

ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
และการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2556

ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
และการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
และการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
พฤษภาคม 2556

ประจบ แสงสีบับ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินูฎานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR และเปรียบเทียบกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 46 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากนักเรียนทั้งหมด 14 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน ระยะเวลาทดลองจำนวน 19 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.35
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.25

THE EFFECT OF COOPERATIVE LEARNING BY USING THE STAR STRATEGY STEPS
IN PROBLEMS OF LINEAR EQUATION OF ONE VARIABLE AND VARIATION ON
MATHEMATICS PROBLEMS SOLVING ABILITY, AND MATHEMATICAL
CONNECTION SKILLS OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2013

Prajob Sangseebup. (2013). *The Effect of Cooperative Learning by Using the Star Strategy in Problems of Linear Equation of One Variation on Mathematics Problem Solving Ability, and Mathematical Connection Skills of Mathayomsuksa II Students*. Master's Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare mathematical problem solving ability and connection skills of Mathayomsuksa II students before and after obtaining cooperative learning by using the Star Strategy and to compare them to the criterion.

The subjects of this study were 46 Mathayomsuksa II students in the second semester of the 2012 academic year at Saravittaya School, Bangkok, Bangkok. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 19 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

1. Mathematical problem solving ability for Mathayomsuksa II of the experimental group after obtaining Cooperative Learning by using the STAR steps strategy in mathematics problem solving was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

2. Mathematical problem solving ability for Mathayomsuksa II of the experimental group after obtaining Cooperative Learning by using the STAR steps strategy in mathematics problem solving was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score was as 76.35%.

3. The connection skills for Mathayomsuksa II of the experimental group after obtaining Cooperative Learning by using the STAR steps strategy in mathematics was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

4. The analytical thinking of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score was as 78.25%

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
และการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ

ประจบ แสงสีบบ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ที่ปรึกษา ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน รองศาสตราจารย์ ดร.ชุตินา วัฒนศิริ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย อาจารย์อัจนรา คงแสนคำ และอาจารย์อุไรวรรณ สว่างเจต ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนสารวิทยาทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูล ขอขอบพระคุณอาจารย์ทิพพาวดี จันทร์ดำ ที่กรุณาอุทิศเวลาเป็นผู้ช่วยในการวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบคุณอาจารย์จุรารวรรณ ดวงพรหม ที่คอยติดต่อประสานงานกับโรงเรียนและคอยช่วยเหลือผู้วิจัยในระหว่างการเก็บข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณบิดา-มารดา สมาชิกในครอบครัวแสงสีบบัทุกท่าน ที่คอยเป็นกำลังใจตลอดมา และขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ประจบ แสงสีบบั

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	8
สมมติฐานในการวิจัย.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ.....	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR.....	40
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์... ..	58
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	82
3 วิธีดำเนินการวิจัย	101
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	101
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	102
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	107
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	107
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	112
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	112
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	112
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	112

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	116
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	116
สมมุติฐานในการวิจัย.....	116
วิธีดำเนินการวิจัย.....	117
สรุปผลการวิจัย.....	118
อภิปรายผล.....	119
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	122
ข้อเสนอแนะ.....	122
บรรณานุกรม.....	124
ภาคผนวก.....	136
ภาคผนวก ก.....	137
ภาคผนวก ข.....	160
ภาคผนวก ค.....	171
ภาคผนวก ง.....	186
ภาคผนวก จ.....	200
ประวัติผู้วิจัย.....	202

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน.....	51
2 ใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR.....	52
3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	105
4 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	106
5 แบบแผนการวิจัย.....	106
6 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	113
7 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันกับเกณฑ์(ร้อยละ 60).....	113
8 การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	114
9 การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันกับเกณฑ์(ร้อยละ 60).....	114
10 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	138
11 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	139
12 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	140
13 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....	141

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง

หน้า

- 14 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตร
การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....142
- 15 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....146
- 16 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตร
การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....151
- 17 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน.....155
- 18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
โดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน
(คะแนนเต็ม 40 คะแนน).....161
- 19 คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง
โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)....166

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	8
2 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน.....	12
3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	70
4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต.....	71
5 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา.....	93



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ , 2551) และสุวรร กาญจนมยุร (2544) ได้ให้ความเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดและเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพของสมองในด้านทักษะและกระบวนการคิดซึ่งประกอบด้วย ทักษะและกระบวนการคิดในการสร้างความคิดรวบยอดและหลักการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล การพิสูจน์ การคิดคำนวณ และการแก้ปัญหา การสื่อสารความหมาย การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ของสาขาวิชาอื่นหรือใช้เป็นเทคนิคในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สำคัญ ซึ่งถูกบรรจุไว้ในหลักสูตรเสมอมา

แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (พ.ศ. 2550 – 2554) ได้ชี้ให้เห็นถึงความจำเป็นในการปรับเปลี่ยนจุดเน้นในการพัฒนาคุณภาพคนในสังคมไทย ให้มีคุณธรรมและมีความรอบรู้อย่างเท่าทัน ให้มีความพร้อมทั้งด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และศีลธรรม สามารถก้าวทันการเปลี่ยนแปลงเพื่อนำไปสู่สังคมฐานความรู้ได้อย่างมั่นคง แนวทางพัฒนาคนดังกล่าวมุ่งเตรียมเด็กและเยาวชนให้มีพื้นฐานจิตใจที่ดีงาม มีจิตสาธารณะ พร้อมทั้งมีสมรรถนะ ทักษะและความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการดำรงชีวิต อันจะส่งผลต่อการพัฒนาประเทศแบบยั่งยืน (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2549)

ด้วยเหตุนี้หนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ระบุว่าหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ไว้ 6 สาระ แนวทางการจัดการศึกษาดังกล่าวได้ให้ความสำคัญกับความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะหนึ่งของทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยังเป็นสมรรถนะสำคัญที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ใช้วิธีการหลากหลายแก้ปัญหาได้ สามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ แต่การจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่ผ่านมานั้นยังคงประสบปัญหา นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เฉพาะโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคยที่ใช้การดำเนินการเพียงขั้นตอนเดียวในการแก้ปัญหา เมื่อ

เจอโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนต้องวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของโจทย์เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีหาคำตอบ นักเรียนไม่สามารถทำได้ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่ทราบว่าจะหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นการนำความรู้และประสบการณ์ที่นักเรียนเรียนมา ไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพแตกต่างกัน การฝึกการแก้โจทย์ปัญหานับว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก การสอนให้ผู้เรียนได้เรียนและรู้จักใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นแนวทางให้สามารถพัฒนาวิธีเหล่านั้นไปใช้ในชีวิตจริงได้ และเรื่องที่นักเรียนมีปัญหาในการเรียนมากเนื้อหาหนึ่งคือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนก็เช่นกัน โจทย์สมการเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนหลายคนบอกมาว่าเป็นเนื้อหาที่ยากที่จะเข้าใจ ยากที่จะหาคำตอบ เนื่องจากไม่สามารถที่จะแปลงโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ (สุขจิตร ตั้งเจริญ. 2543: 3)

กลวิธี STAR (STAR strategy steps) เป็นกลวิธีการใช้ตัวอักษรตัวแรกของกลวิธีหนึ่งที่ Maccini and Hughes (2000: 10-21) ได้พัฒนาขึ้นและได้กล่าวถึง กลวิธี STAR นี้ว่าเป็นกลวิธีการสอนอย่างหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถจำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นในแต่ละขั้นตอน ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem: T) ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) และขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) แมคซิณี (Maccini) อธิบายว่าขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR จะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบได้ ครูสามารถใช้ใบงานที่ประกอบด้วยขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR เพื่อให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองให้แก้ปัญหาได้ทุกขั้นตอน และช่วยจำขั้นตอนในการแก้ปัญหา (Maccini; & Gagnon. 2011: online)

นอกจากนี้การเรียนการสอนแบบเดิมนั้นทำให้ผู้เรียนอาจจะไม่มีโอกาสได้ร่วมคิดร่วมทำร่วมกันแก้ปัญหาที่กำลังเรียนอยู่มากนัก และในการแก้ปัญหาที่ปฏิบัติอยู่เป็นเพียงการทำโจทย์แบบฝึกหัดซึ่งทำเป็นรายบุคคล ผู้เรียนมีโอกาสนำปฏิบัติกิจกรรมและฝึกการแก้ปัญหาน้อยมากผู้เรียนแทบจะไม่มีปฏิสัมพันธ์หรือสื่อสารกันในขณะที่การเรียนการสอนดำเนินอยู่ ทำให้ขาดการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพในสังคม ครูควรสอนให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกฝนวิธีการทำงานร่วมกัน ซึ่งการรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม เป็นเรื่องที่มีความสำคัญมากเพราะการทำงานใด ๆ ก็ตามไม่ว่าจะเป็นงานเล็กหรืองานใหญ่ต้องอาศัยความร่วมมือร่วมใจจากบุคคลที่เกี่ยวข้อง การทำงานให้ประสบผลสำเร็จที่งานต้องมีความเข้าใจและและมีทักษะในการทำงานกลุ่ม การทำงานกลุ่มจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการปลูกฝังเด็กและเยาวชนให้เป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ อันเป็นความจำเป็นต่อการพัฒนาสังคมและประเทศชาติในอนาคต ทั้งนี้เพราะการทำงานเป็นกลุ่มก่อให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานมากกว่า ผลสำเร็จของงานจะสูงสุดและมีข้อบกพร่องน้อยกว่า เพราะกลุ่มจะเป็นที่รวมประสบการณ์ของคนหลายคนที่มาพบปะสังสรรค์กัน มีการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ซึ่ง

กันและกัน และหาวิธีการแก้ปัญหาาร่วมกัน รวมทั้งกลุ่มจะเป็นแรงจูงใจให้กันและกันอันจะมีผลให้การทำงานประสบความสำเร็จสูงสุด (ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล. 2543: 258)

นอกจากทักษะการแก้ปัญหาแล้ว การเชื่อมโยงยังเป็นคุณลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งของคณิตศาสตร์และมีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากในปัจจุบันนักเรียนต้องเผชิญกับภารกิจที่ต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมากมายในชีวิตประจำวันทุกคนใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น บอกเวลา การแลกเปลี่ยนเงินตรา การตัดสินใจ การคำนวณค่าภาษีที่ต้องจ่ายให้รัฐในแต่ละปี และในอาชีพต่างๆ เช่น นักบัญชี ครู – อาจารย์ นักเศรษฐศาสตร์ แพทย์ ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการประกอบอาชีพทั้งสิ้น (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 13) จากที่กล่าวมาจะพบว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์เป็นอย่างมาก แต่การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้สัมผัสกับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับตัวเขาเลย (สุรสาธิต ผาสุข. 2546: 3) ครูยังคงใช้วิธีสอนแบบอธิบายให้นักเรียนฟัง ขาดการทดลองจริง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545: 8) ซึ่งเป็นการเรียนการสอนแบบทางเดียว ขาดการค้นคว้าทดลอง เน้นที่เนื้อหาโดยขาดกระบวนการ มองเห็นคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ไกลตัว ไม่มีประโยชน์และไม่ค่อยสนุกกับวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปใช้งานได้อย่างกว้างขวางในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากที่เรียนในห้องเรียน และสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ (จรรยา ภูอุดม. 2544: 23–24; และ อัมพร ม้าคนอง. 2545: 1) จากที่กล่าวมาทำให้ตระหนักได้ว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาส่วนมากขาดการเชื่อมโยงกับเนื้อหาวิชาอื่นและไม่มีเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ทำให้ผู้เรียนมองไม่เห็นประโยชน์ของคณิตศาสตร์ที่มีต่อชีวิตจริงและมองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัวการเชื่อมโยงความรู้เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194–198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ ผู้เรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ สัญลักษณ์ และโมโนทัศน์ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจต่อแง่มุมต่างๆ ที่สัมผัสได้จริงทำให้รู้สึกว่วิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง (ปรีชา เนาว์เย็นผล 2544: 56)

ด้วยเหตุที่กล่าวมาข้างต้นนั้นทำให้ ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน มีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกับชีวิตประจำวันของนักเรียนที่ได้พบกับข้อมูลข่าวสารต่างๆ มากมาย ส่งผลให้เกิดการวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารเพื่อช่วยใน

การตัดสินใจและแก้ปัญหา เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR กับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR กับเกณฑ์ร้อยละ 60

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ สามารถใช้ เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ไปใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และยังเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่ใช้กลวิธี STAR ในการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการเรียนรู้ด้านอื่นๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพฯ ฯ จำนวน 14 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 678 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพฯ จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มา จากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 14 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการทดลองสอน 19 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 15 คาบ ทดสอบ 4 คาบ คือ ก่อนเรียน 2 คาบ และหลังเรียน 2 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็กๆ ปกติ 4 คน สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือในการเรียนซึ่งกันและกัน

2. การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR หมายถึง กระบวนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem: S) แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน

1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา ” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”

1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem: T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาคำเนิการดังนี้

2.1 เลือกตัวแปร

2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution: R) ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

3. การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR หมายถึง การนำกลวิธี STAR มาผสมผสานกับการเรียนแบบร่วมมือ

กิจกรรม การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การแบ่งกลุ่มนักเรียนประมาณ 3-5 คน คละความสามารถ เพศ ชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

2. ขั้นนำเสนอบทเรียน เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหา มีการอธิบายเนื้อหาและสาธิตตัวอย่างให้นักเรียนทั้งห้องเข้าใจโดยใช้กลวิธี STAR เปิดโอกาสให้ซักถาม แล้วมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ

3. ขั้นกิจกรรมกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมายมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันใช้กลวิธี STAR ในการ

แก้ปัญหาก็ประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นศึกษาโจทย์ปัญหา ขั้นแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่รูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ ขั้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และขั้นทบทวนคำตอบว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์ปัญหาหรือไม่

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ เป็นการตรวจความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลี่ยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่งผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาวโดยมุ่งวัดความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และการทบทวนตรวจสอบคำตอบ ทั้งนี้ผู้วิจัยจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาวจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้เนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับสาระภายในวิชา หรือวิชาอื่นๆ หรือในชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงมโนทัศน์ หลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ และการดำเนินชีวิตประจำวัน ทำให้ผู้เรียนเกิดความตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

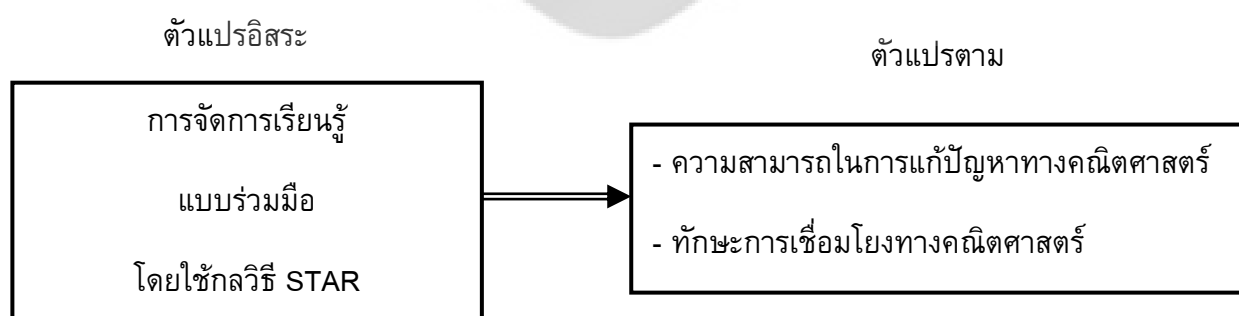
6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาวและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนแบบทดสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนที่กำหนดของสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2547: 13) ดังนี้

คะแนน	ความหมาย
ร้อยละ 80–100	มีความสามารถในการแก้ปัญหาว/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม
ร้อยละ 75–79	มีความสามารถในการแก้ปัญหาว/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก

ร้อยละ 70–74	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
ร้อยละ 65–69	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี
ร้อยละ 60–64	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับน่าพอใจ
ร้อยละ 55–59	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้
ร้อยละ 50–54	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
ร้อยละ 0–49	มีความสามารถในการแก้ปัญหา/ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการให้กลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นโดยใช้แนวคิดจากทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือของทิตนา แชมมณี (2548: 65) ที่พัฒนาขึ้นโดยอาศัยหลักการการเรียนรู้แบบร่วมมือของจอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1990: 105-107) ซึ่งได้ชี้ให้เห็นว่าผู้เรียนควรร่วมมือกันในการเรียนรู้มากกว่าการแข่งขัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาผู้เรียนในด้านทักษะทางสังคมต่างๆ เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการสร้างความสัมพันธ์ รวมทั้งทักษะการแสวงหาความรู้ ทักษะการคิด การแก้ปัญหาและอื่นๆ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้ใช้กลวิธี STAR ซึ่งได้จัดขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนเป็นกรอบแนวคิด ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.2 องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.3 ขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.4 เทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.5 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.6 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 1.7 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
 - 2.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
 - 2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
 - 2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

4.5 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยง

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

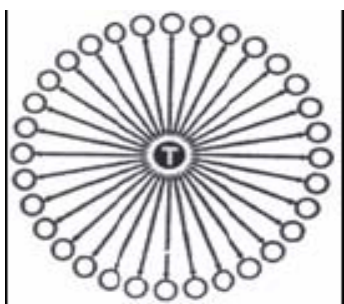
มีผู้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ ดังนี้

สลาวิน (Slavin. 1987: 8) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือ การสอนแบบหนึ่งซึ่งนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ปกติ 4 คน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือในการเรียนซึ่งกันและกัน

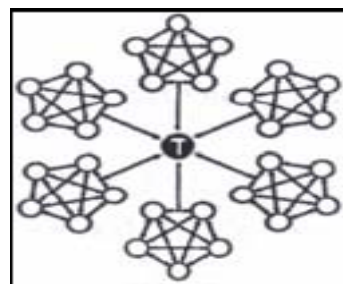
อาโจสและจอยเนอร์ (Ajose and Joyner. 1990: 198) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกระบวนการที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ทำงานร่วมกันเพื่อบรรลุเป้าหมายเดียวกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ คือ

1. ใช้การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

อาทซ์และนิวแมน (Artzt and Newman. 1990: 448-449) ได้กล่าวถึงการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นแนวทางการที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมายสมาชิกทุกคนต้องแสดงความคิดเห็นและช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกันในกระบวนการเรียนรู้ดังแผนภาพ ต่อไปนี้



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบครูเป็น
ศูนย์กลางการเรียนรู้



รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นแบบการ
เรียนแบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

ที่มา : Artzt, Alice F. and Newman, Claire M. (1990, September). "Cooperative Learning." *The Mathematics Teacher*. 83(6) : 452.

จอห์นสัน ; จอห์นสัน; และ โฮลูเบก (Johnson; Johnson; and Holubec. 1993: 1-3) ได้กล่าวถึงการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นการจัดการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของกลุ่ม ความสำเร็จของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความรับผิดชอบของสมาชิกทุกคนในกลุ่มสมาชิกทุกคนมีบทบาทชัดเจน มีทักษะทางสังคม มีการพึ่งพาอาศัยกันจนทุกคนประสบความสำเร็จตามเป้าหมาย

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531 : 4) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการสอนอีกแบบหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยปกติจะมี 4 คน เป็นเด็กเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน ผลการเรียนของเด็กจะพิจารณาเป็น 2 ตอน ตอนแรกจะดูค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้งสองครั้งเด็กต่างสอบ แต่เวลาเรียนต้องร่วมมือกัน ดังนั้นเด็กเก่งจึงพยายามช่วยเด็กอ่อนเพราะจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น และทางโรงเรียนมีรางวัลเป็นการเสริมแรงให้ด้วย หากค่าเฉลี่ยของกลุ่มใดได้เกินเกณฑ์ที่โรงเรียนตั้งไว้

ชาญชัย อาจิณสมาจาร (2533: 19) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือหมายถึง การใช้การสอนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อนักเรียนจะได้ทำงานร่วมกันเพื่อให้ได้มาซึ่งการเรียนรู้ของตัวเองและของกลุ่มสูงสุดและภายในกลุ่มนักเรียนแบบร่วมมือร่วมใจ นักเรียนจะมีความรับผิดชอบอยู่ 2 ประการคือ เรียนบทเรียนตามกำหนด และให้แน่ใจว่าสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่มเดียวกันนักเรียนจะค้นหาผลลัพธ์ที่เป็นประโยชน์ต่อตัวนักเรียนเอง และต่อสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม

พรรณรัตน์ เถาธรรมสาร (2533: 35) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่าเป็นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถที่แตกต่างกัน ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และรับผิดชอบต่อการทำงานของตนเองเท่า ๆ กับรับผิดชอบการทำงานของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มด้วย

ซูศรี สนิทประชากร (2534: 48) ได้กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือนั้น เป็นการเรียนที่ไม่เหมือนกับการเรียนแบบแข่งขัน และการเรียนด้วยตนเอง เพราะการเรียนแบบร่วมมือเป็นการสอนที่มีแนวความคิดว่า ครูจะทำการแนะนำนักเรียน ให้เขาทำงานร่วมกันได้จนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการเรียนนั้นร่วมกันทุกคน

ปสาสน์ กงตาล (2535: 19) ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนอีกแบบหนึ่งที่มีลักษณะการจัดการให้ผู้เรียนจับกลุ่มกันเป็นกลุ่มย่อย สำหรับทำงานร่วมกัน แก้ปัญหาและทำกิจกรรมให้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ครูกำหนด โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักรู้ว่า แต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มดังนั้นความสำเร็จหรือความล้มเหลวที่เกิดขึ้น สมาชิกในกลุ่มนั้นต้องรับผิดชอบร่วมกัน สมาชิกจะมีการพูดคุยกันและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน (2536: 1) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึงวิธีสอนที่จัดสภาพการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนในกลุ่มมีความรับผิดชอบในการเรียนรู้เนื้อหาวิชา และช่วยกันในการเรียนเพื่อบรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม

กิดานันท์ มลิทอง (2536: 122) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การเรียนในกลุ่มเล็กที่ใช้ได้ทั้งการศึกษาในระบบและนอกระบบโรงเรียนที่เกิดจากแรงผลักดันที่มาบรรจบกัน 2 อย่าง คือ 1) ชีวิตภายนอกห้องเรียนจำเป็นต้องมีกิจกรรมที่ร่วมมือกัน โดยการใช้ทีมงานในการทำงานในชีวิตประจำวันและ 2) การรู้คุณค่าในปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ด้วยความหมายขึ้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2540:54) กล่าวสรุปความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นรูปแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบคละความสามารถ เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยที่สมาชิกทุกคนมีเป้าหมายในการเรียนร่วมกัน คือ เกิดการเรียนรู้หรือประสบความสำเร็จร่วมกัน เมื่อกลุ่มได้รับปัญหา ทุกคนในกลุ่มจะอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นแสดงเหตุผลโต้ตอบกันหรือสนับสนุนความคิดเห็นกันและให้เป็นหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มที่จะช่วยให้สมาชิกให้เข้าใจในงานให้ทุกคนสามารถอธิบายสิ่งที่ทำ และให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน มีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม อาจกล่าวโดยสรุปว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องการ เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น

ไสว พักขาว (2542: 132) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกันมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นสนับสนุนซึ่งกันและกันมีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตน และส่วนรวม เพื่อให้กลุ่มได้ประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2545: 174) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกันโดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนของตนเองเท่านั้น หากแต่จะต้องร่วมรับผิดชอบการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละคน คือความสำเร็จของกลุ่ม

จากความหมายของการเรียนแบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ปกติ 4 คน สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือในการเรียนซึ่งกันและกัน

1.2 องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1990: 105-107) ศาสตราจารย์ทางจิตวิทยาสังคมมีประสบการณ์ในการให้คำปรึกษาด้านการสอนแบบร่วมมือแก่โรงเรียนต่าง ๆ กว่า 20 ปี และอีกท่านหนึ่งเป็นศาสตราจารย์ด้านหลักสูตรและการสอนด้านวิทยาศาสตร์ศึกษาในมหาวิทยาลัยมินนิโซตา มีชื่อเสียงด้านการเป็นที่ปรึกษาเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ได้กล่าวสรุปองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence) นักเรียนต้องตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การทำงานจะบรรลุจุดประสงค์หรือประสบความสำเร็จหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลงานของกลุ่มด้วย ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face-to-Face Interaction) การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือกันและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการสนับสนุนผลงานของสมาชิก การอธิบายขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ การทำความเข้าใจ การสรุปเรื่อง และการให้เหตุผลต่าง ๆ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวคิดใหม่ ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดีที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบของงานกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility) การเรียนแบบร่วมมือนั้นให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถและความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ กล่าวคือ การเรียนแบบร่วมมือจะถือว่าสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกัน หรือได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่ และครูอาจจะทำการทดสอบแต่ละกลุ่มได้โดยใช้วิธีสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่ม

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill) นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานเข้ากันได้ทุกคน และสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมายและมีประสิทธิภาพ ครูต้องฝึกให้นักเรียนทำความรู้จักกันและไว้วางใจกัน พูดสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน ยอมรับความคิดเห็นและให้การสนับสนุนซึ่งกันและกัน ช่วยกันแก้ปัญหาของความขัดแย้ง

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing) ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปรายออกความเห็น เมื่อทำงานเสร็จแล้วนักเรียนในกลุ่มสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

กรมวิชาการ (2544ก: 5 - 8) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะมีประสิทธิภาพ ถ้าสมาชิกภายในกลุ่มมองเห็นคุณค่าของการทำงานร่วมกันและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยมีแนวทางสำคัญ 5 ประการคือ

1. มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในทางบวก (Positive Interdependence) หมายถึง การที่สมาชิกในกลุ่มทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการทำงานร่วมกัน โดยที่สมาชิกทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงานนั้น มีการแบ่งปันวัสดุ อุปกรณ์ ข้อมูลต่าง ๆ ในการทำงาน ทุกคนมีบทบาท หน้าที่ และประสบความสำเร็จร่วมกัน ครูผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในทางบวก มีหลายวิธี เช่น

- การกำหนดเป้าหมายของกลุ่ม (แต่ละคนลงมือเรียนและต้องแน่ใจว่าสมาชิกคนอื่นเรียนรู้ไปพร้อม ๆ กัน)

- การกำหนดรางวัลร่วมกัน (ถ้าทุกคนทำได้ตามเกณฑ์ที่ครูผู้สอนกำหนดไว้ แต่ละคนจะได้รับคะแนน Bonus เท่าเทียมกันทุกคน)

- การกำหนดให้ใช้วัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อการเรียนอื่น ๆ ร่วมกัน (แต่ละคนจะได้วัสดุเพียง 1 ส่วนของทั้งหมดที่จำเป็นต้องใช้ในการทำงานกลุ่ม)

- การกำหนดบทบาทสมาชิกในกลุ่ม แต่ละคนจะมีบทบาทในกลุ่ม เช่น ผู้อ่าน ผู้ตรวจสอบ ผู้บันทึก ผู้ให้กำลังใจ ผู้จัดหาวัสดุ

2. การมีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดในระหว่างการทำงานกลุ่ม (Face to Face Promotive Interaction) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มให้ประสบความสำเร็จ โดยทำกิจกรรมต่อไป

- แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน
- อธิบายความรู้ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง

กิจกรรมดังกล่าวจะทำให้นักเรียนได้ติดต่อกันโดยตรง เป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดและการให้ข้อมูลย้อนกลับ

3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน (Individual Accountability) เป็นการจัดกิจกรรมเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่องานกลุ่มซึ่งทำได้หลายวิธี เช่น

- กำหนดหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่มตามความเหมาะสม
- สุ่มถามปากเปล่าสมาชิกในกลุ่ม หรือสุ่มตรวจงานของสมาชิกในกลุ่ม
- สังเกตและบันทึกการทำงานกลุ่มของสมาชิก
- กำหนดให้สมาชิก 1 คนในกลุ่มเป็นผู้ตรวจสอบความเข้าใจของสมาชิกเกี่ยวกับงาน

กลุ่ม

- ให้นักเรียนอธิบายสิ่งที่ตนเรียนรู้ให้เพื่อนฟัง
- ทดสอบรายบุคคล

4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย (Interdependence and Small Group Skills) นักเรียนควรได้รับการฝึกทักษะที่จะช่วยให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จได้แก่

- การทำความรู้จักและไว้วางใจผู้อื่น
- การสื่อสาร
- การยอมรับและช่วยเหลือกัน
- การวิจารณ์ความคิดเห็น โดยไม่วิจารณ์เจ้าของความคิด
- การแก้ปัญหาขัดแย้ง
- การให้ความสำคัญ และการเอาใจใส่ต่อทุกคนเท่าเทียมกัน

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Process) สมาชิกจะต้องร่วมกันรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของสมาชิกในกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะได้รับอิทธิพลมาจากการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการทำงานของสมาชิกในกลุ่มซึ่งสามารถกระทำได้โดย

- ให้อธิบายการกระทำของสมาชิกที่มีประโยชน์และไม่มีประโยชน์
 - ให้ตัดสินใจว่าการกระทำใดของกลุ่มที่ควรรักษาไว้และการกระทำใดควรเลิกปฏิบัติ
 - ให้เล่าเหตุการณ์ในกลุ่ม ปัญหาของกลุ่ม หรือวิพากษ์วิจารณ์การทำงานของกลุ่ม
- จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือมี 5 ประการคือ

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence) นักเรียนต้อง

ตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การทำงานจะบรรลุจุดประสงค์หรือประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม จะไม่มีการยอมรับความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face-to-Face Interaction) การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือกันและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการอธิบายขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวคิดใหม่ ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดีที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน (Individual Accountability) การเรียนแบบร่วมมือจะถือว่าสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกัน หรือได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill) นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานเข้ากันได้ทุกคน และสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมายและมีประสิทธิภาพ

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Process) ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปรายออกความเห็น เมื่อทำงานเสร็จแล้วสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.3 ขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือ

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน (2536: 8-9) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือโดยทั่วไปไว้ ดังนี้

1) ขั้นเตรียม

ครูสอนทักษะในการเรียนแบบร่วมมือกัน จัดกลุ่มนักเรียน บอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2) ขั้นสอน

ประกอบด้วยครูสอนเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ ด้วยวิธีสอนที่เหมาะสม มีการอธิบายเนื้อหาและสาธิตตัวอย่างให้นักเรียนทั้งห้องเข้าใจ เปิดโอกาสให้ซักถาม แล้วจึงมอบหมายงานให้นักเรียนทำเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

3) ขั้นทำงานกลุ่ม

นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ของตน ช่วยกันแก้ปัญหาอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดมากกว่าดูคำตอบหรือรอคำตอบจากครูผู้สอน

4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ มีรายละเอียดดังนี้

4.1) ตรวจสอบผลงาน ถ้าเป็นงานกลุ่มสมาชิกในกลุ่มเซ็นชื่อในผลงานที่ส่ง ครูอาจประเมินด้วยการหยิบผลงานกลุ่มขึ้นมาแล้วถามสมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเกี่ยวกับงานชิ้นนั้น และถ้า

เป็นงานเดี่ยวครูอาจให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มอธิบายวิธีการหาคำตอบของเขาก็ได้จากการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม

4.2) ครูทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน เมื่อครูตรวจผลการสอบแล้วจะคำนวณคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มให้นักเรียนทราบและถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย

5) ขั้นสรุปบทเรียน และประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยอภิปรายผลการทำงานของนักเรียนและวิธีการทำงานของนักเรียนรวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานของกลุ่มด้วย ซึ่งจะให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและด้านสังคม

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545: 174-175) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้

1) ขั้นเตรียม

แบ่งกลุ่ม แนะนำระเบียบของกลุ่ม บทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มแจ้งจุดประสงค์และการทำกิจกรรม

