐาน

ดังนั้นเพื่อประยุกต์ให้การทดสอบสมมติฐานแบบเบย์เซียนเหมาะสมกับสถานการณ์ต่าง ๆ จึงไม่ควรตั้งสมมติฐานให้ค่าพารามิเตอร์มีค่าที่แน่นอน (Exactly) เช่น $\mu = 1,300$ แต่ควรตั้งในลักษณะที่กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์มีค่าเข้าใกล้ 1,300 เช่น $1,250 \leq \mu \leq 1,350$

นี่คือรูปทั่วไปของการตั้งสมมติฐาน จะตั้งว่า

$$H_0 : \theta_0 < \theta < \theta_1$$

$$H_1 : \theta < \theta_0 , \theta > \theta_1$$



หรืออาจจะเขียนในรูปของเซต A และ B โดยกำหนดให้เซต A และ B เป็น Mutually exclusive และ Exhaustive นั่นคือ $A \cap B = \emptyset$ และ $A \cup B = S$ (Sample space) เช่น กำหนดให้ $A = \{\theta/\theta_0 \leq \theta \leq \theta_1\}$ และ $B = \{\theta/\theta < \theta_0$ หรือ $\theta > \theta_1\}$ แล้วเขียนสมมติฐานเสียใหม่ว่า $H_0 : \theta \in A$ และ $H_1 : \theta \in B$ และการหาค่าความน่าจะเป็นของสมมติฐานทั้งสองก็คือ $P''(H_0) = P''(\theta \in A)$ และ $P''(H_1) = P''(\theta \in B) = 1 - P''(\theta \in A)$

(Hays. 1970 : 496-502 , Sinkler. 1972 : 420-429)

สรุปก็คือ การใช้สถิติเบย์เขียนทำการวิเคราะห์อย่างเดียวนั้นประเด็นใหญ่ไม่ได้อยู่ที่ว่าจะทำการวิเคราะห์เพื่อที่จะสรุปว่าสมมติฐานที่เป็นกลาง (Null hypothesis : H_0) เป็นจริง หรือจะสรุปว่าสมมติฐานเลือก (Alternative hypothesis : H_1) เป็นจริง แต่จะเป็นการพิจารณาถึงค่าความน่าจะเป็นของค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง (Smith. 1971 : 632-633) หรือจะเป็นการหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดสมมติฐานที่เป็นกลาง และสมมติฐานเลือก ซึ่งสมมติฐานดังกล่าวนี้ได้พูดถึงค่าที่แท้จริงของค่าพารามิเตอร์

การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (Inference concerning Population mean)

การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร โดยใช้การอ้างอิงแบบเบย์เซียน (Bayesian Inference) นี้จะพิจารณาใน 2 กรณีคือ

1. กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรแบบปกติ (Normal population) ซึ่งการอ้างอิงค่าเฉลี่ยทำได้ 2 ลักษณะคือ

1.1 การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเพียงกลุ่มเดียว (Inference concerning a single mean) ซึ่งจะถือว่าค่าเฉลี่ยเป็นตัวแปรสุ่มที่ต้องการจะประมาณค่าด้วยค่าความน่าจะเป็น ส่วนค่าความแปรปรวนก็จะถือว่าเป็นตัวแปรตัวหนึ่งที่อาจจะทราบค่าหรือไม่ก็ได้

1.2 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม (Inference concerning between two means) จะถือว่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็นตัวแปรที่เราสนใจ และจะทำการอ้างอิงใน 3 กรณี คือ ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่ม ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง และกรณีสุดท้ายก็คือไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง แต่สมมติให้มีค่าเท่ากัน

2. กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่ไม่จำเป็นจะต้องมีการกระจายแบบปกติ

(Non-normal population)

ความแตกต่างอีกอย่างหนึ่งระหว่างสถิติเบย์เซียนและสถิติแบบเดิมก็คือ ในสถิติแบบเดิมจะถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ และในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ก็จะทำการอ้างอิงว่าค่าพารามิเตอร์จะมีค่าเท่ากับค่าสถิติที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง ด้วยระดับความเชื่อมั่น (α) ที่มีค่าความน่าจะเป็น (Probability distribution) และในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์จึงเป็นการหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดค่าพารามิเตอร์ว่ามีโอกาสเกิดขึ้นในช่วงที่กำหนดมากน้อยเพียงใด (Novick and Jackson. 1974 : 136, Smith and William. 1971 : 632-633) ดังนั้น จุดสำคัญของการวิเคราะห์ในสถิติเบย์เซียนก็คือ การหาการกระจายก่อนการทดลอง และการกระจายหลังการทดลอง (Prior and posterior distribution) ซึ่งเป็นการกระจายค่าความน่าจะเป็นเกี่ยวกับค่าที่แท้จริงของค่าพารามิเตอร์ก่อนที่จะได้มีการเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง และหลังจากที่ได้มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างสำหรับการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์นั้น จะทำการอ้างอิงจากการกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution) ของค่าพารามิเตอร์ เนื่องจากจะมีผลทำให้การตัดสินใจเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์มีความชัดเจนที่สุด (Smith and William. 1971 : 637, Hays. 1970 : 451-452) ดังตัวอย่างในการตัดสินใจสร้างสถานีวิทยุ-โทรทัศน์ในเมืองโกเบอร์ (Gober) โดยจะทำการวิเคราะห์โดยใช้วิธีการ 3 วิธี คือ การใช้สถิติแบบเดิมเพื่อทดสอบสมมติฐาน ใช้วิธีการตัดสินใจ

โดยใช้ข้อมูลจากการกระจายก่อนการทดลองและวิธีที่ 3 คือ ใช้วิธีการตัดสินใจโดยใช้ข้อมูลจากการกระจายหลังการทดลอง ผลปรากฏว่าถ้าข้อมูลที่ได้จากการกระจายหลังการทดลองไปใช้ร่วมกับการวิเคราะห์ค่าใช้จ่าย แล้วพบว่าโอกาสในการตัดสินใจสร้างสถานีวิจัยโทรทัศน์จะประสบผลสำเร็จสูง ในขณะที่ผลการวิเคราะห์โดยใช้สถิติแบบเดิมและใช้ข้อมูลการกระจายก่อนการทดลอง พบว่าไม่ควรสร้างสถานีวิจัยโทรทัศน์ (Smith and William. 1971 : 631-637) ดังนั้นในการกล่าวถึงการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่จะกล่าวต่อไปนี้ ก็จะเป็นการพิจารณาถึงลักษณะของการกระจายหลังการทดลองในแต่ละกรณีดังต่อไปนี้

การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรแบบปกติเพียงกลุ่มเดียว

(Inference concerning a single mean from normal population)

การอ้างอิงแบบนี้จะทำได้เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของประชากรเป็นตัวแปรที่เราต้องการจะประมาณค่าโดยจะพิจารณาเมื่อทราบค่าความแปรปรวน และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร ซึ่งถือว่าเป็นตัวแปรอีกตัวหนึ่ง

กรณีที่ 1 ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (Known variance)

สมมติให้กลุ่มตัวอย่างมีขนาด n และมีค่าสังเกตเป็น $x_1, x_2, \dots, x_n$ ซึ่งถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่มที่ได้มาจากประชากรแบบปกติ และทราบค่าความแปรปรวนของประชากรเป็น σ^2 การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (μ) ของประชากร ทำภายใต้ข้อตกลงที่ว่า ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง ($\bar{x}$) ซึ่ง $\bar{x} = (1/n) \sum x_i$ และ $\bar{x}$ เป็นค่าสถิติที่เพียงพอ (Sufficient statistics) สำหรับ θ การกระจายของ $\bar{x}$ เป็นแบบปกติ-เขียนแทนด้วย $N(\theta, \sigma^2/n)$

สำหรับฟังก์ชันที่เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง (Likelihood function)

$$f(\theta/X) \propto P(X./\theta, \sigma^2) \\ \propto \exp\left[\frac{-n}{2\sigma^2} (\theta - x.)^2\right]$$

และได้การกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ย (Posterior distribution of θ)

คือ $P(\theta/X) \propto P(\theta) f(\theta/X)$

$$\propto P(\theta) \cdot P(X./\theta, \sigma^2)$$

เนื่องจากการกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ย ขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายก่อนการทดลองของค่าเฉลี่ย หรือ $P(\theta)$ ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาใน 2 ลักษณะ คือ ลักษณะการกระจายก่อนการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution or rectangular distribution) กับมีการกระจายแบบปกติ (Normal distribution)

ถ้าการกระจายก่อนการทดลอง เป็นแบบสม่ำเสมอก็จะได้ว่าการกระจายหลังการทดลองจะขึ้นอยู่กับข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง (Likelihood function) เท่านั้น นั่นคือ

$$P(\theta/X) \propto \exp\left[\frac{-n}{2\sigma^2} (\theta - x.)^2\right] \\ P(\theta/X) = k \cdot \exp\left[\frac{-n}{2\sigma^2} (\theta - x.)^2\right]$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ที่จะทำให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติและหาค่าได้ดังนี้

$$k^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{-n}{2\sigma^2} (\theta - x.)^2\right] d\theta = \left[\frac{2\pi\sigma^2}{n}\right]^{1/2}$$

ดังนั้นแบบการกระจายหลังการทดลองจะอธิบายได้ด้วย

$$P(\theta/x) = \left[\frac{2\pi\sigma^2}{n}\right]^{-1/2} \cdot \exp\left[\frac{-n}{2\sigma^2} (\theta - x.)^2\right], -\infty < \theta < \infty$$

นั่นคือ การกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ย ก็จะมีการกระจายเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\bar{x}$ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2/n เขียนแทนด้วย $N(\bar{x}, \sigma^2/n)$

(Box and Tiao. 1973 : 82, Phillips. 1973 : 270, Novick and Jackson. 1974 : 210-211)

ถ้าการกระจายก่อนการทดลองเป็นแบบปกติ จากคุณสมบัติของคอนจูเกต (Conjugate prior distribution) จะได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ย ก็จะเป็นการกระจายแบบปกติซึ่งอธิบายได้

$$P(\theta/X) = \left[\frac{2\pi}{n\sigma'^2} \right]^{-1/2} \exp\left[-\frac{n}{2\sigma'^2} (\theta - \mu'')^2 \right], -\infty < \theta < \infty$$

เมื่อ μ'' = ค่าเฉลี่ยหลังการทดลอง (Posterior mean)

$$\mu'' = \frac{[1/\sigma'^2]\mu' + [n/\sigma^2]\bar{x}}{[1/\sigma'^2] + [n/\sigma^2]}$$

σ'^2 = ค่าความแปรปรวนหลังการทดลอง (Posterior variance)

$$\frac{1}{\sigma'^2} = \frac{1}{\sigma'^2} + \frac{n}{\sigma^2}$$

ขณะที่ μ' และ σ'^2 คือค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนก่อนการทดลอง

(Hays. 1970 : 469-470, Phillips. 1973 : 270, Novick and Jackson. 1974 : 139-141, Iversen. 1984 : 36-37)

กรณีที่ 2 ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (Unknown variance)

สมมติว่าสุ่มตัวอย่างขนาด n มาจากประชากรแบบปกติที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ที่มีค่าสถิติ $\bar{x}$ และ S^2 เป็น Sufficient statistics สำหรับ θ และ σ^2 เมื่อ $\bar{x} = (1/n) \sum x_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$, $n = n-1$

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวอย่าง (Likelihood function)

$$f(\theta, \sigma^2/X) \propto \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}[\sqrt{S^2 + n(\theta - \bar{X}_.)^2}]\right]$$

กำหนดให้ θ และ $\log \sigma$ มีลักษณะการกระจายก่อนการทดลองเป็นแบบสมมาตร และเนื่องจาก θ และ σ เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(\theta, \sigma) = P(\theta) P(\sigma)$$

$$P(\theta) = c \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงที่}$$

$$P(\log \sigma) = c \quad \text{หรือ} \quad P(\sigma) = \sigma^{-1}$$

ดังนั้น

$$\text{แต่เนื่องจากการกระจายหลังการทดลอง} \quad P(\theta, \sigma/X) \propto P(\theta, \sigma) f(\theta, \sigma/X)$$

$$P(\theta, \sigma/X) = k \sigma^{-(n+1)} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}[\sqrt{S^2 + n(\theta - \bar{X}_.)^2}]\right], \quad -\infty < \theta < \infty, \sigma > 0$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ที่จะทำให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ

$$\text{และ } k = \left[\frac{n}{2\pi}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right]^{-1} \left[\frac{\sqrt{S^2}}{2}\right]^{\nu/2}$$

เมื่อต้องการจะอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (θ) ดังนั้น จะถือว่า σ เป็นตัวแปรรบกวน (Nuisance parameter) ที่จะต้องกำจัด นั่นคือ การกระจายหลังการทดลองของ θ และ σ (Jointly posterior distribution) และถ้าต้องการหาการกระจายหลังการทดลองของ อย่างเดียว (Marginal posterior distribution) จะหาได้จาก

$$P(\theta/X) = \int_0^\infty P(\theta, \sigma/X) d\sigma \quad \text{ซึ่งจะคำนวณได้ดังนี้}$$

$$P(\theta/X) = \left[\frac{(S/\sqrt{n})^{-1}}{B\left(\frac{1}{2}\nu, \frac{1}{2}\nu\right)}\right] \frac{[1+n(\theta - \bar{X}_.)^2]^{-\frac{1}{2}(\nu+1)}}{\sqrt{S^2}}, \quad -\infty < \theta < \infty$$

เมื่อ $\beta(p, q)$ เป็นเบต้าฟังก์ชัน (Beta function) ซึ่ง

$$\beta(p, q) = \Gamma(p) \cdot \Gamma(q) / \Gamma(p+q) \quad \text{และถ้าแปลงค่า (Transform) } \theta \text{ เป็น } t \text{ ตามความ}$$

$$\text{สัมพันธ์ } t = \frac{\theta - \bar{X}_.}{S/\sqrt{n}} \quad \text{จะได้ว่า}$$

$$P\left[t = \frac{\theta - \bar{X}_n}{S/\sqrt{n}}\right] = \frac{1}{B\left(\frac{1}{2}v, \frac{1}{2}\right)v^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{t^2}{v}\right]^{-\frac{1}{2}(v+1)}, \quad -\infty < t < \infty$$

นั่นคือ จะได้ว่าค่าเฉลี่ย (θ) จะมีการกระจายเป็นแบบที่มี d.f. = $n-1$ หรือเขียนสั้น ๆ ว่า θ มีการกระจายเป็น $t(\bar{X}_n, S^2/n, v)$ เมื่อ $v = n-1$

(Box and Tiao. 1973 : 92-97, Novick and Jackson. 1974 : 206-210)

การอ้างอิงเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

(Inference concerning comparison of two normal means)

การอ้างอิงเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติเบย์เซียน จะพิจารณาเป็น 3 กรณี คือ

1. ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่ม (Both variance are known)
2. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่ม แต่สมมติว่ามีค่าเท่ากัน

(Variance equal but unknown)

3. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่มและมีความแตกต่างกัน (Both variance unknown and possibly different)

กรณีที่ 1 ทราบค่าความแปรปรวน (Variance know)

สมมติว่าเรามีชุดของค่าสังเกต 2 ชุด ที่เป็นอิสระจากกัน ซึ่งสุ่มจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติที่มีค่าความแปรปรวนเป็น σ_1^2 และ σ_2^2

เนื่องจากข้อมูลเกี่ยวกับ σ_1 และ σ_2 เป็นอิสระจากกัน ดังนั้น การกระจายก่อนการทดลองและการกระจายหลังการทดลองก็จะเป็นอิสระจากกัน และจะได้ว่าการกระจายหลังการทดลองก็จะเป็นการกระจายแบบปกติ ดังนั้นคือ เป็น $N(\bar{x}_1, n_1^{-1}\sigma_1^2)$ และ $N(\bar{x}_2, n_2^{-1}\sigma_2^2)$

สำหรับการกระจายของความสัมพันธ์ระหว่าง θ_1 และ θ_2 ในลักษณะนี้ก็จะได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของ θ_1 และ θ_2 เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 P(\theta_1, \theta_2/x_1, x_2) &\propto P(x_1, x_2/\theta_1, \theta_2) P(\theta_1, \theta_2) \quad (\text{ทฤษฎีเบย์}) \\
 &\propto P(x_1, x_2/\theta_1, \theta_2) P(\theta_1) P(\theta_2) \quad (\theta_1, \theta_2 \text{ เป็นอิสระ}) \\
 &\propto P(x_1/\theta_1, \theta_2) P(x_2/\theta_1, \theta_2) P(\theta_1) P(\theta_2) \\
 &\propto P(x_1/\theta_1) P(x_2/\theta_2) P(\theta_1) P(\theta_2) \\
 &\propto P(x_1/\theta_1) P(\theta_1) P(x_2/\theta_2) P(\theta_2) \\
 &\propto P(\theta_1/x_1) P(\theta_2/x_2)
 \end{aligned}$$

นั่นคือสรุปได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของความสัมพัธ์ระหว่าง θ_1 และ θ_2 จะขึ้นอยู่กับ การกระจายหลังการทดลองของ θ_1 และ θ_2 มีการกระจายแบบปกติและเป็นอิสระจากกัน (Independent normal variable) ดังนั้น $a_1\theta_1+a_2\theta_2$ ก็จะเป็นตัวแปรที่มีการกระจายแบบปกติด้วย (เนื่องจากคุณสมบัติ Reproductive properties)

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } E(a_1\theta_1+a_2\theta_2) &= E(a_1\theta_1)+E(a_2\theta_2) \\
 &= a_1E(\theta_1)+a_2E(\theta_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V(a_1\theta_1+a_2\theta_2) &= V(a_1\theta_1)+V(a_2\theta_2)+2C(a_1\theta_1+a_2\theta_2) \\
 &= a_1^2V(\theta_1)+a_2^2V(\theta_2)
 \end{aligned}$$

ถ้ากำหนดให้ $a_1 = -1$, $a_2 = 1$ ก็จะได้ว่า

$$a_1\theta_1+a_2\theta_2 = \theta_2-\theta_1$$

$$\text{และ } E(a_1\theta_1+a_2\theta_2) = E(\theta_2-\theta_1) = x_{2\cdot}-x_{1\cdot}$$

$$V(a_1\theta_1+a_2\theta_2) = V(\theta_2-\theta_1) = n_1^{-1}\sigma_1^2 + n_2^{-1}\sigma_2^2$$

สรุปได้ว่า ถ้ากำหนดให้ $d = \theta_2-\theta_1$ จะได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของ d จะมี การกระจายเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $x_{2\cdot}-x_{1\cdot}$ และมีค่าความแปรปรวนเป็น $\sigma^2 = n_1^{-1}\sigma_1^2 + n_2^{-1}\sigma_2^2$ หรือเขียนสั้น ๆ ได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของ d เป็น $N(x_{2\cdot}-x_{1\cdot}, n_1^{-1}\sigma_1^2 + n_2^{-1}\sigma_2^2)$ (Novick and Jackson. 1974 : 247-248)

กรณี 2 ไม่ทราบค่าความแปรปรวนแต่สมมติให้มีความเท่ากัน

(Variance equal but unknown)

สมมติว่ามีค่าสังเกต 2 ชุด ที่เป็นอิสระจากกัน และสุ่มมาจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติที่ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองกลุ่ม แต่สมมติให้มีความเท่ากัน คือ

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

เนื่องจาก θ_1 , θ_2 , σ^2 เป็นอิสระจากกัน และมีการกระจายเป็นอิสระจากกัน กล่าวคือ θ_1 และ θ_2 มีการกระจายแบบปกติ เป็น $N(\theta_1, \sigma^2/n_1)$ และ $N(\theta_2, \sigma^2/n_2)$ ส่วน σ^2 มีการกระจายแบบ $(\sigma^2/\nu) \chi^{-2}$ เมื่อ $\nu = n_1 + n_2 - 2$

โดยกำหนดให้การกระจายก่อนการทดลองของ θ_1 , θ_2 และ $\log \sigma$ เป็นอิสระจากกัน และมีการกระจายแบบสมมาตร จะได้การกระจายหลังการทดลองร่วมของ θ_1 , θ_2 และ σ^2 เป็น

$$P(\theta_1, \theta_2, \sigma^2 / x_1, x_2) = P(\sigma^2 / S^2) P(\theta_1 / \sigma^2, x_{1\cdot}) P(\theta_2 / \sigma^2, x_{2\cdot})$$

เมื่อ

$$S^2 = \nu^{-1} (\nu_1^2 S_1^2 + \nu_2^2 S_2^2) = (n_1 + n_2 - 2)^{-1} [(x_{1i} - x_{1\cdot})^2 + (x_{2i} - x_{2\cdot})^2]$$

$$\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$$

กำหนดให้ $\delta = \theta_2 - \theta_1$ จะได้การกระจายหลังการทดลองร่วมของ δ และ σ^2 คือ $P(\delta, \sigma^2 / x_1, x_2) = P(\sigma^2 / S^2) P(\delta / \sigma^2, x_{2\cdot} - x_{1\cdot})$ ถ้ากำหนดค่าที่แน่นอนให้ σ^2 ก็จะได้จะมีการกระจายแบบปกติ เขียนเป็น

$$N[x_{2\cdot} - x_{1\cdot}, \sigma^2(n_1^{-1} + n_2^{-1})] \text{ แต่ถ้าไม่ทราบค่า } \sigma^2 \text{ เราก็จะอินทิเกรต}$$

(Integrate) การกระจายหลังการทดลองร่วมของ δ และ σ^2 เทียบกับ σ เพื่อหาค่า σ^2 ก็จะได้ว่าการกระจายหลังการทดลองของ δ อย่างเดียว (Marginal posterior distribution) คือ

$$P(\delta / x_1, x_2) = \frac{[S^2(n_1^{-1} + n_2^{-1})]^{-\frac{\nu}{2}}}{B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\nu)\nu^{\frac{\nu}{2}}} \left[\frac{1 + [\theta_2 - \theta_1 - (x_{2\cdot} - x_{1\cdot})]^2}{S^2(n_1^{-1} + n_2^{-1})} \right]^{-\frac{\nu}{2}(\nu+1)}$$

ซึ่งจะมีการกระจายเป็นแบบที่ หรือ $t(x_{2\cdot} - x_{1\cdot}, s^2(n_1^{-1} + n_2^{-1}), n_1 + n_2 - 2)$ หรือ

ถ้าแปลงเป็นรูปมาตรฐาน โดยอาศัยความสัมพันธ์ $t = \frac{(\theta_2 - \theta_1) - (x_{2\cdot} - x_{1\cdot})}{s(n_1^{-1} + n_2^{-1})^{\frac{1}{2}}}$
 ก็จะได้ว่า $\theta \sim t(0, 1, n_1 + n_2 - 2)$

(Box and Tiao. 1973 : 103-104, Phillips. 1973 : 307)

กรณีที่ 3 ไม่ทราบค่าความแปรปรวน

(Both variance unknown and possible different)

สมมติว่ามีค่าสังเกต 2 ชุด ที่เป็นอิสระจากกันและมาจากประชากรที่มีการกระจายเป็นแบบปกติ กำหนดให้ $\theta_1, \theta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และเป็นอิสระจากกัน จึงมีลักษณะการกระจายเป็นอิสระจากกัน ดังนี้คือ

$$\begin{aligned}\theta_1 &\sim N(\theta_1, \sigma_1^2/n_1) & \sigma_1^2 &\sim (\sigma_1^2/\nu_1)x^2\nu_1 \\ \theta_2 &\sim N(\theta_2, \sigma_2^2/n_2) & \sigma_2^2 &\sim (\sigma_2^2/\nu_2)x^2\nu_2\end{aligned}$$

กำหนดให้การกระจายก่อนการทดลองของ $\theta_1, \theta_2, \log \sigma_1^2$ และ $\log \sigma_2^2$ เป็นอิสระจากกันและมีการกระจายเป็นแบบสมมาตร จะได้ว่าการกระจายหลังการทดลองร่วมของ θ_1 และ θ_2 คือ

$$P(\theta_1, \theta_2/x_1, x_2) = P(\theta_1/x_{1\cdot}, s_1^2) P(\theta_2/x_{2\cdot}, s_2^2)$$

$$P(\theta_1/x_{1\cdot}, s_1^2) = \frac{(s_1/\sqrt{n_1})^{-1}}{B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\nu_1)\nu_1^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{1+n_1(\theta_1-x_{1\cdot})^2}{\nu_1 s_1^2} \right]^{-\frac{1}{2}(\nu_1+1)}$$

$$P(\theta_2/x_{2\cdot}, s_2^2) = \frac{(s_2/\sqrt{n_2})^{-1}}{B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\nu_2)\nu_2^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{1+n_2(\theta_2-x_{2\cdot})^2}{\nu_2 s_2^2} \right]^{-\frac{1}{2}(\nu_2+1)}$$

$$-\infty < \theta_1 < \infty \quad -\infty < \theta_2 < \infty$$

นั่นคือ การกระจายหลังการทดลองของ θ_1 และ θ_2 เป็นอิสระจากกันและมีการกระจายเป็น $\theta_1 \sim t(x_{1\cdot}, s_1^2/n_1, \nu_1)$ และ $\theta_2 \sim t(x_{2\cdot}, s_2^2/n_2, \nu_2)$

สำหรับการกระจายหลังการทดลองของ $\theta = \theta_2 - \theta_1$ ไม่สามารถเขียนได้ในรูปฟังก์ชันง่าย ๆ แต่ต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การอินทิเกรต ซึ่งสามารถดูได้จากการกระจายของ T ดังนี้

$$\begin{aligned} T &= \frac{(\theta_2 - \theta_1) - (x_2 - x_1)}{(S_1^2 n_1^{-1} + S_2^2 n_2^{-1})^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{[\theta_1 - x_2] \cos \theta}{S_2 n_2^{-\frac{1}{2}}} - \frac{[\theta_1 - x_1] \sin \theta}{S_1 n_1^{-\frac{1}{2}}} \\ &= t_2 \cos \theta - t_1 \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } \tan \theta = \frac{S_1 n_1^{-\frac{1}{2}}}{S_2 n_2^{-\frac{1}{2}}}$$

และ t_1, t_2 มีการกระจายเป็นอิสระจากกันคือเป็น $t_1 (0, 1, \nu_1)$ และ $t_2 (0, 1, \nu_2)$ ซึ่งฟังก์ชันที่แสดงความน่าจะเป็นของ T นั้น จะได้มาจากการกระจายร่วมของ t_1 และ t_2 ดังสมการ

$$P(T/\nu_1, \nu_2, \theta) = \iint P(t_1) P(t_2) dt_1 dt_2, -\infty < T < \infty$$

$$t_2 \cos \theta - t_1 \sin \theta = T$$

$$P(t_i) = \frac{1}{B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\nu_i)\nu_i^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{t_i^2}{\nu_i}\right]^{-\frac{1}{2}(\nu_i+1)} \quad i = 1, 2$$

ต่อมาในปี 1964 พาทิล (Patil) ได้แสดงว่าการกระจายของ T จะเข้าใกล้การกระจายของ t ที่มีลักษณะ $t (0, a^2, b)$ $t(x_2 - x_1, a^2(S_1^2 n_1^{-1} + S_2^2 n_2^{-1}), b)$

$$\text{เมื่อ } a^2 = \frac{b-2}{b} f_1 \quad b = \frac{4+f_1^2}{f_2}$$

$$f_1 = \left[\frac{2}{\nu_2 - 2} \right] \cos^2 \theta + \left[\frac{1}{\nu_1 - 2} \right] \sin^2 \theta$$

$$f_2 = \left[\frac{\nu_2^2}{(\nu_2 - 2)^2 (\nu_2 - 4)} \right] \cos^4 \theta + \left[\frac{\nu_1^2}{(\nu_1 - 2)^2 (\nu_1 - 4)} \right] \sin^4 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{S_{2n_2}^2 - 1}{S_{1n_1}^2 - 1 + S_{2n_2}^2 - 1}, \quad \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

(Box and Tiao. 1973 : 104-109)

การอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรที่ไม่จำเป็นจะต้องมีการกระจายแบบปกติ

(Inference concerning population from non-normal population)

ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย โดยใช้การอ้างอิงของสถิติแบบเดิม ได้มีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นว่า กลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรแบบปกติ และมีการกระจายแบบอิสระ ข้อตกลงดังกล่าวค่อนข้างจะเข้มงวด จึงมีผลทำให้การสุ่มตัวอย่างและการอ้างอิงทำได้ในขอบเขตจำกัด ส่วนการอ้างอิงแบบเบย์เซียนไม่ได้กำหนดให้ข้อตกลงดังกล่าว

การทดลองโดยทั่วไปไม่ได้หมายความว่า จะมีการกระจายเป็นแบบปกติเสมอไป ทางด้านการเลือกใช้ค่าสถิติมาใช้ในการอ้างอิงจะต้องเหมาะสมกับข้อตกลงเบื้องต้น เช่น ถ้ากลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการกระจายแบบปกติ และต้องการจะอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (μ) เมื่อไม่ทราบความแปรปรวน (σ^2) เกณฑ์ (Criterion) ที่จะเลือกใช้ในการอ้างอิงค่าที่ (t) ดำเนินการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มเดียว จะใช้สูตร $t = (x - \theta) / S_n^{-1/2}$ และจากสูตรการคำนวณนี้จะพบว่า การสมมติเกี่ยวกับลักษณะของประชากรให้มีการกระจายเป็นแบบปกติจะมีผลต่อการคำนวณค่าที่ และถ้าในสถานการณ์จริงลักษณะการกระจายของประชากรไม่เป็นแบบปกติ เราจะเรียกว่า ค่าที่ มีความแกร่ง (Criterion robustness) ภายใต้การกระจายแบบไม่ปกติ (Non-normality) ส่วนผลของการอ้างอิงที่เกิดขึ้นจากการใช้สูตรที่แตกต่างไปจากข้อตกลงเบื้องต้น จะเรียกว่า การอ้างอิงมีความแกร่ง (Inference robustness) นั่นคือ สรุปได้ว่า

ลักษณะการกระจายของประชากร (Parent distribution) ก็จะมีผลต่อการเลือกเกณฑ์ (Criterion) ที่จะนำมาใช้ในการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

เพื่อให้การเลือกใช้ค่าสถิติและการอ้างอิงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยมีความถูกต้อง และมีโอกาสในการเลือกใช้กว้างขวางกว่าเดิม จึงเลือกกำหนดให้ลักษณะการกระจายของประชากรเป็นการกระจายที่มีลักษณะสมมาตรซึ่งรวมเอาการกระจายแบบปกติไว้ด้วย ซึ่งการกระจายดังกล่าว เรียกว่า การกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล เพาเวอร์ (Exponential power distribution) ซึ่งเป็นการกระจายที่มีลักษณะสมมาตร และมีลักษณะแตกต่างกันไปตามค่าความโค้ง (Kurtosis) ของการกระจาย ซึ่งอธิบายได้ด้วยฟังก์ชัน

$$P(x/\theta, \theta, \beta) = K\theta^{-1} \exp \left[-\frac{1}{2} \left| \frac{x-\theta}{\theta} \right|^{2/(1+\beta)} \right]$$

เมื่อ

$$K^{-1} = \left[\left(1 + \frac{1+\beta}{2} \right) \cdot 2^{1+\frac{1}{2}(1+\beta)} \right], \quad \theta > 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad -1 < \beta < 1$$

β = เป็นค่าพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กับความโค้ง (Kurtosis) (ดูภาคผนวก)

θ = ค่าพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง (Location parameter)

θ = ค่าสเกลพารามิเตอร์ (Scale parameter)

ซึ่งการกระจายดังกล่าวมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ดังนี้

$$1. \text{ ค่าเฉลี่ย} = E(x) = \theta$$

$$2. \text{ ความแปรปรวน} = V(x) = 2^{(1+\beta)} \cdot \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}(1+\beta)\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}(1+\beta)\right)} \right] \cdot \theta^2$$

และสมการที่ใช้อธิบายลักษณะการกระจายดังกล่าวสามารถเขียนได้อีกแบบหนึ่งคือ

$$P(x/\theta, \theta, \beta) = w(\beta) \theta^{-1} \exp \left[-c(\beta) \left| \frac{x-\theta}{\theta} \right|^{2/(1+\beta)} \right], \quad -\infty < x < \infty$$

$$\text{เมื่อ} \quad c(\beta) = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}(1+\beta)\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}(1+\beta)\right)} \right]^{1/(1+\beta)}$$

$$w(\beta) = \frac{[\Gamma(\frac{3}{2}(1+\beta))]^{\frac{1}{2}}}{(1+\beta)[\Gamma(\frac{1}{2}(1+\beta))]^{3/2}} \quad \sigma > 0, \quad -\infty < \theta < \infty, \quad -1 < \beta < 1$$

ขณะที่ θ, σ เป็นค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร ลักษณะการกระจายของประชากรที่อธิบายได้ด้วยฟังก์ชันดังกล่าว บางครั้งจะเรียกว่าเป็นการกระจายแบบไม่แน่นอน (Uncertain) เนื่องจากการกระจายดังกล่าวได้รวมเอาการกระจายแบบต่าง ๆ ที่มีลักษณะสมมาตร (Symmetry) และแตกต่างกันออกไปตามเบ้าของการกระจายดังนี้คือ

1. ถ้า $\beta = 0$ การกระจายดังกล่าวจะมีลักษณะการกระจายเป็นแบบปกติ (Normal distribution)

$$c(\beta = 0) = \left[\frac{\Gamma(\frac{3}{2}(1+0))}{\Gamma(\frac{1}{2}(1+0))} \right]^{1/(1+0)} = \frac{\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})} = \frac{(\frac{1}{2})!}{(-\frac{1}{2})!} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} w(\beta = 0) &= \frac{[\Gamma(\frac{3}{2}(1+0))]^{\frac{1}{2}}}{(1+0)[\Gamma(\frac{1}{2}(1+0))]^{3/2}} \\ &= \frac{[\Gamma(\frac{3}{2})]^{\frac{1}{2}}}{[\Gamma(\frac{1}{2})]^{3/2}} \\ &= \frac{[(\frac{1}{2})!]^{\frac{1}{2}}}{[(-\frac{1}{2})!]^{3/2}} = \frac{[\frac{1}{2} \cdot \pi^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}}{[\pi^{\frac{1}{2}}]^{3/2}} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$P(X/\theta, \sigma, \beta)$ จะมีการกระจายเป็นแบบปกติ ดังนี้

$$P(X/\theta, \sigma, \beta = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left| \frac{x - \theta}{\sigma} \right|^2 \right], \quad -\infty < x < \infty$$

2. ถ้า $\beta = 1$ การกระจายจะมีลักษณะการกระจายเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล (Double exponential)

$$c(\beta = 1) = \sqrt{2}$$

$$w(\beta = 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P(X/\theta, \phi, \beta = 1) = \frac{1}{\sqrt{2}\phi^2} \exp \left[-\sqrt{2} \left| \frac{X - \theta}{\phi} \right| \right], -\infty < x < \infty$$

3. ถ้า β มีค่าเข้าใกล้ -1 ($\beta \rightarrow -1$) จะได้ว่ารูปแบบการกระจายดังกล่าวจะเข้าใกล้การกระจายแบบสม่ำเสมอ (Uniform or rectangular distribution)

$$\lim_{\beta \rightarrow -1} P(X/\theta, \phi, \beta) = \frac{1}{2\sqrt{3}\phi}, \theta - \sqrt{3}\phi < x < \theta + \sqrt{3}\phi$$

การกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ยที่มีลักษณะการกระจายของประชากรแบบสมมาตร

(Posterior distribution of θ for symmetric parent population)

เมื่อกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ β เป็นตัวที่รู้ค่าและกำหนดให้ θ และ ϕ มีการกระจายก่อนการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ จะได้ว่า การกระจายหลังการทดลองร่วมของ θ และ ϕ (Joint posterior distribution) คือ

$$P(\theta, \phi/\beta, x) \propto \phi^{-(n+1)} \exp \left[-c(\beta) \sum \left| \frac{x_i - \theta}{\phi} \right| \right]^{2/(1+\beta)}$$

เมื่อ $-\infty < \theta < \infty$ และ $\phi > 0$

และจาก $P(\theta, \phi/\beta, x)$ ถ้าอินทิเกรตเมื่อเทียบกับ ϕ ก็จะได้การกระจายหลังการทดลองของ θ อย่างเดียว (Marginal posterior distribution) คือ

$$P(\theta/\beta, x) = [J(\beta)]^{-1} [M(\theta)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)}, -\infty < \theta < \infty$$

เมื่อ

$$M(\theta) = \sum_i |x_i - \theta|^{2/(1+\beta)}$$

$$J(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} [M(\theta)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)} d\theta$$

คุณสมบัติของการกระจายหลังการทดลอง $P(\theta/\beta, x)$ มีดังนี้

1. เป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่องและหาค่าดิฟเฟอเรนเชียลได้ (Continuous and differentiable) ในช่วง $-1 < \beta \leq 1$ และมีลักษณะเป็นโกล่งเดียว (Unimodal) ที่มีค่าฐานนิยม (Mode) เป็นค่าสูงสุด

2. ถ้า $\beta = 0$ $M(\theta) = \sum (x_i - \theta)^2 = (n-1)S^2 + n(\bar{X} - \theta)^2$ มีผลทำให้การกระจายหลังการทดลองของ θ มีลักษณะการกระจายแบบทีที่มีค่า $df = n-1$ หรือ $p(t_{n-1})$ ซึ่งคือ $t(0, 1, n-1)$

3. ถ้า β มีค่าเข้าใกล้ -1 ($\beta \rightarrow -1$) แล้วการกระจายหลังการทดลองของ θ จะเข้าใกล้การกระจายแบบเอฟ (Double F distribution) มีค่า d.f. เป็น 2 และ $2(n-1)$

4. ถ้า β มีค่าเข้าใกล้ 1 ($\beta \rightarrow 1$) แล้วการกระจายหลังการทดลอง θ ไม่สามารถเขียนได้ง่าย ๆ ในรูปฟังก์ชันของค่าสังเกต แต่รู้ว่ค่าฐานนิยม (Mode) ของการกระจายหลังการทดลองจะมีค่าเท่ากับค่ามัธยฐาน (Median) ของค่าสังเกต ไม่ว่าจำนวนค่าสังเกตจะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

และเพื่อให้สามารถคำนวณหาค่าการกระจายหลังการทดลองของค่าเฉลี่ยได้ง่ายขึ้น จึงได้มีการประมาณค่าการกระจายหลังการทดลองให้เข้าใกล้การกระจายแบบที (Approximate to t-distribution) ในกรณีต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ถ้า β มีค่าอยู่ระหว่าง $-0.75 < \beta < 0.75$ และไม่เข้าใกล้ -1 จะได้ว่า การกระจายหลังการทดลองของ θ เข้าใกล้การกระจายแบบที ดังนี้

$$P(\theta/\beta, x) \sim t \{ \hat{\theta}, M(\hat{\theta})/d[n(1+\beta)-1], n(1+\beta)-1 \}$$

เมื่อ

$\hat{\theta}$ = เป็นค่าฐานนิยมของ $P(\theta/\beta, x)$

d = เป็นค่าคงที่

$$M(\theta) = \sum_i |x_i - \theta|^{2/(1+\beta)}$$

ถ้า $\beta = 0$ จะได้ว่า $M(\theta) = \sum_1^n (x_i - x.)^2 + n(\theta - x.)^2$

$\beta \neq 0$ จะได้ว่า $M(\theta) = M(\hat{\theta}) + d(\theta - \hat{\theta})^2$

และถ้า mode $(\hat{\theta})$ ของ $P(\theta/\beta, x)$ จะหาได้จาก

$$\theta = \sum_{u=1}^n a_u x_u$$

$$a_u = \frac{|x_u - \hat{\theta}|^{-2\beta/(1+\beta)}}{\sum_{i=1}^n |x_i - \theta|^{-2\beta/(1+\beta)}}$$

2. ถ้า β น้อยกว่าศูนย์ ($\beta < 0$) จะได้ว่า

$$P(\theta/\beta, x) \propto [M(\hat{\theta}) + \frac{1}{2}M''(\hat{\theta})(\theta - \hat{\theta})^2]^{-\frac{1}{2}(1+\beta)}$$

และ

$$P(\theta/\beta, x) \sim t\{\hat{\theta}, 2M(\hat{\theta})/M''(\hat{\theta})[n(1+\beta)-1], n(1+\beta)-1\}$$

3. ถ้า β มากกว่าศูนย์ ($\beta > 0$) จะได้ว่า

$$P(\theta/\beta, x) \propto [M(\hat{\theta}) + d(\theta - \hat{\theta})^2]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)}$$

และ

$$P(\theta/\beta, x) \sim t\{\hat{\theta}, M(\hat{\theta})/d[n(1+\beta)-1], n(1+\beta)-1\}$$

เมื่อ

$$d = \frac{\sum_{i=1}^m [M(\theta_j) - M(\hat{\theta})](\theta_j - \hat{\theta})^2}{\sum_{i=1}^m (\theta_j - \hat{\theta})^4}$$

θ_j เป็นชุดของ θ ที่เหมาะสมซึ่งจะทำให้ d มีค่าน้อยที่สุด

ระเบียบวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method)

ระเบียบวิธีมอนติคาร์โล เป็นรูปแบบหนึ่งของการจำลองสถานการณ์ (Simulation models) สำหรับแก้ปัญหาในการคำนวณ ซึ่งมีพื้นฐานมาจากการสุ่มตัวอย่างและหลักความน่าจะเป็น โดยทำการศึกษาบนการสร้างข้อมูลโดยใช้ตัวเลขแบบสุ่ม (Random number) ซ้ำเป็นจำนวนหลาย ๆ ครั้ง เพื่อหาปริมาณที่มีค่าแน่นอนที่จะได้ข้อสรุปมาอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในสถานการณ์จริง (Kroeber and Forge. 1980 : 242) โดยทั่วไปแล้วระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้นมักจะนิยมนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือฟิสิกส์ (Meyer. 1956 : vii) ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้นเริ่มใช้กันมาเป็นเวลานานในราวประมาณศตวรรษที่ 17 นับตั้งแต่มีการพัฒนาเกี่ยวกับทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability theory) เกิดขึ้น (Barton. 1970 : 137) แต่ในขณะนั้นยังไม่ใช่ชื่อว่า มอนติคาร์โลในประวัติศาสตร์ การทดลองที่มีชื่อเสียงที่ใช้วิธีการมอนติคาร์โลก็คือ การทดลองหาค่า π ของจอร์จ ลูลล์ เลกเลอค์ และคอมเต้ เคอร์บ์ฟฟอน (Georges Louis Leclerc and Comte de Buffon) ซึ่งทำการทดลองในปี ค.ศ. 1733 กระทำโดยการโยนเข็มซึ่งมีความยาวขนาด 1 หน่วย อย่างสุ่มลงมาบนพื้นราบที่มีเส้นขนานอยู่ โดยระยะห่างระหว่างเส้นขนานแต่ละเส้นจะเท่ากับ d หน่วย โดยกำหนดให้ $d > 1$ จะได้ความน่าจะเป็นที่เข็มจะตัดกับเส้นขนาน $P = 2/d$ สำหรับความน่าจะเป็น (P) จะเป็นค่าสุ่ม ซึ่งสามารถประมาณค่าได้จากอัตราส่วนระหว่างจำนวนครั้งที่การโยนเข็มตกลงสู่พื้นตัดกับเส้นขนานกับจำนวนครั้งที่โยนทั้งหมด จากการทดลองนี้ทำให้หาค่า π ได้ (Mihram. 1972 : 186, Rubinstein. 1981 : 11, บัญชา พนเจริญสวัสดิ์. 2527 : 700) และสำหรับผู้เริ่มนำระเบียบวิธีมอนติคาร์โลมาใช้ในทางสถิตินั้นก็ให้แก่ กอสเซต (W.S. Gosset) ซึ่งใช้นามแฝงว่า สติวเดนต์ (Student) กอสเซตเป็นผู้ค้นพบการแจกแจงแบบที (t-distribution) จากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่มีความเข้าใจในการแจกแจงนั้น กอสเซตจึงได้ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างมาคำนวณหาค่า t แล้วทำการทดสอบการแจกแจงของค่า t ที่ได้จากทางทฤษฎีซึ่งปรากฏว่าได้ผลตรงกัน และในปี ค.ศ. 1908 กอสเซตก็ได้ใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลไปประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในการแจกแจงแบบ t (Meyer. 1956 : 6-7, Rubinstein. 1981 : 11)

การพัฒนาการใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลกันอย่างจริงจังนั้น เริ่มเมื่อประมาณปี ค.ศ. 1944 และชื่อ มอนติคาร์โลนี้ พอน นอยมันส์ (Von Neumann) และอุลาม (Ulam) ได้เป็นผู้ตั้งขึ้นในระหว่างสงครามโลกครั้งที่สอง ซึ่งคำว่ามอนติคาร์โลเป็นชื่อรหัสลับของงานที่ทำใน ลอส อลามอส (Los Alamos) ซึ่งตั้งมาจากชื่อเมืองที่เป็นแหล่งคาสีโนของประเทศโมนาโก โดยงานนี้เป็นงานที่เกี่ยวข้องกับการสร้างระเบิดปรมาณู คือ นำมาหาผลของการแพร่อย่างสุ่มของ นิวตรอนในวัสดุเชื้อเพลิง นับว่าเป็นการทดลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลคำตอบก่อนการทดลองจริง ซึ่งเป็นการลดอันตรายและช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายก่อนการทดลองจริง นับจากสงครามโลกครั้งที่สอง เป็นต้นมา ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลก็ได้รับการพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ และนำมาใช้กันอย่างกว้างขวางเพื่อวิเคราะห์ปัญหาที่มีความสลับซับซ้อนในทางฟิสิกส์ คณิตศาสตร์ และสถิติ โดยเฉพาะในทางสถิตินั้น ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนับว่ามีความสำคัญมาก เพราะได้ช่วยให้มีการขยายความรู้อย่างกว้างขวางในเชิงทฤษฎี เช่น ได้นำมาศึกษาหาความคลาดเคลื่อนของค่าสถิติ และนำมาศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบต่าง ๆ (บัญชา พนเจริญสวัสดิ์. 2527 : 700-701, สมชัย ถิ่นนาน. 2528 : 29, Rubinstein. 1981 : 11-12) สำหรับขั้นตอนของระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้น จะแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้คือ

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม การใช้ตัวเลขสุ่มจะเป็นสิ่งที่สำคัญมากในระเบียบวิธีมอนติคาร์โล ทั้งนี้เพราะว่าหลักการของระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้น จะใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาการใช้ตัวเลขสุ่มนี้จะทำให้การเลือกตัวอย่างเป็นไปอย่างไม่มีผลลำเอียง สำหรับการสร้างตัวเลขสุ่มนั้นมีอยู่หลายวิธี อาจจะกระทำได้จากการทดลอง เช่น การใช้เหรียญโยนทั่วก็อย การทอดลูกเต๋า การออกฉลากโดยใช้วงล้อหมุน สำหรับหารสร้างเลขสุ่มโดยวิธีดังกล่าวนี้จะได้ตัวเลขสุ่มแท้ และทุกจำนวนมีความเป็นอิสระต่อกันอย่างแท้จริง ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วถ้าต้องการใช้จำนวนสุ่มหนึ่งหมื่นจำนวนก็ต้องทำการทดลองถึงหนึ่งหมื่นครั้ง ทำให้เสียเวลาในการทดลอง และในการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ก็จะเป็นการยากที่จะทำให้เครื่องคอมพิวเตอร์สามารถเรียกตัวเลขสุ่มเหล่านั้นไปใช้ได้เมื่อมีความต้องการ นอกจากนั้นยังเป็นการยากที่จะทำให้เครื่องมือสร้างตัวเลขสุ่มชุดเดิมเมื่อต้องการใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการต่าง ๆ ภายใต้งานของระบบชุดเดียวกันได้ อนึ่ง ในการสร้างตัวเลขสุ่มก่อนแล้วจึงบันทึกตัวเลขเหล่านั้นลงในหน่วยความจำของ

เครื่องคอมพิวเตอร์ก็จะก่อให้เกิดปัญหาในเรื่องการสูญเสียหน่วยความจำและเวลาของเครื่องคอมพิวเตอร์ ซึ่งทำให้ไม่มีความสะดวกในทางปฏิบัติ สำหรับวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาดังกล่าวก็คือ การใช้ตัวเลขสุ่มเทียม (Pseudorandom number) ซึ่งได้มีผู้คิดวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มเหล่านี้ โดยอาศัยสูตรทางคณิตศาสตร์ เรียกว่า ตัวเลขสุ่มเทียม เพราะว่าตัวเลขที่ได้มาจากการคำนวณจากสูตรทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น จะมีคุณสมบัติทางสถิติว่าเป็นตัวเลขสุ่ม แต่ตัวเลขเหล่านั้นมีโอกาสจะเกิดซ้ำแบบเดิมได้ ถ้าหากใส่ข้อมูลหรือค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณชุดเดิมเข้าไปในสมการที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่มนั้น สำหรับวิธีการสร้างตัวเลขสุ่มเทียมนั้นมีอยู่หลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบันได้แก่ วิธีการใช้เศษเหลือ (Congruential method) ที่นิยมมีด้วยกัน 3 วิธีคือ

- ก. การใช้เศษเหลือจากผลบวก (Additive congruential method)
- ข. การใช้เศษเหลือจากผลคูณ (Multiplicative congruential method)
- ค. การใช้เศษเหลือแบบผสมระหว่างผลบวกและผลคูณ (Mixed congruential method)

สำหรับวิธีการใช้เศษเหลือ 3 วิธีนั้น วิธีการใช้เศษเหลือจากผลคูณจะเป็นวิธีที่นิยมนำมาใช้กันมากที่สุด ในปัจจุบันการสร้างตัวเลขสุ่มเทียมนั้นในเครื่องคอมพิวเตอร์บางเครื่องจะมีโปรแกรมสำเร็จ ซึ่งผู้ใช้สามารถเรียกใช้ได้เลยโดยไม่ต้องไปสร้างโปรแกรมเอง แต่อย่างไรก็ตาม วิธีการต่าง ๆ หรือโปรแกรมต่าง ๆ ที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่มนั้น ผู้ใช้จะต้องพิจารณาวิธีการดังกล่าวนี้ว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาคุณสมบัติของตัวเลขสุ่ม ซึ่งมีดังนี้

- ก. ตัวเลขสุ่มที่ได้มานั้น จะต้องมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution)
- ข. ตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องเป็นอิสระต่อกัน (Independence)
- ค. อนุกรมของตัวเลขสุ่มที่ได้ต้องสามารถสร้างซ้ำเดิมได้
- ง. อนุกรมของตัวเลขสุ่มต้องไม่ซ้ำเดิมในช่วงที่ต้องการ ใช้ตัวเลขสุ่มนั้นหรือกล่าวได้ว่าขนาดของความยาวและอนุกรมตัวเลขสุ่มจะต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน

จ. ต้องใช้เวลาสั้น ๆ ในการสร้างตัวเลขสุ่ม

ฉ. ต้องใช้หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์น้อย

2. การแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มตามการแจกแจงของความน่าจะเป็นตามที่กำหนดในการศึกษา สำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นมีหลายรูปแบบ เช่น การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเบ้ การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล การแจกแจงแบบโลจิสติก เป็นต้น สำหรับการแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มในแต่ละการแจกแจงนั้น จะมีวิธีการโดยเฉพาะสำหรับแต่ละการแจกแจง

3. ประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษามาใช้กับตัวแปรสุ่ม ซึ่งขั้นตอนขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาที่ต้องการศึกษา

4. การทดลองกระทำเมื่อประยุกต์ปัญหามาใช้กับตัวแปรสุ่มได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การทดลองโดยใช้กระบวนการสุ่ม (Random process) มากระทำในลักษณะที่ซ้ำ ๆ กัน (Replication) เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา (บัญชา พนเจริญสวัสดิ์. 2527 : 701, สมชัย ยืนนาน. 2528 : 29, ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ. 2529 : 87-90, Jerry and Carson. 1984 : 256-266)

การใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลเพื่อหาคำตอบของปัญหาต่าง ๆ นั้น มักจะกระทำโดยเครื่องคอมพิวเตอร์ ซึ่งสามารถที่จะทำให้ผลการคำนวณมีความแม่นยำ รวดเร็ว และละเอียด ดังนั้นประสิทธิภาพของผลงานที่ใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้นจะขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ แต่อย่างไรก็ตามเครื่องคอมพิวเตอร์นับเป็นสิ่งอำนวยความสะดวกสำหรับการใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลเป็นอย่างมาก (Meyer. 1956 : 8)

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการจำลองสถานการณ์การทดลองด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) เพื่อทำการศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติที่หรือสถิติแบบเคิมกับสถิติเบย์เซียน เมื่อมีการผ่านข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบภายใต้ขอบเขตของพารามิเตอร์ดังนี้

1. ลักษณะการแจกแจงของประชากร มี 3 แบบ คือ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบสมมาตร และ การแจกแจงแบบคั่นเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล ซึ่งการแจกแจงของประชากรทั้ง 3 แบบจะกำหนดค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) ให้มีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากไม่ว่าจะกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของประชากรมีค่าอื่นผลสรุปที่ได้จะเหมือนกัน กล่าวคือ ค่าสถิติที่คำนวณได้จะมีค่าเท่ากันไม่ว่าจะศึกษา ณ จุดที่มีค่าเฉลี่ยใด ๆ (สมชัย ยืนนาน. 2528 : 30-32)

2. ขนาดของกลุ่มตัวอย่างในการศึกษานี้จะมุ่งไปที่การทดลองเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดเล็ก เนื่องจากสามารถจัดกระทำภายในโรงเรียนหรือภายในห้องเรียนได้สะดวก ได้แก่ ขนาด 20, 14 และ 8

3. อัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร จะศึกษาถึงผลของการทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีความแปรปรวนต่างกัน โดยจะทำการศึกษาในอัตราส่วนความแปรปรวน 2 ระดับ คือ มีอัตราส่วนเป็น 1 : 3 และ 1 : 5

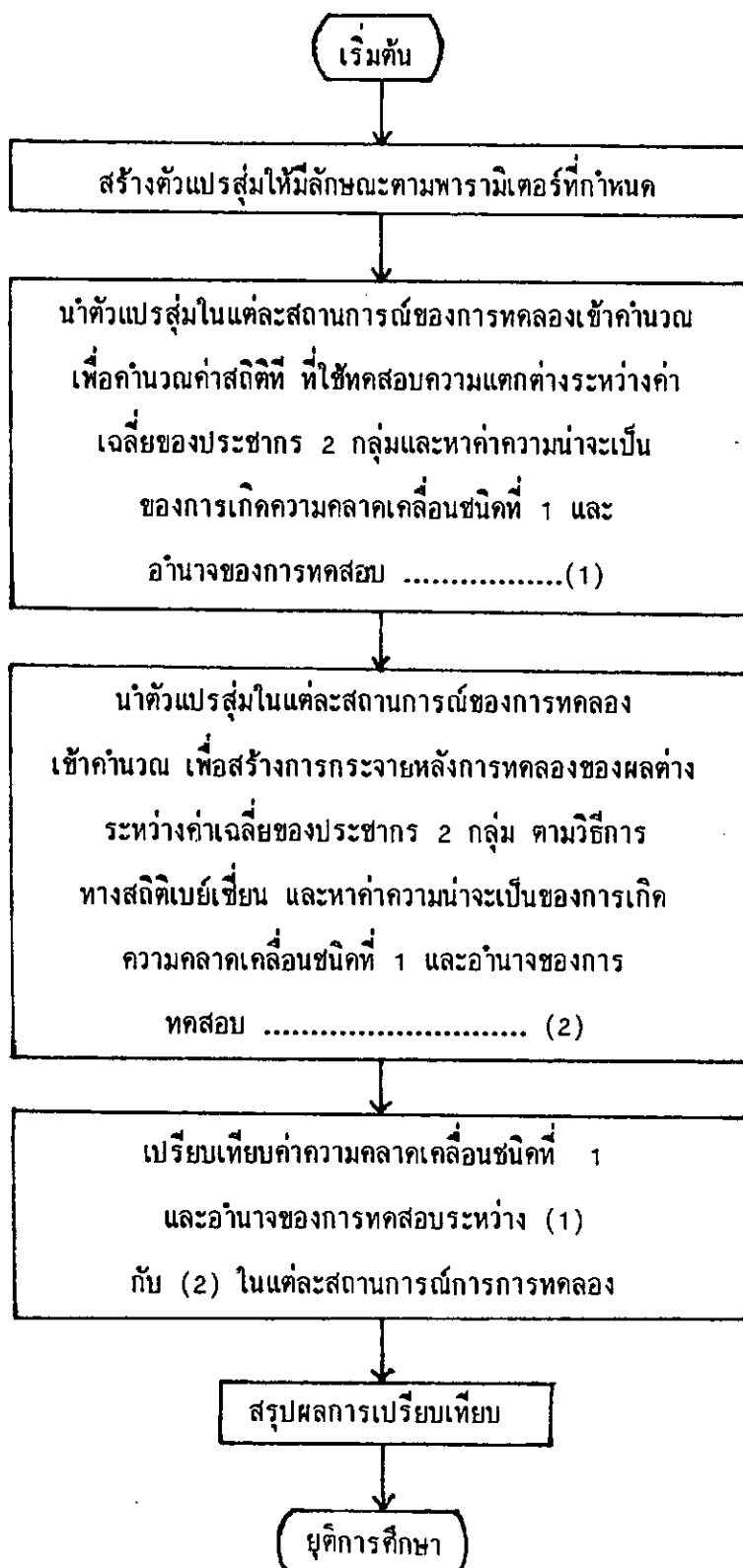
4. การคำนวณหาบริเวณวิกฤต (Critical region) จะหาเมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติไว้ 2 ระดับ คือที่ระดับ .05 และ .01

5. การหาความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 จะทำเมื่อผลการทดสอบเป็นแบบเซนทรัล เมื่อเคลต้า ($\sigma = \mu_1 - \mu_2$) มีค่าเท่ากับ 0 และหาอำนาจของการทดสอบ จะทำเมื่อผลการทดสอบเป็นแบบนอนเซนทรัล หรือเคลต้ามี่ค่าเท่ากับ 0.75 σ , 1.00 σ และ 1.50 σ

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

สำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยซึ่งเป็นการจำลองสถานการณ์ทดลองด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โลนั้น จะดำเนินการวิจัยโดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาปาสคาล ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ดังนี้

1. การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนด
2. นำตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นในแต่ละเงื่อนไขเพื่อคำนวณค่าสถิติ และสร้างการกระจายหลังการทดลองสำหรับสถิติเบย์เขียน แล้วหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ
3. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบที่คำนวณได้ในสถานการณ์การทดลองต่าง ๆ กับค่าที่กำหนดไว้ตามทฤษฎี ดังภาพ



รายละเอียดของการดำเนินการวิจัยในแต่ละขั้นตอน

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนด

ในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนดนั้น มีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม
2. การแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนตาม
ที่กำหนด

3. การตรวจสอบตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นตามพารามิเตอร์ที่กำหนด

ในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนดในแต่ละขั้นตอน จะทำการสร้างโดยการเขียนโปรแกรมสับรูทีน (Subroutine program) ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะมีรายละเอียดของการดำเนินการดังนี้

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม (Random number) การสร้างตัวเลขสุ่มทำโดยการใช้วิธีเศษเหลือจากผลคูณ (Multiplicative congruential method) โดยการเขียน

$$r_n = a \cdot r_{n-1} \pmod{m}$$

* เมื่อ

r_{n-1} เป็นค่าตัวเลขเริ่มต้นที่กำหนดลงไป

a และ m เป็นตัวเลขที่มีค่าบวก โดยที่ $a < m$

r_n เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้นตัวที่

(Swarup, Gupta and Mohan. 1982 : 666-667, Shannon. 1975 : 350-353)

2. การแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนตาม
ที่กำหนดในการศึกษาค้นคว้าได้สร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะการแจกแจง 3 แบบ คือ การแจกแจงแบบ
ปกติ การแจกแจงแบบสมมาตร และ การแจกแจงแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล

2.1 การแจกแจงแบบปกติ ในการแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมี
ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนที่กำหนด ใช้วิธีการเขียนโปรแกรมสับรูทีนของแซนนอน

(Shannon. 1975 : 361-362) ซึ่งเป็นการเขียนโปรแกรมที่อาศัยแนวความคิดสำหรับการสร้างการแจกแจงแบบปกติตามวิธีของมาร์ชาเกลียและเบรย์ (Marsaglia and Bray) ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายต่อการเขียนโปรแกรมและสิ้นเปลืองเวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธีอื่น (Ripley. 1987 : 83) ซึ่งโปรแกรมนี้จะทำงานโดยการเขียนสับรูทีนจากสูตร

$$A_1 = V_1 \sqrt{\frac{-21 \ln S}{S}} \quad \text{และ} \quad A_2 = V_2 \sqrt{\frac{-21 \ln S}{S}}$$

เมื่อ

$$V_1 = -1 + 2R_1, \quad V_2 = -1 + 2R_2$$

$$S = V_1^2 + V_2^2$$

R_1, R_2 = ตัวเลขสุ่มตัวที่ 1 และตัวที่ 2

เมื่อใช้คำสั่งนี้ 1 ครั้งจะได้ตัวแปร A_1 และ A_2 ที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 และถ้าต้องการแปลงตัวแปร A_1 และ A_2 ให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 จะสามารถทำได้ตามความสัมพันธ์

$$X_1 = \mu + A_1 \sigma$$

$$X_2 = \mu + A_2 \sigma$$

2.2 การแจกแจงแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล ในการแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียลที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวน σ^2 ตามที่กำหนดทำได้โดยใช้วิธีที่เรียกว่า อินเวอร์ส (Inverse transformation technique) ซึ่งทำได้ทั้งหมด 4 ขั้นตอน (Jerry, Banks and Carson, John S. 1984 : 294-297, Hays, William L and Winkler, Robert L. 1970 : 228-230) ดังนี้

2.2.1 สร้างฟังก์ชันแสดงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปร x (Cumulative density function : $F(x)$) ซึ่ง $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$

2.2.2 กำหนดให้ $F(x) = R_i$ เมื่อ R_i เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น

2.2.3 แก้สมการ $F(x) = R_i$ เพื่อหาว่าตัวแปร x มีค่าเท่าใด

2.2.4 สร้างตัวเลขสุ่มให้มีจำนวนตามที่ต้องการ แล้วนำไปแทนค่าในข้อ

2.2.3 เพื่อแปลงเป็นตัวแปรสุ่ม x ที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการ

สำหรับฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันนั้นสามารถแปลงได้ตามความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp \left[-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right| \right], \quad -\infty < x < \infty$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp \left[-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right| \right] dx \\ &= \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{\sqrt{2}}{\sigma} |x - \theta| \right] \\ &= \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right|} \end{aligned}$$

ต่อไปกำหนดให้ $F(x) = R_i$ จะได้ว่า

$$R_i = \frac{1}{2} e^{-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right|}$$

$$2R_i = e^{-\sqrt{2} \left| \frac{x-\theta}{\sigma} \right|}$$

$$\ln(2R_i) = -\frac{\sqrt{2}}{\sigma} |x - \theta| \quad \text{ซึ่งเมื่อย้ายข้างไปแล้วจะได้ว่า}$$

$$x = \theta \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \ln(2R_i) \quad \text{หรือ}$$

$$x = \mu \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \ln(2R_i) \quad \theta = \mu = \text{ค่าเฉลี่ย}$$

ดังนั้น ในการแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลก็สามารถทำได้โดยการเขียนโปรแกรมสับรูทีน จากสูตร $x = \mu \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \ln(2R_i)$ ซึ่งเมื่อใช้คำสั่งนี้ 1 ครั้งจะได้ตัวแปรสุ่ม 2 จำนวน

2.3 การแจกแจงแบบสมมาตร ในการแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบสมมาตรที่มีค่าเฉลี่ย (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ตามที่กำหนด ก็สามารถทำได้โดยใช้วิธีอินเวอร์สเช่นเดียวกับการแจกแจงแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (Hays, William L and Winkler, Robert L. 1970 : 230-232, Shannon. 1975 : 375, Jerry, Banks and Carson, John S. 1984 : 298) ดังนี้

$$\text{จาก } f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b$$

ซึ่งจะได้

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$\text{และ } F(x) = \frac{x-a}{b-a} = R_i \quad \text{เมื่อย้ายข้างไปแล้วจะได้ว่า}$$

$$x = a + (b-a) R_i$$

แต่เนื่องจากต้องการแปลงให้มีค่าเฉลี่ย (μ) และความแปรปรวน (σ^2) ตามที่กำหนดจึงต้องคำนวณค่า a และ b ให้สัมพันธ์กับค่า μ และ σ^2

$$\text{จาก } \mu = \frac{b+a}{2} \quad \text{และ } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$a = \mu \pm \sqrt{3} \quad \text{และ } b = 2\mu - a$$

เมื่อนำค่า a และ b ไปแทนค่าในสมการ $x = a + (b-a) R_i$ ก็จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบสมมาตร ที่มีค่าเฉลี่ย (μ) และความแปรปรวน (σ^2) 2 จำนวน

3. การตรวจสอบตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นตามค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด การตรวจสอบตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นตามค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดนั้น จะทำการตรวจสอบขั้นตอนแต่ละขั้นในการสร้างตัวแปรสุ่มว่าถูกต้องหรือไม่ โดยการเขียนโปรแกรมสับรูทีน เพื่อดำเนินการพารามิเตอร์ต่าง ๆ ว่าจะเท่ากับที่กำหนดหรือไม่ สำหรับการตรวจสอบค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ จะมีดังนี้

3.1 การตรวจสอบตัวเลขสุ่ม การตรวจสอบตัวเลขสุ่มจะเป็นการทดสอบความเป็นเลขสุ่มของตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น โดยการทดสอบความถี่ด้วยสถิติไคสแควร์เพื่อตรวจสอบการแจกแจงว่าเป็นแบบสม่ำเสมอหรือไม่ โดยทำการสร้างตัวเลขสุ่มจากโปรแกรมสับรูทีนขึ้นมา N จำนวนและแบ่งตัวเลขที่สร้างขึ้นเป็น k ช่วงถ้าตัวเลขสุ่มมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอแล้วด้วยความถี่ของตัวเลขสุ่มในแต่ละช่วงจะมีจำนวนเท่ากัน สำหรับสูตรที่คำนวณมีดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

χ^2 = หมายถึง ค่าสถิติไคสแควร์

O_i = หมายถึง ความถี่ของตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้นในช่วงที่ i ($i = 1, 2, \dots, k$)

E_i = หมายถึง ความถี่ที่คาดหวังของตัวเลขสุ่มในช่วงที่ i ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ N/k

ซึ่งเมื่อกำหนดค่า χ^2 แล้วก็สามารถนำไปเปรียบเทียบกับตารางที่กำหนดค่า df (degree of freedom) เท่ากับ $k - 1$ (Rubinstien 1981:26-27, Jerry, Banks and Carson John S 1984:271)

3.2 การตรวจสอบการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การตรวจสอบความแจกแจงของตัวแปรสุ่มนี้เป็นการตรวจสอบว่าตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นจะมีการแจกแจงตามที่กำหนดหรือไม่ โดยการสร้างตัวแปรสุ่มในแต่ละการแจกแจงขึ้นมาจำนวน 10,000 ตัว แล้วนำมาตรวจสอบการแจกแจงโดยในการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอและการแจกแจงแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียลจะทำการทดสอบโดยการเขียนโปรแกรมสับรูทีน เพื่อค้นหาความเบ้ และความโค้ง ซึ่งมีเกณฑ์ในการตรวจสอบดังนี้

การแจกแจงที่ทำการตรวจสอบ	เกณฑ์การตรวจสอบ	
	ความเบ้	ความโค้ง
การแจกแจงแบบปกติ	0	0
การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ	0	-1.1744
การแจกแจงแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	0	3

โปรแกรมสำหรับหาคำนวณความเบ้จะคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$S_k = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

เมื่อ S_k = หมายถึง ความเบ้ (Skewness)

$$\mu_3 = \text{หมายถึง ค่าโมเมนต์ที่ 3 ของค่าเฉลี่ย} = E(x_i - \mu)^3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3}{n}$$

σ = หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

โปรแกรมสำหรับหาคำนวณความโค้งจะคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$K_t = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

เมื่อ K_t = หมายถึง ความโค้ง (Kurtosis)

$$\mu_4 = \text{หมายถึง ค่าโมเมนต์ที่ 4 ของค่าเฉลี่ย} = E(x_i - \mu)^4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4}{n}$$

σ = หมายถึง ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

(Box and Tiao. 1973 : 150)

การนำตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นในแต่ละเงื่อนไขเข้าคำนวณ

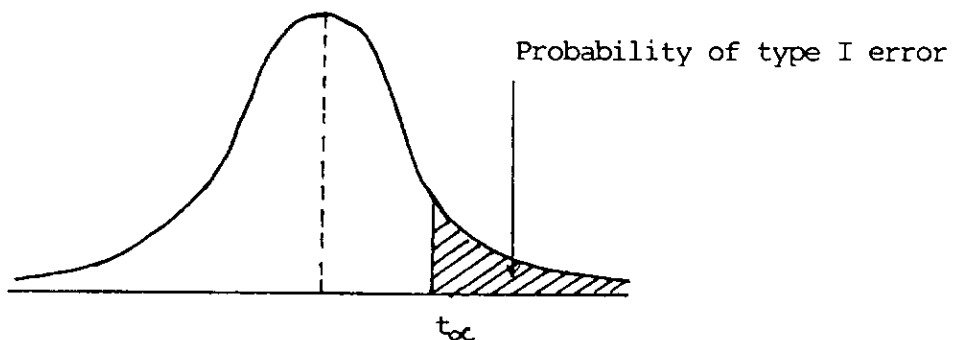
ภายหลังจาก สร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ตามที่กำหนดไว้แล้ว ก็ให้นำตัวแปรสุ่มในแต่ละเงื่อนไขเข้าคำนวณเพื่อหาค่าสถิติ และสร้างการกระจายหลังการทดลอง สำหรับสถิติเบย์เซียนที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม แล้วคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ โดยทำการเขียนโปรแกรมหลัก (Main program) ทั้งหมด 72 โปรแกรม โดยโปรแกรมที่ 1-36 จะเป็นโปรแกรมการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ โดยใช้สถิติที่ ส่วนโปรแกรมที่ 37-72 จะเป็นโปรแกรมการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ซึ่งแต่ละโปรแกรมจะอธิบายการทำงานตามขั้นตอนของโปรแกรม ในการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

โปรแกรมที่ 1 เป็นโปรแกรมจำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติทั้งคู่ อัตราส่วนของความแปรปรวนเป็น 1:3 ขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเป็น 8 เท่ากันทั้งคู่ ซึ่งมีขั้นตอนการทำงาน ดังนี้

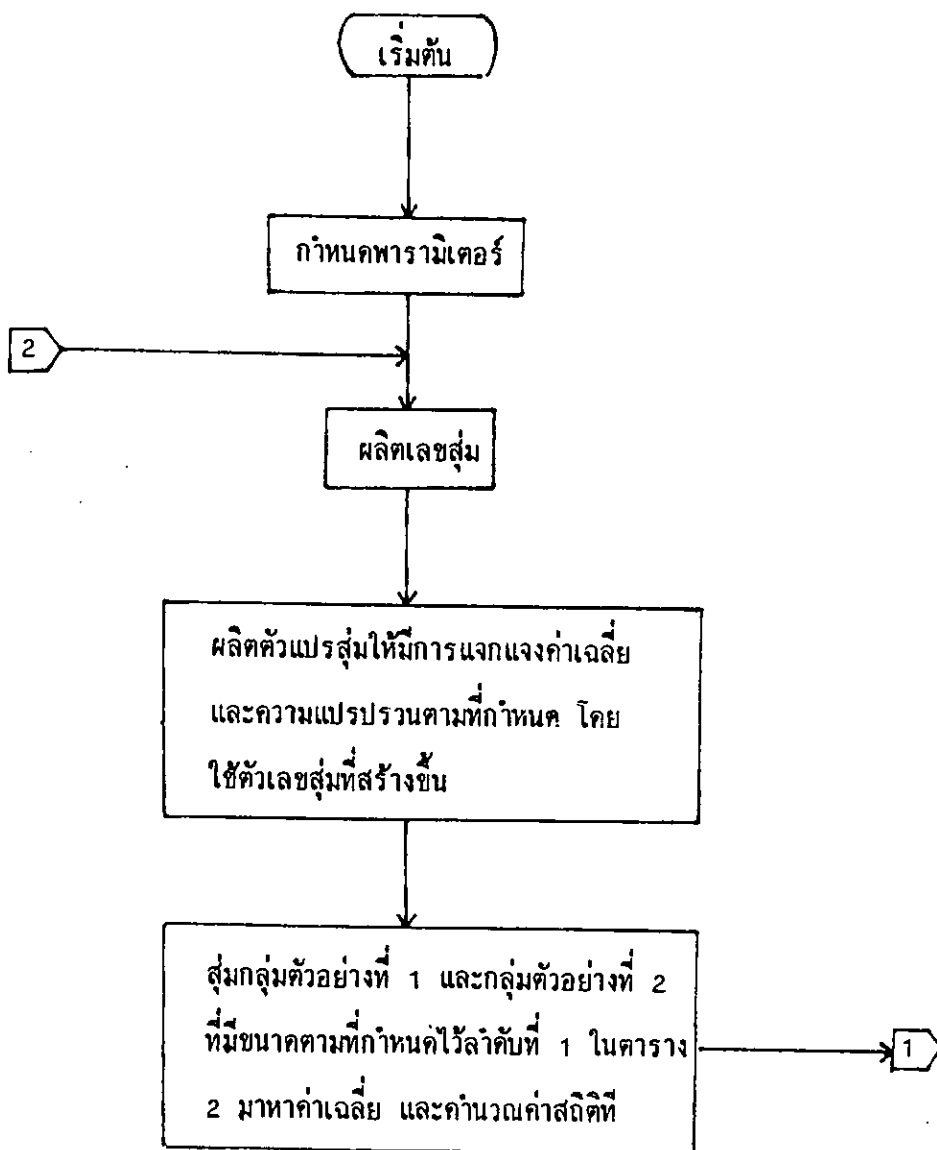
ขั้นตอนที่ 1 เป็นการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 โดยคอมพิวเตอร์จะเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาดเท่ากับ 8 จากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_1) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_1^2) เท่ากับ 1 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาด 8 จากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_2) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_2^2) เท่ากับ 3 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 2 กลุ่มตัวอย่างทั้งสองนี้คอมพิวเตอร์จะนำไปคำนวณหาค่าเฉลี่ยจากกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($x_{1.}$) ค่าเฉลี่ยจากกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($x_{2.}$) และคำนวณหาค่าสถิติ t จากสูตรที่ 1 ในภาคผนวก ก

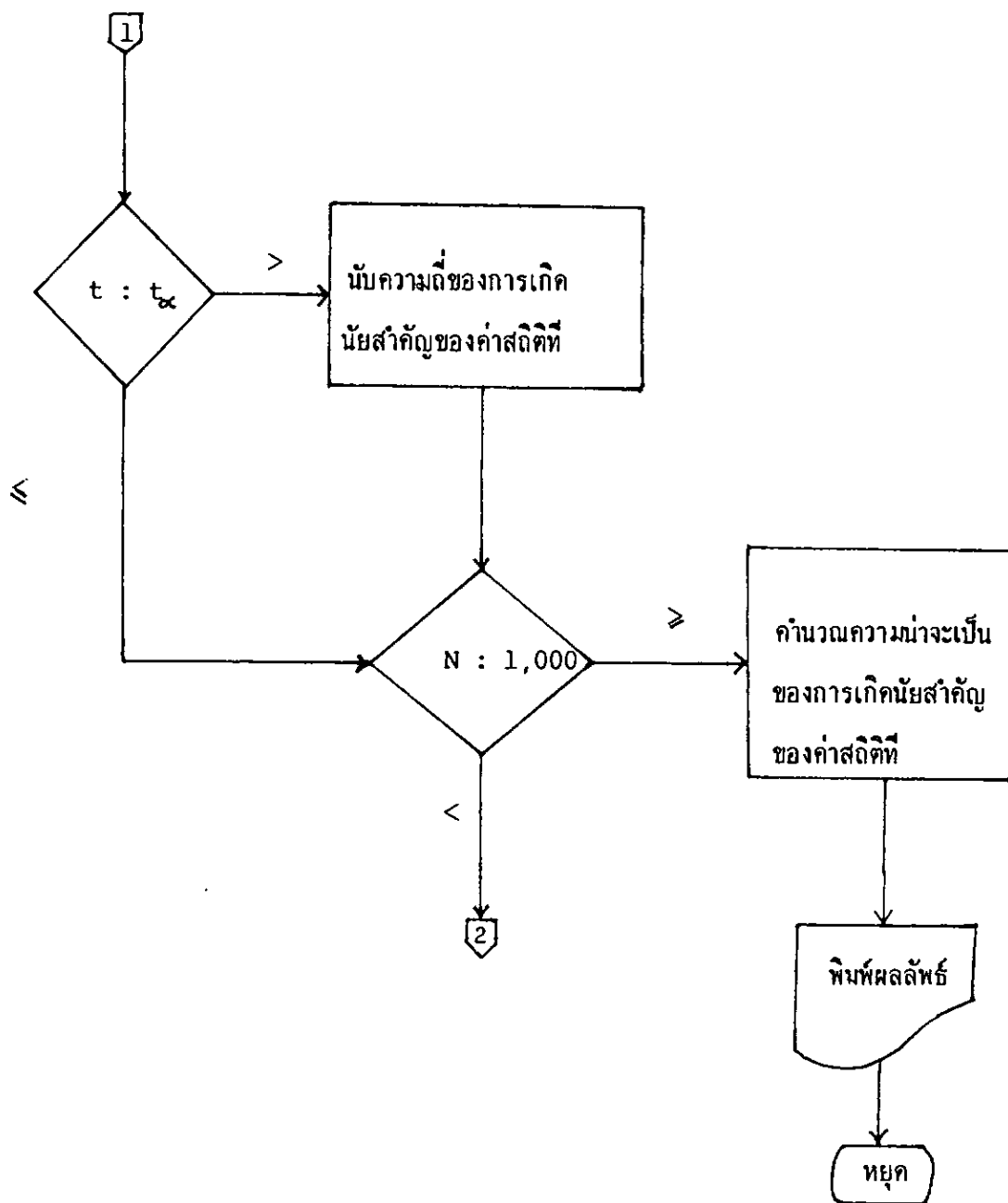
โปรแกรมจะทำการทดลองเช่นนี้ซ้ำ 1,000 ครั้ง ด้วยชุดของตัวเลขสุ่มใหม่ทุกครั้ง และทำการสร้างการแจกแจง (Distribution) ของค่าสถิติ t 1,000 ค่าที่คำนวณได้จากนั้นก็กำหนดขอบเขตวิกฤต (t_{α}) ที่กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ (α) เท่ากับ 0.05 และ 0.01 เมื่อกำหนดค่า $df = n_1 + n_2 - 2$ แล้วนับความถี่ของค่าสถิติ t ที่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต และคำนวณหาค่าความน่าจะเป็น โดยนำจำนวนครั้งของการเกิดนัยสำคัญไปเทียบกับ 1,000 ค่าความน่าจะเป็นที่ได้เรียกว่า ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Probability of type I error) ดังภาพ

Distribution $\mu_1 - \mu_2 = 0$



แผนภาพ (Flow chart) แสดงการทำงานตามขั้นตอนที่ 1 ของโปรแกรมที่ 1





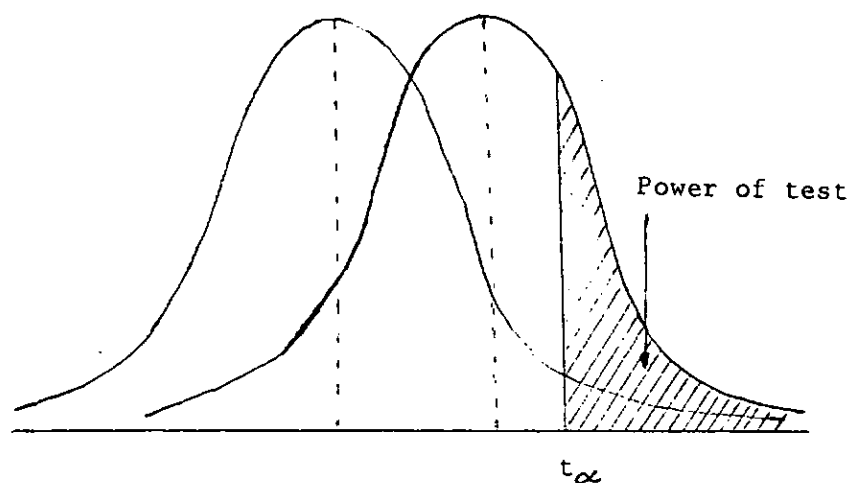
t_{α} = หมายถึง คำสถิติที่ จากตาราง ณ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด

N = หมายถึง จำนวนของคำสถิติที่จากการคำนวณ

ขั้นตอนที่ 2 เป็นการคำนวณหาค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อเคลต้า ($d = \mu_1 - \mu_2$) มีค่าเท่ากับ 0.756 ($d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$) โดยคอมพิวเตอร์จะเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาด 8 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_1) เท่ากับ 0.756 และความแปรปรวน (σ_1^2) เท่ากับ 1 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาด 8 จากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย (μ_2) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_2^2) เท่ากับ 3 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 2 จากนั้นคอมพิวเตอร์จะคำนวณค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองและหาค่าสถิติที่ตามสูตรที่ 1 ในภาคผนวก ก.

