

การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่ง
ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกิ่งคลาสสิก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กรกฎาคม 2561

การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่ง
ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกิ่งคลาสสิก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กรกฎาคม 2561

การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่ง
ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกิ่งคลาสสิก



บทคัดย่อ
ของ
กฤษฎิชนม์ ชนินกุล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
กรกฎาคม 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กฤษฎิชนม์ ชนลกุล. (2561). การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึก
ซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก.
ปริญญาานิพนธ์ วท.ม.(ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์: รองศาสตราจารย์พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ.

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้
ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสแบบแถบพลังงานเดี่ยว โดยใช้ทฤษฎีกึ่งคลาสสิก
สำหรับความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ที่มีพื้นผิวเฟอร์มิแบบรูปทรงกลม
3 มิติ ในงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลอง 2 รูปแบบคือ แบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก
นำสมการที่คำนวณโดยใช้การประมาณค่าที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวินมาคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อเทียบกับ
ผลการทดลองโดยใช้อุณหภูมิวิกฤตและช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินของตัวนำยวดยิ่งชนิด
แมกนีเซียมไดโบไรด์ และ ตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ผลการคำนวณพบว่า
ตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน แสดงสมบัติที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสแบบ
ช่องว่างพลังงานเดี่ยวแต่ในตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ไม่สามารถใช้กับแบบจำลองนี้ได้



THE STUDY ON THE SUPERFLUID DENSITY AND THE PENETRATION DEPTH OF
ANISOTROPIC S-WAVE SUPERCONDUCTORS BY SEMICLASSICAL THEORY

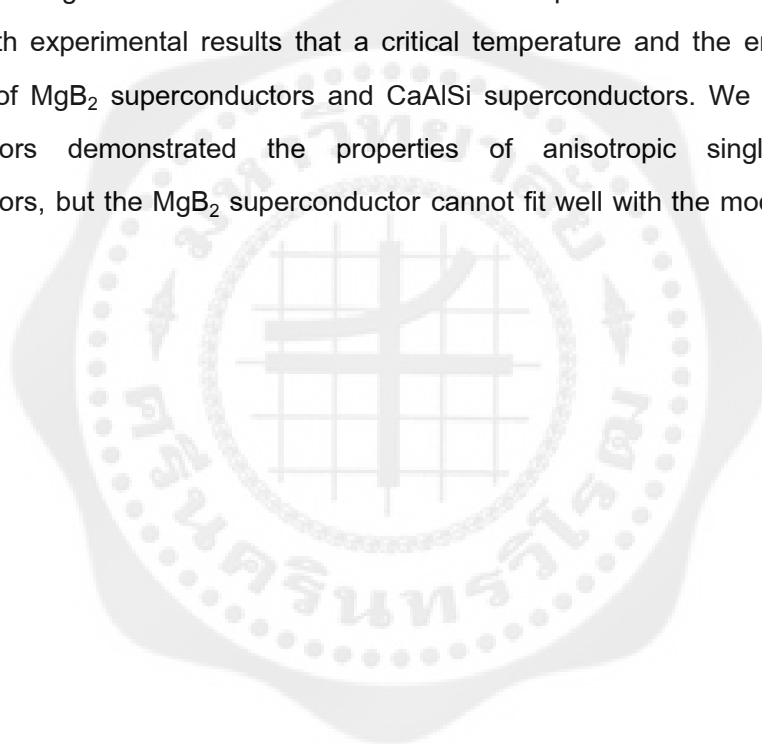


AN ABSTRACT
BY
GRITTICHON CHANILKUL

Presented in Partial Fulfillment of Requirements for the
Master of Science Degree in Physics
at Srinakharinwirot University
July 2018

Grittichon Chanilkul. (2018). *The Study on The Superfluid Density and The Penetration Depth of Anisotropic S-Wave Superconductors by Semiclassical Theory*. Master's thesis, M.Sc. (Physics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Pongkaew Udomsamuthirun.

In this research, a study on the superfluid density and the penetration depth of an anisotropic s-wave single band superconductors using semiclassical theory. The focus of this study was the state of superconductors with a 3D spherical Fermi surface and an anisotropic gap function with an elliptical spherical shape and a pancake spherical shape were used. Through the use of numerical calculated equations at near zero temperature compared with experimental results that a critical temperature and the energy gap at zero temperature of MgB_2 superconductors and CaAlSi superconductors. We found that CaAlSi superconductors demonstrated the properties of anisotropic single band s-wave superconductors, but the MgB_2 superconductor cannot fit well with the model.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซึ้งได้ของตัวนำยวดยิ่ง
ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกลศาสตร์

ของ

กฤษฎิชนม์ ชนิลกุล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์จักรชัย เอกปัญญาสกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารียา เอี่ยมบุญ)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชังจันทร์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย)



งานวิจัยนี้ได้รับเงินอุดหนุนการวิจัย
จาก
สำนักงานคณะกรรมการอุดมศึกษา (สกอ.)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี อันเนื่องมาจากความช่วยเหลือของรองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ที่ให้คำปรึกษา คอยติดตามและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ตลอดจนช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารียา เอี่ยมมู่ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ช้างจันทร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์เป็นคณะกรรมการในการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสิ้นสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาตลอดระยะเวลาของการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ทำปริญญานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบพระคุณ คุณธัญนพ นิลกำจร คุณเสริมสุข รัตเร่ง และ คุณปราชญ์กิตติ หมายเจริญ สำหรับคำแนะนำในงานวิจัย และหนังสือที่ผู้วิจัยใช้ศึกษาพื้นฐาน

ขอขอบคุณ คุณอัจฉรา เกื้อทาน และ คุณสุรศักดิ์ ฤกษ์เกษิ เพื่อนนิสิตปริญญาโท ที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวทุกคน ที่สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

กฤษฎิชนม์ ชนิกุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ประวัติการค้นพบและการพัฒนาตัวนำวยดยิ่งแบบดั้งเดิม	1
ตัวนำวยดยิ่งอุณหภูมิสูง	3
สมบัติของตัวนำวยดยิ่ง	4
ความมุ่งหมายของการวิจัย	7
ความสำคัญของการวิจัย	8
ขอบเขตการวิจัย	8
2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
ทฤษฎีบีซีเอส	9
ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว	11
แบบจำลองของไหลสองส่วน	13
ความลึกซาบซึมแม่เหล็กไฟฟ้า	13
ตัวนำวยดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง	26
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	28
3 วิธีการดำเนินงานวิจัย	32
คำนวณสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสตามทฤษฎีบีซีเอส	33
คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลวยดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิรูปทรงกลม 3 มิติ	38
คำนวณสมการความลึกซาบซึมได้พื้นผิวเฟอร์มิรูปทรงกลม 3 มิติ	47
4 ผลการวิจัย	49
ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวนำวยดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์	53
ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวนำวยดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1	58
ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวนำวยดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2	70
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	87
สรุปผลการวิจัย	87
อภิปรายผล	89
ข้อเสนอแนะ	90

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม.....	91
ภาคผนวก	95
ประวัติย่อผู้วิจัย	99



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 อุณหภูมิและความต้านทานของปรอทบริสุทธิ์.....	1
2 สนามแม่เหล็กวิกฤตและอุณหภูมิ.....	2
3 (ก) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) ตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก.....	3
4 ระยะเวลาที่ค้นพบและอุณหภูมิวิกฤต.....	3
5 โครงสร้างของ Y123.....	4
6 ผลของการเหนี่ยวนำสนามแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งรูปวงแหวน (ก) เมื่ออุณหภูมิ มากกว่าอุณหภูมิวิกฤต (ข) เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต	6
7 ค่าความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำสภาพยวดยิ่ง (c_s) และตัวนำสภาพปกติ (c_n) แปรผันตามอุณหภูมิ.....	6
8 อันตรกิริยาที่ดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนและอิเล็กตรอนมีโฟนอนเป็นสื่อกลาง	10
9 ปฏิกริยาของอิเล็กตรอน 2 ตัว เมื่อผ่านจุดแลตทิซ.....	10
10 ความหนาแน่นของสถานะปกติกับสถานะยวดยิ่งและอุณหภูมิ	14
11 ขนาดของสนามแม่เหล็กที่ซาบซึมได้เข้าไปในผิวของตัวนำยวดยิ่ง	17
12 ผลของอุณหภูมิต่อความลึกซาบซึมได้	17
13 พื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ	22
14 ช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง ในปริภูมิโมเมนตัม	26
15 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างชนิดที่ขึ้นกับทิศทางและชนิด ไม่ขึ้นกับทิศทาง.....	27
16 ช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง ในปริภูมิโมเมนตัม	28
17 โครงสร้างแถบพลังงานของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์	29
18 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบของผลึกแมกนีเซียมไดโบไรด์โดย เปรียบเทียบกับความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งตามทฤษฎีบีซีเอส	30
19 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างๆ ชนิดขึ้นกับทิศทางและไม่ ขึ้นกับทิศทาง รูป ก) ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิดขึ้นกับทิศทางโดยมี อุณหภูมิวิกฤต 7.3 เคลวิน รูป ข) ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิดขึ้นกับ ทิศทางโดยมีอุณหภูมิวิกฤต 6.2 เคลวิน.....	31
20 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสและคลื่นดีจากการคำนวณตามทฤษฎี ..	31

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
21 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	53
22 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	53
23 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก สมการ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	54
24 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก สมการ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	54
25 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	55
26 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์.....	55
27 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก สมการ (2.28) และ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์.....	56
28 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูป แพนเค้ก สมการ (2.28) และ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์	56
29 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแมกนีเซียมไดโบไรด์	57
30 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแมกนีเซียมไดโบไรด์	57
31 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1.....	58
32 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.2) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1.....	58
33 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1.....	59

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- 34 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน
แบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.3) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 1..... 59
- 35 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 60
- 36 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.4) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 60
- 37 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 61
- 38 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.5) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 61
- 39 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 62
- 40 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.6) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 62
- 41 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 63
- 42 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน
แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.7) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 63
- 43 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี
สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1..... 64

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

44	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (4.8) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	64
45	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	65
46	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (4.9) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	65
47	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูป ทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	66
48	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.10) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	66
49	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง แพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	67
50	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.11) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	67
51	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	68
52	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.12) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	68
53	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง แพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	69
54	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.13) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1	69

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

[illegible]

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

65	ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 2	75
66	ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีใน แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.7) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 2	75
67	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2.....	76
68	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (4.8) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2	76
69	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2.....	77
70	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง รูปทรงรี สมการ (4.9) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2	77
71	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม อะลูมิเนียม ชนิดที่ 2	78
72	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.10) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2.....	78
73	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง แพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะ ลูมิเนียม ชนิดที่ 2	79
74	ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง แพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.11) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2.....	79

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- 75 ความลึกซาบซึ่มได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียม
อะลูมิเนียม ชนิดที่ 2 80
- 76 ความลึกซาบซึ่มได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.12) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2..... 80
- 77 ความลึกซาบซึ่มได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2..... 81
- 78 ความลึกซาบซึ่มได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.13) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2..... 81

บทที่ 1

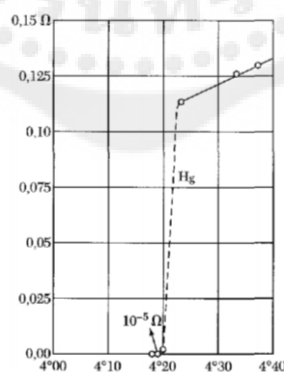
บทนำ

ในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงหัวข้อของบทนำที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. ประวัติการค้นพบและการพัฒนาตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิม
2. ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง
3. สมบัติของตัวนำยิ่งยวด
4. ความมุ่งหมายของการวิจัย
5. ความสำคัญของการวิจัย
6. ขอบเขตของการวิจัย

1. ประวัติการค้นพบและการพัฒนาตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิม

เมื่อนำโลหะหรือสารประกอบบางประเภทมาลดอุณหภูมิให้ต่ำจนถึงอุณหภูมิระดับหนึ่งพบว่าค่าความต้านทานทางไฟฟ้าลดลงจนเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด ซึ่งจะเรียกอุณหภูมินั้นว่า อุณหภูมิวิกฤต (Critical temperature) และเรียกโลหะหรือสารประกอบนั้นว่าตัวนำยิ่งยวด (Superconductor) ในปี ค.ศ.1911 โลหะหรือสารประกอบชนิดนี้ถูกค้นพบโดย คาร์เมอริงส์ ออนเนส (Onnes, 1911) จากการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสภาพของความต้านทานไฟฟ้า (Resistivity) และอุณหภูมิของปรอท ซึ่งเขาพบว่าปรอทที่อุณหภูมิต่ำกว่า 4.2 เคลวินจะมีค่าความต้านทานไฟฟ้าลดลงอย่างทันทีทันใดจึงเรียกสภาพที่มีค่าความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์นี้ว่า สภาพนำยิ่งยวด (Superconductivity) ซึ่งจะแสดงดังภาพประกอบ 1



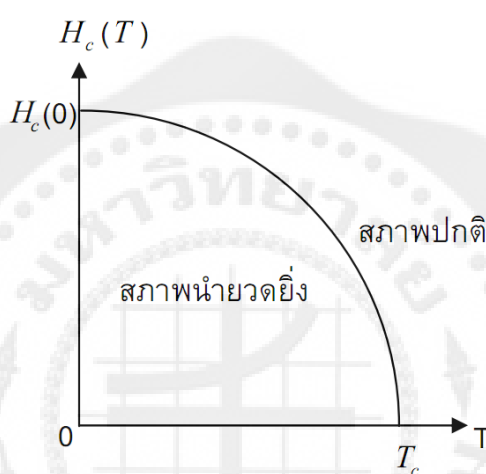
ภาพประกอบ 1 อุณหภูมิและความต้านทานของปรอทบริสุทธิ์

ที่มา: Kittel, C. (2005). *Introduction to Solid State Physics*, 8th ed. New York: John Wiley & Sons.

ในปี ค.ศ. 1914 ออนเนสได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและอุณหภูมิ ซึ่งพบว่าถ้าสนามแม่เหล็กมีความเข้มข้นมากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตแล้วจะทำให้ตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำปกติ ดังสมการที่ (1.1) ของแม่เหล็กวิกฤตที่ขึ้นกับอุณหภูมิได้ดังนี้

$$H_c(T) = H_c(0)\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right) \quad (1.1)$$

และสามารถเขียนเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตและอุณหภูมิซึ่งจะแสดงดังภาพประกอบ 2

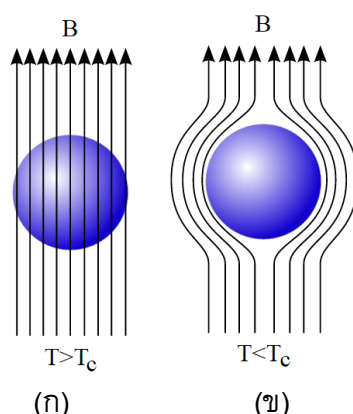


ภาพประกอบ 2 สนามแม่เหล็กวิกฤตและอุณหภูมิ

ที่มา: Kresin, V.Z.; and Wolf, S.A. (1990). *Fundamentals of Superconductivity*. New York:Plenum Publishing.

ในปี ค.ศ. 1916 ซิลล์บี (Silsbee, 1916) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำกับสภาพนำยวดยิ่งพบว่ากระแสไฟฟ้าวิกฤตเหนี่ยวนำเป็นปัจจัยที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ผิวของลวด จากการศึกษานี้ค้นพบว่า ปัจจัยที่ทำลายสภาพนำยวดยิ่งคืออุณหภูมิ ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

ในปี ค.ศ. 1933 ไมสเนอร์และโอเชินเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld, 1933) ได้ค้นพบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งคือเมื่อนำตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสภาพนำยวดยิ่งแล้วนำมาวางลงในบริเวณสนามแม่เหล็กภายนอกที่เหมาะสม สนามแม่เหล็กภายนอกจะไม่สามารถทะลุผ่านไปได้เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งจะสร้างสนามแม่เหล็กภายในมาต้านสนามแม่เหล็กภายนอกโดยที่ตัวนำยวดยิ่งมีสมบัติแม่เหล็กไดอาที่สมบูรณ์ (Perfect diamagnetism) เรียกปรากฏการณ์เช่นนี้ว่าปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Meissner effect) ดังภาพประกอบ 3

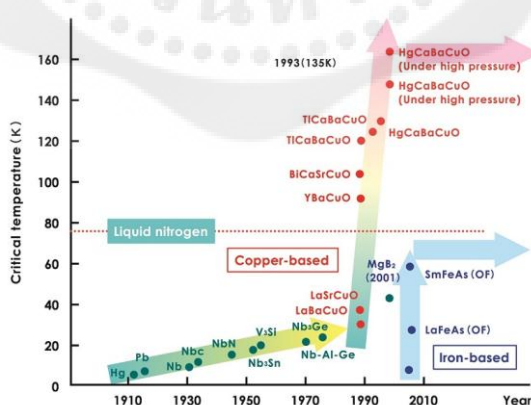


ภาพประกอบ 3 (ก) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) ตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: https://en.wikipedia.org/wiki/Meissner_effect.

2. ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

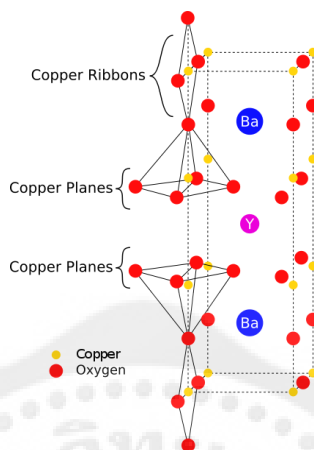
ในปี ค.ศ.1986 เบทเนอร์ซและมุลเลอร์ (Bednorz and Muller, 1986) ค้นพบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิวิกฤตสูง (high temperature superconductors) ที่มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจากเดิมมีค่ามากกว่า 35 เคลวินเป็นครั้งแรกโดย ซึ่งพบในสารประกอบประเภท La-Ba-Cu-O หลังจากนั้นค้นพบในสารประกอบประเภท Y-Ba-Cu-O โดยคณะวิจัยของซู (Wu et al., 1987) และ สารประกอบอีกหลายกลุ่มโดยมีองค์ประกอบที่สำคัญคือคิวพรหลังจากนั้นมีการค้นพบสารประกอบต่างๆ ที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นเป็นลำดับ ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ระยะเวลาที่ค้นพบและอุณหภูมิวิกฤต

ที่มา: <http://www.u-tokyo.ac.jp/en/utokyo-research/feature-stories/hierarchies-in-matter.html>.

สารประกอบประเภทคิวเพรทมีโครงสร้างแบบเพอร์รอฟสไกต์ (Perovskite-type structures) ประกอบด้วยระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO_2) ซึ่งจะถูกแยกชั้นด้วย ธาตุ X และ ออกซิเจน จับกันในรูปของ (X_nO_m) เช่นในสารประกอบ ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$) จะมีการแบ่งชั้นดัง ภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 โครงสร้างของ Y123

ที่มา: https://en.wikipedia.org/wiki/Yttrium_barium_copper_oxide.

3. สมบัติของตัวนำยิ่งยวด

3.1 ความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด

เมื่อนำตัวนำปกติลดอุณหภูมิจนถึงอุณหภูมิวิกฤต จะเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวดซึ่งตัวนำยิ่งยวดจะแสดงสมบัติความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด เช่นปรอทมีอุณหภูมิวิกฤตที่ 4.2 เคลวิน เมื่อลดอุณหภูมิจนถึงอุณหภูมิปรอทมีสมบัติความต้านทานเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด

3.2 ปรากฏการณ์ไอโซโทป

จากการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับมวลไอโซโทป (M) ค่าต่างๆของธาตุที่เป็นตัวนำยิ่งยวด พบว่าสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังสมการ (1.2) (Buckel, 1991)

$$M^\alpha T_c = \text{ค่าคงตัว} \quad (1.2)$$

เมื่อ M เป็น มวลไอโซโทป

T_c เป็น อุณหภูมิวิกฤต

α เป็น ค่าคงที่ตามทฤษฎีบีซีเอสมีค่าเป็น 0.5

θ_{Debye} เป็น อุณหภูมิของเดอบาย

ซึ่งความสัมพันธ์นี้พบว่าการสั่นของแลตทิซและอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับแลตทิซทำให้เกิดสถานะตัวนำยวดยิ่งได้ตามหลักทฤษฎีบีซีเอสที่อาศัยการคำนวณ $T_c \propto \theta_{Debye} \propto M^{-1/2}$ เมื่อ θ_{Debye} เป็นอุณหภูมิของเดอบายเมื่อเปรียบเทียบความสัมพันธ์นิยามของปรากฏการณ์ไอโซโทปจะพบว่าค่าของ α มีค่าเท่ากับ 0.5

3.3 ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์

ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Meissner effect) เป็นปรากฏการณ์ของตัวนำยวดยิ่งที่เกิดจากการนำตัวนำยวดยิ่งไปวางในสนามแม่เหล็กภายนอกอย่างอ่อน แล้วเกิดการยกตัวขึ้นจะเรียกว่าการยกตัวด้วยสนามแม่เหล็ก (Magnetic levitation) ซึ่งจะลอยตัวเหนือสนามแม่เหล็กภายนอกอย่างอ่อน ปรากฏการณ์นี้เกิดจากตัวนำยวดยิ่งมีการสร้างเส้นสนามแม่เหล็กภายในที่เป็นแม่เหล็กไดอาที่สมบูรณ์ (Perfect diamagnetic) ต้านกับเส้นแรงสนามแม่เหล็กภายนอกอย่างอ่อน ทำให้เส้นแรงสนามแม่เหล็กภายในมีค่าเท่ากับศูนย์ตัวนำยวดยิ่งถูกผลักออกจากแม่เหล็กจึงเกิดการยกตัวลอยขึ้น

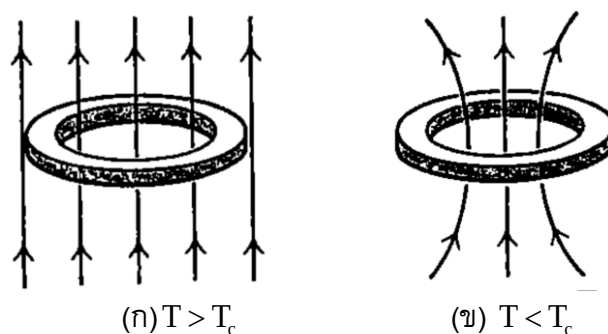
3.4 ความไม่ต่อเนื่องของฟลักซ์แม่เหล็กไฟฟ้า

ถ้าตัวนำยวดยิ่งชนิดรูปวงแหวนมาวางบริเวณสนามแม่เหล็กจากนั้นลดอุณหภูมิจนถึงอุณหภูมิจากวิกฤติแล้วเอาสนามแม่เหล็กออกพบว่าจะมีกระแสไฟฟ้าไหลในวงแหวนตามหลักการของการเหนี่ยวนำไฟฟ้าของฟาราเดย์ แต่เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งไม่มีความต้านทานทางไฟฟ้า จึงไม่มีการสูญเสียพลังงาน กระแสไฟฟ้านี้จะไหลวนอยู่ในตัวนำยวดยิ่งชนิดรูปวงแหวนตลอดโดยไม่สูญเสีย เรียกกระแสไฟฟ้านี้ว่า กระแสยืนยง (Persistent current) (File and Mills, 1963; Buckel, 1991) และฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าที่ไหลวนนี้จะถูกกักอยู่ภายในวงแหวนของตัวนำยวดยิ่ง ดังภาพประกอบ 6 และสมการที่ (1.3)

$$\phi = \frac{n\hbar c}{2e} \quad (1.3)$$

เมื่อ n จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มคือเท่ากับ 1,2,3,... ตามลำดับ

$\hbar = \frac{h}{2}$ และ h เป็นค่าคงตัวของพลังค์

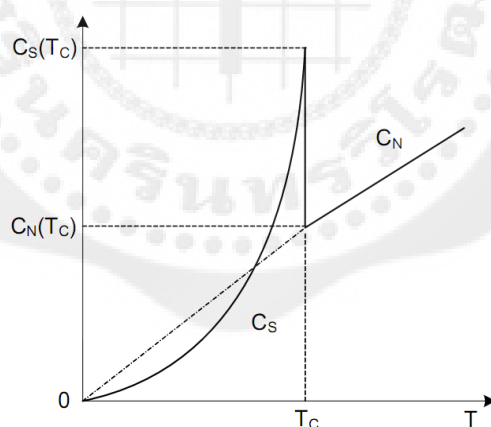


ภาพประกอบ 6 ผลของการเหนี่ยวนำสนามแม่เหล็กของตัวนำยิ่งยวดรูปวงแหวน (ก) เมื่ออุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิวิกฤต (ข) เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต

ที่มา: Fetter, A.L.; and Walecka, J.D. (1995). *Quantum Theory of Many-Particle Systems*. San Francisco: McGraw-Hill.

3.5 ความจุความร้อนจำเพาะ

ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat capacity) โดยทั่วไปคือปริมาณความร้อนที่ทำให้วัตถุมวลหนึ่งหน่วยมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 1 องศา (Serway and Jewett, 2004)



ภาพประกอบ 7 ค่าความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำสภาพยวดยิ่ง (c_s) และตัวนำสภาพปกติ (c_n) แปรผันตามอุณหภูมิ

ที่มา: Watcharin, B. (2007). *Critical Temperature of Superconductor/ Ferromagnetic Bilayers with Spin-Orbit Dependent Scattering*.