2) ขั้นสอน

นำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูลและมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

3) ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม

3.1) ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันในกลุ่มย่อยโดยแต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม

3.2) ใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการทำกิจกรรม ในการทำกิจกรรมแต่ละครั้ง เทคนิคที่ใช้จะต้องเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละเรื่อง ในการเรียนครั้งหนึ่ง ๆ อาจต้องใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือหลาย ๆ เทคนิคประกอบกัน เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียน

4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายงานบุคคล ในบางกรณีผู้เรียนอาจเรียนซ่อมเสริมส่วนที่ขาดตกบกพร่องต่อจากนั้นเป็นการทดสอบความรู้

5) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม

5.1) ครูและผู้เรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติม

5.2) ครูและผู้เรียนร่วมกันประเมินผลการทำงานกลุ่มและพิจารณาว่า อะไรคือจุดเด่นของงาน และอะไรคือสิ่งที่ควรปรับปรุง

ทิศนา แคมมณี (2548: 65) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีหลายรูปแบบ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมี

วิธีการดำเนินการหลัก ๆ ซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่ม การศึกษาเนื้อหา การทดสอบ การคิดคะแนน และระบบการให้รางวัลแตกต่างกันออกไป เพื่อสนองวัตถุประสงค์เฉพาะ แต่ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใดต่างก็ใช้หลักการเดียวกัน คือ หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ 5 ประการและมีวัตถุประสงค์และมุ่งตรงไปในทิศทางเดียวกัน คือ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ศึกษาอย่างมากที่สุดโดยอาศัยการร่วมมือกัน ช่วยเหลือกัน และแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกลุ่มผู้เรียนด้วยกัน ความแตกต่างของแต่ละรูปแบบจะอยู่ที่เทคนิคในการศึกษาเนื้อหาสาระ และวิธีการเสริมแรงและการให้รางวัล เป็นประการสำคัญ

จากขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้ คือ

- 1) **ขั้นเตรียม** เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การแบ่งกลุ่มนักเรียนประมาณ 3-5 คน คณะความสามารถ เพศ ชี้อายุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม
- 2) **ขั้นนำเสนอบทเรียน** เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหา ด้วยวิธีสอนที่เหมาะสม มีการอธิบายเนื้อหาและสาริตถ์ตัวอย่างให้นักเรียนทั้งห้องเข้าใจ เปิดโอกาสให้ซักถาม แล้วมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ
- 3) **ขั้นกิจกรรมกลุ่ม** เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือในเทคนิคที่เหมาะสม
- 4) **ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ** เป็นการตรวจความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย
- 5) **ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม** เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

1.4 เทคนิควิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือ

นักการศึกษาหลายท่านได้คิดค้นเทคนิควิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือขึ้นมีมากมายหลายรูปแบบ ซึ่งเทคนิคต่าง ๆ ที่ได้ใช้หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นหัวใจหลักสำคัญ ซึ่งได้รวบรวมไว้ดังนี้

สลาวิน (Slavin. 1995: 4-13) ได้กล่าวถึงเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. **แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions: STAD)**
การเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4 คน คณะระดับความสามารถ เพศ และเชื้อชาติ ครูจะนำเสนอบทเรียน จากนั้นนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

จนกว่าจะแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ แล้วนักเรียนจะได้รับการทดสอบเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน คะแนนจากการทดสอบของนักเรียนแต่ละคนจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยเดิมของนักเรียน (คะแนนฐาน) เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งคะแนนพัฒนาการนี้จะไปคิดรวมเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมตามเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับประกาศนียบัตรหรือรางวัลอื่นที่ครูกำหนด วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD สามารถใช้ได้กับทุกรายวิชา ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ ภาษา สังคมศึกษา หรือวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จนถึงระดับมหาวิทยาลัยแนวคิดสำคัญของวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD คือ การสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มให้เกิดการเรียนรู้ ถ้านักเรียนต้องการให้กลุ่มของตนได้รับรางวัล (team rewards) นักเรียนจะต้องช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกให้เกิดการเรียนรู้ เห็นความสำคัญของการเรียน และเกิดความสุขสนุกสนานในการเรียนรู้ หลังจากครูนำเสนอบทเรียนนักเรียนจะทำงานร่วมกันอาจจะทำงานเป็นคู่แล้วเปรียบเทียบคำตอบกัน อภิปรายเมื่อมีความเห็นไม่ตรงกันและช่วยอภิปรายเมื่อเพื่อนไม่เข้าใจ มีการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา และมีการประเมินกันในกลุ่มว่าเกิดการเรียนรู้มากน้อยแค่ไหน เพื่อให้ทุกคนสามารถทำแบบทดสอบได้ แต่นักเรียนไม่สามารถช่วยเหลือกันเมื่อถึงเวลาทดสอบ ความรับผิดชอบของนักเรียนในการอธิบายความรู้ให้เพื่อนเข้าใจจะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดี ซึ่งกลุ่มจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกคนเกิดการเรียนรู้ เพราะคะแนนของกลุ่มจะมาจากคะแนนพัฒนาการของสมาชิกในกลุ่มทุกคน

2. แบบการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม (Teams-Games-Tournaments: TGT) วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ TGT จะใช้กิจกรรมการเรียนเหมือนการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD แต่จะเปลี่ยนการทดสอบเป็นการแข่งขันตอบคำถามเป็นสัปดาห์ คะแนนที่สมาชิกในแต่ละกลุ่มทำจะนำมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม นักเรียนจะออกมาแข่งขันกันตอบปัญหาคราวละ 3 คน นักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะแข่งขันกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงก็จะแข่งขันกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีโอกาสประสบความสำเร็จได้เท่าเทียมกัน คะแนนที่นักเรียนแต่ละคนได้จะนำมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนมากที่สุดจะได้รับรางวัล การเรียนแบบร่วมมือจะเพิ่มความตื่นตันทันทีหน้าสนใจด้วยการใช้การแข่งขันเกม ในการแข่งขันสมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเตรียมสมาชิกทุกคนให้พร้อมสำหรับการแข่งขัน โดยการช่วยเหลือ อธิบายเนื้อหาในเอกสารที่ครูแจกแต่เมื่อมีการแข่งขันนักเรียนจะช่วยเหลือเพื่อนไม่ได้ ดังนั้นนักเรียนจะต้องมีความรับผิดชอบเพื่อจะทำให้เกิดการเรียนรู้

3. แบบจิ๊กซอว์ (Jigsaw II) วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ Jigsaw II จะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละ 4 คนที่มีลักษณะแตกต่างกัน นักเรียนจะถูกกำหนดให้ศึกษาหัวข้อย่อยของเรื่องที่จะเรียน ซึ่งสมาชิกแต่ละคนที่ได้รับหัวข้อย่อยใดก็จะเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องนั้น หลังจากอ่านเรื่องย่อยที่ตนได้รับแล้วสมาชิกจากแต่ละกลุ่มที่ได้รับหัวข้อย่อยเดียวกันจะเข้ากลุ่มเพื่อศึกษาอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อย่อยนั้น จากนั้นจึงกลับเข้ากลุ่มเดิมและอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่ตนไปศึกษามาให้เพื่อน

สมาชิกในกลุ่มฟัง สุตทำยจึงทำการทดสอบหรือประเมินแบบอื่นเกี่ยวกับเรื่องที่เราเรียนทั้งหมด ผลงานกลุ่มจะพิจารณาจากคะแนนพัฒนาการเหมือนวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD

4. แบบรายบุคคล (Team Accelerated Instruction: TAI) วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ TAI จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4 คน ที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน และมีการให้รางวัลกับกลุ่มที่มีคะแนนสูง การเรียนแบบร่วมมือแบบ TAI จะรวมเอาการเรียนแบบร่วมมือและการสอนเป็นรายบุคคลไว้ด้วยกัน และจะใช้กับวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-6 จะมีการทดสอบเพื่อจัดระดับความสามารถของนักเรียน สมาชิกในกลุ่มจะศึกษาบทเรียนที่แตกต่างกัน และจะช่วยกันตรวจสอบคำตอบของเพื่อนในกลุ่ม ช่วยเหลือเพื่อนหากเกิดปัญหาหรือไม่เข้าใจ และจะมีการทดสอบโดยไม่มีการช่วยเหลือจากเพื่อน และตรวจให้คะแนนโดยเพื่อนในกลุ่ม ในแต่ละสัปดาห์ครูจะรวมจำนวนบทเรียนที่นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเรียนสำเร็จ และจะให้รางวัลแก่กลุ่มที่สามารถทำคะแนนเพิ่มหรือมีพัฒนาการตามเกณฑ์ที่ครูกำหนด และมีการให้คะแนนพิเศษสำหรับนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดทุกข้อหรือทำการบ้านได้สมบูรณ์ นักเรียนมีความรับผิดชอบในการช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มและทำงานที่ครูกำหนดให้ ครูจะเรียกเด็กที่มีความสามารถเท่ากันมาสอนเป็นกลุ่มย่อย จากนั้นครูปล่อยให้เรียนเข้าทำงานในกลุ่มเดิม ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เด็กที่เรียนล่าช้าไปจะช่วยเด็กที่เรียนล่าช้าหลังในการทำงานและตรวจแบบฝึกหัดให้ นักเรียนจะสนับสนุนและช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เพราะนักเรียนต้องการให้กลุ่มของตนประสบผลสำเร็จ นักเรียนจะเกิดความรับผิดชอบเพราะนักเรียนจะต้องทำแบบทดสอบด้วยตนเองโดยไม่มีการช่วยเหลือจากเพื่อน และมีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จเท่าเทียมกันเพราะนักเรียนต้องแข่งขันกับตัวเองโดยทำคะแนนให้สูงกว่าระดับความสามารถเดิมของนักเรียน

5. โปรแกรมการร่วมมือในการอ่านและการเขียน (Cooperative Integrated Reading and Composition: CIRC) การเรียนแบบร่วมมือแบบ CIRC เป็นโปรแกรมการเรียนเพื่อความเข้าใจสำหรับสอนการอ่านและการเขียน ในระดับประถมศึกษาตอนปลายจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยครูจะจัดนักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนจับคู่กัน นักเรียนจะจับคู่ทำงานร่วมกันในกิจกรรมต่าง ๆ อ่านให้เพื่อนฟัง ทำนายเรื่องที่จะอ่านว่าจะจบอย่างไร เล่าเรื่องย่อให้เพื่อนฟัง เขียนความรู้สึกที่มีต่อเรื่องที่อ่าน และฝึกสะกด ถอดความ และหาความหมายของคำศัพท์ในเรื่องในการทำงานกลุ่ม นักเรียนจะต้องทำให้สมาชิกในกลุ่มเกิดทักษะ มีความเข้าใจและรู้ถึงใจความสำคัญของเรื่องที่อ่าน ในกิจกรรมการเรียนการสอนของการเรียนแบบร่วมมือแบบ CIRC จะเริ่มจากครูสอนบทเรียนนักเรียนทำงานกลุ่ม กลุ่มประเมินความพร้อม และการทดสอบ นักเรียนจะไม่ได้รับการทดสอบจนกว่าเพื่อนสมาชิกในกลุ่มตัดสินว่าทุกคนเข้าใจและพร้อมที่จะได้รับการทดสอบ นักเรียนกลุ่มใดที่ทำคะแนนเฉลี่ยทั้งกิจกรรมการอ่านและการเขียนได้สูงกว่าเกณฑ์จะได้รับรางวัล

6. การตรวจสอบเป็นกลุ่ม (Group Investigation) วิธีนี้จะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละ 2-6 คน ให้นักเรียนได้ร่วมมือกันในการค้นคว้า อภิปรายและร่วมมือกันวางแผนหรือสร้างโครงการ กลุ่มจะเลือกหัวข้อที่จะศึกษาจากหัวข้อทั้งหมดที่ครูกำหนดให้ในห้องเรียน เมื่อได้หัวข้อสมาชิกแต่ละคน

จะเลือกหัวข้อย่อยไปศึกษาเป็นรายบุคคลและทำกิจกรรมของตนเองจนสำเร็จแล้วรายงานต่อกลุ่มของตนเอง กลุ่มจะอภิปรายผลงานของสมาชิกแต่ละคนเพื่อรวมเป็นผลงานของกลุ่ม จากนั้นแต่ละกลุ่มจะนำเสนอผลงานของกลุ่มให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง นอกจากนี้วิธีการเรียนแบบร่วมมือที่มีลักษณะคล้ายกับ Group Investigation ได้แก่ วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ Co-op Co-op

7. แบบการเรียนรู้ด้วยกัน (Learning Together) วิธีการเรียนแบบร่วมมือวิธีนี้จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4-5 คน กำหนดงานให้แต่ละกลุ่ม 1 อย่าง สมาชิกในกลุ่มจะร่วมมือกันทำงาน มีการให้รางวัลเมื่อผลงานกลุ่มสำเร็จ

คาแกน (เจริญขวัญ น้าพา. 2554: 48-50; อ้างอิงจาก Kagan. 1994: 12-15) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม มีเทคนิคดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมโต๊ะกลม (Roundrobin) เป็นวิธีการที่ครูให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสเสนออะไรบางอย่างในชั้นเรียนทีละคนจนครบทุกคน เช่น แสดงความคิดเห็น เล่านิทาน แนะนำตนเอง และอื่น ๆ วิธีนี้มีประโยชน์ในการสร้างความเป็นกันเอง ความรักหมู่คณะ และสร้างทีมงาน (teambuilding)

2. มุมสนทนา (Corners) นักเรียนกลุ่มหนึ่งหรือหลายกลุ่มก็ได้ถอยเข้าไปอยู่ในมุมห้อง ฟัง และบันทึกการอภิปรายของนักเรียนที่อยู่กลางห้องแล้วรายงานผลต่อชั้นเรียน วิธีนี้มีประโยชน์ในการให้นักเรียนได้ฟังแนวคิดของผู้อื่นที่ต่างไปจากตน ใช้กับการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ความคิดเกี่ยวกับค่านิยม การตั้งสมมติฐาน และการสรุปความ ซึ่งจะเป็นผลทำให้นักเรียนทราบและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นและรู้จักเพื่อนร่วมชั้นดีขึ้น (class building)

3. การเล่นเกมแบบ (Match mine) ให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งเรียงวัตถุ เช่น เรียงวัตถุบนกระดานหมากรุก หรือแผ่นตารางที่คล้าย ๆ กัน แล้วบอกให้เพื่อนเรียงให้เหมือนกัน โดยไม่ให้ดูโดยให้ทำตามคำบอกเท่านั้นวิธีนี้ใช้ประโยชน์ในการสร้างทักษะการสื่อสาร (Communication building) ฝึกทักษะการใช้คำพูด และการเล่นเกมเนื่องจากนักเรียนต้องเปลี่ยนกันเป็นผู้บอก

4. ร่วมกันคิด (Numbered heads together) ครูให้หมายเลขกับนักเรียนทุกกลุ่ม เช่น หมายเลข 1, 2, 3 และ 4 เป็นต้น ครูถามคำถามให้นักเรียนในกลุ่มปรึกษากัน แล้วเรียกให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในแต่ละกลุ่มตอบ วิธีนี้ใช้ในการทบทวนความรู้ความเข้าใจในบทเรียนและทบทวนก่อนสอบทำให้นักเรียนจดจำได้แม่นยำยิ่งขึ้น

5. บัตรคำช่วยจำ (Color-code Co-op Cards) เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนจดจำข้อมูล เช่น วิชาคณิตศาสตร์และวิชาวิทยาศาสตร์ โดยให้นักเรียนเล่นเกมโดยใช้บัตรคำถาม บัตรคำตอบที่แต่ละกลุ่มไปเตรียมมาก่อน ครูอาจจะเป็นผู้ถามเองหรือให้กลุ่มที่เตรียมมาเป็นผู้ถาม และมีการให้คะแนนกลุ่มที่ตอบถูกต้องตามเฉลย แต่ต้องให้โอกาสกลุ่มปรึกษาและช่วยเหลือกันในการตอบ เมื่อตอบถูกจะมีการปรบมือชมเชย ประโยชน์ที่ได้ คือ จดจำได้มาก เกิดกำลังใจ และส่งเสริมการช่วยเหลือกัน

6. คู่ตรวจ (Pairs check) นักเรียนกลุ่มละ 4 คน จับคู่กันภายในกลุ่มเป็น 2 คู่ แต่ละคู่ให้คนหนึ่งทำแบบฝึกหัดอีกคนคอยช่วย เมื่อทำได้ 2 ข้อ แล้วเปรียบเทียบคำตอบกับอีกคู่หนึ่งในกลุ่มเดียวกัน แล้วเปลี่ยนคนทำต่อไปใหม่จนจบแบบฝึกหัดทักษะ การได้ช่วยเหลือกัน การตรวจงานกันเองจะเป็นการสร้างเสริมกำลังใจในการทำงาน

7. การสัมภาษณ์ 3 ขั้น (Three step interview) นักเรียนในกลุ่มจับคู่กัน 2 คู่ แต่ละคนถามเพื่อนเกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียน เช่น ความคิดเกี่ยวกับบทกลอนเรื่องที่อ่าน หรือการสรุปบทความ เป็นขั้นที่ 1 แล้วเปลี่ยนคนตอบมาเป็นคนถาม เป็นขั้นที่ 2 หลังจากนั้นผลัดกันเล่าให้กลุ่มฟังว่าเพื่อนพูดอะไรบ้าง เป็นขั้นที่ 3 วิธีนี้ส่งเสริมการมีส่วนร่วม การฟัง การแสดงความคิดเห็น ตลอดทั้งการพัฒนาความคิดรวบยอดด้วย

8. คิดอภิปรายคู่ (Think-Pair share) ให้นักเรียนจับคู่กันภายในกลุ่ม ต่างคนต่างคิดเกี่ยวกับหัวข้อหรือคำถามของครู อภิปรายกับคู่ของตนแล้วรายงานต่อชั้นเรียน วิธีนี้ใช้กับบทเรียนที่ต้องการสรุปความ ตั้งสมมติฐาน อนุมาน อุปมา และการประยุกต์ ซึ่งจะส่งผลต่อการมีส่วนร่วมและการพัฒนาความคิด

9. เครือข่ายความคิด (Team word-Webbing) นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแนวความคิดหลักและองค์ประกอบย่อยของความคิดหลัก พร้อมกับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดหลักกับองค์ประกอบลงบนแผ่นกระดาษเป็นลักษณะของแผนภูมิความรู้ วิธีนี้ใช้ในการวิเคราะห์ทางความคิดหรือผลออกไปสู่องค์ประกอบย่อยหรือเหตุ ทำให้เกิดความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างความคิดและองค์ประกอบต่าง ๆ หรือระหว่างผลกับเหตุหลายประการ แล้วเสนอต่อชั้นเรียนหรือส่งครูในทางสังคมแล้วทำให้นักเรียนรู้จักบทบาทหน้าที่ของตนมากขึ้น วิธีนี้ช่วยพัฒนาความคิดเช่นเดียวกับวิธีที่ 7-8

10. รอบโต๊ะ (Roundtable) ครูถามคำถามแล้วให้นักเรียนคนที่ 1 ตอบข้อที่ 1 คนที่ 2 ตอบข้อที่ 2 คนที่ 3 ตอบข้อที่ 3 และคนที่ 4 ตอบข้อที่ 4 ลงบนกระดาษ และให้มีการปรึกษากันได้ หลังจากนั้นจึงมีการตรวจจากการเฉลยของครู วิธีนี้เหมาะที่จะใช้กับการประเมินความรู้เก่า ทบทวนความจำ ถ้าเป็นชั้นงานควรให้นักเรียนทำกันคนละส่วน ประโยชน์ทางสังคม คือ ทุกคนมีโอกาสทำและเป็นการสร้างทีมงาน

11. วงกลมซ้อน (Inside-Outside circle) ให้นักเรียนนั่งหรือยืนเป็นรูปวงกลม 2 วง จำนวนเท่ากัน วงในหันหน้าออก วงนอกหันหน้าเข้า คนอยู่ตรงกันจับคู่กัน เมื่อครูถามคำถามทั้ง 2 คนปรึกษากันแล้วตอบคำถามคำถามต่อไป ครูให้นักเรียนขยับเปลี่ยนที่กันทำอย่างนี้ต่อไป วิธีนี้ใช้กับบทเรียนที่ต้องการตรวจสอบความเข้าใจทบทวนความรู้เก่า ทำให้นักเรียนมีโอกาสพบและปรึกษาเพื่อนแทบทุกคน

12. เพื่อนร่วมงาน (Partners) นักเรียนในกลุ่มจับคู่กันไปปรึกษากับอีกคู่ในกลุ่มอื่น แล้วนำความรู้ที่ได้มาปรึกษากับอีกคู่ในกลุ่มเดิมของตน วิธีนี้เหมาะกับการสอนบทเรียนใหม่ การ

พัฒนาแนวความคิด และเพิ่มความจำและนักเรียนมีโอกาสฝึกทักษะการสื่อสารและการนำเสนอข้อมูลด้วย

13. สะสมความรู้ (Jigsaw) นักเรียนในกลุ่มไปทำงานในปัญหาใดปัญหาหนึ่งกับกลุ่มอื่น ๆ ไม่ซ้ำกันเมื่องานเสร็จกลับมาเข้ากลุ่มเดิม แล้วสอนเพื่อนในสิ่งที่ตนได้รู้มา ทำให้ทั้งกลุ่มได้รับความรู้เพิ่มเติมโดยเท่าเทียมกันวิธีนี้ใช้กับการเรียนความรู้ใหม่ และการทบทวนความรู้เก่าเป็นวิธีการที่ส่งเสริมให้นักเรียนพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันอย่างเท่าเทียมกัน

วัฒนาพร ระบุว่า (2545: 176-193) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. ปริศนาความคิด (Jigsaw) เป็นเทคนิคที่พัฒนาขึ้นเพื่อส่งเสริมความร่วมมือ และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างเพื่อนในกลุ่มเทคนิคนี้ใช้กันมากในรายวิชาที่ผู้เรียนต้องเรียนเนื้อหาวิชาจากตำราเรียน เช่น สังคมศึกษา ภาษาไทย ขั้นตอนกิจกรรมประกอบด้วย

1) ครูแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ ให้เท่ากับจำนวนสมาชิกในกลุ่ม
2) จัดผู้เรียนให้มีความสามารถละกัน เรียกว่า “กลุ่มบ้าน” (Home Groups) แล้วมอบหมายให้สมาชิกแต่ละคนศึกษาหัวข้อที่ต่างกัน

3) ผู้เรียนที่ได้รับหัวข้อเดียวกันจากแต่ละกลุ่มมานั่งด้วยกัน เพื่อทำงานและศึกษาร่วมกันในหัวข้อดังกล่าว เรียกว่า “กลุ่มผู้เชี่ยวชาญ” (Expert Groups)

4) สมาชิกแต่ละคนออกจากกลุ่มผู้เชี่ยวชาญกลับไปกลุ่มเดิมของตน ผลัดกันอธิบายเพื่อถ่ายทอดความรู้ที่ตนศึกษาให้เพื่อนฟังจนครบทุกหัวข้อ

5) ครูทดสอบเนื้อหาที่ศึกษาแล้วให้คะแนนรายบุคคล

2. ปริศนาความคิด 2 (Jigsaw II)

เป็นเทคนิคที่พัฒนาขึ้นจากเทคนิคเดิม โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนช่วยเหลือกันและพึ่งพาอาศัยกันในกลุ่มมากขึ้น กระบวนการของ Jigsaw II เหมือนเดิมทุกประการเพียง แต่ในช่วงของการประเมินผล ครูจะนำคะแนนของทุกคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะติดประกาศไว้ที่ป้ายประกาศของห้อง

3. กลุ่มร่วมมือแข่งขัน (Teams – Games - Tournaments) TGT

เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนในจุดประสงค์ที่ต้องการให้กลุ่มผู้เรียนได้ศึกษาประเด็นหรือปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน เช่น การคำนวณทางคณิตศาสตร์ การใช้ภาษาภูมิศาสตร์และทักษะการใช้แผนที่และความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ ขั้นตอนของกิจกรรมประกอบด้วย

1) ครูนำเสนอบทเรียนหรือข้อความใหม่แก่ผู้เรียน โดยอาจนำเสนอด้วยสื่อการสอนที่น่าสนใจหรือใช้การอภิปรายทั้งห้องโดยครูเป็นผู้ดำเนินการ

2) แบ่งกลุ่มนักเรียนโดยจัดให้ละความสามารถและเพศ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4-5 คน (เรียกกลุ่มนี้ว่า Study Group หรือ Home group) กลุ่มเหล่านี้จะศึกษาทบทวน

เนื้อหาข้อความรู้ที่ครูนำเสนอ สมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถสูงกว่าจะช่วยเหลือสมาชิกที่มีความสามารถต่ำกว่าเพื่อเตรียมกลุ่มสำหรับการแข่งขันในช่วงท้ายสัปดาห์หรือท้ายบทเรียน

3) จัดการแข่งขันโดยจัดโต๊ะแข่งขันและทีมแข่งขัน (Tournament Teams) ที่มีตัวแทนของแต่ละกลุ่ม (ตามข้อ 2) ที่มีความสามารถใกล้เคียงมาร่วมแข่งขันกันตามรูปแบบและกติกาที่กำหนด ข้อคำถามที่ใช้ในการแข่งขันจะเป็นคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนมาแล้วและมีการฝึกฝนเตรียมพร้อมในกลุ่มมาแล้ว ควรให้ทุกโต๊ะแข่งขันเริ่มแข่งขันพร้อมกัน

4) ให้ค่าคะแนนการแข่งขัน โดยให้จัดลำดับคะแนนผลการแข่งขันในแต่ละโต๊ะแล้วผู้เล่นจะกลับเข้ากลุ่มเดิม (Study Group) ของตน

5) นำคะแนนการแข่งขันของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนของทีม ทีมที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะได้รับรางวัล

4. กลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams and Achievement Divisions) STAD

เทคนิคนี้พัฒนาเพิ่มเติมจากเทคนิค TGT แต่จะให้การทดสอบรายบุคคลแทนการแข่งขัน มีขั้นตอนกิจกรรมดังนี้

1) ครูนำเสนอประเด็นหรือเนื้อหาใหม่ โดยอาจนำเสนอด้วยสื่อที่น่าสนใจโดยใช้การสอนโดยตรงหรือตั้งประเด็นอภิปราย

2) จัดผู้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ให้สมาชิกมีความสามารถคละกัน มีทั้งความสามารถสูงปานกลางและต่ำ

3) แต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาทบทวนเนื้อหาที่ครูนำเสนอจนเข้าใจ

4) ผู้เรียนทุกคนในกลุ่มทำแบบทดสอบ (Quiz) เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน

5) ตรวจสอบคำตอบของผู้เรียน นำคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม

6) กลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงสุด (ในกรณีที่แต่ละกลุ่มมีจำนวนสมาชิกไม่เท่ากันให้ใช้คะแนนเฉลี่ยแทนคะแนนรวม) จะได้รับคำชมเชยโดยอาจติดประกาศไว้ที่บอร์ด หรือป้ายนิเทศของห้องเรียน

5. กลุ่มร่วมมือช่วยเหลือ (Team Assisted Individualization) TAI

กิจกรรมนี้เน้นการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละบุคคล มากกว่าการเรียนรู้ในลักษณะกลุ่มเหมาะสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ การจัดกลุ่มผู้เรียนจะคล้ายกับเทคนิค STAD และ TGT แต่ในเทคนิคนี้ ผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้และทำงานตามระดับความสามารถของตน เมื่อทำงานในส่วนของตนเสร็จแล้วจึงไปจับคู่หรือเข้ากลุ่มทำงานขั้นตอนของกิจกรรมประกอบด้วย

1) จัดผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แบบคละความสามารถกลุ่มละ 2-4 คน

2) ผู้เรียนทบทวนสิ่งที่เรียนมาแล้วหรือศึกษาประเด็น เนื้อหาใหม่ โดยการอภิปรายสรุปข้อความรู้หรือถามตอบ

3) ผู้เรียนแต่ละคนทำใบงานที่ 1 แล้วจับคู่กันภายในกลุ่มของตน เพื่อแลกเปลี่ยนกันตรวจใบงานที่ 1 และอธิบายข้อสงสัยและข้อผิดพลาดของคู่ตนเอง หากผู้เรียนคู่ใดทำใบงานที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไป ให้ทำใบงานชุดที่ 2 แต่หากคนใดคนหนึ่งหรือทั้งคู่ได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 75 ให้ผู้เรียนทั้งคู่ทำใบงานชุดที่ 3 หรือ 4 จนกว่าจะทำได้ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไปจึงจะผ่านได้

4) ผู้เรียนทุกคนทำการทดสอบ (Quiz)

5) นำคะแนนผลการทดสอบของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม หรือใช้คะแนนเฉลี่ย (กรณีจำนวนคนแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน)

6) กลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดได้รับรางวัลหรือติดประกาศชมเชย

6. กลุ่มสืบค้น (Group Investigation) GI

เป็นเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือที่สำคัญอีกรูปแบบหนึ่ง เป็นการจัดกลุ่มผู้เรียนเพื่อเตรียมการทำโครงการกลุ่มหรือทำงานที่ครอบคลุมหมายก่อนใช้เทคนิคนี้ครูควรฝึกทักษะการสื่อสารและทักษะทางสังคมให้แก่ผู้เรียนก่อน เทคนิคนี้เหมาะสำหรับการสืบค้นความรู้หรือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบในประเด็นหรือหัวข้อที่สนใจ เช่น การเรียนในวิชาชีววิทยา หรือสิ่งแวดล้อม ขั้นตอนการเรียนประกอบด้วย

1) ครูและผู้เรียนร่วมกันอภิปราย ทบทวนเนื้อหาหรือประเด็นที่กำหนด
2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ระยะเวลาความสามารถกลุ่มละ 2-4 คน
3) แบ่งเรื่องที่จะศึกษาเป็นหัวข้อย่อย แต่ละหัวข้อจะเป็นใบงานที่ 1 ใบงานที่ 2 ใบงานที่ 3 เป็นต้น

4) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกทำหนึ่งหัวข้อ (ใบงานเพียงใบเดียว) โดยให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนในกลุ่มเลือกหัวข้อที่จะศึกษาก่อนหรืออาจให้ผู้เรียนในกลุ่มแบ่งกันหาคำตอบตามใบงานแล้วนำคำตอบทั้งหมดมารวมกันเป็นคำตอบที่สมบูรณ์

5) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเรื่องจากใบงานที่ศึกษาจนเป็นที่เข้าใจของทุกคนในกลุ่ม

6) ให้แต่ละกลุ่มรายงานผลการศึกษา โดยเริ่มจากกลุ่มที่ทำใบงานที่ 1 จนถึงกลุ่มที่ทำใบงานสุดท้าย แล้วชมเชยกลุ่มที่ทำงานได้ถูกต้องที่สุด

7. กลุ่มเรียนรู้ร่วมกัน (Learning Together) LI

วิธีนี้เป็นวิธีที่เหมาะสมกับการสอนวิชาที่มีโจทย์การคำนวณหรือการฝึกปฏิบัติการ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1) ครูและนักเรียน อภิปราย สรุปเนื้อหาในคาบเรียนที่แล้ว

2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มความสามารถกัน กลุ่มละ 4-5 คน

3) ครูแจกใบงานกลุ่มละ 1 แผ่น

4) แบ่งหน้าที่ของผู้เรียนในกลุ่มดังนี้

คนที่ 1 อ่านคำสั่งหรือขั้นตอนในการดำเนินงาน

คนที่ 2 ฟังขั้นตอนและจดบันทึก

คนที่ 3 อ่านคำถามและหาคำตอบ

คนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (ข้อมูล)

5) แต่ละกลุ่มส่งกระดาษคำตอบเพียงแผ่นเดียวหรือส่งงานหนึ่งชิ้น ผลงานที่เสร็จและส่งเป็นผลงานที่ทุกคนในกลุ่มยอมรับ ซึ่งทุกคนในกลุ่มจะได้คะแนนเท่ากัน

6) ปิดประกาศชมเชยกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด

8. กลุ่มร่วมกันคิด (Numbered Heads Together) NHT

เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมสำหรับการทบทวนหรือตรวจสอบความเข้าใจ ขั้นตอนการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- 1) เตรียมประเด็นปัญหา ข้อคำถามที่จะให้ผู้เรียนศึกษา
- 2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 4 คน ประกอบด้วยผู้เรียนที่เก่งหนึ่งคน ผู้เรียนที่ปานกลางสองคน ผู้เรียนที่เรียนอ่อนหนึ่งคน แต่ละคนมีหมายเลขประจำตัว
- 3) ถามคำถาม มอบหมายงานให้ทำ
- 4) ให้ผู้เรียนอภิปรายในกลุ่มย่อยจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจคำตอบ
- 5) ครูถามคำถามในประเด็นที่กำหนดโดยเรียกหมายเลขประจำตัวผู้เรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตอบ
- 6) ให้คำชมเชยกลุ่มที่สมาชิกในกลุ่มสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุด ผู้เรียนทุกคนตรวจสอบความถูกต้องของข้อคำตอบที่ตนและกลุ่มร่วมกันศึกษา ชักถาม ทำความเข้าใจข้อคำตอบจนกระจ่างชัดเจน

9. กลุ่มร่วมมือ (Co-op Co-op)

เป็นเทคนิคที่เน้นการร่วมกันทำงาน โดยสมาชิกในกลุ่มที่มีความสามารถและความถนัดต่างกันได้แสดงบทบาทหน้าที่ที่ตนถนัดได้เต็มที่ ผู้เรียนเก่งได้ช่วยเหลือเพื่อนที่เรียนอ่อน เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการคิดระดับสูงทั้งการวิเคราะห์ และสังเคราะห์และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปใช้สอนในวิชาใดก็ได้ มีขั้นตอนกิจกรรมดังนี้

- 1) กำหนดขอบข่ายประเด็น หรือเนื้อหาตามจุดประสงค์ที่จะให้ผู้เรียนได้ศึกษา
- 2) ผู้เรียนทั้งชั้นเรียน ร่วมกันอภิปรายเพื่อกำหนดประเด็นหรือหัวข้อที่จะศึกษา
- 3) กำหนดกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกกลุ่มความสามารถคล้ายกัน
- 4) แต่ละกลุ่มเลือกหัวข้อที่จะศึกษา
- 5) สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันกำหนดหัวข้อย่อย แล้วแบ่งหน้าที่รับผิดชอบ โดยให้สมาชิกแต่ละคนเลือกศึกษาหัวข้อย่อยคนละหนึ่งหัวข้อ
- 6) สมาชิกนำผลงานมารวมกันเป็นผลงานกลุ่ม อาจมีการอ่านทบทวนและปรับแต่งภาษาให้ผลงานกลุ่มที่ทำร่วมกันมีความสละสลวยต่อเนื่อง เตรียมผู้ที่จะนำเสนอผลงานกลุ่ม

7) นำผลงานกลุ่มเสนอต่อชั้นเรียน

8) ทุกกลุ่มช่วยกันประเมินผล โดยประเมินทั้งกระบวนการทำงานกลุ่มและผลงานกลุ่ม

จากเทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือนั้นมีหลากหลายวิธี ในแต่ละวิธีจะมีลักษณะเด่นเฉพาะของตนเองและมีความเหมาะสมกับเนื้อหาและสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมีความสนใจการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ซึ่งจากที่นักการศึกษากล่าวมาสรุปได้ดังนี้คือ

เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions: STAD) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน

ครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนโดยใช้เทคนิคการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ หรืออาจตั้งประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปราย และเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจในบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน คณะระดับความสามารถซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ครูมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม อภิปรายค้นหาคำตอบร่วมกันและทบทวนบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมความพร้อมในการทดสอบย่อยต่อไป

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย

ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคลตามความสามารถของตน ซึ่งนักเรียนไม่สามารถปรึกษาและช่วยเหลือกันได้

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนพัฒนาการ

นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนแต่ละคนไปเปรียบเทียบกับคะแนนพื้นฐาน ซึ่งได้จากค่าเฉลี่ยจากการทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งที่นักเรียนแต่ละคนทำได้ จะได้เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่ม

นำคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนรวมเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมตามเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับประกาศนียบัตรหรือรางวัลอื่นที่ครูกำหนด ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้นั้นสมาชิกในกลุ่มต้องช่วยเหลือ และร่วมมือกันให้ทุกคนเกิดการเรียนรู้

1.5 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1989: 235-237) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการและสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมายด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข่งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่านักเรียนเป็นผู้ดูดซับข้อมูลความรู้จากการฝึกซ้ำและจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข่งขันเป็นการท้าทายสมองสำหรับนักเรียนทุกคนและการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่าจะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูงและเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพแต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันจะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลอาจเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน และการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือการถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้มโนคติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียนหากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขาการช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือนักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าและได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียนความสำเร็จที่เกิดขึ้นจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการเรียนรู้โน้มนัสและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกันช่วยเหลือกันและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม เจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง (Self - Confidence)

เพื่อให้การสอนแบบเรียนร่วมมือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผล บาร์ดูดี (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 37 - 38; อ้างอิงจาก Baroody. 1993: 105 - 106) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. เริ่มทีละน้อย ในตอนเริ่มต้นใช้การเรียนแบบร่วมมือเป็นบางครั้งแล้วใช้ถี่มากขึ้น
2. ใช้กลุ่มละ 4 คน กลุ่มเล็กเกินไปจะไม่เกิดการอภิปราย กลุ่มใหญ่เกินไปทำให้การมีส่วนร่วมในการมีปฏิสัมพันธ์ลดลง ในกลุ่ม 4 คน นักเรียนรู้สึกสะดวกและปลอดภัยที่จะขยายแนวคิดหรืออธิบายเหตุผลกันในกลุ่ม
3. เตรียมประสบการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างหลากหลาย เตรียมโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทั้งรายบุคคล ทั้งชั้น และกิจกรรมกลุ่ม
4. เน้นปัญหาของกลุ่ม โดยสนับสนุนให้นักเรียนได้อภิปรายและสรุปปัญหาโดยกลุ่ม และควรให้มีการอภิปรายประเด็นทางสังคมด้วย
5. ต้องมั่นใจว่าสมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบ ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจก่อนว่าข้อผิดพลาดของกลุ่มก็คือ ข้อผิดพลาดของทุกคนในกลุ่ม ผลงานของกลุ่มเป็นผลมาจากสมาชิกทุกคน การสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคลจะช่วยให้เกิดความรับผิดชอบ
6. ส่งเสริมความพยายามร่วมกัน กลุ่มต้องรับผิดชอบต่อการพัฒนาของสมาชิกทุกคน
7. ส่งเสริมให้เกิดทักษะทางสังคมโดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะการทำงานร่วมกัน การร่วมมือกัน ลดข้อขัดแย้งหรือความสับสนต่าง ๆ
8. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนสรุป เพราะการเขียนสรุปทำให้ครูได้ติดตามและควบคุมการร่วมมือกันในกลุ่ม

สิริพร ทิพย์คง (2545: 153) ได้กล่าวเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทั้งเจตคติและค่านิยมในตัว of นักเรียน มีการนำเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม พัฒนาพฤติกรรมกรแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์และการคิดอย่างมีเหตุผล รวมทั้งพัฒนาคุณลักษณะของนักเรียนให้รู้จักตนเองและเพิ่มคุณค่าของตนเอง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อนักเรียน 3 ประการ คือ

1. มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (academic learning)
2. มีทักษะทางสังคม โดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (Social skills)
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (self-esteem)

จากความเกี่ยวเนื่องกันของการเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษา กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าธรรมชาติของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องอาศัยกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ที่มีการแลกเปลี่ยนและอภิปรายความคิดในการแก้ปัญหาาร่วมกันซึ่งกันและกันรู้จักกลวิธีในการสื่อสารนำเสนอความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจเป็นการถ่ายโอนความรู้จากรายบุคคลสู่กลุ่มและจากกลุ่มสู่รายบุคคล มีการทำงานและช่วยเหลือซึ่งกันและกันเป็นการส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าในตัวเองและเกิดสายสัมพันธ์อันดีระหว่างเพื่อน

1.6 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

วิลเลอร์ และไรอัน (Wheeler and Ryan. 1990: 402-407) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอนในการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. บทบาททางตรง คือ การให้ความรู้แก่นักเรียนในเรื่องของบทบาทหน้าที่ ความรับผิดชอบ การฝึกทักษะทางสังคมเพื่อให้งานกลุ่มมีประสิทธิภาพ ติดตามพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละกลุ่มว่าถูกต้องเหมาะสมเพียงใด ตลอดจนให้ความรู้เพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนไม่ได้อภิปราย ซึ่งเป็นเรื่องหรือจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในการสอนแต่ละครั้ง รวมทั้งเก็บผลงานของนักเรียนมาศึกษาปัญหาข้อบกพร่อง เพื่อปรับปรุงแก้ไขในชั่วโมงต่อไป

2. บทบาททางอ้อม คือ ครูคอยติดตามสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่ม คอยให้คำแนะนำเมื่อเด็กมีปัญหา และพยายามให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำงานหากมีปัญหาการไม่ยอมรับสมาชิกคนหนึ่งของกลุ่ม ครูต้องพยายามช่วยเหลือด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการยอมรับให้ได้ ครูต้องคอยให้กำลังใจและให้คำชมเชยแก่นักเรียนเมื่อนักเรียนสามารถทำงานได้ประสบผลสำเร็จ

กรมวิชาการ (2544ข: 23) กล่าวว่า ครูผู้สอนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญคนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนไม่ว่าครูผู้สอนจะใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบใดก็ตามจะต้องมีการลำดับขั้นตอนในการสอนคล้ายคลึงกัน คือ ขั้นเตรียมการสอน การเริ่มบทเรียน การกำกับดูแลการสอนและการประเมินผลงานและกระบวนการทำงาน

1. ขั้นเตรียมการสอน ในขั้นนี้มีสิ่งที่ต้องคำนึงถึง คือ

1.1 จุดประสงค์ ครูผู้สอนจะต้องแจ้งจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบ

1.1.1 จุดประสงค์ทางด้านวิชาการ ได้แก่ เนื้อหาและทักษะต่าง ๆ

1.1.2 จุดประสงค์ทางด้านสังคม ได้แก่ ทักษะการปฏิสัมพันธ์รูปแบบต่างๆ และการปฏิบัติงานร่วมกันของนักเรียน

1.2 ขนาดของกลุ่ม ขนาดของกลุ่มจะมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีประเด็นที่จะต้องพิจารณา คือ

1.2.1 การจับคู่ ควรให้นักเรียนได้เริ่มทำกิจกรรมคู่ เพราะการทำกิจกรรมดังกล่าวจะไม่มีใครถูกทอดทิ้งออกจากกลุ่ม

1.2.2 กิจกรรมที่ต้องการทักษะและความคิดที่หลากหลายอาจจัดกลุ่มให้มีจำนวนนักเรียน เช่นกลุ่มละ 3 หรือ 4 คน

1.2.3 ถ้าหากสมาชิกในกลุ่มมีจำนวนสมาชิกหลายคน คือ ตั้งแต่ 3 คนขึ้นไป จะต้องแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีการปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

1.2.4 การแบ่งกลุ่ม จะต้องคำนึงถึงกิจกรรมและสื่อการเรียนการสอนที่มีอยู่

1.2.5 ถ้าหากระยะเวลาการทำกิจกรรมสั้น ขนาดของกลุ่มที่แบ่งต้องมีขนาดเล็กเพื่อให้ทุกคนมีส่วนร่วม

1.3 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มอย่างเหมาะสมจะช่วยให้การดำเนินกิจกรรมบรรลุความสำเร็จ ครูผู้สอนจะเป็นผู้จัดกลุ่มได้ดีที่สุด เพราะรู้จักนักเรียนในชั้นมากที่สุด และสามารถเตรียมการที่จะช่วยเหลือหรือสนับสนุนการปฏิบัติงานของกลุ่ม เช่น นักเรียนที่ต้องแยกออกมาสอนเป็นการเฉพาะ ซึ่งอาจเป็นนักเรียนเก่งหรืออ่อน อย่างไรก็ตามมีแนวทางที่จะเสนอแนะ ดังนี้

1.3.1 การจัดกลุ่มนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน ความแตกต่างที่จะนำมาจัดรวมเข้าในกลุ่มเดียวกัน อาจจะเป็นทางด้านภูมิหลัง ความสามารถ วัฒนธรรม เพศ ฯลฯ

1.3.2 การสับเปลี่ยนกลุ่มของนักเรียน การจะให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนานเท่าใดขึ้นอยู่กับผลการปฏิบัติงานกลุ่มร่วมกัน อย่างไรก็ตาม ก็มีหลักทั่วไปว่าจะต้องรอให้กลุ่มได้ทำงานร่วมกันจนบรรลุความสำเร็จ แต่ถ้าหากกลุ่มประสบปัญหาในการทำงานร่วมกัน ครูผู้สอนต้องให้คำแนะนำในการแก้ปัญหา

1.4 การจัดชั้นเรียน โต๊ะ เก้าอี้ จะต้องดำเนินการให้พร้อมก่อนที่นักเรียนจะเข้าชั้นเรียน เพื่อความสะดวกและความเป็นระเบียบ การจัดสภาพห้องเรียนจะมีผลต่อปฏิสัมพันธ์ของนักเรียน

1.5 การจัดเตรียมสื่อการเรียนการสอน จะต้องเตรียมสื่อการเรียนการสอนต่างๆ ที่จะใช้ไว้ให้พร้อม

2. ชั้นเริ่มบทเรียน ในชั้นเริ่มบทเรียนมีสิ่งที่จะต้องพิจารณา ดังนี้

2.1 ความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ในทางบวก การทำงานของกลุ่มจะดำเนินไปด้วยดี นักเรียนมีความรู้สึกที่ดีต่อกันและมีการพึ่งพาอาศัยกันและกัน จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดำเนินไปสู่ความสำเร็จ

2.2 การอธิบายภาระงาน ครูผู้สอนอธิบายภาระงานที่จะต้องทำให้ชัดเจน เพื่อให้ เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ถ้าสามารถเชื่อมโยงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของบทเรียนที่ผ่าน มากับบทเรียนที่เรียนอยู่และบทเรียนที่จะเรียนต่อไปก็จะเป็นสิ่งที่ดีมาก

2.3 การประเมินความสำเร็จ นักเรียนควรรู้ว่าจะมีวิธีการประเมินผลงานในการ ทำงานกลุ่มอย่างไรครูผู้สอนและนักเรียนอาจร่วมกันวางหลักเกณฑ์การประเมินผลในการพิจารณา ความสำเร็จ เช่น

2.3.1 เพียงแต่ทำให้สำเร็จ เช่น ให้ช่วยกันวาดแผนที่ให้เสร็จภายใน 30 นาที

2.3.2 ตอบคำถามถูกต้องเช่น ถ้าทำคะแนนได้ในระหว่าง 90-100 จะได้เกรด

A

2.3.3 เสนอความคิดเห็นหรือการตัดสินใจในขั้นต่ำ เช่น ให้เหตุผลสนับสนุน ในตำแหน่งของท่านมา 10 ประการ

2.3.4 แสดงทักษะทางสังคมที่กำหนดให้ เช่นเตรียมข้อมูลที่จะแสดงให้ เห็น ว่ากลุ่มได้ใช้ทักษะวิจารณ์ในเชิงบวกในระหว่างการทำงานร่วมกัน

2.4 การเสริมสร้างความรับผิดชอบของสมาชิก สมาชิกแต่ละคนจะตื่นตัวและร่วม รับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่ม ถ้าหากว่าสมาชิกได้รู้ล่วงหน้าว่าจะมีการติดตามผลการปฏิบัติงาน และทักษะทางสังคมต่างๆ ที่แสดงออกวิธีที่จะช่วยให้สมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบอาจทำได้โดย เรียนสมาชิกคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตอบ ในขณะที่ปฏิบัติงานให้มีการเซ็นชื่อรับรองว่าทุกคนมีส่วนร่วมใน การทำงาน ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการทำงานในกลุ่ม

2.5 การระบุพฤติกรรมทางสังคมที่พึงปรารถนา ครูผู้สอนและนักเรียนควรร่วมกัน ระบุพฤติกรรมต่างๆ ทางสังคมที่ต้องการในการทำกิจกรรมร่วมกัน ถ้านักเรียนได้เข้าใจโอกาสที่จะ แสดงพฤติกรรมต่างๆที่พึงปรารถนาจะมีมากขึ้นและยังเป็นการส่งเสริมให้รู้จักใช้ทักษะต่าง เหล่านั้นด้วย

3. ขั้นการกำกับดูแลการสอน ครูผู้สอนจะต้องมีหน้าที่ในการกำกับดูแลนักเรียน ในขณะปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

3.1 พฤติกรรมของนักเรียน เมื่อนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมครูผู้สอนจะต้องสังเกต ความก้าวหน้าของนักเรียนและจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับ มอบหมาย ครูผู้สอนควรมีแบบสังเกตการณ์เพื่อบันทึกการปฏิบัติงานของกลุ่มและใช้ข้อมูลดังกล่าว ในการติชมการทำงานของกลุ่ม นอกจากนี้ครูผู้สอนควรรู้ว่าเมื่อใดควรเข้าไปช่วยเหลือนักเรียน และ ในบางครั้งนักเรียนบางคนอาจมีบทบาทในการช่วยเหลือครู กำกับ ดูแลพฤติกรรมของเพื่อนด้วย

3.2 ครูผู้สอนสามารถมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอนได้ 2 กรณี คือ

3.2.1 แนะนำการเรียนทั่วไป เช่น อธิบายคำสั่งอย่างชัดเจน ทบทวน กระบวนการดำเนินงาน ฝึกทักษะต่างๆ ในขณะที่ครูผู้สอนเข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมและช่วยเหลือ นักเรียน ครูผู้สอนจะต้องพยายามค้นหาทักษะความสามารถต่างๆของนักเรียนในกลุ่มต่างๆ ออกมา

ให้มากที่สุด เช่น ถ้ามีนักเรียนคนใดคนหนึ่งถามคำถาม ครูผู้สอนอาจไม่ตอบเองแต่ถามคำถามนั้นกลับไปให้นักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มใดก็ได้เป็นคนตอบ

3.2.2 สอนทักษะการให้ความร่วมมือ ทักษะดังกล่าวมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เช่น ถ้ามีนักเรียนคนใดคนหนึ่งไม่ได้ช่วยเหลืองานของกลุ่ม นักเรียนซึ่งเป็นสมาชิกในกลุ่มนั้นควรจะต้องเรียนรู้ที่จะต้องทำให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ครูผู้สอนควรโยนปัญหาดังกล่าวกลับไปให้กลุ่มพิจารณาและหาทางแก้ไข ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้มากขึ้น อย่างไรก็ตามครูผู้สอนไม่ควรเข้าไปมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนเกินความจำเป็น เพราะนักเรียนจะไม่ได้ใช้ความคิดของตนเองเท่าที่ควรและอาจคล้อยตามครูผู้สอน

4. ชั้นประเมินผลงานและกระบวนการในการทำงาน ครูผู้สอนสามารถประเมินความสำเร็จในการทำกิจกรรมของนักเรียนด้านวิชาการและทักษะทางสังคม

4.1 การประเมินผลงานด้านวิชาการ ได้แก่ การประเมินผลความก้าวหน้าและความสำเร็จของนักเรียน ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง เช่น

4.1.1 ครูผู้สอนสุ่มเรียกนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งตอบคำถามหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

4.1.2 นักเรียนกลุ่มต่างๆ ร่วมกันอภิปรายหลังจากการทดสอบย่อยหรือร่วมกันอภิปรายเพื่อแก้ไข

4.2 การประเมินผลทางด้านสังคม เป็นการประเมินผลเพื่อให้ทราบว่าสมาชิกของกลุ่มได้ใช้ทักษะทางสังคมอะไรบ้างและอย่างไร การทำงานของกลุ่มมีประสิทธิภาพเพียงใด และจะต้องปรับปรุงอะไรบ้างและอย่างไร เช่น

4.2.1 เล่าประสบการณ์ให้เพื่อนๆ ฟังเกี่ยวกับความสำเร็จของกลุ่ม

4.2.2 อภิปรายและมีข้อตกลงร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องปรับปรุงการทำงานกลุ่มในครั้งต่อไป

จากบทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า

1. ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญทั้งทางตรงและทางอ้อมในการจัดการเรียนการสอนไม่ว่าจะใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบใดก็ตามจะต้องมีการลำดับขั้นตอนในการสอน คล้ายคลึงกัน คือ ชั้นเตรียมการสอน การเริ่มบทเรียน การกำกับดูแลการสอนและการประเมินผลงานและกระบวนการทำงาน

2. ครูผู้สอนจะต้องมีการเตรียมการสอนและรู้จักการวางแผนเลือกจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับลักษณะของผู้เรียนซึ่งไม่เพียงแต่ในด้านเนื้อหาวิชาเท่านั้นแต่จะต้องเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้เกิดแก่ผู้เรียนด้วย

3. ครูผู้สอนควรเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาเฉพาะหน้าที่อาจเกิดขึ้นกับนักเรียนได้เป็นอย่างดีปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่องในการจัดการเรียนการสอน

4. เสริมสร้างกำลังใจแก่นักเรียนซึ่งจะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.7 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

เดวิดสัน (Davidson. 1990: 4-5) ผู้อำนวยการโครงการโรงเรียนประถมศึกษาที่ตั้งอยู่ ศูนย์วิจัยโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยจอห์นฮอปกินส์ ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้น ตลอดจนได้สร้างความรู้สึกร่วมเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา

2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์นักเรียนภายในกลุ่มไม่มีการแข่งขันกันในการแก้ปัญหา การปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นช่วยให้ให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้มโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้

3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ครูสามารถประมาณเวลาได้ว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลาประมาณเท่าใด และเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ

4. ปัญหาคณิตศาสตร์หลายปัญหามีทางแก้ได้หลายวิธี และนักเรียนสามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้

5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับความจริงที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (Basic Fact) และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื่นเต้นและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา

6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น ซึ่งทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสีย ผู้ที่เรียนโดยการพูดคุย การฟัง การอธิบายและการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่าง ๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้เกิดความสนใจอยากรู้อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเป็นประสบการณ์ที่มีคุณค่า

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 40) กล่าวถึงประโยชน์ของการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างสมาชิก เพราะทุก ๆ คนร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ทุกคนมีส่วนร่วมเท่าเทียมกัน

2. สมาชิกทุกคนมีโอกาสคิด พูด แสดงออก แสดงความคิดเห็น ลงมือกระทำอย่างเท่าเทียมกัน

3. ส่งเสริมให้มีความช่วยเหลือกัน เช่น เด็กเก่งช่วยเด็กที่เรียนไม่เก่ง ทำให้เด็กเก่งภาคภูมิใจ รู้จักสละเวลา ส่วนเด็กที่ไม่เก่งเกิดความซาบซึ้งในน้ำใจของเพื่อนสมาชิกด้วยกัน

4. ร่วมกันคิดทุกคน ทำให้เกิดการระดมความคิด นำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาร่วมกันเพื่อประเมินคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เป็นการส่งเสริมให้ช่วยกันค้นหาข้อมูลและวิเคราะห์การตัดสินใจเลือก

5. ส่งเสริมทักษะทางสังคม เช่น การอยู่ร่วมกันด้วยมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกันเข้าใจกัน และกัน อีกทั้งเสริมทักษะการสื่อสาร ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม สิ่งเหล่านี้ล้วนส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

กรมวิชาการ (2544ข: 41) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า มีประโยชน์ต่อนักเรียน ทั้งในด้านสังคม และวิชาการ ดังนี้

1. สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างสมาชิก เพราะทุก ๆ คนร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ทุก ๆ คนมีส่วนร่วมเท่าเทียมกัน ทำให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียน

2. ส่งเสริมให้สมาชิกทุกคนมีโอกาสคิด พูด แสดงออก แสดงความคิดเห็น ลงมือกระทำอย่างเท่าเทียมกัน

3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เช่น เด็กเก่งช่วยเด็กที่เรียนไม่เก่ง ทำให้เด็กเก่งภาคภูมิใจ รู้จักสละเวลา ส่วนเด็กอ่อนเกิดความซาบซึ้งในน้ำใจของเพื่อนสมาชิกด้วยกัน

4. ทำให้รู้จักรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น การร่วมคิด การระดมความคิด นำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาร่วมกัน เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เป็นการส่งเสริมให้ช่วยกันค้นหาข้อมูลให้มาก คิดวิเคราะห์และเกิดการตัดสินใจ

5. ส่งเสริมทักษะทางสังคม ทำให้ผู้เรียนรู้จักปรับตัวในการอยู่ร่วมกันด้วยมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกันเข้าใจกันและกัน

6. ส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ สิ่งเหล่านี้ล้วนส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

จากประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า

1. การเรียนแบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้สมาชิกทุกคนมีโอกาสคิด พูด แสดงออก แสดงความคิดเห็น ลงมือกระทำอย่างเท่าเทียมกัน

2. ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเป็นประสบการณ์ที่มีคุณค่า สร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างสมาชิก

3. การร่วมมือกันในการทำงานกลุ่ม ทำให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียน และส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ งานวิจัยต่างประเทศ

แรนดอล (Randall. 2003: Online) ได้ศึกษาความแตกต่างในความรู้ความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ โดยครูในโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูในโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกน สหรัฐอเมริกา มีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อศึกษาความแตกต่างของครูโรงเรียนชั้นประถมศึกษา 5 โรงเรียนที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกน สหรัฐอเมริกา 5 โรงเรียน ในด้านความรู้เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือและบทบาทของครูที่เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ 2) เพื่อศึกษาความเข้าใจของครูในการใช้การเรียนแบบร่วมมือและความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มตัวอย่างเป็นครูทั้งหมด 200 คน ประกอบด้วยโดยครูในโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันจำนวน 110 คน และกับครูในโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกนจำนวน 90 คน ผลการศึกษาพบว่าไม่มีความแตกต่างของครูโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกนสหรัฐอเมริกาในด้านความรู้ ความเข้าใจ บทบาทหน้าที่ของครูที่เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ และความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือที่มีความเหมาะสมนั้นครูผู้สอนและผู้บริหารจะต้องมีความเข้าใจในหลักการเรียนอย่างมีส่วนร่วม และสนับสนุนส่งเสริมยุทธศาสตร์การเรียนแบบร่วมมือให้ใช้ในชั้นเรียน ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาเปรียบเทียบผลของการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนที่ไม่เรียนแบบร่วมมือ

จอยซ์ (Joyce. 2004: Online) ได้ศึกษาการใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่ การศึกษานี้ได้ใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือในการสอนพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่โดยผ่านทางแผนการเรียนในวิทยาลัยชุมชน ซึ่งนักศึกษาในแผนการเรียนนั้นมาจากชุมชนที่ต่างกัน และมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่แตกต่างกัน จำนวน 23 คน เรียนในหลักสูตรครึ่งปี การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคม การเสริมแรงด้วยคำพูดเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างวิธีการเรียนให้เกิดการร่วมมือและการร่วมกันแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่าจากการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาซึ่งได้จากแบบสำรวจและแบบสังเกต แสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้

ซัววิกเนีย และโครเนนเบิร์กเกอร์ (Souvignier; & Kronenberger. 2007: 755A) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดการเรียนแบบร่วมมือในระดับประถมศึกษา โดยทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนแบบ Jigsaw, Jigsaw แบบเสริมคำถามและครูแนะนำการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 208 คน 9 ห้องเรียน จาก 3 โรงเรียน ซึ่งแต่ละโรงเรียนจะมี 3 ห้องเรียนที่แต่ละห้องเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ต่างกัน โดยนักเรียนทุกห้องเรียนจะเรียนเรขาคณิต 3 หน่วยการเรียน และดาราศาสตร์ 1 หน่วยการเรียนซึ่ง

แต่ละหน่วยการเรียนรู้จะมี 6 บทเรียน มีการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ผลการทดลองพบว่า ทั้ง 3 วิธีการจัดการเรียนรู้ให้ผลลัพธ์เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นที่น่าพอใจ โดยหน่วยของการเรียนเรขาคณิตให้ผลสัมฤทธิ์ใน 3 วิธีไม่แตกต่างกัน แต่ในหน่วยการเรียนรู้ของดาราศาสตร์นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากจากการจัดการเรียนรู้โดยครูแนะนำการเรียนการสอน

ทาริน และอัครเดนิซ (Tarin; & Akdeniz. 2008: 77) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TAI เทคนิค STAD และการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 จำนวน 7 ห้องเรียนที่ได้มาจากการสุ่ม โดยเทคนิค TAI เทคนิค STAD ใช้นักเรียนทดลองเทคนิคละ 2 ห้องเรียนที่เหลือ 3 ห้องเป็นกลุ่มควบคุม วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ความแปรปรวนร่วมเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการสอนทั้ง 3 วิธี ผลการวิจัยพบว่าหลังการสอนโดยใช้เทคนิค TAI เทคนิค STAD ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยเทคนิค TAI มีค่าเพิ่มขึ้น 1.003 และเทคนิค STAD มีค่าเพิ่มขึ้น 0.40 ซึ่งเมื่อจับคู่เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 3 รูปแบบพบว่าเทคนิค TAI มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเทคนิค STAD และ STAD สูงกว่ากลุ่มควบคุม คะแนนเจตคติทางคณิตศาสตร์ของวิธีการสอนทั้ง 3 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

เชี่ยวชาญ เทพกุล (2545: 84-88) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้แบบ STAD และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอัสสัมชัญธนบุรี เขตบางแค กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 50 คน ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้มีความคิดเห็นในระดับสูงกว่าเห็นด้วยขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคนา ยาหยี (2549: บทคัดย่อ) พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ

เบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้ กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า 1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36 2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรวิรินทร์ ทองย่น (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลองและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือและกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบปกติ ซึ่ง ดำเนินการทดลองโดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Two – group posttest only design กลุ่ม ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอวังปทุมธานี สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาปทุมธานี เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 2 ห้องเรียน เป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน สอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน สอนโดยใช้ การเรียนแบบปกติ ผลการทดลองพบว่า 1.ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการ ทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของใบกิจกรรม พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับดีเยี่ยมตามเกณฑ์การประเมิน ส่วนกลุ่มควบคุมมี คะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับค่อนข้างดีตามเกณฑ์การประเมิน และพิจารณาจากคะแนนแบบฝึกทักษะ พบว่า ในกลุ่มทดลองนั้นมีจำนวนนักเรียนในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ลดลงมากกว่ากลุ่มควบคุมและมี จำนวนนักเรียนในระดับดีมาก และดีเยี่ยมเพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม 2. ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำแนกตาม เกณฑ์การประเมิน พบว่า ในกลุ่มทดลองไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ และจำนวน นักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดีเยี่ยมของกลุ่มทดลองมีมากกว่ากลุ่มควบคุม และในกลุ่มควบคุม นักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำมีจำนวน 4 คน 3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อปรับอิทธิพลของความสามารถด้านเหตุผล

เจริญขวัญ น้าพา (2554: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาแบบร่วมมือ เทียบกับเกณฑ์ และเปรียบเทียบความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษาร่วมมือกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนหนองหานวิทยา จังหวัดอุดรธานี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษาแบบร่วมมือสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษาแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษาแบบร่วมมือ มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นได้ว่าการจัดการเรียนแบบร่วมมือมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และช่วยสนับสนุนให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคมเป็นการสร้างเสริมคุณลักษณะที่ดีแก่นักเรียนทั้งในด้านความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ความสนใจในการเรียนที่เพิ่มขึ้น เห็นคุณค่าในตนเองอีกทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR

2.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหโดยใช้กลวิธี STAR

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR (STAR Strategy Steps) เป็นกลวิธี การสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีกำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ของการแก้ปัญห

นาเจล, ชูเมคเกอร์และเดสเชอร์ (Nagel; Schumaker; & Deshler. 1986: online) ได้กล่าวว่า กลวิธีกำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) คือ การออกแบบเพื่อช่วยพฤติกรรมของนักเรียนดีขึ้นในสถานการณ์ทดสอบ บทบาทของกลวิธีกำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ได้แก่

1. นักเรียนสามารถลงข้อความเอกลักษณ์ของข้อมูลในหนังสือเรียนของเขานั้นคือใจความสำคัญ

2. นักเรียนสามารถตั้งหัวข้อที่เหมาะสมหรือแบ่งประเภทสำหรับแต่ละข้อความของข้อมูล

3. นักเรียนสามารถเลือกกลไกที่ช่วยในการจดจำสำหรับแต่ละข้อความของเรื่อง

4. นักเรียนสามารถจดจำแต่ละข้อความ

กลวิธีนี้เกี่ยวข้องกับทักษะในการจัดองค์ประกอบและอนุญาตให้นักเรียนทำงานด้วยตัวเองเพื่อจดจำข้อมูลที่ต้องการ วิธีการดำเนินการสอน 8 ขั้น มีดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทดสอบก่อนเรียนและบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นการวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณาการสร้างข้อความเพื่อจดจำและทำให้นักถึงข้อมูลเหล่านั้น เพื่อจุดประสงค์การเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 2 อธิบาย โดยให้นักเรียนแบ่งปันการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ให้นักเรียนได้อธิบายสำหรับลักษณะโดยรวมของสถานการณ์ที่ซึ่งใช้กลวิธีในการนำมาใช้ ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ต้องใช้กลวิธีในการนำมาใช้ให้อธิบายถึงประโยชน์ที่นักเรียนได้ความรู้มากขึ้นในการใช้กลวิธีนี้ อธิบายขั้นตอนสำหรับการออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ อธิบายขั้นตอนสำหรับการสร้างและการจดจำข้อความ

ขั้นที่ 3 ยกตัวอย่าง ให้นักเรียนสาธิตการสร้างข้อความอย่างไร ออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ และการจดจำข้อมูลจากข้อความ

ขั้นที่ 4 การระบุตัวอักษร เพื่อความแน่ใจนักเรียนสามารถตรวจสอบด้วยตัวเองตามขั้นตอนกลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 5 การตอบสนองและวิธีปฏิบัติตรวจสอบ สอนนักเรียนถึงการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้างเครื่องช่วยจดจำ และ 4 ใน 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้าง และการจดจำข้อความที่ครอบคลุมเราเรียกว่า การกระตุ้นการตรวจสอบ

ขั้นที่ 6 การตอบสนองและการปฏิบัติตามระดับชั้น-ความเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนของคุณเข้าใจชำนาญในการใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับการทดสอบในชั้นเรียนที่สำคัญ

ขั้นที่ 7 พุดคุยสิ่งที่ประสบความสำเร็จถึงจุดประสงค์และทดสอบหลังเรียน การวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณา การสร้างข้อความเพื่อจดจำ การจดจำและการนี้ถึงข้อมูลในข้อความนั้น การประสบความสำเร็จในจุดประสงค์ของนักเรียนที่ใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับแบบทดสอบในวิชาที่ปฏิบัติได้

ขั้นที่ 8 การลงความเห็น

แมคซินี และเกตนิน (Maccini; & Gagnon. 2011: online) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีที่ใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบถ้อยคำจากตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้น
2. ขั้นตอนของกลวิธีใช้ถ้อยคำที่คุ้นเคย ง่าย สั้นกะทัดรัด ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้
3. ขั้นตอนของกลวิธีเรียงลำดับอย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนก่อนลงมือแก้ปัญหา และนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ได้ เช่น แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างประสบความสำเร็จ
4. ขั้นตอนของกลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา
5. ขั้นตอนของกลวิธีใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองใช้ความสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น ตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่

จากการทำการวิจัยของแมคซินี และฮูส (Maccini and Hughes. 2000: 10-21) ,แมคซินี และราวต์โฮ (Maccini and Ruhl. 2000: 465-489) ซึ่งได้ทดลองโดยใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาค้นพบว่า การจำขั้นตอนแก้ปัญหาโดยใช้ตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นช่วยให้นักเรียนระลึกลำดับขั้นตอนได้จากคำศัพท์ที่รู้จัก คู่คุ้นเคย และช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้

ขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา
- ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา
- ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา
- ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

แมคซินี และ แกตนัน (Maccini and Gagnon. 2011: online) อธิบายว่าขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR จะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบได้ รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

- 1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน
- 1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา ” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”
- 1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาคำเนินการดังนี้

- 2.1 เลือกตัวแปร
- 2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หาน้อยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

ครูสามารถใช้ใบงานที่ประกอบด้วยขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองให้แก้ปัญหาได้ทุกขั้นตอน และช่วยจำขั้นตอนในการแก้ปัญหา

แมคซินี (Maccini) กล่าวว่า กลวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลนั้นต้องช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ข้อมูลต่างๆ ไป และเรียนรู้ข้อมูลที่ต้องจำกัดเวลา นักเรียนมีความคงทนในการเรียนและเรียนรู้ได้ดีขึ้นอยู่กับตัวแปรของการสอน เช่น การทบทวน การใช้ครูเป็นตัวอย่าง การชี้แนะแบบฝึกหัด การทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ให้ผลย้อนกลับและทบทวนเป็นระยะ ๆ ก็จะช่วยให้การใช้กลวิธีในการสอนประสบความสำเร็จการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้ สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว สำหรับสื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) เป็นการใช้เวลา 3 นาทีที่สามารถจับต้องได้ในการแสดงความหมายของโจทย์ปัญหา หาคำตอบได้ สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) เป็นการแสดงความหมายโจทย์ปัญหา โดยการวาดภาพ เขียนแผนภาพ เขียนตาราง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) เป็นการแสดงความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางจำนวน หาน้อยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวช่วยให้นักเรียนเข้าใจเรียนรู้หรืออย่างมีความหมายมากขึ้น

โอ้ส , ชูเมคเกอร์และเดสเชอร์เลอ (Oas; Schumaker; & Deshler 2011: online) ได้เสนอแนะเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาว่า กลวิธีการใช้ตัวอักษรตัวแรกช่วยในการ

จำ ออกแบบมาเพื่อช่วยจำแนกข้อมูลที่สำคัญต่อการเรียน จำแนกรายละเอียด และจดจำรายละเอียด แต่ละชั้นโดยใช้เครื่องช่วยจำคือตัวอักษรตัวแรกของแต่ละชั้น

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี STAR หมายถึง กระบวนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem: S) แยกแยะประเด็นของ ปัญหา ดำเนินการดังนี้

1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน

1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา ” “โจทย์ต้องการ ให้หาอะไร”

1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ ปัญหาดำเนินการดังนี้

2.1 เลือกตัวแปร

2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทาง คณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือน จริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินการหาคำตอบ ที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่ กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีSTAR

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โพลยา (อังคณา อุทัยรัตน์. 2555: 16; อ้างอิงจาก Polya. 1957: 16-17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไรปัญหาคำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะ อยู่ใน รูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียน สาระปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคำตอบด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหายังไง ปัญหาที่ทำให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อน หรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคำตอบจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคำตอบที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดย เริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือ ปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาคำตอบใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคำตอบต้องมองย้อนกลับไปขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาคำตอบและมีวิธีการแก้ปัญหาคำตอบอื่นอีก หรือไม่

ธนเดช เกียรติมงคล (2549: 25) ได้กล่าวว่า การแบ่งขั้นตอนในกระบวนการแก้โจทย์ ปัญหา จะแบ่งออกเป็นกี่ขั้นตอนก็ตามทุกขั้นตอนมีครบรอบขั้นตอน 4 ขั้นตอนของกระบวนการ แก้ปัญหาคำตอบของโพลยาทั้งสิ้น อาจเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่า “กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยา” ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ว่า ปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องออกจากกัน
2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหาคำตอบ ต้องการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทั้งที่จำเป็น สิ่งที่กำหนดให้หาวิธีการแก้ปัญหาคำตอบโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ เหตุผลมาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอ มาในรูปแบบวิธีการ
3. ขั้นดำเนินการตามแผน คิดคำนวณคำตอบที่ถูกต้องตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธี คิดคำนวณที่เหมาะสม
4. การตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาคำตอบ กลับไปวางแผนแก้ปัญหาคำตอบใหม่

แกตตัน และครูเมน (Gagnon; & Krezmien. 2011: online) กล่าวว่าสำหรับการใช้สื่อที่เป็น รูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้น การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสาม ประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียน เรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้

ประสาธ อิศรปริดา (2523: 134-139) ได้กล่าวว่า แนวคิดที่สำคัญของบรูเนอร์เกี่ยวกับหลักสูตรการสอนนั้น อาจสรุปได้ 4 ประการใหญ่ ๆ คือ

1. เกี่ยวกับโครงสร้างความรู้ (Structure of Knowledge) บรูเนอร์เห็นว่าหลักสูตรในโรงเรียนจะต้องมาอยู่ที่การจัดระเบียบหรือการจัดเรียงเนื้อหาหรือโครงสร้างของความรู้ เขาถือว่าการจัดแจงเรียบเรียงเนื้อหาหรือโครงสร้างความรู้เป็นสิ่งที่จำเป็นมากที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้หรือประสบการณ์เดิม กับความรู้หรือประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยผ่านการสอนของครูก็ต้องมาสนใจที่วิธีการซึ่งจะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงโครงสร้างพื้นฐานหรือการจัดแจงเรียบเรียงความรู้ต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปที่มีความสัมพันธ์กัน และให้สอดคล้องกับการพัฒนาการทางสติปัญญาให้มากที่สุด

2. เกี่ยวกับความพร้อม (Readiness) แนวคิดที่สำคัญประการหนึ่งเกี่ยวกับความพร้อม ก็คือ การที่คนเราจะเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นจำเป็นต้องใช้หลักสูตรให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียน ในเรื่องนี้บรูเนอร์ ได้กล่าวว่า เราจะต้องจัดรูปแบบของกิจกรรม ทักษะ และการฝึกหัดให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความเจริญของงานทางสติปัญญาของเด็ก บรูเนอร์ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับคำกล่าวที่ว่า “จะต้องจัดสอนวิชาใดวิชาหนึ่งให้เฉพาะเด็กที่เรียนในชั้นระดับสูงเท่านั้น เพราะวิชานั้นยากเกินความสามารถของเด็กในระดับต่ำ” บรูเนอร์ ได้กล่าวคัดค้านคำกล่าวข้างต้น และได้ยืนยันว่า “พื้นฐานบางอย่างของแต่ละวิชา (สามารถ) จะสอนให้กับเด็กคนใดคนหนึ่งก็ได้ ไม่ว่าจะมียุอยู่ในชั้นใด ๆ ก็ตาม” (The foundations of any subject (can) be taught to anybody at any age in some form) เขาให้เหตุผลในข้อความดังกล่าวไว้ว่า เด็กแต่ละคนมีลักษณะสำคัญประการหนึ่ง คือ จะเกิดความรู้ ความคิดรวบยอดหรือการคิดต่อสิ่งรอบ ๆ ตัว ด้วยการจัดระเบียบโครงสร้างต่าง ๆ ขึ้นมาด้วยตัวเอง ด้วยเหตุนี้ถ้าหากครูได้เข้าใจถึงธรรมชาติของการสร้างความคิดรวบยอดต่อสิ่งรอบ ๆ ตัวของเด็ก ก็ย่อมจะเป็นพื้นฐานสำคัญเบื้องต้นที่ครูจะนำมาใช้ในการเริ่มสอนความรู้ใหม่ ๆ ให้สอดคล้องกับความคิดข้างต้นได้

3. เกี่ยวกับการคิดแบบสัญชาตญาณ (Intuitive) บรูเนอร์ได้ย้ำถึงคุณค่าของการคิดแบบสัญชาตญาณในกระบวนการศึกษา คำว่า การคิดแบบสัญชาตญาณ ตามความหมายของเขาคือ “เป็นเทคนิคการหาเหตุผลของสติปัญญา แต่เป็นเทคนิคที่คิดหลักเกณฑ์ขึ้นมา โดยปราศจากการวิเคราะห์ตามกระบวนการ กฎเกณฑ์หรือสูตรต่าง ๆ ที่คิดขึ้นมาดังกล่าวนั้นอาจจะเป็นข้อสรุปที่สมเหตุสมผลหรือไม่ก็ได้”

4. เกี่ยวกับแรงจูงใจ บรูเนอร์ได้เน้นเกี่ยวกับการจูงใจหรือความต้องการที่จะเรียนของผู้เรียน รวมถึงการที่ผู้สอนจะเร้าให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจ เขาเชื่อว่ากิจกรรมทางการใช้สติปัญญาจะประสบความสำเร็จอย่างเต็มที่ก็ต่อเมื่อผู้เรียนมีความพอใจหรือแรงจูงใจเท่านั้น บรูเนอร์ได้เน้นให้ครูใช้ความพยายามที่จะให้เด็กสนใจต่อการเรียนรู้ให้มากขึ้นด้วยการสร้างแรงจูงใจภายในหรือเปลี่ยนแรงจูงใจภายนอกให้เป็นแรงจูงใจภายในนั่นเอง

การเรียนรู้ในธรรมชาติของบรูเนอร์ โดยบรูเนอร์เชื่อว่า วิธีที่บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในสิ่งใดสิ่งหนึ่งมีอยู่ 3 วิธีด้วยกัน คือ

1. โดยการกระทำสิ่งนั้น (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Enactive Stage)
2. โดยการรับรู้ภาพและจินตนาการ (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Iconic Stage)
3. โดยการใช้ความหมายทางสัญลักษณ์ เช่น ภาษา (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Symbolic Stage)

นอกจากนี้บรูเนอร์ยังถือว่าการเรียนรู้ของบุคคลจะมีประสิทธิภาพเพียงใด ย่อมขึ้นอยู่กับกิจกรรมทางสมอง ในแง่ที่จะสามารถสร้างสัจกับในสิ่งที่เรียนรู้ได้เพียงใด หรือเขามีความสามารถที่จะจัดเข้าพวก หรือจัดประเภทของสิ่งของ (Conceptualizing or Categorizing) ได้เพียงใด บรูเนอร์กล่าวว่าแต่ละคนมีความสามารถต่างกันในการที่จะจัดสิ่งของต่างๆ เข้าพวก หรือแยกแยะสิ่งต่างๆ ออกจากกัน เช่น สามารถรวมสีต่างๆ เข้าเป็นอันเดียวกันเรียกว่า “สี” หรือแยกคนออกเป็นชั้นสังคม บุคลิกภาพที่คล้ายกัน การนับถือศาสนา เชื้อชาติ อายุ ฯลฯ ถ้าเราไม่มีความสามารถที่จะจัดสิ่งต่างๆ เข้าพวกแล้ว คนเราก็ไม่อาจคิด หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นได้

การจัดเข้าพวกตามความคิดของบรูเนอร์นั้นมีอยู่ 2 ประเภท คือ

1. ประเภทเหมือนกัน (Identity Category) นั้น คือ การจัดของอย่างเดียวกันแต่มีขนาดหรือลักษณะต่างๆ กันเข้าเป็นพวกเดียวกัน

2. ประเภทแทนกันหรือเท่ากัน (Equivalence Category) นั้น เป็นการจัดประเภทสิ่งของต่างชนิดกัน แต่มีความเกี่ยวพันซึ่งกันและกัน เข้าเป็นพวกเดียวกัน การจัดประเภทของสิ่งของโดยวิธีนี้ แยกย่อยออกได้เป็น 5 วิธี คือ

- 2.1 การจัดประเภทโดยอาศัยการรับรู้ที่พบเห็นจริงในขณะนั้น (Perceptual Equivalence Category) โดยพิจารณาจากขนาด สี รูปร่าง หรือตำแหน่งที่อยู่ ฯลฯ

- 2.2 การจัดประเภทโดยพิจารณาตามหน้าที่ (Functional Equivalence Category) คือ สิ่งที่มีหน้าที่คล้ายๆ กัน ก็จัดเป็นพวกเดียวกัน สำหรับพิจารณาตามหน้าที่นี้ยังแยกย่อยออกได้เป็น 2 แบบ คือ

- 2.2.1 การจัดประเภทโดยคำนึงถึงหน้าที่ที่เกิดจากภายในสิ่งนั้นๆ (Intrinsic Functional) เช่น กลุ่มที่ทำให้เกิดเสียง กลุ่มที่ทำให้เกิดแสง ฯลฯ

- 2.2.2 การจัดประเภทโดยคำนึงถึงหน้าที่ ที่ถูกกำหนดจากภายนอก ซึ่งเป็น การกำหนดหน้าที่ตามอำเภอใจ (Arbitrary Functional) เช่น กลุ่มที่เราใช้สำหรับขว้าง กลุ่มที่ใช้สำหรับแทง ฯลฯ

3. การจัดประเภทโดยคำนึงถึงการกระตุ้นอารมณ์ (Affective Equivalence Categories) เช่น กลุ่มที่เราชอบ กลุ่มที่เราไม่ชอบ หรือกลุ่มที่มีคุณค่า ฯลฯ

4. การจัดประเภทโดยคำนึงถึงชื่อของสิ่งๆ นั้นเป็นหลัก (Nominal Equivalence Categories) เช่น กลุ่มผลมะม่วงกับกลุ่มผลไม้อื่นๆ ที่ไม่ใช่มะม่วง ฯลฯ

5. การจัดประเภทโดยบอกเพียงว่าสิ่งนี้กับสิ่งนั้นเป็นพวกเดียวกัน หรือไม่ใช่พวกเดียวกัน โดยไม่อธิบายเหตุผลที่เป็นพื้นฐานในการแบ่งกลุ่มนั้นๆ (Fiat Equivalence Categories)

กระบวนการเรียนรู้ตามทฤษฎีของบรูเนอร์นั้นจะเป็นการผสมผสานกระบวนการต่างๆ 3 กระบวนการต่อไปนี้เข้าด้วยกัน ซึ่งทั้ง 3 กระบวนการนี้อาจเกิดขึ้นเรียงตามลำดับดังต่อไปนี้ คือ

1. ขั้นค้นหาความรู้ (Acquisition) เป็นกระบวนการของการรวบรวมความรู้ใหม่ๆ เข้าแทนที่ความรู้เก่าหรือเป็นการจัดระเบียบโครงสร้างของความรู้ที่ได้รับมาให้เป็นระเบียบมากขึ้น

2. ขั้นดัดแปลงความรู้ (Transformation) เป็นกระบวนการเปลี่ยนแปลงข่าวสารความรู้ที่ได้รับมานั้นให้เกิดประโยชน์ต่อประสบการณ์หรือสถานการณ์ใหม่ๆ หรือเกิดแนวคิดใหม่ๆ ที่จะจัดระเบียบโครงสร้างของข่าวสารความรู้เดิม เพื่อให้สัมพันธ์หรือต่อเนื่องกับสถานการณ์หรือความรู้ใหม่

3. ขั้นประเมินความรู้ (Evaluation) เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกับข้อ 2 โดยผู้เรียนจะประเมินว่าสิ่งที่แปลงเปลี่ยนแปลง (Transformation) ไปนั้น เป็นสิ่งที่ดีหรือไม่ดีหรือทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ก้าวหน้าขึ้นหรือไม่เพียงใด เป็นต้น

หลักสำคัญที่ควรคำนึงในการสอนตามแนวคิดของบรูเนอร์ อาจสรุปได้ 4 ประการใหญ่ๆ คือ

1. ครูจะต้องยอมรับว่าในการสอนจะต้องมีวิธีการจูงใจผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรูสึกที่อยากเรียนหรือพอใจที่จะเรียนในสถานการณ์นั้นๆ

2. ครูจะต้องพยายามจัดระเบียบรูปร่างหรือโครงสร้างของเนื้อหาวิชาให้เป็นระเบียบให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน เพื่อจะให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะประเภท หรือเกิดความคิดรวบยอดได้ดีที่สุด

3. กิจกรรมการเรียนการสอนควรจะให้สอดคล้องกับหลักพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก เด็กเล็กๆ ควรจะได้รับการสอนในสิ่งที่เป็นรูปธรรม ต่อมาจึงค่อยๆ ขยายความคิดรวบยอดนั้นให้เกี่ยวกับนามธรรมมากขึ้น

4. ควรจะมีการเสริมแรง (Reinforcement) ในขณะที่สอน เพราะการเสริมแรงจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และการเรียนรู้ของผู้เรียน

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 34) การนำทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ไปประยุกต์ใช้ทฤษฎีนี้ให้แนวคิดว่าคนเราจะเรียนรู้ได้ดี หากสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายและถูกจัดให้มีโครงสร้างที่เหมาะสม ผู้สอนจึงอาจช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้นโดย

1. ผู้สอนควรใช้คำถามหลาย ๆ ประเภทในการทดสอบ และในการทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว เพื่อจะได้ลดทอนการเรียนรู้โดยอาศัยความจำลง

2. ก่อนหน้าที่จะสอนบทเรียนใหม่จำเป็นที่ผู้สอนต้องทราบถึงสิ่งที่ผู้เรียนมีติดตัวมาก่อน เพราะผู้เรียนจะเชื่อมโยงทั้งสองสิ่งเข้าด้วยกัน

3. ให้นักเรียนโดยทำงานนั้น ต้องให้ผู้เรียนได้เรียบเรียงลำดับความคิด และข้อมูลข่าวสารในการทำ เช่น การเขียนเค้าโครงเรียงความ การตอบคำถามที่มีลักษณะของการบรรยาย โดยผู้สอนจะตรวจสอบลำดับการจัดเรียงความคิดและข้อมูลอธิบายหรือแก้ไขให้ผู้เรียนเข้าใจชัดเจน
4. สำหรับการเรียนรู้ที่ค่อนข้างซับซ้อนเป็นนามธรรม และผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน ผู้สอนควรใช้การเรียบเรียงแบบก้าวหน้าเข้าช่วยซึ่งเป็นการจัดระบบสิ่งที่จะเรียนไว้ล่วงหน้า และเรียงตามมโนทัศน์ที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจ
5. เตรียมแผนการเรียนการสอนตลอดหน่วยหรือรายวิชาเพื่อสะดวกในการเชื่อมโยงสิ่งที่จะต้องสอนในช่วงต่าง ๆ เข้าด้วยกัน
6. ให้ผู้เรียนได้แสดงการเรียนรู้ของตนออกมาด้วยภาษาถ้อยคำ และภาษาท่าทาง
7. กระตุ้นผู้เรียนให้รู้จักจัดจำแนกประเภทสิ่งที่เรียนให้อยู่ในกลุ่ม ทั้งสิ่งที่คล้ายกันและต่างกัน

อัมพร ม้าคอง (2547: 9-10) กล่าวว่า แนวคิดของบรูเนอร์ที่นับว่ามีประโยชน์มากต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ คือ แนวคิดที่กล่าวว่ามนุษย์สามารถคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ได้ใน 3 ชั้น คือ ชั้นการกระทำ (Enactive mode) ชั้นจินตนาการ (Iconic mode) และชั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ซึ่งแนวคิดนี้ถูกแปลความหมายและนำไปใช้อย่างกว้างขวางในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นการกระทำ (Enactive mode) กิจกรรมคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับการให้เด็กได้รับประสบการณ์ตรงจากการสัมผัสกับสื่อและวัตถุจริง ในขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ครูอาจใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง เช่น ฟิล์ม รูปภาพ แผนภาพ ที่นักเรียนสามารถมองเห็นด้วยตา สำหรับในขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) เป็นระดับที่ผู้เรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมแทนสิ่งที่เป็นวัตถุจริง จะเห็นว่าแนวคิดของการเรียนรู้ 3 ระดับนั้นเหมาะสมกับการนำไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม แต่ต้องการให้เด็กเข้าใจความหมายและที่มาของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่าง ของการสอนในทางคณิตศาสตร์ เช่น ต้องการให้นักเรียนทราบว่า $6 \div 3 = 2$ ในขั้นแรก อาจใช้ทอฟฟี่ 6 เม็ด จัดเป็น 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Enactive จากนั้น ให้นักเรียนเขียนหรือวาดเป็นภาพของทอฟฟี่ 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Iconic และในขั้นสุดท้ายคือ Symbolic นักเรียนควรต้องเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $6 \div 3 = 2$ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจสัญลักษณ์ว่าหมายถึง การแบ่งของ 6 ชิ้น ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละ 2 ชิ้น อย่างไรก็ตามบรูเนอร์เห็นว่า ความพร้อมที่จะเรียนขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งสอดคล้องกับงานของเพียเจต์ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่สุดของการสอนมโนทัศน์พื้นฐานคือการช่วยเหลือให้เด็กสามารถพัฒนาจากการคิดเชิงรูปธรรมไปสู่การคิดที่ต้องใช้ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์มากขึ้น บรูเนอร์จึงเสนอแนะว่าความพร้อมขึ้นอยู่กับการผสมผสานของวิธีเรียนรู้ทั้ง 3 ชั้นมากกว่าการรอคอยให้เด็กพัฒนาความสามารถที่จะเรียนได้เอง

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 36) ได้กล่าวว่า ในการวิจัยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในขั้นที่ 2 การ

แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงแสดงความหมายของโจทย์สอดคล้องกับขั้นตอนการกระทำ (Enactive mode) ของขั้นตอนการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ การใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมายสอดคล้องกับขั้นตอนจินตนาการ (Iconic mode) ของขั้นตอนการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ และการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิตสอดคล้องกับขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ของขั้นตอนการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า กลวิธี STAR เป็นกระบวนการที่เป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) สอดคล้องกับขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a plan) สอดคล้องกับขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาคำดำเนินการ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) สอดคล้องกับขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) สอดคล้องกับขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

แมคซินี และแกตั้น (Maccini; & Gagnon. 2011: online) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR มีดังนี้

1. ก่อนเริ่มบทเรียน ครูควรทดสอบก่อนเรียนเพื่อดูความรู้และทักษะพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนของนักเรียน
2. ครูแนะนำกลวิธี STAR ที่นำมาใช้ในการสอน และขั้นตอนในแต่ละขั้นตอนของกลวิธีนี้เพื่อช่วยนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. นักเรียนควรจำขั้นตอนของกลวิธี STAR เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้และสามารถใช้ได้อย่างถูกต้อง

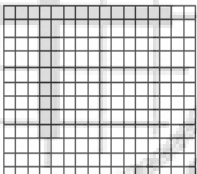
การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ครูจะเป็นตัวแบบที่ดีในการใช้กลวิธีแก้ปัญหา บทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหา ได้แสดงไว้ในตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน

ขั้นตอน	พฤติกรรมของครู
ขั้นที่ 1 บทนำ	ครูให้คำแนะนำสิ่งที่เป็นภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้ว ให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน โดยอาจเชื่อมโยงกับบทบาทในชีวิตจริง
ขั้นที่ 2 ให้ครูเป็นแบบอย่างในการใช้กลวิธี	เริ่มต้นปัญหาโดยครูใช้การคิดออกเสียงเพื่อเป็นตัวอย่างสำหรับนักเรียน เช่น อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียงแล้วตรวจสอบทำเครื่องหมายตามลำดับขั้นในใบงานตามกลวิธี STAR ดังนี้ S : ศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ A : หาคำตอบของ R : ทบทวนคำตอบ
ขั้นที่ 3 ให้แบบฝึกหัดที่มีการแนะนำ	ครูให้แบบฝึกหัดเป็นใบงานที่การแนะนำตามขั้นตอนแล้วให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกกลวิธี โดยลดบทบาทครูจนกระทั่งนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง
ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดอย่างอิสระ	ครูให้แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง
ขั้นที่ 5 ให้ผลย้อนกลับทางบวกและถูกต้อง	ให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ เป็นต้น ให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาดอาจจะสอนใหม่ถ้าจำเป็น แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียนสุดท้ายให้ผลย้อนกลับทางบวก
ขั้นที่ 6 ประยุกต์ปัญหาใช้กับชีวิตจริง	ให้คำถามที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์แก้ปัญหาในชีวิตจริง ทบทวนบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดความคงทน

มิลเลอร์ (Maccini; & Gagnon. 2011: online; citing Miller. 1996: 313-367) ได้ยกตัวอย่างใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

ตาราง 2 ใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

Matt กำลังจะซื้อพรมไปติดพื้นทั้งหมดของห้องนอนเขา พื้นห้องนอนของเขามีขนาด 12 ฟุต และ 16 ฟุต ถ้าเขามีเงิน 40\$ เขามีเงินพอที่จะซื้อพรมในราคา 2\$ ต่อตารางวาได้หรือไม่?	
คำถามในแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (/) ลงในช่องว่างเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว
<p><i>S</i> : ศึกษาโจทย์ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน - ถามคำถามกับตัวเองว่า "รู้อะไรบ้าง" "ต้องการหาอะไร" - เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ 	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>พื้นห้องนอน Matt มีขนาด 12 x 16 ฟุต, มีเงินอยู่ 40\$, พรมมีราคา 2\$ ต่อตารางวา</p> <p>อันดับแรกเราต้องรู้ว่าพื้นห้องนอนมีพื้นที่เท่าไร?</p>
<p><i>T</i> : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรืออสมการทางคณิตศาสตร์</p>	<p>พื้นที่ของห้องนอน Matt คือ $12 \times 16 = 192$ ตารางฟุต</p> 
<p><i>A</i> : หาคำตอบของโจทย์ปัญหา</p>	<p>เรารู้ว่า 3 ฟุต = 1 วา และ 9 ตารางฟุต = 1 ตารางวาดังนั้น เราจะหาพื้นที่ของพื้นห้องนอน Matt จากหน่วยตารางฟุตเป็นตารางวา จะได้</p> $192 \div 9 \approx 21.3$ ตารางวา <p>พรม 2\$ ต่อตารางวา</p> <p>ดังนั้น เราจะต้องจ่ายไป $2 \times 21.3 = 42.60$ \$ Matt มีเงินไม่พอที่จะซื้อได้</p>
<p><i>R</i> : ทบทวนคำตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - อ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้ง - ถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ - ตรวจสอบคำตอบ 	<p>เราสามารถตรวจคำตอบโดยที่เราทราบว่า Matt ยังขาดเงินอีก 2.60\$ ถึงจะทำให้เขาซื้อพรมมาติดในห้องนอนเขาได้</p>

ให้ข้อควรพิจารณาในการใช้กลวิธีการสอนในชั้นเรียนดังนี้

1. เรียนรู้บุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคนทั้งพฤติกรรมและพื้นฐานด้านความรู้การ
สอนโดยการใช้กลวิธีควรตระหนักถึงบุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคน เช่น บางคนอาจจะชอบ
เขียนเส้นเน้นข้อความในขณะที่อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียง ขณะที่บางคนอาจจะชอบอ่านโจทย์ปัญหา
ในใจหรืออ่านเบา ๆ ครูต้องทราบว่าพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคนที่แตกต่างกันเป็นอย่างไร แต่สิ่ง
สำคัญคือ ครูต้องกระตุ้นนักเรียนให้ทำโจทย์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จเพื่อสร้างแรงจูงใจในการ
เรียนและทำโจทย์ครั้งต่อไป

2. กระตุ้นการใช้กลวิธีเป็นรายบุคคล ควรกระตุ้นให้นักเรียนกล้าที่จะใช้กลวิธีในการหา
คำตอบ ทำตามขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