ขั้นตอนต่อไป โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะทำงานต่อไปเหมือนกับขั้นตอนที่ 1 โดยคอมพิวเตอร์จะนับจำนวนการเกิดนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 และ 0.01 แล้วหาค่าความน่าจะเป็นซึ่งค่าความน่าจะเป็นนี้จะเรียกว่า อำนาจของการทดสอบ (Power of test)

Distribution $\mu_1 - \mu_2 = 0$ Distribution $\mu_1 - \mu_2 = 0.756$



(Linton, Marigold and Phillip S. Gallo, R. 1975 : 44-47, Runyon, Richard P. 1977 : 68-74, Kirk, Roger E. 1982 : 36-38)

ขั้นตอนที่ 3 เป็นการคำนวณหาค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อเดลต้ามีค่าเท่ากับ 1.006
 ขบวนการของโปรแกรมการทำงานนั้นเองเดียวกับขั้นตอนที่ 2 ต่างกันเฉพาะในขั้นตอนที่ 3 กลุ่มตัวอย่าง
 ที่ 1 มาจากประชากรที่ลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_1) เท่ากับ 1.006 และความ
 แปรปรวน (σ_1^2) เท่ากับ 1

ขั้นตอนที่ 4 เป็นการคำนวณหาค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อเดลต้ามีค่าเท่ากับ 1.506
 ขบวนการของโปรแกรมการทำงานเช่นเดียวกันกับขั้นตอนที่ 2 ต่างกันเฉพาะในขั้นตอนที่ 4 กลุ่มตัวอย่าง
 ที่ 1 มาจากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_1) เท่ากับ 1.506 และ
 ความแปรปรวน (σ_1^2) เท่ากับ 1

ผลที่ได้จากการคำนวณ ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 4 จะเป็นดังนี้

ระดับนัยสำคัญ (Significance)	ความน่าจะเป็นของการเกิด ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Probability of type I error)	อำนาจของการทดสอบ (Power of test)		
		$\delta=0.756$	$\delta=1.006$	$\delta=1.506$
$\alpha=0.05$				
$\alpha=0.01$				

สำหรับโปรแกรมที่ 2-36 ก็จะเขียนได้ในทำนองเดียวกับโปรแกรมที่ 1 โดยจะต้องเขียน
 โปรแกรมหลักเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 1 รวมทั้งหมด 36 โปรแกรม ซึ่งในแต่ละกรณีจะมีรายละเอียด
 ของค่าพารามิเตอร์ ตามตาราง 2 ในลำดับที่ 2-36 ดังนี้

ตาราง 2 ค่าพารามิเตอร์ของแต่ละประชากรในแต่ละกรณีของการศึกษา

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2		
	การแจกแจง	G_1^2	n_1	การแจกแจง	G_1^2	n_2
1	ปกติ	1	8	ปกติ	3	8
2	ปกติ	1	8	ปกติ	5	8
3	ปกติ	3	8	ปกติ	1	14
4	ปกติ	3	8	ปกติ	1	20
5	ปกติ	5	8	ปกติ	1	14
6	ปกติ	5	8	ปกติ	1	20
7	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	3	8
8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8
9	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	3	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	14
10	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	3	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	20
11	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	14
12	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	20
13	สม้าเสมอ	1	8	สม้าเสมอ	3	8
14	สม้าเสมอ	1	8	สม้าเสมอ	5	8
15	สม้าเสมอ	3	8	สม้าเสมอ	1	14
16	สม้าเสมอ	3	8	สม้าเสมอ	1	20
17	สม้าเสมอ	5	8	สม้าเสมอ	1	14
18	สม้าเสมอ	5	8	สม้าเสมอ	1	20
19	ปกติ	1	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	8
20	ปกติ	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8
21	ปกติ	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	14
22	ปกติ	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	20
23	ปกติ	1	14	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8
24	ปกติ	1	20	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8
25	ปกติ	1	8	สม้าเสมอ	1	8
26	ปกติ	5	8	สม้าเสมอ	5	8

ตาราง 2 (ต่อ)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2		
	การแจกแจง	G_1^2	n_1	การแจกแจง	G_1^2	n_2
27	ปกติ	5	8	สมมาตร	1	14
28	ปกติ	5	8	สมมาตร	1	20
29	ปกติ	1	14	สมมาตร	5	8
30	ปกติ	1	20	สมมาตร	5	8
31	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	8	สมมาตร	1	8
32	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8	สมมาตร	5	8
33	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8	สมมาตร	1	14
34	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	5	8	สมมาตร	1	20
35	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	14	สมมาตร	5	8
36	คัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล	1	20	สมมาตร	5	8

โปรแกรมที่ 37 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติทั้งคู่ อัตราส่วนของความแปรปรวนเป็น 1:3 และขนาดของกลุ่มตัวอย่างเป็น 8 เท่ากันทั้งคู่ ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เป็นการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อน ชนิดที่ 1 โดยคอมพิวเตอร์จะเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาด 8 จากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_1) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_1^2) เท่ากับ 1 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และเรียกกลุ่มตัวอย่างขนาด 8 จากประชากรที่มีลักษณะการแจกแจงเป็นแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_2) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_2^2) เท่ากับ 3 เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 2 และจากกลุ่มตัวอย่างทั้งสองนี้ คอมพิวเตอร์จะนำไปคำนวณหาค่าความแตกต่างของค่าสังเกต (x_i) โดย x_i จะเป็นค่าผลต่างที่เกิดจากการจับคู่ (Combination) ค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดย

$$x_i = x_{1j} - x_{2k} \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, n_1 \\ k = 1, 2, \dots, n_2 \end{array}$$

	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
x_{21}								
x_{22}								
x_{23}								
x_{24}								
x_{25}								
x_{26}								
x_{27}								
x_{28}								

จากนั้น โปรแกรมจะทำการสร้างการกระจายหลังการทดสอบ (Posterior distribution) ของผลต่างของค่าเฉลี่ย (δ) โดยการสร้างฟังก์ชัน $p(\delta)$ จากสูตร

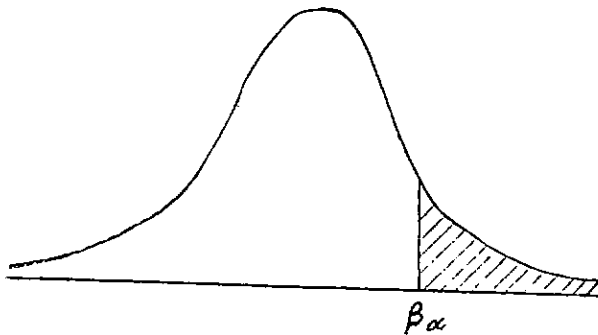
$$P(d) = [J(\beta)]^{-1} [M(d)]^{-\frac{1}{2}n(1+B)} \quad \text{เมื่อ } n = n_1 \times n_2 = 64$$

$$\beta = 0$$

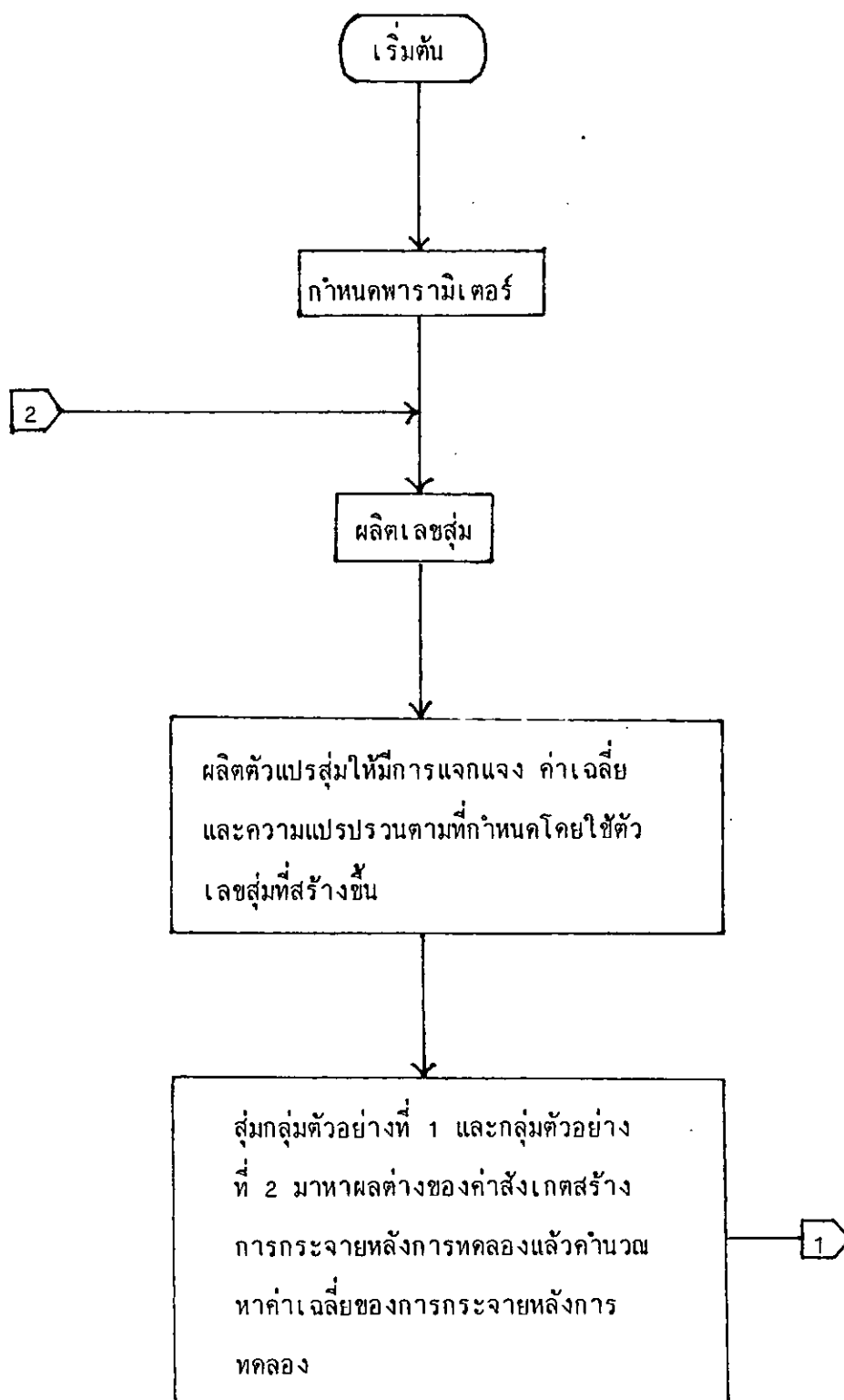
และ $J(\beta)$ และ $M(d)$ หาได้จากสูตรที่ 3 ของภาคผนวก ก แล้วทำการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของการกระจายหลังการทดลอง (e) จากสูตร

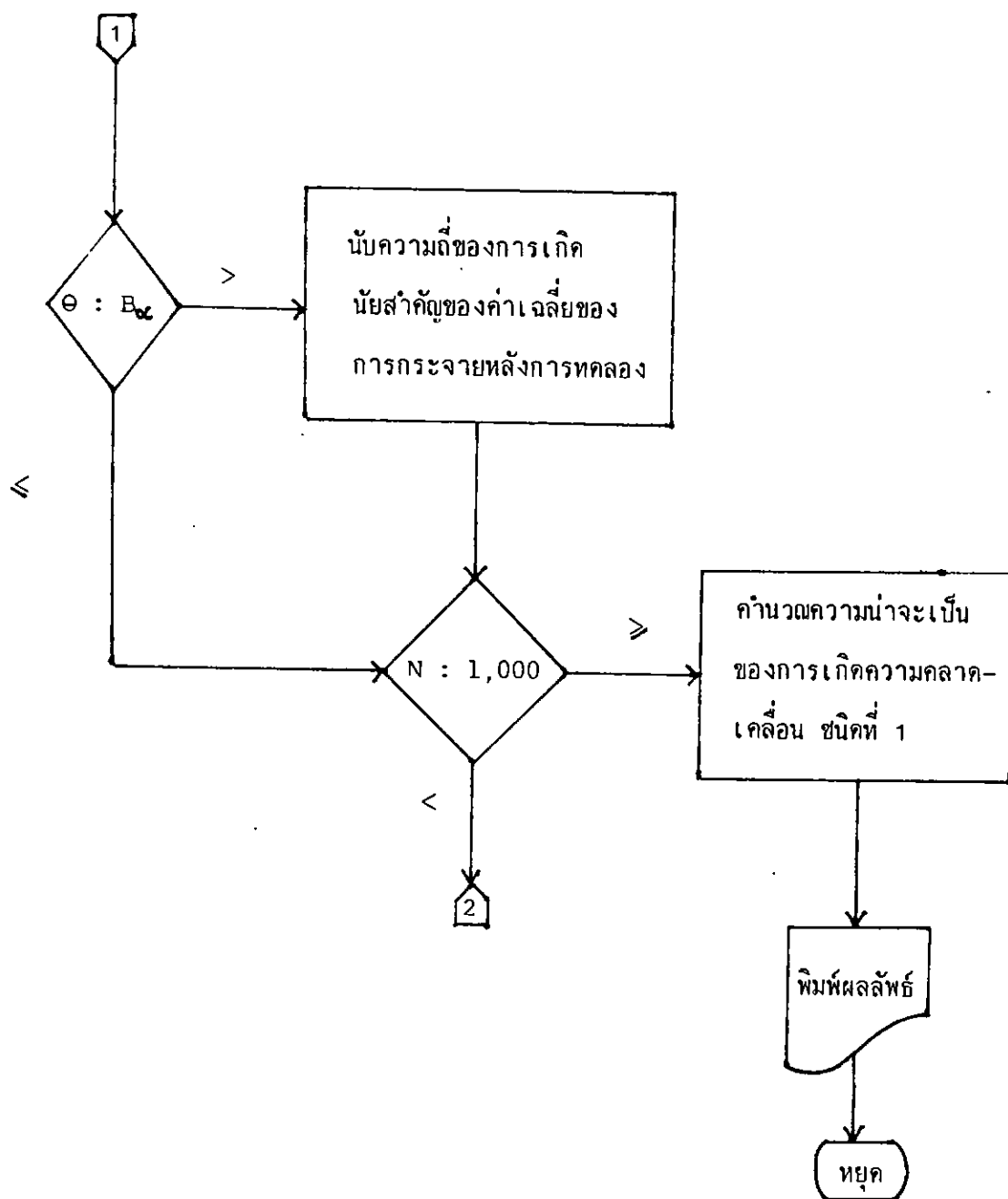
$$\text{ค่าเฉลี่ย} = E(d) = \int_{-\infty}^{\infty} d P(d) dd$$

ต่อไปโปรแกรมจะทำการสร้างการกระจายหลังการทดลองด้วยตัวเลขสุ่มชุดใหม่ทุกครั้งจนครบ 1,000 ครั้ง และจะได้ค่าเฉลี่ย (e) มา 1,000 ค่า แล้วทำการสร้างการแจกแจง (Distribution) ของค่าเฉลี่ย 1,000 ค่านั้น และกำหนดขอบเขตวิกฤต (β_α) ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ α เป็น 0.05 และ 0.01 จากนั้นนับความถี่ของค่าเฉลี่ย (e) ที่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต และคำนวณหาความน่าจะเป็น โดยนำจำนวนครั้งของการเกิดนัยสำคัญไปเปรียบเทียบกับ 1,000 ค่าความน่าจะเป็นที่ได้เรียกว่า ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Probability of type I error)



แผนภาพ (Flow chart) แสดงการทำงานตามขั้นตอนที่ 1 ของโปรแกรมที่ 37





Θ = หมายถึง ค่าเฉลี่ยของการกระจายหลังการทดลอง (Posterior distribution)

B_{∞} = หมายถึง ค่าขอบเขตวิกฤตของสถิติเบย์เซียน ณ ระดับพารามิเตอร์ และระดับนัยสำคัญ

N = หมายถึง จำนวนค่าเฉลี่ยของการกระจายหลังการทดลองจากการคำนวณ

สำหรับขั้นตอนที่ 2-4 ก็จะทำการคำนวณได้เช่นเดียวกับ ขั้นตอนที่ 1 ของโปรแกรมที่ 37 เพียงแต่ในแต่ละขั้นตอนจะเปลี่ยนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 (μ_1) เป็น 0.75๘, 1.00๘ และ 1.50๘ ตามลำดับและค่าความน่าจะเป็นที่จะได้จะเป็นค่าอำนาจของการทดสอบ (Power of test)

โปรแกรมที่ 38-42 ก็จะเขียนได้ทำนองเดียวกับโปรแกรมที่ 37 โดยในแต่ละโปรแกรมจะมีรายละเอียดของค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปตามตาราง 2 ในลำดับที่ 2-6 ตามลำดับ

โปรแกรมที่ 43-48 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงาน เมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ โดยมีอัตราส่วนของความแปรปรวน และขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปตามตาราง 2 ในลำดับที่ 7-12 ตามลำดับ โดยโปรแกรมนี้นี้จะทำงานเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37 ซึ่งสร้างการกระจายหลังการทดลอง $P(\sigma^2)$ จากสูตรที่ 2 ของภาคผนวก ก. และหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\sigma^2)$ จากสูตรที่ 4 ของภาคผนวก ก. แล้วทำการหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37

โปรแกรมที่ 49-54 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่ โดยมีอัตราส่วนของความแปรปรวนและขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปตามตาราง 2 ในลำดับที่ 13-18 ตามลำดับ โดยโปรแกรมนี้นี้จะทำงานเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37 ซึ่งสร้างการกระจายหลังการทดลอง $P(\sigma^2)$ จากสูตรที่ 2 ของภาคผนวก ก. และหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\sigma^2)$ จากสูตรที่ 5 ของภาคผนวก ก แล้วทำการหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37

โปรแกรมที่ 55-60 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติและคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยมีอัตราส่วนของความแปรปรวน และขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปตามตาราง 2 ในลำดับที่ 19-24 ตามลำดับ โดยโปรแกรมนี้นี้จะทำงานเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37 ซึ่งสร้างการกระจายหลังการทดลอง $P(\sigma^2)$ ตามสูตรที่ 2 ของภาคผนวก ก. และหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\sigma^2)$ ตามสูตรที่ 3 ของภาคผนวก ก. ครึ่งหนึ่ง และทำซ้ำตามสูตรที่ 4 ของภาคผนวก ก. อีกครึ่งหนึ่ง โดยในแต่ละครั้งจะทำการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37

โปรแกรมที่ 61-66 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร โดยใช้อัตราส่วนของความแปรปรวนและขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปตามตาราง 2 ในลำดับที่ 25-30 ตามลำดับ โดยโปรแกรมนี้อาจจะทำงานเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37 ซึ่งสร้างการกระจายหลังการทดลอง $P(\sigma)$ จากสูตรที่ 2 ของภาคผนวกและหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\sigma)$ ตามสูตรที่ 3 ของภาคผนวก ก. ครั้งหนึ่ง และทำซ้ำตามสูตรที่ 5 ของภาคผนวก ก. อีกครั้งหนึ่ง โดยในแต่ละครั้งจะทำการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37

โปรแกรมที่ 67-72 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานเมื่อลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร โดยใช้อัตราส่วนของความแปรปรวนและขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปตามตารางที่ 2 ในลำดับที่ 31-36 ตามลำดับ โดยโปรแกรมนี้อาจจะทำงานเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37 ซึ่งสร้างการกระจายหลังการทดลอง $P(\sigma)$ ตามสูตรที่ 2 ของภาคผนวก ก. และหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\sigma)$ ตามสูตรที่ 4 ของภาคผนวกครั้งหนึ่ง และทำซ้ำตามสูตรที่ 5 ของภาคผนวก ก. อีกครั้งหนึ่ง โดยในแต่ละครั้งจะทำการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเช่นเดียวกับโปรแกรมที่ 37

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติแบบคลาสสิกหรือสถิติที่ และสถิติเบย์เซียน โดยจะสรุปผลของการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทั้ง 2 แบบจากค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Probability of type I error) และค่าอำนาจของการทดสอบ (Power of test) โดยทำการศึกษาในกรณีที่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบโดยใช้สถิติที่ อันได้แก่ ลักษณะการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร จากการวิจัยที่ผ่านมาพบว่าในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ถึงแม้จะมีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องลักษณะการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร ก็จะไม่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของการทดสอบ (Steger, 1971 : 311-328) ดังนั้น ผู้วิจัยจึงทำการทดลองเพิ่มเติมถึงอิทธิพลของขนาดของกลุ่มตัวอย่าง โดยจะศึกษาเฉพาะกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดกลางเท่านั้น สรุปก็คือ ตัวแปรที่ผู้วิจัยกำหนดในการศึกษาค้นคว้าก็คือ

1. ลักษณะการแจกแจงของประชากร กำหนดให้มีลักษณะเป็นการแจกแจงปกติและการแจกแจงที่ไม่จำเป็นจะต้องมีลักษณะเป็นแบบปกติ (Non-normality) และกำหนดการแจกแจงให้มีลักษณะสมมาตร (Symmetry) 3 ลักษณะ คือ การแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบคัมเบล-เอ็กซ์โพเนนเชียล และการแจกแจงแบบสมมาตร

2. ความแปรปรวนของประชากร กำหนดอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร เป็น 1 : 3 และ 1 : 5

3. ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง กำหนดให้กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเป็น 20, 14 และ 8

จากตัวแปรที่กำหนดสามารถแบ่งออกเป็น คอมบิเนชัน (Combination) ของตัวแปรที่ต้องการศึกษาทั้งสิ้น 36 กรณี การศึกษาวิจัยทำโดยอาศัยวิธีการมอนติคาร์โล ซึ่งทำการจำลอง (Simulation) ข้อมูลขึ้นมาทางคอมพิวเตอร์ แล้วแปลงข้อมูลให้มีลักษณะและค่าพารามิเตอร์ตาม

ตัวแปรที่กำหนด จากนั้นหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบ

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งนี้จะเสนอค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในกรณีที่ผลการทดลองเป็นแบบเซนทรอล ($\mu_1 - \mu_2 = 0$) และค่าอำนาจของการทดสอบในกรณีที่ผลการทดลองเป็นแบบนอนเซนทรอล ($\mu_1 - \mu_2 = \sigma$) พร้อมกับเสนอลักษณะการแจกแจงค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม (Sampling distribution of different between two means) ซึ่งจะเสนอไว้ในภาคผนวก ข. และเนื่องจากการวิจัยครั้งนี้เป็นการจำลองข้อมูลขึ้นมาทางคอมพิวเตอร์ แล้วจึงจะทำการศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบ ดังนั้น จึงจะเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นลำดับดังนี้

1. การผลิตตัวเลขสุ่ม พร้อมทั้งผลการตรวจสอบตัวเลขสุ่ม
2. การแปลงตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงเป็นแบบปกติ แบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล และแบบสมมาตรที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 พร้อมทั้งผลการตรวจสอบเมื่อเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด
3. ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในแต่ละกรณีของการศึกษา
4. ค่าอำนาจของการทดสอบในแต่ละกรณีของการศึกษา

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การสร้างตัวเลขสุ่ม ตัวเลขสุ่มที่ใช้ในการทดลองสร้างโดยใช้วิธีพิเศษเหลือจากผลคูณ (Multiplicative congruential method) และเมื่อสร้างขึ้นมาแล้วจึงต้องทำการตรวจสอบว่าตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้นมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตร (Uniform distribution) หรือไม่ โดยการทดสอบความดีด้วยสถิติไคสแควร์ ผลจากการทดลองพบว่าค่าไคสแควร์มีค่าเป็น $\chi^2 = 5.424$ ในขณะที่ขอบเขตวิกฤตคือ $\chi^2_{.95,19} = 30.1$ นั่นคือสรุปได้ว่า ตัวเลขสุ่มมี

การแจกแจงเป็นแบบสมมาตรที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ โดยได้สร้างการแจกแจงของตัวเลขสุ่มไว้ในหน้า 188 ของภาคผนวก ก.

2. การแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนตามที่กำหนดหรือไม่นั้น ตรวจสอบจากค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ (Skewness) และความโค้ง (Kurtosis) ของการแจกแจงพบว่าผลจากการแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติ แบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล และแบบสมมาตร เมื่อเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ได้ผลดังนี้

การแจกแจง แบบ	เกณฑ์การตรวจสอบ				ผลการทดลอง			
	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโค้ง	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน	ความเบ้	ความโค้ง
ปกติ	0	1	0	0	-0.00356	1.00581	0.02794	0.02963
สมมาตร	0	1	0	-1.174	-0.00614	0.99712	0.00972	-1.18659
คัมเบลล์เอ็กซ์- โพเนนเชียล	0	1	0	3	-0.00516	1.01474	0.02378	3.59391

จากผลการทดลองพบว่า ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโค้ง ของการแจกแจงใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นอกจากค่าความโค้งของการแจกแจงแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียลที่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงขอเสนอผลของการศึกษาต่อไป เมื่อการแจกแจงแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียลที่มีความโค้งเป็น 3.59391 และผู้วิจัยได้แสดงการแจกแจงความถี่ของการแจกแจงทั้ง 3 แบบไว้ในหน้า 188-189 ของภาคผนวก ก.

3. ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1

ผลการศึกษาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติทีและใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบพบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้คือ

3.1 ในกรณีที่ไม่ว่าสิ้นข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 มากกว่าสถิติเบย์เซียน และมากกว่าทฤษฎีที่ตั้งไว้นั้นคือ เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .05 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .055 ถึง .063 และถ้ากำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .01 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .011 ถึง .016 สำหรับการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่าการใช้สถิติที่ทดสอบ และน้อยกว่าทฤษฎีที่ตั้งไว้มากนั้นคือ เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .05 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .005 ถึง .032 และถ้ากำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .01 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .001 ถึง .004 และจากผลการทดสอบพบว่า ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูง ทั้งการทดสอบโดยใช้สถิติที่และสถิติเบย์เซียน ดังตาราง 3

ตาราง 3 ถ้าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่

ลำดับที่	ประชากร 1		ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติที่		
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	สถิติเบย์เซียน $\alpha = .01$
1	ปกติ	1	8	ปกติ	3	8	.055	.011	.013
2	ปกติ	1	8	ปกติ	5	8	.057	.012	.032
3	ปกติ	3	8	ปกติ	1	14	.056	.014	.005
4	ปกติ	3	8	ปกติ	1	20	.062	.015	.008
5	ปกติ	5	8	ปกติ	1	14	.056	.016	.023
6	ปกติ	5	8	ปกติ	1	20	.063	.015	.022

3.2 ในกรณีที่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร แต่ประชากรทั้งคู่มีการแจกแจงเหมือนกันและมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้คือ

3.2.1 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ ผลการทดลองพบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน และบางกรณีจะไม่เกิดความคลาดเคลื่อนเลยคือเมื่อใช้สถิติที่ทดสอบและกำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .05 จะเกิดเพียง .002 ถึง .004 และถ้ากำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .01 จะไม่เกิดความคลาดเคลื่อนเลย และเมื่อใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบพบว่าจะเกิดความคลาดเคลื่อนสูงมาก กล่าวคือ จะเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .043 ถึง .905 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .05 และเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .043 ถึง .523 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .01 และโดยเฉพาะในกรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ และในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและมีความแปรปรวนต่างกัน การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะเกิดความคลาดเคลื่อนสูงมากและสูงกว่าเกณฑ์ ส่วนในกรณีอื่นการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะเกิดความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่า ดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ t		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	8	คัมเบลเอ็กซ์โพ	3	8	.002	-	.043	.043
2	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	8	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	.002	-	.750	.158
3	คัมเบลเอ็กซ์โพ	3	8	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	14	.003	-	.043	.043
4	คัมเบลเอ็กซ์โพ	3	8	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	20	.002	-	.192	.192
5	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	14	.004	-	.044	.043
6	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	9	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	20	.002	-	.905	.523

3.2.2 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรสองหางคู่ ผลการทดสอบพบว่า การทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะทำให้เกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่า การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน แต่สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด (.05 และ .01) กล่าวคือ จะเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .054 ถึง .063 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .05 และเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .013 ถึง .020 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .01 และเมื่อใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบพบว่า จะเกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดมากคือ เกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .062 ถึง .744 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .05 และเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .057 ถึง .708 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .01 และความคลาดเคลื่อนสูงที่สุดในกรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ

ทั้งตาราง 5

ตาราง 5 ถ้าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสม่ำเสมอ

ลำดับที่	ประชากร 1		ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อน ชนิดที่ 1				
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ t		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$		
1	สม่ำเสมอ	1	8	สม่ำเสมอ	3	8	.054	.013	.062	.057
2	สม่ำเสมอ	1	8	สม่ำเสมอ	5	8	.063	.018	.081	.066
3	สม่ำเสมอ	3	8	สม่ำเสมอ	1	14	.055	.014	.135	.127
4	สม่ำเสมอ	3	8	สม่ำเสมอ	1	20	.062	.019	.364	.302
5	สม่ำเสมอ	5	8	สม่ำเสมอ	1	14	.059	.016	.062	.060
6	สม่ำเสมอ	5	8	สม่ำเสมอ	1	20	.063	.020	.744	.708

3.3 ในกรณีที่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรทั้งคู่มิมีการแจกแจงต่างกัน และมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้คือ

3.3.1 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อใช้สถิติที่พบว่าเกิดขึ้นมากกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ แต่เกิดขึ้นน้อยกว่า .05 และ .01 มาก บางกรณีไม่เกิดความคลาดเคลื่อนเลย แต่ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ จะเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .063 และ .012 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนไว้ .05 และ .01 ตามลำดับ และเมื่อใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบพบว่า ถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติก็จะเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และเกิดน้อยกว่าการใช้สถิติที่ทดสอบ ดังตาราง 6 แต่ถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียลจะเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าการใช้สถิติที่ทดสอบมาก โดยเฉพาะในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนต่ำ และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนสูง จะเกิดความคลาดเคลื่อนถึง .940 และ .902 เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อนเป็น .05 และ .01 ตามลำดับ ดังตาราง 7

ตาราง 6 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ และตัวเก็บอิเล็กโทรเนนเซียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ T			สถิติเบย์เซียน
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	
1	ปกติ	1	8	ตัวเก็บอิเล็กโทร	1	8	.027	.002	-	-
2	ปกติ	5	8	ตัวเก็บอิเล็กโทร	5	8	.027	.002	.040	.010
3	ปกติ	5	8	ตัวเก็บอิเล็กโทร	1	14	.063	.012	.020	.001
4	ปกติ	5	8	ตัวเก็บอิเล็กโทร	1	20	-	-	.020	.002
5	ปกติ	1	14	ตัวเก็บอิเล็กโทร	5	8	.007	.001	.008	.001
6	ปกติ	1	20	ตัวเก็บอิเล็กโทร	5	8	.013	.001	.006	.001

ตาราง 7 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ และกับเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ t		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	ปกติ	1	8	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	1	8	.027	.002	.047	.046
2	ปกติ	5	8	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	5	8	.027	.002	.379	.132
3	ปกติ	5	8	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	1	14	.063	.012	.870	.741
4	ปกติ	5	8	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	1	20	-	-	.121	.056
5	ปกติ	1	14	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	5	8	.007	.001	.940	.902
6	ปกติ	1	20	ดับเบิ้ลเอ็กซ์โพ	5	8	.013	.001	.015	.012

3.3.2 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและสมมาตร ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบพบว่าจะเกิดขึ้นมากกว่าการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ และเกิดขึ้นมากกว่าเกณฑ์ที่กำหนด (.05, .01) ทุกกรณี โดยเฉพาะกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ และกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง จะเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .062 และ .022 เมื่อเกณฑ์ที่กำหนดเป็น .05 และ .01 ตามลำดับ ส่วนกรณีอื่น ๆ จะเกิดใกล้กับเกณฑ์มากกว่าการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ และเมื่อใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบพบว่า ถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติจะเกิดความคลาดเคลื่อนต่ำมาก และจะเกิดสูงในกรณีเดียวคือ กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กแต่มีความแปรปรวนสูงทั้งคู่ จะเกิดความคลาดเคลื่อนเป็น .072 และ .017 เมื่อเกณฑ์ที่กำหนดให้เป็น .05 และ .01 ตามลำดับ

ดังตาราง 8 และถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรจะเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี และมากกว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้สถิติที่คือ ในกรณีที่เกณฑ์กำหนดไว้ .05 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .076 ถึง .152 และเมื่อเกณฑ์ที่กำหนดไว้ .01 จะเกิดความคลาดเคลื่อน .066 ถึง .133 และพบว่าความคลาดเคลื่อนมากที่สุดในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ

ดังตาราง 9

ตาราง 8 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ และแบบสม่ำเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นระบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ T		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	ปกติ	1	8	สม่ำเสมอ	1	8	.061	.014	.001	-
2	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	5	8	.061	.014	.072	.017
3	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	1	14	.159	.017	.026	.002
4	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	1	20	.055	.013	.018	.001
5	ปกติ	1	14	สม่ำเสมอ	5	8	.054	.022	.027	.003
6	ปกติ	1	20	สม่ำเสมอ	5	8	.062	.020	.020	.001

ตาราง 9 ถ้าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสม่ำเสมอ กำหนดให้ การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ T			สถิติเบย์เซียน
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	
1	ปกติ	1	8	สม่ำเสมอ	1	8	.061	.014	.148	.133
2	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	5	8	.061	.014	.152	.131
3	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	1	14	.059	.017	.124	.101
4	ปกติ	5	8	สม่ำเสมอ	1	20	.055	.013	.125	.102
5	ปกติ	1	14	สม่ำเสมอ	5	8	.054	.022	.113	.096
6	ปกติ	1	20	สม่ำเสมอ	5	8	.062	.020	.076	.066

3.3.3 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบดัดเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบพบว่า เกิดขึ้นน้อยกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ และน้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด (.05, .01) และในบางกรณีการใช้สถิติที่ทดสอบจะไม่เกิดความคลาดเคลื่อนเลย แต่ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และมีการแจกแจงแบบสมมาตร กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ และมีการแจกแจงแบบดัดเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล การใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูงกว่าเกณฑ์คือ เกิดขึ้น .057 และ .018 เมื่อเกณฑ์ที่กำหนดเป็น .05 และ .01 ตามลำดับ สำหรับการใช้อยู่สถิติเบย์เซียนทดสอบพบว่า ทั้งกรณีที่กำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดัดเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล หรือแบบสมมาตร จะเกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูงมาก กล่าวคือ เมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดัดเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลจะเกิด .046 ถึง .940 และ .046 ถึง .879 เมื่อเกณฑ์ที่กำหนดเป็น .05 และ .01 ตามลำดับ ดังตาราง 10 และเมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 .104 ถึง .192 และ .097 ถึง .160 เมื่อเกณฑ์ที่กำหนดเป็น .05 และ .01 ตามลำดับ ดังตาราง 11

ตาราง 10 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติแบบหนึ่ง และแบบสมมาตร โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติแบบหนึ่ง (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ T		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	8	สมมาตร	1	8	.035	.006	.047	.046
2	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สมมาตร	5	8	.035	.006	.180	.063
3	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สมมาตร	1	14	.011	.001	.046	.046
4	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สมมาตร	1	20	.008	-	.886	.534
5	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	14	สมมาตร	5	8	.006	.018	.940	.879
6	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	20	สมมาตร	5	8	.057	.016	.995	.890

ตาราง 11 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล และแบบสม่ำเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่	ประชากร 1			ประชากร 2			ความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1			
	การแจกแจง	σ_1^2	n_1	การแจกแจง	σ_2^2	n_2	สถิติ t		สถิติเบย์เซียน	
							$\alpha = .05$	$\alpha = .01$	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
1	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	8	สม่ำเสมอ	1	8	.035	.006	.104	.097
2	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สม่ำเสมอ	5	8	.035	.006	.192	.160
3	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สม่ำเสมอ	1	14	.011	.001	.171	.141
4	คัมเบลเอ็กซ์โพ	5	8	สม่ำเสมอ	1	20	.008	-	.171	.136
5	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	14	สม่ำเสมอ	5	8	.006	.018	.144	.114
6	คัมเบลเอ็กซ์โพ	1	20	สม่ำเสมอ	5	8	.057	.016	.121	.099

4. ค่าอำนาจของการทดสอบ

ผลการหาค่าอำนาจของการทดสอบในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติทีและใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้

4.1 กรณีที่ไม่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติทั้งคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติทีทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ และใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่า กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติทีทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญไว้ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .178 ถึง .189 และ .241 ถึง .261 และ .397 ถึง .433 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .052 ถึง .072 และ .076 ถึง .109 และ .175 ถึง .212 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ย ($\mu_1 - \mu_2 = \sigma$) เป็น .75 σ , 1.00 σ และ 1.50 σ ตามลำดับ สำหรับการใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .010 ถึง .109 และ .016 ถึง .166 และ .057 ถึง .323 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .000 ถึง .023 และ .002 ถึง .044 และ .005 ถึง 1.05 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .75 σ , 1.00 σ และ 1.50 σ ตามลำดับ ดังตาราง 12

ตาราง 12 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่

การแจกแจง			ค่าอำนาจของการทดสอบ																			
ลำดับที่	ปกติ		สถิติ				ค่าตามทฤษฎี				สถิติเบย์เซียน											
	σ_1^2	σ_2^2	n_1		n_2		$\sigma = 1.00$		$\sigma = 1.50$		$\sigma = .75$		$\sigma = 1.00$		$\sigma = 1.50$		$\sigma = .75$		$\sigma = 1.00$		$\sigma = 1.50$	
1	1	8	3	8	.178	.152	.241	.076	.097	.175	.156	.031	.223	.053	.387	.131	.056	.003	.090	.008	.182	.031
2	1	8	5	8	.184	.053	.247	.083	.408	.182	.156	.031	.223	.053	.387	.115	.109	.023	.166	.044	.323	.105
3	3	8	1	14	.180	.065	.260	.096	.433	.196	.164	.038	.233	.063	.409	.162	.036	.003	.062	.044	.160	.013
4	3	8	1	20	.183	.070	.253	.106	.431	.208	.166	.041	.239	.069	.417	.164	.010	0	.016	.002	.057	.005
5	5	8	1	14	.189	.072	.259	.102	.433	.201	.164	.038	.233	.063	.409	.162	.096	.011	.154	.029	.320	.077
6	5	8	1	20	.189	.072	.261	.109	.433	.212	.166	.041	.239	.069	.417	.164	.035	.005	.062	.007	.160	.028

4.2 กรณีฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร แต่ประชากรทั้งคู่มิมีการแจกแจงเหมือนกันและมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้คือ

4.2.1 ประชากรมีการแจกแจงเป็นดัดเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ โดยเฉพาะเมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูง และกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ ส่วนในกรณีอื่นจะมีค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่า กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .101 ถึง .141 และ .198 ถึง .252 และ .429 ถึง .503 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .006 ถึง .012 และ .021 ถึง .050 และ .124 ถึง .202 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ สำหรับการใช้อยู่สถิติเบย์เซียนทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .048 ถึง .932 และ .156 ถึง .953 และ .789 ถึง .961 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .043 ถึง .712 และ .044 ถึง .848 และ .128 ถึง .943 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 13

ตาราง 13 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่

การแจกแจง		ค่าอำนาจของการทดสอบ																						
ลำดับ	คัมเบล		σ_1^2	σ_2^2	n_1	n_2	สถิติ						ค่าตามทฤษฎี						สถิติเบย์เซียน					
	σ_1^2	σ_2^2					$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$		$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$		$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$	
							.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01
1	1	8	3	8	.101	.006	.198	.021	.429	.124	.156	.031	.223	.053	.387	.131	.048	.043	.156	.044	.789	.128		
2	1	8	5	8	.111	.006	.213	.022	.442	.146	.156	.031	.223	.053	.387	.115	.890	.044	.954	.803	.961	.951		
3	3	8	1	14	.124	.069	.193	.036	.452	.150	.164	.038	.233	.063	.409	.162	.053	.043	.226	.047	.856	.191		
4	3	8	1	20	.133	.010	.240	.041	.491	.186	.166	.041	.239	.069	.417	.164	.193	.192	.210	.193	.446	.195		
5	5	8	1	14	.119	.011	.208	.037	.468	.168	.164	.038	.233	.063	.409	.162	.069	.044	.434	.062	.923	.503		
6	5	8	1	20	.141	.012	.252	.050	.503	.202	.166	.041	.239	.069	.417	.164	.932	.712	.953	.848	.961	.943		

4.2.2 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรทุกคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ แต่ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก และมีขนาดเท่ากัน แต่ความแปรปรวนต่างกัน การทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ ส่วนในกรณีอื่นจะมีค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่า กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .169 ถึง .190 และ .233 ถึง .246 และ .388 ถึง .408 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .051 ถึง .074 และ .080 ถึง .103 และ .152 ถึง .199 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756, 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ สำหรับการใช้อยู่สถิติเบย์เซียนทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .103 ถึง .763 และ .278 ถึง .810 และ .635 ถึง .870 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .083 ถึง .731 และ .231 ถึง .783 และ .566 ถึง .857 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756, 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 14

4.3 กรณีผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้คือ

4.3.1 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่า และใกล้เคียงกับเกณฑ์กว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ เมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ ยกเว้นกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กเท่ากันและมีความแปรปรวนสูงเหมือนกัน การใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าการใช้สถิติที่ทดสอบ กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .129 ถึง .196 และ .201 ถึง .265 และ .417 ถึง .475 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .019 ถึง .069 และ .047 ถึง .112 และ .131 ถึง .205 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756, 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ สำหรับการใช้อยู่สถิติเบย์เซียนทดสอบและกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ พบว่าเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจการทดสอบ .006 ถึง .197 และ .007 ถึง .303 และ .019 ถึง .514 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .000 ถึง .055 และ .000 ถึง .089 และ .002 ถึง .250 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756, 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 15 ส่วนในกรณีที่กำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล การทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่า และใกล้เคียงกับเกณฑ์กว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ คือ เมื่อใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .050 ถึง .949 และ .102 ถึง .954 และ .318 ถึง .993 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .035 ถึง .915 และ .046 ถึง .934 และ .056 ถึง .954 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756, 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 16

ตาราง 15 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ และแบบคัมเบลส์เอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

การแจกแจง		ค่าอำนาจของการทดสอบ																				
		ปกติ		คัมเบล		สถิติ				ค่าตามทฤษฎี				สถิติเบย์เซียน								
ลำดับที่	σ_1^2	n_1	σ_2^2	n_2	$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$		$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$		$\sigma = .756$		$\sigma = 1.006$		$\sigma = 1.506$	
					.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01
1	1	8	1	8	.129	.025	.201	.047	.417	.131	.131	.031	.255	.062	.436	.154	.006	0	.007	0	.019	.002
2	5	8	5	8	.129	.025	.201	.047	.417	.131	.156	.031	.224	.053	.337	.131	.197	.055	.303	.089	.514	.250
3	5	8	1	14	.196	.069	.265	.106	.446	.205	.166	.038	.233	.063	.413	.152	.074	.011	.124	.021	.063	.067
4	5	8	1	20	.190	.069	.265	.112	.156	.204	1.69	.042	.239	.069	.417	.164	.118	.018	.079	.038	.356	.091
5	1	14	5	8	.154	.019	.239	.058	.475	.188	.166	.038	.233	.063	.413	.152	.030	.003	.045	.003	.107	.015
6	1	20	5	8	.128	.031	.232	.059	.474	.188	.169	.042	.239	.069	.417	.164	.027	.003	.035	.003	.059	.004

ตาราง 16 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ค่าอำนาจของการทดสอบ												
ลำดับที่	การแจกแจง			สถิติ						ค่าตามทฤษฎี		
	ปกติ	คัมเบล	คัมเบล	สถิติ						ค่าตามทฤษฎี		
	n_1	n_2	n_2	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = .756$	$\sigma^2 = 1.006$	$\sigma^2 = 1.006$	$\sigma^2 = 1.006$
1	8	1	8	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05
2	8	5	8	.129	.025	.201	.047	.417	.131	.131	.062	.436
3	8	1	14	.196	.069	.265	.106	.446	.205	.166	.038	.233
4	8	1	20	.190	.069	.265	.112	.156	.204	.169	.042	.239
5	14	5	8	.154	.019	.239	.058	.475	.188	.166	.038	.233
6	20	5	8	.128	.031	.232	.059	.474	.188	.169	.042	.239

4.3.2 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและสม่ำเสมอ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ เมื่อกำหนดค่าให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .170 ถึง .211 และ .246 ถึง .289 และ .401 ถึง .455 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญไว้ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .057 ถึง .073 และ .084 ถึง .108 และ .159 ถึง .227 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ สำหรับการใช้อยู่สถิติเบย์เซียนทดสอบโดยกำหนดค่าให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ พบว่าเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .003 ถึง .233 และ .010 ถึง .325 และ .035 ถึง .520 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญไว้ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .000 ถึง .090 และ .000 ถึง .134 และ .000 ถึง .281 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 17 ส่วนในกรณีที่กำหนดค่าให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่ทดสอบจะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบ กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .209 ถึง .368 ถึง .585 และ .602 ถึง .788 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .174 ถึง .343 และ .309 ถึง .568 และ .549 ถึง .770 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 18

ตาราง 18 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสม่ำเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

		ค่าอำนาจของการทดสอบ													
ลำดับที่	การแจกแจง		สถิติ				ค่าตามทฤษฎี				สถิติเบย์เซียน				
	ปกติ	สม่ำเสมอ													
			σ_1^2	n_1	σ_2^2	n_2	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = 1.75$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = 1.75$	
			$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = 1.75$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = 1.75$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = 1.75$	
			.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	
1	8	1	.170	.057	.246	.084	.405	.159	.131	.031	.255	.062	.436	.154	
2	8	5	.170	.057	.246	.084	.405	.159	.156	.031	.224	.053	.337	.131	
3	8	1	.211	.073	.283	.104	.445	.223	.166	.038	.233	.063	.413	.152	
4	8	1	.206	.067	.289	.108	.455	.227	.169	.042	.239	.069	.417	.164	
5	14	5	.169	.071	.228	.096	.401	.168	.166	.038	.233	.063	.413	.152	
6	20	5	.180	.060	.245	.096	.401	.172	.169	.042	.239	.069	.417	.164	

4.3.3 ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ทั้งในกรณีที่กำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร กล่าวคือ เมื่อใช้สถิติที่ทดสอบและกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .115 ถึง .184 และ .211 ถึง .249 และ .389 ถึง .493 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .019 ถึง .062 และ .039 ถึง .088 และ .167 ถึง .204 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ สำหรับการที่ใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบโดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล พบว่าเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .057 ถึง .975 และ .159 ถึง .988 และ .467 ถึง .998 และถ้ากำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .040 ถึง .903 และ .049 ถึง .910 และ .096 ถึง .954 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 19 ในกรณีที่กำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร พบว่าเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .05 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .172 ถึง .394 และ .324 ถึง .566 และ .525 ถึง .726 และเมื่อกำหนดค่านัยสำคัญ .01 จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบ .154 ถึง .364 และ .273 ถึง .552 และ .471 ถึง .713 เมื่อความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็น .756 , 1.006 และ 1.506 ตามลำดับ ดังตาราง 20

ตาราง 19 ค่าอำนาจของการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสม่ำเสมอ โดยกำหนดให้การกระจายหลังการทดสอบเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล (สำหรับสถิติเบย์เซียน)

ลำดับที่		การแจกแจง		ค่าอำนาจของการทดสอบ															สถิติเบย์เซียน		
		ตัวแปร	สม่ำเสมอ	สถิติ						ค่าตามทฤษฎี											
				σ_1^2	σ_2^2	n_1	n_2	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$		
						$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$	$\sigma = .75$	$\sigma = 1.00$	$\sigma = 1.50$				
				.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01	.05	.01				
1	1	8	1	.136	.035	.211	.058	.396	.133	.131	.031	.255	.062	.436	.154	.057	.047	.159	.049	.467	.096
2	5	8	5	.136	.035	.211	.058	.396	.133	.156	.031	.224	.053	.337	.131	.364	.158	.639	.360	.857	.694
3	5	8	1	.184	.062	.235	.088	.389	.180	.166	.038	.233	.063	.413	.152	.095	.046	.481	.091	.904	.561
4	5	8	1	.182	.059	.242	.083	.426	.191	.169	.042	.239	.069	.417	.164	.913	.712	.933	.847	.958	.926
5	1	14	5	.115	.019	.220	.039	.457	.167	.166	.038	.233	.063	.413	.152	.938	.891	.943	.907	.951	.924
6	1	20	5	.157	.025	.249	.066	.493	.204	.169	.042	.239	.069	.417	.164	.975	.903	.988	.910	.998	.954

สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาประสิทธิภาพของการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติแบบคลาสสิกหรือสถิติที่ และสถิติเบย์เซียน ซึ่งมีรายละเอียดของการวิจัยโดยย่อดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของการทดสอบระหว่างวิธีการทดสอบของสถิติแบบเดิมและวิธีการทดสอบของสถิติเบย์เซียนในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
2. เพื่อเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบระหว่างวิธีการทดสอบของสถิติแบบเดิมและวิธีการทดสอบสถิติเบย์เซียนในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการจำลองสถานการณ์การทดลองด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้ระเบียบวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) โดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาปาสคาล ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ดังนี้

1. การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีลักษณะตามพารามิเตอร์ที่กำหนด อันได้แก่ ลักษณะการแจกแจงของประชากร ความแปรปรวนของประชากร และขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
2. นำตัวแปรสุ่มที่สร้างขึ้นในแต่ละเงื่อนไข เพื่อคำนวณค่าสถิติที่และสร้างการกระจายหลังการทดลองสำหรับสถิติเบย์เซียน แล้วหาค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบ

3. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบที่คำนวณได้ในสถานการณ์การทดลองต่าง ๆ กับค่าที่กำหนดไว้ตามทฤษฎี

ผลการวิจัย

1. เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของการทดสอบโดยใช้สถิติที่และสถิติเบย์เซียน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้

1.1 กรณีที่ไม่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้น เรื่องการแจกแจงของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 มากกว่า และใกล้กับเกณฑ์ที่กำหนดมากกว่าการทดสอบ โดยใช้สถิติเบย์เซียน

1.2 กรณีที่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้น เรื่องการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรทั้งคู่มีการแจกแจงเหมือนกัน แต่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่า การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนสำหรับกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลล์โพเนนเชียลทั้งคู่ การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยมากและน้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และเมื่อกำหนด $\alpha = 0.01$ จะไม่เกิดความคลาดเคลื่อนเลย การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะเกิดความคลาดเคลื่อนมากกว่าและใกล้กับเกณฑ์กำหนดมากกว่า และสำหรับกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรทั้งคู่ การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูงกว่าเกณฑ์ค่อนน้อย แต่ใกล้กับเกณฑ์มากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ซึ่งเกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเกณฑ์มาก

1.3 กรณีที่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร และความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรทั้งคู่มีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่ากรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล เมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ การทดสอบโดยวิธีทั้งสองจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน

น้อยกว่าเกณฑ์มากทั้งสองวิธี และกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร เมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 มากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน แต่ใกล้กับเกณฑ์มากกว่า แต่ถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียลหรือแบบสมมาตรสำหรับการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน จะเกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 มากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่ และสูงกว่าเกณฑ์มาก ส่วนกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล และแบบสมมาตร การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและน้อยกว่าเกณฑ์มาก ส่วนการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะเกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเกณฑ์มาก

2. เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบค่าอำนาจของการทดสอบโดยใช้สถิติที่และสถิติเบย์เซียน พบว่าผลการทดลองเป็นดังนี้

2.1 กรณีที่ไม่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน

2.2 กรณีผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรทั้งคู่มีการแจกแจงเหมือนกันและมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ยกเว้นในกรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและความแปรปรวนต่างกัน

2.3 กรณีผ่านข้อตกลงเบื้องต้นในเรื่องการแจกแจงของประชากรและความแปรปรวนของประชากร กล่าวคือ ประชากรมีการแจกแจงต่างกัน และความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ทั้งในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล และกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร เมื่อกำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ แต่ถ้ากำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล

และแบบสม่ำเสมอ การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน จะทำให้เกิดค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่า การทดสอบโดยใช้สถิติที่ ส่วนกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสม่ำเสมอ การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน ทั้งในกรณีที่กำหนดให้การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียลหรือแบบสม่ำเสมอ

อภิปรายผลการวิจัย

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ โดยใช้สถิติและสถิติเบย์เซียนกับเกณฑ์ที่กำหนดแล้วสรุปได้ว่า

1. ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติทั้งคู่ การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าและใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน จึงควรใช้สถิติที่ทดสอบ ถึงแม้จะมีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเรื่องความแปรปรวนของประชากร

2. ประชากรมีการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียลทั้งคู่ และความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนจะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าและใกล้เคียงกับเกณฑ์มากกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติ จึงควรใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบในกรณีนี้ ยกเว้นกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก และมีความแปรปรวนสูง

3. ส่วนในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอทั้งคู่ หรือประชากรมีการแจกแจงต่างกัน พบว่าการทดสอบโดยใช้สถิติทั้งสองยังไม่เหมาะสม เพราะว่ายังทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบมากกว่าหรือน้อยกว่าเกณฑ์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ประชากรมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอทั้งคู่ และความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อน

ชนิดที่ 1 น้อยกว่าสถิติเบย์เซียน แต่สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และเกิดค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าสถิติเบย์เซียน

3.2 ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล และความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่าสถิติเบย์เซียน และน้อยกว่าเกณฑ์มาก ส่วนค่าอำนาจการทดสอบจะเกิดมากกว่าสถิติเบย์เซียน ถ้ากำหนดให้มีการกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ และเกิดน้อยกว่าสถิติเบย์เซียน ถ้ากำหนดให้มีการกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล

3.3 ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติและแบบสมมาตร และความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบโดยวิธีทั้งสองจะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดมาก ส่วนค่าอำนาจของการทดสอบของการทดสอบโดยใช้สถิติที่มากกว่าสถิติเบย์เซียน ถ้ากำหนดให้มีการกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติและเกิดน้อยกว่าสถิติเบย์เซียน ถ้ากำหนดให้มีการกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร

3.4 ประชากรมีการแจกแจงแบบสมมาตรและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล และความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบโดยใช้สถิติที่จะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบน้อยกว่าสถิติเบย์เซียน

จะพบว่ารายละเอียดทั้ง 4 กรณีดังกล่าว ไม่ควรจะทดสอบโดยใช้สถิติ แต่ควรใช้การทดสอบด้วยสถิติเบย์เซียน เพราะทำให้เกิดค่าอำนาจการทดสอบมากกว่า และถ้าใช้การคำนวณหาการกระจายหลังการทดลองที่แท้จริง (exact posterior distribution) แทนการคำนวณหาการกระจายหลังการทดลอง จากการสมมติ (assume posterior distribution) ซึ่งการคำนวณหาการกระจายหลังการทดลองที่แท้จริงจะมีการคำนวณที่ซับซ้อนและให้ค่าที่ถูกต้องมากกว่า ซึ่งจะส่งผลทำให้ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยลง

ข้อเสนอแนะ

1. จากผลการวิจัยพบว่า ในกรณีประชากรมีการแจกแจงแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล และแบบสมมาตร ควรรู้ใช้สถิติเบย์เขียนทดสอบ ส่วนกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ควรรู้ใช้สถิติที่ทดสอบ และการสร้างการแจกแจงของประชากรในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดการแจกแจงจากค่าพารามิเตอร์ μ ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่เป็นตัวกำหนดค่าความโค้งของการแจกแจง โดยถ้า μ มีค่าเป็น 1, 0, -0.95 ประชากรจะมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบปกติ และแบบสมมาตร ผู้วิจัยจึงขอเสนอแนะว่า อาจจะทำการวิจัยโดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ μ ให้มีค่าอื่น ๆ บ้างในช่วง -1 ถึง 1 ซึ่งอาจจะค้นพบได้ว่าการทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เขียนเหมาะสมสำหรับค่าพารามิเตอร์ μ ช่วงใดช่วงหนึ่ง
2. การวิจัยในครั้งนี้ ทำการศึกษาเฉพาะในกรณีที่ประชากรมีลักษณะการแจกแจงแบบสมมาตร (Symmetry) เท่านั้น ซึ่งในโอกาสต่อไปอาจจะทำการศึกษาเมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบอื่น ๆ ที่อาจจะไม่สมมาตรหรือมีลักษณะการแจกแจงแบบเบ้ (Skewness)
3. การวิจัยครั้งนี้ เสนอผลการทดลองเมื่อกำหนดลักษณะการกระจายหลังการทดลอง (assume posterior distribution) มีลักษณะต่าง ๆ ตามลักษณะการแจกแจงของประชากร ดังนั้น จึงอาจจะทำการวิจัยซ้ำ แล้วทำการคำนวณและสร้างการกระจายหลังการทดลองที่แท้จริง (exact posterior distribution) เพื่อเปรียบเทียบผลการวิจัยกับผลของการวิจัยในครั้งนี้

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

บัญชา พนเจริญสวัสดิ์. "ข้อมูลมอนติคาร์โลสำหรับการกระจายปกติ," วารสารวิทยาศาสตร์.

11(1) : 700-704 พฤศจิกายน 2527.

ไพเราะ พจนพิมล. การศึกษาแบบมอนติคาร์โล : การเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบของ
ที-เทส, วิลค็อกซอนเทส, เทอร์-โฮพคิง, นอร์มอล-สก็อตเทส และแวน เคอแวร์แคน
นอร์มอล-สก็อตเทส ภายใต้ลักษณะการแจกแจงประชากร 3 แบบ. วิทยานิพนธ์

ศ.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526. อัดสำเนา.

ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ. การจำลองแบบปัญหา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ คณะ
วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.

สมชัย ยืนนาน. การศึกษาโดยวิธีมอนติคาร์โลเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบ การเท่ากัน
ของความแปรปรวนระหว่างประชากร 2 กลุ่ม. วิทยานิพนธ์ ศต.ม. กรุงเทพฯ :
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528. อัดสำเนา.

Barton, Richard F. A Primer on Simulation and Gaming. Englewood
Cliffs : Prentice-Hall, 1970.

Box, George E.P. and George C. Tiao. Bayesian Inference in Statistical
Analysis. Reading, Mass : Addison-Wesley Publishing Company,
1973.

Hays, William L. and Robert L. Winkler. Statistics volume I : Probabi-
lity Inference and Decision. New York : Holt, Rinehart and
Winston, Inc., 1970.

Iversen, Gudmund R. Bayesian Statistical Inference. Beverly Hills :
Sage Publications Inc., 1984.

Jerry, Banks and John S. Carson. Discrete - Event System Simulation.
New Jersey : Prentice-Hall Inc., 1984.

Kirk, Roger E. Experimental Design. 2nd ed. Belmont : Brooks-Cole
Publishing Company, 1982.

- Kroeber, Donald W. and Lawrence R. La Forge. The Manager's Guide to Statistics and Qualitative Method. New York : McGraw-Hill, 1980.
- Meyer, Herbert A. Symposium on Monte Carlo Methods. New York : John Wiley and Sons, 1956.
- Mihram, G. Arthur. Simulation : Statistical Foundation and Methodology. New York : Academic Press, 1972.
- Mood, Alexander M. and Franklin A Graybill. Introduction to the Theory of Statistics. 2nd ed. New York : McGraw-Hill Book Company, 1963.
- Novick, Melvin R. and Paul H. Jackson. Statistical Methods for Education and Psychological Research. New York : McGraw-Hill, 1974.
- Phillips, Lawrence D. Bayesian Statistics for Social Scientist. London : Thomas Nelson and Sons Ltd., 1973.
- Ripley, Brain D. Stochastic Simulation. New York : John Wiley and Sons, 1987.
- Rubinstein, R.Y. Simulation and the Monte Carlo Method. New York : John Wiley and Sons, 1981.
- Sasaki, Kyohei. Statistics for Modern Business Decision Making. Belmont : Wadsworth Publishing Comapny Inc., 1969.
- Shannon, Robert E. Systems Simulation the Art and Science. New Jersey : Prentice-Hall, 1975.
- Smith, Lee H. and Donal R. William. Statistical Analysis for Business : A Conceptual Approach. California : Wadsworth Publishing Company Inc., 1971.
- Spiegel, Murray R. Theory and Problem of Advance Calculus. New York : McGraw-Hill International Book Company, 1963.
- Steger, Joseph A. Reading in Statistics for the Behevioral Scientist. New York : Holt Rinehart and Winston, 1971.
- Tanur, Judith M. Statistics : A Guide to the Unknown. San Francisco : Holden-Day, 1972.
- Winkler, Robert L. Introduction to Bayesian Inference and Decision. New York : Holt Rinehart and Winston Inc., 1972.
- Wonnacott, Thomas H. and Ronald J. Wonnacott. Introductory Statistics for Business and Economics. 3rd ed. John Wiley and Sons, 1987.

