

ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

สงครามชัย กลิ่นถ่อศีล. (2556). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) จังหวัดนครปฐม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 44 คน ใช้เวลาในการสอน 20 คาบ คาบละ 50 นาที แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One – Group Pretest – Posttest Design เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอริยสัจ 4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test for dependent samples และค่าสถิติ t-test one sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 11.17 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.47
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 14.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.70



THE EFFECT OF NOBLE TRUTH INSTRUCTION ON ANALYTICAL THINKING ABILITY
AND MATHEMATICS CONNECTION ABILITY ON MATRIX OF
MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

September 2013

Songkramchai Klinthuasin. (2013). *The Effect of Noble Truth Instruction on Analytical Thinking Ability and Mathematics Connection Ability on Matrix of Mathayomsuksa IV Students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Assoc. Prof. Dr.Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare analytical thinking ability and mathematics connection ability before and after obtaining the Noble Truth Instruction and to compare analytical thinking ability and Mathematics connection ability with a criterion.

The subjects of this study were 44 Matayomsuksa IV students in the second semester of 2012 academic year from Kanjanapisek Witthayalai Nakornphathom School. They were selected by using cluster random sampling technique. The duration of the experiment covered 50 minutes each over a five – week period.(20periods) The One–Group pretest-posttest design was used for this study. The data were analyzed by using t - test for dependent sample and t - test for one sample.

The findings were as follows:

1. The analytical thinking ability of the experimental group after obtaining the Noble Truth Instruction teaching and learning was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
2. The analytical thinking ability of the experimental group after obtaining the Noble Truth Instruction teaching and learning was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 11.17 was as 74.47%.
3. The mathematics connection ability of the experimental group after obtaining the Noble Truth Instruction teaching and learning was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
4. The mathematics connection ability of the experimental group after obtaining the Noble Truth Instruction teaching and learning was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 14.34 was as 71.70%.

ปริญญาานิพนธ์
เรื่อง

ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
สงครามชัย กลิ่นถ่อศีล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คนบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒน์กุล)

วันที่.....เดือน กันยายน พ.ศ.2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาบัตรฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการ
ทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาบัตร ที่ให้ความ
อนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์ภา
ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล อาจารย์ศุภวรรณ
สัจจพิบูล อาจารย์วันเพ็ญ ประทุมทอง และอาจารย์สุณิสา สุมิรัตน์ คณะกรรมการสอบเค้าโครง
ปริญญาบัตรและสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญาบัตรฉบับนี้
มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ธำนิทร์ สิทธิวิรัชธรรม อาจารย์พนัชกร มีฤทธิ์
และ อาจารย์ ดร.อุทัย คำรักษา ซึ่งทั้ง 3 ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้
ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำปรึกษาคำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสถานศึกษา คณะครูอาจารย์โรงเรียนกาญจนาภิเษก
วิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) จังหวัดนครปฐม ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้
ความอนุเคราะห์ดำเนินการทดลองในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี และขอขอบใจนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษก
วิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) จังหวัดนครปฐม ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้
ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ รวมทั้งดำเนินการทดลองทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วง
ด้วยดี

ผู้วิจัยขอนมระลึกถึงพระคุณของคุณพ่อ-คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวกัลยาณมิตรทุก
ท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนด้านการศึกษาและเป็นกำลังใจตลอดมา และขอขอบคุณ พี่ๆ
เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ
และคอยให้กำลังใจ ทำให้ปริญญาบัตรฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์ของ
ปริญญาบัตรฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาและครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่ง
สอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สงเคราะห์ กัลยาณมิตร

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
สมมติฐานในการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอริยสัจ 4.....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์.....	21
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์.....	42
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	65
การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	65
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	66
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	74
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	76
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	82
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	82
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	82
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	83

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	86
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	86
สมมติฐานในการวิจัย.....	86
วิธีการดำเนินการวิจัย.....	86
สรุปผลการวิจัย.....	88
อภิปรายผล.....	89
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	93
ข้อเสนอแนะ.....	93
บรรณานุกรม.....	95
ภาคผนวก.....	107
ภาคผนวก ก.....	108
ภาคผนวก ข.....	129
ภาคผนวก ค.....	140
ภาคผนวก ง.....	176
ภาคผนวก จ.....	201
ประวัติผู้วิจัย.....	203

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ชั้นของอริยสัจสี่ กิจในอริยสัจสี่และวิธีสอนตามชั้นทั้งสี่ของอริยสัจ.....	13
2	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	74
3	แบบแผนการวิจัย.....	75
4	การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์...	83
5	การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65).....	84
6	การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	84
7	การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65).....	85
8	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์.	109
9	ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	111
10	ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	112
11	ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่อง เมทริกซ์.....	114
12	ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่อง เมทริกซ์.....	116
13	ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	118

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง		หน้า
14	ค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$ และค่า $\sum s_i^2$ เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง เมทริกซ์.....	119
15	ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	120
16	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์.....	124
17	คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	130
18	คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์.....	135

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 รูปแบบพฤติกรรมการเรียนรู้.....	24
3 ระดับของกระบวนการจัดกระทำกับข้อมูลตามทฤษฎีการคิดของมาร์ซาโน.....	26
4 กรอบแนวคิดทักษะการคิดวิเคราะห์.....	26
5 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา.....	52



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในโลก ทั้งทางด้านเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ส่งผลให้ทุกประเทศทั่วโลกมุ่งพัฒนาบุคลากรของตนเอง ให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถ ทนต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกปัจจุบัน โดยกฎเกณฑ์สำคัญที่จะทำให้คนประสบความสำเร็จ ดำรงชีวิตอย่างมีความสุข สามารถที่จะปรับตัวให้เข้ากับสภาพสังคมของโลกยุคโลกาภิวัตน์ได้ คือ การศึกษา (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์. 2542: 5) ดังนั้นในการจัดการศึกษาจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาและเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด สามารถพัฒนาตามธรรมชาติ และเต็มตามศักยภาพ ต้องจัดการศึกษาได้ทุกรูปแบบ ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย (กรมวิชาการ. 2544: 4) ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กล่าวว่าการจัดการศึกษาต้องยึดหลักผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องจัดเนื้อหา และกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจ ความถนัด และความแตกต่างของผู้เรียน ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการให้เผชิญสถานการณ์ และประยุกต์ใช้ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ได้ฝึกปฏิบัติ คิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น พร้อมทั้งปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข(กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 1)

อย่างไรก็ตามจากสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เท่าที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่ายังไม่มีความหลากหลายที่เพียงพอ อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการด้วยกัน เป็นต้นว่าวิธีการสอนที่ครูนำมาใช้ในห้องเรียนมุ่งเน้นให้นักเรียนทำตามตัวอย่างจนจดจำวิธีการจากครูได้ ครูมักสอนด้วยวิธีการที่ไม่มี ความหลากหลาย ยึดตัวเองเป็นสำคัญ ไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและได้แสดงออกเท่าที่ควร ทำให้ผู้เรียนมีศักยภาพในด้านทักษะการคิดต่ำ สอดคล้องกับการประเมินผลของหลายหน่วยงานที่พบว่านักเรียนไทยส่วนมากขาดทักษะกระบวนการในการคิดวิเคราะห์ ทั้งที่คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่ผู้สอนสามารถใช้เป็นสื่อในการสอนให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ได้ดี แต่การจัดกิจกรรมการสอนไม่นำไปสู่

การพัฒนาการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงของนักเรียน (เผยแพร่ผลสัมฤทธิ์"คณิต"น.ร. ไทยต่ำ. 2550: 27) ซึ่งความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนนั้น สามารถพัฒนาได้จากการจัดประสบการณ์ที่หลากหลาย และจากบรรยากาศของการเรียนรู้ร่วมกัน รวมถึงวิธีการสอนของครูที่จะส่งผลต่อความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

การสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นวิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจเป็นขั้นตอนการคิดอย่างมีระบบ และเน้นการใช้ความคิดอย่างมีเหตุผล หรือเรียกว่าวิธีแห่งปัญญา (สาโรช บัวศรี. 2526: 3) การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นกระบวนการเรียนที่ ดร.สาโรช บัวศรี ได้ริเริ่มขึ้น ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดด้วยวิธีฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าหาความรู้เป็นลำดับขั้นตอนด้วยตนเอง มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ทุกข์ (ขั้นกำหนดปัญหา) สมุทัย (ขั้นตั้งสมมติฐานและวางแผน) นิโรธ (ขั้นการทดลองและเก็บข้อมูล) มรรค (ขั้นวิเคราะห์และสรุปผล) การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นกระบวนการเรียนรู้อย่างยั่งยืน นักเรียนจะต้องได้ฝึกใช้ปัญญาขั้นสูงกว่าการท่องจำ นั่นคือ การได้ใช้สติปัญญาดำเนินรู้จักคิดวิเคราะห์ สร้างสรรค์ ตัดสินใจแก้ปัญหาและสังเคราะห์ซึ่งเป็นสาระความรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

นอกจากการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดแล้ว ครูจำเป็นต้องชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ด้วยการสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียนการสอนด้านเนื้อหา ด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรมหรือตั้งคำถามที่กระตุ้นการคิด อธิบาย และเชื่อมโยงกับสิ่งต่างๆ ที่ใกล้ตัวนักเรียน นักเรียนจะทราบถึงผลที่เกิดขึ้นและสามารถใช้จินตนาการเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาและสถานการณ์จำลองทางคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว (พิมพ์พร อสัมภีรพงศ์. 2552: 32) เนื่องจากการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น ตลอดจนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์อื่นๆ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ (อัมพร ม้าคนอง. 2553: 60) นอกจากนั้นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ยังเป็นทักษะที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ (สสวท. 2551: 98)

จากเหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ซึ่งเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด และค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้

ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย และเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อยกระดับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และใช้เป็นแนวทางต่อการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65)
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65)

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น อีกทั้งยังทำให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม จำนวนทั้งสิ้น 8 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 320 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เมทริกซ์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.4 –ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งประกอบด้วย

1. เมทริกซ์	4	คาบ
2. ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	4	คาบ
3. การหาตัวผกผันการคูณของ เมทริกซ์	4	คาบ
4. การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	4	คาบ
รวม จำนวน	16	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดลองครั้งนี้ใช้เวลาทั้งหมด 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 16 คาบ และทำการสอบก่อนเรียน 2 คาบ และหลังเรียน 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียน มีขั้นตอนการคิดอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 ขั้นกำหนดปัญหา หรือขั้นทูกษ์ ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนพิจารณาอย่างรอบคอบ และระบุปัญหาหรือพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้ได้

1.2 ชั้นสมมติฐาน หรือชั้นสมมุติ สาเหตุของปัญหานั้น ตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียน พิจารณาสาเหตุและคิดวิเคราะห์ด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมานั้น มีอะไรบ้าง

1.3 ชั้นนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา หรือชั้นนิรนัย นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหา โดย ทดลอง หรือเก็บรวบรวมข้อมูล ครูให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหาตามสาเหตุที่ได้ค้นพบ

1.4 ชั้นพิสูจน์คำตอบ หรือ ชั้นมรรค ชั้นวิเคราะห์ และสรุปผล ครูให้นักเรียนสรุปผลและ วิเคราะห์และเปรียบเทียบข้อมูลจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติว่าได้ค้นพบคำตอบของปัญหา หรือกฎเกณฑ์ อะไรบ้าง

2. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการคิดพิจารณาอย่าง รอบคอบ สมเหตุสมผลเกี่ยวกับการจำแนก แยกแยะ องค์ประกอบต่าง ๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งอาจจะ เป็นวัตถุ สิ่งของ เรื่องราว หรือเหตุการณ์ และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อการตัดสินใจหรือสรุปอย่างสมเหตุสมผล ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถใน การคิดวิเคราะห์ เป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยวัดจากคะแนนที่ได้ จากการทำแบบทดสอบ ซึ่งครอบคลุมความสามารถของผู้เรียน 3 ด้าน ดังนี้

2.1 การคิดวิเคราะห์เนื้อหา จะแยกแยะองค์ประกอบหรือสิ่งสำเร็จรูป พิจารณาส่วนใด เป็นส่วนสรุปหรือส่วนใดเป็นส่วนสนับสนุน

2.2 ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาความเกี่ยวข้อง ของส่วนสำคัญต่าง ๆ ของเรื่องราวหรือสิ่งต่าง ๆ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น จะ ส่งผลกระทบอย่างไร

2.3 ด้านการวิเคราะห์หลักการ หมายถึง ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ ส่วน สำคัญในเรื่องนั้น ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนใน การบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องให้เป็นองค์รวม การสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหา คณิตศาสตร์ที่เรียนมาอาจเป็นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาสาระภายในวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการ เรียนรู้อย่างมีความหมายประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่

3.1 การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการและ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หมายถึง การนำความรู้เนื้อหาหลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์อื่น

3.3 การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน หมายถึง การนำความรู้เนื้อหาหลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน

4. เกณฑ์ (Criteria) หมายถึง การเปรียบเทียบคะแนนที่ได้แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานโดยวิเคราะห์จากคะแนนสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2547: 15) ให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ โดยมีแนวการให้ระดับผลการเรียนดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80 - 100 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75 - 79 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ดีมาก

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70 - 74 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65 - 69 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ค่อนข้างดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60 - 64 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ น่าพอใจ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55 - 59 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ พอใช้

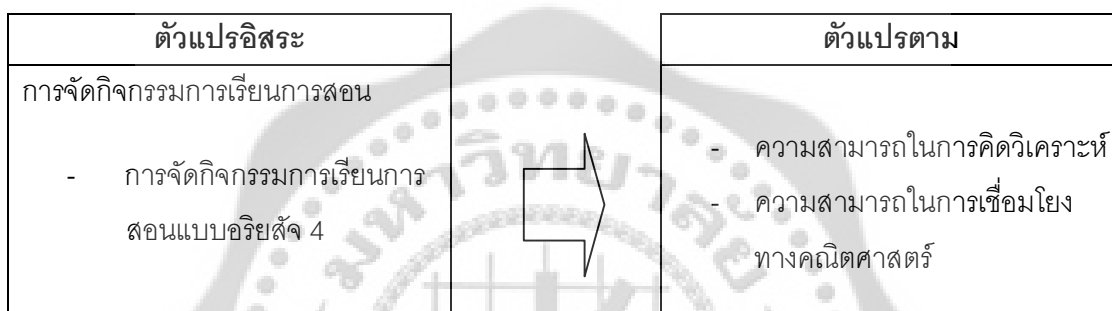
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50 - 54 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ต่ำ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0 - 49 หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 65

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการและขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ของ
 สาโรช บัวศรี (2526: 3) , พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 8-10) และ พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตฺโต)
 (2544: 4-44) ซึ่งเน้น กระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด และค้นหาคำตอบ
 ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์
 ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์
 ของผู้เรียน เป็นกรอบแนวคิด ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอริยสัจ 4

- 1.1 ความหมายของอริยสัจ 4
- 1.2 ประวัติการสอนแบบอริยสัจ 4
- 1.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนอริยสัจ
- 1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ
- 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

- 2.1 ความหมายของการคิดวิเคราะห์
- 2.2 ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์
- 2.3 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์
- 2.4 องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์
- 2.5 แนวทางการสอนให้เกิดการคิดวิเคราะห์
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดวิเคราะห์

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 3.2 มาตรฐานของการเชื่อมโยง
- 3.3 ลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ
- 3.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
- 3.5 ตัวอย่างของการเชื่อมโยง
- 3.6 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง
- 3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอริยสัจ 4

1.1 ความหมายของอริยสัจ 4

พระราชวรมณี (2526: 107-108) ได้แยกความของอริยสัจไว้ดังนี้

1. ทุกข์ ได้แก่ ซาติ ชรา มรณะ การประจวบกับสิ่งอันไม่เป็นที่รัก การพลัดพรากจากของรัก ความปรารถนาไม่สมหวัง โดยย่อว่า อูปาทานชั้น 5 (ชั้น 5 ที่ยึดไว้ด้วยอูปาทาน) เป็นทุกข์พูดอีกนัยหนึ่ง คือภาวะที่แฝงด้วยความกดดัน บีบคั้น ชัดแย้ง ชัดซึ้ง มีความบกพร่อง ไม่สมบูรณ์อยู่ในตัว ทั้งที่เกิดเป็นปัญหาขึ้นแล้ว และที่อาจเกิดเป็นปัญหาขึ้นมา เมื่อใดเมื่อหนึ่ง ในรูปใดรูปหนึ่งแก่ผู้ที่ยึดมั่นไว้ด้วยอูปาทาน หน้าที่ต่อทุกข์ คือการกำหนดรู้ หรือทำความเข้าใจ ให้มองเห็นความหมายและขอบเขตโดยชัดเจน เพื่อการดำเนินการขั้นต่อไปจะพึงเป็นไปได้ และตรงปัญหา

2. ทุกขสมุทัย เรียกสั้น ๆ ว่า สมุทัย (เหตุเกิดแห่งทุกข์) ได้แก่ ตัณหา ที่ทำให้เกิดภพใหม่ ประกอบด้วยความเพติดเพลินและความติดใจ คอยแสหากความเพติดเพลินใหม่ ๆ เรื่อย ๆ มี 3 คือ กามตัณหา ภวตัณหา วิภวตัณหา พูดอีกนัยหนึ่ง คือ ความอยากที่ยึดถือเอาตัวตนเป็นที่ตั้งโดยอาการ ซึ่งมีเราที่จะได้จะเป็นจะไม่ใช่เป็นอย่างนั้นอย่างนี้ ทำให้ชีวิตถูกบีบคั้นด้วยความรู้สึกกระวนกระวายความกลัว ความติดข้องในรูปใดรูปหนึ่งอยู่ตลอดเวลา ไม่ปลอดโปร่ง เป็นอิสระ หน้าที่ต่อ สมุทัย คือ ละเสีย ทำให้หมดไปเสีย

3. ทุกขนิโรธ เรียกสั้น ๆ ว่า นิโรธ (ความดับทุกข์) ได้แก่ การที่ตัณหาดับไปโดยไม่เหลือ ด้วยการคลายออก การสละเสียได้ สลัดออก พ้นไปได้ ไม่พัวพัน พูดอีกนัยหนึ่ง ภาวะที่ไม่มีความทุกข์เหลืออยู่ เพราะหมดตัณหา ไม่ถูกบีบคั้นด้วยความรู้สึกกระวนกระวาย ความกลัว และความติดข้องใด ๆ ทั้งสิ้น มีแต่ภาวะที่บริสุทธิ์ เป็นอิสระ สงบ ปลอดโปร่ง ปล่อยใจ เบิกบาน หน้าที่ต่อนิโรธคือ ทำให้แจ้ง ทำให้สำเร็จ ทำให้เกิดมีเป็นจริงขึ้นมาหรือ บรรลุถึง

4. ทุกขนิโรธคามินีปฏิปทา (ปฏิปทาที่นำไปสู่ความดับแห่งทุกข์) เรียกสั้น ๆ ว่า มรรค ได้แก่ ทางประเสริฐมีองค์ประกอบ 8 คือ สัมมาทิฐิ สัมมาสังกัปปะ สัมมาวาจา สัมมากัมมันตะ สัมมาอาชีวะ สัมมาวายามะ สัมมาสติ และสัมมาสมาธิ หน้าที่ต่อมรรค คือ ฝึกอบรม หรือปฏิบัติ

พจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ 2530 (2531: 526-539) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อริยะ หมายถึง บุคคลผู้บรรลุนิเวศน์ สัจ หมายถึง ความรู้แห่งความจริง ดังนั้น อริยสัจ หมายถึง ความจริงของพระอริยะหรือความจริงอันประเสริฐเป็นชื่อธรรมที่สำคัญหมวดหนึ่งในพระพุทธศาสนา ประกอบด้วย

1. ทุกข์
2. สมุทัย
3. นิโรธ

4. มรรค

พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตโต) (2538: 9-896) ได้กล่าวในคัมภีร์วิสุทธิมรรค อ่างความในบาลี แสดงความหมายของอริยสัจ รวมได้ 4 นัย คือ

1. สัจจะที่พระอริยตรัสรู้
2. สัจจะของพระอริยะ
3. สัจจะที่ทำให้เป็นอริยะ
4. สัจจะอย่างอริยะคือแท้แน่นอน

พระพรหมคุณาภรณ์ (2548: 45) กล่าวว่า อริยสัจ 4 หมายถึง ความจริงอันประเสริฐ ความจริงของพระอริยะ ความจริงที่ทำให้ผู้เข้าถึงกลายเป็นอริยะ ประกอบด้วย

1. ทุกข์ ความทุกข์ สภาวะที่ทนได้ยาก สภาวะที่บีบคั้น ชัดแย้ง บกพร่อง ขาดแก่นสาร และความยั่งยืน ไม่อาจให้ความสมอยากได้จริง
2. ทุกขสมุทัย เหตุเกิดแห่งทุกข์ การก่อเกิดขึ้นของทุกข์ เนื่องจากตัณหา 3 คือ กามตัณหา ภวตัณหา และวิภวตัณหา
3. ทุกขนิโรจ ความดับทุกข์ ได้แก่ ภาวะบาราศตัณหาได้ ไม่ขึ้นต่อตัณหา ภาวะที่เข้าถึงเมื่อกำจัดอวิชชา ดับตัณหาสิ้นแล้ว ไม่มีอะไรยึดอมิจิต ไม่ติดข้อง ไม่ถูกตัณหาครอบงำชักจูง มีปัญญาเป็นอิสระ หลุดพ้น สงบ โปร่งใส ผ่องใส ไร้ทุกข์ คือ นิพพาน

พระเทพวิสุทธิเมธี (ปัญญานันทภิกขุ) (ม.ป.ป.: 4-5) กล่าวว่า อริย แปลว่า ประเสริฐ และ สัจ แปลว่า ของจริง อริยสัจ จึงแปลว่า ของจริงอันประเสริฐ หรือแปลอีกอย่างหนึ่งว่าของจริงที่ทำให้เป็นผู้ประเสริฐขึ้น ใครรู้แจ้งเห็นจริงในสิ่ง 4 ประการนี้ก็กลายเป็น “อริยบุคคล” แปลว่า “ผู้ประเสริฐ”

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า อริยสัจ 4 หมายถึง ขั้นตอนหรือความจริงอันประเสริฐ 4 ประการ ซึ่งประกอบไปด้วย

1. ทุกข์ คือ สิ่งที่เบียดเบียนบีบคั้นทำให้เกิดความไม่สบายกาย ไม่สบายใจ อันเกิดจากร่างกายหรือจิตใจ ถูกเบียดเบียนแล้ว ทนได้ยาก หรือทนไม่ได้ จึงทำให้เกิดเป็นทุกข์
2. สมุทัย คือ เหตุให้ทุกข์เกิด ความทุกข์เหล่านั้นมิได้เกิดขึ้นมาลอยๆ จะต้องมีส่วนเหตุที่ทำให้ทุกข์เกิดขึ้น
3. นิโรจ คือ ความรู้หรือปัญญาที่ทำให้จิตใจของบุคคลสามารถละตัณหาได้
4. มรรค คือ ข้อปฏิบัติหรือการกระทำให้ถึงความดับทุกข์

1.2 ประวัติการสอนแบบอริยสัจ 4

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 40) กล่าวว่า ในหมู่ของผู้ที่เป็นครู ย่อมเป็นที่ทราบกันมานานแล้วว่า เรื่องอะไรก็ตาม ถ้าเราได้คิดของเราเองหรือได้กระทำด้วยตัวเองแล้ว เรามักจะเข้าใจหรือเรียนรู้ได้อย่างแจ่มชัด

ในด้านพุทธประวัติก็ปรากฏชัดว่าในการแก้ปัญหาชีวิตของพระพุทธองค์ก็ได้ทรงคิดแก้ปัญหาด้วยพระองค์เอง ทรงทดลอง และทรงปฏิบัติหรือกระทำด้วยพระองค์เองทั้งสิ้น ผลก็คือทรงตรัสรู้ คือได้ทรงเรียนรู้อย่างแจ่มชัด หรือรู้แจ้ง ซึ่งเป็นการยืนยันว่า การคิดหรือคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองนั้น ทำให้รู้แจ้ง หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเป็นอย่างดี

เมื่อเป็นเช่นนี้ ครูทั้งหลายก็เกิดมองเห็นว่า ถ้าจะให้ศิษย์ได้เกิดการเรียนรู้ หรือได้รู้และเข้าใจอย่างชัดเจนแล้ว ก็จะต้องให้ศิษย์ได้คิดด้วยตัวเอง หรือคิดแก้ปัญหาด้วยตัวเองให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ความคิดอันนี้ย่อมถือเป็นรากฐานสำคัญของการคิดเกี่ยวกับการสร้างวิธีสอน

ถ้าหันไปดูในด้านพุทธประวัติหรือในด้านพุทธศาสนาก็ครั้งหนึ่ง ก็จะสังเกตเห็นว่า การคิดแก้ปัญหาและการกระทำควบกันไปในนั้น ได้ปรากฏอยู่ชัดเจนในขั้นตอนของอริยสัจ 4 โดยเฉพาะใน“กิจของอริยสัจ” แล้ว

ดังนั้นขั้นตอนของอริยสัจ 4 นั้นแหละ คือ ขั้นตอนวิธีสอนอันเป็นแม่บท และเรียกชื่อวิธีสอนแม่บทนี้ได้ว่า “วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ”

พระราชวรมุนี (2520: 121-122) กล่าวถึง กิจในอริยสัจ 4 (หน้าที่อันจะพึงทำต่ออริยสัจ 4 แต่ละอย่าง ข้อที่จะต้องปฏิบัติให้ถูกต้องและเสร็จสิ้นในอริยสัจ 4 แต่ละอย่าง จึงจะชื่อว่ารู้หรือเป็นผู้ตรัสรู้แล้ว – functions concerning the Four Noble Truths)

1. ปริณญา (การกำหนดรู้ เป็นกิจในทุกข์ ตามหลักว่า ทุกข์ อริยสัจจ์ ปริณญะยฺม ทุกข์ ควรกำหนดรู้ คือ ควรศึกษาให้รู้จักให้เข้าใจชัดตามสภาพที่เป็นจริง ได้แก่ การทำความเข้าใจและกำหนดขอบเขตของปัญหา – comprehension; suffering is to be comprehended)

2. ปหานะ (การละ เป็นกิจในสมุทัย ตามหลักว่า ทุกขสมุทัย อริยสัจจ์ ปหานตพฺพสมุทัย ควรละ คือ กำจัด ทำให้หมดสิ้นไป ได้แก่การแก้ไขกำจัดต้นตอของปัญหา – eradication; abandonment; the cause of suffering is to be eradicated)

3. สัจฉิกิริยา (การทำให้แจ้ง เป็นกิจในนิโรธ ตามหลักว่า ทุกขนิโรธ อริยสัจจ์ สัจฉิกิริยา ควรทำให้แจ้ง คือ เข้าถึง หรือบรรลู่ ได้แก่การเข้าถึงภาวะที่ปราศจากปัญหา บรรลู่จุดหมายที่ต้องการ – realization; the cessation of suffering is to be realized)

4. ภาวนา (การเจริญ เป็นกิจในมรรค ตามหลักว่า ทุกขนิโรธคามินี ปฏิปทา อริยสัจจา เวตพุพ มรรคควรเจริญ คือ ควรฝึกอบรม ลงมือปฏิบัติ กระทำตามวิธีการที่จะนำไปสู่จุดหมาย ได้แก่ การลงมือแก้ไขปัญหา – development; practice; the path is to be followed or developed)

ในการแสดงอริยสัจ กิติ ในการปฏิบัติธรรมตามหลักอริยสัจ กิติ จะต้องให้อริยสัจแต่ละข้อ สัมพันธ์ตรงกันกับกิจแต่ละอย่างจึงจะเป็นการแสดงและเป็นการปฏิบัติโดยชอบ ทั้งนี้วางเป็นหัวข้อได้ดังนี้

1. ทุกข์ เป็นชั้นแถลงปัญหาที่จะต้องทำความเข้าใจและรู้ขอบเขต (ปริณญา) – statement of evil; location of the problem.
2. สมุทัย เป็นชั้นวิเคราะห์และวินิจฉัยมูลเหตุของปัญหา ซึ่งจะต้องแก้ไขกำจัดให้หมดสิ้นไป (ปหานะ) –diagnosis of the origin.
3. นิโรธ เป็นชั้นที่บอกภาวะปราศจากปัญหา อันเป็นจุดหมายที่ต้องการ ให้เห็นว่าการแก้ปัญหานั้นเป็นไปได้ และจุดหมายนั้นควรเข้าถึง ซึ่งจะต้องทำให้สำเร็จ (สัจฉิกิริยา) – prognosis of its antidote; envisioning the solution.
4. มรรค เป็นชั้นกำหนดวิธีการ ขั้นตอน และรายละเอียดที่จะต้องปฏิบัติในการลงมือแก้ปัญห (ภาวนา) – prescription of the remedy.