3. ประยุกต์การใช้งานทั่ว ๆ ไป เช่น ให้โจทย์ที่มีโครงสร้างเหมือนเดิมแต่มีเรื่องราว
แตกต่างออกไป หรือให้โจทย์ที่มีความซับซ้อนไปจากโจทย์ที่แก้ไขในการสอน เพื่อกระตุ้นให้
นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนและสามารถประยุกต์ใช้กลวิธีในโจทย์ทั่ว ๆ ไปได้

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 39-40) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหาในขั้นนี้
ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริง
อะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะที่
แนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จาก
โจทย์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ
ในแบบรูปภาพหรือ สมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ
แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้
อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็น
นามธรรม (Abstract application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภท
ดังกล่าว ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับ
โจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนในการฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียน
สามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้
ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่” จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวกโดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุป ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

- 1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน
- 1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”
- 1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาคำเนินการดังนี้

- 2.1 เลือกตัวแปร
- 2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
- 2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) ดำเนินการดังนี้

- 4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง
- 4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”
- 4.3 ตรวจสอบคำตอบ

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR

งานวิจัยต่างประเทศ

แมคซินี และฮูส (Maccini; & Hughes. 2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 10 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จำนวน 6 คน จากนักเรียนจำนวน 170 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้น ในแต่ละลำดับการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ 2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้อง และ 6) ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคืบหน้าในการเรียน ปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

แมคซินี และราวดีโอ (Maccini; & Ruhl. 2000: 465-489) ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมสื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมหรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนมีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูง และทักษะการแก้ปัญหาที่มีความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์จำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 คนผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 คนมีประสิทธิภาพสูงขึ้นและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคืบหน้าของความสามารถในการหาคำตอบของปัญหา พบว่า นักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ 1 สัปดาห์ ต่อมาทำการทดสอบความคืบหน้าของความสามารถในการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

บัตเลอร์ และคณะ (Butler; & et al. 2003: 99) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมสื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมหรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ และใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมหรือที่เรียกโดยใช้อักษร RA ตามลำดับ กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนอายุระหว่าง 11 - 15 ปี จำนวน 50 คนแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA จำนวน 26 คนและกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA จำนวน 24 คน กลุ่ม

ทดลองทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเนื้อหาเรื่อง เศษส่วน ทั้งหมด 10 บท โดยทั้งสองกลุ่มมีการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันในเนื้อหาบทที่ 1 - 3 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงในการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA ใช้การวาดรูปภาพในการแสดงความหมาย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทำคะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คอนแนว (Konold. 2005: 2949-A) ได้ศึกษาการแก้สมการพีชคณิตและแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน จำนวน 169 คน อายุ 11 - 19 ปี ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียน จำนวน 61 คน และนักเรียนปกติ 108 คน การทดลองแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาพีชคณิตทั้งหมด 11 บท โดยแบบฝึกหัดที่ใช้เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า เมื่อเปรียบเทียบคะแนนโดยใช้การทดสอบก่อนเรียน หลังเรียน และทดสอบความคงทนในการเรียนนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และการสอนแบบปกติช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นเช่นเดียวกัน นอกจากนี้ งานวิจัยยังพบว่า ทั้งเด็กปกติและเด็กพิเศษสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหาพีชคณิตได้ ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ว่า การใช้ CSA และกลวิธี STAR ช่วยให้เกิดสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และนักเรียนสามารถแสดงความหมายและหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่า เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 3 - 10 สัปดาห์ การใช้ CSA และกลวิธี STAR ช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนยังคงสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

งานวิจัยในประเทศ

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 86 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR จำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนปกติ จำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ธนะชาติ ถนอมกุลบุตร (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง“การแปรผกผัน” โดยการใช้กลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบางบัวทอง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านการศึกษาโจทย์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ ด้านการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และด้านการทบทวนคำตอบโดยเฉลี่ยทั้งหมดอยู่ในเกณฑ์ดี นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่ามีความเหมาะสม

ปาจริย์ เยาดำ (2552: บทคัดย่อ) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยการใช้กลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวัสดิ์รัตนากิมุข ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งสี่ด้าน คือ ด้านการศึกษาโจทย์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ ด้านการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และด้านการทบทวนคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60%อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่ามีความเหมาะสม

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศสรุปได้ว่า การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ร่วมกับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ช่วยส่งผลให้ นักเรียนมีความคงทนในการเรียน มีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งสี่ด้าน คือ ด้านการศึกษาโจทย์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ ด้านการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และด้านการทบทวนคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อิกแซงก์และเซฟฟิลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992: 37) กล่าวว่า “ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งงวย ปัญหาควรจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบโดยทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้”

ปรีชา เนาะเย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และอุปกรณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สิริพร ทิพย์คง (2544: 9-10) ได้กล่าวว่า ปัญหาประกอบด้วยสิ่งสำคัญ 3 ประการ คือ ความต้องการที่จะค้นหาคำตอบ ตอบคำถามของปัญหานั้นทันทีทันใดไม่ได้ และต้องใช้ความพยายามอย่างสม่ำเสมอจึงจะแก้ปัญหาได้

ศรีวรินทร์ ทองย่น (2552: 25) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์ที่เหมาะสมหลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อสงสัยหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบโดยทันที ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์ที่เหมาะสมหลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกัน รวมถึงใช้ความพยายามอย่างสม่ำเสมอจึงจะแก้ปัญหาได้

สำหรับความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

โพลยา (Polya. 1980 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

บรังคา (ชัชรินทร์ สุสำเนา . 2547:6; อ้างอิงจาก Branca. 1980: 3-8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) สิ่งที่สำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่างๆ กระบวนการแก้ปัญหานี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) เมื่อการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรรู้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องรู้ การเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการเหล่านั้น

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1996: 3) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหว่าเป็นวิธีการเฉพาะของแต่ละคนที่จะใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่สะสมมาก่อนเพื่อนำมาสนองความต้องการของสถานการณ์ที่แตกต่าง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 52) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ ชิ้นงานที่ทำโดยยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ในการหาคำตอบนักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่เหล่านั้นเพื่อนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนบ่อย ๆ เพื่อที่จะพัฒนาและทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายในการหาคำตอบเพียงอย่างเดียวแต่ขึ้นอยู่กับวิธีการของการกระทำที่ได้มาของคำตอบ นักเรียนจะต้องหาโอกาส ฝึกฝนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วยซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการแก้ปัญหสำหรับนักเรียนอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. สร้างองค์ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากปัญหาต่าง ๆ
2. การแก้ปัญหานั้นได้บังเกิดขึ้นในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ
3. ประยุกต์และดัดแปลงยุทธวิธีอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา
4. ความคุมและพิจารณาบนกระบวนการการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ดอสเชย์ และคนอื่น ๆ (Dossey and others. 2002: 72) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ กระบวนการโดยให้ตอบคำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อ สำหรับบุคคลหนึ่งอาจเป็นเรื่องปกติและการคำนวณที่คล่องแคล่วสำหรับอีกบุคคลหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้ในการสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ ๆ หรือที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และการได้มาซึ่งความรู้ใหม่ที่เป็นไปได้

เกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ กระบวนการนี้อาจจะยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการต้องการสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้และสามารถพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2541: 103) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง การคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างพินิจพิเคราะห์ถึงสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นประเด็นสำคัญของเรื่องราวที่สร้างความชำนาญ ความยุ่งยากสับสน ความวิตกกังวล และหาหนทางขจัดปัดเป่าสิ่งที่เป็นปัญหาให้หมดไปอย่างมีขั้นตอน

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 103) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ด้วยปัญหาทางคณิตศาสตร์มีมากมายหลายชนิด เช่น ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือ ปัญหาที่พบในหนังสือทั่วไป ปัญหาให้ค้นหา ปัญหาให้พิสูจน์

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: 32) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการทางสมองอย่างหนึ่ง ที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์ต่าง ๆ ประมวลเข้ากับส่วนประกอบของสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในปัจจุบัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการหรือบรรลุมุ่งหมายเฉพาะอย่าง

สิริพร ทิพย์คง (2545: 112) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหจะต้องมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็นเสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และทดสอบการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป การแก้ปัญหที่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 19) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้

ศรีวรินทร์ ทองย่น (2552: 26) กล่าวว่า การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหจะต้องนำความรู้ ทักษะ และหลักการต่าง ๆ มาใช้ในการหาคำตอบในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด

วาสนา กิมเท็ง (2553 : 42) กล่าวว่า การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่าง ๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหา ตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่าง ๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่ง

กระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำความรู้ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้

3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1985: 123-127) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

เรย์ ชุยดัม และ ลินด์ควิสท์ (Reys, Suysdam and Lindquist. 1992: 29) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหารoutine (Routine Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา
2. ปัญหาแปลกใหม่ (Non routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามustต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards; & Bitter. 1993: 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบ ลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ
2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี
3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 260-261) แบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา อาจเคยพบด้วยตนเองมาก่อน และการหาคำตอบที่จะมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง
2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความสามารถ หลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญห วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบ ก็อาจจะมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ปรีชา เหนวีเย็นผล (2537: 62-63) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ทำให้สามารถ แบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

- 1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือ ให้หาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

- 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญห และ ความซับซ้อนของ ปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

- 2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามี ความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญห

- 2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวล ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญห

ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล (2539: 126) กล่าวว่า ประเภทของปัญหา แบ่งเป็นดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจาก จุดประสงค์ แบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

- 1.1 ปัญหาให้ค้นหา

- 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์

ส่วนสำคัญของปัญหาให้ค้นหา ประกอบด้วยสิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์ อยู่ในรูป ตัว p แล้ว q คือสิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน (p) และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป (q)

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากผู้แก้ปัญห และโครงสร้างของปัญหา แบ่งเป็น

- 2.1 ปัญหาธรรมดาคือปัญหาที่คุ้นเคยหรือปัญหาที่นำมาเป็นแบบฝึกหัด

- 2.2 ปัญหาที่ไม่ธรรมดา คือ ปัญหาที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ ตลอดจนความสามารถมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้คำตอบ

ดวงเดือน อ่อนน่วม และคณะ (2547: 46-47) กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาทาง คณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ปัญหาที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อ

พัฒนาความรู้ความเข้าใจและความสามารถทางคณิตศาสตร์ และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจว่าควรเลือกสินค้าใดจึงจะเป็นผู้ฉลาดซื้อ ปัญหาลักษณะนี้เป็นการสร้างความตระหนักในการซื้อของผู้ใช้ เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ณัฐยานันท์ สงคราม (2547: 10) กล่าวว่า ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ โจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหานั้น ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหานั้นไม่คุ้นเคยต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ รวมไปถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานั้น

พีไลพร แซ่มซ้อย (2552: 14) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ปัญหาที่พบในบทเรียน หนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบ หรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้น เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้น ๆ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

วาสนา กิมเท็ง (2553: 44-45) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ใช้ความรู้ความจำ ความเข้าใจในการแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้น
2. ปัญหาไม่ธรรมดา คือ ปัญหาที่มีความซับซ้อน ผู้แก้จะต้องบูรณาการความรู้หลาย ๆ อย่างเข้าด้วยกันในการหาวิธีแก้ปัญหานั้น วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ และคำตอบก็อาจจะมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้น และปัญหาไม่ธรรมดาเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหานั้นต้องประมวลผลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ และคำตอบก็อาจจะมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

3.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1957: 225) ได้กล่าวถึง สิ่งที่มีสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบและกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

ไคลด์ (Clyde. 1967: 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหานั้นได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน

3. สถิติปัญญา

ออสซูเบล (Ausubel. 1968: 538) ได้กล่าวไว้ว่า “ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้ องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สถิติปัญญาและองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ”

สเตอร์นเบิร์ก (Sternberg. 1986: 41-78) ได้กล่าวถึงกระบวนการประมวลผลข้อมูลอย่าง สมบูรณ์แบบ (Executive Information Processing) ซึ่งมีความสำคัญต่อการพัฒนาสติปัญญาในการ วางแผน การตรวจสอบ และการประเมินการแก้ปัญหา ตลอดจนการปฏิบัติที่เรียกว่า Metacomponents วิธีการนี้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี โดยสเตอร์นเบิร์ก เสนอแนะไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนิยามธรรมชาติของปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ จากนั้น เป็นการตั้งเป้าหมาย และนิยามปัญหา เพื่อที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้

2. การเลือกองค์ประกอบ หรือขั้นตอนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการกำหนด ขั้นตอนให้แต่ละขั้นตอนมีขนาดที่เหมาะสม ไม่กว้างเกินไป หรือไม่แคบเกินไป ขั้นแรกควรเป็น ขั้นตอนที่ย่างไว้ก่อน เพื่อเป็นการเริ่มต้นที่ดี ก่อนที่จะกำหนดขั้นตอนต่อไป ควรจะพิจารณา รายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้ถี่ถ้วนก่อน

3. การเลือกยุทธวิธีในการจัดลำดับองค์ประกอบในการแก้ปัญหา ต้องแน่ใจว่า การ เรียงลำดับขั้นตอนเป็นไปตามลักษณะธรรมชาติ หรือหลักเหตุผลที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ

4. การเลือกตัวแทนทางความคิดเกี่ยวกับข้อมูลของปัญหา ซึ่งต้องทราบรูปแบบ ความสามารถของตน ใช้ตัวแทนทางความคิดในรูปแบบต่างๆ จากความสามารถที่มีอยู่ ตลอดจน การใช้ตัวแทนจากภายนอกมาเพิ่มเติม

5. การกำหนดแหล่งข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ จะต้องมีการทุ่มเทเวลาให้กับ การวางแผนอย่างรอบคอบ ใช้ความรู้ที่มีอยู่อย่างเต็มที่ในการวางแผน และการกำหนดแหล่งข้อมูลที่จะ นำมาใช้ประโยชน์ มีความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนแปลงแผนและแหล่งข้อมูล เพื่อให้สอดคล้องกับ สภาพการณ์ในการแก้ปัญหา และแสวงหาแหล่งข้อมูลที่เป็นประโยชน์แหล่งใหม่ๆ อยู่เสมอ

6. การตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา ว่าเป็นวิธีการที่นำไปสู่เป้าหมายที่วางไว้หรือไม่

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1987: 45-46) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่างๆ ได้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วยการบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบาย ปัญหาการทบทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ไม่มีอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูล ไตมาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิ หรือตาราง

3. การเลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบ การทำงานย้อนกลับการคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผนการใช้ทักษะ การคำนวณ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า...แล้ว (if ...then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1997: 30 - 32) ได้กล่าวว่างค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 81-82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อ

ความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง การทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยอีกประการหนึ่งซึ่งช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรค

ตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพ หรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลองการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำบ่อย จนเกิดความชำนาญ มีประสบการณ์ในการเลือกกลวิธีต่างๆ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา ผู้แก้ปัญหามีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ไม่ประสบผลสำเร็จ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะพื้นฐานในการบวก ลบ คูณ และหารสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ เนื่องจากโจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาก็ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะได้หาคำตอบ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้น โดยผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาลดลงจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สุวร กาญจนมยุร (2542: 3-4) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่างๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ เป็นขั้นต้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดได้ด้วยตนเอง

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้นๆ รัดกุมและมีความชัดเจนตามโจทย์

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความและฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

นักรุยาน์ สงคราม (2547: 12) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประการ คือองค์ประกอบเกี่ยวกับผู้แก้ปัญหาก็เกี่ยวกับความสามารถศึกษาปัญหาแล้วตีความปัญหา แปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุป ส่วนประกอบที่สองเป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมมีบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 27) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบในการแก้ปัญหที่สำคัญที่จะต้องสร้างให้เกิดในตัวของผู้แก้ปัญหประกอบด้วย สติปัญญาของผู้แก้ปัญห ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา แรงขับภายในตัวผู้เรียนและความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งเป็นปัจจัยที่จำเป็นที่ทำให้แก้โจทย์ได้สำเร็จ

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 24) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าต้องมีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา มีพื้นฐานทางด้านทักษะการอ่านการเขียน การคำนวณ การพิสูจน์ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดี อีกทั้งต้องมีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุปอีกด้วย

วาสนา กิมเท็ง (2553: 47) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประการ คือ

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับผู้แก้ปัญหาก็เกี่ยวกับความสามารถในการศึกษาปัญหาแล้วตีความปัญหา แปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่ง จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุปในการแก้ปัญห

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม มีบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญห

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประการ คือ

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหเอง ซึ่งประกอบด้วย วุฒิภาวะและประสบการณ์ ความสามารถในการอ่าน และสติปัญญาของตัวผู้แก้ปัญห
2. ความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

3.4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya.1957: 16-17) ได้จัดขั้นตอนการแก้ปัญหไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลักลั่นหรือขัดแย้งควรใช้การวาดรูปและแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็น ส่วนๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นที่เชื่อมหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ก็อาศัยหลักการวางแผนการแก้ปัญหาดังนี้

1. เป็นปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่
2. รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
3. พิจารณาสິ่ที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกันและพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่
4. ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ ในขั้นตอนการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้องเหมาะสมแล้วอาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการ แล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

เบลล์ (Bell, 1978: 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ หรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ครูลิก และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และนึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน วิเคราะห์ปัญหา ซึ่งปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว่ไขว่ได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกรายละเอียดและมองเห็นวิธีการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

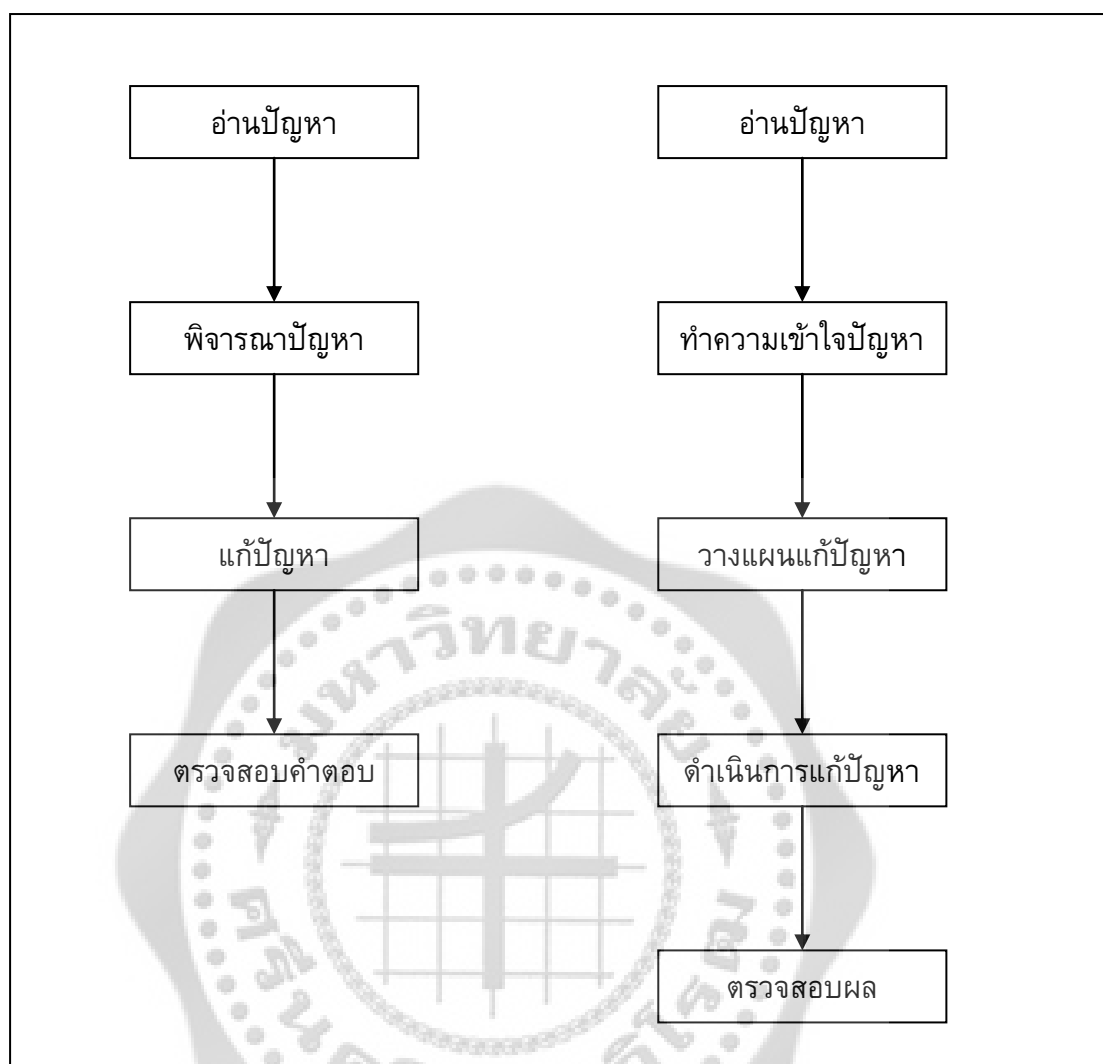
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่ง ปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition) การทำย้อนกลับ (Working Backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction/Expansion) การแจกแจงกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing /Exhaustive Listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction) และ การจำแนก แบ่งแยก

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้ นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง วิธีการทางคณิตศาสตร์ก็ประกอบไปด้วยพื้นฐานทักษะการคำนวณ เกี่ยวกับจำนวนเต็ม, ทศนิยมและเศษส่วน, สมบัติเมทริกซ์ และพีชคณิตเบื้องต้น ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่า ซึ่งผู้คำนวณคำนวณต้องใช้ให้เหมาะสม

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 16-17 ; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom High School. p. 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. หน้า 16.

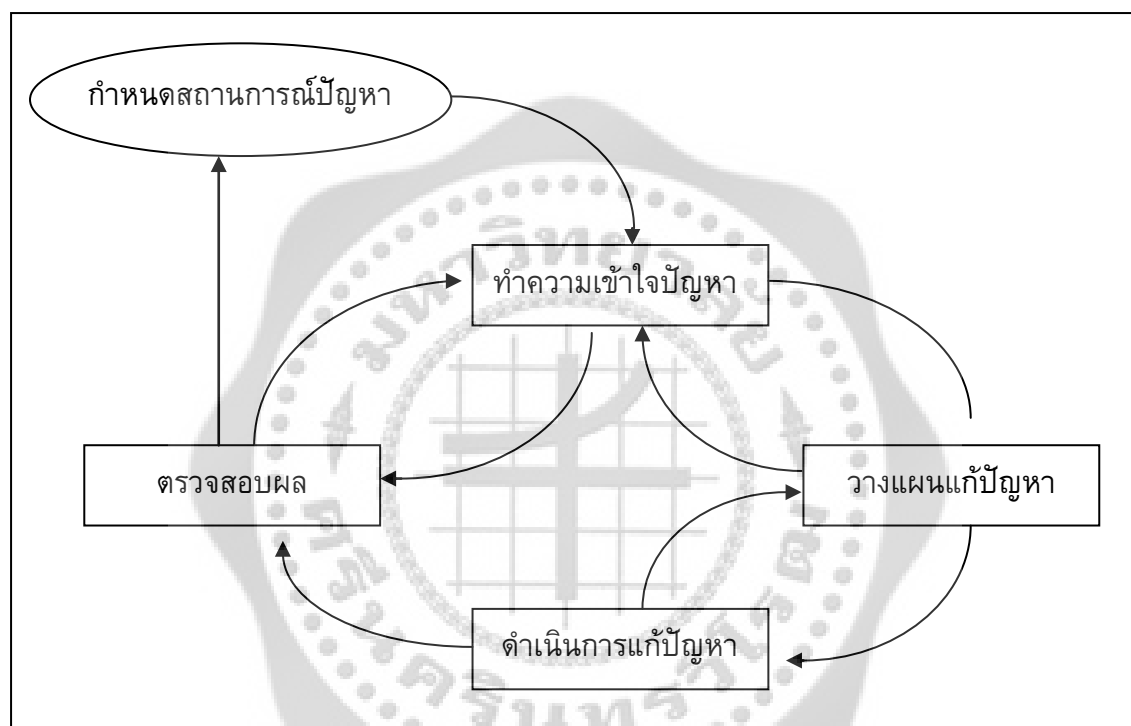
รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) มองว่า มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาคือการดำเนินการตามขั้นตอน

3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ

4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. หน้า 17.

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือมีข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่การวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการ

ดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในการทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

ทงหล่อ วงษ์อินทร์ (2537: 43-45) ได้วิเคราะห์กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์
 - 1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
 - 1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา
 - 1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
 - 1.4 การระบุค่าที่ยากต่อการเข้าใจ
2. การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนด
 - 2.2 การสร้างแผนภูมิ หรือแผนภาพ
 - 2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความในโจทย์
 - 2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
 - 2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่
3. การวางแผนในการแก้ปัญหา
 - 3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
 - 3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 - 3.3 การเลือกขั้นตอนในการทำงาน
 - 3.4 การจัดลำดับขั้นตอน
 - 3.5 การระบุว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด
4. การลงมือแก้ปัญหา
 - 4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนดไว้
 - 4.2 การใช้ทักษะด้านพีชคณิต และเรขาคณิต
 - 4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ
 - 4.4 การใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ
5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา
 - 5.1 การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 - 5.2 การทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ
 - 5.3 การตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่
 - 5.4 การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ
 - 5.5 การทบทวนคำตอบจากการประมาณค่า

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) กล่าวถึงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้

2. วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกต กระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วย่อย ๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกได้หรือไม่ และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

ทิตนา แคมมณี (2545: 124-125) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น

2. การวิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหามากมาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 29) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย การทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์และวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนที่วางไว้และขั้นตรวจสอบ เพื่อค้นหาข้อสรุปของปัญหานั้น

วาสนา กิมเท็ง (2553: 50) ได้สรุปขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีการใดจะแก้ปัญหาวัยไร เป็นการนำความรู้หรือหลักการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาวัยไร

3. ขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้
2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียน จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหายังไร
3. ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ ขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบการแก้ปัญหาคำตอบที่ได้สมเหตุสมผล และถูกต้องหรือไม่

3.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ฮาร์ทฟิลด์และคนอื่นๆ (Hartfield and others. 1993: 55 - 60) ได้เสนอว่าในการแก้ปัญหานักเรียนต้องรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายอันได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ
2. การค้นหารูปแบบ
3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่
4. การเขียนภาพประกอบ เขียนกราฟ และสร้างตาราง
5. การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก
6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ
7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
10. การเขียนผังขั้นตอนการดำเนินงาน
11. การทำให้เป็นปัญหาย่างง่าย

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 64) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วิธีการแก้ปัญหามีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” คงจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมใน

การกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขาพบ ตัวอย่างเช่น เด็กน้อยคนหนึ่งรู้สึกประหลาดใจเมื่อเขาคิดว่า จะต้องใช้เวลานานเท่าไรในการนับเลขจากหนึ่งถึงล้าน

การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูนโดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้นสามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐานและจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสนใจที่จะหาสูตรทำพินช์ (Punch) ซึ่งมีส่วนผสมระหว่างน้ำกับน้ำตาล เพื่อให้มีรสผลไม้มากขึ้น ซึ่งนักเรียนพยายามคิดวิธีที่แตกต่างกัน ถึงตอนนี้ครูช่วยให้นักเรียนเกิดการใช้ทักษะสัมพันธ์ร่วมกัน การกระทำดังนี้เป็นความสำคัญอันดับแรกที่จะนำไปสู่ความคิดรวบยอดที่สูงขึ้นไป

นักเรียนต้องการที่จะพัฒนากรอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพสังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบ ยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการชี้แนะอย่างยั้ง เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคควรต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียน ที่จะตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหานักเรียนครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หัววิธีการ สถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วยส่งเสริม ให้นักเรียนได้สำรวจ ลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลว และความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครู ควรใช้คำถามนำเรื่อยไป ดังนั้นภายในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่างๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2544: 13-15) กล่าวถึงยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนด อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อเจตน์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาเดิม มาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เจื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1+2+\dots+100$ หนุ่มน้อย Fredrich Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้: $1+100 = 2+99 = \dots 101$

ความเข้าใจยังรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จึงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปอย่างมีเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (indirect power) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ contra positive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

นักทฤษฎี เจริญเกียรติบวร (2547: 34) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา นั้นมีหลายวิธี ดังนั้นการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา ย่อมส่งผลในการแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 35) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นมีอยู่หลากหลายวิธี ทั้งนี้ผู้แก้ปัญหาคควรที่จะเลือกวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่พบ ซึ่งบางที่ปัญหาหนึ่ง ๆ อาจจะต้องใช้วิธีในการแก้ปัญหาหลายวิธี

จากการศึกษาเอกสารข้างต้นสามารถสรุปได้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นมีอยู่หลากหลายวิธี อันได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลหรือเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหา กำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมมาเป็นกรอบในการคาดคะเนคำตอบของปัญหา ใช้เหตุผล ดูความเป็นไปได้แล้วตรวจคำตอบ
2. การค้นหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลใน สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา
3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก แล้วทำให้เป็น ปัญหาอย่างง่าย
4. การเขียนภาพประกอบ เขียนกราฟ และสร้างตาราง
5. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ ยุทธวิธีนี้เป็นการใช้ความรู้ทางพีชคณิตโดยสร้าง สมการให้สอดคล้องกับคำตอบ สมการที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์ในการแทนจำนวนลงไปในสมการ เพื่อหาคำตอบ
6. การสร้างแบบจำลองของปัญหา
7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้รับจากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับสู่ข้อความสำคัญที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบาย ถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ
8. การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
9. การเขียนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ไมเคิลส์ (Michaels. 2000: Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างการแสดง การแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่น และแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล (พิจารณาจากความสามารถ ความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่านักเรียน ชายชอบแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่ นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย และไม่มี ความแตกต่างระหว่างในด้านความเชื่อมั่นทาง คณิตศาสตร์เข้าใจสามารถเชื่อมโยงในปัญหาหรือทฤษฎีบท แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

เพอร์ไรน์ (Perrine. 2001: Online) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการ สอนคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับสัดส่วนของครู การพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วน มีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจเพื่อดึงดูดผู้เรียน ทำให้เข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ในการเรียน 1 ภาค จะต้อง มีการเก็บคะแนน การเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไป มีผู้เข้าร่วมในการเรียน

คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 187 คน มีวิทยากรจำนวน 6 ท่าน หนึ่งในนั้นเป็นครูประจำชั้นซึ่งสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ในชั้นเรียนได้ ใน 187 คนนี้ เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คน ประสบปัญหาในการสอน ปลายภาค และในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลมีนัยสำคัญทางสถิติ การแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมก่อนที่นักเรียนไม่เคยเจอมาก่อน

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-220) ได้ทำการวิจัยโดยสำรวจการเชื่อมโยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยใช้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคย โดยใช้พื้นฐานมโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไปและให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยในการพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างการรับรู้ให้เกิดความเข้าใจสามารถเชื่อมโยงในปัญหาหรือทฤษฎีบท แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

แวน (Van. 2006: Abstract) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการฝึกภาพ ภาพจำลองและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยความสามารถที่หลากหลาย ซึ่งจุดประสงค์ของการศึกษาคั้งนี้เป็นการทดลองใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์กับความสามารถในการฝึกภาพของนักเรียนขณะที่ทำการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้ นักเรียนที่ได้มาจากระดับทั่วไป และนักเรียนที่มีพรสวรรค์ในเกรด 6 จำนวน 66 คน ที่มีส่วนร่วมในการศึกษาคั้งนี้นักเรียนถูกประเมินด้วยเครื่องมือของการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์การแสดงผลออกทางภาพจำลอง และความสามารถในการฝึกภาพ พบว่านักเรียนที่มีพรสวรรค์จะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้และผู้ที่ได้มาจากระดับทั่วไป นอกจากนี้การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนภูมิมีนัยสำคัญและความเหมาะสมที่เป็นไปได้ด้วยสูงกว่า การปฏิบัติบนการวัดภาพจำลองแต่ละอัน และการสนทนานั้นสัมพันธ์กันทางลบกับการใช้รูปแบบที่มีภาพประกอบ