สำหรับตัวนำยวดยิ่งค่าความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำสภาพยวดยิ่ง (c_s) และ ตัวนำสภาพ (c_n) ปกติจะแตกต่างกัน (Buckel, 1991) โดยที่สภาพยวดยิ่งจะมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิเป็นรูปเอ็กโปเนนเชียล $c_s \propto e^{-\Delta/T}$ แต่ในสภาพปกติจะมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิเป็น $c_n \propto T^3$ และตำแหน่งที่ $T = T_c$ จะเกิดการกระโดดของค่าความจุความร้อนจำเพาะดังภาพประกอบ 7 แล้วพบว่า $\frac{c_n(T_c) - c_s(T_c)}{c_n(T_c)} = \text{ค่าคงตัว}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.42

เมื่อ c_s เป็น ค่าความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำสภาพยวดยิ่ง

c_n เป็น ค่าความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำสภาพปกติ

Δ เป็น ช่องว่างพลังงาน

T_c เป็น อุณหภูมิ (เคลวิน)

3.6 ปรากฏการณ์โจเซฟสัน

ปรากฏการณ์โจเซฟสัน (Josephson effect) เป็นปรากฏการณ์ที่นำตัวนำยวดยิ่งต่างชนิดกันสองตัวมาประกบกัน โดยมีแผ่นฉนวนที่บางคั่นอยู่ระหว่างกลางเมื่อตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสภาวะนำยวดยิ่งจะมีปรากฏการณ์ต่างๆ อยู่ 2 รูปแบบคือ (Kittel, 2005)

1. ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง (DC Josephson effect) คือปรากฏการณ์ที่มีไฟฟ้ากระแสตรงไหลผ่านบริเวณรอยต่อ

2. ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ (AC Josephson effect) คือถ้าให้ศักย์ไฟฟ้ากระแสตรงแก่ระบบ จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลข้ามบริเวณรอยต่อสลับไปมาด้วยความถี่ที่สูง

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้สนใจในการศึกษาสมบัติและกลไกต่างๆ ที่เกิดขึ้นของตัวนำยวดยิ่งในเรื่องความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของสนามแม่เหล็กในตัวนำยวดยิ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างตัวนำยวดยิ่งและของไหลยวดยิ่ง และเนื่องจากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบของเหล็ก ซึ่งมีสมบัติเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสและขึ้นกับทิศทางการศึกษาเรื่องนี้จะทำให้มีความเข้าใจในกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งในตัวนำยวดยิ่งมากขึ้นเพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบของเหล็ก

4. ความมุ่งหมายของการวิจัย

4.1 เพื่อศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

4.2 เพื่อศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

4.3 เพื่ออธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

5. ความสำคัญของการวิจัย

การศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอสจะสามารถทำให้อธิบายเพื่อทำความเข้าใจกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอส ซึ่งความรู้และความเข้าใจนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการทำนายสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นได้

6. ขอบเขตของการวิจัย

6.1 สามารถนำทฤษฎีกึ่งคลาสสิกเพื่อมาคำนวณหาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอสได้

6.2 สามารถคำนวณหาความลึกซาบซึมได้โดยใช้ทฤษฎีของของไหลสองส่วนแบบกึ่งคลาสสิกของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอสได้

6.3 สามารถนำค่าความลึกซาบซึมได้ที่ได้จากคำนวณมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งได้



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

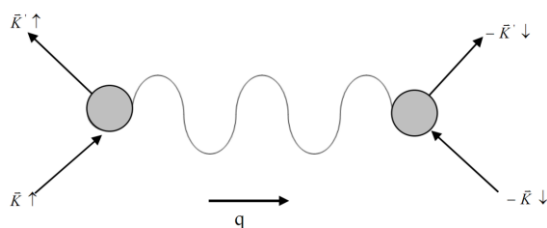
ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารข้อมูลและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง โดยแบ่งเป็น 6 หัวข้อ ดังนี้

1. ทฤษฎีบีซีเอส
2. ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว
3. แบบจำลองของไหลสองส่วน
4. ความลึกซาบซึมแม่เหล็กไฟฟ้า
5. ตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สมบัติและกลไกต่างๆที่เกิดขึ้นในตัวนำยวดยิ่งสามารถอธิบายสิ่งเหล่านี้โดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบจุลภาค (Microscopic theory of superconductors) เช่น ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) และทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค (Macroscopic theory of superconductors) เช่น แบบจำลองของไหลสองส่วน (Two fluid model) สมการลอนดอน (London equation) และทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว (Ginzburg-Landau theory) โดยสิ่งที่จะใช้อธิบายในแบบ ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาคของงานวิจัยชิ้นนี้ (Macroscopic theory of superconductors) คือ ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density) โดยจะมีความสัมพันธ์กับความลึกซาบซึมได้ (Penetration depth)

1. ทฤษฎีบีซีเอส

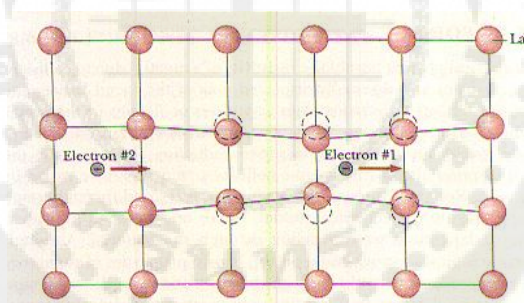
ในปี ค.ศ.1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และชรีฟเฟอร์ (Bardeen Cooper and Schrieffer, 1957) ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่สามารถอธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง และปรากฏการณ์ต่างๆ กล่าวคือเมื่อตัวนำเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำยวดยิ่งจะเกิดจากอันตรกิริยาที่ดึงดูดกันของอิเล็กตรอน 2 ตัว ซึ่งตามหลักการทั่วไป อิเล็กตรอนมีประจุเป็นลบเกิดอันตรกิริยาที่ผลักรัน แต่ในทฤษฎีบีซีเอสกลับเสนอว่ากลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งนั้นเกิดจากอิเล็กตรอน 2 ตัว อันตรกิริยาที่ดึงดูดกัน เรียกการจับคู่กันของอิเล็กตรอนว่าคูคูเปอร์ (Cooper pair) ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 8 อันตรกิริยาที่ดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนและอิเล็กตรอนมีโฟนอนเป็นสื่อกลาง

ที่มา: Buckel, W. (1991). *Superconductivity : Fundamentals and applications*. 2nd ed. New York: VCH Publishes.

ซึ่งจะเกิดจากภายใต้เงื่อนไขที่มีโฟนอนเป็นสื่อกลางในการจับคู่กันของอิเล็กตรอน แล้วอิเล็กตรอนทั้ง 2 ตัวนั้นต้องมีขนาดของโมเมนตัมเท่ากันและสปินที่ตรงกันข้ามกันแล้วมีพลังงานอยู่ในบริเวณผิวเฟอร์มิ (Fermi surface) ที่ไม่เกินพลังงานเดบาย (Debye energy) คือ อยู่ระหว่าง $E_F - \omega_d$ และ $E_F + \omega_d$ เมื่อ ω_d เป็นความถี่ของเดบายและมีโมเมนตัมเป็น $-k$ สปินลง (spin down) และ $+k$ สปินขึ้น (spin up) จึงจะสามารถจับคู่กันได้



ภาพประกอบ 9 ปฏิกริยาของอิเล็กตรอน 2 ตัว เมื่อผ่านจุดแลตทิซ

ที่มา: <https://www.quora.com/CondensedMatterPhysicsIntheBCS-theory-of-superconductors>.

ถ้าสังเกตตัวนำยวดยิ่งในสถานะของแข็งเมื่ออิเล็กตรอนตัวที่ 1 เคลื่อนที่ผ่านกลุ่มแลตทิซที่มีสมบัติเป็นบวกรวมจะเกิดอันตรกิริยาที่ดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนและแลตทิซ และเมื่ออิเล็กตรอนตัวที่ 2 เคลื่อนที่ผ่านกลุ่มแลตทิซจะเกิดการเข้าหา เพราะเกิดการเหนี่ยวนำของอิเล็กตรอนตัวที่ 1 ทำให้กลุ่มแลตทิซมีความหนาแน่นของประจุบวกเพิ่มมากขึ้น ซึ่งจะสามารถเรียงลำดับของตำแหน่งในบริเวณนั้นคือ อิเล็กตรอน-แลตทิซ-อิเล็กตรอน เมื่อพิจารณาจากกลุ่มแลตทิซจะเกิดการสั่นของแลตทิซ

โดยพลังงานของการสั่นของคลื่นมาจากความยืดหยุ่นเป็นปริมาณควอนไทซ์เรียกกลุ่มพลังงานนั้นว่า โฟนอน (phonon) อาจกล่าวได้ว่าการเกิดคู่คูเปอร์นั้นเกิดจากอันตรกิริยาที่ดึงดูดกันของอิเล็กตรอน ตัวที่ 1 และตัวที่ 2 โดยมีโฟนอนเป็นสื่อกลางและมีเงื่อนไขที่กล่าวมาข้างต้น ดังภาพประกอบ 9

ทฤษฎีบีซีเอส เริ่มต้นการคำนวณโดยใช้แผนภาพฟายน์แมนตามภาพประกอบ 8 ซึ่งเกิดจากอันตรกิริยาคู่ของอิเล็กตรอนโดยใช้วิธี ความไม่ต่อเนื่องลำดับที่สอง (Second quantization) ในการพิจารณาทฤษฎีบีซีเอส ซึ่งสามารถเขียนฮามิลโทเนียนของตัวนำยวดยิ่งแบบเนื้อเดียวกันทั้งระบบ (Isotropic) ได้เป็น (Fetter and Walecka, 1995)

$$H = H_0 + H_{red} \quad (2.1)$$

เมื่อ $H_0 = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma}$

$$H_{red} = \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k'\downarrow} C_{k'\uparrow}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_k - E_F$$

โดย H_0 คือ เทอมของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเทียบกับพลังงานเฟอร์มิ

H_{red} คือ เทอมที่เกิดจากอันตรกิริยาแบบดึงดูดกันระหว่างอิเล็กตรอนที่อยู่ในช่วงแคบๆ บริเวณผิวเฟอร์มิและอิเล็กตรอนทั้งสองตัวมีโมเมนตัมและสปินตรงกันข้ามกัน

V'_{kk} คือ สัมประสิทธิ์ของอันตรกิริยาดึงดูดกันของอิเล็กตรอน

$C_{k\sigma}^+ (C_{k\sigma})$ คือ ตัวดำเนินการสร้าง (ทำลาย) ของอิเล็กตรอนที่มีเวกเตอร์คลื่นเป็น k และสปินเป็น σ

เมื่อนำ ฮามิลโทเนียนคำนวณเป็นสมการช่องว่างพลังงานของบีซีเอส แล้วสามารถอธิบายสมบัติต่างๆของตัวนำยวดยิ่งได้อย่างกว้างขวางซึ่งสมการที่ (2.2) สามารถอธิบายช่องว่างพลังงานที่เกิดขึ้นในตัวนำยวดยิ่งได้ตามทฤษฎีบีซีเอส

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_p} \tanh \frac{2T}{\sqrt{E_k^2 + \Delta^2}} dE_k \quad (2.2)$$

โดย λ คือ ค่าคงตัวคู่ควบ และกำหนดให้ $\lambda = N_0 V_0$

2. ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว

ในปี ค.ศ.1950 กินซ์เบิร์กและแลนดาวได้นำเสนอทฤษฎีกินซ์เบิร์ก (Ginzberg and Landau, 1950) (Buckel, 1991;Poulter, 1991;Kittel, 2005) เป็นทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค

ที่ใช้อธิบายสมบัติของตัวนำยิ่งยวดในบริเวณการเปลี่ยนสถานะ (Phase transition) โดยเรียกอุณหภูมิของการเปลี่ยนสถานะว่าอุณหภูมิของการเปลี่ยนสถานะ (Transition temperature) ซึ่งทฤษฎีนี้ได้รับการพัฒนามาจากทฤษฎีของไหลสองส่วนที่มีความเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนสถานะลำดับที่สอง (Second-order phase transition) ของแลนดาวและแบบจำลองของไหลสองส่วน โดยเริ่มจากการพิจารณาจากพลังงานเสรีในสถานะนำยิ่งยวดที่สามารถเขียนกระจายอยู่ในเทอมของตัวแปรความเป็นระเบียบ (Order parameter) ร่วมกับพลังงานเสรีในสถานะปกติ (Normal state) สิ่งที่สำคัญของตัวแปรความเป็นระเบียบนี้จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออยู่เหนือจุดเปลี่ยนสถานะและต้องมีค่าจำกัดเมื่ออยู่ต่ำกว่าจุดเปลี่ยนสถานะ จะแทนฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภานำยิ่งยวดคือตัวแปรความเป็นระเบียบ $\psi(\vec{r})$ และมีเงื่อนไขของสภานำยิ่งยวดเมื่ออุณหภูมิมีค่าสูงกว่าและต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติ

$$\begin{aligned} |\psi|^2 &= 0 && \text{เมื่อ } T > T_c \\ &= \text{ค่าคงตัว} && \text{เมื่อ } T < T_c \end{aligned}$$

โดย $|\psi|^2$ คือตัวแปรความเป็นระเบียบ ซึ่งก็คือความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภานำยิ่งยวด

สามารถเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระ (Free energy density) ในเทอมของตัวแปรความเป็นระเบียบได้เป็นตามสมการ

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \dots \quad (2.3)$$

โดย f_s คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสถานะนำยิ่งยวด

f_n คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสถานะปกติ

นำสมการ (2.3) มาเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระของตัวนำยิ่งยวดที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{\hbar^2}{8\pi} \quad (2.4)$$

โดย $\frac{\hbar^2}{8\pi}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

เมื่อทำการทดลองจะไม่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายในได้ แต่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายนอกได้ ดังนั้น เพื่อให้สอดคล้องกับการทดลองจะทำการแปลงเลอจองด์ (Legendre transformation) เขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระได้เป็น

$$g_s = f_s - \frac{\vec{h} \cdot \vec{H}}{4\pi} \quad (2.5)$$

นำสมการ (2.4) และ (2.5) มาเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระ แล้วคำนวณพลังงานอิสระมีค่า

$$\text{ขีดสุด} \quad \frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} = 0$$

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 + a\psi + \frac{1}{2} b |\psi|^2 \psi = 0$$

เรียกสมการนี้ว่าสมการกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวที่หนึ่ง

พบว่าสมการกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวที่หนึ่งจะมีรูปแบบสมการที่คล้ายคลึงกับสมการชโรดิงเงอร์ ถ้า $b=0$ จะเป็นสมการชโรดิงเงอร์ของอนุภาคที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla \times (\vec{h} - \vec{H}) = \frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e^{*2}}{m^* c} \vec{A} |\psi|^2$$

เรียกสมการนี้ว่าสมการกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวที่สอง

3. แบบจำลองของไหลสองส่วน

ในปี ค.ศ.1934 มีฮาร์และรีเชเบิร์ก (Mehra and Recheberg, 2001) ได้เสนอแบบจำลองของไหลสองส่วน (Two-fluid model) กล่าวคือเมื่อตัวนำปกติเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำยวดยิ่งจะแสดงพฤติกรรมแบบของไหล โดยที่จำนวนความหนาแน่นของของไหลที่อยู่ภายในจะมีสมบัติ อยู่สองส่วน คือเป็นทั้งสถานะตัวนำปกติและสถานะตัวนำยวดยิ่ง เมื่อตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำปกติ จำนวนความหนาแน่นของของไหลที่แสดงสมบัติเป็นตัวนำยวดยิ่งจะมีค่าเป็นศูนย์

$$\rho = \rho_n + \rho_s \quad (2.6)$$

โดย $\rho = \frac{N}{V}$ คือ จำนวนความหนาแน่นของอนุภาคต่อปริมาตร

ρ_n คือ ความหนาแน่นของของไหลปกติ (Normal fluid density)

ρ_s คือ ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density)

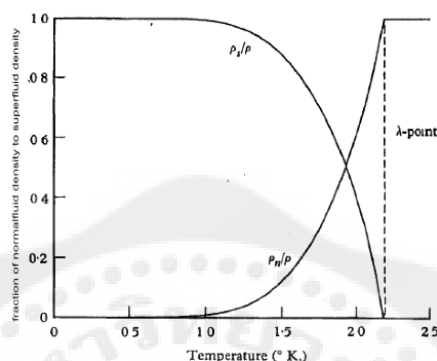
ถ้ากำหนดให้มีสัดส่วนความหนาแน่นของของไหลสถานะปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง เป็น $x = \frac{\rho_n}{\rho_s}$

และเขียนพลังงานเสรีของอิเล็กตรอนตัวนำเป็น

$$F(x, T) = x^{\frac{1}{2}} f_n(T) + (1-x) f_s(T) \quad (2.7)$$

เมื่อ $f(T)$ คือ พลังงานเสรีที่ขึ้นกับอุณหภูมิเท่านั้น

แบบจำลองนี้สามารถอธิบายค่าความจุความร้อนทางเทอร์โมไดนามิกส์แต่ไม่สามารถอธิบายสมบัติอื่นๆได้ จึงมีการทดลองในปี ค.ศ.1937 อัลเลนและไมส์เนอร์ (Allen J.F. and Misener A.D., 1937) มีการค้นพบปรากฏการณ์ของไหลยวดยิ่งในฮีเลียมเหลว เมื่อทำการลดอุณหภูมิของก๊าซฮีเลียมให้ต่ำกว่าฮีเลียมกลายเป็นของเหลวแล้วลดอุณหภูมิให้ต่ำลงไปอีกจนถึงจุดหนึ่งของเหลวนั้นจะมีสภาพเป็นของเหลวที่ไม่มีความหนืด ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 ความหนาแน่นของสถานะปกติกับสถานะยวดยิ่งและอุณหภูมิ

ที่มา: <https://sites.google.com/a/umn.edu/mxp/home/2014-spring/s14helmholtzresonator>.

ซึ่งการค้นพบนี้แสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างตัวนำยวดยิ่งและของไหลยวดยิ่ง กล่าวคือเมื่อลดอุณหภูมิให้เข้าใกล้หรือต่ำกว่าอุณหภูมิหนึ่งตัวนำยวดยิ่งจะมีความลึกซำบซึมได้เพิ่มขึ้นและของไหลยวดยิ่งจะเป็นของเหลวที่ไม่มีความหนืด ดังนั้นความหนืดและความลึกซำบซึมได้จะมีกลไกที่สอดคล้องกัน

4. ความลึกซำบซึมแม่เหล็กไฟฟ้า

4.1 ความลึกซำบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่ง

เมื่อนำสนามแม่เหล็กภายนอกผ่านเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งแล้ว จะทำให้ตัวนำยวดยิ่งมีการสูญเสียสภาพเป็นนำปกติ โดยจะมีค่าเป็นความลึกจากบริเวณผิวถึงจุดๆ หนึ่ง เรียกความลึกนั้นว่า ความลึกซำบซึมได้ (Penetration depth)

4.1.1 สมการลอนดอน

ในปี ค.ศ. 1935 ลอนดอน (London F. and London H., 1935; Kittel, 1991; Buckel, 1991) เสนอสมการลอนดอนโดยใช้ผลการทดลองด้านแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งมาสร้าง

แบบจำลอง แล้วคำนวณเพื่ออธิบายสมบัติด้านแม่เหล็กของตัวนำยิ่งยวด โดยสามารถอธิบายความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์และปรากฏการณ์ไมสเนอร์ของตัวนำยิ่งยวดได้ดี ซึ่งได้นำสมการแมกซ์เวลล์ในระบบของตัวนำยิ่งยวด โดยกำหนดให้การนำไฟฟ้าในตัวนำยิ่งยวดเกิดจากซูเปอร์อิเล็กตรอน (Super electrons) ที่มีสมบัติแบบของไหลจินตภาพกล่าวคือของไหลที่บีบอัดไม่ได้ (Incompressible) และไม่มี ความหนืด (Non-viscous)

เมื่อพิจารณาอิเล็กตรอนที่อยู่ในสนามแม่เหล็กไฟฟ้า จะมีแรงที่กระทำต่ออิเล็กตรอนและมีสมการความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}$$

$$\vec{j} = n_e e \vec{v}$$

โดย m คือ มวลของอิเล็กตรอน

$\vec{E}$ คือ สนามไฟฟ้า

$\vec{j}$ คือ กระแสของอิเล็กตรอน

n_e คือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

$\vec{v}$ คือ ความเร็วของอิเล็กตรอน

พิจารณาสมการทั้งสองเพื่อหาความสัมพันธ์ร่วมกันโดยสามารถเขียนสมการทั้งสองใหม่ได้เป็น

$$\frac{d}{dt} \left(n_e e \vec{v} \left(\frac{m}{n_e e} \right) \right) = e\vec{E} \quad \text{หรือ} \quad \frac{d}{dt} (\vec{j}) = \vec{E} \quad (2.8)$$

$$\text{โดย } \Lambda = \frac{m}{n_e e^2}$$

จากสมการของแมกซ์เวลล์ $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ โดย $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ และ $\vec{A}$ เป็นศักย์เวกเตอร์ (Vector potential) จะได้

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{A} \quad \text{หรือ} \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.9)$$

รวมสมการ (2.8) และ (2.9) เข้าด้วยกัน จะได้

$$\Lambda \vec{j} = -\vec{A} \quad \text{หรือ} \quad \vec{j} = \frac{-n_e e^2}{m} \vec{A} \quad (2.10)$$

สมการ (2.10) คือ สมการของลอนดอน ซึ่งพบว่าในสถานะตัวนำยิ่งยวดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจะมีค่าแปรผันตามศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก และสามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งได้โดยใส่เคิร์ลเข้าไปทั้งสองคือ

$$\nabla \times \vec{j} = -\frac{1}{\Lambda} \vec{B} \quad (2.11)$$

จากสมการที่ (2.8) พบว่าเมื่อความต้านทานไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์และตัวนำอยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้า การเปลี่ยนแปลงขนาดของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจะขึ้นกับขนาดสนามไฟฟ้าที่ให้และเมื่อพิจารณาที่ (2.11) ซึ่งพบว่าสามารถอธิบายปรากฏการณ์ไมสเนอร์ได้กล่าวคือสมมติให้ตัวนำวางตัวในระนาบ xy และสนามแม่เหล็กที่ทำให้มีเฉพาะองค์ประกอบตามแนวแกน z เท่านั้น $B = (0, 0, B_z)$ และเพื่อให้แก้ไขปัญหาดังกล่าวจะพิจารณาเฉพาะตัวนำยิ่งยวดในแกน x เท่านั้น โดยวางตัวตั้งแต่ตำแหน่ง $x = 0$

จากสมการของแมกซ์เวลล์ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ ใส่เคิร์ลทั้งสองข้าง จะได้

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \nabla \times (\mu_0 \vec{j}) = -\frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{B}$$

แทนค่า $\vec{B} = B_z \hat{k}$

$$\frac{d^2}{dx^2} B_z(x) - \frac{\mu_0}{\Lambda} B_z(x) = 0$$

ได้คำตอบของสมการคือ

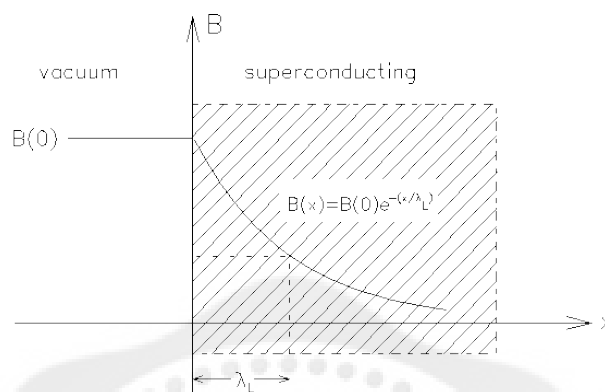
$$B_z(x) = B_z(0) e^{-x/\sqrt{\Lambda/\mu_0}} = B_z(0) \exp(-x/\lambda_L) \quad (2.12)$$

$$\lambda_L = \left(\frac{\mu_0 n e^2}{m} \right)^{-1/2} \quad (2.13)$$

ที่ความลึกจากผิวเท่ากับ λ_L สนามแม่เหล็กจะมีขนาดลดลงเป็นดังภาพประกอบ 11 (Kittel, 2005; Buckel, 1991)

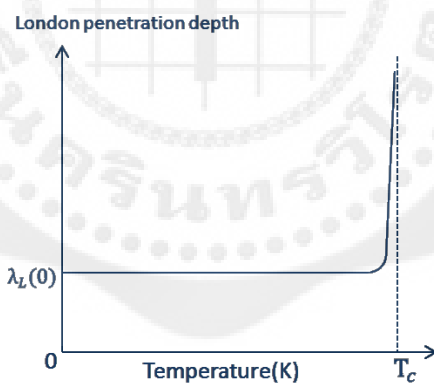
$$B_z(x) = \frac{B_z(0)}{e}$$

โดย λ_L คือ ความลึกซาบซึมได้
 μ_0 คือ ค่าคงตัวแม่เหล็ก
 B คือ สนามแม่เหล็กไฟฟ้า



ภาพประกอบ 11 ขนาดของสนามแม่เหล็กที่ซาบซึมได้เข้าไปในผิวของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา: Buckel, W. (1991). *Superconductivity : Fundamentals and applications*. 2nd ed.
 New York: VCH Publishes.



ภาพประกอบ 12 ผลของอุณหภูมิต่อความลึกซาบซึมได้

ที่มา: Buckel, W. (1991). *Superconductivity : Fundamentals and applications*. 2nd ed.
 New York: VCH Publishes.

เมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์เคลวิน λ_L จะมีค่าคงตัวคือมีค่าประมาณ $\lambda(0)$ แต่เมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ T_c ขนาดของ λ_L จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ดังภาพประกอบ 12 ดังนั้นสนามแม่เหล็กสามารถซาบซึมได้ผ่านเข้าไปในเนื้อวัสดุได้มากขึ้น ถ้าเกิดเข้าไปมากขึ้นอีก

สนามแม่เหล็กจะทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้และถ้าในแผ่นตัวนำยวดยิ่งมีความหนาแน่นน้อยกว่า λ_L สนามแม่เหล็กจะสามารถทะลุผ่านไปอีกด้านหนึ่งได้ซึ่งจะเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า ไมสเนอร์ที่ไม่สมบูรณ์

4.2 ทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

ในปี ค.ศ.1993 จันทรเศกขานและอินเซลส์ (Chandrasekhar and Einzel, 1993) เสนอแบบจำลองกึ่งคลาสสิก ที่อธิบายคุณสมบัติทางไฟฟ้าโดยเกี่ยวข้องกับพื้นผิวเฟอร์มิและช่องว่างพลังงานซึ่งจะนำไปสู่การคำนวณความลึกซาบซึมได้และความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งได้

เมื่อพิจารณาสมการความหนาแน่นของกระแสวิกฤติซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับศักย์เวกเตอร์ (Vector potential) เพื่อนำไปสู่สมการตัวดำเนินการวัด

4.2.1 ตัวดำเนินการวัด(สมมาตร)

ในการพิจารณาของตัวนำยวดยิ่งที่มีสนามแม่เหล็กภายนอกโดยมีความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของกระแสวิกฤติ $\vec{j}$ และศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}$

$$\vec{j} = e \int (dV_k \vec{v}_k + dV_{-k} \vec{v}_{-k}) = -\frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left(-\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} + \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \cdot \vec{A} \quad (2.14)$$

สมการนี้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมการลอนดอนและทฤษฎีบีซีเอสในตัวนำยวดยิ่ง

$$\text{กำหนดให้} \quad R \equiv \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left(-\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} + \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (2.15)$$

โดย $\vec{j}$ คือ ความหนาแน่นของกระแสวิกฤติ

$\vec{A}$ คือ ศักย์เวกเตอร์

n_k คือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

R คือ ตัวดำเนินการวัด(สมมาตร)

$f(E_k)$ คือ ฟังก์ชันของพลังงานเฟอร์มิ

E_k คือ พลังงานของกึ่งอนุภาค

ε_k คือ ค่าของระดับพลังงานเฟอร์มิ

$\vec{v}_k$ คือ ส่วนประกอบความเร็วเฟอร์มิของอิเล็กตรอน

v_k คือ ส่วนประกอบความเร็วเฟอร์มิของโฮล

ดังนั้นจากสมการที่ (2.14) และ (2.15) แสดงว่า

$$\vec{j} = -R \cdot \vec{A} \quad (2.16)$$

ถ้าพิจารณาโครงสร้างของตัวดำเนินการวัด(สมมาตร, R) ที่ประกอบด้วย แม่เหล็กแบบไดอาและแม่เหล็กแบบพาราจะแสดงดังสมการที่ (2.17)

$$R = R_D - R_p \quad (2.17)$$

โดย $R_D = \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left(-\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (2.18)$

$$R_p = \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left(-\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (2.19)$$

และ $d^3k \rightarrow \frac{dS_F d\varepsilon_k}{\hbar |\vec{v}_F|} \quad (2.20)$

โดย dS_F คือ พื้นผิวพลังงานเฟอร์มิที่คงที่
 $\vec{v}_F$ คือ ความเร็วเฟอร์มิ

นำสมการที่ (2.20) แทนลงไปในสมการที่ (2.18) และ (2.19) ที่จะได้

$$R_D = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_k \int_0^\infty d\varepsilon_k \left(-\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} \right) \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \cong \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_F \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \quad (2.21)$$

$$R_p \cong 2 \cdot \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_k \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \int_{\Delta(k)}^\infty dE_k \left(-\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 + \Delta^2(k)}} \quad (2.22)$$

เมื่อ $T \rightarrow 0, R_p \rightarrow 0$ และ $T \rightarrow T_c, R_p \rightarrow R_D$

นำสมการที่ (2.21) และ (2.22) แทนลงไปในสมการที่ (2.17) จะได้สมการของตัวดำเนินการวัด (สมมาตร)

$$R = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_k \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \left(1 + 2 \int_{\Delta(k)}^\infty dE_k \left(\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 + \Delta^2(k)}} \right) \quad (2.23)$$

และ $E = \sqrt{(\varepsilon^2 + \Delta^2)} \quad \frac{N(E)}{N(0)} = \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta(k)^2}}$

โดย R_{ij} คือ ตัวดำเนินการวัด(สมมาตร)

$f(E)$ คือ ฟังก์ชันของเฟอร์มิ

E คือ พลังงานของกึ่งอนุภาค

ε คือ ค่าของระดับพลังงานเฟอร์มิ

$\frac{N(E)}{N(0)}$ คือ ความหนาแน่นของการนอร์มอลไลซ์ของค่าระดับพลังงานเฟอร์มิ

v_F^i คือ ส่วนประกอบของความเร็วเฟอร์มิ v_F

$\Delta(k)$ คือ พื่นผิวเฟอร์มิขึ้นอยู่กับทิศทางของ k

จากสมการที่ (2.14) จะสามารถคำนวณหาความหนาแน่นของไหลยวดยิ่งในรูปทั่วไปได้

$$j(r) = \frac{c}{4\pi} \frac{A(r)}{\lambda_{ij}^2} \quad (2.24)$$

$$\lambda_{ij}^2 = \frac{c}{4\pi R_{ij}} \quad (2.25)$$

$$n_{ii}(T) = \frac{cm_{ii}}{e^2} R_{ii} \quad (2.26)$$

เมื่อ $n_{ii}(T)$ คือ องค์ประกอบค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง

$$m_{ii} = \frac{e^2 n}{cR_{ii}(0)} \quad (2.27)$$

เมื่อ m_{ii} คือ มวลยังผล

นำสมการที่ (2.26) แทนลงในสมการที่ (2.25) จะได้

$$n_{ii}(T) = \left(\frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2$$

จะได้สมการนอร์มอลไลซ์องค์ประกอบของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง

$$\rho_{ii}(T) = \frac{n_{ii}(T)}{n} = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} = \left(\frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2 \quad (2.28)$$

จากนั้นนำสมการที่ (2.23) แทนลงในสมการที่ (2.28) ซึ่งเป็นความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง

ในกรณีรูปแบบทั่วไป

$$\rho_{ii}(T) = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} \approx \left(1 + 2 \int_{\Delta(k)}^{\infty} \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE \right) \quad (2.29)$$

โดย
$$f(E) = \frac{1}{e^{E/T} + 1} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial f(E)}{\partial E} = -\frac{1}{4 \cosh^2(E/2T)} \quad (2.31)$$

นำสมการที่ (2.31) แทนในสมการ (2.29)

$$\rho_{ii}(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_{\Delta(k)}^{\infty} \frac{1}{\cosh^2(E/2T)} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta(k)^2}} dE$$

โดย
$$dE = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta(k)^2}} d\varepsilon$$

กรณีช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic) $\Delta = \Delta(k)$

$$\rho_{ii}(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_{\Delta(k)}^{\infty} \cosh^{-2}((\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2})/2T) d\varepsilon \quad (2.32)$$

ในกรณีที่พื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงกระบอกสองมิติจะมีองค์ประกอบเป็น

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{1}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varphi)} \right) \int_0^{\infty} \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \varphi)}}{2T} \right) d\varepsilon d\varphi \quad (2.33)$$

โดย $\Delta(\varphi)$ คือ พังก์ชันของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับมุม

ในกรณีที่พื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงกลมสามมิติ นำสมการที่ (2.23) และ (2.28) มาคำนวณจะมีองค์ประกอบเป็น

$$\rho_{ii}(T) = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} = \frac{\frac{e^2}{4\pi^3\hbar c} \oint dS_k \left[\frac{v_F^i v_F^i}{|v_F|} \left(1 + 2 \int_{\Delta_k}^{\infty} \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE \right) \right]}{\frac{e^2}{4\pi^3\hbar c} \oint dS_k \left[\frac{v_F^i v_F^i}{|v_F|} \left(1 + 2 \int_{\Delta_k}^{\infty} \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE \right) \right]} \quad (2.34)$$

จากกรณีที่ $T \rightarrow 0, R_p \rightarrow 0$

จะได้

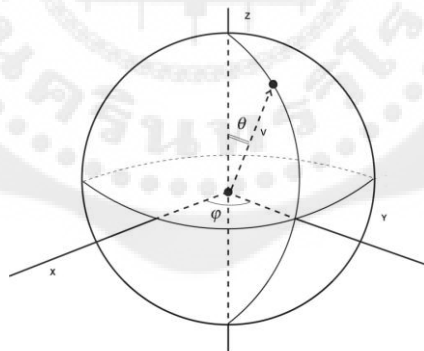
$$R_{ii}(0) = \frac{e^2}{4\pi^3\hbar c} \oint dS_k \left[\frac{v_F^i v_F^i}{|v_F|} \right]$$

ดังนั้น

$$\rho_{ii}(T) = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} = \frac{\oint dS_k \left[\frac{v_F^i v_F^i}{|v_F|} \left(1 + 2 \int_{\Delta_k}^{\infty} \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE \right) \right]}{\oint dS_k (T \rightarrow 0) \left[\frac{v_F^i v_F^i}{|v_F|} \right]} \quad (2.35)$$

พิจารณาเทอมด้านบนของสมการที่ (2.35)

กรณีที่พื้นผิวเฟอร์มิเป็นทรงกลมที่มีองค์ประกอบในแต่ละด้าน



ภาพประกอบ 13 พื้นผิวเฟอร์มิทรงกลม 3 มิติ

ที่มา: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/473/2200/20170063.figures-only>

ในแนวแกน X

$$v_F^X = v_F \sin \theta \cos \phi$$

ในแนวแกน Y

$$v_F^Y = v_F \sin \theta \sin \phi$$

ในแนวแกน Z

$$v_F^Z = v_F \cos \theta$$

(2.36)

พื้นผิวเฟอร์มิที่ อุณหภูมิใดๆ

$$\oint dS_k(T) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.37)$$

และ เทอมของ $\int_{\Delta_k}^\infty \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE$

โดย $f(E) = \frac{1}{e^{E/T} + 1} \quad \frac{\partial f(E)}{\partial E} = -\frac{1}{4T \cosh^2(E/2T)}$

และ $\frac{N(E)}{N(0)} = \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta(k)^2}}, E = \sqrt{(\varepsilon^2 + \Delta^2)}, dE = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta(k)^2}} d\varepsilon$

ดังนั้น $\int_{\Delta_k}^\infty \frac{\partial f(E)}{\partial E} \frac{N(E)}{N(0)} dE = \int_{\Delta_k}^\infty -\frac{1}{4 \cosh^2(E/2T)} d\varepsilon \quad (2.38)$

พิจารณาเทอมด้านล่างของสมการที่ (3.35)

กรณีที่อุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์ ในแนวแกน X, Y, Z จะได้ความเร็วเฟอร์มิ

$$v_F^i = v_F$$

โดยที่ i คือ องค์ประกอบในแต่ละแกนของพื้นผิวทรงกลม

พื้นผิวเฟอร์มิที่ อุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์

$$\oint ds_k(T \rightarrow 0) = n_{ii}(0) = n = \frac{\frac{4}{3} \pi k_F^3}{k_F^3} = \frac{4}{3} \pi \quad (2.39)$$

นำสมการที่ (2.36) (2.37) (2.38) และ (2.39) แทนลงไปในสมการที่ (2.35) ซึ่งจะพิจารณาองค์ประกอบในแนวแกน X จะได้

$$\rho^{aa}(T) = \frac{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi \cdot \left[\frac{(v_F \sin \theta \cos \phi)^2}{|v_F|} \left(1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E/2T)} d\varepsilon \right) \right]}{\frac{4}{3} \pi \left[\frac{v_F v_F}{|v_F|} \right]}$$

$$\rho^{aa}(T) = 1 - \frac{3}{8\pi T} \cdot \int_0^\pi \sin^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi d\phi \left(\int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E/2T)} d\varepsilon \right)$$

กำหนดให้ $\cos \theta = z$

จาก $\sin \theta d\theta = -dz$ และ $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - z^2$

$$\int_0^\pi \rightarrow \int_1^{-1} \rightarrow -2 \int_0^1$$

$$\rho^{aa}(T) = 1 - \frac{3}{4\pi T} \cdot \int_0^1 (1 - z^2) dz \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi d\phi \left(\int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E/2T)} d\varepsilon \right)$$

ดังนั้นความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งโดยใช้ทฤษฎีของของไหลสองส่วนแบบกึ่งคลาสสิกทั้งสองมิติประกอบแกน X, Y, Z จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4\pi T} \int_0^1 (1 - z^2) \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cos^2(\phi)}{\sin^2(\phi)} \right) \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta, \phi)}}{2T} \right) d\varepsilon d\phi dz \quad (2.40)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2\pi T} \int_0^1 z^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\phi) \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta, \phi)}}{2T} \right) d\varepsilon d\phi dz \quad (2.41)$$

โดย $z = \cos(\theta)$ $k_B = 1$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางทั้งสองมิติ และสามมิติ สามารถคำนวณในรูปแบบทั่วไปกรณีช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทางจะได้

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) d\varepsilon \quad (2.42)$$

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty (1 - \tanh^2 \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right)) d\varepsilon \quad (2.43)$$

เมื่ออุณหภูมิต่ำๆ (Burns, 1992) โดย $T \ll T_c$ และ $T \neq 0$ ให้ $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$ เมื่อ $\Delta_1(T)$ มีค่าน้อยๆเทียบกับ $\Delta(0)$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } \tanh^2 \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) &\cong \tanh^2 \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}}{2T} \right) \\ &\cong 1 - 2e^{-\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}}{T}} \\ &\cong 1 - 2e^{-\left(\frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)}\right)} \end{aligned} \quad (2.44)$$

นำสมการที่ (2.44) ลงไปแทนในสมการที่ (2.43)

$$\begin{aligned} \rho(T) &= 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \left[1 - (1 - 2e^{-\left(\frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)}\right)})^2 \right] d\varepsilon \\ T \ll T_c \text{ ทำให้ } 4e^{-2\left(\frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)}\right)} &\text{ มีค่าน้อยมากๆ} \\ \rho(T) &\approx 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty 4e^{-2\left(\frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)}\right)} d\varepsilon \\ \text{โดย } \int_0^\infty e^{-x^2} dx &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \\ \rho &\approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

นำสมการที่ (2.31) มาคำนวณเพื่อหาสมการ

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} = \frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} - \frac{\lambda(0)}{\lambda(0)} \quad (2.46)$$

จากสมการที่ (2.28) $\rho_{ii}(T) = \left(\frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2$ ลงไปในสมการที่ (2.46)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} + 1 &= \frac{1}{\sqrt{\rho(T)}} \\ \rho(T) &= \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} \right)^{-2} \approx 1 - 2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

นำสมการที่ (2.47) มาแทนลงในสมการที่ (2.45)

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} \approx 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \quad (2.48)$$

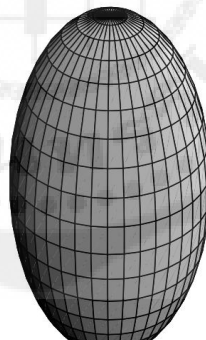
จากสมการที่ (2.48)

$$\lambda(T) \approx \lambda(0) \left(1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \right) \quad (2.49)$$

จากการคำนวณสมการเพื่ออธิบายความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่ง ทำให้ทราบว่าปัจจัยที่มีผลต่อการเกิดตัวนำยวดยิ่งคือช่องว่างพลังงานซึ่งจะมีอยู่ 2 ชนิดคือช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นอยู่กับทิศทาง (Isotropic gap) และช่องว่างพลังงานที่ขึ้นอยู่กับทิศทาง (Anisotropic gap)

5. ตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง

ในปี ค.ศ. 2001 ได้มีการเสนอแบบจำลองช่องว่างแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทาง เพื่อนำไปใช้อธิบายพฤติกรรมทางเทอร์โมไดนามิกส์โดยฮาาสและมากิ (Haas and Maki, 2001) ซึ่งมีการสมมุติว่าพื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงรี ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 ช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัม

ที่มา: Haas, S. and Maki, K. (2001). *Anisotropic s-wave superconductivity in MgB₂*. Physical Review B. 65(2): 020502.

สมการช่องว่างพลังงานของรูปทรงรี

$$\Delta(T, k) = \Delta(T) \left(\frac{1 + a' z^2}{1 + a'} \right) \quad (2.50)$$

โดย $z = \cos(\theta)$

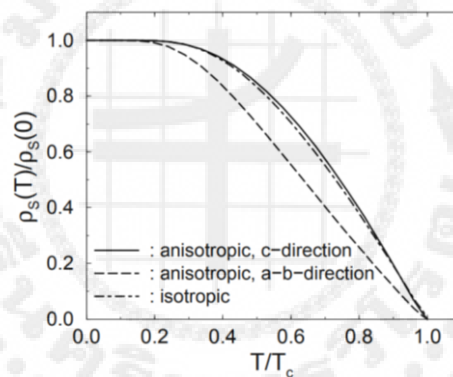
θ คือ มุมโพลาร์

$\Delta(k)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตร

$\Delta(0)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

a' คือ ตัวแปรของความไม่สมมาตรระหว่างแกน c กับระนาบ ab

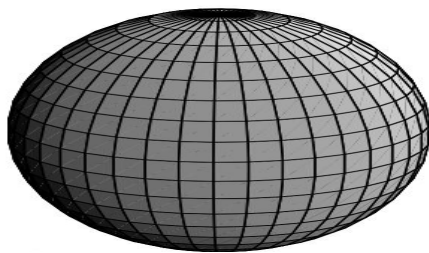
เมื่อนำค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานมาคำนวณสามารถหาความสัมพันธ์กับอุณหภูมิได้ดังภาพประกอบ 15



ภาพประกอบ 15 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างชนิดที่ขึ้นกับทิศทางและชนิดไม่ขึ้นกับทิศทาง

ที่มา: Haas, S. and Maki, K. (2001). *Anisotropic s-wave superconductivity in MgB₂*. Physical Review B 65(2): 020502.

ในปี ค.ศ. 2003 ได้มีการเสนอแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางซึ่งมีการสมมุติว่าพื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปแพนเค้กโดย พอสซาซเฮนนิโควา แดม และมากิ (Posazhennikova Dahm and Maki, 2003) ดังภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 ช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยิ่งยวดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัม

ที่มา: Posazhennikova, A. I.; Dahm; and Maki, K. (2002). *Anisotropic s-wave Superconductivity: comparison with experiments on MgB₂ single crystals*. Europhysics Letters. 61(4): 577.

สมการช่องว่างพลังงานของรูปทรงแป้นแคบ

$$\Delta(T, k) = \frac{\Delta(T)}{\sqrt{1 + a' z^2}} \quad (2.51)$$

โดย $z = \cos(\theta)$

θ คือ มุมโพลาร์

$\Delta(k)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตร

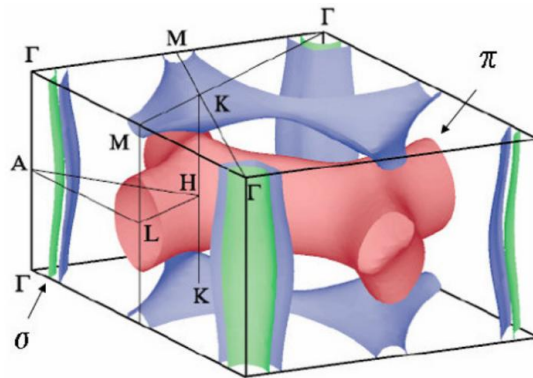
$\Delta(0)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

a' คือ ตัวแปรของความไม่สมมาตรระหว่างแกน c กับระนาบ ab

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในตัวนำยิ่งยวดต่าง ๆ

ในปี ค.ศ.2001 นากามัทซึและคณะ (Nagamatsu et al., 2001) ค้นพบตัวนำยิ่งยวดชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB₂) โดยมีอุณหภูมิวิกฤตที่ 39 เคลวิน ซึ่งเป็นตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มี 2 แถบพลังงานดังภาพประกอบ 17 หลังจากนั้นได้มีการศึกษาค่าของความลึกซาบซึมได้ซึ่งพบว่าเป็นการจับคู่แบบคลื่นชนิดเอส (Prozorov et al., 2001)



ภาพประกอบ 17 โครงสร้างแถบพลังงานของตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์

ที่มา: Kortus, J.; et al. (2001). *Superconductivity of metallic boron in MgB₂*. Phys. Rev.Lett. 86 4656–9.

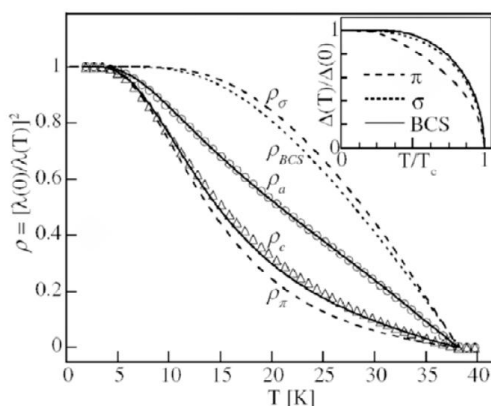
และหาค่าต่างๆของผลึกเดี่ยวโดยสร้างแบบจำลองแอลฟา(α -model) เพื่อที่จะอธิบายค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างๆ

โดยสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของช่องว่างพลังงานและความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง

$$\rho_{ii}(T) = x_{ii}\rho_1(T) + (1 - x_{ii})\rho_2(T) \quad (2.52)$$

$$\text{เมื่อ } x_{ii} = \frac{X_{ii}^1}{X_{ii}^1 + X_{ii}^2}, \quad X_{ii}^k = \int \frac{(v_F^{ik})^2}{v_F^k} dS^k$$

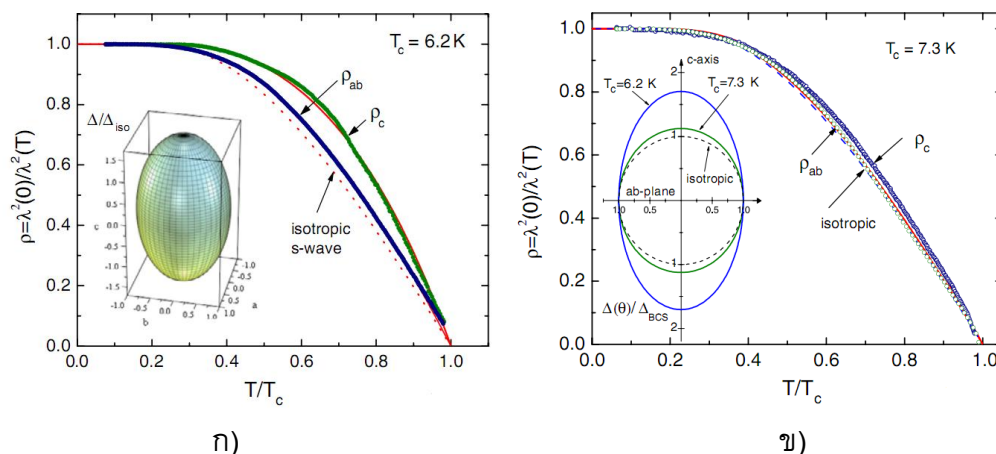
แบบจำลองแอลฟา (α -model) สามารถอธิบายความลึกซาบซึมได้ในแมกนีเซียมไดโบไรด์(MgB₂) ได้ซึ่งในกรณีที่พื้นผิวเฟอร์มิเป็นช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางโดยสามารถคำนวณได้จากทฤษฎีกลศาสตร์สมการที่ (2.37) และมีค่าของช่องว่างพลังงาน $\Delta_\pi = 29 \pm 2 K \approx 0.42\Delta_{BCS}$ $\Delta_\sigma = 75 \pm 5 K \approx 1.1\Delta_{BCS}$ (Manzano et al., 2002) ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบของผลึกแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยเปรียบเทียบกับความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งตามทฤษฎีบีซีเอส

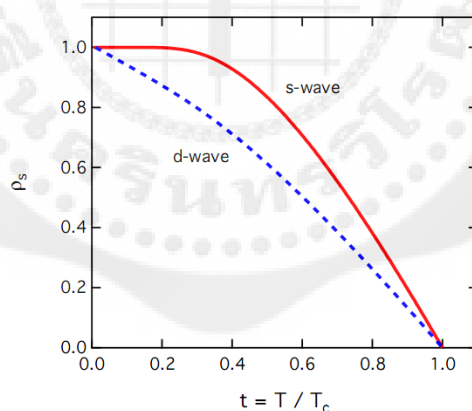
ที่มา: Fletcher, J. D.; et al. (2005). *Temperature-Dependent Anisotropy of the Penetration Depth and Coherence Length of MgB₂*. Phys. Rev. Lett. 95(9): 097005.

ต่อมามีการศึกษาตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน (CaAlSi) มีโครงสร้างทางเคมี คล้ายกับแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB₂) โดยมีอุณหภูมิวิกฤต 6.2-7.7 เคลวิน (Giantomassi et al., 2005) หลังจากนั้นมีการศึกษาค้นคว้าซึ่งพบว่า ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จับคู่แบบคลื่นชนิดเอสและเป็น ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแบบเดี่ยว โดยมีค่าของช่องว่างพลังงาน $2\Delta(0)/T_c \approx 4.2$ ค่าของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ ดังภาพประกอบ 19 ซึ่งแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณคือ ช่องว่างพลังงานรูปทรงรีโดยที่ฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นอยู่กับการทิศทาง $\Delta = \Delta(0) / \sqrt{1 - \epsilon \cos^2(\theta)}$ ของรูปทรงรีและสามารถคำนวณค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งตามทฤษฎีดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 19 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างๆ ชนิตขึ้นกับทิศทางและไม่ขึ้นกับทิศทาง รูป ก) ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิตขึ้นกับทิศทางโดยมีอุณหภูมิวิกฤต 7.3 เคลวิน รูป ข) ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิตขึ้นกับทิศทางโดยมีอุณหภูมิวิกฤต 6.2 เคลวิน

ที่มา: Ruslan, P.; and Russell, W. G. (2006). *Magnetic penetration depth in unconventional superconductors*. Superconductor Science and Technology 19(8): R41.



ภาพประกอบ 20 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสและคลื่นดีจากการคำนวณตามทฤษฎี

ที่มา: Kim, H. (2013). *Low temperature London penetration depth and superfluid density in Fe-based superconductors*. Graduate Theses and Dissertations. 13423.