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 42-46) กล่าวว่า “กิจในอริยสัจ 4 เป็นเรื่องของการกระทำหรือการปฏิบัติ (action) ทั้งสิ้น ส่วนตัวอริยสัจ 4 เองนั้น บ่งถึงแนวคิดหรือสภาพการณ์ (condition) อันจะต้องนำไปปฏิบัติเป็นส่วนใหญ่

วิธีสอนหรือการสอนนั้น ย่อมเป็นการกระทำอย่างหนึ่ง คือจะทำอย่างไรผู้เรียนจึงจะเกิดความเข้าใจ หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นมาได้ ดังนั้น เมื่อถึงขั้นที่จะต้องประยุกต์ให้เป็นวิธีสอนกันแล้ว ก็จะต้องประยุกต์จาก “กิจในอริยสัจ 4” เป็นส่วนใหญ่ เพราะเป็นเรื่องของการปฏิบัติ หรือกระทำด้วยกัน มิได้ประยุกต์จากตัวอริยสัจโดยตรง

ลำดับต่อไปนี้จะได้นำขั้นตอนของอริยสัจ 4 และโดยเฉพาะเรื่องของกิจในอริยสัจ 4 มาประยุกต์เป็นวิธีสอนที่เรียกว่า “วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ” ต่อไป อนึ่งใคร่ขอย้ำเป็นอย่างยิ่งว่าในการประยุกต์เป็นวิธีสอนครั้งนี้ เป็นการกระทำแบบที่เรียกกันในภาษาลาตินว่า mutatis mutandis (m.m.) คือเป็นการอนุโลมปรุงแต่ง เป็นประยุกต์จากกิจ หรือ ข้อปฏิบัติในขั้นต่าง ๆ ของอริยสัจ 4 โดยถือด้านปฏิบัติเป็นใหญ่มิได้ประยุกต์โดยตรงจากตัวอริยสัจเอง เรียกได้ว่าเป็นการประยุกต์จากส่วนหนึ่งของอริยสัจเท่านั้นเอง ที่จริงได้เคยประยุกต์ไว้ครั้งหนึ่งนานมาแล้ว (พนม พงษ์ไพบูลย์. 2528: 43; อ้างอิงจากสาโรช บัวศรี. 2511) แต่จะได้นำของเดิมมาขัดเกลาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ดังในตาราง 1

ตาราง 1 ชั้นของอริยสัจสี่ กิจในอริยสัจสี่และวิธีสอนตามขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ

ชั้นของอริยสัจ 4	กิจในอริยสัจ 4	วิธีสอนแบบอริยสัจ 4
1. ทุกข์	1. ปริญญา	<p>1. ชั้นกำหนดปัญหา (หรือชั้นทุกข์)</p> <p>ครูช่วยนักเรียนให้ได้ศึกษาพิจารณาดูปัญหาที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง ด้วยความรอบคอบ และพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้ได้</p>
2. สมุทัย	2. ปหานะ	<p>ชั้นตั้งสมมติฐาน (หรือชั้นสมุทัย)</p> <p>ก. ครูช่วยนักเรียนให้ได้พิจารณาด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมากล่าวในชั้น 1 นั้น มีอะไรบ้าง</p> <p>ข. ครูช่วยนักเรียนให้ได้เกิดความเข้าใจว่าในการแก้ปัญหาใด ๆ นั้นจะต้องกำจัดหรือดับที่ต้นตอหรือแก้ที่สาเหตุของปัญหาเหล่านั้น</p> <p>ค. ครูช่วยนักเรียนให้คิดว่า ในการแก้ที่สาเหตุนั้นอาจจะกระทำอะไรได้บ้างคือ ให้กำหนดสิ่งที่จะกระทำนี้เป็นข้อ ๆ ไป</p>
3. นิโรธ	3. สัจฉิกิริยา	<p>3. ชั้นการทดลองและเก็บข้อมูล (หรือชั้นนิโรธ)</p> <p>ก. สัจฉิกิริยา หมายถึงการทำให้แจ้ง หรือให้บรรลุจุดหมายที่ต้องการ ทำอย่างไรจึงจะทำให้แจ้งได้ ถ้าเจริญตามรอยของพระพุทธองค์ก็ต้องกระทำด้วยตนเอง จะเห็นว่า พระพุทธองค์ทรงลองวิธีการต่าง ๆ ด้วยพระองค์เอง เช่น โยคะ ตบะ และ ทรงอดพระกระยาหาร เป็นต้น เมื่อทรงเห็นว่าไม่อาจบรรลุจุดหมายที่ต้องการได้จึงทรงใช้วิธีการสมณะและวิปัสสนากรรมฐาน ดังนั้นในการสอน ชั้นนี้ครูต้องช่วยให้นักเรียนได้กระทำ หรือทำการทดลองด้วยตนเองตามหัวข้อต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้ว่าจะกระทำกันดังในชั้นที่ 2 ข้อ ค</p> <p>ข. เมื่อทดลองได้ผลประการใด ต้องบันทึกผลของการทดลองแต่ละอย่าง หรือที่เรียกว่า ข้อมูล ไว้เพื่อพิจารณา ในขั้นต่อไป</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

4. มรรค	4. กาวนา	<p>4. ชั้นวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล (หรือชั้นมรรค)</p> <p>ก. จากการทดลองกระทำด้วยตัวเองหลาย ๆ อย่างนั้น ย่อมจะได้ผลออกมาให้เห็นชัดผลบางประการจะชี้ให้เห็นว่า แก้ปัญหาไม่ได้เลย ผลบางประการชี้ให้เห็นว่า แก้ปัญหาได้แน่นอนแล้ว และได้บรรลุจุดหมายแล้วได้แนวทางหรือข้อปฏิบัติที่เราต้องการแล้ว เหล่านี้หมายความว่า จะต้องวิเคราะห์และเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้นั้นที่ไว้ในชั้นที่ 3 ข้อ ข.</p> <p>ข. จากการวิเคราะห์ดังกล่าวนั้น จะทำให้เห็นว่า สิ่งใด แก้ปัญหาได้จริง ต่อไปก็ให้สรุปการกระทำที่ได้ผลนั้นไว้เป็นข้อ ๆ หรือเป็นแนวทางปฏิบัติแล้วให้ลงมือปฏิบัติอย่างเต็มที่ตามแนวทางนั้นโดยทั่วกัน</p>
---------	----------	---

จะสังเกตเห็นว่า วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ ซึ่งถือว่าเป็นวิธีสอนแม่บทนี้ แท้ที่จริงก็เป็นวิธีการแก้ปัญหา นั่นเอง เป็นขั้นตอนในการดำเนินการของพระพุทธรองค์ในการแก้ปัญหาอันยิ่งใหญ่ของชีวิต กล่าวคือ การดับทุกข์ เป็นขั้นตอนของการคิดอย่างมีระบบ พุทธอีกที่หนึ่งก็คือเป็นขบวนการของการใช้ความคิด หรือการใช้ปัญญา นั่นเอง ดังนั้นบางครั้งก็เรียกวิธีการนี้ว่า “วิธีการแห่งปัญญา” อีกด้วย

1.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนอริยสัจ

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 8-10) กล่าวว่า การสอนในลักษณะนี้เช่นนี้เป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ประสบและทราบวิธีการแก้ปัญหา ช่วยให้ผู้เรียนคิดเป็นทำเป็น แก้ปัญหาด้วยตนเองในปัจจุบันและอนาคต หากต้องมีการใช้วิธีการสอนเช่นนี้บ่อย ๆ ทำให้ผู้เรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็นเมื่อปัญหาอะไรเกิดขึ้นในชีวิตของตน ไม่ตระหนกตกใจสามารถแก้ปัญหาโดยทันที และการแก้ปัญหาที่ดีนั้นจำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจที่ดีด้วยตามแนวทางดังนี้

1. พิจารณาปัญหาที่เกิดขึ้นให้แน่ใจว่าเป็นปัญหาที่แท้จริง เป็นเพียงผลของปัญหา
2. พยายามแสวงหาข้อเท็จจริงที่เกี่ยวกับปัญหานั้น
3. ให้ข้อเท็จจริงที่หาได้ พิจารณาตัวปัญหาอีกครั้งหนึ่ง ทำให้มองเห็นชัดเจนขึ้น

4. กำหนดวิธีทางแก้ปัญหา ทั้งในระยะยาวและระยะสั้น
5. เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด
6. วางแนวปฏิบัติเกี่ยวกับวิธีการ แก้ปัญหาที่ตกลงใจเลือก

พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตฺโต) (2544: 4-44) กล่าวถึงหลักการสอน และวิธีสอนซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ปัญญาเป็นสิ่งสร้างสรรค์ขึ้นภายในตัวผู้เรียนเอง เป็นความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเอง ผู้อื่นจะบังคับหรือยัดเยียดให้ไม่ได้
2. ผู้สอนทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตร ช่วยชี้แนะทางการเรียนโดยการอำนวยความสะดวก ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าถึงปัญญา
3. วิธีสอน อูบาย และกลวิธีต่าง ๆ เป็นสื่อหรือเครื่องผ่อนแรงการเรียนการสอน
4. อิศรภาพในทางความคิดเป็นอุปสรรคสำคัญในการสร้างปัญญา (ปัญญาเป็นมากกว่าความรู้)

เนื้อหาที่ใช้สอน

1. สอนจากสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจง่าย หรือรู้เห็นเข้าใจอยู่แล้ว ไปหาสิ่งที่เห็นเข้าใจได้ยาก หรือยังไม่รู้ไม่เห็นไม่เข้าใจ
 2. สอนเนื้อเรื่องที่ค่อยลุ่มลึกยากลงไปตามลำดับขั้น และความต่อเนื่องกันเป็นสายลงไป
 3. ถ้าสิ่งที่สอนเป็นสิ่งที่แสดงได้ ก็สอนด้วยของจริง ให้ผู้เรียนได้ดู ได้เห็น ได้ฟังเอง อย่างที่เรียกว่าประสบการณ์ตรง
 4. สอนตรงเนื้อหา ตรงเรื่อง คมอยู่ในเรื่อง มีจุด ไม่วกวน ไม่ไขว่ไขว ไม่ออกนอกเรื่อง โดยไม่มีอะไรเกี่ยวข้องกับเนื้อหา
 5. สอนมีเหตุผล ตรองตามเห็นจริงได้
 6. สอนเท่าที่จำเป็นพอดีสำหรับให้เกิดความเข้าใจ ให้การเรียนรู้ได้ผล ไม่ใช่สอนเท่าที่ตนรู้ หรือสอนแสดงภูมิว่าผู้สอนมีความรู้มาก
 7. สอนสิ่งที่มีความหมาย ควรที่เขาจะเรียนรู้และเข้าใจ เป็นประโยชน์แก่ตัวเขาเอง เกี่ยวกับตัวผู้เรียน
1. รู้ คำนึงถึง และสอนให้เหมาะสมตามความแตกต่างระหว่างบุคคล
 2. ปรับวิธีสอนผ่อนให้เหมาะกับบุคคล แม้สอนเรื่องเดียวกันแต่ต่างบุคคล อาจใช้ต่างวิธี ข้อนี้เกี่ยวข้องต่อเนื่องมาจากข้อที่ 1
 3. นอกจากคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลแล้ว ผู้สอนยังจะต้องคำนึงถึงความพร้อม ความสุกงอม ความแก่รอบแห่งอินทรีย์หรือญาณ ของผู้เรียนแต่ละบุคคลเป็นราย ๆ ไปด้วย ว่า

ในแต่ละคราว หรือเมื่อถึงเวลานั้น ๆ เขาควรจะได้เรียนอะไร และเรียนได้แค่ไหนเพียงไรหรือว่าสิ่งที่ต้องการให้เขารู้นั้นควรให้เขาเรียนได้หรือยัง

4. สอนโดยให้ผู้เรียนลงมือทำด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจชัดเจน แม่นยำ และได้ผลจริง

5. การสอนดำเนินไปในรูปที่ให้ผู้รู้สึกว่าผู้เรียนกับผู้สอนมีบทบาทร่วมกัน ในการแสวงหาความจริง ให้มีการแสดงความคิดเห็น ได้ตอบเสรี หลักนี้เป็นข้อสำคัญในวิธีการแห่งปัญญา ซึ่งต้องการอิสรภาพในทางความคิด และโดยวิธีนี้เมื่อเข้าถึงความจริง ผู้เรียนจะรู้สึกว่าตนได้มองเห็นความจริงด้วยตนเอง และมีความชัดเจนมั่นใจ หลักนี้เป็นหลักที่พระพุทธเจ้าทรงใช้ประจำ และมักมาในรูปการถามตอบ ซึ่งอาจแยกลักษณะการสอนแบบนี้ได้เป็น

5.1 ล่อให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นของตนออกมา ซึ่งข้อคิดเห็นให้แก่เขาส่งเสริมให้เขาคิด และให้ผู้เรียนเป็นผู้วินิจฉัยความรู้ที่ตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้นำซึ่งช่องทางเข้าสู่ความรู้ ในการนี้ ผู้สอนมักกลายเป็นผู้ถามปัญหาแทนที่จะเป็นผู้ตอบ

5.2 มีการแสดงความคิดเห็น ได้ตอบอย่างเสรี แต่มุ่งหาความรู้ ไม่ใช่มุ่งแสดงภูมิหรือข่มกัน

6. เอาใจใส่บุคคลที่ควรได้รับความสนใจพิเศษเป็นราย ๆ ไปตามควรแก่กาลเทศะ และเหตุการณ์

7. ช่วยเหลือเอาใจใส่คนที่ด้อย ที่มีปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการสอน

1. ในการสอนนั้น การเริ่มต้นเป็นจุดสำคัญมากอย่างหนึ่ง การเริ่มต้นที่ดีมีส่วนช่วยให้การสอนสำเร็จผลดีเป็นอย่างมาก อย่างน้อยก็เป็นเครื่องดึงความสนใจ และนำเข้าสู่เนื้อหาได้ พระพุทธเจ้าทรงมีวิธีเริ่มต้นที่น่าสนใจมาก ทรงเริ่มสนทนากับผู้ทรงพบหรือผู้มาเฝ้าด้วยเรื่องที่เขาู้เข้าใจดี หรือสนใจอยู่

2. สร้างบรรยากาศในการสอนให้ปลอดโปร่ง เพลิดเพลิน ไม่ให้ตึงเครียด ไม่ให้เกิดความอึดอัดใจ และให้เกียรติแก่ผู้เรียน ให้เขามีความภูมิใจในตัวเอง

3. สอนมุ่งเนื้อหา มุ่งให้เกิดความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่สอนเป็นสำคัญ ไม่กระทบตนและผู้อื่น ไม่มุ่งยกตน ไม่มุ่งเสียดสีใคร ๆ

4. สอนโดยเคารพ คือ ตั้งใจสอน ทำจริง ด้วยความรู้สึกรู้ว่าเป็นสิ่งมีค่า มองเห็นความสำคัญของผู้เรียน และงานสั่งสอนนั้นไม่ใช่สักว่าทำ หรือเห็นผู้เรียนโง่เขลา

5. ใช้ภาษาสุภาพ นุ่มนวล ไม่หยาบคาย ชวนให้สบายใจสละสลวย เข้าใจง่าย

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนนั้นผู้สอนควรคำนึงถึงเนื้อหาที่สอน ตัวผู้เรียน การดำเนินการสอน อีกทั้งยังต้องทำตัวเป็นกัลยาณมิตรที่ดีคอยช่วยเหลือผู้เรียนให้เข้าใจปัญหา เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพ

1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ

สาโรช บัวศรี (2526: 45) ได้นำขั้นตอนของอริยสัจมาประยุกต์เป็นการสอน ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

1. ^{ขั้น}ปัญหา มีการถกเถียงกันระหว่างผู้เรียนในปัญหาต่างๆ
2. ^{ขั้น}ช่วยกันอภิปรายวิธีแก้ปัญหาเป็นขั้นสมมติฐานวิธีแก้ปัญหา
3. ^{ขั้น}ทดลองปฏิบัติตามที่ได้อภิปรายไว้เพื่อทราบวิธีแก้ปัญหาเป็นการรวบรวมข้อมูลเอาเหตุการณ์รายวันมาพิจารณาเหตุการณ์ในโลกและหาวิธีปฏิบัติ
4. ^{ขั้น}สรุปกฎเกณฑ์และยึดมั่นในเกณฑ์เท่านั้น

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 47) ได้ประยุกต์การสอนแบบอริยสัจมาจากกิจในอริยสัจสี่ มีลำดับขั้นตอนดังนี้

- ^{ขั้น}ที่ 1 กำหนดปัญหา (หรือขั้นทุกข์)
- ^{ขั้น}ที่ 2 ตั้งสมมติฐาน (หรือขั้นสมุทัย)
- ^{ขั้น}ที่ 3 ทดลองและเก็บข้อมูล (หรือขั้นนิโรธ)
- ^{ขั้น}ที่ 4 วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล (หรือขั้นมรรค)

พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตโต)(2538: 731-732) ได้นำขั้นตอนของอริยสัจมาประยุกต์เป็นขั้นตอน ในการสอนแบบพุทธวิธีแสวงหา ดังนี้

^{ขั้น}กำหนดทุกข์ ให้รู้ว่าทุกข์หรือปัญหา คืออะไร อยู่ที่ไหน มีขอบเขตแค่ไหน = กำหนดปัญหา

^{ขั้น}สืบสาวสมุทัย หยั่งสาเหตุของทุกข์หรือปัญหานั้น = ไม่แยกต่างหาก

^{ขั้น}แก้นิโรจ ให้เห็นกระบวนการที่แสดงว่า การดับทุกข์แก้ปัญหาเป็นไปได้และอย่างไร =

^{ขั้น}ตั้งสมมติฐาน

^{ขั้น}ฟันหามรรค

มรรค 1 : เสนา แสวงหาข้อพิสูจน์/ทดลอง = เก็บข้อมูล/ทดลอง

มรรค 2 : วิมังสา ตรวจสอบ ร่อน เลือกรับข้อมูลที่ถูกต้องใช้ได้จริง = ^{ขั้น}วิเคราะห์

ข้อมูล

มรรค 3 : อนุโภก กันข้อมูลที่ผุดออกจับฟันได้มรรคแท้ซึ่งนำไปสู่ผล คือ แก้ไขได้ =

^{ขั้น}สรุปผล

สมุน อมรวิวัฒน์ (2542: 46-54) ได้นำเอาวิธีการสอนที่ใช้กระบวนการเผชิญสถานการณ์และการตัดสินใจแก้ปัญหามาใช้ดังนี้

1. การเผชิญชีวิตเมื่ออุบัติขึ้นและเจริญเติบโตย่อมต้องผ่านพบผู้คน สิ่งแวดล้อม และเหตุการณ์มากมายหลายแบบ จะเห็นได้ว่าในวิถีดำเนินชีวิตมนุษย์ต้องเผชิญกับสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ทักษะที่ต้องฝึกฝนในขั้นแรกคือการมีสติควบคุมจิต อารมณ์ และพฤติกรรมของตนเองให้แข็งแกร่งพอที่จะ “เผชิญ” เพราะถ้ามีความหวั่นไหวด้วยความรัก ความขัง ความหลงผิดและความหวาดกลัว บุคคลนั้นก็อาจจะ “ถอย” หรือ “หลบหลีก” ปัญหา ซึ่งภาษาทางจิตวิทยาจำแนกไว้ว่าเป็นพวก withdrawal และบางครั้งบุคคลประเภทนี้อาจหลบเลี่ยงไปอยู่เบื้องหลัง แล้วผลักดันความรับผิดชอบให้คนอื่นเผชิญปัญหาแทน

ด้วยเหตุผลข้างต้น มนุษย์จึงต้องเรียนรู้โดยมีโอกาสเผชิญสถานการณ์อย่างหลากหลาย ทั้งที่เป็นสถานการณ์จริงและสถานการณ์จำลอง เพื่อจะหัดฝึกสติ การรู้เท่าทัน ไม่ประมาท สามารถตั้งรับกับปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น หรือสามารถป้องกันมิให้ปัญหาเกิดขึ้น หากปัญหาเกิดขึ้นแล้วก็สามารถ “ผจญ” คือ ต่อสู้แก้ไขปัญหาได้

2. การผจญ หมายถึง การต่อสู้ การแก้ไขเพื่อพ้นจากปัญหา เมื่อมนุษย์เจริญวัยขึ้น มีประสบการณ์ผ่านพบมากขึ้น ความสับสนและซับซ้อนของประสบการณ์ทำให้มีสาเหตุ บั๊จจัยและเงื่อนไขของสถานการณ์ที่ย่างยากขึ้นตามลำดับ แม้จะเป็นสถานการณ์ที่พึงปรารถนา ก็จะมีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลกระทบต่อความพอเหมาะพอดีของชีวิต กระบวนการเรียนรู้ต้องสอนและฝึกให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการแก้ปัญหา และมีวิธีการผจญสถานการณ์ อย่างถูกต้อง

3. การผสมผสานและเผด็จ การผสมผสานวิธีการต่าง ๆ เพื่อสามารถเผด็จปัญหาได้จัดว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญและเป็นผลจากการที่บุคคลได้ฝึกฝนการเผชิญและการผจญกับสถานการณ์ต่าง ๆ มาแล้วและได้เรียนรู้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตนั้นมีลักษณะซับซ้อน มีองค์ประกอบบั๊จจัยหลายประการซึ่งไม่สามารถจะใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีใดวิธีหนึ่งเพียงอย่างเดียว

ลักษณะของสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตนั้นไม่ว่าจะเป็นสถานการณ์ที่พึงประสงค์หรือไม่พึงประสงค์ มีสภาพที่แตกต่างกัน เช่น เกิดขึ้นรวดเร็ว ฉับพลัน หรือค่อย ๆ เกิดขึ้นทีละน้อย สะสมลูกกลมจนเป็นเรื่องใหญ่ เป็นสถานการณ์ที่รุนแรงหรือเป็นเรื่องเล็กน้อย เป็นสถานการณ์ที่เกิดขึ้นแก่คนคนเดียว คนกลุ่มใหญ่ หรือคนทั้งประเทศ เป็นสถานการณ์ที่ต้องเกิดขึ้นเป็นธรรมชาติธรรมดาหรือเกิดขึ้นโดยไม่คาดคิด ไม่คาดฝัน เป็นต้น ไม่ว่าสถานการณ์จะเป็นเช่นใด บุคคลต้องเรียนรู้ ฝึกฝนที่จะใช้สติและปัญญาเป็นหลักเสมอ

สถานการณ์ที่ไม่พึงประสงค์เมื่อเกิดขึ้นกับบุคคลโดยย่อมต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์และการรู้จักจำแนกเหตุบั๊จจัยของสถานการณ์นั้น ๆ จึงจะแก้ไขปัญหาได้

กาญจนา วัฒนายุ (2544: 160) ได้ กล่าวว่า การสอนแบบอริยสัจ นั้นคล้ายคลึงกับการสอนแบบวิทยาศาสตร์อย่างที่สุด ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทบทวน คือ การพิจารณาเพื่อกำหนดปัญหาได้ถูกต้อง
2. ขั้นสมมุติ คือ รู้ที่มาของปัญหา และวิธีแก้ไขปัญหา
3. ขั้นนิโรจ คือ การดับทุกข์ การทดลองและการบันทึกผล หรือการเก็บข้อมูล
4. ขั้นมรรค คือ การหาเหตุผลและการแก้ปัญห

พระธรรมโกศาจารย์(2552: 43) กล่าวว่า วิธีแสวงหาความจริงในพุทธศาสนา เรียกว่า อริยสัจ 4 ประกอบด้วย กิจหรือขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ประการ

1. การกำหนดรู้ทุกข์ (ปริณญา) คือ การเข้าใจสภาพและขอบเขตของปัญหา
2. การค้นหาสมุทัย (ปหานะ) คือ การสืบสาวหาต้นตอของปัญหาเพื่อจะได้แก้ปัญหให้ได้ตรงจุด
3. การแก้นิโรจ (สัจฉิกิริยา) คือ การคาดคะเนถึงสถานะที่แก้ปัญหได้ เป็นเป้าหมายที่ต้องบรรลุ
4. การดำเนินตามมรรค (ภาวนา) คือ การฝึกฝนปฏิบัติตามมรรค วิธีเพื่อให้บรรลุถึงสถานะไร้ปัญหา

จากการศึกษาค้นคว้าที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 นั้นประกอบไปด้วย

- 1.1 ขั้นกำหนดปัญหา หรือขั้นทบทวน ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนพิจารณาอย่างรอบคอบ และระบุปัญหาหรือพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้ได้
- 1.2 ขั้นสมมติฐาน หรือขั้นสมมุติ สาเหตุของปัญหานั้น ตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียนพิจารณาสาเหตุและคิดวิเคราะห์ด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมานั้น มีอะไรบ้าง
- 1.3 ขั้นนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา หรือขั้นนิโรจ นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหา โดย ทดลอง หรือเก็บรวบรวมข้อมูล ครูให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหตามสาเหตุที่ได้ค้นพบ
- 1.4 ขั้นพิสูจน์คำตอบ หรือ ขั้นมรรค ขั้นวิเคราะห์ และสรุปผล ครูให้นักเรียนสรุปผลและวิเคราะห์และเปรียบเทียบข้อมูลจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติว่าได้ค้นพบคำตอบของปัญหา หรือกฎเกณฑ์อะไรบ้าง

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

เนื่องจากวิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นวิธีสอนที่นักการศึกษาของไทยเป็นผู้คิดค้นขึ้น จึงยังไม่มีงานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในประเทศ

สมใจ มีสมวิทย์ (2548: 51) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยการสอนแบบอริยสัจ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยการสอนแบบอริยสัจ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กนิษฐา ผาโท (2549: 45) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เสฏฐวุฒิ มุลอามาตย์ (2549: 78) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาพีลิกส์โดยใช้ชุดการเรียนตามแนวอริยสัจ 4 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนตามแนวอริยสัจ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีลิกส์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนตามแนวอริยสัจ 4 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาพีลิกส์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมนานสินธุ์ (2551: 76-77) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นินา วิริยาสิตาภรณ์ (2554: 73) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีและความคิดสร้างสรรค์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบดินทรเดชา(สิงห์ สิงหเสนี) ที่ได้รับการสอนตามแนวทฤษฎีสรรคนิยมกับการสอนแบบอริยสัจ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียน

ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 มีความคิด สร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พระมหาประเสริฐ พรมลา (2548: 70-71) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและ ความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาภาษาไทย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนแบบ อริยสัจ 4 กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาภาษาไทย ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษา 5 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 หลังการสอนสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยข้างต้นพบว่า วิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นผลทำให้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น วิธีการสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นวิธีการฝึก กระบวนการคิด และปลูกฝังให้ผู้เรียน มีขั้นตอน มีระบบระเบียบในการคิด ซึ่งมีความสำคัญและจำเป็น ต่อการเรียนหนังสือ

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

2.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถทางสมองที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ศึกษาและ นิยามไว้ดังนี้

ดิวิตซ์ (ชานาญ เอี่ยมสำอาง. 2539: 51; อ้างอิงจาก Dewey. 1933: 30) ให้ความหมายการคิด วิเคราะห์ หมายถึง การคิดอย่างใคร่ครวญไตร่ตรอง โดยอธิบายขอบเขตของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการ คิดที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ที่มีความยุ่งยากและสิ้นสุดลงด้วยสถานการณ์ที่มีความชัดเจน

รัชเชลล์ (วิไลวรรณ ปิยะปกรณ์. 2535: 20; อ้างอิงจาก Russell. 1956: 281-282) ให้ ความหมายการคิดวิเคราะห์เป็นการคิดเพื่อแก้ปัญหาชนิดหนึ่ง โดยผู้คิดจะต้องใช้การพิจารณาตัดสิน ในเรื่องราวต่างๆว่าเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย การคิดวิเคราะห์จึงเป็นกระบวนการประเมินหรือการจัด หมวดหมู่ โดยอาศัยเกณฑ์ที่เคยยอมรับกันมาแต่ก่อนๆ แล้วสรุปหรือพิจารณาตัดสิน

บลูม (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 41-44; อ้างอิงจาก Bloom. 1956: 45) ให้ ความหมายการคิดวิเคราะห์ว่า เป็นความสามารถในการแยกแยะ เพื่อหาส่วนย่อยของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อหาต่างๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญอย่างไร อะไรเป็นเหตุอะไรเป็นผล และที่ เป็นอย่างนั้นอาศัยหลักการอะไร

วัตสัน และเกลเซอร์ (Watson; & Glaser. 1964: 11) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นสิ่งที่เกิดจากส่วนประกอบของทัศนคติ ความรู้และทักษะ โดยทัศนคติเป็นการแสดงออกทางจิตใจ ต้องการสืบค้นปัญหาที่มีอยู่ ความรู้จะเกี่ยวข้องกับการใช้เหตุผลในการประเมินสถานการณ์ การสรุปความอย่างเที่ยงตรงและการเข้าใจในความเป็นนามธรรม ส่วนทักษะจะประยุกต์รวมอยู่ในทัศนคติและความรู้

กู๊ด (Good. 1973: 680) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการคิดอย่างรอบคอบตามหลักของการประเมินและมีหลักฐานอ้างอิง เพื่อหาข้อสรุปที่น่าจะเป็นไปได้ ตลอดจนพิจารณาองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องทั้งหมดและใช้หลักกระบวนการตรรกวิทยาได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

เอนนิส (Ennis. 1985: 83) ได้ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการประเมินข้อความได้ถูกต้อง เป็นการคิดแบบตรรกตรงและมีเหตุผล เพื่อการตัดสินใจก่อนที่จะเชื่อหรือก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ

อุษณีย์ โพธิ์สุข (2537: 95) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการคิดที่มีเหตุผลและมีประสิทธิภาพที่มุ่งเน้นการคิดตัดสินใจในสิ่งที่เชื่อหรือจะทำอย่างไร

อรพรรณ ลือบุญธวัชชัย (2538: 78) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์เป็นการคิดซึ่งเป็นการคิดที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ที่มีความยุ่งยากและสิ้นสุดลงด้วยสถานการณ์ที่มีความชัดเจน มีเป้าหมายในการคิดวิเคราะห์ข้อความรู้เพื่อตัดสินใจเชื่อและปฏิบัติตาม

วิไลพร คำเพราะ (2539: 53) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง การพินิจพิจารณาความเชื่อ ความรู้ คำกล่าวอ้างและสิ่งต่างๆ อย่างสุขุมรอบคอบ โดยหาสาเหตุเพื่อสรุปได้อย่างถูกต้องก่อนจะตัดสินใจเชื่อหรือสรุปเลือก

ชาติ แจ่มนุช (2545: 54) ได้ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์เป็นการคิดที่สามารถแยกสิ่งสำเร็จรูปได้แก่ วัตถุประสงค์ของต่างๆ ที่อยู่รอบตัวหรือบรรดาเรื่องราวหรือเหตุการณ์ต่างๆ ออกเป็นส่วนย่อยๆ ตามหลักการหรือเกณฑ์ที่กำหนดให้เพื่อค้นหาความจริงหรือความสำคัญที่แฝงภายใน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 25) ให้ความหมายความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ว่า (Analytical Thinking) หมายถึง ความสามารถในการสืบค้นข้อเท็จจริงเพื่อตอบคำถามเกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่าง โดยการตีความ การจำแนกแยกแยะ และการทำความเข้าใจกับองค์ประกอบของสิ่งนั้นและองค์ประกอบอื่นๆ ที่สัมพันธ์กันรวมทั้งเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลที่ไม่ขัดแย้งกันระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เหตุผลที่หนักแน่นน่าเชื่อถือ ทำให้เราได้ข้อเท็จจริงที่เป็นพื้นฐานในการตัดสินใจแก้ปัญหา ประเมิน และตัดสินใจเรื่องต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

สุวิทย์ มูลคำ (2547ก: 9) ได้ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นความสามารถในการจำแนก แยกแยะองค์ประกอบต่างๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งซึ่งอาจจะเป็นวัตถุ สิ่งของเรื่องราวหรือเหตุการณ์

และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสภาพความเป็นจริงหรือสิ่งสำคัญของสิ่งที่กำหนดให้

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2551: 48) การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความคิดในการจำแนกแยกแยะ ข้อมูลองค์ประกอบของสิ่งต่างๆ ไม่ว่าจะป็นวัตถุ เรื่องราว เหตุการณ์ต่างๆ ออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อค้นหาความจริง ความสำคัญ แก่นแท้ องค์ประกอบหรือหลักการของเรื่องนั้นๆ ทั้งที่อาจแฝงซ่อนอยู่ภายในสิ่งต่างๆ หรือปรากฏได้อย่างชัดเจน รวมทั้งหาความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงของสิ่งต่างๆ ว่าเกี่ยวข้องกับอย่างไร อาศัยหลักการใด จนได้ความคิดเพื่อนำไปสู่การสรุปการประยุกต์ใช้ การทำนายหรือคาดการณ์สิ่งต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง การแยกแยะข้อมูลหรือส่วนประกอบออกเป็นส่วนย่อย ๆ และตรวจสอบ หรือจัดโครงสร้างหาความสัมพันธ์ ขององค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อให้ได้ความรู้ความเข้าใจสาเหตุและผลของสิ่ง ที่เกิดขึ้น ใช้แก้ปัญหา ใช้ประเมินค่า ตัดสินใจ และ ใช้สร้างสรรค์สิ่ง ใหม่ และมีความสามารถในการคิดพิจารณาถึงความเห็นเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่างๆ โดยการค้นพบ ทำความเข้าใจวินิจฉัยสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับหลักการ และเหตุผล ซึ่งมีการใช้เหตุผลต่างๆเข้ามาช่วยในการพิจารณาตัดสินและลงความเห็น

2.2 ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์

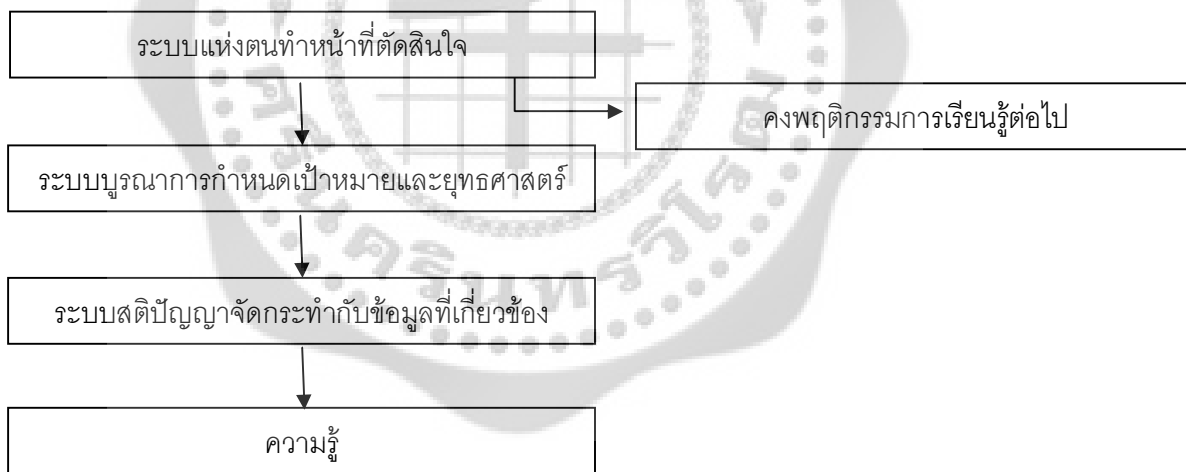
ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของบลูม

บลูม (Bloom, 1956: 6-9, 201-207) ได้กำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษา (Bloom's Taxonomy of Educational Objectives) เป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการรู้คิด ด้านจิตพิสัยและด้านทักษะพิสัยของบุคคลส่งผลต่อความสามารถทางการคิด ซึ่งบลูมจำแนกไว้เป็น 6 ระดับ คำถามในแต่ละระดับมีความซับซ้อนแตกต่างกัน ได้แก่ ระดับที่ 1 ระดับความรู้ความจำ แยกเป็นความรู้ในเนื้อหาเช่น ความรู้ในศัพท์ที่ใช้และความรู้ในข้อเท็จจริงเฉพาะ ความรู้ในวิธีดำเนินการ เช่น ความรู้เกี่ยวกับระเบียบแบบแผน ความรู้เกี่ยวกับแนวโน้มและลำดับขั้น ความรู้เกี่ยวกับการจัดจำแนกประเภทความรู้เกี่ยวกับเกณฑ์ต่างๆ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการ ความรู้รวบยอดในเนื้อเรื่อง เช่น ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายความ และความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง ระดับที่ 2 ระดับความเข้าใจแยกเป็น การแปลความ การตีความ และการขยายความ ระดับที่ 3 ระดับการนำไปใช้หรือการประยุกต์ ระดับที่ 4 ระดับการวิเคราะห์ แยกเป็นการวิเคราะห์ส่วนประกอบ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และการวิเคราะห์หลักการ ระดับที่ 5 ระดับการสังเคราะห์ แยกเป็นการสังเคราะห์ การสื่อความหมาย การสังเคราะห์แผนงานและการสังเคราะห์ความสัมพันธ์ และระดับที่ 6 ระดับการประเมินค่า แยกเป็นการประเมินค่าโดยอาศัยข้อเท็จจริงภายในและการประเมินค่าโดยอาศัยข้อเท็จจริงภายนอก การที่บุคคลจะมีทักษะในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ บุคคลนั้นจะต้องสามารถวิเคราะห์และเข้าใจสถานการณ์ใหม่หรือ

ข้อความจริงใหม่ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการวิเคราะห์ซึ่งเป็นทักษะการคิดระดับพื้นฐานของนักเรียนผู้มีความสามารถทางการคิดในระดับสูง เพราะนักเรียนจะเข้าใจเหตุการณ์ต่างๆ อย่างชัดเจนผ่านกระบวนการวิเคราะห์หน่วยย่อย การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และการวิเคราะห์หลักการ โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์ประเด็นต่างๆ จากส่วนย่อยสู่ส่วนใหญ่ และเชื่อมความสัมพันธ์ของประเด็นต่างๆ เข้าด้วยกันจนสามารถสรุปอย่างเป็นหลักการโดยมีเหตุผลรองรับ

ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน (Marzano's Taxonomy)

มาร์ซาโน (Marzano. 2001: 11-12) อธิบายว่า รูปแบบพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 3 ระบบ ได้แก่ ระบบแห่งตน ระบบการบูรณาการ และระบบสติปัญญา ระบบแห่งตนตัดสินใจยอมรับการเรียนรู้เรื่องใหม่ เมื่อระบบแห่งตนรับการเรียนรู้เรื่องใหม่ระบบบูรณาการจะเข้ามาเกี่ยวข้องกับการกำหนดเป้าหมายของการเรียนรู้นั้น โดยการออกแบบกลยุทธ์ต่างๆ เพื่อการบรรลุเป้าหมายแห่งการเรียนรู้ และระบบสติปัญญาจะทำหน้าที่จัดกระทำข้อมูลในลักษณะของการวิเคราะห์ ดังนั้น ปริมาณความรู้ของนักเรียนแต่ละคนจึงมีผลต่อความสำเร็จอย่างสูงในการเรียนรู้เรื่องใหม่ ซึ่งความรู้ใหม่สามารถต่อยอดจากความรู้เดิมได้อย่างกว้างขวาง ดังแสดงตามภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 รูปแบบพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้

ที่มา: Marzano , Robert J.: (2001). *Designing a New Taxonomy of Education Objectives*. P.11.

