

ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2556

ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2556

สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.00
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85



THE EFFECT OF LEARNING COGNITIVE GUIDED INSTRUCTION IN
PERMUTATIONS AND COMBINATIONS ON MATHEMATICS ACHIEVEMENT,
MATHEMATICAL PROBLEMS SOLVING ABILITY AND MATHEMATICAL
CONNECTION ABILITY OF MATHAYOMSUKSA VI STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

April 2013

Sutharat Samattakarn. (2013). *The Effect of Learning Cognitive Guided Instruction in Permutations and Combinations on Mathematics Achievement, Mathematical Problems Solving Ability and Mathematical Connecting Ability of Mathayomsuksa VI Students*. Master's Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare mathematical achievement, mathematical problems solving ability and mathematical connection ability of Mathayomsuksa VI students before and after learning Cognitive Guide Instruction and compare all the three aspects to the criterion. The subjects of this study were 48 Mathayomsuksa VI students in the second semester of the 2012 academic year at Srinakharinwirot University Prasarnmit Demonstration School Secondary. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 20 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The instruments used in data collection were the Cognitive Guide Instruction (CGI) lesson plans, mathematical achievement test, mathematical problems solving ability test and mathematical connection ability test. The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

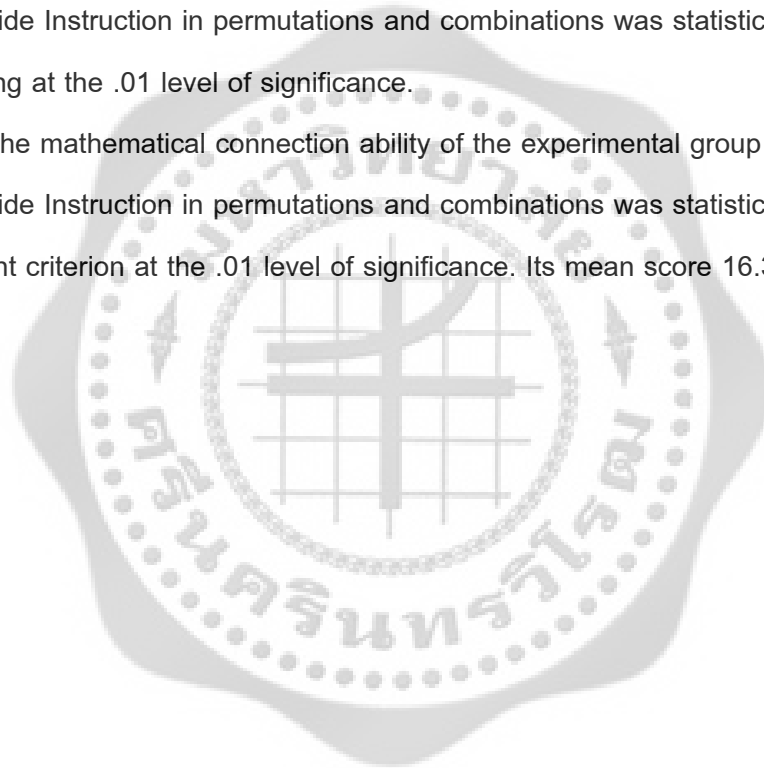
1. The mathematics achievement of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
2. The mathematics achievement of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 16.20 was as 81.00%.

3. The mathematical problems solving ability of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

4. The mathematical problems solving ability of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 17.37 was as 86.85%.

5. The mathematical connection ability of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

6. The mathematical connection ability of the experimental group after learning Cognitive Guide Instruction in permutations and combinations was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 16.37 was as 81.85%.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ของ

สุธารัตน์ สมรรถการ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ เดือน พ.ศ. 2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ที่ปรึกษาหลัก

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล อาจารย์ศุภวรรณ สัจจพิบูล อาจารย์วันเพ็ญ ประทุมทอง และอาจารย์สุณิสา สุมิตรณะ คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ. ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ กนกวลี อุษณกรกุล และอาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ พร้อมทั้งให้กำลังใจ เป็นผู้ที่ให้คำปรึกษาและช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูล ขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่คอยติดต่อประสานงานกับโรงเรียนและคอยช่วยเหลือผู้วิจัยในระหว่างการเก็บข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555 รวมทั้ง โรงเรียน ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณบิดา-มารดา สมาชิกในครอบครัวสมรรถการ ที่คอยเป็นกำลังใจตลอดมา และขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจให้เสมอมา และขอบคุณ สิรินทรา มินทะขัติ ที่ให้ความช่วยเหลือกันและกันตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สุรารัตน์ สมรรถการ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
สมมุติฐานในการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด (CGI).....	12
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	18
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..	28
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์...	58
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	75
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	75
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	76
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	90
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	98
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	98
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	98
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	99

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	103
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	103
สมมุติฐานในการวิจัย.....	104
วิธีดำเนินการวิจัย.....	104
สรุปผลการวิจัย.....	107
อภิปรายผล.....	108
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	113
ข้อเสนอแนะ.....	114
บรรณานุกรม.....	115
ภาคผนวก.....	129
ภาคผนวก ก.....	129
ภาคผนวก ข.....	155
ภาคผนวก ค.....	169
ภาคผนวก ง.....	181
ภาคผนวก จ.....	188
ประวัติผู้วิจัย.....	190

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 81
2	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 84
3	แบบแผนการวิจัย..... 90
4	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 99
5	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 100
6	การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 100
7	การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 101
8	การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 102
9	การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 102
10	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 131

- 11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่...132
- 12 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่133
- 13 $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
เชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียง
สับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่.....135
- 14 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่.....137
- 15 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน
และวิธีจัดหมู่.....139
- 16 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่...140
- 17 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่...140
- 18 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหา
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่.....141
- 19 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่.....144
- 20 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการ
หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่.....148

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
20	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 148
21	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่..... 151
22	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ วิธีจัดหมู่ 156
23	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ วิธีจัดหมู่ 160
24	คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ 164

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	41
3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต.....	42
4 ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา.....	43
5 กระบวนการแก้ปัญหา.....	44
6 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา.....	68



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาเป็นหัวใจสำคัญของการพัฒนามนุษย์ให้มีคุณภาพและคุณลักษณะที่พึงประสงค์ สามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ทนต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นตามยุคสมัย โดยมีเป้าหมายของการจัดการศึกษาว่า จะต้องมุ่งสร้างคนหรือผู้เรียน ซึ่งเป็นผลผลิตโดยตรงของการศึกษาให้มีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ มีศักยภาพและความสามารถที่จะพัฒนาตนเอง และสังคมไปสู่ความสำเร็จ คุณลักษณะดังกล่าว ประกอบไปด้วย การเป็นบุคคลแห่งการเรียนรู้ ใฝ่รู้ใฝ่เรียน รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า คัดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา และเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ ๆ รู้จักการทำงานเป็น หมู่คณะ (หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. 2542) ซึ่งพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กล่าวถึงแนวทางการจัดการศึกษาว่า ต้องยึดหลักผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ การจัดการกระบวนการเรียนรู้ต้องจัดเนื้อหาและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจ ความถนัดและความแตกต่างของผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ ให้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศ สภาพแวดล้อม สื่อการเรียน อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากสื่อและแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542)

จากผลการประเมินคุณภาพการศึกษาด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยภาพรวมแล้วผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำทุกระดับชั้นและเมื่อพิจารณาในรายละเอียดพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความบกพร่องด้านการทำข้อสอบแบบอธิบาย การให้เหตุผลในสิ่งที่คิดหรือแสดงวิธีทำซึ่งผลสอดคล้องกับผลการศึกษาศักยภาพของเด็กไทยระยะที่ 1 ของกองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา มีศักยภาพต่ำสุดในทักษะการคิด (จำเริญ จิตรหลัง. 2543: 19) นอกจากนี้จะเห็นได้จากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ในปีการศึกษา 2553 และ 2554 มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 57 และ ร้อยละ 51 ตามลำดับ นั่นคือ คะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 60 ซึ่งการที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำนั้น สาเหตุหนึ่งเกิดจากความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนยังอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจค่อนข้างมาก นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีเฉพาะโจทย์ที่ง่าย และค่อนข้างง่ายเท่านั้น แต่เมื่อนักเรียนไปพบกับโจทย์ที่ซับซ้อน ต้องใช้

ความคิด ความรู้ ความเข้าใจในพื้นฐานเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ก็จะประสบกับปัญหาทันที (วิชัย พาณิชย์สว. 2546: 8) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอยู่ในระดับที่สูงขึ้น ดังที่อัมพร ม้าคอง. (2553: 39) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญยิ่งและรวมทักษะอื่น ๆ เข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานจึงได้กำหนดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ คือ ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เห็นได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นสมรรถนะหนึ่งที่คุณเรียนต้องมี และจะทำอย่างไรให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอนย่อมส่งผลอย่างมากที่จะทำให้นักเรียนเกิดสมรรถนะดังกล่าวได้

นอกจากความสามารถในการแก้ปัญหาแล้ว ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญอย่างมากต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนได้สร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นรูป กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (NCTM.1989: 26) ดังที่เคนเนดีและทิปส์. (Kennedy; &Tipps. 1994: 194 -198) กล่าวไว้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ ผู้เรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ สัญลักษณ์ และมโนทัศน์ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจต้องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ (ปรีชา เนาวีเย็นผล. 2544: 56) นอกจากนี้สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.1989: 84) ได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงนักเรียนเกรด 5 - 8 ว่าทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยขยายการรับรู้ของนักเรียนให้กว้างมากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นส่วนเดียวกันทั้งหมด ไม่ใช่มองคณิตศาสตร์ว่าแบ่งเนื้อหาเป็นส่วน ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน และทำให้นักเรียนเห็นว่าสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ทั้งการเรียนในโรงเรียนและในชีวิตประจำวัน โดยผ่านการสำรวจความสัมพันธ์ต่าง ๆ ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำให้ นักเรียนพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ นั้นมีความสัมพันธ์กัน และสามารถช่วยให้พวกเขาเข้าใจวิชาอื่น ๆ และชีวิตประจำวันได้อย่างไร นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าวิชาอื่น ๆ และความรู้ใน

ชีวิตประจำวันมีประโยชน์ต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างอีกด้วย ซึ่งเมื่อนักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ ก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง และยังส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ตามมาอีกด้วย และในปี ค.ศ. 2000 (NCTM, 2000: 64) ยังได้มีการกล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าความสามารถในการเชื่อมโยงมีความสามารถจนสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้กล่าวไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนว่า การเชื่อมโยงต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งนี้ส่งผลให้นักการศึกษาทั่วโลก หันมาสนใจศึกษาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในการศึกษาเหล่านั้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาแล้วข้างต้นทำให้ผู้วิจัยเห็นว่าความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเนื้อหาเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ว่ามีเนื้อหาใดบ้างที่มีลักษณะการเชื่อมโยงกับด้านต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้พบว่า เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ เป็นพื้นฐานทั้งหมดของความน่าจะเป็น ซึ่งมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่น ๆ และความรู้ในชีวิตประจำวัน มาช่วยในการแก้โจทย์วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ และได้มีการนำวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ไปช่วยในการแก้โจทย์ในด้านต่าง ๆ เช่น เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ตลอดจนนำเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ไปช่วยแก้โจทย์ในชีวิตประจำวันอีกด้วย

การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction : CGI) เป็นวิธีการหนึ่งซึ่งมีพื้นฐานว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้โจทย์ด้วยตัวของผู้เรียนเอง โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดของนักเรียน (Carpenter et al. 1989: 499 – 531; Fennema et al. 1993: 555 – 583) ขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนนั้นเริ่มต้นจาก ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วครูให้นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งเหตุผลของแต่ละคน โดยครูและเพื่อนร่วมกัถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด และนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้ ซึ่งการสอนแนะให้รู้คิดสามารถฝึกทักษะการคิด

เพื่อใช้ในการกำหนดปัญหาและหาวิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่าควรใช้วิธีการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ให้แก่ผู้เรียน เพื่อฝึกให้ผู้เรียนรู้ถึงกระบวนการคิด ตรวจสอบความคิดของตนเองไปในทิศทางที่ถูกต้อง และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ นอกจากนี้ยังทำให้ผู้เรียนได้เกิดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และผู้เรียนต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจถ่องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกกว่าวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

จากสภาพปัญหาและเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษา ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 อันเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนได้นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ที่จะช่วยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิดประโยชน์สูงสุดแก่นักเรียนต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ก่อนและหลังการทดลอง
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น สามารถนำไปใช้ในการพิจารณาเลือกวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม อันจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งผู้ที่สนใจสามารถนำแนวคิดดังกล่าวไปพัฒนาการเรียนการสอนในเนื้อหาบทอื่น ๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 150 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้อง แบบคละความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ ของหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) พุทธศักราช 2551 รายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	2	คาบ
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแนวเส้นตรง	3	คาบ
3. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแนววงกลม	3	คาบ
4. วิธีจัดหมู่พื้นฐานและแบบทรงเรขาคณิต	3	คาบ
5. วิธีจัดหมู่แบบแบ่งกลุ่ม	3	คาบ
6. วิธีจัดหมู่แบบบางสิ่งเหมือนกัน	2	คาบ
7. วิธีจัดหมู่ที่สิ่งของทั้งหมดเหมือนกัน	2	คาบ
8. ทดสอบหลังเรียน	2	คาบ
รวม	20	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 16 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 2 คาบ และทำการสอบหลังเรียน จำนวน (Post-test) 2 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือ การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guide Instruction : CGI)
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) คือ
 - 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เกิดจากความรู้ของนักเรียน ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สรุปได้ดังนี้

1. ครูกำหนดโจทย์ปัญหาที่มีความเหมาะสมให้นักเรียน
2. นักเรียนคิดวิเคราะห์การแก้ปัญหา ผิดพลาดด้วยตัวเอง
3. ครูคอยสนับสนุนการเรียน ให้แรงกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้ ครูจะไม่สอนวิธีการคิดให้กับนักเรียน แต่จะคอยซักถามนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
4. นักเรียนนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาของแต่ละคน รวมทั้งมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันอภิปราย เพื่อให้นักเรียนได้รับคำตอบที่ต่างก็ร่วมกันหาข้อผิดพลาด
5. นักเรียนสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้
6. ประเมินผลตามสภาพจริง

2. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เกิดจากความรู้ของนักเรียน ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง มีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่
2. นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา
3. นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งเหตุผลของแต่ละคน จากนั้นครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด
4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ โดยสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตามที่วิลสัน (Wilson, 1971: 643 – 696) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับ คือ

3.1 ด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และกระบวนการในการคิดคำนวณ

3.2 ด้านความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หลักการ การสรุป อ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การอ่านและทำความเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ การอ่านและการตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 ด้านการนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน การแยกแยะโจทย์ปัญหาที่กำหนดออกเป็นส่วน ๆ เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหา ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน

3.4 ด้านการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน เป็นการค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อพิสูจน์ ตลอดจนความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตรสำหรับการนำไปใช้ในกรณีทั่วไป

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในด้านความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา ทักษะการคิด ทักษะการคำนวณ และความสามารถประเมินการทำงานของตนเองมาใช้ในการบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบของปัญหาจากโจทย์ที่กำหนดให้ ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ประกอบด้วยปัญหาให้นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้

ประเมินได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้เนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับสาระภายในวิชาหรือวิชาอื่น ๆ หรือชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงหลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ สามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้และการดำเนินชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนเห็นคุณประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

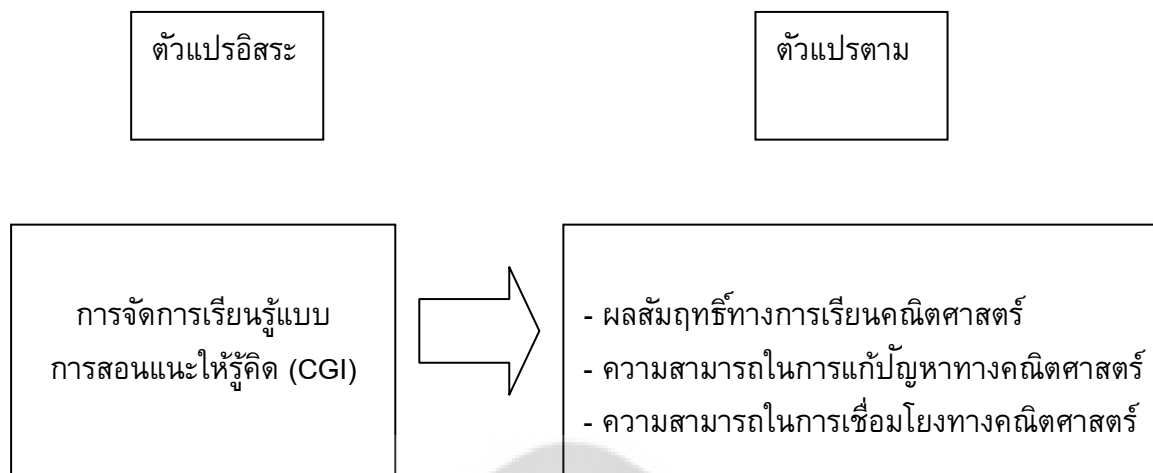
6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัย ใช้เกณฑ์ร้อยละ

60 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์ การตัดสินผลการเรียนรู้ ของเอกสาร หลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551:18) ดังนี้

- 80 – 100 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม
- 75 – 79 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีมาก
- 70 – 74 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
- 65 – 69 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ค่อนข้างดี
- 60 – 64 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ปานกลาง
- 55 – 59 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ พอใช้
- 50 – 54 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
- 0 – 49 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน / ความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งเป็นวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่เน้นให้นักเรียนเกิดความคิด สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง มีทักษะและกระบวนการในการเรียนรู้ ที่จะส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิดของการวิจัยดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
6. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

- 1.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
- 1.2 แนวการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
- 1.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)
- 1.4 บทบาทผู้เรียน บทบาทผู้สอน และบรรยากาศในชั้นเรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
- 3.3 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
- 4.5 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยง
- 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

1.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI) เป็นนวัตกรรมหนึ่งที่มีมุ่งเน้นประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอน ไม่มีวิธีการสอนเป็นรูปแบบตายตัว แต่ขึ้นอยู่กับบริบทของผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งเป็นการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนเกี่ยวกับองค์ความรู้และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา โดยอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของผู้เรียนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหา เป็นการเรียนรู้ที่มีการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม มีโอกาสนำเสนอความคิดของตนเอง ร่วมกันอภิปราย ก่อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมของผู้เรียนให้สัมพันธ์และสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ที่จะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง การสอนแนะให้รู้คิดมีฐานคิด 2 ประการ คือ ประการที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับการคิดของผู้เรียนในการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งมีประโยชน์ต่อผู้สอน และประการที่ 2 การเชื่อมโยงความรู้ใหม่อย่างสมเหตุสมผลกับความรู้เดิมที่มีอยู่ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีหลักการดังนี้ (Carpenter; et. al. 2004 : Online)

1. ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง
2. เป็นระบบการจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนผู้เรียนในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง
3. การพัฒนาผู้เรียนด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ควรมีลำดับหัวข้อในการเรียนรู้
4. เป็นการเรียนการสอนที่มีความสัมพันธ์กับปัญหาและความเข้าใจในตัวผู้เรียน

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI) เป็นแนวการสอนที่พัฒนาโดย คาร์เพนเทอร์และคณะ ในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al. 2000:1) ซึ่งแนวการสอนแบบ CGI นี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ และ การเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al. 1989: 499 – 531; Fennema et al. 1993: 555 – 583) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนแบบ CGI มีหลักการ ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์ หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ให้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหา นั้น ๆ ได้

แต่ประเมินด้วยว่า นักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน (Carpenter et al. 1989: 499 – 531)

1.2 แนวการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดจะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง อาศัยความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนเป็นฐานในการจัดการเรียนรู้ จะไม่มีรูปแบบของวิธีการหรือกิจกรรมที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน แต่เป็นความรู้ความเข้าใจที่ผู้สอนต้องวินิจฉัยผู้เรียนเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาและมีความสนใจในขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างไร ผู้เรียนในห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด จะใช้เวลาส่วนใหญ่ในการใช้วิธีการและรูปแบบที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความแตกต่างกันได้ตามศักยภาพของตน รวมทั้งการได้มีโอกาสได้พูดคุยและนำเสนอแนวคิดของตน ให้มีความสำคัญและการยอมรับจากเพื่อน ๆ และผู้สอนในการนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ผู้เรียนแต่ละคนใช้ในการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสิ่งสำคัญที่ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงคือ ผู้สอนจะไม่สอนวิธีการในการแก้ปัญหาใด ๆ แก่ผู้เรียน แต่จะสนับสนุนให้ผู้เรียนได้พิจารณาแนวทางในการแก้ปัญหด้วยตนเอง ช่วยเหลือผู้เรียนให้ได้ค้นพบข้อผิดพลาดด้วยตัวของผู้เรียนเอง การจัดการเรียนการสอนจะขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้เรียนแต่ละคน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกง่ายและมีแรงจูงใจในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ผู้เรียนได้รับความรู้หลายรูปแบบจากการร่วมมือกับเพื่อน ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ (Franke;& Weishaupt. 1998 : Online; Fashola;& Slavin. 1997 : Online)

คาร์เพนเทอร์ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้ดีกว่า

1. เป็นการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดการเรียนรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน
4. ความรู้และความเชื่อของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Carpenter et al. 2000: 1)

จากที่กล่าวมา พบว่า ชั้นเรียน การจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มีลักษณะที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจ เน้นการแก้ปัญหามากกว่าชั้นเรียนเดิม ๆ และการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ครูจะต้องประเมินการคิดของนักเรียนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ

1.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สรุปได้ดังนี้ (Peterson; et al. 1991; Franke; & Weishaupt. 2004)

1. ผู้สอนกำหนดโจทย์ปัญหาที่มีความเหมาะสมให้ผู้เรียน
2. ผู้สอนคิดวิเคราะห์การแก้ปัญหา ผูกผันด้วยตัวเอง
3. ผู้สอนคอยสนับสนุนการเรียน ให้แรงกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้ ผู้สอนจะไม่สอนวิธีการคิดให้กับผู้เรียน แต่จะคอยซักถามผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
4. ผู้เรียนนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาของแต่ละคน รวมทั้งมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ร่วมกันอภิปราย เมื่อผู้เรียนได้รับคำตอบที่ต่างก็ร่วมกันหาข้อผิดพลาด
5. ผู้เรียนสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้โดยมีผู้สอนเป็นผู้กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้
6. ประเมินผลตามสภาพจริง

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al. 1999: 60 – 85; 2000: 4 – 5) และฮิลเบิร์ตและคณะ (Hiebert et al. 1997) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่สอดคล้องกันดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และแนะนำจนครมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหา นั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้น ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย..., คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร, บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือ คุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

1.4 บทบาทผู้เรียน บทบาทผู้สอน และบรรยากาศในชั้นเรียน

บทบาทของผู้เรียนกับผู้สอนมีความสำคัญยิ่งในการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) การเรียนรู้ที่มีพลัง คือ ผู้เรียนได้พัฒนาตนเอง สนุกกับการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการวางแผนการเรียน รู้จุดมุ่งหมายของการเรียน รู้วิธีการเรียนที่ดีที่สุด มีอิสระ คิดเป็น และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ ซึ่งพลังการเรียนรู้ที่สร้างความแข็งแกร่งในศักยภาพของผู้เรียนควรคำนึงถึงหลัก 3 ประการ คือ การเรียนรู้ที่อยู่พื้นฐานที่เกิดจากการกระทำ การเรียนรู้เป็นวิธีการประยุกต์ใช้ และการเรียนรู้ต้องเกิดจากความเชื่อมั่นและเจตคติที่ดีต่อตนเอง บทบาทของผู้เรียนกับผู้สอน สรุปได้ดังนี้ (ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2539: 31 – 32; วิชัย วงษ์ใหญ่. 2543: 19 – 25, 61)