งานวิจัยในประเทศ

เชี่ยวชาญ เทพกุลศล (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วน โรงเรียนอัสสัมชัญธนบุรี กรุงเทพฯ จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 50 คน พบว่า ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วนมีประสิทธิภาพ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงกว่าเห็นด้วยขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัย การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กระบวนการการสร้างทักษะเรื่องโจทย์ปัญหากับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 104 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้ไขโจทย์กับการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

นัทกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยการใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากการใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้ก่อนใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์ (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

มาเลียม พิณจรรจบ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระหฤทัยคอนแวนต์ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 50 คน โดยใช้การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการสอนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ประจำปีการศึกษา 2549 จำนวน 33 คน ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระดับที่ 1 ถึงระดับที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงานและแบบฝึกหัด

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรวิรินทร์ ทองย่น (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลองและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือและกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบปกติ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนห้วยวังปทุมธานี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ปทุมธานี เขต1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 2 ห้องเรียน เป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน สอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน สอนโดยใช้การเรียนแบบปกติผลการวิจัยพบว่า

1.ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของใบกิจกรรม พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับดีเยี่ยมตามเกณฑ์การประเมิน ส่วนกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับค่อนข้างดีตามเกณฑ์การประเมิน และพิจารณาจากคะแนนแบบฝึกทักษะ พบว่า ในกลุ่มทดลองนั้นมีจำนวน

นักเรียนในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ลดลงมากกว่ากลุ่มควบคุมและมีจำนวนนักเรียนในระดับดีมาก และดีเยี่ยมเพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำแนกตามเกณฑ์การประเมิน พบว่า ในกลุ่มทดลองไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ และจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดีเยี่ยมของกลุ่มทดลองมีมากกว่ากลุ่มควบคุม และในกลุ่มควบคุม นักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำมีจำนวน 4 คน

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อปรับอิทธิพลของความสามารถด้านเหตุผล

วาสนา กิมเท็ง (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการที่มีระบบ มีเหตุผล มีความเข้าใจ และกล้าตัดสินใจ โดยครูเป็นผู้จัดสถานการณ์ให้เร้าต่อความสนใจในการแก้ปัญหา โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้และวิธีการสอนที่มีความหลากหลาย ที่จะสามารถช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ และสามารถถ่ายโยงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาโดยทั่วๆ ไป

จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมนักเรียนให้ได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ อันจะส่งผลให้การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาเป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำการเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาเป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศึกษาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps.1994: 194-198) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ว่า นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ เข้ากับกระบวนการในการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และจะต้องเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันการเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่ป็นรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวอย่างเช่น ครูสอนการเชื่อมโยงกับนักเรียนเกรด 3 โดยเชื่อมโยงระหว่าง คูกี้ กับ การเขียนเศษส่วน นักเรียนในห้องก็จะได้เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงด้วยปัญหาหาคูกี้ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และชีวิตจริงมีมากมาย ครูสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคม ศิลปะ งานคหกรรม และกิจกรรมในสาขาวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างวิธีที่ครูเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และสิ่งรอบ ๆ ตัว ด้วยการทำกิจกรรมในชั้นเรียนทั้งเป็นงานเดี่ยว หรือเป็นกลุ่มย่อยดังนี้

คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การบันทึกอุณหภูมิ, ความเร็วลม, และความกดอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

คณิตศาสตร์กับสังคม

- นาฬิกาน้ำและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในอียิปต์
- การศึกษาของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ในอเมริกาเกี่ยวกับ
พรม ชาม และตะกร้า โดยใช้สมมาตรและ เทสเซลเลชันในการออกแบบ
- แยกประเภทอาชีพ ที่มีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย, นัก
บริการ, คนงานในโรงงาน, ทหาร, เกษตรกร
- การเปรียบเทียบจุดที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดบนพื้นดิน เช่น ส่วนที่สูงที่สุดบน
พื้นโลกกับส่วนที่ลึกที่สุดในน้ำทะเล

คณิตศาสตร์กับศิลปะ

- การวัดกระดาษเพื่อตัดผนัง หรือการตัดกระดาษเพื่อจะขึ้นเป็นโครงในการ
ระบายสี
- การกำหนดฉากในการเล่นละคร การวัดและการเตรียมกระดาษที่ใช้สำหรับ
ฉาก

- การระบายสี วาดรูปทิวทัศน์
- การสร้างโอริกามิในญี่ปุ่น

คณิตศาสตร์กับสุขภาพ

- การวัดส่วนสูงของนักเรียน บันทึกผลลงตารางและกราฟ
- หาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากในข้อมูลโภชนาการ , การเรียนรู้เรื่อง
ระดับโคเลสเตอรอล

คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะภาษา

- การมองรูปแบบของคำ แยกคำคล้องจองและไม่คล้องจอง การมองวลีของ
ประโยค
- วิจัยรากศัพท์ทางคณิตศาสตร์
- วิจัยและเขียนเรื่องราวเกี่ยวกับนักคณิตศาสตร์
- จำนวน และความงามของตัวเลข
- การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

- การนับจำนวนรอบในขณะที่กระโดดเชือก
- การตัดสินใจว่า กีฬาโอลิมปิกมีขนาดใหญ่หรือไม่
- วางพื้นที่การเล่น
- การจับเวลา

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันสามารถจะเชื่อมโยงในหลาย ๆ ทาง ทั้งจากหนังสือพิมพ์
นิตยสารซึ่งประกอบไปด้วยธุรกิจ แนวโน้มเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และวิทยาศาสตร์ การรายงาน

พิเศษในด้านบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทาง เรือ รถไฟ สนามบิน ล้วนให้ข้อมูลในเรื่องคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาด้านนิเวศวิทยา เช่น การกำจัดขยะมลพิษ จากระถยนต์และโรงงาน เหล่านี้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตได้ ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคอง (2547: 101) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มีสามประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น ๆ

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับสาระภายในวิชา หรือวิชาอื่นๆ หรือในชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงมโนทัศน์ หลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ และการดำเนินชีวิตประจำวัน ทำให้ผู้เรียนเกิดความตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2002: 64–66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นก่อนปฐมวัยถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์การศึกษาคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรสอดแทรกในการเรียนการสอนในโรงเรียนในทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนคณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียนไม่ควรแยกเป็นเรื่องๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้าหลายๆ เหตุการณ์ ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้ และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรี เพลงที่ร้อง รูปหกเหลี่ยมในรวงผึ้ง จำนวนครั้งที่กระโดด เมื่อขึ้นไปเรียนในระดับเกรด 3–5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่างๆ ด้วยตนเองทั้งเรื่องตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9–12 นักเรียนไม่เพียงต้องรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถหยั่งรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาต่างๆ ได้ตลอดการเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้ หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่น หรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่

อย่างไร" การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ๆ ขยายเพิ่มเติมจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษา รู้จักนำเรื่องการลบจำนวนเต็มบวก มาโยงเข้ากับการลบ ทศนิยม และเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตระหนักและรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนใช้ในการนำเสนออัตรา การเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียงหรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอน ปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิต และเรขาคณิต กิจกรรมที่ใช้ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงกลม ทำการทดลองโดยนำวงกลมขนาด ต่างๆ หลายๆ รูป มาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนต้นอาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้ แนวเส้นตรงผ่านจุด (0, 0) และอัตราส่วนของ c/d คงที่ เมื่อเฉลี่ยค่าของ c/d จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิต และจำนวนมาใช้

2. เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่ เกี่ยวข้องกันได้เมื่อนักเรียนสังสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อยๆ ความสามารถ ในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้องกันได้ ในคณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึง เกรด 2 จะตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวน และสัจฐานของวัตถุต่างๆ นักเรียนในระดับชั้น ประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่างๆ และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ดังตัวอย่าง พีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอดสามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

3. ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่นๆ บ้าง การเชื่อมโยง สามารถทำได้กับวิชาอื่นๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงเกรด 2 นักเรียน สามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับเกรด 3-5 ควรจะได้ เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่นๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับเกรด 6- 8 และในระดับเกรด 9-12 ควรจะใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาที่ประยุกต์ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การ เชื่อมต่อคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการ และ กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐาน การศึกษาการให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การ

เชื่อมต่อกับคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการ และกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาคงต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่องอากาศ โดยนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมการสอนนี้ซึ่งสามารถทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือ หรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศวางแผนการจัดการ และการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เป็นเรื่องที่นักเรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่งได้ไปฝึกงานที่บริษัทผลิตยาแห่งหนึ่ง ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ จากข้อมูลที่ทราบทางบริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้รับความช่วยเหลือให้คำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติข้อมูลประชากรและข้อมูลทางเศรษฐกิจที่ทำให้เราทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัทและร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

โทมัส และ ซานเตียโก (Thomas; & Santiago. 2002: 484) กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยง ปี 1989 และ 2000 ว่า ในปี 1989 มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผล มาตรฐานการเชื่อมโยงได้กำหนดไว้อย่างมีความหมายเป็น 1 ใน 4 ของมาตรฐานด้านกระบวนการที่เชื่อมต่อกันเพื่อการผ่านระดับช่วงชั้นทั้งหมด แต่ละกลุ่มระดับอนุบาล-เกรด 4, เกรด 5-เกรด 8 และ เกรด 9-เกรด 12 ลักษณะเฉพาะของหลักสูตรจะส่งเสริมให้การเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์เป็นการพิสูจน์ว่าระดับช่วงชั้นที่เพิ่มขึ้นจะเพิ่มความลึกซึ้งในการสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น

ในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 เน้นการกำหนดนึกถึงความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้พวกเขาเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ ในเกรด 5-8 การสังเกตการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เป็นการเน้นถึงจุดมุ่งหมายอย่างกว้างๆ ของนักเรียน เทคนิคการเขียนภาพให้ได้สัดส่วนอย่างเห็นด้วยตาจริงในวิชาคณิตศาสตร์เหมือนกับการรวบรวมสิ่งทั้งหมดหลักสูตรที่สนับสนุนนักเรียนในเกรด 9-12 มีความสำคัญต่อการสืบสวนสอบสวนของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ต่อไปถึงการรวบรวมความสนใจในความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อคณิตศาสตร์ และการประยุกต์

หลักการและมาตรฐานขั้นสูง มาตรฐานการเชื่อมโยงตลอดจนหลักสูตร เป็นตัวบ่งชี้ที่มากกว่าการเข้าใจ (หยั่งรู้) จุดความสนใจ และการเชื่อมโยงกันเป็น 1 ใน 5 ของมาตรฐานด้านกระบวนการมาตรฐานการเชื่อมโยงนิยามอย่างชัดเจน เป็น 1 ในกลุ่มของเกณฑ์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาล-เกรด 12 ในแผนการเรียนรู้

แผนการเรียนรู้จากระดับอนุบาล –เกรด 12 ควรจะให้นักเรียนสามารถ

- ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์

- เข้าใจถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ว่ามีการเชื่อมโยงกันอย่างไร และสร้างความคิดเพื่อสร้างการเชื่อมโยงทั้งหมดเข้าด้วยกัน

- ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

กรมวิชาการ (2545: 26–27) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4 ดังนี้

1. เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่นๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่างๆ ได้

2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ในงานและในการดำรงชีวิต

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นการเสริมสร้างความรู้และความเข้าใจของนักเรียน โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงและสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

2. มุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้

3. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

4.3 การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การจัดกระบวนการเรียนรู้ ครูถือว่าเป็นผู้ที่มีบทบาทที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงสำหรับครูที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

เบซิล (Basil. 1999: 8–12) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนหาข้อมูลนอกห้องเรียน เนื่องจาก การให้นักเรียนได้มีโอกาสหาข้อมูลนอกห้องเรียนเป็นการช่วยให้พวกเขาเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง การเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นการเพิ่มความสามารถของนักเรียนให้สามารถเชื่อมโยงแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่นๆ และชีวิตจริง โดยการใช้ประสบการณ์เหล่านี้จะเป็นการกระตุ้นสนับสนุนการเรียนการสอน และนักเรียนจะได้จดจำว่าความรู้ในตอนเริ่มต้นของพวกเขาเกี่ยวกับจำนวน ขนาด รูปร่าง และแบบรูป เกี่ยวพันกับสิ่งที่อยู่รอบตัวโดยผ่านการเก็บรวบรวมข้อมูล

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 360) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ทั้งในโรงเรียน และในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้เข้าใจมันได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอปัญหาช่วยให้มองสิ่งต่างๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ ถ้านักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อนักเรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้ โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะนักเรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

- ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาสัดส่วน การหาตัวประกอบ และความน่าจะเป็น
- บทเรียนเรื่องการวัดต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

นักเรียนจะได้แนวคิดใหม่ๆ กระบวนการ และทักษะจากการแก้ปัญหา แล้วสามารถรวบรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยเหลือให้นักเรียนให้สร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เอาใจใส่ต่อการตระหนัก และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อยๆ ซึมซาบเข้าไปในตัวนักเรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาจะได้เรียนรู้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

ไคล์ และคนอื่นๆ (Kyle; et al. 2001: 80–86) กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่พวกเขาสนใจ เนื่องจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา นักเรียนจะชอบแก้ปัญหาและสนุกกับการเรียนรู้ และนักเรียนได้ทำงานอย่างมีความหมาย อีกทั้งกิจกรรมหรือปัญหาที่ให้ควรเป็นปัญหาเปิดเพื่อให้นักเรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้

กรมวิชาการ (2545: 200–205) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหา สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์

กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงมีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ / กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสคิดเชื่อมโยงในการเรียนรู้อยู่เสมอ โดยกำหนดสถานการณ์ที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ร่วมกันทำงานเป็นกลุ่มเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาร่วมกัน

4.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

คณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกันอยู่ภายในเนื้อหา ทั้งยังมีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่างๆ มากมาย และสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่างๆ ไว้ดังนี้

สครอย และ สครอย (Sqroi; & Sqroi. 1993: 569–570) กล่าวว่า เดิมการสอนพีชคณิตและเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาเน้นการสอนโดยแยกออกจากกัน ต่อมาบางรัฐในสหรัฐอเมริกาได้มีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายโดยมีการนำการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิต โดยแท้จริงมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศส ชื่อเรเน่ เดส์คาร์ตส์ (Rene' Descartes) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิตด้วยการใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194–200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง

สัญลักษณ์ และภาษา รูปแบบการแสดงมโนทัศน์และความเข้าใจเนื้อหาต่างๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน ควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ในระหว่างการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรม แล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ กราฟ และสัญลักษณ์ต่างๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “คุกกี้” กับเศษส่วน นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันด้วยปัญหา “คุกกี้” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ กับชีวิตจริงเกิดได้อย่างมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่างๆ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็กๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่างๆ และสังคมรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้นรายบุคคลหรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การโคจรของดวงจันทร์
- การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน
- การสร้างระบบโซลาร์เซลล์

2. คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์
- การออกแบบพรมและเตกระจุกที่ใช้หลักการสมมาตรและทรงลูกบาศก์ของชาว

อินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา

- การเปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุดและที่ลึกที่สุดใต้ทะเล

3. คณิตศาสตร์และสุขภาพ

- การเรียนรู้เกี่ยวกับระดับโคเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ
- การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟ
- การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์

การวัดระดับโคเลสเตอรอล

4. คณิตศาสตร์และศิลปะ

- การวัดรอบขอบกระดาษเพื่อติดขอบผนัง
- การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉากการวาดภาพทิวทัศน์ต่างๆ
- การอ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น

5. คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา

- การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ
- อ่านรายงานการวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง
- เลขวิทยา (Numerology) และตัวเลขที่งดงาม
- การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทาโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)

6. คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ

- นับจำนวนไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก
- แบบแผนพื้นที่ในการเล่น
- การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่ในการเล่น การจับเวลาในการแข่งขัน

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลายๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะผ่านทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟและสนามบิน ล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนคติของเนื้อหาต่างๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

นุธ (Knuth, 2000: 48–53) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่เพียงแค่ว่า ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบให้มีการแสดงสมการในรูปแบบต่างๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้นทั้งในรูปแบบ Point-slope และรูปแบบต่างๆ

วิธีการนำเสนอด้วยกราฟ การแปลงกราฟไปเป็นสมการ ซึ่งควรให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้และอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ

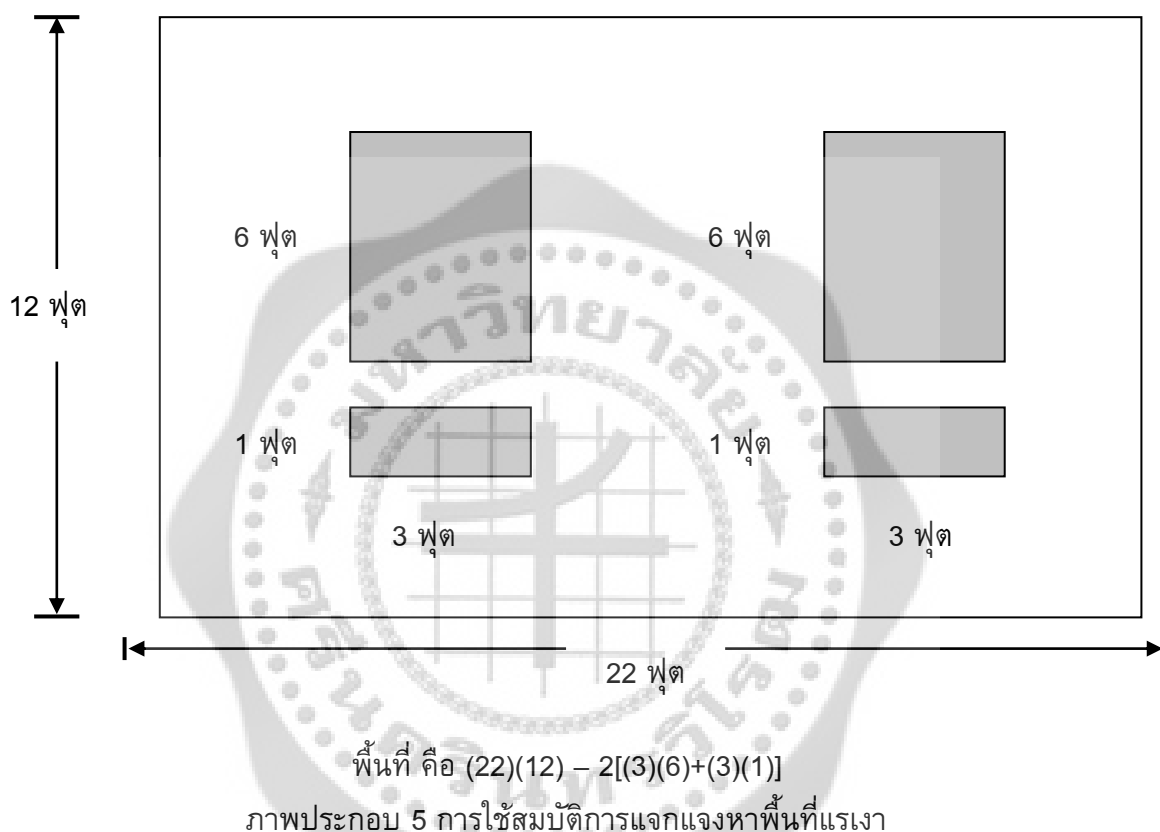
นัทเซาลัส (Natsaulas. 2000: 364–370) กล่าวว่า การเชื่อมโยงระหว่างกรุปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิตออกแบบสิ่งประดับและตกแต่ง หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการ หรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งจากที่กล่าวว่าเป็นคณิตศาสตร์ธรรมชาติมีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อน และการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อน และการหมุนบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนทัศน์ของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงศิลปะและประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบ

วาเชอร์ และ มิลรอย (Vacher; & Mylroie. 2001: 640–641) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยาในการสำรวจถ้ำว่า ถ้ำนั้นแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบ หรือแม่น้ำตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าเราจะเดินเข้าไปสำรวจภายใน ภายในถ้ำนั้นยังทอดยาวออกไปหลายทาง จนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ จึงต้องมีวิธีการในการสำรวจโดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วนๆ และทิศทาง แล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ การเขียนแผนที่ของถ้ำจึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทางและมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey and others. 2002: 81–83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้นการเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่นๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ การแยกคณิตศาสตร์ออกเป็นวิชาย่อยๆ เช่น เรียนพีชคณิตเบื้องต้น แล้วมาเรียนวิชาพีชคณิต และเรขาคณิตตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ว่าไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าบทเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูงการแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงเป็นสิ่งสำคัญในการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลข

โดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรเงา ดังแสดงในภาพประกอบ 3 (Dossey; et al. 2002: 82) ซึ่งสมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบ และแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



ที่มา: Dossey and others. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grades 7–12.*: 82.

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสอง เพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียนโดยการให้งานที่ครูออกแบบขึ้น งานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci Sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด

เมื่อสำรวจต่อไปนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนของ สีเหลี่ยมมุมฉากของ และประยุกต์เข้ากับงาน ศิลปะโลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่นๆและเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ (2547: 50) กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นไปได้หลายลักษณะดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างสูตร การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใน 2 ประเด็น คือพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตั้งอยู่บนฐาน เดียวกันและมีความสูงเท่ากัน และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ความกว้างคูณความยาว ดังนั้น

$$\text{สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} \quad \text{คือ} \quad \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง}$$

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่างๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้าม ร้อยละสัมพันธ์กับเศษส่วน การวัดสัมพันธ์กับเรขาคณิต

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลายๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดเดียวกัน เช่น การให้นักเรียนสร้างหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเอง ก็จะได้หน่วยที่ไม่เป็นมาตรฐานหลายๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยนำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัดเด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่างๆ จะมาบวกลบกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกัน ดังนั้นถ้าหากจำนวนเหล่านี้มีหน่วยต่างกันจึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดเป็นหน่วยการเรียนรู้เป็นวิถีทางหนึ่งที่น่าสนใจส่งเสริม การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็กได้ศึกษา สืบค้นเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสรรค์สิ่งต่างๆ ในขณะที่เรียนยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย หน่วยการเรียนรู้อาจเป็นหน่วยการเรียนรู้ในวิชา คณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมกับวิชาอื่นๆ ก็ได้ จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยงสามารถทำได้หลากหลายวิธี แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนอาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนต้องทำการเชื่อมโยง ระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผังสัญลักษณ์ และภาษา รูปแบบการแสดงมโนทัศน์และความ เข้าใจเนื้อหาต่างๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เช่น คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ เป็นต้น

3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

4.5 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยง

นักการศึกษาได้เสนอให้เห็นประโยชน์ของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ เบิร์คฮาร์ด (Burkhardt. 2001: Online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ทำให้นักคณิตศาสตร์ไปใช้ได้มากขึ้น
2. ทำให้ไม่มีช่องว่างในการเรียนรู้
3. ทำให้หลักสูตรเกิดความสมดุล
4. สนับสนุนความเสมอภาค

เมอลินโน ; โอเวนส์; และ เวนทูรา (Merlino. 2000: Online; Owens. 2001: Online; & Ventura. 2001: Online) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ว่าทำให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่น่าสนใจ ดูนีชีวิตชีวามากขึ้น และตระหนักว่าคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตจริง และมีอยู่รอบตัวเรา

แม็ค (Mack. 2004: 226–232) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วน โดยให้นักเรียนเกรด 5–8 ดำเนินการด้วยขนาดของหน่วยที่เหมือนกัน ขณะที่สนับสนุนให้นักเรียนมองสิ่งที่เหมือนกัน นักเรียนสำรวจการบวกและการลบเศษส่วน วิธีการนี้อาจจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นการบวกและการลบของเศษส่วนในวิธีเปลี่ยนหน่วยให้เป็นแบบเดียวกัน จึงเป็นการสนับสนุนนักเรียนให้เกิดการพัฒนาความคล่องแคล่วในการคำนวณด้วยเศษส่วน

กรมวิชาการ (2545: 203) กล่าวถึงประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงดังนี้ มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรม เกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ มองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยมองเป็นภาพรวมระหว่างเนื้อหาภายในวิชา เกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมเพื่อพัฒนาความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น และคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น รวมทั้งมองเห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับวิชาอื่นๆ และตระหนักว่าคณิตศาสตร์มีอยู่ในชีวิตจริงและมีอยู่รอบตัวเรา

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ลอว์สัน และ ชินแนพเพน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26–43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่าและสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

ไคล์ และคนอื่นๆ (Kyle; et al. 2001: 80–86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตรการเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น นอกจากนั้นแล้วไคล์และคณะยังเชื่อว่าการให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงเป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสุดความสามารถถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขาความรู้และทักษะที่ครอบครัวเขาสนใจ

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216–221) ได้สำรวจการโยงมิติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนทัศน์ของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตผลปรากฏว่านักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็ เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบท เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์

นิโคล และ เครสโป (Nicol; & Crespo. 2005: 240–251) ได้ศึกษาการค้นหาคณิตศาสตร์จากสถานที่ทางจินตนาการ โดยการทบทวนหาแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การศึกษาดังกล่าวมีความมุ่งหมายที่จะแลกเปลี่ยนความคิด เพื่อที่จะหาหนทางในการทำให้คณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนไม่เพียงแต่เข้าใจในเรื่องทักษะวิธีการ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น ยังเป็นการทำให้นักเรียนมีความเฉลียวฉลาดในการคิดมากยิ่งขึ้น มีการใช้คณิตศาสตร์มาประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และมีความเห็นเรื่องการเรียนคณิตศาสตร์ภายในโรงเรียนที่ต้องเชื่อมโยงกับงานต่างๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันตามความหลากหลายของอาชีพ เช่น ช่างไม้ ชาวประมง คำขาย ซึ่งแต่ละอาชีพสามารถนำความรู้มาใช้ในการคำนวณและ

แก้ไขปัญหามในชีวิต งานชิ้นนี้ได้อ้างถึงสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง ผลการศึกษาเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าแบบทดสอบทางจินตนาการเป็นตัวเสนอถึงโอกาสในการใช้สติปัญญาและอารมณ์ ความรู้สึกที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งจากการเรียนคณิตศาสตร์ นี่คือรูปแบบของการรวมกลุ่มกันที่จะให้คุณค่ากับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ การทำให้คณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจต่อนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อนักเรียน การศึกษาทำให้มีการสำรวจคำถามว่าอะไรที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อนักเรียน และหาแนวทางที่ทำให้มีการพัฒนาต่อไปและทำให้อยู่ในรูปแบบที่สละสลวยที่จะช่วยให้การสอนเข้าถึงความท้าทายและคุณภาพของการทำงานร่วมกันของนักเรียนด้วยความแตกต่างของชนิดของบทเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เห็นถึงความตั้งใจของรูปแบบของการรวมตัวในการศึกษาทางสติปัญญาและอารมณ์

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg, 2007: online) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพความเป็นจริงในห้องเรียนว่ามีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งนัก และทำอย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสองถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทำอย่างไรที่ครูจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมจำนวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจ และการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จุดมุ่งหมายของงานวิจัยคือการสร้างการเชื่อมโยงในการสอน และปัจจัยที่สนับสนุนและผลักดันให้มีการฝึกฝนการเชื่อมโยง ผู้วิจัยสังเกตครู 5 คน ในการใช้ 3585 การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันภายในห้องเรียนและติดตามผลโดยการสัมภาษณ์ครู ผลการวิจัยพบว่า การสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันเป็นสิ่งสำคัญซึ่งเป็นที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวกับจะทำอย่างไรในการช่วยเหลือนักเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษพบว่ารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าว หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์ (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้

กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .01

นางลักษณะ แก้วมาลา (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องสถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ (E1/E2) 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องสถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชดา ยাত্রา (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิลลา ดลภาค (2549: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยาหยี (2549: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ช่วงชั้นที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจาก ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4) ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการ สอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 5) ทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการ เรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถใน การแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบ อริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วาสนา กิมเท็ง. (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลัง ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณศิริ หลงรัก (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 83.33/80.31 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ทั้งการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น เป็นการเรียนรู้ที่มีคุณค่า มีความหมายต่อผู้เรียน และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิตได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพฯ ฯ จำนวน 14 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 678 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา กรุงเทพฯ ฯ จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 46 คน ซึ่งได้มาจากรีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 14 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการทดลองสอน 19 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 15 คาบ ทดสอบ 4 คาบ คือ ก่อนเรียน 2 คาบ และหลังเรียน 2 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลยุทธ์ STAR ทั้งหมด 15 แผน ดังนี้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	จำนวน 2 แผน
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	จำนวน 2 แผน
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	จำนวน 2 แผน
การแปรผันตรงกับกราฟ	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่อง การแปรผันตรง	จำนวน 2 แผน
การแปรผกผันกับกราฟ	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่อง การแปรผกผัน	จำนวน 2 แผน
การแปรผันเกี่ยวเนื่องกับโจทย์	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่อง การแปรผันเกี่ยวเนื่อง	จำนวน 2 แผน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้เครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มัธยมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสารวิทยา บางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ ฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR จากตำราและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 วิเคราะห์ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR

1.4 ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์แนวความคิดการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1.4.1 สาระ

1.4.2 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.3 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

1.4.4 สาระสำคัญ

1.4.5 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) ด้านความรู้
- 2) ด้านทักษะ/กระบวนการ
- 3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.6 สาระการเรียนรู้

1.4.7 กิจกรรมการเรียนรู้ (โดยใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR) ดังนี้

1. ขั้นเตรียม
 2. ขั้นนำเสนอบทเรียน
 3. ขั้นกิจกรรมกลุ่ม
 4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ
 5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม
- 1.4.8 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้
- 1.4.9 ภาระงาน/ชิ้นงาน
- 1.4.10 การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้
- 1.4.11 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- ผลการสอน
 - ปัญหาและอุปสรรค
 - ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ทั้งหมด 15 แผน ดังนี้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	จำนวน 2 แผน
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	จำนวน 2 แผน
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	จำนวน 2 แผน
การแปรผันตรงกับกราฟ	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่อง การแปรผันตรง	จำนวน 2 แผน
การแปรผกผันกับกราฟ	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่อง การแปรผกผัน	จำนวน 2 แผน
การแปรผันเกี่ยวเนื่องกับโจทย์	จำนวน 1 แผน
โจทย์ปัญหาเรื่องการแปรผันเกี่ยวเนื่อง	จำนวน 2 แผน

1.6 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ในขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโท แล้วให้ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของ จุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่าง จุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดผลประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

1.8 แก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะต่างๆ ได้แก่ การปรับกิจกรรมบาง กิจกรรมที่น่าสนใจมากขึ้นและพิจารณาให้เหมาะสมกับเวลา การแก้ไขคำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุม ปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยแล้วนำไปใช้ในการ วิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

2. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบ แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เล่ม 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเอกสารที่ เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผล วิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน แบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปเสนอประธานและกรรมการควบคุม ปริญญาโท ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน แบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทแล้วเสนอต่อ

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมถึงความครอบคลุมของคำถาม โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จำนวน 15 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ได้ปรับปรุงแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสารวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันมาแล้ว จำนวน 100 คน คน เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ

3.6 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ

3.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan, 1952: 6-32) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210-212) แล้ววิเคราะห์ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (EVANA) จากนั้นเลือกแบบทดสอบจำนวนหนึ่งเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.37 – 0.78 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 – 0.65 จำนวน 10 ข้อ