จากภาพประกอบ 2 แสดงให้เห็นว่า กระบวนการถ่ายทอดของข้อมูลเริ่มจากระบบแห่งตน ต่อเนื่องมาที่ระบบบูรณาการ ระบบสติปัญญาและสิ้นสุดที่ความรู้ ระบบแต่ละระบบจะส่งผลสะท้อนต่ออีกระบบที่ตามมาอย่างต่อเนื่อง ถ้าระบบแห่งตนไม่เชื่อว่าการเรียนรู้เรื่องใหม่เป็นเรื่องสำคัญ

แรงจูงใจในการเรียนรู้จะต่ำ หรือถ้าระบบบูรณาการกำหนดเป้าหมายไม่ชัดเจนการเรียนรู้จะประสบ
อุปสรรค หรือแม้การกำหนดเป้าหมายชัดเจนและกำกับตรวจสอบอย่างมีประสิทธิภาพแต่กระบวนการ
จัดกระทำข้อมูลในระบบสติปัญญาปฏิบัติการไม่มีประสิทธิภาพ การเรียนรู้จะไม่ประสบผลสำเร็จดังนั้น
ระบบทั้ง 3 จึงเป็นระบบที่มีการจัดลำดับถูกต้องในกระบวนการถ่ายทอดข้อมูล

มาร์ซาโน (Marzano. 2001: 30-60) ได้พัฒนารูปแบบจุดมุ่งหมายทางการศึกษารูปแบบใหม่
(A New Taxonomy of Educational Objectives) ประกอบด้วยความรู้ 3 ประเภทและกระบวนการจัด
กระทำข้อมูล 6 ระดับ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ประเภทของความรู้ ได้แก่

1. ข้อมูล เน้นการจัดระบบความคิดเห็น จากข้อมูลง่ายสู่ข้อมูลยาก เป็นระดับความคิด
รวบยอด ข้อเท็จจริง ลำดับเหตุการณ์ สมเหตุและผล เฉพาะเรื่องและหลักการ
2. กระบวนการ เน้นกระบวนการเพื่อการเรียนรู้ จากทักษะสู่กระบวนการอัตโนมัติอันเป็น
ส่วนหนึ่งของความสามารถที่สั่งสมไว้
3. ทักษะเน้นการเรียนรู้ที่ใช้ระบบโครงสร้างกล้ำเนื้อ จากทักษะง่ายสู่กระบวนการที่
ซับซ้อนขึ้น โดยมีกระบวนการจัดกระทำกับข้อมูล 6 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ขั้นรวบรวม เป็นการคิดทบทวนความรู้เดิม รับข้อมูลใหม่และเก็บเป็น
คลังข้อมูลไว้เป็นการถ่ายโยงความรู้จากความจำถาวรสู่ความจำนำไปใช้ในการปฏิบัติการโดยไม่
จำเป็นต้องเข้าใจโครงสร้างของความรู้

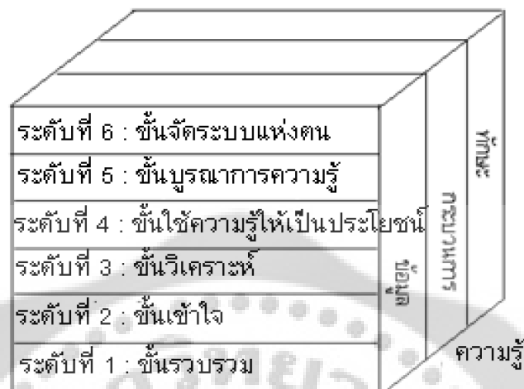
ระดับที่ 2 ขั้นเข้าใจ เป็นการเข้าใจสาระที่เรียนรู้สู่การเรียนรู้ใหม่ในรูปแบบการใช้
สัญลักษณ์ เป็นการสังเคราะห์โครงสร้างพื้นฐานของความรู้โดยเข้าใจประเด็นสำคัญ

ระดับที่ 3 ขั้นวิเคราะห์ เป็นการจำแนกความเหมือนและความแตกต่างอย่างมี
หลักการการจัดหมวดหมู่ที่สัมพันธ์กับความรู้ การสรุปอย่างสมเหตุสมผล โดยสามารถบ่งชี้ข้อผิดพลาด
ได้การประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่โดยใช้ฐานความรู้และการคาดการณ์ผลที่ตามมาบนพื้นฐานของ
ข้อมูล

ระดับที่ 4 ขั้นใช้ความรู้ให้เป็นประโยชน์ เป็นการตัดสินใจในสถานการณ์ที่ไม่มี
คำตอบชัดเจน การแก้ไขปัญหาที่ยุ่งยาก การอธิบายปรากฏการณ์ที่แตกต่างและการพิจารณาหลักฐาน
สู่การสรุปสถานการณ์ที่มีความซับซ้อน การตั้งข้อสมมติฐาน และการทดลองสมมติฐานนั้นบนพื้นฐาน
ของความรู้

ระดับที่ 5 ขั้นบูรณาการความรู้ เป็นการจัดระบบความคิดเพื่อบรรลุเป้าหมายการ
เรียนรู้ที่กำหนด การกำกับติดตามการเรียนรู้ และการจัดขอบเขตการเรียนรู้

ระดับที่ 6 ชั้นจัดระบบแห่งตน เป็นการสร้างระดับแรงจูงใจต่อภาวะการณ์เรียนรู้และภาระงานที่ได้รับมอบหมายในการเรียนรู้ รวมทั้งความตระหนักในความสามารถของการเรียนรู้ที่ตนมี ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ระดับของกระบวนการจัดกระทำกับข้อมูลตามทฤษฎีการคิดของมาร์ซาโน

ที่มา: Marzano, Robert J. (2001). *Designing a New Taxonomy of Educational Objectives*. P. 60.

ถ้าสังเคราะห์แนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) และมาร์ซาโน (Marzano's Taxonomy) สามารถเชื่อมโยงเพื่อเป็นกรอบแนวคิดทักษะการคิดวิเคราะห์ โดยสรุปเป็น 5 ด้านตามทฤษฎีการคิดของมาร์ซาโนเป็นสำคัญ เพราะทฤษฎีการคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) เมื่อบูรณาการกับทฤษฎีการคิดของมาร์ซาโน (Marzano's Taxonomy) พบว่า 5 ด้านของชั้นการคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน สอดคล้องกับ 3 หลักการวิเคราะห์ของบลูม และสามารถนำไปเป็นกรอบแนวคิดทักษะการคิดวิเคราะห์ได้อย่างเป็นรูปธรรม (ปรียานูช สถาวรณณี. 2548: 27) ดังแสดงในภาพประกอบ 4

ทักษะการคิดวิเคราะห์

ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของบลูม (Bloom's Taxonomy)	ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน (Marzano's Taxonomy)
1. หลักการวิเคราะห์หน่วยย่อย	1. ด้านการจำแนก 2. ด้านการจัดหมวดหมู่
2. หลักการวิเคราะห์ความสัมพันธ์	3. ด้านการสรุป
3. หลักการวิเคราะห์หลักการ	4. ด้านการประยุกต์ 5. ด้านการคาดการณ์

ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของบลูม (Bloom's Taxonomy)	หลักการ วิเคราะห์หน่วย ย่อย		หลักการ วิเคราะห์ ความสัมพันธ์	หลักการ วิเคราะห์หลักการ	
ทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ของมาร์ซาโน (Mazano's Taxonomy)	ด้าน การ จำแนก	ด้านการ จัด หมวดหมู่	ด้านการสรุป	ด้านการ ประยุกต์	ด้านการ คาดการณ์

ภาพประกอบ 4 กรอบแนวคิดทักษะการคิดวิเคราะห์

ที่มา: 1. Bloom, Benjamin S.; et al. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives Book 1: Cognitive Domain*. P. 201 – 207.

2. Marzano, Robert J. (2001). *Designing a New Taxonomy of Educational Objectives*. P.60.

ทฤษฎีการคิดของบลูมและทฤษฎีการคิดของมาร์ซาโนในชั้นการคิดวิเคราะห์ สามารถหลอมรวมได้ดังนี้ (ปริยานุช สถาวรภณี. 2548: 27-28)

1. หลักการวิเคราะห์หน่วยย่อยของบลูมกับทักษะการคิดด้านการจำแนกและด้านการจัดหมวดหมู่ของมาร์ซาโน เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยต่างๆ และเหตุการณ์ที่มีความเหมือนกันและแตกต่างกันออกเป็นแต่ละส่วนให้เข้าใจง่ายอย่างมีหลักเกณฑ์ และเป็นความสามารถในการจัดลำดับ ประเภท และกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงเข้าด้วยกัน โดยด้านการจำแนกและด้านการจัดหมวดหมู่สามารถพัฒนาด้วยกิจกรรมการสร้างผังมโนทัศน์ กิจกรรมการใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม

2. หลักการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของบลูมกับทักษะด้านการสรุปของมาร์ซาโน เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลเก่าและข้อมูลใหม่สู่การสรุปอย่างมีเหตุผลเป็นประเด็นต่างๆ โดยด้านการสรุปอย่างมีเหตุผลสามารถพัฒนาด้วยกิจกรรมการทำโครงงาน กิจกรรมการอภิปราย กิจกรรมระดมสมอง

3. หลักการวิเคราะห์หลักการของบลูมกับทักษะการคิดด้านประยุกต์และด้านการคาดการณ์ของมาร์ซาโน เป็นความสามารถในการนำความรู้ หลักการ ทฤษฎี มาใช้ในสถานการณ์ใหม่ และในการกะประมาณ คาดเดาสิ่งที่จะเกิดในอนาคตได้ โดยด้านการประยุกต์และด้านการคาดการณ์

สามารถพัฒนาด้วยกิจกรรมการสร้างผังมโนทัศน์ กิจกรรมการใช้เทคนิคในการตั้งคำถามกิจกรรมการทำโครงงาน กิจกรรมการอภิปราย กิจกรรมการระดมสมอง กิจกรรมการใช้แหล่งเรียนรู้ในชุมชนและธรรมชาติ

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับทฤษฎีการคิดวิเคราะห์ สรุปได้ว่า

1. หลักการวิเคราะห์หน่วยย่อยของบลูมกับทักษะการคิดด้านการจำแนกและด้านการจัดหมวดหมู่ของมาร์ซาโนมีความสอดคล้องกัน

2. หลักการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของบลูมกับทักษะด้านการสรุปของมาร์ซาโนมีความสอดคล้องกัน

3. หลักการวิเคราะห์หลักการของบลูมกับทักษะการคิดด้านประยุกต์และด้านการคาดการณ์ของมาร์ซาโนมีความสอดคล้องกัน

2.3 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์

คลาร์ก (สมนึก ปฏิปทานนท์. 2542: 49; อ้างอิงจาก Clark. 1970: 11-13) ได้แบ่งลักษณะการคิดออกเป็น 3 ส่วน คือ

1. การคิดวิเคราะห์เนื้อหา ได้แก่ ความสามารถในการสรุปและแยกแยะข้อมูล
2. การคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ได้แก่ ความสามารถในการตรวจสอบว่าข้อมูลมีความสอดคล้องกันหรือไม่

3. การคิดวิเคราะห์หลักการ ได้แก่ การวิเคราะห์ได้ว่าผู้เขียนต้องการสื่อสารถึงสิ่งใด
บลูม (Bloom. 1976: 148-150) ได้สรุปแบ่งองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์เป็น 3 ส่วนดังนี้

1. การคิดวิเคราะห์ความสำคัญ ข้อมูลต่างๆ ที่ได้มานั้นสามารถแยกเป็นส่วนย่อยได้
ข้อความบางข้อความอาจเป็นจริง บางข้อความอาจเป็นคำนิยามและบางข้อความเป็นความคิดของผู้เขียน ซึ่งการคิดวิเคราะห์ความสำคัญ ประกอบด้วย

1.1 ความสามารถในการค้นหาประเด็นต่างๆ ในข้อมูล

1.2 ความสามารถในการแยกแยะความจริงออกจากสมมติฐาน

1.3 ความสามารถในการแยกข้อเท็จจริงออกจากข้อมูลอื่นๆ

1.4 ความสามารถในการบอกถึงสิ่งจูงใจและการพิจารณาพฤติกรรมของบุคคลและของกลุ่ม

1.5 ความสามารถในการแยกแยะข้อสรุปจากข้อความปลีกย่อย

2. การคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ผู้อ่านจะต้องมีทักษะในการตัดสินความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหลักๆ ได้ ทั้งความสัมพันธ์ของสมมติฐานและความสัมพันธ์ระหว่างข้อสรุป และยังรวม

ไปถึงความสัมพันธ์ในชนิดของหลักฐานที่นำมาแสดงด้วย ในการคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์สามารถแยกได้ดังนี้

- 2.1 ความสามารถในการเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวความคิดในบทความและข้อความต่างๆ
- 2.2 ความสามารถในการระลึกได้ว่าสิ่งใดเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ
- 2.3 ความสามารถในการแยกความจริง หรือสมมติฐานที่เป็นความสำคัญหรือข้อโต้แย้งที่นำมาสนับสนุนข้อสมมติฐานนั้น
- 2.4 ความสามารถในการตรวจสอบข้อสมมติฐานที่ได้มา
- 2.5 ความสามารถในการแบ่งแยกความสัมพันธ์ของสาเหตุและผลจากความสัมพันธ์

อื่นๆ

- 2.6 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ขัดแย้ง แบ่งแยกสิ่งที่ตรงและไม่ตรงกับข้อมูล

ข้อมูล

- 2.7 ความสามารถในการสืบหาความจริงของข้อมูล
- 2.8 ความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์ และแยกรายละเอียดที่สำคัญและไม่สำคัญได้

3. การคิดวิเคราะห์หลักการ เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างและหลักการ ในการคิดวิเคราะห์หลักการนี้ จะต้องวิเคราะห์แนวคิด จุดประสงค์และมโนทัศน์ ซึ่งการวิเคราะห์หลักการสามารถแยกได้ดังนี้

- 3.1 ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อความและความหมายขององค์ประกอบต่างๆ
- 3.2 ความสามารถในการวิเคราะห์รูปแบบในการเขียน
- 3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์จุดประสงค์ ความเห็น หรือลักษณะการคิด ความรู้สึกที่มีในงานของผู้เขียน
- 3.4 ความสามารถในการวิเคราะห์ทัศนคติของผู้เขียนในด้านต่างๆ
- 3.5 ความสามารถในการวิเคราะห์เทคนิคโฆษณาชวนเชื่อ
- 3.6 ความสามารถในการรู้แ่งคิดและทัศนคติของผู้เขียน

เซฟเวอร์ (นิพล นาสมบุรณ์. 2536: 4-5; อ้างอิงจาก Shaver. 1997: 56-62) ได้แบ่งความสามารถในการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ออกเป็น 3 ระดับ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบลูม (มาลินี ศิริจारी. 2545: 40; อ้างอิงจาก Ennis. 1985: 44-48) ดังนี้

1. ความสามารถพื้นฐาน ได้แก่ ความสามารถในการทำความเข้าใจเรื่องราว ซึ่งครอบคลุมการย่อความ การสรุปเรื่อง การเล่าเรื่อง และการแปลความหมาย เป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของนักเรียนในการทำความเข้าใจเรื่องราว

2. ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งได้แก่

- 2.1 การจำแนก
- 2.2 การวางหลักการ
- 2.3 การตั้งข้อสันนิษฐาน
- 2.4 การเปรียบเทียบ

3. ความสามารถในการตัดสินใจและการลงสรุปความเห็น ได้แก่

- 3.1 การวิจารณ์
- 3.2 การประเมินผล

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 22) ได้กล่าวถึงลักษณะของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวใดๆ ออกเป็นส่วนย่อยๆ ว่าสิ่งนั้นประกอบกันอยู่เช่นไร แต่ละอันคืออะไร มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร อันใดสำคัญมากน้อย ซึ่งพฤติกรรมนี้สามารถแยกออกเป็น 3 ข้อย่อย คือ

1. การคิดวิเคราะห์ที่สำคัญ เป็นความสามารถในการหาส่วนประกอบที่สำคัญของเรื่องราวหรือปรากฏการณ์นั้นๆ เรียกได้ว่าเป็นการแยกแยะหาหัวใจของเรื่อง
2. การคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆ
3. การคิดวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักการของความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญในเรื่องราวหรือปรากฏการณ์นั้นๆ ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด

ศิริกาญจน์ โกลุมภ์ และดารณี คำวัจน์ (2544: 51) ได้จำแนกการคิดวิเคราะห์ออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ส่วนประกอบ เป็นความสามารถในการหาส่วนประกอบที่สำคัญของสิ่งหรือเรื่องราวต่างๆ เป็นความสามารถในการบอกความแตกต่างระหว่างข้อเท็จจริงและความคิดเห็น ความแตกต่างของข้อสรุปจากข้อเท็จจริงที่นำมาสนับสนุน เช่น การคิดวิเคราะห์ส่วนประกอบที่สำคัญสาเหตุและสาระสำคัญของเรื่อง
2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆ ว่าเป็นการระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิดความสัมพันธ์ในเชิงเหตุและผล และความแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักการของความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญในเรื่องนั้นๆ ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด เป็นความสามารถในการให้ผู้เรียนค้นหาหลักการของเรื่อง ระบุจุดประสงค์ของผู้เรียน ประเด็นที่สำคัญของเรื่อง เทคนิคที่ใช้ในการชักจูงผู้อ่าน และรูปแบบของภาษาที่ใช้ เช่น การบอกหรืออธิบายสิ่งที่เป็นใจความสำคัญความสัมพันธ์และหลักการของสิ่งที่เรียน

สุวิทย์ มูลคำ (2547ข: 23-24) ได้จำแนกการคิดวิเคราะห์ออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ส่วนประกอบ เป็นความสามารถในการหาส่วนประกอบที่สำคัญของสิ่งของหรือเรื่องราวต่างๆ เช่น การวิเคราะห์ส่วนประกอบของพืช สัตว์ ข้าว ข้อความหรือเหตุการณ์ เป็นต้น

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญต่างๆ โดยระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิด ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผลหรือความแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ซึ่งในที่นี้หมายถึงการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล 14 ประเภทคือ

- ความคล้ายคลึง
- ความขัดแย้งหรือตรงกันข้าม
- การทำนาย
- การเป็นลำดับย่อย
- การเป็นสมาชิกของประเภทเดียวกัน
- การเป็นลำดับที่สูงกว่า
- การเติมให้สมบูรณ์
- ส่วนย่อย , ส่วนรวม
- ส่วนรวม , ส่วนย่อย
- ความเท่าเทียมกัน
- การปฏิเสธ
- การใช้คำ
- ด้านคุณสมบัติ
- แบบสรุปความ

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักการความสัมพันธ์ส่วนสำคัญในเรื่องนั้นๆ ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด เช่น การให้ผู้เรียนค้นหาหลักการของเรื่องการระบุจุดประสงค์ของผู้เรียน ประเด็นสำคัญของเรื่อง เทคนิคที่ใช้ในการจูงใจผู้อ่านและรูปแบบของภาษาที่ใช้ เป็นต้น

กรมวิชาการ. (2549: 7) ได้กล่าวถึงลักษณะของการคิดโดยแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะดังนี้
การคิดระดับพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกระดับ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับ
การศึกษาปฐมวัยและประถมศึกษาได้แก่

1. การคิดคล่อง คือกล้าที่จะคิดและมีความคิดหลังไหลออกมาได้อย่างรวดเร็ว
2. การคิดหลากหลาย คือ คิดให้ได้ความคิดในหลายๆลักษณะ ประเภท ชนิด รูปแบบ
3. การคิดละเอียดลออ คือ คิดเพื่อให้ได้ข้อมูลอันที่จะส่งผลให้ความคิดมีความ
รอบคอบมากขึ้น
4. การคิดให้ชัดเจน คือ ให้มีความเข้าใจในสิ่งที่คิด สามารถอธิบายขยายความได้
ด้วยคำพูดของตนเอง

ลักษณะการคิดทั้ง 4 แบบนี้เป็นคุณสมบัติเบื้องต้นของผู้คิดทั้งหลาย ซึ่งต้องนำไปใช้
ในการคิดลักษณะอื่นๆ ที่มีความซับซ้อนขึ้น

การคิดระดับกลาง ได้แก่

1. การคิดกว้าง คือ คิดให้ได้หลายด้าน หลายแง่ หลายมุม
2. การคิดลึกซึ้ง คือคิดให้เข้าใจถึงสาเหตุที่มาและความสัมพันธ์ต่างๆ
3. การคิดไกล คือ การประมวลข้อมูลในระดับกว้าง และระดับลึก เพื่อทำนายสิ่ง
ที่จะเกิดในอนาคต

4. การคิดอย่างมีเหตุผล คือ การคิดโดยใช้หลักเหตุผล แบบนิรนัย หรือ อุปนัย
การคิดระดับสูง ได้แก่ การคิดที่ต้องมีกระบวนการ ขั้นตอนที่มาก และซับซ้อนขึ้น ซึ่ง
เรียกว่า “กระบวนการคิด” และกระบวนการคิดที่มีความสำคัญและจำเป็น ก็คือ กระบวนการคิดอย่าง
มีวิจารณญาณ ซึ่งหากบุคคลสามารถคิดได้อย่างมีวิจารณญาณแล้วก็จะได้ความคิดที่ผ่านการ
กลั่นกรองมาดีแล้ว ซึ่งสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ได้เช่น นำไปใช้ในการแก้ปัญหา การ
ตัดสินใจที่จะทำ หรือไม่ทำอะไร การริเริ่ม การสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ หรือการปฏิบัติการสร้างและการผลิต
สิ่งต่างๆ

ลักขณา สรวิวัฒน์ (2549: 72) กล่าวถึงลักษณะการคิดวิเคราะห์ว่า การคิดวิเคราะห์มีลักษณะ
เป็นการกำหนดขอบเขตของสิ่งที่วิเคราะห์ โดยกำหนดจุดมุ่งหมายลงไปว่าจะคิดวิเคราะห์เพื่ออะไร
ด้วยการใช้ทฤษฎีใดๆ ที่เหมาะสมมาเป็นกรอบในการคิดวิเคราะห์แล้วต้องสรุปผลรายงานให้ชัดเจน
จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ลักษณะของการคิดวิเคราะห์สามารถสรุปได้ว่า การคิด
วิเคราะห์ มี 3 ลักษณะ คือ

3.1 ด้านการวิเคราะห์เนื้อหา จะแยกแยะองค์ประกอบหรือสิ่งสำเร็จรูป พิจารณาส่วนใด
เป็นส่วนสรุปหรือส่วนใดเป็นส่วนสนับสนุน

3.2 ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาความเกี่ยวข้องของส่วนสำคัญต่าง ๆ ของเรื่องราวหรือสิ่งต่าง ๆ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น จะส่งผลกระทบต่ออย่างไร

3.3 ด้านการวิเคราะห์หลักการ หมายถึง ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ ส่วนสำคัญในเรื่องนั้น ว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด

2.4 องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์

วัตสัน และ เกลเซอร์ (Watson; & Glaser. 1964: 10) ได้กล่าวถึงการคิดวิเคราะห์ว่า ประกอบด้วยทัศนคติ ความรู้ และทักษะในเรื่องต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ทัศนคติในการสืบเสาะ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการเห็นปัญหาและความต้องการที่จะสืบเสาะ ค้นหาข้อมูล หลักฐานมาพิสูจน์เพื่อหาข้อเท็จจริง
2. ความรู้ในการหาแหล่งข้อมูลอ้างอิงและการใช้ข้อมูลอ้างอิงอย่างมีเหตุผล
3. ทักษะในการใช้ความรู้และทัศนคติดังที่กล่าวมาข้างต้น

จากผลการวิจัยต่างๆ วัตสันและเกลเซอร์ สรุปว่า การคิดวิเคราะห์ประกอบไปด้วยความสามารถย่อยๆ 5 ประการ คือ

1. ความสามารถในการอ้างอิง
2. การตั้งสมมติฐาน
3. การนิรนัย
4. การแปลความ

เดรสเซล และ เมย์ฮิว (Dressel; & Mayhew. 1957: 179) ได้สรุปรายการประกอบกันเป็นการคิดวิเคราะห์ 5 อย่าง ดังนี้

1. ความสามารถในการนิยามปัญหา
2. ความสามารถในการเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบของปัญหา
3. ความสามารถในการระบุข้อสันนิษฐาน
4. ความสามารถในการกำหนดและเลือกสมมติฐาน
5. ความสามารถในการลงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลและการตัดสินใจการประเมินข้อโต้แย้งต่างๆ

ฮัดกินส์ (Hudgins. 1977: 173-180) ได้อธิบายทักษะที่ประกอบกันเป็นการคิดวิเคราะห์ 4 ประการคือ

1. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบที่สำคัญของการอ้างเหตุผล โดยขั้นต้น ผู้เรียนต้องมีพื้นฐานทางมโนทัศน์และข้อมูลเพียงพอสำหรับการพิจารณาความจริงที่อาจเป็นไปได้

ได้ของการอ้างเหตุผล หรือความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่คาดการณ์ไว้ นอกจากนั้นผู้เรียนจะต้องมีลักษณะที่จำเป็นในการประเมินการอ้างเหตุผลด้วย

2. ผู้เรียนจะต้องแสวงหาหลักฐานที่นำมาใช้ในการอ้างเหตุผลหรือการลงสรุปโดยจะต้องพิจารณาว่า ข้อสรุปที่นำมากล่าวอ้างมีข้อมูลสนับสนุนหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาว่าหลักฐานที่นำมาอ้างอิงมีอคติหรือไม่

3. ผู้เรียนจะต้องพิจารณา ไตร่ตรอง และประเมินทั้งหลักฐานที่นำมาใช้และลักษณะการใช้เหตุผลที่นำมาใช้ในการอ้างเหตุผลก่อนการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธข้อสรุปนั้น

4. ผู้เรียนสามารถระบุข้อสันนิษฐาน ที่เกี่ยวข้องกับการอ้างเหตุผล

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 26-30) ได้แบ่งการคิดวิเคราะห์เป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความสามารถในการตีความ หมายถึง การพยายามทำความเข้าใจและให้เหตุผลแก่สิ่งที่เราต้องการจะวิเคราะห์เพื่อแปลความหมายที่ไม่ปรากฏโดยตรงของสิ่งนั้นเป็นการสร้างความเข้าใจต่อสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ โดยเกณฑ์ที่แต่ละคนใช้เป็นมาตรฐานในการตัดสินใจยอมรับแตกต่างกันตามความรู้ประสบการณ์ ค่านิยมของแต่ละบุคคล และความสามารถในการเชื่อมโยงเหตุผล

2. ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์ หมายถึง เราจะคิดวิเคราะห์ได้ดีนั้นต้องมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานของเรื่องนั้น เพราะความรู้จะช่วยกำหนดขอบเขตของการวิเคราะห์แจกแจงและจำแนกได้ว่าเรื่องนั้นเกี่ยวข้องกับอะไร มีองค์ประกอบย่อยๆ อะไรบ้าง มีทั้งหมดหมู่ จัดลำดับความสัมพันธ์อย่างไรและรู้ว่าอะไรเป็นสาเหตุ

3. ความช่างสังเกต ช่างสงสัย และช่างถาม หมายถึง นักคิดเชิงวิเคราะห์ต้องมีองค์ประกอบทั้ง 3 นี้ร่วมด้วย เพราะจะนำไปสู่การสืบค้นความจริงและเกิดความชัดเจนในประเด็นที่ต้องการวิเคราะห์ ขอบเขตของคำถามจะต้องยึดหลัก 5 W 1 H คือ ใคร (Who) ทำอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When) เพราะเหตุใด (Why) อย่างไร (How)

4. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการใช้เหตุผลจำแนกแยกแยะได้ว่าสิ่งใดเป็นความจริง สิ่งใดเป็นความเท็จ สิ่งใดมีรายละเอียดสัมพันธ์เชื่อมโยงกันอย่างไร

สุวิทย์ มูลคำ (2548: 17) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์มีองค์ประกอบสำคัญ 3 ประการ ดังนี้

1. สิ่งที่กำหนดให้ เป็นสิ่งสำเร็จรูปที่กำหนดให้วิเคราะห์ เช่น วัตถุ สิ่งของ เรื่องราว เหตุการณ์ หรือปรากฏการณ์ต่างๆ เป็นต้น