บทบาทผู้เรียน

สิ่งที่มีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

1. วุฒิภาวะและความพร้อม วุฒิภาวะ หมายถึง ความเจริญเติบโตของผู้เรียนโดยธรรมชาติทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และสังคม ส่วนความพร้อม หมายถึง สภาพความเจริญเติบโตทั้งทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญาของผู้เรียน รวมทั้งความสนใจและความรู้พื้นฐานที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่จะเรียนได้
2. ความสามารถ หมายถึง เชาวน์ปัญญา คนที่มีเชาวน์ปัญญาน้อยย่อมเรียนได้ในเรื่องง่าย ไม่สลบซับซ้อน ส่วนคนที่มีเชาวน์ปัญญาสูงย่อมจะเรียนในเรื่องที่ยากได้ ความสามารถนี้จะวัดได้จากแบบทดสอบวัดเชาวน์ปัญญา ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้และนำมาพิจารณาร่วมกับวิธีการอื่นเพื่อให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงกับความสามารถของผู้เรียนและใช้ทำนายความสำเร็จในอนาคต
3. ความสนใจ เป็นตัวกระตุ้นที่สำคัญก่อให้เกิดกิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยให้การเรียนรู้นั้นมีจุดหมายที่แน่นอน ความสนใจอาจจะเกิดจากความถนัดและเจตคติที่ดีต่อเรื่องนั้น ๆ รวมทั้งการจูงใจซึ่งเป็นการเสริมแรงผู้เรียน
4. ประสบการณ์ของผู้เรียน ถ้าผู้เรียนเคยมีประสบการณ์ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งก็อาจจะมีส่วนต่อการเรียนรู้ในเรื่องต่อไปได้ ความรู้เดิมที่มีอยู่จะช่วยเสริมให้เกิดการเรียนรู้ใหม่
5. ความบกพร่องทางร่างกาย อวัยวะที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ เช่น ตา หู ปาก สมอมือ เป็นต้น หากสูญเสียไปก็จะทำให้การเรียนรู้หยุดชะงักหรือเรียนไม่ได้

บทบาทผู้สอน

ผู้สอนซึ่งเป็นผู้เฝ้าอำนวยความสะดวกการเรียนรู้ควรมีลักษณะ ดังนี้

1. การฟังอย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะการฟังเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับผู้สอน เพราะต้องใช้สื่อสารกับผู้เรียนตลอดเวลา ผู้สอนต้องมีความทนในสิ่งที่ผู้เรียนพูด พยายามวิเคราะห์สรุปสาระ ประเด็นหลักโดยรับฟังอย่างใส่ใจ สรุป ทบทวน พยายามหาความหมายพิเศษที่ซ่อนเร้นอยู่ภายใต้การพูดของผู้เรียน เพื่อจะได้คอยช่วยเหลือสนับสนุนในสิ่งที่ผู้เรียนต้องการและสนใจจะเรียนรู้

2. ความจริงใจ ผู้สอนต้องมีความจริงใจกับตนเองเป็นประการแรกก่อน จึงจะให้ความจริงใจ ความรัก ความหวังดีกับผู้เรียนโดยความบริสุทธิ์ใจในด้านการเตรียมบทเรียน การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน การเสริมแรง การให้ข้อมูลย้อนกลับ รวมทั้งการประเมินผลผู้เรียน ผู้สอนต้องตระหนักถึงความสำคัญในวิชาชีพครู มีทัศนคติที่ดีต่อการสอนและมีเจตคติที่ดีต่อผู้เรียน

3. ความเข้าใจ ผู้สอนต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับบทบาทหน้าที่ของตนเองอย่างแท้จริง เพื่อเป็นพื้นฐานที่จะนำไปสู่ผู้เรียนได้โดยปราศจากความขัดแย้งทั้งการคิดและการกระทำ ผู้สอนต้องเข้าใจผู้เรียน คอยสนับสนุนและให้กำลังใจผู้เรียนเพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการเรียนรู้

4. การยอมรับ ผู้สอนต้องเข้าใจผู้เรียนและยอมรับผู้เรียน มีเจตคติที่ดีต่อผู้เรียน มองผู้เรียนเป็นบุคคลที่มีคุณค่า ให้ความสนใจผู้เรียน มีความเอื้ออาทรต่อผู้เรียน เมื่อผู้สอนเข้าใจและยอมรับผู้เรียนได้ จะทำให้การดำเนินการเรียนการสอนเป็นไปโดยราบรื่น ผู้เรียนจะรู้สึกเป็นสุขในการเรียนรู้

5. ความฉลาดมีปฏิภาณไหวพริบ ผู้สอนจะต้องมีความคิดที่ถูกต้องและเหมาะสม ใช้ความสามารถในการเผชิญสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ สามารถปรับเปลี่ยนเรียนรู้ความจริง ข้อเท็จจริง และความหมายด้วยความฉับไวในการจัดระบบ การใช้ความรู้จะนำไปสู่การจัดบรรยากาศในการเรียนการสอน การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน เพื่อเสริมสร้างให้ผู้เรียนเกิดทักษะเชิงวิชาการและทักษะทางสังคม

6. ทักษะในการสื่อสารระหว่างบุคคล ผู้สอนจะต้องสามารถสื่อความหมายที่ซ่อนเร้นอยู่ในคำพูดและท่าทางของผู้เรียน ความไวต่อการรับรู้จะช่วยให้ผู้สอนมีประสิทธิภาพและสร้างความพอใจในการสื่อสารกับผู้เรียนมากขึ้น การใช้ปัญญาในการปรับสภาพจิตและพฤติกรรมเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาทักษะการสื่อสารระหว่างบุคคลของผู้สอน เพราะผู้สอนสามารถใช้ปัญญาเพื่อปรับสภาพจิตของผู้เรียนในสถานการณ์ที่หลากหลายได้

คาร์เพนเทอร์และคณะได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ดังนี้

1. ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้

2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน

3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน

4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งครูก็จะสามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย

5. ครูควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคน และสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่จะเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้

7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม และมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในระดับเรียน

8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัว หรือใช้สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

สำหรับการประเมินการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) นั้น ครูควรมีการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนบ่อย ๆ และใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมิน เช่น ประเมินโดยการสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟังจากการนำเสนอแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน เป็นต้น โดยการประเมินนั้นควรทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน (NCRMSE. 1992; Hanks. 1998)

ดังนั้น เมื่อนำหลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า ผู้สอนคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นอย่างดี และ ใช้หลักการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอน เข้าใจความคิดของผู้เรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ การตัดสินใจของผู้สอนมีฐานคิดจากความรู้ของผู้สอนที่มีความเข้าใจในความคิดของผู้เรียน นอกจากนี้ยังมีบรรยากาศในห้องเรียนในการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จากลักษณะของห้องเรียนแบบเดิมที่ผู้เรียนจะมีภาระงานและทำตามที่ผู้สอนบอกให้ทำ กระบวนการส่วนใหญ่จะมุ่งประเด็นไปที่ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาคำตอบจากแต่ละคำถาม ผู้สอนคาดหวังให้ผู้เรียนทุกคนได้กระทำในส่วนที่เหมือนกันเป็นงานประจำ และมีความรู้คณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน ซึ่งการแก้ปัญหาที่เหมือนกันจะเป็นการสนับสนุนบริบทของผู้เรียนในการฝึกหัดการแสดงลำดับขั้นตอนมากกว่าการแข่งขันกันนำเสนอความคิดและวิธีการในการแก้ปัญหา ฐานคิดของผู้สอนจะมาจากการตัดสินใจของผู้สอนเองที่คิดว่าอะไรมีความสำคัญ

สำหรับผู้เรียนในการเรียนรู้ ในขณะที่ห้องเรียนที่จัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นที่ซึ่งสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ผู้เรียนรู้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาในแนวทางที่แตกต่างกัน บรรยากาศของห้องเรียนที่จัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการรับฟังความคิดของแต่ละคน ซึ่งมีความสำคัญและได้รับการเอาใจใส่จากเพื่อน ๆ และผู้สอน วิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียนเป็นไปตามความสามารถเฉพาะบุคคล มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน ๆ ในห้องเรียนด้วย ซึ่งหากต้องการให้เกิดการปฏิรูปการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนทุกระดับจะต้องได้รับการฝึกให้สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างผู้เชี่ยวชาญ คือการร่วมแรงร่วมใจในการหาคำตอบ การอภิปรายโต้เถียงกันในข้อค้นพบหรือคำตอบที่ได้ การเชื่อมโยงประเมินผลสรุป รวมทั้งการสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้ ในขั้นต้นผู้เรียนควรจะได้รับ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรูปแบบของการเป็นผู้รับความรู้จากผู้สอนเพียงอย่างเดียว การให้ความสนใจและเอาใจใส่ผู้เรียนอย่างใกล้ชิดจะเป็นข้อมูลสำคัญให้กับผู้สอนเอง ในการนำไปวางแผนการสอนและการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971: 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับคือ

1. ความรู้ความจำการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้นคือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่ผู้เรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งผู้เรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับ ขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง ผู้เรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ (Knowledge of Principles Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกก็อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่สูงสุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow A Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นอื่น ๆ โดยให้ผู้เรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่ผู้เรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่ผู้เรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือ เป็นแบบฝึกหัดที่ผู้เรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine problems) ผู้เรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาคือใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร (Ability to Data Recognize Patterns, Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ ผู้เรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามที่ใช้ในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อน ผู้เรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้แล้วสร้างความสัมพันธ์ใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่า พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้ผู้เรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้ได้เป็นกรณีทั่วไปได้

กูด (Good. 1973: 7) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ คะแนนที่ได้จากงานที่ผู้สอนมอบหมายให้ หรือทั้งสองอย่าง

ททัยกาญจน์ อินบุญมา (2547: 33) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยอาจจะพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ หรือคะแนนที่ได้จากงานที่ผู้สอนมอบหมาย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถหรือระดับผลสัมฤทธิ์ของบุคคลหลังจากการเรียนหรือการฝึกอบรม ซึ่งสามารถแบ่งเป็น

1. ด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และกระบวนการในการคิดคำนวณ

2. ด้านความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หลักการ การสรุป อ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การอ่านและทำความเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ การอ่านและการตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข หรือกราฟ

3. ด้านการนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสมอยู่ระหว่างเรียน การแยกแยะโจทย์ปัญหาที่กำหนดออกเป็นส่วนๆ เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหา ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร

4. ด้านการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่เคยพบมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อพิสูจน์ ตลอดจนความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตรสำหรับการนำไปใช้ในกรณีทั่วไป

2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14-16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนของผู้เรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน มีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกาย และบุคลิกภาพ

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ระหว่างบิดาและมารดา ความสัมพันธ์ระหว่างบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และ ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางด้านวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของผู้เรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของผู้เรียน

6. องค์ประกอบทางปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัวการแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอล (Carroll. 1963: 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน โดยการนำเอาผู้สอน ผู้เรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่ผู้เรียนจะได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้น สรุปได้ว่ามีองค์ประกอบที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังนี้

1. ความพร้อมทางร่างกายของผู้เรียน ได้แก่ ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกภาพของผู้เรียน

2. คุณภาพของการจัดการเรียนการสอนและหลักสูตร

3. ความสัมพันธ์ที่ดีกับสมาชิกในครอบครัวและการอบรมเลี้ยงดูของผู้ปกครอง

4. สติปัญญา , ความสนใจ และเจตคติของผู้เรียน

2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526: 79) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ 2 แบบ ตามจุดมุ่งหมายและลักษณะวิชาที่สอน คือ

1. การวัดด้านการปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติหรือทักษะของผู้เรียน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถออกมาในรูปการกระทำจริง เช่น วิชาศิลปะ ละคร หรืองานช่าง เป็นต้น

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน สามารถวัดได้โดยใช้แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ (2538: 146-147) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดความรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้ผู้เรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ กับให้ผู้เรียนปฏิบัติ

จากการศึกษาการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ การวัดความรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งสามารถวัดได้ทั้งในด้านทฤษฎีและการปฏิบัติจริง ซึ่งการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเนื้อหาที่จะวัด

2.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัตและ คุปตะ (Rawat; & Gupta. 1970: 7-9) ได้กล่าวว่า อาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่งหรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. ผู้เรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. ผู้เรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

วัชร บรูณสิงห์ (2525: 435) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้เรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75-90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าผู้เรียนคนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สังเกตจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. เจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการศึกษาของตนเอง และบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากผู้เรียนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น ๆ
13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

จากการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พบว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ปัจจัยที่มาจากตัวผู้เรียนเอง คือ ระดับสติปัญญา พื้นฐานความรู้เดิม ความบกพร่องทางด้านร่างกาย เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้สึกกดดันและขาดความเชื่อมั่นในตนเอง
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอน
3. สภาพแวดล้อมทั้งที่โรงเรียนและที่บ้าน

ดังนั้นผู้สอนผู้สอนควรวิเคราะห์หาสาเหตุเพื่อหาแนวทางในการแก้ไขปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ครอบคลุมทุกด้าน

2.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525: 55) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบทดสอบประเภทนี้จึงมุ่งวัดคุณลักษณะด้านความรู้ความคิดในเรื่องที่เรียน ลักษณะการวัดผลสัมฤทธิ์จะขึ้นอยู่กับลักษณะและธรรมชาติของรายวิชาที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ๆ โดยอาจจะเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ในแง่เนื้อหาวิชาโดยตรง หรืออาจจะวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงลงมือปฏิบัติ หน้าที่สำคัญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก็คือมุ่งตรวจสอบความสามารถในการเรียนของบุคคล ทั้งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถในการเรียน ความก้าวหน้า หรือพัฒนาการในการเรียน

สมเกียรติ ปติฐพร (2525: 7) กล่าวถึงประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ผู้สอนสร้างขึ้นเอง (Teacher Made Test) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้ทั่วไปในโรงเรียน โดยที่ผู้สอนเป็นผู้สร้างขึ้นเอง สอบแล้วทิ้งไป จะสอบใหม่ก็สร้างขึ้นใหม่

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้น แล้วนำไปใช้ทดสอบ แล้ววิเคราะห์ผลการสอบตามวิธีทางสถิติหลายครั้งเพื่อปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น

รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างง่ายและนิยมใช้มี 2 แบบคือ

1. แบบอัตนัยหรือความเรียง (Subject or Essay Type) หมายถึง แบบทดสอบที่กำหนดปัญหา หรือข้อคำถามให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ เหมาะสำหรับต้องการวัดหลาย ๆ ด้านในแต่ละข้อ เช่น วัดความคิด วัดภาษา วัดอารมณ์

2. แบบปรนัยหรือแบบใช้คำตอบสั้น ๆ (Objective or Short Answer Type) หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้คำตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบให้เลือก อาจเป็นแบบถูก-ผิด จับคู่ แบบเติมคำ หรือแบบเลือกตอบ

วิเชียร เกตุสิงห์ (2515: 28) ได้กล่าวถึงหลักและข้อแนะนำในการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบ ไว้ดังนี้

1. ตัวคำถามต้องชัดเจน อ่านแล้วเข้าใจว่าต้องการถามอะไร
2. พยายามให้ตัวเลือกสั้น ๆ โดยตัดคำที่ไม่จำเป็นออก
3. อย่าให้มีรายละเอียดในตัวคำถามมากเกินไปเพราะอาจเป็นการแนะนำคำตอบ
4. ต้องมั่นใจว่าคำถามแต่ละข้อมีคำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
5. พยายามใช้คำถามที่วัดสมองชั้นลึก ๆ เช่น ถามความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์
6. ระวังการใช้ตัวเลือก “ไม่มีข้อใดถูก” หรือ “ถูกทุกข้อ” ถ้าจะใช้ก็ให้ใช้อย่างเหมาะสม เช่น กรณีที่หาตัวเลือกอื่นไม่ได้อีกแล้ว
7. ถ้าจะใช้คำถามปฏิเสธ ควรแสดงให้เห็นชัดว่าเป็นคำถามปฏิเสธ โดยการขีดเส้นใต้หรือใช้ตัวพิมพ์หนาแสดงข้อความที่แสดงคำถามปฏิเสธ
8. ตัวเลือกที่ถูกควรมีความยาวใกล้เคียงกับตัวอื่น
9. ตัวเลือกที่เป็นตัวเลือกถูกและผิด ต้องถูกผิดในแง่ของความหมาย ไม่ใช่ถูกผิดในแง่ของภาษา
10. ตัวเลือกแต่ละตัวควรให้เป็นอิสระขาดจากกัน กล่าวคือ ไม่ควรกล่าวถึงกัน ไม่ควรให้ตัวเลือกตัวหนึ่งคลุมตัวเลือกอื่น ๆ
11. การวางตำแหน่งตัวถูกควรกระจายกันออกไป ไม่ควรซ้ำกันหรือเรียงกันอย่างมีระบบทางที่ดีควรเรียงตามลำดับความยาว ให้ตัวเลือกที่มีความยาวน้อยที่สุดเป็นข้อ ก.
12. ตัวเลือกที่เป็นตัวลวง ต้องมีเหตุผลที่ใช้เป็นตัวลวง ไม่ใช่ผิดจนเห็นได้ชัดเจน
13. ควรเรียงลำดับตัวเลือกเป็นตัวเลข
14. ถ้าใช้รูปภาพประกอบคำถามยิ่งดี
15. ข้อหนึ่งควรมีตัวเลือก 4-5 ตัวเลือก

16. อย่าให้คำถามข้อแรก ๆ และคำตอบข้อหลัง ๆ

จากการศึกษาค้นคว้าสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ แบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้ศึกษาซึ่งบ่งชี้ให้เห็นถึงพัฒนาการของผู้เรียน โดยลักษณะของแบบทดสอบนั้นมีอยู่หลายแบบ แต่นิยมใช้ในปัจจุบันจะมีอยู่ 2 แบบ คือ

1. แบบทดสอบที่เป็นปรนัย คือ ให้เลือกตัวเลือกที่ใต้ให้ไว้
2. แบบทดสอบที่เป็นอัตนัย คือ ให้แสดงวิธีทำหรือเติมคำตอบที่ถูกต้อง

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ไทดแกน (Deighan. 1971: 3333-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติทางคณิตศาสตร์ของผู้สอนและผู้เรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 3-6 จำนวน 1,022 คน ผู้สอน 44 คน ในโรงเรียนประถมศึกษาที่อยู่ในชนบท โดยใช้แบบวัดเจตคติ 2 ชนิด คือ 1) การตอบ "ใช่" , "ไม่ใช่" ของแอทโทเนน (Attonen) 2) Semantic Differential และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ JOHN Test of Basic Skills และ LORGE Thorndike of Intelligence วิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และวิเคราะห์สมการถดถอย ผลปรากฏว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน แต่เจตคติทางคณิตศาสตร์ของผู้สอนและผู้เรียนไม่สัมพันธ์กัน

ริโอแดน และ นอยซ์ (Riordan ; & Noyce. 2001: 368-A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของหลักสูตรมาตรฐานหลักวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 5-8 ศึกษาโดยการเปรียบเทียบกับผู้เรียน 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรเดิม กลุ่มที่ 2 เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลัก ผลจากการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักก็มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิม

ฟินน์และคนอื่นๆ (Finn; et al. 2003: 228-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้สอน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลัก โดยทำการศึกษากับผู้สอน 40 คน ผู้เรียน 1,466 คน จาก 26 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า สิ่งที่สำคัญมากที่สุด คือ การเตรียมการสอนตามหลักสูตร รองลงมา คือ พฤติกรรมการสอนของผู้สอนซึ่งมีผลในทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

เรย์และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2003: 74-A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตรมาตรฐานหลักและหลักสูตรเดิมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 8 โดยแบ่งผู้เรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลักอย่างน้อย 2 ปี และอีกกลุ่มเรียนโดยใช้หลักสูตรเดิม ผลวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตร

มาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

รจนา รัตนานิคม (2544: 29) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผลจากการวิจัยพบว่าผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01 และผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

พงศ์ศรีมณี เฟื่องฟู (2545: 28) ได้สร้างบทเรียนเรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงมา กลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลจากการวิจัยพบว่าผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนและประยุกต์ในเรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: 95) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนเรื่อง “ความน่าจะเป็น” โดยใช้วิธีแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง หลังการทดลองใช้ชุดการเรียน เรื่อง “ความน่าจะเป็น” โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรทัย ศรีอุทธา (2547: 59) ได้ศึกษาชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เสาวภา อนุเพชร (2548: 56) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นั้นหนากการ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่ได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นั้นหนากการสูงกว่าก่อนได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นั้นหนากการอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สันติ อธิทพลนาวากุล (2550: 91) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย พบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุศรา อิมทรัพย์ (2551: 89-90) ได้ศึกษาการใช้สื่อประสม เรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ของผู้เรียน ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมสูงกว่าเกณฑ์การเรียน 50% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่า การแก้ไขปัญหาเรื่องผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้นหากมีการจัดกิจกรรมในหลาย ๆ รูปแบบ ทั้งการใช้รูปแบบการสอนแบบต่าง ๆ หรือสร้างชุดกิจกรรมหรือชุดการเรียนรู้แบบต่าง ๆ ขึ้นมาใช้ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงความต้องการและความสนใจของผู้เรียน ผู้เรียนจึงจะมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ และกรอสนิเคิล (Bruckner; & Grossnicle. 1957 : 301) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อวานนี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977 : 173-174) กล่าวว่า ปัญหาคือสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้รับวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวางจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ครูอิคแซงค์ และเซฟฟีลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992 : 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งงงวย ปัญหาควรจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบในทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่า

ปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเกี่ยวข้องกับความรู้สึกหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์แต่ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

รีส์ และคนอื่น ๆ (Reys; et al. 2001 : 70) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ซึ่งบุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ถ้าปัญหานั้นทราบว่าจะแก้ปัญหาลike อย่างไรหรือทราบคำตอบโดยทันที สิ่งนั้นไม่เป็นปัญหา

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 520) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง ข้อสงสัย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 4) กล่าวว่า ปัญหาเป็นสภาพการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างในการคิดหาคำตอบ สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา

ปรีชา เนาะเย็นผล (2537 : 62) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ทันใดต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 57) กล่าวว่า ปัญหาคือ คำถามที่ต้องการคำตอบ ปัญหาของนักเรียนคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของนักเรียนอีกคนหนึ่ง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 12) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการที่จะได้คำตอบของปัญหานั้นทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่าง ๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 10) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาลike ต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหาลike และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

นักกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547 : 24) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์คือปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์หรือคำถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยไม่มีการระบุวิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการ การใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551:7) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่าง ๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหาตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่าง ๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

3.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

รัสเซล (Russel. 1961 : 225) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่ว ๆ ไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

ครูลิค และรีส์ (Krulik; & Reys. 1980 : 24) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (exercise problem) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya. 1985 : 123 – 128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989 : 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

เรย์ส ซุยดัม และมอนท์โกเมอร์รี่ (Reys; Suydam; & Montgomery. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองหาความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

บาร์ดูดี (Baroody. 1993 : 2-34 – 2-36) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทโดยใช้ผู้แก้ปัญหและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหาเช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหได้ด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองหาความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ไม่ทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตัววัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 140) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ยูพิน พิพิธกุล (2530 : 133) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่จะนำมาให้ผู้เรียนฝึกคิดนั้น อาจมีดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน
2. ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ที่อาศัยนิยามทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้
4. ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62 - 63) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะคือ

1. ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไปผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 19) ได้จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 6 ลักษณะคือ

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ ปัญหาเช่นนี้ต้องใช้ความรู้และทักษะ
2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยทำเพียงขั้นตอนเดียว

3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไข ของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา

จากการศึกษาประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน เน้นกระบวนการคิด ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับปัญหา ต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์และวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

