

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบ
จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขฎฐฎบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

พฤษภาคม 2554

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบ
จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขฎิบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
พฤษภาคม 2554
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบ
จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขฎฎบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

พฤษภาคม 2554

สุกัญญา หะยีสานและ. (2554). *กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์, อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง, รองศาสตราจารย์ ดร.สมวงษ์ แปลงประสพโชค.

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมาย เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 แล้วศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินทร์เจริญสงเคราะห์) คันทนาเยาว กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 32 คน โดยมีนักเรียนเป้าหมาย 6 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 18 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที (2) แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที (3) แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ (4) แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ และ (5) แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ เป็นกิจกรรมที่เสริมสร้างความสามารถในด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งจะสอดคล้องไปกับกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ในชั้นเรียนปกติ โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยใช้แนวทางของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถใน

การคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

3. เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนที่มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ มีจำนวนมากขึ้น โดยด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ นักเรียนสามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับ ได้อย่างหลากหลาย และสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณได้ ในขณะที่ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย นักเรียนสามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายโดยใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วย ในการหาคำตอบ แสดงร่องรอยการขีดเขียนโดยใช้เส้นเชื่อมจำนวนที่สัมพันธ์กัน ใช้ลูกศรหรือ แผนภาพเปรียบเทียบจำนวนที่กำหนด และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สำหรับด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ นักเรียนสามารถใช้สมบัติสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติพื้นฐานอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบทำให้ลด ขั้นตอนในการคิดคำนวณ

ACTIVITIES USED TO ENHANCE GRADE 1 STUDENTS' RELATIONAL THINKING ON
ADDITION AND SUBTRACTION OF NUMBER OF WHICH
ANSWERS AND OPERANDS NOT EXCEEDING 100



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Doctor of Education Degree in Mathematics Education
at Srinakharinwirot University

May 2011

Sukanya Hajisalah. (2011). *Activities Used to Enhance Grade 1 Students' Relational Thinking on Addition and Subtraction of Number of which Answers and Operands Not Exceeding 100*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr.Rungfa Janjaruporn, Dr.Rungtiwa Yamrung, Assoc. Prof. Dr.Somwong Plangprasopchok.

The purpose of the study was to construct activities used to enhance grade 1 students' relational thinking on addition and subtraction of number of which answers and operands not exceeding 100, study its effects on students' ability in relational thinking, retention in relational thinking on students' ability in relational thinking, and performance in relational thinking

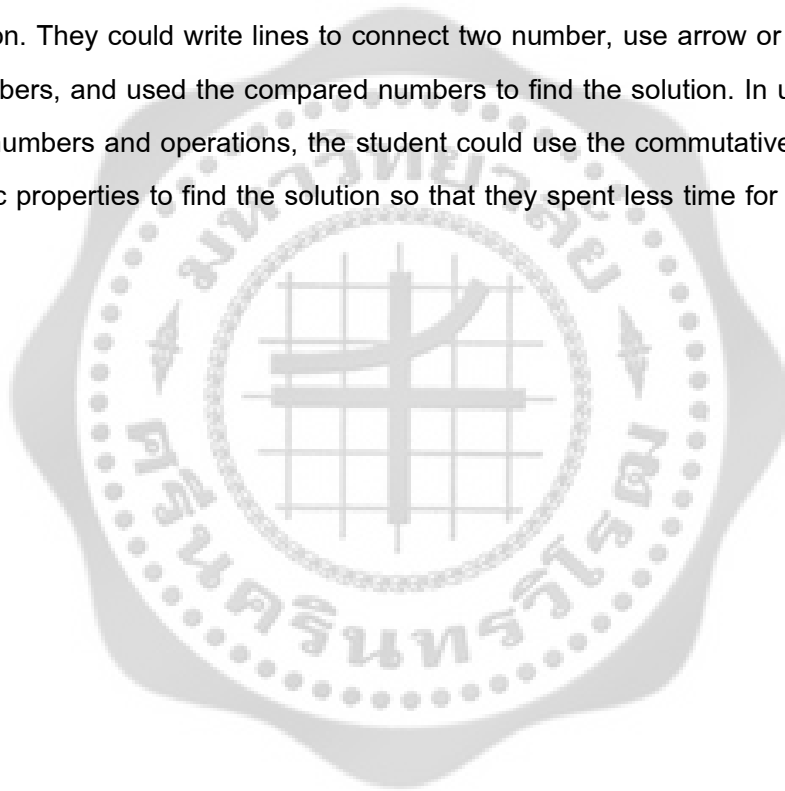
Thirty-two grade 1 students of Khannayao (Tharincharensngkor) were participated in this study. Six out of them were targeted for a thorough analysis of their behavior in Relational Thinking. The instruments of this study were (1) a set of learning activities for enhancing Relational Thinking in addition and subtraction of integers whose results and dividends less than or equal to 100 for 1st grade primary students, for a total of 18 activities, each of which is applied in one class period that lasts for 60 minutes; (2) a retention test of relational thinking capability that was conducted after the experiment; (3) a retention test of relational thinking capability that was applied two weeks after the experiment; (4) a form for observing students' behavior in relational thinking; (5) an interview form for measuring students' capability in relational thinking.