ภาคผนวก ก

แสดงสูตรในการคำนวณค่าสถิติที่และการสร้าง
การกระจายหลังการทดลองของสถิติเบย์เซียน

1. การคำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร
- 2 กลุ่ม ซึ่งสามารถทำได้โดยการเขียนโปรแกรมจากสูตร ดังนี้

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

t = หมายถึง ค่าสถิติ

$\bar{X}_1, \bar{X}_2$ = หมายถึง ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2

μ_1, μ_2 = หมายถึง ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตจากประชากรที่ 1 และ 2

n_1, n_2 = หมายถึง จำนวนค่าสังเกตในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2

S_1, S_2 = หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 และใช้
ประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรที่ 1 และ 2

2. สำหรับสถิติเบย์เซียนที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม นั้นจะทำได้โดยการสร้างการกระจายหลังการทดลองของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ย (Posterior distribution of different between means) ซึ่งการกระจายหลังการทดลองหาได้จากความสัมพันธ์ข้างล่างนี้

ให้ δ = เดลต้า (delta)

$$\delta = \mu_1 - \mu_2 \text{ และ } x_i = x_{1j} - x_{2k}$$

และ $P(\delta)$ = ฟังก์ชันแสดงการกระจายหลังการทดลองของ δ จะได้ว่า

$$P(\delta) = [J(\beta)]^{-1} [M(\delta)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)}$$

$$M(\delta) = \sum_{i=1}^n |x_i - \delta|^{2/(1+\beta)}$$

$$J(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} [M(\delta)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)} d\delta$$

เมื่อ β = ค่าพารามิเตอร์ที่จะแสดงลักษณะการแจกแจงของประชากร โดย

$\beta = 0$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ

$\beta = 1$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบดับเบิลเอ็กซ์โพเนนเชียล

$\beta = -0.95$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตร

n = จำนวนความแตกต่างของค่าสังเกตจากกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ที่เป็นไปได้

ทั้งหมด โดย $n = n_1 \times n_2$

3. การคำนวณหาค่า $J(\beta)$ และ $M(d)$ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ

$$\begin{aligned} \text{จาก } M(d) &= \sum_{i=1}^n |x_i - d|^{2/(1+\beta)} \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2d \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n d^2 \\ M(d) &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2d \sum_{i=1}^n x_i + nd^2 \text{ ----- (A)} \end{aligned}$$

สรุปขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

3.1 หาค่า $\sum_{i=1}^n x_i^2$ และ $\sum_{i=1}^n x_i$

3.2 แทนค่า $\sum_{i=1}^n x_i^2$ และ $\sum_{i=1}^n x_i$ ในสมการ (A)

3.3 หาค่า $J(\beta)$ จากสูตร

$$J(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} [M(d)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)} dd$$

$$J(\beta) = \int_{-4}^4 \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2d \sum_{i=1}^n x_i + nd^2 \right]^{-\frac{1}{2}n} dd$$

(เนื่องจากค่า d จะมีค่าโดยประมาณอยู่ระหว่าง -4 ถึง 4 เท่านั้น)

จะได้ค่า $J(\beta)$ เป็นค่าคงที่สมมติว่าเป็น $J(\beta) = k$

3.4 สร้างฟังก์ชัน $P(d)$ จะได้

$$P(d) = k^{-1} [M(d)]^{-\frac{1}{2}n}$$

$$P(d) = k^{-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2d \sum_{i=1}^n x_i + nd^2 \right]^{-\frac{1}{2}n}$$

4. การคำนวณหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\delta)$ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบ
คัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล

$$\begin{aligned} \text{จาก } M(\delta) &= \sum_{i=1}^n |x_i - \delta|^{2/(1+\beta)} \\ &= \sum_{i=1}^n |x_i - \delta|^{2/(1+1)} \end{aligned}$$

($\beta = 1$ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล)

$$M(\delta) = \sum_{i=1}^n |x_i - \delta| \quad \text{----- (B)}$$

สรุปขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

4.1 หาค่า $x_i = x_{1j} - x_{2k}$ (กระทำซ้ำ n ครั้ง)

4.2 หาค่า $\sum_{i=1}^n |x_i - \delta|$ แล้วแทนค่าในสมการ (B)

4.3 หาค่า $J(\beta)$ จากสูตร

$$J(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} [M(\delta)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)} d\delta$$

$$J(\beta) = \int_{-4}^4 \left[\sum_{i=1}^n |x_i - \delta| \right]^{-n} d\delta$$

(เนื่องจากค่า δ จะมีค่าโดยประมาณอยู่ระหว่าง -4 ถึง 4 เท่านั้น)

จะได้ค่า $J(\beta)$ เป็นค่าคงที่สมมติว่าเป็น $J(\beta) = k$

4.4 สร้างฟังก์ชัน $P(\delta)$ จะได้

$$P(\delta) = k^{-1} [M(\delta)]^{-n}$$

$$P(\delta) = k^{-1} \left[\sum_{i=1}^n |x_i - \delta| \right]^{-n}$$

5. การคำนวณหาค่า $J(\beta)$ และ $M(\delta)$ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบ
สม่ำเสมอ

$$\text{จาก } M(\delta) = \sum_{i=1}^n |x_i - \delta|^{2/(1+\beta)}$$

$$M(d) = \sum_{i=1}^n |x_i - d|^{2/(1-0.95)}$$

(B = -0.95 ในการนี้ประชากรมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ)

$$= \sum_{i=1}^n |x_i - d|^{40}$$

ซึ่งสามารถกระจายได้โดยใช้ทฤษฎีบททวินาม (Binomial theorem) เป็น

$$M(d) = \sum_{i=1}^{1,000} [x_i^{40} - C_{40,1} x_i^{39} d + C_{40,2} x_i^{38} d^2 + \dots + C_{40,39} x_i d^{39} + d^{40}]$$

แต่จากการทดลองของบ็อกซ์ (Box and Tiao, 1973 : 162) นั้น สรุปว่าสามารถหาค่าประมาณได้จาก

$$M(d) = h + |m + d| \text{------(C)}$$

เมื่อ $h = \frac{X_n - X_1}{2}$

$$m = \frac{X_n + X_1}{2}$$

X_n = ค่าสูงสุด (Maximum)

X_1 = ค่าต่ำสุด (Minimum)

สรุปขั้นตอนในการคำนวณ ดังนี้

5.1 หาค่า $x_i = x_{1j} - x_{2k}$ (กระทำซ้ำ n ครั้ง)

5.2 เรียงลำดับค่า x_i เพื่อหาค่า x_1 และ x_n

5.3 แทนค่า x_1 และ x_n ลงในสมการ (C) จะได้

$$M(d) = \frac{X_n - X_1}{2} + \left| \frac{X_n + X_1}{2} + d \right|$$

5.4 หาค่า $J(\beta)$ จากสูตร

$$J(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} [M(d)]^{-\frac{1}{2}n(1+\beta)} dd$$

$$\begin{aligned}
 J(\beta) &= \int_{-\infty}^{\infty} [M(d)]^{(-.025)n} dd \\
 &= \int_{-4}^4 \left[\frac{X_n - X_1}{2} + \left| \frac{X_n + X_1}{2} + d \right| \right]^{(-.025)n} dd
 \end{aligned}$$

(เนื่องจากค่า d จะมีค่าโดยประมาณอยู่ระหว่าง -4 ถึง 4 เท่านั้น)

จะได้ค่า $J(\beta)$ เป็นค่าคงที่สมมติว่าเป็น $J(\beta) = k$

5.5 สร้างฟังก์ชัน $P(d)$ จะได้

$$\begin{aligned}
 P(d) &= k^{-1} [M(d)]^{(-0.25)n} \\
 &= k^{-1} \left[\frac{X_n - X_1}{2} + \left| \frac{X_n + X_1}{2} + d \right| \right]^{(-.025)n}
 \end{aligned}$$

6. ความสัมพันธ์ระหว่าง β และ r_2 (Kurtosis)

กำหนดให้ β เป็นค่าพารามิเตอร์ที่เป็นตัวกำหนดค่าความโค้ง (r_2) ของการกระจาย และกำหนดให้ β มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 นั่นคือ $-1 < \beta < 1$ ซึ่ง β มีความสัมพันธ์กับ r_2 ดังนี้คือ

$$\begin{aligned}
 r_2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^4}{6^4} - 3 \\
 r_2 &= \frac{\left[\frac{5}{2}(1+\beta) \right] \left[\frac{1}{2}(1+\beta) \right]}{\left\{ \left[\frac{3}{2}(1+\beta) \right] \right\}^2} - 3
 \end{aligned}$$

ซึ่งค่าของ β และ r_2 มีความสัมพันธ์กันดังนี้

β	-1.0	-0.75	-0.50	-0.25	0.0	0.25	0.50	0.75	1.00
r_2	-1.2	-1.07	-0.81	-0.45	0.0	0.55	1.22	2.03	3.00

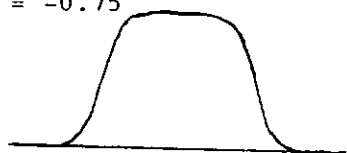
(Box and Tiao. 1973 : 158-160)

เมื่อ ρ มีค่าแตกต่างกันออกไปจะมีผลทำให้การกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลเพอร์เวอร์แตกต่างกันออกไป และตารางข้างล่างนี้จะแสดงค่าวิกฤตของการกระจายเมื่อกำหนดค่าระดับนัยสำคัญไว้ในขณะที่ค่าเฉลี่ยของการกระจายเป็นศูนย์ ($\theta = 0$)

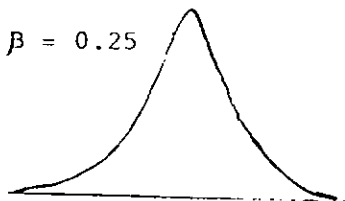
ρ	$(\theta = 0)$						
	$\alpha = 0.25$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
-1.00	0.87	1.39	1.56	1.65	1.70	1.71	1.73
-0.75	0.84	1.36	1.57	1.71	1.84	1.91	2.05
-0.50	0.80	1.35	1.61	1.81	2.03	2.16	2.41
-0.25	0.73	1.31	1.63	1.86	2.18	2.37	2.75
0.00	0.67	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09
0.25	0.62	1.25	1.65	2.02	2.46	2.77	3.43
0.50	0.58	1.22	1.65	2.06	2.58	2.94	3.76
0.75	0.53	1.18	1.64	2.09	2.68	3.10	4.08
1.00	0.49	1.14	1.63	2.12	2.77	3.28	4.39

ภาพแสดงการกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลเพาเวอร์ (Exponential power distribution) เมื่อ β มีค่าแตกต่างกันออกไปดังภาพต่อไปนี้

$$\beta = -0.75$$



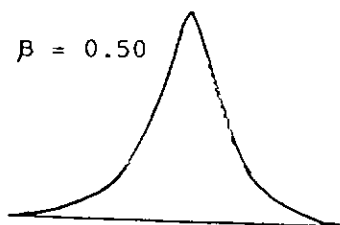
$$\beta = 0.25$$



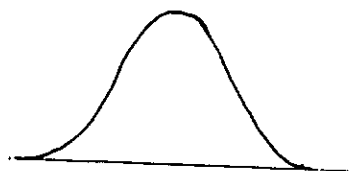
$$\beta = -0.50$$



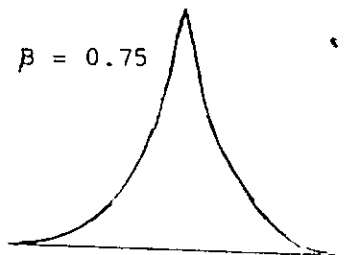
$$\beta = 0.50$$



$$\beta = -0.25$$



$$\beta = 0.75$$

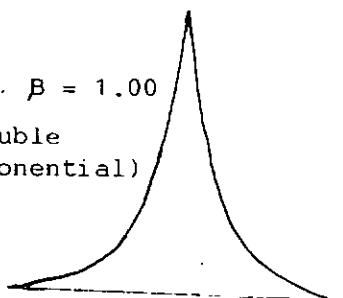


$$\beta = 0 \text{ (Normal)}$$



$$\beta = 1.00$$

(Double
exponential)



อธิบายเพิ่มเติมสำหรับสูตรที่ 1

โดยบทกึ่งงานวิจัยโดยทั่วไปแล้วมักจะไม่วิเคราะห์ค่าความแปรปรวนของประชากร (๕) และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีขนาดเล็ก จึงต้องประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร จากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งในกรณีนี้ กอสเซต (Gosset) ได้พิสูจน์ว่าจะใช้การแจกแจงปกติไม่ได้ ต้องใช้การแจกแจงที่จริงจะได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือ

ในกรณีที่ไม่วิเคราะห์ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และรู้ว่าประชากรทั้งสองมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน หรือประมาณค่าว่าความแปรปรวนเท่ากันจะประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงตัวอย่างจากสูตร

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

สำหรับกรณีที่รู้ค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองไม่เท่ากัน การประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงตัวอย่าง จากค่า s_p^2 จะทำให้เกิดค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 สูงกว่าที่กำหนด ดังนั้น นักสถิติจึงได้แก้ไขข้อบกพร่องนี้ โดยเสนอว่าควรใช้ขนาดของกลุ่มตัวอย่างเท่ากัน และถ้าขนาดของกลุ่มตัวอย่างไม่เท่ากันก็ควรใช้การทดสอบทางเดียว แต่การเลือกกลุ่มตัวอย่างบางครั้งก็ก่อให้เกิดความยุ่งยาก นักสถิติจึงได้คิดค่าแก้ (Correction) เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากันขึ้นมา โดยเวลช์ได้ปรับปรุงขึ้นความเป็นอิสระให้เหมาะสมกับการทดสอบสมมติฐาน และคอแรนกับค็อก (Cochran and Cox) ได้ปรับปรุงค่าวิกฤตให้เหมาะสมกับการทดสอบสมมติฐาน และทำการประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงตัวอย่างจากสูตร

$$s^2 = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}$$

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกทดสอบค่าสถิติทีจากสูตร

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

โดยประมาณค่าชั้นความเป็นอิสระจาก $n_1 + n_2 - 2$ และประมาณค่าวิกฤตจากตารางสำเร็จรูปของสถิติที เนื่องจากการประมาณค่าวิกฤตตามวิธีของ คอแคร์นกับค็อก ทำให้เฉพาะที่ระดับนัยสำคัญ .05 เท่านั้น

ภาคผนวก ข.

ตัวอย่างโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

โปรแกรมจำลอง (Simulation)

```

program Data_simulation;
type DataArray = array[1..1000] of real;
  SeedRec = record
    X0 : real;
    Rep : integer;
    Chi : real;
  end;
var random : DataArray;
  seed : real;
  consmul : real;
  modulus : real;
  X1 : real;
  number : integer;
  count, seedord : integer;
  digit : integer;
  DecPoint : real;
  seedFile : array[1..200] of SeedRec;
  MinChi : real;
  Best : real;
procedure setnumber;
var stng : string[20];
begin
  clrscr;
  gotoxy(20,6); write ('NUMBER OF DATA ');
  readln(number);
  str(number,stng);
  digit := length(stng) + 2;
  count := 1;
  DecPoint := number * 1E+02;
end;
procedure setModulus;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;
var PrimeFile : file of PrimeRec;
  RecPrime : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
var HighTest : real;
  High : boolean;
BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
        Read(PrimeFile,RecPrime);
      With RecPrime do
        If Prime > HighTest then High := HighTest;
    Until PrimeType = False;
  End;
  End;

```

```

    Until (Not PrimeType) Or (High)
  End;
  End else PrimeType := false;
End;
begin
  Assign(PrimeFile,'PRIME.DAT');
  Modulus := DecPoint;
  repeat
    TestPrime(Modulus,primetest);
    if not Primetest then Modulus := Modulus * 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;
procedure setConsMul;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;
var PrimeFile : File of PrimeRec;
    RecPrime : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
var HighTest : real;
    High : Boolean;
BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
        Read(PrimeFile,RecPrime);
      With RecPrime do
        If Prime > HighTest then High := True;
      Until (Not PrimeType) Or (High)
    End;
  End else PrimeType := false;
  End;
begin
  Assign(PrimeFile,'PRIME.DAT');
  ConsMul := Int(1E+11 / DecPoint);
  repeat
    TestPrime(ConsMul,PrimeTest);
    if not Primetest then consmul := consmul * 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;
procedure randomGen;
var c : real;
    d : real;
    e : real;

```

```

begin
  e := ConstMul * XI;
  c := e / Modulus;
  d := int(c);
  d := d * Modulus;
  XI := e - d;
  c := XI / Modulus;
  d := int(c * DecPoint);
  random[count] := d / DecPoint;
end;
{$A-}
procedure quicksort(s,l : integer);
var a,b : integer;
    mid : integer;
    num : real;
    compnum : real;
begin
  a := s; b := l;
  mid := (a + b) div 2;
  compnum := random[mid];
  repeat
    while (random[a] < compnum) and (a < l) do
      begin
        a := a + 1;
      end;
    while (compnum < random[b]) and (b > s) do
      begin
        b := b - 1;
      end;
    if a <= b then
      begin
        num := random[b];
        random[a] := random[b];
        random[b] := num;
        a := a + 1;
        b := b - 1;
      end;
    until a > b;
    if s < b then quicksort(s,b);
    if a < l then quicksort(a,l);
  end;
end;
{$A+}
procedure testrandom;
var a,b : integer;
    chisquare : real;
    ofrq : integer; { observed frequency }
    efrq : integer; { expected frequency }
    range : integer;
    interval : real;
    compnum : real;
    frq : array[1..20] of integer;
    divider : integer;
procedure sumchi;
begin
  chisquare := chisquare + sqr(ofrq - efrq)/efrq;
  frq[a] := ofrq;

```



```

a := a + 1;
ofrq := 0;
compnum := compnum + interval;
end;
begin
  clrscr;
  count := 1;
  b := 0;
  repeat
    if random[count] = random[count + 1] then
      begin
        b := b + 1;
      end;
    count := count + 1;
    gotoxy(35,20); write(count);
  until count = number;
  clrscr; writeln(1st,'same random = ',b,' pair');
  ofrq := 0; { observed frequency }
  count := 1;
  chisquare := 0;
  range := 20;
  efrq := number div range; { expected frequency }
  interval := 1 / range;
  compnum := interval;
  a := 1;
  repeat
    while (random[count] <= compnum) and (count <= number) do
      begin
        ofrq := ofrq + 1;
        count := count + 1;
      end;
    sumchi;
  until count > number;
  clrscr;
  writeln(seed);
  a := 1;
  divider := round(number/1250);
  if divider < 1 then divider := 1;
  repeat
    for count := 1 to (frq[a] div divider) do write (1st,'*');
    writeln(1st,' ');
    a := a + 1;
  until a > 20;
  writeln(1st,'chisquare = ',chisquare);
end;
procedure UniformGen;
var mean : real;
    variance : real;
    min,max : real;
begin
  clrscr;
  variance := 1;
  mean := 0;
  min := mean - sqrt(3) * sqrt(variance);
  max := mean + sqrt(3) * sqrt(variance);
  count := 1;

```

```

    XI := seed;
    repeat
        RandomGen;
        random[count] := min + (max - min) * random[count];
        gotoxy(30,22); writeln(count);
        count := count + 1;
    until count > number;
    gotoxy(50,1); write(1st,'UNIFORM');
end;
procedure NormalGen;
var v1 : real;
    v2 : real;
    s : real;
    mean : real;
    variance:real;
    STD : real;
begin
    clrscr;
    mean := 0;
    variance := 1;
    STD := sqrt(variance);
    XI := seed;
    count := 1;
    repeat
        repeat
            gotoxy(30,22); write(count);
            RandomGen;
            count := count + 1;
            RandomGen;
            count := count - 1;
            v1 := 2 * random[count] - 1;
            v2 := 2 * random[count + 1] - 1;
            s := v1 * v1 + v2 * v2;
        until s < 1;
        random[count] := v1 * sqrt(-2 * ln(s) / (s));
        random[count] := mean + random[count] * STD;
        count := count + 1;
        random[count] := v2 * sqrt(-2 * ln(s) / (s));
        random[count] := mean + random[count] * STD;
        count := count + 1;
    until count > number;
    gotoxy(50,1); write(1st,'NORMAL');
end;
procedure DoubleExpGen;
var mean : real;
    variance : real;
    STD : real;
begin
    clrscr;
    variance := 1;
    STD := sqrt(variance);
    mean := 0;
    XI := seed;
    count := 1;
    repeat
        gotoxy(30,22); write(count);

```

```

    RandomGen;
    random[count] := mean (((STD * ln(random[count])) / sqrt(2)));
    count := count + 1;
    gotoxy(38,22); write(count);
    RandomGen;
    random[count] := mean (((STD * ln(random[count])) / sqrt(2)));
    count := count + 1;
    until count > number;
    gotoxy(50,1); write(1st,'DOUBLE EXPONENTIAL');
end;
procedure DataCheck(first,last:real);
var Pair : integer;
    sum : real;
    ss : real;
    mean : real;
    sd : real;
    moment3 : real;
    moment4 : real;
    a : integer;
    range : integer;
    interval : real;
    compnum : real;
    frq : array[1..21] of integer;
    ofrq : integer;
    divider : integer;
procedure sumnum;
begin
    Pair := Pair + 1;
    writeln(random[count]);
end;
procedure sumFrq;
begin
    frq[a] := ofrq;
    writeln(a,' ',compnum - interval,' to ',compnum);
    a := a + 1;
    ofrq := 0;
    compnum := compnum + interval;
end;
begin
    Pair := 0;
    count := 1;
    repeat
        if random[count] = random[count+1] then sumnum;
        gotoxy(38,22); writeln(count);
        count := count + 1;
    until count = number;
    gotoxy(1,7); writeln(1st,'Number of the same data = '.Pair,' pair. ');
    sum := 0;
    writeln(1st,'range from '.random[1],' to '.random[number]);
    count := 1;
    sum := 0;
    ss := 0;
    repeat
        sum := sum + random[count];
        ss := ss + random[count] * random[count];
        gotoxy(38,22); write (count);

```

```

    count := count + 1;
  until count > number;
  mean := sum/number;
  sd := (number*ss-sum*sum)/(number-1); sd := sd/number; sd := sqrt(sd);
  gotoxy(1,3); writeln(1st,'mean = ',mean);
  writeln(1st,'standard deviation = ',sd);
  count := 1;
  moment3 := 0;
  moment4 := 0;
  repeat
    sum := (random[count] - mean);
    moment3 := moment3 + (sum * sum * sum);
    moment4 := moment4 + (sum * sum * sum * sum);
    gotoxy(38,22); write (count,' ');
    count := count + 1;
  until count > number;
  moment3 := moment3 / number;
  moment4 := moment4 / number;
  gotoxy(1,6); writeln(1st,'Skewness = ',moment3/sd/sd/sd);
  writeln(1st,'Kurtosis = ',moment4/sd/sd/sd/sd-3);
  ofrq := 0; ( observed frequency )
  count := 1;
  range := 20;
  interval := (last - first) / range;
  compnum := first + interval;
  a := 1;
  repeat
    frq[count] := 0;
    count := count + 1;
  until count > 20;
  count := 1;
  repeat
    while (random[count] <= compnum) and (count <= number) do
      begin
        ofrq := ofrq + 1;
        count := count + 1;
        gotoxy(15,12); writeln(count,' ',random[count]);
      end;
    sumFrq;
  until (count > number) and (a >= range);
  repeat until keypressed; read(a);
  clrscr;
  a := 1;
  divider := round(50-1 + number/200);
  if divider < 1 then divider := 1;
  repeat
    for count := 1 to (frq[a] div divider) do write (1st,'*');
    writeln(1st,' ');
    a := a + 1;
  until a > 20;
  repeat until keypressed;
end;

BEGIN
  SetNumber;
  SetModulus;

```

```
write(modulus);
setconsmul;
writeln(consmul);
write('Seed = ');readln(seed);
XI := seed;
count := 1;
repeat
  RandomGen;
  gotoxy(38,22); write(count);
  count := count + 1;
until count > number;
quicksort(1,number);
testrandom;
UniformGen;
quicksort(1,number);
DataCheck(-1 * sqrt(3),sqrt(3));
NormalGen;
quicksort(1,number);
DataCheck(-4.2,4.2);
DoubleExpGen;
quicksort(1,number);
DataCheck(-8,8);
END.
```

**โปรแกรมการสร้างการแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ย
ของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจง
เป็นแบบปกติทั้งคู่ ทดสอบโดยใช้สถิติ**

```

program Data_simulation;
type DataArray = array[1..100] of real;
var random : DataArray;
    seed : real;
    consmul : real;
    modulus : real;
    XI : real;
    number : integer;
    count,seedord : integer;
    digit : integer;
    DecPoint : real;
    tscoreRec : array[1..1000] of real;
    mean1 , mean2 : real;
    variancel , variance2 : real;
    n1,n2 : integer;
    qv1,qv5 : real;
    curve : array[1..80] of integer;
    beta : array[1..6] of integer;
    zeta : real;
    sum1 ,sum2 : real;
    ss1 , ss2 : real;
    q1 , q5 : integer;
    tscore : real;
    tm : integer;
    m1,m2,vr1,vr2:real;
    p : char;
procedure setnumber;
var stng : string[20];
begin
    ClrScr;
    gotoxy(10,6); write ('MEAN1 = ');
    readln(mean1);
    gotoxy(30,6); write ('VARIANCE1 = ');
    readln(variancel);
    gotoxy(50,6); write ('NUMBER1 = ');
    readln(n1);
    gotoxy(10,8); write ('MEAN2 = ');
    readln(mean2);
    gotoxy(30,8); write ('VARIANCE2 = ');
    readln(variance2);
    gotoxy(50,8); write ('NUMBER2 = ');
    readln(n2);
    gotoxy(20,10); write ('df = ',n1+n2-2);
    gotoxy(20,12); write ('Critical value .05 = ');
    readln(qv5);
    gotoxy(20,14); write ('Critical value .01 = ');
    readln(qv1);
    number := 10000;
    str(number,stng);
    digit := length(stng) + 2;
    count := 1;
    DecPoint := number * 1E+02;
end;
procedure setModulus;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;

```

```

var   PrimeFile : File of PrimeRec;
      RecPrime  : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
var   HighTest  : real;
      High      : Boolean;

BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
          Read(PrimeFile,RecPrime);
          With RecPrime do
            If Prime > HighTest then High := True;
          Until (Not PrimeType) Or (High)
        End;
      End else PrimeType := false;
    End;
  begin
    Assign(PrimeFile,'PRIME.DAT');
    Modulus := DecPoint;
    repeat
      TestPrime(Modulus,primetest);
      if not Primetest then Modulus := Modulus - 1;
    until Primetest;
    close(PrimeFile);
  end;
  procedure setConsMul;
  var Primetest : boolean;
  type PrimeRec = record Prime : Real; End;
  var PrimeFile : File of PrimeRec;
      RecPrime  : PrimeRec;
  procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
  var HighTest  : real;
      High      : Boolean;

  BEGIN
    If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
    Begin
      Reset(PrimeFile);
      Read(PrimeFile,RecPrime);
      PrimeType := True;
      HighTest := Sqrt(UnderTest);
      High := False;
    If UnderTest <> 2 then
    Begin
      Repeat

```



```

With RecPrime do
  If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
    PrimeType := False;
  Read(PrimeFile, RecPrime);
  With RecPrime do
    If Prime > HighTest then High := True;
  Until (Not PrimeType) Or (High)
End;
End else PrimeType := false;
End;
begin
  Assign(PrimeFile, 'PRIME.DAT');
  ConsMul := Int(1E+11 / DecPoint);
  repeat
    TestPrime(ConsMul, PrimeTest);
    if not Primetest then consmul := consmul - 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;
procedure randomGen;
var c : real;
    d : real;
    e : real;
begin
  e := ConsMul * XI;
  c := e / Modulus;
  d := int(c);
  d := d * Modulus;
  XI := e - d;
  c := XI / Modulus;
  d := int(c * DecPoint);
  random[count] := d / DecPoint;
end;
{$A-}
procedure quicksort(s, l : integer);
var a, b : integer;
    mid : integer;
    num : real;
    compnum : real;
begin
  a := s; b := l;
  mid := (a + b) div 2;
  compnum := tscoreRec[mid];
  repeat
    while (tscoreRec[a] < compnum) and (a < l) do
      begin
        a := a + 1;
      end;
    while (compnum < tscoreRec[b]) and (b > s) do
      begin
        b := b - 1;
      end;
    if a <= b then
      begin
        num := tscoreRec[a];
        tscoreRec[a] := tscoreRec[b];

```

```

        tscoreRec[b] := num;
        a := a + 1;
        b := b - 1;
    end;
    until a > b;
    if s < b then quicksort(s,b);
    if a < 1 then quicksort(a,1);
end;
{$A+}
procedure NormalGen(a,b : real);
var v1 : real;
    v2 : real;
    s : real;
    STD1 , STD2 : real;
begin
    STD1 := sqrt(variance1);
    STD2 := sqrt(variance2);
    count := 1;
    repeat
        repeat
            RandomGen;
            count := count + 1;
            RandomGen;
            count := count - 1;
            v1 := 2 * random[count] - 1;
            v2 := 2 * random[count + 1] - 1;
            s := v1 * v1 + v2 * v2;
        until s < 1;
        random[count] := v1 * sqrt( -2 * ln(s) / s);
        random[count] := a + random[count] * STD1;
        count := count + 1;
        random[count] := v2 * sqrt( -2 * ln(s) / s);
        random[count] := a + random[count] * STD1;
        count := count + 1;
        repeat
            RandomGen;
            count := count + 1;
            RandomGen;
            count := count - 1;
            v1 := 2 * random[count] - 1;
            v2 := 2 * random[count + 1] - 1;
            s := v1 * v1 + v2 * v2;
        until s < 1;
        random[count] := v1 * sqrt( -2 * ln(s) / s);
        random[count] := b + random[count] * STD2;
        count := count + 1;
        random[count] := v2 * sqrt( -2 * ln(s) / s);
        random[count] := b + random[count] * STD2;
        count := count + 1;
    until count > number;
end;
procedure drawcurve;
var a : integer;
    %mod : string[4];
    graphline : array[1..424] of byte;
begin

```

```

writeln(1st,chr(27),'.3',chr(24));
Kmod := concat(chr(27),'K',chr(168),chr(01));
for count := 1 to 70 do Curve[count] := 0;
count := 1;
tm := 1;
tscore := -7.375E+00;
repeat
  if tscoreRec[tm] > tscore then
    begin
      repeat
        count := count + 1;
        tscore := tscore + 2.5E-01;
      until tscoreRec[tm] <= tscore;
    end;
    Curve[count] := Curve[count] + 1;
    tm := tm + 1;
  until tm > 1000;
tm := 160;
for number := 1 to 20 do
  begin
    for count := 1 to 424 do graphline[count] := 0;
    for digit := 1 to 8 do
      begin
        tm := tm - 1;
        for count := 0 to 68 do
          if Curve[count+1] > tm then
            for a := 17 to 22 do
              case digit of
                1 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+128;
                2 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+64;
                3 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+32;
                4 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+16;
                5 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+8;
                6 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+4;
                7 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+2;
                8 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+1;
              end;
            end;
          graphline[15] := 255;
          case number of
            1,6,11,16 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 128;
            2,7,12,17 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 32;
            3,8,13,18 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 8;
            4,9,14,19 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 2;
          end;
          case number of
            7,20 : begin
              graphline[1] := 3;
              graphline[2] := 4;
              graphline[3] := 4;
              graphline[4] := 4;
              graphline[5] := 4;
              graphline[6] := 4;
              graphline[7] := 3;
            end;
            8 : begin
              ,
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;

```

```

        graphline[1] := 135;
        graphline[2] := 72;
        graphline[3] := 72;
        graphline[4] := 72;
        graphline[5] := 72;
        graphline[6] := 72;
        graphline[7] := 135;
        graphline[9] := 0;
        graphline[10] := 0;
    end;
    9 : begin
        graphline[1] := 16;
        graphline[2] := 152;
        graphline[3] := 148;
        graphline[4] := 144;
        graphline[5] := 144;
        graphline[6] := 144;
        graphline[7] := 56;
    end;
end;
case number of
    2 : begin
        graphline[9] := 32;
        graphline[10] := 32;
    end;
    14 : begin
        graphline[9] := 2;
        graphline[10] := 2;
    end;
end;
write(lst,Kmod);
for count := 1 to 424 do write(lst,chr(graphline[count]));
writeln(lst)
end;
for count := 10 to 424 do graphline[count] := 128;
for count := 0 to 17 do graphline[count*24+37] := 248;
graphline[1] := 128;
graphline[2] := 64;
graphline[3] := 64;
graphline[4] := 64;
graphline[5] := 64;
graphline[6] := 64;
graphline[7] := 128;
write(lst,Kmod);
for count := 1 to 424 do write(lst,chr(graphline[count]));
writeln(lst);
write(lst,' - 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4');
writeln(lst,' 5 6 7 8 9 +');
end;
procedure PowerTest(a : real ; b : integer);
begin
    XI := seed;
    tm := 1;
    Zeta := sqrt((variance1 / n1) + (variance2 / n2));
    beta[b] := 0;
    beta[b+1] := 0;
end;

```

```

    clrscr;
    writeln('Mean = ',a,' x ',zeta);
    repeat
        count := 1;
        number := (n1 * 2);
        if ((n2 * 2) > number) then number := (n2 * 2);
        NormalGen(zeta * a,0);
        count := 1;
        sum1 := 0;
        sum2 := 0;
        ss1 := 0;
        ss2 := 0;
        repeat
            if ((count - 1) / 2) < n1 then
                begin
                    sum1 := sum1 + random[count];
                    ss1 := ss1 + random[count] * random[count];
                end;
            count := count + 1;
            if (count / 2) < n1 then
                begin
                    sum1 := sum1 + random[count];
                    ss1 := ss1 + random[count] * random[count];
                end;
            count := count + 1;
            if ((count-3) / 2) < n2 then
                begin
                    sum2 := sum2 + random[count];
                    ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
                end;
            count := count + 1;
            if ((count - 2) / 2) < n2 then
                begin
                    sum2 := sum2 + random[count];
                    ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
                end;
            count := count + 1;
        until count > number;
        m1 := sum1 / n1;
        m2 := sum2 / n2;
        vr1:=(n1*(ss1) - (sum1*sum1)) / (n1 * (n1-1));
        vr2:=(n2*(ss2) - (sum2*sum2)) / (n2 * (n2-1));
        tscore := (m1 - m2);
        tscore := tscore / sqrt((vr1/n1)+(vr2/n2));
        if tscore >= qv1 then beta[b] := beta[b] + 1;
        if tscore >= qv5 then beta[b+1] := beta[b+1] + 1;
        tscoreRec[tm] := tscore;
        tm := tm + 1;
        gotoxy(30,22);write (tm);
    until tm > 1000;
    quicksort(1,1000);
    clrscr;
    drawcurve;
end;

BEGIN

```

```

SetNumber;
SetModulus;
setconsmul;
gotoxy(20,18); write('Seed = ');readln(seed);
X1 := seed;
q1 := 0; q5 := 0;
tm :=1;
repeat
  count := 1;
  number := (n1 * 2);
  if ((n2 * 2) > number) then number := (n2 * 2);
  NormalGen(mean1,mean2);
  count := 1;
  sum1 := 0;
  sum2 := 0;
  ss1 := 0;
  ss2 := 0;
  repeat
    if ((count - 1) / 2) < n1 then
      begin
        sum1 := sum1 + random[count];
        ss1 := ss1 + random[count] * random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if (count / 2) < n1 then
      begin
        sum1 := sum1 + random[count];
        ss1 := ss1 + random[count] * random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if ((count-3) / 2) < n2 then
      begin
        sum2 := sum2 + random[count];
        ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if ((count - 2) / 2) < n2 then
      begin
        sum2 := sum2 + random[count];
        ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
      end;
    count := count + 1;
  until count > number;
  m1 := sum1 / n1;
  m2 := SUM2 / n2;
  vr1:=(n1*(ss1) - (sum1*sum1)) / (n1 * (n1-1));
  vr2:=(n2*(ss2) - (sum2*sum2)) / (n2 * (n2-1));
  tscore := (m1 - m2);
  tscore := tscore / sqrt((vr1/n1)+(vr2/n2));
  if tscore < qv5 then q5 := q5 + 1;
  if tscore < qv1 then q1 := q1 + 1;
  tscoreRec[tm] := tscore;
  tm := tm + 1;
  gotoxy(30,22);write (tm);
until tm > 1000;
clrscr; write('SORTING');

```

```

quicksort(1,1000);
clrScr;
writeln(1st,chr(27),'@');
writeln(1st,'T .05 = ',tscoreRec[750], '    T .01 = ',tscoreRec[770]);
drawcurve;
PowerTest(7.5E-01,1);
PowerTest(1E+00,3);
PowerTest(1.5E+00,5);
clrscr;
writeln(1st,chr(27),'@');
writeln(1st,'          TABLE T-SCORE Test (Normal & Normal)');
writeln(1st,'          Mean1 = ',mean1,'; variance1 = ',variance1,'; n1 = ',r);
writeln(1st,'          Mean2 = ',mean2,'; variance2 = ',variance2,'; n2 = ',r);
writeln(1st,'=====');


|  | Probability of |                         |
|--|----------------|-------------------------|
|  | type I error   | Power of test           |
|  |                | u = .75d      u = 1.00d |


writeln(1st,'=====');
write(1st,'.05',(1000-q5)/1000,'|',beta[2]/1000);
writeln(1st,'|',beta[4]/1000,'|',beta[6]/1000);
write(1st,'.01',(1000-q1)/1000,'|',beta[1]/1000);
writeln(1st,'|',beta[3]/1000,'|',beta[5]/1000);
writeln(1st,'=====');
END.

```

โปรแกรมการสร้างการแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ย
ของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจง
แบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร
ทดสอบโดยใช้สถิติ


```

program Data_simulation;
type DataArray = array[1..100] of real;
var random : DataArray;
    seed : real;
    consmul : real;
    modulus : real;
    XI : real;
    number : integer;
    count, seedord : integer;
    digit : integer;
    DecPoint : real;
    tscoreRec : array[1..1000] of real;
    mean1 , mean2 : real;
    variance1 , variance2 : real;
    n1,n2 : integer;
    qv1,qv5 : real;
    curve : array[1..80] of integer;
    beta : array[1..6] of integer;
    zeta : real;
    sum1 ,sum2 : real;
    ss1 , ss2 : real;
    q1 , q5 : integer;
    tscore : real;
    tm : integer;
    m1,m2,vr1,vr2:real;
    p : char;
procedure setnumber;
var stng : string[20];
begin
    ClrScr;
    gotoxy(10,6); write ('MEAN1 = ');
    readln(mean1);
    gotoxy(30,6); write ('VARIANCE1 = ');
    readln(variance1);
    gotoxy(50,6); write ('NUMBER1 = ');
    readln(n1);
    gotoxy(10,8); write ('MEAN2 = ');
    readln(mean2);
    gotoxy(30,8); write ('VARIANCE2 = ');
    readln(variance2);
    gotoxy(50,8); write ('NUMBER2 = ');
    readln(n2);
    gotoxy(20,10); write ('df = ',n1+n2-2);
    gotoxy(20,12); write ('Critical value .05 = ');
    readln(qv5);
    gotoxy(20,14); write ('Critical value .01 = ');
    readln(qv1);
    number := 10000;
    str(number,stng);
    digit := length(stng) - 2;
    count := 1;
    DecPoint := number * 10-10;
end;
procedure setModulus;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;

```

```

var   PrimeFile : File of PrimeRec;
      RecPrime   : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
var   HighTest   : real;
      High        : Boolean;

BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
          Read(PrimeFile,RecPrime);
          With RecPrime do
            If Prime > HighTest then High := True;
          Until (Not PrimeType) Or (High)
        End;
      End else PrimeType := false;
    End;
  begin
    Assign(PrimeFile,'PRIME.DAT');
    Modulus := DecPoint;
    repeat
      TestPrime(Modulus,primetest);
      if not Primetest then Modulus := Modulus + 1;
    until Primetest;
    close(PrimeFile);
  end;
end;

procedure setConsMul;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;
var PrimeFile : File of PrimeRec;
    RecPrime : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:real;var PrimeType:boolean);
var HighTest : real;
    High : Boolean;

BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat

```

```

    With RecPrime do
      If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
        PrimeType := false;
      Read(PrimeFile, RecPrime);
      With RecPrime do
        If Prime > HighTest then High := True;
      Until (Not PrimeType) Or (High)
    End;
  End else PrimeType := false;
End;
begin
  Assign(PrimeFile, 'PRIME.DAT');
  Consmul := Int(1E+11 / DecPoint);
  repeat
    TestPrime(Consmul, PrimeTest);
    if not Primetest then consmul := consmul * 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;
procedure randomGen;
var c : real;
    d : real;
    e : real;
begin
  e := Consmul * XI;
  c := e / Modulus;
  d := int(c);
  d := d * Modulus;
  XI := e - d;
  c := XI / Modulus;
  d := int(c * DecPoint);
  random[count] := d / DecPoint;
end;
{$A-}
procedure quicksort(s, l : integer);
var a, b : integer;
    mid : integer;
    num : real;
    compnum : real;
begin
  a := s; b := l;
  mid := (a + b) div 2;
  compnum := tscoreRec[mid];
  repeat
    while (tscoreRec[a] < compnum) and (a < l) do
      begin
        a := a + 1;
      end;
    while (compnum < tscoreRec[b]) and (b > l) do
      begin
        b := b - 1;
      end;
    if a = b then
      begin
        num := tscoreRec[a];
        tscoreRec[a] := tscoreRec[b];

```

```

        tscoreRec[b] := num;
        a := a + 1;
        b := b - 1;
    end;
until a > b;
if s < b then quicksort(s,b);
if a < 1 then quicksort(a,1);
end;
{$A+}
procedure UniformGen(c,d:real);
var min1,min2,max1,max2 : real;
begin
    min1 := c - sqrt(3) * sqrt(d);
    max1 := c + sqrt(3) * sqrt(d);
    RandomGen;
    random[count] := min1 + (max1 - min1) * random[count];
    count := count + 1;
    RandomGen;
    random[count] := min1 + (max1 - min1) * random[count];
    count := count + 1;
end;
procedure DoubleExpGen(a,b:real);
begin
    count := 1;
    repeat
        RandomGen;
        random[count] := a - ((sqrt(variance1)) * ln(random[count])) / sqrt(2);
        count := count + 1;
        RandomGen;
        random[count] := a + ((sqrt(variance1)) * ln(random[count])) / sqrt(2);
        count := count + 1;
        uniformgen(b,variance2);
    until count > number;
end;
procedure drawcurve;
var a : integer;
    kmod : string[4];
    graphline : array[1..424] of byte;
begin
    writeln(1st,chr(27),'J',chr(24));
    kmod := concat(chr(27),'K',chr(160),chr(01));
    for count := 1 to 70 do Curve[count] := 0;
    count := 1;
    tm := 1;
    tscore := 7.375E100;
    repeat
        if tscoreRec[tm] > tscore then
            begin
                repeat
                    count := count + 1;
                    tscore := tscore + 2.5E 01;
                until tscoreRec[tm] < tscore;
            end;
            Curve[count] := Curve[count] + 1;
            tm := tm + 1;
        until tm > 1000;

```

```

tm := 160;
for number := 1 to 20 do
begin
  for count := 1 to 424 do graphline[count] := 0;
  for digit := 1 to 8 do
    begin
      tm := tm - 1;
      for count := 0 to 68 do
        if Curve[count+1] > tm then
          for a := 17 to 22 do
            case digit of
              1 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+128;
              2 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+64;
              3 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+32;
              4 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+16;
              5 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+8;
              6 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+4;
              7 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+2;
              8 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+1;
            end;
          end;
        graphline[15] := 255;
        case number of
          1,6,11,16 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 128;
          2,7,12,17 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 32;
          3,8,13,18 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 8;
          4,9,14,19 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 2;
        end;
        case number of
          7,20 : begin
            graphline[1] := 3;
            graphline[2] := 4;
            graphline[3] := 4;
            graphline[4] := 4;
            graphline[5] := 4;
            graphline[6] := 4;
            graphline[7] := 3;
          end;
          8 : begin
            graphline[1] := 135;
            graphline[2] := 72;
            graphline[3] := 72;
            graphline[4] := 72;
            graphline[5] := 72;
            graphline[6] := 72;
            graphline[7] := 135;
            graphline[9] := 0;
            graphline[10] := 0;
          end;
          9 : begin
            graphline[1] := 16;
            graphline[2] := 152;
            graphline[3] := 148;
            graphline[4] := 144;
            graphline[5] := 144;
            graphline[6] := 144;

```

```

graphline[1] := 0;
end;
end;
case number of
  2 : begin
    graphline[2] := 32;
    graphline[10] := 32;
    end;
  14 : begin
    graphline[7] := 2;
    graphline[10] := 2;
    end;
end;
write(1st,kmod);
for count := 1 to 424 do write(1st,chr(graphline[count]));
writeln(1st)
end;
for count := 10 to 424 do graphline[count] := 128;
for count := 0 to 17 do graphline[count*24+37] := 248;
graphline[1] := 128;
graphline[2] := 64;
graphline[3] := 64;
graphline[4] := 64;
graphline[5] := 64;
graphline[6] := 64;
graphline[7] := 128;
write(1st,kmod);
for count := 1 to 424 do write(1st,chr(graphline[count]));
writeln(1st);
write(1st,' - 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4');
writeln(1st,' 5 6 7 8 9 +');
end;
procedure PowerTest(a : real ; b : integer);
begin
  XI := seed;
  tm := 1;
  Zeta := sqrt((variance1 / n1) + (variance2 / n2));
  beta[b] := 0;
  beta[b+1] := 0;
  clrscr;
  writeln('Mean = ',a,' x',ZCTA);
  repeat
    count := 1;
    number := (n1 * 2);
    if ((n2 * 2) > number) then number := (n2 * 2);
    DoubleExpGen(zeta * a,0);
    count := 1;
    sum1 := 0;
    sum2 := 0;
    ss1 := 0;
    ss2 := 0;
  repeat
    if ((count - 1) / 2) < n1 then
      begin
        sum1 := sum1 + random[count];
        ss1 := ss1 + random[count] * random[count];

```

```

    end;
    count := count + 1;
    if (count / 2) < n1 then
    begin
        sum1 := sum1 + random[count];
        ss1 := ss1 + random[count] * random[count];
    end;
    count := count + 1;
    if ((count-3) / 2) < n2 then
    begin
        sum2 := sum2 + random[count];
        ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
    end;
    count := count + 1;
    if ((count - 2) / 2) < n2 then
    begin
        sum2 := sum2 + random[count];
        ss2 := ss2 + random[count] * random[count];
    end;
    count := count + 1;
until count > number;
m1 := sum1 / n1;
m2 := sum2 / n2;
vr1 := (n1 * (ss1) - (sum1 * sum1)) / (n1 * (n1 - 1));
vr2 := (n2 * (ss2) - (sum2 * sum2)) / (n2 * (n2 - 1));
tscore := (m1 - m2);
tscore := tscore / sqrt((vr1/n1)+(vr2/n2));
if tscore >= qv1 then beta[b] := beta[b] + 1;
if tscore >= qv5 then beta[b+1] := beta[b+1] + 1;
tscoreRec[tm] := tscore;
tm := tm + 1;
gotoxy(30,22);write (tm);
until tm > 1000;
quicksort(1,1000);
clrScr;
drawcurve;
end;

BEGIN
    SetNumber;
    SetModulus;
    setconsmul;
    gotoxy(20,18); write('Seed = ');readln(seed);
    XI := seed;
    q1 := 0; q5 := 0;
    tm := 1;
    Zeta:=sqrt((variance1/n1)+(variance2/n2));
repeat
    count := 1;
    number := (n1 * 2);
    if ((n2 * 2) > number) then number := (n2 * 2);
    DoubleExpGen(mean1,mean2);
    count := 1;
    sum1 := 0;
    sum2 := 0;
    ss1 := 0;

```

```

ss2 := 0;
repeat
  if ((count - 1) / 2) < n1 then
    begin
      sum1 := sum1 + random(count);
      ss1 := ss1 + random(count) * random(count);
    end;
  count := count + 1;
  if (count / 2) < n1 then
    begin
      sum1 := sum1 + random(count);
      ss1 := ss1 + random(count) * random(count);
    end;
  count := count + 1;
  if ((count-3) / 2) < n2 then
    begin
      sum2 := sum2 + random(count);
      ss2 := ss2 + random(count) * random(count);
    end;
  count := count + 1;
  if ((count - 2) / 2) < n2 then
    begin
      sum2 := sum2 + random(count);
      ss2 := ss2 + random(count) * random(count);
    end;
  count := count + 1;
until count > number;
m1 := sum1 / n1;
m2 := sum2 / n2;
vr1 := (n1 * (ss1 - (sum1 * sum1)) / (n1 * (n1 - 1)));
vr2 := (n2 * (ss2 - (sum2 * sum2)) / (n2 * (n2 - 1)));
tscore := (m1 - m2);
tscore := tscore / sqrt((vr1/n1)+(vr2/n2));
if tscore < qv5 then q5 := q5 + 1;
if tscore < qv1 then q1 := q1 + 1;
tscoreRec[tm] := tscore;
tm := tm + 1;
gotoxy(30,22);write (tm);
until tm > 1000;
clrscr; write('SORTING');
quicksort(1,1000);
clrscr;
writeln(1st,'T .05 = ',tscoreRec[950], ' T .01 = ',tscoreRec[970]);
drawcurve;
PowerTest(7.5E-01,1);
PowerTest(1E+00,3);
PowerTest(1.5E+00,5);
clrscr;
writeln(1st,chr(27),'@');
writeln(1st,'
TABLE T-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)')
writeln(1st,'      Mean1 = ',variancel,' variance1 = ',n1 =
writeln(1st,'      Mean2 = ',variance2,' variance2 = ',n2 =
writeln(1st,'-----')
writeln(1st,'      Probability of
writeln(1st,'Sig: type I error
writeln(1st,'
Power of test');
u = .75d
u = 1.00d

```



```
writeln(lst,'-----');  
write(lst,'.05',(1000-q5)/1000,'',beta[2]/1000);  
writeln(lst,'',beta[4]/1000,'',beta[6]/1000);  
write(lst,'.01',(1000-q1)/1000,'',beta[1]/1000);  
writeln(lst,'',beta[3]/1000,'',beta[5]/1000);  
writeln(lst,'-----');  
END.
```

**โปรแกรมการสร้างการแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ย
ของประชากร 2 กลุ่ม ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน**

โปรแกรมการสร้างการแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ย
ของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการแจกแจง
เป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียลและแบบสมมาตร
ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน

```

{$N+}
{$E+}
program Data_simulation;
uses
  crt,printer;
type DataArray = array[1..1000] of double;
var random,E : DataArray;
    memarray : array[1..40,1..2] of double;
    seed : double;
    consmul : double;
    modulus : double;
    XI : double;
    number : integer;
    count,seedord : integer;
    digit : integer;
    DecPoint : double;
    mean1 , mean2 : double;
    variancel , variance2 : double;
    n1,n2 : integer;
    width,hwidth : double;
    beta : array[1..6] of double;
    zeta : double;
    grp1 ,grp2 : integer;
    delta,J,area: double;
    qv1 , qv5 , q1 , q5 : double;
    MeanDiff : double;
    tm , pwr: integer;
    m1,m2,sigma,sigmasqr:double;
    p : char;
    f : boolean;
procedure setnumber;
var stng : string[20];
begin
  ClrScr;

```

```

gotoxy(10,6); write ('MEAN1 = ');
readln(mean1);
gotoxy(30,6); write ('VARIANCE1 = ');
readln(variance1);
gotoxy(50,6); write ('NUMBER1 = ');
readln(n1);
gotoxy(10,8); write ('MEAN2 = ');
readln(mean2);
gotoxy(30,8); write ('VARIANCE2 = ');
readln(variance2);
gotoxy(50,8); write ('NUMBER2 = ');
readln(n2);
gotoxy(20,10); write ('df = ',n1+n2-2);
gotoxy(20,12); write ('Critical value .05 = ');
readln(qv5);
gotoxy(20,14); write ('Critical value .01 = ');
readln(qv1);
number := 10000;
str(number,stng);
digit := length(stng) + 2;
count := 1;
DecPoint := number * 1E+02;
end;

procedure setModulus;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;
var PrimeFile : File of PrimeRec;
    RecPrime : PrimeRec;
procedure TestPrime(UnderTest:double;var PrimeType:boolean);
var Highest : double;
    High : Boolean;

```

```

BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Reset(PrimeFile);
    Read(PrimeFile, RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
        Read(PrimeFile, RecPrime);
        With RecPrime do
          If Prime > HighTest then High := True;
        Until (Not PrimeType) Or (High)
      End;
    End else PrimeType := false;
  End;
begin
  Assign(PrimeFile, 'PRIME.DAT');
  Modulus := DecPoint;
  repeat
    TestPrime(Modulus, primetest);
    if not Primetest then Modulus := Modulus - 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;
procedure setConsMul;
var Primetest : boolean;
type PrimeRec = record Prime : Real; End;
var PrimeFile : File of PrimeRec;
    RecPrime : PrimeRec;
  .

```

```

procedure TestPrime(UnderTest:double;var PrimeType:boolean);
var   HighTest   : double;
      High       : Boolean;

BEGIN
  If (UnderTest > 1) and (UnderTest < 1.2045282002E+10) then
  Begin
    Rscet(PrimeFile);
    Read(PrimeFile,RecPrime);
    PrimeType := True;
    HighTest := Sqrt(UnderTest);
    High := False;
  If UnderTest <> 2 then
  Begin
    Repeat
      With RecPrime do
        If (UnderTest / Prime) = Int(UnderTest / Prime) then
          PrimeType := False;
        Read(PrimeFile,RecPrime);
      With RecPrime do
        If Prime > HighTest then High := True;
      Until (Not PrimeType) Or (High)
    End;
  End else PrimeType := false;
End;
begin
  Assign(PrimeFile,'PRIME.DAT');
  Consmul := Int((1E+11 / DecPoint));
  repeat
    TestPrime(Consmul,PrimeTest);
    if not Primetest then consmul := consmul - 1;
  until Primetest;
  close(PrimeFile);
end;

```

```

procedure randomGen;
var c : double;
    d : double;
    e : double;
begin
    e := ConsMul * XI;
    c := e / Modulus;
    d := int(c);
    d := d * Modulus;
    X1 := e - d;
    c := XI / Modulus;
    d := int(c * DecPoint);
    random[count] := d / DecPoint;
end;

procedure UniformGen (c,d:double);
var min1,min2,max1,max2 : double;
begin
    min1 := c - sqrt(3) * sqrt(d);
    max1 := c + sqrt(3) * sqrt(d);
    RandomGen;
    random[count] := min1 + (max1 - min1) * random[count];
    count := count + 1;
    RandomGen;
    random[count] := min1 + (max1 - min1) * random[count];
    count := count + 1;

end;

procedure doubleGen(a,b : double);
var std1,std2 : double;
begin
    std1 := sqrt(variance1);
    std2 := sqrt(variance2);
    count := 1;
    repeat

```



```

    RandomGen;
    random[count] := a - (std1 * ln(random[count])) / sqrt(2);
    count := count + 1;
    RandomGen;
    random[count] := a + (std1 * ln(random[count])) / sqrt(2);
    count := count + 1;
    uniformgen(b, variance2);
until count > number;
end;
procedure quicksort(s, l : integer);
    var a, b : integer;
        mid : integer;
        num : double;
        compnum : double;
begin
    a := s; b := l;
    mid := (a + b) div 2;
    compnum := E[mid];
    repeat
        while (E[a] < compnum) and (a < l) do
            begin
                a := a + 1;
            end;
        while (compnum < E[b]) and (b > s) do
            begin
                b := b - 1;
            end;
        if a <= b then
            begin
                num := E[a];
                E[a] := E[b];
                E[b] := num;
            end;
    until a > b;
end;

```

```

        a := a + 1;
        b := b - 1;
    end;
until a > b;
if s < b then quicksort(s,b);
if a < l then quicksort(a,l);
end;
function quickpower(a:integer;c:double):double;
var r,d : double;
    p : integer;
begin
    d := 1;
repeat
    p := 1;
    r := c;
    if a = 1 then
        begin
            d := d * c;
            a := a - 1;
        end
    else
        begin
            while (p * 2) <= a do
                begin
                    r := r * r;
                    p := p * 2;
                end;
            d := d * r;
            a := a - p;
        end;
    until a = 0;
    quickpower := d;
end;

```

```

procedure FindE(a,b:double;d:integer);
var w,c : double;
    i : integer;
begin
    w := a - b;
    w := w / d; hwidth := w / 2;
    count := 1;
    j := 0;
repeat
    delta := b + (w * count - hwidth);
    c := 0;
    for i := 1 to n1*n2 do
        begin
            meandiff := abs(random[i] - delta);
            c := c + meandiff;
        end;
    c := (n1*n2)*10 / c;
    meandiff := quickpower(n1 * n2,c);
    j := j + (meandiff * w);
    memArray[count,1] := meandiff;
    memArray[count,2] := delta;
    count := count + 1;
until count > d;
    J := 1 / j;
    count := 1;
repeat
    E[tm] := E[tm] + (j * memArray[count,1] * memArray[count,2] * w);
    count := count + 1;
until count > d;
end;

procedure drawcurve;
var a : integer;
    Km0d : string[11];
    graphline : array[1..137] of byte;
    Curve : array[1..70] of integer;
    tscore : double;

```

```

begin
  writeln(1st,chr(27),'3',chr(24));
  Kmod := concat(chr(27),'K',chr(168),chr(01));
  for count := 1 to 70 do Curve[count] := 0;
  count := 1;
  tm := 1;
  tscore := -7.375E+00;
  repeat
    if E[tm] > tscore then
      begin
        repeat
          count := count + 1;
          tscore := tscore + 2.5E-01;
        until (E[tm] <= tscore) or ( count > 70 );
      end;
    if count <= 70 then
      Curve[count] := Curve[count] + 1;
      tm := tm + 1;
    until (tm > 1000) or ( count > 70 );
  tm := 160;
  for number := 1 to 20 do
    begin
      for count := 1 to 424 do graphline[count] := 0;
      for digit := 1 to 8 do
        begin
          tm := tm - 1;
          for count := 0 to 68 do
            if Curve[count+1] = tm then
              for a := 17 to 22 do
                case digit of
                  1 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+122;
                  2 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+64;
                  3 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+22;
                  4 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+10;

```

```

5 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+8;
6 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+4;
7 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+2;
8 : graphline[count*6+a] := graphline[count*6+a]+1;
end;

      end;
graphline[15] := 255;
case number of
  1,6,11,16 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 128;
  2,7,12,17 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 32;
  3,8,13,18 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 8;
  4,9,14,19 : for count := 11 to 14 do graphline[count] := 2;
end;

case number of
  7,20 : begin
      graphline[1] := 3;
      graphline[2] := 4;
      graphline[3] := 4;
      graphline[4] := 4;
      graphline[5] := 4;
      graphline[6] := 4;
      graphline[7] := 3;
      end;
8 : begin
      graphline[1] := 135;
      graphline[2] := 72;
      graphline[3] := 72;
      graphline[4] := 72;
      graphline[5] := 72;
      graphline[6] := 72;
      graphline[7] := 135;
      graphline[8] := 8;
      graphline[9] := 8;
      end;

```

```

9 : begin
    graphline[1] := 16;
    graphline[2] := 152;
    graphline[3] := 148;
    graphline[4] := 144;
    graphline[5] := 144;
    graphline[6] := 144;
    graphline[7] := 56;
end;
end;
case number of
    2 : begin
        graphline[9] := 32;
        graphline[10] := 32;
    end;
    14 : begin
        graphline[9] := 2;
        graphline[10] := 2;
    end;
end;
write(lst,kmod);
for count := 1 to 424 do write(lst,chr(graphline[count]));
writeln(lst)
end;
for count := 10 to 424 do graphline[count] := 128;
for count := 0 to 16 do graphline[count*24+37] := 218;
graphline[1] := 128;
graphline[2] := 64;
graphline[3] := 64;
graphline[4] := 64;
graphline[5] := 64;
graphline[6] := 64;
graphline[7] := 128;
write(lst,kmod);

```

```

        for count := 1 to 424 do write(lst,chr(graphline[count]));
        writeln(lst);
        write(lst,' - 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4');
        writeln(lst,' 5 6 7 8 9 +');
    end;
procedure PowerTest(a : double ; b : integer);
begin
    X1 := seed;
    Zeta := sqrt((variancel / n1) + (variance2 / n2));
    clrscr;
    writeln('Mean = ',a,' x ',zeta);
    tm := 1;
    beta[b] := 0; beta[b+1] := 0;
repeat
    gotoxy(38,20); write(tm);
    doubleGen(zeta * a,0);
    count := 1;
    grp1 := 0;
    grp2 := 0;
    repeat
        if ((count - 1) / 2) < n1 then
            begin
                grp1 := grp1 + 1;
                memArray[grp1,1] := random[count];
            end;
        count := count + 1;
    if (count / 2) < n1 then
        begin
            grp1 := grp1 + 1;
            memArray[grp1,1] := random[count];
        end;
        count := count + 1;
    if ((count-1) / 2) < n2 then
        begin
            grp2 := grp2 + 1;

```

```

        memArray[grp2,2] := random[count];
    end;
    count := count + 1;
    if ((count - 2) / 2) < n2 then
        begin
            grp2 := grp2 + 1;
            memArray[grp2,2] := random[count];
        end;
    count := count + 1;
until count > number;
for grp1 := 1 to n1 do
    for grp2 := 1 to n2 do
        begin
            meandiff := memArray[grp1,1] - memArray[grp2,2];
            random[count] := meandiff;
            count := count + 1;
        end;
    findE(4,-4,25);
    if E[tm] >= qv5 then beta[b+1] := beta[b+1] + 1;
    if E[tm] >= qv1 then beta[b] := beta[b] + 1;
    tm := tm + 1;
until tm > 1000;
    quicksort(1,1000);
    writeln(lst,chr(27),'@');
    drawcurve;
end;

```

BEGIN

```

    SetNumber;
    SetModulus;
    setconsmod;
    gotoxy(20,18); write('Seed = ');readln(seed);
    XI := seed;
    number := (n1 * 2);

```



```

if ((n2 * 2) > number) then number := (n2 * 2);
tm := 1;
q1 := 0; q5 := 0;
repeat
  gotoxy(38,20); write(tm);
  doubleGen(mean1,mean2);
  count := 1;
  grp1 := 0;
  grp2 := 0;
  repeat
    if ((count - 1) / 2) < n1 then
      begin
        grp1 := grp1 + 1;
        memArray[grp1,1] := random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if (count / 2) < n1 then
      begin
        grp1 := grp1 + 1;
        memArray[grp1,1] := random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if ((count-3) / 2) < n2 then
      begin
        grp2 := grp2 + 1;
        memArray[grp2,2] := random[count];
      end;
    count := count + 1;
    if ((count - 2) / 2) < n2 then

```

```

begin
    grp2 := grp2 + 1;
    memArray[grp2,2] := random[count];
end;
count := count + 1;
until count > number;
count := 1;
for grp1 := 1 to n1 do
    for grp2 := 1 to n2 do
        begin
            meandiff := memArray[grp1,1] - memArray[grp2,2];

            random[count] := meandiff;
            count := count + 1;
        end;
    findE(4,-4,25);
    if E[tm] >= qv5 then q5 := q5 + 1;
    if E[tm] >= qv1 then q1 := q1 + 1;
    tm := tm + 1;
until tm > 1000;
quicksort(1,1000);
writeln(lst,chr(27),'@');
writeln(lst,'E .05 = ',e[950],',      E .01 = ',e[990]);
drawcurve;
PowerTest(7.5E-01,1);
PowerTest(1E+00,3);
PowerTest(1.5E+00,5);
clear;
writeln(lst,chr(27),'@');

```

```

writeln(lst,'          TABLE  BAYESIAN(DoubleExponential& Uniform)');
writeln(lst,'          Mean1 = ',mean1,'; variance1 = ',variance1,'; n1 = ',n1);
writeln(lst,'          Mean2 = ',mean2,'; variance2 = ',variance2,'; n2 = ',n2);
writeln(lst,'=====');
writeln(lst,'      : Probability of      :          Power of test');
writeln(lst,'Sig: type I error : -----');
writeln(lst,'      :          :          u = .75d      :          u = 1.00d      :          u = 1.50d');
writeln(lst,'-----');
write(lst,'.05:',q5/1000,';',beta[2]/1000);
writeln(lst,';',beta[4]/1000,';',beta[6]/1000);
write(lst,'.01:',q1/1000,';',beta[1]/1000);
writeln(lst,';',beta[3]/1000,';',beta[5]/1000);
writeln(lst,'-----');
END.

```

ภาคผนวก ก.

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

(Sampling distribution of difference between two means)

การแจกแจงของประชากรที่สร้างขึ้น

การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

การแจกแจงแบบปกติ

การแจกแจงแบบคัลเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล

**การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ**

T .05 = 1.0264703690E+00 T .01 = 2.6243350209E+00

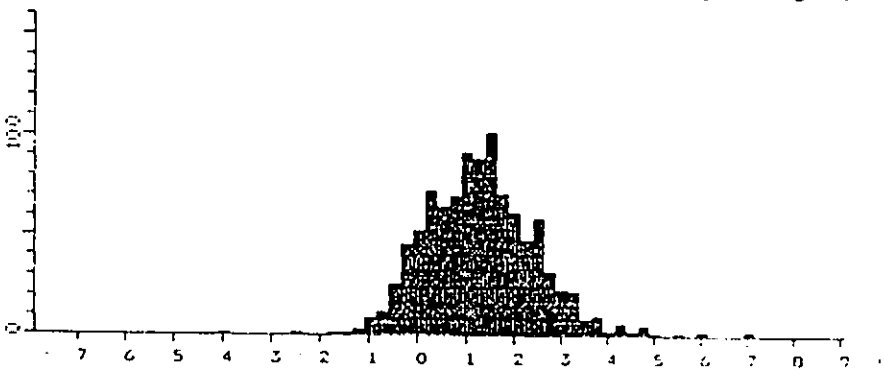
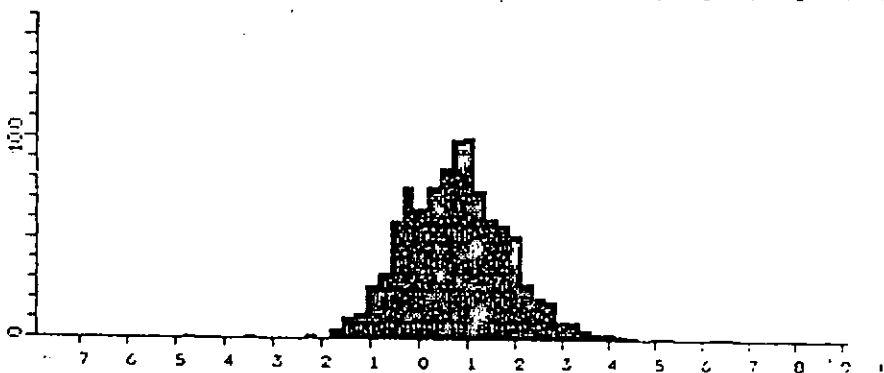
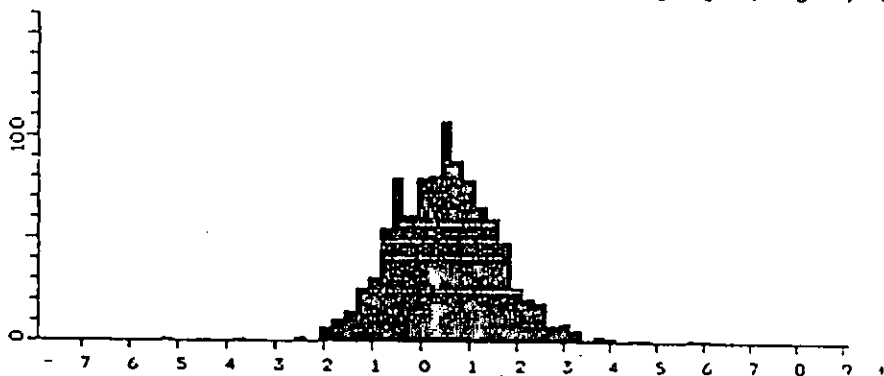
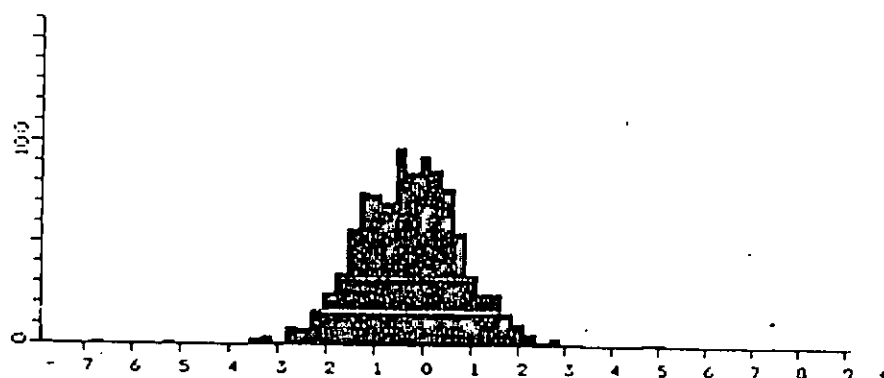


TABLE 1 SCORE Test (Normal & Normal)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 1.0000000000E+00; n1 : 5

Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 1.0000000000E+00; n2 : 5

Sig.	Probability of type I error		Power of test		
			$\alpha = .75d$	$\alpha = 1.00d$	$\alpha = 1.50d$
.05	5.5000000000E 02	1.7000000000E 01	2.4100000000E 01	1.2700000000E 01	1.2500000000E 01
.01	1.1000000000E 02	5.2000000000E 02	7.6000000000E 02	1.2500000000E 01	1.2500000000E 01

OS = 1.0450063740E+00 T .01 = 2.7532123051E+00

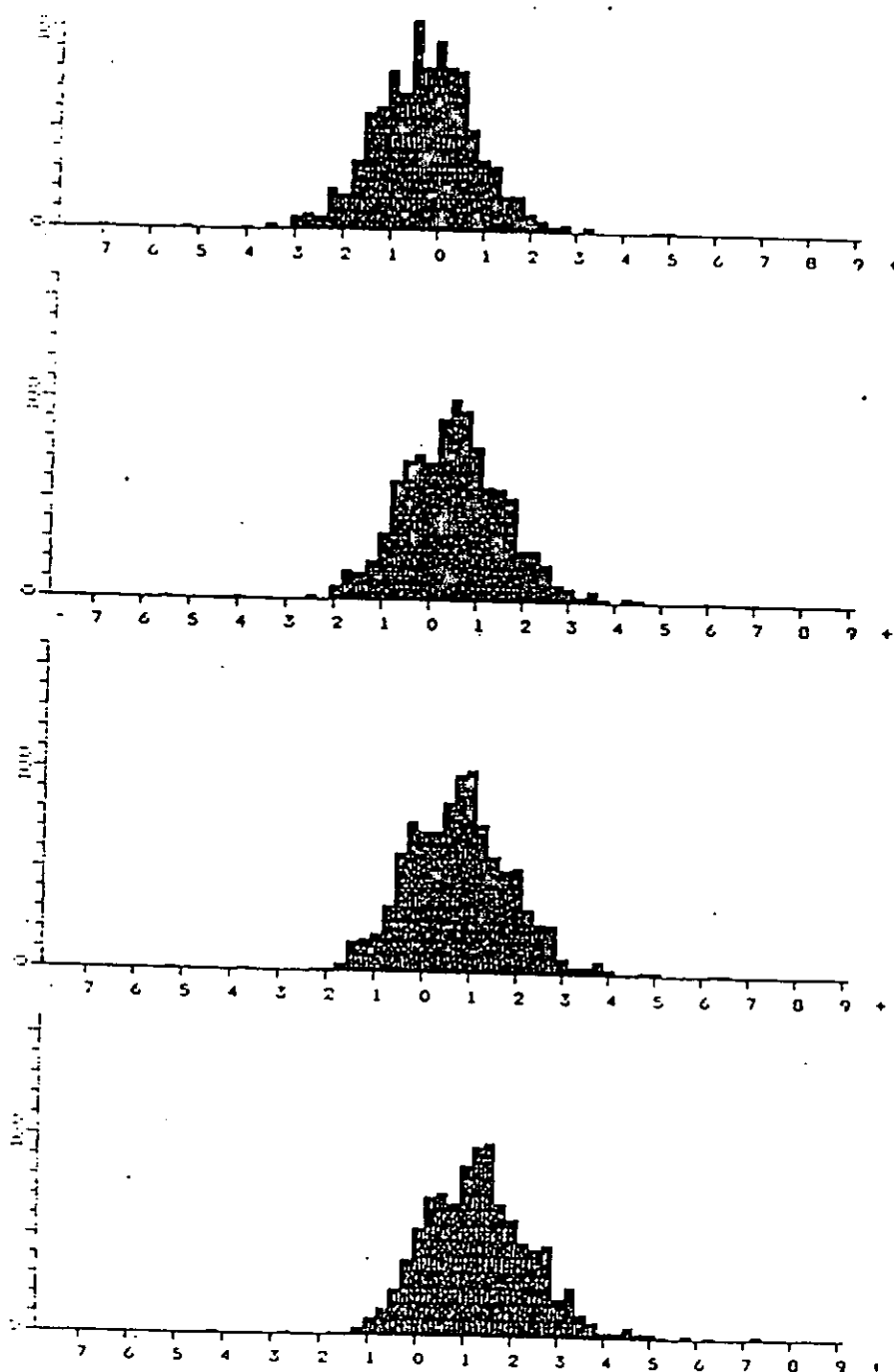


TABLE T-SCORE Test (Normal & Normal)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 0
 Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 0

Probability of type I error		Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
0.05	5.7000000000E-02	1.0400000000E-01	2.4700000000E-01	4.0000000000E-01
0.01	1.2000000000E-02	5.3000000000E-02	0.3000000000E-02	1.0200000000E-01

T .05 = 1.0033081000E+00 T .01 = 2.7267330075E+00

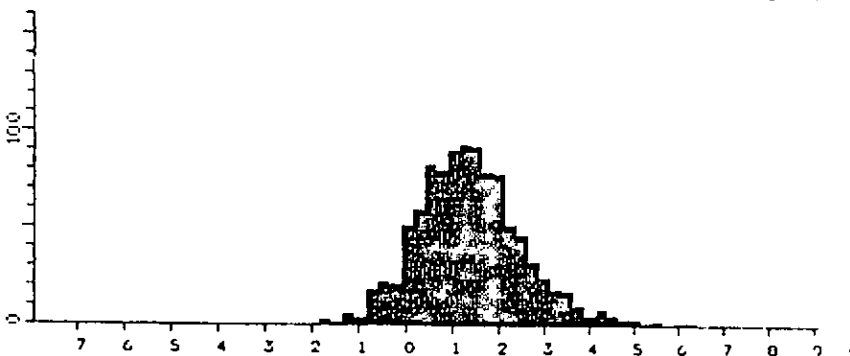
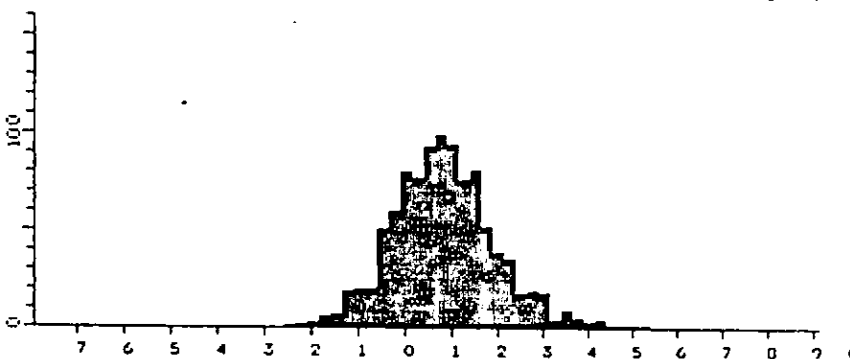
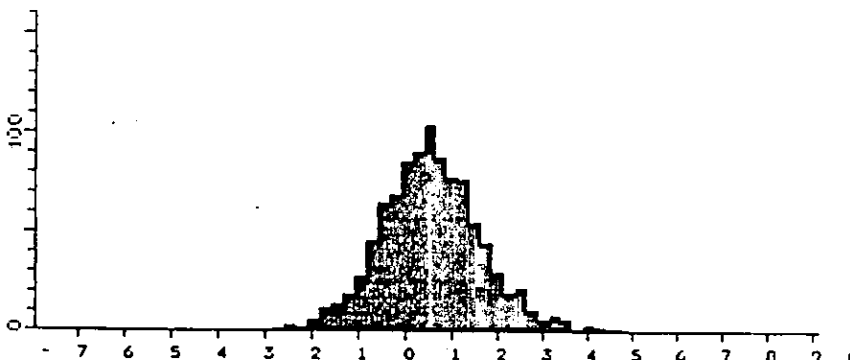
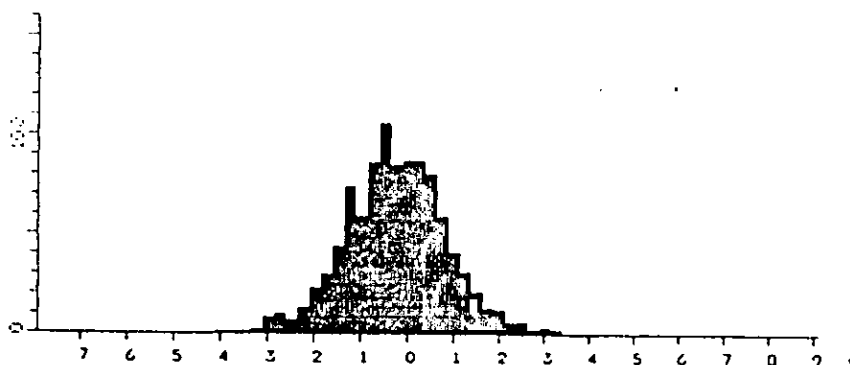


TABLE T-SCORE Test (Normal & Normal)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 3.0000000000E+00; n1 = 0

Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.6000000000E-02	1.0000000000E-01	2.6000000000E-01	4.3300000000E-01
.01	1.4000000000E-02	6.5000000000E-02	7.6000000000E-02	1.7600000000E-01