3.3 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้ นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson; & Rising. 1967 : 107-110) อธิบายว่า การแก้ปัญหาคควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นรูปปัญหา มีความคิดกว้างไกลและมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไรเพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาคไม่สามารถได้ในทันที จะต้องมีความสร้างพลังความคิดได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาคต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคยควรยอมรับรูปแบบอื่นและวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิดการสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ออซุเบล (Ausubel. 1968 : 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้ องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

เฟอร์ (Fehr. 1972 : 127) กล่าวถึง สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้จักประมาณอย่างคร่าว ๆ จะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากได้

2. การตีความคำตอบ เป็นสิ่งสำคัญพอ ๆ กับการหาคำตอบ บางครั้งผลการคำนวณที่ถูกต้องไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามของปัญหา แต่ต้องดูถึงความเป็นไปได้ของปัญหาด้วย

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1977 : 30-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1980 : 225) กล่าวถึง สิ่งที่มีสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982 : 10-12) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้านคือ

1. ด้านประสบการณ์
2. ด้านความรู้สึก
3. ด้านสติปัญญาและความคิด

เฮดเดน และสเปียร์ (Hedden; & Spear. 1992 : 34-35) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บาร์อูดี้ (Baroody. 1993 : 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ ดังนี้

1. ด้านความรู้ความคิด ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. ด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาที่มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่น ความตั้งใจ ความพยายามและความเชื่อของนักเรียน
3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141 – 142) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุปนอกจากความรู้พื้นฐานทั้ง 5 ข้อ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมีคือ
6. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 31-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ
 - 1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์
 - 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา
 - 1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาคควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นภาพปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหาย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีความแข็งแรงที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาคจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2544 : 140) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนในการเตรียมแก้ปัญหาดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้

2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนคติ (Concept) อย่างถูกต้อง

3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความการขยายความ

4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ

5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่

6. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถในการจัดข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 38) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ
2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกลัวแต่นักเรียนก็รู้สึกว่าเป็นต้องทำ ความพยายาม
3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

จากการศึกษาองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีอยู่ 5 ประการ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา
2. ความสามารถในการตีความหมาย
3. ความสามารถในการรับรู้ วิเคราะห์ และสังเคราะห์
4. ความสามารถในการคิดคำนวณและการให้เหตุผล
5. สติปัญญา และประสบการณ์

3.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957 : XVI-XVII) เสนอขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

- 2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่
- 2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
- 2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

โคลด์ (Clyde. 1967 : 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้หาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใด จึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน
2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล
3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณ จะต้องมีทักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

กิลฟอร์ด (Guildford. 1971 : 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่น ๆ จนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

วิธีอื่น ๆ จนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหานั้นที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

โอกาสต่อไป

เวียร์ (Weir. 1974 : 17) กล่าวถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา
3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์

เบลล์ (Bell. 1978 : 312) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปแบบทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปแบบที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ หรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ออสบอร์น (Osborn. 1989 : 1995A) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ไว้ ดังนี้

1. ขั้นค้นหาความจริง (Fact Finding) โดยการใช้คำถาม “ใคร”
2. ขั้นค้นหาปัญหา (Problem Finding) คือ ระบุนิยามของปัญหา
3. ขั้นค้นหาความคิดในการแก้ปัญหา (Idea Finding) โดยการระดมสมองจากสมาชิก
4. ขั้นค้นหาคำตอบ (Solution Finding) โดยใช้ตารางประเมินผล
5. ขั้นยอมรับนำไปปฏิบัติ (Acceptance Finding or Implementation)

ครูลิก และ รูดนิก (Krulik; & Rudnick. 1993 : 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว ปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

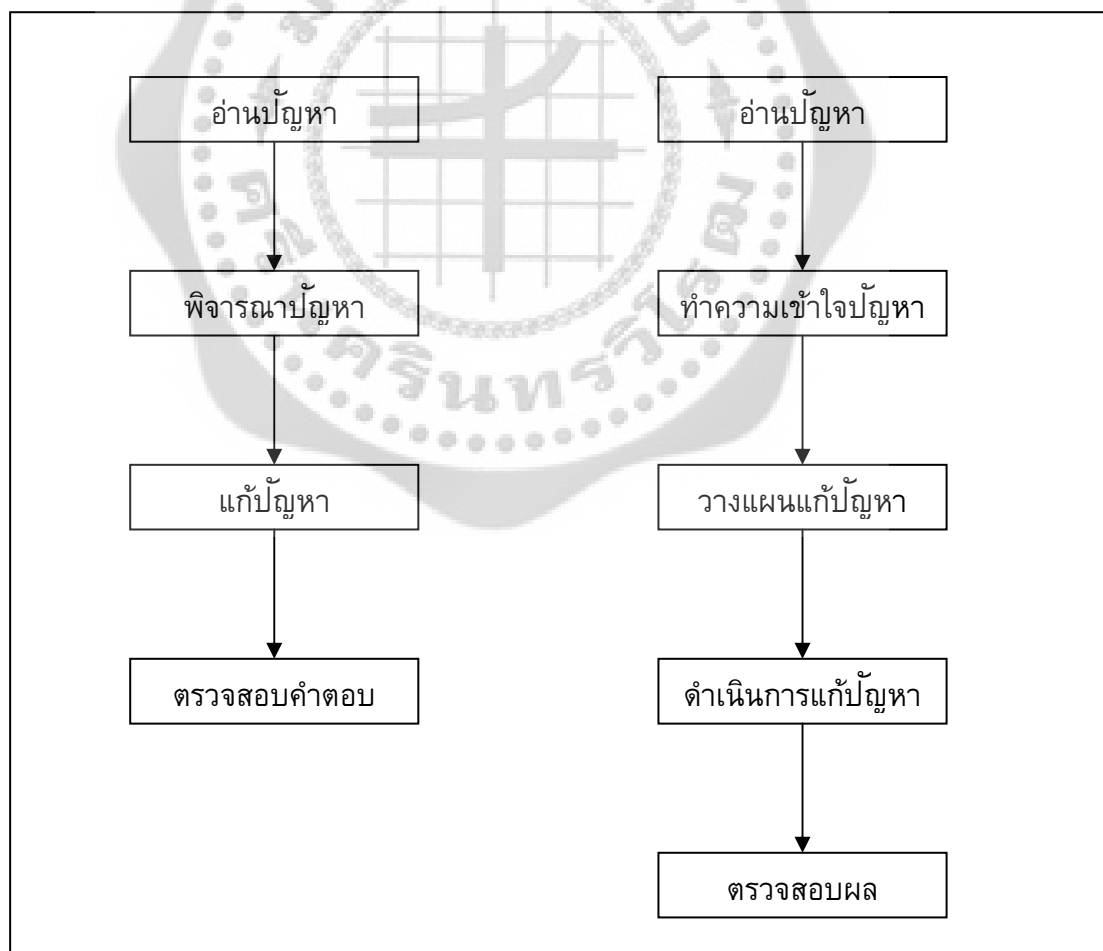
ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะ

การคิดคำนวณ การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมอ้ยอนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 16-17 ; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom High School. p. 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังภาพประกอบ 2



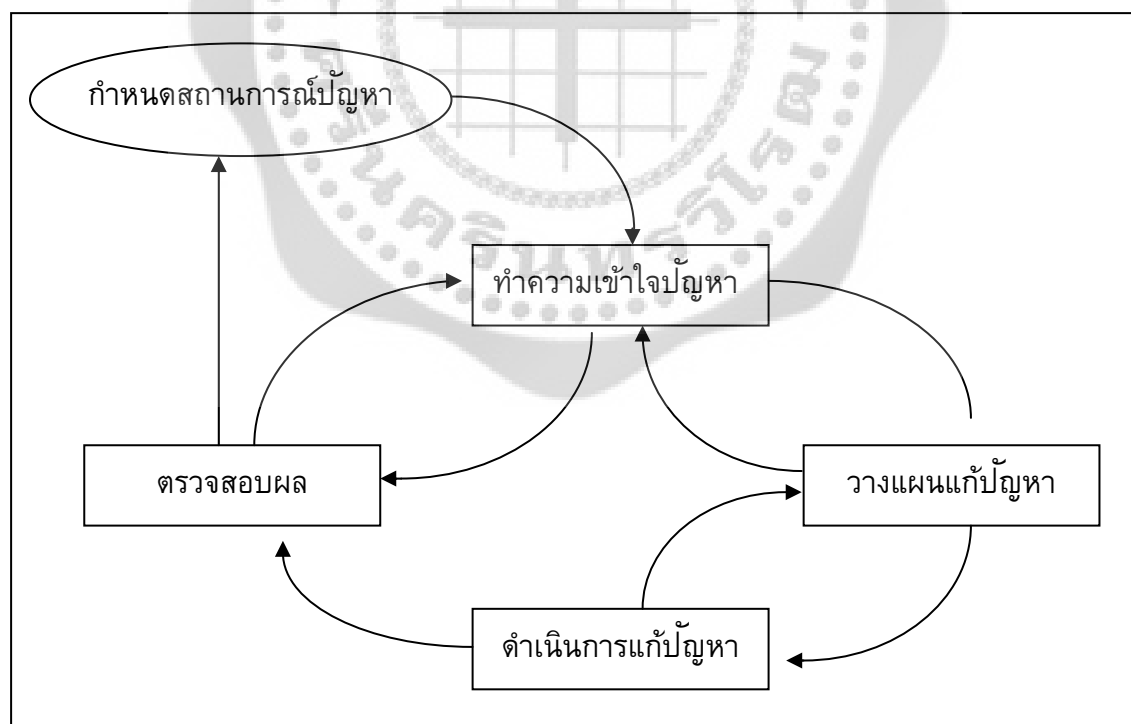
ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. หน้า 16.

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) มองว่า มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 3

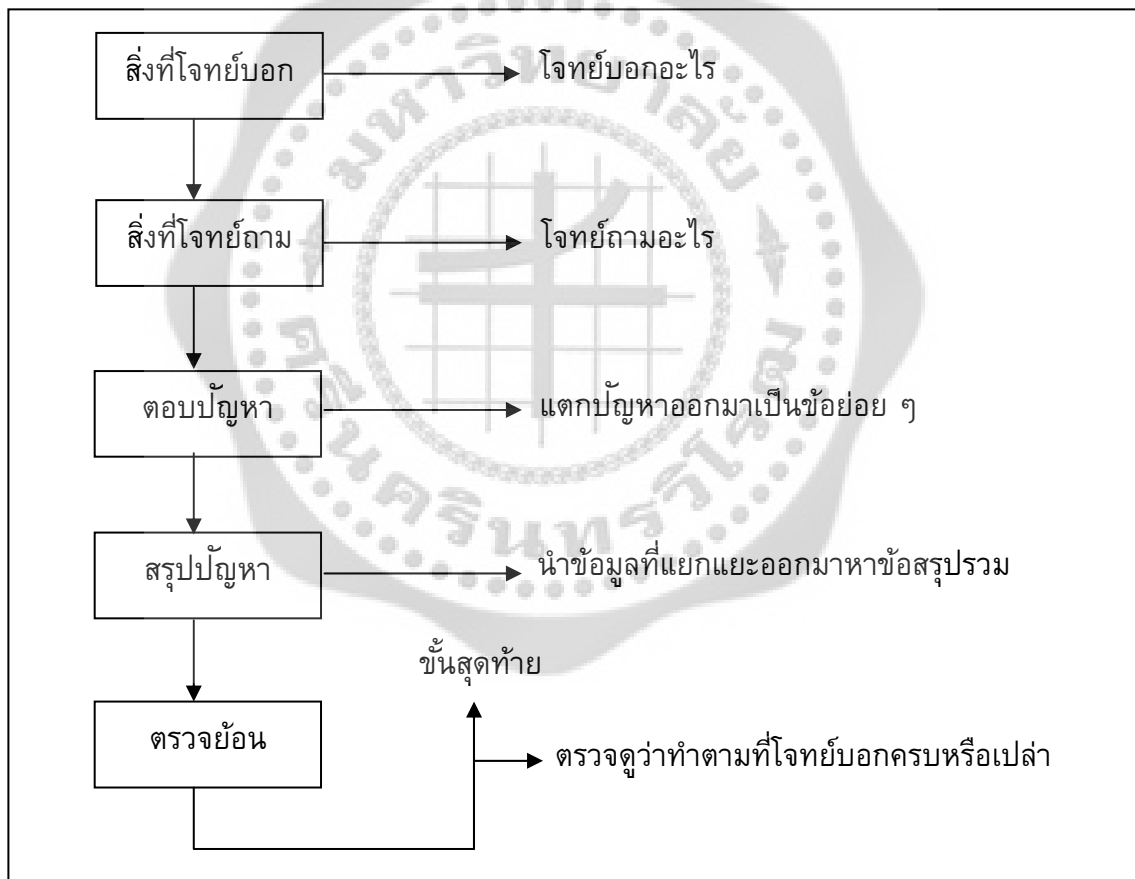


ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. หน้า 17.

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือมีข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่การวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในการทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 136) ได้เสนอแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 4

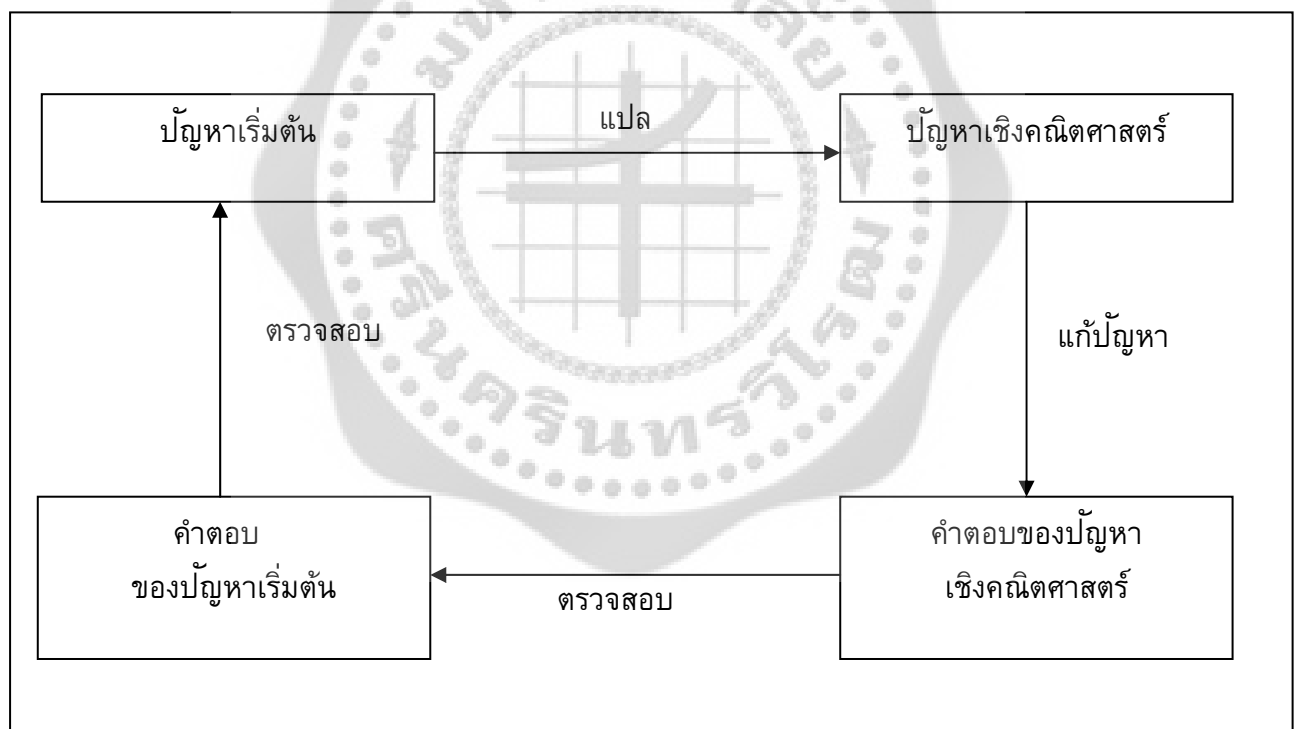


ภาพประกอบ 4 ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา
ที่มา : ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. หน้า 136.

ดุขฎฐฎ ฎรฎฎฎ ฎน ฎยฎฎฎ (2531: 140 – 141) ฎฎเสนอฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ 5 ฎฎฎ ฎฎฎฎฎ

1. ฎฎฎฎฎฎฎ (fact Finding) ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ
2. ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (problem finding) ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ
3. ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (idea finding) ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ
4. ฎฎฎฎฎฎฎ (solution finding) ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ
5. ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (acceptance finding)

คณตฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (2537 : 16-17) ฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ



ภาพประกอบ 5 กระบวนการแก้ปัญหา

ที่มา : คณตฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (2537). ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ ฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎฎ (Foundations and Methodologies in Mathematics). ฎฎฎ 17.

ดวงเดือน อ่อนนุ่ม และคนอื่น ๆ (2537 : 13) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา คือ

1. ขั้นรู้จักปัญหา (problem isolation)
2. ขั้นแสวงหาเค้าเงื่อน (search for cues)
3. ขั้นตรวจสอบความถูกต้อง (confirmative check)

ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล (2542 : 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมคือ สังเกตกระสวนหรือรูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนขอปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก คำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า ดัดแปลงเพิ่มเติม เงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

จากการศึกษากระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนพิจารณาและทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะต่างๆ ในการแยกแยะได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหายังไงเป็นการนำความรู้หรือหลักการต่างๆมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยอาศัยทักษะการคิดคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์ การอธิบาย รวมถึงการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลกับปัญหาหรือไม่

ประเมินได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ครูลีค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993 : 45-50) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Pattern Recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working Backwards)
3. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Test)
4. การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation)
5. การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion)
6. การแจกแจงกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing)
7. การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993 : 50-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธี ดังนี้

1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหาจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้ คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน
2. การหาแบบรูป (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้นคือการหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา
3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป
4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที
5. การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มี ความหมาย
6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ
7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจโมเดลการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
8. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อยๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหามีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994 : 139-156) เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 10 วิธี ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหา เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่าง ๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวนดังต่อไปนี้ 0, 2, 4, 6, ... , 15, 20, 25, ... เป็นต้น ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและการใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้วิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็กในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็ก โดยที่เด็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในขณะที่เขามีความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพก็จะเปลี่ยนมาเป็นการแสดงจำนวนและสิ่งอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ รูปภาพและแผนภาพมักจะใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้ปัญหานั้นด้วย

4. การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Act it Out) วิธีนี้เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต เป็นการทำอย่างคร่ำๆ เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

5. การสร้างตารางและ/หรือสร้างกราฟ (Construct a Table and/or Graph) วิธีนี้ช่วยให้ให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลงสามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. การเดาและตรวจสอบ (Guess and check) วิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาแบบยุ่งเหยิงจนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรจะตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) วิธีนี้ใช้แสดงความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ โดยอาจเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เหมาะสำหรับความเป็นไปได้ที่มีไม่มากนัก

8. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วน ๆ (Simplify or Break into Parts) ใช้กับปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลงเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. การทำย้อนกลับ (Work Backward) วิธีนี้มีความพิเศษที่สุดในบรรดาวิธีที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ทำหายที่จะหาคำตอบ

10. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) ปัญหาบางปัญหามีความยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่สามารถลงมือแก้ปัญหานั้นได้โดยตรง บางครั้งจึงต้องเปลี่ยนมุมมองจากจุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรงเป็นสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหานั้นเพื่อโยนไปยังจุดมุ่งหมายของปัญหาจริง ๆ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยยุทธวิธี ดังนี้

1. การเดาและการตรวจสอบ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นยุทธวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาอยู่เสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ในกรณีที่การแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลานาน หรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลัง ๆ ต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูลการเดาครั้งต้น ๆ ในกิจกรรมบางอย่างผู้แก้ปัญหามองต้องการให้ได้คำตอบในเวลาอันรวดเร็ว บางทีถ้าใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นโดยตรง แม้ว่าจะได้คำตอบที่ต้องการแต่ก็อาจต้องใช้เวลาไม่ทันการที่สามารถที่จะนำยุทธวิธีเดาและตรวจสอบนี้ไปใช้ได้

2. การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลอง ช่วยให้เห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหารู้สึกว่าได้สัมผัสกับตัวปัญหานั้นอย่างแท้จริง การเขียนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองช่วยให้ผู้แก้ปัญหาคำความเข้าใจกับปัญหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาคำหนดแนวทางวางแผนแก้ปัญหได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. การสร้างตาราง เราสามารถใช้ตารางแสดงข้อมูลให้เป็นระบบมีระเบียบ ช่วยให้เห็นความเกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์กันของข้อมูลได้ชัดเจนขึ้น อันจะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

4. การใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าเป็นวิธีการแก้ปัญหอย่างหนึ่งที่ใช้กันในชีวิตประจำวัน ผู้แก้ปัญหาคำสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาคำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในปัญหาบางปัญหาคำสามารถสร้างความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคำหนดให้อยู่ในรูปสมการได้

5. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบเป็นยุทธวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ปัญหาจะต้องศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้น แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาแต่ละคน อาจค้นพบคำตอบที่แตกต่างกันก็ได้

6. การแบ่งเป็นกรณีปัญหาทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นเมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อแก้ปัญหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้ว พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. การใช้การให้เหตุผลทางตรง ยุทธวิธีที่ใช้การให้เหตุผลทางตรงนี้มีมักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญหาโดยผู้แก้ปัญหามักมีส่วนร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การใช้การให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่มีปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีนี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ แต่เป็นการเน้นการให้เหตุผล

8. การใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ถนัดที่จะแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้การให้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิถีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา ในการใช้การให้เหตุผลทางอ้อมเพื่อแสดงว่าเงื่อนไข “A” เป็นจริงทำได้โดยสมมติว่าเงื่อนไข “not A” เป็นจริง หลังจากนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ “not A” เป็นจริง ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า “A” เป็นจริง ปัญหาที่ใช้การให้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์สำหรับปัญหาให้ค้นหาจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. การทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน ยุทธวิธีมองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

10. การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นเลยโดยตรงจะทำได้ยาก การสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม แล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหาจากปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาเริ่มต้น ปัญหาที่สร้างใหม่อาจสร้างให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นมาใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 19-23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ
3. การสร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้
4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ
5. การเดาและการตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึกผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ
6. แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ
9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามทีละขั้นตอน

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 5) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ทำให้ปัญหาง่ายลง (Make a simpler problem)
3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
4. วาดรูป หรือแผนภาพ (Draw a picture)
5. ทำตาราง (Make a table)
6. แจงกรณีอย่างมีระบบ (Make an organized list)
7. ทำย้อนกลับ (Work backward)
8. ใช้หลักเหตุผล (Use logical reasoning)

9. การแสดงบทบาทสมมติ (Simulation)

ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย (2544 : 55-70) กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก ปัญหาบางข้อแก้ได้ดีที่สุดด้วยการลองผิดลองถูก โดยการคิดอย่างมีเหตุผลไปพร้อมๆ กับกระบวนการ

2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือการร่าง บ่อยครั้งมากที่ปัญหาข้อหนึ่งสามารถแก้ไขได้ดีที่สุดหรืออย่างน้อยที่สุดทำให้เกิดความเข้าใจได้โดยการวาดหรือร่างรูป พับแผ่นกระดาษ ตัดเส้นเชือก หรือใช้อุปกรณ์ง่ายๆ ทัวไปที่มีอยู่พร้อมแล้วบางอย่างให้เป็นประโยชน์ ยุทธวิธีของการใช้อุปกรณ์สามารถทำให้สถานการณ์ดูเป็นจริงสำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นพวกเขาและสร้างความสนใจในปัญหา

3. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบแล้วสร้างรูปทั่วไปเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมาก ครูจำเป็นต้องค้นหาปัญหาที่เหมาะสมที่จะสร้างความสนใจให้นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์