The proposed learning activities were developed by adopting Advancing Children' Mathematical Thinking (ACT) and Cognitive Guided Instruction (CGI). Results of the study were as follows:

1. An analysis of the data, with at .05 level of significance, revealed that more than 50% of subjects performed better than 50% of the total score.

2. The outcomes of the retention test that was conducted after the experiment and the retention test applied two week after the experiment on the relational thinking were not significantly different.

3. While the mathematics instructional activities were conducted, there was evidence that when the students worked on more problems, they had more relational thinking in (1) understanding the equality sign, (2) finding the relation of two numbers and using a compensation and (3) using the algebraic properties of numbers and operations that is, in understanding the equality sign, the students could write a variety of open sentences, and find their solutions. They could correctly use an equal sign to express a relation of two number. In finding the relation of two numbers and using a compensation, the students could write a variety of numeral, and used the concept of decimal carries and multiple decimal carries to find the solution. They could write lines to connect two number, use arrow or charts to compare the given numbers, and used the compared numbers to find the solution. In using the algebraic properties of numbers and operations, the student could use the commutative, associative and other algebraic properties to find the solution so that they spent less time for calculation.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบ
จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ของ

สุกัญญา หะยีสานและ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุขฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒน์กุล)

วันที่..... เดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2554

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

..... ประธาน

(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา)

..... กรรมการ

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง)

(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

..... กรรมการ

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมวงษ์ แปลงประสพโชค)

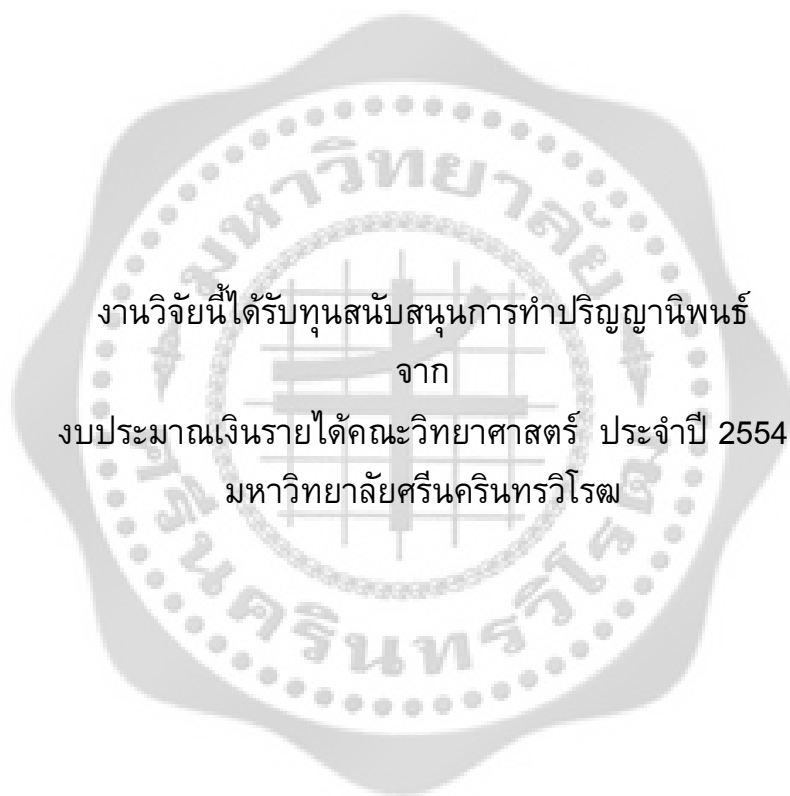
(อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมวงษ์ แปลงประสพโชค)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้)



งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญาโท
จาก
งบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2554
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้โดยความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาในการให้คำปรึกษาและคอยช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง ที่กรุณาให้คำชี้แนะ อีกทั้งให้มุมมองต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัยนี้ ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สมวงษ์ แปลงประสพโชค ที่คอยช่วยเหลือ แนะนำ เสียสละเวลาในการให้คำปรึกษา แก่ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ อีกทั้งเป็นกำลังใจเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความช่วยเหลือของท่านคณะกรรมการทั้งสามท่านและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงอีกครั้งไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดช บุญประจักษ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภักทขจร และ อาจารย์ศุภสิพร เฉลียงศักดิ์ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย พร้อมทั้งให้คำแนะนำต่าง ๆ ที่มีประโยชน์อย่างยิ่ง ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา ประธานการสอบปากเปล่า และ อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ทั้งสองท่านที่ได้ให้คำแนะนำที่มีประโยชน์ต่อการปรับปรุงงานวิจัยเล่มนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและคณะครู โรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) ทุกท่าน ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือ ให้กำลังใจ และอำนวยความสะดวกแก่ผู้วิจัยขณะไปดำเนินการเก็บข้อมูล ขอขอบพระคุณ ผู้จัดการ/ผู้อำนวยการ โรงเรียนปราโมชวิทยา रामอินทรา โรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) โรงเรียนไผ่ทอตุ่มศึกษา และโรงเรียนวัดศรีบุญเรือง จังหวัดกรุงเทพมหานคร โรงเรียนอัลอียะห์ โรงเรียนพิมานวิทย์ และโรงเรียนสวนสวรรค์วิทยา จังหวัดนราธิวาส ที่กรุณาให้ผู้วิจัยเข้าไปเก็บข้อมูลเบื้องต้นเพื่อใช้ในการวิเคราะห์การคิดของนักเรียน ขอขอบคุณ ดร.อานนท์ แปลงประสพโชค และอาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ที่กรุณาเสียสละเวลาเวลาในการแปล ตรวจสอบและแก้ไขบทคัดย่อ (Abstract) ขอขอบคุณอาจารย์และเพื่อนร่วมงานทุกท่านที่ภาควิชา ตลอดจนพี่ๆ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาเอกคณิตศาสตร์ศึกษา รวมถึงน้องๆ นิสิตปริญญาโท ที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจเสมอมา ขอขอบใจนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) ปีการศึกษา 2553 ทุกคนที่เป็นศิษย์น้อยที่น่ารักของผู้วิจัย ผู้วิจัยรู้สึกประทับใจ และชื่นชมความสามารถ ความตั้งใจของนักเรียนทุกคน