T .05 : 1.7770204714E+00 T .01 : 2.6346156167E+00

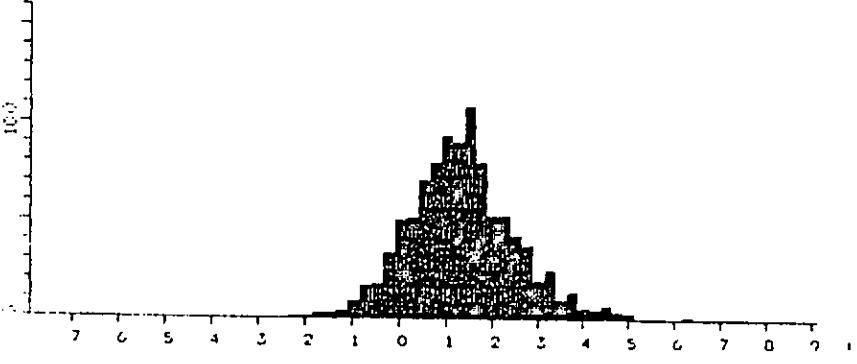
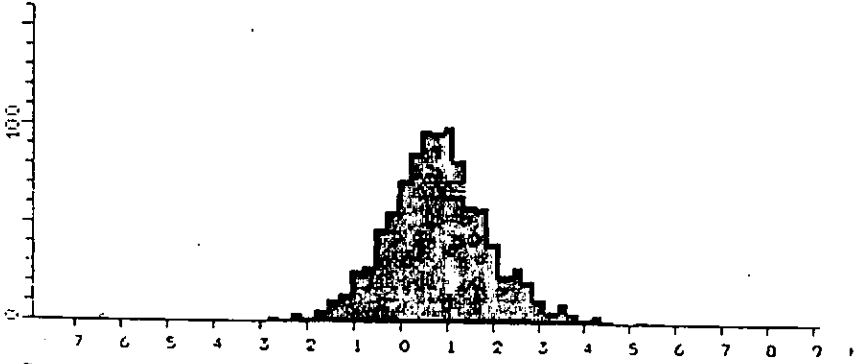
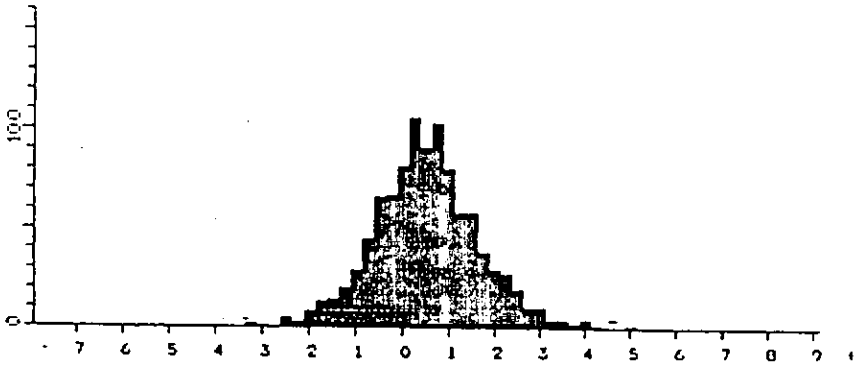
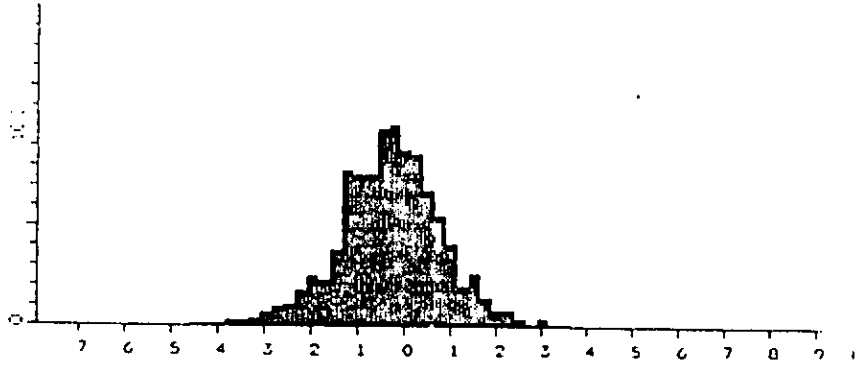


TABLE T-SCORE Test (Normal & Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 3.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	6.200000000E-02	1.830000000E-01	2.510000000E-01	4.310000000E-01
.01	1.500000000E-02	7.000000000E-02	1.060000000E-01	2.080000000E-01

1 .05 : 1.7059521625E+00 1 .01 : 2.0100702640E+00

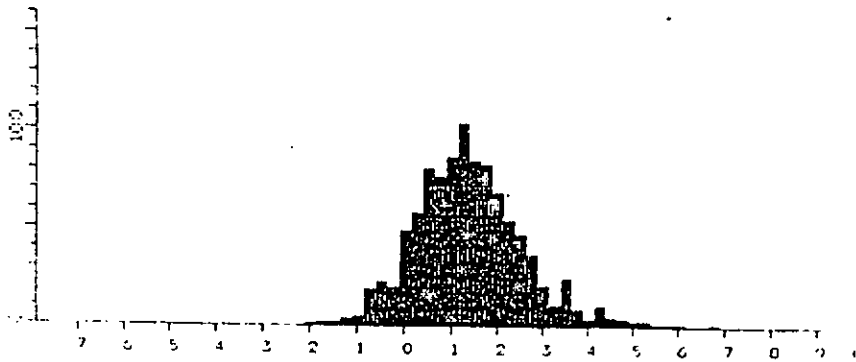
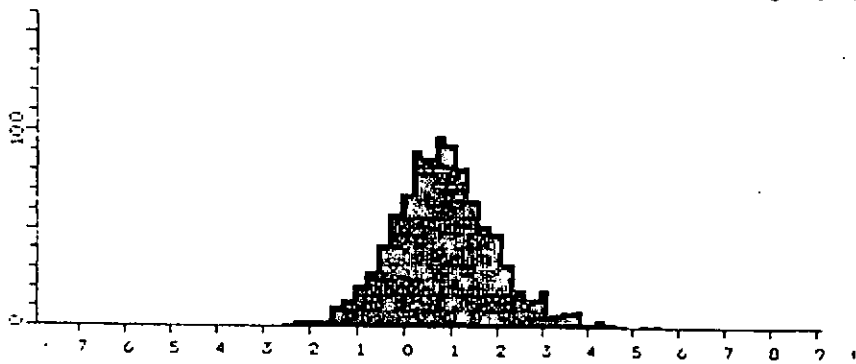
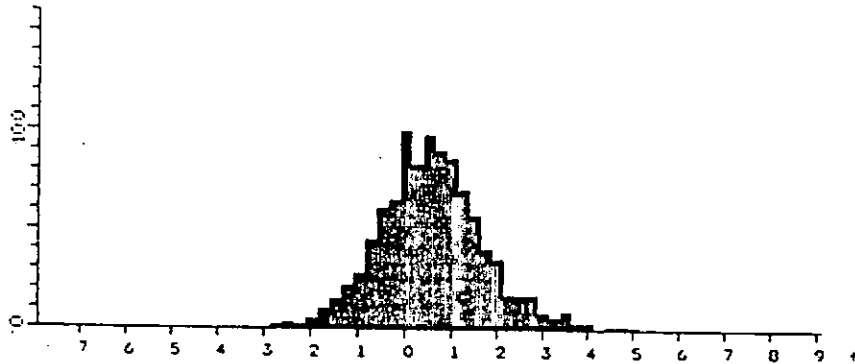
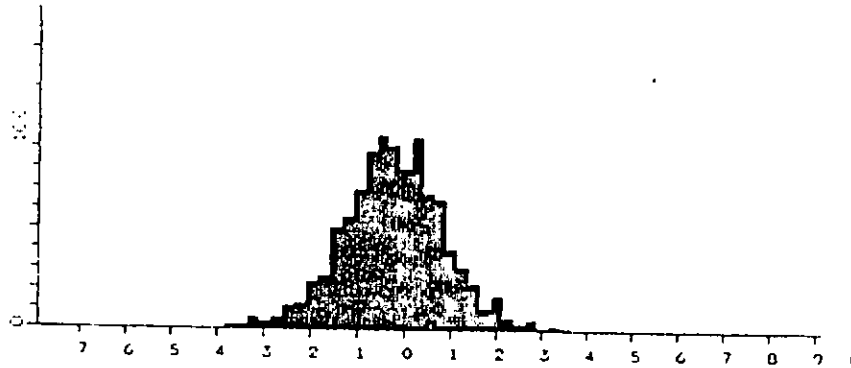


TABLE 1 SCORE Test (Normal & Normal)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 5.0000000000E+00; n1 : 6
Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 1.0000000000E+00; n2 : 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.6000000000E-02	1.0700000000E-01	2.5700000000E-01	4.3300000000E-01
.01	1.6000000000E-02	7.2000000000E-02	1.0200000000E-01	2.0100000000E-01

1 .05 = 1.7902532079E+00 1 .01 = 2.7446352534E+00

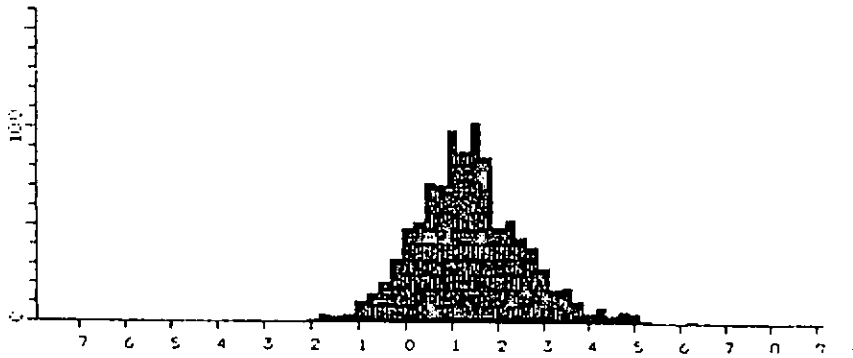
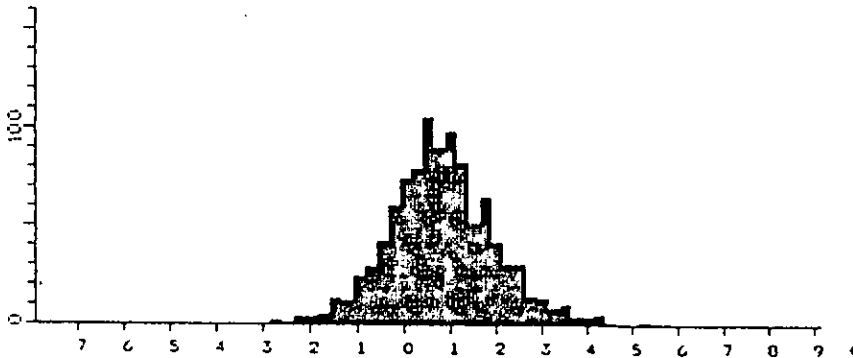
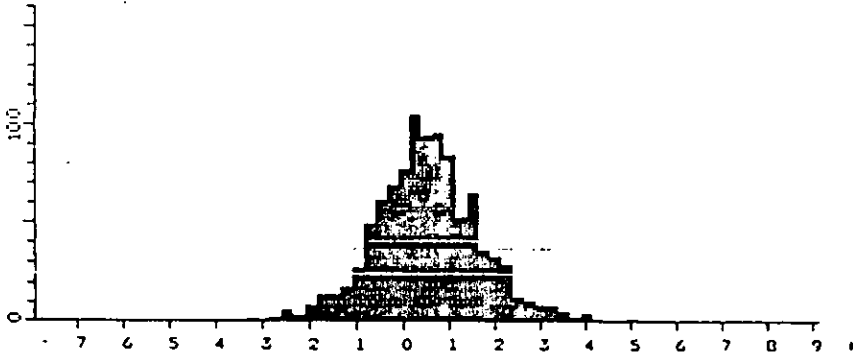
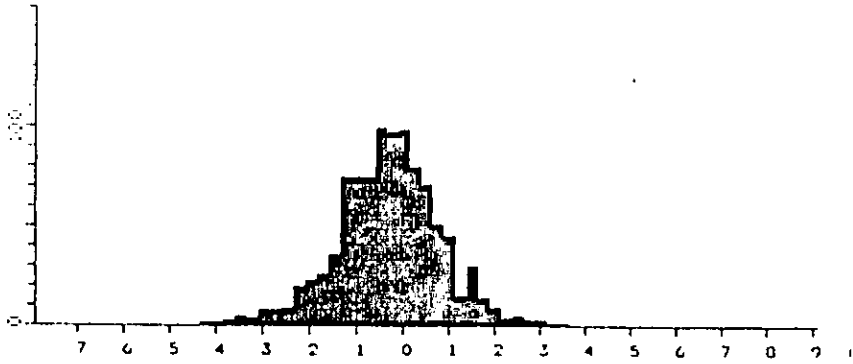


TABLE 1 SCORC Test (1)				
Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 8				
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 20				
Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	0.3300000000E 02	1.0700000000E 01	2.6100000000E 01	4.3300000000E 01
.01	1.5000000000E 02	7.2000000000E 02	1.0700000000E 01	2.1200000000E 01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเล็กซ์โพเนนเชียล
ทั้งที่ทดสอบโดยใช้สถิติ

1.05 1.000000000000000000 1.01 1.4600040775000000

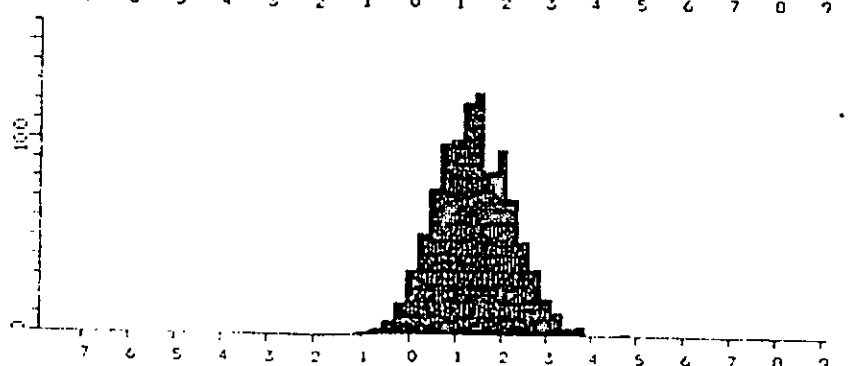
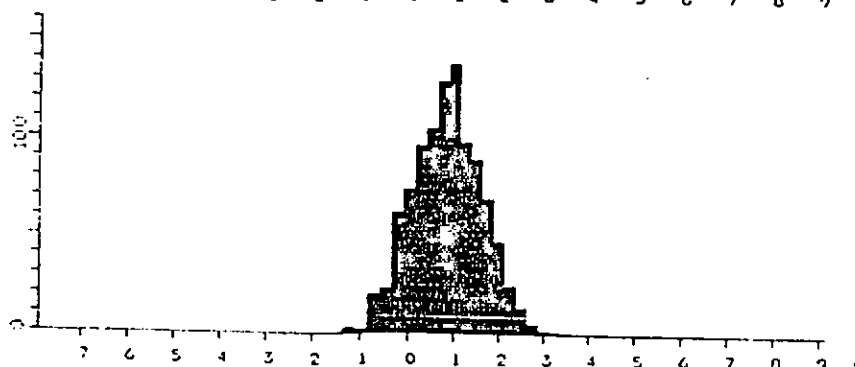
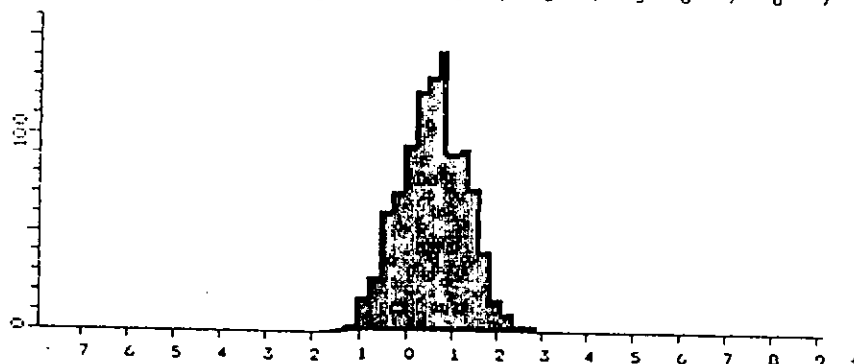
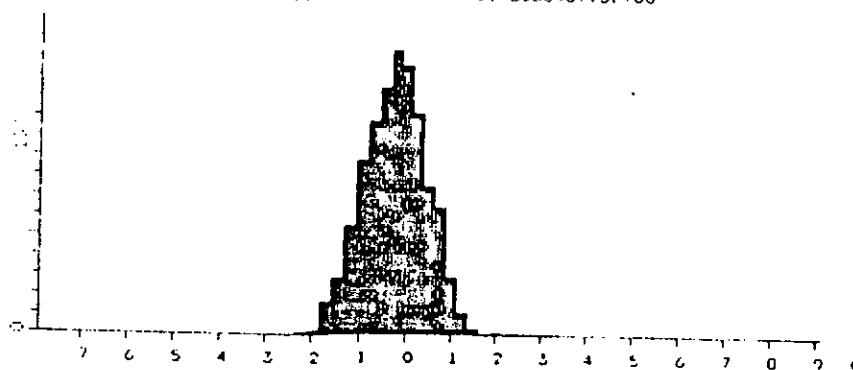


TABLE 1 SCORE Test (Double & Double)

Mean1 = 0.000000000000000000; variance1 = 1.0000000000000000; n1 = 0
Mean2 = 0.000000000000000000; variance2 = 5.0000000000000000; n2 = 8

Probability of type I error		Power of test			
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$	
.05	2.000000000000000000	0.010000000000000000	0.170000000000000000	0.420000000000000000	0.1
.01	0.000000000000000000	0.000000000000000000	0.100000000000000000	0.240000000000000000	0.1

1.05 1.006050732E+00 1.01 1.4352007705E+00

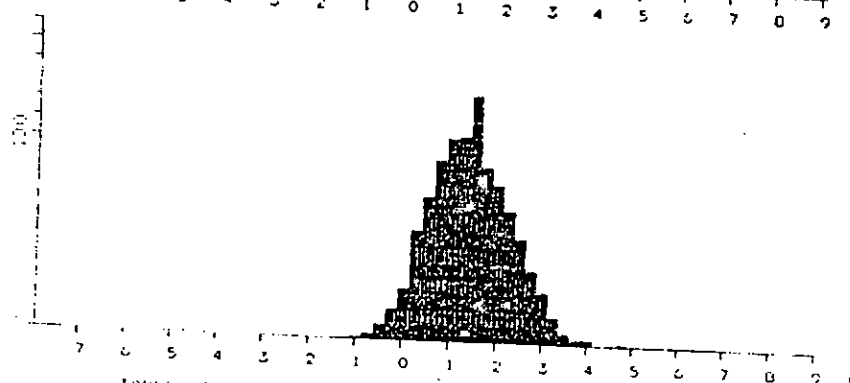
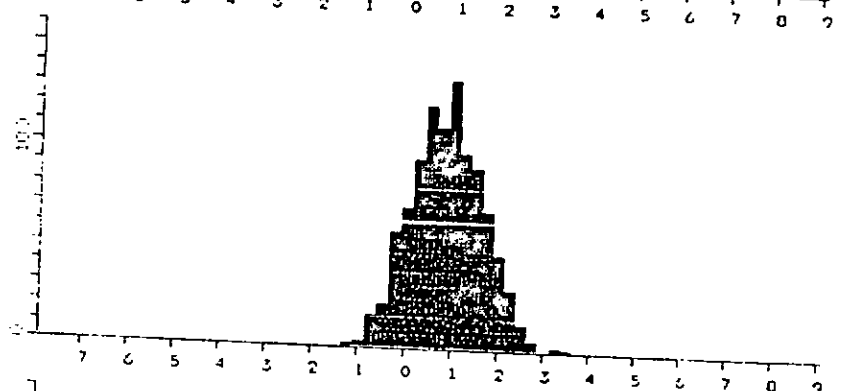
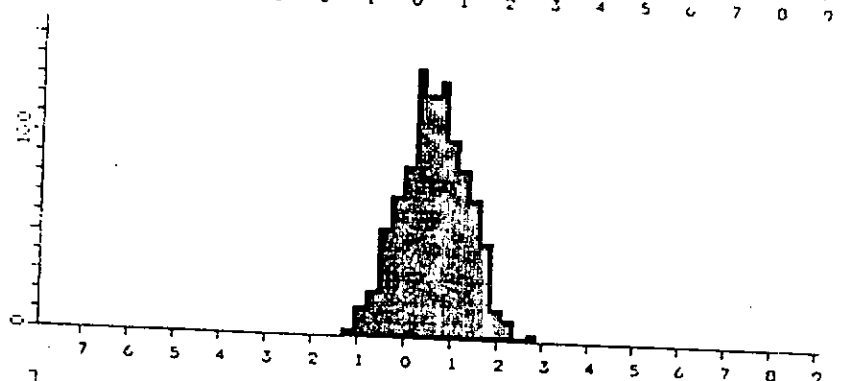
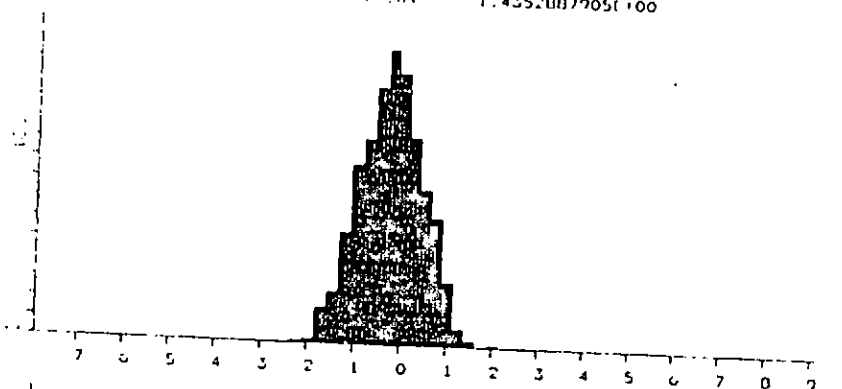


TABLE 1 SCORE Test (Double & Double)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 1.000000000E+00; n1 = 0
Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 5.000000000E+00; n2 = 0

Probability of
Sig: Type I error

Power of Test

$u = .75d$

$u = 1.00d$

$u = 1.50d$

0.05	2.000000000E+00	0.05	1.110000000E+01	0.05	2.130000000E+01	0.05	4.420000000E+01
0.01	0.000000000E+00	0.01	0.000000000E+00	0.01	2.200000000E+01	0.01	1.400000000E+01

05 1.147095016E+00 1.01 1.441650701E+00

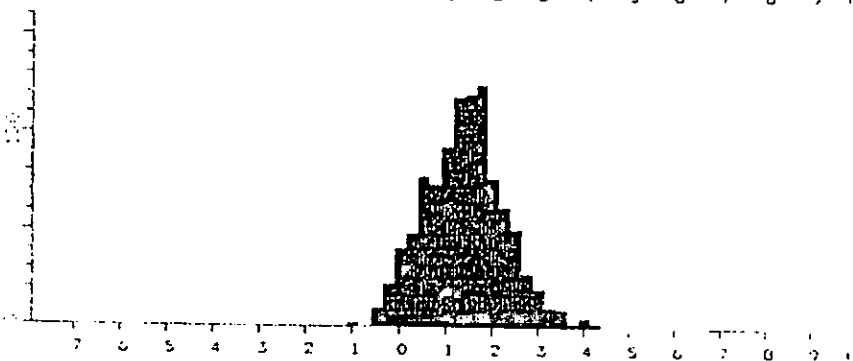
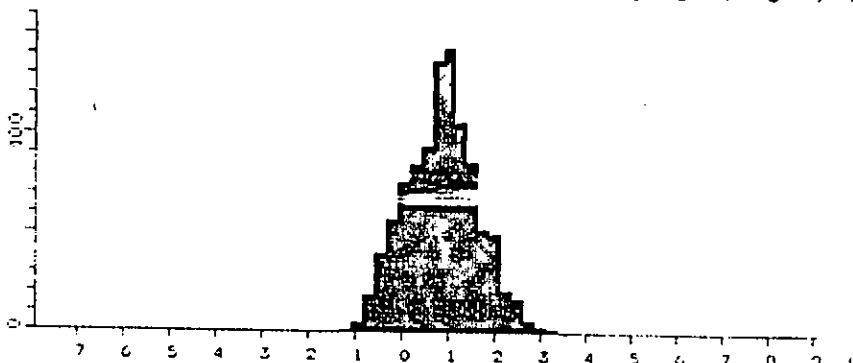
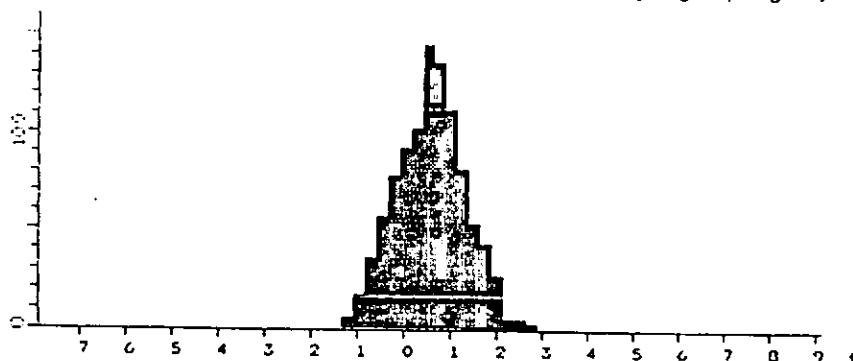


TABLE 1 SCORE test (Double & Double)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 3.000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig.	Probability of type II error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	3.000000000E-03	1.240000000E-01	1.730000000E-01	4.520000000E-01
.01	0.000000000E+00	9.000000000E-03	3.000000000E-02	1.500000000E-01

05 1.1502761600E+00 1.01 1.4447076666E+00

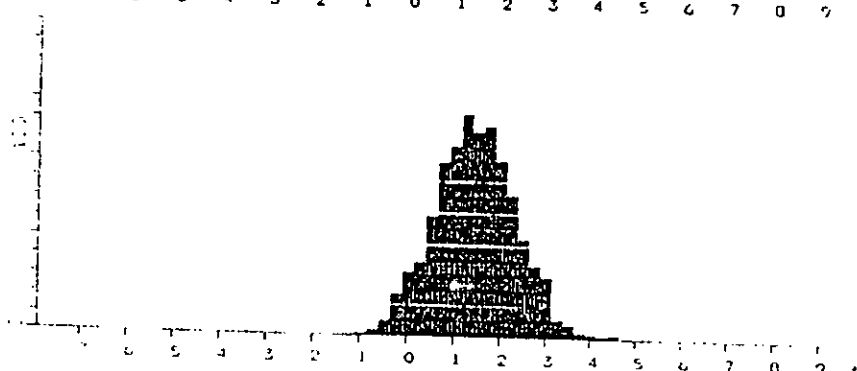
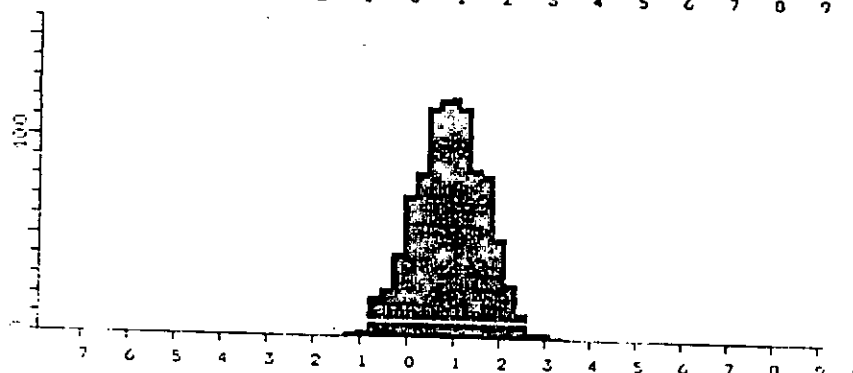
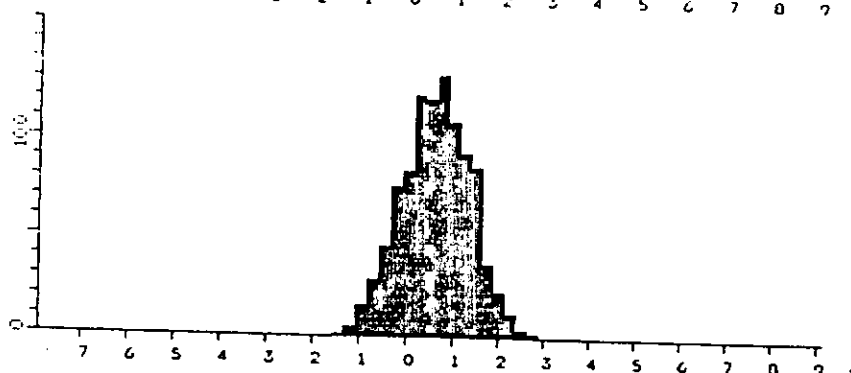
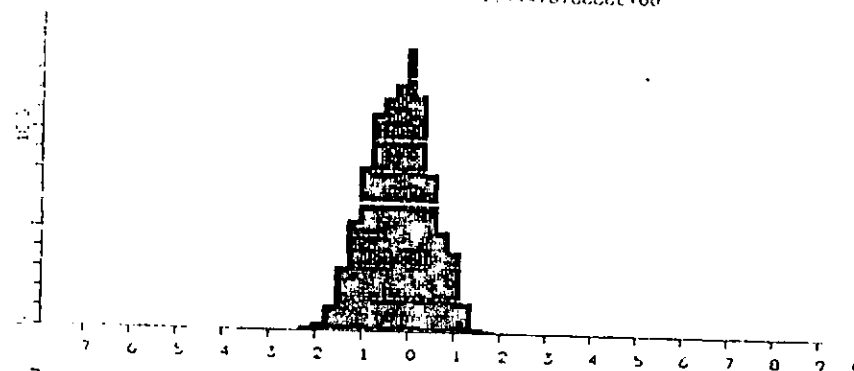


TABLE 1 SCORE Test (Double & Double)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 0
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 20

Probability of
type II error:

Power of test

$u = .75d$

$u = 1.00d$

$u = 1.50d$

05: 2.0000000000E+00; 05: 1.3300000000E+01; 2.4000000000E+01; 4.7100000000E+01
01: 0.0000000000E+00; 1.0000000000E+02; 4.1000000000E+02; 1.0600000000E+01

1 .05 : 1.14200135441E+00 1 .01 : 1.4792752746E+00

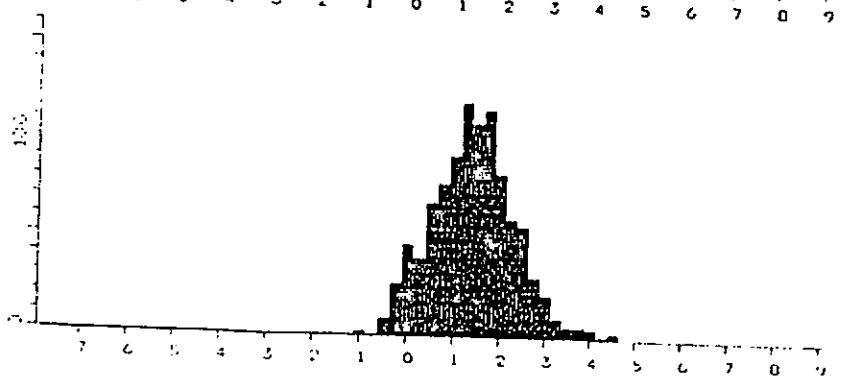
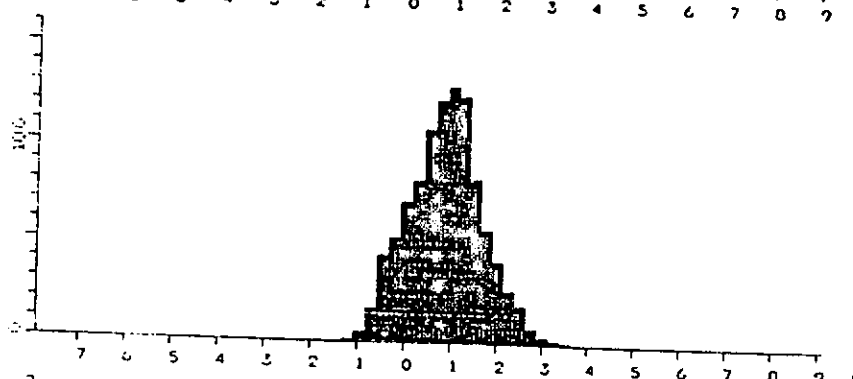
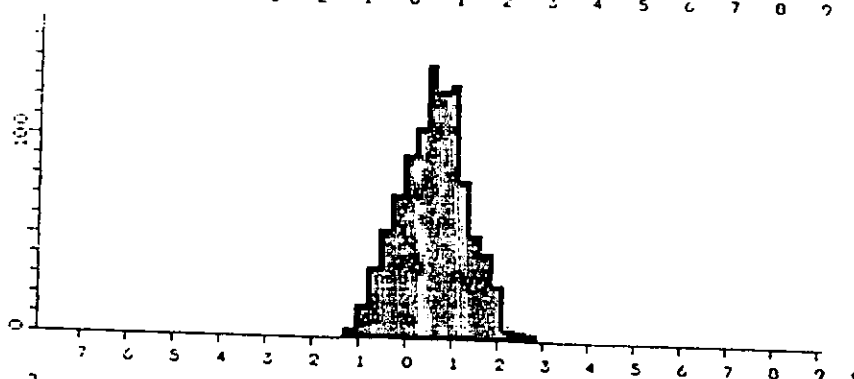
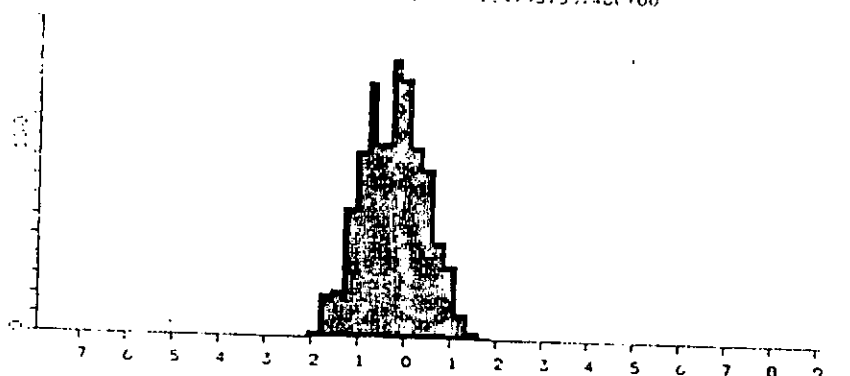


TABLE 1 SCORL test (Double & Double)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 5.0000000000E+00; n1 : 8
Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 1.0000000000E+00; n2 : 14

Probability of Type I error		Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	4.0000000000E-05	1.1700000000E-01	2.0000000000E-01	4.0000000000E-01
.01	0.0000000000E+00	1.1000000000E-02	3.7000000000E-02	1.6000000000E-01

1.05 1.175203750E+00 1.01 1.504607321E+00

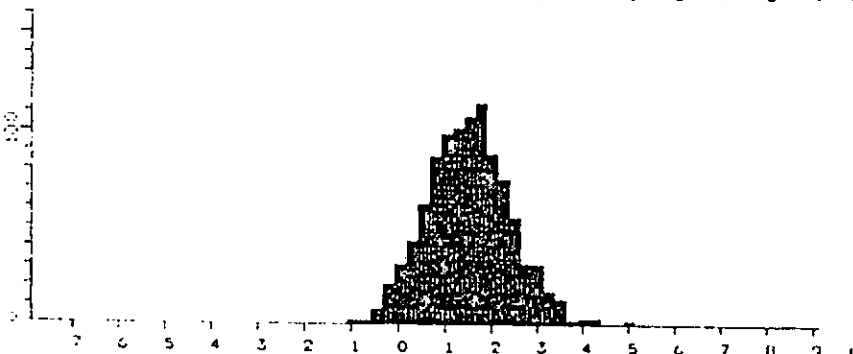
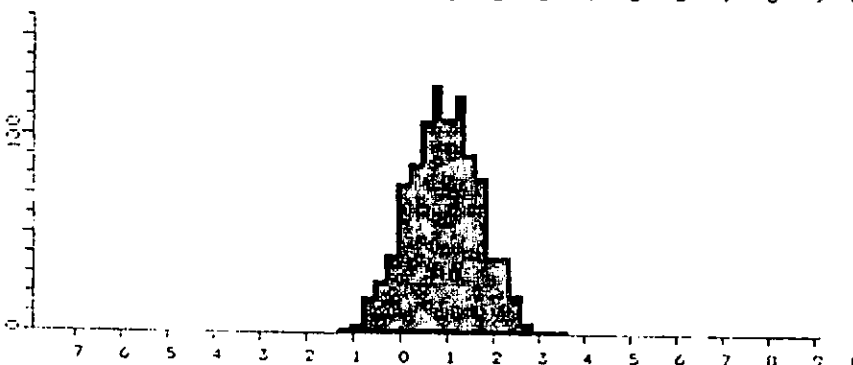
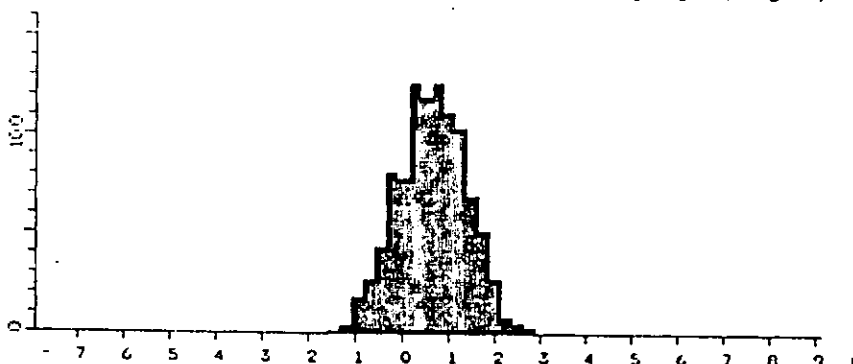
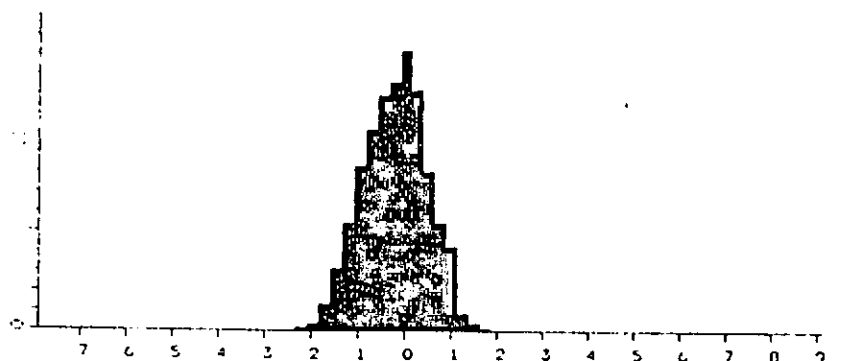


TABLE 1 SCORE Test (Double & Double)

Mean1 : 0.000000000E+00; variance1 : 5.000000000E+00; n1 : 0
Mean2 : 0.000000000E+00; variance2 : 1.000000000E+00; n2 : 20

Sig.	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	2.000000000E-03	1.410000000E-01	2.520000000E-01	5.030000000E-01
.01	0.000000000E+00	1.200000000E-02	5.000000000E-02	2.070000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสมมาตรสองด้าน
ทดสอบโดยใช้สถิติ

T .05 = 1.0275506775E+00 T .01 = 2.9501327077E+00

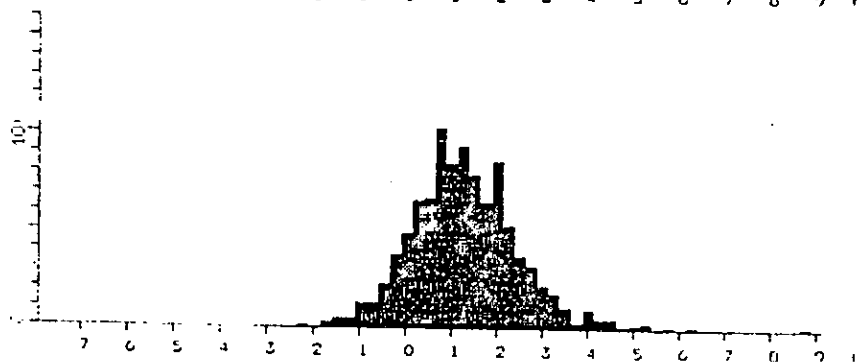
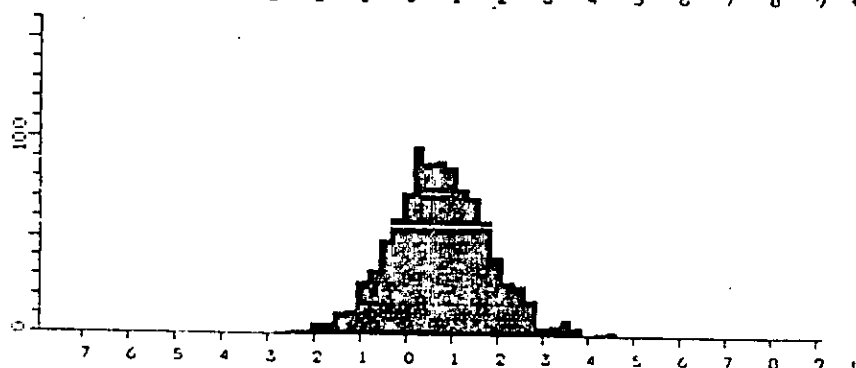
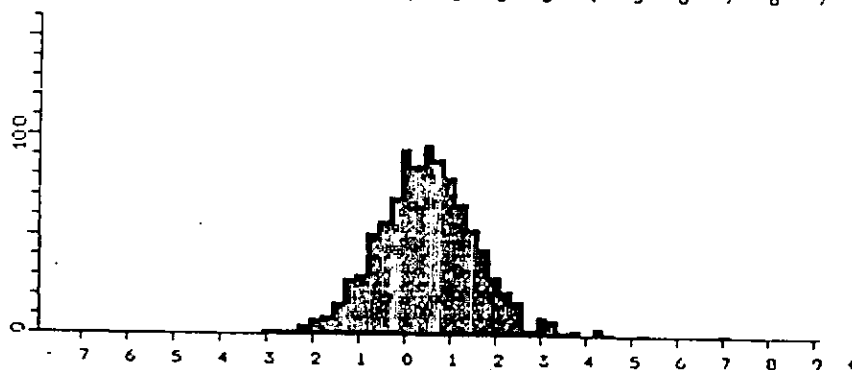
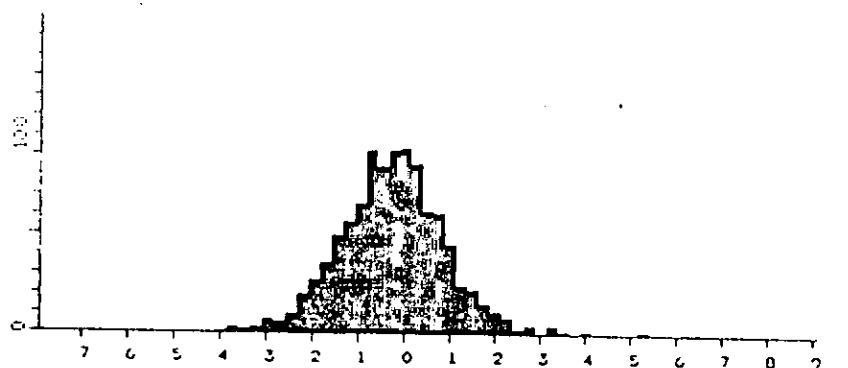


TABLE 1 SCORE Test (Uniform & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 0
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 3.0000000000E+00; n2 = 0

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.4000000000E-02	1.6700000000E-01	2.3300000000E-01	3.0000000000E-01
.01	1.3000000000E-02	5.1000000000E-02	8.0000000000E-02	1.5200000000E-01

1 .05 : 1.0740400104E+00 1 .01 : 2.9006006145E+00

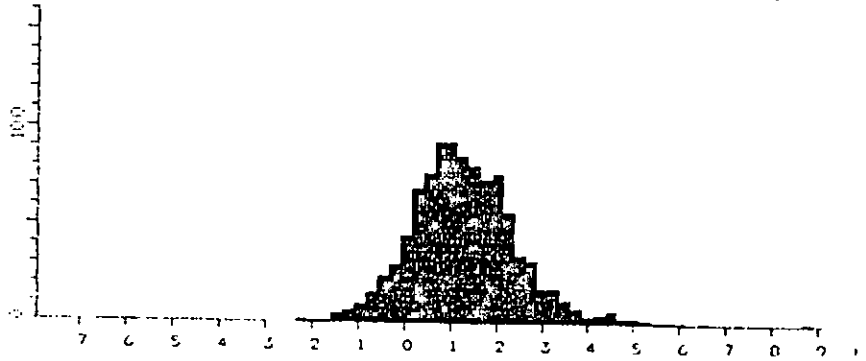
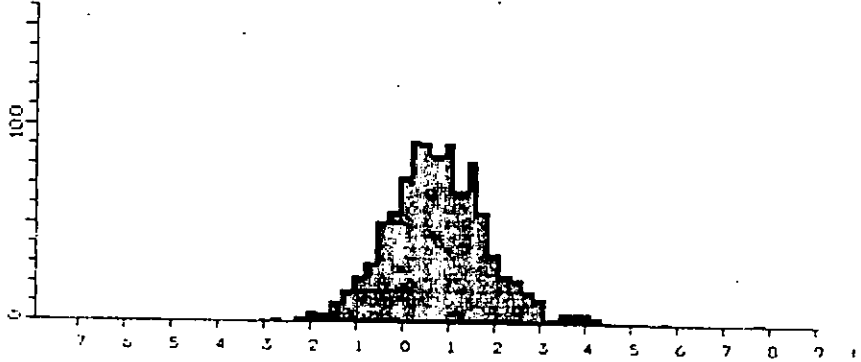
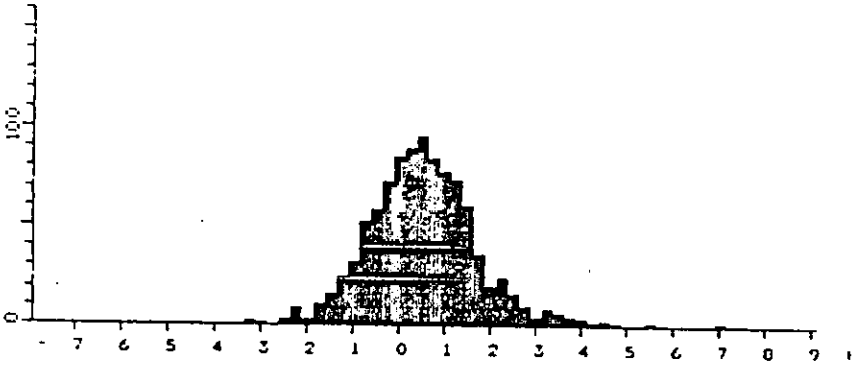
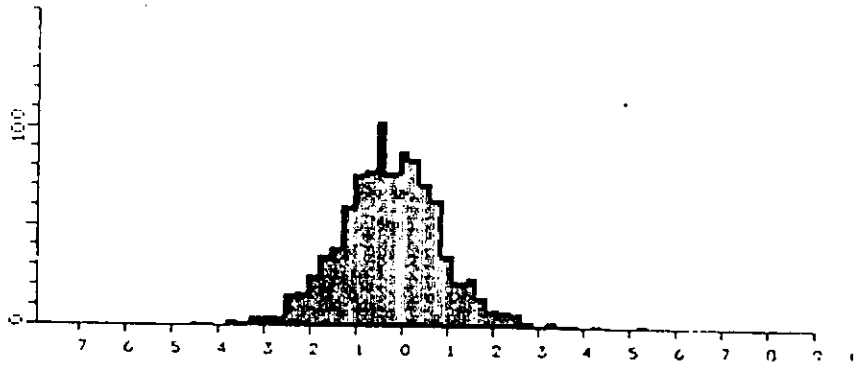


TABLE 1 SCORE Test (Uniform & Uniform)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 1.0000000000E+00; n1 : 11

Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 5.0000000000E+00; n2 : 8

Sig.	Probability of type I error		Power of test		
			u : .75d	u : 1.00d	u : 1.50d
.05	0.3000000000E 02	1.6600000000E 01	2.3500000000E 01	3.7500000000E 01	
.01	1.8000000000E 02	5.8000000000E -02	0.4000000000E 02	1.5300000000E 01	

1 0% 1.1767406750E+00 1 .01 2.0201216113E+00

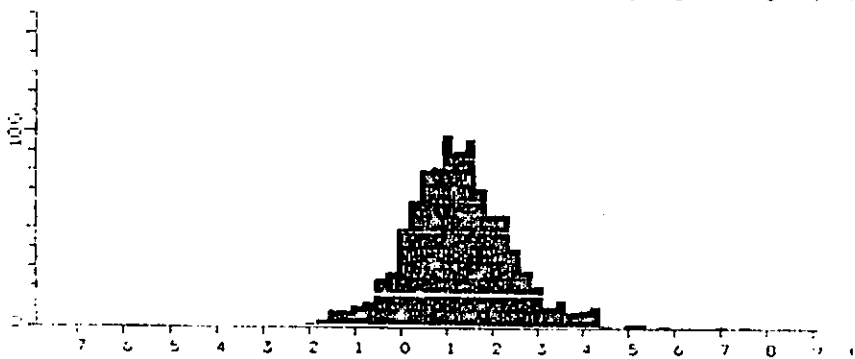
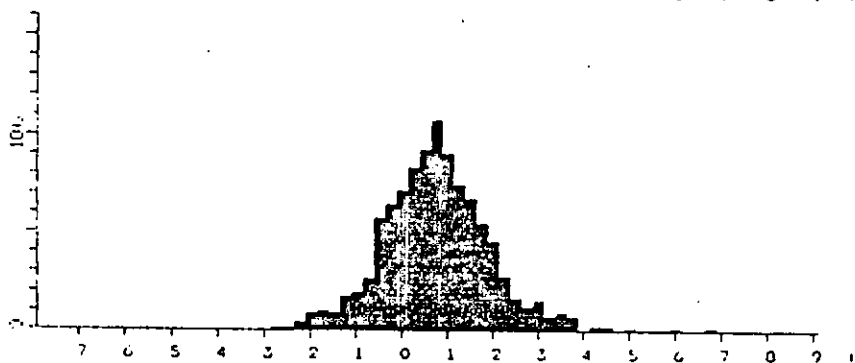
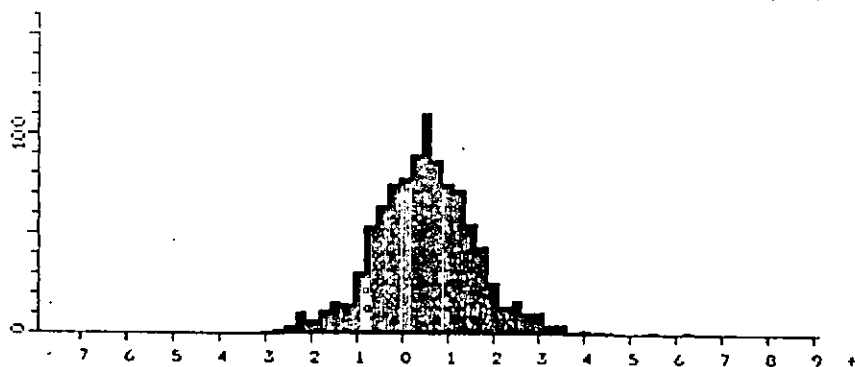
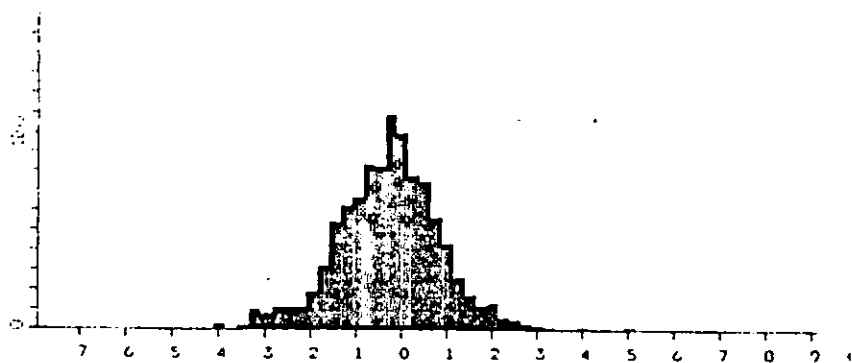


TABLE T-SCORE Test (Uniform & Uniform)

Mean1 : 0.000000000E+00; variance1 : 1.000000000E+00; n1 : 0
Mean2 : 0.000000000E+00; variance2 : 1.000000000E+00; n2 : 14

Sig.	Probability of type I error		Power of Test		
			u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.500000000E-02	1.700000000E-01	2.300000000E-01	5.700000000E-01	8.700000000E-01
.01	1.400000000E-02	5.000000000E-02	0.500000000E-01	1.670000000E-01	4.000000000E-01

1 .05 : 1.0001250450E+00 1 .01 : 2.0070174241E+00

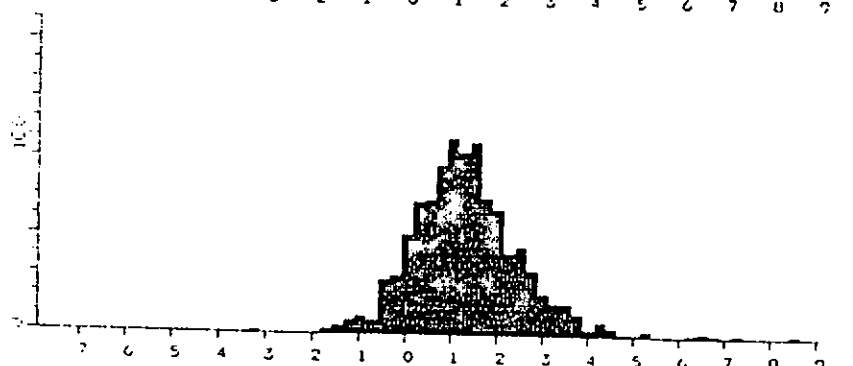
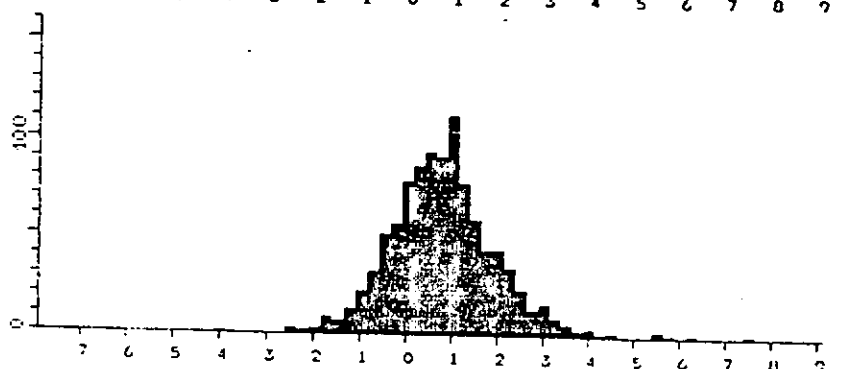
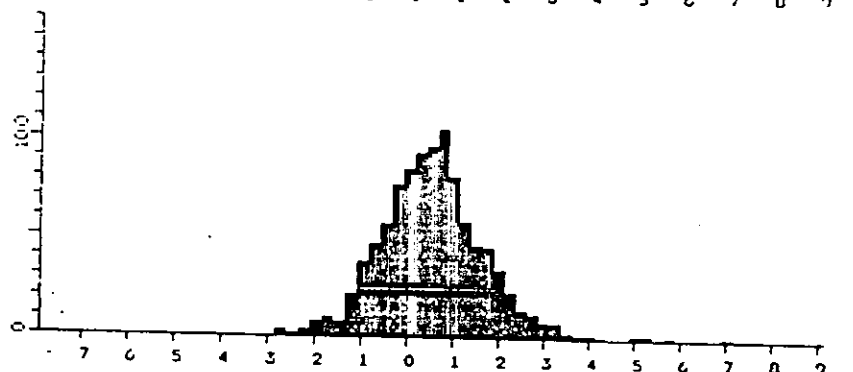
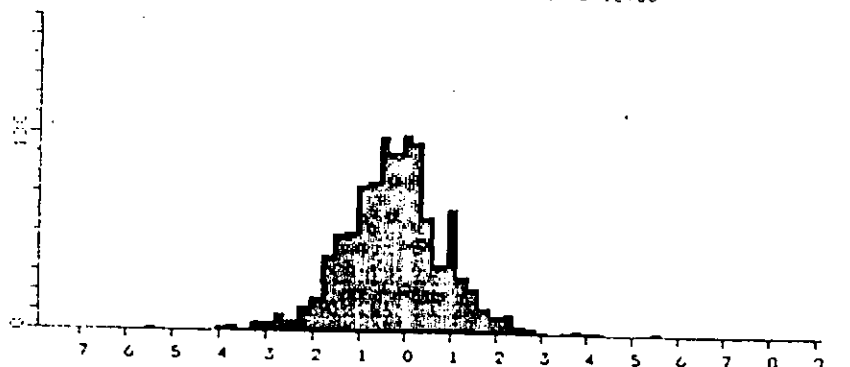


TABLE T SCORE Test (Uniform & Uniform)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 3.0000000000E+00; n1 : 8
Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 1.0000000000E+00; n2 : 20

Probability of type I error		Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	0.2000000000E 02	1.8700000000E 01	2.4300000000E 01	4.1700000000E 01
.01	1.7000000000E 02	6.7000000000E 02	1.0200000000E 01	1.7500000000E 01

T .05 = 1.0045957467E+00 T .01 = 2.7143012670E+00

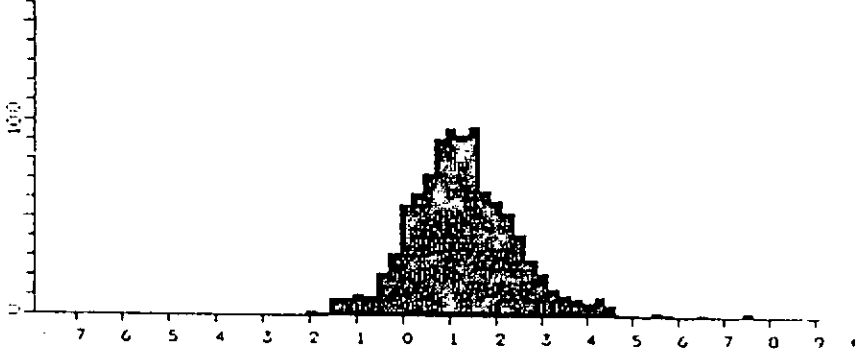
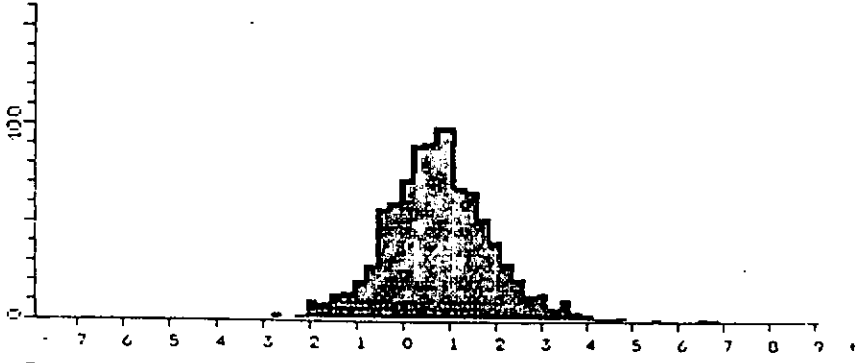
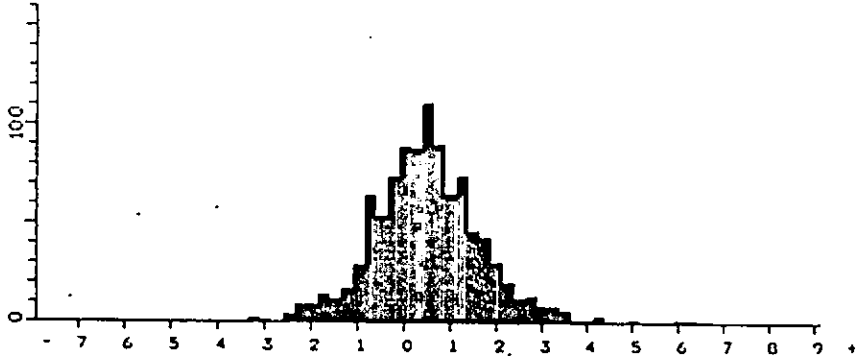
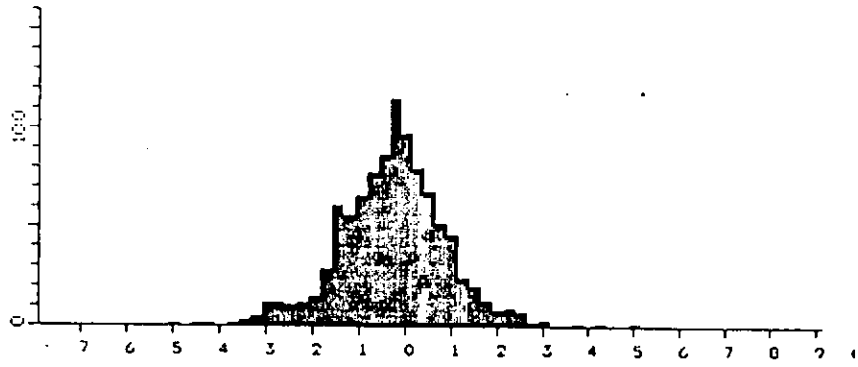


TABLE T-SCORE Test (Uniform & Uniform)				
Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 8				
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 14				
Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.9000000000E 02	1.7000000000E 01	2.2700000000E 01	3.2600000000E 01
.01	1.6000000000E 02	6.1000000000E 02	7.0000000000E 02	1.7700000000E 01

1 .05 = 1.0274807717E+00 1 .01 = 2.6702376673E+00

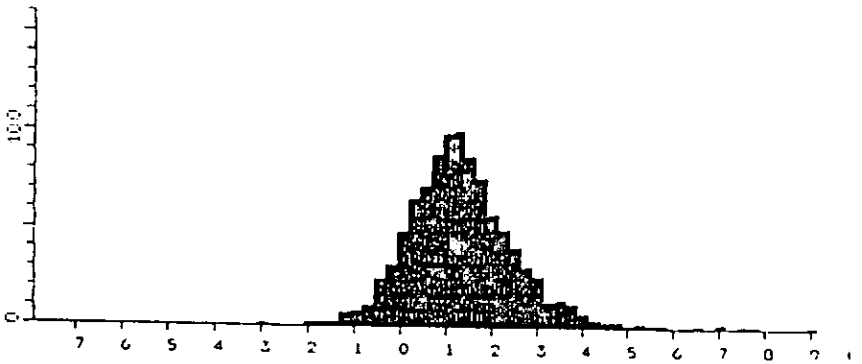
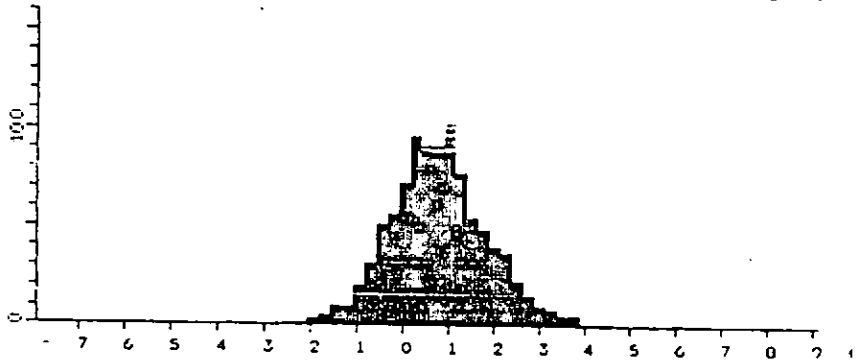
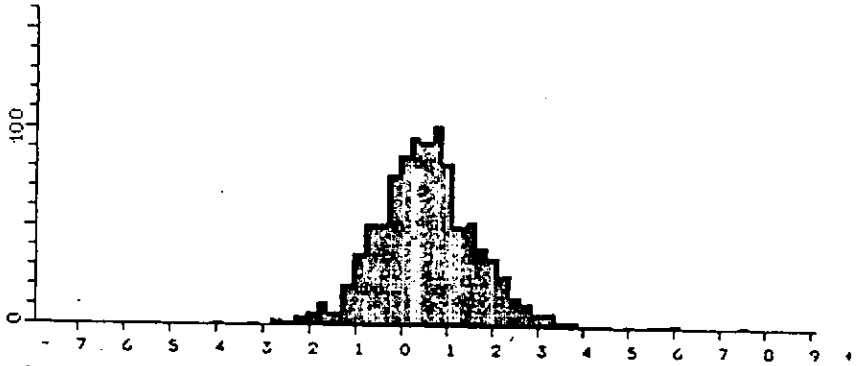
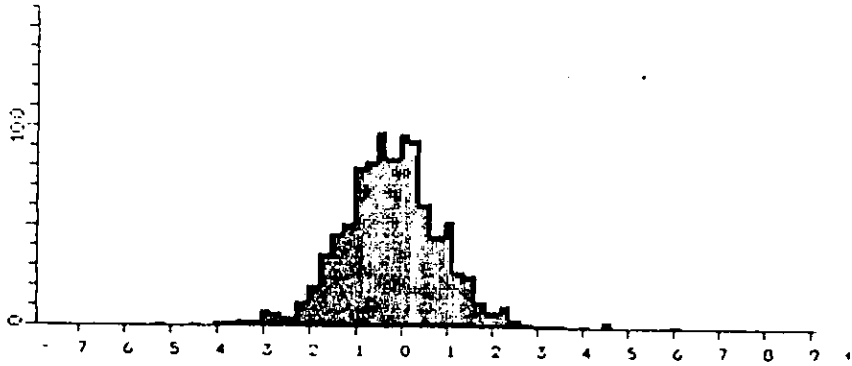


TABLE T-SCORE Test (Uniform & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 0
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	6.3000000000E-02	1.7000000000E-01	2.4600000000E-01	4.0000000000E-01
.01	2.0000000000E-02	7.4000000000E-02	1.0300000000E-01	1.7700000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล
ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ

1.05 1.4040961815E+00 1.01 2.1447772559E+00

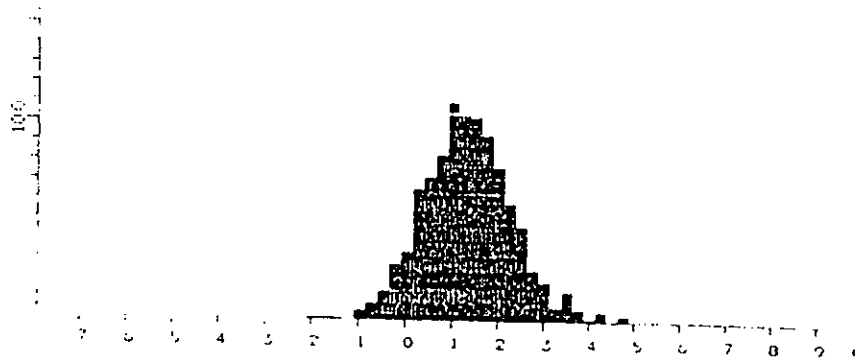
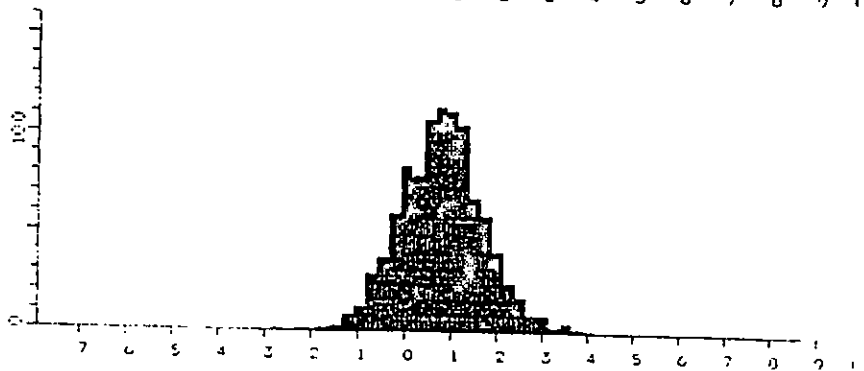
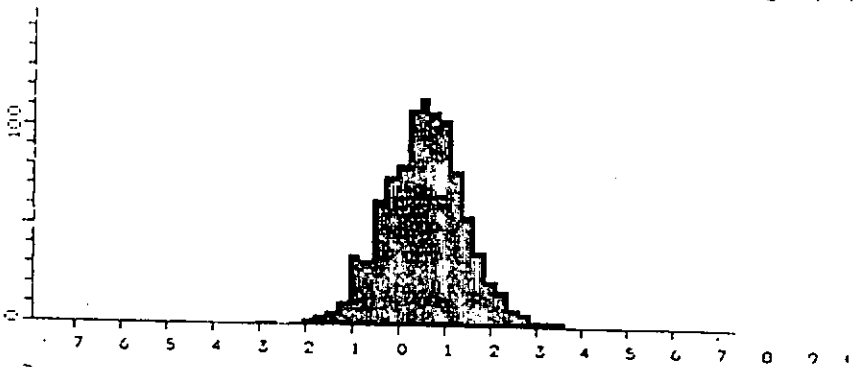
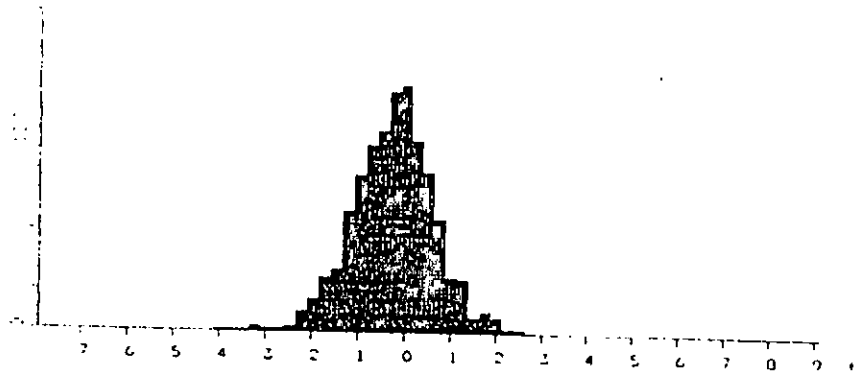


TABLE 1: SCOR(Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 0

Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 0

Probability of Sig. Type I error		Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
05	2.7300000000E-01	0.2900000000E+01	0.0100000000E+01	4.1700000000E-01
01	2.0000000000E-01	2.5000000000E+00	4.7000000000E-01	1.5100000000E+01

1 .05 1.4040961815E+00 1 .01 2.1449222559E+00

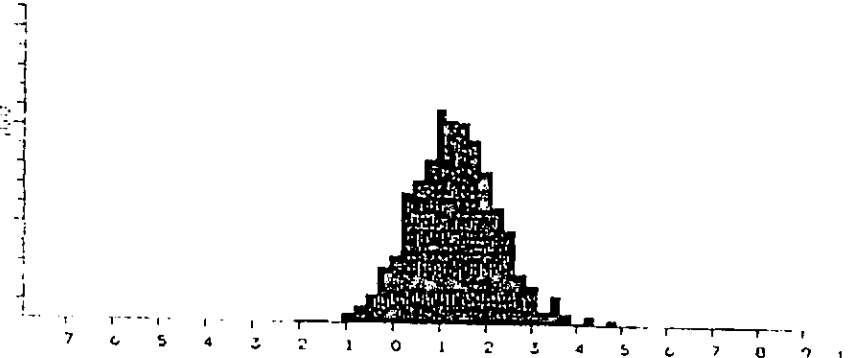
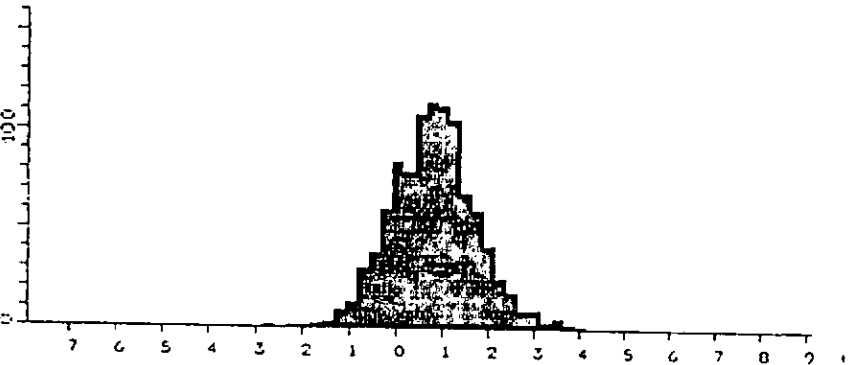
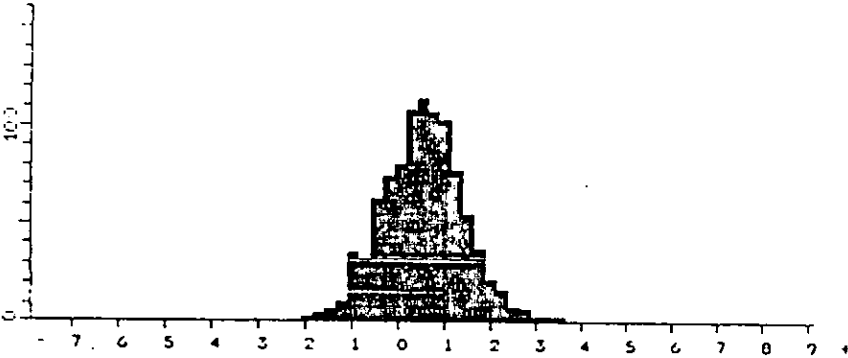
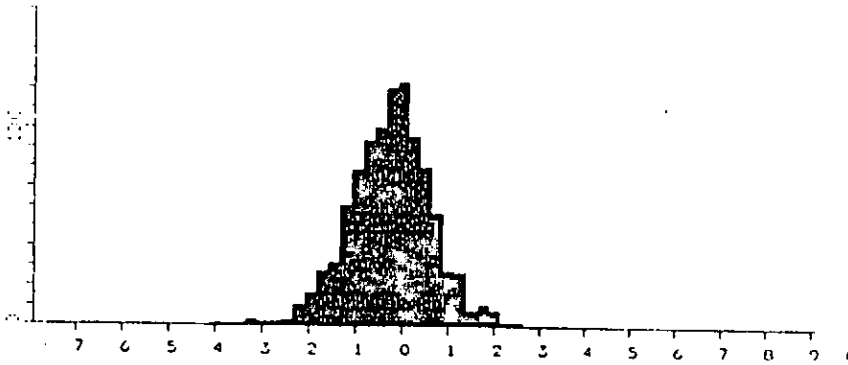