4. แสดงออกมา ปัญหาบางข้อแก้ไขได้ดีที่สุดโดยการใช้ยุทธวิธีแสดงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องนั้นออกมาจริง ๆ วิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนกลายเป็นผู้มีส่วนร่วมอย่างมีชีวิตชีวา มากกว่าเป็นผู้นั่งดูเพียงอย่างเดียว และยังช่วยให้เขามองเห็นและเข้าใจความหมายของปัญหา ปัญหาปกติทั่วไปหลายข้อในพีชคณิตเบื้องต้นเกี่ยวข้องกับเวลา อัตรา และระยะทางซึ่งเหมาะสมกับการแสดงออกมาในชั้นเรียนได้อย่างวิเศษ ซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้มองเห็นรายละเอียดของปัญหาได้ชัดเจนขึ้นเท่านั้น แต่ยังมีช่วยในการสอนด้วย

5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ เราได้ใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์มาก่อนหน้านี้แล้ว อันที่จริงปัญหาหลายข้อเกี่ยวข้องกับการใช้ตาราง ตาราง และแผนภูมิ ครูสามารถกระตุ้นให้นักเรียนใช้ประโยชน์จากวิธีนี้ได้บ่อยครั้งโดยการเลือกปัญหาที่เหมาะสมเพื่อยั่วให้เกิดจินตนาการและความสนใจขึ้นและยังมียุทธวิธีการแก้ปัญหาอีก ดังนี้

1. ทำย้อนกลับ
2. เริ่มต้นจากการเดา
3. แก้ปัญหาที่เทียบเท่ากันแต่ง่ายกว่า
4. เชื่อมโยงปัญหาใหม่กับปัญหาที่คุ้นเคยมาแล้ว

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 52) กล่าวว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา มีหลากหลาย ดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างรูปแบบ
4. การสร้างตาราง หรือกราฟ
5. การคาดเดา และตรวจสอบ

6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหานั้น

สมวงษ์ แปลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ์ (2545 : 19) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา ดังนี้

1. ทดลองกับตัวอย่างง่าย ๆ
2. สร้างตาราง
3. เขียนแผนภาพหรือรูปภาพหรือสร้างโมเดล
4. หารูปแบบและตั้งกฎทั่วไป
5. เดาและตรวจสอบลงมือทดลองวิธีการเพื่อดูผล
6. กล่าวถึงปัญหาในรูปแบบใหม่ โดยเฉพาะรูปแบบที่เรารู้จัก
7. ให้ความสนใจทุกกรณีที่เป็นไปได้
8. หยุดเปลี่ยนมุมมองใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 13-41) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต
2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น
4. การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกแจงที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความ ถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จาก ความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการ มากที่สุดควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการ มากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปแบบ ของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาคืออะไร และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้น กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของ การเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติ การคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไข ของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วย ยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลาย ขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวน ของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่ คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหาหนึ่งว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้ เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำ ให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง

ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากการศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องให้ผู้เรียน รู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหา และในการสอนของครูนั้นจะต้องมีการกระตุ้นให้ผู้เรียน ได้รู้จักคิดอยู่เสมอ เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996 : 1064) ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าการใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

เวียสท์ (Wiest. 1997 : 5091) ศึกษาบทบาทของปัญหาที่มีเนื้อหาแปลกประหลาด (ทั้งในระดับน้อยและมาก) และปัญหาในชีวิตจริง (ทั้งที่เกี่ยวข้องกับเด็กและเกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่) ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่า ผลการศึกษาพบว่า มโนคติเกี่ยวกับเรื่องราวที่อยู่ในตัวปัญหา ความสามารถในการอ่าน โครงสร้างของภาษา และความสามารถเฉพาะตัวของนักเรียนต่างมีอิทธิพลต่อเจตคติในการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนชอบแก้ปัญหาที่มีเนื้อหาที่แปลกประหลาดทั้งในระดับน้อยและมากตลอดจนปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเด็กมากกว่าปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่ และความแตกต่างระหว่างเพศไม่มีผลต่อการแก้ปัญหา แต่ นักเรียนที่มาจากชุมชนในเมืองและครอบครัวชนชั้นกลางมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่มาจากชุมชนในตำบลและครอบครัวที่ใช้แรงงาน เมื่อพิจารณาเฉพาะปัญหาที่เขาแก้พบว่า นักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมร้อยละ 58 และร้อยละ 76 ตามลำดับ

ไมเคิลส์ (Michaels. 2002: 63 – 03A.) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่นและแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล (พิจารณา จากความสามารถความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายชอบ แก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างเพศในด้านความเชื่อมั่นทางคณิตศาสตร์

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-220) ได้ทำการวิจัยโดยสำรวจการเชื่อมโยงมโนคติ การพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยใช้นักศึกษา ฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคย โดยใช้พื้นฐานมโนคติของ ยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไปและให้ใช้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่าแม้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยในการพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างการรับรู้ ให้เกิดความเข้าใจสามารถเชื่อมโยงในปัญหาหรือทฤษฎีบท แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

เพรทลี (Pretli. 2003 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสืบสวนเกี่ยวกับผลการใช้คำ สำคัญในปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีตัวแปร 2 ตัว ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เกรด 10 ในเรื่องการแก้ปัญหา จุดมุ่งหมายของงานวิจัยนี้คือ การกำหนดในการใช้คำสำคัญในเรื่อง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ เป็นนักเรียนเกรด 10 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในออนตาริโอ และนักเรียนที่ถูกเลือกมาจาก โรงเรียน 40 มัชยของรัฐบาลที่หลากหลายในวินเซอร์และพื้นที่โดยรอบ ในการสอบก่อนเรียนได้จัด ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนโดยกำหนดให้มีความแตกต่างของระดับนัยสำคัญทางสถิติ ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง จากผลการสอบก่อนเรียนพบว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่าง กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง และในกลุ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างครู (ปัจจัย A) และกลุ่มพิเศษ (ปัจจัย B) ก็ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติเช่นเดียวกัน ดังนั้นไม่มีผลทางสถิติในการวิเคราะห์ปัจจัยร่วม (ก่อนเรียน) ในการเรียน 7 วันสุดท้าย ในแต่ละวันมีระยะเวลา 74 นาทีซึ่งในการเรียนวันสุดท้ายมีการสอบหลัง เรียนโดยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสืบสวนสอบสวน ผลการใช้คำสำคัญกับปัญหา ซึ่งสถิติ ANOVA แสดงผลการสอบหลังเรียนโดยพบว่ามีระดับนัยสำคัญที่.01 สำหรับทั้ง 3 ปัจจัยคือ A, B และ A x B

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลัง เริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดย ใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัย พบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการ เขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์ นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียน จำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

แวน (Van. 2006: Abstract) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนิกรภาพ ภาพจำลองและการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยความสามารถที่หลากหลาย ซึ่งจุดประสงค์ของ การศึกษาคั้งนี้เป็นการทดลองใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์กับความสามารถในการนิกรภาพของ

นักเรียนขณะทำการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้ นักเรียนที่ได้มาจากระดับทั่วไป และนักเรียนที่มีพรสวรรค์ในเกรด 6 จำนวน 66 คน ที่มีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ นักเรียนถูกประเมินด้วยเครื่องมือของการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์การ แสดงออกทางภาพจำลอง และความสามารถในการนึกภาพ พบว่านักเรียนที่มีพรสวรรค์จะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้และผู้ที่ได้มาจากระดับทั่วไป นอกจากนี้การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนภูมิมีนัยสำคัญและความเหมาะสมที่เป็นไปได้ด้วยสูงกว่า การปฏิบัติบนการวาดภาพจำลองแต่ละอัน และการสนทนานั้นสัมพันธ์กันทางลบกับการใช้รูปแบบที่มีภาพประกอบ

บัลลาร์ด (Ballard. 2007: Abstracts) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ของการรวมระบบการเรียนรู้ (ILS; Integrated Learning System) เพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน ประถม 3 ถึงเกรด 6 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยนาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มาใช้ร่วมในการศึกษาโดยเปรียบเทียบกับเด็กที่เรียนจากโรงเรียนที่จัดพิเศษโดยเฉพาะ ผลปรากฏว่า ไม่พบข้อแตกต่างระหว่างเด็กทั้งสองกลุ่มในด้านพัฒนาการของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ และพบว่า นักเรียนจำนวน 10 คน จาก 56 คน มีคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสัมพันธ์กับด้านทักษะทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างโดดเด่น เมื่อเรียนโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เข้ามามีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ร่วมกับการได้รับการแนะนำจากครู

งานวิจัยในประเทศ

เอนก จันทจรูญ (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ชั้นของโพลยา และแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาวีย์ โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา 10 ยุทธวิธี ได้แก่ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการหารูปแบบ ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ยุทธวิธีแจกกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ ยุทธวิธีการให้เหตุผล ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีลงมือแก้ปัญหาเลย และยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 72) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษาพบว่า ชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 86.03/76.51 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 70/70 และความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดกิจกรรม คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นัทกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วลีพร เดชเดชา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียน ชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมดและมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549 : 110 - 111) ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงาน และแบบฝึกหัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

อรชร ภูบุญเติม (2550 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต (2552: 101 - 103) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 100 คน โดยแบ่งกลุ่มทดลอง นักเรียน 50 คน และกลุ่มควบคุม นักเรียน 50 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียน

เป็นคู่ที่เน้นการแก้ปัญหาที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สัญญา ภัทรการ (2552: 150 - 152) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 43 คนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา สรุปได้ว่างานวิจัยส่วนใหญ่เป็นลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนและเทคนิคต่างๆ ซึ่งล้วนส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยครูผู้สอนจะต้องเลือกวิธีสอนหรือกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การจัดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเป็นสิ่งจำเป็นที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป และทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้อย่างมีความหมาย

4.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทั้งของไทยและต่างประเทศ ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกันซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาเป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้ผู้เรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาเป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

กรมวิชาการ (2544: 20) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยง คือ การจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

อัมพร ม้าคนอง (2547: 101) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น ๆ

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับสาระภายในวิชา หรือวิชาอื่น ๆ หรือชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงหลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้และการดำเนินชีวิตประจำวัน ทำให้ผู้เรียนเกิดความตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้การจัดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ได้มีการจัดโปรแกรมการสอนเป็นมาตรฐานหลักสูตร สำหรับให้ผู้สอนใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2002: 64–66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้ โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นก่อนปฐมวัยถึงเกรด 12 มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1. ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ การศึกษาคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรสอดแทรกในการเรียนการสอนในโรงเรียนในทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียน ไม่ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้าหลาย ๆ เหตุการณ์ ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้ และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรี เพลงที่ร้อง รูปหกเหลี่ยมในรวงผึ้ง จำนวนครั้งที่กระโดด เมื่อขึ้นไป

เรียนในระดับเกรด 3-5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการทำเนิการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทั้งเรื่องตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9-12 ผู้เรียนไม่เพียงต้องรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยงแต่ต้องสามารถหยั่งรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

ตลอดการเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 ผู้เรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้ เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ ๆ ขยายเพิ่มเติมจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ ผู้เรียนระดับประถมศึกษา รู้จักนำเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกมาโยงเข้ากับการลบทศนิยมและเศษส่วน ผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตระหนักและรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนใช้ในการนำเสนออัตราการเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียงหรือความชันของเส้นตรง ผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิตและเรขาคณิต

กิจกรรมที่ใช้ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงกลม ทำการทดลองโดยนำวงกลมขนาดต่าง ๆ หลาย ๆ รูป มาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นอาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด (0, 0) และอัตราส่วนของ c/d คงที่ เมื่อเฉลี่ยค่าของ c/d จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิต และจำนวนมาใช้

2. เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้งกันได้ เมื่อผู้เรียนสั่งสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้งกันได้ในคณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น ผู้เรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวน และสัณฐานของวัตถุต่าง ๆ ผู้เรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่าง ๆ และผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ดังตัวอย่าง พีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอดสามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

3. ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ในการเรียนคณิตศาสตร์ ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่น ๆ บ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่น ๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของผู้เรียน ตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงเกรด 2 ผู้เรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ผู้เรียนในระดับเกรด 3-5 ควรจะได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่น ๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับเกรด 6-8 และในระดับเกรด 9-12 ควรจะใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาที่ประยุกต์ซับซ้อนขึ้น

การให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อกับคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาคงต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง อากาศ โดยนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมการสอนนี้ ซึ่งสามารถทำได้หลากหลาย เช่น ผู้เรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือ หรือ อุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการ และการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นเรื่องและผู้เรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่งได้ไปฝึกงานที่บริษัทผลิตยาแห่งหนึ่ง ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ จากข้อมูลที่ทราบทางบริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของผู้เรียนได้รับความช่วยเหลือให้คำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท ผู้เรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติข้อมูลประชากรและข้อมูลทางเศรษฐกิจที่ทำให้เราทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด ผู้เรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัทและร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาใหม่ ผู้เรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

โทมัส; และ ซานเทียโก (Thomas; & Santiago. 2002: 484) กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยง ปี 1989 และ 2000 ว่า ในปี 1989 มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผล มาตรฐานการเชื่อมโยงได้กำหนดไว้อย่างมีความหมายเป็น 1 ใน 4 ของมาตรฐานด้านกระบวนการที่เชื่อมต่อนี้เองกันเพื่อการผ่านระดับช่วงชั้นทั้งหมด แต่ละกลุ่มระดับอนุบาล-เกรด 4, เกรด 5-8 และเกรด 9-12 ลักษณะเฉพาะของหลักสูตรจะส่งเสริมให้การเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์เป็นการพิสูจน์ว่าระดับช่วงชั้นที่เพิ่มขึ้นจะเพิ่มความลึกซึ้งในการสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น ในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 เน้นการกำหนดนี้ถึงความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้พวกเขาเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ ในเกรด 5-8 การสังเกตการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เป็นการเน้นถึงจุดมุ่งหมายอย่างกว้าง ๆ ของผู้เรียน เทคนิคการเขียนภาพให้ได้สัดส่วนอย่างเห็นด้วยตาจริงในวิชาคณิตศาสตร์เหมือนกับการรวบรวมสิ่งทั้งหมด หลักสูตรที่สนับสนุนผู้เรียนในเกรด 9-12 มีความสำคัญต่อการสืบสวนสอบสวนของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ต่อไปถึงการรวบรวมความสนใจในความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อคณิตศาสตร์และการประยุกต์ หลักการและมาตรฐานขั้นสูง มาตรฐานการเชื่อมโยงตลอดจนหลักสูตร เป็นตัวบ่งชี้ที่มากกว่าการเข้าใจ (หยั่งรู้) จุดความสนใจ และการเชื่อมโยงกันเป็น 1 ใน 5 ของมาตรฐานด้าน

กระบวนการ มาตรฐานการเชื่อมโยงนิยามอย่างชัดเจน เป็น 1 ในกลุ่มของเกณฑ์สำหรับผู้เรียนระดับอนุบาล-เกรด 12 ในแผนการเรียนรู้

แผนการเรียนรู้จากระดับอนุบาล-เกรด 12 ควรจะทำให้ผู้เรียนสามารถ

- ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์
- เข้าใจถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ว่ามีการเชื่อมโยงกันอย่างไร และสร้างความคิดเพื่อสร้างการเชื่อมโยงทั้งหมดเข้าด้วยกัน

- ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

กรมวิชาการ (2545: 26-27) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4 ดังนี้

1. เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้

2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ในงานและการดำรงชีวิต

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปสร้างองค์ความรู้ใหม่ นำความรู้ไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น การทำงานและการดำรงชีวิตประจำวัน

4.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การจัดกระบวนการเรียนรู้ ผู้สอนถือว่าเป็นผู้ที่มีบทบาทที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงสำหรับผู้สอนที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนดังนี้

เบซิล (Basil. 1999: 8-12) ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนหาข้อมูลนอกห้องเรียน เนื่องจากการให้ผู้เรียนได้มีโอกาสหาข้อมูลนอกห้องเรียนเป็นการช่วยให้พวกเขาเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง การเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นการเพิ่มความสามารถของผู้เรียนให้สามารถเชื่อมโยงแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ และชีวิตจริง โดยการใช้ประสบการณ์เหล่านี้จะเป็นการกระตุ้นสนับสนุนการเรียนการสอน และผู้เรียนจะได้จดจำว่าความรู้ในตอนเริ่มต้นของพวกเขาเกี่ยวกับจำนวน ขนาด รูปร่าง และแบบรูป เกี่ยวพันกับสิ่งที่อยู่รอบตัวโดยผ่านการเก็บรวบรวมข้อมูล

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 360) กล่าวว่า ผู้เรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในโรงเรียน และในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ผู้สอนคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าร่วมมือกับผู้สอนในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้

สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้ผู้เรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้เข้าใจมันได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอปัญหาช่วยให้มองสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้ผู้เรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ ถ้าผู้เรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องฝึกให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อผู้เรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งก็สามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้ โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะผู้เรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

- ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาสัดส่วน การหาตัวประกอบ และความน่าจะเป็น
- บทเรียนเรื่องการวัด ต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

ผู้เรียนจะได้แนวคิดใหม่ ๆ กระบวนการ และทักษะจากการแก้ปัญหา แล้วสามารถรวบรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของผู้เรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาส่งเสริมทัศนคติของผู้เรียนที่มีต่อการเชื่อมโยง แต่ผู้สอนจะต้องหาโอกาสในการช่วยเหลือผู้เรียนให้สร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เอาใจใส่ต่อการตระหนัก และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อย ๆ ซึมซาบเข้าไปในตัวผู้เรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาจะได้เรียนรู้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

ไคลล์; และคนอื่นๆ (Kyle; et al. 2001: 80-86) กล่าวว่า ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่พวกเขาสนใจ เนื่องจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา ผู้เรียนจะชอบแก้ปัญหาและสนุกกับการเรียนรู้ และผู้เรียนได้ทำงานอย่างมีความหมาย อีกทั้งกิจกรรมหรือปัญหาที่สมควรเป็นปัญหาเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้

กรมวิชาการ (2545: 200-205) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงมีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดเชื่อมโยง โดยกำหนดสถานการณ์ที่หลากหลายซึ่งเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนผู้สอนกำหนดขึ้น และสนับสนุนให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและค้นหาวิธีการในการหาคำตอบของปัญหา ร่วมกัน

4.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

คณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกันอยู่ภายในเนื้อหา ทั้งยังมีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ มากมาย และสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ ไว้ดังนี้

สครอย; และ สครอย (Sqroi; & Sqroi. 1993: 569–570) กล่าวว่า เดิมการสอนพีชคณิตและเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาชั้นนั้นมีการสอนโดยแยกออกจากกัน ต่อมาบางรัฐในสหรัฐอเมริกามีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีการนำการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิต โดยแท้จริงมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศส ชื่อ เรเน่ เดส์คาร์ตส์ (Rene' Descartes) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิต ด้วยการใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

เคนเนดี; และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194-200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นั้น ผู้เรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์และภาษา รูปแบบการแสดงมโนทัศน์และความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอนควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ในระหว่างการเรียนการสอน โดยให้ผู้เรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้น ออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ กราฟ และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียน เกรด 3 ผู้สอนได้สอนให้ผู้เรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “คูกี้” กับเศษส่วน ผู้เรียนในชั้นเรียน นั้นได้รู้จักการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันด้วยปัญหา “คูกี้” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ กับชีวิตจริงเกิดได้อย่างมากมาย ผู้สอนสามารถ ให้ผู้เรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรม เกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็น โครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็ก ๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงวิธีที่ผู้สอนจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับ ศาสตร์ต่าง ๆ และสังคมรอบตัว ด้วยการให้ผู้เรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้ง ชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
 - 1.1 การโคจรของดวงจันทร์
 - 1.2 การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ
 - 1.3 การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์
 - 1.4 การกำหนดมาตราส่วน
 - 1.5 การสร้างระบบโซลาร์เซลล์
2. คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา
 - 2.1 นาฬิกาและนาฬิกาทราย
 - 2.2 การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์
 - 2.3 การออกแบบพรมและตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตรและทรงลูกบาศก์ของชาว อินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา
 - 2.4 การเปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูง ที่สุดและที่ลึกที่สุดใต้ทะเล
3. คณิตศาสตร์และสุขภาพ
 - 3.1 การเรียนรู้เกี่ยวกับระดับโคเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ
 - 3.2 การวัดความสูงของผู้เรียน การบันทึกผลในรูปแบบตารางและกราฟ
 - 3.3 การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับโคเลสเตอรอล

4. คณิตศาสตร์และศิลปะ
 - 4.1 การวัดรอบขอบกระดาษเพื่อติดขอบผนัง
 - 4.2 การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉากการวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ
 - 4.3 การอ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น
5. คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา
 - 5.1 การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ
 - 5.2 อ่านรายงานการวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง
 - 5.3 เลขวิทยา (Numerology) และตัวเลขที่ดงาม
 - 5.4 การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)
6. คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ
 - 6.1 นับจำนวนไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก
 - 6.2 แบบแผนพื้นที่ในการเล่น
 - 6.3 การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่ในการเล่น การจับเวลาในการแข่งขัน เป็นต้น

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบิน ล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ผู้สอนจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน ดังนั้นผู้เรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ผู้สอนจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้ผู้เรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนคติของเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต ผู้เรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

นุท (Knuth. 2000: 48-53) กล่าวว่า การที่ผู้เรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่เพียงแค่ว่า ผู้สอนต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบให้มีการแสดงสมการในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้นทั้งในรูปแบบ Point-slope และรูปแบบต่าง ๆ วิธีการนำเสนอด้วยกราฟ การแปลงกราฟไปเป็นสมการ ซึ่งควรให้ผู้เรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้และอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ

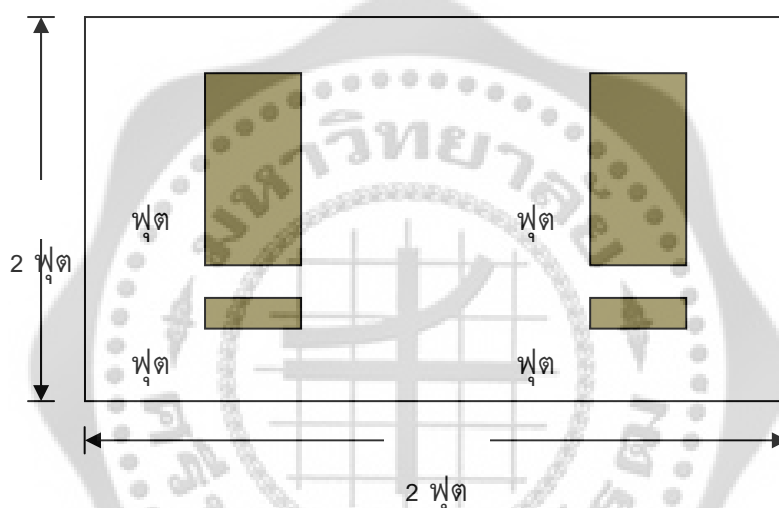
นัทเซาลัส (Natsaulas. 2000: 364-370) กล่าวว่า การเชื่อมโยงระหว่างกรุปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิตออกแบบสิ่งประดับและตกแต่ง หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการ หรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งจากที่กล่าวว่าเป็นคณิตศาสตร์ธรรมชาติมีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อน และการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาการสะท้อน และการหมุนบนระนาบได้เช่นเดียวกับมโนทัศน์ของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงศิลปะและประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบ

วาเชอร์; และ มิลรอย (Vacher; & Mylroie. 2001: 640-641) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยาในการสำรวจถ้ำว่า ถ้ำนั้นแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบ หรือแม่น้ำ ตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าเราจะเดินเข้าไปสำรวจภายใน ภายในถ้ำนั้นยังทอดยาวออกไปหลายทางจนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ จึงต้องมีวิธีการในการสำรวจ โดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วน ๆ และทิศทาง แล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์การเขียนแผนที่ของถ้ำ จึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทางและมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

ดอสเซย์; และคนอื่น ๆ (Dossey; et al. 2002: 81-83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ผู้เรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น

การเชื่อมโยงทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงช่วยให้ผู้เรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ การแยกคณิตศาสตร์ออกเป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรียนพีชคณิตเบื้องต้น แล้วมาเรียนวิชาพีชคณิต และเรขาคณิตตามลำดับ ทำให้ผู้เรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ว่าไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าบทเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้ผู้เรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้ผู้เรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับ เป็นตัวอย่างที่ดีของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงเป็นสิ่งสำคัญในการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงยังช่วยผู้เรียนในการหาพื้นที่แรเงา ดังแสดงในภาพประกอบ 6 (Dossey; et al. 2002: 82) ซึ่งสมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบและแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง ผู้สอนสามารถช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



$$\text{พื้นที่ คือ } (22)(12) - 2[(3)(6)+(3)(1)]$$

ภาพประกอบ 6 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา

ที่มา: Dossey; John A.; et al. (2002). Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12.: 82.