2. หลักการหรือกฎเกณฑ์ เป็นข้อกำหนดสำหรับใช้แยกส่วนประกอบของสิ่งที่กำหนดให้ เช่น เกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่มีความเหมือนกันหรือแตกต่างกัน หลักเกณฑ์ในการหาลักษณะ

ความสัมพันธ์เชิงเหตุผลอาจจะเป็นลักษณะความสัมพันธ์ที่มีความคล้ายคลึงกันหรือขัดแย้งกัน เป็นต้น

3. การค้นหาความจริงหรือความสำคัญ เป็นการพิจารณาส่วนประกอบของสิ่งที่กำหนดให้ตามหลักการหรือกฎเกณฑ์ แล้วทำการรวบรวมประเด็นที่สำคัญเพื่อหาข้อสรุป

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สรุปได้ว่าองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์ประกอบไปด้วย

1. ความสามารถในการตีความและให้เหตุ
2. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์
3. ความช่างสังเกต ช่างสงสัย และช่างถาม
4. การหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล มีองค์ประกอบใดบ้างที่นำไปสู่สิ่งนั้น

2.5 แนวการสอนให้เกิดการคิดวิเคราะห์

เบเยอร์ (มาลินี ศิริจาวี. 2545: 40; อ้างอิงจาก Beyer. 1985: 279-303) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการคิดวิเคราะห์ที่วิจารณ์ในการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. แนะนำทักษะที่ฝึก
2. ผู้เรียนทบทวนกระบวนการค้น ทักษะ กฎและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่จะฝึก
3. ผู้เรียนใช้ทักษะเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนด
4. ผู้เรียนทบทวนสิ่งที่คิดหรือสิ่งที่เกิดขึ้นในสมอง ขณะที่ทำกิจกรรม

อุษณีย์ โพธิ์สุข (2537: 99-100) ได้เสนอแนวการสอนเพื่อช่วยปรับปรุงความคิดวิเคราะห์ของเด็กไว้ดังนี้

1. ประสบการณ์ตรง การให้เด็กศึกษาเรื่องชุมชนของเราจากหนังสืออาจไม่มีดีเท่าให้เด็กไปสถานที่ที่เป็นชุมชนของตนเอง เช่น โรงพยาบาล โรงพัก ตลาด และกิจกรรมที่เขาทำอยู่มีอะไรบ้าง มีประโยชน์อย่างไร ฯลฯ การจัดให้เด็กไปทัศนศึกษาหรือเปิดโอกาสให้เด็กทดลองปฏิบัติสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง จะเป็นการให้โอกาสที่สำคัญยิ่ง

2. การทำวิจัยหรือการศึกษาหาความรู้ ความจริงด้วยตนเอง เป็นทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเองให้เด็กได้มีขั้นตอนในการศึกษาอย่างถูกต้อง เช่น การทำรายงาน เรื่องไดโนเสาร์ เป็นต้น

3. การใช้กิจกรรมเป็นสื่อกระตุ้นความคิดเป็น เช่น การพาไปดูการไต่เขาที่ จัดให้ไต่เขาที่ การอภิปรายในหัวข้อต่างๆ การจัดมุมหรือชมรมนักคิด

4. การใช้สถานการณ์สมมติเป็นกิจกรรมและวิธีสอนที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจกระจ่างขึ้น และมองเห็นปัญหาที่เกิดขึ้นรวมทั้งการพยายามคิดค้นการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนได้โอกาสเสนอผลงานที่ตนเองศึกษาให้ผู้อื่นฟังอาจเป็นเพื่อนระดับเดียวกันหรือเพื่อนต่างระดับหรือให้คนอื่นฟัง

6. กิจกรรมกลุ่ม การระดมพลังสมอง การระดมความคิด การไตร่ตรองความคิดของกลุ่ม รวมถึงการวิจารณ์อย่างมีเหตุผล การวิจารณ์ในการสร้างงานล้วนเป็นทักษะระดับสูงทางปัญญาและทางสังคมทั้งสิ้นเหล่านี้ จะช่วยให้เด็กได้มีข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับความคิดเห็นของตนเองและผู้อื่น รวมทั้งกลยุทธ์ทางความคิดของผู้อื่นได้เป็นอย่างดี

ชาติ แจ่มนุช (2545: 54-55) กล่าวถึงขั้นตอนการสอนให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ไว้เป็นขั้นตอนดังนี้

1. เสนอสถานการณ์ที่กระตุ้นให้คิด
2. คิดอย่างเป็นระบบให้เหตุผล
3. นำข้อมูลต่างๆ มาใช้ในกระบวนการคิดบนพื้นฐานของความจริง ความดีงามความ

ถูกต้อง

4. คิดและตัดสินใจ ลงมือปฏิบัติ
5. ตรวจสอบ วัดและประเมินผลการปฏิบัติรวมทั้งการประเมินผลของตนเอง

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548: 161) กล่าวว่าการสอนการคิดวิเคราะห์ ทำได้ 2 วิธี คือ

1. ใช้วิธีของสูตร WsH คือ

- อะไร (what) มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง มีรายละเอียดอย่างไร
- ใคร (who) ใครกันที่เป็นต้นเรื่อง เจ้าของเรื่อง บุคคลสำคัญของเรื่อง ผู้ได้รับ

ผลกระทบทั้งทางบวกและทางลบ

- ที่ไหน (where) สถานที่ หรือตำแหน่งแห่งหนที่ชัดเจน
- เมื่อใด (when) ที่เหตุการณ์นั้นได้เกิดขึ้นหรือจะเกิดขึ้น
- ทำไม (why) ทำไมหรือเพราะเหตุใดเรื่องนี้จึงเกิดขึ้น ทำไมแต่ละเหตุการณ์จะต้อง

เป็นไปอย่างนั้นอย่างนี้

- อย่างไร (How) เป็นรายละเอียดในสิ่งที่ได้เกิดไปแล้ว หรือกำลังจะเกิดขึ้นว่าจะมี

ความเป็นไปได้ในลักษณะใด

2. ใช้กระบวนการเปรียบเทียบเชิงวิทยาศาสตร์ เช่น เปรียบเทียบรูปภาพ การเปรียบเทียบคะแนนตามเกณฑ์ (criteria rating) และการวิเคราะห์ความเป็นไปได้ ทั้งด้านการเงินด้านเทคนิค ด้านกำหนดเวลา การวิเคราะห์ตามอนุกรมเวลา

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 11-17) ได้เสนอแนวคิดในการส่งเสริมพัฒนาการคิดเชิงวิเคราะห์ว่า เป็นการคิดอย่างใคร่ครวญแสวงหาคำตอบอย่างมีเหตุผล การส่งเสริมพัฒนาทักษะการคิดเชิงวิเคราะห์ คือ การให้ผู้เรียนได้ค้นพบข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยอาศัยองค์ประกอบดังนี้

1. ส่งเสริมให้ตีความ การพยายามทำความเข้าใจ ให้เหตุผล การแปลความจากข้อมูลที่
ยังไม่ครบ

2. ส่งเสริมให้แสวงหาความรู้ ความเข้าใจ หรือข้อมูลเป็นการตอบคำถาม แจกแจง
จำแนกจัดลำดับหมวดหมู่ หาเหตุผล ความสัมพันธ์ ผลกระทบ

3. ส่งเสริมให้ช่างสังเกต สงสัย ช่างถาม เพื่อการค้นพบหาคำตอบ หาเหตุผล

4. ส่งเสริมให้หาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล เพื่อการตัดสินใจ แก้ปัญหา การประเมินค่าใน
เรื่องต่างๆ

สุคนธ์ สินธพานนท์; วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์; และ พรรณี สินธพานนท์ (2550: 24-26) เสนอ
แนวทางการฝึกนักเรียนให้มีทักษะการคิด ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนพร้อมที่จะเรียนรู้และเอื้อต่อการคิด มีการจัด
บรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อต่อการเรียนและฝึกการคิด มีการใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่โน้มน้าว
จิตใจ เช่น การตั้งคำถาม การใช้เพลง คำขวัญ คำกลอน นิทาน ข่าว เกม เพื่อโยงเข้าสู่การฝึกทักษะการ
คิดช่วยให้นักเรียนมีความพร้อม กระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม

2. ในการจัดการเรียนรู้ทุกกิจกรรม ครูควรมีบทบาทในการปลูกฝังและเสริมแรงให้
นักเรียนได้ค้นพบคำตอบและสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง รู้จักทำงานเป็นกลุ่ม

3. ในการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ควรแทรกให้นักเรียนได้ฝึกการคิด เช่น กิจกรรมที่เกี่ยวกับการ
ปลูกฝังคุณธรรมจริยธรรม ความมีระเบียบวินัย เพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักรู้ถึงความสำคัญความ
จำเป็นและผลที่จะได้รับจากการปฏิบัติตามและไม่ปฏิบัติตาม

4. ควรใช้วิธีสอน/เทคนิคการสอน/วิธีการจัดการเรียนรู้หลากหลายวิธี เพราะแต่ละวิธีนั้น
จะส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียนหลากหลายต่างๆ กันไป

5. การใช้แหล่งเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกสถานศึกษาเป็นที่เสาะแสวงหาความรู้และ
ฝึกการคิดค้นหาคำตอบต่างๆ การค้นพบสิ่งต่างๆ ที่เป็นข้อมูลในเรื่องที่เรียนอย่างหลากหลายนั้น จะ
ช่วยฝึกให้นักเรียนได้รู้จักแยกข้อมูลที่จริงหรือเท็จ รู้จักแยกข้อมูลที่น่าเชื่อถือ โดยการคิดวิเคราะห์
ก่อนที่จะตัดสินใจเลือกข้อมูลนั้นๆ เป็นการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง

6. ครูจะต้องรู้จักฝึกกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักคิดในรูปแบบต่างๆ

7. ครูควรกำหนดขั้นตอนของกิจกรรมแต่ละกิจกรรมให้ชัดเจนว่าครูจะมีขั้นการคิด
วิเคราะห์หรืออยู่ในตอนใดของการเรียนรู้

8. ในการแบ่งกลุ่มนักเรียนในการทำกิจกรรมกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มต้องไม่มากเกินไป

9. ครูอาจใช้วิธีวัดและประเมินผลได้หลากหลายรูปแบบ ได้แก่ วัดและประเมินผลจากแบบทดสอบความคิดที่มีรูปแบบต่างๆกัน เช่น สร้างสถานการณ์มาให้ให้นักเรียนคิดและตัดสินใจ การตอบคำถาม การนำข่าวหรือบทความมาให้วิเคราะห์ตามประเด็นที่กำหนด เป็นต้น

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า แนวทางในการสอนให้เกิดการคิดวิเคราะห์ ควรเริ่มจาก

1. เสนอสถานการณ์ที่กระตุ้นให้คิดโดยใช้ประสบการณ์จริง
2. คิดอย่างเป็นระบบใช้เหตุผล
3. นำข้อมูลต่างๆมาใช้ในการบวนการคิด
4. คิดและลงมือปฏิบัติ

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ งานวิจัยต่างประเทศ

คลาค และคนอื่นๆ (Clark; et al. 2001: 811) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของหลักสูตรร่วมพีชคณิต/วิทยาศาสตร์ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการคิดวิเคราะห์และทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนิสิตมหาวิทยาลัยโอกลาโฮมา ประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหาของนิสิตหลักสูตรพีชคณิต/วิทยาศาสตร์และนิสิตหลักสูตรพีชคณิตแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ
2. นิสิตหลักสูตรพีชคณิต/วิทยาศาสตร์มีทักษะการคิดวิเคราะห์สูงขึ้น
3. ทัศนคติในแง่บวกต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนิสิตหลักสูตรพีชคณิต/วิทยาศาสตร์มากกว่านิสิตหลักสูตรพีชคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

คาสท์เบิร์ก (Kastberg. 2003: 402-405) ได้ศึกษาการใช้ Bloom's Taxonomy เป็นเค้าโครงสำหรับการประเมินในห้องเรียน ได้มีการอภิปรายถึงการใช้นี้ชื่อ "Taxonomy of Education Objectives: Cognitive Domain" ของเบนจามิน บลูม ถึงการวิเคราะห์และการปรับปรุงแบบทดสอบในรายวิชาคณิตศาสตร์ การจัดหมวดหมู่ของกระบวนการทางการศึกษาข้อเท็จจริงของผลในการใช้เค้าโครงในโครงสร้าง หรือแบบวัดผลแบบทดสอบ หรือการประเมินกิจกรรมอื่นๆ รายละเอียดของการแยกแยะและการพัฒนาบันทึกสำหรับแบบทดสอบได้จัดเตรียมหลักฐานของนักเรียนมีการใช้การสังเคราะห์และการวัดผลในความสัมพันธ์ในรูปแบบของกราฟ

เลวิน และไลเบอร์แมน (Levin; & Lieberman. 2010: 1-5) ได้พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ในการศึกษาเทคโนโลยี โดยใช้ระบบ SMILE (State Machine Interactive Learning Environment) ซึ่งจะเป็นการสร้างและการใช้ความรู้ในการออกแบบระบบคอมพิวเตอร์ พบว่าผู้เรียนจะต้องใช้ความสามารถในการคิดสูตรและปรับเปลี่ยนสัญลักษณ์ที่ใช้

แทนในการออกแบบ และมีการออกแบบเป็นลำดับขั้นตอนโดยใช้แผนภูมิสายงาน ซึ่งพฤติกรรมที่แสดงออกมาแสดงถึงความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์

งานวิจัยในประเทศ

บุญเชิด ชุมพล (2547: 48) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนอำนวยการวิทยุ พบว่า การจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ สามารถคิดหาเหตุผลด้วยตนเองและคิดเป็นกลุ่มได้นั้น เป็นการฝึกให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาที่อาจจะต้องเผชิญในอนาคตได้อย่างสมเหตุสมผล

ดาวณา ฤทธิ์แก้ว (2548: 59) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกันในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาจังหวัดมุกดาหาร พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกัน มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 โดยที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนด้านตัวเลข มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนด้านความจำ ส่วนนักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนด้านอื่นๆ มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่าง

ณตยา อุทัยรัตน์ (2549: 76-77) ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านการเรียนต่างกันโรงเรียนกลุ่มรัตนโกสินทร์ กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนที่เรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีที่ 5 และปีที่ 6 มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในระดับปานกลางและความสามารถในการคิดวิเคราะห์จะสูงขึ้นเมื่อเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้น เช่นเดียวกับนักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านการเรียน ทั้งระดับปานกลางและระดับสูงจะมีพัฒนาการความสามารถในการคิดวิเคราะห์เพิ่มสูงขึ้นตามลำดับชั้นที่สูงขึ้นด้วย

นิพล อินนอก (2549: 79-80) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร สัมพันธภาพระหว่างบุคคล และการคิดวิเคราะห์ ระหว่างนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือและกลุ่มที่เรียนตามแบบคู่มือครูมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือ มีสัมพันธภาพระหว่างบุคคลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ส่วนนักเรียนกลุ่มที่เรียนตามแบบคู่มือครูมีสัมพันธภาพระหว่างบุคคลก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน และนักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สัมพันธ์ภาพระหว่างบุคคล และการคิดวิเคราะห์ สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนตามแบบคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อนุพร พวงมาลี (2549: 60) ได้เปรียบเทียบความสามารถการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้คำถามตามแนวคิดแบบหมวกหกใบของเอ็ดเวิร์ด เดอ โบโน (Edward De Bono) กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดวิเคราะห์โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้คำถามตามแนวคิดแบบหมวกหกใบของเอ็ดเวิร์ด เดอ โบโน (Edward De Bono) สูงกว่าการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้คำถามตามแนวคิดแบบหมวกหกใบของเอ็ดเวิร์ด เดอ โบโน (Edward De Bono) มีเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อุษณีย์ เตรียมเชิดตวงศ์ (2549: 47-44) ได้ศึกษาผลการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์ที่มีต่อความสามารถในการจำแนกประเภทของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทั้งกลุ่มที่ได้รับการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์และไม่ได้รับการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์มีความสามารถในการจำแนกประเภทเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่กลุ่มที่ได้รับการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์มีความสามารถในการจำแนกประเภทเพิ่มขึ้นมากกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550: 92) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กฤษณา แก้วสิงห์ (2551: 110) ได้ศึกษาความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีการวัดและประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมาเขต 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นหลังใช้การวัดและประเมินความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ควบคู่กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุชาติ ปันโอม (2551: 63-64) ได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยที่ส่งผลต่อการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ในโรงเรียนเอกชนกลุ่ม 3 เขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลทางตรงต่อการคิดวิเคราะห์ในวิชาคณิตศาสตร์ คือ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มโนภาพเกี่ยวกับตนเอง คุณภาพการสอนของครู การอบรมเลี้ยงดูของครอบครัว และสภาพแวดล้อมของโรงเรียน

สมนึก กำลังเดช (2553: 64) ได้ศึกษา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุกัญญา ศิริเลิศพรรณนา(2553: 47-48) ได้ศึกษา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิดประกอบเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองกับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิด เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อ้อมฤดี แซ่มอบล (2553: 117-118) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนถามความคิดทบทวนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อุดม วิเศษวิสัย(2553: 66) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นพื้นฐานที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โชคสุวิชัย สุภาพาส (2554: 85) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีพัทลุง อำเภอเมือง จังหวัดพัทลุง จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 49 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่องเส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์จะสูงขึ้นหากได้รับการกระตุ้นด้วยวิธีการสอนที่หลากหลาย ซึ่งต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิด รู้จัก แก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอเพื่อเป็นการฝึกสมรรถภาพทางสมองซึ่งจะช่วยในการเรียนรู้ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพ และไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (สมบัติ แสงทองคำสก. 2545: 33; อ้างอิงจาก NCTM. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย
2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ กีฬาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194-198) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ว่า นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ เข้ากับกระบวนการในการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และจะต้องเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันการเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่ป็นรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟและสัญลักษณ์ ตัวอย่างเช่น ครูสอนการเชื่อมโยงกับนักเรียนเกรด 3 โดยเชื่อมโยงระหว่าง คูกี้ ก็กับการเขียนเศษส่วน นักเรียนในห้องก็จะได้เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงด้วยปัญหาคูกี้ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และชีวิตจริงมีมากมาย ครูสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคม ศิลปะ งานคหกรรม และกิจกรรมในสาขาวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างวิธีที่ครูเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และสิ่งรอบ ๆ ตัว ด้วยการทำกิจกรรมในชั้นเรียนทั้งเป็นงานเดี่ยว หรือเป็นกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การบันทึกอุณหภูมิ, ความเร็วลม, และความกดอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคม

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในอียิปต์
- การศึกษาของชาวอินเดียแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ในอเมริกาเกี่ยวกับ พรม ซาม และตะกร้า โดยใช้สมมาตรและ เทสเซลเลชันในการออกแบบ
- แยกประเภทอาชีพ ที่มีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย, นักบริการ, คนงานในโรงงาน, ทหาร, เกษตรกร
- การเปรียบเทียบจุดที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดบนพื้นดิน เช่น ส่วนที่สูงที่สุดบนพื้นโลกกับส่วนที่ลึกที่สุดในน้ำทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ

- การวัดกระดาษเพื่อตัดผนัง หรือการตัดกระดาษเพื่อจะขึ้นเป็นโครงในการระบายสี
- การกำหนดฉากในการเล่นละคร การวัดและการเตรียมกระดาษที่ใช้สำหรับฉาก
- การระบายสี วาดรูปทิวทัศน์
- การสร้างโอริกามีในญี่ปุ่น

4. คณิตศาสตร์กับสุขภาพ

- การวัดส่วนสูงของนักเรียน บันทึกผลลงตารางและกราฟ
- หาปริมาณแคลลอรี่จากการอ่านฉลากในข้อมูลโภชนาการ, การเรียนรู้เรื่องระดับโคเลสเตอรอล

5. คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะภาษา

- การมองรูปแบบของคำ แยกคำคล้องจองและไม่คล้องจอง การมองวลีของประโยค
- วิจัยรากศัพท์ทางคณิตศาสตร์
- วิจัยและเขียนเรื่องราวเกี่ยวกับนักคณิตศาสตร์
- จำนวน และความงามของตัวเลข
- การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

6. คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

- การนับจำนวนรอบในขณะที่กระโดดเชือก

- การตัดสินใจว่า กีฬาโอลิมปิกมีขนาดใหญ่หรือไม่
- วางพื้นที่การเล่น
- การจับเวลา

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันสามารถจะเชื่อมโยงในหลาย ๆ ทาง ทั้งจากหนังสือพิมพ์นิตยสาร ซึ่งประกอบไปด้วยธุรกิจ แนวโน้มเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษในด้าน บทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทาง เรือ รถไฟ สนามบิน ล้วนให้ข้อมูลในเรื่องคณิตศาสตร์เพื่อ อำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่ทั้งสิ้น ปัญหาด้านนิเวศวิทยา เช่น การกำจัดขยะมลพิษจากรถยนต์และ โรงงาน เหล่านี้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตได้ ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคอง (2547: 101) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถ ของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์ อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มีสามประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น ๆ

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของ ผู้เรียนในการบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องให้เป็นองค์รวม การสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหา คณิตศาสตร์ที่เรียนมาอาจเป็นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาสาระภายในวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการ เรียนรู้ที่มีความหมาย ซึ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่

- 2.1 การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการและ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์อื่น
- 2.3 การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงใน ชีวิตประจำวัน

3.2 มาตรฐานของการเชื่อมโยง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 84) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในเกรด 5-8 ซึ่งนักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. มองคณิตศาสตร์ในภาพรวม
2. สำรวจปัญหาและบรรยายผลที่ได้ โดยใช้กราฟ จำนวน ลักษณะทางกายภาพพีชคณิต และรูปแบบทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูด หรือการนำเสนอข้อมูล
3. ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ส่งเสริมความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ
4. ประยุกต์ความคิดทางคณิตศาสตร์และรูปแบบในการแก้ปัญหาซึ่งพบในศาสตร์อื่น เช่น ศิลปะ ดนตรี วิทยาศาสตร์ และธุรกิจ

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000a: 64) ได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 เป็นโปรแกรมการศึกษาเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

1. ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจแนวทางการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ร่วมกันและสร้างแนวคิดต่าง ๆ โดยเชื่อมโยงความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่
3. ตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 17) กล่าวว่ามาตรฐานการเชื่อมโยงที่สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้จัดทำและพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานและการวัดผลที่ชื่อว่า The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 1989 (พ.ศ.2532) ไว้ดังนี้

มาตรฐานที่ 9 การเชื่อมโยง (Connections)

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ และเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ตลอดจนแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยการพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้

4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว และสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ได้

กรมวิชาการ (2544: 26 – 27) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงในระดับมัธยมศึกษา ดังนี้

1. ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ช่วงชั้นที่ 3

1.1 เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

1.2 นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

2. ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4

2.1 เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้

2.2 นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้ในงานและในการดำรงชีวิต

จากมาตรฐานการเชื่อมโยงดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงนั้น ต้องการให้

1. นักเรียนเกิดความตระหนักและรู้จักเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. มีความเข้าใจว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงขึ้น ประยุกต์ในวิชาอื่น ๆ และประยุกต์กับชีวิตประจำวันได้

3.3 ลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

นัทเซาลัส (เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ. 2547: 38; อ้างอิงจาก Natsaulas. 1993: 364-370)

ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างรูปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์ กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิตและออกแบบสิ่งประดับและแตกต่างกัน หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการหรือสัญลักษณ์ทางศาสนาซึ่งหลายอย่างที่ถูกกล่าวมาเป็นคณิตศาสตร์โดยธรรมชาติ มีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนคติของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงกับศิลปะและประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบและแสดงโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิตและเรขาคณิต

สครอย และ สครอย (Sqroi; & Sqroi. 1993: 569-570) กล่าวว่า เดิมการสอนพีชคณิตและเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัศึกษานั้นมีการสอนโดยแยกออกจากกัน ต่อมาบางรัฐใน

สหรัฐอเมริกาได้มีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายโดยมีการนำการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิต โดยแท้จริงมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศส ชื่อเรเน่ เดส์คาร์ตส์ (Rene'Descartes) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิตด้วยการใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

วาเซอร์ และ มิลรอย (Vacher; & Mylroie. 2001: 640 – 641) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยาในการสำรวจถ้ำว่าถ้ำนั้นแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบหรือแม่น้ำตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าเราจะเดินเข้าไปสำรวจภายใน ถ้ำนั้นยังทอดยาวออกไปหลายทาง จนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ จึงต้องมีวิธีการในการสำรวจโดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วน ๆ และทิศทางแล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์การเขียนแผนที่ของถ้ำ จึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทาง และมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

ไวท์ (White. 2001:134 – 136) ได้ทำการสอนให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความเป็นอิสระกับสถิติไคสแควร์ โดยกล่าวว่า สถิติไคสแควร์ใช้เพื่อทดสอบความเหมาะสม (Goodness of fit) สัดส่วนของประชากร (Homogeneity of Proportion) และทดสอบความเป็นอิสระ (Independence) ในการสอนจะใช้การทดสอบความเหมาะสมของสถิติไคสแควร์ไปสัมพันธ์กับงานของการทดสอบความเป็นอิสระโดยวันแรกเป็นการนำเสนอเนื้อหาที่ครอบคลุมการทดสอบความเหมาะสมแล้วมอบหมายงาน ต่อมาวันที่สองเป็นการนำเสนอเนื้อหาเพื่อพิจารณาความเป็นอิสระตามรูปแบบของความน่าจะเป็นที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วจากนั้นนำสถิติไคสแควร์มาทดสอบความเป็นอิสระโดยมีตัวอย่างที่ชี้ให้เห็นถึงความสัมพันธ์กัน

คอยราลา และ กู๊ดวิน (Koirala; & Goodwin. 2002: 86-90) ได้ทำการสอนนักเรียนในระดับเกรด 5 – 8 ที่เรียนคณิตศาสตร์โดยใช้แผนที่สหรัฐอเมริกา กิจกรรมนี้ให้นักเรียนในระดับเกรด 5 – 8 สำรวจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนที่สหรัฐอเมริกาเป็นการนำเสนอ ระหว่างฝึกหัดกิจกรรมเป็นเวลา 5 วัน โดยนักเรียนทำงานในการศึกษาการเชื่อมโยง รัฐอื่น ๆ และตำบลที่อยู่กระบวนทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ เช่น การให้เหตุผล การแก้ปัญหา การสื่อสาร การสร้างการเชื่อมโยงและการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเหมือนกับหัวข้อทางคณิตศาสตร์ เช่น สัดส่วน กราฟ และค่าเฉลี่ยทางสถิติ

โอคอนเนอร์ (O'Connor. 2003: 38-40) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงวิชาพีชคณิตกับวิชาเคมีเขาอธิบายขั้นตอนที่เขาทำไปสู่การสร้างสรรค์ร่วมกันระหว่างหลักสูตรวิชาเคมีและวิชาพีชคณิตขั้นตอนที่เกี่ยวกับการจับคู่หลักสูตรพีชคณิตกับหัวข้อที่สอนในวิชาเคมี แม้ว่าการสอนจะราบรื่นก่อนที่จะ

พัฒนาการรวมหลักสูตรเคมีและพีชคณิต นักเรียนและผู้ร่วมงานมีการดำเนินความพยายามที่จะรวมความคิดรวบยอดในคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ และขั้นตอนสำคัญในการนำไปสู่การขยายเป้าหมายตอนต้นให้นักเรียน มีการช่วยเหลือนักเรียนให้ประสบความสำเร็จในทั้งสองวิชา

เบอร์กเนอร์ และ โกรท (Bergner; & Groth. 2004: 298 – 305) ได้ทำการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างทรงสี่หน้า (Tetrahedra) เป็นโครงงานที่ให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายใช้ความคิดรวบยอดจากการสำรวจพื้นที่ของทรงสี่หน้าทางคณิตศาสตร์ในมาตรวัดที่ใหญ่เป็นการอภิปราย การออกแบบพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดพื้นฐานของเราคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักเรียน โครงงานนี้ต้องการให้นักเรียนมีส่วนร่วม 1 ใน 5 ชั่วโมง โดยให้พวกเขาสำรวจคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการสร้างทรงสี่หน้าและสร้างทรงสี่หน้าในมาตรวัดที่ใหญ่ขึ้น

ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ (2547: 50) กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปได้หลายลักษณะดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างสูตร การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใน 2 ประเด็นคือ รูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ความกว้างคูณความยาว ดังนั้น สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคือ $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้ามหรือลบลัสมพันธ์กับเศษส่วน การวัดสัมพันธ์กับเรขาคณิต

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลาย ๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดเดียวกัน เช่น การให้นักเรียนสร้างหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเองก็จะได้หน่วยที่ไม่เป็นมาตรฐานหลาย ๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยนำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัดเด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่าง ๆ จะมาบวกกลับกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกันดังนั้น ถ้าหากจำนวนเหล่านี้มีหน่วยต่างกันจึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดเป็นหน่วยการเรียนรู้เป็นวิถีทางหนึ่งที่สนับสนุนส่งเสริมการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็กได้ศึกษาสำรวจสืบค้น เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสรรค์สิ่งต่าง ๆ ใน

ขณะเดียวกัน ยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย หน่วยการเรียนรู้อาจเป็นหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมกับวิชาอื่น ๆ ก็ได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 104) กล่าวว่า ชีลด์และสวินสัน (Shield; & Swinson, 1996) ได้เสนอแนวคิดในการใช้เอกสารเชื่อมโยง (Link Sheet) เป็นเครื่องมือในการฝึกการสื่อสาร โดยให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่ตนเข้าใจออกมาในรูปของการเขียน เพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นรับทราบ เอกสารดังกล่าวนอกจากจะใช้ฝึกทักษะการสื่อสารแล้วยังอาจใช้เพื่อฝึกทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ด้วย เนื่องจากมีส่วนหนึ่งให้ผู้เรียนยกตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน

จากลักษณะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์นั้นสามารถเชื่อมโยงได้หลายรูปแบบแตกต่างกันขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ และสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง ที่สามารถแสดงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตจริง

3.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี และ ทิปส์ (สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545: 40-44 ; อ้างอิงจาก Kennedy; & Tipps. 1994: 194-200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์ และ ภาษา รูปแบบการแสดงความคิดรวบยอด และความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน ควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรม แล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ กราฟและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “คุกกี้” กับเศษส่วน นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันด้วยปัญหา “คุกกี้” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ กับชีวิตจริงเกิดได้อย่างมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็ก ๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และกับชีวิตจริง เกิดขึ้นมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรมเกี่ยวกับอาหารและกิจกรรมในวิชาต่างๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และสังคมนรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์ การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศาสตร์ เช่น นาฬิกา น้ำ และนาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ ศึกษาการออกแบบพรม ถ้วยชาม และตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐ การแยกประเภทของอาชีพต่าง ๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย ผู้ให้บริการคนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุด เช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลกกับจุดที่ต่ำที่สุดของก้นทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดกระดาษเพื่อตัดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟการหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคอเลสเตอรอล

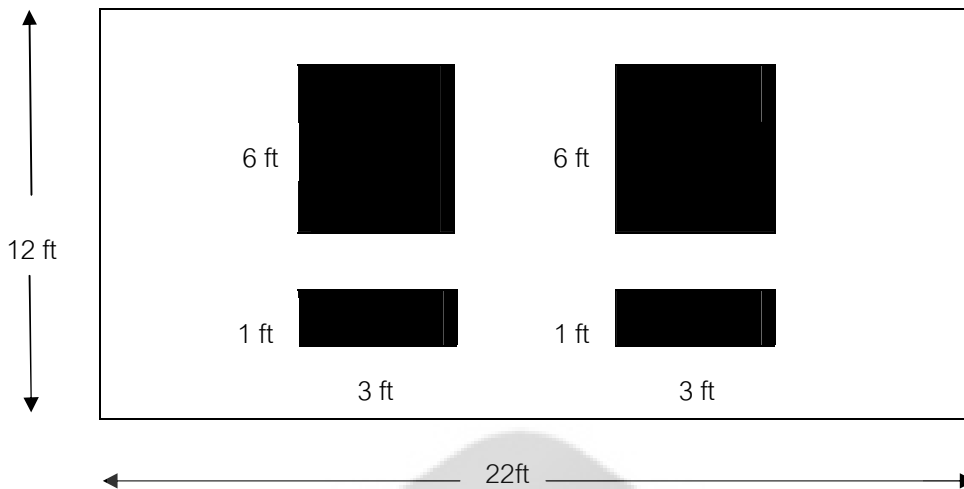
5. คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำการวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)

6. คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่การเล่น การจับเวลาการแข่งขันคณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสารไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบินล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์ เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงานได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการ

ดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวันดังนี้นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนคติของเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิตนักเรียนต้องรู้จักการสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey; et al. 2002: 81-83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง ความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้ เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหาในมโนคติ หรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมอง คณิตศาสตร์แบบบูรณาการ การแยกคณิตศาสตร์ออกเป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรียน พีชคณิตเบื้องต้น แล้ว มาเรียนวิชาพีชคณิต และเรขาคณิตตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ว่าไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าบทเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกัน ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการ เชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหา เข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงเป็นสิ่งสำคัญในการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้ สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรงแฉที่แสดง ดังภาพประกอบ 5 (Dossey; et al. 2002: 82) ซึ่งสมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบ และแทนค่าในประโยค พีชคณิตเท่านั้น แต่ยังนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



$$\text{Area} = (22)(12) - 2[(6)(3) + (3)(1)]$$

ภาพประกอบ 5 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่เรขาคณิต

ที่มา: Dossey, John A., et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12.* : p.82.