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

ในการดำเนินงานวิจัยเรื่องความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในแบบจำลองรูปทรงรีของฮาสส์และมากิ (Hass and Maki, 2001) และแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กของโพสซาสเฮนนิโควาและมากิ (Posazhennikova Dahm and Maki, 2003) หลังจากนั้นใช้ทฤษฎีกึ่งคลาสสิกของจันทร์เสกขานและอินเซลส์ (Chandrasekhar and Einzel, 1993) คำนวณสมการของความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งและสมการของความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสในแต่ละองค์ประกอบของตัวนำยวดยิ่งได้ จะมีวิธีการดำเนินงานดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. คำนวณสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส ซึ่งเริ่มจากสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสและฟังก์ชันความไม่สมมาตรในรูปแบบทั่วไป โดยมีเงื่อนไขของอนุกรมเข้าใกล้ศูนย์เคลวิน หลังจากนั้นนำสมการที่ได้แทนในสมการความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงกลม 3 มิติที่มีองค์ประกอบตามระนาบเอบี (ab-spatial components) และองค์ประกอบตามแกนซี (c-spatial components) โดยมีสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสประกอบด้วย

2. คำนวณสมการของความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงกลม 3 มิติที่มีองค์ประกอบตามระนาบเอบี (ab-spatial components) และองค์ประกอบตามแกนซี (c-spatial components) โดยแทนสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางที่คำนวณได้จากข้างต้นซึ่งจะมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรแบบจำลองเป็นรูปทรงรีของฮาสส์และมากิ และแบบจำลองเป็นรูปทรงแพนเค้กของโพซาสเฮนนิโควาและมากิ

3. คำนวณสมการของความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสของตัวนำยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิเป็นรูปทรงกลม 3 มิติที่มีองค์ประกอบตามระนาบเอบี (ab-spatial components) และองค์ประกอบตามแกนซี (c-spatial components) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรแบบจำลองเป็นรูปทรงรีของฮาสส์และมากิ และแบบจำลองเป็นรูปทรงแพนเค้กของโพซาสเฮนนิโควาและมากิ ซึ่งจะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ตามทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

4. นำสมการความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ที่ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสมาเขียนกราฟเทียบกับอุณหภูมิโดยจะใช้ค่าตัวแปรของช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน ($\Delta(0)$) และอุณหภูมิวิกฤติ (T_c) ที่ได้จากการทดลองของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) (Fletcher et al., 2005) และตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน (CaAlSi) (Ruslan and Russell, 2006) หลังจากนั้นเปรียบเทียบกราฟที่ได้ระหว่างผลจาก

การคำนวณและผลจากการทดลองในแต่ละองค์ประกอบของตัวนำยวดยิ่งแบบขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอส

คำนวณสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลีนเอสตามทฤษฎีบีซีเอส
จากทฤษฎีบีซีเอส

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{k'} \frac{V_{kk'} \Delta_{k'}}{\sqrt{E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{E_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}}{2T} \right) \quad (3.1)$$

โดย Δ_k คือ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง
 $V_{kk'}$ คือ สัมประสิทธิ์ของอันตรกิริยาดึงดูดกันของอิเล็กตรอน
 T คือ อุณหภูมิใดๆ(เคลวิน)
 E_k คือ พลังงานของคู่คูเปอร์

พลังงานศักย์ของการจับคู่กันของอิเล็กตรอนและโฟนอน

$$V_{kk'} = V_0 f(k) f(k') \quad (3.2)$$

โดย V_0 คือ สัมประสิทธิ์ของอันตรกิริยาดึงดูดกันของอิเล็กตรอน
 $f(k)$ คือ ฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับการเลี้ยวเบน

ฟังก์ชันความไม่สมมาตร

$$\Delta_k = \Delta(T) f(k) \quad (3.3)$$

นำสมการที่ (3.2) และ (3.3) ไปแทนลงในสมการ (3.1) จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(k)}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(k))^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(k))^2}}{2T} \right) dE_k \quad (3.4)$$

โดย λ คือ ค่าคงตัวคู่ควบ และกำหนดให้ $\lambda = N_0 V_0$

ในกรณีที่พื้นผิวเฟอร์มิเป็นพิกัททรงกลม

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh \left(\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right)}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}} dE_k \quad (3.5)$$

กำหนดให้

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \quad (3.6)$$

นำสมการที่ (3.6) แทนไปในสมการที่ (3.5) จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh \left(\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right)}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}} dE_k \quad (3.7)$$

ถ้าพิจารณาช่องว่างพลังงานที่ $T = 0$ นำสมการที่ (3.7) มาคำนวณ

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\infty)}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}} dE_k \quad (3.8)$$

กำหนดให้ $E_k = \Delta(0) f(\theta, \phi) \sinh x$, $dE_k = \Delta(0) f(\theta, \phi) \cosh x dx$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(0) f(\theta, \phi))} \frac{\Delta(0) f(\theta, \phi) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(0) f(\theta, \phi) \sinh x)^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(0) f(\theta, \phi))} \frac{\Delta(0) f(\theta, \phi) \cosh x dx}{\Delta(0) f(\theta, \phi) \sqrt{\sinh^2 x + 1}}$$

โดย $\sinh^2 x + 1 = \cosh^2 x$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(0) f(\theta, \phi))} dx$$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{\omega_D}{\Delta(0) f(\theta, \phi)} \right)$$

จาก $\sinh^{-1} x \approx \ln(2x)$ เมื่อ $x \gg 1$ แสดงว่า $\omega_D \gg \Delta(0) f(\theta, \phi)$

จะได้
$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0) f(\theta, \phi)} \right) \quad (3.9)$$

ถ้าพิจารณาช่องว่างพลังงานที่ $T \rightarrow 0$ นำสมการที่ (3.7) มาคำนวณ

พิจารณาเทอม
$$\int_0^{\omega_D} \frac{\tanh \left(\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right)}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}} dE_k$$

กำหนดให้ $x = \frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{2T}$

จะได้
$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x (1 - e^{-2x})}{e^x (1 + e^{-2x})}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \approx 1+nx$

ดังนั้น
$$\frac{(1 - e^{-2x})}{(1 + e^{-2x})} = (1 - e^{-2x})(1 + e^{-2x})^{-1} \approx (1 - e^{-2x})(1 - e^{-2x})$$

$$\approx (1 - e^{-2x})^2$$

$$\tanh x \approx 1 - 2e^{-2x} \approx 1 - 2e^{-\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{T}}$$

การกระจายรูปแบบของเทย์เลอร์

$$\sqrt{X^2 + Y^2} \approx \sqrt{Y^2} + \frac{X^2}{2\sqrt{Y^2}}$$

$$\frac{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T) f(\theta, \phi))^2}}{T} \approx \frac{\Delta(T) f(\theta, \phi)}{T} + \frac{E_k^2}{2T\Delta(T) f(\theta, \phi)}$$

$$\therefore \tanh x \approx 1 - 2e^{-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{E_k^2}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \quad (3.10)$$

นำสมการ (3.10) แทนในสมการ (3.7) จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{1 - 2e^{-\left(\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{E_k^2}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}\right)}}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}} dE_k \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \left[\int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}} dE_k - \int_0^{\omega_D} \frac{2e^{-\left(\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{E_k^2}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}\right)}}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}} dE_k \right] \quad (3.12)$$

พิจารณาสมการที่ (3.12) เทอมซ้าย

กำหนดให้ $E_k = \Delta(T)f(\theta, \phi) \sinh x$, $dE_k = \Delta(T)f(\theta, \phi) \cosh x dx$

จะได้

$$\int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}} dE_k = \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta(T)f(\theta, \phi) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(T)f(\theta, \phi) \sinh x)^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}}$$

$$\int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(T)f(\theta, \phi))} \frac{\Delta(T)f(\theta, \phi) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(T)f(\theta, \phi) \sinh x)^2 + (\Delta(T)f(\theta, \phi))^2}}$$

โดย $\sinh^2 x + 1 = \cosh^2 x$

$$\int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(T)f(\theta, \phi))} dx = \sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(T)f(\theta, \phi))$$

จาก $\sinh^{-1} x \approx \ln(2x)$ เมื่อ $x \gg 1$ แสดงว่า $\omega_D \gg \Delta(0)f(\theta, \phi)$

จะได้

$$\sinh^{-1}(\omega_D / \Delta(T)f(\theta, \phi)) = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}\right) \quad (3.13)$$

พิจารณาสมการที่ (3.12) เทอมขวา

$$\int_0^{\omega_D} \frac{2e^{\left(-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{E_k^2}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}\right)}}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta,\phi))^2}} dE_k = 2e^{-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T}} \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{e^{\frac{E_k^2}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}}}{\sqrt{E_k^2 + (\Delta(T)f(\theta,\phi))^2}} dE_k \quad (3.14)$$

กำหนดให้ $x = \frac{E_k}{\sqrt{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}}$, $dx = \frac{dE_k}{\sqrt{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}}$

$$= 2e^{\left(-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T}\right)} \cdot \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{2T}}} dx$$

ที่ $T \rightarrow 0$, $\frac{\omega_D}{T} \rightarrow \infty$ ดังนั้น $\int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \rightarrow \int_0^{\infty} E_k \rightarrow 0$, $\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{2T} \gg \frac{E_k}{2T\Delta(T)f(\theta,\phi)}$

ดังนั้น

$$\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{2T}} \approx \sqrt{\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{2T}}$$

จากสมการที่ (3.14) จะได้

$$= 2e^{\left(-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T}\right)} \cdot \sqrt{\frac{2T}{\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx \quad (3.15)$$

จาก $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

จะได้

$$= e^{\left(-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T}\right)} \cdot \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \quad (3.16)$$

ดังนั้นจะได้สมการของช่องว่างพลังงานที่ $T \rightarrow 0$

$$\frac{1}{\lambda} = \langle f^2(\theta,\phi) \rangle \cdot \left[\ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)f(\theta,\phi)} \right) - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta,\phi)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(T)f(\theta,\phi)}{T}\right)} \right] \quad (3.17)$$

นำสมการที่ (3.9) และ (3.17) มาคำนวณเพื่อหาความสัมพันธ์ของช่องว่างพลังงานที่ $T=0$ และที่ T ใดๆ

$$\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)f(\theta, \phi)} \right) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \cdot \left[\ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)f(\theta, \phi)} \right) - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta(T)f(\theta, \phi)}{T} \right)} \right] \quad (3.18)$$

$$\ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)f(\theta, \phi)} \right) = \left[\ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)f(\theta, \phi)} \right) - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta(T)f(\theta, \phi)}{T} \right)} \right]$$

$$\ln \left(\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \right) = - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta(T)f(\theta, \phi)}{T} \right)}$$

กำหนดให้ $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$ เมื่อ $\Delta_1(T)$ มีค่าน้อยๆ โดย $\Delta(0) \gg \Delta_1(T)$ จะได้

$$\ln \left(1 + \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)} \right) = - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta(T)f(\theta, \phi)}{T} \right)} \quad (3.19)$$

จาก $e^x \approx 1+x \rightarrow x = \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1 \rightarrow \ln(1+x) \approx x$

$$\Delta_1(T) = -\Delta(0) \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)f(\theta, \phi)}} \cdot e^{\left(\frac{-\Delta(T)f(\theta, \phi)}{T} \right)}$$

ดังนั้นจะได้ช่องว่างพลังงานกรณีใกล้ศูนย์เคลวิน

$$\Delta(T) = \Delta(0) \left(1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)f(\theta, \phi)}} \cdot \exp \left(- \frac{\Delta(0)f(\theta, \phi)}{T} \right) \right) \quad (3.20)$$

คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิรูปทรงกลม 3 มิติ

ในส่วนนี้จะใช้ทฤษฎีกึ่งคลาสสิกของจันทรเศกขานและอินเซลล์ (Chandrasekhar and Einzel, 1993) ซึ่งแทนสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแบบจำลองรูปทรงรีของฮาสส์และมากิ (Hass and Maki, 2001) และแบบจำลองรูปทรงแบนแค้ของพอสซาซเฮนนิคอฟาและมากิ (Posazhennikova Dahm and Maki, 2003)

องค์ประกอบตามระนาบ เอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4\pi T} \int_0^1 (1-z^2) \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varphi)} \right) \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta, \varphi)}}{2T} \right) d\varepsilon d\varphi dz \quad (3.21)$$

องค์ประกอบตามแกน ซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2\pi T} \int_0^1 z^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\varphi) \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta, \varphi)}}{2T} \right) d\varepsilon d\varphi dz \quad (3.22)$$

เมื่อ ρ_{bb}^{aa} คือ ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบตามระนาบ เอบี

ρ_{cc} คือ ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบตามแกน ซี

ช่องว่างงานพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

$$\Delta(T, \theta, \varphi) = \Delta(T) f(\theta, \varphi) \quad (3.23)$$

เมื่อ $\Delta(T)$ คือ ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

$f(\theta, \varphi)$ คือ ฟังก์ชันความไม่สมมาตร

และฟังก์ชันความไม่สมมาตร

กรณี รูปทรงรี

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1+a'z^2}{1+a'}, z = \cos \theta \quad (3.24)$$

กรณี รูปแบนแค้ก

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{1+a'z^2}}, z = \cos \theta \quad (3.25)$$

ถ้าพิจารณาสมการที่ (3.20) แทนลงในสมการที่ (3.23)

$$\Delta^2(T, \theta, \varphi) = \left(\Delta(0) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \cdot \exp \left(-\frac{\Delta(0) f(\theta, \varphi)}{T} \right) \right) \cdot f(\theta, \varphi) \right)^2$$

ถ้า $T \rightarrow 0$ จะได้ $e^{-\infty} = 0$

ดังนั้น

$$\Delta^2(T, \theta, \varphi) = (\Delta(0) f(\theta, \varphi))^2 \quad (3.26)$$

จากสมการที่ (3.21) และ (3.22) เมื่อพิจารณาเทอมที่ขึ้นกับช่องว่างพลังงาน จะได้

$$\int_0^{\infty} \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta, \phi)}}{2T} \right) d\varepsilon = \int_0^{\infty} \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right) d\varepsilon$$

กำหนดให้ $x = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{2T}$

$$\cosh^{-2} x = \sec^2 x = 1 - \tanh^2 x$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x (1 - e^{-2x})}{e^x (1 + e^{-2x})}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

ดังนั้น
$$\frac{(1-e^{-2x})}{(1+e^{-2x})} = (1-e^{-2x})(1+e^{-2x})^{-1} \simeq (1-e^{-2x})(1-e^{-2x})$$

$$\simeq (1-e^{-2x})^2$$

$$\tanh x \simeq 1 - 2e^{-2x} \simeq 1 - 2e^{-\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{T}}$$

จาก การกระจายรูปแบบของเทย์เลอร์

$$\sqrt{X^2 + Y^2} \approx \sqrt{Y^2} + \frac{X^2}{2\sqrt{Y^2}}$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{T} \approx \left(\frac{\Delta(0) f(\theta, \phi)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0) f(\theta, \phi)} \right)$$

$$\tanh x \simeq 1 - 2e^{-\frac{\Delta(0) f(\theta, \phi)}{T} - \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0) f(\theta, \phi)}}$$

$$\therefore \tanh^2 x = 1 - 4e^{-\frac{\Delta(0) f(\theta, \phi)}{T} - \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0) f(\theta, \phi)}} + 4e^{-2\left(\frac{\Delta(0) f(\theta, \phi)}{T} - \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0) f(\theta, \phi)}\right)}$$

ดังนั้น

$$\int_0^{\infty} \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right) d\varepsilon = \int_0^{\infty} \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + (\Delta(0) f(\theta, \phi))^2}}{2T} \right) \right) d\varepsilon$$

$$= \int_0^{\infty} \left(1 - 4e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T} - \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)f(\theta,\phi)}} + 4e^{-2\left(\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)f(\theta,\phi)}\right)} \right) d\varepsilon$$

เมื่อ $e^{-2\left(\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)f(\theta,\phi)}\right)}$ มีค่าน้อยมากๆ

จะได้

$$\int_0^{\infty} 4e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T} - \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)f(\theta,\phi)}} d\varepsilon = 4e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)f(\theta,\phi)}} d\varepsilon$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \\ &= \sqrt{8\pi T\Delta(0)f(\theta,\phi)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3.21) และ (3.22) จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \int_0^1 (1-z^2) dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \quad (3.27)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \int_0^1 z^2 dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)f(\theta,\phi)}{T}} \quad (3.28)$$

พิจารณาช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในแบบจำลองรูปทรงรี

จากสมการที่ (3.27) จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \int_0^1 (1-z^2) dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right)}$$

$$\text{เมื่อ } \left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right) = 1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)$$

$$= 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 (1-z^2) \sqrt{1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right)} dz$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$\simeq 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 (1-z^2) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \left(\left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right)} dz \quad (3.29)$$

จากสมการที่ (3.29) พิจารณาเทอมอินทิกรัล

$$\int_0^1 (1-z^2) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \left(\left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right)} dz$$

กำหนดให้ $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a'}{1+a'} \right)$

$$= e^A \left(\int_0^1 (1-z^2) \cdot e^{-Az^2} dz - \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)^2 \right) \cdot e^{-Az^2} dz \right)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \int_0^1 e^{-Az^2} dz &= \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A})}{2\sqrt{A}} \\ \int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz &= \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A})}{4A\sqrt{A}} - \frac{e^{-A}}{2A} \\ \int_0^1 z^4 e^{-Az^2} dz &= \frac{3\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} - \frac{e^{-A} \cdot (2A+3)}{4A^2} \end{aligned}$$

จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} \simeq 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(4A^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - 2A \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2\sqrt{A}} + \frac{1}{2A} - \frac{1}{4A} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \left(1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\} \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (3.28) จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \int_0^1 z^2 dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right)}$$

เมื่อ $\left(\frac{1+a'z^2}{1+a'} \right) = 1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)$

$$= 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 z^2 \sqrt{1 - \left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)\right)} dz$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$= 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 z^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)\right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \left(\left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)\right)} dz \quad (3.31)$$

จากสมการที่ (3.31) พิจารณาเทอมอินทิกรัล

$$\int_0^1 z^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)\right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \left(\left(\frac{a'}{1+a'}\right)(1-z^2)\right)} dz$$

จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(2A \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right)\right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} \right. \\ \left. - \frac{1}{2A} \left(1 + \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \frac{3}{4A}\right) \right\} \quad (3.32)$$

ดังนั้นจะได้สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแบบจำลองรูปทรงรีในแต่ละองค์ประกอบ

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(4A^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right)\right) - 2A \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'}\right)\right) - \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \right) \right. \\ \left. \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} + \frac{1}{2A} - \frac{1}{4A} \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \left(1 - \frac{3}{2A}\right) \right\}$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(2A \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right)\right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} \right. \\ \left. - \frac{1}{2A} \left(1 + \left(\frac{a'}{1+a'}\right) \frac{3}{4A}\right) \right\}$$

โดย $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a'}{1+a'}\right)$

พิจารณาช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในแบบจำลองรูปทรงแบนแคบ

ซึ่งจะพิจารณาเงื่อนไขเป็น 2 กรณี คือ $a' = -a$ และ $a' = a$

จากสมการที่ (3.27) เงื่อนไข $a' = -a$ จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \int_0^1 (1-z^2) dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1-az^2}} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-az^2}}}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 (1-z^2) \cdot \left(1 + \frac{az^2}{4} \right) \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} dz \quad (3.33)$$

พิจารณาสมการที่(3.33) เทอมอินทิกรัล

$$= \int_0^1 (1-z^2) \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} dz + \int_0^1 (1-z^2) \left(\frac{az^2}{4} \right) \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} dz$$

กำหนดให้ $B = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a}{2} \right)$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \int_0^1 e^{-Bz^2} dz &= \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{2\sqrt{B}} \\ \int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz &= \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{4B\sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \\ \int_0^1 z^4 e^{-Bz^2} dz &= \frac{3\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2\sqrt{B}} - \frac{e^{-B} \cdot (2B+3)}{4B^2} \end{aligned}$$

จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} - 1 \right) 2B - \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2\sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right) \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.28) เงื่อนไข $a' = -a$ จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \int_0^1 z^2 dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1-az^2}} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1-az^2}} \right)}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 z^2 dz \left(1 + \frac{az^2}{4} \right) \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} \quad (3.35)$$

พิจารณาสมการที่(3.35) เทอมอินทิกรัล

$$= \int_0^1 z^2 e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} dz + \int_0^1 \left(\frac{a}{4} \right) z^4 e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} dz$$

จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right) \quad (3.36)$$

จากสมการที่ (3.27) เงื่อนไข $a' = a$

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \int_0^1 (1-z^2) dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1+az^2}} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+az^2}}}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 (1-z^2) \left(1 - \frac{az^2}{4} \right) e^{\left(\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2} \right)} dz \quad (3.37)$$

พิจารณาสมการที่ (3.37) เทอมอินทิกรัล

$$= \int_0^1 (1-z^2) e^{\left(\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2} \right)} dz - \int_0^1 \frac{az^2}{4} (1-z^2) e^{\left(\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2} \right)} dz$$

โดย $B = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)$

เมื่อ $\int_0^1 e^{Bz^2} dz = \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{2\sqrt{B}}$
 $\int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz = \frac{e^B}{2B} - \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{4B\sqrt{B}}$
 $\int_0^1 z^4 e^{Bz^2} dz = \frac{3\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2\sqrt{B}} + \frac{e^B \cdot (2B-3)}{4B^2}$

จะได้

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} + 1\right) 2B + \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2\sqrt{B}} - \frac{e^B}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right) \quad (3.38)$$

จากสมการที่ (3.28) เงื่อนไข $a' = a$ จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \int_0^1 z^2 dz \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1+az^2}} \right)} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T} \left(\frac{1}{\sqrt{1+az^2}} \right)}$$

จาก $x \ll 1$ $(1+x)^n \simeq 1+nx$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \int_0^1 z^2 dz \left(1 - \frac{az^2}{4} \right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}} \quad (3.39)$$

พิจารณาสมการที่(3.39) เทอมอินทิกรัล

$$\int_0^1 z^2 dz \left(1 - \frac{az^2}{4} \right) \cdot e^{\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{az^2}{2}}$$

จะได้

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(- \left(2B + \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2\sqrt{B}} + \frac{e^B}{2B} \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \left(\frac{3a}{8B}\right) \right) \right) \quad (3.40)$$

ดังนั้นจะได้สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ โดย
ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กในแต่ละองค์ประกอบ

กรณี $a' = -a$

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} - 1 \right) 2B - \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right)$$

กรณี คือ $a' = a$

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} + 1 \right) 2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(- \left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 - \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a}{2} \right)$$

คำนวณสมการความลึกขาบซึมได้พื้นผิวเฟอร์มีรูปทรงกลม 3 มิติ

จากความสัมพันธ์ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกขาบซึมได้ของทฤษฎี
กึ่งคลาสสิก

$$\rho = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} = \left(\frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2$$

ดังนั้นจะได้ ความลึกขาบซึมได้

$$\left(\frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2 = \rho_{ii}$$

แบบจำลองรูปทรงรี

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(4A^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - 2A \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \right. \\ \left. \left[\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} + \frac{1}{2A} - \frac{1}{4A} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \left(1 - \frac{3}{2A} \right) \right] \right\}$$

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(2A \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} \right. \\ \left. - \frac{1}{2A} \left(1 + \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \frac{3}{4A} \right) \right\}$$

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} - 1 \right) 2B - \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \cdot \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right)$$

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right)$$

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} + 1 \right) 2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^B}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right)$$

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(- \left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^B}{2B} \left(1 - \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right)$$

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการดำเนินงานวิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส โดยใช้ทฤษฎีกึ่งคลาสสิก และใช้ทฤษฎีบีซีเอส คำนวณหาสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส ในแต่ละทฤษฎีจะมีฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางโดยใช้ 2 แบบจำลองและมีเงื่อนไขต่าง ๆ ในการคำนวณ หลังจากนั้นได้ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสโดยเปรียบเทียบผลจากการคำนวณและผลจากการทดลอง ได้ผลการวิจัยดังนี้

1. ผลคำนวณสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสตามทฤษฎีบีซีเอส ได้ตั้งสมการที่ (4.1)

$$\Delta(T) = \Delta(0) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) f(\theta, \phi)}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0) f(\theta, \phi)}{T}\right) \right) \quad (4.1)$$

พบว่าสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสจะขึ้นอยู่กับช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน และมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรในแต่ละองค์ประกอบ หลังจากการคำนวณจะสามารถลดรูปของสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสเท่ากับช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินโดยการประมาณค่าตามเงื่อนไขการพิจารณาอุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน

2. ผลคำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มีรูปทรงกลม 3 มิติ

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็นแบบจำลองรูปทรงรีในแต่ละองค์ประกอบคำนวณได้ตั้งสมการที่ (4.2)

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(4A^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - 2A \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \right. \\ \left. \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} + \frac{1}{2A} - \frac{1}{4A} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \left(1 - \frac{3}{2A} \right) \right\} \quad (4.2)$$

องค์ประกอบตามแกนซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(2A \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} \right. \\ \left. - \frac{1}{2A} \left(1 + \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \frac{3}{4A} \right) \right\} \quad (4.3)$$

โดย $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a'}{1+a'} \right)$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มิทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็นแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กในแต่ละองค์ประกอบ คำนวณได้ตั้งสมการที่ (4.4) (4.5) (4.6) และ (4.7)

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} - 1 \right) 2B - \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right) \quad (4.4)$$

องค์ประกอบตามแกนซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right) \quad (4.5)$$

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} + 1 \right) 2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^B}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B} \right) \right) \quad (4.6)$$

องค์ประกอบตามแกนซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(- \left(2B + \left(\frac{3a}{4} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^B}{2B} \left(1 - \left(\frac{a}{4} \right) + \left(\frac{3a}{8B} \right) \right) \right) \quad (4.7)$$

โดย $B = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a}{2} \right)$

ในการคำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งพื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ พบว่าจะปรากฏเทอมของช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทางและขึ้นกับทิศทาง

3. ผลคำนวณสมการความลึกซาบซึมใต้พื้นผิวเฟอร์มีรูปทรงกลม 3 มิติ

สมการความลึกซาบซึมใต้พื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็นแบบจำลองรูปทรงรีในแต่ละองค์ประกอบ คำนวณได้ตั้งสมการที่ (4.8) และ (4.9)

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)} \right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(4A^2 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - 2A \left(1 - \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) - \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} + \frac{1}{2A} - \frac{1}{4A} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \left(1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\} \quad (4.8)$$

องค์ประกอบตามแกนซี

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)} \right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left\{ \left(2A \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) e^A}{8A^2 \sqrt{A}} - \frac{1}{2A} \left(1 + \left(\frac{a'}{1+a'} \right) \frac{3}{4A} \right) \right\} \quad (4.9)$$

โดย $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a'}{1+a'} \right)$

สมการความลึกซาบซึมใต้พื้นผิวเฟอร์มีทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็นแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กในแต่ละองค์ประกอบ คำนวณได้ตั้งสมการที่ (4.10) (4.11) (4.13) และ (4.14)

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} - 1\right) 2B - \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \right) \quad (4.10)$$

องค์ประกอบตามแกนซี

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left(\left(2B + \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} \left(1 + \left(\frac{a}{4}\right) + \left(\frac{3a}{8B}\right) \right) \right) \quad (4.11)$$

แบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$

องค์ประกอบตามระนาบเอบี

$$\left(\frac{\lambda_{bb}^{aa}(0)}{\lambda_{bb}^{aa}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(\left(4B^2 + \left(\frac{a}{4} + 1\right) 2B + \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} - \frac{e^B}{2B} \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \right) \quad (4.12)$$

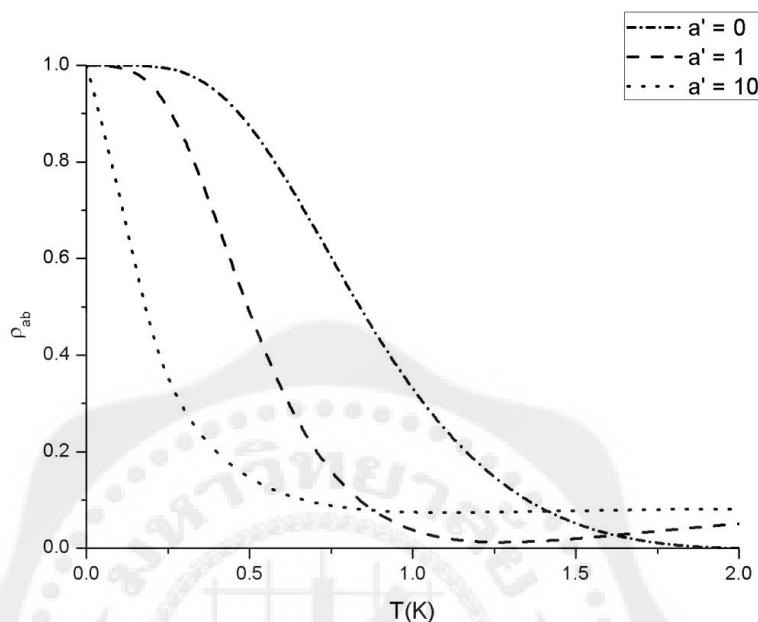
องค์ประกอบตามแกนซี

$$\left(\frac{\lambda_{cc}(0)}{\lambda_{cc}(T)}\right)^2 = 1 - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left(- \left(2B + \left(\frac{3a}{4}\right) \right) \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erfi}(\sqrt{B})}{8B^2 \sqrt{B}} + \frac{e^B}{2B} \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \left(\frac{3a}{8B}\right) \right) \right) \quad (4.13)$$