ผู้เรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ผู้สอนอาจชี้แนะให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสอง เพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ผู้สอนสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับผู้เรียนโดยการทำงานที่ผู้สอนออกแบบขึ้น งานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนัคซี (Fibonacci Sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไปนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนของสี่เหลี่ยมมุมฉาก และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ โลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ดวงเดือน อ่อนน้อม; และคนอื่น ๆ (2547: 50) กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปได้หลายลักษณะดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใน 2 ประเด็น คือ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตั้งอยู่บนฐานเดียวกันและมีความสูงเท่ากัน และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ความกว้างคูณความยาว ดังนั้น สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม คือ $\frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน \times ความสูง

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำ ๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้าม ร้อยละสัมพันธ์กับเศษส่วน การวัดสัมพันธ์กับเรขาคณิต

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลาย ๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดเดียวกัน เช่น การให้ผู้เรียนสร้างหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเอง ก็จะได้หน่วยที่ไม่เป็นมาตรฐานหลาย ๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยนำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัด เด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่าง ๆ จะมาบวกลบกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกัน ดังนั้น ถ้าหากจำนวนเหล่านี้มีหน่วยต่างกันจึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดเป็นหน่วยการเรียนรู้ เป็นวิถีทางหนึ่งที่สนับสนุนส่งเสริมการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็กได้ศึกษาสำรวจ สืบค้น เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสรรค์สิ่งต่าง ๆ ในขณะเดียวกันยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย หน่วยการเรียนรู้อาจเป็นหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมกับวิชาอื่น ๆ ก็ได้

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกอย่างมาก ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเริ่มเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมกับเนื้อหาความรู้ใหม่ ให้ผู้เรียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์ แล้วขยายการพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์ต่าง ๆ และนำไปสู่การ

ประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่องและส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.5 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยง

นักการศึกษาได้เสนอให้เห็นประโยชน์ของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เบิร์คฮาร์ด (Burkhardt. 2001: Online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ทำให้ภาคณิตศาสตร์ไปใช้ได้มากขึ้น
2. ทำให้ไม่มีช่องว่างในการเรียนรู้
3. ทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล
4. สนับสนุนความเสมอภาค

เมอลิโน; โอเวนส์; และ เวนท์ูรา (Merlino. 2000: Online; Owens. 2001: Online; & Ventura. 2001: Online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ว่า ทำให้ผู้เรียนมองคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่น่าสนใจ ดูนีชีวิตชีวามากขึ้น และตระหนักว่าคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตจริงและมีอยู่รอบตัวเรา

แม็ค (Mack. 2004: 226-232) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วน โดยให้ผู้เรียนเกรด 5-8 ดำเนินการด้วยขนาดของหน่วยที่เหมือนกัน ขณะที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมองสิ่งที่เหมือนกัน ผู้เรียนสำรวจการบวกและการลบเศษส่วน วิธีการนี้อาจจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นการบวกและการลบของเศษส่วนในวิธีเปลี่ยนหน่วยให้เป็นแบบเดียวกัน จึงเป็นการสนับสนุนผู้เรียนให้เกิดการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วน

กรมวิชาการ (2545: 203) กล่าวถึงประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงดังนี้ มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งาน คหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยงส่งผลดีต่อผู้เรียนดังนี้

1. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์และบูรณาการภาพรวมระหว่างเนื้อหาภายในวิชาได้
2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมเพื่อพัฒนาความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นและคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เดริกเซล (Drexel. 1997: 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนสามัญ (Common Fraction) หรือเศษส่วนที่มีทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกผู้เรียน 9 คน ซึ่งเป็นผู้เรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันมาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนสามัญและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบและสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของผู้เรียน ปรากฏว่ามโนทัศน์ เรื่อง เศษส่วนของผู้เรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บท ในการปูพื้นฐานมโนทัศน์และทักษะ เรื่อง เศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บท ในการเชื่อมโยงมโนทัศน์ของเศษส่วนสามัญและเศษส่วนทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียนก็ทำการสัมภาษณ์ผู้เรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนสามัญไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่าความรู้ของผู้เรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนสามัญและเศษส่วนทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจมโนทัศน์และการดำเนินการในทศนิยม

ลอร์สัน; และ ชินแนพแพน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างผู้เรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ผู้สอนจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับผู้สอนในการหาวิธีการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

ไคลล์; และคนอื่น ๆ (Kyle; et al. 2001: 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของผู้เรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่ผู้เรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตรการเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลายและมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ผู้สอนสามารถนำ

ความรู้ที่บ้านของผู้เรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดีขึ้น นอกจากนั้นแล้ว ไคล์และคณะยังเชื่อว่าการให้ผู้เรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และผู้เรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสุดความสามารถ ถ้าการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา ความรู้และทักษะที่ครอบครัวยุติสนใจ

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-221) ได้สำรวจการโยงมิติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนทัศน์ของยุคผลิตจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึกรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบท เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์

นิโคล; และ เครสโป (Nicol; & Crespo. 2005: 240-251) ได้ศึกษาการค้นหาคณิตศาสตร์จากสถานที่ทางจินตนาการ โดยการทบทวนหาแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การศึกษาดังกล่าวมีความมุ่งหมายที่จะแลกเปลี่ยนความคิด เพื่อที่จะหาหนทางในการทำให้คณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้นเพื่อเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน ไม่เพียงแค่ว่าเข้าใจในเรื่องทักษะ วิธีการ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น ยังเป็นการทำให้ผู้เรียนมีความเฉลียวฉลาดในการคิดมากยิ่งขึ้น มีการใช้คณิตศาสตร์มาประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และมีความเห็นเรื่องการเรียนคณิตศาสตร์ภายในโรงเรียนที่ต้องเชื่อมโยงกับงานต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันตามความหลากหลายของอาชีพ เช่น ช่างไม้ ชาวประมง คำขาย ซึ่งแต่ละอาชีพสามารถนำความรู้มาใช้ในการคำนวณและแก้ไขปัญหาในชีวิต งานชิ้นนี้ได้อ้างถึงสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง ผลการศึกษาเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าแบบทดสอบทางจินตนาการเป็นตัวเสนอถึงโอกาสในการใช้สติปัญญาและอารมณ์ ความรู้สึกที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งจากการเรียนคณิตศาสตร์ นี่คือรูปแบบของการรวมกลุ่มกันที่จะให้คุณค่ากับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ การทำให้คณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจต่อผู้เรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อผู้เรียน การศึกษาทำให้มีการสำรวจคำถามว่าอะไรที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อผู้เรียน และหาแนวทางที่ทำให้มีการพัฒนาต่อไปและทำให้อยู่ในรูปแบบที่สละสลวยที่จะช่วยให้การสอนเข้าถึงความท้าทายและคุณภาพของการทำงานร่วมกันของผู้เรียนด้วยความแตกต่างของชนิดของบทเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เห็นถึงความตั้งใจของรูปแบบของการรวมตัวในการศึกษาทางสติปัญญาและอารมณ์

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg. 2007: online) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพความเป็นจริงในห้องเรียนที่มีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งนัก และทำ

อย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสอนถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทำอย่างไรที่ผู้สอนจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมจำนวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจและการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จุดมุ่งหมายของงานวิจัยคือ การสร้างการเชื่อมโยงในการสอนและปัจจัยที่สนับสนุนและผลักดันให้มีการฝึกฝนการเชื่อมโยง ผู้วิจัยสังเกตผู้สอน 5 คน ในการใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันภายในห้องเรียนและติดตามผลโดยการสัมภาษณ์ผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า การสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งเป็นดังที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวกับจะทำอย่างไรในการช่วยเหลือผู้เรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: 97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: 59) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนละหานทรายรัชดาภิเษก จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชดา ยাত্রา (2549: 66) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประชากรเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร ที่สนใจสมัครเข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ทั้งหมด จำนวน 15 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

หลังการปฏิบัติกิจกรรมขุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมขุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิลลา ดลภาค (2549: 62-63) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของผู้เรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยายหี (2549: 117) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนแบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551: 71) ได้ศึกษาบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทรโยคพัฒนิกานัญญวิทยา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ และการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างชัดเจนและลึกซึ้ง ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อผู้เรียน เพราะผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการดำเนินชีวิตได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. วิธีดำเนินการวิจัย
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 150 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ ของหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) พุทธศักราช 2551 รายละเอียดดังต่อไปนี้

- | | |
|--|-------|
| 1. ทดสอบก่อนเรียน | 2 คาบ |
| 2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแนวเส้นตรง | 3 คาบ |
| 3. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแนววงกลม | 3 คาบ |
| 4. วิธีจัดหมู่พื้นฐานและแบบทรงเรขาคณิต | 3 คาบ |
| 5. วิธีจัดหมู่แบบแบ่งกลุ่ม | 3 คาบ |

6. วิธีจัดหมู่แบบบางสิ่งเหมือนกัน	2	คาบ
7. วิธีจัดหมู่ที่สิ่งของทั้งหมดเหมือนกัน	2	คาบ
8. ทดสอบหลังเรียน	2	คาบ
รวม	20	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 16 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 2 คาบ และทำการสอบหลังเรียน จำนวน (Post-test) 2 คาบ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้เครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 6 ข้อ (ข้อสอบชุดเดียวกัน แต่วัดทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์)

1. ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มัธยมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการและหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

1.3 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี สาระการเรียนรู้ เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

1.4 กำหนดรูปแบบของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ซึ่งประกอบด้วย

1.4.1 สาระ

1.4.2 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.3 ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

1.4.4 สาระสำคัญ

1.4.5 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) ด้านความรู้
- 2) ด้านทักษะ/กระบวนการ
- 3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.6 สาระการเรียนรู้

1.4.7 กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

เตรียมความพร้อมของนักเรียน โดยการซักถาม สนทนาโต้ตอบในขอบข่ายของเนื้อหาที่จะเรียนรู้ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการตอบสนองต่อกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสอน

1. แสวงหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ โดยผู้สอนกำหนดประเด็นที่เป็นปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนค้นคว้าหาความรู้จากเอกสารประกอบการเรียน ตำรา ใบงาน สื่อการเรียนรู้ ตลอดจนแหล่งการเรียนรู้อื่น ๆ และบันทึกลงในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

2. ค้นพบความรู้ โดยการนำข้อมูลที่หาได้มาสรุปเพื่อสร้างองค์ความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามในปัญหาที่พบ พร้อมร่วมกันอภิปราย

3. รวบรวมความรู้ นักเรียนรวบรวมความคิดที่ได้จากการซักถาม โต้ตอบ หรือแลกเปลี่ยนกัน มาวิเคราะห์เพื่อหาความถูกต้องของวิธีการหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผลและบันทึกลงในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

4. พิสูจน์ความรู้ นักเรียนทำกิจกรรมฝึกทักษะ โดยนำข้อมูลที่ได้จากการค้นคว้า และผ่านการวิเคราะห์แล้วมาใช้ในการปฏิบัติจริง

ขั้นสรุปบทเรียน

นักเรียนอภิปรายผลที่เกิดขึ้นจากการทำกิจกรรมฝึกทักษะ สามารถนำผลที่เกิดขึ้นไปคิดวิเคราะห์และนำไปใช้แก้ปัญหาได้ด้วยเหตุผล ตลอดจนสามารถค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนเพิ่มเติมความรู้ส่วนที่บกพร่องให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

1.4.8 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1.4.9 ภาระงาน/ชิ้นงาน

1.4.10 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.11 บันทึกหลังการสอน

1) ผลการสอน

2) ปัญหา/อุปสรรค

3) ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหาความชัดเจนและความถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรมสื่อการเรียนรู้และความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดผลประเมินผลเพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยแล้วนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

2. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ เอกสารประกอบการสอนหนังสือเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผลและวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2 ศึกษาเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 40 ข้อ โดยสร้างให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แล้วนำแบบทดสอบเสนออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.5 นำแบบทดสอบที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมินผลทางการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์ แล้วนำไปตรวจสอบหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบโดยใช้สูตร IOC และคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 40 ข้อ

2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 80 คนที่เรียนเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผ่านมาแล้วในปีการศึกษา 2554 เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.7 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่ผู้เรียนทำได้ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่ผู้เรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกในข้อเดียวกัน

2.8 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952: 6-32) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ, 2538: 210-212) แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (EVANA) จากนั้นเลือกแบบทดสอบจำนวนหนึ่งเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ คัดเลือกตามเกณฑ์ที่ได้ 20 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.25 – 0.76 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.24 – 0.79

2.9 นำแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกมาแล้วจำนวน 20 ข้อ หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ, 2543: 215) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาจัดพิมพ์เพื่อนำไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

3. ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวมเป็น 24 คะแนน และเก็บคะแนนจริง 20 คะแนน (นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้คูณด้วย $\frac{5}{6}$) ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 168-208) แล้วนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผลวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

3.3 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 61-62) และวาสนา กิมเท็ง (2553: 91-92)

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 12 ข้อพร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการ

สอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 12 ข้อ

3.5 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 12 ข้อ ตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาควบคุมปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อยแล้ว

3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 80 คน ที่เคยเรียนเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ มาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนียและซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970) โดยเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 6 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.38 – 0.76

3.7 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 6 ข้อ หาความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.91 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218) แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเท่ากับ 0.83 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.9 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน

4. ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวมเป็น 24 คะแนน และเก็บคะแนนจริง 20 คะแนน (นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้คูณด้วย $\frac{5}{6}$) ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 168-208) แล้วนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

4.1 ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผลวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

4.3 กำหนดรูปแบบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยจำนวน 12 ข้อ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ตอน ตอนละ 4 ข้อ คือ ตอนที่ 1 วัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 เป็นการวัดความสามารถในการเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ตอนที่ 3 เป็นการวัดความสามารถในการเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ แบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ และเกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่วรรณศิริ หลงรัก (2553:97) ปรับปรุงขึ้น เพื่อนำมาเป็นแนวทางแล้วปรับปรุงในการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ศาสตร์อื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน และอธิบายข้อสรุปไม่ถูกต้อง
1	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยในการแก้ปัญหายังไม่เหมาะสม แต่มีความพยายามในการเขียนอธิบาย
0	ไม่มีการเชื่อมโยง/ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

4.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 12 ข้อพร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 12 ข้อ

4.6 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 12 ข้อตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาควบคุมปริญญาโทตรวจสอบอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

4.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 80 คน ที่เคยเรียนเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ มาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีและซาเบอร์ส (ลวัน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970) โดยเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 6 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.38 – 0.76

4.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 6 ข้อ หาความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.98 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

4.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218) แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเท่ากับ 0.89 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.10 นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน

**ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์**

โดยใช้การเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

+++++

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีคิดหาคำตอบอย่างละเอียด พร้อมทั้งอธิบายวิธีคิดตามขั้นตอนต่อไปนี้

ข้อ i. โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จะจัดงานคืนสู่เหย้าของโรงเรียน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4, 5 และ 6 ได้ส่งตัวแทนชั้นปีละ 3 คน มาประชุมเพื่อเตรียมการแสดงสำหรับงานนี้ จำนวนวิธีที่จะจัดผู้เข้าร่วมประชุมทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมในห้องกิจกรรมนักเรียน โดยตัวแทนที่มาจากชั้นปีเดียวกันต้องนั่งติดกัน เท่ากับเท่าใด

ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา

1. โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

2. โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

3. เงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ

.....

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อ ii. นักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนชายและนักเรียนหญิงจำนวนเท่ากัน โดยที่อัตราส่วนของจำนวนวิธีที่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงยืนสลับที่กันเป็นแถวตรง กับจำนวนวิธีที่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงยืนสลับที่กันเป็นวงกลม เท่ากับ 10 : 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คนจากนักเรียนกลุ่มนี้ โดยมีนักเรียนชายอย่างน้อย 1 คน

ขั้นตอนที่ 1 ครุหำเสนอปัญหา

1. โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

2. โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

3. เงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ

.....

ขั้นตอนที่ 2 ครุช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อพัฒนาและทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่มแล้วทำการทดสอบก่อนทำการทดลอง แล้วหาค่าเฉลี่ย จึงทดลองแล้วทำการทดสอบอีกครั้งและหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำมาทดสอบสมมติฐานหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยด้วยค่าสถิติ t-test ซึ่งใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 249) มีลักษณะดังตาราง 3

ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
- T₁ แทน การสอบก่อนการทดลอง (Pre-test)
- T₂ แทน การทดสอบหลังการทดลอง (Post-test)

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ทำการทดลองสอนซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ เพื่อให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตามถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาทดสอบกับผู้เรียนกลุ่มตัวอย่างแล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้เวลา 2 คาบ
4. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอน 16 คาบโดยผู้วิจัยทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนน

5. เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้เรียบร้อยแล้ว ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) อีกครั้ง ใช้เวลา 2 คาบ และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test)

6. เมื่อตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 X แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 $(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952: 6-52 อ้างอิงถึง ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210-212) แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (EVANA)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยากง่าย
	R	แทน	จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูก
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$r_{p.bis} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_f}{s_t} \cdot \sqrt{pq}$$

เมื่อ	$r_{p.bis}$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	\bar{X}_p	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นถูก
	\bar{X}_f	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นผิด
	s_t	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบ ทั้งฉบับ
	p	แทน	สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก
	q	แทน	สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นผิด หรือ $1-p$

2.3 หาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส ซึ่งแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนโดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร KR- 20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 215)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right\}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1-p$
	σ^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$\sigma^2 = \frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n^2}$$

เมื่อ	$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.5 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ลิ้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ $s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 312)

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r	แทน	ความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
			แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
			แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) โดยใช้ค่าสถิติแบบ t-test for Dependent Samples โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952: 6-52 อ้างอิงถึง ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210-212)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	D แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
	ΣD แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	$(\Sigma D)^2$ แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับขั้นของสมมติฐาน ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One-Group Pretest - Posttest Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	48	20	6.69	1.59	26.22**
หลังการทดลอง	48	20	16.20	1.35	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	48	20	16.20	1.35	14	9.67**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81

3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	48	20	3.69	2.25	21.38**
หลังการทดลอง	48	20	17.37	2.95	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 6 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	48	20	17.37	2.95	14	6.758**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	48	20	4.26	1.90	27.58**
หลังการทดลอง	48	20	16.37	2.70	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 8 พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	48	20	16.37	2.70	14	5.193**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 47)} = 2.408$)

จากตาราง 9 พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ก่อนและหลังการทดลอง
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
6. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย 6 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่วันที่ 19 พฤศจิกายน – 21 ธันวาคม 2555
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตามได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 6 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ รวม 100 นาที
4. ดำเนินการจัดการเรียนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้เวลาการสอน 16 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ ครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 6 ข้อ อีกครั้ง และบันทึกผลการทดลองให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ รวม 100 นาที

6. ตรวจให้คะแนน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
4. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
5. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.00

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นวิธีการหนึ่งซึ่งมีพื้นฐานว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของผู้เรียนเอง โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเฝ้าอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดของนักเรียน (Carpenter et al. 1989: 499 – 531; Fennema et al. 1993: 555 – 583) ขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนนั้นเริ่มต้นจาก ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วครูให้นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งเหตุผลของแต่ละคน โดยครูและเพื่อนร่วมชั้นถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด และนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้ ซึ่งการสอนแนะให้รู้คิดสามารถฝึกทักษะการคิด เพื่อใช้ในการกำหนดปัญหาและหาวิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่าควรใช้วิธีการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ให้แก่ผู้เรียน เพื่อฝึกให้ผู้เรียนรู้ถึงกระบวนการคิด ตรวจสอบความคิดของตนเองไปในทิศทางที่ถูกต้อง และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ นอกจากนี้ยังทำให้ผู้เรียนได้เกิดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และผู้เรียนต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้

อย่างเข้าใจต้องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าคุณวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

1.2 การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดจะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง อาศัยความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนเป็นฐานในการจัดการเรียนรู้ จะไม่มีรูปแบบของวิธีการหรือกิจกรรมที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน แต่เป็นความรู้ความเข้าใจที่ผู้สอนต้องวินิจฉัยผู้เรียนเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนว่าผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาและมีความสนใจในขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างไร ผู้เรียนในห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด จะใช้เวลาส่วนใหญ่ในการใช้วิธีการและรูปแบบที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความแตกต่างกันได้ตามศักยภาพของตน รวมทั้งการได้มีโอกาสได้พูดคุยและนำเสนอแนวคิดของตน ให้มีความสำคัญและการยอมรับจากเพื่อน ๆ และผู้สอนในการนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ผู้เรียนแต่ละคนใช้ในการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสิ่งสำคัญที่ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงคือ ผู้สอนจะไม่สอนวิธีการในการแก้ปัญหาใด ๆ แก่ผู้เรียน แต่จะสนับสนุนให้ผู้เรียนได้พิจารณาแนวทางในการแก้ปัญหด้วยตนเอง ช่วยเหลือผู้เรียนให้ได้ค้นพบข้อผิดพลาดด้วยตัวของผู้เรียนเอง การจัดการเรียนการสอนจะขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้เรียนแต่ละคน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกง่ายและมีแรงจูงใจในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ผู้เรียนได้รับความรู้หลายรูปแบบจากการร่วมมือกับเพื่อน ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ (Franke;& Weishaupt. 1998 : Online; Fashola;& Slavin. 1997 : Online)

คาร์เพนเทอร์ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้ดีกว่า

1. เป็นการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดการเรียนรู้ของคุณมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. ความรู้และความเชื่อของคุณมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน
4. ความรู้และความเชื่อของคุณได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Carpenter et al. 2000: 1)

จากที่กล่าวมา พบว่า การจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มีลักษณะที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจ เน้นการแก้ปัญหามากกว่าชั้นเรียนเดิม ๆ และการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ครูจะต้องประเมินการคิดของนักเรียนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85 ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มีขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่สอดคล้องกันดังนี้ **ขั้นตอนที่ 1** ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกัน กับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน **ขั้นตอนที่ 2** ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ **ขั้นตอนที่ 3** นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้น ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย..., คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร, บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือ คุณบอกได้ไหมที่กำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น **ขั้นตอนที่ 4** ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาวัยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อผลการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่า ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