TABLE 1 SCONE Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 : 0.0000000000E+00; variance1 : 5.0000000000E+00; n1 : 8
Mean2 : 0.0000000000E+00; variance2 : 5.0000000000E+00; n2 : 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	2.0000000000E 02	1.2900000000E 01	2.0100000000E 01	4.1700000000E 01
.01	2.0000000000E 02	2.5000000000E 02	4.7000000000E 02	1.5100000000E 01

1 .05 1.0508629219E+00 1 .01 2.6820660690E+00

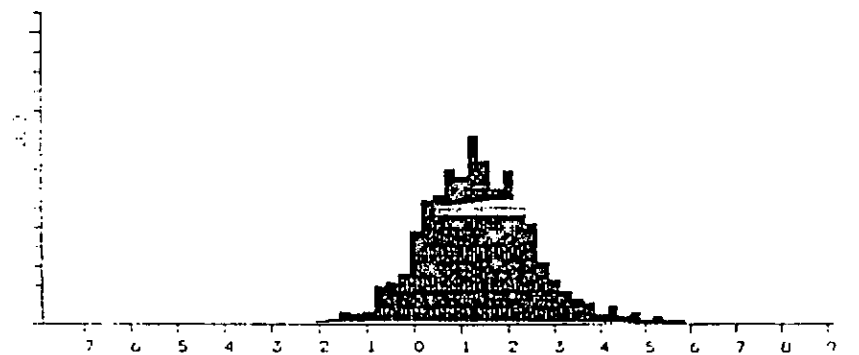
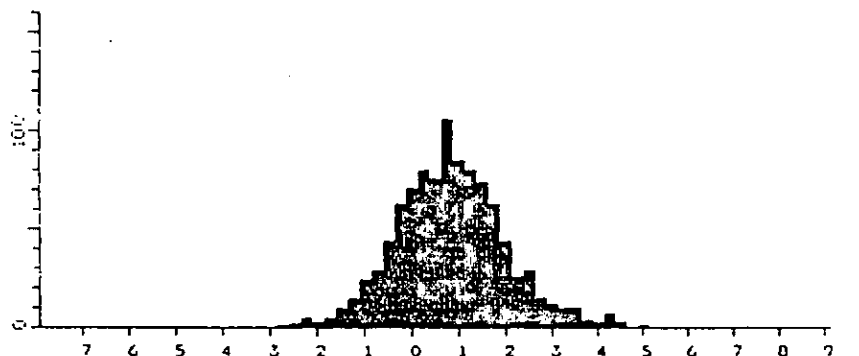
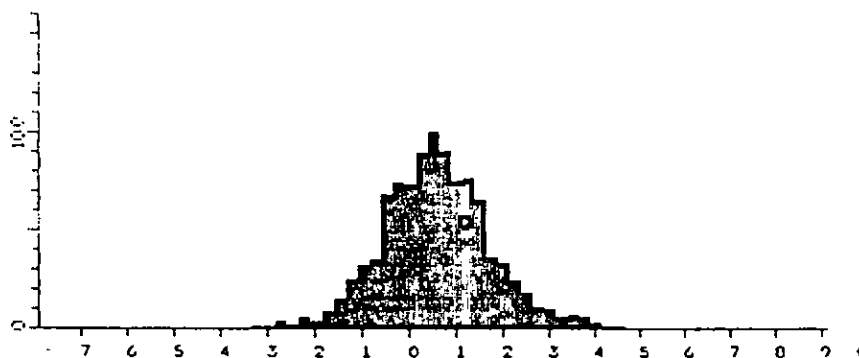


TABLE T SCORE Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 0

Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 14

Sig.	Probability of type I error		Power of test		
			$\alpha = .75d$	$\alpha = 1.00d$	$\alpha = 1.50d$
.05	0.3000000000E 02	1.9600000000E 01	2.6500000000E 01	4.4600000000E 01	
.01	1.2000000000E 02	8.9000000000E 02	1.0600000000E 01	2.0500000000E 01	

1 05 1 2000000000E+00 1 101 2.6501000000E+00

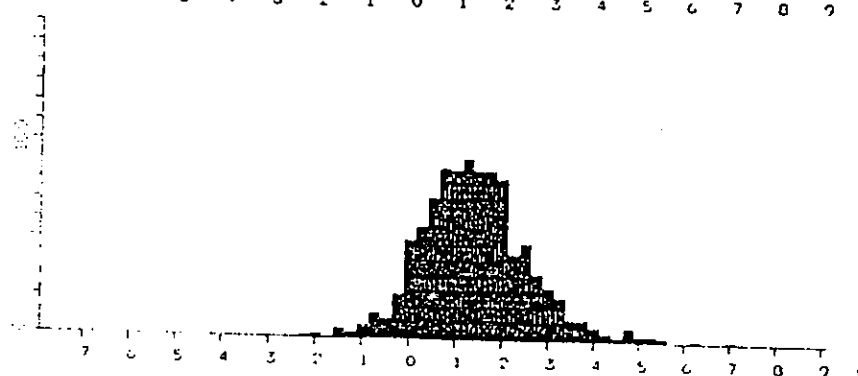
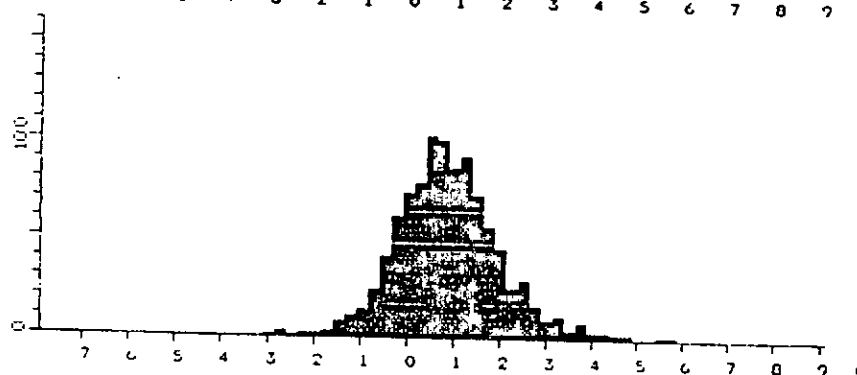
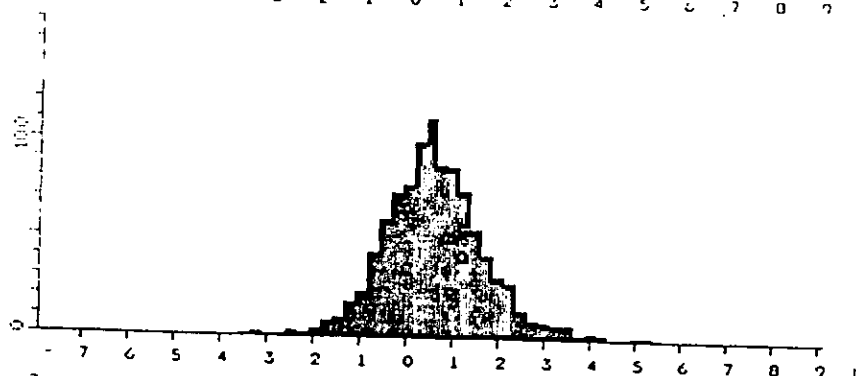
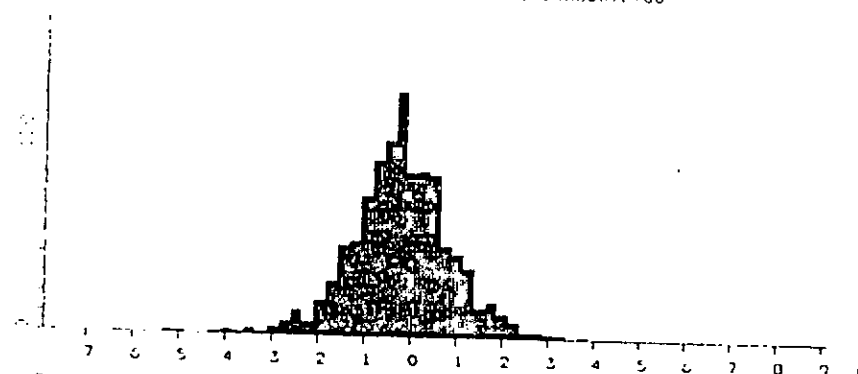


TABLE 1 SCORL Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 20

Significance level	Power of test		
	u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.5000000000E-01	1.7000000000E-01	2.6500000000E-01
.01	1.5000000000E-01	6.7000000000E-02	1.1200000000E-01

T .05 = 1.2599491050E+00 T .01 = 1.6647156360E+00

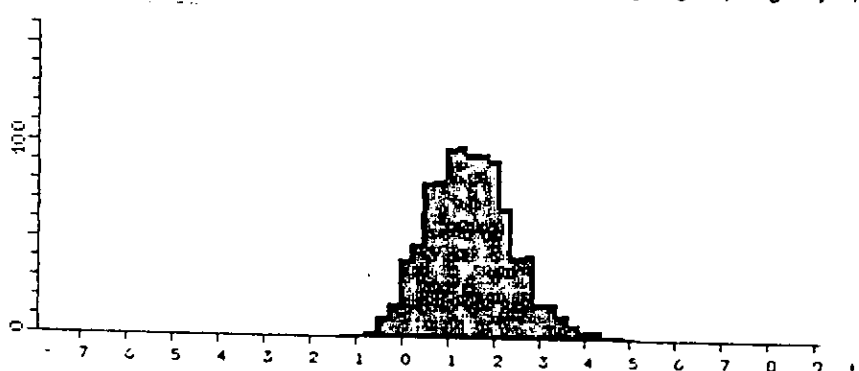
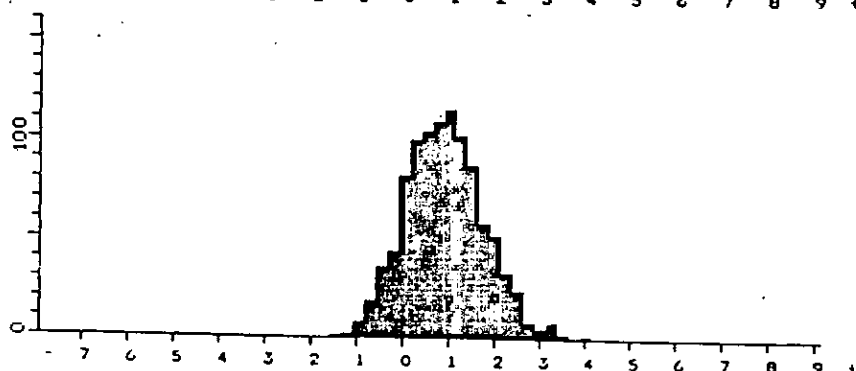
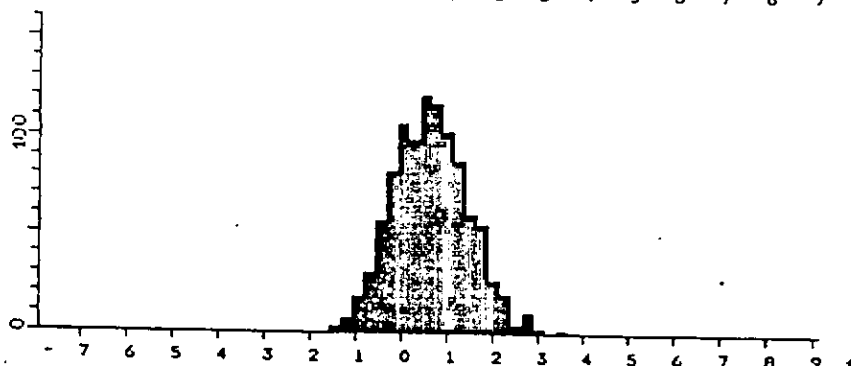
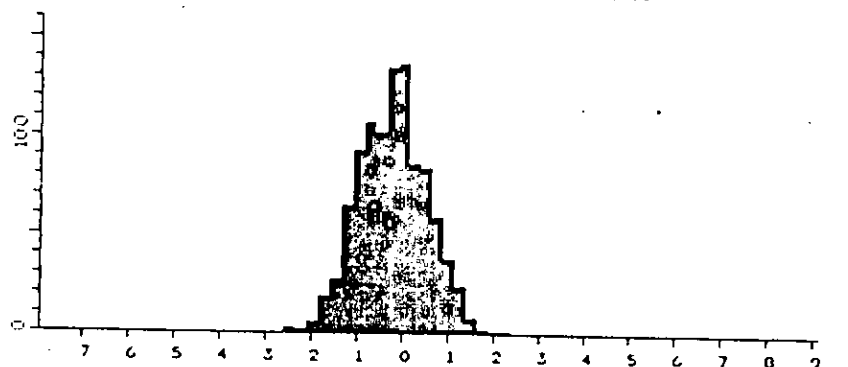


TABLE 1 SCORE Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 14
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 0

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	7.0000000000E-03	1.5400000000E-01	2.3700000000E-01	4.7500000000E-01
.01	1.0000000000E-03	1.7000000000E-02	5.8000000000E-02	1.0000000000E-01

1.05 : 1.1006182326E+00 1.01 : 1.7465024002E+00

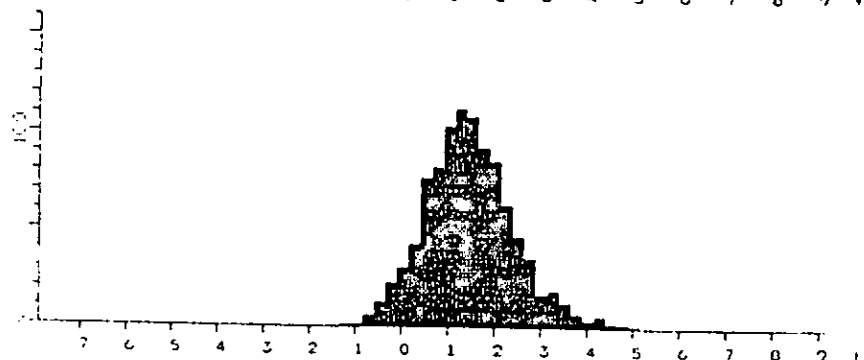
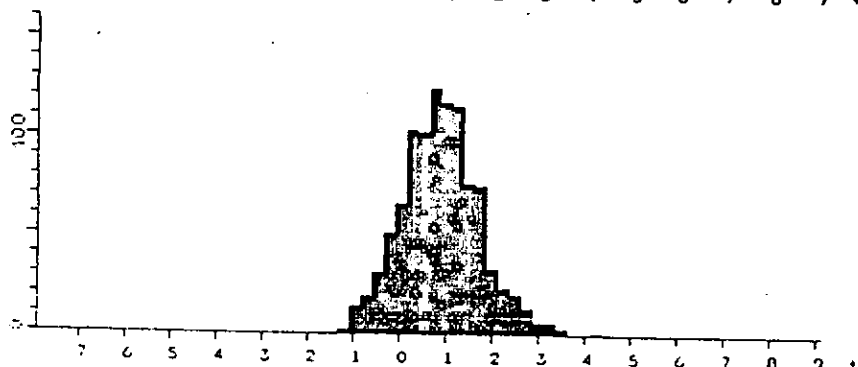
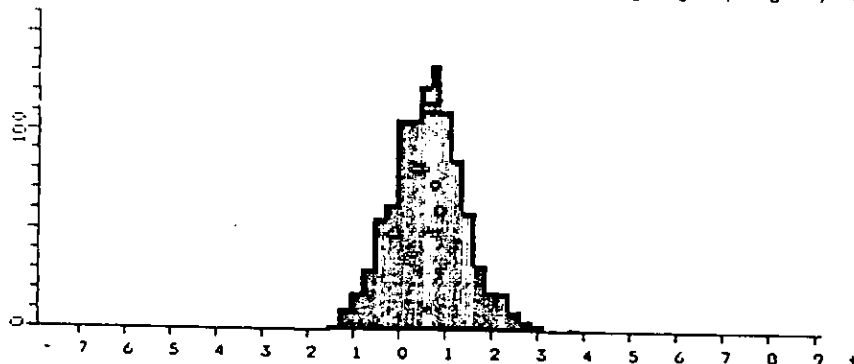
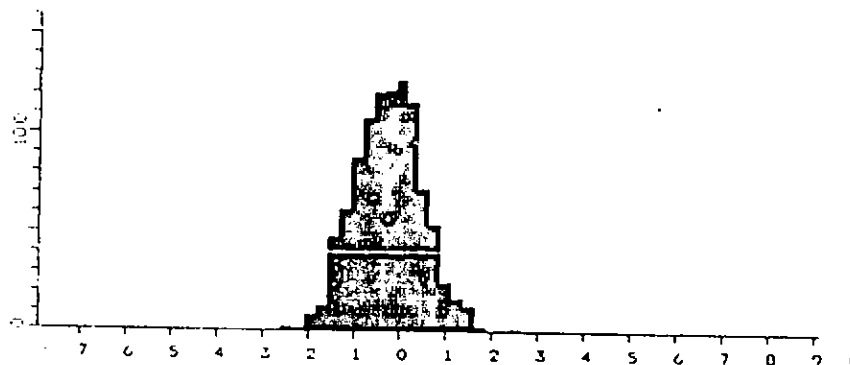


TABLE T-SCORE Test (Normal & DoubleExponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 20
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 8

Sig.	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
05:	1.3000000000E-02	1.2800000000E-01	2.3200000000E-01	4.7400000000E-01
01:	1.0000000000E-03	3.1000000000E-02	5.7000000000E-02	1.0000000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสม่ำเสมอ
ที่ทดสอบโดยใช้สถิติ

T .05 = 1.0742565710E+00 T .01 = 2.0627263505E+00

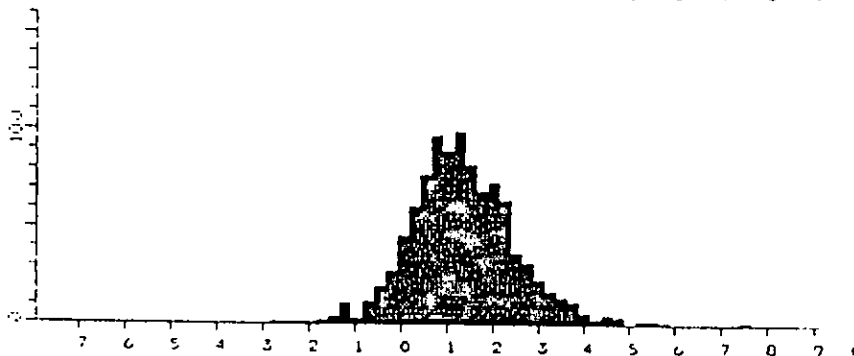
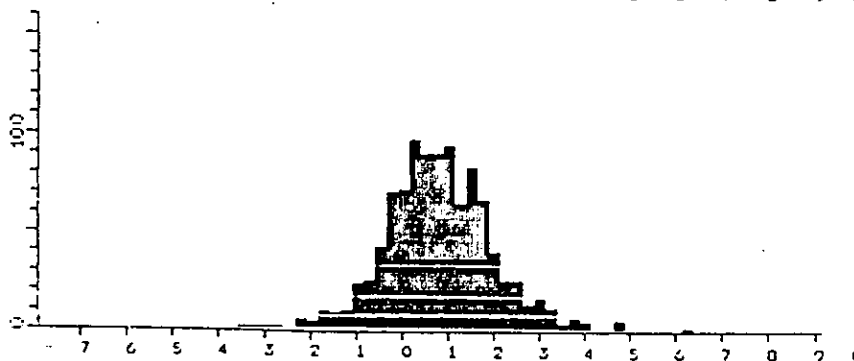
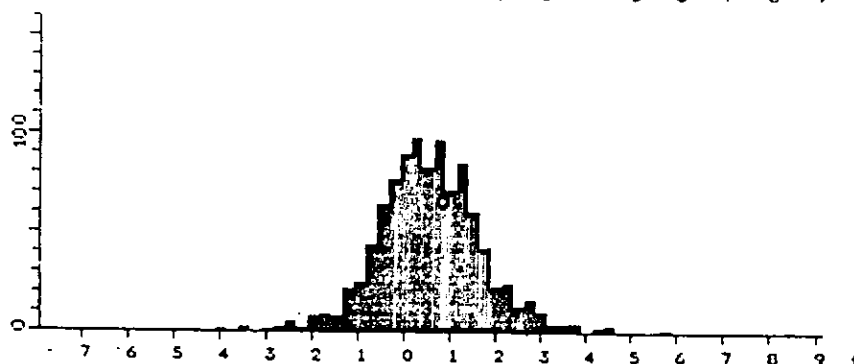
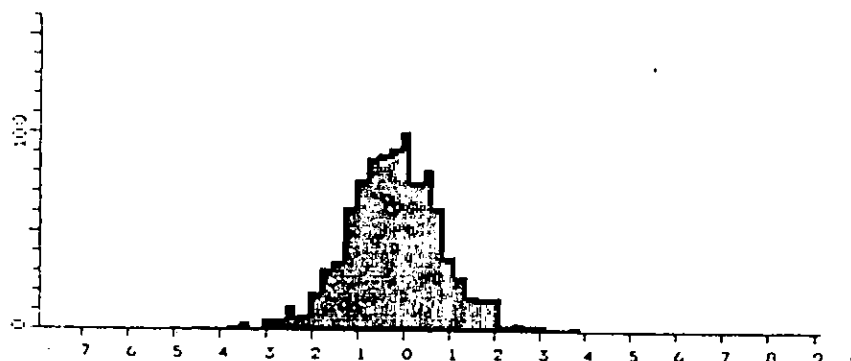


TABLE 1 SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 8

Sig.	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	6.1000000000E-02	1.7000000000E-01	2.4000000000E-01	4.0500000000E-01
.01	1.4000000000E-02	5.7000000000E-02	0.4000000000E-02	1.5700000000E-01

$\alpha = .05 = 1.07625657100E+00$ $\alpha = .01 = 2.06272635050E+00$

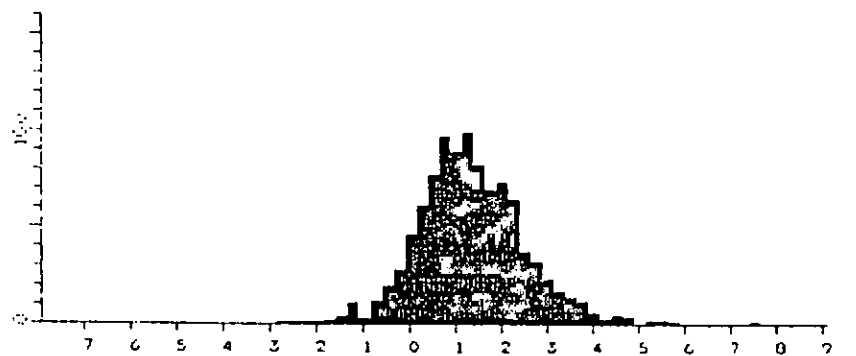
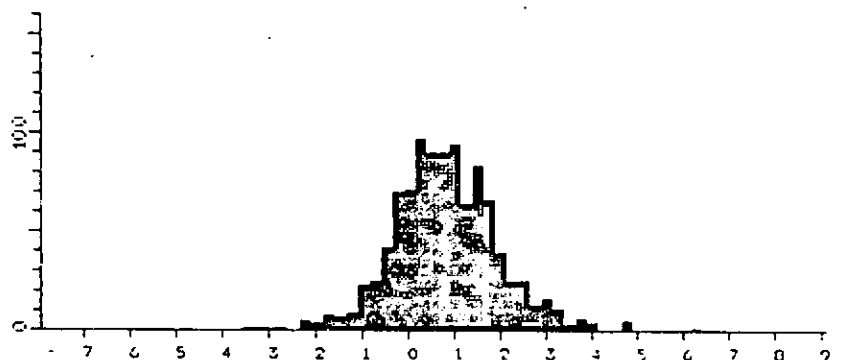
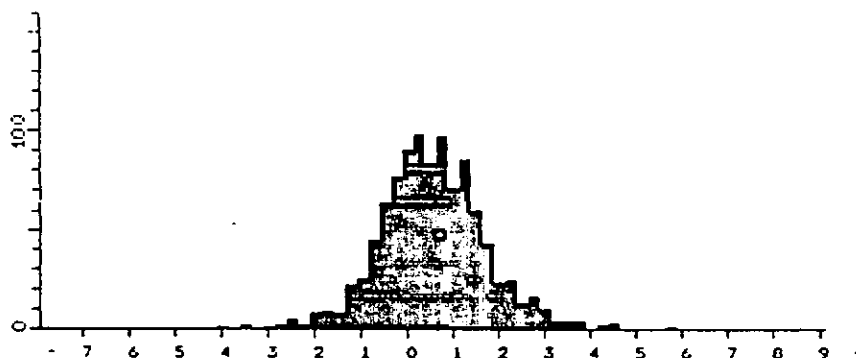
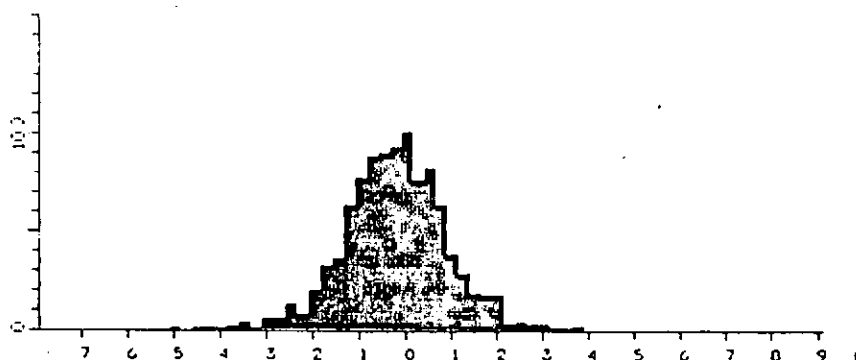


TABLE 1 SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 5.0000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 8

Sig.	Probability of type I error α	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	0.1000000000E 02	1.7000000000E 01	2.4000000000E 01	4.0500000000E 01
.01	1.4000000000E 02	5.7000000000E 02	0.4000000000E 02	1.5700000000E 01

T .05 = 1.0319061666E+00 T .01 = 2.9492119175E+00

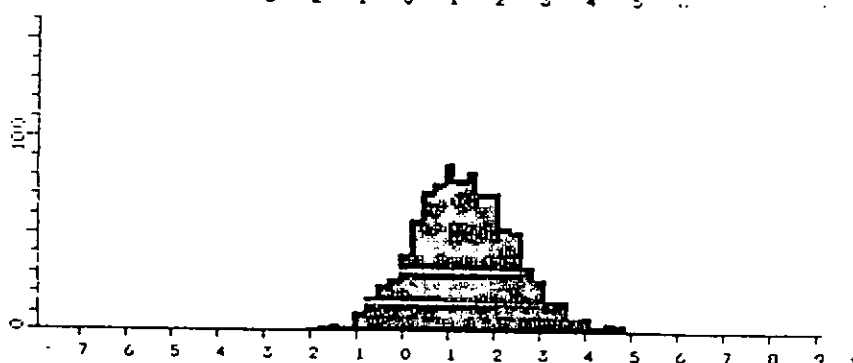
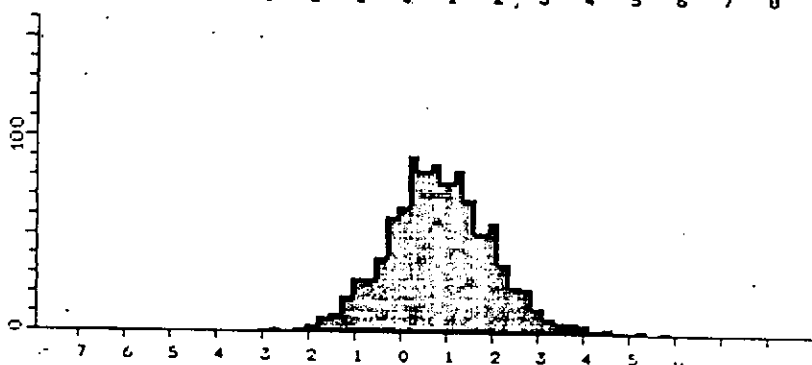
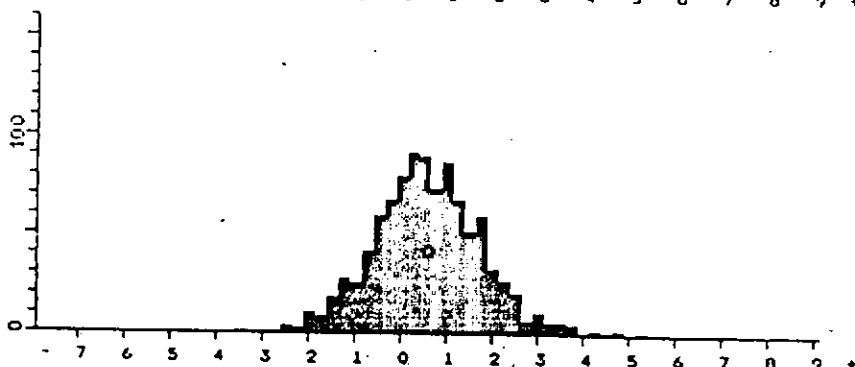
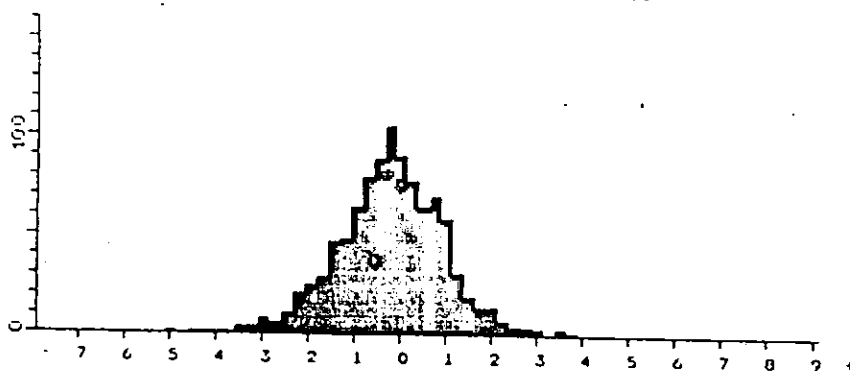


TABLE T-SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig.	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.900000000E-02	2.110000000E-01	2.830000000E-01	4.450000000E-01
.01	1.700000000E-02	7.500000000E-02	1.040000000E-01	2.230000000E-01

T .05 = 1.7947607350E+00 T .01 = 2.6057907077E+00

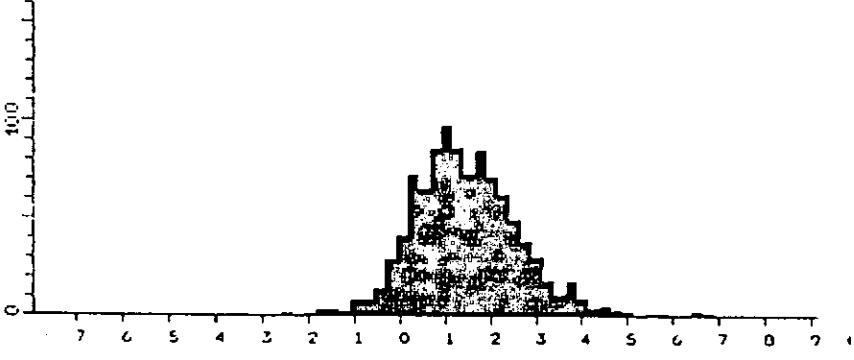
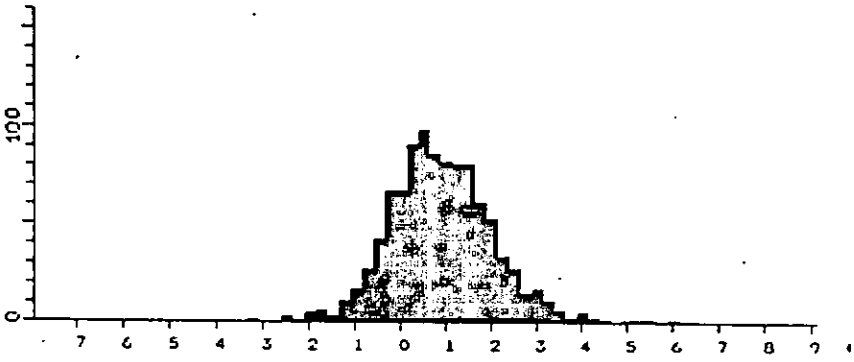
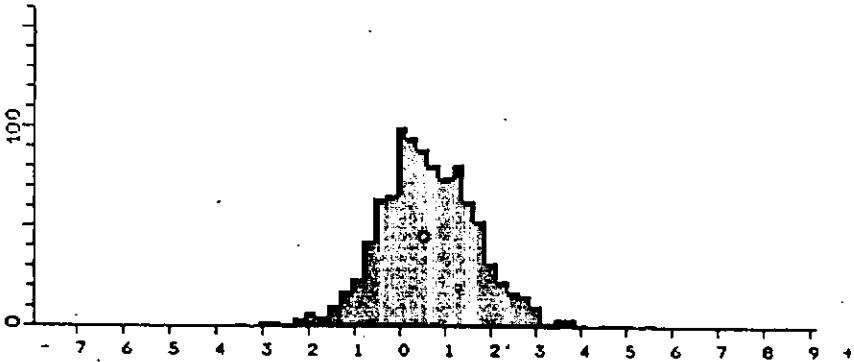
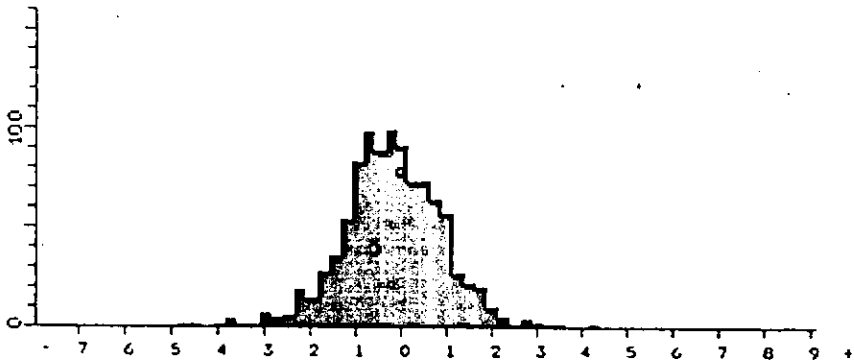


TABLE T-SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00: variance1 = 5.000000000E+00: n1 = 8
Mean2 = 0.000000000E+00: variance2 = 1.000000000E+00: n2 = 20

Sig:	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05:	5.500000000E-02	2.060000000E-01	2.870000000E-01	4.550000000E-01
.01:	1.300000000E-02	6.700000000E-02	1.080000000E-01	2.270000000E-01

T .05 = 1.7746471997E+00 T .01 = 3.3064501257E+00

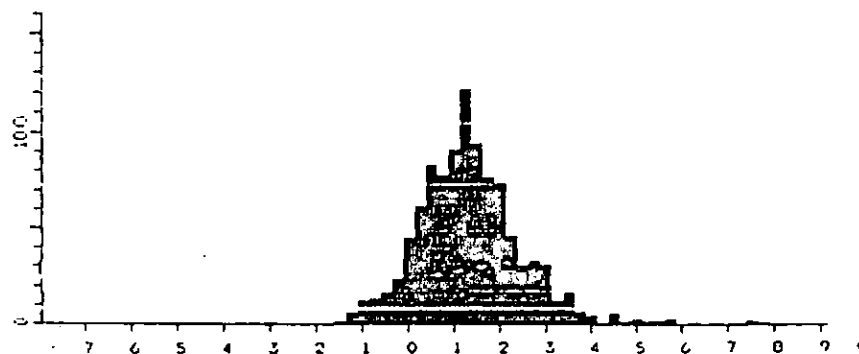
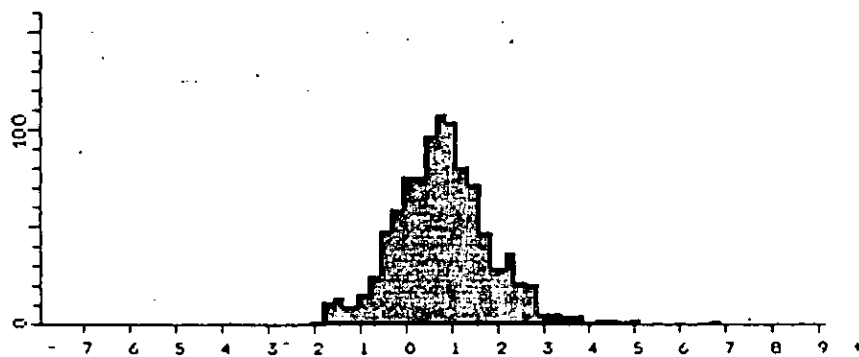
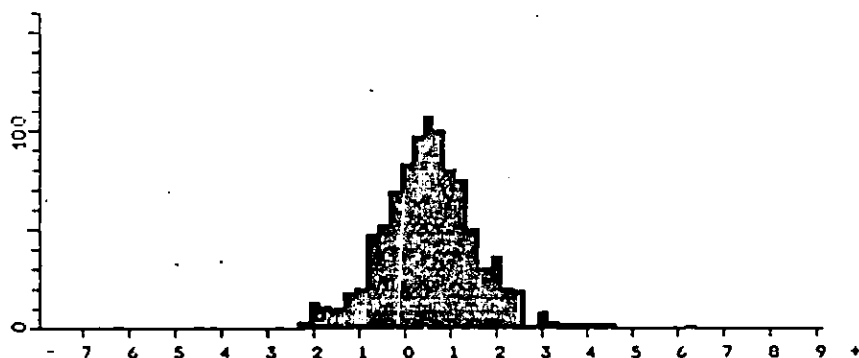
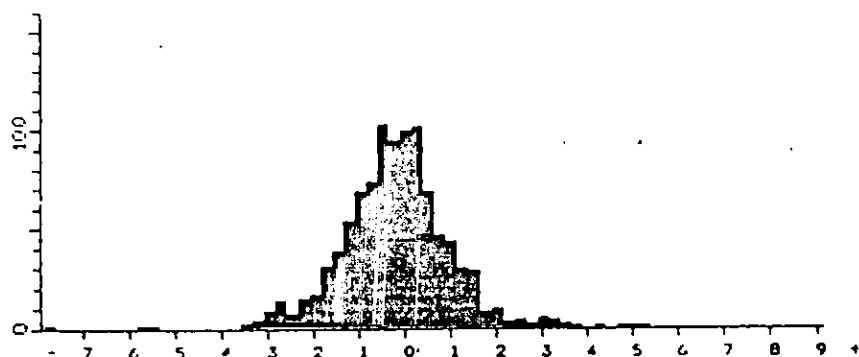


TABLE T-SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 14

Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.25d
.05	5.4900000000E-02	1.0000000000E-01	2.4500000000E-01	4.0100000000E-01
.01	2.2000000000E-02	6.0000000000E-02	7.6000000000E-02	1.7200000000E-01

T .05 = 1.8369524403E+00 T .01 = 2.7012803073E+00

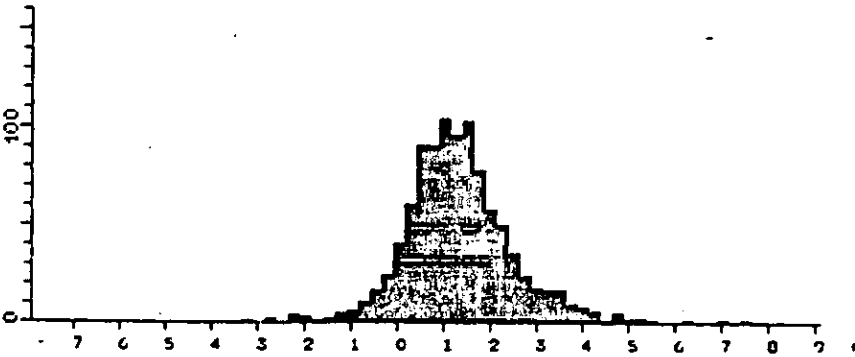
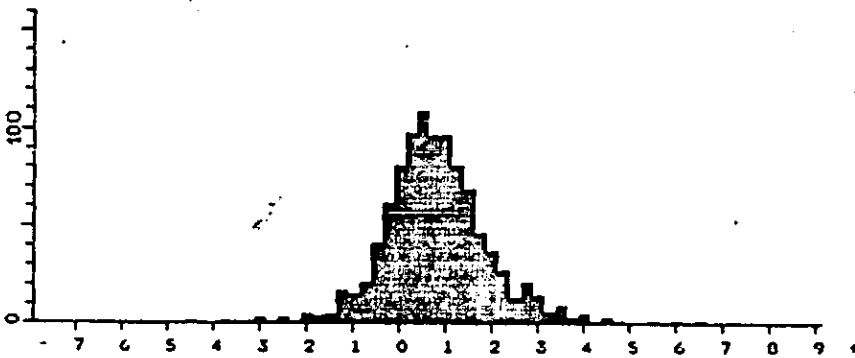
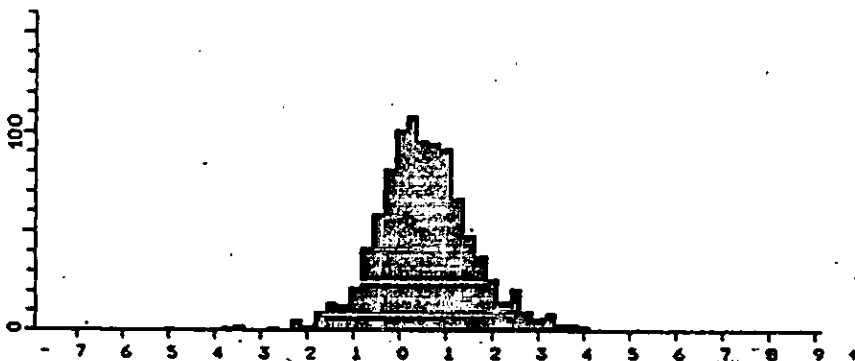
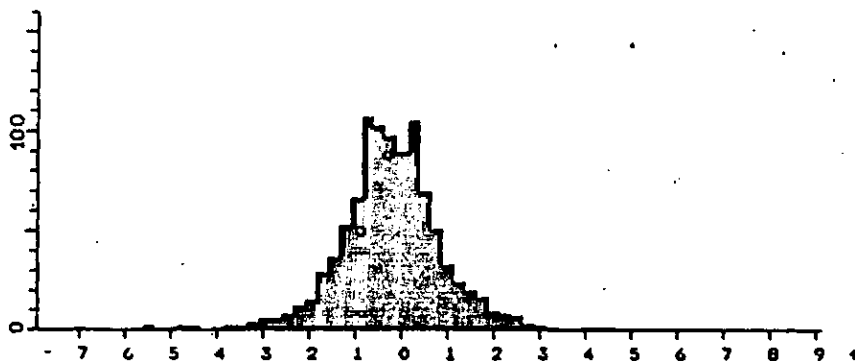


TABLE T-SCORE Test (Normal & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 20
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 0

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	6.2000000000E-02	1.6700000000E-01	2.2000000000E-01	4.0100000000E-01
.01	2.0000000000E-02	7.1000000000E-02	7.6000000000E-02	1.6000000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเด็กซ์โทเนนเชียล
และแบบสม่ำเสมอที่ทดสอบโดยใช้สถิติ

T .05 : 1.5730790249E+00 T .01 : 2.2454131653E+00

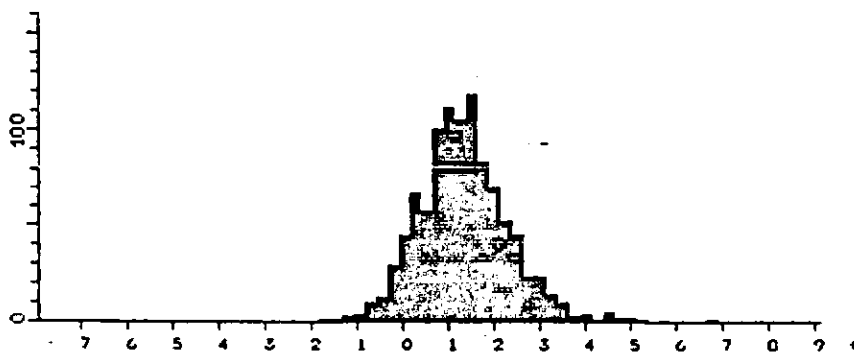
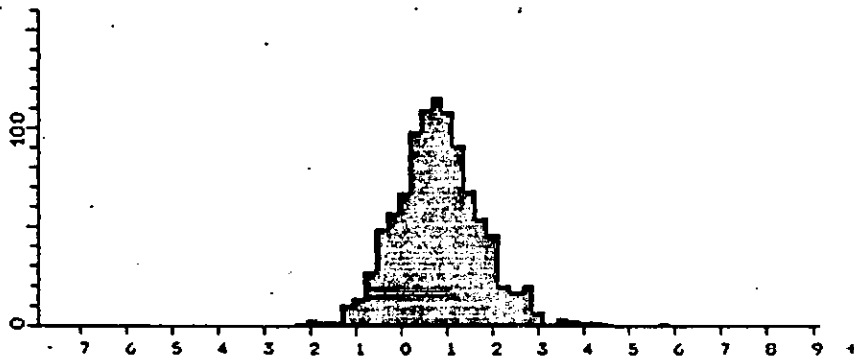
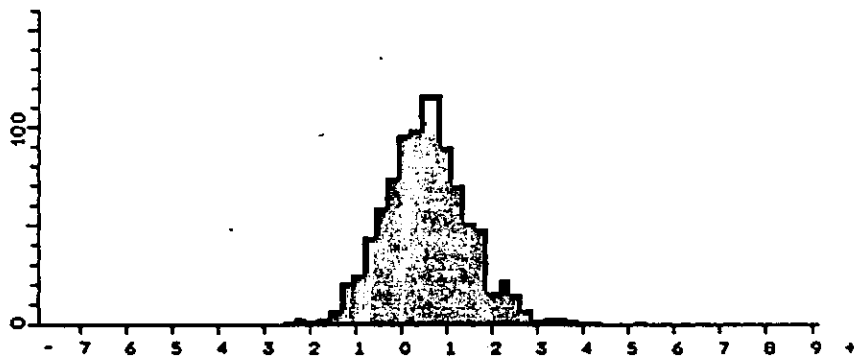
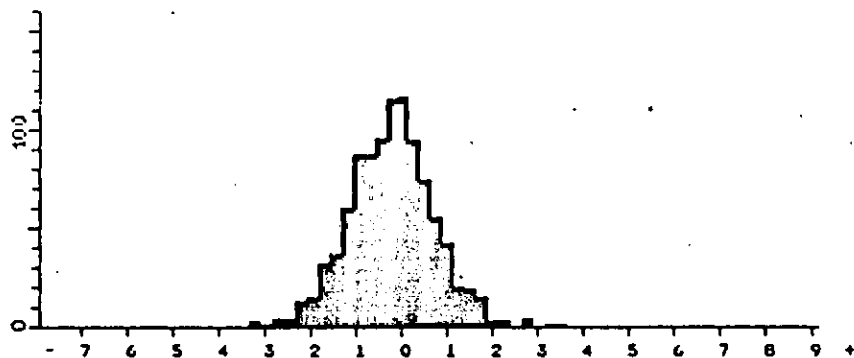


TABLE T-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 1.0000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	3.5000000000E-02	1.3600000000E-01	2.1100000000E-01	3.9600000000E-01
.01	6.0000000000E-03	3.5000000000E-02	5.0000000000E-02	1.3300000000E-01

T .05 = 1.5730770247E+00 T .01 = 2.2454131053E+00

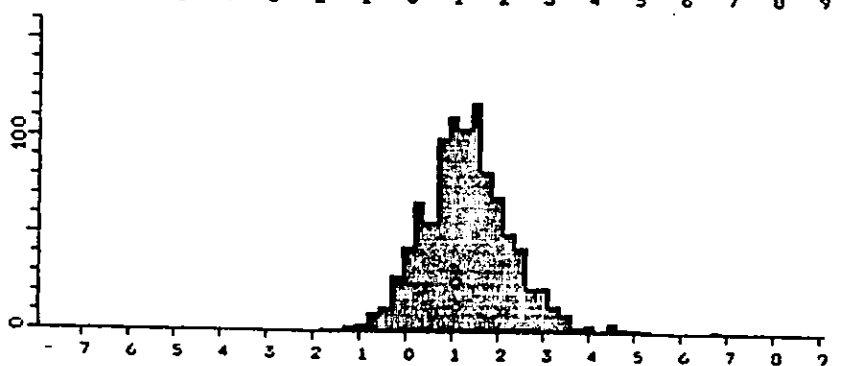
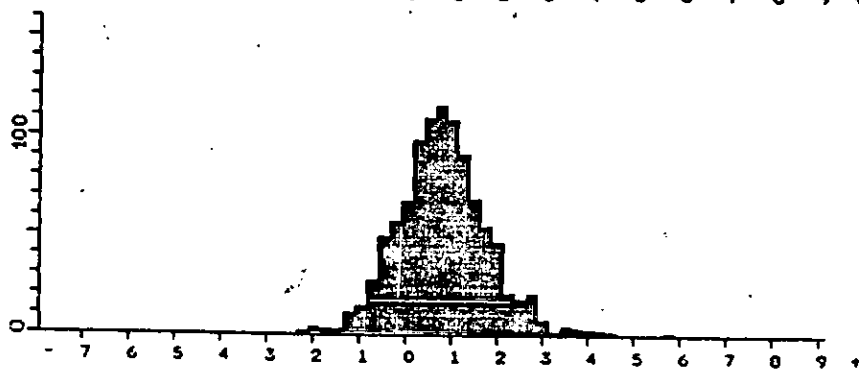
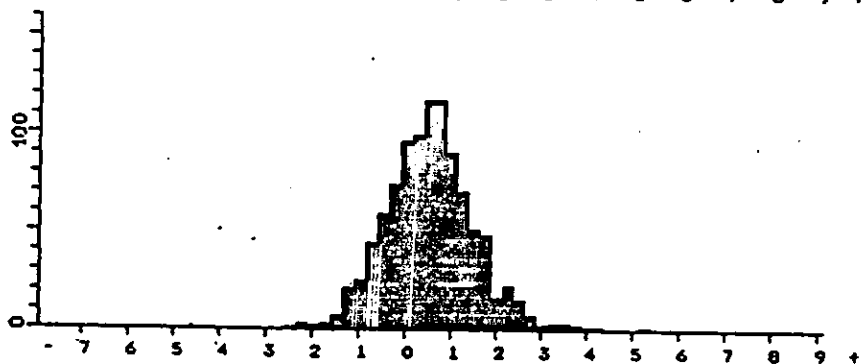
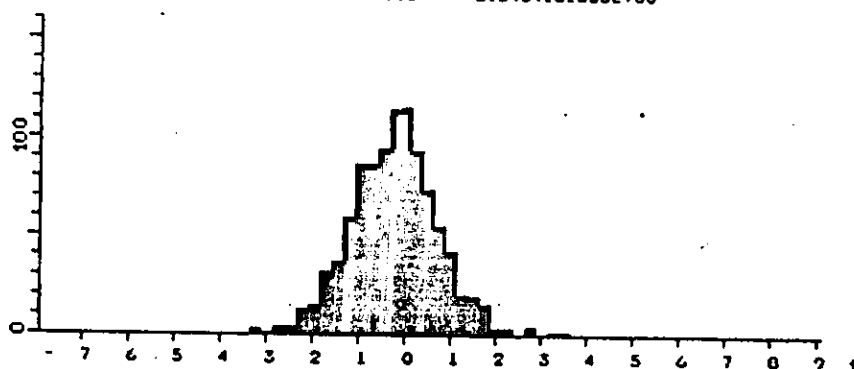


TABLE T-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 0

Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 5.000000000E+00

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	3.500000000E-02	1.360000000E-01	2.110000000E-01	3.960000000E-01
.01	6.000000000E-03	3.500000000E-02	5.800000000E-02	1.330000000E-01

T .05 = 1.1425604038E+00 T .01 = 1.7324659328E+00

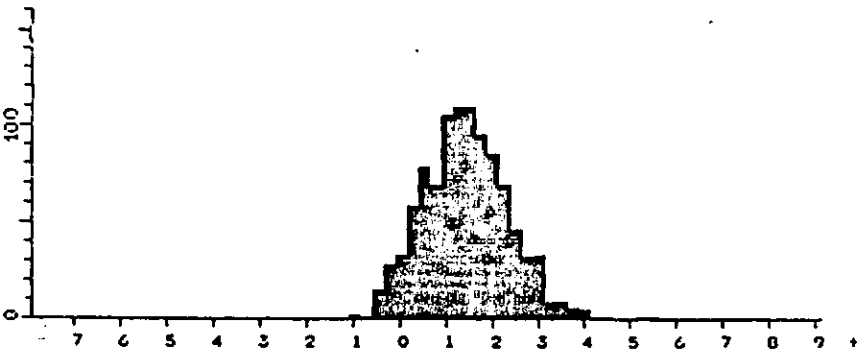
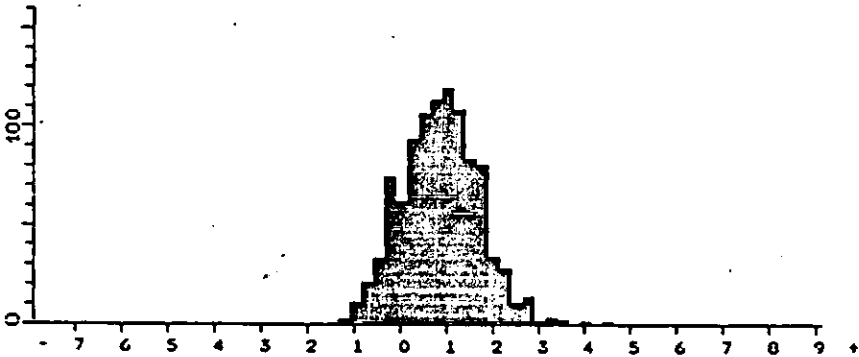
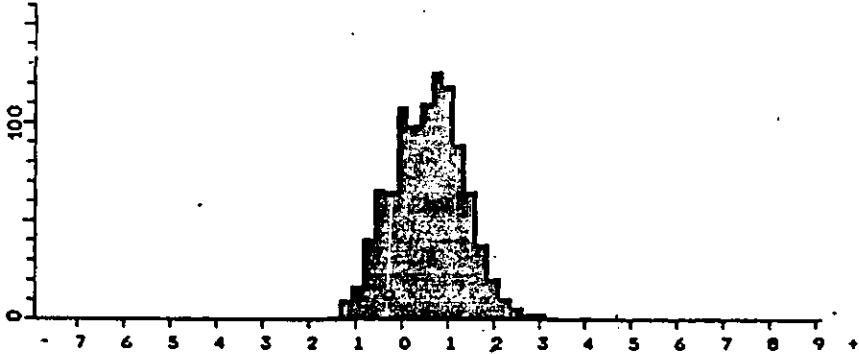
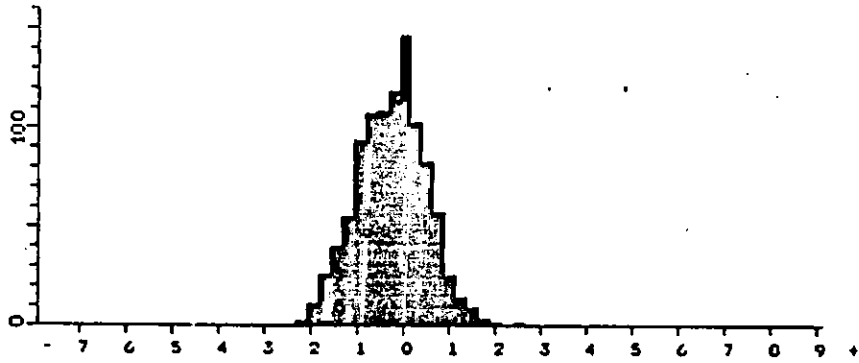


TABLE T-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8
Mean2 = 0.000000000E+00; variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.100000000E-02	1.150000000E-01	2.200000000E-01	4.570000000E-01
.01	1.000000000E-03	1.700000000E-02	3.700000000E-02	1.670000000E-01

T .05 = 1.1951967333E+00 T .01 = 1.6365175634E+00

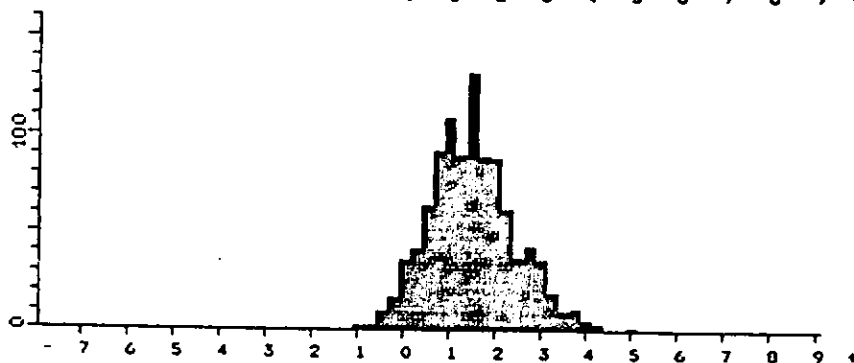
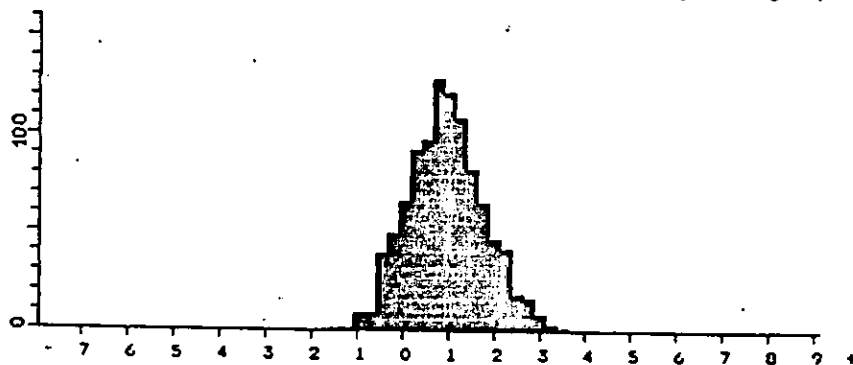
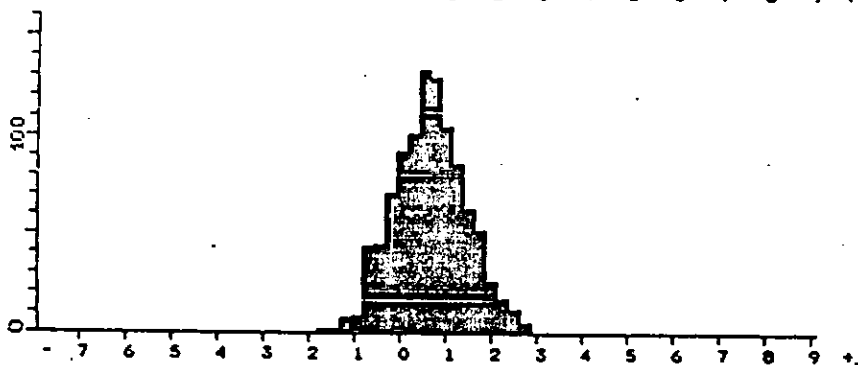
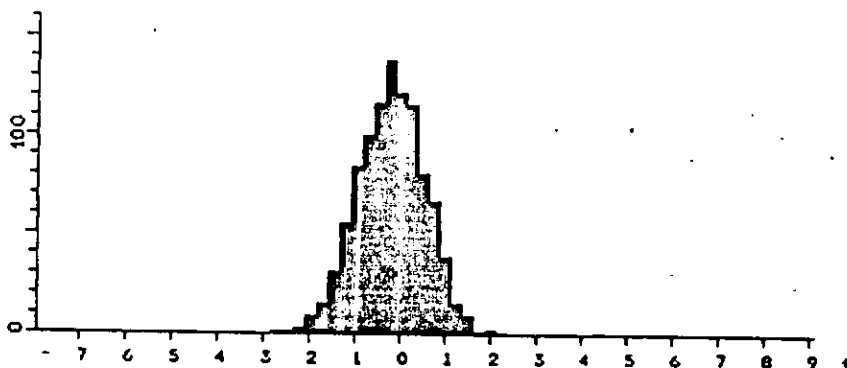


TABLE T-SCORE Test (DoubleEponential & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00: variance1 = 5.0000000000E+00: n1 = 8
 Mean2 = 0.0000000000E+00: variance2 = 1.0000000000E+00: n2 = 20

Sig:	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05:	0.0000000000E-03	1.5700000000E-01	2.4700000000E-01	4.7300000000E-01
.01:	0.0000000000E+00	2.5000000000E-02	6.6000000000E-02	2.0400000000E 01

T .05 = 1.0345091162E+00 T .01 = 3.2247396720E+00

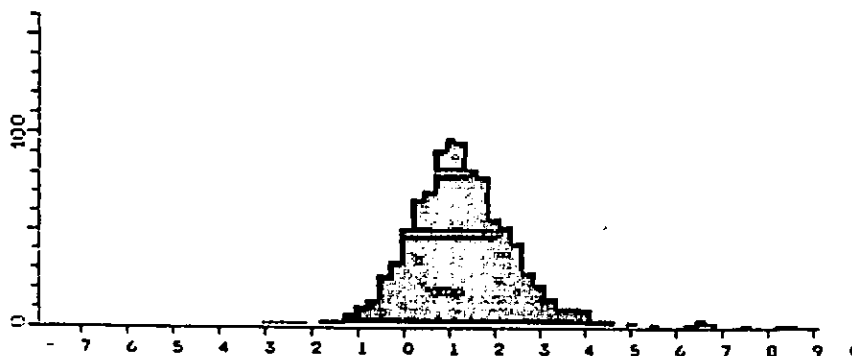
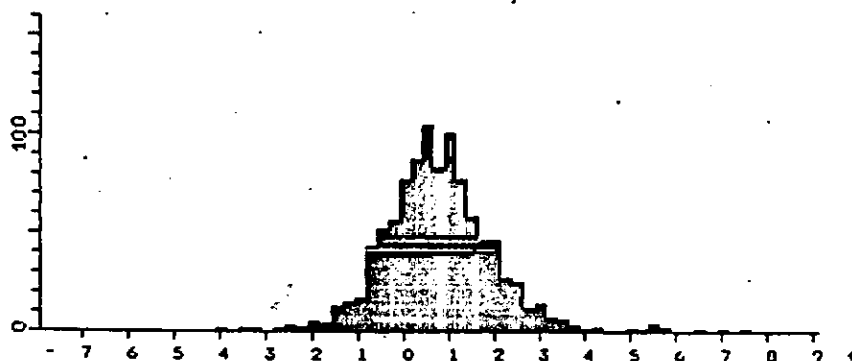
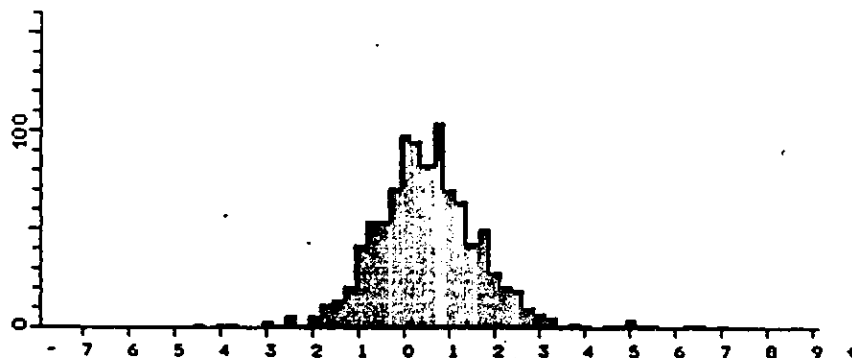
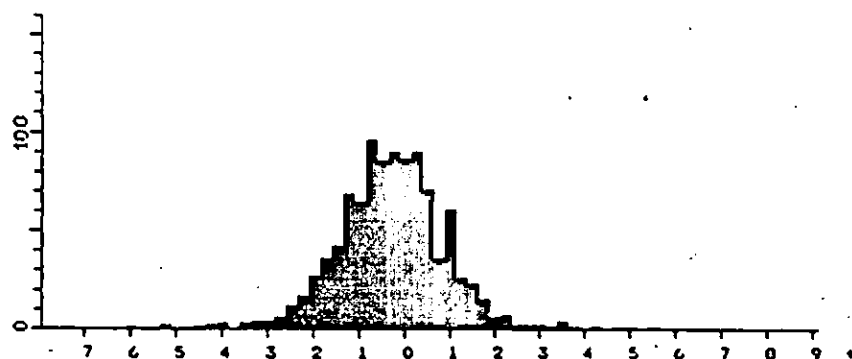


TABLE T-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00: variance1 = 1.0000000000E+00: n1 = 14
Mean2 = 0.0000000000E+00: variance2 = 5.0000000000E+00: n2 = 8

Sig:	Probability of type I error α	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05:	4.0000000000E-02	1.8400000000E-01	2.3500000000E-01	3.8700000000E-01
.01:	1.8000000000E-02	6.2000000000E-02	8.8000000000E-02	1.0000000000E-01

T .05 = 1.0110606713E+00 T .01 = 2.9205593740E+00

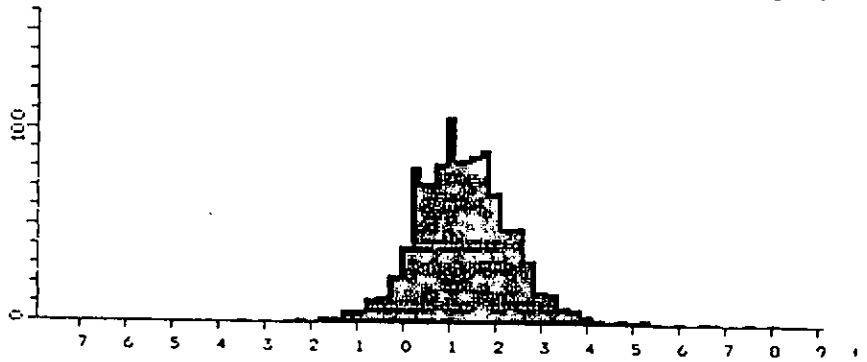
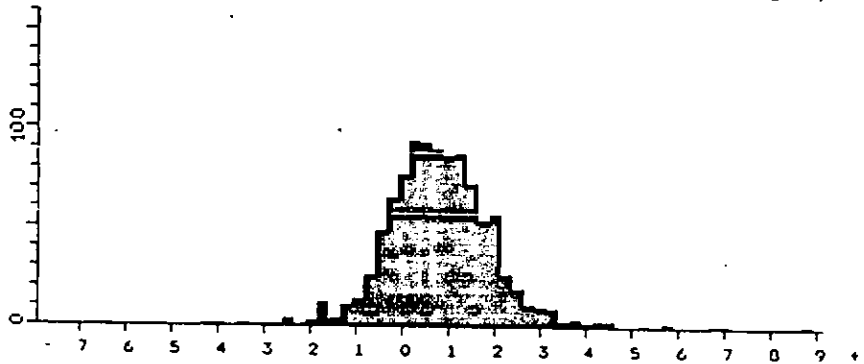
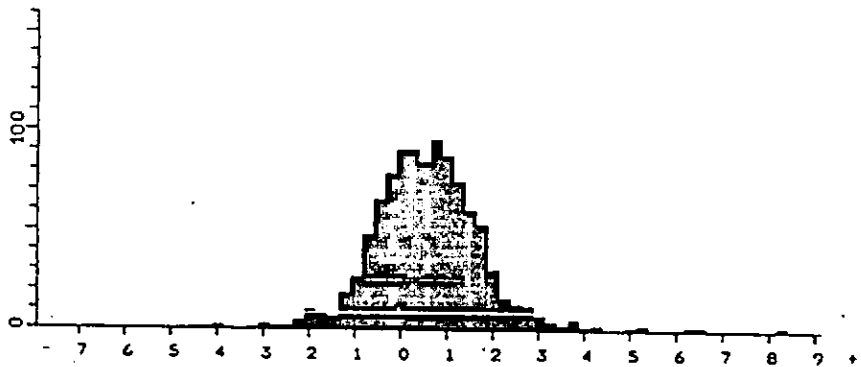
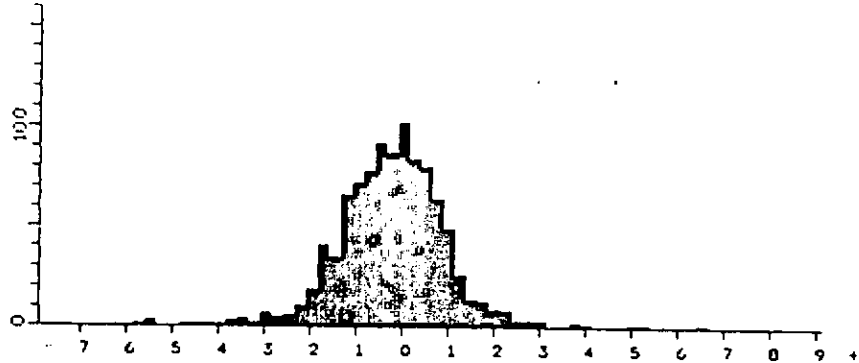


TABLE I-SCORE Test (DoubleExponential & Uniform)

Mean1 = 0.0000000000E+00; variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 20
Mean2 = 0.0000000000E+00; variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 0

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	5.7000000000E-02	1.8200000000E-01	2.4200000000E-01	4.2600000000E-01
.01	1.6000000000E-02	5.7000000000E-02	0.3000000000E-02	1.7100000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติทั้งคู่
ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน

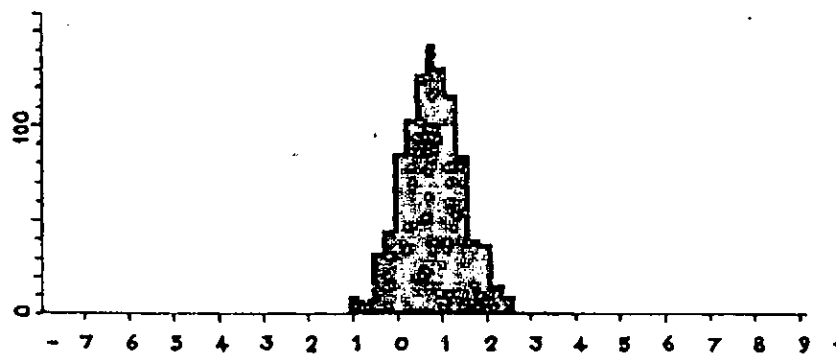
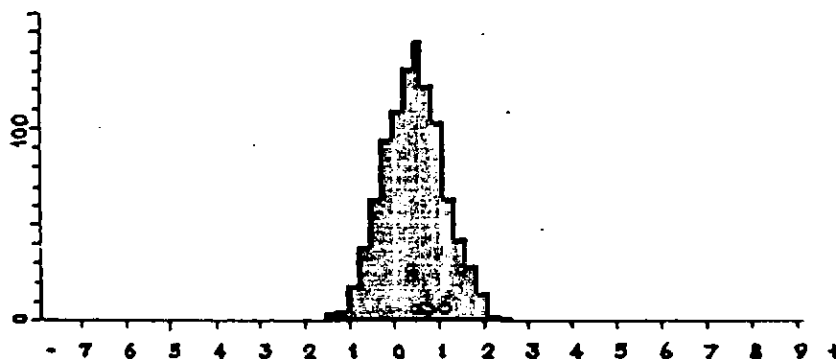
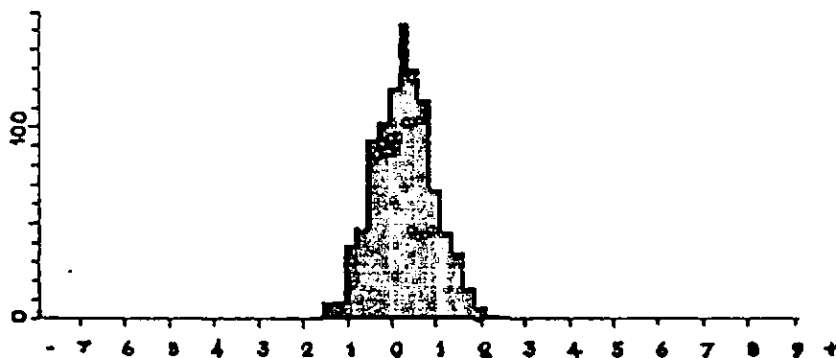
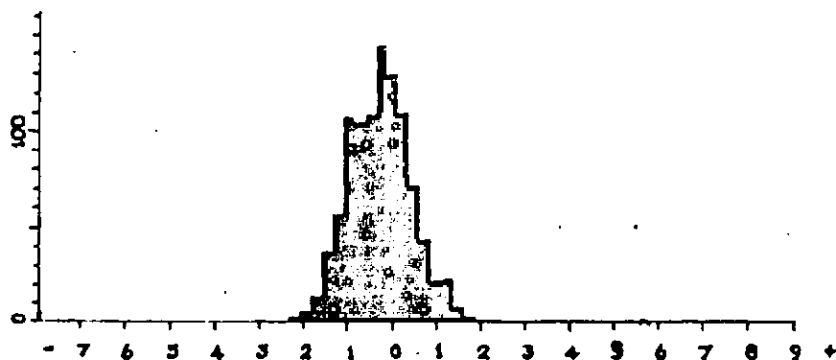


TABLE - BAYESIAN(Normal & Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 1.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 3.000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	1.300000000E-02	5.600000000E-02	9.000000000E-02	1.820000000E-01
.01	1.000000000E-03	3.000000000E-03	8.000000000E-03	3.100000000E-02