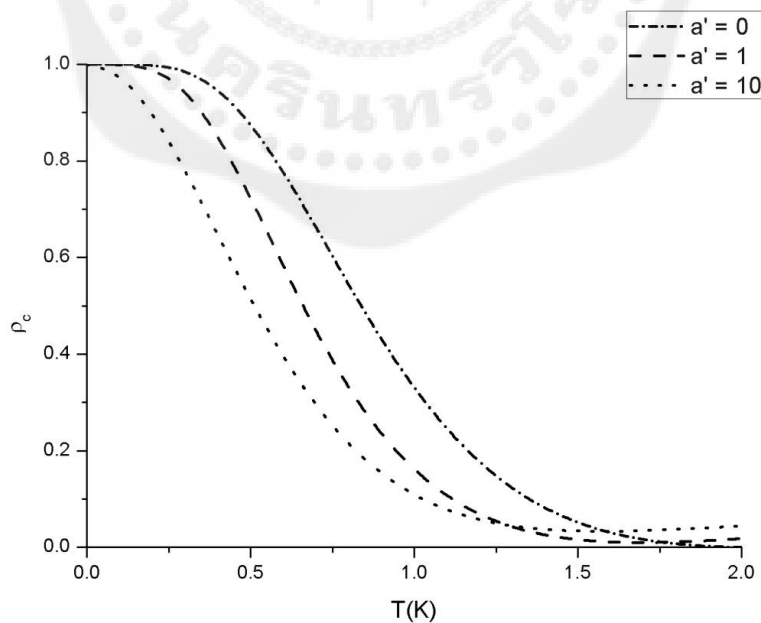
โดย $B = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)$

ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวอย่างดิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

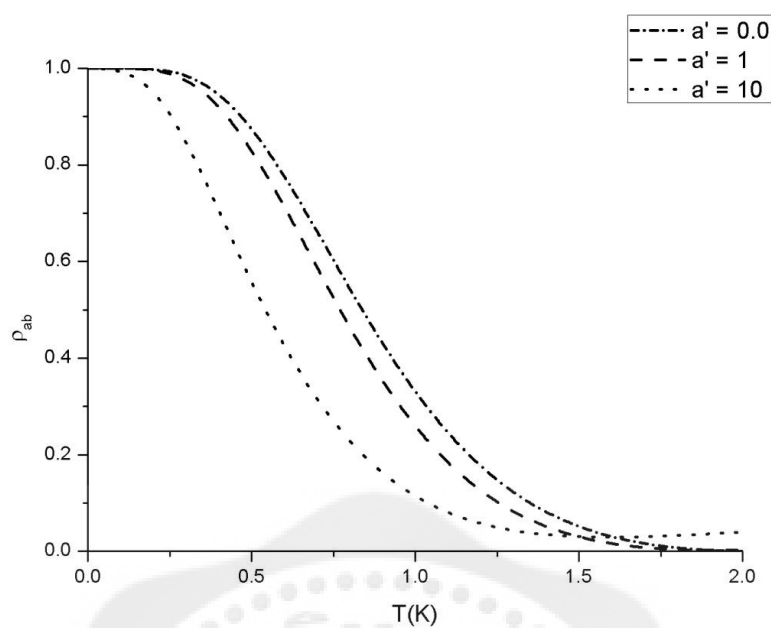
ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิ ใช้ค่าตัวแปรของตัวอย่างดิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) $T_c = 39\text{K}$, $\Delta(0) = 75\text{K}$ (Fletcher et al., 2005)



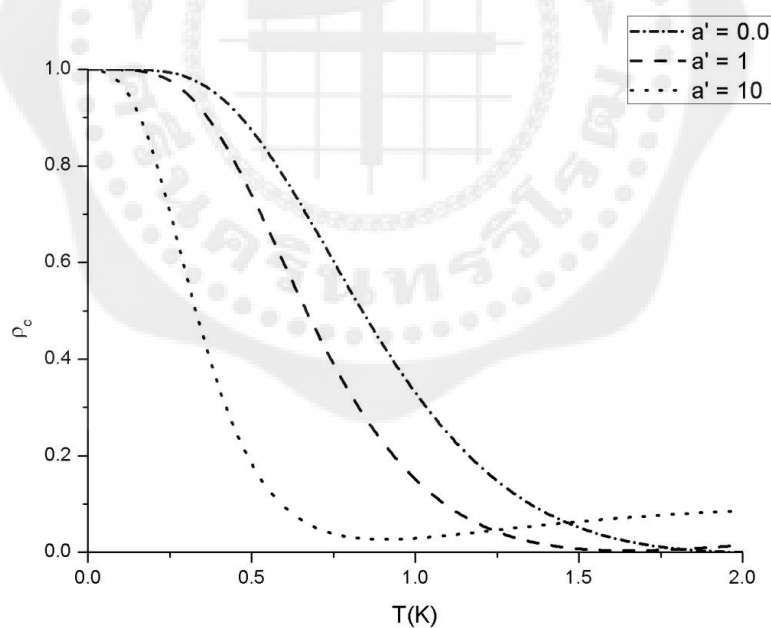
ภาพประกอบ 21 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์



ภาพประกอบ 22 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

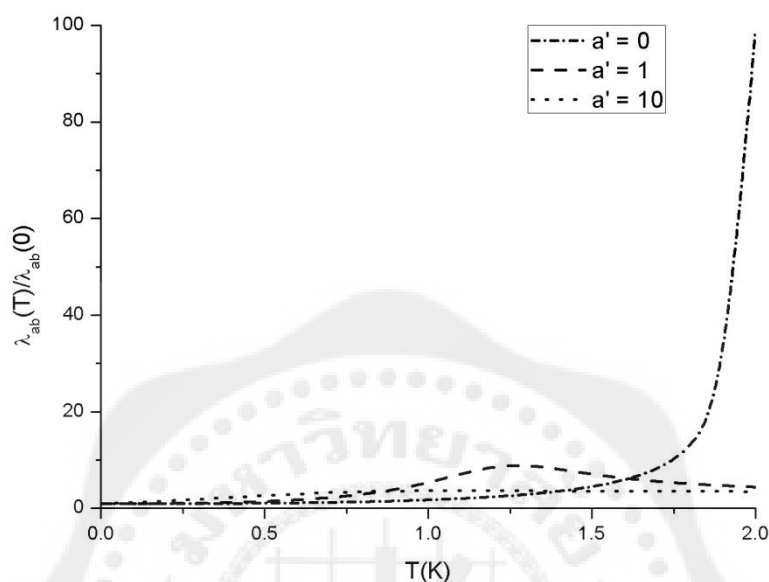


ภาพประกอบ 23 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก สมการ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

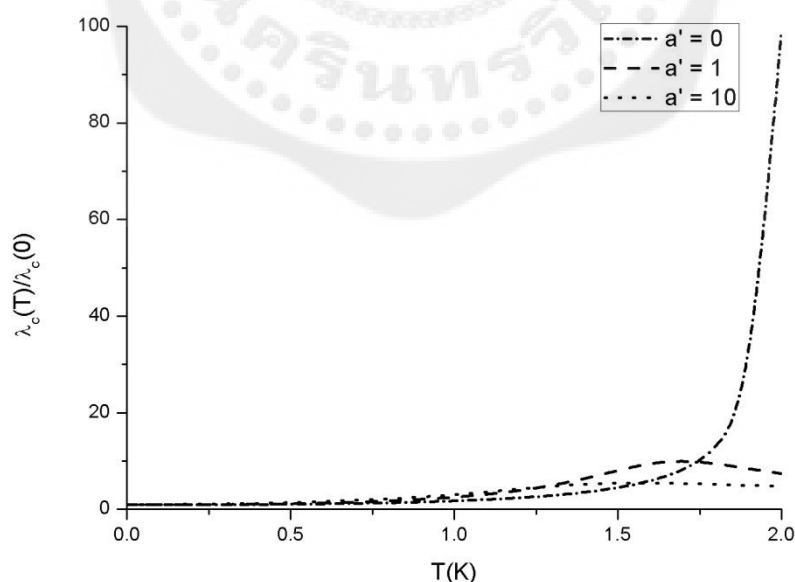


ภาพประกอบ 24 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก สมการ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

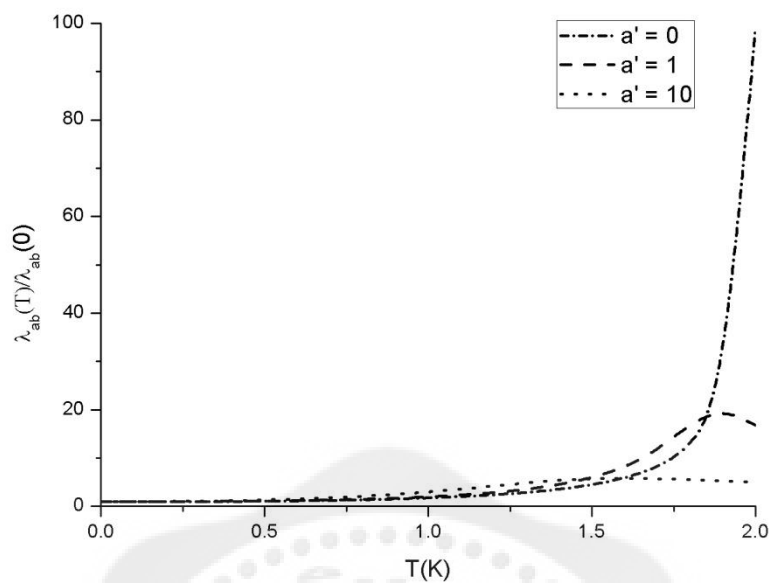
ความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดและอุณหภูมิ ใช้ค่าตัวแปรของตัวนำยิ่งยวดชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) $T_c = 39\text{K}$, $\Delta(0) = 75\text{K}$ (Fletcher et al., 2005)



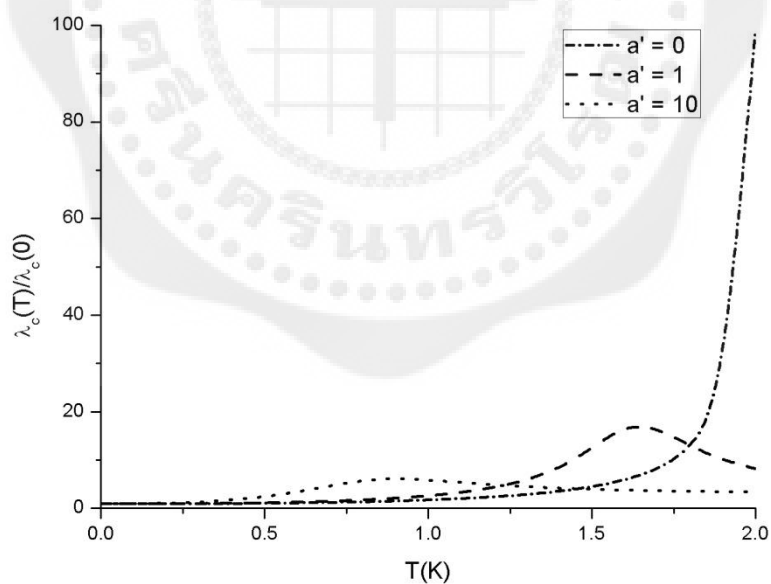
ภาพประกอบ 25 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์



ภาพประกอบ 26 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

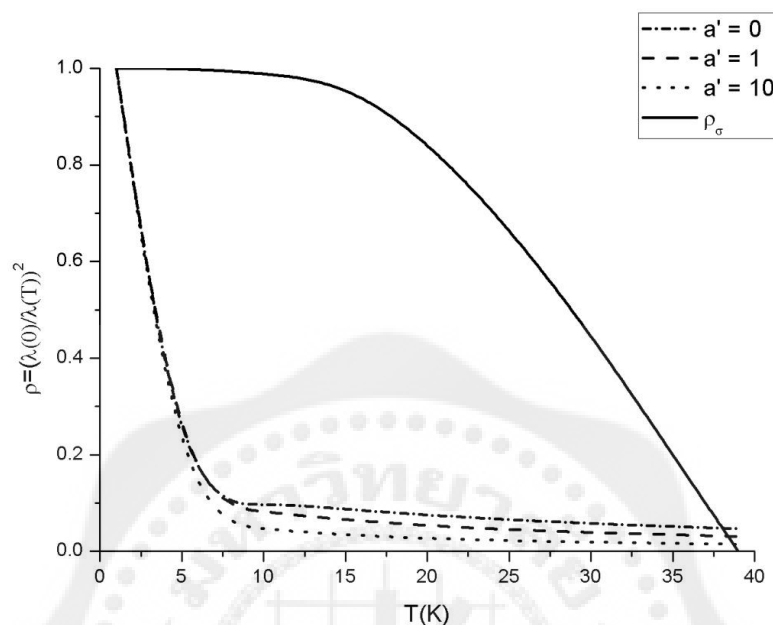


ภาพประกอบ 27 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก สมการ (2.28) และ (3.21) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

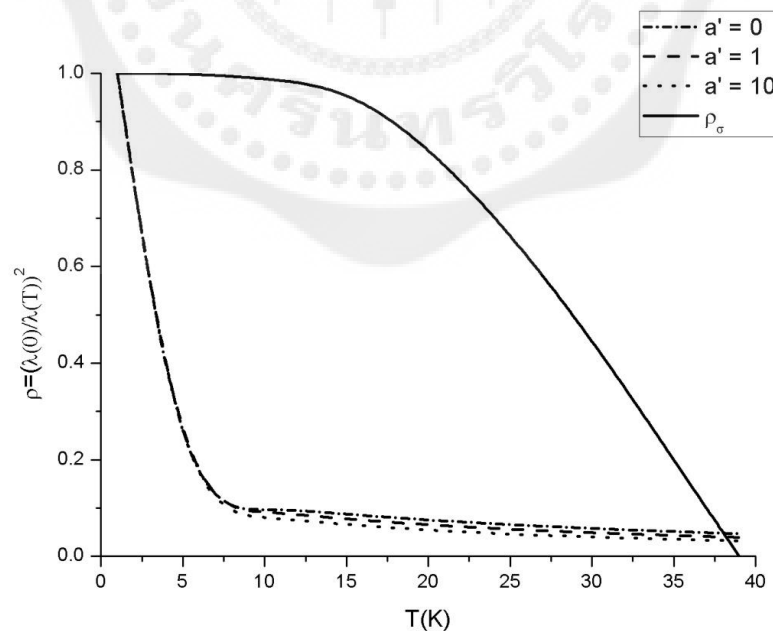


ภาพประกอบ 28 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปแพนเค้ก สมการ (2.28) และ (3.22) ของ แมกนีเซียมไดโบไรด์

ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิใช้ค่าตัวแปรของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) $T_c = 39\text{K}$, $\Delta(0) = 75\text{K}$ (Fletcher et al., 2005)



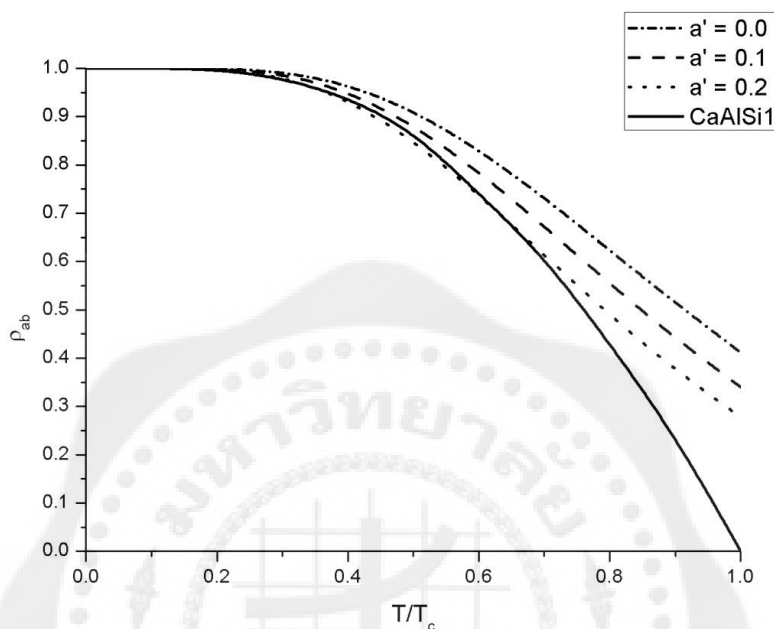
ภาพประกอบ 29 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแมกนีเซียมไดโบไรด์



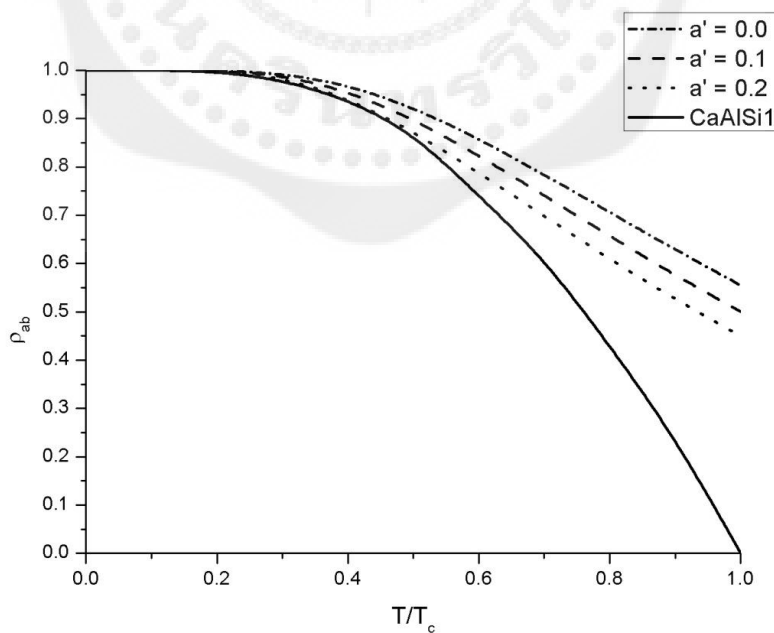
ภาพประกอบ 30 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแมกนีเซียมไดโบไรด์

ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวอย่างดิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1

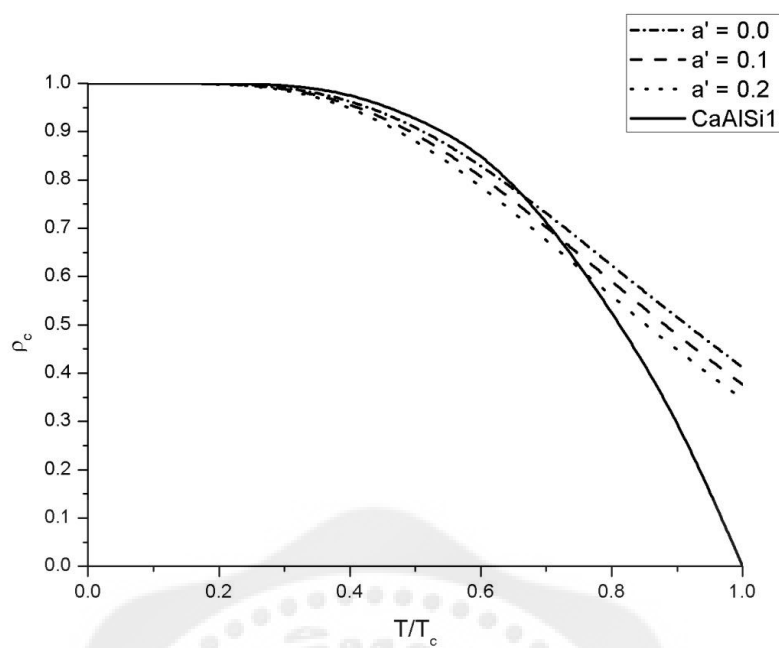
ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิ ใช้ค่าตัวแปรของตัวอย่างดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) $T_c = 6.2\text{K}$, $\Delta(0) = 13.02\text{K}$ (Ruslan and Russell, 2006)



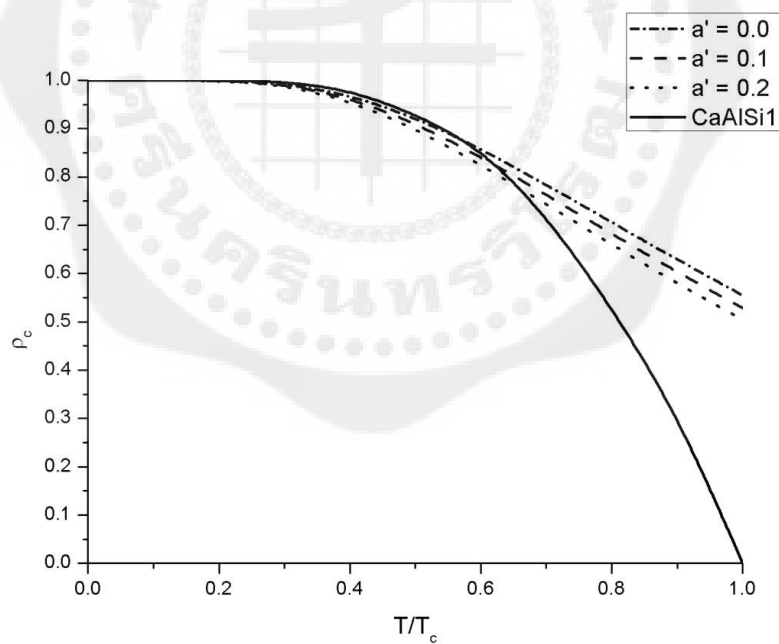
ภาพประกอบ 31 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



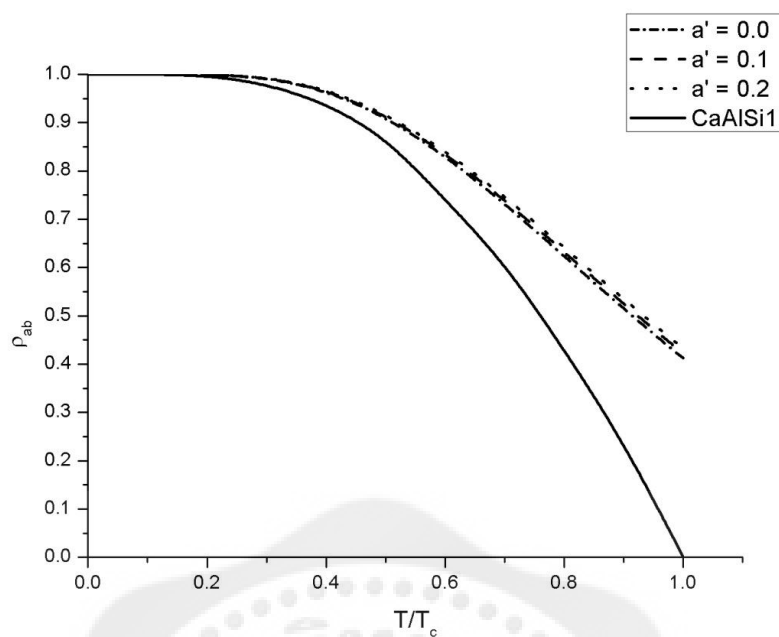
ภาพประกอบ 32 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.2) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



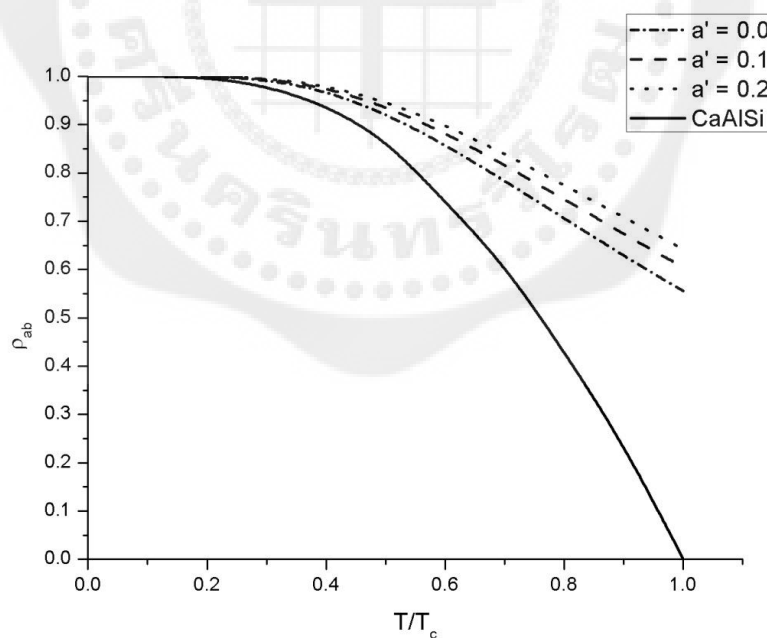
ภาพประกอบ 33 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



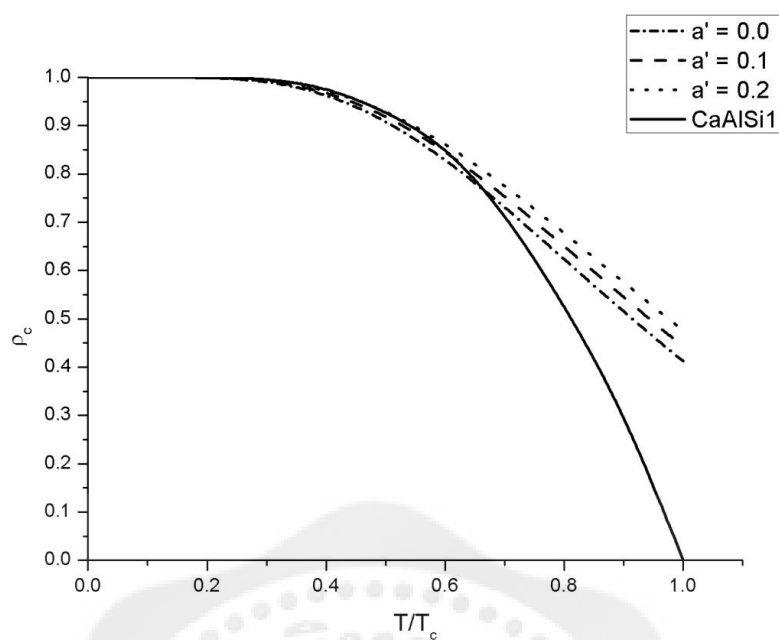
ภาพประกอบ 34 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.3) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



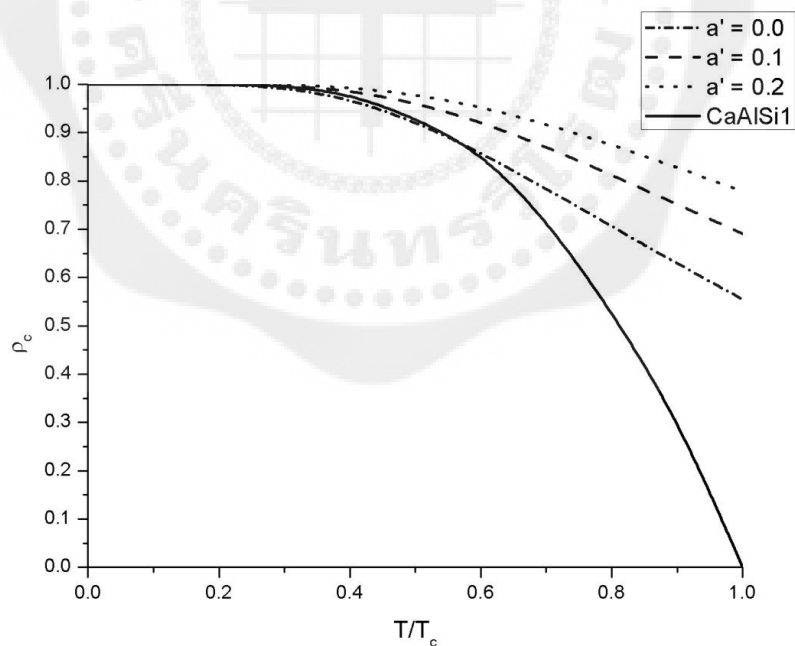
ภาพประกอบ 35 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