3.1 การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) โดยมีการเชื่อมโยงซึ่งเป็นที่ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่เคนเนดีและทิปส์. (Kennedy; &Tipps. 1994: 194 –198) กล่าวไว้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ ผู้เรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ สัญลักษณ์ และมโนทัศน์ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจองแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ (ปรีชา เนาะเย็นผล. 2544: 56) นอกจากนี้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกทักษะหนึ่งที่คุณครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนำให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน เพราะ การสื่อสารเป็นกระบวนการที่มีความสำคัญต่อมนุษย์ในด้านการดำเนินชีวิต เพราะเป็นกระบวนการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่งเพื่อต้องการได้รับการตอบสนองให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการมุ่งก่อให้เกิดผลของการนำการสื่อสารไปใช้ และเกิดการเปลี่ยนแปลงด้านการพัฒนาาร่วมกัน (กิติมา สุรสนธิ. 2541: 1) แต่จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนพบว่า บางครั้งผู้เรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญในด้านการใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการพูดและเขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดของตนเองได้อย่างเป็นลำดับขั้น เพื่อให้สื่อสารกับผู้อื่นได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

3.2 การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สรุปได้ว่า ผู้สอนคณิตศาสตร์ ต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นอย่างดี และ ใช้หลักการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอน เข้าใจความคิดของผู้เรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ การตัดสินใจของผู้สอนมีฐานคิดจากความรู้ของผู้สอนที่มีความเข้าใจในความคิดของผู้เรียน นอกจากนี้ยังมีบรรยากาศในห้องเรียนในการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) จากลักษณะของห้องเรียนแบบเดิมที่

ผู้เรียนจะมีภาระงานและทำตามที่ผู้สอนบอกให้ทำ กระบวนการส่วนใหญ่จะมุ่งประเด็นไปที่ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาคำตอบจากแต่ละคำถาม ผู้สอนคาดหวังให้ผู้เรียนทุกคนได้กระทำในส่วนที่เหมือนกันเป็นงานประจำ และมีความรู้คณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน ซึ่งการแก้ปัญหาที่เหมือนกันจะเป็นการสนับสนุนบริบทของผู้เรียนในการฝึกหัดการแสดงลำดับขั้นตอนมากกว่าการแข่งขันกันนำเสนอความคิดและวิธีการในการแก้ปัญหา ฐานคิดของผู้สอนจะมาจากการตัดสินใจของผู้สอนเองที่คิดว่าอะไรมีความสำคัญสำหรับผู้เรียนในการเรียนรู้ ในขณะที่ห้องเรียนที่จัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นที่ซึ่งสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ผู้เรียนรู้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาในแนวทางที่แตกต่างกัน บรรยากาศของห้องเรียนที่จัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการรับฟังความคิดของแต่ละคน ซึ่งมีความสำคัญและได้รับการเอาใจใส่จากเพื่อน ๆ และผู้สอน วิธีการแก้ปัญหของผู้เรียนเป็นไปตามความสามารถเฉพาะบุคคล มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน ๆ ในห้องเรียนด้วย ซึ่งหากต้องการให้เกิดการปฏิรูปการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนทุกระดับจะต้องได้รับการฝึกให้สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างผู้เชี่ยวชาญ คือการร่วมแรงร่วมใจในการหาคำตอบ การอภิปรายโต้เถียงกันในข้อค้นพบหรือคำตอบที่ได้ การเชื่อมโยงประเมินผลสรุป รวมทั้งการสื่อสารผลลัพธ์ที่ได้ ในขั้นต้นผู้เรียนควรจะได้รับส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรูปแบบของการเป็นผู้รับความรู้จากผู้สอนเพียงอย่างเดียว การให้ความสนใจและเอาใจใส่ผู้เรียนอย่างใกล้ชิดจะเป็นข้อมูลสำคัญให้กับผู้สอนเองในการนำไปวางแผนการสอนและการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ครูผู้สอนจะต้องอธิบายถึงแต่ละขั้นตอนให้เข้าใจผู้เรียนอย่างชัดเจนในคาบแรก ประกอบด้วยขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้
2. ครูต้องทบทวนเรื่องกฎการนับเบื้องต้น แฟลททอเรียล และการคำนวณหาค่าของ $P_{(n,r)}$ และ $C_{(n,r)}$ พร้อมทั้งให้แบบฝึกทักษะเกี่ยวกับกฎการนับเบื้องต้นเพิ่มเติม
3. เนื่องจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มผู้เรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบแสดงความคิดเห็น ครูผู้สอนจะต้องเข้าไปแนะนำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งคอยชักจูงและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในระหว่างการทำกิจกรรมให้มาก และยังเป็นการทำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งรู้จักการเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ และช่วยเหลือผู้อื่น
4. การใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงไปตามลำดับ และทำให้นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดให้ผู้เรียนน้อยลง
5. ในการทำกิจกรรมต่างๆ ถ้าครูผู้สอนมีรางวัลให้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นเป็นพิเศษ และเพิ่มความสนุกสนานในการทำกิจกรรมยิ่งขึ้น
6. การทำกิจกรรมควรให้ผู้เรียนออกมานำเสนอผลงาน ในระยะแรกผู้เรียนยังไม่กล้าแสดงออกเท่าที่ควร อาจจะต้องสุมให้ผู้เรียนออกมานำเสนอ และหลังจบการนำเสนอครูต้องกล่าวชมเชย และให้คำแนะนำกับผู้ที่ออกมานำเสนอแล้วมีสิ่งผิดพลาดด้วยน้ำเสียงที่อ่อนโยนมีเมตตา
7. ในใบกิจกรรมบ้างกิจกรรมโจทย์ปัญหาอาจจะเยอะเกินไปควรตัดโจทย์ปัญหาให้พอดีกับเวลาที่นักเรียนทั้งห้องสามารถทำเสร็จในคาบเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูผู้สอนควรอธิบายถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ให้กับผู้เรียนอย่างชัดเจนพร้อมทั้งยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถูกต้อง
2. ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวไปสอนเป็นอย่างดี เพื่อประโยชน์แก่ผู้เรียนและครูผู้สอน
3. ในการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนครูควรให้ความใส่ใจให้ทั่วถึงในชั้นเรียน และให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม และครูจะต้องใช้น้ำเสียงที่อ่อนโยนเวลาให้คำปรึกษาและน้ำเสียงที่สุกสนานเวลาที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมในชั้นเรียน
4. ครูผู้สอนควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมต่างๆ อย่างพอเหมาะ มิฉะนั้นจะทำให้กิจกรรมใช้เวลามากจนเกินไป
5. ครูผู้สอนพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนเป็นฝ่ายตั้งคำถาม เพื่อพัฒนาการคิด การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยง ของนักเรียน และต้องระมัดระวังในการให้รางวัลอาจจะทำให้นักเรียนเห็นแก่ตัวไม่ยอมช่วยเหลือเพื่อนที่ไม่เข้าใจได้

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรให้มีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น ระบบสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง อสมการ เศษส่วนของพหุนาม ฯลฯ
2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) โดยศึกษาตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ เป็นต้น
3. ควรมีการนำการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ไปใช้กับการเรียนการสอนในรูปแบบอื่นๆ เช่น การจัดการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษา การสอนแบบบูรณาการ เป็นต้น



มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหนังสือ. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving). พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ
- กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหลักสูตร. (2541). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาอันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics).
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- (2542). เอกสารการสอนชุดวิชา การสื่อสาร หน่วยที่ 1- 8. พิมพ์ครั้งที่ 8. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- (2551). เอกสารการสอนชุดวิชาทฤษฎีและพฤติกรรมสื่อสาร หน่วยที่ 1-7 พิมพ์ครั้งที่ 6. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ การปฏิรูปการเรียนรู้ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. การปฏิรูปการเรียนรู้ผู้เรียนสำคัญที่สุด.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2542.
- จำเริญ จิตรหลัง. (2543). "การฝึกทักษะกระบวนการคิด", วารสารศึกษาศาสตร์.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.
พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แนนแจเม้นท์.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคนอื่น ๆ. (2537). เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บริษัทโรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ดุษฎี บริพัตร ณ อยุรยา. (2531). เด็กปัญญาเลิศ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ ปาณยา.

- นงกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุศรา อิมทรัพย์. (2551). ผลการใช้สื่อประสมเรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต" ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435) : 62-74.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ . (2539). การบริหารงานวิชาการ . กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ .
- พงศ์ศรีศมี เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง "ความน่าจะเป็น" โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้จักคิด ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2542). เอกสารชุดวิชาการสื่อสาร หน่วยที่ 1-8. พิมพ์ครั้งที่ 7. นนทบุรี: สำนักพิมพ์สุโขทัยธรรมมาธิราช.

- มะลิวรรณ ผ่องราชี .(2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- . (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- . (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- . (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- รจนา รัตนาคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.
- รัชดา ยাত্রา. (2549). ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2536). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- . (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- . (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ลิลดา ดลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- วลีพร เดชเดชา. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โมโนทัศน์ทางเรขาคณิต. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2525). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- วิชัย พาณิชย์สวาย. (2546). สอนอย่างไรให้เด็กเก่งคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2543). การวิจัยปฏิบัติการ. วารสารวิจัยทางการศึกษา, 1, 1.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2515). หลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ. (ม.ป.พ.)
- วิมล อยู่พิพัฒน์. (2551). บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพรรณ ศรีอุทธา. (2548). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตสำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4). วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย ขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

- ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต. (2552). การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนตามปกติ. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : หจก.ส. เจริญการพิมพ์.
- สมเกียรติ ปติฐพร. (2525). การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค; และสมเดช บุญประจักษ์. (2545). กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหา คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สัญญา ภัทรากร.(2552). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นต่างกัน. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สันติ อิทธิพลนาวากุล. (2550). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GPS (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สิริพร ทิพย์คง. (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์.

กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

----- (2537 : กรกฎาคม-สิงหาคม). การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา.

วารสารคณิตศาสตร์. 38(430-431) : 57-62.

----- (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542.

กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). เอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น

พื้นฐานพุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สำนัก

วิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานฯ.

สุรางคณา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการ

เชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินซิพัลนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).

กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

เสาวภา อุนเพชร. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลการเรียนต่ำ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยได้รับการสอนด้วยชุด

กิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. (2542). แนวทางการพัฒนากระบวนการเรียนรู้ตาม

พระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว,

2543.

หทัยกาญจน์ อินบุญมา. (2547). ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง

การประมาณค่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อรชร ภูบุญเดิม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการ

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation). สารนิพนธ์ กศ.ม.

(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ถ่ายเอกสาร.

อรทัย ศรีอุทธา. (2547). *ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เอนก จันทรวงูญ. (2545). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน*. ปรินิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Adams, Sam.; Ellis, Leslie.; & Beeson, B. F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York : Harper & Row, Publishers.

Anderson, K. B.; & Pingry, R. E. (1973). *Problem – Solving in Mathematics : Its Theory and Practice*. Washington, D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics.

Ausubel, David P. (1968). *Education Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt Rinehart and Winstion, Inc.

Available online 21 November 2004 in Carpenter et al. (2004). J. Carpenter et al

Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 : Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan.

Basil, C.G. (1999). *Collecting data outdoors: making connections to the real world*. In *Teaching Children Mathematics*. 6(1): 8-12.

Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)*. Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.

Bitter, Gray G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Burkhardt, Hugh. (2001). *The Emperor's Old Clothes, or How the World See It*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm

Carroll, John B. (1963, May). *A Model of School Learning*. In *Teachers College Record*. 64(2): 723-733.

- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Carey, D. (1989). Teachers' ... American Educational Research Journal, 30 (3), 499-531
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Carey, D. (1989). Teachers' ... American Educational Research Journal, 30 (3), 555-558
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Carey, D. (1999). Teachers' ... American Educational Research Journal, 30 (3), 60-85
- Carpenter, T.P. et al. (2000: 1). Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Clyde, Corle G. (1967). Teaching Mathematics in the Elementary School. New York : the Ronald Press Company.
- Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda Jensen. (1992). Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics. New York : Macmillan.
- Deighan, William Patrick. (1971, January). An Examination of the Relationship between Teachers' Attitudes towards Arithmetic and the Attitudes of Their Students towards Arithmetic. In *Dissertation Abstracts International*. 31: 3333-A.
- Drexel, Robert Earl. (1997). Connecting Common and Decimal Fraction Concepts: A Common Fraction Perspective. In *Dissertation Abstracts International*. 58(6): 2119-A.
- Dossey, John A.; et al. (2002). *Mathematics methods and modeling for today's mathematics classroom: a contemporary approach to teaching grades 7-12*. Pacific Grove: BROOKS/COLE.
- Fan, Chung-Teh. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service.
- Fehr, Howard. (1972). Teaching Modern Mathematics in the Elementary School. Philippines : Addison – Wesley Publishing Company.

- Fiksdal, Janel Kay. (1996). The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors. *Dissertation Abstracts International – A. CD – ROM*. 57(3) : 1064. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.
- Finn.Kelly F.; et al.(2003, August). Teacher Variables That Relate to Student Achievement When Using a Standards - Based Curriculum. In *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(3): 228-A.
- Franke;& Weishaupt. 1998 : Online; North Central Regional Educational. Laboratory. 1991 : Online; Fashola;& Slavin. 1997 : Online
- Gainsburg, Julie. (2007). Real-world connections in secondary mathematics teaching. In *Dissertation*. Retrieved May 19, 2009, from <http://www.springerlink.com/content/lx36jh65500033l4/?p=4dbc516f60cb4d7fab44a9ca7391050d&pi=0>
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3 rd.ed., Newyork : Mc Graw-hill Book Company.
- Guildford, J. P. (1971). *Theoanalysis of Intelligence*. New York : McGraw – Hill.
- Hatfield, Mary M.; Edwards, Noney T.; & Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. Boston : Allyn and Bacon.
- Hedden, James W.; & Speer, William R. (1992). *Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics*. 7th ed. New York : Macmillan Publishing Company.
- Heimer, Ralph T.; & Trueblood, Cecil R. (1977). *Strategies for Teaching Children Mathematics*. Washington D.C. : Addison – Wesley Publishing Company, Inc.
- Hiebert, James, Thomas, P. Carpenter, Elizabeth, Fennema, Karen C. Fuson, Diana Wearne, Piet Human, Hanlie Murray, and Alwyn Olivier. “Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding.” Potsmouth, NH: Heinemann. 1997. Johnson,
- Donavan A.; & Rising, Gerald R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics*. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company, Inc.

- Kennedy, L.M.; & et al. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7 th ed. Belmont California : Wadsworth.
- Knuth, Eric J. (2000). Understanding Connections between Equation and Graphs. In *The Mathematics Teacher*. 93(1): 48-53.
- Krulik, Stephen.; & Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachusetts : Allyn and Bacon.
- Kyle, D.W., McIntyre, E.; & Moore, G.H. (2001). Connecting mathematics instruction with the families of young children. In *Teaching Children Mathematics*. 8(2): 80-86.
- Lewis, Mitzi.; Graves, Ingrid; & Sanchez, Lenny. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. In *Journal of the ACM(JACM)*. 53(3): 954-955.
- Mack, Nancy K. (2004, November). Connecting to Develop Computational Fluency with Fractions. In *Teaching Children Mathematics*. 11(4): 226-232.
- Merlino, Joseph F. (2000). *Understanding Integrated Mathematics Using Living Metaphors*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Michaels, Rosemaie. (2002). *The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attribution Style in Third – grade Mathematics*. Dissertation Abstracts International. 63 – 03A.
- National Center for Research in Mathematics and Science Education. (1992). Cognitively guided instruction. *NCRMSE Research Review*. 1(2).
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. Va: NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. Va: NCTM
- Natsoulas, Anthula. (2000). Group Symmetries Connect Art and History with Mathematics. In *Mathematics Teacher*. 93(5): 364-370.

- Nicol, Cynthia; & Crespo, Sanda. (2005). Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics. In *School Science and Mathematics*. 240-251.
- Osborn, Janet L. Kirk. (1989). Gifted and Talented Students in an Alternative Learning Center : Their Number and Characteristics. Doctoral Dissertation, Utah State University. Dissertation Abstracts International. 49 : 1995A.
- Pandiscio, Eric A. (2002). Exploring the Link between Preservice Teacher's Connections of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. *School Science and Mathematics*. 102(5) : 216-220.
- Peterson; et al. 1991; Franke; & Weishaupt. 2004, Franke; & Weishaupt. 1998 : Online; North Central Regional Educational Laboratory. 1991: Online; Fashola; & Slavin. 1997 : Online
- Polya, George. (1957). How to Solve it. 2nd ed. New York : Double Anchor Book.
- (1980). On Solving Mathematics Problem in High School. Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook. Virginia : the National Council of Teachers of mathematics.
- (1985). How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method. New York : Doubleday and Company Garden City.
- Prescott, Daniel A. (1961). *Report of Conference on Child Study*. Educational Bulletin. Faculty of Education. Bangkok: Chulalongkorn University.
- Pretli, Michael J. (2003). An Investigation to Determine the Effect of Key Words in Mathematical Word Problem in Two Variables on the Ability of Mathematics Students in Grade 10 to Solve Problems. Retrieved August 28, 2008, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=765202201&sid=2&clientid=61839&RQT=> 309.
- Randall, Charles.; & Lester, Frank K. (1982). Teaching Problem Solving What, Why & How. Dale Seymour Publication.
- Rawat, D.S.; & Gupta, S.L. (1970). Education Wastage at the Primary Level. In *A Handbook For Teachers*. New Delhi: S.K. Kitchula at Nalanda Press.

- Reys Robert.; et al.(2003, August). Assessing the Impact of Standards - Based Middle Grades Mathematics Curriculum Materials on Student Achievement.In *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(1): 74-A.
- Reys, Robert E.; Suydum, Marilyn N.; & Montgomery, Mary L. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Riordan, Jurie E.; &Noyce, Pendred E.(2001, April). The Impacts of Standards - Based Mathematics Curricula on Student Achievement in Massachusetts.In *Journal for Research in Mathematics Education*. 32(4): 368-A.
- Russell, Person V. (1961). *Essentials of Mathematics*. New York : John Wiley, Inc.
- Sqroi, Richard J.; &Sqroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for elementary school teachers: problem-solving investigation*. Boston: PWS.
- Thomas, Christine D.; & Santiago, Carmelita. (2002). Building Mathematically Powerful Students through Connections.*Mathematics Teaching in the Middle School*. National Council of Teachers of Mathematics. (484-488).
- Vacher, H.L.; &Myroie, John E. (2001). Connecting with Geology: Where's the End of Cave?.In *Mathematics Teacher*. 94(8): 641-641.
- Van, Garderen D. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. Dissertation Abstracts International. 39(6) : 496.
- Weir, John Joseph. (1974). Problem Solving in Everybody Problem. *Science Teacher*. 41 : 16-18 : April.
- Wiest, Lynda R. (1997). The Role of Fantasy and Real – World Problem Contexts in Fourth – Grade and Six – Grade Students' Mathematical Problem Solving. Dissertation Abstracts International – A. (CD – ROM). 57(1) : 5091. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.
- William, Kenneth M. (2003). Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3) : 185.

Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics*. In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Bloom, Benjamin S. pp. 643-649. New York: McGraw-Hill, Inc.

Wilson, James W.; Fernandez, Maria L.; & Hadaway, Nelda. (1993). *Mathematics Problem Solving*. Research Ideas for the classroom, High School. New York : Macmillan Publishing Company.





ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตาราง 10 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC	ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	+1	1.00	21	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00	22	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00	23	+1	-1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00	24	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	0	0.67	25	0	+1	+1	0.67
6	+1	+1	+1	1.00	26	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	1.00	27	+1	+1	0	0.67
8	+1	+1	+1	1.00	28	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	1.00	29	+1	+1	+1	1.00
10	+1	+1	+1	1.00	30	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	1.00	31	+1	+1	+1	1.00
12	+1	+1	+1	1.00	32	+1	+1	+1	1.00
13	+1	+1	+1	1.00	33	+1	+1	+1	1.00
14	0	+1	+1	0.67	34	+1	+1	+1	1.00
15	+1	+1	+1	1.00	35	+1	+1	0	0.67
16	+1	+1	+1	1.00	36	+1	+1	+1	1.00
17	+1	+1	+1	1.00	37	+1	+1	+1	1.00
18	+1	+1	+1	1.00	38	+1	+1	+1	1.00
19	+1	+1	+1	1.00	39	+1	+1	+1	1.00
20	+1	+1	+1	1.00	40	+1	+1	0	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความ
เที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC ≥ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC
ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 40 ข้อ

ตาราง 11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
จำนวน 12 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	0	0.67
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	0	0.67
6	+1	+1	0	0.67
7	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	0	0.67
9	+1	+1	0	0.67
10	+1	+1	0	0.67
11	+1	+1	0	0.67
12	+1	+1	0	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC ≥ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 12 ข้อ

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Evana

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.59	0.56	คัดเลือกไว้
2	0.76	0.24	คัดเลือกไว้
3	0.74	0.79	คัดเลือกไว้
4	0.38	0.61	คัดเลือกไว้
5	0.58	-0.49	ตัดทิ้ง
6	0.33	-0.08	ตัดทิ้ง
7	0.26	-0.18	ตัดทิ้ง
8	0.50	0.63	คัดเลือกไว้
9	0.60	0.53	คัดเลือกไว้
10	0.68	0.65	คัดเลือกไว้
11	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
12	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
13	0.33	0.56	คัดเลือกไว้
14	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
15	0.53	0.76	คัดเลือกไว้
16	0.08	0.52	ตัดทิ้ง
17	0.28	0.63	คัดเลือกไว้
18	0.83	0.69	ตัดทิ้ง
19	0.76	0.24	คัดเลือกไว้
20	0.53	0.69	คัดเลือกไว้
21	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
22	0.74	0.79	คัดเลือกไว้
23	0.25	0.78	คัดเลือกไว้
24	0.87	0.69	ตัดทิ้ง
25	0.48	-0.92	ตัดทิ้ง

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
26	0.67	-0.08	ตัดทิ้ง
27	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
28	0.25	0.78	คัดเลือกไว้
29	0.50	0.34	คัดเลือกไว้
30	0.28	0.65	คัดเลือกไว้
31	0.32	0.72	คัดเลือกไว้
32	0.42	-0.49	ตัดทิ้ง
33	0.74	0.79	คัดเลือกไว้
34	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
35	0.67	-0.08	ตัดทิ้ง
36	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
37	0.42	-0.49	ตัดทิ้ง
38	0.71	0.25	คัดเลือกไว้
39	0.87	0.63	ตัดทิ้ง
40	0.87	0.63	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ได้ 20 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.25 – 0.76 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.24 – 0.79 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ คือ ข้อ 1 , 2 , 3 , 4 , 8 , 9 , 10 , 13 , 15 , 17 , 19 , 20 , 22 , 23 , 28 , 29 , 30 , 31 , 33 , 38

ตาราง 13 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_r^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
 เชื่อมกันของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน
 และวิธีจัดหมู่

คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$	คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$
1	18	324	26	15	225
2	17	289	27	17	289
3	15	225	28	12	144
4	8	64	29	13	169
5	16	256	30	11	121
6	13	169	31	8	64
7	5	25	32	11	121
8	13	169	33	11	121
9	17	289	34	9	81
10	8	64	35	14	196
11	13	169	36	12	144
12	17	289	37	17	289
13	13	169	38	9	81
14	19	361	39	12	144
15	13	169	40	18	324
16	7	49	41	7	49
17	17	289	42	17	289
18	8	64	43	9	81
19	15	225	44	6	36
20	14	196	45	12	144
21	9	81	46	8	64
22	8	64	47	11	121
23	18	324	48	16	256
24	14	196	49	10	100
25	13	169	50	13	169

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$	คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$
51	11	121	66	16	256
52	18	324	67	14	196
53	15	225	68	13	169
54	5	25	69	11	121
55	17	289	70	18	324
56	6	36	71	17	289
57	17	289	72	7	49
58	15	225	73	13	169
59	16	256	74	15	225
60	7	49	75	16	256
61	12	144	76	9	81
62	19	361	77	14	196
63	18	324	78	7	49
64	14	196	79	12	144
65	17	289	80	6	36
				$\sum X = 1,021$	$\sum X^2 = 14,223$