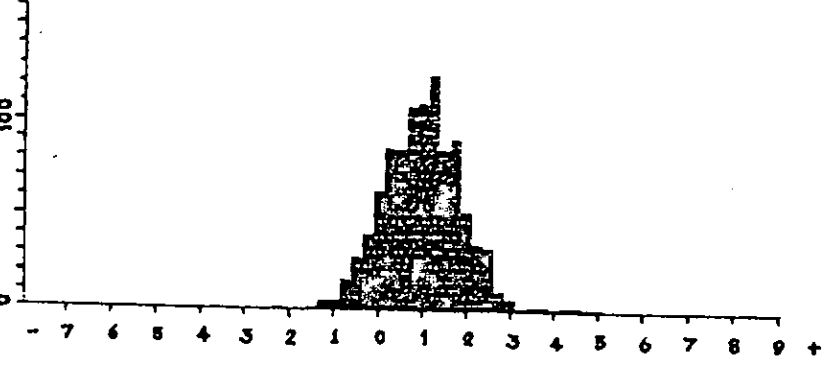
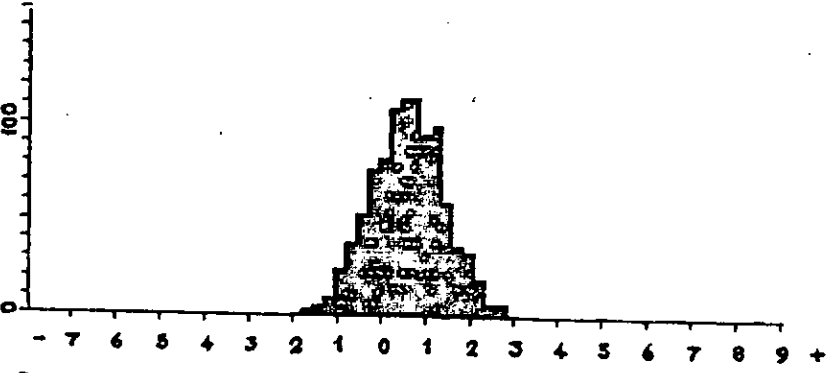
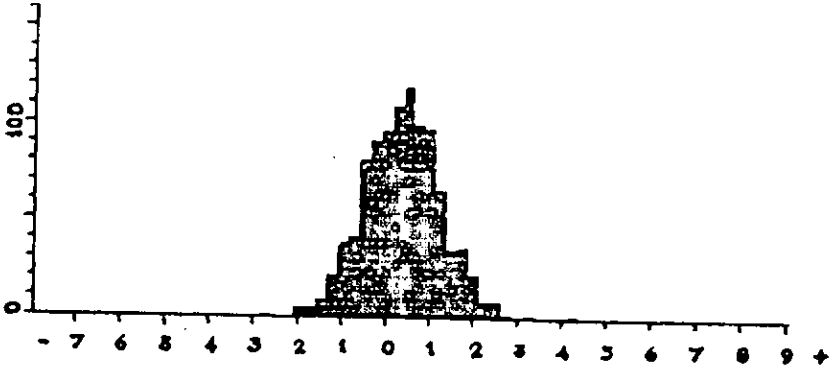
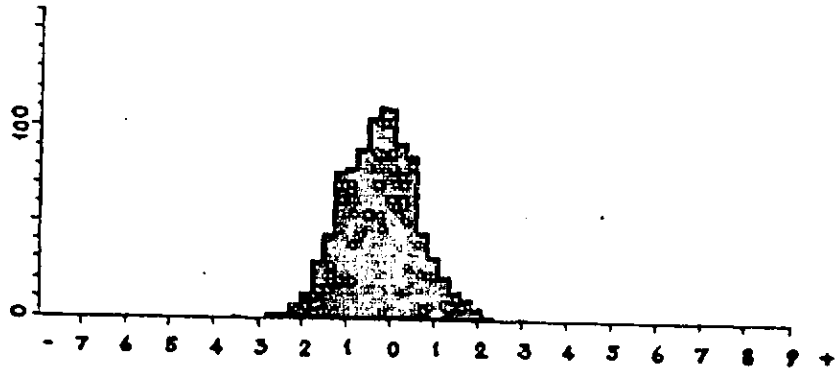


TABLE BAYESIAN(Normal & Normal)

Mean1 = 0.0000000000E+00; Variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.0000000000E+00; Variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	3.2000000000E-02	1.0900000000E-01	1.6600000000E-01	3.2300000000E-01
.01	4.0000000000E-03	2.3000000000E-02	4.4000000000E-02	1.0500000000E-01

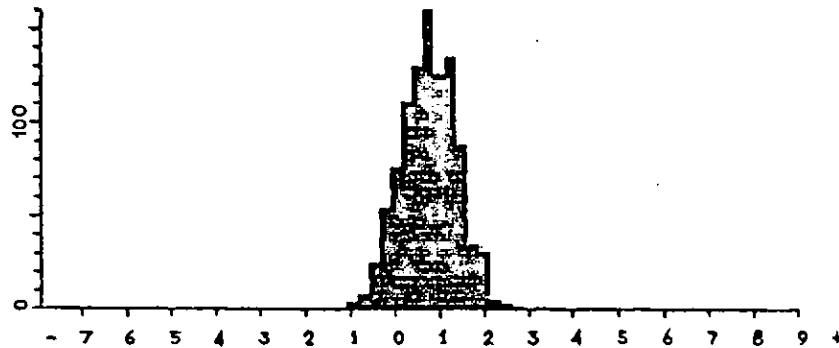
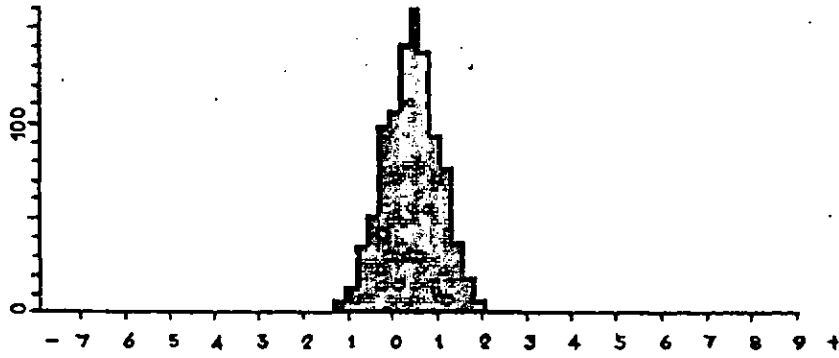
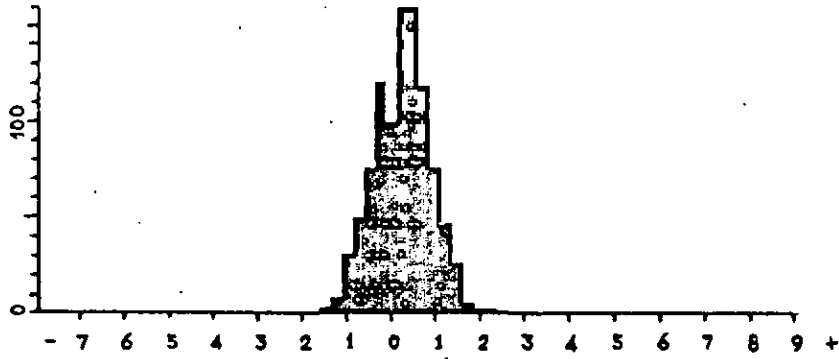
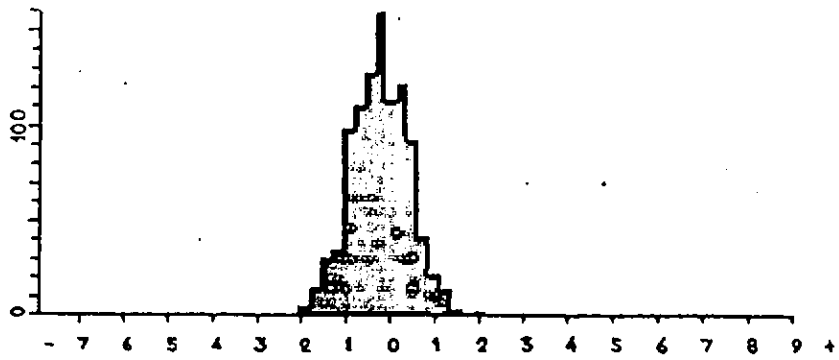


TABLE BAYESIAN(Normal & Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 3.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.5d$
.05	5.000000000E-03	3.600000000E-02	6.200000000E-02	1.600000000E-01
.01	1.000000000E-03	3.000000000E-03	4.000000000E-03	1.300000000E-02

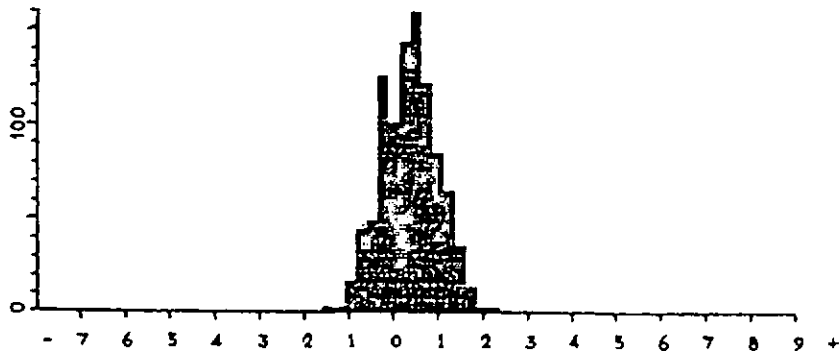
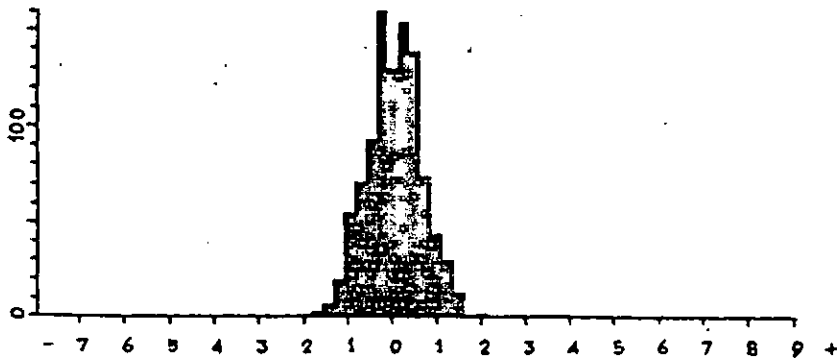
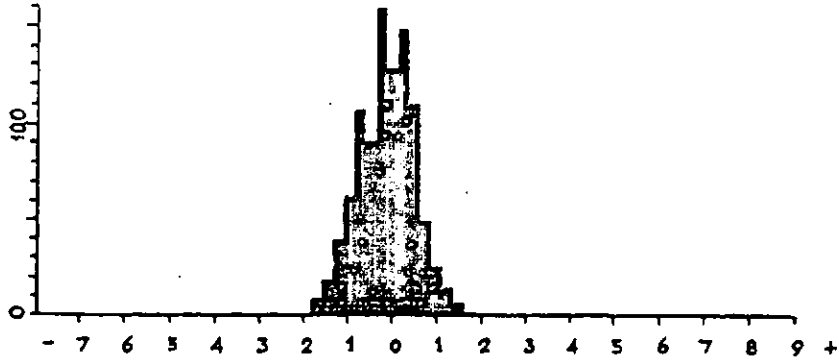
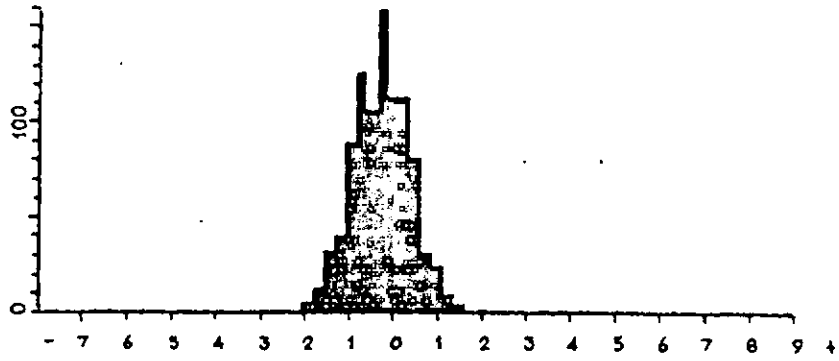


TABLE BAYESIAN(Normal & Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 3.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 20

Sig #	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	8.000000000E-03	1.000000000E-02	1.600000000E-02	5.700000000E-02
.01	1.000000000E-03	0.000000000E+00	2.000000000E-03	5.000000000E-03

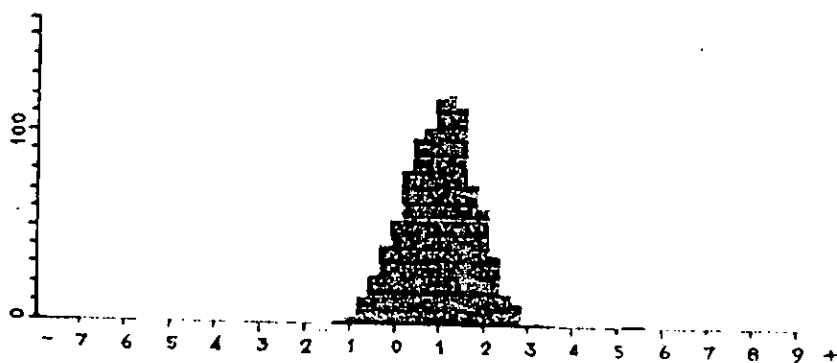
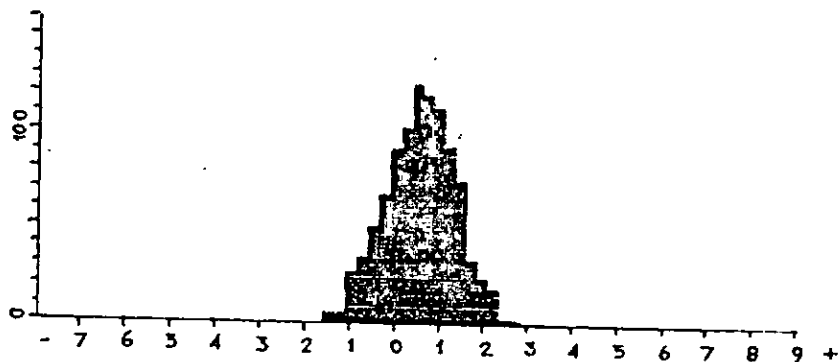
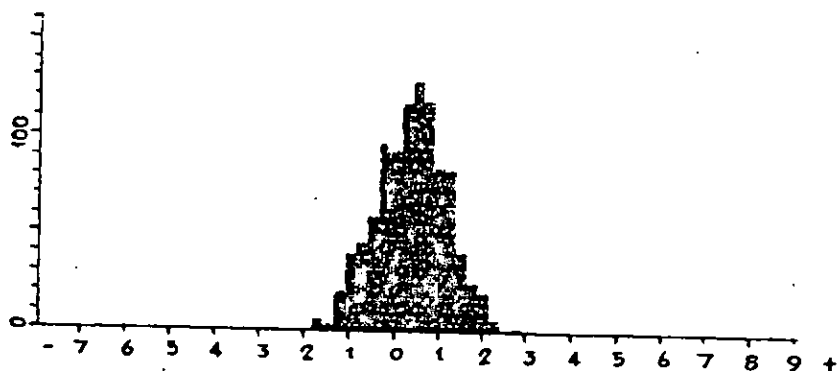
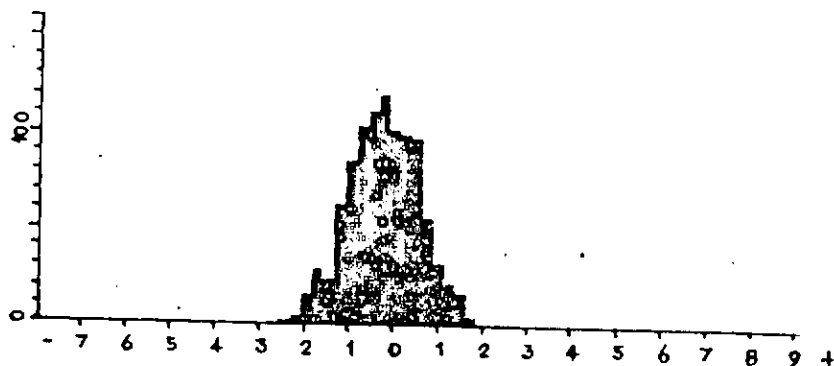


TABLE BAYESIAN(Normal & Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	2.300000000E-02	9.600000000E-02	1.560000000E-01	3.200000000E-01
.01	3.000000000E-03	1.100000000E-02	2.900000000E-02	7.700000000E-02

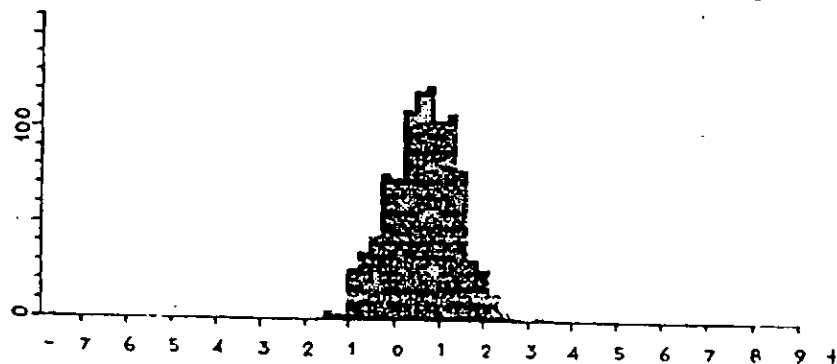
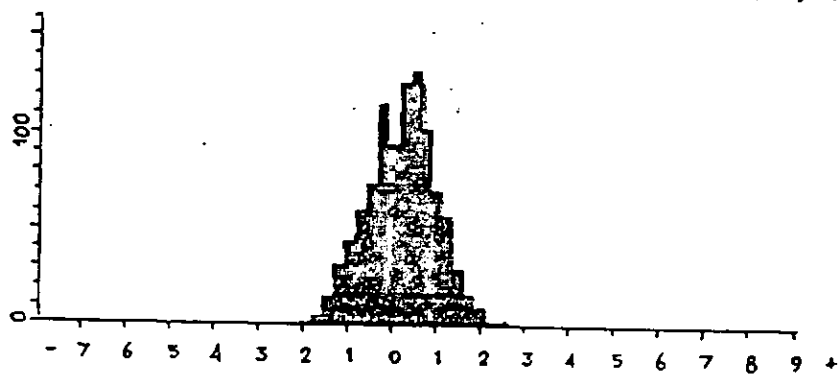
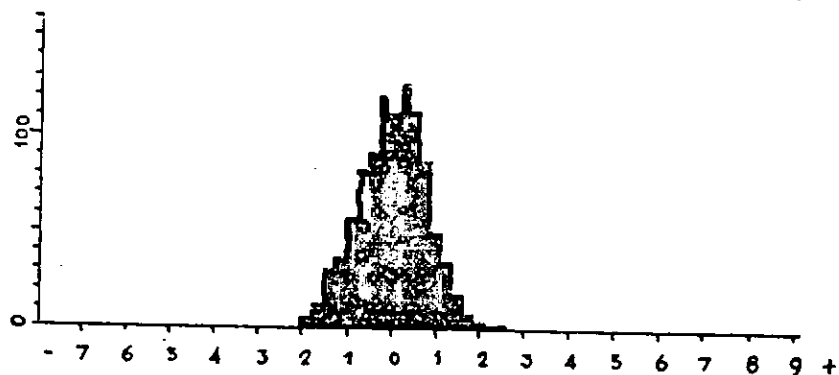
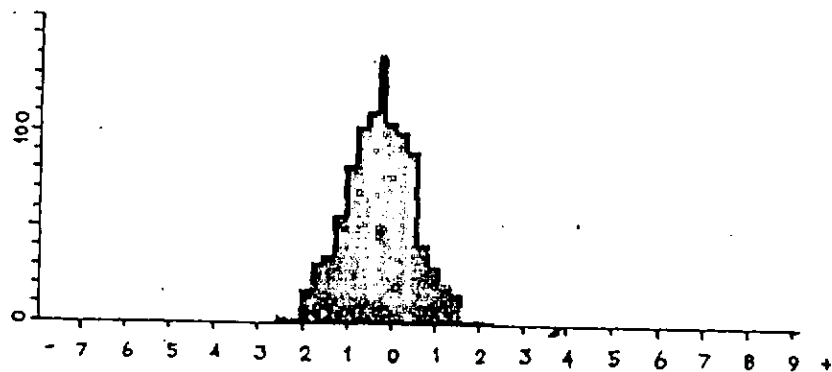


TABLE BAYESIAN(Normal)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	2.200000000E-02	3.500000000E-02	6.200000000E-02	1.610000000E-01
.01	2.000000000E-03	5.000000000E-03	7.000000000E-03	2.800000000E-02

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล
หังกู้ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน

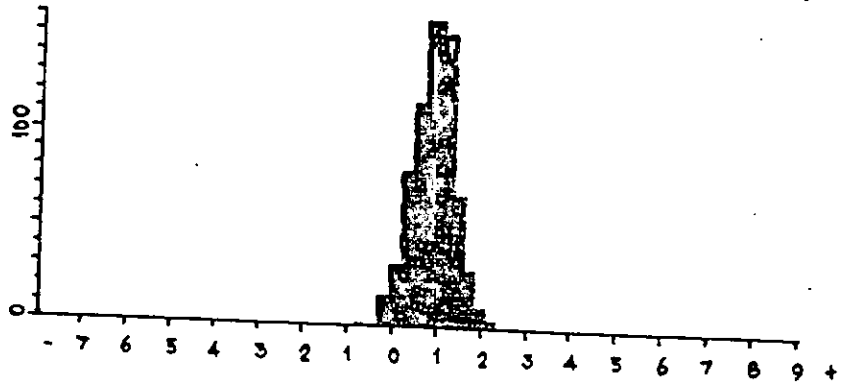
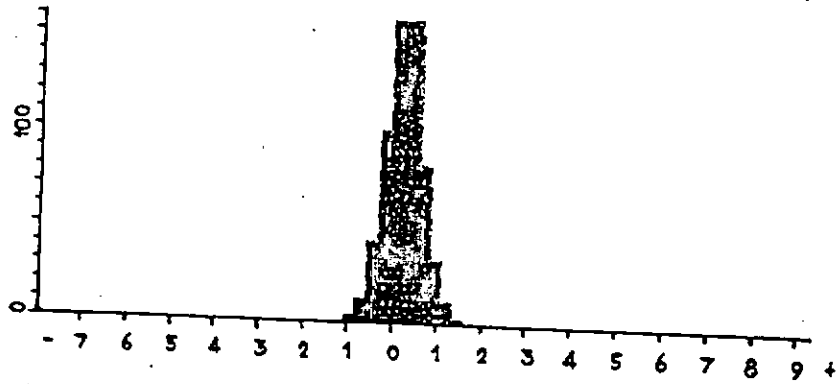
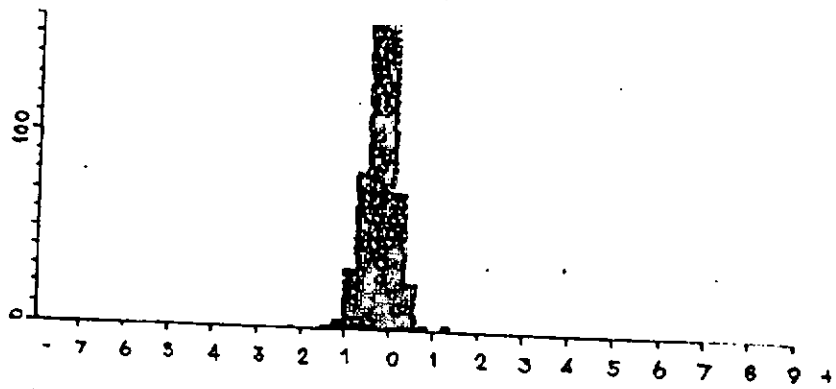


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	4.300000000E-02	4.800000000E-02	1.560000000E-01	7.890000000E-01
.01	4.300000000E-02	4.300000000E-02	4.400000000E-02	1.280000000E-01

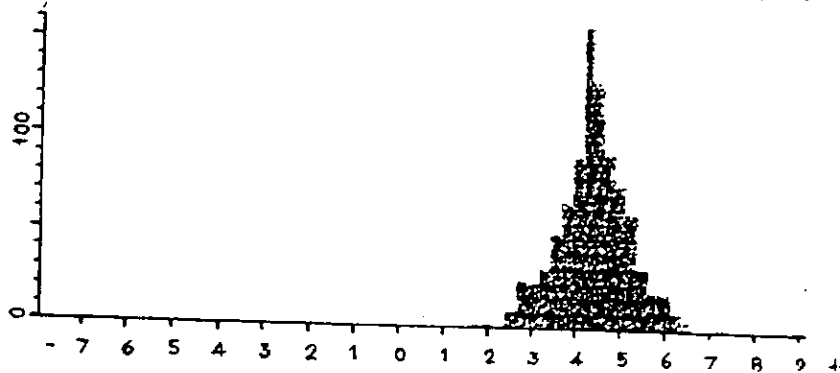
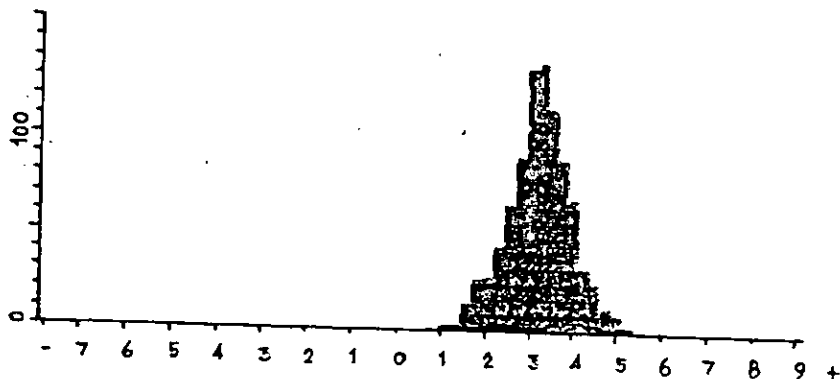
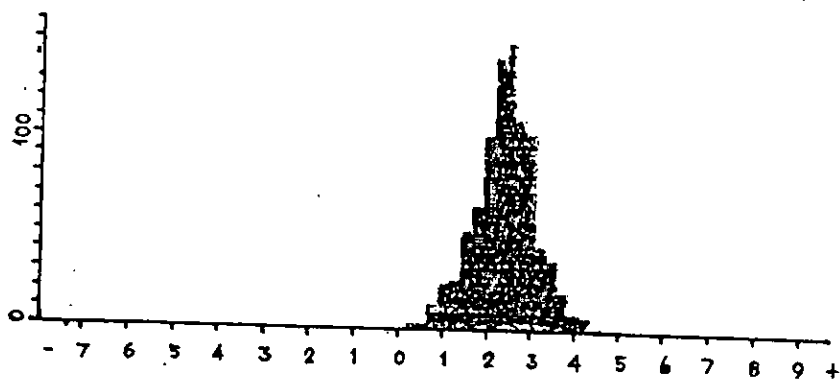
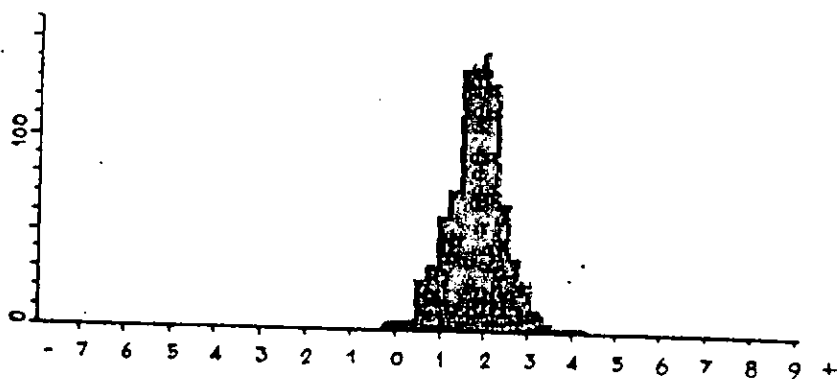


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	7.500000000E-01	8.900000000E-01	9.540000000E-01	9.610000000E-01
.01	1.580000000E-01	4.400000000E-01	8.030000000E-01	9.510000000E-01

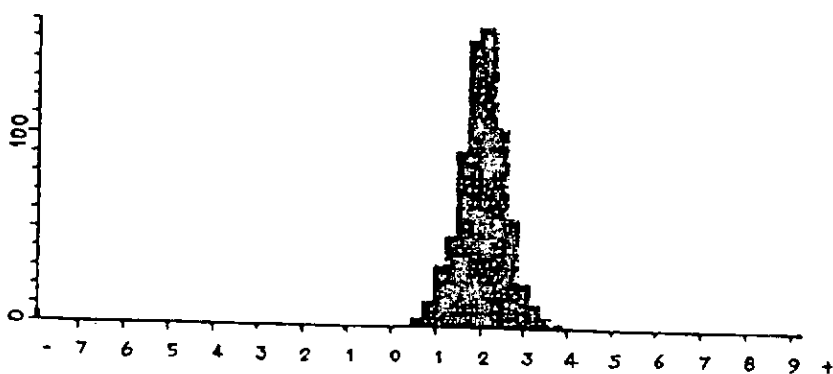
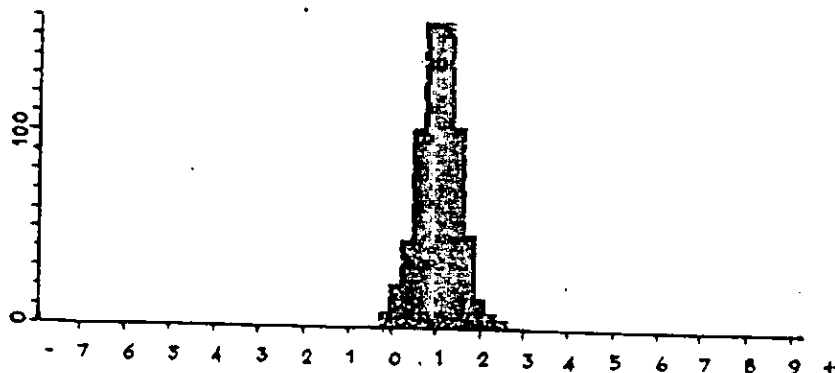
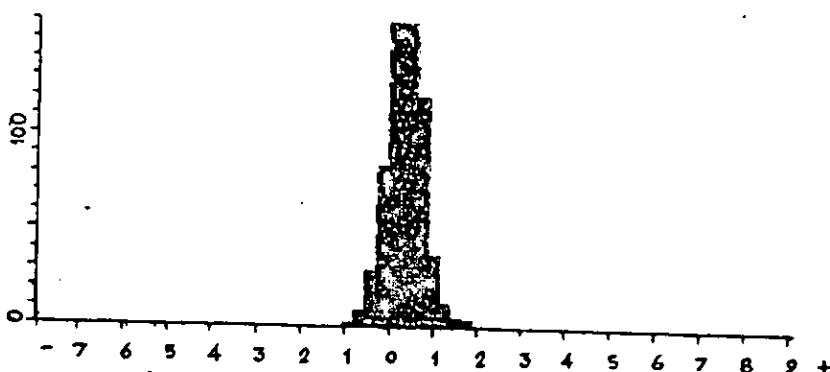
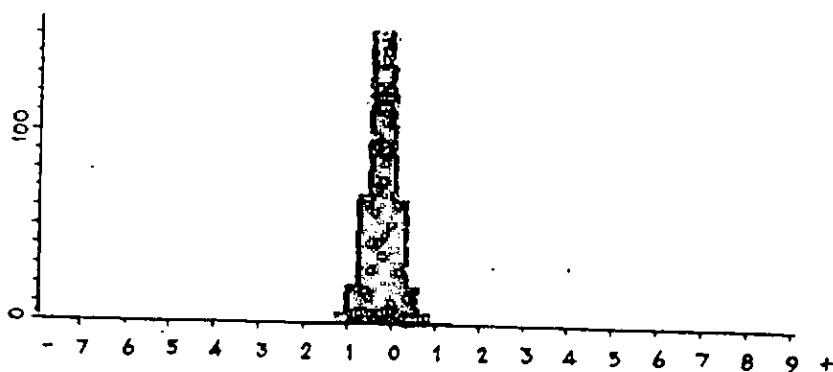


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 3.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	4.300000000E-02	5.300000000E-02	2.260000000E-01	8.560000000E-01
.01	4.300000000E-02	4.300000000E-02	4.700000000E-02	1.910000000E-01

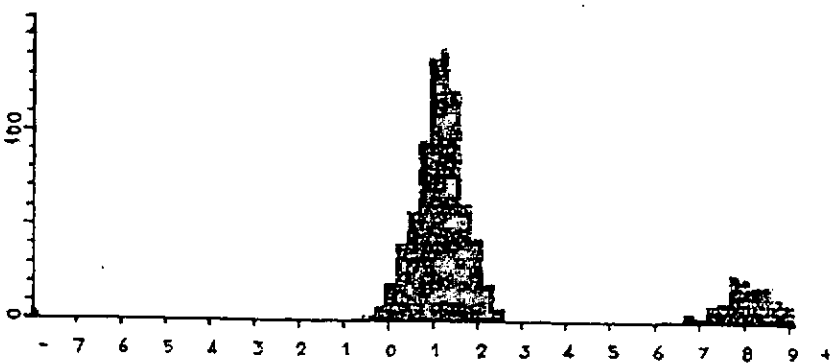
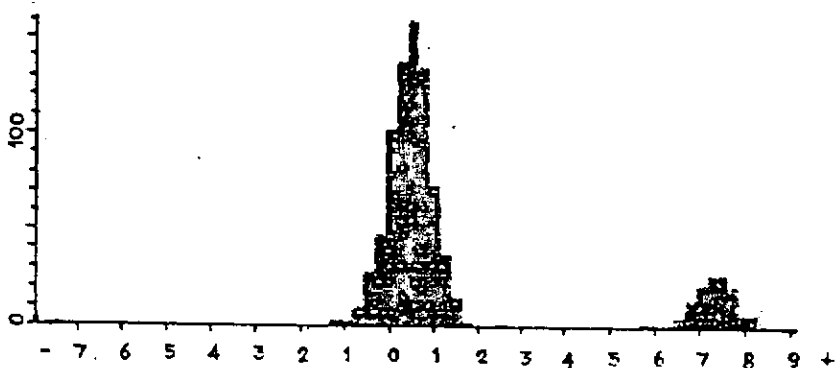
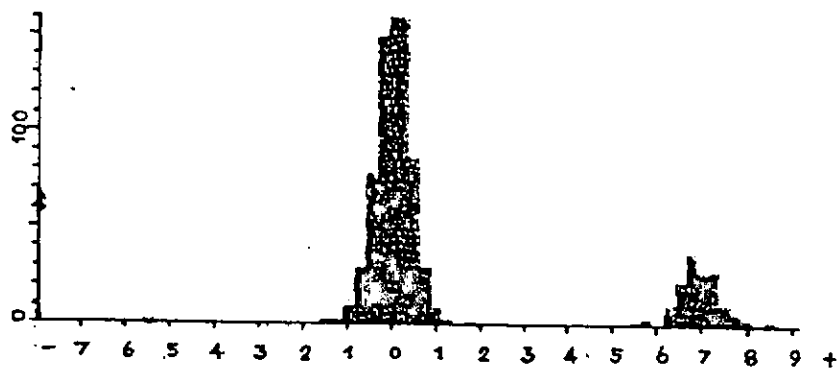
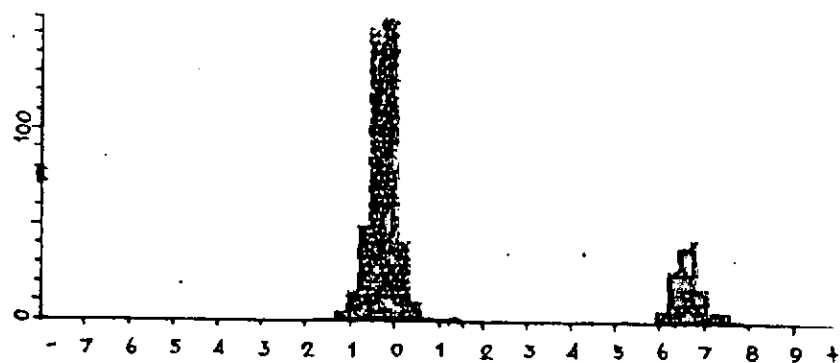


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 3.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.920000000E-01	1.930000000E-01	2.100000000E-01	4.460000000E-01
.01	1.920000000E-01	1.920000000E-01	1.930000000E-01	1.950000000E-01

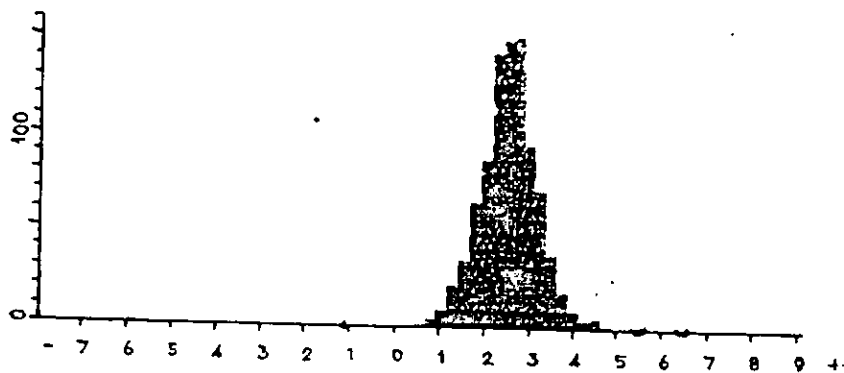
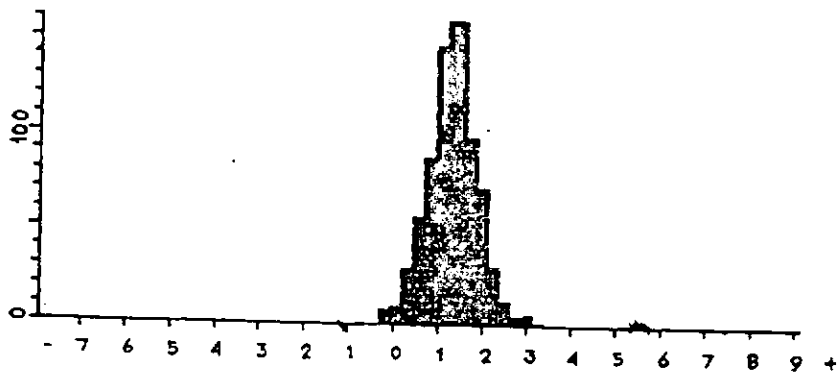
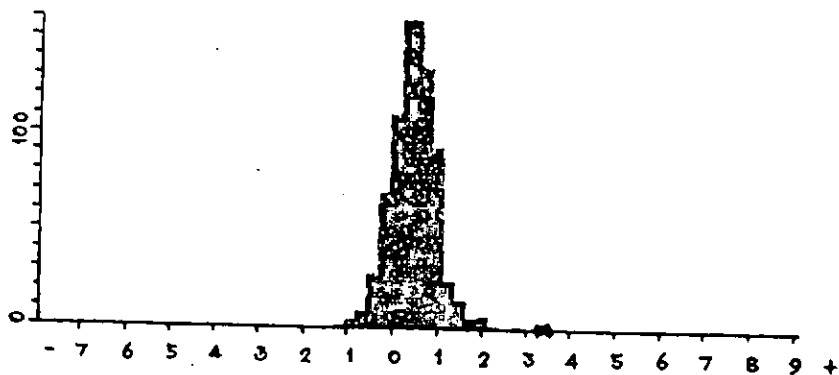
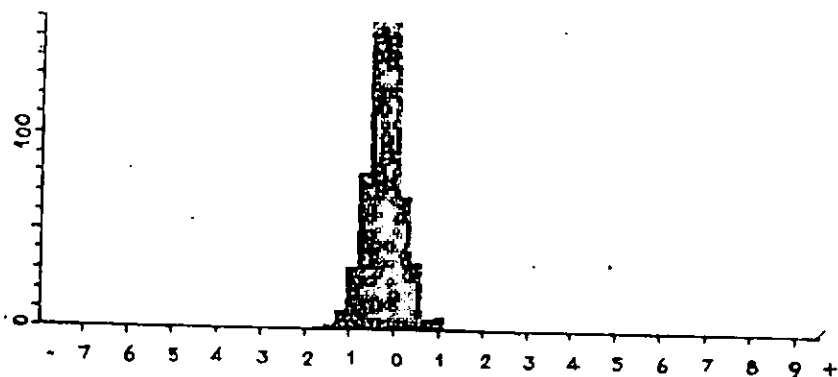


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u =		
		.75d	1.00d	1.50d
.05	4.400000000E-02	6.900000000E-02	4.340000000E-01	9.250000000E-01
.01	4.300000000E-02	4.400000000E-02	6.200000000E-02	5.030000000E-01

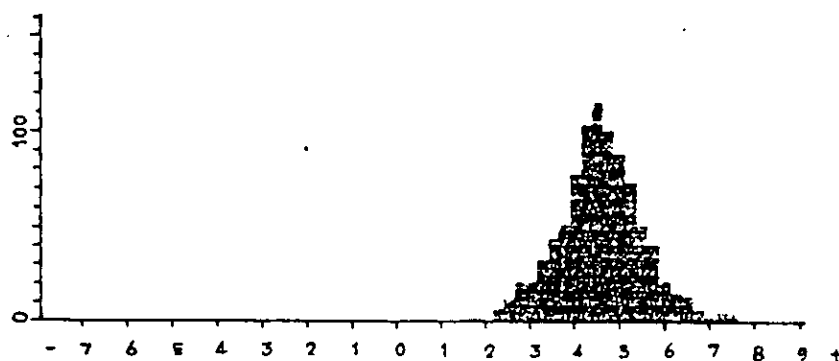
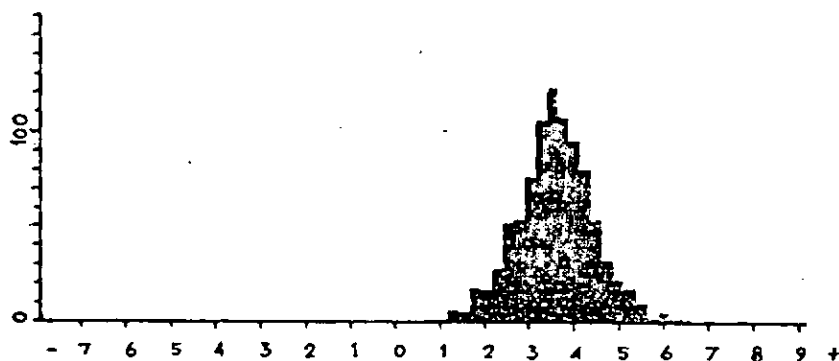
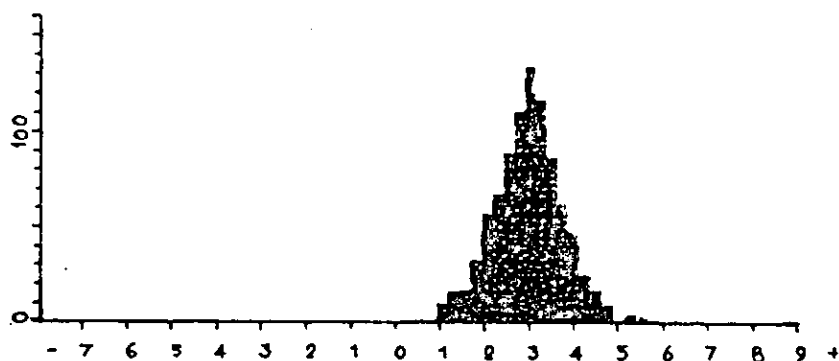
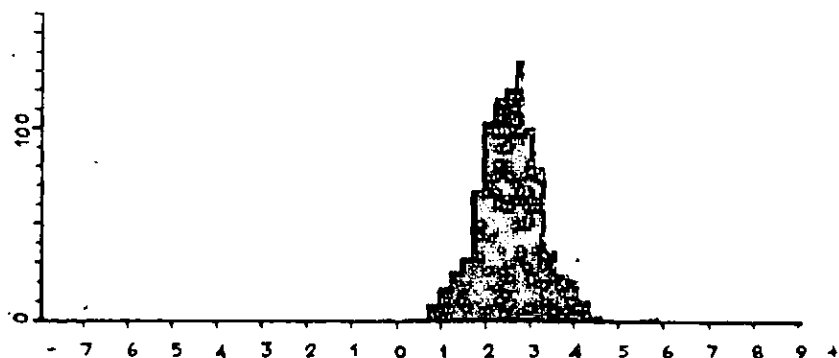


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$v = .75d$	$v = 1.00d$	$v = 1.50d$
.05	9.050000000E-01	9.320000000E-01	9.530000000E-01	9.610000000E-01
.01	5.230000000E-01	7.120000000E-01	8.480000000E-01	9.430000000E-01

**การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบสม่ำเสมอทั้งคู่
ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียน**

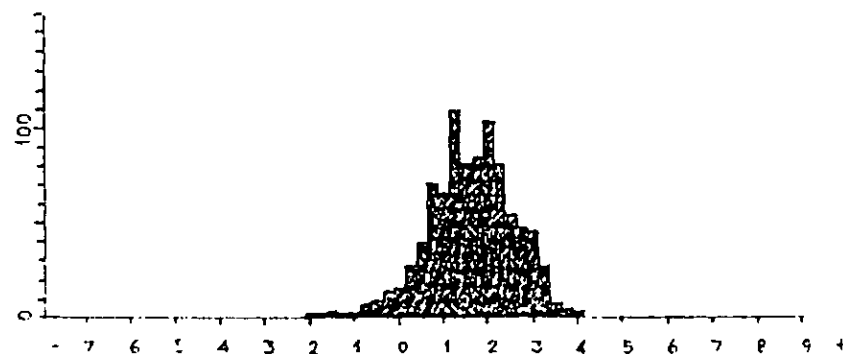
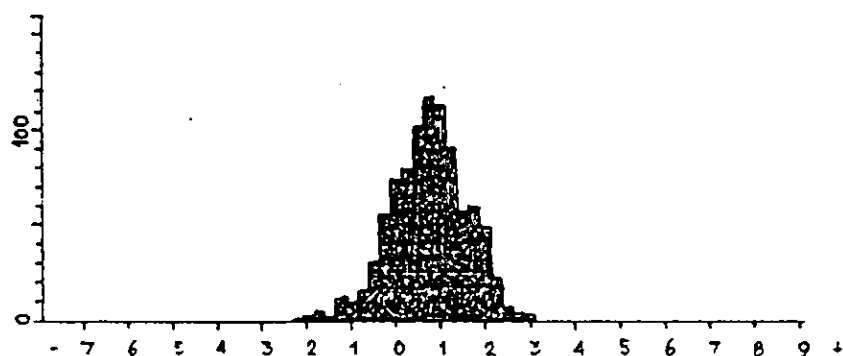
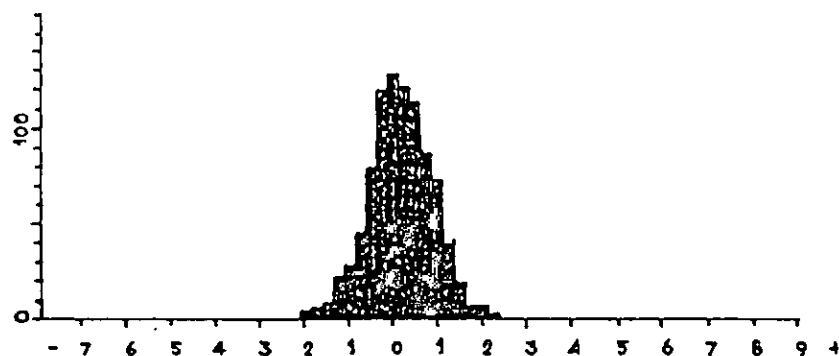
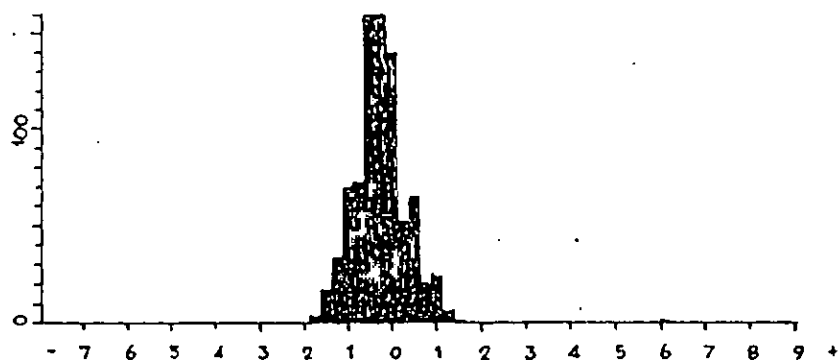


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 3.000000000E+00 : n2 = 8

SLR	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	6.200000000E-02	1.030000000E-01	2.780000000E-01	6.350000000E-01
.5	5.300000000E-01	5.300000000E-02	2.310000000E-01	5.860000000E-01

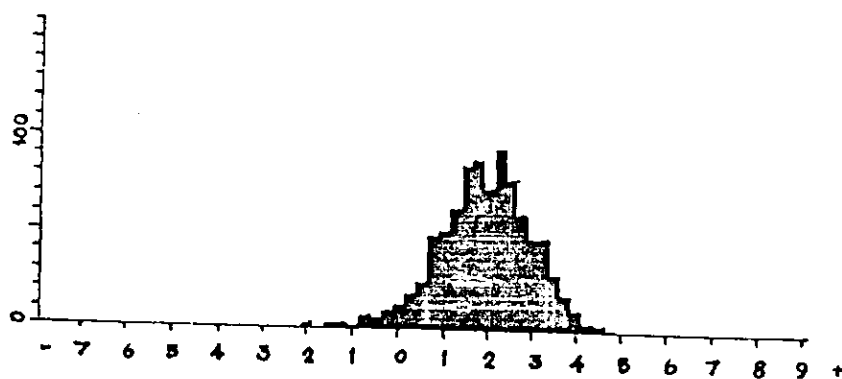
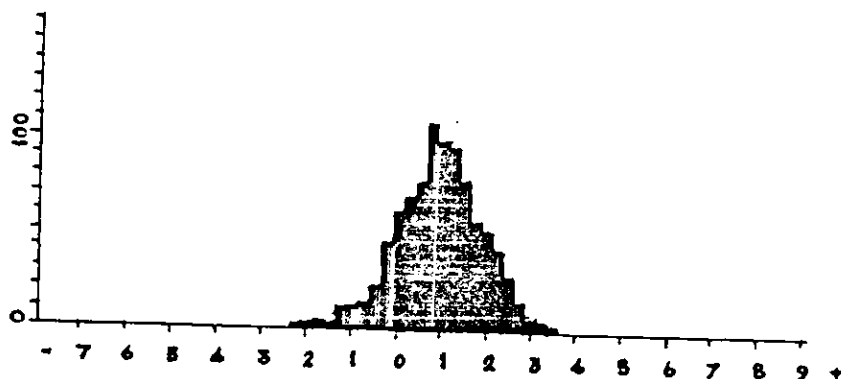
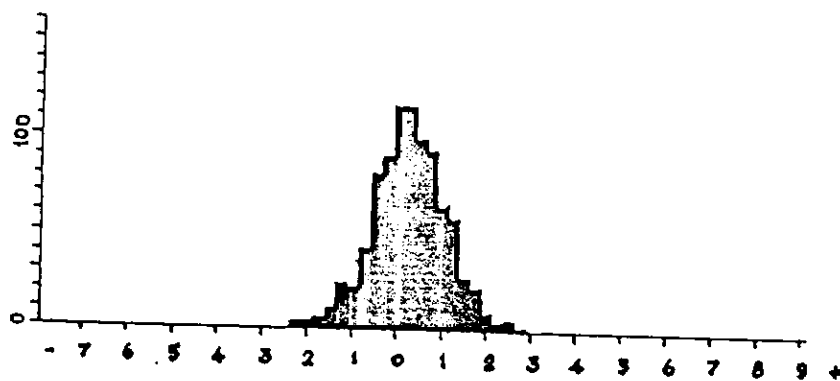
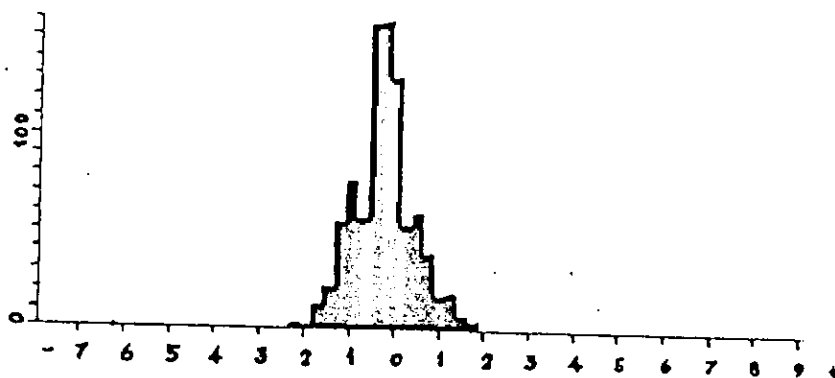


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8
 Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	8.100000000E-02	1.440000000E-01	3.610000000E-01	7.200000000E-01
	1.000000000E-01	1.150000000E-01	1.000000000E-01	6.780000000E-01

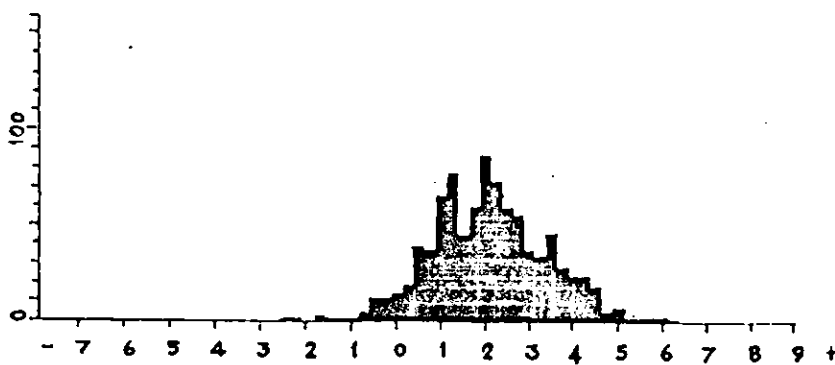
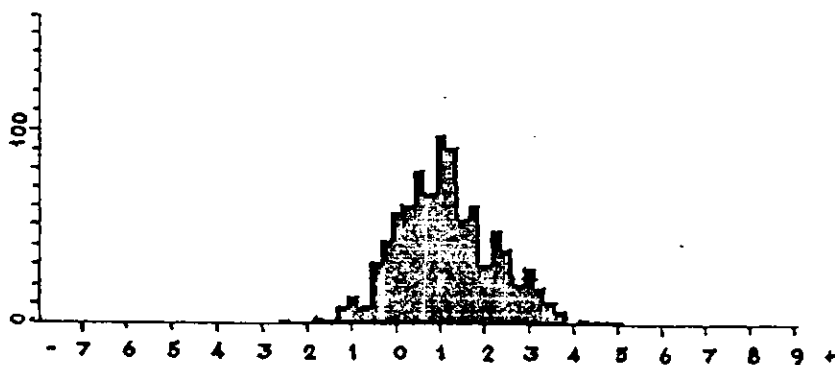
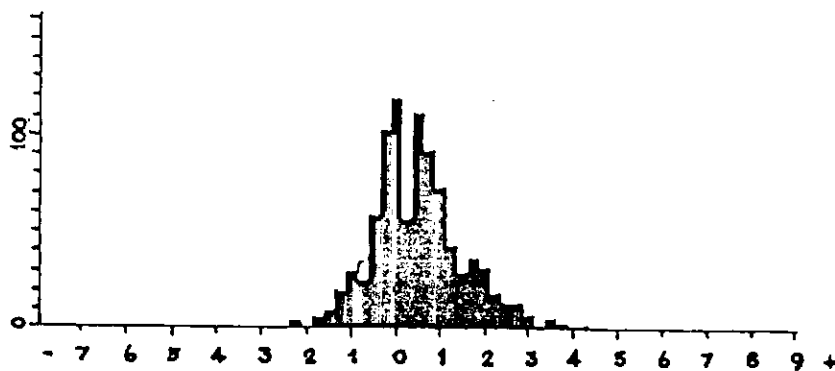
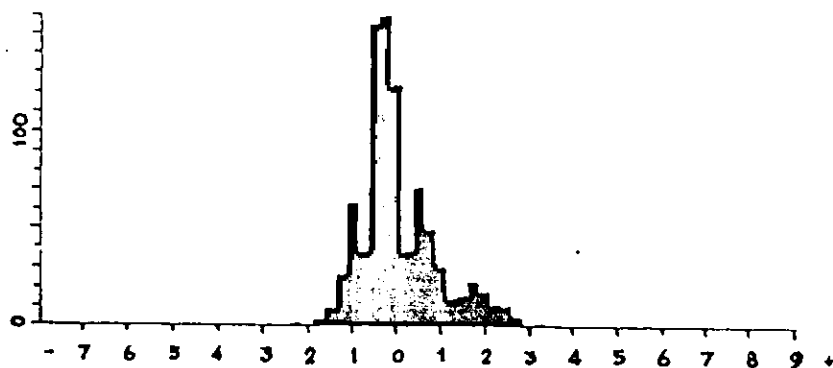


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 3.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig.	Probability of Type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.350000000E-01	2.340000000E-01	4.250000000E-01	6.960000000E-01
.01	1.270000000E-01	2.030000000E-01	3.650000000E-01	6.580000000E-01

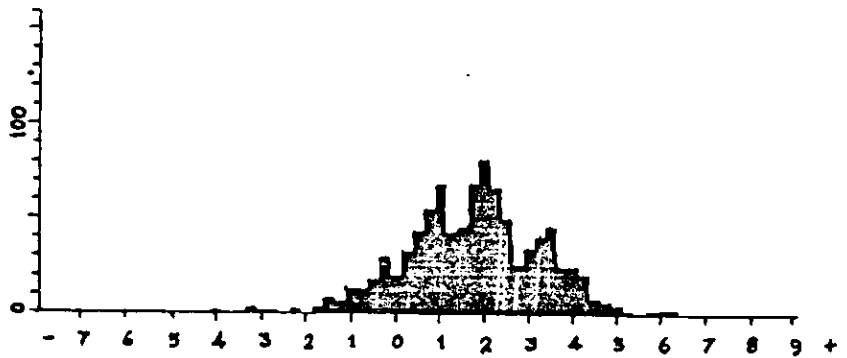
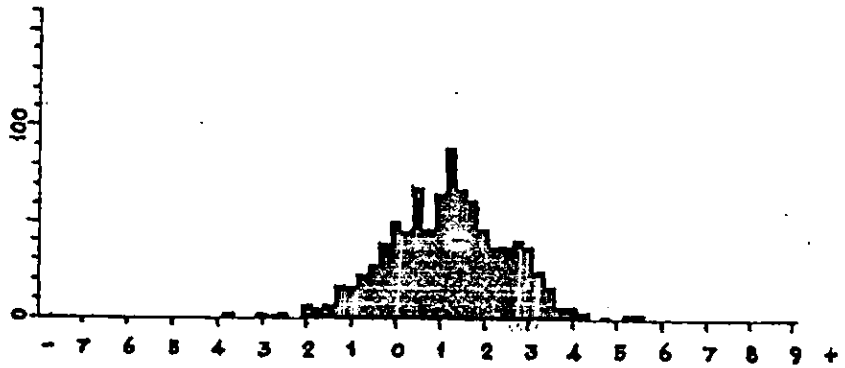
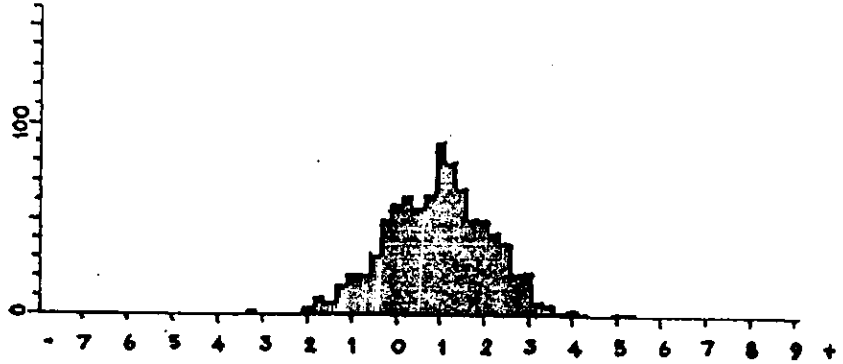
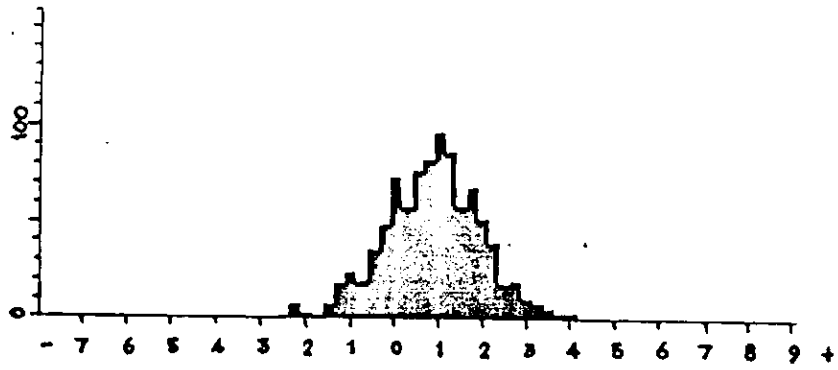


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 3.000000000E+00 : n1 = 8.

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	3.640000000E-01	3.990000000E-01	4.830000000E-01	6.130000000E-01
.01	3.020000000E-01	3.310000000E-01	4.210000000E-01	5.460000000E-01

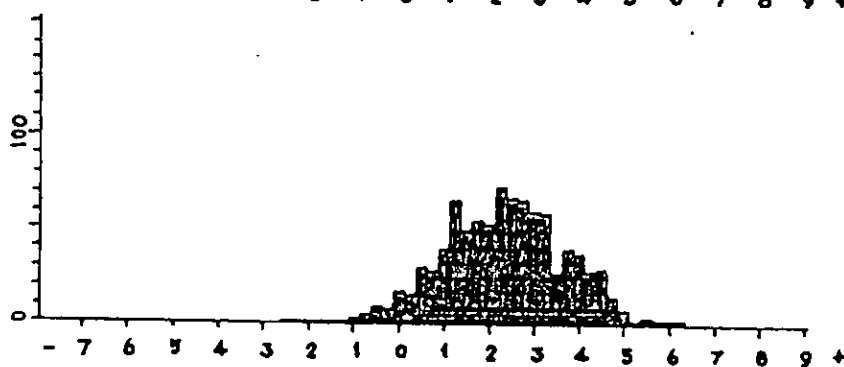
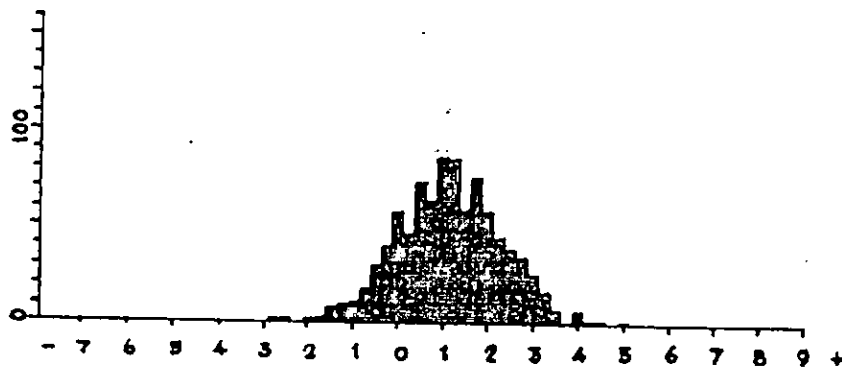
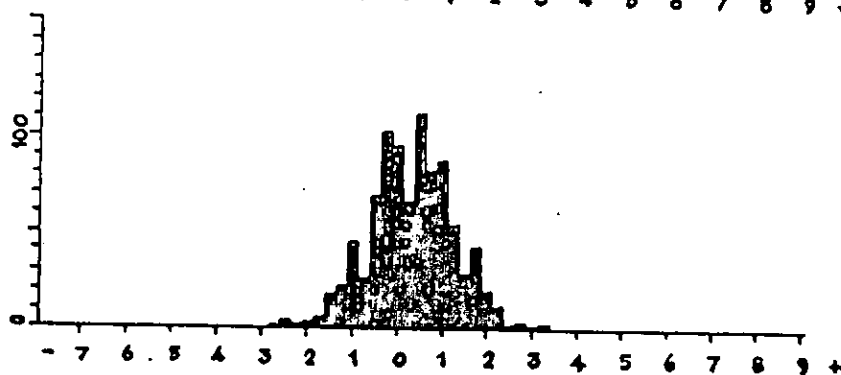
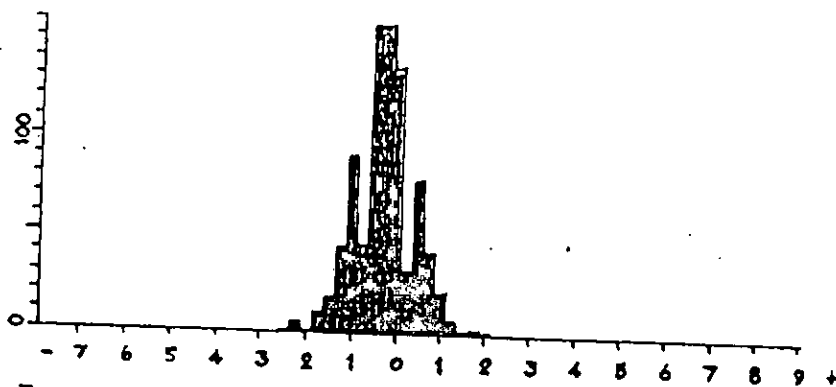


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	6.200000000E-02	1.940000000E-01	4.560000000E-01	7.710000000E-01
.01	6.000000000E-02	1.550000000E-01	4.000000000E-01	7.140000000E-01

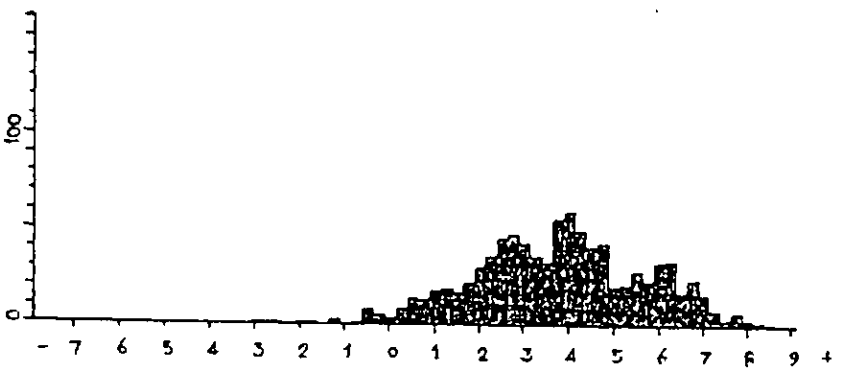
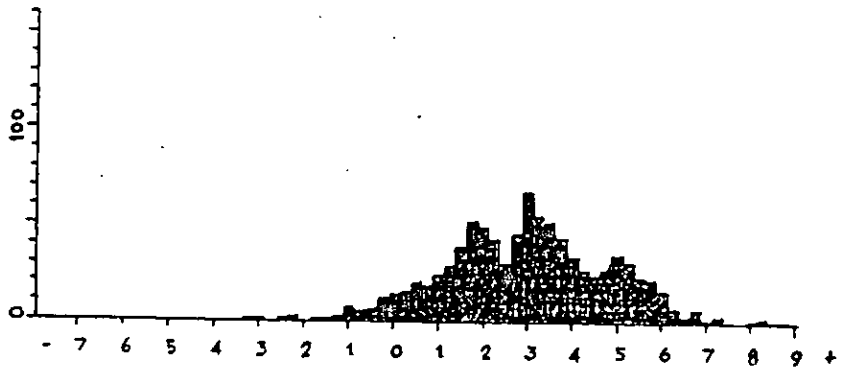
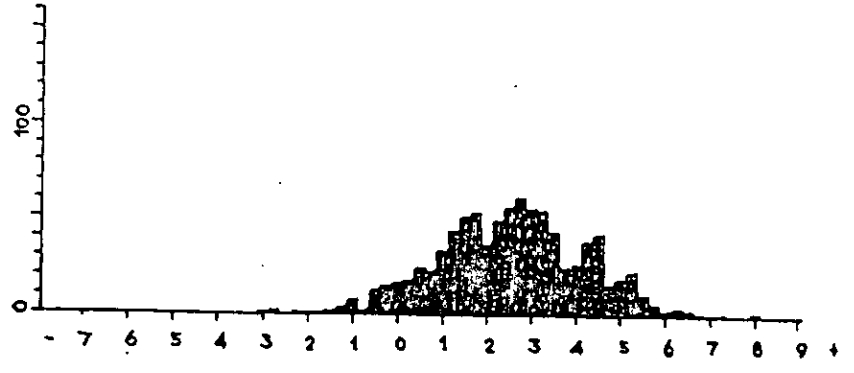
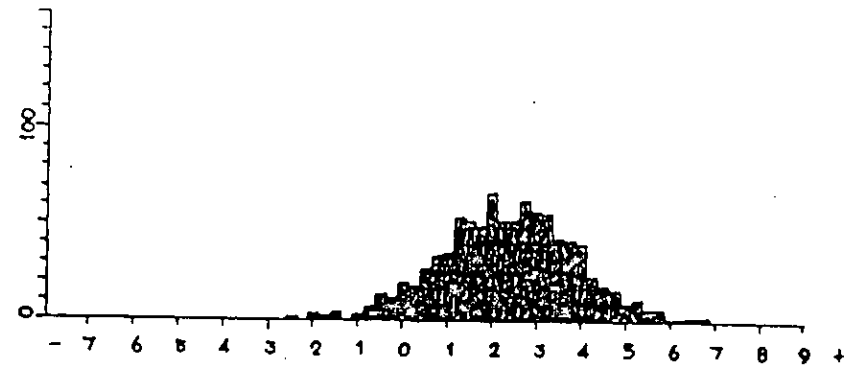


TABLE BAYESIAN (Uniform & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8
Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	7.440000000E-01	7.630000000E-01	8.100000000E-01	8.700000000E-01
.01	7.080000000E-01	7.310000000E-01	7.830000000E-01	8.570000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและ
แบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล ที่ทดสอบโดย
ใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้การ
กระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ

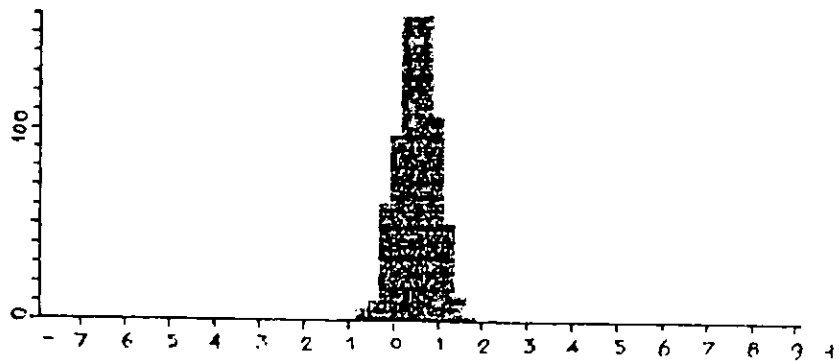
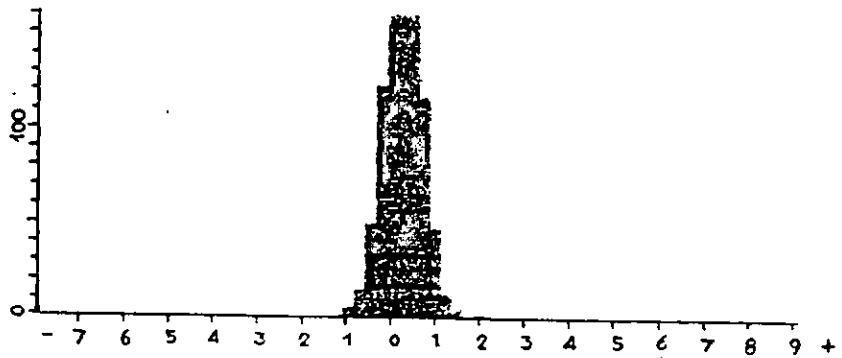
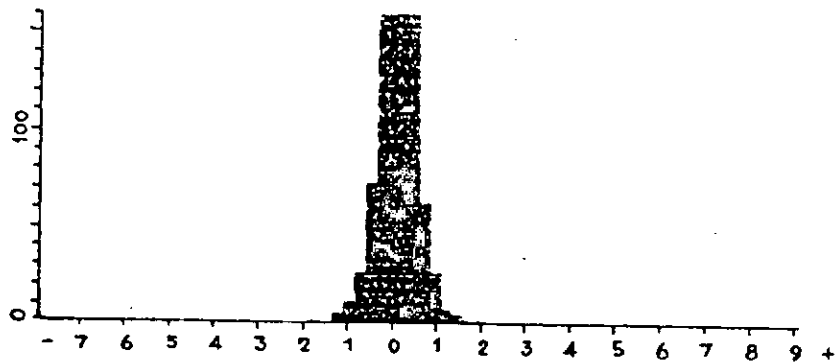
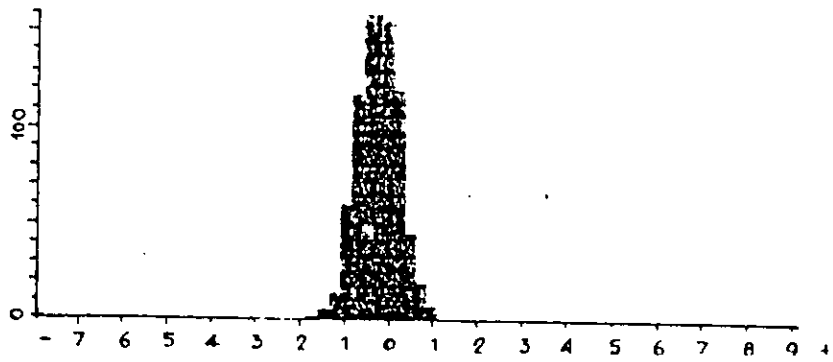