ขอขอบพระคุณ คุณแม่ ทองคำ ยีกา ซึ่งแม้ท่านจะเสียชีวิตไปนานแล้วแต่คำสั่งสอนของท่านก็ยังอยู่ในใจของผู้วิจัยเสมอมา “แม่ไม่มีสมบัติอะไรจะให้ นอกจากการศึกษา” ผู้วิจัยจดจำคำสั่งสอนของท่านเสมอมาไม่มีวันลืม ขอขอบคุณทุกๆ คนในครอบครัว และขอขอบพระคุณอาจารย์แม่อีกครั้งที่เป็นกำลังใจ ให้สติ ให้ข้อคิดต่างๆ จนผู้วิจัยสามารถก้าวผ่านอุปสรรคต่างๆ มาได้ด้วยดี

สุกัญญา หะยีสานและ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	6
ตัวแปรที่ศึกษา	6
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	6
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	7
สมมติฐานของการวิจัย	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	11
ตอนที่ 1 : เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์	12
ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์	12
ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ	15
ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการชดเชย	20
สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์	23
ตอนที่ 2 : การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์	27
การบวกและการลบจำนวน	27
ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง	33
แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ...	40
การสอนแนะให้รู้คิด	46
หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์	49

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
ตอนที่ 3 : การประเมินผลของการคิดเชิงความสัมพันธ์	50
ตอนที่ 4 : ความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์	52
3 วิธีดำเนินการวิจัย	55
ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน	57
ขั้นตอนที่ 2 พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	69
ขั้นตอนที่ 3 การทดลองภาคสนามและการเก็บรวบรวมข้อมูล	76
ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้	77
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	79
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาด้านความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์	79
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาด้านความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์	81
ตอนที่ 3 ผลการศึกษาพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์	85
ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ	86
ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยค และใช้การชดเชย	98
ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ	103
ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์	110
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	111
ความมุ่งหมายของการวิจัย	111
สมมติฐานของการวิจัย	111
วิธีดำเนินการวิจัย	111
สรุปผลการวิจัย	114
อภิปรายผลการวิจัย.....	118
ข้อเสนอแนะ	121

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม	123
ภาคผนวก	130
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ	131
ภาคผนวก ข แบบประเมินความสอดคล้องสำหรับผู้เชี่ยวชาญ	133
ภาคผนวก ค การหาคุณภาพของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้	139
ภาคผนวก ง การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถ ด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์	141
ภาคผนวก จ การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย	148
ภาคผนวก ฉ คู่มือและตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้	152
ภาคผนวก ช แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์และ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด	175
ภาคผนวก ซ แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์และแบบสัมภาษณ์	186
ประวัติย่อผู้วิจัย	194

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1	สรุปแนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์ 14
2	จำนวนนักเรียนที่ตอบประโยคจำนวน $8+4 = \square +5$ คิดเป็นร้อยละของแต่ละเกรด 16
3	สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการในระดับประถมศึกษาปีที่ 1-3 23
4	รูปแบบของประโยคจำนวนที่ใช้ในการวิจัย 25
5	ตัวอย่างปัญหาการบวกและการลบ 28
6	การเปรียบเทียบหลักการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบเดิม กับการสอนแนะให้รู้คิด 46
7	แบบทดสอบที่ได้ทำการศึกษาเบื้องต้น เพื่อวิเคราะห์กลยุทธ์ที่นักเรียน ใช้ในการคิดแก้ปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวน ครั้งที่ 1 58
8	แสดงการเปรียบเทียบวิธีในการคิดเชิงพีชคณิตและ การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน 60
9	แบบทดสอบที่ได้ทำการศึกษาเบื้องต้นถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการคิดแก้ปัญหา เรื่องการบวกและการลบจำนวน ครั้งที่ 2 62
10	ความเข้าใจคลาดเคลื่อนของนักเรียนในเรื่องการบวกและการลบจำนวน 65
11	กำหนดโครงสร้างของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 70
12	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 75
13	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน และ แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 80
14	ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย..... 81
15	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบ วัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และแบบทดสอบ วัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 82
16	การเปรียบเทียบความสามารถในแต่ละด้านของการคิดเชิงความสัมพันธ์ หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ 83

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง (ต่อ)	หน้า
17 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์แต่ละด้าน หลังการทดลองทันที และหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์.....	84
18 จำนวนร้อยละของจำนวนครั้งที่นักเรียนมีการแสดงพฤติกรรม ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์	110