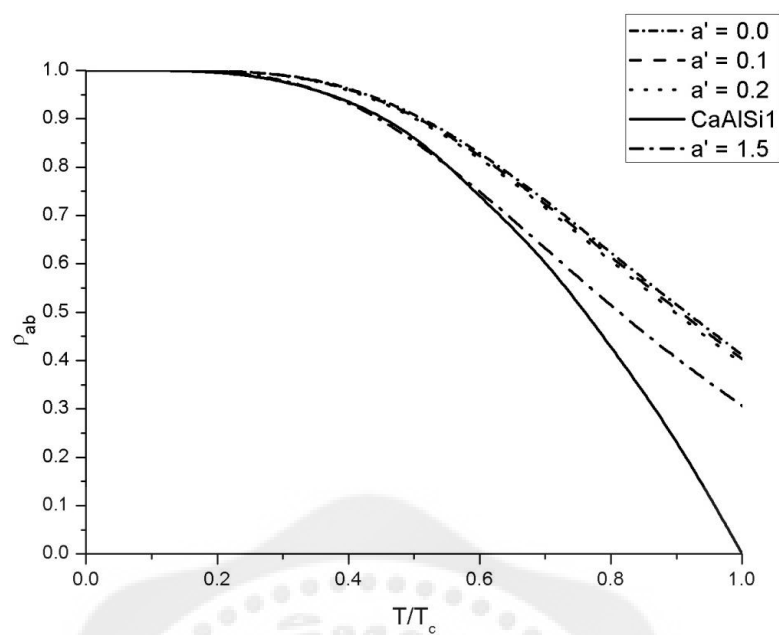
ภาพประกอบ 36 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.4) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



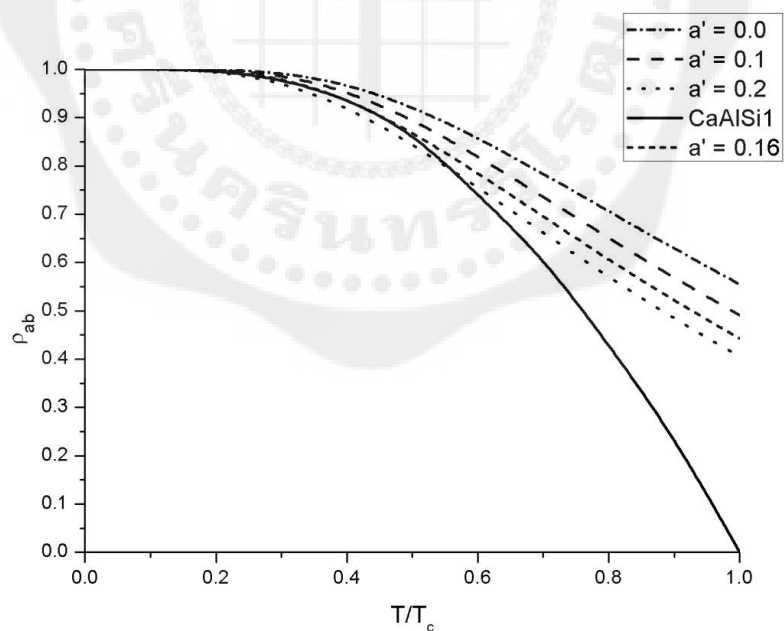
ภาพประกอบ 37 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



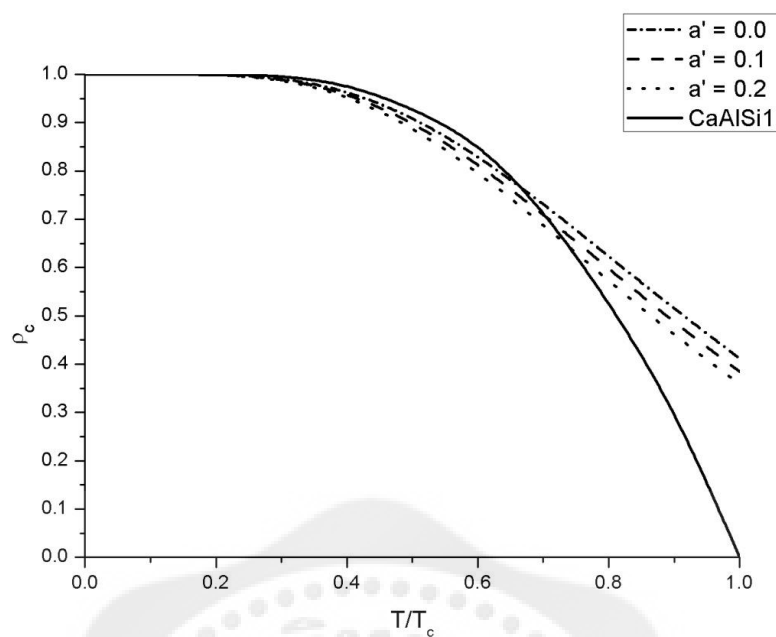
ภาพประกอบ 38 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.5) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



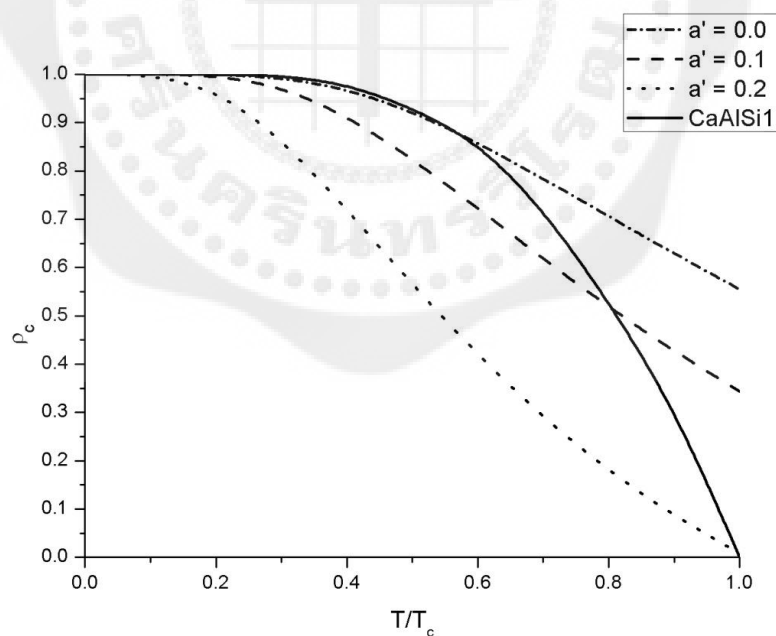
ภาพประกอบ 39 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



ภาพประกอบ 40 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.6) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1

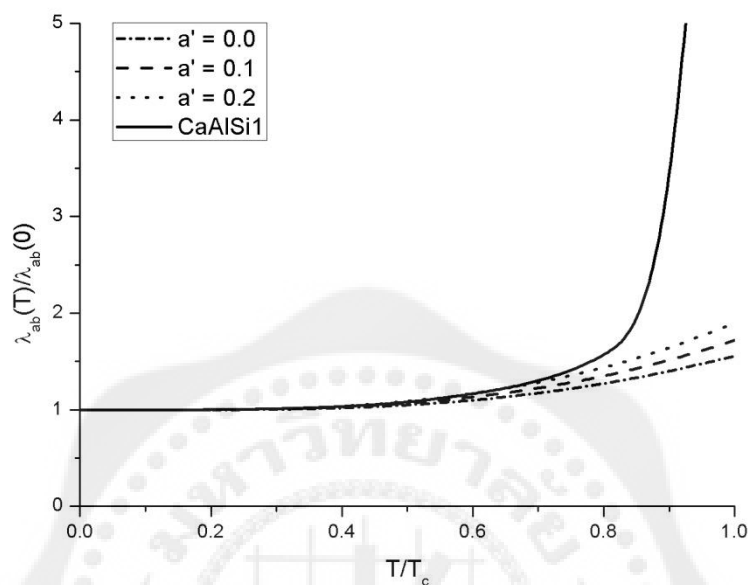


ภาพประกอบ 41 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1

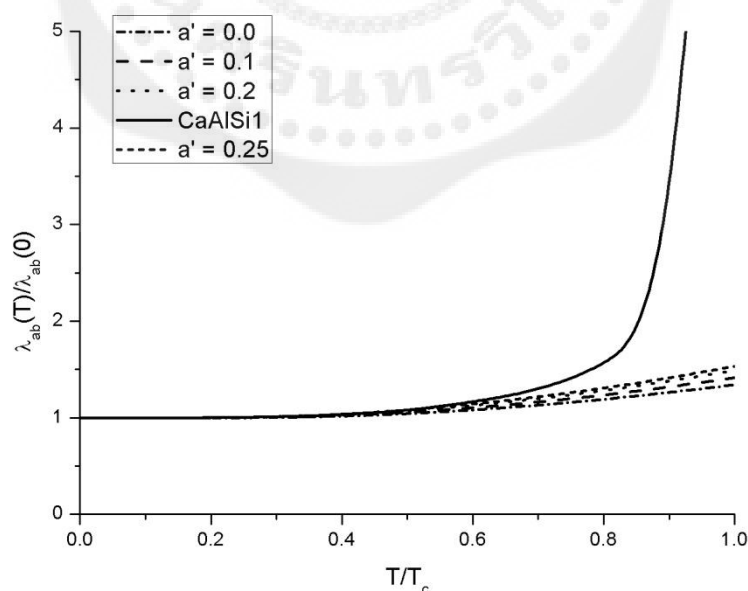


ภาพประกอบ 42 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.7) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1

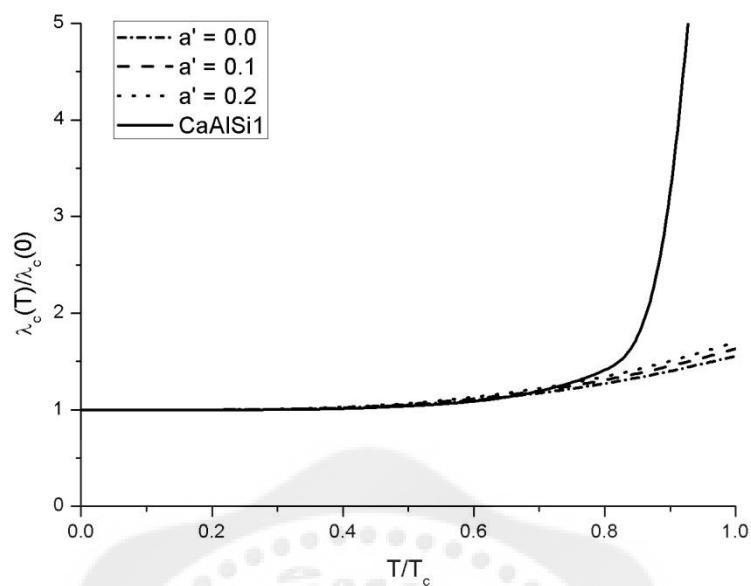
ความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดยิ่งและอุณหภูมิใช้ค่าตัวแปรของตัวนำยิ่งยวดชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) $T_c = 6.2K$, $\Delta(0) = 13.02K$ (Ruslan and Russell, 2006)



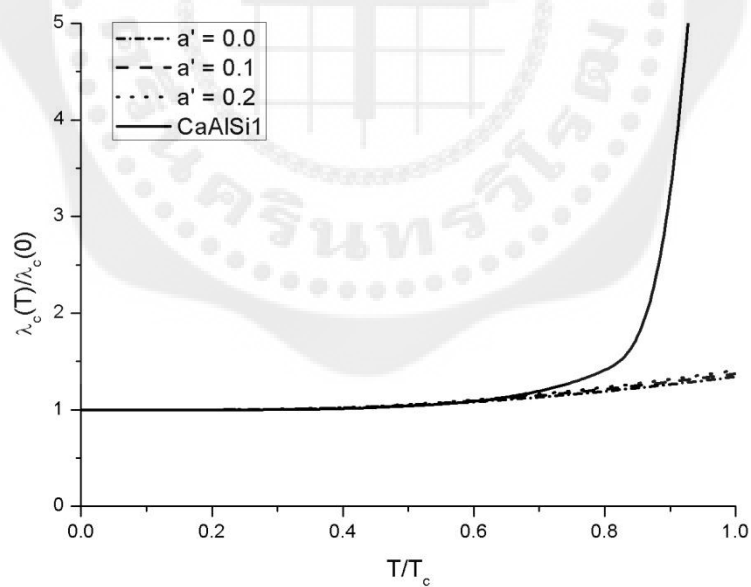
ภาพประกอบ 43 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



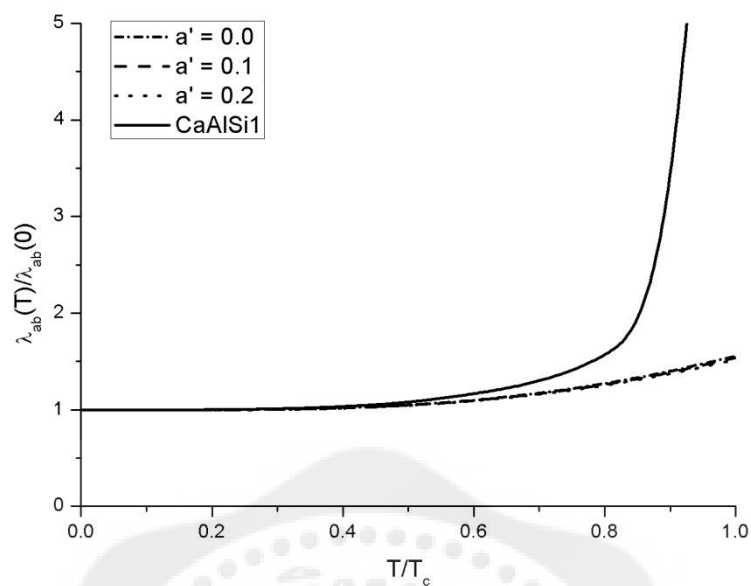
ภาพประกอบ 44 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.8) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



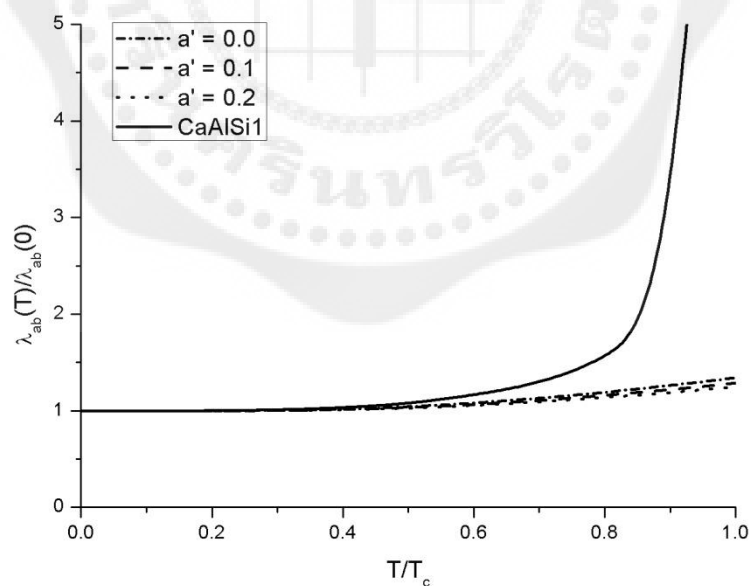
ภาพประกอบ 45 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



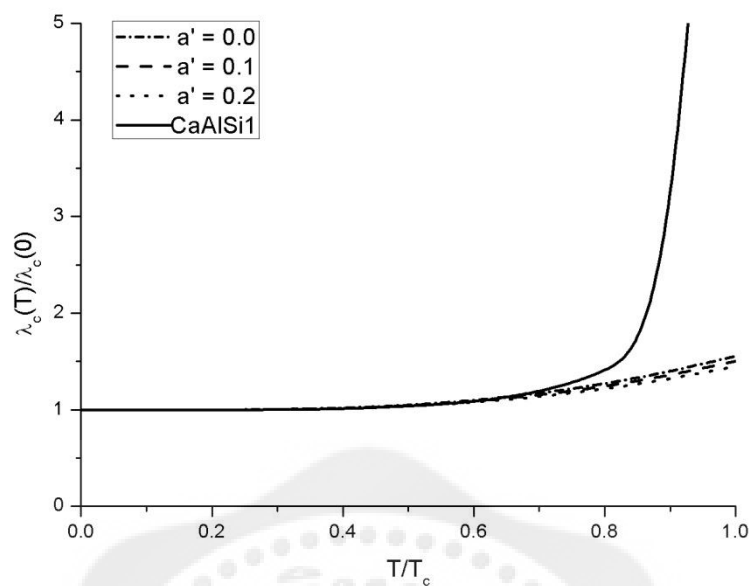
ภาพประกอบ 46 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงรี สมการ (4.9) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



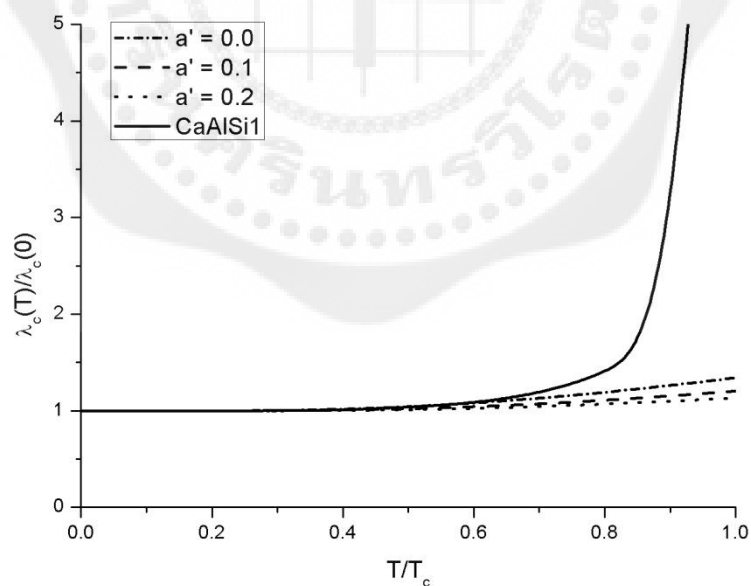
ภาพประกอบ 47 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1



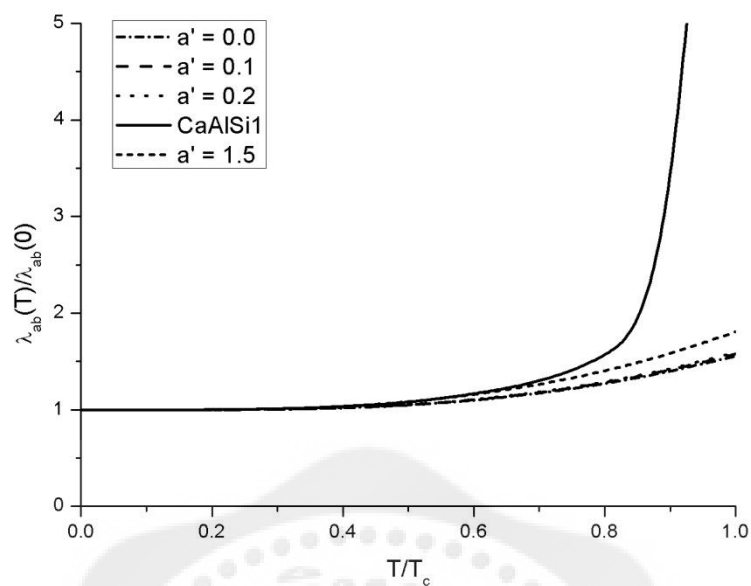
ภาพประกอบ 48 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.10) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



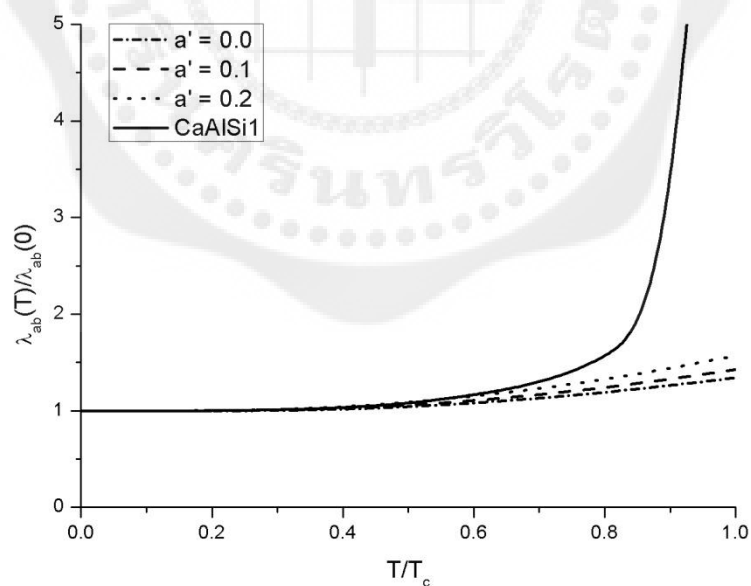
ภาพประกอบ 49 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 1



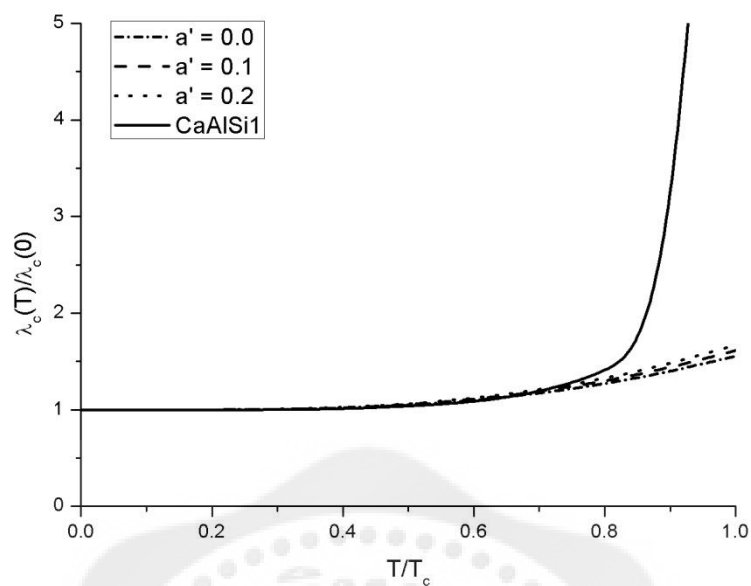
ภาพประกอบ 50 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงแบนแค้ก $a' = -a$ สมการ (4.11) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



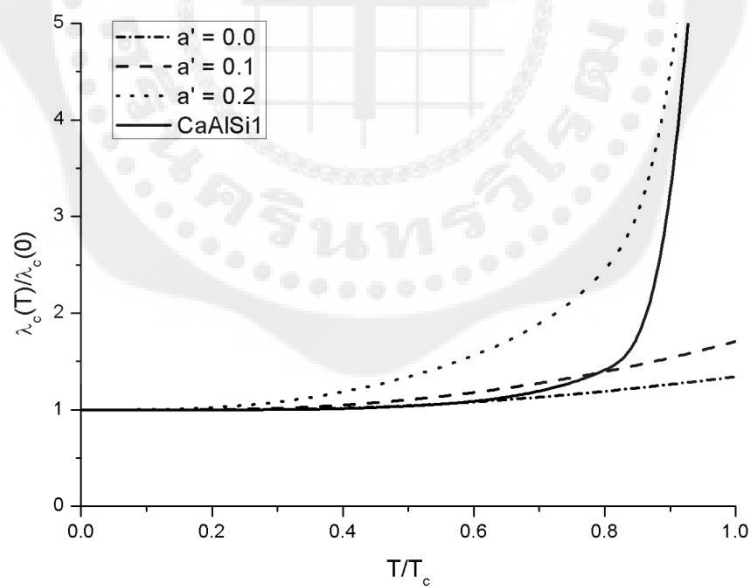
ภาพประกอบ 51 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 1



ภาพประกอบ 52 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.12) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



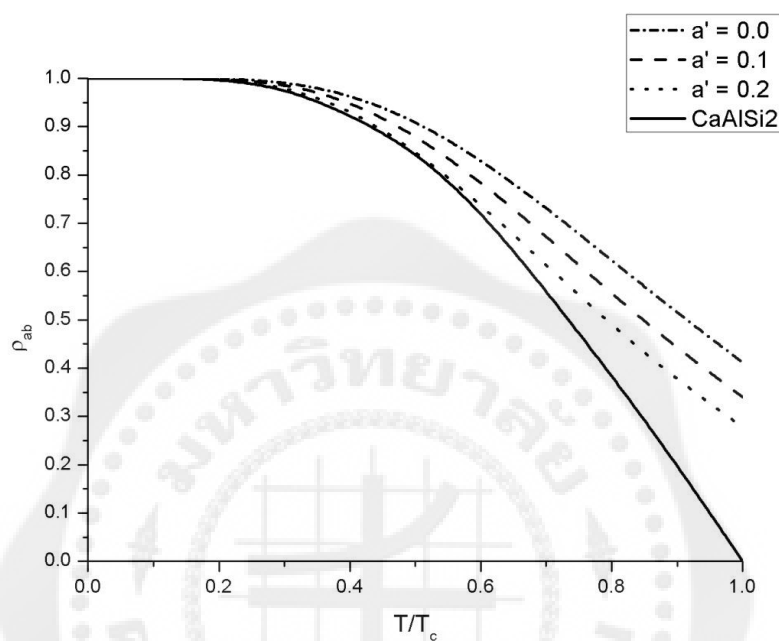
ภาพประกอบ 53 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1



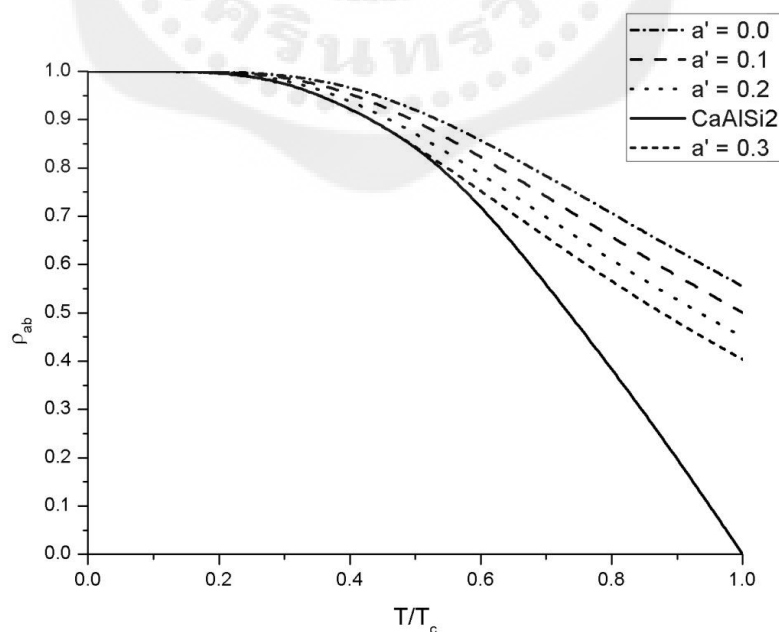
ภาพประกอบ 54 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงแบนแค้ก $a' = a$ สมการ (4.13) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 1