3.8 นำแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกมาแล้วจำนวน 10 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 215) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.87 นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทนิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หากคำตอบไม่สำเร็จ
0	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ตามความสามารถในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากกรมวิชาการและนำมาเป็นแนวทางแล้วปรับปรุงในการให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตาราง

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ /สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ /สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน และอธิบายข้อสรุปไม่ถูกต้อง
1	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ /สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาอย่างไม่เหมาะสม แต่มีความพยายามในการเขียนอธิบาย
0	ไม่มีการเชื่อมโยง/ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

ที่มา : ปรับปรุงจากกรมวิชาการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544: 121-123

วิธีดำเนินการวิจัย

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยเป็นการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2536 : 150)

ตาราง 5 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	Pretest	Treatment	Posttest
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
- T1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง
- T2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำทดลอง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสารวิทยา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสารวิทยา ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)
4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR โดยใช้เวลาการสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)
6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันโดยใช้สถิติ $t - test$ for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group

3. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t – test one group

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 79)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538 : 79)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 $(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ ; และอังคณา สายยศ. 2543 : 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับ ลักษณะพฤติกรรม
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ทั้งหมด
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นรายข้อ โดยตัดคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27 เปอร์เซนต์ แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543 :199 – 200)

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีความยากง่าย
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27 เปอร์เซนต์แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 210)

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543 : 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบ
	S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	S^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด
โดยที่	$S_i^2 =$	$\frac{N \sum X_i^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$	
เมื่อ	S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

2.5 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2553: 312)

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง

$$\frac{\sum XY}{N} \text{ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง } X \text{ กับ } Y$$

$$N \text{ แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา}$$

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2553: 179)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
	n	แทน	จำนวนนักเรียน

3.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test one group เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2553: 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)
T	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group
3. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples
4. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t – test one group

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One-Group Pretest - Posttest Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	46	40	8.70	5.82	36.55 **
หลังการทดลอง	46	40	30.54	3.48	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 45)} = 2.4121$)

จากตาราง 6 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	S	μ_0 (60%)	t
หลังการทดลอง	46	40	30.54	3.48	24	12.74 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 45)} = 2.4121$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ

เชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.54 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.35

3. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t - test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบ ทักษะการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	46	40	12.20	4.84	30.84 **
หลังการทดลอง	46	40	31.30	3.27	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 45)} = 2.4121$)

จากตาราง 8 พบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t - test one group ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันกับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	S	μ_0 (60%)	t
หลังการทดลอง	46	40	31.30	3.27	24	15.14 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 45)} = 2.4121$)

จากตาราง 9 พบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการ
แปรผันผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.30
คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.25



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR กับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR
4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR กับเกณฑ์ร้อยละ 60

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนสารวิทยา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 46 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มจากนักเรียนทั้งหมด 14 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน” ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสารวิทยา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตั้งแต่วันที่ 1 – 24 กุมภาพันธ์ 2556
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 15 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสารวิทยา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 50 นาที และวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที รวมเวลา 100 นาที
4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้เวลาการสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ อีกครั้ง และบันทึกผลการทดลองให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 50 นาที และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 50 นาที รวมเวลา 100 นาที

6. ตรวจสอบให้คะแนน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group
3. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples
4. เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t – test one group

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.54 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.35
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยแบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.25

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือโดยใช้ กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือโดยใช้ กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือโดยใช้ กลวิธี STAR และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.54 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.35 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การแบ่งกลุ่มนักเรียนประมาณ 3-5 คน คณะความสามารถ เพศ ซึ่งแจ่วัตถุประสงค์การเรียนรู้ และนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ขั้นนำเสนอบทเรียน เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหา มีการอธิบายเนื้อหาและสาธิตตัวอย่างให้นักเรียนทั้งห้องเข้าใจโดยใช้กลวิธี STAR เปิดโอกาสให้ซักถาม แล้วมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ ขั้นกิจกรรมกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมายมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นศึกษาโจทย์ปัญหาขั้นแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่รูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ ขั้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และขั้นทบทวนคำตอบว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์ปัญหาหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับฮิลการ์ด (Hilgard, 1967:328) ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่มจะสามารถใช้พลังกลุ่มเป็นสิ่งผลักดันให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนเก่งจะเป็นผู้ช่วยเหลือนักเรียนอ่อนในกลุ่มของตนเพื่อเป้าหมายและความสำเร็จของกลุ่ม ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบเป็นการตรวจความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลี่ยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย และสุดท้าย ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นักกัญญา เจริญเกียรติบวร . (2547: 63) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 หลังการทดลอง โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนการทดลองโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ศรีวรินทร์ ทองย่น (2552 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษา ผลของการเรียนแบบร่วมมือ ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อปรับอิทธิพลของความสามารถด้านเหตุผล พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อปรับอิทธิพลของความสามารถด้านเหตุผล

1.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ครูผู้สอนจะมีกิจกรรมให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ และให้ร่วมทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเพื่อช่วยให้ผู้เรียนที่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้เรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว และร่วมกันวางแผนในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ กาเย่ (Gagne.1985: 186-187) ได้กล่าวว่า การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ และสอดคล้องกับ กรมวิชาการ (2545: 195-196) กล่าวว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ มาเลียม พินิจรอบ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการสอนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ วาสนา ก็ มเท็ง (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.25 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกและจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้หรือสถานการณ์ให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความรู้และทักษะต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับ กรณวิชาการ (2545:204) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น จนผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และในชีวิตจริง โดยครูผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้นแล้ว แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน และสอดคล้องกับแนวคิดของดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey and others. 2002: 81-83) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกจากนี้เนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ สสวท . (2551:180) ที่ว่าการเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานเป็นกลุ่ม มีการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

2.2 เนื้อหาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน เป็นเนื้อหาที่สามารถออกแบบการจัดการเรียนรู้ได้หลากหลาย สามารถเชื่อมโยงภายในวิชา กับศาสตร์อื่นๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ โดยสามารถจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับ ไพพะยอม พิมพ์พาเรือ (2549:1-3) ที่ได้กล่าวถึงการพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า “ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น หรือนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ” และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2553: 69) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ต้องเป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือใกล้ตัวผู้เรียน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ครูผู้สอนจะต้องอธิบายถึงแต่ละขั้นตอนให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจนในคาบแรก และในกิจกรรมขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem: T) ครูผู้สอนต้องใช้เวลาในการเริ่มแปลงข้อมูลตาม CSA เพื่อให้ผู้เรียนได้มีความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
2. ครูต้องทบทวนเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งให้แบบฝึกทักษะเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพิ่มเติม
3. เนื่องจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มผู้เรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบแสดงความคิดเห็น ครูผู้สอนจะต้องเข้าไปแนะนำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งคอยชักจูงและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในระหว่างการทำกิจกรรมให้มาก และยังเป็นการทำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งรู้จักการเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ และช่วยเหลือผู้อื่น
4. การใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปตามลำดับ และทำให้นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดให้ผู้เรียนน้อยลง
5. ในการทำกิจกรรมต่างๆ ถ้าครูผู้สอนมีรางวัลให้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นเป็นพิเศษ และเพิ่มความสนุกสนานในการทำกิจกรรมยิ่งขึ้น
6. การทำกิจกรรมกลุ่มควรให้ผู้เรียนออกมานำเสนอผลงาน ในระยะแรกผู้เรียนยังไม่กล้าแสดงออกเท่าที่ควร อาจจะต้องสุมให้ผู้เรียนออกมานำเสนอ และหลังจบการนำเสนอครูต้องกล่าวชมเชย และให้คำแนะนำกับผู้ที่ออกมานำเสนอแล้วมีสิ่งผิดพลาดด้วยน้ำเสียงที่อ่อนโยนมีเมตตา
7. ในใบกิจกรรมบางกิจกรรมโจทย์ปัญหาอาจจะเยอะเกินไปควรตัดโจทย์ปัญหาให้พอดีกับเวลาที่นักเรียนทั้งห้องสามารถทำเสร็จในคาบเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูผู้สอนควรอธิบายถึงขั้นตอนของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ให้กับผู้เรียนอย่างชัดเจนพร้อมทั้งยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถูกต้อง

ครูผู้สอน

2. ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวไปสอนเป็นอย่างดี เพื่อประโยชน์แก่ผู้เรียนและ
3. ในการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนครูควรให้ความใส่ใจให้ทั่วถึงในชั้นเรียน และให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม และครูจะต้องใช้น้ำเสียงที่อ่อนโยนเวลาให้คำปรึกษาและน้ำเสียงที่หนักแน่นเวลาที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมในชั้นเรียน
4. ครูผู้สอนควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมต่าง ๆ อย่างพอเหมาะ มิฉะนั้นจะทำให้กิจกรรมใช้เวลาามากจนเกินไป
5. ครูผู้สอนควรพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนเป็นฝ่ายตั้งคำถาม เพื่อพัฒนาทางการคิดวิเคราะห์ และต้องระมัดระวังในการให้รางวัลอาจจะทำให้นักเรียนเห็นแก่ตัวไม่ยอมช่วยเหลือเพื่อนที่ไม่เข้าใจได้

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรให้มีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลยุทธ์ STAR ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น ระบบสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง อสมการ ความน่าจะเป็น เศษส่วนของพหุนาม พื้นที่ผิวและปริมาตร การจัดลำดับและการจัดหมู่ ฯลฯ
2. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลยุทธ์ STAR โดยศึกษาในตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544ก). เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.
- _____. (2544ข). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- _____. (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2551). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2536). เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจริญขวัญ น้าพา. (2554). ผลการจัดกระบวนการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษาแบบร่วมมือ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยรัตน์ สุลำนาจ. (2547). ผลการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2539). การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.

- _____. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แชนแนลเม้นท์.
- _____. (2543). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชาญชัย อาจิณสมภาร. (2533, มีนาคม). "การเรียนรู้แบบร่วมมือ," *ประชากรศึกษา*.40 (6): 19 - 21.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 12. นนทบุรี: ทนเศรษฐกิจ อินเทอร์เน็ต โปรเกรสซิฟ จำกัด.
- ชูศรี สนิทประชากร. (2534, กรกฎาคม - ธันวาคม). "การเรียนรู้โดยการร่วมมือ," *จันทร์เกษมสาร*. 2 (4): 48 - 49.
- เชี่ยวชาญ เทพกุศล. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ (STAD) ที่เน้นทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วน. ปรินุฎยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐธยาน์ สงคราม. (2547). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง. ปรินุฎยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคณะ. (2547). ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทพิมพ์.
- ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). การวิเคราะห์ความมุ่งเฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอคนิทัศน์ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ค.ต. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทิตนา แคมมณี. (2545). ศาสตร์การสอน. องค์ความรู้เพื่อการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2548). รูปแบบการเรียนการสอน:ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์. (2547). กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

- ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ธนะชาติ ถนอมกุลบุตร. (2552). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “การแปรผัน”โดยการใช้กลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบางบัวทอง จังหวัดนนทบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต(การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชนเดช เกียรติมงคล. (2549). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดศรีท้าวธรรมที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กับวิธีสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). ราชบุรี: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง. ถ่ายเอกสาร
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นงกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 2โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นุศรียา จิตตารมย์. (2548). ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2541). กระบวนการกลุ่มในทฤษฎีการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม: ต้นแบบการเรียนรู้ทางด้านหลักทฤษฎีและแนวปฏิบัติ. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2540.
- ประสาธ อิศรปริดา. (2523). จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน. กรุงเทพฯ: กราฟิเคอาร์ท.
- ปรีชา เนาวิเณนผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435): 62-74.

- _____ (2544). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปาสาน์ กงตาล. (2535, กันยายน). "การร่วมมือกันเรียนรู้," วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัย
ขอนแก่น. 15 (1).
- ปาจริย์ เยาดำ. (2552). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว" โดยการใช้กลยุทธ์ STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โรงเรียนสวัสดิ์รัตนากิมุข จังหวัดตรัง. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
(การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน. (2536). "วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน," เอกสารหมายเลข 6.
กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏเพชรบุรีวิทยาเขตกาญจนบุรี.
- มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อ
ส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบัน
เทคโนโลยีราชมงคล. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มะลิวรรณ ผ่องราษี. (2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดที่มีต่อความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.
(การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มาเลียม พินิจรอบ. (2549). ผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการ
แก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์
กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- พรรณรัตน์ เก้าธรรมสาร. (2533). "การเรียนแบบทำงานรับผิดชอบร่วมกัน" สารพัฒนาหลักสูตร.
(95) : 35-37.
- พิมพันธ์ เดชะคุปต์. (2544). การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิคการ
สอน 2. กรุงเทพฯ: บริษัท เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแม่เนจเม้นท์ จำกัด.
- ไพไลพร แซ่มช้อย. (2552). การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาปทุมธานี
เขต 2. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ไพพะยอม พิมพ์พาเรือ. (2549). รายงานสรุปผลการประชุมเชิงปฏิบัติการเรื่อง “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์”. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์ จำกัด.
- รัชดา ยาดตรา. (2549). ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ลิลลา ดลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2536). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- _____. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณศิริ หลงรัก. (2553). ผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท (Contextual Learning) เรื่อง สถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544. กรุงเทพฯ: พรักหวานกราฟฟิค.
- วาสนา กิมเท็ง. (2553). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based Learning) ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรียรินทร์ ทองย่น. (2552). ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อปรับอิทธิพลของความสามารถ

- ด้านเหตุผล. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีสมัย สอดศรี. (2546). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. ปรินญาณินพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- _____. (2543, พฤศจิกายน - 2544, มกราคม). *แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์*. วารสารคณิตศาสตร์.44 (506 - 508): 35.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). *การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2545-2549) ฉบับสรุป*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2549). *แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (พ.ศ.2550 – 2554)*. ม.ป.ท.: ม.ป.พ.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2547). *แนวทางการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาแบบอิงมาตรฐาน*. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544ก). *เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ:ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร
- _____. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุขจิตร ตั้งเจริญ. (2543). *การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม.
- สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531,กุมภาพันธ์). “การเรียนการสอนแบบร่วมมือ,” *วิทยากร*. 86 (2) : 4–8.
- สุรสาล ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย

- ศรีนครินทร์วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางคณา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุวรรณ การจนมยุร. (2542). เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่ม 3. พิมพ์ครั้งที่ 6.
กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ไสว พักขาว. (2542). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ ฯ: เอมพัมพ์.
_____. (2544). หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ: เอมพัมพ์.
- อังคณา อุทัยรัตน์. (2555). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคองง. (2545). รายงานวิจัย เรื่อง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิชการพิมพ์.
- _____. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์และสังคมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Ajose, Sunday A.; And Virginia G. Joyner. (1990, Summer). *Cooperative Learning : The Rebirth of an Effective Teaching Strategy*. *Education Horizons*. 198.
- Artzt, Alice F.; and Chaire M. Newman. (1990, September). *Cooperative Learning. The Mathematics Teacher*. 83(6) : 442-443.
- Ausubel, David P. (1968). *Education Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart and Winston. Inc.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Basil, C. G. (1999). *Collecting data outdoors: making connections to the real world. Teaching Children Mathematics*. 6(1): 8–12.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers.

- Branca, N. (1980). *Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill in Problem Solving in School Mathematics*, NCTM, Reston, Va.
- Bruner, J. S. 1966. *Toward a Theory of Instruction (Online)*.
<http://www.infed.org/thinkers/bruner.htm>, June 13, 2008.
- Burkhardt, Hugh. (2001). *The Emperor's Old Clothes, or How the World See It*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Butler, F. M; & et al. (2003). *Fraction instruction for students with mathematics disabilities: Comparing two teaching sequences*. Learning disabilities research & practice. 18(2): 99-111.
- Clyde, Carle G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: The Ronald Press Company.
- Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York: Macmillan.
- Davidson, Neil. (1990). *Small Group Cooperative Learning in Mathematics in Teaching and Learning Mathematics in the 1990s, 1990 yearbook*. edited by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Dossey, John A. and others. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12*. Pacific Grove: Brooks/Cole.
- Gainsburg, July. (2007). *Real-world connections in secondary mathematics teaching*. Dissertation. Retrieved April 20, 2009, from www.springerlink.com/content/lx36jh65500033i4/?p=4dbc516f60cb4d7fab44a9ca7391050d&pi=0.html
- Gagne; R. M. (1985). *The Condition of Learning*. New York: CBS College Publishing.
- Gagnon, J. C.; & Krezmien, M. (2011). *Effective instructional strategies for correctional education programs*. Retrieved May 14, 2011, from [http://www.edjj.org/conf/cdEDJJ%20Conference%20\(D\)/Effecttive%20Instruction.ppt](http://www.edjj.org/conf/cdEDJJ%20Conference%20(D)/Effecttive%20Instruction.ppt)
- Hartfield, Mary M., Edwards, Nancy T. and Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Heimer, R.T. ; & Trueblood ,C.R. (1997). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Hilgard,E.R. (1967). *Introduction to Psychology*. New York: Harcourt Brace World, Inc.

- Johnson, David W & Johnson, Roger T. (1989). Cooperative Learning in Mathematics Education. In *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook*. pp. 235-237. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- _____. (1990). *Using Cooperative Learning Package*. In *American Education*. EnglewoodCliffs, New Jersey: Educational Technology Publication.
- Johnson, D.W. ; Johnson, R.T. & Holubec, E.T. (1993). *Circle of Learning : Cooperative in the Classroom*. Minnesota: Interaction Book.
- Joyce, Gilchrist H. (2004). *The Use of Small Groups to Facilitate Learning in Adult Basic Education Mathematics*. Retrieved April 8, 2005, from <http://www.lib.umi.com/Dissertations/fullcit/MQ90903>.
- Kagan, Spencer. (1994). *Cooperative Learning*. Publisher: Resources for Teachers.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.
- Knuth, Eric J. (2000). Understanding Connections between Equation and Graphs. *The Mathematics Teacher*. 93(1): 48–53.
- Konold, K. B. (2005). *Using the concrete-representational-abstract teaching sequence to increase algebra problem solving skills*. Doctoral dissertation, University of Nevada, 2004. Dissertation Abstracts International. 65 (8): 2949 A.
- Krulik Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1987). *Problem Solving. A Handbook for Teachers*. 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- _____. (1993). Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers. Boston: Allyn and Bacon.
- _____. (1996). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kyle, D.W., McIntyre, E.; & Moore, G.H. (2001). Connecting mathematics instruction with the families of young children. *Teaching Children Mathematics*. 8(2): 80–86.
- Lawson, Michael J.; & Chinnappan, Mohan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving, *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1):26-43.
- Maccini, P.; & Hughes, C. A. (2000). *Effects of a problem solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities*. Learning disabilities research & practice. 15(1): 10-21.

- Maccini, P.; & Gagnon, J. (2011). *Mathematics strategy instruction (SI) for middle school students with learning disabilities*. Retrieved May 14, 2011, from http://www.k8accesscenter.org/training_resources/massini.asp
- Maccini, P. and K. L. Ruhl. (2000). "Effects of a graduated instructional sequence on the algebraic subtraction of integers by secondary students with learning disabilities." *Education and Treatment of Children* 23 (4): 465-489.
- Mack, Nancy K. (2004, November). Connecting to Develop Computational Fluency with Fractions. *Teaching Children Mathematics*. 11(4): 226–232.
- Merlino, Joseph F. (2000). *Understanding Integrated Mathematics Using Living Metaphors*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/2001-01/default_all_print.htm
- Michaels, Rosemarie. (2000). The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attributional Style in Third-grade Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 63(03)A.
- Nagel D. R.; Schumaker J. B.; & Deshler D. D. (1986, May). FIRST-Letter Mnemonic Strategy. Retrieved May 10, 2011, from http://www2.ku.edu/~onlineacademy/academymodules/a304/support/xpages/a304b0_20900.html.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia:NCTM, Inc.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. Va: NCTM.
- _____. (2002). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Natsaulas, Anthula. (2000,May). *Group Symmetries Connect Art and History with Mathematics*. *Mathematics Teacher*. 93(5) :364-370.
- Nicol, Cynthia; & Crespo, Sanda. (2005). Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics. *School Science and Mathematics*. 240–251.
- Oas, B. K.; Schumaker, J. B.; & Deshler, D. D. (2011). *Learning strategies: Tools for learning to learn in middle and high schools*. Retrieved May 10, 2011, from <http://www.cals.ncsu.edu:8050/agexed/leap/aee535/learn.htm>
- Owens, Kathy. (2001). *An Integrated Approach for Young Students*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/200101/default_all_print.htm

- Pandiscio, Eric A. (2002, May). Exploring the Link Between Preservice Teachers' Conception of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. *School Science and Mathematics*. 102(5): 216-220.
- Perrine, Vicki. (2001). Effect of a problem-solving-based mathematics course on the proportional reasoning of preservice teachers. *Dissertation Abstract International*. Retrieved April, 20, 2009. from , [www.lib.uni.com / dissertational fullcit / 3006601](http://www.lib.uni.com/dissertational/fullcit/3006601).
- Polya, George. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York: Doubleday Company. Reys, Robert E., Marilyn N.
- _____. (1980). On Solving Mathematics Problem in High School. *Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook*. Virginia: the National Council of Teachers of mathematics.
- _____. (1985). *How to Solve it*. 2nd ed. Princeton: University Press.
- Randall, Regina T. (2003). *Differences in Knowledge and Perceptions of Cooperative Learning Between Urban Elementary Teachers Assigned to Neighborhood School and Schools of Choice*. Retrieved April 8, 2005, from [http://wwwlib.umi.com /dissertations/fullcit/3116533](http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/3116533).
- Reys, Robert E. Suydum, Marilyn N. & Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Slavin, Robert E. (1987, November). "Cooperative learning and Cooperative School, " *Educational Leadership*.
- _____. (1995). *Cooperative Learning: Theory, Research, and Practice*. Boston: Allyn and Bacon.
- Souvignier, Elmar; & Kronenberger, Julia. (2007, December). *Cooperative learning in third Graders' jigsaw groups for mathematics and science with and without questioning Training*. *British Journal of Educational Psychology*. 77(4): 755-771.
- Sqroi, Richard J.; & Sqroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for elementary school teachers: problem-solving investigation*. Boston: PWS.
- Sternberg, R.J. (1986). *Intelligence Applied*. New York: Harcourt Brace Jovanovich. Publisher.
- Tarin, Kmuram; & Akdeniz, Fikri. (2008, January). The Effects of Cooperative Learning on Turkish Elementary Students' Mathematics Achievement and Attitude towards Mathematics Using TAI and STAD Methods. *Educational Studies in Mathematics*. 67: 77-91.

- Thomas, Christine D. & Santiago, Carmelita. (2002, May). *Building Mathematically Powerful students through Connections*. National Council of Teachers of Mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School*. (484-488).
- Vacher, H.L. & Mylroie, John E. (2001, November). *Connecting with Geology : Where's the End of Cave?*. *Mathematics Teacher*. 94(8): 640 - 641.
- Van, Garderen D. (2006). *Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities*. *Dissertation Abstracts International*. 39(6): 496.
- Ventura, J. (2001). *Integrating Literature, Mathematics, and Science*. Retrieved May 1, 2009, from www.nctm.org/dialogues/200101/default_all_print.htm
- Wheeler, R. & Ryan, F. L. (1990). *Effects of Cooperative and Comprehension*. Cambridge: Cambridge University press.
- Williams, Kenneth M. (2003, March). *Writing about the Problem–Solving Process to Improve Problem–Solving Performance*. *Mathematics Teacher*. 96(3): 185–187
- Wilson, M.L. Fernandez and N. Hadaway. (1993). "Mathematical Problem Solving," *In Research Ideas for the Classroom (High School Mathematics)*. edited by Patricia S. Wilson. New York: Macmillan Publishing Company.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 10 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	0	0.67
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	0	0.67
6	+1	+1	0	0.67
7	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	0	0.67
9	+1	+1	0	0.67
10	+1	+1	0	0.67
11	+1	+1	0	0.67
12	+1	0	+1	0.67
13	+1	+1	+1	1
14	+1	0	+1	0.67
15	+1	+1	0	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC ≥ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 11 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.46	0.29	คัดเลือกไว้
2	0.50	0.76	ตัดทิ้ง
3	0.38	0.51	คัดเลือกไว้
4	0.65	0.40	คัดเลือกไว้
5	0.78	0.44	คัดเลือกไว้
6	0.72	0.34	คัดเลือกไว้
7	0.37	0.43	คัดเลือกไว้
8	0.32	0.15	ตัดทิ้ง
9	0.44	0.65	คัดเลือกไว้
10	0.49	0.38	คัดเลือกไว้
11	0.71	0.32	ตัดทิ้ง
12	0.67	0.40	คัดเลือกไว้
13	0.23	0.12	ตัดทิ้ง
14	0.71	0.39	คัดเลือกไว้
15	0.39	0.18	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.37 – 0.78 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.29 – 0.65 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 10 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12 และ 14 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 12 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 และการแปรผัน

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
1	198	512	0.28
3	289	1,086	0.53
4	174	439	0.77
5	245	813	0.79
6	186	502	0.88
7	213	631	0.81
9	194	537	0.84
10	260	864	0.24
12	237	774	0.91
14	280	1,034	0.68
			$\sum s_i^2 = 6.73$

ตาราง 13 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 และการแปรผัน

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
1	176	456	0.87
3	228	697	0.60
4	154	348	0.65
5	256	856	0.47
6	172	428	0.74
7	211	606	0.63
9	174	449	0.89
10	219	642	0.54
12	205	598	0.92
14	192	499	0.48
			$\sum s_i^2 = 6.78$

ตาราง 14 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	18	324	26	18	324
2	20	400	27	16	256
3	19	361	28	22	484
4	11	121	29	17	289
5	16	256	30	34	1156
6	18	324	31	22	484
7	16	256	32	17	289
8	18	324	33	25	625
9	16	256	34	15	225
10	24	576	35	20	400
11	29	841	36	16	256
12	24	576	37	18	324
13	26	676	38	22	484
14	16	256	38	16	256
15	15	225	40	29	841
16	14	196	41	13	169
17	15	225	42	16	256
18	24	576	43	18	324
19	13	169	44	15	225
20	16	256	45	12	144
21	12	144	46	11	121
22	15	225	47	10	100
23	28	784	48	22	484
24	14	196	49	30	900
25	21	441	50	24	576

ตาราง 14 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
51	30	900	76	20	400
52	22	484	77	18	324
53	19	361	78	19	361
54	22	484	79	32	1024
55	17	289	80	20	400
56	33	1089	81	19	361
57	26	676	82	22	484
58	16	256	83	17	289
59	30	900	84	33	1,089
60	18	324	85	26	676
61	20	400	86	16	256
62	22	484	87	30	900
63	25	625	88	18	324
64	16	256	89	20	400
65	16	256	90	22	484
66	18	324	91	25	625
67	17	289	92	16	256
68	15	225	93	16	256
69	28	784	94	18	324
70	26	676	95	17	289
71	22	484	96	15	225
72	20	400	97	28	784
73	18	324	98	26	676
74	33	1089	99	22	484
75	18	324	100	20	400
			$\sum X_i =$		$\sum X_i^2 =$
			2,018		43,770

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s_t^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
โดยที่	$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$	
เมื่อ	s_i^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด
และ	$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$	
เมื่อ	s_t^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 14 จะได้

$$\sum X = 2,018, \sum x^2 = 43,770, N = 100$$

$$\begin{aligned} s_t^2 &= \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{4,377,000 - 4,072,324}{100(100-1)} \\ &= \frac{304,676}{9900} \\ &= 30.78 \end{aligned}$$

จากตาราง

12 จะได้ $k = 10$, $\sum s_i^2 = 6.73$, $s_t^2 = 30.78$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{6.73}{30.78} \right\} \\ &= \frac{10}{9} (1 - 0.22) \\ &= 0.87 \end{aligned}$$

ตาราง 15 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	18	17	324	289	306
2	20	20	400	400	400
3	19	19	361	361	361
4	11	10	121	100	110
5	16	18	256	324	288
6	18	17	324	289	306
7	16	14	256	196	224
8	18	16	324	256	288
9	16	16	256	256	256
10	24	24	576	576	576
11	29	27	841	729	783
12	24	26	576	676	624
13	26	26	676	676	676
14	16	16	256	256	256
15	15	15	225	225	225
16	14	14	196	196	196
17	15	15	225	225	225
18	24	23	576	529	552
19	13	13	169	169	169
20	16	16	256	256	256
21	12	12	144	144	144
22	15	15	225	225	225
23	28	28	784	784	784
24	14	14	196	196	196
25	21	21	441	441	441
26	18	17	324	289	306
27	16	15	256	225	240

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
28	22	22	484	484	484
29	17	16	289	256	272
30	34	33	1156	1,089	1,122
31	22	21	484	441	462
32	17	17	289	289	289
33	25	25	625	625	625
34	15	15	225	225	225
35	20	19	400	361	380
36	16	15	256	225	240
37	18	18	324	324	324
38	22	21	484	441	462
39	16	17	256	289	272
40	29	29	841	841	841
41	13	13	169	169	169
42	16	15	256	225	240
43	18	17	324	289	306
44	15	14	225	196	210
45	12	12	144	144	144
46	11	11	121	121	121
47	10	10	100	100	100
48	22	29	484	841	638
49	30	31	900	961	930
50	24	25	576	625	600
51	30	30	900	900	900
52	22	22	484	484	484
53	19	20	361	400	380
54	22	22	484	484	484
55	17	17	289	289	289

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
56	33	33	1089	1,089	1,089
57	26	26	676	676	676
58	16	17	256	289	272
59	30	30	900	900	900
60	18	16	324	256	288
61	20	21	400	441	420
62	22	23	484	529	506
63	25	25	625	625	625
64	16	16	256	256	256
65	16	17	256	289	272
66	18	20	324	400	360
67	17	17	289	289	289
68	15	17	225	289	255
69	28	28	784	784	784
70	26	27	676	729	702
71	22	22	484	484	484
72	20	20	400	400	400
73	18	16	324	256	288
74	33	33	1089	1,089	1,089
75	18	17	324	289	306
76	22	20	484	400	400
77	30	19	900	361	342
78	24	19	576	361	361
79	30	32	900	1,024	1,024
80	22	21	484	441	420
81	19	18	361	324	342
82	22	22	484	484	484
83	17	17	289	289	289

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
84	33	33	1,089	1,089	1,089
85	26	26	676	676	676
86	16	17	256	289	272
87	30	30	900	900	900
88	18	18	324	324	324
89	20	18	400	324	360
90	22	21	484	441	462
91	25	24	625	576	600
92	16	16	256	256	256
93	16	17	256	289	272
94	18	16	324	256	288
95	17	17	289	289	289
96	15	14	225	196	210
97	28	27	784	729	756
98	26	25	676	625	650
99	22	22	484	484	484
100	20	21	400	441	420
รวม	2,018	2,011	43,770	43,633	43,637

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ

r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง

15 จะได้ $\sum X = 2,018$, $\sum Y = 2,011$, $\sum X^2 = 43,770$

$\sum Y^2 = 43,633$, $\sum XY = 43,637$, $N = 100$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{100(43,637) - (2,018)(2,011)}{\sqrt{[100(43,770) - (2,018)^2][100(43,633) - (2,011)^2]}}$$

$$= 0.98$$

ตาราง 16 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
 เชื่อมกันของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง
 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	17	289	27	17	289
2	24	576	28	24	576
3	20	400	29	20	400
4	11	121	30	35	1,225
5	16	256	31	22	484
6	18	324	32	18	324
7	19	361	33	24	576
8	18	324	34	18	324
9	23	529	35	21	441
10	24	576	36	18	324
11	28	784	37	20	400
12	24	576	38	24	576
13	26	676	39	18	324
14	18	324	40	30	900
15	16	256	41	15	225
16	14	196	42	17	289
17	16	256	43	20	400
18	27	729	44	17	289
19	13	169	45	14	196
20	16	256	46	15	225
21	14	196	47	10	100
22	30	900	48	22	484
23	30	900	49	30	900
24	15	225	50	25	625
25	22	484	51	31	961
26	20	400	52	25	625