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและกันสามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสอง เพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียนโดยการทำงานที่ครูออกแบบขึ้น งานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนคติของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนาคี (Fibonacci Sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไปนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนของสี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ โลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

จากคณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยงที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ที่ส่วนหนึ่งเคยเรียนรู้อีกแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น ดังนั้นครูจึงควรจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติต่างๆทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

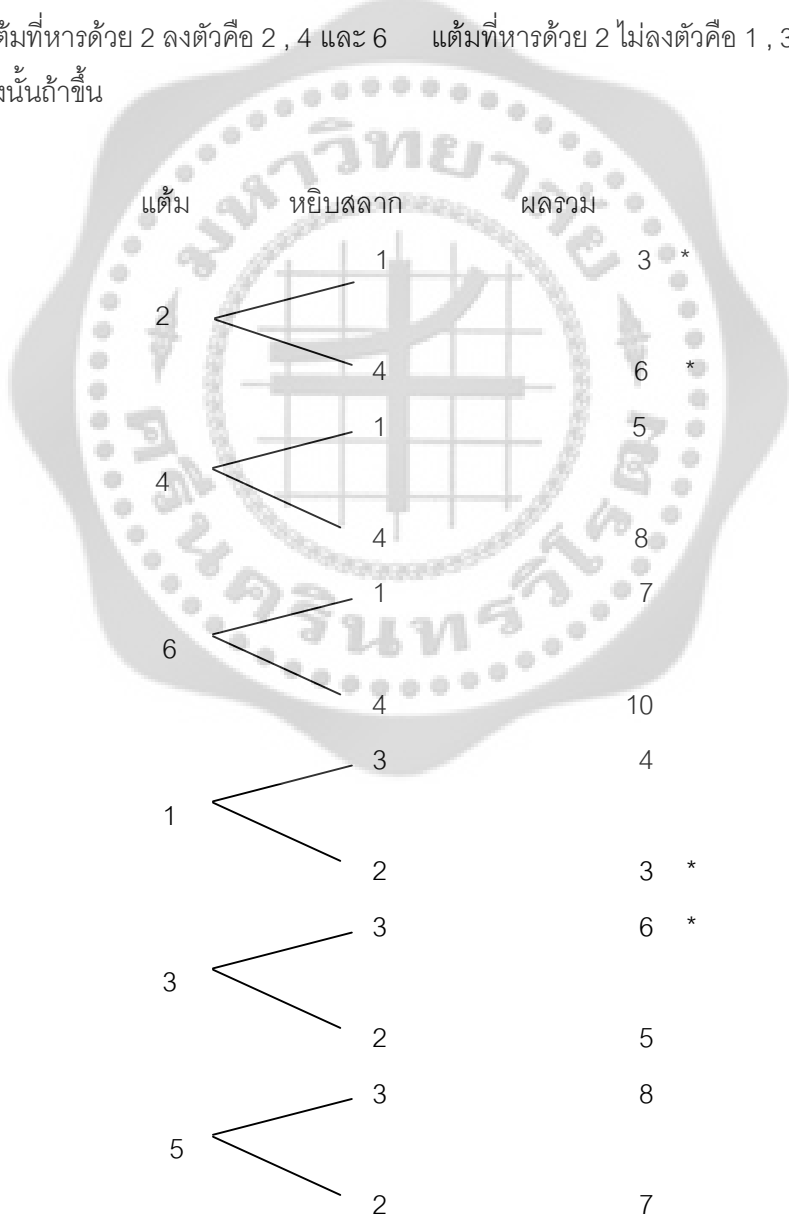
3.5 ตัวอย่างของการเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 การเชื่อมโยงเรื่องความน่าจะเป็นกับการหารลงตัว (สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. 2543: 4)

สมชายทอดลูกเต๋าลูกหนึ่ง ถ้าแต้มที่ขึ้นหารด้วย 2 ลงตัวจะหยิบฉลากหนึ่งใบจากกล่องซึ่งมีฉลาก 2 ใบมีตัวเลข 1 และ 4 กำกับอยู่ แต่ถ้าแต้มที่ขึ้นหารด้วย 2 ไม่ลงตัวจะหยิบฉลากหนึ่งใบจากกล่องอีกใบหนึ่งซึ่งมีฉลาก 2 ใบเช่นกันแต่มีตัวเลข 3 และ 2 กำกับอยู่ ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มที่ขึ้นกับตัวเลขในฉลากจะหารด้วย 3 ลงตัว มีค่าเท่าใด

แต้มที่หารด้วย 2 ลงตัวคือ 2, 4 และ 6 แต้มที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัวคือ 1, 3 และ 5
 ดังนั้นถ้าขึ้น



* คือจำนวนที่ 3 หารลงตัว

จำนวนวิธีทั้งหมด = 12

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มที่ขึ้นกับตัวเลขในฉลากจะหารด้วย 3 ลงตัว $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

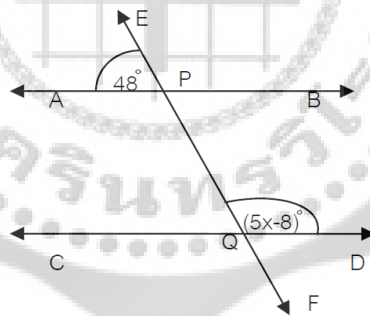
ตัวอย่างที่ 2 การเชื่อมโยงเรื่องความน่าจะเป็นกับรูปสามเหลี่ยม (สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. 2545: 2)

มีไม้ยาว 1, 2, 3, 4, 5, 6 เซนติเมตรอย่างละท่อนอยู่ในถุง สุ่มหยิบขึ้นมาสามท่อน ความน่าจะเป็นที่จะนำไม้สามท่อนนั้นมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมไม่ได้เป็นเท่าใด

จำนวนวิธีที่จะสุ่มหยิบไม้ 3 ท่อน จากไม้ 6 ท่อน ซึ่งยาว 1, 2, 3, ..., 6 ซม. มี 20 วิธี คือ (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 2, 6), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 3, 6), (1, 4, 5), (1, 4, 6), (1, 5, 6), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6) จะนำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ต่อเมื่อความยาวของไม้ 2 ท่อน รวมกันต้องยาวกว่าท่อนที่ 3 (คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยม) ซึ่งได้แก่ (2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)

ความน่าจะเป็นที่ต้องการ $= \frac{13}{20}$

ตัวอย่างที่ 3 การเชื่อมโยงเรื่องเส้นขนานกับสมการ (สสวท. 2550: 84-85)



จากรูป กำหนดให้ $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ และ \vec{EF} ตัด \vec{AB} และ \vec{CD} ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ $\hat{A}PE = 48^\circ$ และ $\hat{D}QP = (5x - 8)^\circ$ จงหาค่า x

ปัญหานี้ต้องใช้ความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและความสัมพันธ์ของขนาดมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกันประกอบความรู้ทางพีชคณิตเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาหาคำตอบซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

เนื่องจาก $\hat{A}PE = \hat{B}PQ = 48^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

และ $\hat{D}QP + \hat{B}PQ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°) จะได้ $48 + (5x - 8) = 180$

$$5x + 40 = 180$$

$$5x = 140$$

$$x = 28$$

เมื่อนำค่า x ที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขที่ให้มา ก็จะได้ว่า x เท่ากับ 28 องศา

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ตัวอย่างที่ 1 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับภาษาไทย (ทรงชัย อักษรคิด. 2547: 39-40)

บัวดอกหนึ่งใฝ่ล่พัน	ชลธาร
สูงลิบนิ้วเต่งบาน	คูกทพัน
หากจักกะประมาณ	ต้นลึก สระฤา
ใช้คณิตศาสตร์ตอนต้น	ตอบได้ไม่นาน
โน้มมาลย์จนมิหน้า	พอดี
หมายจุดคู่พันที่	เที่ยงไว้
ยี่สิบเอ็ดนิ้วมี	ระยะเปียง เบนนา
ยอมบอกต้นลึกได้	ดั่งนี้แหละสหาย
(ศาสตราจารย์ นาวาเอก สะอาด สุนทรโรวาท)	
จากบทร้อยกรองข้างต้น จงหาว่าสระน้ำมีความลึกเท่าใด	

ปัญหานี้เป็นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางภาษาไทยเข้าด้วยกัน ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาข้อนี้ได้ต้องใช้ทักษะทางภาษาในการแปลความหมายของบทร้อยกรองให้เข้าใจ ต้องรู้ความหมายของศัพท์ต่าง ๆ ในบทร้อยกรองซึ่งครูผู้สอนสามารถสอดแทรกความรู้เหล่านี้ได้ในการเรียนการสอน เมื่อผู้เรียนรู้ความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และแปลความจนเข้าใจใจพจน์เป็นอย่างดีแล้ว จากนั้นผู้เรียนจะต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องพยายามเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และคิดว่าจะต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้

จากบทร้อยกรองในใจพจน์ข้างต้นมีการประพันธ์ในลักษณะเป็นโคลงสี่สุภาพ ครูผู้สอนอาจเพิ่มเติมความรู้เกี่ยวกับฉันทลักษณ์ของโคลงสี่สุภาพ แผนผัง หรือข้อบังคับต่าง ๆ ของการแต่งโคลงสี่สุภาพ สอดแทรกคำศัพท์ที่ไม่คุ้นเคยเพื่อประโยชน์ในการแปลความหมาย เช่น

ชลธาร (น.) แปลว่า ลำน้ำ ลำคลอง ร่องน้ำ ห้วย ทะเลสาบ

เต่ง (ว.) แปลว่า มีเนื้อนุ่มแน่นตึง ไม่เหี่ยวหรือย่นยาน

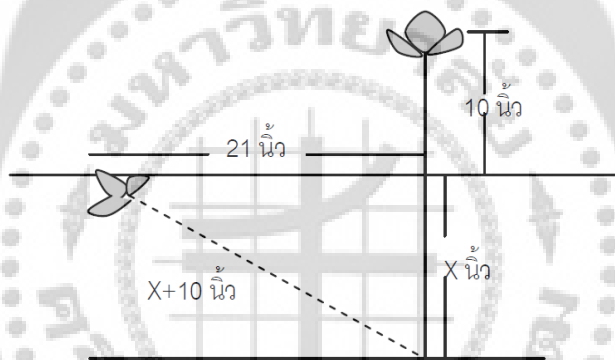
อุทก(น.) แปลว่า น้ำ

มาลย์(น.) แปลว่า ดอกไม้ ดอกไม้ที่ร้อยเป็นพวง

คู้(ก.) แปลว่า ตรงกันข้ามกับเหยียด งอเข่า

นที (น.) แปลว่า แม่น้ำ (คำแปลจากพจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ.2542)

จากโคลงสี่สุภาพในโจทย์สามารถแปลความหมายโดยย่อได้ว่า “ดอกบัวดอกหนึ่งในสระน้ำ เมื่อวัดความสูงจากผิวน้ำจนถึงปลายดอกบัวจะสูง 10 นิ้ว แต่เมื่อเอียงดอกบัวจนปลายดอกจมผิวน้ำพอดีกับผิวน้ำแล้ววัดระยะห่างที่เป็ยงออกไปบนผิวน้ำได้ระยะทาง 21 นิ้ว สระน้ำมีความลึกเท่าไร”และสามารถเขียนตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ได้ดังรูป



เมื่อผู้เรียนเขียนตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ผู้เรียนจะสามารถค้นพบได้ว่าปัญหานี้เกี่ยวข้องกับความรู้เรื่องความยาวบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งสามารถใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหานี้ได้ โดยให้สระน้ำมีความลึก x นิ้ว ดังนั้นบัวดอกนี้จึงมีความสูงตั้งแต่โคนต้นจนถึงปลายดอกเป็น $x + 10$ นิ้ว โดยใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ความสัมพันธ์เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$(x + 10)^2 = x^2 + 21^2$$

$$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 441$$

$$20x = 341$$

$$x = \frac{341}{20} = 17.05$$

นั่นคือ สระน้ำมีความลึกเท่ากับ 17.05 นิ้ว

ตัวอย่างที่ 2 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับเศรษฐศาสตร์ เช่น การวิเคราะห์การลงทุน

(สสวท. 2550: 105-107)

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตาราง อสมการและกราฟช่วยในการวิเคราะห์การลงทุน เพื่อวิเคราะห์การลงทุน เพื่อวิเคราะห์จำนวนผลิตสินค้าที่ทำให้มีผลกำไรมากที่สุด ดังตัวอย่าง

บริษัทแห่งหนึ่งผลิตน้ำอัดลมชนิด M และชนิด N โดยที่ชนิด M แต่ละขวดใช้หัวเขื่อน้ำตาล 4 กรัมกับหัวเขื่อน้ำส้ม 1 กรัม ส่วนชนิด N แต่ละขวดใช้หัวเขื่อน้ำตาล 2 กรัม กับหัวเขื่อน้ำส้ม 3 กรัม ถ้าในแต่ละวันบริษัทมีหัวเขื่อน้ำตาลเพียง 20,000 กรัม และหัวเขื่อน้ำส้มเพียง 9,000 กรัม เท่านั้น ในการจำหน่ายน้ำอัดลม บริษัทจะได้กำไรจากน้ำอัดลมชนิด M ขวดละ 0.50 บาท และชนิด N ขวดละ 0.75 บาท อยากทราบว่าทางบริษัทควรผลิตน้ำอัดลมชนิด M และชนิด N วันละกี่ขวด จึงจะได้กำไรมากที่สุด และเป็นเงินเท่าไร

สมมติให้ P แทน กำไรเป็นบาท

x แทน จำนวนขวดของน้ำอัดลมชนิด M

y แทน จำนวนขวดของน้ำอัดลมชนิด N

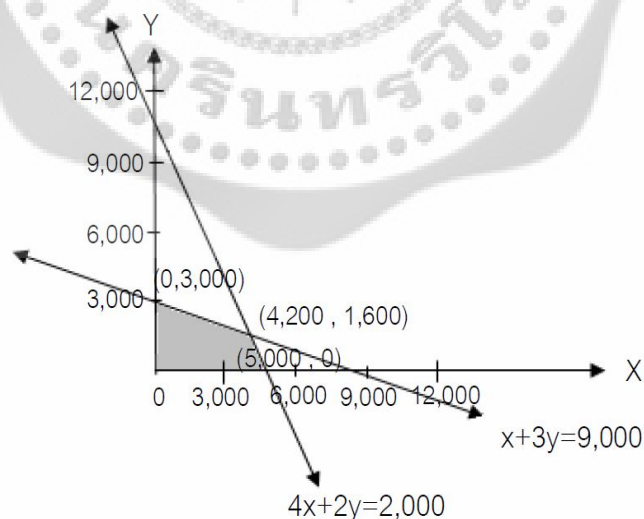
เขียนสมการแสดงกำไรจากการขายน้ำอัดลมได้เป็น

$$P = 0.50x + 0.75y$$

เขียนอสมการแสดงความสัมพันธ์และกราฟได้ดังนี้

อสมการแสดงการใช้หัวเขื่อน้ำตาล คือ $4x + 2y \leq 20,000$

อสมการแสดงการใช้หัวเขื่อน้ำส้ม คือ $x + 3y \leq 9,000$



ตรวจสอบค่า P โดยแทนค่า x และค่า y จากทุกจุดยอดมุมของรูปแรเงา ใน

$$P = 0.50x + 0.75y$$

(x,y)	$P = 0.50x + 0.75y$
(0, 0)	0
(5,000, 0)	2,500
(4,200, 1,600)	3,300
(0, 3,000)	2,250

จากกราฟและตารางสรุปได้ว่า ถ้าจะขายน้ำอัดลมให้ได้กำไรมากที่สุด ควรผลิตน้ำอัดลมชนิด M 4,200 ขวด ชนิด N 1,600 ขวด ซึ่งจะได้กำไรมากที่สุดเป็น 3,300 บาท

ตัวอย่างที่ 3 การเชื่อมโยงความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ (ธีระพร วีระถาวร. 2535: 406)

ร้านขายของหนึ่งได้เก็บข้อมูลเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการผลิตและราคาขายดังนี้ เนื่องจากผลไม่ชนิดนี้เน่าเสียได้ง่ายถ้าขายไม่ได้ในวันที่มีของอยู่ ค่าใช้จ่ายของของเท่ากับ 40 บาทต่อกล่องและราคาขายเท่ากับ 70 บาทต่อกล่อง นอกจากค่าใช้จ่ายปกติแล้วเขาได้คำนวณค่าใช้จ่ายในการที่ไม่มีของเพียงพอกับความต้องการของลูกค้าเท่ากับ 30 บาทต่อกล่อง (ค่าสูญเสียความเชื่อถือ) เจ้าของร้านแห่งนี้ไม่สามารถระบุจำนวนกล่องที่ลูกค้าต้องการในวันหนึ่ง ๆ ได้ แต่จากข้อมูลของการขายใน 100 วันที่ผ่านมาเป็นดังนี้

จำนวนกล่องที่ขายได้ / วัน	จำนวนวันที่ขายได้
10	15
11	20
12	40
13	25

ท่านคิดว่าเจ้าของร้านควรจะสต็อกของเป็นจำนวนกี่กล่องต่อวันจึงจะเป็นผลดีกับกิจการของเขา

จากตัวอย่างการเชื่อมโยงต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น แสดงให้เห็นว่าในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อนั้นจะต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายเรื่องประกอบเข้าด้วยกัน อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาในวิชาอื่น ๆ อีกด้วย นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้ จะทำให้เข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ มากยิ่งขึ้น ดังนั้นครูจึงควรจัดการเรียนการสอนเพื่อทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

3.6 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000b: 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9 - 12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการโยงความคิดไปยังแง่มุมต่าง ๆ ทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การหยั่งรู้ที่สามารถบอกได้ว่าปัญหาใดต้องพิสูจน์ ปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเนไม่ต้องพิสูจน์ การโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ทำให้เกิดความเข้าใจปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

กรมวิชาการ (2544: 200-202) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ทรงชัย อักษรคิด (2547-2548: 33-40) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือ เห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ นั้น มีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
4. มีทักษะในการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

จากแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยงนั้น ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยให้ผู้เรียนนำความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาแก้ไขปัญหา ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำมาประยุกต์ในชีวิตประจำวันได้

3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

อีริค (Eric. 2000: 500-508) ได้ศึกษาการสร้างการเชื่อมโยงระบบพีคัดฉากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา นั้นมีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้ตัวแทนทางพีชคณิต และตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

ลอร์สัน และ ชินนาพพาน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำการแก้ปัญหาและคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้อย่างมีแบบแผน มีระบบ มากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า

ไคล์ และคณะ (Kyle; et al. 2001: 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของ

นักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น นอกจากนั้นแล้ว ไคล์ และคณะ ยังเชื่อว่าการให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสูงสุดความสามารถถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา ความรู้และทักษะที่ครอบครัวยุคใหม่

พูกาลี (Pugalee. 2001: 236-243) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงโครงร่างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่ได้ลงทะเบียนในหลักสูตรพีชคณิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่พวกเขาทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นทักษะที่จำเป็นที่แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงร่างของการรู้คิดที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมความรู้คิดที่หลากหลาย ทำให้มีการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างมีคุณภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียนและทางด้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับขีดความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-221) ได้สร้างการเชื่อมโยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นแบบกรณีสองข้อและให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาทั้ง 4 คน ยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบท เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

นิโคล และ เครสโป (Nicol; & Crespo. 2005: 240-251) ได้ศึกษาการค้นหาคณิตศาสตร์จากสถานที่ทางจินตนาการ โดยการทบทวนหาแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การศึกษาดังกล่าวมีความมุ่งหมายที่จะแลกเปลี่ยนความคิด เพื่อที่จะหาหนทางในการทำให้คณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนไม่เพียงแต่เข้าใจในเรื่องทักษะวิธีการ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น ยังเป็นการทำให้นักเรียนมีความเฉลียวฉลาดในการคิดมากยิ่งขึ้น มีการใช้คณิตศาสตร์มาประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และมีความเห็นเรื่องการเรียนรู้คณิตศาสตร์ภายในโรงเรียนที่ต้องเชื่อมโยงกับงานต่างๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันตามความหลากหลายของอาชีพ เช่น ช่างไม้ ช่างประมง ค้าขาย ซึ่งแต่ละอาชีพสามารถนำความรู้มาใช้ในการคำนวณและแก้ไขปัญหาในชีวิต งานชิ้นนี้ได้ชี้ถึงสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับ

ประสบการณ์ในชีวิตจริง ผลการศึกษาเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าแบบทดสอบทางจินตนาการเป็นตัวเสนอถึงโอกาสในการใช้สติปัญญาและอารมณ์ ความรู้สึกที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งจากการเรียนคณิตศาสตร์ นี่คือรูปแบบของการรวมกลุ่มกันที่จะให้คุณค่ากับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ การทำให้คณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจต่อนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อนักเรียน การศึกษาทำให้มีการสำรวจคำถามว่าอะไรที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อนักเรียน และหาแนวทางที่ทำให้มีการพัฒนาต่อไปและทำให้อยู่ในรูปแบบที่สละสลวยที่จะช่วยให้การสอนเข้าถึงความท้าทายและคุณภาพของการทำงานร่วมกันของนักเรียนด้วยความแตกต่างของชนิดของบทเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เห็นถึงความตั้งใจของรูปแบบของการรวมตัวในการศึกษาทางสติปัญญาและอารมณ์

งานวิจัยในประเทศ

รัชดา ยาทรา (2549: 66) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร ที่สนใจสมัครเข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ทั้งหมด จำนวน 15 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิลลา ดลภาค (2549: 62-63) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แก้วตา เลาบุตร (2551: 50) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน

จำนวน 46 คน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 76-77) ได้ศึกษา ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 28 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณศิริ หลงรัก (2553: 119) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนป้อมนาคราชสวทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยการสุ่มแบบกลุ่ม(Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วาสนา กิมเท็ง (2553: 115-116) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ของโรงเรียนป้อมนาคราชสวทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 36 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เจริญขวัญ น้าพา (2554: 178) ได้ศึกษาผลการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตปัญญาศึกษา แบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสุขในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนหนองหานวิทยา อำเภอหนองหาน จังหวัดอุดรธานี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม(Cluster Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตปัญญาศึกษา แบบร่วมมือสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนมีหน้าที่ส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน แนะนำให้ผู้เรียนเห็น ความสำคัญของการเชื่อมโยง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนรู้จักสร้าง ความสัมพันธ์ เชื่อมโยงความรู้กับเหตุการณ์ เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างเข้าใจ และเกิดการเรียนรู้ด้วยความหมาย และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันหรือประยุกต์ใช้จริงได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากร และการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม จำนวนทั้งสิ้น 8 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 320 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เมทริกซ์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.4 –ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งประกอบด้วย

- | | | |
|---------------------------------------|----|-----|
| 1. เมทริกซ์ | 4 | คาบ |
| 2. ตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ | 4 | คาบ |
| 3. การหาตัวผกผันการคูณของ เมทริกซ์ | 4 | คาบ |
| 4. การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น | 4 | คาบ |
| รวม จำนวน | 16 | คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาทดลอง 20 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	2	คาบ
2. ดำเนินการสอน	16	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน	2	คาบ
รวม	20	คาบ

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือในการวิจัยดังนี้

- 1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
- 2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์
- 3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมทริกซ์ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6)
3. ศึกษาคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
4. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
5. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
6. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ เพื่อกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้
7. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องเมทริกซ์ ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้ที่กำหนดโดยมีแผนจัดการเรียนรู้ 4 แผน จำนวน 16 คาบ คือ

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องเมทริกซ์	4	คาบ
แผนจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	4	คาบ
แผนจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องการตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์	4	คาบ
แผนจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น	4	คาบ

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1. สารระ
2. มาตรฐานการเรียนรู้/ผลการเรียนรู้
3. สารระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
4. จุดประสงค์การเรียนรู้
 - 4.1 ด้านความรู้
 - 4.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ
 - 4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
5. สารระการเรียนรู้
6. กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้
 - 1.1 ขั้นกำหนดปัญหา ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนพิจารณาอย่างรอบคอบ และระบุปัญหาหรือพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้ได้
 - 1.2 ขั้นสมมติฐาน สาเหตุของปัญหานั้น ตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียน พิจารณาสาเหตุและคิดวิเคราะห์ด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมานั้น มีอะไรบ้าง
 - 1.3 ขั้นนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหา โดย ทดลอง หรือเก็บรวบรวมข้อมูล ครูให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหาตามสาเหตุที่ได้ค้นพบ
 - 1.4 ขั้นพิสูจน์คำตอบ ขั้นวิเคราะห์และสรุปผล ครูให้นักเรียนสรุปผลและ วิเคราะห์และเปรียบเทียบข้อมูลจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติว่าได้ค้นพบคำตอบของปัญหา หรือกฎเกณฑ์ อะไรบ้าง
7. ชิ้นงานภาระงาน
8. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้
9. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ประกอบด้วย
 - 9.1 พฤติกรรม
 - 9.2 วิธีการ
 - 9.3 เครื่องมือ
 - 9.4 เกณฑ์การประเมิน

10 บันทึกผลหลังการสอน

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดผลประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยแล้วนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎี และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์จากแนวความคิดของบลูม (Bloom: 1976: 6-9, 201-207) นิยาม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์
2. กำหนดจุดมุ่งหมายในการทดสอบ จุดประสงค์ของการเรียนรู้ สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหา และกำหนดพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ต้องการวัด
3. สร้างแบบทดสอบตามตารางวิเคราะห์รายละเอียดของเนื้อหา ให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย จุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ประกอบด้วยการวิเคราะห์เนื้อหา วิเคราะห์ความสัมพันธ์ และวิเคราะห์หลักการอย่างละ 10 ข้อ นำเสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปรับปรุง
4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน พิจารณาตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content validity) และลงความเห็น ว่า ข้อทดสอบแต่ละข้อตรงกับวัตถุประสงค์หรือไม่ ใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) แล้วนำคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ โดยใช้สูตรของโรบินเนลลี และแฮมเบิลตัน (ลิวัน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249; อ้างอิงจาก Rovinnelli; &

Hambleton. 1977) โดยพิจารณาคัดเลือกค่า IOC ที่มีค่า ≥ 0.50 และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) = 1.00 ทุกข้อ

5. แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ
6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการวิเคราะห์ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบอีกครั้งจากนั้นก็ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) ที่ผ่านการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ
7. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูกและ 0 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก
8. นำผลการตอบแบบทดสอบมาวิเคราะห์ความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยาก (p) ระหว่าง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) .20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทั้ง 3 ด้าน คัดเลือกตามเกณฑ์และตัดข้อที่คล้ายกันโดยยังครอบคลุมหลักสูตร จำนวน 15 ข้อ ซึ่งได้ค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.37 – 0.59 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.27 – 0.76
9. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน ที่เคยเรียนเรื่อง เมทริกซ์ มาแล้ว นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR – 20 (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2540: 183 – 184) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป เพื่อหาความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72
10. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง
11. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

ตัวอย่าง : แบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

(วิเคราะห์เนื้อหา)

0) พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ผลคูณของ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ ได้เมทริกซ์ขนาด 1×1

(2) ผลคูณของ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 6 \end{bmatrix}$ ได้เมทริกซ์ขนาด 1×1

ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูกเพียงข้อเดียว

ข. ข้อ (2) ถูกเพียงข้อเดียว

ค. ข้อ (1) และ (2) ถูก

ง. ทั้งข้อ (1) และข้อ (2) ผิด

เฉลย ข้อ ก

วิเคราะห์ความสัมพันธ์

00) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} x & y & 3 \\ -1 & 1 & x \\ x^2 & 3 & y \end{bmatrix}$ และ $A + A^t = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ แล้ว $x + y$ เท่ากับข้อใด

ก. -2

ข. 0

ค. 2

ง. 4

เฉลย ข้อ ข

วิเคราะห์หลักการ

000) ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ และ $C = 2AB^{-1} + B^{-1}$ จงหาค่าของ a ที่ทำให้

$\det(C) = 1$

ก. 3

ข. $\frac{11}{4}$

ค. 2

ง. $\frac{8}{3}$

เฉลย ข้อ ก

3. แบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎี นิยาม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
2. กำหนดจุดมุ่งหมายในการทดสอบ จุดประสงค์ของการเรียนรู้ สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหา และกำหนดพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด
3. สร้างแบบทดสอบตามตารางวิเคราะห์รายละเอียดของเนื้อหา ให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย จุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อพิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปรับปรุง
4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน พิจารณาตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content validity) และลงความเห็นว่ามีข้อทดสอบแต่ละข้อตรงกับวัตถุประสงค์หรือไม่ ใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) แล้วนำคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์ โดยใช้สูตรของโรวินเนลลี และแฮมเบิลตัน (ลิวน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249; อ้างอิงจาก Rovinnelli; & Hambleton. 1977) โดยพิจารณาคัดเลือกค่า IOC ที่มีค่าตั้งแต่ และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ≥ 0.67
5. แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ
6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งจากนั้นทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) ที่ผ่านการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ
7. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปทดลองแล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาความง่าย (P_E) และหาค่าอำนาจจำแนก (D) หาค่าโดยใช้การ

วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีเย่และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

8. คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉพาะ ข้อสอบที่มีค่าความง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก(D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์และตัดข้อที่คล้ายกันโดยยังครอบคลุมหลักสูตร ซึ่งได้ค่าความง่าย (P_E) ระหว่าง 0.42 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.36

9. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน ที่เคยเรียนเรื่อง เมทริกซ์ มาแล้ว นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ และคำนวณค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

10. หาความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากัน คือ 0.98 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

11. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

12. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

ตัวอย่าง : แบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

0) กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $C = AB^{-1} + B'$ จงหาค่า k ที่ทำให้ $\det(C) = 10$

วิธีทำ

.....

แนวการตอบแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 B^{-1} &= \frac{1}{\det(B)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{(3)(5) - (2)(7)} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AB^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 5 - 2k & 3k - 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AB^{-1} + B' &= \begin{bmatrix} 5 - 2k & 3k - 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 8 - 2k & 3k - 5 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

โจทย์กำหนด $C = AB^{-1} + B'$ และ $\det(C) = 10$

$$\det(AB^{-1} + B') = 10$$

$$[(8 - 2k)(11)] - [(3)(3k - 5)] = 10$$

$$88 - 22k - 9k + 15 = 10$$

$$-31k = -93$$

$$k = 3$$

เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้ และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. หาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ B ได้
2. หาผลลัพธ์ของการคูณเมทริกซ์ A ด้วยตัวผกผันของเมทริกซ์ B ได้
3. หาผลบวกของ ผลลัพธ์ของการคูณเมทริกซ์ A ด้วยตัวผกผันของเมทริกซ์ B กับทรานสโพสของเมทริกซ์ B ได้
4. หาค่าของดีเทอร์มิแนนต์ ของ $AB^{-1} + B'$ ได้
5. หลักการในการแก้สมการเพื่อหาค่า k ได้

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ 5 ข้อ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์หรือเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น หรือเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ 4 ข้อ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์หรือเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น หรือเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ 3 ข้อ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ 1-2 ข้อ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 249)

ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง
T ₁	แทน	การสอบก่อนเรียน
X	แทน	วิธีสอนแบบอริยสัจ 4
T ₂	แทน	การสอบหลังเรียน

วิธีดำเนินการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง มีขั้นตอนดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่วันที่ 28 มกราคม 2556 – 25 กุมภาพันธ์ 2556
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 15 ข้อ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 50 นาที และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที
4. ดำเนินการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ โดยใช้เวลาการสอน 16 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ ครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 15 ข้อ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 5 ข้ออีกครั้งหนึ่ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 50 นาที และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที

6. ตรวจสอบให้คะแนน แบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยใช้วิธีทางสถิติต่อไป

4. การจัดการกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมตริกซ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Sample
2. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมตริกซ์ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t – test one sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมตริกซ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Sample
4. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมตริกซ์ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t – test one sample

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538: 73)

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	ΣX	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538: 79)

$$S = \sqrt{\frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	ΣX	แทน	ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด
	ΣX^2	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว
	$(\Sigma X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ตรวจคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.1 การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้อง
ของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539: 248-249)

$$IOC = \frac{\Sigma R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการ เรียนรู้ที่คาดหวัง
	ΣR	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952: 3-32)

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์โดย

คำนวณจากสูตร KR – 20 คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539: 168)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือจำนวนคนที่ทำ
	q	แทน	สัดส่วนผู้ที่ไม่ได้ในข้อหนึ่ง $1 - p$
	s_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

ถูกต้องทั้งหมด

2.4 หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบรายข้อ

แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้วิธีของวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539: 199-201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	อำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.5 การหาดัชนีความง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์โดยตัดกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 25% แล้วแทนค่าในสูตรวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539: 199-200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	อำนาจจำแนก
-------	-------	-----	------------

S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
N	แทน	จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.6 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัก (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 200)

เมื่อ

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right]$$

โดยที่

α	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
n	แทน	จำนวนข้อในแบบทดสอบ
s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ
$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$		
s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
$\sum X_i$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

และ

$$s^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

ฉบับ	เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
		$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้ง
		$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
		N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

2.7 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนน แบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 312)

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r_{xy}	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y
	N	แทน	จำนวนคนหรือสิ่งๆที่ศึกษา

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for Dependent Sample เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 248)

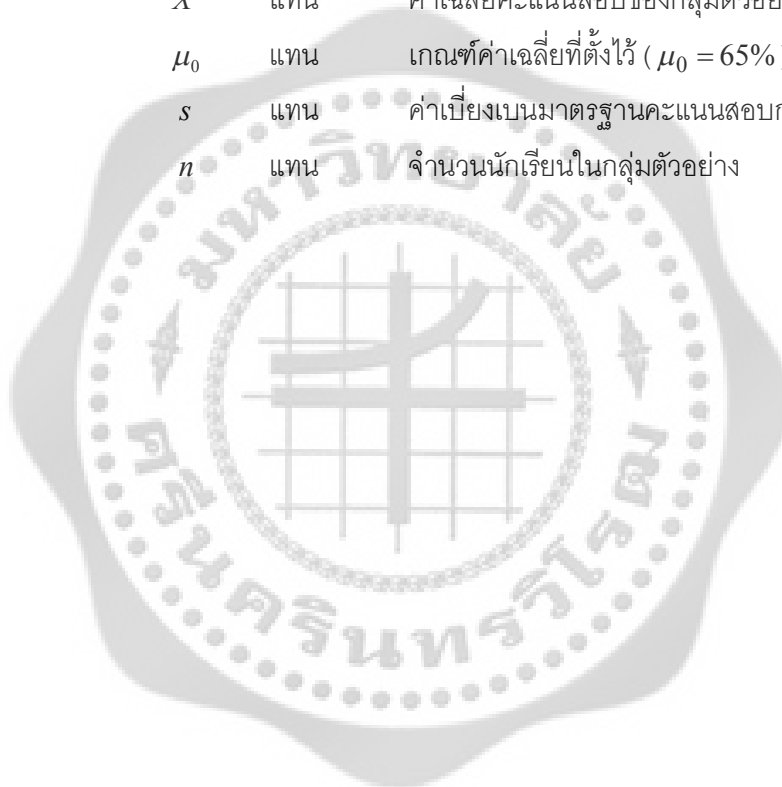
$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอริยสัจ 4
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอริยสัจ 4
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t - test for one sample เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 65 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ ($\mu_0 = 65\%$)
	s	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนสอบกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ
s	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t - test for Dependent Sample
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t - test for one Sample
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t - test for Dependent Sample
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t - test for one Sample

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Sample ผลปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์

การทดสอบ	<i>n</i>	<i>K</i>	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>
ก่อนการทดลอง	44	15	4.45	1.35	
หลังการทดลอง	44	15	11.17	1.56	21.81**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 44)} = 2.416$)

จากตาราง 4 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงวก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t – test for one Sample ผลปรากฏ ดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(65\%)$	t
หลังการทดลอง	44	15	11.17	1.56	9.75	6.04**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 44)} = 2.416$)

จากตาราง 5 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 11.17 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.47

3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Sample ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	44	20	3.82	2.20	
หลังการทดลอง	44	20	14.34	2.72	20.33**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 44)} = 2.416$)

จากตาราง 6 พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t – test for one Sample ผลปรากฏ ดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(65\%)$	t
หลังการทดลอง	44	20	14.34	2.72	13	3.27**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 44)} = 2.416$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 14.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.70

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65)
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้(ร้อยละ 65)

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้

ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง มีขั้นตอนดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่วันที่ 28 มกราคม 2556 – 25 กุมภาพันธ์ 2556
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 15 ข้อ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 50 นาที และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที
4. ดำเนินการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ โดยใช้เวลาการสอน 16 คาบ คาบละ 50 นาที
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมตริกซ์ ครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 15 ข้อ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 5 ข้ออีกครั้งหนึ่ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 50 นาที และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที

6. ตรวจให้คะแนน แบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีทางสถิติต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t -test for Dependent Sample
2. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t -test for one Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t -test for Dependent Sample
4. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t -test for one Sample

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 11.17 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.47
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 14.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.70

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 11.17 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.47 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นการสอนที่ประยุกต์มาจากวิถีคิดตามแนวพุทธศาสตร์ ซึ่งมุ่งเน้นให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น และให้ผู้เรียนได้คิดหาสาเหตุ กำหนดขอบเขตของปัญหา และนำความคิดต่าง ๆ มาวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์ ซึ่งในขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนนั้นครูผู้สอนจะคอยกระตุ้นความคิดของผู้เรียน เริ่มแรกผู้วิจัยให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ปัญหาของเรื่องที่จะทำการเรียนการสอน มีการอภิปรายร่วมกันหลังจากให้ปัญหาหรือคำถามขณะที่นักเรียนกำลังเรียนก็จะมีการวิเคราะห์ว่าจะวางแผนทำอย่างไรเพื่อทำให้ปัญหานั้นหมดไป หรือแม้หลังเลิกเรียนเนื้อหาไปแล้วนักเรียนวิเคราะห์วางแผนเกี่ยวกับการนำความรู้ไป ซึ่งสอดคล้องกับที่ พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 8- 10) กล่าวว่า การสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ประสบและทราบวิธีการแก้ปัญหา ช่วยให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาด้วยตนเองในปัจจุบันและอนาคต หากมีการใช้วิธีการสอนแบบอริยสัจ 4 บ่อยครั้ง จะทำให้ผู้เรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น เมื่อปัญหาอะไรเกิดขึ้นมาในชีวิตของตน จะไม่ตระหนกตกใจ สามารถแก้ปัญหาได้โดยทันที และการแก้ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องใช้หรืออาศัยการตัดสินใจที่มีเหตุผล ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการทดลอง และชาติ แจ่มนุช (2545: 54 -55) ซึ่งกล่าวว่า การสอนให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์นั้น มีขั้นตอนดังนี้ เสนอสถานการณ์ที่กระตุ้นให้คิด คิดอย่างเป็นระบบ ให้เหตุผล นำข้อมูลต่าง ๆ มาใช้กระบวนการคิดบนพื้นฐานของความจริง คิดและตัดสินใจ ลงมือปฏิบัติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บุญเชิด ชุมพล (2547: 48) ซึ่งได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนอานวยวิทย์ พบว่า การจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์

สามารถคิดหาเหตุผลด้วยตนเองและคิดเป็นกลุ่มได้นั้น เป็นการฝึกให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาที่อาจจะต้องเผชิญในอนาคตได้อย่างสมเหตุสมผล

1.2 การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ทำให้ผู้เรียนตั้งศักยภาพของตนเองออกมา ส่งผลให้ผู้เรียนกระตือรือร้นค้นหาคำตอบของปัญหาที่ผู้สอนได้ตั้งคำถามไว้ พบได้จากกรณีที่ให้ข้อมูลก่อนทำการสอนและทบทวนความรู้เดิมที่ตนเองได้ศึกษามาก่อนแล้ว ทำให้มีการคิดจำแนกแยกแยะข้อมูลเพื่อค้นหาความจริง จนได้ความคิดเพื่อนำไปสู่การสรุปการประยุกต์ใช้ รวมทั้งเกิดพฤติกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนจะนำข้อมูลที่ตนเองเข้าใจมาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ที่มีลักษณะแตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับ สุคนธ์ สินธพานนท์; วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์; และ พรรณี สินธพานนท์ (2550: 24-26) ซึ่งได้เสนอแนวทางการฝึกนักเรียนให้มีทักษะการคิด คือ การสร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียนพร้อมที่จะเรียนรู้และเอื้อต่อการคิด มีการจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อต่อการเรียนและฝึกการคิด มีการใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่โน้มน้าวจิตใจ ในการจัดการเรียนรู้ทุกกิจกรรม ครูควรมีบทบาทในการปลุกเร้าและเสริมแรงให้นักเรียนได้ค้นพบคำตอบและสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง รู้จักทำงานเป็นกลุ่ม ในการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ควรแทรกให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและช่วยเหลือกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บุญเชิด ชุมพล (2547: 48) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนอานวยวิทย์ พบว่า การจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ สามารถคิดหาเหตุผลด้วยตนเองและคิดเป็นกลุ่มได้นั้น เป็นการฝึกให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาที่อาจจะต้องเผชิญในอนาคตได้อย่างสมเหตุสมผล

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะมีผลทำให้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุกัญญา ศิริเลิศพรรณนา(2553: 47-48) ได้ศึกษา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิดประกอบเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองกับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคแผนที่ความคิด เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 14.34 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.70 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 ในการนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียนนั้นมีการเชื่อมโยงทั้งระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการในการคิด สนใจที่จะตอบคำถามและแก้ปัญหาตามที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545: 33; อ้างอิงจาก NCTM. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย 2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ กีฬาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

2.2 ในการนำเสนอปัญหานั้นจะต้องเป็นปัญหาที่สามารถพบได้จริง และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนอาจไม่เคยพบมาก่อน จึงทำให้ผู้เรียนมีความสนใจเรียน และมีความกระตือรือร้นที่จะคิดหาคำตอบของปัญหานั้น ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ (2544: 200-202) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะมีผลทำให้ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 76-77) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่

2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 28 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.3 การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ ผู้วิจัยมีการสอดแทรกสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาโดยการเชื่อมโยงความรู้กับวิชาคณิตศาสตร์ในสาระการเรียนรู้อื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น จำนวนจริงมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ทำให้ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันได้ สอดคล้องกับที่เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194-198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่เป็นรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟ แลสัญลักษณ์ ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นนี้น่าจะทำให้ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของลอว์สัน และ ชินนาพพาน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำการแก้ปัญหาและคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้อย่างมีแบบแผน มีระบบ มากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า และสอดคล้องกับงานวิจัยของ วรณศิริ หลงรัก (2553: 119) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะมีผลทำให้ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของแก้วตา เลหาบุตร (2551: 50) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในคาบแรกของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 นักเรียนยังปรับตัวไม่ได้ และไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตัวเอง ไม่กล้าซักถาม แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถาม และสร้างบรรยากาศในการเรียนให้เป็นที่น่าพอใจจึงทำให้การเรียนการสอนดำเนินต่อไปด้วยดี
2. ในการเรียนแต่ละคาบต้องใช้เวลาในการทบทวนบทเรียนและอธิบายเนื้อหาเยอะ ทำให้บางครั้งการสอนไม่ได้เป็นไปตามแผนที่ตั้งไว้
3. ในการนำเสนอปัญหานั้น เมื่อมีนักเรียนคนใดยกมือขึ้นตอบ ไม่ว่าจะคำตอบนั้นจะถูกหรือผิด ผู้วิจัยก็จะกล่าวชมเชย หรือให้กำลังใจ ซึ่งทำให้นักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่ค่อยตอบมีความตั้งใจและกระตือรือร้นที่จะคิดค้นหาคำตอบนั้นๆ
4. ครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำในการเรียน ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหาด้วยตนเองตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดการทำกิจกรรม ซึ่งจะทำให้นักเรียนตื่นตัวอยู่เสมอและเกิดการเรียนรู้กิจกรรมนั้นได้อย่างดี

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ควรจะมีการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ในระดับชั้นอื่นๆ ด้วย จำนวนเชิงซ้อน ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เพื่อเป็นการฝึกฝนให้นักเรียนมีระบบการคิดอย่างมีขั้นตอน เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ชีวิตประจำวันได้

2. เนื่องจากเนื้อหาเมทริกซ์ เป็นเรื่องที่ยาก ดั้งนั้นในการจัดการเรียนการสอนแบบ อริยสัจ 4 ครูผู้สอนควรจะยกสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถพบได้จริงในชีวิตประจำวันเพื่อให้นักเรียน เห็นภาพและเข้าใจในบทเรียนง่ายขึ้น

3. ครูผู้สอนควรนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน มาเชื่อมโยงและสอดแทรกในปัญหา คณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

4. การพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงวิชา คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นของนักเรียนนั้น จะต้องมีการพัฒนาความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนให้มาก ผู้สอนจะต้องช่วยนักเรียนให้เคยชินในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง เพื่อที่นักเรียนจะได้นำคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งในเนื้อหา คณิตศาสตร์เองและกับศาสตร์อื่นๆ ต่อไป

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. เนื่องด้วยในสาขาวิชาคณิตศาสตร์นั้นยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการ สอนแบบอริยสัจ 4 มากนัก ดั้งนั้นผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า

1.1 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 โดยเลือกเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่นๆ หรือระดับชั้นอื่นๆ

1.2 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 โดยศึกษาตัวแปร อื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ให้กับนักเรียนในแต่ละระดับชั้น และในเนื้อหาอื่นๆ

2. ควรได้มีการปรับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการเน้นความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์และการคิดวิเคราะห์กับศาสตร์อื่นให้มากขึ้น



บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กนิษฐา ผาโท. (2549). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กรมวิชาการ. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2549). แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์. กรุงเทพฯ: สำนักงาน คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงฯ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุม สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กฤษฎา แก้วสิงห์. (2551). การศึกษาความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ที่มีการวัดและประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมาเขต4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กาญจนา วัฒนอายุ. (2544). การวิจัยในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน. 20 มีนาคม 2544.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). การคิดเชิงวิเคราะห์. กรุงเทพฯ: ชัคเชส มีเดีย.
- แก้วตา เลหาบุตร. (2551). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเป็นที่เน้นการ เชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจริญขวัญ น้าพา. (2554). ผลการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตปัญญาศึกษาแบบร่วมมือที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสุขในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชาญชัย ยมดิษฐ์. (2548). เทคนิคและวิธีการสอนร่วมสมัย. กรุงเทพฯ: หลักพิมพ์.
- ชาติ แจ่มนุช. (2545). สอนอย่างไรให้คิดเป็น. กรุงเทพฯ: เลียงเชียง.

- ชำนาญ เยี่ยมสำอาง. (2539). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเชิงนิติศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี: นนทบุรีไทเนสมิต กิจอินเตอร์โปรเกรสซีฟ.
- โชคสุวิชัย สุภาพาส. (2554). *ผลการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่องเส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณตยา อุทัยรัตน์. (2549). *พัฒนาการความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านการเรียนต่างกัน ในโรงเรียนกลุ่มรัตนโกสินทร์ กรุงเทพมหานคร*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม; และคณะ. (2547). *ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ดาวณา ฤทธิ์แก้ว. (2548). *การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกันในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาจังหวัดมุกดาหาร*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2547, พฤศจิกายน-ธันวาคม-2548, มกราคม). การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*. 48(554-556): 39-40.
- ทิตนา เขมมณี; และคนอื่นๆ. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์. (2547). *กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ธีระพร วีระถาวร. (2535). *ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์*. กรุงเทพฯ: นำอักษรการพิมพ์.
- นิพล นาสมบุญ. (2536). *ผลของการสอนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตด้วยกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- นิพล อินนอก. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร สัมพันธภาพระหว่างบุคคล และการคิดวิเคราะห์ ระหว่างนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- นิตา วิริยาธิตาภรณ์. (2554). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมี และความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบดินเดชาทรเดช (สิงห์ สิงหเสนี) ที่ได้รับการสอนตามแนวทฤษฎีสรคณิคมกับการสอนแบบอริยสัจ 4*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). *ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- บุญเชิด ชุมพล. (2547). *การศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนอานวยวิทย์*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2551). *พัฒนาความคิด*. กรุงเทพฯ: 9119 เทคนิคพรินติ้ง.
- ปริญานัฐ สถาวรณิ. (2548). *การพัฒนากิจกรรมในหลักสูตรเสริมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดเชิงวิเคราะห์ของนักเรียน*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ด. (การบริหารการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, สิงหาคม – ตุลาคม). *ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM: Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000*. *วารสารคณิตศาสตร์*. 44 (503 – 505): 4 – 18.
- เผยแพร่ผลสัมฤทธิ์ “คณิต” น.ร.ไทยต่ำ. (2550, 30 ตุลาคม). *มติชน*. หน้า 27.

- พจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ พ.ศ.2530. (2531). กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- พนม พงษ์ไพบูลย์; และคณะ. (2528). *สารานุกรม บัณฑิตศึกษาศาสตร์ตามแนวพุทธศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- พระเทพวิสุทธิเมธี (ปัญญานันทภิกขุ). (ม.ป.ป.) *อริยสัจจ์ ความจริงอันประเสริฐ 4 ประการ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ธรรมสภา.
- พระธรรมโกศาจารย์. (2552). *พุทธศาสนาและวิทยาศาสตร์สร้างสรรค์วัฒนธรรมแห่งปัญญา*. กรุงเทพฯ: พัทธการพิมพ์.
- พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตฺโต). (2538). *พุทธธรรม (ฉบับปรับปรุงและขยายความ)*. กรุงเทพฯ: มหาจุฬาลงกรณราชวิทยาลัย.
- (2544). *พุทธวิธีการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: สหธรรมิก.
- พระพรหมคุณาภรณ์. (2548). *ภูมิธรรมชาวพุทธ*. กรุงเทพฯ: ธรรมสภาและสถาบันลือธรรม.
- พระมหาประเสริฐ พรหมลา. (2548). *การศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 กับการสอนตามคู่มือครู*. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พระราชวรณี. (2520). *พจนานุกรมพุทธศาสตร์ A Dictionary of Buddhism*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์กรมศาสนา.
- (2526). *พุทธธรรม กฎธรรมชาติและคุณค่าสำหรับชีวิต*. พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ: รุ่งวัฒนา.
- พิมพ์พร อสัมภีวงศ์. (2552). *คณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว*. ใน *สารานุกรมสำหรับครูคณิตศาสตร์* รวมบทความประสบการณ์สอน. หน้า 32. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย
- มาลินี ศิริจारी. (2545). *การเปรียบเทียบความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์และความสามารถทางเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยบทเรียนไฮเปอร์เท็กซ์และบทเรียนสื่อประสมในวิชาโครงงานวิทยาศาสตร์*. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2545). *การวัดผลและการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย.

- รัชดา ยাত্রา. (2549). ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา. (2550). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม *The Geometer's Sketchpad* เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- .(2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- .(2540). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- .(2543). สถิติวิทยาทางการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลักขณา ศรีวัฒน์. (2549). การคิด *Thinking*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ลิลลา ดลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณศิริ หลงรัก. (2553). ผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท (*Contextual Learning*) เรื่อง สถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วาสนา กิมเท็ง. (2553). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (*Problem – Based Learning*) ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิไลพร คำเพราะ. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ วิจัยในในกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิไลวรรณ ปิยะปกรณ์. (2535). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ทักษะกระบวนการ วิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการอย่างมีวิจารณญาณ. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์; และดารณี คำวัจน์. (2544). สอนเด็กให้คิดเป็น. กรุงเทพฯ: ก.พล.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

----- (2550). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

----- (2551). ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ส.เจริญ การพิมพ์.

สมใจ มีสมวิทย์. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทาง วิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมนึก กำลั้งเดช. (2553). การศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา สังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมนึก ปฏิพานนท์. (2542). การวัดผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กอพลินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2542). มุ่งสู่คุณภาพการศึกษา. กรุงเทพฯ: วัฒนพานิช.

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. (2543, กุมภาพันธ์-เมษายน). ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2542 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารคณิตศาสตร์. 43(497-499): 4.

----- (2545, กุมภาพันธ์-เมษายน). ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2544 ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารคณิตศาสตร์. 45(521-523): 2.

- สาโรช บัวศรี. (2526). *วิธีสอนตามขั้นทั้งสี่ของอริยสัจจใน"ศึกษาศาสตร์ตามแนวพุทธศาสตร์"*
 กรุงเทพฯ: สำนักคณะกรรมการวัฒนธรรมแห่งชาติ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). *แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษา
 ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- สุกัญญา ศิริเลิศพรรณนา. (2553). *ผลของการใช้เทคนิคแผนที่ความคิดในการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง
 โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้น
 มัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุคนธ์ สิ้นธพานนท์; วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์; และ พรรณี สิ้นธพานนท์. (2550). *พัฒนาทักษะการคิด
 พิชิตการสอน*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุชาดา บันโถม. (2551). *ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยที่ส่งผลต่อการคิดวิเคราะห์ในวิชา
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ในโรงเรียนเอกชนกลุ่ม 3 เขตพื้นที่การศึกษา
 กรุงเทพมหานคร เขต 1*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต
 วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมน อมรวิวัฒน์. (2542). *การพัฒนาการเรียนรู้ตามแนวพุทธศาสตร์: ทักษะกระบวนการเผชิญ
 สถานการณ์*. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547ก). *กลยุทธ์การสอนคิดวิเคราะห์*. กรุงเทพฯ: ดวงกลมสสมัย.
 ----- (2547ข). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
 ----- (2548). *กลยุทธ์การสอนคิดวิเคราะห์*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- เสฏฐวุฒิ มูลอามาตย์. (2549). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์
 ปัญหาพีสิกส์โดยใช้ชุดการเรียนตามแนวอริยสัจ 4*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
 กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อนุพร พวงมาลี. (2549). *การเปรียบเทียบความสามารถการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อกลุ่มสาระการ
 เรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้
 คำถามตามแนวคิดแบบหมวกหกใบของเ็ดเวิร์ด เดอ โบโน (Edward De Bono) กับการ
 จัดการเรียนรู้แบบปกติ*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). ลพบุรี: มหาวิทยาลัยราช
 ภัฏเทพสตรี. ถ่ายเอกสาร.

- อรพรรณ ลีบุญวัชรชัย. (2538). *การวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการเรียนของนิสิต นักศึกษากับแบบการสอนของอาจารย์ต่อการพัฒนาความคิดอย่างมีวิจารณญาณของในการคิด นักศึกษาพยาบาล. วิทยานิพนธ์ ค.ด. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.*
- อ้อมฤดี แซ่มอุปบล. (2553). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- อัมพร ม้าคอง. (2547). *การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประมวลบทความ หลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.*
- (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์และสังคมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- อุดม วิเศษวิสัย. (2553). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นพื้นฐานที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- อุษณีย์ เตรียมเจ็ดดวงศ์. (2549). *ผลการฝึกคิดเชิงวิเคราะห์ที่มีต่อความสามารถในการจำแนกประเภท ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกรุงเทพคริสเตียนวิทยาลัย เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- อุษณีย์ โพธิสุข. (2537). *สร้างลูกให้เป็นอัจฉริยะ. กรุงเทพฯ: ผู้จัดการ.*
- Bergner, Jennifer A.; & Groth, Randall E. (2004, December/ 2005, January). Making Mathematical Connections by Constructing Tetrahedra. *Mathematics Teacher.* 98(5) :298 – 305.
- Bloom , Benjamin S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives Book 1 : cognitive Domain.* London: Longman Group Limited.
- (1976). *Taxonomy of Education Objectives, Handbook I: Cognitive Domain.* New York: David McKay Company.

- Clark, Bryon.; et al. (2001). The Effect of an Interdisciplinary Algebra/Science Course on Student 's Problem Solving Skills, Critical Thinking Skills and Attitudes towards Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 6(32): 811.
- Dossey, John A. et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grade 7-12*. Pacific Grove: BROOKS/COLE. Drexel, Robert Earl. (1997, July).
- Dressel, P.L.; & Mayhew, L.B. (1957). *General Education : Explorations in Evaluation*. Washington, D.C. : American Council on Education.
- Ennis, Robert H. (1985). A Logical Basis for Measuring Critical Thinking Skill. *Educational Leadership*.
- Eric, Knuth. (2000, July). Student Understanding of the Cartesian Connection: An Exploratory Study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(4): 500-508.
- Fan, Chung – The. (1952). *Ltem Analysis Table*. New Jersey : Education Testing Service.
- Good, V.C. (1973). *Dictionary of Education*. New York: McGraw – Hill.
- .Hudgins, Bryce B. (1977). *Learning and Thinking : A Primer for Teachers*. Illinois: F.E.Peacock.
- Kastberg, Signe E. (2003, September). Using Bloom'S Taxonomy as a Framework for Classroom Assessment. *Matheamtics Teacher*. 6(96): 402-405.
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1994). *Guidling Children's Learning of Mathematics*. California: Wadsworth Publishing Company.
- Koirala, Hari P.; & Goodwin, Phillip M. (2002, October). Middle – Level Students Learn Mathematics Using the U.S. Map. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 8(2): 86 – 90.
- Kyle, D.W. McIntyre E.; & G.H. Moore. (2001 , October). Connecting Mathematics Instruction with the Families of Young Children. *Teaching Children Mathematics*. 8(2): 80-86.
- Lawson, Michael J.; & Mohan Chinnappan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1): 26 - 43.

- Levin, I; & Lieberman, E. (2010). *Developing Analytical and Synthetic Thinking in Technology Education*. Retrieved August 1 , 2010, from <http://muse.tau.ac.il/publications/75.pdf>
- Marzano, Robert J. (2001). *Designing A New Taxonomy of Educational Objectives*. California: Corwin Press, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- (2000a). *Principles and Standards for Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- (2000b). : "Connections Standard for Grades 6 – 8, " *Principles and Standards for School Mathematics*. (Online). Available : <http://standards.nctm.org/document/chapter6/com.html>. 274 , 277-278. Retrieved December, 22: 2002.
- Nicol, Cynthia; & Cespo, Sanda. (2005). Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics. *School Science and Mathematics*. 240–251.
- O'Connor, Sean. (2003, January). Connecting Algebra & Chemistry. *The Science Teacher*. 70(1): 38 – 40.
- Pandiscio, Eric A. (2002, October). Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representation and Technology on Students' Understanding of Calculus Concept. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 21(3): 1-26.
- Pugalee, David K. (2001, May). Writing, Mathematics, and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*. 101(5): 236-243.
- Sqroi, Richard J.; & Sqroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for Elementary School Teachers Problem Solving Investigation*. Boston: PWS.
- Vacher, H.L. & Mylroie, John E. (2001, November). *Connecting with Geology : Where's the End of Cave?*. *Mathematics Teacher*. 94(8): 640 - 641.
- Vacher, H.L.; & Mylroie, John E. (2001, November). Connecting with Geology: Where's the End of Cave?. *Mathematics Teacher*. 94(8): 640 - 641.
- Watson, G.; & Glaser, E.M. (1964). *Watson Glaser Critical Thinking Appraisal Manual*. New York: Harcourt, Brace and World.

White, Wes. (2001, February). Connecting Independence and the Chi – Square Statistic.

Mathematics Teacher. 94(2): 134 – 136.





ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่าความง่าย (P_e) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์
- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์

ตาราง 8 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ของแบบทดสอบ
ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่าIOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1.00
2	1	1	1	1.00
3	1	1	1	1.00
4	1	1	1	1.00
5	1	1	1	1.00
6	1	1	1	1.00
7	1	1	1	1.00
8	1	1	1	1.00
9	1	1	1	1.00
10	1	1	1	1.00
11	1	1	1	1.00
12	1	1	1	1.00
13	1	1	1	1.00
14	1	1	1	1.00
15	1	1	1	1.00
16	1	1	1	1.00
17	1	1	1	1.00
18	1	1	1	1.00
19	1	1	1	1.00
20	1	1	1	1.00
21	1	1	1	1.00
22	1	1	1	1.00
23	1	1	1	1.00
24	1	1	1	1.00

ตาราง 8 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่าIOC
	1	2	3	
25	1	1	1	1.00
26	1	1	1	1.00
27	1	1	1	1.00
28	1	1	1	1.00
29	1	1	1	1.00
30	1	1	1	1.00

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ ได้จำนวน 30 ข้อ จึงคัดเลือกทุกข้อ จำนวน 30 ข้อ

ตาราง 9 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่าIOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1.00
2	1	1	1	1.00
3	1	1	1	1.00
4	1	1	1	1.00
5	0	1	1	0.67
6	0	1	1	0.67
7	0	1	1	0.67
8	1	1	1	1.00
9	1	1	1	1.00
10	1	1	1	1.00

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความ
 เที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC ≥ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 –
 1.00 จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 10 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบความสามารถในการคิด
วิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.41	0.64	คัดเลือกไว้
2	0.56	0.30	คัดเลือกไว้
3	0.38	0.50	คัดเลือกไว้
4	0.80	0.28	ตัดทิ้ง
5	0.35	0.36	ตัดทิ้ง
6	0.31	0.29	ตัดทิ้ง
7	0.52	0.44	คัดเลือกไว้
8	0.29	0.26	ตัดทิ้ง
9	0.52	0.44	คัดเลือกไว้
10	0.35	0.36	ตัดทิ้ง
11	0.73	0.55	ตัดทิ้ง
12	0.50	0.48	คัดเลือกไว้
13	0.35	0.66	ตัดทิ้ง
14	0.40	0.46	คัดเลือกไว้
15	0.32	0.83	ตัดทิ้ง
16	0.22	0.09	ตัดทิ้ง
17	0.50	0.68	คัดเลือกไว้
18	0.46	0.55	คัดเลือกไว้
19	0.33	0.32	ตัดทิ้ง

ตาราง 10 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
20	0.56	0.76	คัดเลือกไว้
21	0.16	0.18	ตัดทิ้ง
22	0.35	0.20	ตัดทิ้ง
23	0.59	0.64	คัดเลือกไว้
24	0.50	0.48	คัดเลือกไว้
25	0.72	0.44	ตัดทิ้ง
26	0.15	0.14	ตัดทิ้ง
27	0.37	0.69	คัดเลือกไว้
28	0.32	0.51	ตัดทิ้ง
29	0.59	0.31	คัดเลือกไว้
30	0.54	0.27	คัดเลือกไว้

คัดเลือกแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.37 – 0.59 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือ ไม่ง่ายจนเกินไป คัดเลือกตามเกณฑ์และตัดข้อที่คล้ายกันโดยยังครอบคลุมหลักสูตร จำนวน 15 ข้อ ซึ่งคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.27 – 0.76 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ จะได้ ข้อ 1 , 2 , 3 , 7 , 9 , 12 , 14 , 17 , 18 , 20 , 23 , 24 , 27 , 29 , 30 ได้จำนวน 15 ข้อ

ตาราง 11 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่อง เมทริกซ์

คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$	คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$
1	14	196	26	11	121
2	13	169	27	13	169
3	11	121	28	9	81
4	6	36	29	10	100
5	12	144	30	8	64
6	10	100	31	6	36
7	4	16	32	8	64
8	10	100	33	8	64
9	13	169	34	7	49
10	6	36	35	11	121
11	10	100	36	9	81
12	13	169	37	13	169
13	10	100	38	7	49
14	14	196	39	9	81
15	10	100	40	14	196
16	5	25	41	5	25
17	13	169	42	13	169
18	6	36	43	7	49
19	11	121	44	5	25
20	11	121	45	9	81
21	7	49	46	6	36
22	6	36	47	8	64
23	14	196	48	12	144
24	11	121	49	8	64
25	10	100	50	10	100

ตาราง 11 (ต่อ)

คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$	คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$
51	8	64	76	9	81
52	14	196	77	14	196
53	11	121	78	14	196
54	4	16	79	11	121
55	13	169	80	13	169
56	5	25	81	6	36
57	13	169	82	10	100
58	11	121	83	13	169
59	12	144	84	5	25
60	5	25	85	11	121
61	9	81	86	11	121
62	14	196	87	9	81
63	14	196	88	8	64
64	11	121	89	9	81
65	13	169	90	14	196
66	8	64	91	5	25
67	14	196	92	12	144
68	11	121	93	14	196
69	4	16	94	5	25
70	13	169	95	5	25
71	5	25	96	11	121
72	13	169	97	11	121
73	11	121	98	13	169
74	12	144	99	9	81
75	5	25	100	13	169
				$\sum X = 984$	$\sum X^2 = 10,624$

ตาราง 12 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่อง เมทริกซ์

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.73	0.27	0.197	18	0.59	0.41	0.242
2	0.67	0.33	0.221	20	0.82	0.18	0.148
3	0.80	0.20	0.160	23	0.68	0.32	0.218
7	0.57	0.43	0.245	24	0.61	0.39	0.238
9	0.70	0.30	0.210	27	0.65	0.35	0.228
12	0.79	0.21	0.166	29	0.63	0.37	0.233
14	0.78	0.22	0.172	30	0.60	0.40	0.240
17	0.76	0.24	0.182	รวม			3.10

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยใช้สูตร KR – 20
(Kuder – Richardson)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 p แทน สัดส่วนของผู้ที่ได้ในข้อหนึ่งๆ หรือจำนวนคนที่ทำ

ถูกต้องทั้งหมด

q แทน สัดส่วนผู้ที่ไม่ได้ในข้อหนึ่ง $1 - p$
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

โดยที่
$$S_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 11 จะได้ $\sum X = 984$, $\sum X^2 = 10,624$, $N = 100$

$$S_r^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{100(10,624) - (984)^2}{100(100-1)}$$

$$= 9.51$$

จากตาราง 12 จะได้ $k = 15$, $\sum pq = 3.10$, $S_r^2 = 9.51$

ดังนั้น

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_r^2} \right]$$

$$= \frac{15}{15-1} \left[1 - \frac{3.10}{9.51} \right]$$

$$= \frac{15}{14} \left[\frac{9.51 - 3.10}{9.51} \right]$$

$$= 0.72$$

ตาราง 13 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 10 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.67	0.20	คัดเลือกไว้
2	0.18	0.08	ตัดทิ้ง
3	0.42	0.34	คัดเลือกไว้
4	0.48	0.34	คัดเลือกไว้
5	0.05	0.08	ตัดทิ้ง
6	0.53	0.23	คัดเลือกไว้
7	0.15	0.01	ตัดทิ้ง
8	0.71	0.36	คัดเลือกไว้
9	0.83	0.43	ตัดทิ้ง
10	0.04	0.00	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์และตัดข้อที่คล้ายกันโดยยังครอบคลุมหลักสูตร จำนวน 5 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.71 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.36 ได้แก่ ข้อ 1, 3, 4, 6 และ 8 ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 14 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ และค่า $\sum s_i^2$ เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถ
ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง เมทริกซ์

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
1	279	833	0.55
3	248	668	0.53
4	306	990	0.54
6	233	613	0.71
8	266	778	0.71
			$\sum s_i^2 = 3.05$

ตาราง 15 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	12	144	26	18	324
2	15	225	27	8	64
3	16	256	28	13	169
4	15	225	29	13	169
5	12	144	30	14	196
6	9	81	31	14	196
7	13	169	32	18	324
8	14	196	33	8	64
9	11	121	34	13	169
10	15	225	35	13	169
11	12	144	36	18	324
12	14	196	37	8	64
13	17	289	38	12	144
14	9	81	39	12	144
15	17	289	40	20	400
16	10	100	41	12	144
17	18	324	42	20	400
18	18	324	43	16	256
19	13	169	44	9	81
20	14	196	45	10	100
21	9	81	46	15	225
22	18	324	47	12	144
23	10	100	48	13	169
24	12	144	49	16	256
25	13	169	50	15	225

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
51	13	169	76	15	225
52	19	361	77	16	256
53	11	121	78	13	169
54	14	196	79	15	225
55	11	121	80	16	256
56	14	196	81	17	289
57	11	121	82	11	121
58	15	225	83	18	324
59	8	64	84	11	121
60	19	361	85	13	169
61	17	289	86	18	324
62	10	100	87	11	121
63	12	144	88	18	324
64	14	196	89	9	81
65	16	256	90	17	289
66	8	64	91	6	36
67	12	144	92	10	100
68	10	100	93	10	100
69	16	256	94	16	256
70	14	196	95	7	49
71	13	169	96	16	256
72	14	196	97	9	81
73	16	256	98	14	196
74	10	100	99	10	100
75	12	144	100	11	121
				$\Sigma X = 1,332$	$\Sigma X^2 = 18,770$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้
สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อในแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

และ $s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้ง

ฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

จากตาราง 15 จะได้ $\sum X = 1,332$ $\sum X^2 = 18,770$ $N = 100$

$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{(100 \times 18,770) - (1,332)^2}{100(100-1)}$$

$$= 10.38$$

จากตาราง 14 จะได้ $n = 5$, $\sum s_i^2 = 3.05$, $s_t^2 = 10.38$

ดังนั้น

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

$$= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{3.05}{10.38} \right]$$

$$= 0.88$$



ตาราง 16 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	12	10	144	100	120
2	15	13	225	169	195
3	16	15	256	225	240
4	15	15	225	225	225
5	12	11	144	121	132
6	9	8	81	64	72
7	13	11	169	121	143
8	14	12	196	144	168
9	11	9	121	81	99
10	15	14	225	196	210
11	12	11	144	121	132
12	14	13	196	169	182
13	17	16	289	256	272
14	9	8	81	64	72
15	17	16	289	256	272
16	10	9	100	81	90
17	18	16	324	256	288
18	18	17	324	289	306
19	13	11	169	121	143
20	14	12	196	144	168
21	9	9	81	81	81
22	18	18	324	324	324
23	10	10	100	100	100
24	12	12	144	144	144

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
25	13	13	169	169	169
26	18	18	324	324	324
27	8	8	64	64	64
28	13	13	169	169	169
29	13	13	169	169	169
30	14	14	196	196	196
31	14	14	196	196	196
32	18	18	324	324	324
33	8	8	64	64	64
34	13	13	169	169	169
35	13	13	169	169	169
36	18	18	324	324	324
37	8	8	64	64	64
38	12	12	144	144	144
39	12	12	144	144	144
40	20	20	400	400	400
41	12	12	144	144	144
42	20	20	400	400	400
43	16	16	256	256	256
44	9	9	81	81	81
45	10	10	100	100	100
46	15	15	225	225	225
47	12	12	144	144	144
48	13	13	169	169	169

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
49	16	16	256	256	256
50	15	15	225	225	225
51	13	13	169	169	169
52	19	19	361	361	361
53	11	11	121	121	121
54	14	14	196	196	196
55	11	11	121	121	121
56	14	14	196	196	196
57	11	11	121	121	121
58	15	15	225	225	225
59	8	8	64	64	64
60	19	19	361	361	361
61	17	17	289	289	289
62	10	10	100	100	100
63	12	12	144	144	144
64	14	14	196	196	196
65	16	16	256	256	256
66	8	8	64	64	64
67	12	12	144	144	144
68	10	10	100	100	100
69	16	16	256	256	256
70	14	14	196	196	196
71	13	13	169	169	169
72	14	13	196	169	182

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
73	16	15	256	225	240
74	10	9	100	81	90
75	12	11	144	121	132
76	15	14	225	196	210
77	16	15	256	225	240
78	13	12	169	144	156
79	15	13	225	169	195
80	16	15	256	225	240
81	17	17	289	289	289
82	11	11	121	121	121
83	18	18	324	324	324
84	11	10	121	100	110
85	13	13	169	169	169
86	18	17	324	289	306
87	11	11	121	121	121
88	18	18	324	324	324
89	9	9	81	81	81
90	17	15	289	225	255
91	6	6	36	36	36
92	10	10	100	100	100
93	10	10	100	100	100
94	16	15	256	225	240
95	7	7	49	49	49
96	16	16	256	256	256

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
97	9	9	81	81	81
98	14	13	196	169	182
99	10	10	100	100	100
100	11	11	121	121	121
รวม	1,332	1,289	18,770	17,625	18,166

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ

r_{xy}	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X
$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y
N	แทน	จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

จากตาราง 16 จะได้ $\sum X = 1,332$, $\sum Y = 1,289$, $\sum X^2 = 18,770$

$\sum Y^2 = 17,625$, $\sum XY = 18,166$, $N = 1000$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{(100 \times 18,166) - (1,332 \times 1,289)}{\sqrt{[(100 \times 18,770) - (1,332)^2] \times [(100 \times 17,625) - (1,289)^2]}}$$

$$= 0.98$$



ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเมทริกซ์
- คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบ อริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์

ตาราง 17 คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลัง
ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ (คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

คนที่	คะแนน ก่อน เรียน (X_1)	คะแนน หลังเรียน (X_2)	X^2	D	D^2
1	5	11	121	6	36
2	5	11	121	6	36
3	5	12	144	7	49
4	4	11	121	7	49
5	7	13	169	6	36
6	6	10	100	4	16
7	4	10	100	6	36
8	6	13	169	7	49
9	3	11	121	8	64
10	5	9	81	4	16
11	4	9	81	5	25
12	4	8	64	4	16
13	3	10	100	7	49
14	2	10	100	8	64
15	5	11	121	6	36
16	6	12	144	6	36
17	5	11	121	6	36
18	4	11	121	7	49
19	5	12	144	7	49
20	6	11	121	5	25
21	5	10	100	5	25
22	2	11	121	9	81
23	2	11	121	9	81
24	3	12	144	9	81

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนน ก่อน เรียน (X_1)	คะแนน หลังเรียน (X_2)	X^2	D	D^2
25	5	12	144	7	49
26	5	11	121	6	36
27	4	12	144	8	64
28	4	11	121	7	49
29	6	11	121	5	25
30	5	11	121	6	36
31	3	19	361	16	256
32	4	10	100	6	36
33	3	11	121	8	64
34	5	11	121	6	36
35	1	12	144	11	121
36	6	12	144	6	36
37	5	11	121	6	36
38	4	10	100	6	36
39	4	10	100	6	36
40	5	11	121	6	36
41	5	11	121	6	36
42	7	12	144	5	25
43	6	11	121	5	25
44	3	11	121	8	64
Σ	196	490	$\Sigma X^2 = 5,562$	$\Sigma D = 294$	$\Sigma D^2 = 2,142$
	$\bar{X}_1 = 4.45$	$\bar{X}_2 = 11.17$			
	$S_1 = 1.35$	$S_2 = 1.56$			

เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลัง
ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องเส้นขนาน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent
Sample

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \text{ df} = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียน. ในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 294$, $\sum D^2 = 2,142$, $(\sum D)^2 = 86,436$, $n = 44$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{294}{\sqrt{\frac{44(2,142) - 86,436}{44-1}}} \\ &= \frac{294}{13.48} \\ &= 21.81 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับ
นัยสำคัญทางสถิติที่ .01 (เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)

การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t-test for one sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; \text{ df} = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 65)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{490}{44} \\ &= 11.17\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{44(5,562) - (490)^2}{44(44-1)}} \\ &= 1.56\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 11.17$, $\mu_0 = 9.75$, $s = 1.56$, $n = 44$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$
$$= \frac{11.17 - 9.75}{\frac{1.56}{\sqrt{44}}}$$
$$= 6.04$$

(เปิดตาราง t จะได้อ่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)



ตาราง 18 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการเรียนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนน		X^2	D	D^2
	ก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)			
1	5	14	196	9	81
2	5	13	169	8	64
3	7	16	256	9	81
4	8	16	256	8	64
5	5	15	225	10	100
6	7	14	196	7	49
7	5	13	169	8	64
8	5	14	196	9	81
9	7	14	196	7	49
10	7	12	144	5	25
11	4	9	81	5	25
12	0	12	144	12	144
13	1	9	81	8	64
14	0	13	169	13	169
15	2	17	289	15	225
16	0	16	256	16	256
17	3	18	324	15	225
18	4	17	289	13	169
19	7	18	324	11	121
20	3	18	324	15	225
21	5	10	100	5	25
22	3	16	256	13	169
23	5	16	256	11	121

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	คะแนน ก่อน เรียน (X_1)	คะแนน หลังเรียน (X_2)	X^2	D	D^2
24	0	18	324	18	324
25	2	16	256	14	196
26	2	17	289	15	225
27	3	17	289	14	196
28	7	12	144	5	25
29	3	18	324	15	225
30	5	12	144	7	49
31	0	9	81	9	81
32	4	10	100	6	36
33	4	11	121	7	49
34	0	15	225	15	225
35	2	12	144	10	100
36	5	17	289	12	144
37	4	12	144	8	64
38	5	18	324	13	169
39	3	15	225	12	144
40	5	16	256	11	121
41	3	14	196	11	121
42	5	14	196	9	81
43	4	12	144	8	64
44	4	16	256	12	144
Σ	168	631			
	$\bar{X}_1 = 3.82$	$\bar{X}_2 = 14.34$	$\Sigma X^2 = 9,367$	$\Sigma D = 463$	$\Sigma D^2 = 5,379$
	$S_1 = 2.20$	$S_2 = 2.72$			

เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Sample

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 463$, $\sum D^2 = 5,379$, $(\sum D)^2 = 214,369$, $n = 44$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{463}{\sqrt{\frac{(44 \times 5,379) - 214,369}{44-1}}} \\ &= 20.33 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)

การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 65) โดยใช้สถิติ t-test for one sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; \text{ df} = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 65)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{631}{44} \\ &= 14.34\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง เมทริกซ์ หาได้จากสูตร


$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{44(9,367) - (463)^2}{44(44-1)}} \\ &= 2.72\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 14.34$, $\mu_0 = 13$, $s = 2.72$, $n = 44$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{14.34 - 13}{\frac{2.72}{\sqrt{44}}} \\ &= 3.27 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้อ่านค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)





ภาคผนวก ก
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมช่วงชั้นที่3 (ม.4-ม.6) เรื่องเมทริกซ์
2. ตัวอย่างแบบประเมินใบงาน
3. ตัวอย่างแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รหัสวิชา ค31202 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้น 3
 ภาคเรียน 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2555
 เรื่อง เมทริกซ์ : การบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง จำนวน 1 คาบ

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการของเมทริกซ์

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1.1.1 สามารถหาผลบวกของเมทริกซ์ได้

1.1.2 สามารถหาผลคูณของเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริงได้

1.1.3 สามารถใช้สมบัติการบวกของเมทริกซ์แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1.2.1 ให้เหตุผลได้

1.2.2 เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ได้

1.2.3 คิดวิเคราะห์สิ่งที่กำหนดได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ : ปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ดังนี้

1.3.1 ความรับผิดชอบในการทำงาน

1.3.2 ความมีระเบียบวินัย

1.3.3 ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ

2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ถ้าเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$

เมทริกซ์ A บวกกับเมทริกซ์ B คือเมทริกซ์ $[c_{ij}]_{m \times n}$

เมื่อ $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ สำหรับทุก $i = 1, 2, 3, \dots, m$ และ $j = 1, 2, 3, \dots, n$

เขียนแทน A บวกกับ B ด้วย $A + B$

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}, \quad B + A = \begin{bmatrix} b_{11} + a_{11} & b_{12} + a_{12} \\ b_{21} + a_{21} & b_{22} + a_{22} \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{bmatrix}, \quad B - A = \begin{bmatrix} b_{11} - a_{11} & b_{12} - a_{12} \\ b_{21} - a_{21} & b_{22} - a_{22} \end{bmatrix}$$

การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์

นิยาม กำหนดให้ $A = [a_{ij}]$ และ C เป็นสเกลาร์หรือจำนวนจริงใด ๆ ผลคูณของ C กับเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย CA หรือ AC คือ

$$CA = [ca_{ij}]_{m \times n} = AC$$

จากนิยามจะได้ว่า การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์นั้นก็คือนำค่าจำนวนจริงใด ๆ มาคูณกับสมาชิกทุกตัวที่อยู่ในเมทริกซ์นั้น เช่น

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

และ $k =$ เลขจำนวนจริงใด ๆ

$$\text{นั่นคือ } kA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{bmatrix} \quad Ak = \begin{bmatrix} a_{11}k & a_{12}k & a_{13}k \\ a_{21}k & a_{22}k & a_{23}k \\ a_{31}k & a_{32}k & a_{33}k \end{bmatrix}$$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

ครูกล่าวถึงการเขียนเมทริกซ์ ในคาบที่แล้วอีกครั้งเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน และให้นักเรียนเขียนเมทริกซ์จากตารางที่กำหนดให้

(<http://sportsillustrated.cnn.com/football/nfl/rosters/Quarterbacks.html>)

ปี 2554				
ผู้เล่น	ความพยายาม	สำเร็จ	ทัชดาวน์	อินเตอร์เซปต์
Troy Aikman	315	187	12	5
Tony Banks	408	241	7	14
Jeff Blake	93	51	3	3
Steve Beuerlein	343	216	17	12

ปี 2555				
ผู้เล่น	ความพยายาม	สำเร็จ	ทัชดาวน	อินเตอร์เซ็ปต์
Troy Aikman	442	263	17	12
Tony Banks	320	169	17	8
Jeff Blake	389	215	16	12
Steve Beuerlein	571	343	36	15

ซึ่งจะได้

$$B = \begin{bmatrix} 315 & 187 & 12 & 5 \\ 408 & 241 & 7 & 14 \\ 93 & 51 & 3 & 3 \\ 343 & 216 & 17 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad A = \begin{bmatrix} 442 & 263 & 17 & 12 \\ 320 & 169 & 17 & 8 \\ 389 & 215 & 16 & 12 \\ 571 & 343 & 36 & 15 \end{bmatrix}$$

ชั้นสอน (40 นาที) ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นทูกษ์ (ปัญหา)

จากกิจกรรมในขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูนำปัญหาที่ถามนักเรียนขึ้นกระดานอีกครั้ง แล้วให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่เกิดขึ้นด้วยความรอบคอบ ถ้าสถิติปี 2554 คือ เมทริกซ์ A และ สถิติปี 2555 คือ เมทริกซ์ B จะคำนวณหาค่า $A - B$, $A + B$, $\frac{1}{2}A$ ได้อย่างไร

ขั้นสมุทัย(สาเหตุของปัญหา)

ครูเริ่มพูดถึงประเด็นของปัญหาที่ยกมามีสาเหตุมาจากอะไร และถามคำถามเพื่อเป็นการกระตุ้นนักเรียนว่าจะมีวิธีการใดบ้างที่จะหาค่า $A - B$, $A + B$, $\frac{1}{2}A$ ได้

ขั้นนิโรธ(ทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล)

เมื่อนักเรียนพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาที่เกิดขึ้นแล้ว จึงให้นักเรียนได้ลงมือทำและเขียนออกมาเป็นแผนภาพ เพื่อที่จะตรวจสอบวิธีในการคิดของนักเรียนในแต่ละคน ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีในการคิดที่แตกต่างกัน โดยครูอาจเกริ่นนำเล็กน้อย ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$A - B = \begin{bmatrix} 127 & 76 & 5 & 7 \\ -88 & -72 & 10 & -6 \\ 296 & 164 & 13 & 9 \\ 228 & 127 & 19 & 3 \end{bmatrix} \quad A + B = \begin{bmatrix} 757 & 450 & 29 & 17 \\ 728 & 410 & 24 & 22 \\ 482 & 266 & 19 & 15 \\ 914 & 559 & 53 & 27 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} 221 & 131.5 & 8.5 & 6 \\ 160 & 84.5 & 8.5 & 4 \\ 194.5 & 107.5 & 8 & 6 \\ 285.5 & 171.5 & 18 & 7.5 \end{bmatrix}$$

ขั้นบรรค (ขั้นวิเคราะห์และสรุปผล)

ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2-3 คนและให้เขียนบนกระดาน จากนั้นครูกับนักเรียนร่วมกันตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนทำ จากนั้นจึงถามความเห็นของนักเรียนในแต่ละวิธีว่ามีใครเห็นด้วยกับวิธีดังกล่าวบ้าง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบด้วย จากนั้นครูจึงแจกใบงานที่ 3.1 และ 3.2 ให้นักเรียนทำเพื่อทดสอบความเข้าใจ ให้นักเรียนทำเฉพาะข้อ 1 ใหญ่

ขั้นสรุปบทเรียน (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปถึงความสัมพันธ์ที่เกิดจากปัญหาที่ยกมา จากนั้นครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 3.1 และ 3.2 ต่อเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนการสอน

- 4.1 ใบงานที่ 3.1 และ 3.2
- 4.2 แบบประเมินใบงาน
- 4.3 แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. สามารถหาผลบวกของเมทริกซ์ได้ 2. สามารถหาผลคูณของเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริงได้ 3. สามารถใช้สมบัติการบวกของเมทริกซ์แก้ปัญหที่กำหนดให้ได้	- ตรวจใบงาน	- ใบงาน	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
ด้านทักษะ / กระบวนการ 1. ให้เหตุผลได้ 2. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาระอื่นในวิชา คณิตศาสตร์ได้ 3. คิดวิเคราะห์สิ่งที่กำหนดได้	- ตรวจใบงาน - การสังเกต - การถาม – ตอบ	- ใบงาน - แบบประเมินใบงาน	- ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป - ผลการประเมินใบงานได้ระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ 1. ความรับผิดชอบในการทำงาน 2. ความมีระเบียบวินัย 3. ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ	- สังเกตจาก การร่วม กิจกรรมการ การเรียนรู้	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- คะแนนรวมอยู่ในเกณฑ์ดี

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้
ผลการสอน

.....
.....

ปัญหาอุปสรรค

.....
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....
.....



ลงชื่อ.....

(นายสงครามชัย กลิ่นถ่อศีล)

ผู้สอน

แบบประเมินใบงาน

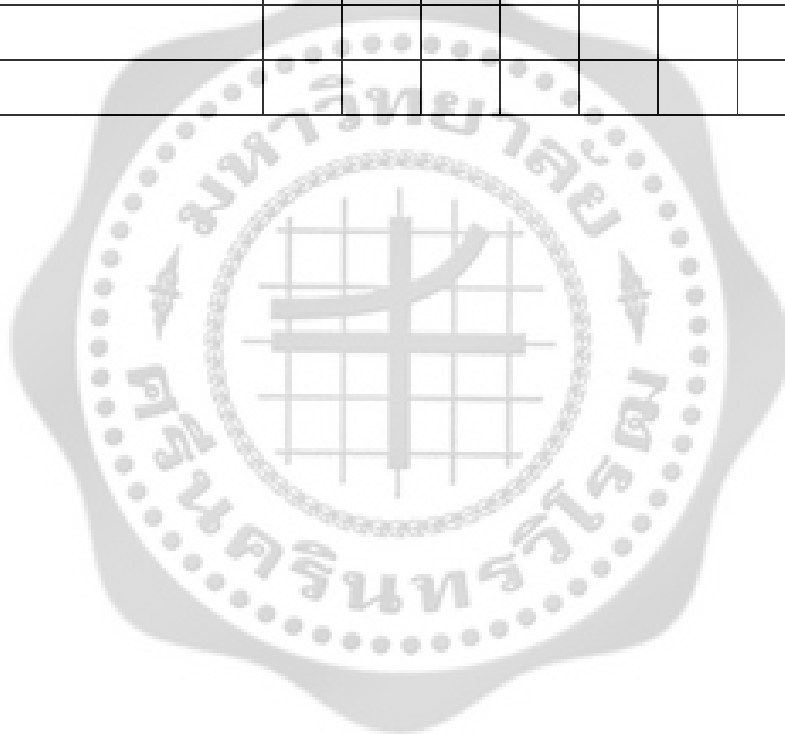
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อหน่วย..... เรื่อง..... ห้องเรียน.....

ผู้ประเมิน..... วันที่.....

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย / ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

เลขที่	ชื่อ - สกุล	การประเมิน								
		การให้เหตุผล			คิดวิเคราะห์			การเชื่อมโยง		
		3	2	1	3	2	1	3	2	1
43										
44										



เกณฑ์การให้คะแนน

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ
2 ดี	❖ คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน
1 พอใช้	❖ คำตอบไม่ถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านคิดวิเคราะห์

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องชัดเจน
2 ดี	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องเล็กน้อย

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านการเชื่อมโยง

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
2 ดี	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
1 พอใช้	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม

ระดับคะแนน

8-9	หมายถึง	ระดับ 3	ดีมาก
6-7	หมายถึง	ระดับ 2	ดี
3-5	หมายถึง	ระดับ 1	พอใช้



แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน

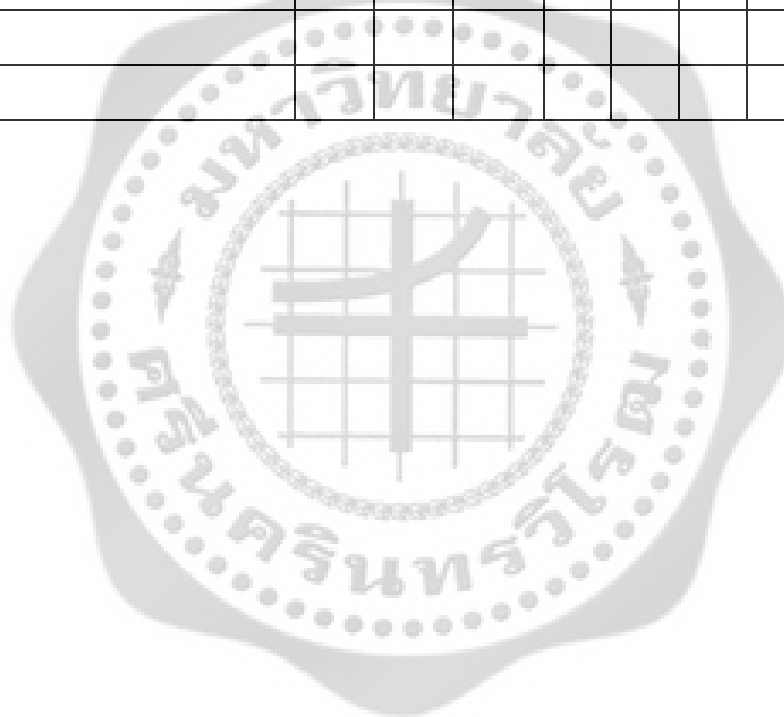
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อหน่วย..... เรื่อง..... ห้องเรียน.....

ผู้ประเมิน..... วันที่.....

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย / ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

เลขที่	ชื่อ - สกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์								
		ความรับผิดชอบในการทำงาน			ความมีระเบียบวินัย			ทำงานเป็นระบบรอบคอบ		
		3	2	1	3	2	1	3	2	1
43										
44										



เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ ความรับผิดชอบในการทำงาน

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัยเป็นระบบแก่ผู้อื่น และแนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติ
2 ดี	❖ ส่งงานล่าช้ากว่ากำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	❖ ส่งงานช้ากว่ากำหนด ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

คุณลักษณะ ความมีระเบียบวินัย

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ สมุดงาน ชิ้นงาน สะอาดเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	❖ สมุดงาน ชิ้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันส่วนใหญ่
1 พอใช้	❖ สมุดงาน ชิ้นงานไม่ค่อยเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

คุณลักษณะ ทำงานเป็นระบบรอบคอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ มีการวางแผนการดำเนินงานเป็นระบบ การทำงานมีครบทุกขั้นตอน ตัดขั้นตอนที่ไม่สำคัญออก จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ถูกต้องครบถ้วน
2 ดี	❖ มีการวางแผนการดำเนินงาน การทำงานไม่ครบทุกขั้นตอน และผิดพลาดบ้าง จัดเรียงลำดับความสำคัญ ก่อน – หลัง ถูกต้องครบถ้วน
1 พอใช้	❖ ไม่มีมีการวางแผนการดำเนินการ การทำงานไม่มีขั้นตอน และมีความผิดพลาดต้องแก้ไข ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

ระดับคะแนน

8-9	หมายถึง	ระดับ 3	ดีมาก
6-7	หมายถึง	ระดับ 2	ดี
3-5	หมายถึง	ระดับ 1	พอใช้



ใบงานที่ 3.1

เรื่อง การบวกเมทริกซ์

ชื่อ..... ชั้น.....

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 9 \\ 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ จงหา

(1) $A+B$

.....

(2) $B+A$

.....

(3) $(A+B)+C$

.....

(4) $A+(B+C)$

.....

(5) A^t

.....

(6) B^t

.....

ใบงานที่ 3.2

เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ชื่อ..... ชั้น.....

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 9 \\ 0 & -8 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา

(1) $2A + 2B$

.....

(2) $2(A+B)$

.....

(3) $3A + 5A$

.....

(4) $(3+5)A$

.....

(5) $0(A)$

.....

(6) $(2 \times 3)A$, $2(3A)$

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาเมทริกซ์ X ซึ่งสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

2.1 $-4 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - X = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $2X - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ซึ่งสอดคล้องกับ

สมการต่อไปนี้ $(-1)(X + A) = 2(3B - X)$

.....

.....

.....

ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รหัสวิชา ค31202

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้น 3

ภาคเรียน 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปีการศึกษา 2555

เรื่อง เมทริกซ์ : อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

จำนวน 1 คาบ

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1.1.1 สามารถหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ที่กำหนดให้ได้

1.1.2 สามารถใช้สมบัติอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1.2.1 ให้เหตุผลได้

1.2.2 เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ได้

1.2.3 คิดวิเคราะห์สิ่งที่กำหนดได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ : ปลุกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ดังนี้

1.3.1 ความรับผิดชอบในการทำงาน

1.3.2 ความมีระเบียบวินัย

1.3.3 ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ

2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ A เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ B เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ ที่มีสมบัติว่า

$$AB = BA = I_n$$

แล้วจะเรียก B ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ A แล้วเขียนแทน B ด้วย A^{-1}

เราอาจเรียกอินเวอร์สการคูณสั้นๆว่า อินเวอร์สก็ได้

อินเวอร์สการคูณของ 2×2 เมทริกซ์

ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ และ $ad - bc \neq 0$ แล้ว A จะมีอินเวอร์ส

$$\text{และ } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนเรื่องตัวผกผันการคูณในระบบจำนวนจริง โดยใช้วิธีการยกตัวอย่างแล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบ เช่น

$$\text{ตัวผกผันของ } 7 \text{ คือเท่าใด } \left(\frac{1}{7} \text{ เนื่องจาก } 7 \times \frac{1}{7} = 1\right)$$

$$\text{ตัวผกผันของ } -10 \text{ คือเท่าใด } \left(-\frac{1}{10} \text{ เนื่องจาก } (-10) \times \left(-\frac{1}{10}\right) = 1\right)$$

นักเรียนร่วมกันสรุปเพื่อเป็นการทบทวนเรื่องตัวผกผันการคูณ ได้ดังนี้ “สำหรับ a ที่ไม่ใช่ 0 จะมีจำนวนจริง a^{-1} โดยที่ $a^{-1} \times a = 1 = a \times a^{-1}$ เรียก a^{-1} ว่า อินเวอร์สการคูณของ a ”

ขั้นสอน (40 นาที) ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นทบทวน (ปัญหา) ครูยกปัญหาให้นักเรียนได้พิจารณา

ปัญหา กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ แล้ว $A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ จริงหรือไม่เพราะเหตุใด

จากปัญหาที่กำหนด ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาปัญหาอย่างรอบคอบ

ขั้นสมมุติ(สาเหตุของปัญหา) ครูอาจใช้คำถามนำ โดยการถามนักเรียนว่าในปัญหานี้

นักเรียนคิดว่ามีวิธีการอย่างไรที่จะแสดงว่า เมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ คือ อินเวอร์สการคูณของ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

ขั้นนิโรธ(ทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล) ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติโดยใช้ตัวผกผันการคูณ โดยครูอธิบายและกระตุ้นให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้

- ให้นักเรียนหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ โดยให้นักเรียนแทนค่าจำนวนใน

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \text{ ซึ่ง } a = 7, b = 3, c = 2, d = 1$$

ขั้นมรรค (ขั้นวิเคราะห์และสรุปผล) ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2-3 คนและให้เขียนบนกระดาน จากนั้นครูกับนักเรียนร่วมกันตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนทำ จากนั้นจึงถามคำถามว่า ในการหาอินเวอร์สการคูณของ 2×2 เมทริกซ์ มีวิธีการอย่างไรจนได้ข้อสรุปว่า $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ขั้นสรุปบทเรียน (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปถึงความสัมพันธ์ที่เกิดจากปัญหาที่ยกมาซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ครูแจกใบงานที่ 5 ให้นักเรียนกลับไปทำเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนการสอน

4.1 ใบงานที่ 5

4.2 แบบประเมินใบงาน

4.3 แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. สามารถหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2×2 ที่กำหนดให้ได้ 2. สามารถใช้สมบัติอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์แก้ปัญหที่กำหนดให้ได้	- ตรวจใบงาน	- ใบงาน	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
ด้านทักษะ / กระบวนการ 1. ให้เหตุผลได้ 2. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาระอื่นในวิชา คณิตศาสตร์ได้ 3. คิดวิเคราะห์สิ่งที่กำหนดได้	- ตรวจใบงาน - การสังเกต - การถาม – ตอบ	- ใบงาน - แบบประเมินใบงาน	- ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป - ผลการประเมินใบงาน ได้ระดับ 2 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ 1. ความรับผิดชอบในการทำงาน 2. ความมีระเบียบวินัย 3. ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ (A3)	- สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- คะแนนรวมอยู่ในเกณฑ์ดี

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้
ผลการสอน

.....

.....

ปัญหาอุปสรรค

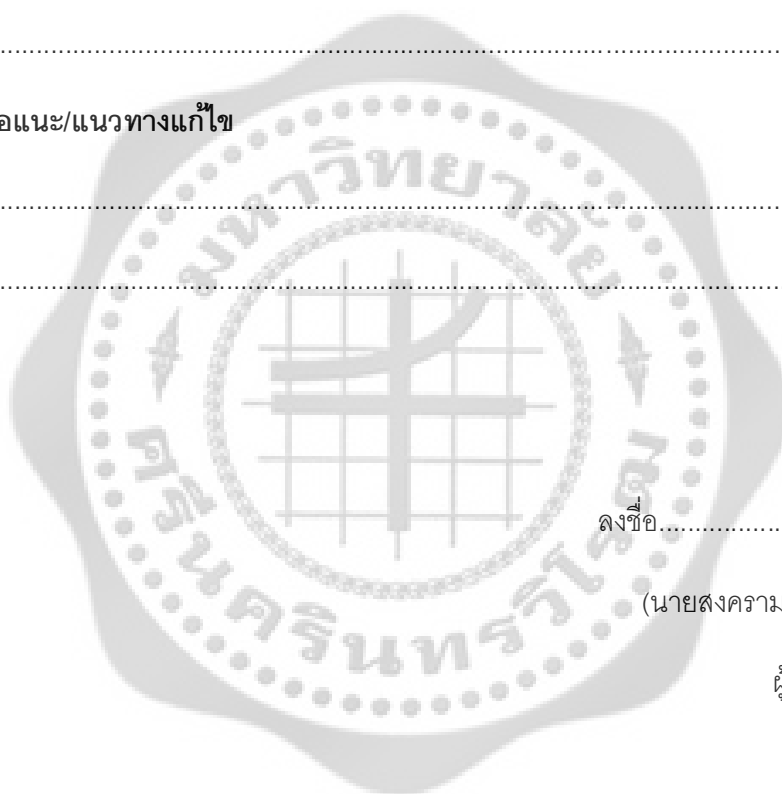
.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....



ลงชื่อ.....

(นายสงครามชัย กลิ่นถ่อศิลป์)

ผู้สอน

แบบประเมินใบงาน

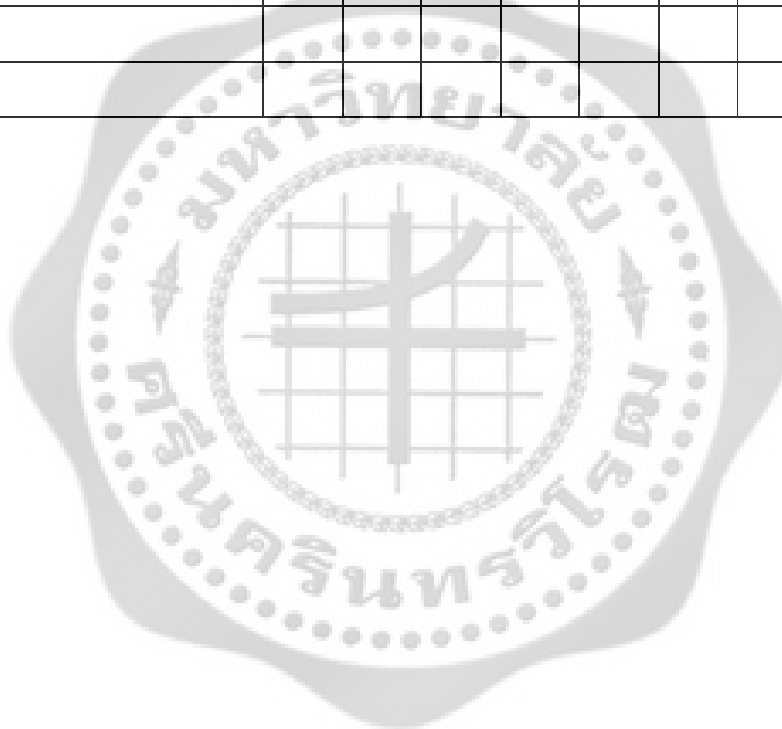
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อหน่วย..... เรื่อง..... ห้องเรียน.....

ผู้ประเมิน..... วันที่.....

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย / ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

เลขที่	ชื่อ - สกุล	การประเมิน								
		การให้เหตุผล			คิดวิเคราะห์			การเชื่อมโยง		
		3	2	1	3	2	1	3	2	1
43										
44										



เกณฑ์การให้คะแนน

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ
2 ดี	❖ คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน
1 พอใช้	❖ คำตอบไม่ถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านคิดวิเคราะห์

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องชัดเจน
2 ดี	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	❖ แยกแนวคิดที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ได้ถูกต้องเล็กน้อย

ด้านทักษะ / กระบวนการ ด้านการเชื่อมโยง

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
2 ดี	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
1 พอใช้	❖ นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม

ระดับคะแนน

8-9	หมายถึง	ระดับ 3	ดีมาก
6-7	หมายถึง	ระดับ 2	ดี
3-5	หมายถึง	ระดับ 1	พอใช้



แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน

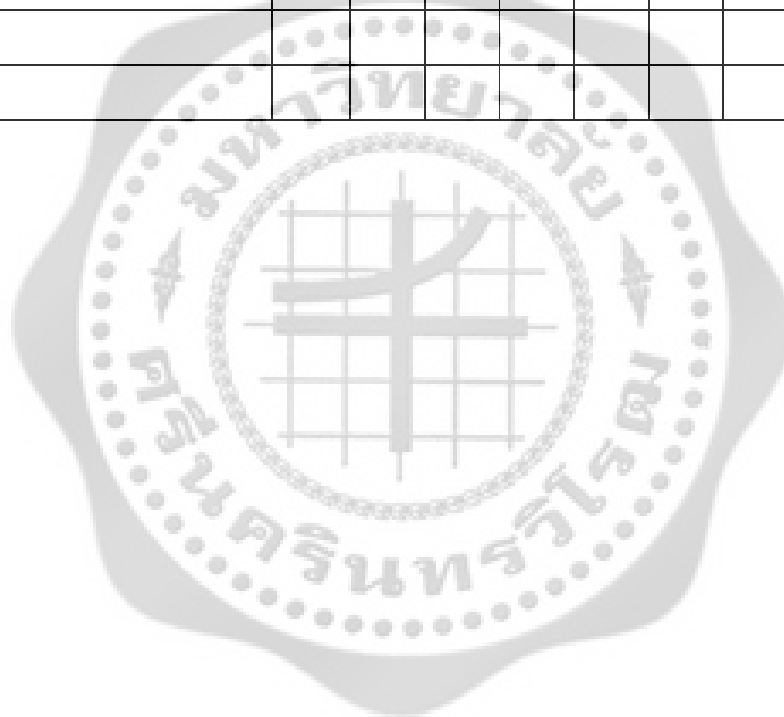
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชื่อหน่วย..... เรื่อง..... ห้องเรียน.....

ผู้ประเมิน.....วันที่.....

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย / ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

เลขที่	ชื่อ - สกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์								
		ความรับผิดชอบใน การทำงาน			ความมีระเบียบ วินัย			ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ		
		3	2	1	3	2	1	3	2	1
43										
44										



เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ ความรับผิดชอบในการทำงาน

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัยเป็นระบบแก่ผู้อื่น และแนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติ
2 ดี	❖ ส่งงานล่าช้ากว่ากำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	❖ ส่งงานช้ากว่ากำหนด ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

คุณลักษณะ ความมีระเบียบวินัย

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ สมุดงาน ชิ้นงาน สะอาดเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	❖ สมุดงาน ชิ้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันส่วนใหญ่
1 พอใช้	❖ สมุดงาน ชิ้นงานไม่ค่อยเรียบร้อย ปฏิบัติตนในข้อตกลงร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

คุณลักษณะ ทำงานเป็นระบบรอบคอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	❖ มีการวางแผนการดำเนินงานเป็นระบบ การทำงานมีครบทุกขั้นตอน ตัดขั้นตอนที่ไม่สำคัญออก จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน – หลัง ถูกต้องครบถ้วน
2 ดี	❖ มีการวางแผนการดำเนินงาน การทำงานไม่ครบทุกขั้นตอน และผิดพลาดบ้าง จัดเรียงลำดับความสำคัญ ก่อน – หลัง ถูกต้องครบถ้วน
1 พอใช้	❖ ไม่มีการวางแผนการดำเนินการ การทำงานไม่มีขั้นตอน และมีความผิดพลาดต้องแก้ไข ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

ระดับคะแนน

8-9	หมายถึง	ระดับ 3	ดีมาก
6-7	หมายถึง	ระดับ 2	ดี
3-5	หมายถึง	ระดับ 1	พอใช้



ใบงานที่ 5

เรื่อง อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

ชื่อ..... ชั้น.....

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ

(1) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (2) $B^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(3) $(A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (4) $(B^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(5) $AB = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (6) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(7) $B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (8) $A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(9) $A^t = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (10) $(A^{-1})^t = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(11) $(A^t)^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (12) $3A = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(13) $(3A)^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$ (14) $\frac{1}{3}A^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

(15) $(kA)^{-1} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$

จากข้อ 1 - 15 สรุปสมบัติของอินเวอร์สการคูณเมทริกซ์ได้
ดังนี้

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....





ภาคผนวก ง
แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์
2. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เรื่องเมทริกซ์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
เรื่อง เมทริกซ์
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31202) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประจำปีภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2555 จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที

คำชี้แจง :

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์
2. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อข้อละ 4 คะแนนให้นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณและแสดงแนวทางที่ทำให้ได้คำตอบอย่างละเอียดโดยอาศัยแนวคิดความรู้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาใช้ในการเชื่อมโยงเพื่อแก้ปัญหา
3. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที



แนวการตอบแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 B^{-1} &= \frac{1}{\det(B)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{(3)(5) - (2)(7)} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AB^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 5 - 2k & 3k - 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AB^{-1} + B^t &= \begin{bmatrix} 5 - 2k & 3k - 7 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 8 - 2k & 3k - 5 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

โจทย์กำหนด $C = AB^{-1} + B^t$ และ $\det(C) = 10$

$$\det(AB^{-1} + B^t) = 10$$

$$[(8 - 2k)(11)] - [(3)(3k - 5)] = 10$$

$$88 - 22k - 9k + 15 = 10$$

$$-31k = -93$$

$$k = 3$$

เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. หาคอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ B ได้
2. หาผลลัพธ์ของการคูณเมทริกซ์ A ด้วยตัวผกผันของเมทริกซ์ B ได้
3. หาผลบวกของผลลัพธ์ของการคูณเมทริกซ์ A ด้วยตัวผกผันของเมทริกซ์ B กับทรานสโพสของเมทริกซ์ B ได้
4. หาค่าของดีเทอร์มิแนนต์ ของ $AB^{-1} + B^t$ ได้
5. หลักการในการแก้สมการเพื่อหาค่า k ได้

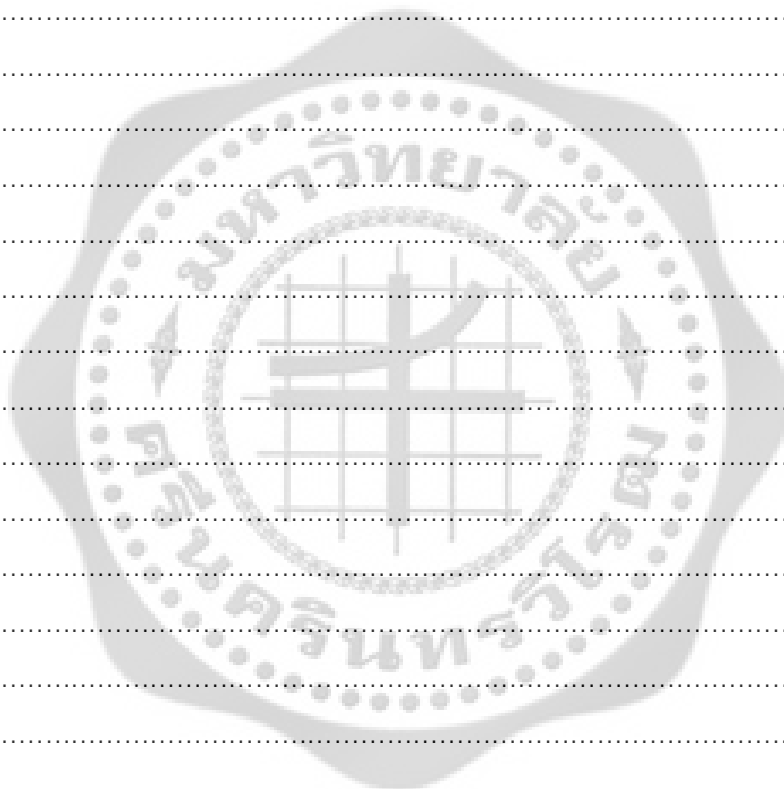
เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบ 5 ข้อ
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 4 ข้อ
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 3 ข้อ
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 1 - 2 ข้อ
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้

2. กำหนด $f(x) = Ax^3 + x^2 + Cx - 3$ และ $f(1) = 1$, $f(2) = 3$, $f(-1) = 13$ แล้ว จงหาค่าของ

$$\begin{vmatrix} C & B \\ A & 2(C-A) \end{vmatrix}$$

วิธีทำ



แนวการตอบแบบทดสอบ

$$\begin{aligned} \text{จาก } f(1) &= A(1)^3 + B(1)^2 + C(1) - 3 \\ &= A + B + C - 3 \quad \text{แต่ } f(1) = 1 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } A + B + C - 3 = 1$$

$$A + B + C = 4 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } f(2) &= A(2)^3 + B(2)^2 + C(2) - 3 \\ &= 8A + 4B + 2C - 3 \quad \text{แต่ } f(2) = 3 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 8A + 4B + 2C - 3 = 3$$

$$\begin{aligned} 8A + 4B + 2C &= 6 \\ 4A + 2B + C &= 3 \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } f(-1) &= A(-1)^3 + B(-1)^2 + C(-1) - 3 \\ &= -A + B - C - 3 \quad \text{แต่ } f(-1) = 3 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } -A + B - C - 3 = 3$$

$$-A + B - C = 6 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} &A + B + C = 4 \\ \text{จะได้} &4A + 2B + C = 3 \\ &-A + B - C = 6 \end{aligned}$$

แก้ระบบสมการ จะได้ $A = -2, B = 5, C = 1$

$$\text{แทนค่าหา } \begin{vmatrix} C & B \\ A & 2(C-A) \end{vmatrix} \text{ จะได้}$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 2[1-(-2)] \end{vmatrix} &= (1)(6) - (-2)(5) \\ &= 6 - (-10) \\ &= 6 + 10 \\ &= 16 \end{aligned}$$



เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. แทนค่า $f(1) = 1$ ได้
2. แทนค่า $f(2) = 3$ ได้
3. แทนค่า $f(-1) = 3$ ได้
4. ใช้หลักการแก้สมการ 3 ตัวแปรได้
5. แทนค่าหา $\begin{vmatrix} C & B \\ A & 2(C-A) \end{vmatrix}$

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบ 5 ข้อ
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 4 ข้อ
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 3 ข้อ
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 1 - 2 ข้อ
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้

แนวการตอบแบบทดสอบ

$$\text{จาก } C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -x & -4 \\ -y & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-x)(3) - (-y)(-4)$$

$$= -3x - 4y$$

แต่โจทย์กำหนด $C_{31} = 5$ ดังนั้น

$$-3x - 4y = 5 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{จาก } M_{12} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & x \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(x) - (4)(3)$$

$$= -x - 12$$

แต่โจทย์กำหนด $M_{12} = -13$ ดังนั้น

$$-x - 12 = -13 \quad \dots\dots\dots (2)$$

แก้ระบบสมการ $x = 1$ และ $y = -2$

$$\text{ดังนั้น } A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} -2 & -1 & -4 & | & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & | & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & | & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det(A) = [(-4) + (-12) + 4] - [(-32) + (-6) + 1]$$

$$\det(A) = (-12) - (-37)$$

$$\det(A) = 25$$

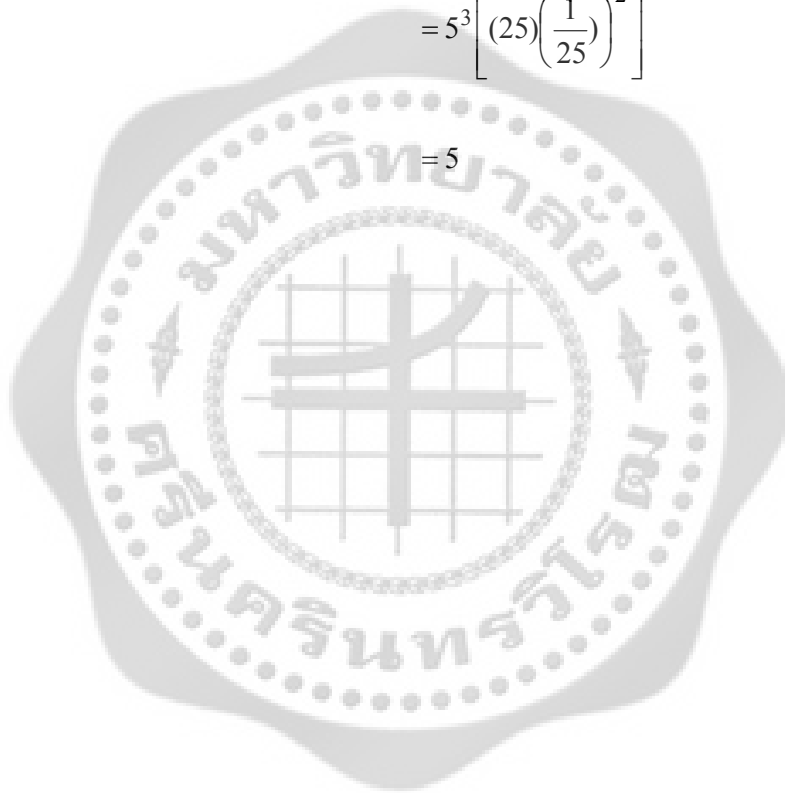
จาก $AB = BA = I$ ทำให้รู้ว่า $B = A^{-1}$ $\det(B) = \frac{1}{\det(A)}$

$$\det(B) = \frac{1}{25}$$

$$\text{ดังนั้น } \det(5A^t B^2) = 5^3 [\det(A)(\det(B))^2]$$

$$= 5^3 \left[(25) \left(\frac{1}{25} \right)^2 \right]$$

$$= 5$$



เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. หาค่า โคแฟกเตอร์ของ a_{31} ได้
2. หาค่า ไมเนอร์ของ a_{12} ได้
3. หาค่า ดีเทอร์มิแนนท์ของ เมทริกซ์ A ได้
4. ใช้สมบัติ $AA^{-1} = I$ เพื่อหาค่าของ ดีเทอร์มิแนนท์ของ เมทริกซ์ B ได้
5. หาค่า $\det(5A'B^2)$ ได้

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบ 5 ข้อ
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 4 ข้อ
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 3 ข้อ
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 1 - 2 ข้อ
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้

แนวการตอบแบบทดสอบ

$$AB = \begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 3 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & y \\ -2 & y \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 2(x+y-4) & (x+y)y+2y \\ 6-2z & 3y+yz \end{bmatrix}$$

$$AB = C$$

$$\begin{bmatrix} 2(x+y-4) & (x+y)y+2y \\ 6-2z & 3y+yz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$6-2z=0$$

จากสมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์ตั้งนั้น $6=2z$

$$3=z$$

$$y(3+z)=1$$

$$y(3+3)=1$$

$$6y=1$$

$$y=\frac{1}{6}$$

$$2(x+y)-4=1$$

$$2\left(x+\frac{1}{6}\right)-4=1$$

$$2\left(x+\frac{1}{6}\right)=5$$

$$\left(x+\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{2}$$

$$x=\frac{5}{2}-\frac{1}{6}$$

$$x=\frac{7}{3}$$

แทนค่า $x = \frac{7}{3}$, $y = \frac{1}{6}$, $z = 3$ ใน $(x+y)y+2y$ เพื่อหาค่า a

$$\text{จะได้ } \left(\frac{7}{3}+\frac{1}{6}\right)\frac{1}{6}+2\left(\frac{1}{6}\right)=a \quad a=\frac{3}{4}$$

เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. หาค่าผลคูณของ เมทริกซ์ A กับ เมทริกซ์ B ได้
2. แก้สมการเพื่อหาค่าของ z ได้
3. แก้สมการเพื่อหาค่าของ y ได้
4. แก้สมการเพื่อหาค่าของ x ได้
5. แก้สมการเพื่อหาค่าของ a ได้

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบ 5 ข้อ
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 4 ข้อ
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 3 ข้อ
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 1 - 2 ข้อ
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้

แนวการตอบแบบทดสอบ

$$\text{จาก } A = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \text{ จะได้}$$

$$A + A^t = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & 1 \\ 0 & -x \end{bmatrix}$$

$$A + A^t = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ 1 & -2x \end{bmatrix}$$

$$\det(A + A^t) = \begin{vmatrix} 2x & 1 \\ 1 & -2x \end{vmatrix} = -4x^2 - 1 = -(4x^2 + 1) \quad \text{และ} \quad \det(A + A^t) = -13$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \det(A + A^t) = -(4x^2 + 1)$$

$$-(4x^2 + 1) = -13$$

$$4x^2 + 1 = 13$$

$$4x^2 = 12$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{แทนค่า } x = \pm\sqrt{3} \text{ ใน } A = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \text{ จะได้ } A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \det(A) = (\sqrt{3})(-\sqrt{3}) - 0 = -3$$

โจทย์กำหนดให้ค่า $\det(3A^{-1})$ จะได้

$$\det(3A^{-1}) = 3^2 \left(\frac{1}{\det(A)} \right)$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{(-3)}$$

$$= -3$$

เกณฑ์การให้คะแนน

ความรู้และทักษะที่ใช้สำหรับการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

1. หาค่าของ $A + A^t$ ได้
2. หาค่าของ $\det(A + A^t)$ ได้
3. แทนค่า หาค่าของ x ได้
4. หามทริกซ์ A ได้
5. หาค่า $\det(3A^{-1})$ ได้

เกณฑ์การให้คะแนน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบ 5 ข้อ
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 4 ข้อ
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 3 ข้อ
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้ 1 - 2 ข้อ
0 ไม่พยายาม	ไม่สามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในการเชื่อมโยง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้

แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

เรื่อง เมทริกซ์

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค31202) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555

คำชี้แจงให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

1. แบบทดสอบชุดนี้มีจำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที
2. แบบทดสอบนี้เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด จากตัวเลือก ก-ง เพียงคำตอบเดียวแล้วเขียนเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบให้ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ

ตัวอย่าง - ถ้านักเรียนต้องการตอบข้อ ข ให้เขียนเครื่องหมาย ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0.		X		

- ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข เป็นข้อ ง ให้เขียนเครื่องหมายดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0.		X		X

4. ห้ามนักเรียนเขียนข้อความหรือเครื่องหมายใดๆ ลงในแบบทดสอบ
5. ให้นักเรียนกรอกรายละเอียดในหัวกระดาษคำตอบให้สมบูรณ์
6. เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมแบบทดสอบให้ผู้คุมห้องสอบ

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $x \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว x เป็นเมทริกซ์ 1×2 และ $x_{11} + x_{12} = 1$

(2) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $(AB)^t = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

ข้อสรุปข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูก แต่ ข้อ(2)ผิด

ข. ข้อ (1) ผิด แต่ ข้อ(2)ถูก

ค. ถูกทั้งสองข้อ

ง. ผิดทั้งสองข้อ

2. ถ้า $x^2 - x - 2 = 0$ เมื่อ $x \in I^+$ ดังนั้น เมทริกซ์ใดเท่ากันบ้าง

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & x - x^2 \\ 2x & -x \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2x & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 4 & -x \end{bmatrix}$$

ก. $A = B$

ข. $A = C$

ค. $B = C$

ง. $A = B = C$

3. ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & a \end{bmatrix}$ เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$ จะได้ $AB = BA$

ข. ถ้า $A = \begin{bmatrix} k-2 & 2 \\ 1 & k-3 \end{bmatrix}$ แล้ว A เป็น Non - Singular matrix แล้ว $k \neq 1, 4$

ค. ถ้า A เป็น 2×2 เมทริกซ์ และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $k \neq 0$ แล้ว $\det(kA)^t = k \det(A)$

ง. ถ้า A, B เป็น 2×2 เมทริกซ์ที่หา A^{-1} และ B^{-1} ได้แล้ว $\det(AB)^{-1} = \det(B^{-1}) \cdot \det(A^{-1})$

4. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ผลคูณของ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ ได้เมทริกซ์ขนาด 1×1

(2) ผลคูณของ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 6 \end{bmatrix}$ ได้เมทริกซ์ขนาด 1×1

ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูกเพียงข้อเดียว

ข. ข้อ (2) ถูกเพียงข้อเดียว

ค. ข้อ (1) และ (2) ถูก

ง. ทั้งข้อ (1) และข้อ (2) ผิด

5. ถ้า $x + 2I_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว x คือเมทริกซ์ใด

ก. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

6. ถ้า $2A - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ แล้ว $A - A'$ คือข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

7. ถ้า $\begin{bmatrix} 5+m & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 4n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7m \end{bmatrix}$ แล้ว $n^2 - m^5$ ตรงกับข้อใด

ก. -3

ข. -1

ค. 1

ง. 3

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} x & y & 3 \\ -1 & 1 & x \\ x^2 & 3 & y \end{bmatrix}$ และ $A + A^t = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ แล้ว $x + y$ เท่ากับข้อใด

ก. -2

ข. 0

ค. 2

ง. 4

9. ถ้า $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$ คือข้อใด

ก. 0

ข. $\frac{2}{3}$ ค. $\frac{3}{14}$ ง. $\frac{4}{21}$

10. ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา $C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

ก. $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

ข. $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

ค. $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

ง. $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\det(2A^{-1}B^2)^4$

ก. -58

ข. -49

ค. -30

ง. -24

12. ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ และ $C = 2AB^{-1} + B^{-1}$ จงหาค่าของ a ที่ทำให้ $\det(C) = 1$

ก. 3 ข. $\frac{11}{4}$

ค. 2 ง. $\frac{8}{3}$

13. ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & y \end{bmatrix}$ ถ้า $\det(AB + B) = -64$ จงหา B^{-1}

ก. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

14. ถ้า 2×2 เมทริกซ์ A ซึ่งมีเซเอกฐาน และถ้า $\begin{bmatrix} 60 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ แล้ว A^{-1} คือเมทริกซ์ใด

ต่อไปนี้เป็น

ก. $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 9 & -18 \\ -12 & 6 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 12 & 20 \\ 30 & 8 \end{bmatrix}$

15. กำหนด $2x + z = 5$, $3y - 2z = 0$, $5x - 2y = 1$ จงพิจารณาขั้นตอนจากข้อ 1-4

$$1. \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & : & 5 \\ 0 & 3 & -2 & : & 0 \\ 5 & -2 & 0 & : & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 & : & 5/2 \\ 0 & 3 & -2 & : & 0 \\ 15 & 0 & -4 & : & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1/2 \\ R_2 \\ 3R_3 + 2R_2 \end{matrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 & : & 5/2 \\ 0 & 3 & -2 & : & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 3 \end{bmatrix} \dots [1] \dots$$

$$4. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & 1 \\ 0 & 1 & 0 & : & 2 \\ 0 & 0 & 1 & : & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1 - R_3/2 \\ \dots [2] \dots \\ \dots [2] \dots \end{matrix}$$

ในช่องว่างที่ [1] และช่องว่างที่ [2] ตามลำดับ คือข้อใด

ก. $\frac{2}{23}(R_3 - 15R_1)$, $\frac{1}{3}(R_2 + 2R_3)$ ข. $\frac{-2}{23}(R_3 - 15R_1)$, $\frac{1}{3}(R_2 + 2R_3)$

ข. $(R_3 - 15R_1)$, $\frac{1}{3}(R_2 + 2R_3)$ ง. $\frac{-2}{23}(R_3 - 15R_1)$, $(R_2 + 2R_3)$



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์

1. รองศาสตราจารย์ธานินทร์ สีทธิวิรัชธรรม

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

2. อาจารย์พนัชกร มีฤทธิ์

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ.3

โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม)

3. อาจารย์ ดร.อุทัย คำรักษา

สาขาวิชาการศึกษาศึกษาทั่วไป คณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ จังหวัดนครปฐม





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นายสงครามชัย กลิ่นถ่อศีล
วันเดือนปีเกิด 13 มิถุนายน 2522
สถานที่เกิด ตำบลแหลมบัว อำเภอนครชัยศรี จังหวัดนครปฐม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน 16/154 หมู่บ้านกิตติชัย 14 ถ.ดาวทอง – ลานตากฟ้า
ตำบลมหาสวัสดิ์ อำเภอฟุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม 73170
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน ครูชำนาญการ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบ
มัธยม)

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2540 มัธยมศึกษาตอนปลาย
จากโรงเรียนแหลมบัววิทยา อำเภอนครชัยศรี จังหวัดนครปฐม
พ.ศ. 2545 ครุศาสตรบัณฑิต(ค.บ.)วิชาเอกคณิตศาสตร์
จากสถาบันราชภัฏสวนสุนันทา เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2556 การศึกษามหาบัณฑิต(กศ.ม.)สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
(การสอนคณิตศาสตร์)
จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