ตาราง 14 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

ข้อที่	p	r	pq	ข้อที่	p	r	pq
1	0.750	0.250	0.188	19	0.500	0.500	0.250
2	0.690	0.310	0.214	20	0.610	0.390	0.238
3	0.820	0.180	0.148	22	0.840	0.160	0.134
4	0.740	0.260	0.192	23	0.700	0.300	0.210
8	0.590	0.410	0.242	28	0.770	0.230	0.177
9	0.720	0.280	0.202	29	0.630	0.370	0.233
10	0.660	0.340	0.224	30	0.670	0.330	0.221
13	0.810	0.190	0.154	31	0.650	0.350	0.228
15	0.800	0.200	0.160	33	0.620	0.380	0.236
17	0.780	0.220	0.172	38	0.730	0.270	0.197
					รวม		4.02

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้
สูตร KR – 20 (Kuder – Richardson)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right\}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่ง ๆ
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $1 - p$
	S_r^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$$\text{โดยที่} \quad S_r^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	S_r^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบ ทั้งฉบับ
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 13 จะได้ $\sum X = 1,021$, $\sum X^2 = 14,223$, $N = 80$

$$\begin{aligned} S_r^2 &= \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{80(14,223) - (1,021)^2}{80(80-1)} \\ &= 15.09 \end{aligned}$$

จากตาราง 14 จะได้ $n = 20$, $\sum pq = 4.02$, $S_r^2 = 15.09$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right\} \\ &= \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{4.02}{15.09} \right\} \\ &= \frac{20}{19} \left\{ \frac{15.09 - 4.02}{15.09} \right\} \\ &= 0.77 \end{aligned}$$

ตาราง 15 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 12 ข้อ

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.46	0.19	ตัดทิ้ง
2	0.50	0.76	คัดเลือกไว้
3	0.38	0.51	คัดเลือกไว้
4	0.65	0.40	คัดเลือกไว้
5	0.81	0.14	ตัดทิ้ง
6	0.72	0.34	ตัดทิ้ง
7	0.37	0.43	คัดเลือกไว้
8	0.32	0.55	ตัดทิ้ง
9	0.44	0.65	คัดเลือกไว้
10	0.49	0.38	คัดเลือกไว้
11	0.71	0.32	ตัดทิ้ง
12	0.39	0.18	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบวัดวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 6 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.37 – 0.65 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.38 – 0.76 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 6 ข้อ ได้แก่ ข้อ 2, 3, 4, 7, 9 และ 10 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 16 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
2	223	699	0.98
3	303	1,280	1.68
4	198	543	0.67
7	245	831	1.02
9	186	477	0.56
10	213	624	0.72
			$\sum s_i^2 = 5.63$

ตาราง 17 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
2	187	487	0.64
3	212	619	0.73
4	163	375	0.54
7	248	845	0.96
9	203	571	0.71
10	159	349	0.42
			$\sum s_i^2 = 4.16$

ตาราง 18 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
 เชื่อมันของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
 วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	18	324	26	10	100
2	9	81	27	11	121
3	17	289	28	17	289
4	12	144	29	5	25
5	17	289	30	12	144
6	15	225	31	9	81
7	19	361	32	19	361
8	6	36	33	10	100
9	14	196	34	11	121
10	17	289	35	5	25
11	19	361	36	17	289
12	8	64	37	12	144
13	15	225	38	11	121
14	12	144	38	12	144
15	11	121	40	5	25
16	18	324	41	19	361
17	13	169	42	7	49
18	8	64	43	11	121
19	12	144	44	8	64
20	18	324	45	10	100
21	10	100	46	12	144
22	17	289	47	9	81
23	16	256	48	11	121
24	7	49	49	18	324
25	14	196	50	9	81

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
51	19	361	66	10	100
52	12	144	67	12	144
53	10	100	68	14	196
54	12	144	69	9	81
55	9	81	70	13	169
56	15	225	71	9	81
57	7	49	72	7	49
58	8	64	73	11	121
59	12	144	74	5	25
60	11	121	75	10	100
61	9	81	76	16	256
62	12	144	77	9	81
63	10	100	78	11	121
64	8	64	79	5	25
65	12	144	80	10	100
				$\sum X_i = 939$	$\sum X_i^2 = 12,455$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

- เมื่อ
- α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 - k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 - s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 - s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ $s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบ
ทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 18 จะได้ $\sum X = 939$, $\sum X^2 = 12\,455$, $N = 80$

$$\begin{aligned} s_t^2 &= \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{80(12,455) - (939)^2}{80(80-1)} \\ &= \frac{996,400 - 881,721}{6,320} \\ &= \frac{114,679}{6,320} \\ &= 18.15 \end{aligned}$$

จากตาราง 16 จะได้ $k = 6$, $\sum s_i^2 = 5.63$, $s_t^2 = 18.15$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{6}{6-1} \left\{ 1 - \frac{5.63}{18.15} \right\} \\ &= \frac{6}{5} \left\{ \frac{18.15 - 5.63}{18.15} \right\} \\ &= \frac{6}{5} \left(\frac{12.52}{18.15} \right) \\ &= 0.83 \end{aligned}$$

ตาราง 19 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
1	18	17	324	289	306
2	9	10	81	100	90
3	17	17	289	289	289
4	12	11	144	121	132
5	17	15	289	225	255
6	15	14	225	196	210
7	19	18	361	324	342
8	6	8	36	64	48
9	14	14	196	196	196
10	17	15	289	225	255
11	19	18	361	324	342
12	8	9	64	81	72
13	15	15	225	225	225
14	12	10	144	100	120
15	11	11	121	121	121
16	18	16	324	256	288
17	13	14	169	196	182
18	8	9	64	81	72
19	12	13	144	169	156
20	18	18	324	324	324
21	10	11	100	121	110
22	17	15	289	225	255
23	16	14	256	196	224
24	7	8	49	64	56
25	14	13	196	169	182
26	10	10	100	100	100
27	11	14	121	196	154

ตาราง 19 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
28	17	15	289	225	255
29	5	7	25	49	35
30	12	12	144	144	144
31	9	11	81	121	99
32	19	16	361	256	304
33	10	13	100	169	130
34	11	11	121	121	121
35	5	7	25	49	35
36	17	15	289	225	255
37	12	13	144	169	156
38	11	11	121	121	121
39	12	12	144	144	144
40	5	7	25	49	35
41	19	17	361	289	323
42	7	7	49	49	49
43	11	12	121	144	132
44	8	10	64	100	80
45	10	12	100	144	120
46	12	12	144	144	144
47	9	9	81	81	81
48	11	11	121	121	121
49	18	16	324	256	288
50	9	9	81	81	81
51	19	18	361	324	342
52	12	12	144	144	144
53	10	10	100	100	100
54	12	12	144	144	144
55	9	9	81	81	81

ตาราง 19 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
56	15	16	225	256	240
57	7	7	49	49	49
58	8	10	64	100	80
59	12	12	144	144	144
60	11	11	121	121	121
61	9	11	81	121	121
62	12	11	144	121	132
63	10	13	100	169	130
64	8	9	64	81	72
65	12	10	144	100	120
66	10	13	100	169	130
67	12	14	144	196	168
68	14	14	196	196	196
69	9	9	81	81	81
70	13	13	169	169	169
71	9	10	81	100	90
72	7	8	49	64	56
73	11	11	121	121	121
74	5	6	25	36	30
75	10	10	100	100	100
76	16	16	256	256	256
77	9	9	81	81	81
78	11	11	121	121	121
79	5	7	25	49	35
80	10	10	100	100	100
รวม	939	954	12,215	12,223	12,113

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดย ผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 19 จะได้ $\sum X = 939$, $\sum Y = 954$, $\sum X^2 = 12,215$

$\sum Y^2 = 12,223$, $\sum XY = 12,113$, $N = 80$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \\ &= \frac{(80 \times 12,113) - (939 \times 954)}{\sqrt{[(80 \times 12,215) - (939)^2] \times [(80 \times 12,223) - (954)^2]}} \\ &= 0.91 \end{aligned}$$

ตาราง 20 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
เชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	16	256	28	19	361
2	14	196	29	6	36
3	14	196	30	7	49
4	12	144	31	10	100
5	12	144	32	19	361
6	16	256	33	16	256
7	13	169	34	10	100
8	16	256	35	19	361
9	16	256	36	15	225
10	16	256	37	19	361
11	16	256	38	12	144
12	12	144	38	6	36
13	10	100	40	19	361
14	15	225	41	8	64
15	13	169	42	12	144
16	14	196	43	19	361
17	18	324	44	16	256
18	6	36	45	10	100
19	14	196	46	15	225
20	19	361	47	12	144
21	15	225	48	10	100
22	17	289	49	16	256
23	15	225	50	6	36
24	13	169	51	16	256
25	14	196	52	19	361
26	12	144	53	10	100
27	12	144	54	16	256

ตาราง 20 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
55	16	256	68	16	256
56	16	256	69	6	36
57	8	64	70	10	100
58	15	225	71	19	361
59	6	36	72	8	64
60	9	81	73	16	256
61	12	144	74	15	225
62	19	361	75	14	196
63	9	81	76	8	64
64	16	256	77	16	256
65	16	256	78	19	361
66	9	81	79	6	36
67	8	64	80	10	100
				$\sum X = 1,064$	$\sum X^2 = 15,410$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

- เมื่อ
- α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 - k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 - s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 - s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ
$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบ
 ทั้งฉบับ
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 20 จะได้ $\sum X = 1,064$, $\sum X^2 = 15,410$, $N = 80$

$$\begin{aligned} s_i^2 &= \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{80(15,410) - (1,064)^2}{80(80-1)} \\ &= 15.93 \end{aligned}$$

จากตาราง 17 จะได้ $k = 6$, $\sum s_i^2 = 4.16$, $s_t^2 = 15.93$

ดังนั้น
$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{6}{6-1} \left\{ 1 - \frac{4.16}{15.93} \right\} \\ &= 0.89 \end{aligned}$$

ตาราง 21 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
1	16	14	256	196	224
2	14	12	196	144	168
3	14	13	196	169	182
4	12	12	144	144	144
5	12	11	144	121	132
6	16	14	256	196	224
7	13	11	169	121	143
8	16	14	256	196	224
9	16	14	256	196	224
10	16	15	256	225	240
11	16	15	256	225	240
12	12	11	144	121	132
13	10	9	100	81	90
14	15	14	225	196	210
15	13	12	169	144	156
16	14	13	196	169	182
17	18	16	324	256	288
18	6	5	36	25	30
19	14	12	196	144	168
20	19	17	361	289	323
21	15	15	225	225	225
22	17	17	289	289	289
23	15	15	225	225	225
24	13	13	169	169	169
25	14	14	196	196	196
26	12	12	144	144	144
27	12	12	144	144	144

ตาราง 21 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
28	17	17	289	289	289
29	19	19	361	361	361
30	6	6	36	36	36
31	7	7	49	49	49
32	10	10	100	100	100
33	19	19	361	361	361
34	16	16	256	256	256
35	10	10	100	100	100
36	19	19	361	361	361
37	15	15	225	225	225
38	19	19	361	361	361
39	12	12	144	144	144
40	6	6	36	36	36
41	19	19	361	361	361
42	8	8	64	64	64
43	12	12	144	144	144
44	19	19	361	361	361
45	16	16	256	256	256
46	10	10	100	100	100
47	15	15	225	225	225
48	12	12	144	144	144
49	10	10	100	100	100
50	16	16	256	256	256
51	6	6	36	36	36
52	16	16	256	256	256
53	19	19	361	361	361
54	10	10	100	100	100
55	16	16	256	256	256

ตาราง 21 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
56	12	12	144	144	144
57	16	16	256	256	256
58	16	16	256	256	256
59	8	8	64	64	64
60	15	15	225	225	225
61	6	6	36	36	36
62	9	9	81	81	81
63	12	12	144	144	144
64	19	19	361	361	361
65	9	9	81	81	81
66	16	16	256	256	256
67	16	16	256	256	256
68	12	12	144	144	144
69	8	8	64	64	64
70	9	9	81	81	81
71	16	16	256	256	256
72	8	7	64	49	56
73	9	8	81	64	72
74	16	15	256	225	240
75	10	9	100	81	90
76	15	14	225	196	210
77	8	7	64	49	56
78	10	9	100	81	90
79	16	14	256	196	224
80	6	5	36	25	30
รวม	1,056	1,018	15,114	14,120	14,588

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$ แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดย ผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 21 จะได้ $\sum X = 1,056$, $\sum Y = 1,018$, $\sum X^2 = 15,114$

$$\sum Y^2 = 14,120$$
 , $\sum XY = 14,588$, $N = 80$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \\ &= \frac{(80 \times 14,588) - (1,056 \times 1,018)}{\sqrt{[(80 \times 15,114) - (1,056)^2] \times [(80 \times 14,120) - (1,018)^2]}} \\ &= 0.98 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
- คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

ตาราง 22 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ
วิธีจัดหมู่ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	6	18	324	12	144
2	5	17	289	12	144
3	5	16	256	11	121
4	6	16	256	10	100
5	5	15	225	10	100
6	8	17	289	9	81
7	9	19	361	10	100
8	7	18	324	11	121
9	4	16	256	12	144
10	8	15	225	7	49
11	6	16	256	10	100
12	9	15	225	6	36
13	6	18	324	12	144
14	9	17	289	8	64
15	9	15	225	6	36
16	8	17	289	9	81
17	8	17	289	9	81
18	8	18	324	10	100
19	7	14	196	7	49
20	5	18	324	13	169
21	5	16	256	11	121
22	5	17	289	12	144
23	9	15	225	6	36
24	7	16	256	9	81
25	5	15	225	10	100
26	9	15	225	6	36
27	8	15	225	7	49

ตาราง 22 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
28	7	14	196	7	49
29	6	15	225	9	81
30	5	18	324	13	169
31	5	17	289	12	144
32	5	15	225	10	100
33	7	14	196	7	49
34	5	16	256	11	121
35	8	17	289	9	81
36	10	19	361	9	81
37	9	15	225	6	36
38	4	16	256	12	144
39	7	16	256	9	81
40	7	14	196	7	49
41	6	15	225	9	81
42	9	15	225	6	36
43	7	16	256	9	81
44	9	15	225	6	36
45	8	15	225	7	49
46	4	11	121	7	49
47	4	16	256	12	144
48	7	16	256	9	81
		$\sum X_2 = 567$	$\sum X_2^2 = 9,247$	$\sum D = 333$	$\sum D^2 = 3,325$

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 22 จะได้ $\sum D = 333$, $\sum D^2 = 3,325$, $n = 48$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{333}{\sqrt{\frac{(48 \times 3,325) - (333)^2}{48 - 1}}} \\ &= \frac{333}{\sqrt{\frac{116,375 - 110,889}{47}}} \\ &= 26.22 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการ
จัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{567}{48} \\ &= 16.20\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการ
จัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{48(9,247) - (567)^2}{48(48-1)}} \\ &= 1.346\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 16.2$, $\mu_0 = 14$, $s = 1.346$, $n = 48$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{16.2 - 14}{\frac{1.346}{\sqrt{48}}} \\ &= 9.670\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับ
นัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

ตาราง 23 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	6	20	400	14	196
2	0	14	196	14	196
3	4	14	196	10	100
4	5	16	256	11	121
5	5	12	144	7	49
6	3	17	289	14	196
7	1	17	289	16	256
8	1	11	121	10	100
9	0	19	361	19	361
10	2	19	361	17	289
11	0	18	324	18	324
12	5	20	400	15	225
13	3	18	324	15	225
14	5	20	400	15	225
15	3	20	400	17	289
16	4	19	361	15	225
17	6	19	361	13	169
18	4	20	400	16	256
19	8	19	361	11	121
20	5	17	289	12	144
21	5	9	81	4	16
22	7	20	400	13	169
23	3	20	400	17	289
24	5	12	144	7	49
25	4	20	400	16	256
26	8	14	196	6	36
27	7	18	324	11	121

ตาราง 23 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อน เรียน (X_1)	คะแนนหลัง เรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
28	4	15	225	11	121
29	3	18	324	15	225
30	5	18	324	13	169
31	0	20	400	20	400
32	1	19	361	18	324
33	2	18	324	16	256
34	2	19	361	17	289
35	3	19	361	16	256
36	7	14	196	7	49
37	6	15	225	9	81
38	5	18	324	13	169
39	5	17	289	12	144
40	5	15	225	10	100
41	7	14	196	7	49
42	5	16	256	11	121
43	8	17	289	9	81
44	10	19	361	9	81
45	9	15	225	6	36
46	3	18	324	15	225
47	5	20	400	15	225
48	3	20	400	17	289
		$\sum X_2 = 608$	$\sum X_2^2 = 10,858$	$\sum D = 479$	$\sum D^2 = 7,043$

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 23 จะได้ $\sum D = 479$, $\sum D^2 = 7,043$, $n = 48$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{479}{\sqrt{\frac{(48 \times 7,043) - (479)^2}{48 - 1}}} \\ &= \frac{479}{\sqrt{\frac{246,505 - 229,441}{48}}} \\ &= 21.381 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{608}{48} \\ &= 12.667\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{48(10,858) - (608)^2}{48(48-1)}} \\ &= 2.951\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 12.667$, $\mu_0 = 70$, $s = 2.951$, $n = 48$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{12.667 - 70}{\frac{2.951}{\sqrt{48}}} \\ &= -6.758\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

ตาราง 24 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	5	14	196	9	81
2	0	11	121	11	121
3	4	12	144	8	64
4	5	14	196	9	81
5	4	12	144	8	64
6	4	13	169	9	81
7	0	17	289	17	289
8	2	14	196	12	144
9	5	19	361	14	196
10	3	14	196	11	121
11	2	17	289	15	225
12	5	19	361	14	196
13	4	14	196	10	100
14	5	20	400	15	225
15	5	17	289	12	144
16	4	18	324	14	196
17	5	20	400	15	225
18	3	17	289	14	196
19	5	18	324	13	169
20	3	16	256	13	169
21	5	12	144	7	49
22	10	20	400	10	100
23	3	20	400	17	289
24	4	12	144	8	64
25	5	17	289	12	144
26	5	18	324	13	169
27	5	16	256	11	121

ตาราง 24 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
28	5	17	289	12	144
29	4	17	289	13	169
30	5	16	256	11	121
31	8	19	361	11	121
32	7	20	400	13	169
33	2	17	289	15	225
34	3	18	324	15	225
35	5	18	324	13	169
36	5	18	324	13	169
37	5	17	289	12	144
38	5	15	225	10	100
39	7	14	196	7	49
40	5	16	256	11	121
41	8	17	289	9	81
42	10	19	361	9	81
43	9	15	225	6	36
44	3	18	324	15	225
45	4	14	196	10	100
46	5	20	400	15	225
47	5	17	289	12	144
48	4	18	324	14	196
		$\sum X_2 = 573$	$\sum X_2^2 = 9,629$	$\sum D = 424$	$\sum D^2 = 5,3663$

เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) โดยใช้สถิติ t-test for
Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$ แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$ แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 24 จะได้ $\sum D = 424$, $\sum D^2 = 5,366$, $n = 35$

ดังนั้น

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{424}{\sqrt{\frac{(48 \times 5,366) - (424)^2}{48 - 1}}}$$

$$= \frac{479}{\sqrt{\frac{187,810 - 179,776}{47}}}$$

$$= 27.583$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับ
นัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X} แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0 แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{573}{48} \\ &= 16.371\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{48(9,629) - (573)^2}{48(48-1)}} \\ &= 2.702\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 16.371$, $\mu_0 = 14$, $s = 2.702$, $n = 48$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\&= \frac{16.371 - 14}{\frac{2.702}{\sqrt{48}}} \\&= 5.193\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. ใบความรู้และใบกิจกรรม เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

เวลา 2 คาบ

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2555

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ผู้สอน นางสาวสุภารัตน์ สมรรถการ

1. มาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด

มาตรฐาน : มาตรฐาน ค 5.2 มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด : ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

2. สาระการเรียนรู้

วิธีเรียงสับเปลี่ยน

3. เนื้อหาสาระ

1) ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n คือผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n และเขียนแทนด้วย $n!$

2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เท่ากับ $p_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

3) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม เท่ากับ $(n-1)!$

4. สมรรถนะสำคัญ

- 1) ความสามารถในการคิด
- 2) ความสามารถในการแก้ปัญหา
- 3) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต
- 4) ความสามารถในการสื่อสาร

5. ทักษะการคิด

- 1) ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
- 2) ทักษะการคิดหลากหลาย
- 3) ทักษะการสังเคราะห์
- 4) ทักษะการสังเกต
- 5) ทักษะการคิดวิเคราะห์

6. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- 1) ใฝ่เรียนรู้
- 2) มุ่งมั่นในการทำงาน
- 3) มีจิตสาธารณะ
- 4) มีวินัย

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1-2

7.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่องแฟกทอเรียล n โดยบอกบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n คือผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n และเขียนแทนด้วย $n!$

จากบทนิยาม ครูสรุปอีกครั้งว่า

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

หรือ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

7.2 ขั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูกำหนดค่า n ให้นักเรียนหา $n!$ หลายๆ ค่า
2. นักเรียนเคยเรียนมาแล้วว่า $0! = 1$ ครูอาจแสดงวิธีการพิสูจน์ ดังนี้
 เนื่องจาก $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \dots 3 \times 2 \times 1$
 หรือ $n! = n \times (n-1)!$
 ถ้า $n = 1$ จะได้ $1! = 1 \times (1-1)!$
 $1! = 1 \times 0!$
 $1! = 0!$ (1 เป็นเอกลักษณ์การคูณของจำนวนเต็ม)
 แต่ $1! = 1$
 ดังนั้น $0! = 1$
3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้
 - 1) $\frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!}$
 $= 10 \times 9 \times 8$
 $= 720$
 - 2) $\frac{7!}{10!} = \frac{7!}{10 \times 9 \times 8 \times 7!}$
 $= \frac{1}{10 \times 9 \times 8}$
 $= \frac{1}{720}$
 - 3) $\frac{13!}{11!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11!}$
 $= 13 \times 12$
 $= 156$
 - 4) $\frac{(n-1)!}{(n+2)!} = \frac{(n-1)!}{(n+2) \times (n+1) \times n \times (n-1)!}$
 $= \frac{1}{(n+2) \times (n+1) \times n}$
 $= \frac{1}{(n^2 + 3n + 2)n}$
 $= \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

5) จงหาค่า n จาก $\frac{n!}{2!(n-2)!} = 153$

วิธีทำ $\frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{2!(n-2)!} = 153$

$$n \times (n-1) = 306$$

$$18 \times 17 = 306$$

$$\therefore n = 18$$

3. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นตามรายละเอียดในหนังสือเรียนโดยกล่าว
ย่ำว่าการเรียงสับเปลี่ยนจะต้องคำนึงถึงอันดับของการจัดเรียงเป็นสำคัญแล้วให้
นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) ถ้า $P_{n,5} = 18P_{(n-2),4}$ แล้ว n มีค่าเท่าใด

วิธีทำ $P_{n,5} = 18P_{(n-2),4}$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 18 \times \frac{(n-2)!}{(n-2-4)!}$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 18 \times \frac{(n-5)!}{(n-6)!}$$

$$n \times (n-1) = 18 \times (n-5)$$

$$n^2 - n = 18n - 90$$

$$n^2 - 19n + 90 = 0$$

$$(n-9)(n-10) = 0$$

$$n = 9, 10$$

2) วิชช์มีหนังสือ 10 เล่ม อยู่บนหิ้ง ซึ่งเป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่ม เคมี 3
เล่ม ประวัติศาสตร์ 2 เล่ม และภาษาอังกฤษอีก 1 เล่ม ถ้าต้องการจัดเรียง
สับเปลี่ยนหนังสือเหล่านั้นบนหิ้งใหม่ โดยให้หนังสือประเภทเดียวกันอยู่ติดกันเสมอ
จะจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ ตอนแรกเราจับหนังสือแต่ละวิชามัดติดกันเรียงวิชาก่อน 4 วิชา ได้ 4!