ผลการคำนวณเทียบกับผลการทดลองในตัวอย่างดิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2

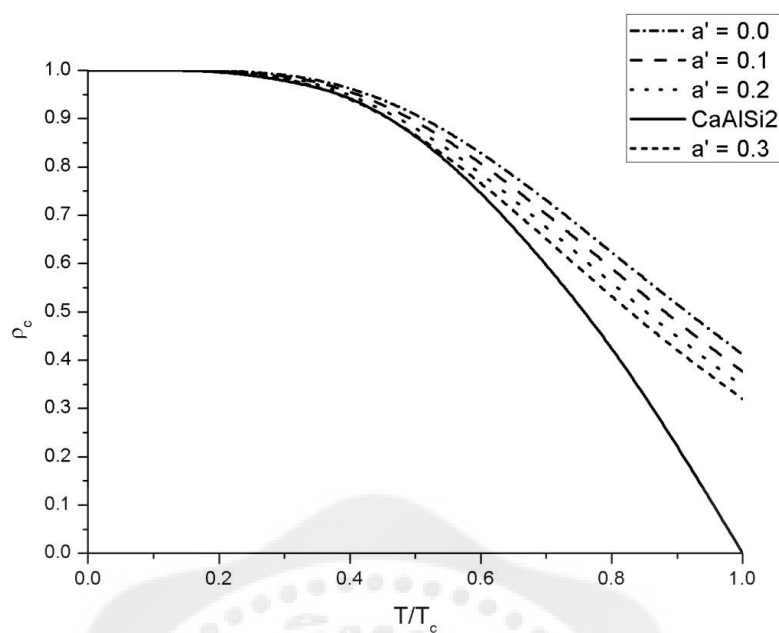
3.1 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิ ใช้ค่าตัวแปรของตัวอย่างดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2 (CaAlSi_2) $T_c = 7.3\text{K}$, $\Delta(0) = 15.33\text{K}$ (Ruslan and Russell, 2006)



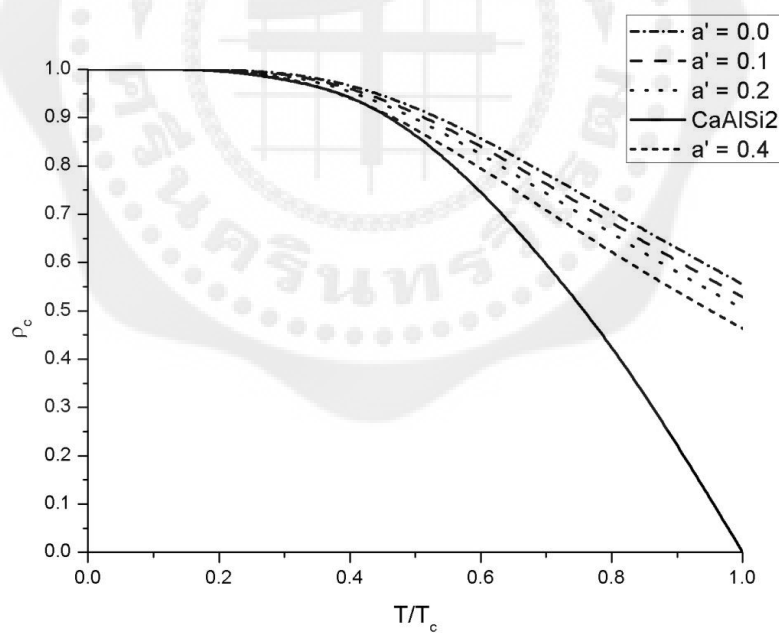
ภาพประกอบ 55 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



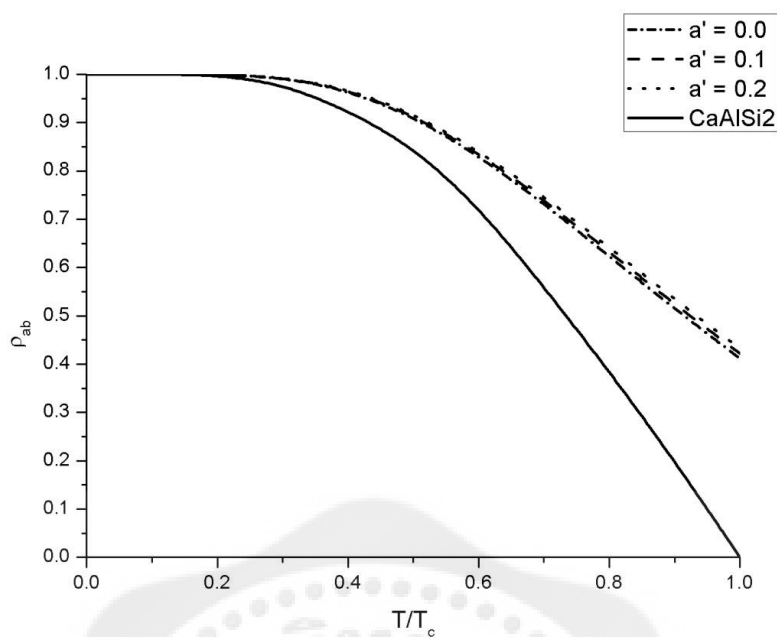
ภาพประกอบ 56 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.2) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



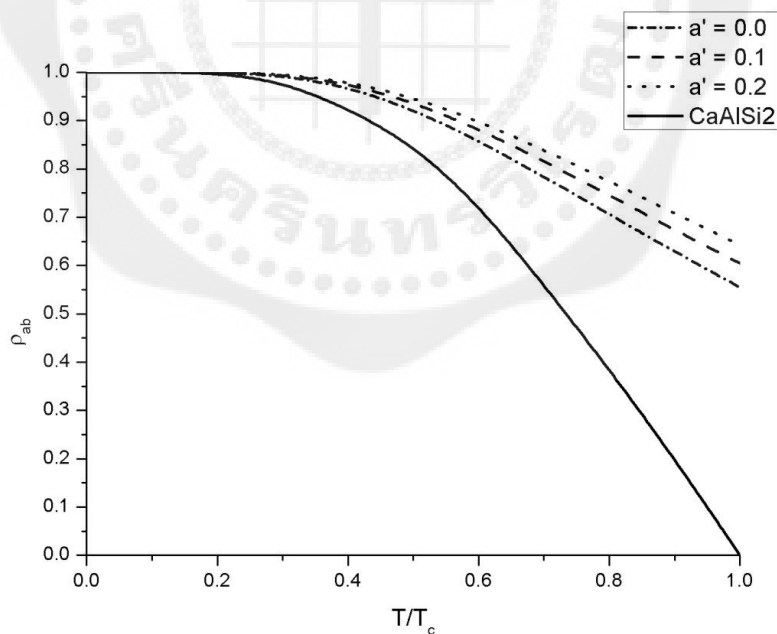
ภาพประกอบ 57 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



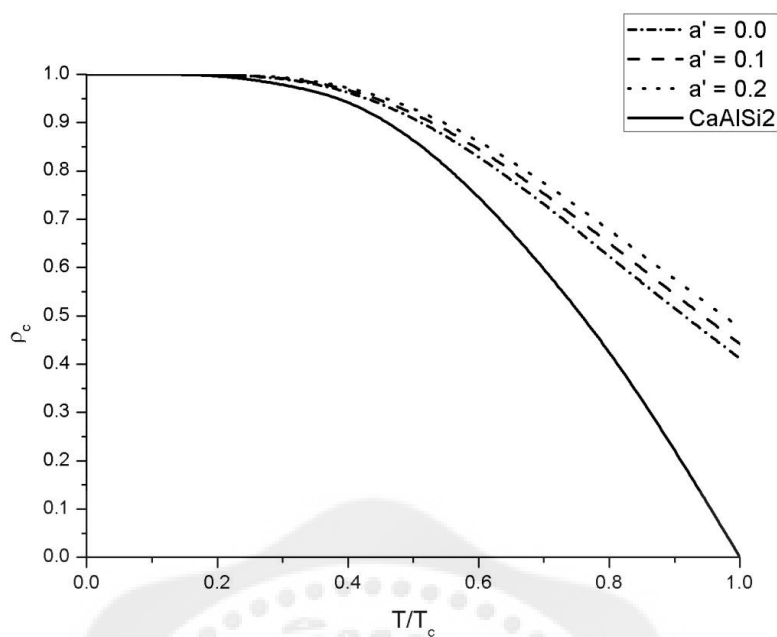
ภาพประกอบ 58 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.3) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



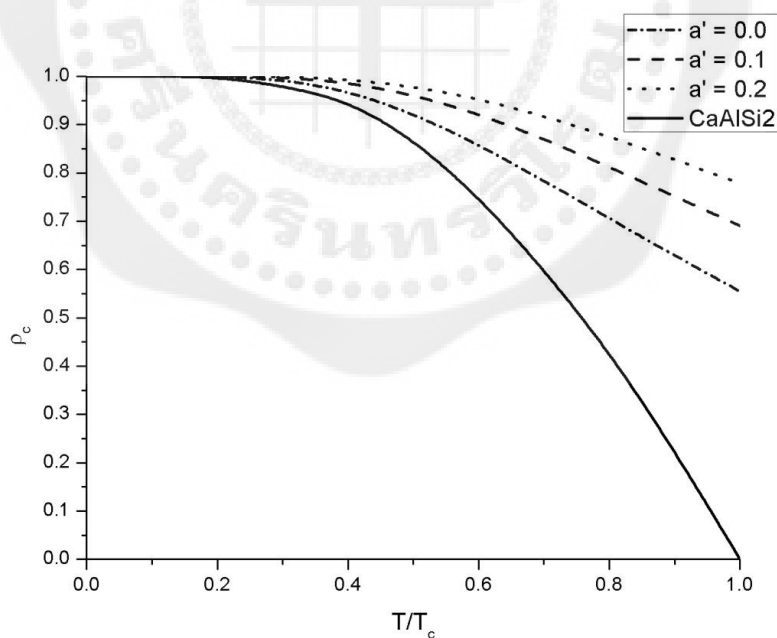
ภาพประกอบ 59 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2



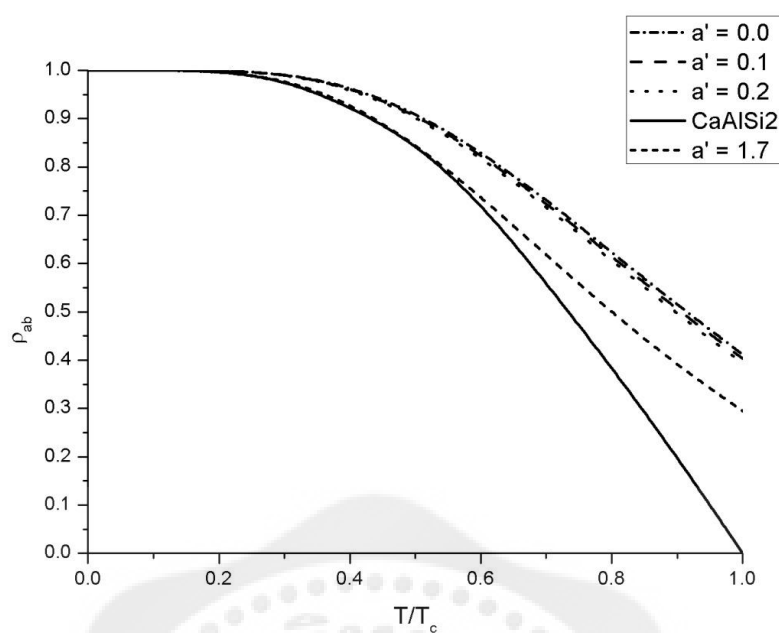
ภาพประกอบ 60 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.4) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2



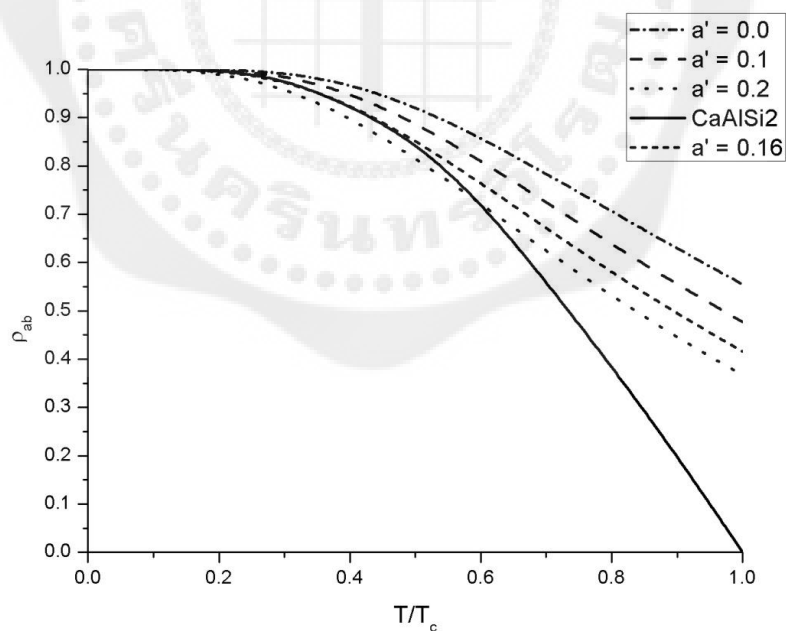
ภาพประกอบ 61 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2



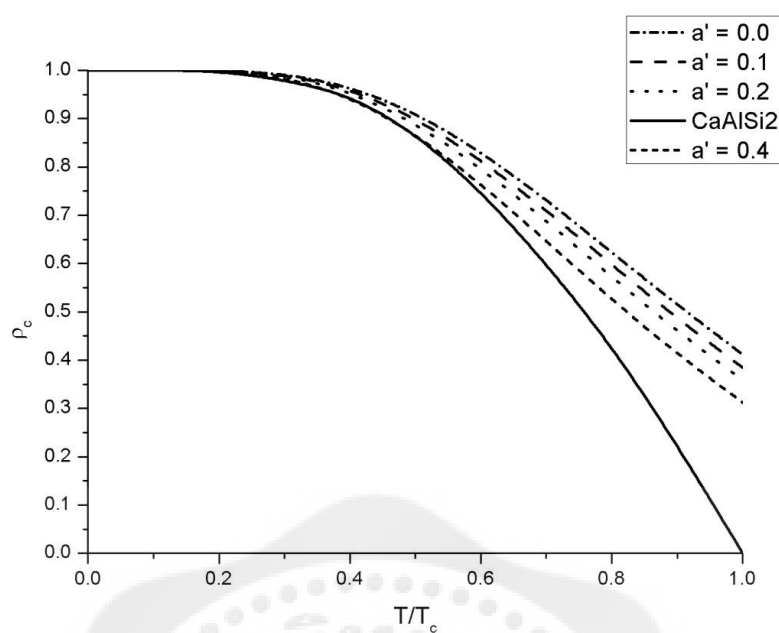
ภาพประกอบ 62 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.5) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2



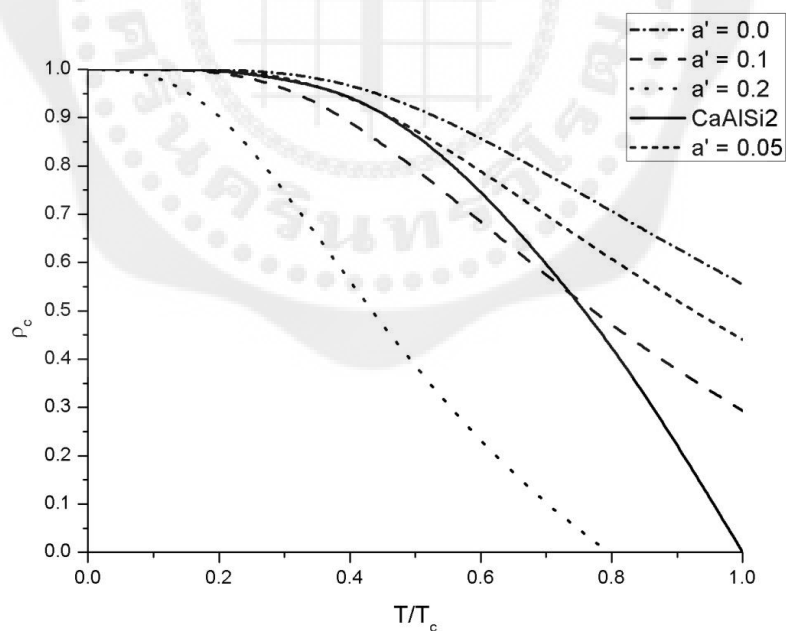
ภาพประกอบ 63 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2



ภาพประกอบ 64 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.6) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2

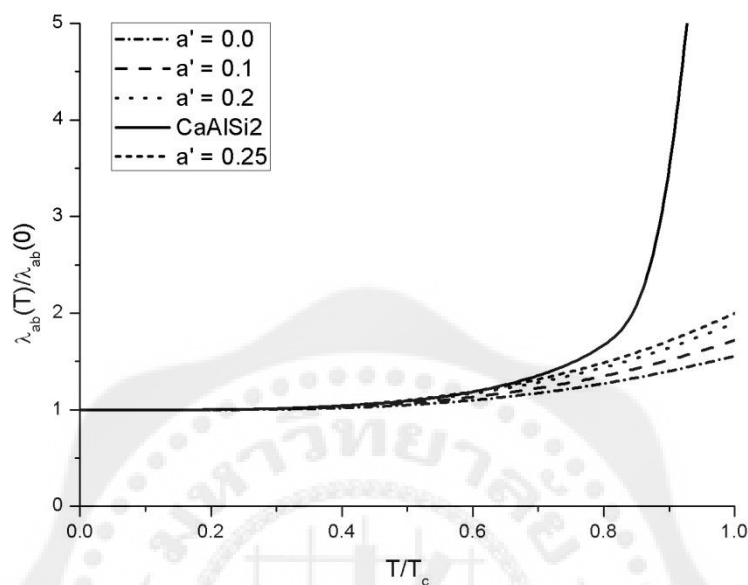


ภาพประกอบ 65 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2

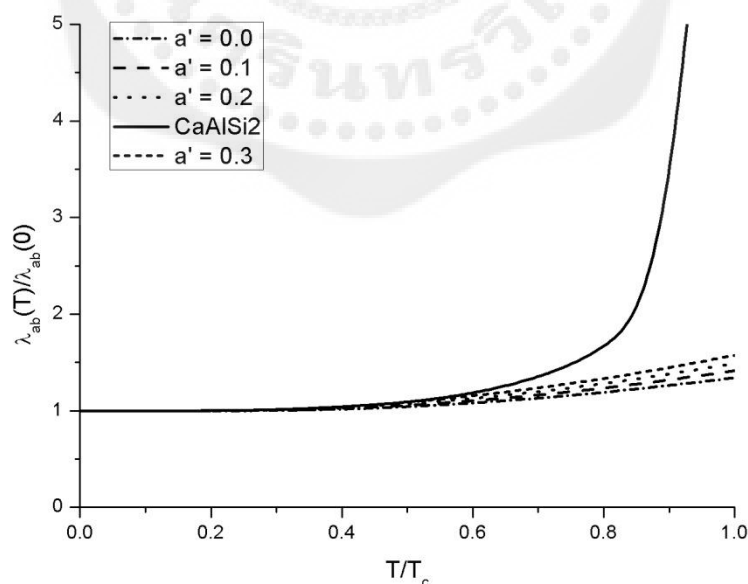


ภาพประกอบ 66 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.7) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2

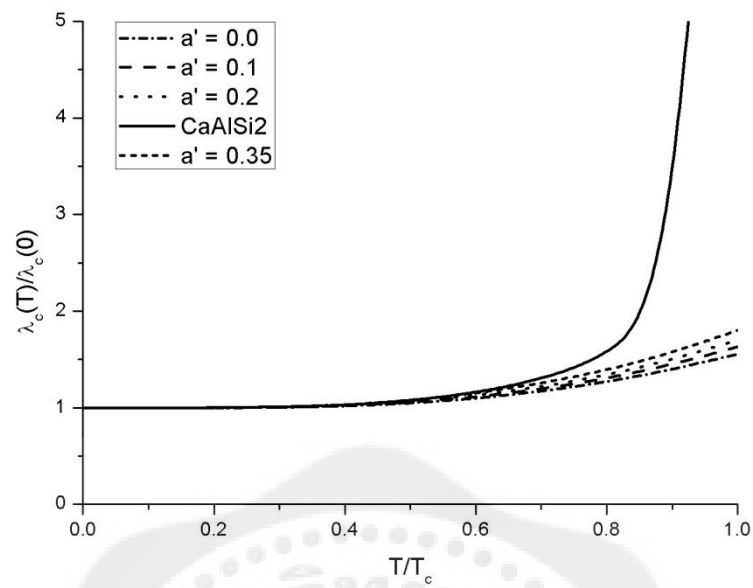
ความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดและอุณหภูมิ ใช้ค่าตัวแปรของตัวนำยิ่งยวดชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2 (CaAlSi_2) $T_c = 7.3\text{K}$, $\Delta(0) = 15.33\text{K}$ (Ruslan and Russell, 2006)



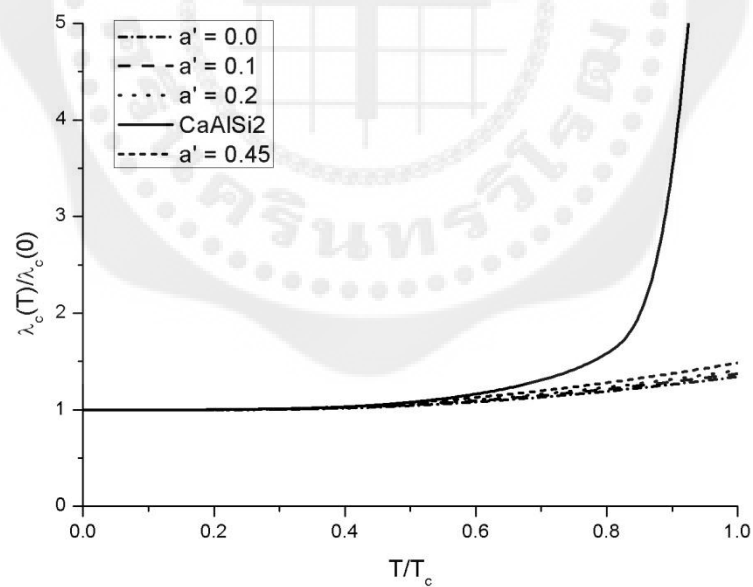
ภาพประกอบ 67 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



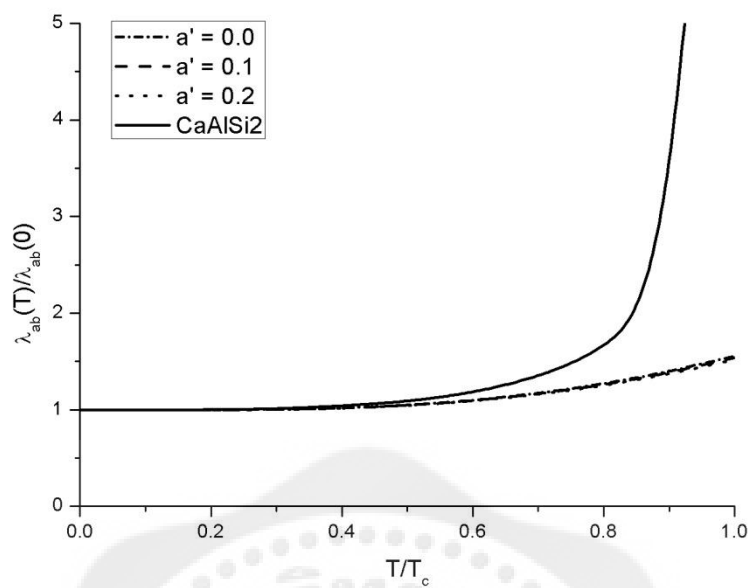
ภาพประกอบ 68 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี สมการ (4.8) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



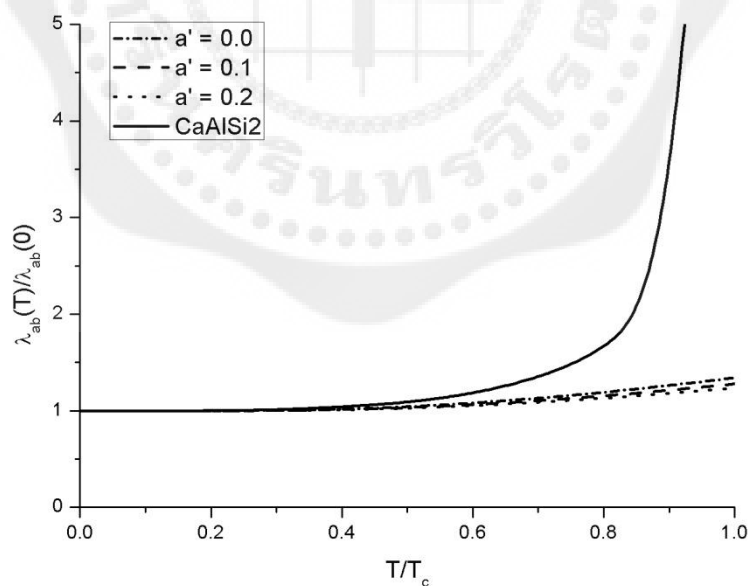
ภาพประกอบ 69 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงรี สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



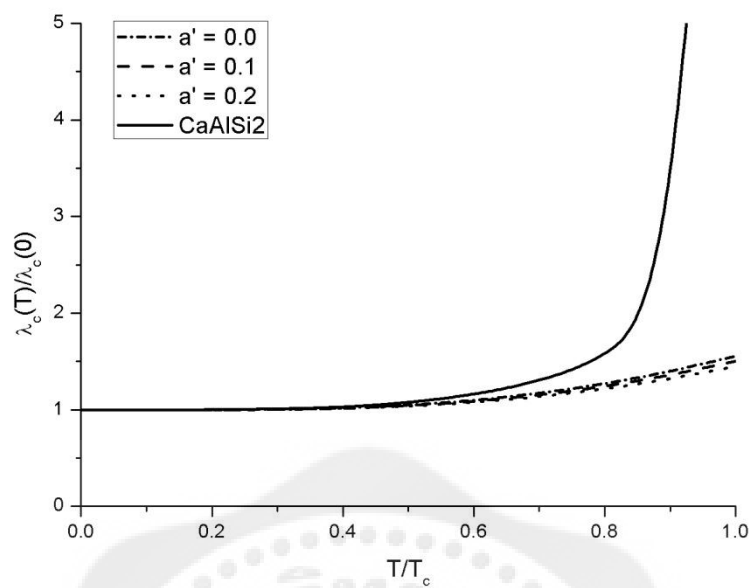
ภาพประกอบ 70 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลอง
รูปทรงรี สมการ (4.9) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