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 1.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	0.000000000E+00	6.000000000E-03	7.000000000E-03	1.900000000E-02
.01	0.000000000E+00	0.000000000E+00	0.000000000E+00	2.000000000E-03

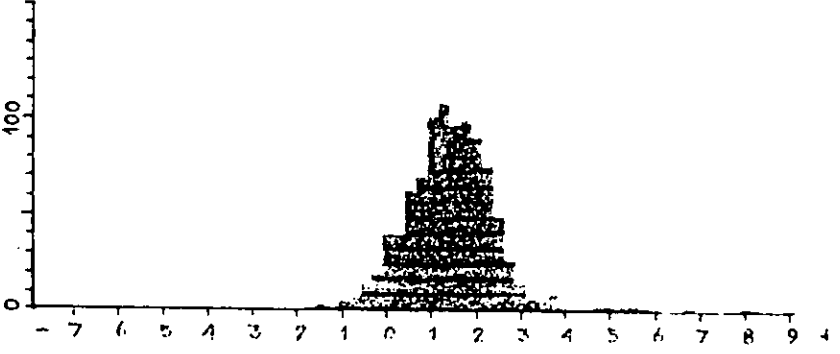
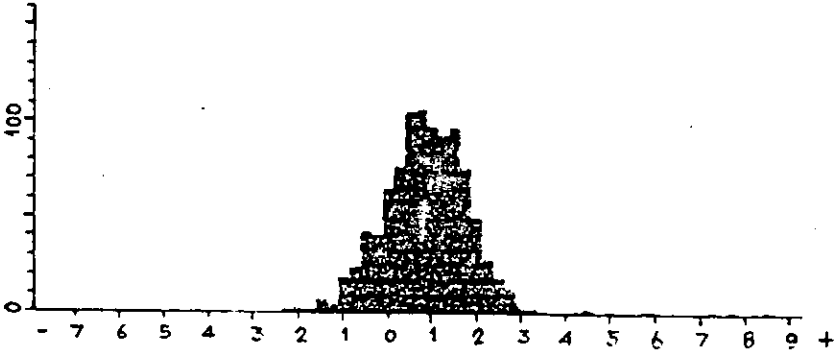
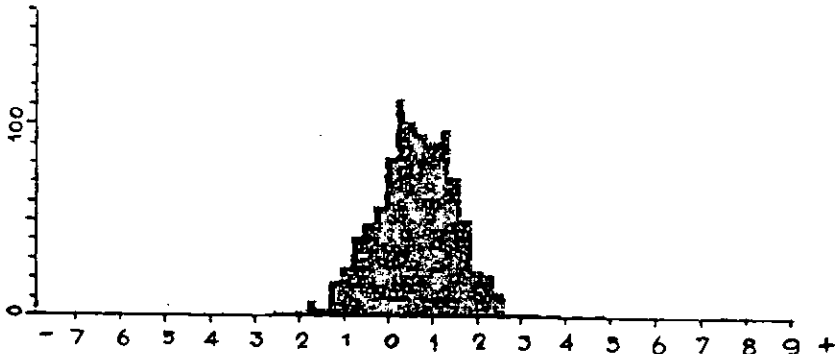
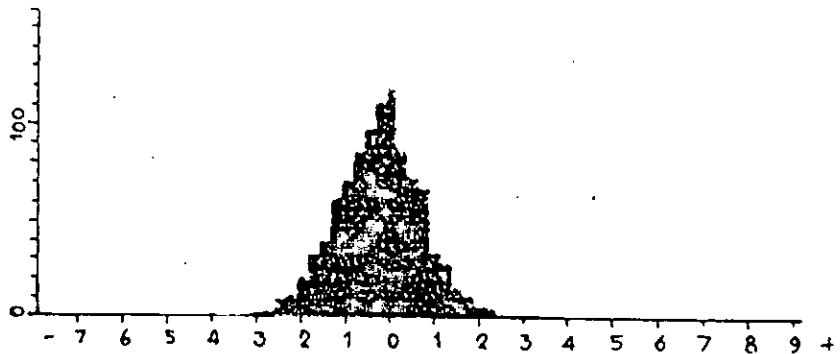


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8
 Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 5.000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	4.000000000E-02	1.970000000E-01	3.010000000E-01	5.140000000E-01
.01	1.000000000E-02	5.500000000E-02	8.900000000E-02	2.500000000E-01

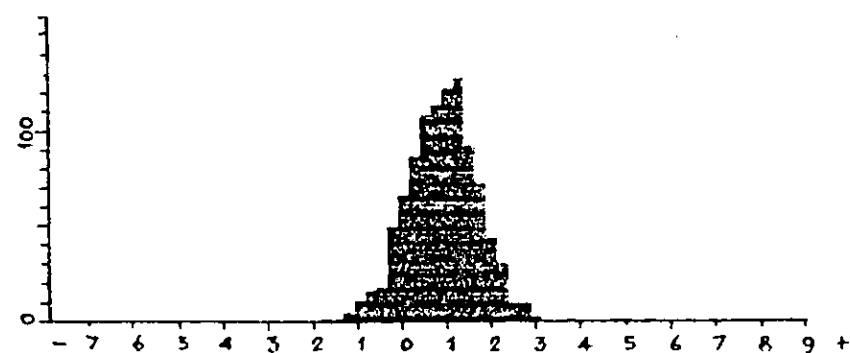
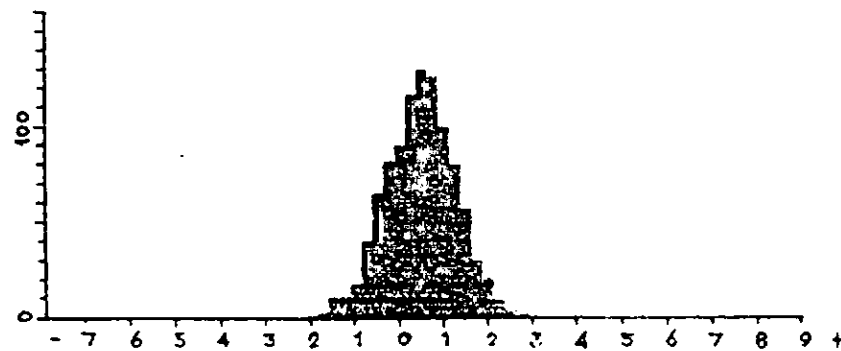
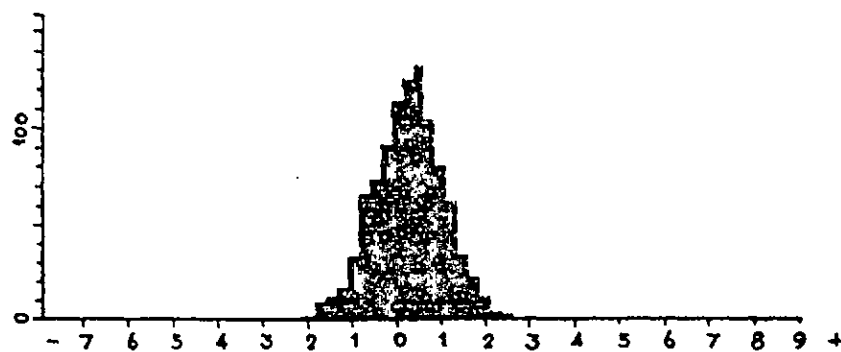
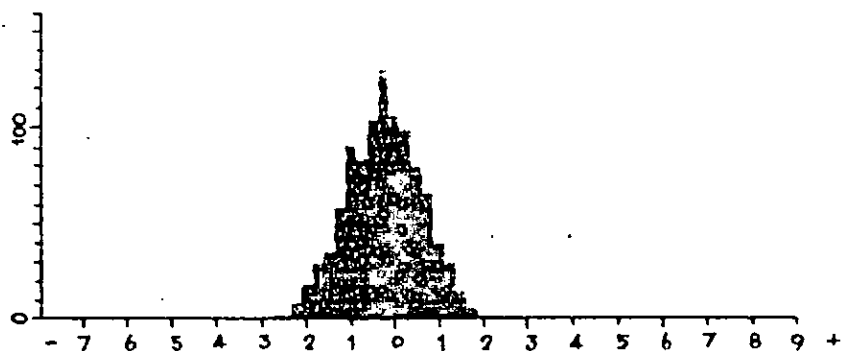


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	2.000000000E-02	7.400000000E-02	1.240000000E-01	2.630000000E-01
.01	1.000000000E-03	1.100000000E-02	2.100000000E-02	6.700000000E-02

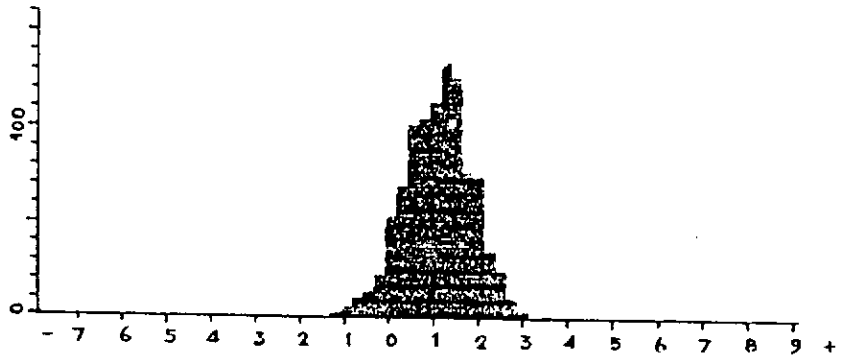
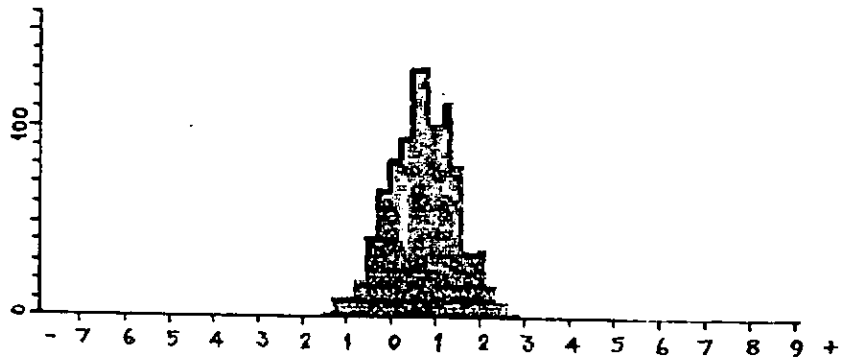
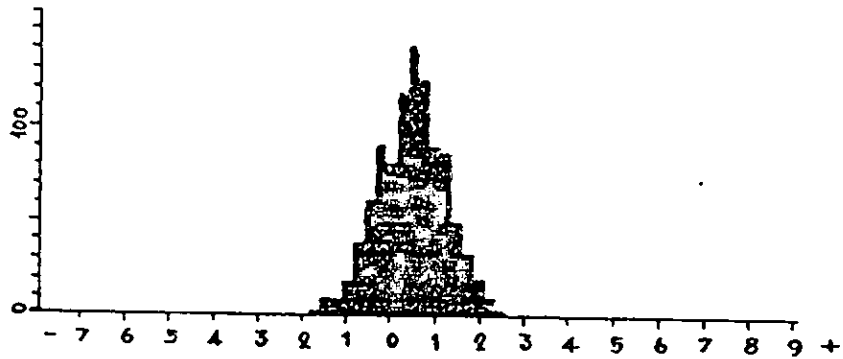
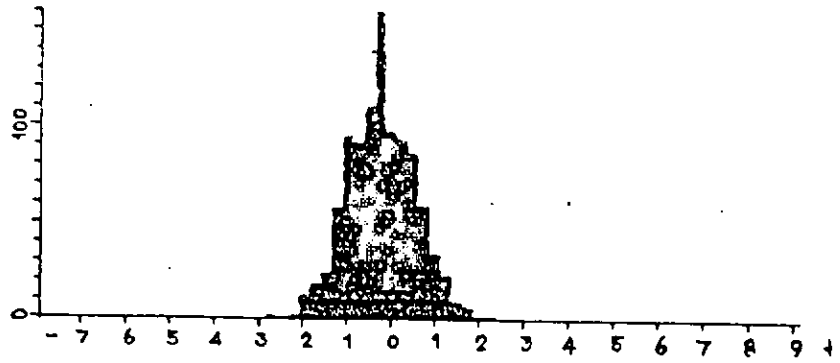


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.5d$
.05	2.000000000E-02	1.180000000E-01	1.790000000E-01	3.560000000E-01
.01	2.000000000E-03	1.800000000E-02	3.800000000E-02	9.100000000E-02

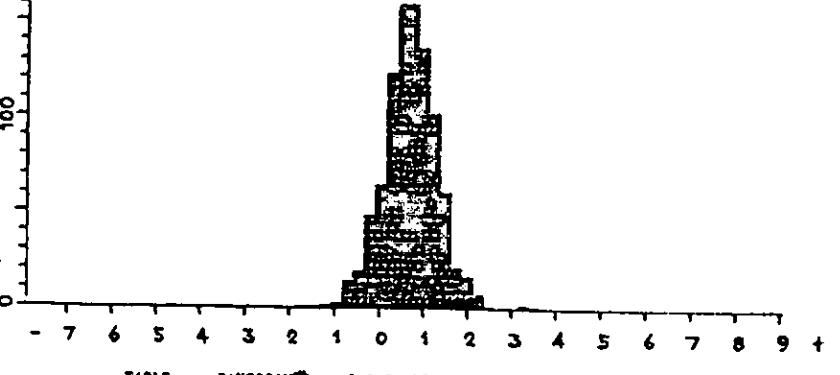
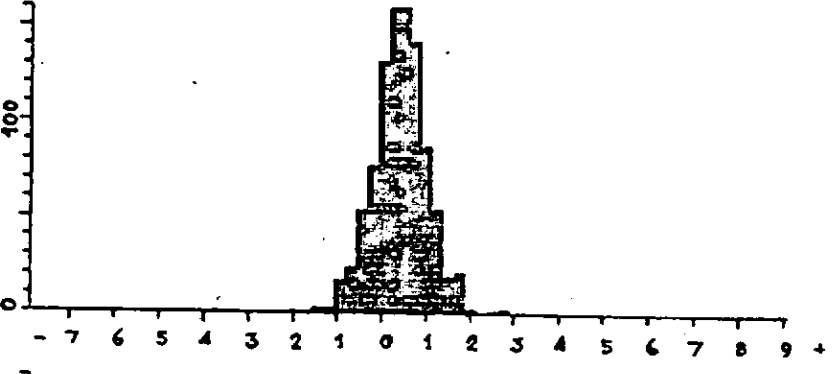
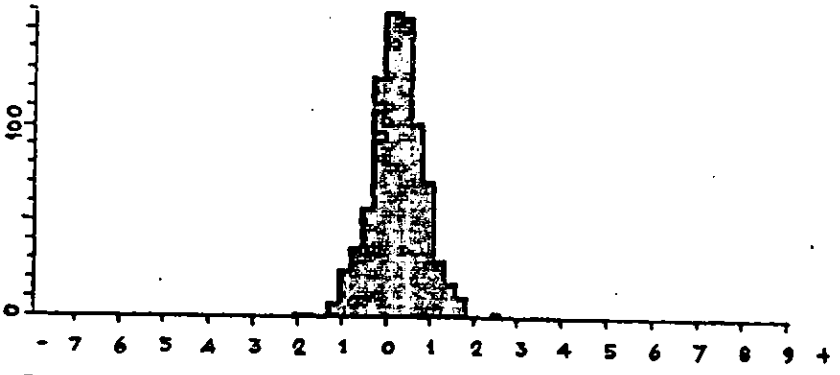
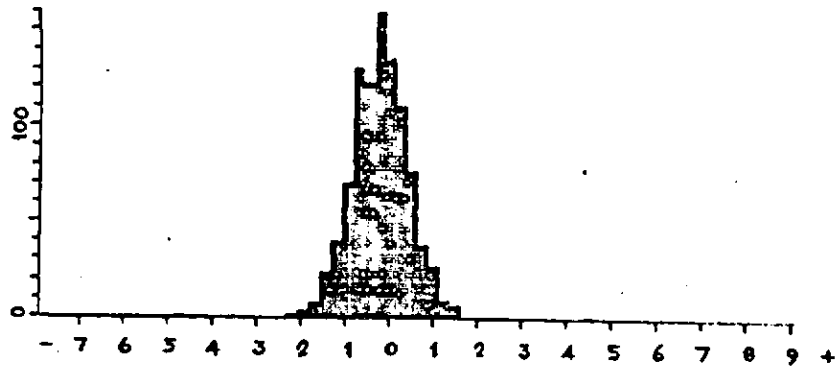


TABLE BAYESIAN (Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.0000000000E+00; Variance1 = 1.0000000000E+00; n1 = 14
Mean2 = 0.0000000000E+00; Variance2 = 5.0000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$\mu = .75d$	$\mu = 1.00d$	$\mu = 1.5d$
.05	8.0000000000E-03	3.0000000000E-02	4.5000000000E-02	1.0700000000E-01
.01	1.0000000000E-03	3.0000000000E-03	3.0000000000E-03	1.5000000000E-02

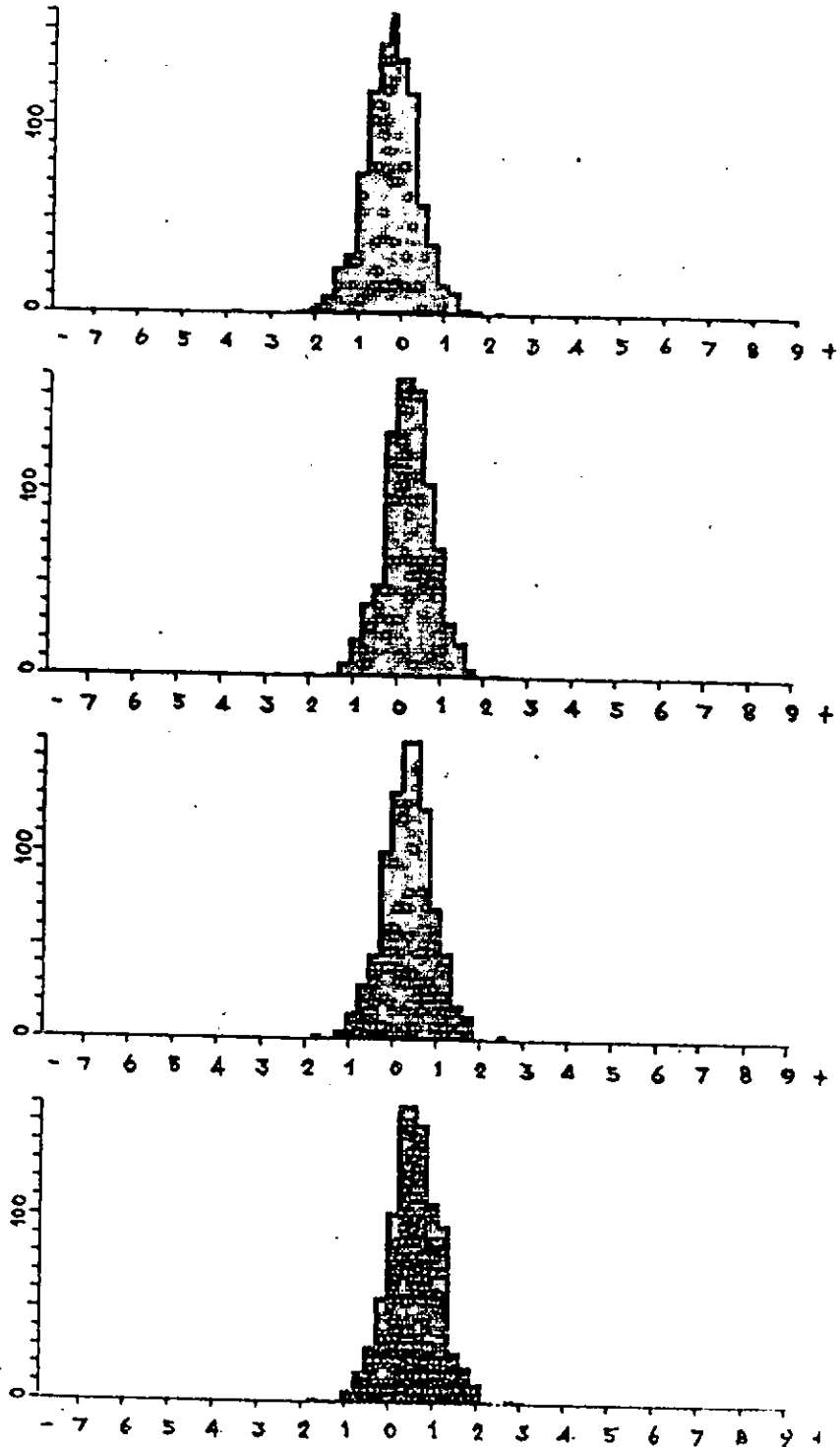


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)				
Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 1.000000000E+00; n1 = 20				
Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 5.000000000E+00; n2 = 8				
Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	6.000000000E-03	2.700000000E-02	3.500000000E-02	5.900000000E-02
.01	1.000000000E-03	3.000000000E-03	3.000000000E-03	4.000000000E-03

**การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์
โพเนนเชียลที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้
การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล**

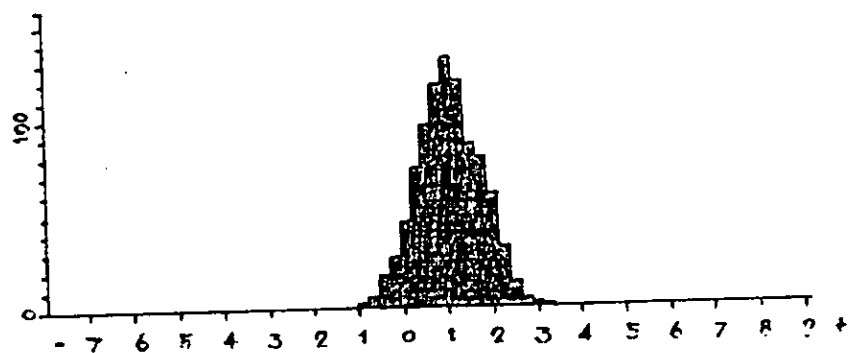
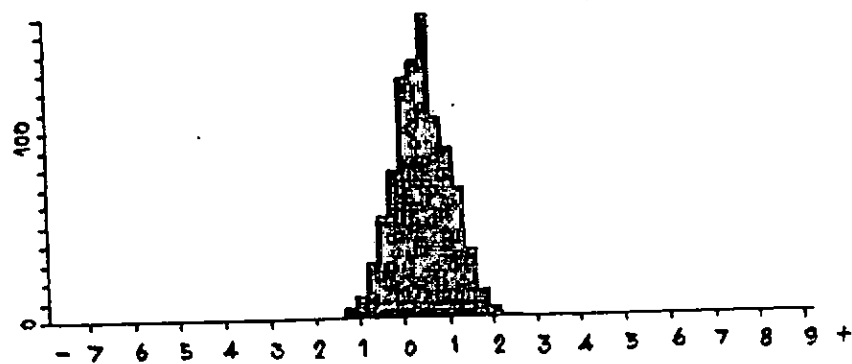
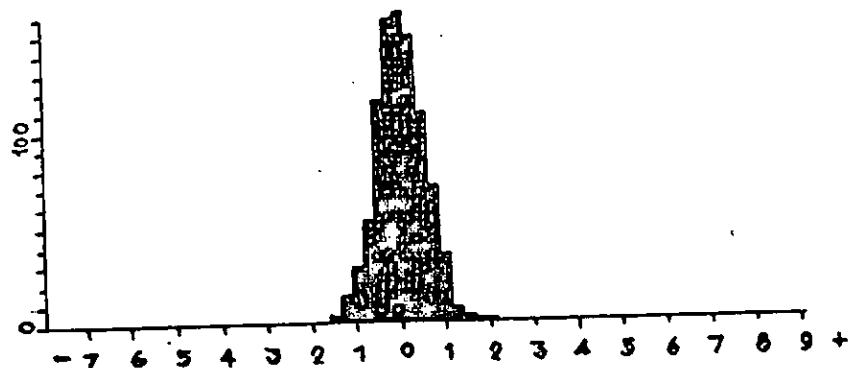
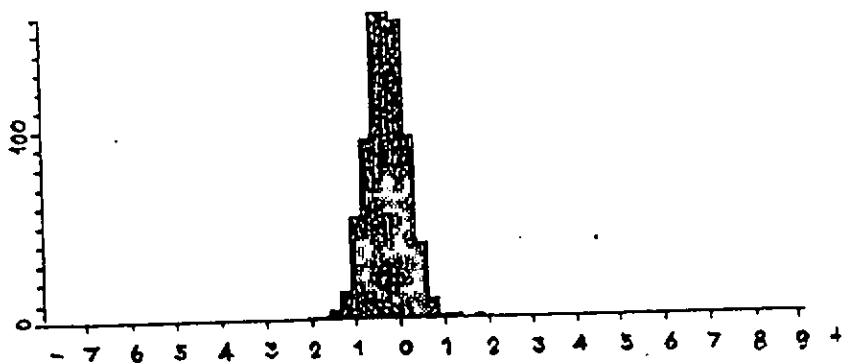


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	4.700000000E-02	5.000000000E-02	1.020000000E-01	3.180000000E-01
.01	4.600000000E-02	4.600000000E-02	4.600000000E-02	5.600000000E-02

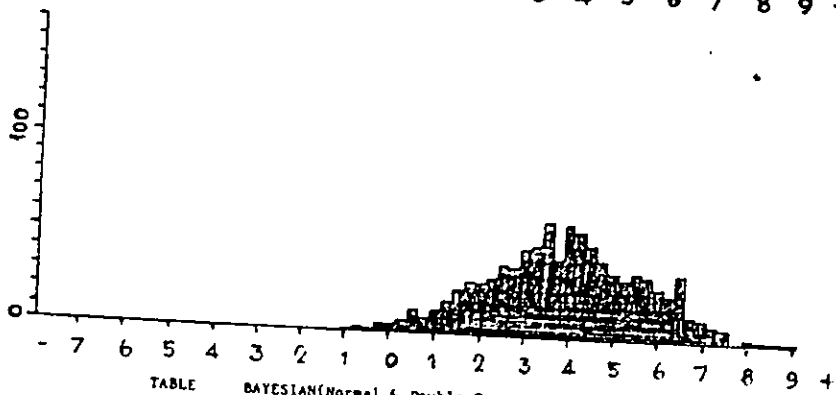
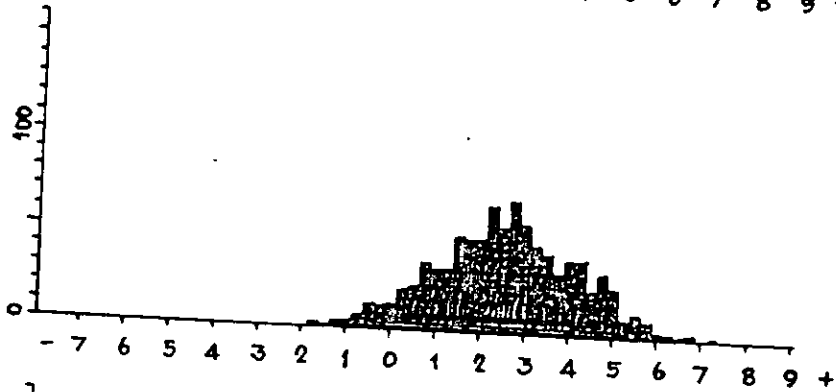
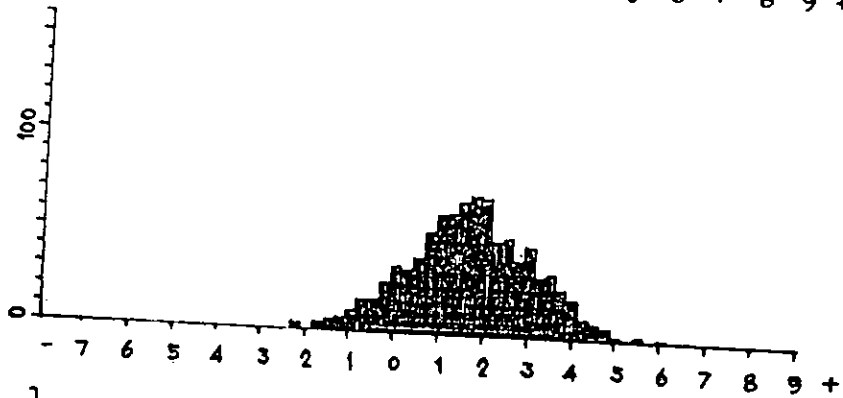
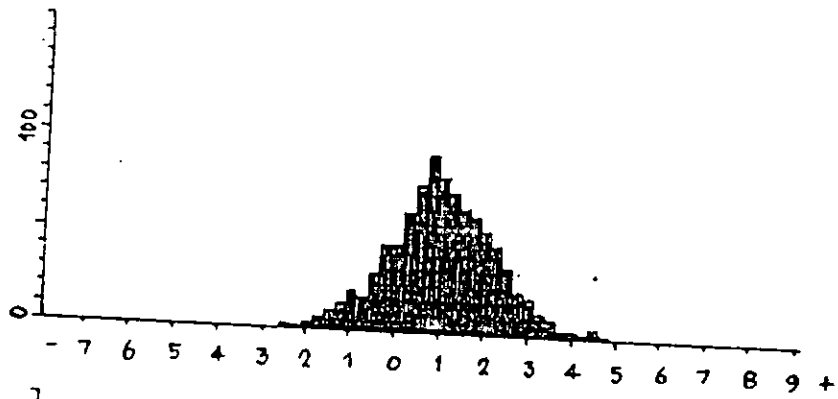


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	3.790000000E-01	5.820000000E-01	7.580000000E-01	8.920000000E-01
.01	1.320000000E-01	2.810000000E-01	5.160000000E-01	7.630000000E-01

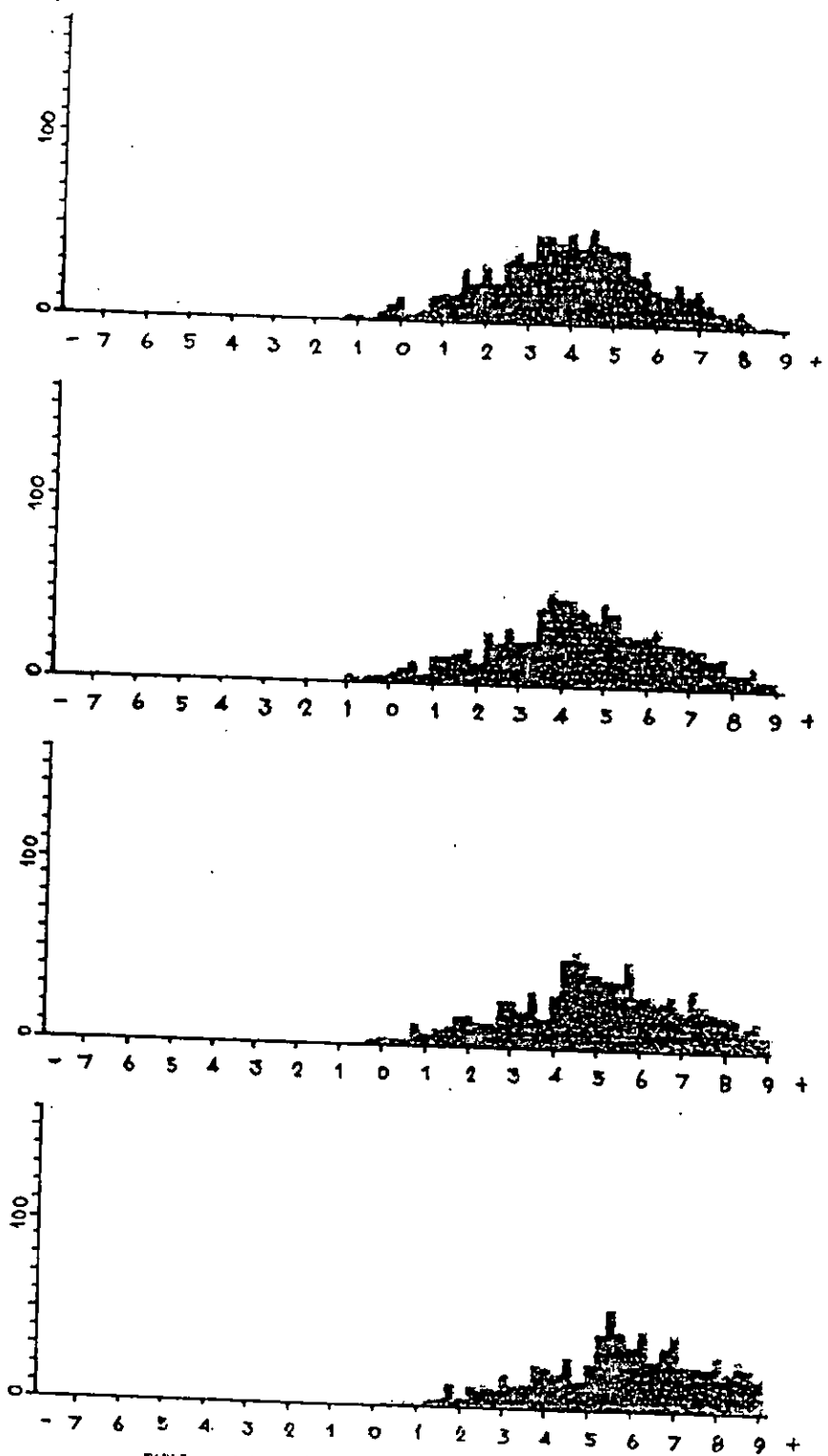


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)
Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8
Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig α	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	8.700000000E-01	8.860000000E-01	9.140000000E-01	9.440000000E-01
.01	7.410000000E-01	7.910000000E-01	8.460000000E-01	9.030000000E-01

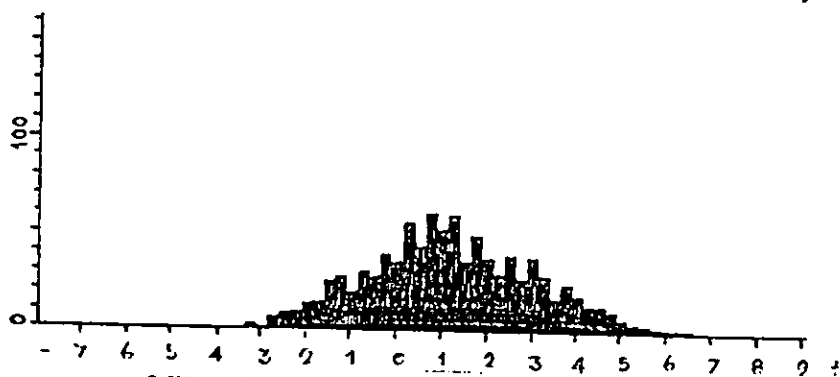
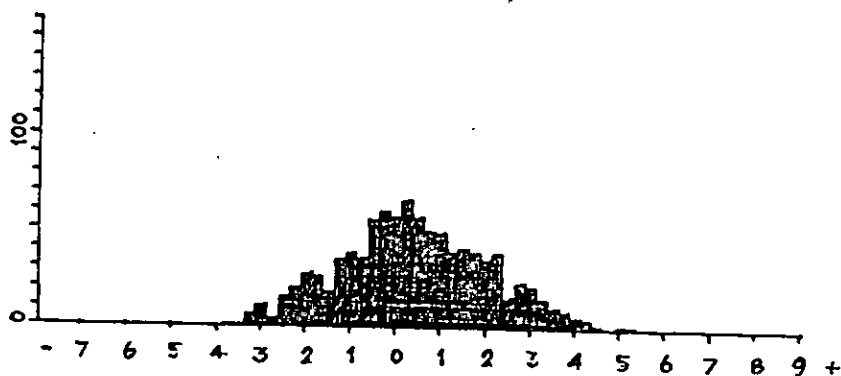
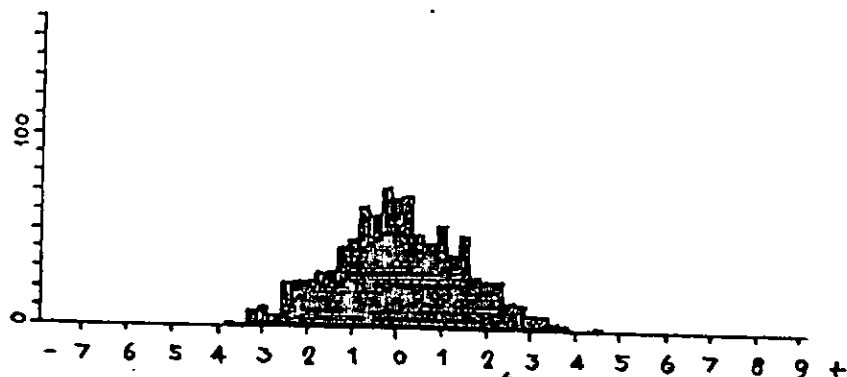
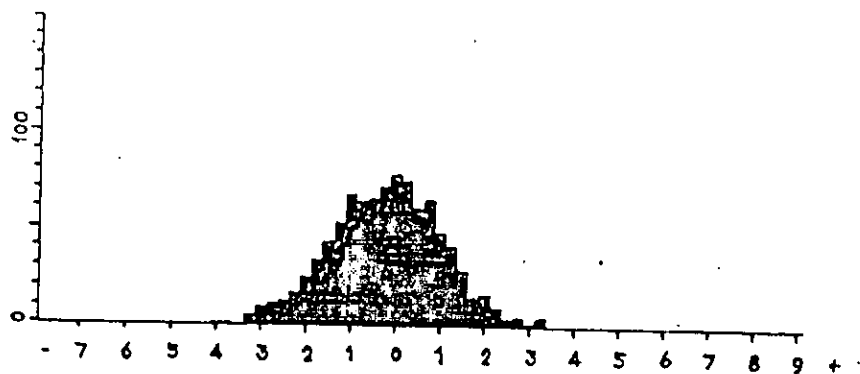


TABLE BAYESTAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

SIGA	Probability of type 1 error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.210000000E-01	2.090000000E-01	2.950000000E-01	4.330000000E-01
.01	5.600000000E-02	8.200000000E-02	1.400000000E-01	2.620000000E-01

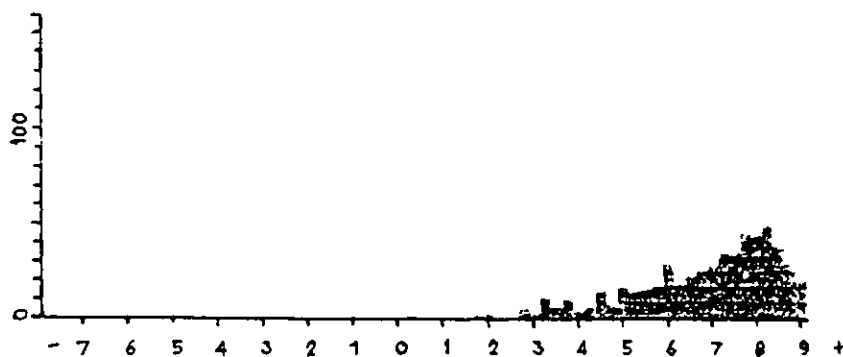
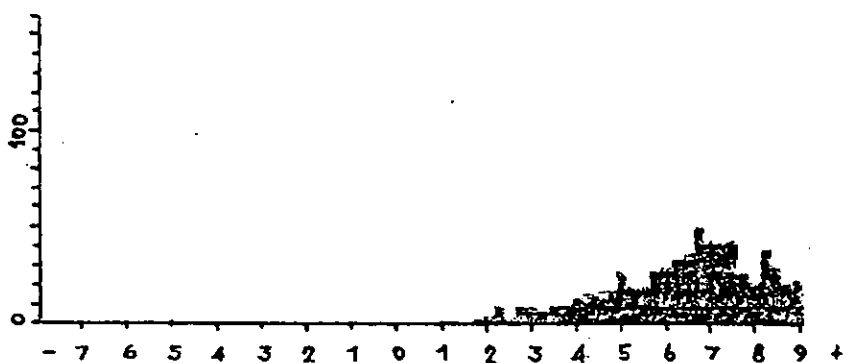
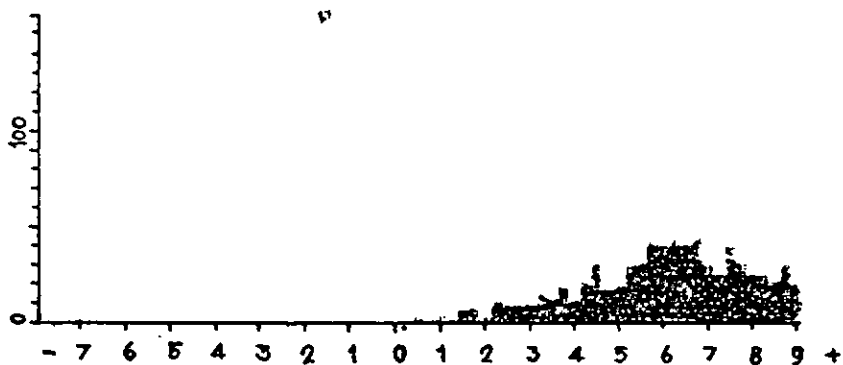
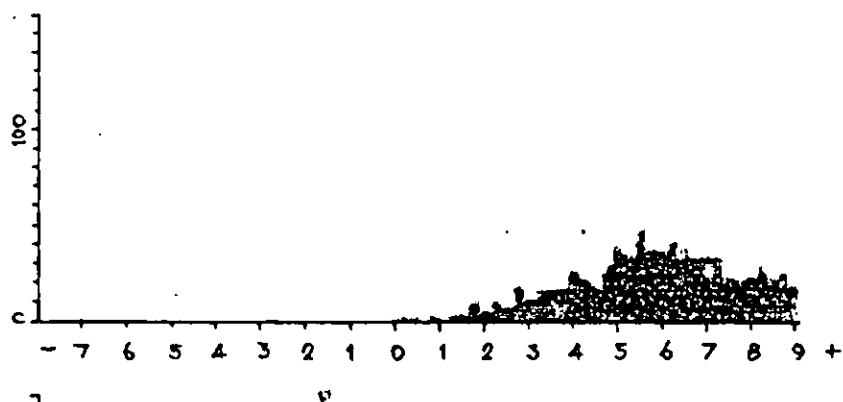


TABLE BAYESIAN(Normal & Double Exponential)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 14

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	9.400000000E-01	9.490000000E-01	9.540000000E-01	9.590000000E-01
.01	9.070000000E-01	9.150000000E-01	9.340000000E-01	9.540000000E-01

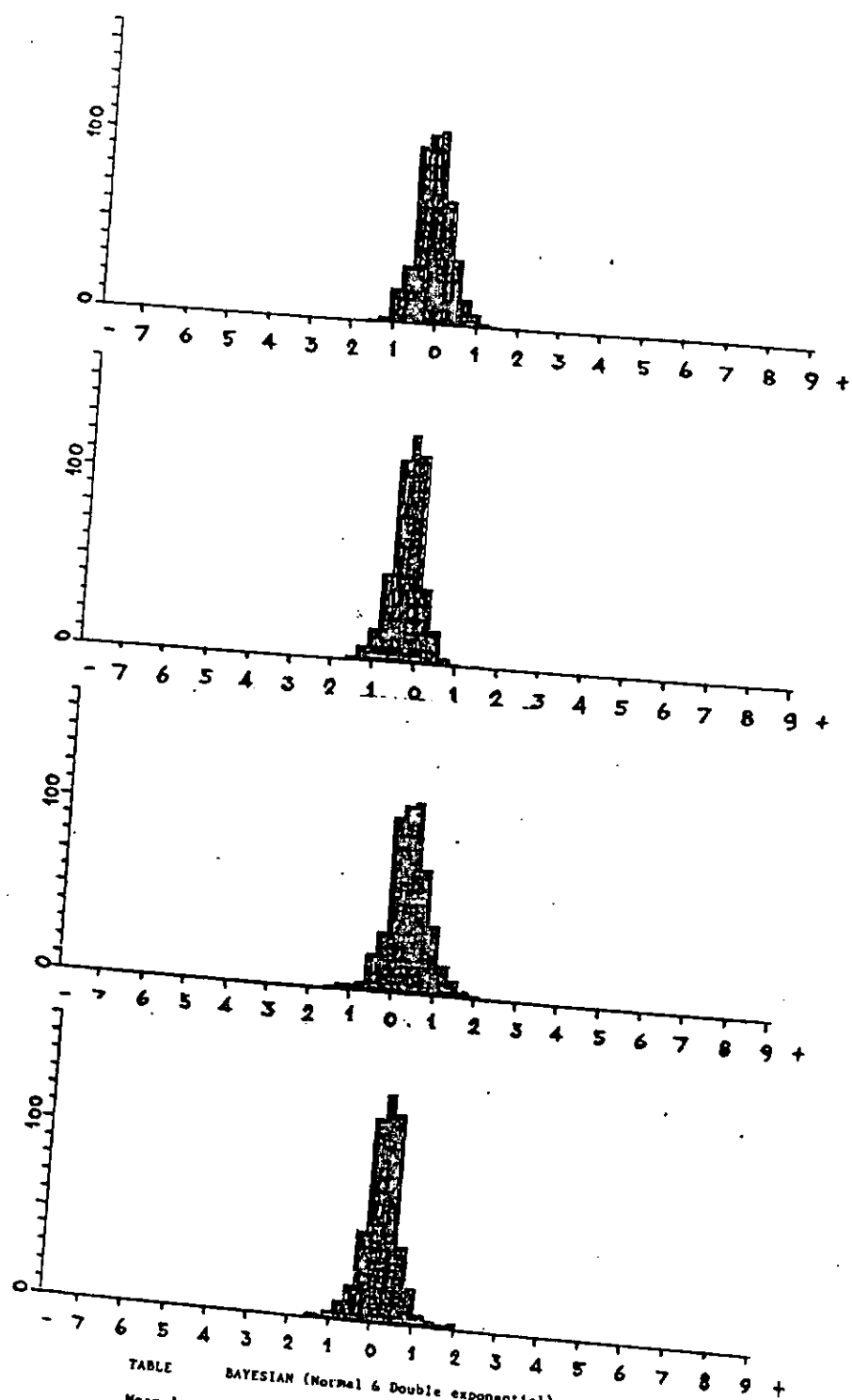


TABLE BAYESIAN (Normal & Double exponential)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 1.000000000E+00 : $n_1 = 20$

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 5.000000000E+00 : $n_2 = 9$

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.500000000E-02	5.650000000E-01	7.150000000E-01	9.930000000E-01
.01	1.250000000E-02	3.445000000E-01	1.160000000E-01	3.250000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสม่ำเสมอ
ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้
การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบปกติ

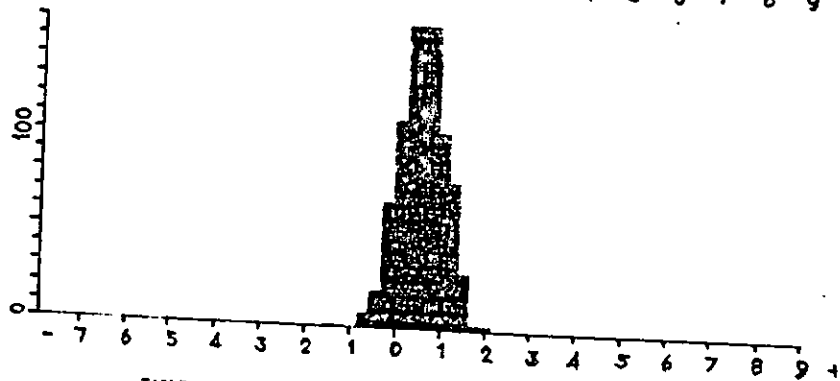
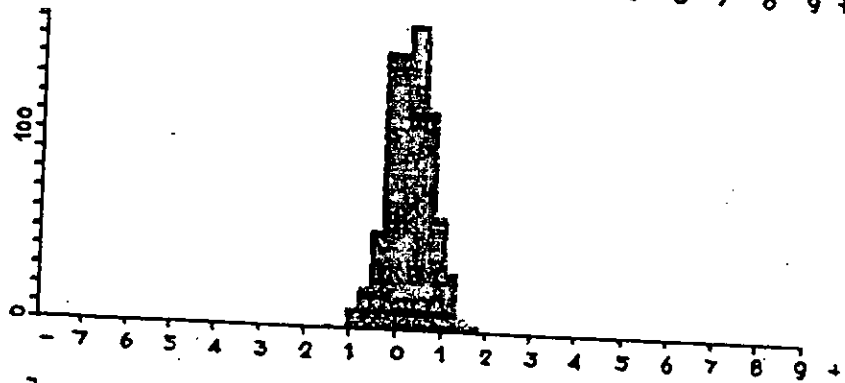
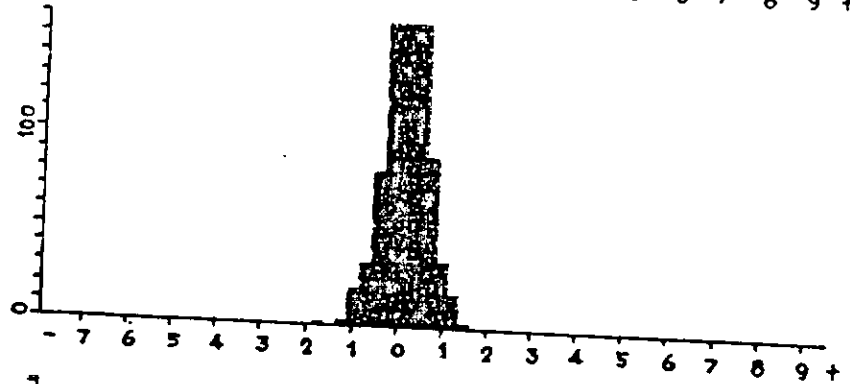
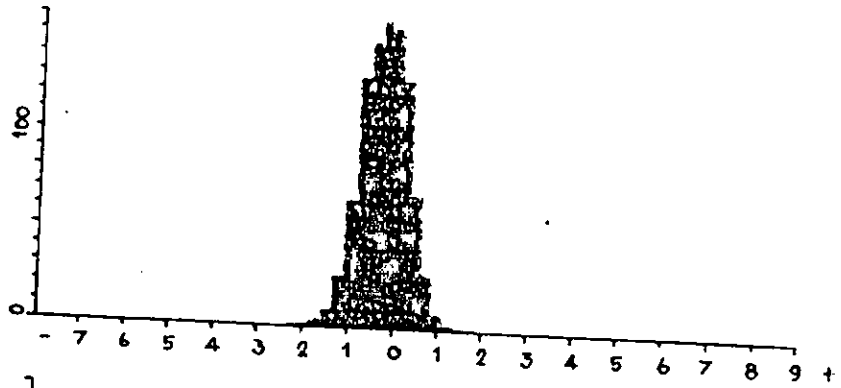


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00: Variance1 = 1.000000000E+00: n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00: Variance2 = 1.000000000E+00: n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	1.000000000E-03	3.000000000E-03	1.000000000E-02	3.500000000E-02
.01	0.000000000E+00	0.000000000E+00	0.000000000E+00	0.000000000E+00

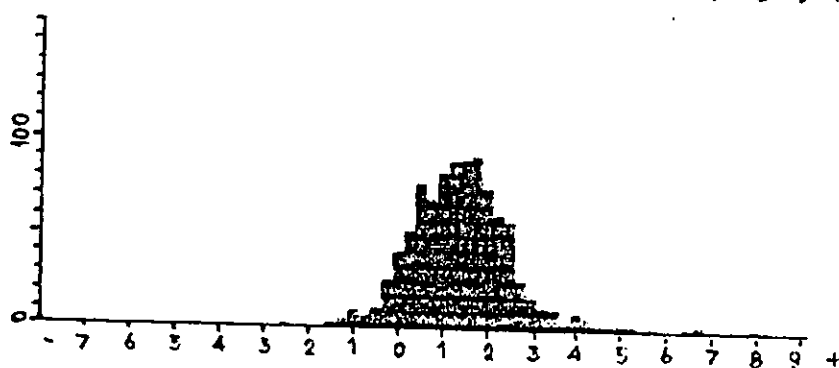
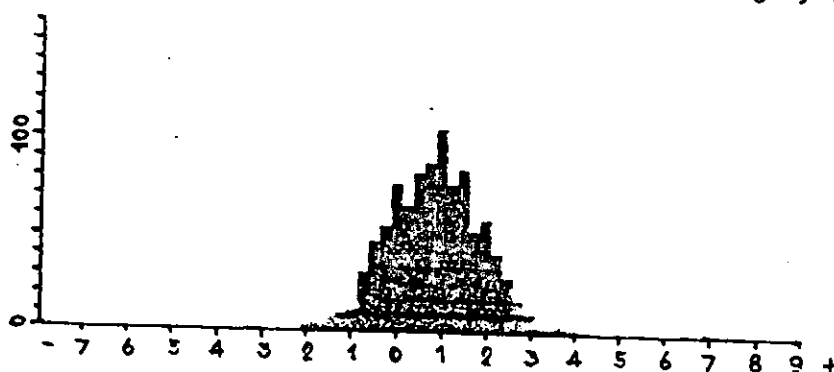
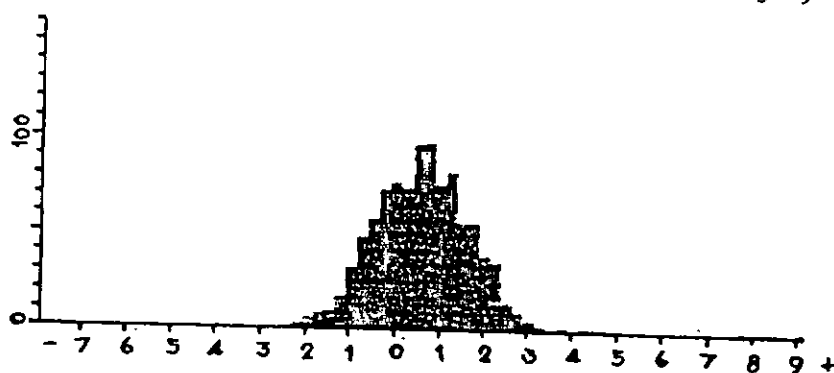
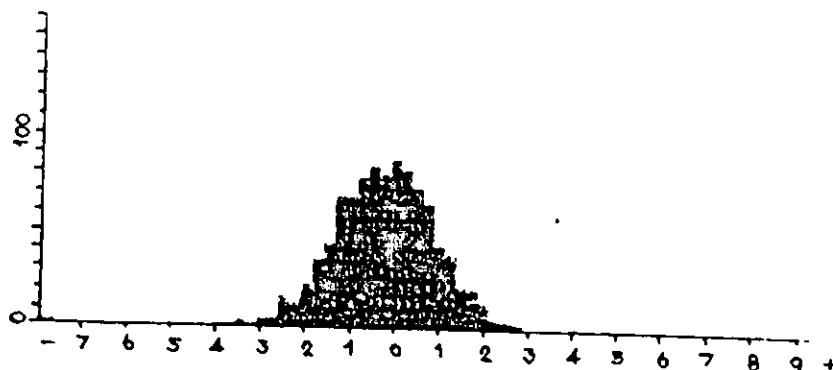


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 5.000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.5d$
.05	7.200000000E-02	2.330000000E-01	3.250000000E-01	5.200000000E-01
.01	1.700000000E-02	9.000000000E-02	1.340000000E-01	2.810000000E-01

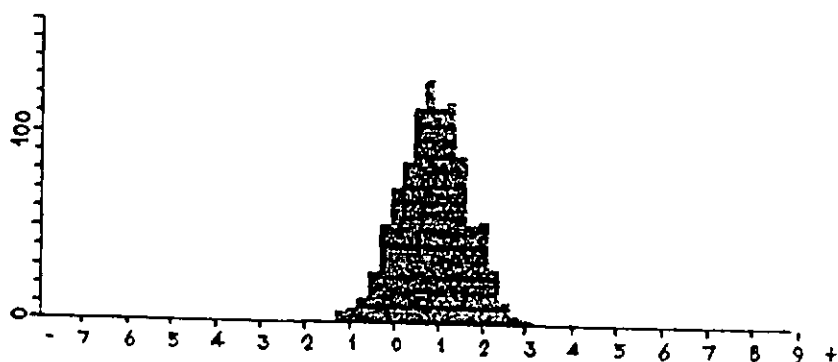
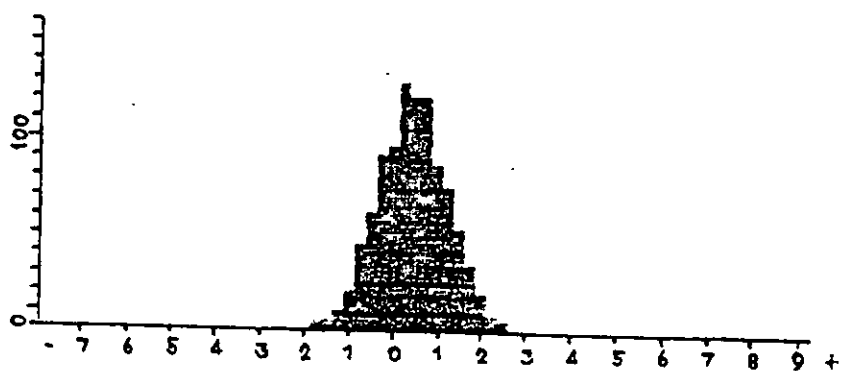
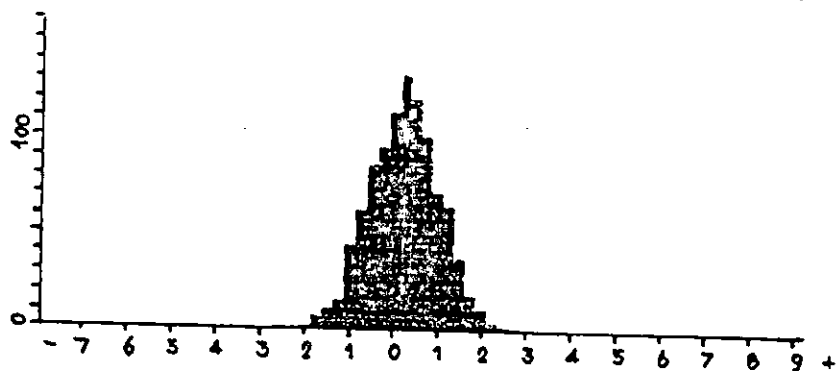
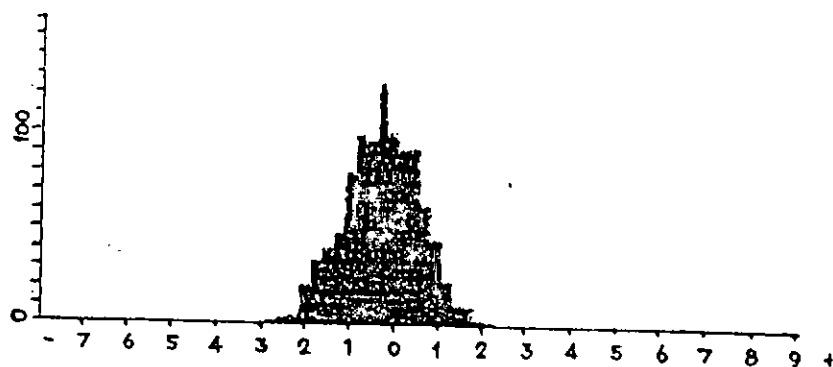


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 14

Sig.	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.5d$
.05	2.600000000E-02	7.300000000E-02	1.220000000E-01	2.460000000E-01
.01	2.000000000E-03	8.000000000E-03	2.100000000E-02	5.900000000E-02

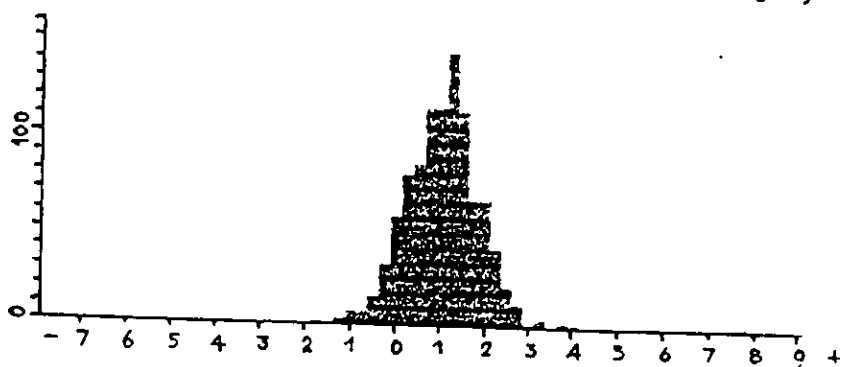
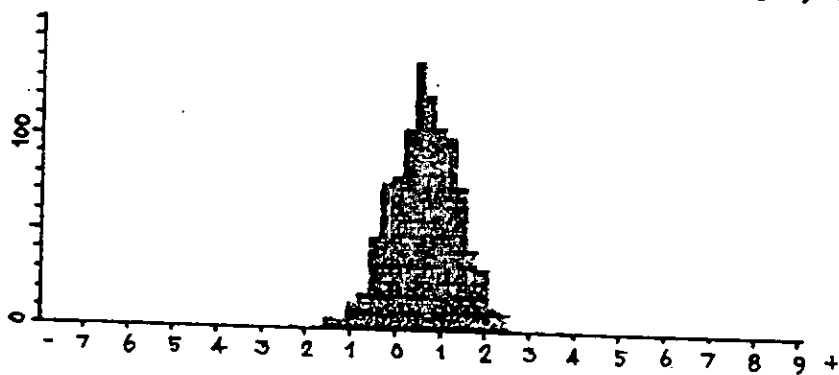
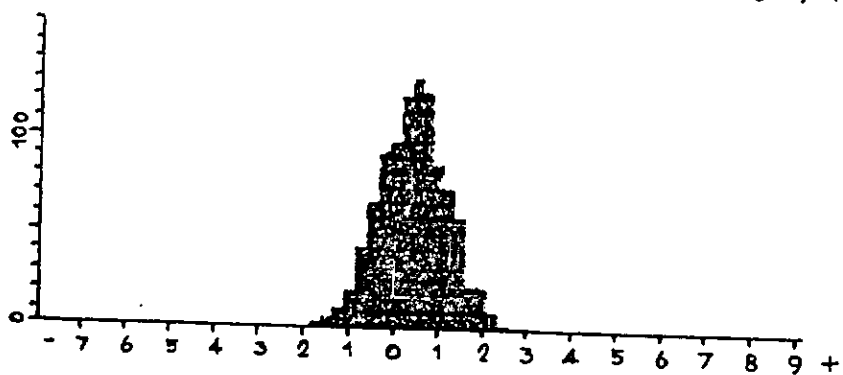
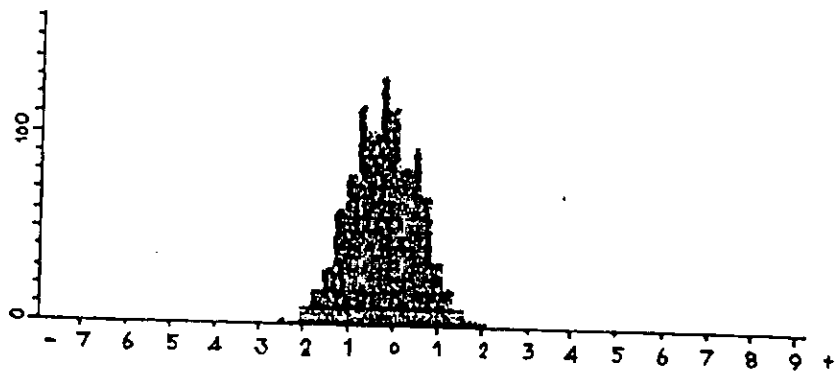


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 5.000000000E+00; n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 1.000000000E+00; n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	1.800000000E-02	1.190000000E-01	1.690000000E-01	3.290000000E-01
.01	1.000000000E-03	1.800000000E-02	2.900000000E-02	9.400000000E-02

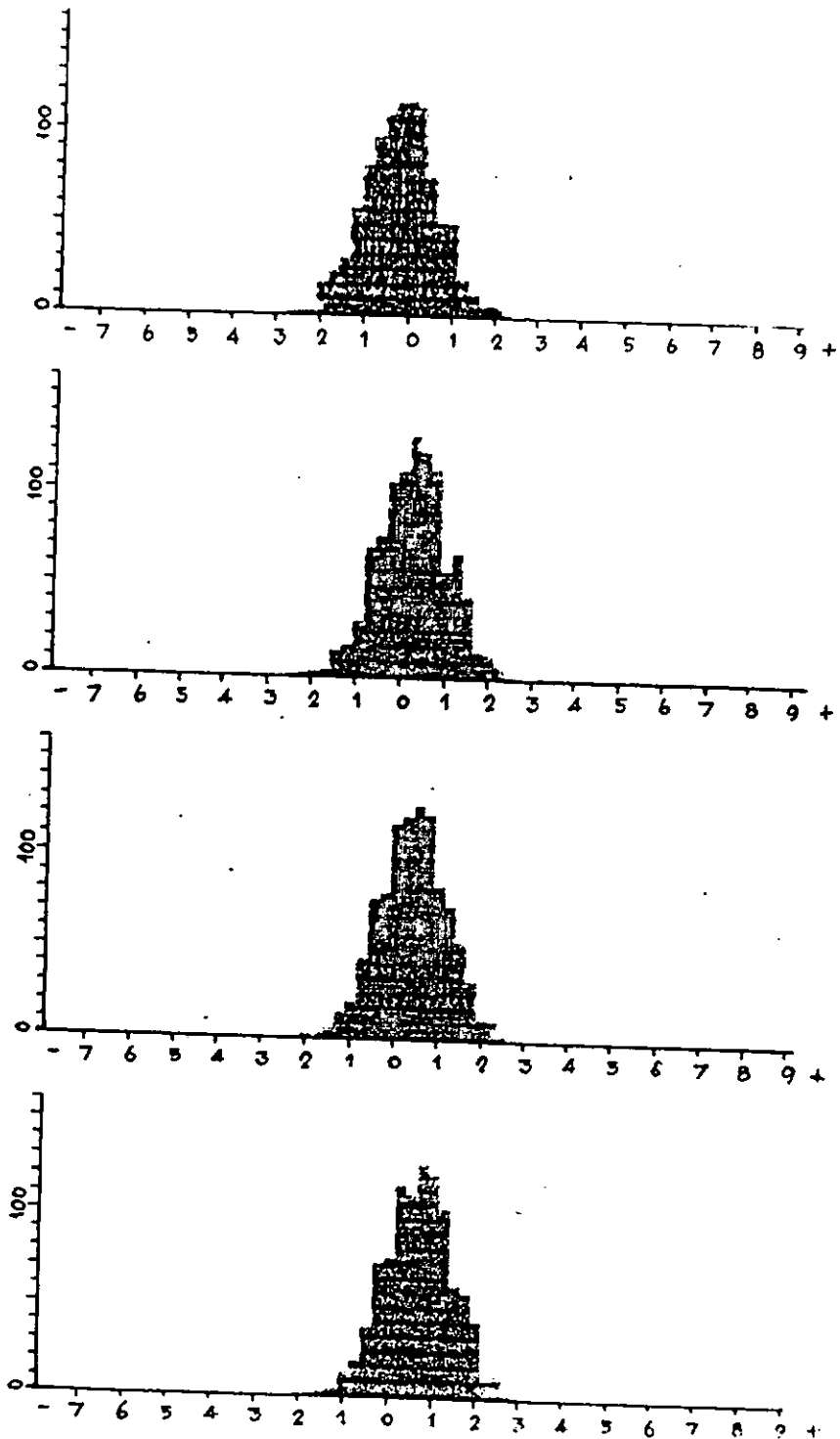


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00; Variance1 = 1.000000000E+00; n1 = 14

Mean2 = 0.000000000E+00; Variance2 = 5.000000000E+00; n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.5d$
.05	2.700000000E-02	7.800000000E-02	1.130000000E-01	1.890000000E-01
.01	3.000000000E-03	1.200000000E-02	1.900000000E-02	3.500000000E-02

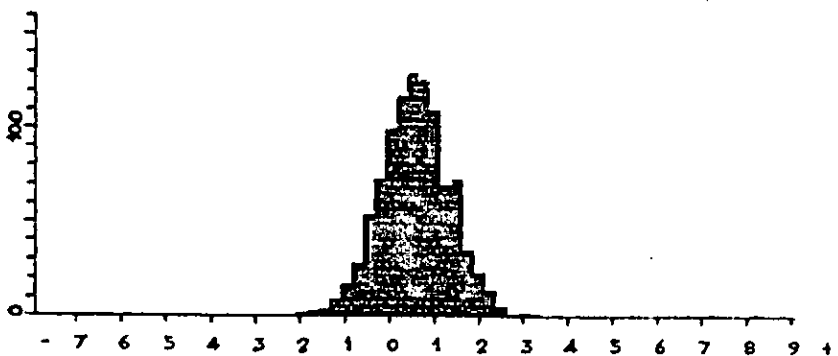
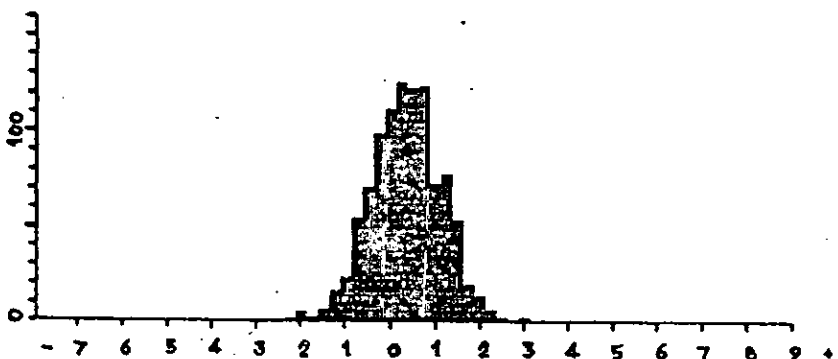
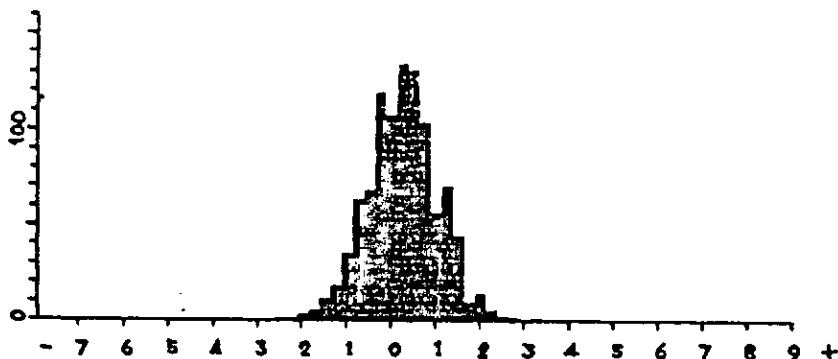
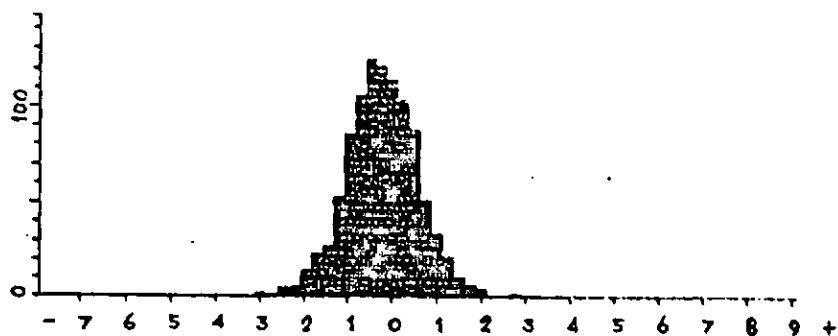


TABLE BAYESIAN(Normal & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00: Variance1 = 1.000000000E+00: n1 = 20

Mean2 = 0.000000000E+00: Variance2 = 5.000000000E+00: n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.5d
.05	2.000000000E-02	7.200000000E-02	9.400000000E-02	1.520000000E-01
.01	1.000000000E-03	9.000000000E-03	1.100000000E-02	2.500000000E-02

**การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติและแบบสมมาตร
ที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้มีการกระจาย
หลังการทดลองเป็นแบบสมมาตร**