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
53	20	400	77	20	400
54	21	441	78	20	400
55	18	324	79	34	1,156
56	35	35	80	21	441
57	28	28	81	20	400
58	20	20	82	21	441
59	31	31	83	19	361
60	20	20	84	35	1,225
61	21	21	85	28	784
62	23	23	86	18	324
63	24	24	87	30	900
64	18	18	88	19	361
65	18	18	89	19	361
66	19	19	90	24	576
67	16	16	91	25	625
68	19	19	92	20	400
69	30	30	93	20	400
70	24	24	94	18	324
71	26	26	95	19	361
72	20	20	96	18	324
73	20	20	97	28	784
74	35	35	98	29	841
75	20	20	99	25	625
76	24	24	100	22	484
				$\sum X = 2,171$	$\sum X^2 = 50,123$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ

$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง จะได้ $\sum X = 2,171, \sum X^2 = 50,123, n = 100$

$$S_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{100(50,123) - (2,171)^2}{100(100-1)}$$

$$= 30.21$$

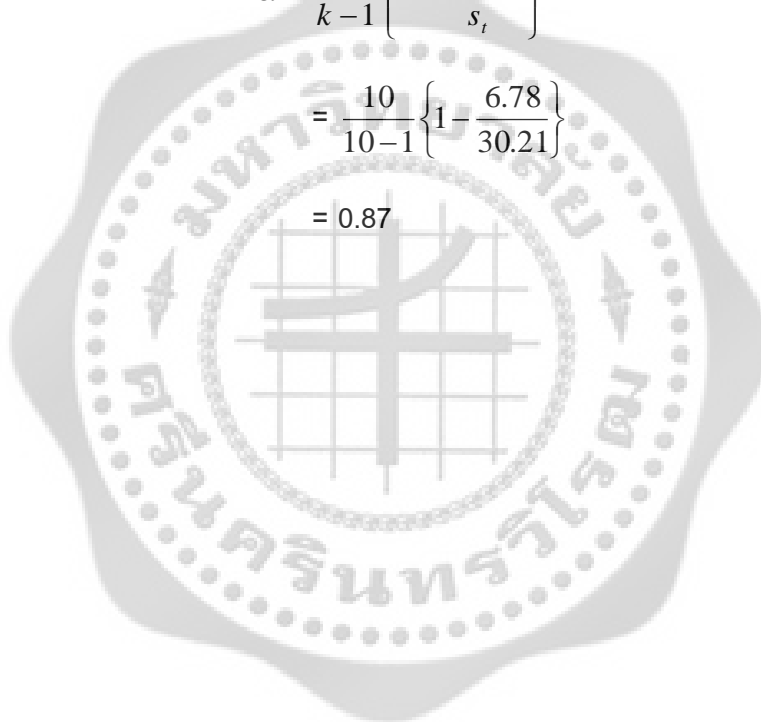
จากตาราง 16 จะได้ $k = 10, S_i^2 = 6.78, s_i^2 = 30.21$

ดังนั้น

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_i} \right\}$$

$$= \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{6.78}{30.21} \right\}$$

$$= 0.87$$



ตาราง 17 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	17	17	289	289	289
2	24	23	576	529	552
3	20	20	400	400	400
4	11	12	121	144	132
5	16	16	256	256	256
6	18	17	324	289	306
7	19	19	361	361	361
8	18	17	324	289	306
9	23	21	529	441	483
10	24	24	576	576	576
11	28	27	784	729	756
12	24	24	576	576	576
13	26	26	676	676	676
14	18	16	324	256	288
15	16	15	256	225	240
16	14	14	196	196	196
17	16	16	256	256	256
18	27	27	729	729	729
19	13	13	169	169	169
20	16	16	256	256	256
21	14	12	196	144	168
22	30	32	900	1,024	960
23	30	28	900	784	840
24	15	14	225	196	210
25	22	22	484	484	484
26	20	18	400	324	360
27	17	15	289	225	255

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
28	24	22	576	484	528
29	20	18	400	324	360
30	35	34	1,225	1,156	1,190
31	22	21	484	441	462
32	18	17	324	289	306
33	24	24	576	576	576
34	18	18	324	324	324
35	21	20	441	400	420
36	18	16	324	256	288
37	20	18	400	324	360
38	24	25	576	625	600
39	18	17	324	289	306
40	30	29	900	841	870
41	15	14	225	196	210
42	17	17	289	289	289
43	20	20	400	400	400
44	17	18	289	324	306
45	14	15	196	225	210
46	15	15	225	225	225
47	10	10	100	100	100
48	22	22	484	484	484
49	30	30	900	900	900
50	25	25	625	625	625
51	31	33	961	1,089	1,023
52	25	27	625	729	675
53	20	20	400	400	400
54	21	22	441	484	462
55	18	17	324	289	306

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
56	35	33	1,225	1,089	1,155
57	28	26	784	676	728
58	20	19	400	361	380
59	31	30	961	900	930
60	20	22	400	484	440
61	21	21	441	441	441
62	23	23	529	529	529
63	24	25	576	625	600
64	18	17	324	289	306
65	18	20	324	400	360
66	19	20	361	400	380
67	16	17	256	289	272
68	19	21	361	441	399
69	30	32	900	1,024	960
70	24	25	576	625	600
71	26	27	676	729	702
72	20	20	400	400	400
73	20	20	400	400	400
74	35	33	1,225	1,089	1,155
75	20	19	400	361	380
76	24	23	576	529	552
77	20	20	400	400	400
78	20	19	400	361	380
79	34	32	1,156	1,024	1,088
80	21	21	441	441	441
81	20	22	400	484	440
82	21	20	441	400	420
83	19	17	361	289	323

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
84	35	34	1,225	1,156	1,190
85	28	27	784	729	756
86	18	17	324	289	306
87	30	28	900	784	840
88	19	18	361	324	342
89	19	18	361	324	342
90	24	24	576	576	576
91	25	26	625	676	650
92	20	21	400	441	420
93	20	20	400	400	400
94	18	19	324	361	342
95	19	19	361	361	361
96	18	20	324	400	360
97	28	29	784	841	812
98	29	30	841	900	870
99	25	27	625	729	675
100	22	20	484	400	440
รวม	2,171	2,146	50,123	49,082	49,528

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง

$$17 \text{ จะได้ } \sum X = 2,171, \sum Y = 2,146, \sum X^2 = 50,123$$

$$\sum Y^2 = 49,082, \sum XY = 49,528, N = 100$$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{100(49,528) - (2,171)(2,146)}{\sqrt{[(100 \times 50,123) - (2,171)^2][100(49,082) - (2,146)^2]}}$$

$$= 0.98$$

ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน
- คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน

ตาราง 18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	17	35	1,225	18	324
2	3	29	841	26	676
3	15	30	900	15	225
4	5	31	961	26	676
5	14	33	1,089	19	361
6	10	28	784	18	324
7	11	31	961	20	400
8	1	29	841	28	784
9	3	30	900	27	729
10	10	33	1,089	23	529
11	4	27	729	23	529
12	11	31	961	20	400
13	9	29	841	20	400
14	6	34	1,156	28	784
15	14	36	1,296	22	484
16	13	31	961	18	324
17	14	33	1,089	19	361
18	15	37	1,369	22	484
19	11	32	1,024	21	441
20	18	32	1,024	14	196
21	15	34	1,156	19	361
22	13	28	784	15	225
23	10	24	576	14	196
24	17	32	1,024	15	225
25	10	28	784	18	324
26	16	36	1,296	20	400

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
27	19	38	1,444	19	361
28	16	37	1,369	21	441
29	4	27	729	23	529
30	7	26	676	19	361
31	19	34	1,156	15	225
32	6	27	729	21	441
33	3	26	676	23	529
34	13	33	1,089	20	400
35	2	24	576	22	484
36	6	26	676	20	400
37	11	30	900	19	361
38	8	30	900	22	484
39	2	28	784	26	676
40	13	32	1,024	19	361
41	12	28	784	16	256
42	1	26	676	25	625
43	0	28	784	28	784
44	7	30	900	23	529
45	9	32	1,024	23	529
46	3	30	900	27	729
		$\Sigma x_2 = 1,405$	$\Sigma x_2^2 = 43,457$	$\Sigma D = 959$	$\Sigma D^2 = 20,667$

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
 $\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 18 จะได้ $\sum D = 959, \sum D^2 = 20,667, n = 46$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{959}{\sqrt{\frac{46 \times 20,667 - (959)^2}{46-1}}} \\ &= \frac{959}{\sqrt{\frac{950,682 - 919,681}{45}}} \\ &= 36.55 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.4121 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 46 - 1 = 45$)

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันกับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60)
 s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{1,405}{46} \\ &= 30.54\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}} \\ s &= \sqrt{\frac{46(43,457) - (1,405)^2}{46(46-1)}} \\ s &= 3.48\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 30.54, \mu_0 = 24, s = 3.48, n = 46$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{30.54 - 24}{\frac{3.48}{\sqrt{46}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{6.54}{\frac{3.48}{6.78}} \\ &= 12.74 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.4121 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 46 - 1 = 45$)



ตาราง 19 คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	20	34	1,156	14	196
2	13	30	900	17	289
3	16	32	1,024	16	256
4	8	32	1,024	24	576
5	15	31	961	16	256
6	12	30	900	18	324
7	14	30	900	16	256
8	3	28	784	25	625
9	5	32	1,024	27	729
10	9	34	1,156	25	625
11	7	29	841	22	484
12	12	30	900	18	324
13	10	29	841	19	361
14	16	36	1,296	20	400
15	13	35	1,225	22	484
16	11	34	1,156	23	529
17	10	33	1,089	23	529
18	17	36	1,296	19	361
19	12	33	1,089	21	441
20	20	33	1,089	13	169
21	17	37	1,369	20	400
22	14	29	841	15	225
23	16	28	784	12	144
24	18	33	1,089	15	225
25	13	28	784	15	225
26	17	38	1,444	21	441
27	20	38	1,444	18	324

ตาราง 19 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
28	15	37	1,369	22	484
29	3	26	676	23	529
30	8	24	576	16	256
31	20	32	1,024	12	144
32	17	28	784	11	121
33	5	29	841	24	576
34	11	33	1,089	22	484
35	6	26	676	20	400
36	10	27	729	17	289
37	11	29	841	18	324
38	11	30	900	19	361
39	19	30	900	11	121
40	17	33	1,089	16	256
41	13	31	961	18	324
42	8	28	784	20	400
43	3	30	900	27	729
44	9	30	900	21	442
45	10	33	1,089	23	529
46	7	32	1,024	25	625
		$\sum X = 1,440$	$\sum X^2 = 45,558$	$\sum D = 879$	$\sum D^2 = 17,591$

เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 ก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการ

ทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 19 จะได้ $\sum D = 879, \sum D^2 = 17,591, n = 46$

ดังนั้น

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{879}{\sqrt{\frac{46(17,591) - (879)^2}{46-1}}}$$

$$= \frac{879}{\sqrt{\frac{809,186 - 772,641}{45}}}$$

$$= 30.84$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.4121 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 46 - 1 = 45$)

เปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันกับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
 s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{1,440}{46} \\ &= 31.30\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ s &= \sqrt{\frac{46(45,558) - (1,440)^2}{46(46-1)}}\end{aligned}$$

$$s = \sqrt{\frac{2,095,668 - 2,073,600}{2,070}}$$

$$s = 3.27$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 31.30, \mu_0 = 24, s = 3.27, n = 46$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{31.30 - 24}{\frac{3.27}{\sqrt{46}}}$$

$$= 15.14$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.4121 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 46 - 1 = 45$)

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน



แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2555

เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว : (โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน) จำนวน 1 คาบ

1. สาระที่ 4: พีชคณิต

สาระที่ 6: ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 4.2 ม.2/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ค 6.1 ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.1-3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม.1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ม.1-3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

- เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนที่กำหนดให้ได้
- ใช้กลยุทธ์ STAR ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
- ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ: นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหาได้
2. ให้เหตุผลได้
3. สื่อสาร และสื่อความหมายได้

ด้านคุณลักษณะ: นักเรียนมี

1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น
2. ความสนใจและกระตือรือร้น
3. ความรอบคอบ ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบและมีความรับผิดชอบ

4. สารการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวน เมื่อเป็นประโยคภาษาอาจจะซับซ้อนทำให้แก้ปัญหาคายาก ซึ่งในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนั้น จะต้องอาศัยความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการเลือกกลวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และกลวิธีหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาก็คือ “กลวิธี STAR” ซึ่งมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา ซึ่งได้แก่

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

ตัวอย่าง 1 จำนวนสี่สามจำนวนเรียงกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 57 จงหาจำนวนทั้งสาม

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนสี่สามจำนวนเรียงกัน

กำหนดให้ จำนวนสี่ จำนวนแรกเป็น x

จะได้ จำนวนสี่ถัดไปเป็น $x+2$ และ $x+4$

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เขียนสมการของปัญหา

จำนวนคี่สามจำนวนเรียงกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 57

$$\text{เขียนสมการได้ ดังนี้ } x + (x+2) + (x+4) = 57$$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

$$3x + 6 = 57$$

$$3x = 57 - 6$$

$$3x = 51$$

$$x = \frac{51}{3}$$

$$x = 17$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจาก จำนวนคี่จำนวนแรก คือ 17

จำนวนคี่สามจำนวนเรียงกัน คือ 17, 19, 21

$$\text{และ } 17 + 19 + 21 = 57$$

ดังนั้น จำนวนคี่สามจำนวนเรียงกัน คือ 17, 19, 21

ตัวอย่าง 2 จำนวนสองจำนวน ซึ่งมีผลบวกเป็น -17 ผลต่างเป็น 7

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนสองจำนวน

ซึ่งมีผลบวกเป็น -17 ผลต่างเป็น 7

กำหนดให้ จำนวนแรกเป็น x จำนวนที่สองเป็น y

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เขียนสมการของปัญหา

$$\text{จำนวนสองจำนวนผลบวกเป็น } -17 \text{ เขียนสมการได้ } x + y = -17 \quad \dots (1)$$

$$\text{จำนวนสองจำนวนผลต่างเป็น } 7 \text{ เขียนสมการได้ } x - y = 7 \quad \dots (2)$$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

นำสมการ (1) + (2) จะได้

$$x+y+x-y = (-17)+7$$

$$2x = -10$$

$$x = \frac{-10}{2}$$

$$x = -5$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

นำค่า $x = -5$ แทนในสมการ

$$x+y = -17$$

$$(-5)+y = -17$$

$$y = -17+5$$

$$y = -12$$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ $-5, -12$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น

1. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแบบคณะกรรมการ เป็นนักเรียนแกน 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยพิจารณาจากผลการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ภาคเรียนที่ผ่านมา
2. ครูทำความเข้าใจกับนักเรียนเกี่ยวกับเป้าหมาย ลักษณะ บทบาทหน้าที่ของการเรียนแบบร่วมมือ โดยครูเน้นย้ำให้นักเรียนทราบถึงความสำคัญของการทำงานกลุ่ม คะแนนของกลุ่มจะได้อมาจากคะแนนเฉลี่ยของแต่ละคน หากนักเรียนแต่ละคนทำคะแนนได้ดีก็จะส่งผลถึงคะแนนของกลุ่มด้วย
3. ครูนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ว่าประกอบไปด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นศึกษาโจทย์ปัญหา ขั้นแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่รูปภาพ

หรือสมการทางคณิตศาสตร์ ชั้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และชั้นทบทวนคำตอบว่าสอดคล้องกับข้อมูล แต่ละตอนนั้นมีลักษณะอย่างไรเพื่อให้นักเรียนเข้าใจ

4. ครูทบทวนความรู้เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย โดยครูกำหนดสมการอย่างง่ายบนกระดาน แล้วสุ่มเรียกนักเรียนออกมาหาคำตอบของสมการ โดยครูใช้วิธีถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนบอกขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า “กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีวิธีการที่หลากหลาย ประกอบด้วยหลายขั้นตอน” ในที่นี้จะขอเสนอเทคนิควิธีหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้แพร่หลายมาก คือ เทคนิควิธีสอนแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน โดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ โดยอาจเลือกใช้สื่อการเรียนรู้หรือสัญลักษณ์ช่วยในการแปลงข้อมูล ดังนี้

2.1) สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริง หรือสื่อการเรียนรู้เสมือนจริง

2.2) สื่อการเรียนรู้ที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semi concrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3) สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

6. ครูยกตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้กลวิธี STAR ขณะนักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังศึกษา ครูคอยให้คำชี้แนะ และแนะนำเมื่อนักเรียนซักถามข้อสงสัย

7. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย จนเป็นที่เข้าใจตรงกัน

ขั้นกิจกรรมกลุ่มย่อย

8. ครูแจกใบสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ภายในกลุ่ม

9. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายร่วมกันเพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา กำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ก่อนที่จะลงมือแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหา

10. ครูสุ่มกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งออกมานำเสนอวิธีคิดหน้าชั้นเรียน โดยในการนำเสนอให้นักเรียนนำเสนอให้ครอบคลุมการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ขณะที่นักเรียนนำเสนอให้นักเรียนสังเกตแทรกแนวคิดในการแก้ปัญหเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในปัญหามากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ครูสอบถามถึงการหาคำตอบในการแก้ปัญหของนักเรียนกลุ่มอื่นว่ามีวิธีที่แตกต่างไปจากที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่ หากไม่มีครูอาจนำเสนอเพิ่มเติมจากที่นักเรียนนำเสนอ

11. เมื่อนักเรียนนำเสนอวิธีการในการหาคำตอบเรียบร้อยแล้ว ครูสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญห พร้อมทั้งเน้นย้ำขั้นตอนการแก้ปัญหโดยใช้กลวิธี STAR สามารถทำให้นักเรียนแก้ปัญหได้เร็ว เข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น

ขั้นตอนสอบกลุ่มย่อย

12. หลังจากที่นักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อย เพื่อประเมินความเข้าใจในบทเรียน

ขั้นคะแนนในการพัฒนาตนเอง

13. ครูนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อย ของนักเรียนแต่ละคน โดยครูเป็นผู้ดำเนินการบันทึกคะแนนในการพัฒนาตนเองของนักเรียนไว้ทุกครั้ง

ขั้นกลุ่มที่ได้รับการยกย่องหรือยอมรับ

14. คะแนนของกลุ่มคำนวณจากคะแนนเฉลี่ยของคะแนนในการพัฒนาตนเองของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนสมาชิก

กลุ่มพยายามอีกนิด	คะแนนความก้าวหน้า	0-7
กลุ่มเกือบดี	คะแนนความก้าวหน้า	8-15
กลุ่มเก่ง	คะแนนความก้าวหน้า	16-24
กลุ่มยอดเยี่ยม	คะแนนความก้าวหน้า	25-30

เพื่อแสดงให้เห็นนักเรียนทราบว่าทุกคนทุกกลุ่มมีสิทธิ์ได้รับรางวัล แต่ละกลุ่มมีได้แข่งขันกับกลุ่มอื่นๆ แต่เป็นการร่วมมือช่วยเหลือกันในกลุ่มเพื่อให้เกิดความร่วมมือเกื้อกูลกันภายในกลุ่ม คนเรียนเก่งต้องช่วยเหลือผู้ที่เรียนอ่อน และคนที่เรียนอ่อนก็ต้องพยายามในการพัฒนาตนเอง เพื่อให้ได้คะแนนในการพัฒนาตนเองดีขึ้นและส่งผลต่อคะแนนของกลุ่มด้วย

15. ครูประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยครูตีประกาศคะแนนของแต่ละกลุ่มบนกระดานดำ

16. ครูประกาศผลคะแนนการทดสอบย่อยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทราบ พร้อมทั้งเน้นย้ำให้เห็นถึงความร่วมมือกันจะทำให้สมาชิกในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น และผลจากความเข้าใจในบทเรียนก็จะทำให้สมาชิกในกลุ่มประสบความสำเร็จในการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะส่งผลต่อคะแนนของกลุ่มนั่นเอง

6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2
2. ใบความรู้เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. ใบกิจกรรมที่ 1
4. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เรื่อง การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับ

จำนวน



7. การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
<p>ด้านความรู้</p> <p>1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. ใช้กลยุทธ์ STAR ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้</p> <p>3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้</p>	<p>ตรวจจากใบงานและแบบทดสอบย่อย</p>	<p>-ใบกิจกรรม</p> <p>-ใบงาน</p>	<p>ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป</p>
<p>ด้านทักษะกระบวนการ</p> <p>1. แก้ปัญหาได้</p> <p>2. ให้เหตุผลได้</p> <p>3. สื่อสาร และสื่อความหมายได้</p>	<p>ตรวจจากใบงานและแบบทดสอบย่อย</p>	<p>-ใบกิจกรรม</p> <p>-ใบงาน</p>	<p>ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป</p>
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <p>1. ความกล้าคิดและกล้าแสดงความคิดเห็น</p> <p>2. ความสนใจและกระตือรือร้น</p> <p>3. ความรอบคอบ ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบและมีความรับผิดชอบ</p>	<p>สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้</p>	<p>-แบบประเมินพฤติกรรม</p>	<p>ผ่านเกณฑ์ในระดับดี</p>

8. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการสอน

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข

.....
.....
.....
.....
.....

.....ผู้สอน
(นางสาวประจบ แสงสีบัว)

ใบความรู้ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กระบวนการแก้ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นทักษะการอ่าน ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหา ฯลฯ โดยใช้ทักษะที่กล่าวมาพร้อมกับกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ โดยกลวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้ กลวิธีหนึ่งคือ กลวิธี STAR ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไป

สู่สมการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่

3 A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่

4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

ตัวอย่าง 1 จำนวนสี่สามจำนวนเรียงกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 57 จงหาจำนวนทั้งสาม

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนสี่สามจำนวนเรียงกัน

กำหนดให้ จำนวนสี่ จำนวนแรกเป็น x

จะได้ จำนวนสี่ถัดไปเป็น $x+2$ และ $x+4$

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เขียนสมการของปัญหา

จำนวนสี่สามจำนวนเรียงกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น 57

เขียนสมการได้ ดังนี้ $x + (x+2) + (x+4) = 57$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

$$3x + 6 = 57$$

-

$$3x = 57 - 6$$

$$3x = 51$$

$$x = \frac{51}{3}$$

$$x = 17$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจาก จำนวนที่จำนวนแรก คือ 17

จำนวนที่สามจำนวนเรียงกัน คือ 17, 19, 21

$$\text{และ } 17 + 19 + 21 = 57$$

ดังนั้น จำนวนที่สามจำนวนเรียงกัน คือ 17, 19, 21

ตัวอย่าง 2 จำนวนสองจำนวน ซึ่งมีผลบวกเป็น -17 ผลต่างเป็น 7

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนสองจำนวน

ซึ่งมีผลบวกเป็น -17 ผลต่างเป็น 7

กำหนดให้ จำนวนแรกเป็น x จำนวนที่สองเป็น y

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญห เขียนสมการของปัญหา

$$\text{จำนวนสองจำนวนผลบวกเป็น } -17 \text{ เขียนสมการได้ } x + y = -17 \quad \dots (1)$$

$$\text{จำนวนสองจำนวนผลต่างเป็น } 7 \text{ เขียนสมการได้ } x - y = 7 \quad \dots (2)$$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

นำสมการ (1) + (2) จะได้

$$x+y+x-y = (-17)+7$$

$$2x = -10$$

$$x = \frac{-10}{2}$$

$$x = -5$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

นำค่า $x = -5$ แทนในสมการ $x+y = -17$

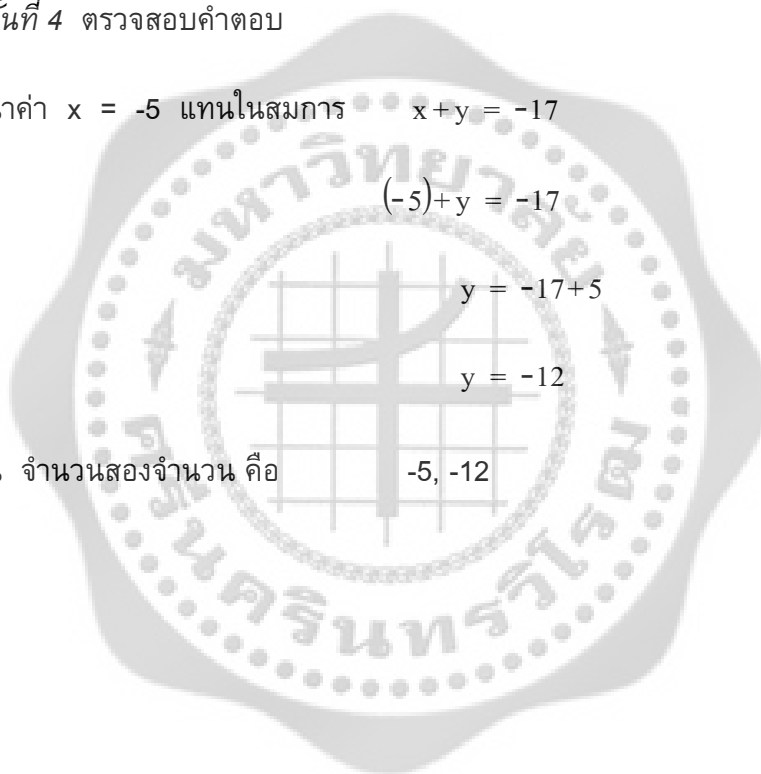
$$(-5)+y = -17$$

$$y = -17+5$$

$$y = -12$$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ

-5, -12



ใบกิจกรรมที่ 1

จงแสดงวิธีทำ

ก้อยสอบแข่งขันคณิตศาสตร์สองครั้ง แต่ละครั้งคะแนนเต็ม 100 คะแนน ครั้งแรกก้อยสอบได้ 75 คะแนน เขาต้องสอบครั้งที่สองให้ได้คะแนนจึงจะได้คะแนนเฉลี่ยของคะแนนทั้งสองครั้งเป็น 80 คะแนน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (s)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (r)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1

จงแสดงวิธีทำ

จงหาจำนวนเต็มสามจำนวนที่เรียงติดกัน ซึ่งมีผลบวกเป็น -255

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (s)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ.....

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (π)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน



**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน
2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณและแสดงแนวทางที่ทำให้ได้คำตอบอย่างละเอียดและเป็นขั้นตอน โดยอาศัยแนวคิด ความรู้ หลักการทางวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม



ข้อสอบข้อที่ 1 จำนวนเต็ม 2 จำนวน จำนวนแรกมากกว่าจำนวนหลังอยู่ 8 ถ้าหารจำนวนแรกด้วย 5 แล้วบวกด้วยสองเท่าของจำนวนหลังจะได้ 39 จงหาจำนวนทั้งสองนี้

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ.....

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 2 มีเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทรวมกัน 12 เหรียญ เป็นเงิน 85 บาท อยากทราบว่า มีเหรียญสองชนิดต่างกันอยู่ที่เหรียญ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 3 ถ้าต้องการผสมน้ำเชื่อมให้มีน้ำตาล 40% โดยการผสมน้ำเชื่อมสองขวด ขวดแรกเป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 90% และมีน้ำเชื่อมอยู่ในขวด 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร น้ำเชื่อมขวดที่สองเป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 20% จะต้องใช้น้ำเชื่อมจากขวดที่สองปริมาณเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 4 ต้องการทำน้ำส้มผสมมีความเข้มข้น 40% โดยการผสมน้ำส้มสองขวด ขวดใบแรกเป็นน้ำส้มที่มีความเข้มข้น 20% และมีน้ำส้มผสมอยู่ในขวด 750 ลูกบาศก์เซนติเมตร น้ำส้มผสมขวดใบที่สองมีความเข้มข้น 80% จะต้องใช้น้ำส้มผสมจากขวดใบที่สองเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

ข้อสอบข้อที่ 5 สมชายออกเดินทางด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตร/ชั่วโมง เมื่อเวลา 9.00 น. อีก 2 ชั่วโมง ต่อมาสมชายออกเดินทางตามมาด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตร/ชั่วโมง ทั้งสองคนจะเดินทางทันกันเมื่อไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 6 มินโฮขับรถจากเมือง A ไปยังเมือง B ถ้าเขาขับรถด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงปลายทางช้ากว่าขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงอยู่ 2 ชั่วโมง จงหาเวลาที่ต้องขับรถระหว่างเมือง A และเมือง B

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 7 ปริมาตรของทรงกลมแปรผันตรงกับกำลังสามของรัศมีทรงกลม ถ้ารัศมีทรงกลมยาว 1.5 เซนติเมตร แล้วปริมาตรทรงกลมมีค่าเท่ากับ $\frac{9\pi}{2}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหารัศมีของทรงกลมที่มีปริมาตร 36π ลูกบาศก์เซนติเมตร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

ข้อสอบข้อที่ 8 เมื่อปล่อยก้อนหินให้ตกอย่างอิสระในแนวตั้งจะพบว่า ระยะทาง s เมตร ที่ก้อนหินตกลงมาแปรผันตรงกับกำลังสองของเวลาที่ตก t วินาที ถ้าในเวลา 2 วินาที ก้อนหินตกลงมาเป็นระยะทาง 20 เมตร จงหาว่า เมื่อปล่อยก้อนหินให้ตกโดยอิสระนาน 6 วินาที จะได้ระยะทางเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 9 บริษัทก่อสร้างจ้างคนงานสร้างถนนเข้าหมู่บ้านแห่งหนึ่งจำนวน 40 คน เมื่อทำงานไปได้ครึ่งหนึ่งใช้เวลา 12 วัน บริษัทจะต้องเพิ่มคนงานอีกกี่คน จึงจะทำงานที่เหลือให้เสร็จในเวลา 8 วัน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

.....

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 10 ปริมาณน้ำมันเป็นแกลลอนในถังทรงกระบอกแปรผันเกี่ยวกับกำลังสองของรัศมี และความสูงของถัง ถังใส่น้ำมันใบหนึ่งสูง 35 เซนติเมตร รัศมีของกันถังเป็น 21 เซนติเมตร จุน้ำมัน 12 แกลลอน จงหาว่าถังที่มีรัศมี 28 เซนติเมตร สูง 105 เซนติเมตร จะจุน้ำมันเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (S)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการ (T)

จะได้สมการ คือ

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (R)

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
0	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ตามความสามารถในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากกรมวิชาการและนำมาเป็นแนวทางแล้วปรับปรุงในการให้คะแนน

แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตาราง

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ศาสตร์อื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เพื่ออธิบายข้อสรุปได้แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน และอธิบายข้อสรุปไม่ถูกต้อง
1	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น/ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหายังไม่เหมาะสม แต่มีความพยายามในการเขียนอธิบาย
0	ไม่มีการเชื่อมโยง/ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการคิดวิเคราะห์

1. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์อัจฉรา คงแสนคำ
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ. 3
โรงเรียนสารวิทยา บางเขน กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์อุไรวรรณ สังวรเจต
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ. 3
โรงเรียนสารวิทยา บางเขน กรุงเทพมหานคร



ประวัติย่อผู้วิจัย



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวประจบ แสงสีบับ
วันเดือนปีเกิด	28 กรกฎาคม 2524
สถานที่เกิด	บ้านกุดจาน อำเภอคำตากล้า จังหวัดสกลนคร
ที่อยู่ปัจจุบัน	โรงเรียนสารวิทยา แขวงเสนานิคม เขตบางเขน กรุงเทพฯ
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครูผู้ช่วย โรงเรียนสารวิทยา
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสารวิทยา แขวงเสนานิคม เขตบางเขน กรุงเทพฯ

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2543	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนมัธยมวานรนิวาส อำเภovanรนิวาส จังหวัดสกลนคร
พ.ศ.2546	ศึกษาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับสอง จากมหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ.2556	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