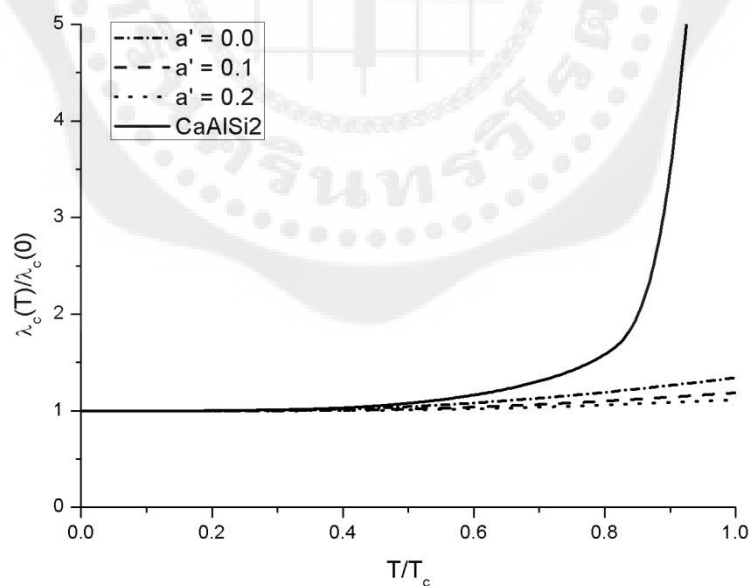
ภาพประกอบ 71 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2



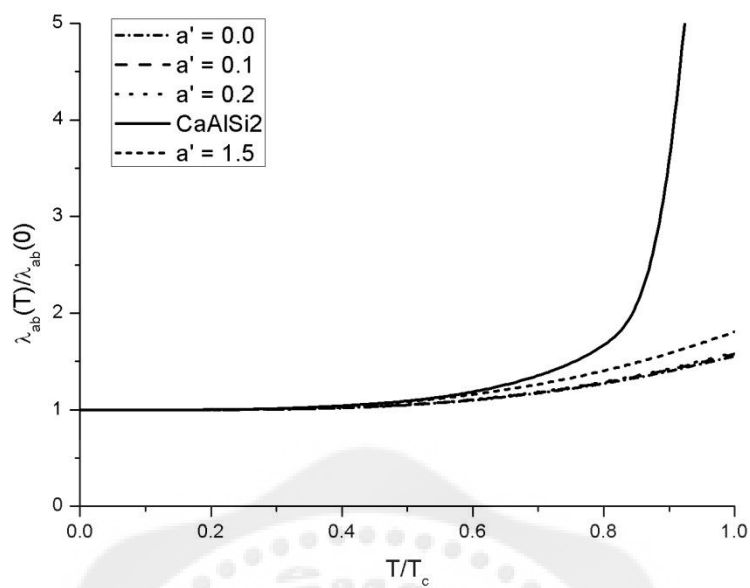
ภาพประกอบ 72 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ สมการ (4.10) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



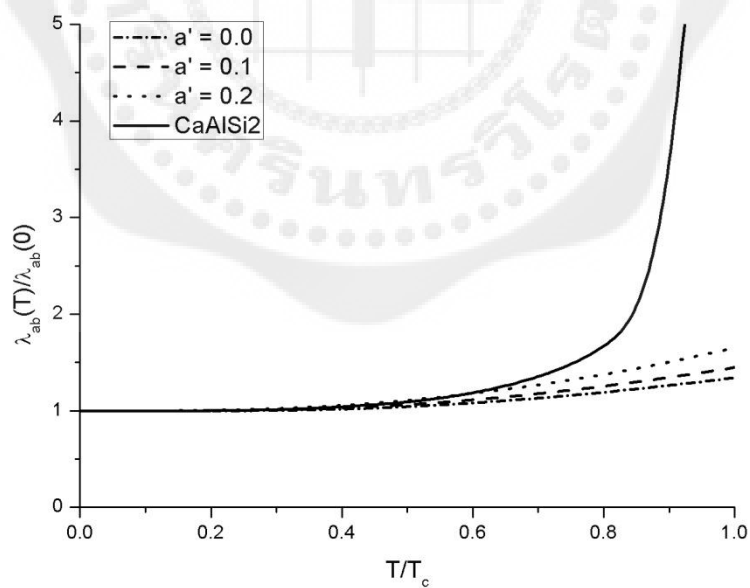
ภาพประกอบ 73 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = -a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2



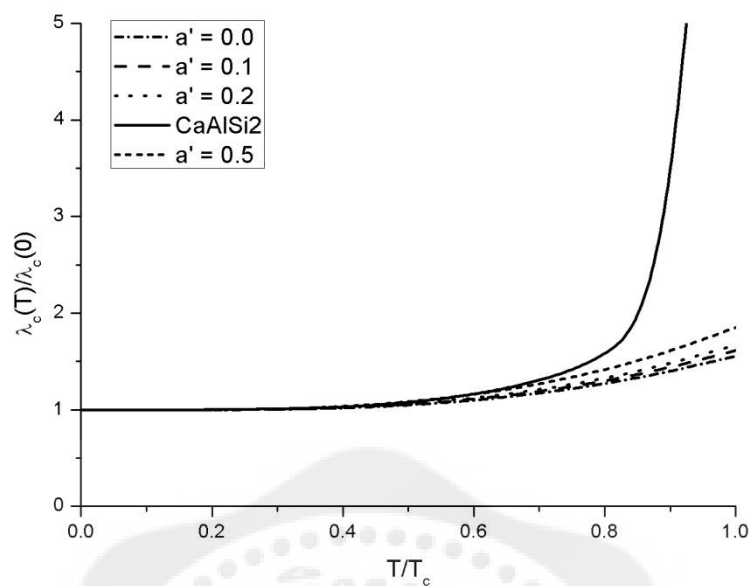
ภาพประกอบ 74 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = -a$ สมการ (4.11) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



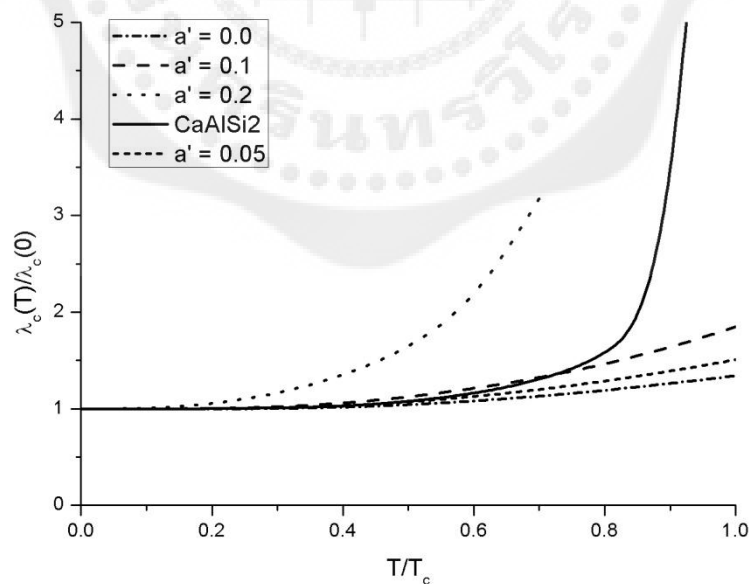
ภาพประกอบ 75 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.21) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2



ภาพประกอบ 76 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง
รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ สมการ (4.12) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



ภาพประกอบ 77 ความลึกซาชิมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = a$ สมการ (2.28) และ (3.22) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2



ภาพประกอบ 78 ความลึกซาชิมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรง
แบนแค้ก $a' = a$ สมการ (4.13) เทียบผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ชนิดที่ 2

จากภาพประกอบ 21 22 23 และ 24 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) และองค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีและรูปทรงแพนเค้กของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยค่าตัวแปรของความไม่สมมาตรมีค่าเป็น $a' = 0$ $a' = 1$ และ $a' = 10$ เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และมีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งเข้าใกล้ศูนย์ที่อุณหภูมิ 2 เคลวิน ทั้งสี่กราฟ

จากภาพประกอบ 25 26 27 และ 28 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) และองค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีและรูปทรงแพนเค้กของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยค่าตัวแปรของความไม่สมมาตรมีค่าเป็น $a' = 0$ $a' = 1$ และ $a' = 10$ เส้นกราฟของ $a' = 0$ จะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่อุณหภูมิ 2 เคลวิน ทั้งสี่กราฟ

จากภาพประกอบ 29 และ 30 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงรี ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยเปรียบเทียบผลการทดลองความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบเฟสซิกมา (ρ_σ) ผลการคำนวณโดยค่าตัวแปรของความไม่สมมาตรมีค่าเป็น $a' = 0$ $a' = 1$ และ $a' = 10$ เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและมีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งเข้าใกล้ศูนย์ที่อุณหภูมิก่อนที่ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 31 และ 32 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.2 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 33 และ 34 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.0 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 35 และ 36 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง

และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 37 และ 38 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 39 และ 40 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 1.5 และ 0.16 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 41 และ 42 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 43 และ 44 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.2 และ 0.25 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 45 และ 46 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปทรงของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 47 และ 48 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 49 และ 50 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 51 และ 52 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปแพนเค้ก $a' = a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร เป็น 0.2 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 53 และ 54 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปแพนเค้ก $a' = a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร เป็น 0.1 ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 55 และ 56 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 57 และ 58 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณ

กับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.3 และ 0.4 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 59 และ 60 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 61 และ 62 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = -a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 63 และ 64 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (ρ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะลดลงแบบฟังก์ชันพาราโบลาคว่ำและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 1.7 และ 0.16 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 65 และ 66 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (ρ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.4 และ 0.05 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 67 และ 68 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.25 และ 0.3 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 69 และ 70 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปทรงรีของตัวนำวยดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') เป็น 0.35 และ 0.45 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 71 และ 72 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปแบนแค้ก $a' = -a$ ของตัวนำวยดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 73 และ 74 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปแบนแค้ก $a' = -a$ ของตัวนำวยดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและไม่สามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร ได้ทั้งสองกราฟ

จากภาพประกอบ 75 และ 76 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบี (λ_{ab}) ในแบบจำลองรูปแบนแค้ก $a' = a$ ของตัวนำวยดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร เป็น 1.5 และ 0.2 ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 77 และ 78 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามแกนซี (λ_c) ในแบบจำลองรูปแบนแค้ก $a' = a$ ของตัวนำวยดิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เปรียบเทียบผลการอินทิเกรตกับผลการทดลอง และ ผลการคำนวณกับผลการทดลอง เส้นกราฟจะมีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบฟังก์ชันพาราโบลาหงายและสามารถหาค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร เป็น 0.5 และ 0.05 ตามลำดับ

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสโดยใช้ทฤษฎีกึ่งคลาสสิกและทฤษฎีบีซีเอส ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสกับอุณหภูมิขององค์ประกอบตามระนาบเอบีและองค์ประกอบตามแกนซีได้และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและอุณหภูมิในองค์ประกอบตามระนาบเอบีและองค์ประกอบตามแกนซีได้ โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสที่มีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส
2. คำนวณหาสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของพื้นผิวเฟอร์มิทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางเป็นแบบจำลองรูปทรงรี (Hass and Maki, 2001) ในแต่ละองค์ประกอบ
3. คำนวณหาสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของพื้นผิวเฟอร์มิทรงกลม 3 มิติ โดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางเป็นแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก (Posazhennikova Dahm and Maki, 2003) ในแต่ละองค์ประกอบ
4. นำผลการคำนวณของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ทั้งแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กมาเขียนกราฟเพื่อเปรียบเทียบผลการทดลอง

สรุปผลการวิจัย

ผลการคำนวณหาค่าของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสพบว่าค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและค่าความลึกซาบซึมได้จะมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิและค่าตัวแปรความไม่สมมาตร (a') ทั้งแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก

จากการศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) และ ตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน ($CaAlSi$) ซึ่งในตัวนำยวดยิ่งชนิด (MgB_2) พบว่าไม่สามารถสรุปได้ว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางแต่ผลการคำนวณสามารถอธิบายได้ที่ช่วงใกล้ศูนย์เคลวิน

ในตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1 ($CaAlSi-1$) พบว่าองค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่งเป็น 0.2 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 0.2 และ 0.25 องค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลอง

รูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่ง เป็น 1.5 และ 0.16 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 1.5 และ 0.2 แต่องค์ประกอบตามแกนซีทั้งแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแพนเค้กมีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร(a') ทั้งความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ เป็น 0

ในตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) พบว่าองค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรี มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่ง เป็น 0.2 และ 0.3 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 0.25 และ 0.3 องค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก $a' = a$ มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่ง เป็น 1.7 และ 0.16 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 1.5 และ 0.2 และองค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรี มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่งเป็น 0.3 และ 0.4 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 0.35 และ 0.45 องค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงแพนเค้ก มีค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของความหนาแน่นของไหลยวดยิ่งเป็น 0.4 และ 0.05 และของความลึกซาบซึมได้ เป็น 0.5 และ 0.05

ดังนั้น ตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) เป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางขององค์ประกอบตามระนาบเอบีและไม่ขึ้นกับทิศทางขององค์ประกอบตามแกนซีและตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางทั้งองค์ประกอบตามระนาบเอบีและองค์ประกอบตามแกนซี ดังแสดงในตาราง 1 และ 2

ตาราง 1 แสดงค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) $T_c = 6.2K, \Delta(0) = 13.02K$

ค่าตัวแปรความไม่สมมาตร(a') แบบจำลองช่องว่างพลังงาน		ความหนาแน่นของ ของไหลยวดยิ่ง		ความลึกซาบซึมได้	
		ระนาบเอบี	แกนซี	ระนาบเอบี	แกนซี
รูปทรงรี	การอินทิเกรต	0.2	0	0.2	0
	การคำนวณ	0.2	0	0.25	0
รูปแพนเค้ก $a' = -a$	การอินทิเกรต	-	-	-	-
	การคำนวณ	-	-	-	-
รูปแพนเค้ก $a' = a$	การอินทิเกรต	1.5	0	1.5	0
	การคำนวณ	0.16	0	0.2	0

ตาราง 2 แสดงค่าตัวแปรของความไม่สมมาตร (a') ของตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียม
ชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) $T_c = 7.3\text{K}$, $\Delta(0) = 15.33\text{K}$

ค่าตัวแปรความไม่สมมาตร(a') แบบจำลองช่องว่างพลังงาน		ความหนาแน่นของ ของไหลยวดยิ่ง		ความลึกซาบซึมได้	
		ระนาบเอบี	แกนซี	ระนาบเอบี	แกนซี
รูปทรงรี	การอินทิเกรต	0.2	0.3	0.25	0.35
	การคำนวณ	0.3	0.4	0.3	0.45
รูปแบนแค้ก $a' = -a$	การอินทิเกรต	-	-	-	-
	การคำนวณ	-	-	-	-
รูปแบนแค้ก $a' = a$	การอินทิเกรต	1.7	0.4	1.5	0.5
	การคำนวณ	0.16	0.05	0.2	0.05

อภิปรายผล

จากผลการคำนวณหาค่าของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและค่าของความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส พบว่าค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและค่าความลึกซาบซึมได้จะมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิและมีค่าตัวแปรความไม่สมมาตร (a') ที่แตกต่างกันในแต่ละตัวนำยวดยิ่งทั้งแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแบนแค้ก

จากการศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ พบว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์(MgB_2) ไม่สามารถสรุปได้ว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางแต่สามารถอธิบายความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้กรณีเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเนื่องจากตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์(MgB_2) มีช่องว่างพลังงาน 2 แถบ (Buzea and Yamashita, 2001; Haas and Maki, 2001; Fletcher et al., 2005) ในตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 1 (CaAlSi-1) และ ตัวนำยวดยิ่งชนิดแคลเซียมอะลูมิเนียมชนิดที่ 2 (CaAlSi-2) เป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส ขององค์ประกอบตามระนาบเอบีในแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแบนแค้ก $a' = a$ ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง (Ruslan and Russell, 2006; Giantomassi et al., 2005) แต่ในชนิดที่ 1 เป็นตัวนำยวดยิ่งไม่ขึ้นกับทิศทางขององค์ประกอบตามแกนซีในแบบจำลองรูปทรงรีและแบบจำลองรูปทรงแบนแค้ก $a' = a$

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้สามารถอธิบายความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสได้ กรณีที่ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมที่มีแถบพลังงานเดี่ยวควรคำนวณช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีที่มีอนุกรมสูงขึ้น ลดการประมาณค่าของการคำนวณ จะสามารถสอดคล้องผลของการทดลองเพิ่มมากขึ้น





บรรณานุกรม

- พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย. (2559). *ตัวนำยวดยิ่งพื้นฐาน*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Allen, J.F.; & Misener, A.D. (1937). *Flow of Liquid Helium II*, Nature 141 (3558): 75.
- Bednorz, J.G.; & Muller, K.A. (1986). *Possible High T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System*. Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter. (64): 189-193.
- Buckel, W. (1991). *Superconductivity : Fundamentals and Applications*. 2nd ed. New York: VCH Publishes.
- Bardeen, J.; et al. (1957). *Theory of Superconductivity*. Phys. Rev. (108): 1175-1204.
- Burns, G. (1992). *High-temperature Superconductivity: An Introduction*. New York: Academic Press.
- Buzea, C.; & Yamashita, T. (2001). *Review of the Superconducting Properties of MgB_2* . Superconductor Science and Technology. (14): R115.
- Chandrasekhar, B.S.; & Einzel, D. (1993). *The Superconducting Penetration Depth from the Semiclassical Model*. Annalen der Physik. (505).
- Fetter, A.L.; & Walecka, J.D. (1995). *Quantum Theory of Many-Particle Systems*. San Francisco: McGraw-Hill.
- File, J.; & Mills, R.G. (1963). *Observation of Persistent Current in a Superconducting Solenoid*. Phys. Rev. Lett. (10): 93.
- Fletcher, J. D.; et al. (2005). *Temperature-Dependent Anisotropy of the Penetration Depth and Coherence Length of MgB_2* . Phys. Rev. Lett. 95(9): 097005.
- Giantomassi, M.; Boeri, L.; & Bachelet, G. (2005). *Electrons and Phonons in the Ternary Alloy $CaAl_{2-x}Si_x$ as a Function of Composition*. Phys. Rev. B. (72): 224512-9
- Ginzberg, V.L.; & Landau, L.D. (1950). Sov. Phys. JETP (20): 1094
- Haas, S.; & Maki, K. (2001). *Anisotropic s-wave Superconductivity in MgB_2* . Phys. Rev. B. 65(2): 020502.
- Kim, H. (2013). *Low temperature London Penetration Depth and Superfluid Density in Fe-based Superconductors*. Graduate Theses and Dissertations. 13423.
- Kittel, C. (2005). *Introduction to Solid State Physics*, 8th ed. New York: John Wiley & Sons.
- Kresin, V.Z.; & Wolf, S.A. (1990). *Fundamentals of Superconductivity*. New York: Plenum Publishing.

- Kortus, J.; et al. (2001). *Superconductivity of Metallic Boron in MgB_2* . Phys. Rev. Lett. (86): 4656–9.
- London, F.; & London, H. (1935). Z.Phys. (96): 259.
- London, F.; & London, H. (1935). Proc. Roy. Soc. London. (A147): 71.
- Nagamatsu, J.; et al. (2001). *Superconductivity at 39 K in magnesium diboride*. Nature (410): 63–64.
- Manzano, F.; et al. (2002). *Exponential Temperature Dependence of Penetration Depth in Single crystal MgB_2* . Phys. Rev. Lett. (88): 047002
- Meissner, W.; & Ochsenfeld, R. (1933). *Ein neuer Effekt bei Eintritt der supraleitfähigkeit*. Naturwissenschaften. (21): 787-788.
- Mehra, J.; & Rechenberg, H. (2001). *The Historical Development of Quantum Theory*. (6): The Completion of Quantum Mechanics, 1926-1941, Part 2: The Conceptual Completion of Quantum Mechanics. New York: Springer-Verlag
- Prozorov, R.; et al. (2001). *Energy Gap and Proximity Effect in MgB_2 Superconducting Gap Wires*. Phys. Rev. B. (62): 180501
- Posazhennikova, A.I.; et al. (2002). *Anisotropic s-wave Superconductivity: Comparison with Experiments on MgB_2 Single Crystals*. Europhysics Letters. 61(4): 577.
- Poulter, J. (1991). *Lectures on Ginzburg-Landau (GL) Theory in Theory of Superconductivity*. Faculty of science Chulalongkorn University.
- Ruslan, P.; & Russell, W.G. (2006). *Magnetic Penetration Depth in Unconventional Superconductors*. Superconductor Science and Technology 19(8): R41.
- Silsbee, F.B. (1916). J. Wash. Acad. Sci. (6): 597.
- Serway, R.A.; & Jewett, J.W. (2004). *Physics for Scientists and Engineers*. 6th ed.
- Wu, M.K.; et al. (1987). *Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure*. Phys Rev Lett. (58): 908-910.
- Watcharin, B. (2007). *Critical Temperature of Superconductor/ Ferromagnetic Bilayers with Spin-Orbit Dependent Scattering*.

Website :

https://en.wikipedia.org/wiki/Meissner_effect, Retrieved November 2560

<https://www.quora.com/Condensed-Matter-Physics-In-the-BCS-theory-of-superconductors->

why-is-it-that-the-formation-of-Cooper-pairs-is-most-favoured-when-the-electrons-are-moving-in-opposite-directions, Retrieved November 2560

<http://www.u-tokyo.ac.jp/en/utokyo-research/feature-stories/hierarchies-in-matter.html>, Retrieved November 2560

<http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/473/2200/20170063.figures-only>, Retrieved June 2561





ภาคผนวก

ตัวอย่างโปรแกรมสมการการคำนวณสำหรับความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึม
ได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางโดยเริ่มจากสมการการอินทิเกรตใน
รูปแบบของฮาสส์และมากิ

```
ClearAll[exfab, f, a, t, exfc, delt];
delt = 13.02;
tc = 6.2;

deltt[t_, a_] := delt *  $\left(1 - \sqrt{\frac{2 * \text{Pi} * t * \text{tc} * (1 + a)}{\text{delt} * (1 + a * z^2)}} * \text{Exp}\left[-\frac{\text{delt} * (1 + a * z^2)}{t * \text{tc} * (1 + a)}\right]\right);$ 

exfab[t_, a_] :=
  1 -
   $\frac{3}{4 * t * \text{tc}}$  *
  NIntegrate[
    (1 - z^2) *
    (Sech[( $\sqrt{(e^2 * (1 + a)^2 + (\text{deltt}[t, a] * (1 + a * z^2))^2}$ ) / (2 * t * tc * (1 + a))] ) ^2,
    {z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

exfc[t_, a_] :=
  1 -
   $\frac{3}{2 * t * \text{tc}}$  *
  NIntegrate[
    (z^2) *
    (Sech[( $\sqrt{(e^2 * (1 + a)^2 + (\text{deltt}[t, a] * (1 + a * z^2))^2}$ ) / (2 * t * tc * (1 + a))] ) ^2,
    {z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

t = 0.0000;
a = 0.1;

While[t < 1.01,
  Print[t, " ", N[exfab[t, a]]];
  t = t + 0.1;]
```

ความลึกซึ้งซึ้งได้ของตัวนำเวดิ่งที่ขึ้นกับทิศทางโดยเริ่มจากสมการการอินทิเกรตในรูปแบบของ
ฮาส์และมากี

```

ClearAll[exfab, f, a, t, exfc, delt];
delt = 13.02;
tc = 6.2;

deltt[t_, a_] := delt *  $\left(1 - \sqrt{\frac{2 * \text{Pi} * t * \text{tc} * (1 + a)}{\text{delt} * (1 + a * z^2)}} * \text{Exp}\left[-\frac{\text{delt} * (1 + a * z^2)}{t * \text{tc} * (1 + a)}\right]\right);$ 

exfab[t_, a_] :=
  1 -
   $\frac{3}{4 * t * \text{tc}}$  *
  NIntegrate[
    (1 - z^2) *
    (Sech[( $\sqrt{e^2 * (1 + a)^2 + (\text{deltt}[t, a] * (1 + a * z^2))^2}$ ) / (2 * t * tc * (1 + a))])^2,
    {z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

exfc[t_, a_] :=
  1 -
   $\frac{3}{2 * t * \text{tc}}$  *
  NIntegrate[
    (z^2) *
    (Sech[( $\sqrt{e^2 * (1 + a)^2 + (\text{deltt}[t, a] * (1 + a * z^2))^2}$ ) / (2 * t * tc * (1 + a))])^2,
    {z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

t = 0.0000;
a = 0.1;

While[t < 1.01,
  Print[t, " ", N[1 /  $\sqrt{\text{exfc}[t, a]}$ ]];
  t = t + 0.1;]

```

ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางโดยเริ่มจากสมการการอินทิเกรตในรูปแบบของ
พอลิชาสเฮนรีโควา แดม และมากี

```

ClearAll[exf, f, a, t, tc, exfc, delt, deltt];
delt = 14.7;
tc = 7;

deltt[t_, a_] :=
delt *  $\left( 1 - \sqrt{\frac{2 * \text{Pi} * t * \text{tc} * \sqrt{1 + a z^2}}{\text{delt}}} * \text{Exp}\left[-\frac{\text{delt}}{t * \text{tc} * \sqrt{1 + a z^2}}\right] \right);$ 

exfab[t_, a_] :=
1 -
 $\frac{3}{4 * t * \text{tc}}$  *
NIntegrate[
(1 - z2) *
(Sech[ $\left(\sqrt{(e^2 * (1 + a z^2) + \text{deltt}[t, a]^2} / (2 * t * \text{tc} * (\sqrt{1 + a z^2}))}\right)^2$ ],
{z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

exfc[t_, a_] :=
1 -
 $\frac{3}{2 * t * \text{tc}}$  *
NIntegrate[
(z2) *
Sech[ $\left(\sqrt{(e^2 * (\sqrt{1 + a z^2})^2 + (\text{deltt}[t, a])^2} / (2 * t * \text{tc} * (\sqrt{1 + a z^2}))}\right)^2$ ],
{z, 0, 1}, {e, 0, Infinity}, MinRecursion -> 5, MaxRecursion -> 15];

t = 0;
a = 0;

While[t < 1.01,
Print[t, " ", N[exfab[t, a]]];
t = t + 0.1;]

```




ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นาย กฤษฎิชนม์ ชนินกุล
วัน เดือน ปีเกิด	7 มกราคม 2537
สถานที่เกิด	สุราษฎร์ธานี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	140/206 หมู่ 1 หมู่บ้านवासนา ถ. วัดโพธิ์-บางใหญ่ ต.มะขามเตี้ย อ. เมือง จ. สุราษฎร์ธานี 84000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2553	การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จาก โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา จ.สุราษฎร์ธานี
พ.ศ. 2555	การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา จ.สุราษฎร์ธานี
พ.ศ. 2559	การศึกษาระดับวิทยาศาสตร์บัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2561	การศึกษาระดับวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชา ฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