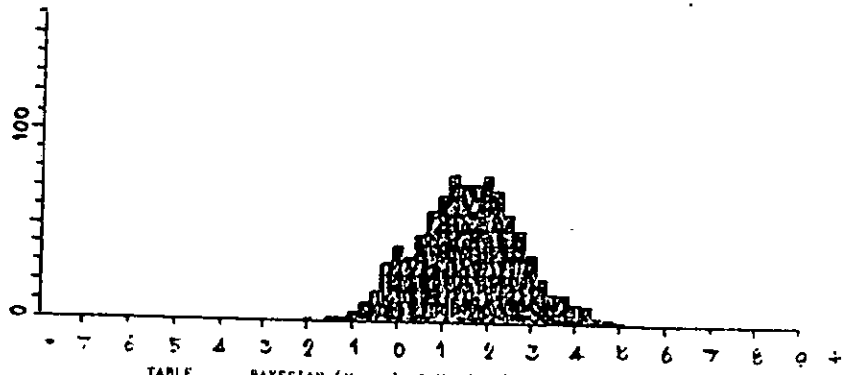
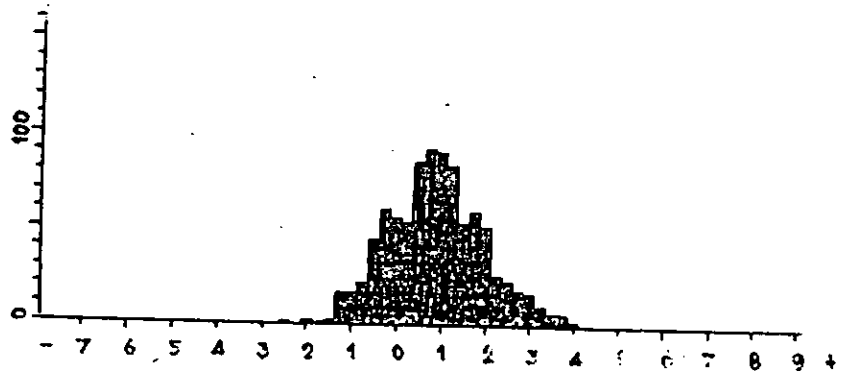
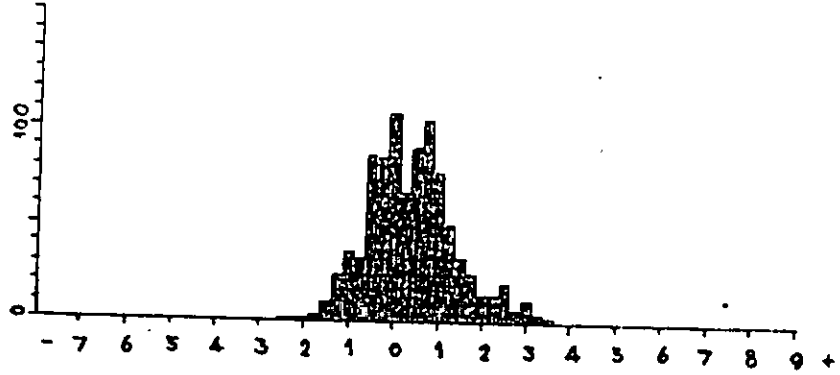
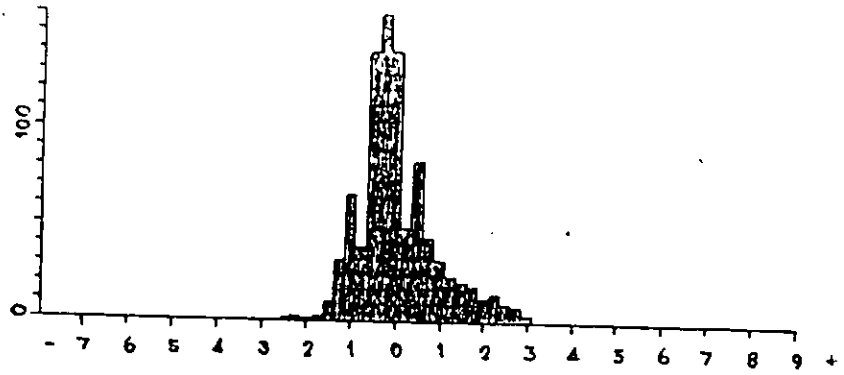


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 6

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 6

Sig	Probability of Type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.480000000E-01	2.090000000E-01	3.680000000E-01	6.020000000E-01
.01	1.330000000E-01	1.740000000E-01	3.090000000E-01	5.490000000E-01

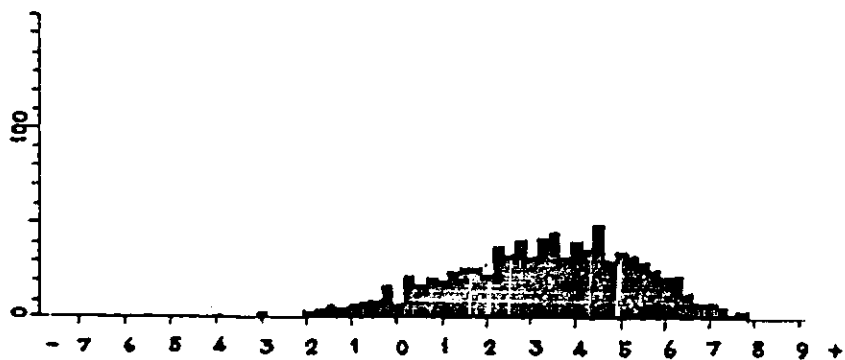
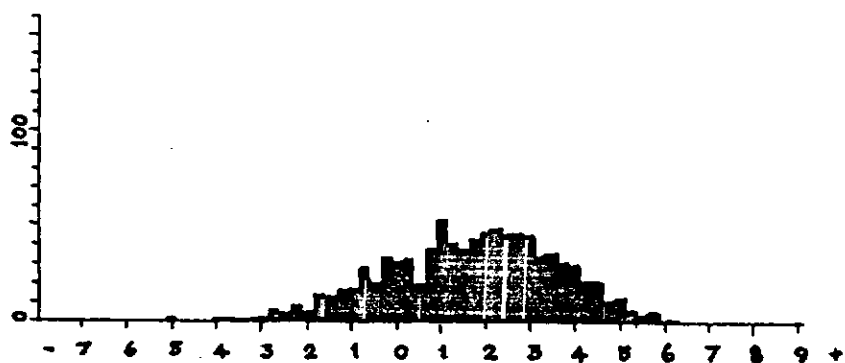
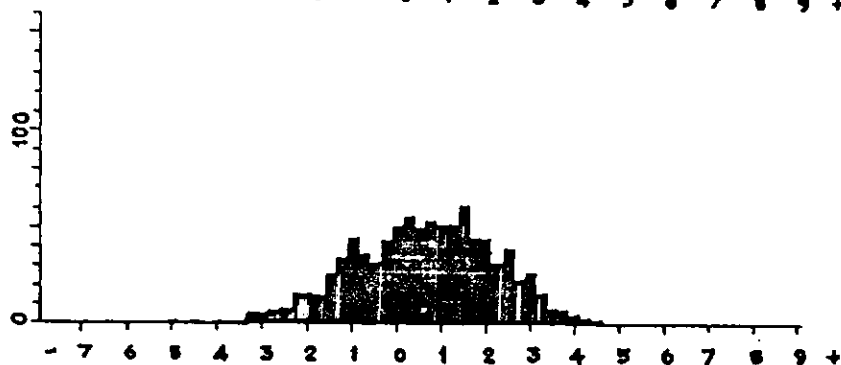
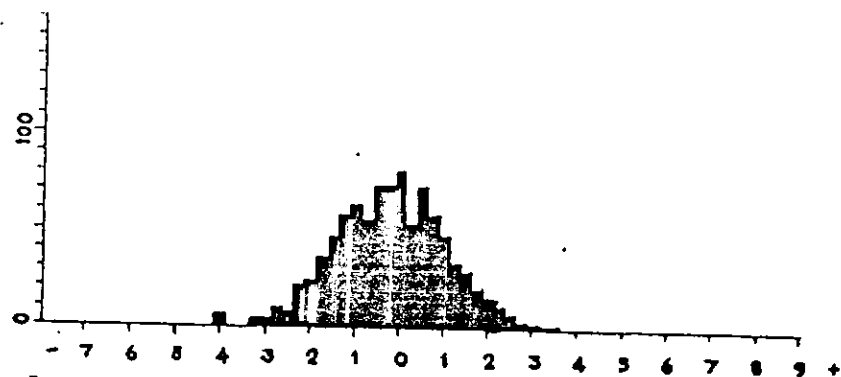


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.520000000E-01	3.750000000E-01	5.850000000E-01	7.880000000E-01
.01	1.310000000E-01	3.430000000E-01	5.680000000E-01	7.700000000E-01

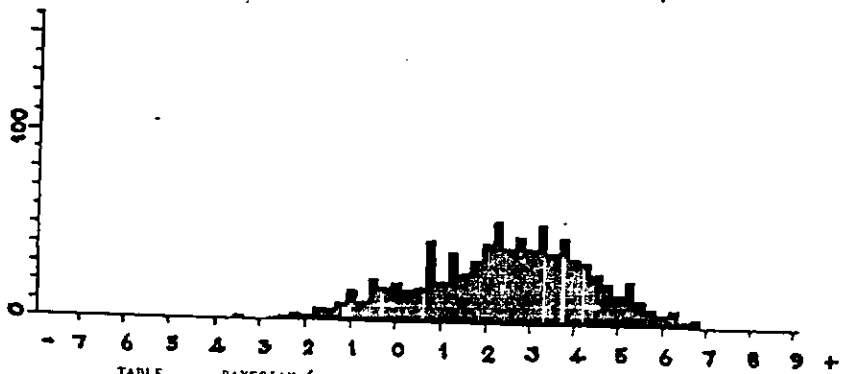
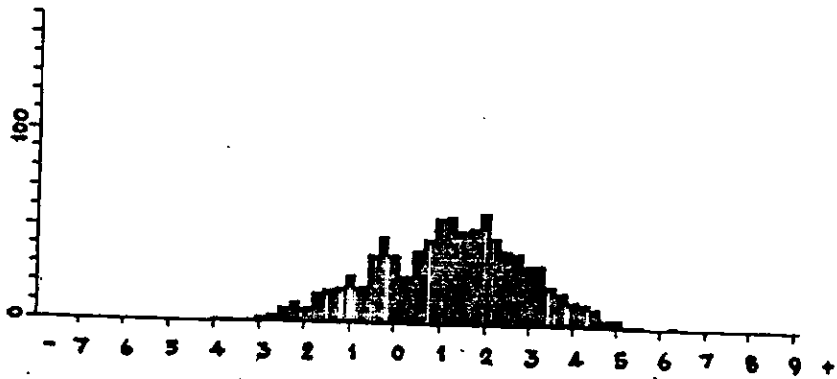
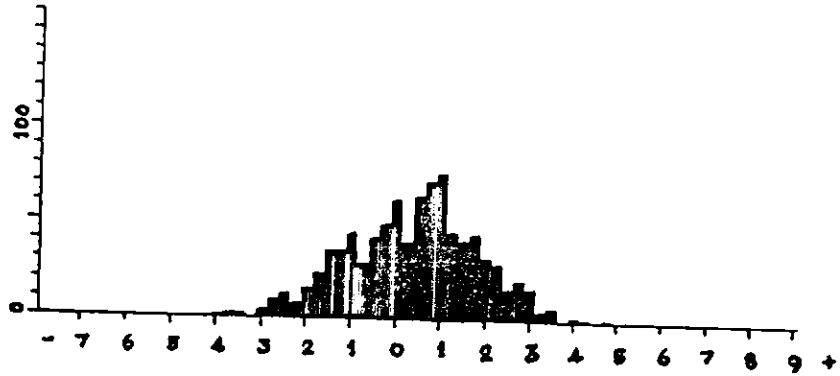
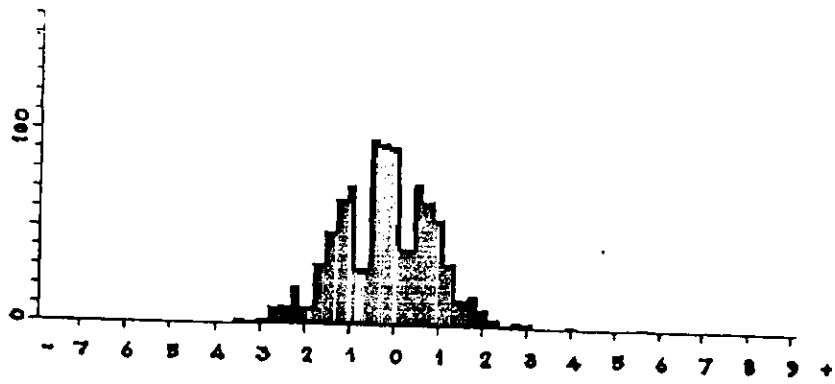


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.240000000E-01	3.010000000E-01	5.050000000E-01	7.040000000E-01
.01	1.010000000E-01	2.540000000E-01	4.690000000E-01	6.870000000E-01

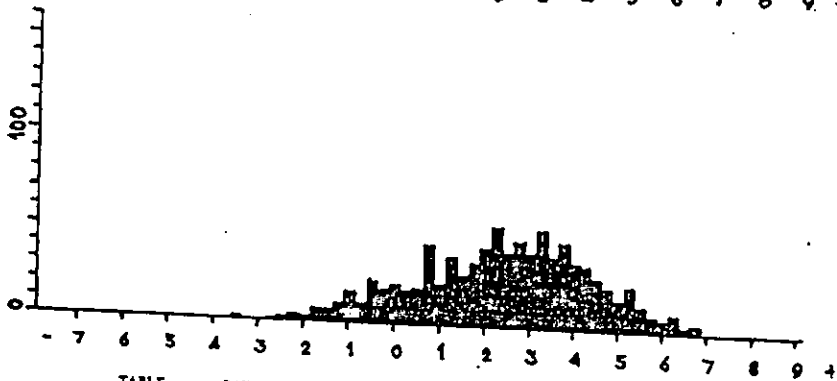
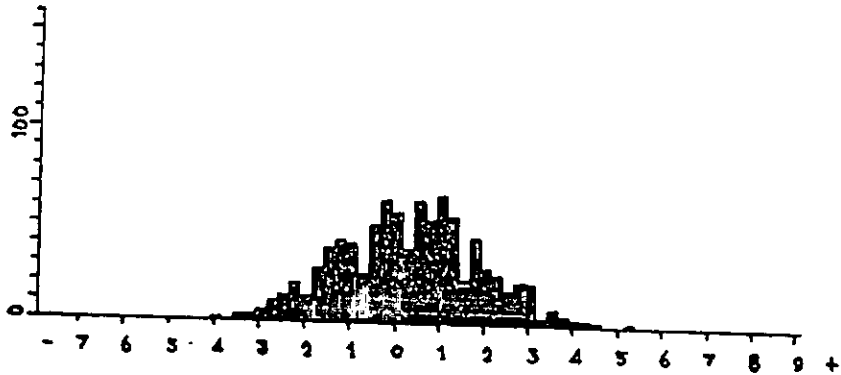
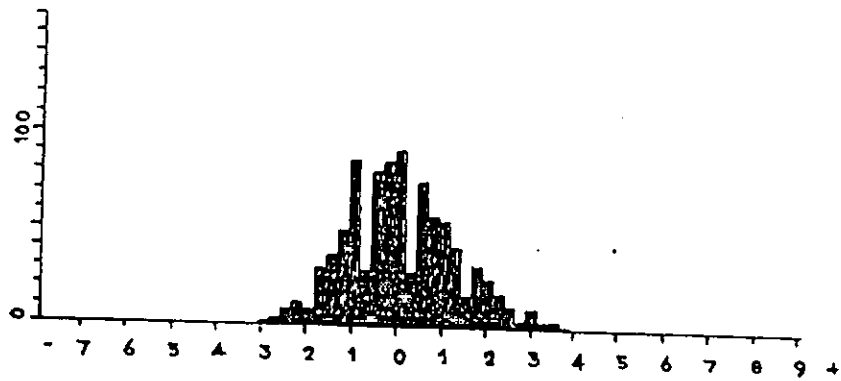


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.246000000E-01	3.052000000E-01	5.650000000E-01	7.445000000E-01
.01	1.024000000E-01	2.545000000E-01	5.010000000E-01	6.880000000E-01

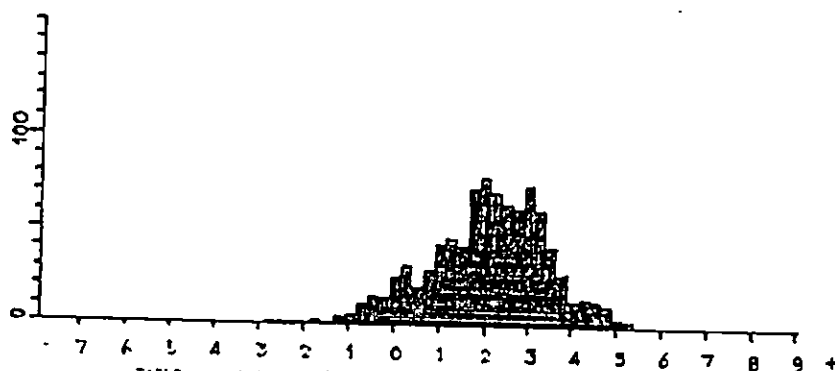
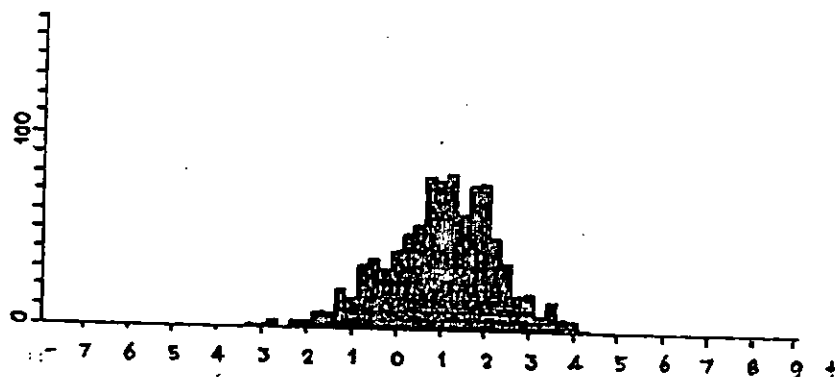
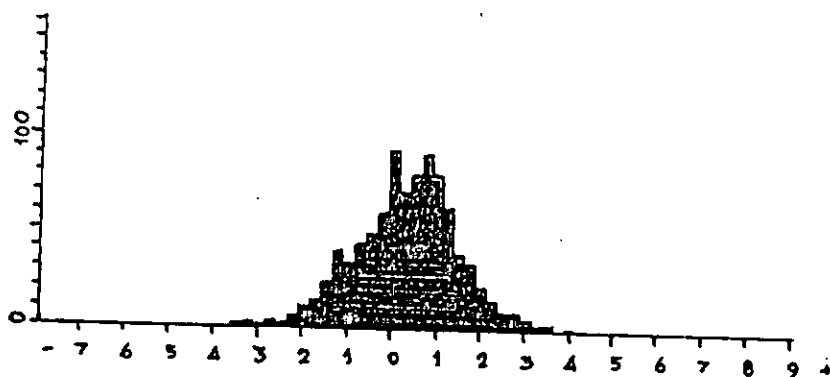
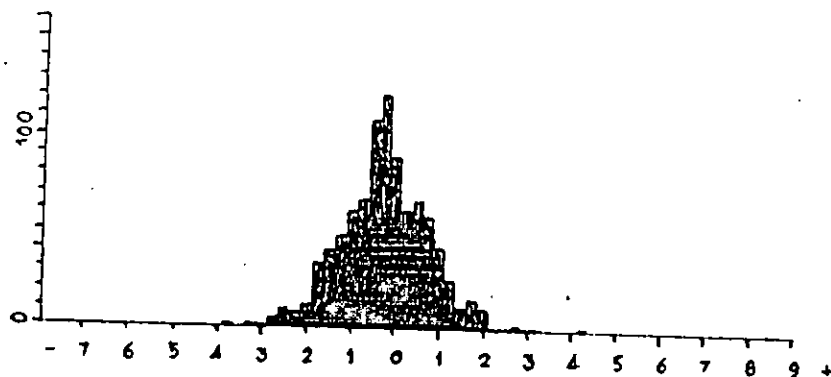


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 14
 Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 6

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.130000000E-01	2.190000000E-01	4.460000000E-01	7.290000000E-01
.01	9.600000000E-02	1.730000000E-01	3.960000000E-01	7.000000000E-01

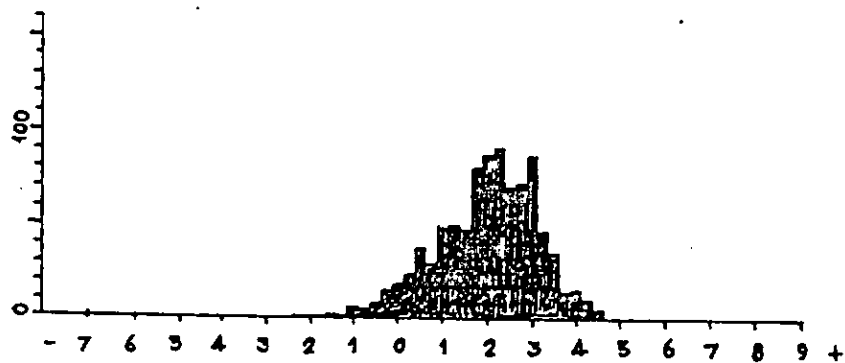
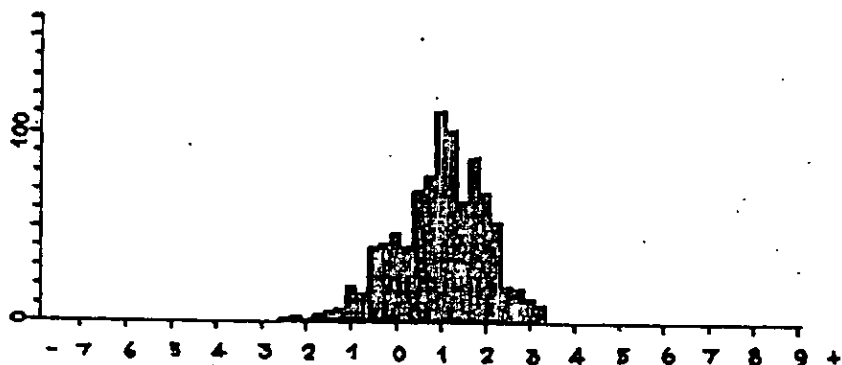
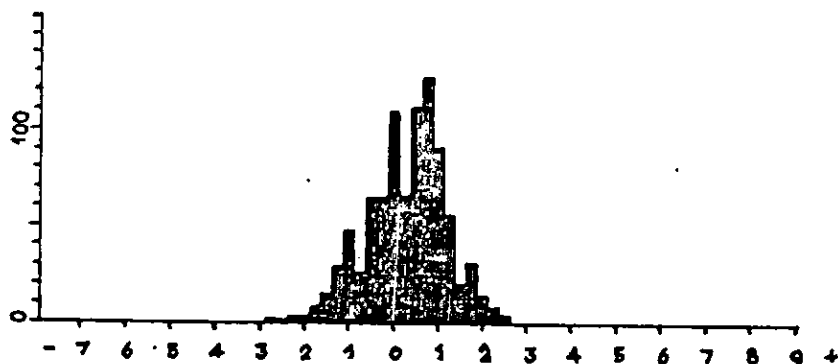
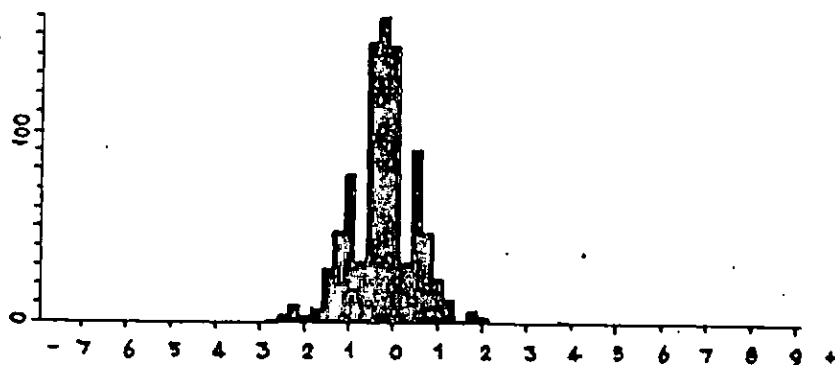


TABLE BAYESIAN (Normal & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 : Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 20

Mean 2 = 0.000000000E+00 : Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	7.600000000E-02	1.670000000E-01	4.340000000E-01	7.430000000E-01
.01	6.600000000E-02	1.260000000E-01	3.650000000E-01	7.040000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล
และแบบสม่ำเสมอที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้
การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล

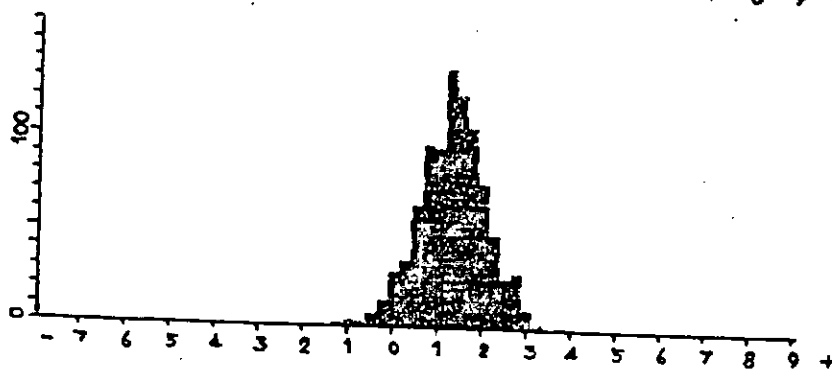
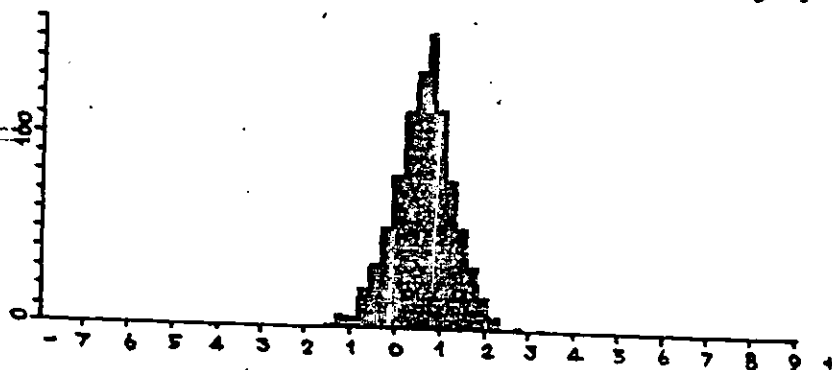
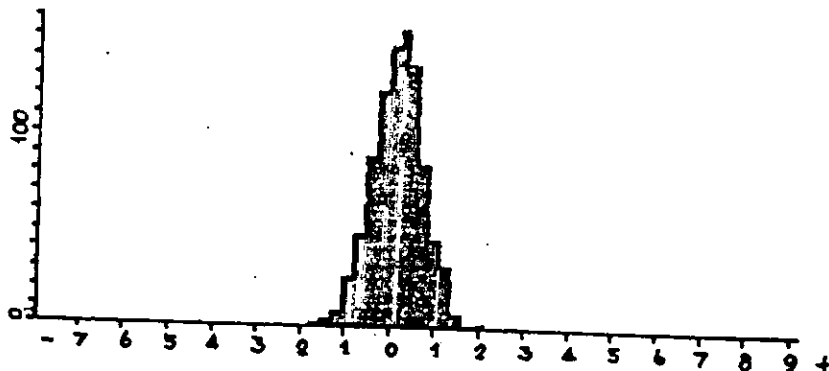
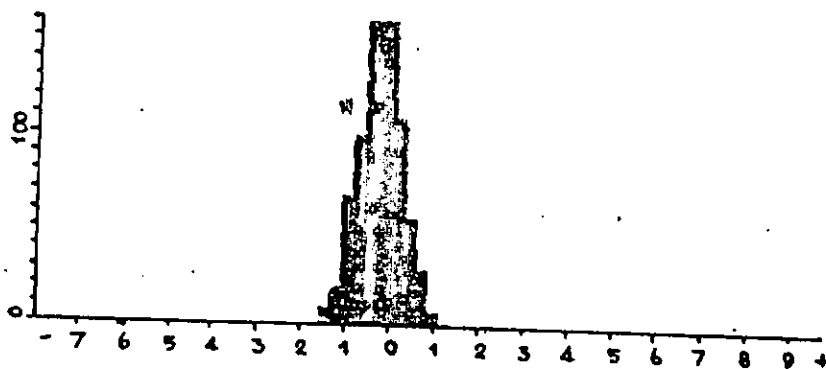


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 8

Sig α	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	4.700000000E-02	5.700000000E-02	1.590000000E-01	4.670000000E-01
.01	4.600000000E-02	4.700000000E-02	4.900000000E-02	9.600000000E-02

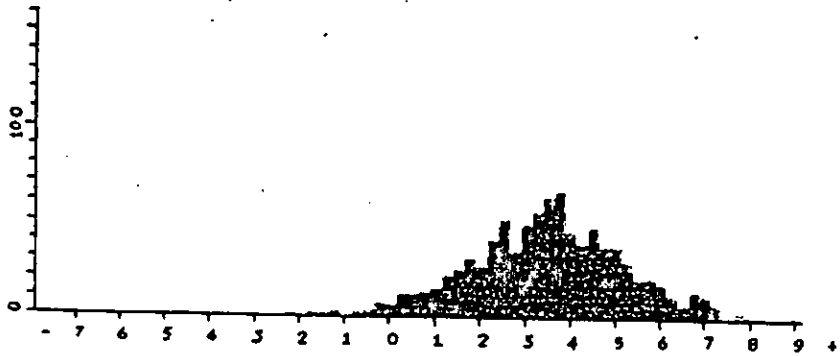
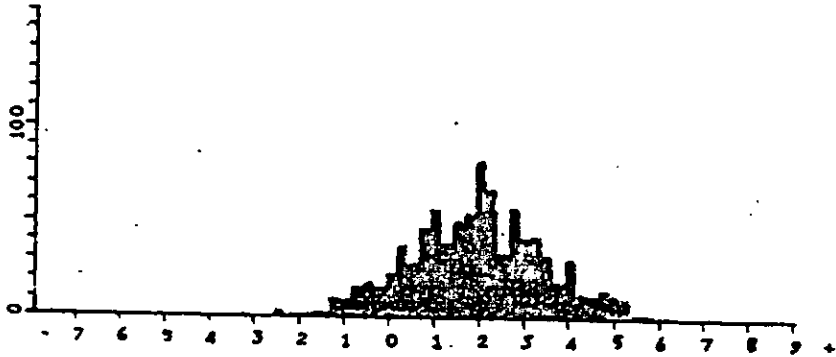
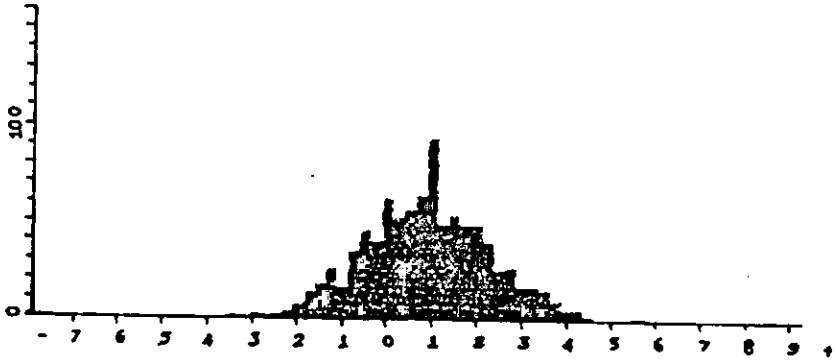
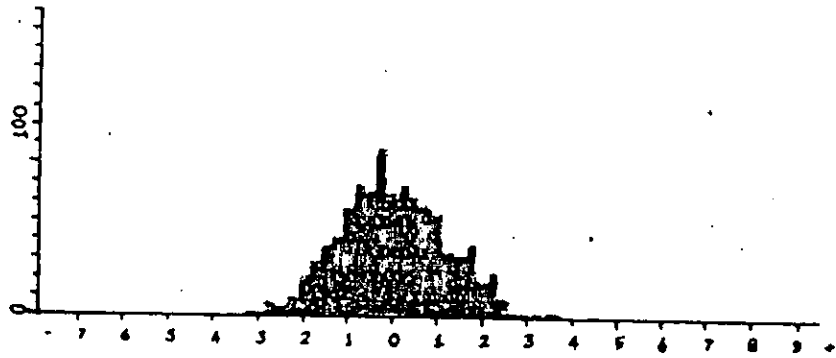


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.800000000E-01	3.640000000E-01	6.390000000E-01	8.570000000E-01
.01	6.300000000E-02	1.580000000E-01	3.600000000E-01	6.940000000E-01

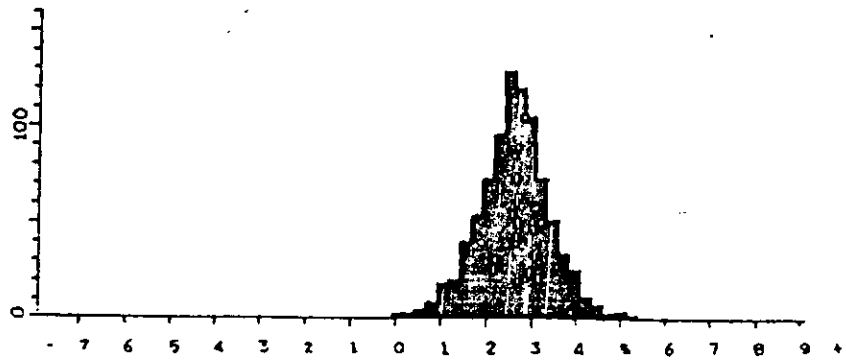
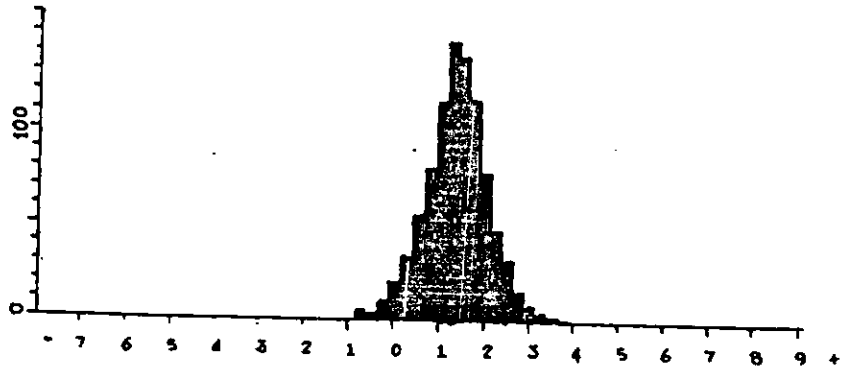
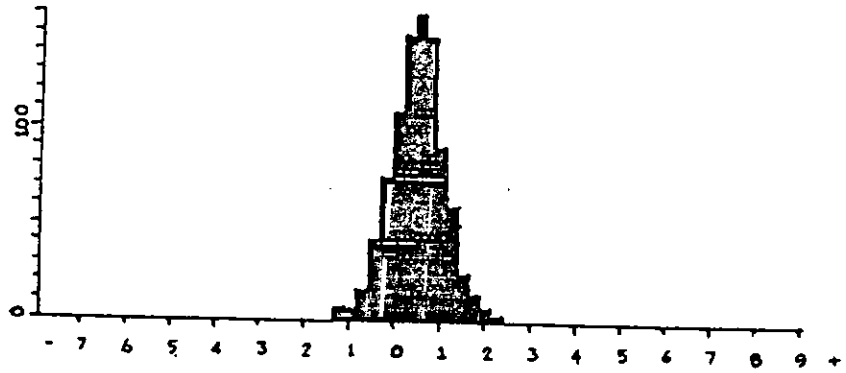
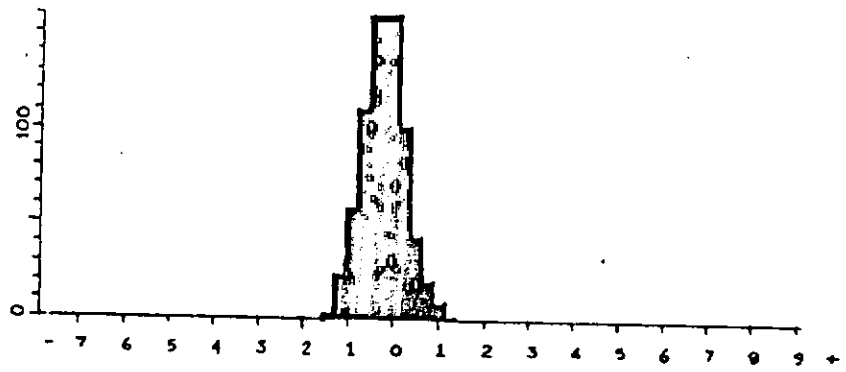


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	4.600000000E-02	9.500000000E-02	4.810000000E-01	9.040000000E-01
.01	4.600000000E-02	4.600000000E-02	9.100000000E-02	5.610000000E-01

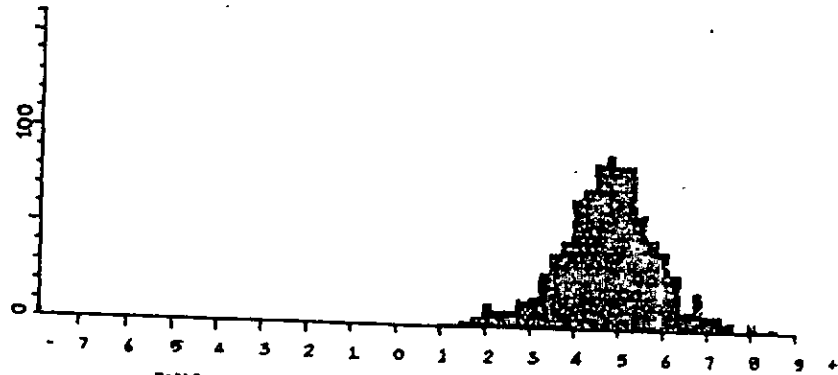
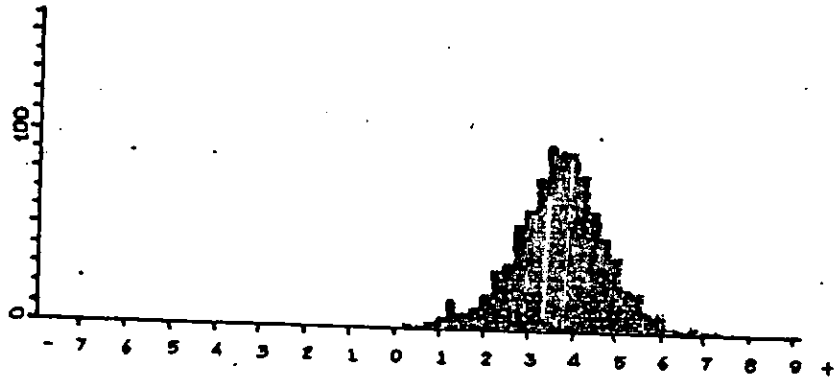
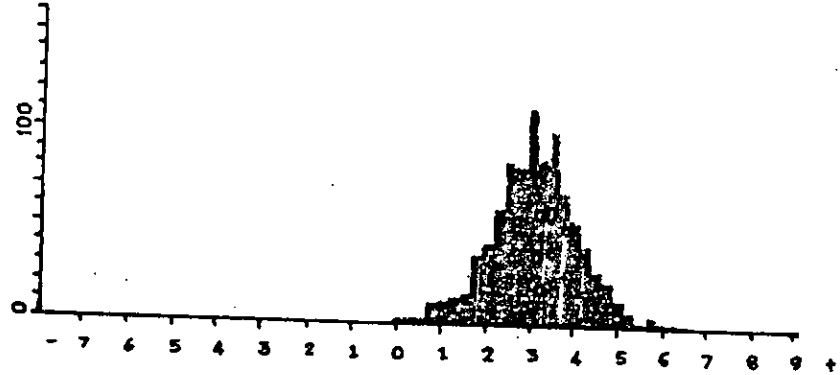
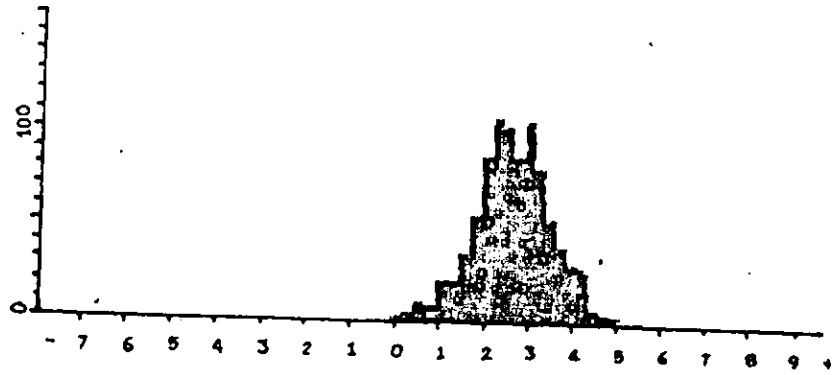


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 1.000000000E+00 : n2 = 20

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	8.860000000E-01	9.130000000E-01	9.330000000E-01	9.580000000E-01
.01	5.140000000E-01	7.120000000E-01	8.470000000E-01	9.260000000E-01

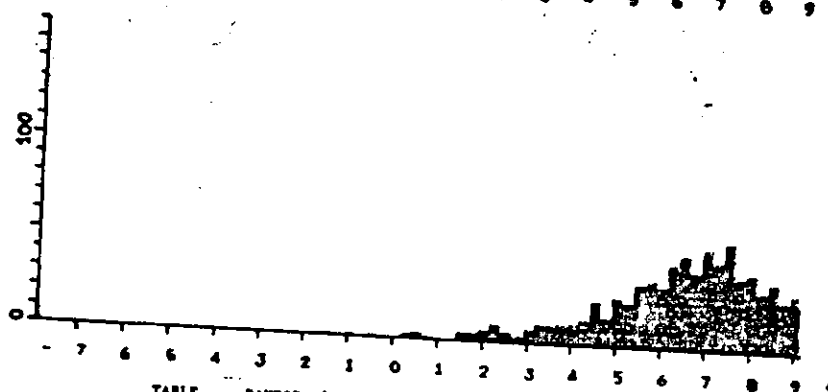
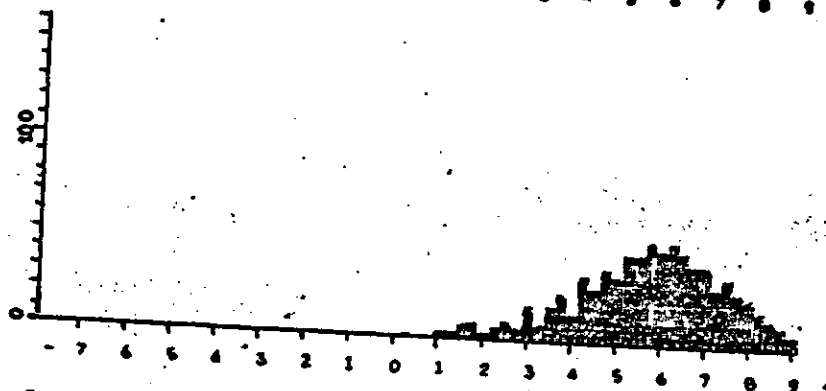
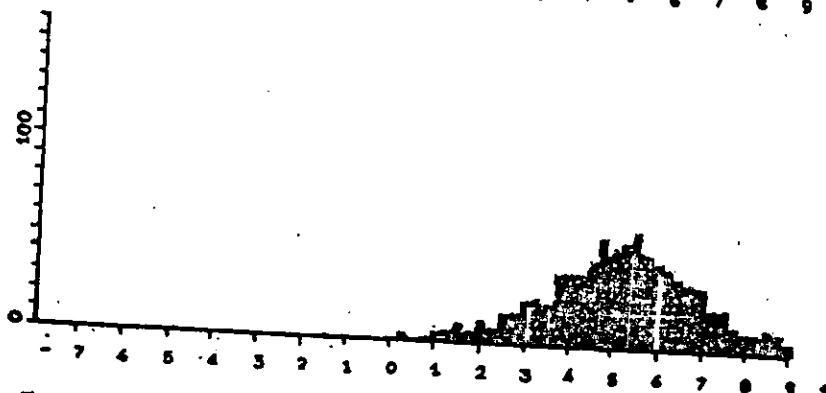
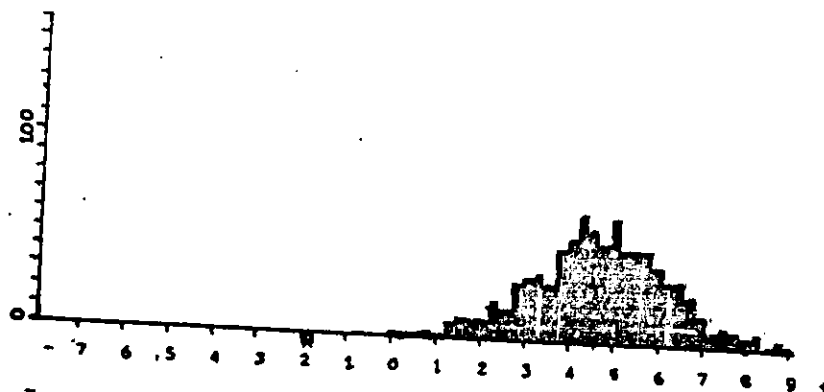


TABLE BAYESIAN(Double Exponential & Uniform)

Mean1 = 0.000000000E+00 : Variance1 = 1.000000000E+00 : n1 = 14
 Mean2 = 0.000000000E+00 : Variance2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	9.400000000E-01	9.380000000E-01	9.430000000E-01	9.510000000E-01
.01	8.790000000E-01	8.910000000E-01	9.070000000E-01	9.240000000E-01

การแจกแจงของผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม
เมื่อประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบิ้ลเอ็กซ์โพเนนเชียล
และแบบสม่ำเสมอที่ทดสอบโดยใช้สถิติเบย์เซียนและกำหนดให้
การกระจายหลังการทดลองเป็นแบบสม่ำเสมอ

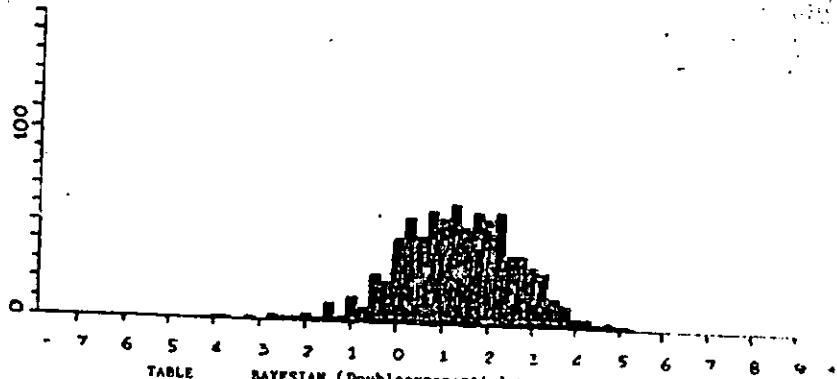
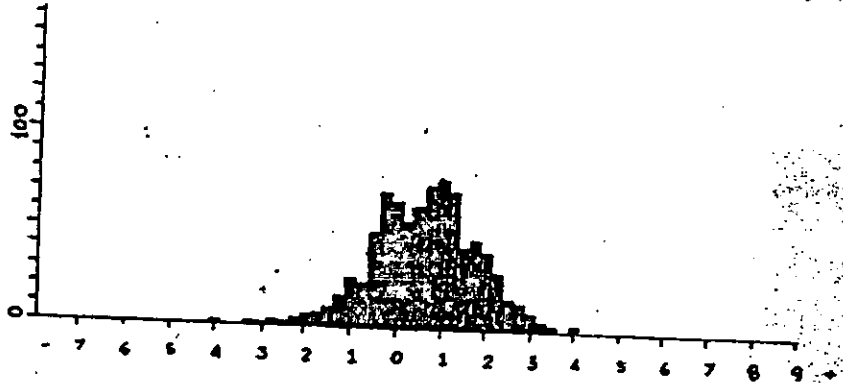
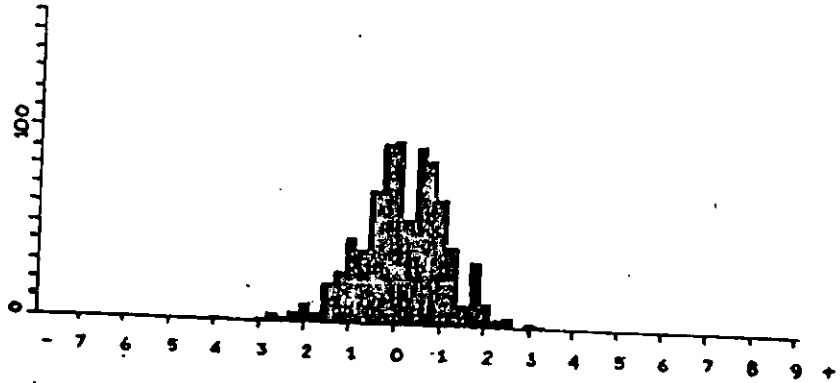
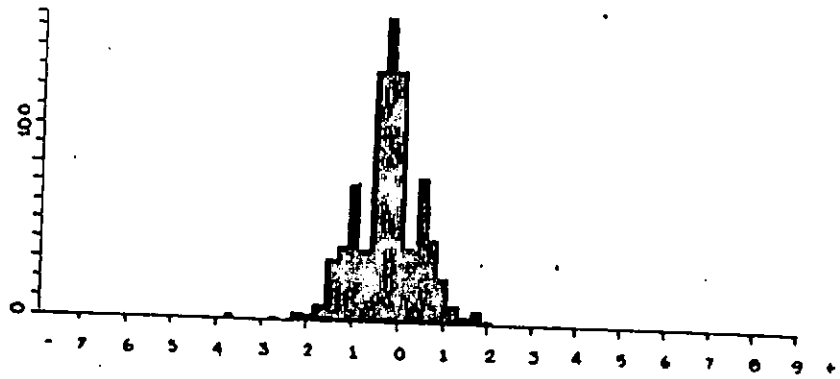


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 1.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.040000000E-01	1.720000000E-01	3.240000000E-01	5.250000000E-01
.01	9.700000000E-02	1.540000000E-01	2.730000000E-01	4.710000000E-01

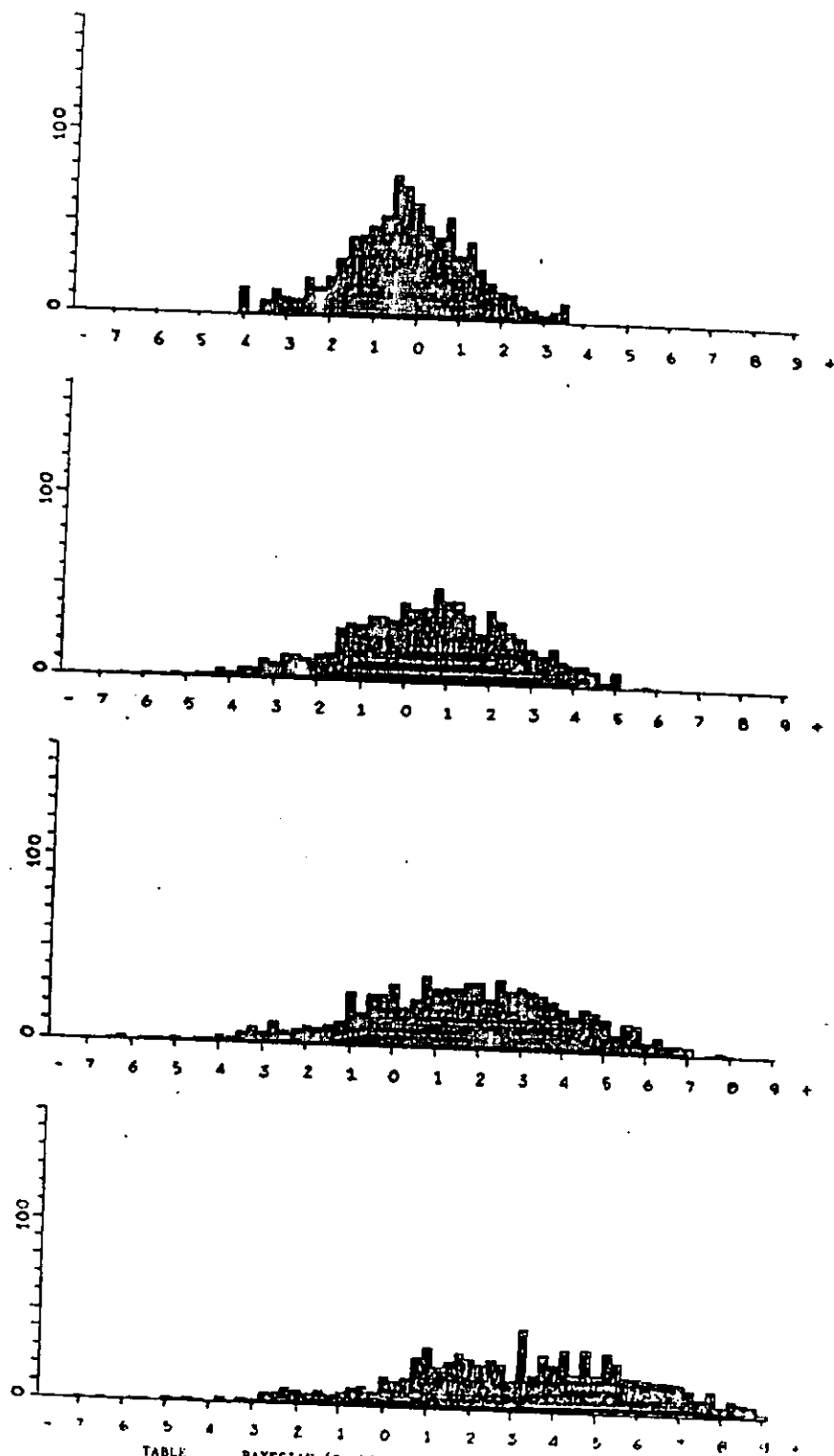


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 5.000000000E+00 : n1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.920000000E-01	3.940000000E-01	5.660000000E-01	7.260000000E-01
.01	1.600000000E-01	3.640000000E-01	5.520000000E-01	7.130000000E-01

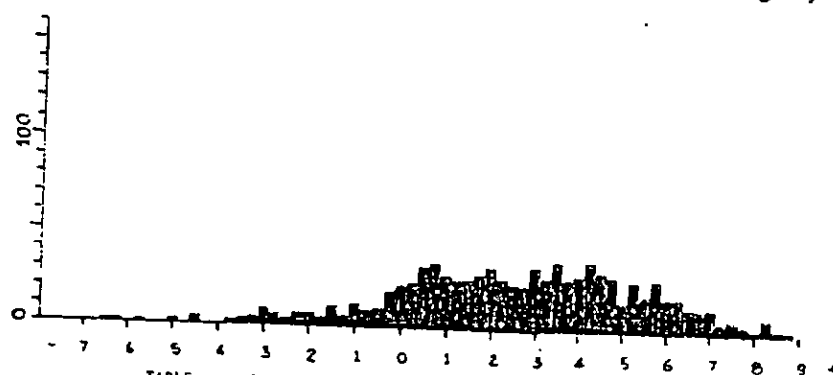
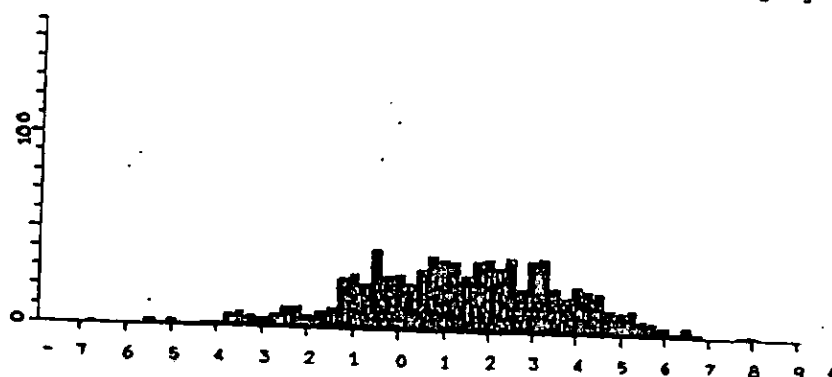
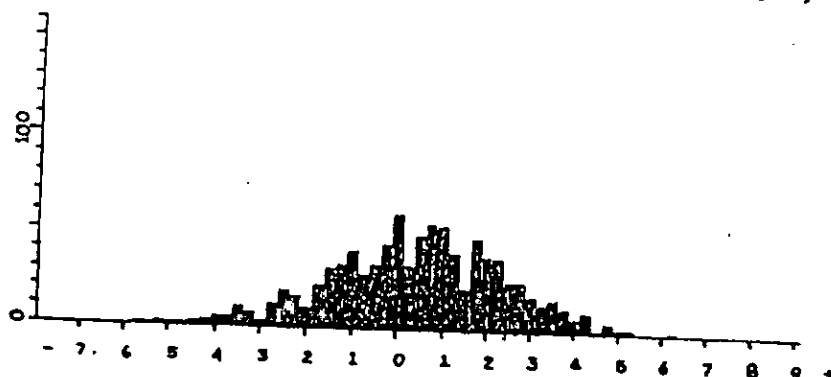
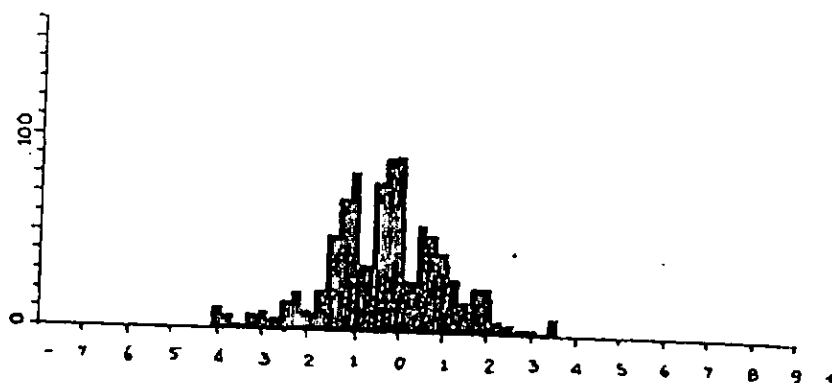


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 5.000000000E+00 : n 1 = 8

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 1.000000000E+00 : n 2 = 14

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.710000000E-01	3.610000000E-01	5.340000000E-01	6.790000000E-01
.01	1.410000000E-01	3.310000000E-01	5.050000000E-01	6.560000000E-01

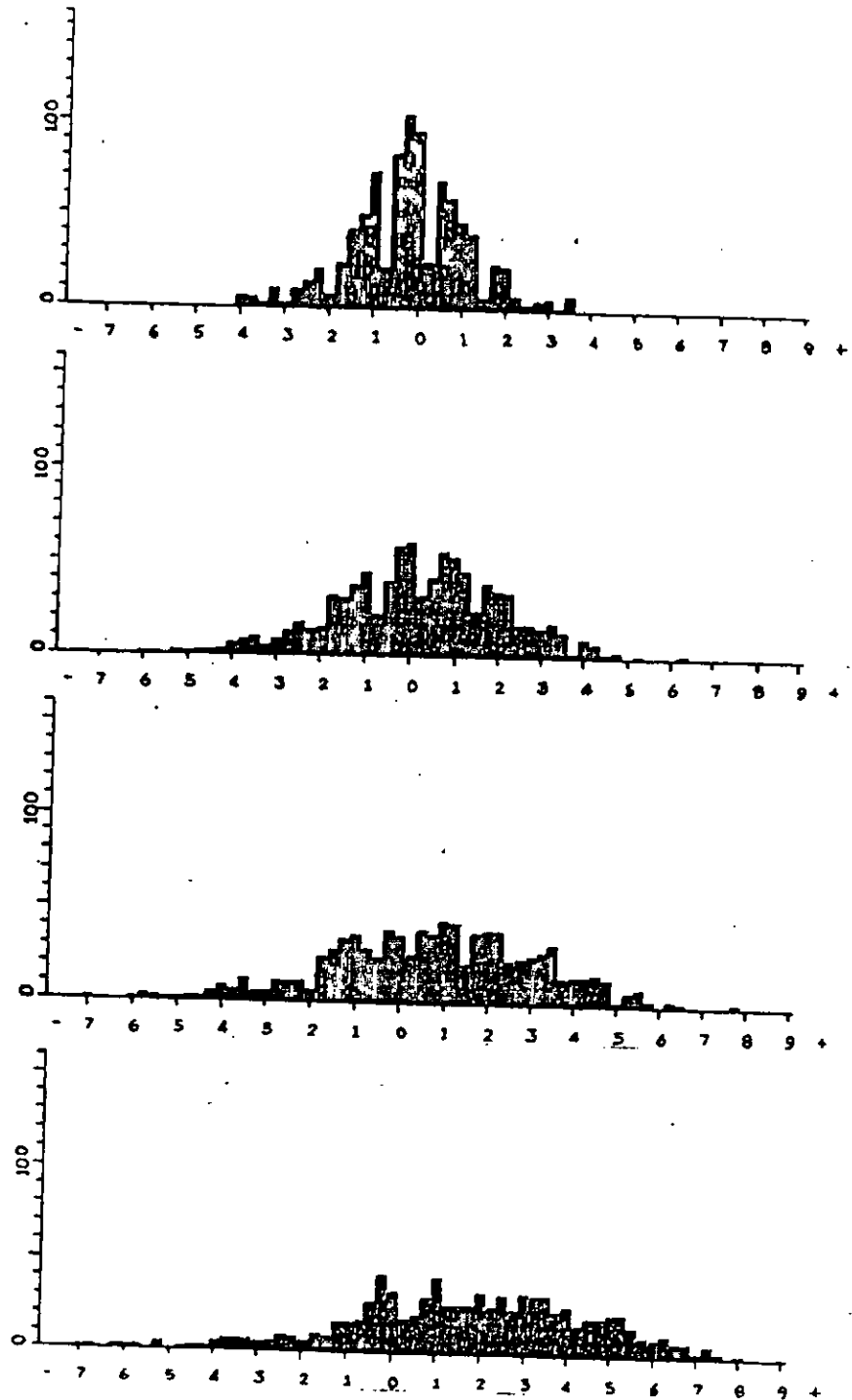


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 5.000000000E+00 : $n_1 = 8$

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 1.000000000E+00 : $n_2 = 20$

Sig	Probability of type I error	Power of test		
		$u = .75d$	$u = 1.00d$	$u = 1.50d$
.05	1.710000000E-01	3.260000000E-01	4.420000000E-01	5.810000000E-01
.01	1.360000000E-01	2.860000000E-01	4.210000000E-01	5.620000000E-01

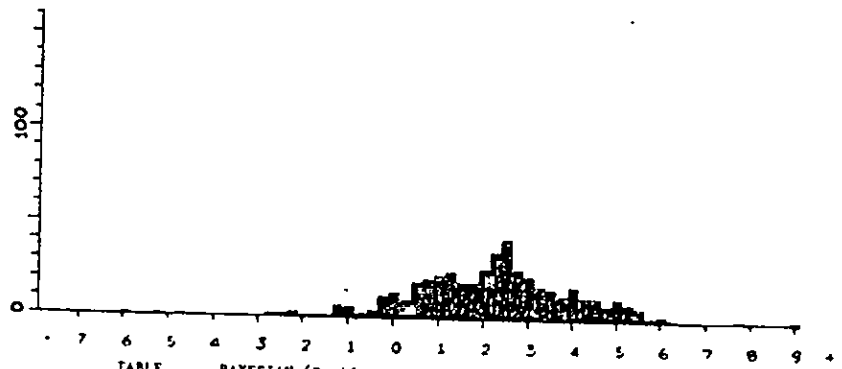
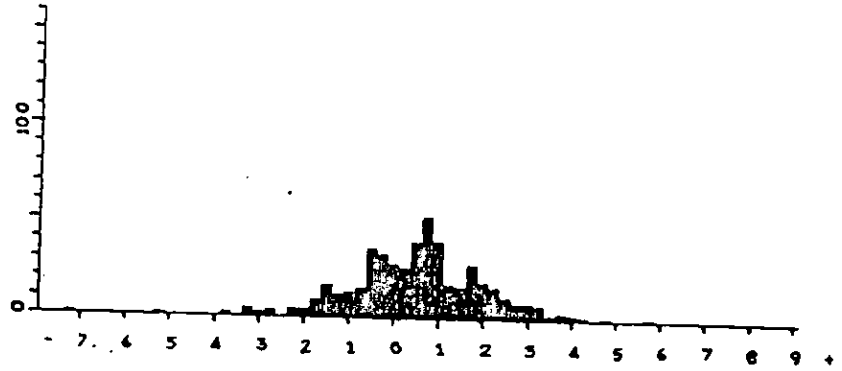
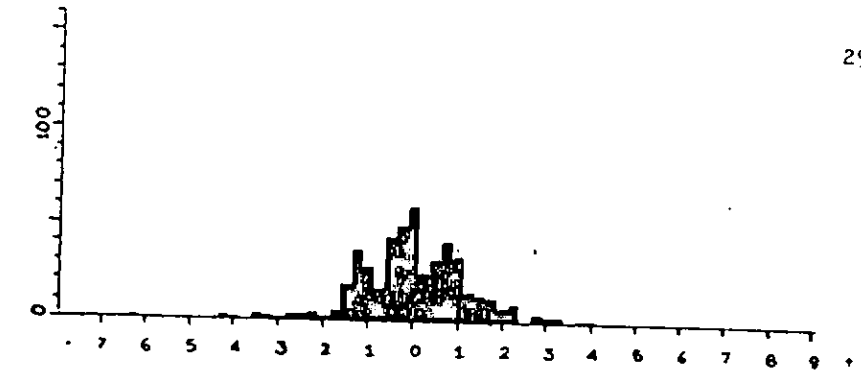


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 14

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.440000000E-01	2.840000000E-01	4.880000000E-01	7.000000000E-01
.01	1.140000000E-01	2.540000000E-01	4.380000000E-01	6.620000000E-01

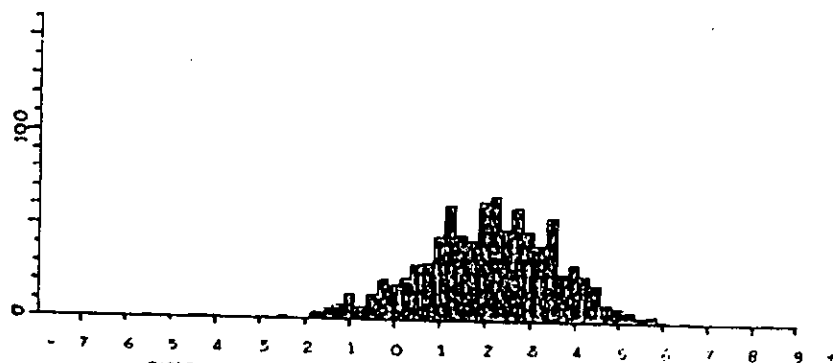
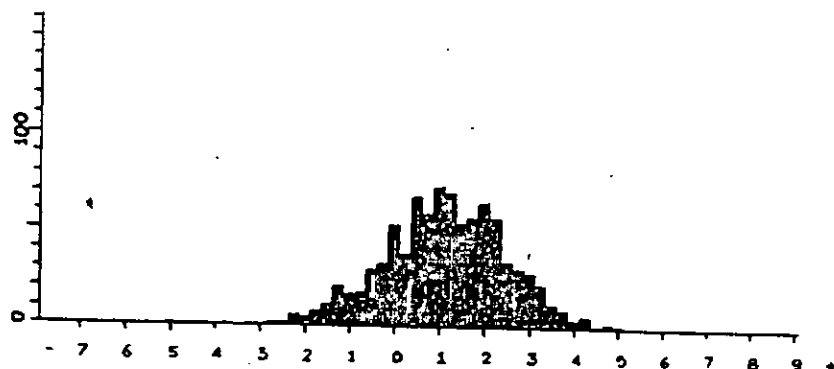
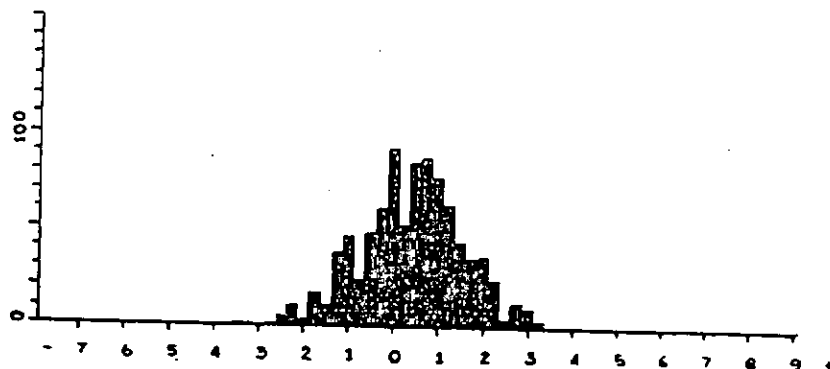
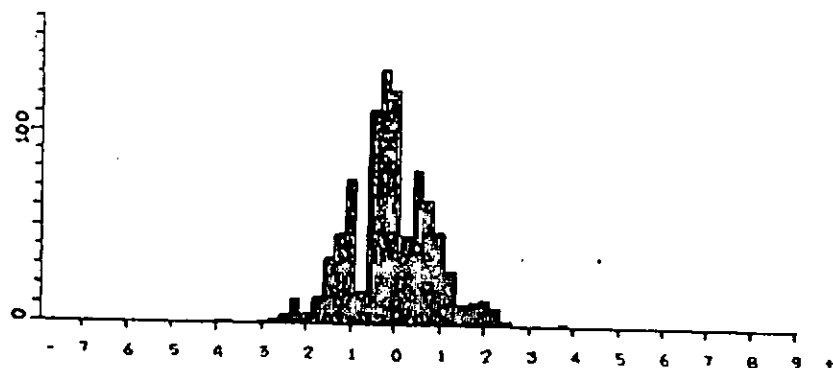


TABLE BAYESIAN (Doubleexponential & Uniform)

Mean 1 = 0.000000000E+00 Variance 1 = 1.000000000E+00 : n1 = 20

Mean 2 = 0.000000000E+00 Variance 2 = 5.000000000E+00 : n2 = 8

Sig	Probability of type 1 error	Power of test		
		u = .75d	u = 1.00d	u = 1.50d
.05	1.210000000E-01	2.650000000E-01	4.740000000E-01	7.000000000E-01
.01	9.900000000E-02	2.230000000E-01	4.160000000E-01	6.470000000E-01

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นางอุษาพร เสวกวิ
วัน เดือน ปี เกิด	2 พฤษภาคม 2501
สถานที่เกิด	อำเภอท่าม่วง จังหวัดกาญจนบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 171/2156 หมู่ 2 แขวงคลองถนน ถนนพหลโยธิน เขตบางเขน กรุงเทพฯ 10220
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 5
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	คณะศิลปศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล
ประวัติการศึกษา พ.ศ. 2517	เตรียมอุดมศึกษา (แผนกวิทยาศาสตร์) จากโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย จังหวัดลพบุรี
พ.ศ. 2521 กศ.บ.	(วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน
พ.ศ. 2524 กศ.ม.	(คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
พ.ศ. 2533 กศ.ค.	(การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

การศึกษาข้อได้เปรียบของวิธีการทางสถิติเบย์เซียนในการทดสอบสมมติฐาน
เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ที่มีค่าการกระจายแตกต่างกัน

บทคัดย่อ
ของ
อุษาพร เสวกวิ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร
พฤษภาคม 2533

A STUDY OF UTILIZATION OF BAYESIAN APPROACH
IN TESTING HYPOTHESES CONCERNING TWO MEANS
FROM TWO DIVERSED POPULATIONS

AN ABSTRACT

BY

USAPORN SWEKWI

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Doctor of Education degree in Research and Curriculum Development
at Srinakharinwirot University

November 1990

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยใช้สถิติที่จะมีความคลาดเคลื่อนในการทดสอบมาก เมื่อประชากรมีการกระจายแตกต่างกัน กล่าวคือประชากรมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยเฉพาะกรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและมีขนาดไม่เท่ากัน โดยกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็กมีความแปรปรวนสูงและกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่มีความแปรปรวนต่ำ การศึกษาที่ได้ดำเนินการไปแล้วยังไม่พบวิธีการทดสอบใดที่จะแก้ปัญหาในสถานการณ์ดังกล่าวนี้ได้ ผู้วิจัยจึงต้องการตรวจสอบว่าวิธีการทางสถิติเบย์เซียน ซึ่งโดยทั่วไปจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่จะนำมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในกรณีนี้หรือไม่

จุดมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบโดยใช้สถิติและสถิติเบย์เซียนในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรมีการกระจายแตกต่างกัน โดยจะเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจของการทดสอบโดยใช้สถิติและสถิติเบย์เซียน

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ใช้การจำลองสถานการณ์ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ซึ่งจะคำนวณค่าสถิติของวิธีการทดสอบโดยใช้สถิติและสถิติเบย์เซียน จำนวน 1,000 ครั้ง แล้วนับค่าความถี่ของค่าสถิติที่ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต เพื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบแล้วนำค่าที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีที่กำหนดไว้ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ .05

ผลการวิจัยพบว่า เมื่อประชากรทั้งสองมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติและมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน ควรใช้สถิติเบย์เซียนทดสอบแทนการทดสอบโดยใช้สถิติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าพบว่าประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบคัมเบลล์เอ็กซ์โพเนนเชียล ยกเว้นในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กและมีความแปรปรวนสูง

A STUDY OF UTILAZATION OF BAYESIAN APPROACH
IN TESTING HYPOTHESIS CONCERNING TWO MEANS
FROM TWO DIVERSE POPULATIONS

AN ABSTRACT

BY

USAPORN SWEKWI

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Doctor of Education degree in Research and Curriculum Development
at Srinakharinwirot University

November 1990

Classical inferential statistics required some assumptions such as normality and homogeneity of variance. When the two sets of observations came from non-normal populations where the variance were unequal especially the smaller samples were drawn from a population with higher variance and the larger sample from the lower variance, the classical inferential statistics were unsatisfactory. From previous studies it was evident that a suitable procedure still could not be found. The Bayesian statistics had been suggested due to the more precise estimation. Hence it was to be further investigated in this situation.

The purpose of this study was to compare probability of type I error and power of the test in testing hypothesis concerning two means from two diverse populations between the Classical approach and the Bayesian approach.

The Monte Carlo simulation was employed with 1,000 replications to derive at the actual sampling distribution of the Classical inferential statistics and the Bayesian inferential statistics. From the sampling distribution, the frequency of difference between two means were counted at the significant level of 0.01 and 0.05. Such frequencies would be used to compute probability of the type I error in the central case and power of the test in the non-central cases then the two probability values were compared.

The result of this study showed that in case of the two sets of observations from non-normal populations where the variances were unequal the Bayesian approach should be used instead of the Classical approach, especially if the populations were distributed as double exponential except when the smaller samples were drawn from the populations with higher variance.