วิธี

หลังจากนั้นแต่ละวิชาสามารถสับกันเองได้อีก คือ $4!3!2!1!$ ตามลำดับ

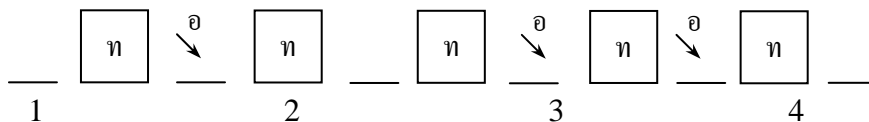
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะจัดเรียงสับเปลี่ยนหนังสือบนหิ้งได้ = $4!4!3!2!1!$

= 6,912 วิธี

3) มีหนังสือ 8 เล่ม ที่แตกต่างกัน เป็นหนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม และเป็น
หนังสือภาษาไทย 5 เล่ม ถ้าต้องการจัดหนังสือทั้งหมดให้วางเรียงกัน โดยให้
หนังสือภาษาอังกฤษอยู่แยกกันทุกเล่ม จะจัดได้กี่วิธี

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

วิธีทำ โจทย์ต้องการให้หนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม อยู่แยกกันเสมอ ดังนั้น เราจึงเอาหนังสือภาษาไทยซึ่งอยู่ติดกันหรือแยกกันก็ได้ตั้งไว้เป็นหลักก่อนดังรูป



จะเห็นได้ว่ามีการเรียงสับเปลี่ยนหนังสือภาษาไทยทำได้ 5! วิธี หลังจากนำหนังสือภาษาไทยเป็นหลักแล้วจะพบว่ามีที่ว่างอยู่ 6 ที่ให้ หนังสือภาษาอังกฤษ 3 เล่ม เลือกลงได้อีก

$$P_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจัดเรียงสับเปลี่ยนหนังสือไทยและ ภาษาอังกฤษตามเงื่อนไขนี้ทำได้ $(5!)(6 \cdot 5 \cdot 4) = 14,400$ วิธี

4. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนที่ 1

5. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดและ ยกตัวอย่างตามหนังสือเรียน จากนั้นให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) มีกี่วิธีที่จะจัดเรียงลูกบอลสีแดง 3 ลูก เหมือนกัน สีขาว 4 ลูก เหมือนกัน และ สีดำ 4 ลูก เหมือนกัน ให้เรียงเป็นแถวตรง

วิธีทำ เรามีลูกบอลทั้งหมด = $3+4+4 = 11$ ลูก ที่ไม่ต่างกันทั้งหมด

$$\therefore \text{จำนวนวิธีที่จะเรียงลูกบอลได้ทั้งหมด} = \frac{11!}{3!4!4!}$$

=

11,550 วิธี

2) มีกี่วิธีที่จะสร้างคำใหม่จากคำ “มรรคผล” โดยไม่สนใจความหมาย

วิธีทำ เรามีอักษรทั้งหมด 6 ตัว แต่มีซ้ำกัน 2 ตัว

$$\therefore \text{คำใหม่ที่เกิดขึ้นทั้งหมดมี} = \frac{6!}{2!1!1!1!1!}$$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \text{ คำ}$$

3) ต้องการจัดคนงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม แบ่งกันไปทำงาน 3 งาน ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดกลุ่มละกี่คนก็ได้ จำนวนวิธีที่จะจัดได้เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ รูปแบบของการแบ่งคนงาน 6 คน เป็น 3 กลุ่ม มีดังนี้

1, 1, 4 หรือ 1, 2, 3 หรือ 2, 2, 2

$$\text{มีวิธีแบ่งได้} \frac{6!}{1!1!4!} + \frac{6!}{1!2!3!} + \frac{6!}{2!2!2!}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

$$= 30+60+90 = 180 \text{ วิธี}$$

จัดไปทำงาน 3 งานได้ $3! = 6$ วิธี

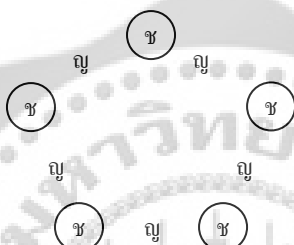
ดังนั้น มีวิธีกระทำได้ $180 \times 6 = 1,080$ วิธี

6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนที่ 2

7. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมและตัวอย่างโจทย์ ตามขั้นตอนในหนังสือเรียน แล้วให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) ชาย 5 คน และหญิง 5 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะกลม จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ



จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งสลับกันรอบโต๊ะกลม

ขั้นที่ 1 จัดชายหรือหญิง 5 คน นั่งรอบโต๊ะกลมได้ $(5-1)! = 4!$ วิธี

ขั้นที่ 2 จะเห็นว่ามีที่ว่างระหว่างชายหรือหญิงที่จัดไว้ในขั้นที่ 1 จำนวน 5 ที่ จัดชายหรือหญิงที่ยังไม่ได้จัด 5 คน ลงที่ว่าง 5 ที่ ได้ 5! วิธี

ดังนั้น มีวิธีจัดได้ $4! \times 5! = 24 \times 120$ วิธี = 2,880 วิธี

จากโจทย์ ครูแนะนำสูตรที่ใช้หาจำนวนวิธีจัดชาย n คน และหญิง n คน นั่งสลับกันเป็นวงกลม คือ $(n-1)!n!$ วิธี

2) จัดคน 6 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม โดยให้สามี-ภรรยาคนหนึ่งนั่งติดกัน จะมีวิธีจัดได้กี่วิธี

วิธีทำ จัดคน 6 คนนั่งรอบโต๊ะกลม โดยให้สามี-ภรรยาคนหนึ่งนั่งติดกัน เหมือนจัดคนเพียง 5 คนรอบโต๊ะกลมได้ $(5-1)! = 4!$ วิธี

คู่สามี-ภรรยานั่งสลับชาย-หญิงกันได้ 2 วิธี

มีวิธีจัดได้ $2 \times 4! = 2 \times 24$ วิธี = 48 วิธี

3) มีลูกแก้ว 7 ลูก ซึ่งสีต่างกันทั้งหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่น ๆ จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกแก้วเป็นวงกลม โดยให้ลูกแก้วสีแดงและสีขาวอยู่เรียงติดกัน แต่ลูกแก้วสีแดงไม่ติดกับลูกแก้วสีน้ำเงิน มีทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จัดลูกแก้ว 6 ลูกสีต่างกันโดยไม่มีสีน้ำเงินเป็นวงกลม โดยให้สีแดงและสีขาวอยู่ติดกัน จัดได้ทั้งหมด $(5-1)! \times 2! = 48$ วิธี

ในแต่ละวิธีของการจัด นำลูกแก้วสีน้ำเงินไปแทรกได้ 4 วิธี

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	
<p>○ คือตำแหน่งลูกแก้วสีอื่น ๆ 4 ลูก</p> <p>× คือตำแหน่งลูกแก้วสีน้ำเงินที่นำไปแทรก</p> <p>ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดทั้งหมดเท่ากับ 48×4 วิธี = 192 วิธี</p>	
<p>8. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนที่ 3</p>	

5.3 ชั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบต่างๆ และสูตรที่เกี่ยวข้องดังนี้คือ
 - 1) ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n คือผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n และเขียนแทนด้วย $n!$
 - 2) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เท่ากับ $p_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
 - 3) วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม เท่ากับ $(n-1)!$
2. ครูให้นักเรียนทำใบงานเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเป็นการบ้าน

8. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 2
2. ใบกิจกรรมเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน

8.2 แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดโรงเรียน
2. แหล่งเรียนรู้อื่นๆ

9. การวัดประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตพฤติกรรมทางการเรียนการสอน	แบบสังเกตพฤติกรรมทางการเรียนการสอน	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดีขึ้นไป
2. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม	แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดีขึ้นไป
3. การทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม	แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม	นักเรียนทุกคนทำถูกต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมด
4. การทำใบกิจกรรม	ใบงานเรื่องการเรียงสับเปลี่ยน	นักเรียนทุกคนทำถูกต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมด

เกณฑ์การประเมินผลจากการทำ แบบฝึกหัด ใบกิจกรรม ใช้เกณฑ์ดังนี้

80% ขึ้นไป	หมายถึง	ดีมาก
70-79%	หมายถึง	ดี
60-69%	หมายถึง	ปานกลาง
50-59%	หมายถึง	ผ่าน
ต่ำกว่า 50%	หมายถึง	ปรับปรุง

วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

วิธีเรียงสับเปลี่ยน เป็นวิธีการนำสิ่งของจำนวนหนึ่งมาเรียง โดยคำนึงถึงตำแหน่งเป็นสำคัญ
วิธีเรียงสับเปลี่ยน มี 2 ลักษณะ คือ

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม



วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น

หมายถึง การจัดเรียงสิ่งของโดยมีลักษณะเป็นแถว ซึ่งจะมีกี่แถวก็ได้ แต่ละแถวจะอยู่ในแนวตรง หรือโค้งอย่างไรก็ได้ แต่ไม่โค้งจนบรรจบพบกันเป็นวงกลม ในลักษณะเช่นนี้จะสามารถกำหนดตำแหน่งหัวแถวและท้ายแถวได้ เช่น การจัดที่นั่งในห้องเรียนให้เป็นแถว

สูตรที่ 1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
ถ้ามีสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $n!$ วิธี

สูตรที่ 2

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของ m ชุดที่แตกต่างกัน และแต่ละชุดมี n สิ่ง

โดยสลับทีละ k สิ่ง (k หาร n ลงตัว)

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $m!(n!)^m$ วิธี

สูตรที่ 3

วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยนำมา r สิ่ง
เพื่อเรียงแบบเชิงเส้น ($0 < r \leq n$) แทนด้วยสัญลักษณ์ $P_{n,r}$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

สูตรที่ 4

วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันแบบเชิงเส้น

ถ้ามีสิ่งของ n ชิ้น และแบ่งเป็น k กลุ่ม

กลุ่มที่ 1 มีของซ้ำกัน n_1 ชิ้น

กลุ่มที่ 2 มีของซ้ำกัน n_2 ชิ้น

กลุ่มที่ 3 มีของซ้ำกัน n_3 ชิ้น

...

กลุ่มที่ k มีของซ้ำกัน n_k ชิ้น

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$ วิธี



ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการนำสูตรแต่ละสูตรไปใช้
 ☆ ตั้งใจฟังคุณครูสอนนะจะเติกๆ ☆
 จาก... น้องจุก

สูตรที่ 1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด
 ถ้ามีสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด
 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $n!$ วิธี

➤ ตัวอย่าง (สูตรที่ 1)

1. จะจัดคน 6 คนเข้าแถวตรงได้กี่วิธี

.....

2. จะจัดหนังสือ 10 เล่มต่างๆกัน วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

.....

3. จะจัดเรียงตัวอักษรในคำว่า "PICTURE" ได้กี่วิธี โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

.....

4. มีชาย 4 คน และหญิง 3 คน นำมายืนเรียงแถวเพื่อถ่ายภาพ ได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

.....

(2) ชายยืนติดกัน

.....

(3) หญิงยืนติดกัน

.....

(4) ชายยืนติดกัน และหญิงยืนติดกัน

.....

5. สามีภรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คน มายืนเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

.....

(2) พ่อและแม่ยืนติดกัน

.....

(3) พ่อและแม่ยืนริมทั้งสองด้าน

.....

(4) พ่อและแม่ยืนตรงกลางเสมอ

.....

6. มีลูกบอลที่แตกต่างกันอยู่ 10 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีขาว 4 ลูก และที่เหลือเป็นสีอื่นๆที่ต่างกัน นำลูกบอลมาวางเรียงแถวยาว จะมีวิธีจัดเรียงได้กี่วิธี ถ้า

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

.....

(2) ลูกบอลสีเดียวกันอยู่ติดกัน

.....

(3) ลูกบอลสีแดงอยู่ริมทั้งสองด้าน

.....

ภาคผนวก ก

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
ปรนัย จำนวน 20 ข้อ (นำไปทดลองจริง) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ อัตนัย จำนวน 6 ข้อ

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.6/.....เลขที่.....

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

แบบทดสอบ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- ข้อ 1. มีหญิง 3 คน และชาย 2 คน ให้คนทั้ง 5 มายืนเป็นแถว โดยที่หญิงทั้ง 3 คนยืนติดกัน และชาย 2 คนยืนติดกัน จะได้กี่วิธี
- 1) 120 วิธี 2) 60 วิธี 3) 24 วิธี 4) 12 วิธี
- ข้อ 2. มีจำนวนที่มี 6 หลักที่จำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว ถ้าจำนวนเหล่านั้นสร้างจากเลขโดด 4, 5, 6, 7, 8, 9 โดยที่เลขแต่ละหลัก ต้องไม่ซ้ำกัน
- 1) 720 จำนวน 2) 600 จำนวน 3) 540 จำนวน 4) 120 จำนวน
- ข้อ 3. มีกระดาษสีชมพูลายต่างกัน 2 แผ่น กระดาษสีขาวลายต่างกัน 2 แผ่น กระดาษสีฟ้าลายต่างกัน 3 แผ่น จงหาจำนวนวิธีเรียงกระดาษ 7 แผ่นซ้อนกัน โดยที่กระดาษสีฟ้าอยู่ติดกัน ทั้งสามแผ่นไม่ได้
- 1) 5.040 วิธี 2) 4,320 วิธี 3) 720 วิธี 4) 480 วิธี
- ข้อ 4. คุณครูรัตนากำลังจะเกษียณอายุราชการในวันที่ 28 กันยายน 2555 จึงนำนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 6 คน มาถ่ายรูปร่วมกับครู โดยยืนเป็นแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อต้องการให้ ครูรัตนายืนริม และนักเรียนชาย – นักเรียนหญิง ยืนสลับกันทีละ 3 คน
- 1) $6!6!$ วิธี 2) $2!6!6!$ วิธี
3) $2!2!6!6!$ วิธี 4) $3!3!6!6!$ วิธี
- ข้อ 5. ตัวอักษรในคำว่า swimming จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ โดยไม่คำนึงถึงความหมาย ได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่ออักษรที่ไม่ซ้ำกันอยู่ติดกัน
- 1) 720 วิธี 2) 420 วิธี 3) 120 วิธี 4) 30 วิธี
- ข้อ 6. มีเลขโดด 7 ตัว ดังนี้ 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 ถ้านำตัวเลขทุกตัวมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 7 หลัก จะสร้างได้กี่จำนวน เมื่อจำนวนเหล่านั้นมีค่ามากกว่า 2 ล้าน
- 1) 420 จำนวน 2) 120 จำนวน 3) 240 จำนวน 4) 60 จำนวน

ข้อ 7. จำนวนวิธีการจัดเรียงอักษรในคำว่า ENTRANCE ซึ่งอักษร E ไม่อยู่ติดกัน เท่ากับข้อใด

- 1) 10,080 วิธี 2) 7,560 วิธี 3) 2,520 วิธี 4) 1,540 วิธี

ข้อ 8. ในการประชุมตัวแทนนักเรียนของชั้นม.6 ซึ่งมี 4 ห้อง โดยมีตัวแทนจากห้องม.6/1 และ ม.6/2 จำนวนห้องละ 3 คน ตัวแทนจากห้องม.6/3 และ ม.6/4 จำนวนห้องละ 2 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดให้นักเรียนผู้เข้าประชุมนั่งรอบโต๊ะกลม โดยผู้ที่อยู่ห้องเดียวกันนั่งติดกัน

- 1) 144 วิธี 2) 432 วิธี 3) 864 วิธี 4) 1,728 วิธี

ข้อ 9. มีสามี่ – ภรรยา รวม 4 คู่ มา นั่งรอบโต๊ะกลมตัวหนึ่งซึ่งมี 8 ที่พอดี จะมีวิธีการนั่งกี่วิธี เมื่อต้องการให้สามี่ – ภรรยา แต่ละคู่ นั่งติดกัน

- 1) 96 วิธี 2) 48 วิธี 3) 24 วิธี 4) 12 วิธี

ข้อ 10. มีคน 7 คน ในจำนวนนี้มี เด็กหญิงแพรว เด็กหญิงพริม และเด็กหญิงพราว รวมอยู่ด้วย ถ้าให้คนทั้งหมดนั่งรอบโต๊ะกลมตัวหนึ่ง ซึ่งมี 7 ที่พอดี จะมีวิธีการนั่งกี่วิธี เมื่อ เด็กหญิงแพรว นั่งติดกับเด็กหญิงพริม แต่ไม่นั่งติดกับเด็กหญิงพราว

- 1) 288 วิธี 2) 192 วิธี 3) 144 วิธี 4) 96 วิธี

ข้อ 11. มีผู้ชาย 6 คน และผู้หญิง 6 คน ในจำนวนนี้มี นายณเดชน์ และนางสาวญาญ่ารวมอยู่ด้วย ให้คนทั้งหมดมานั่งเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีการนั่ง โดยที่ นายณเดชน์นั่งติดกับนางสาวญาญ่า และผู้ชายสลับกับผู้หญิงทีละ 2 คน

- 1) $5!5!$ วิธี 2) $2 \times 5!5!$ วิธี
3) $2 \times 2!5!5!$ วิธี 4) $4 \times 5!5!$ วิธี

ข้อ 12. ในการร้อยพวงมาลัยเป็นวงกลมพวงหนึ่ง ใช้ดอกไม้ 8 ดอก แต่ละดอกไม้เหมือนกัน และมีสีแดง 2 ดอก สีขาว 3 ดอก ที่เหลือมีสีไม่ซ้ำกัน อยากทราบว่าจะได้พวงมาลัยที่แตกต่างกันกี่พวง เมื่อ ให้ดอกไม้สีแดงอยู่ติดกัน และสีขาวอยู่ติดกัน

- 1) 144 พวง 2) 192 พวง 3) 256 พวง 4) 288 พวง

ข้อ 13. จงหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของตัวอักษร S, S, T, T, T, O, O แบบวงกลม เมื่อ อักษร O อยู่แยกกัน

- 1) 240 วิธี 2) 120 วิธี 3) 60 วิธี 4) 20 วิธี

ข้อ 14. จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกกรรมการชุดละ 8 คน จากนักเรียนชาย 6 คน นักเรียนหญิง 10 คน โดยมีเงื่อนไขว่า ในกรรมการชุดนี้มีนักเรียนชายอย่างน้อย 5 คน

- 1) 3,150 วิธี 2) 1,420 วิธี 3) 765 วิธี 4) 425 วิธี

ข้อ 15. มีคนอยู่ 9 คน จัดแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม โดยให้มีกลุ่มละ 2, 3 และ 4 คนตามลำดับ เราสามารถเลือกจัดได้กี่วิธี

- 1) 1,480 วิธี 2) 1,260 วิธี 3) 980 วิธี 4) 840 วิธี

ข้อ 16. มีสมุดบันทึก 7 เล่มต่าง ๆ กัน ต้องการแบ่งสมุดบันทึกเหล่านี้ออกเป็น 3 กอง กองละ 4 เล่ม 2 เล่ม และ 1 เล่มตามลำดับ จะมีวิธีแบ่งสมุดบันทึกดังกล่าวได้กี่วิธี

- 1) 220 วิธี 2) 160 วิธี 3) 105 วิธี 4) 90 วิธี

ข้อ 17. มีนักกีฬาแบดมินตันชาย 4 คน ผู้ฝึกสอนต้องการจัดนักกีฬาชาย 4 คนนี้ ไปแข่งขันแบดมินตันประเภทชายคู่ 2 ทีม โดยทีมหนึ่งไปแข่งรายการเอเชียนเกมส์ อีกทีมหนึ่งไปแข่งรายการซีเกมส์ จงหาว่าผู้ฝึกสอนจะมีวิธีจัดนักกีฬาแบดมินตันทั้ง 4 คนนี้ไปแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

- 1) 4 วิธี 2) 6 วิธี 3) 12 วิธี 4) 24 วิธี

ข้อ 18. ผู้หญิงกลุ่มหนึ่งมี 8 คน เดินทางไปเที่ยวเกาะช้าง จ.ตราด ต้องการเข้าพักที่รีสอร์ทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีห้องว่างให้เข้าพักได้ 3 ห้อง ห้องละ 4, 2 และ 2 คน ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดให้ผู้หญิงกลุ่มนี้เข้าห้องพักดังกล่าว

- 1) 420 วิธี 2) 360 วิธี 3) 210 วิธี 4) 120 วิธี

ข้อ 19. จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกและเรียงอักษรครั้งละ 3 ตัว จากคำว่า "BEGIN"

- 1) 120 วิธี 2) 60 วิธี 3) 24 วิธี 4) 12 วิธี

ข้อ 20. ฟ็อกกี้มีลูกบอล 4 ลูกเหมือน ๆ กัน ถ้าต้องการแบ่งลูกบอล 4 ลูกให้กับลูกชาย 2 คน คือ ลูกชายคนโต และลูกชายคนเล็ก โดยที่แต่ละคนต้องได้รับอย่างน้อย 1 ลูก ฟ็อกกี้จะมีวิธีการแบ่งลูกบอลให้ลูกชายได้กี่วิธี

- 1) 2 วิธี 2) 3 วิธี 3) 4 วิธี 4) 5 วิธี

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ข้อ 1. บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งมีจุด 7 จุด เราจะสร้างรูปเหลี่ยมบรรจุในวงกลมโดยอาศัยจุดเหล่านั้นได้กี่รูป

วิธีทำ

ตอบ

ข้อ 2. ข้อสอบปรนัยวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มี 6 ข้อ โดยข้อที่ 1 และข้อที่ 2 มีคะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน ข้ออื่น ๆ มีคะแนนเต็มข้อละ 1 คะแนน หากนักเรียนตอบข้อใดถูกต้องจะได้คะแนนเต็มของข้อนั้น หากตอบผิดจะได้คะแนน 0 จงหาจำนวนวิธีที่นักเรียนจะได้คะแนนร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

วิธีทำ

ตอบ

ข้อ 3. นักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนชายและนักเรียนหญิงจำนวนเท่ากัน โดยที่อัตราส่วนของจำนวนวิธีที่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงยืนสลับที่กันเป็นแถวตรง กับจำนวนวิธีที่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงยืนสลับที่กันเป็นวงกลม เท่ากับ 10 : 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คนจากนักเรียนกลุ่มนี้ โดยมีนักเรียนชายอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ข้อ 4. ในการแข่งขันกีฬาเทเบิลเทนนิสระดับประเทศ มีกำหนด 3 วัน ซึ่งมีประเทศผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด 5 ประเทศ เจ้าภาพจัดธงประจำชาติทั้ง 5 บนอัฒจันทร์ ตามกำหนดดังนี้

วันที่ 1 จัดเรียงเป็นเส้นตรงตามลำดับตัวอักษรแรกของชื่อประเทศ ซึ่งไม่ซ้ำกัน

วันที่ 2 จัดเรียงคละกันเป็นวงกลม

วันที่ 3 จัดเรียงเป็นเส้นตรงโดยให้ธงชาติที่มีสีน้ำเงินเป็นส่วนประกอบอยู่ติดกัน

ซึ่งมีอยู่ 3 ประเทศที่ธงประจำชาติมีสีน้ำเงินเป็นส่วนประกอบ

จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดธงของการแข่งขัน 3 วันนี้

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา แบบทดสอบวัดความสามารถในการ
เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์กนกวลี อุษณกรกุล
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ.3
โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ สมเด็จพระเจ้าภคินีเธอ เจ้าฟ้าเพชรรัตนราชสุดา
สิริโสภาวัฒนวงศ์
3. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นางสาวสุธารัตน์ สมรรถการ
 วันเดือนปีเกิด 23 พฤศจิกายน 2528
 สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดตราด
 ที่อยู่ปัจจุบัน คอนโดเดอะนิช รัชดา - ห้วยขวาง เลขที่ 5481/111
 ซอยประชาสงเคราะห์ 38 ถนนประชาสงเคราะห์
 แขวงดินแดง เขตดินแดง กรุงเทพมหานคร 10320

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2546 มัธยมศึกษาตอนปลาย
 จากโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมือง จังหวัดตราด
 พ.ศ.2550 วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์
 จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
 พ.ศ.2555 การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
 (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