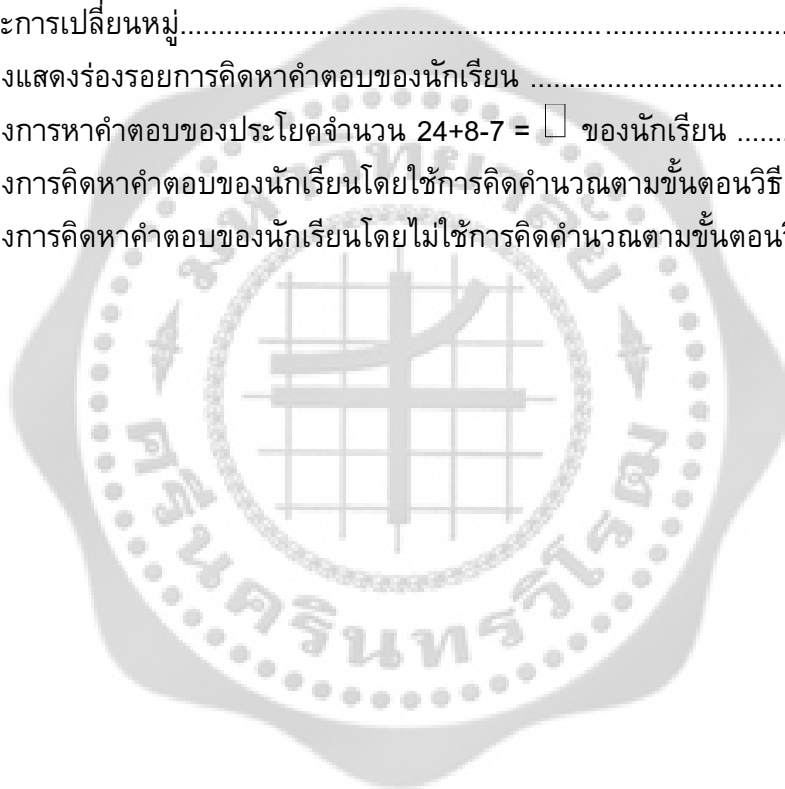


บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้าง การคิดเชิงความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1	10
2 แบบจำลองของการชดเชย	21
3 การใช้การชดเชยในเรื่องของการคูณ	21
4 หลักการรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์	41
5 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย	56
6 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์	67
7 บทบาทของครูในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์	68
8 ผลงานเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 1 ของนักเรียน ในคาบเรียน 1	87
9 ผลงานเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 2 ของนักเรียน ในคาบเรียน 1	87
10 ร่່องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวนรูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 ของนักเรียน.....	88
11 ร่່องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวนรูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 ของนักเรียน.....	89
12 ร่່องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวน $30+20 = 0+50$ ของนักเรียน.....	89
13 ร่່องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวน $10+10+10 = 30+10$ ของนักเรียน.....	90
14 การหาคำตอบของนักเรียนของประโยคจำนวนในรูปแบบ $a+b-d=e$ และ $a-b+d=e$	90
15 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 9+70$ ของนักเรียน	92
16 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 28+30$ ของนักเรียน	92
17 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 67-27$ ของนักเรียน	93
18 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ ของนักเรียน	94
19 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 54+21$ ของนักเรียน	96
20 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 38-20$ ของนักเรียน	97
21 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $41+50 = \square$ ของนักเรียน	99
22 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $31+31+31 = \square$ ของนักเรียน	100

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
23 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน เพื่อช่วยในการหาคำตอบ ของนักเรียน	101
24 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $21+18 = 20+\square$ ของนักเรียน	102
25 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการคิดหาคำตอบของนักเรียน โดยใช้สมบัติการสลับที่ และการเปลี่ยนหมู่.....	105
26 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการคิดหาคำตอบของนักเรียน	106
27 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $24+8-7 = \square$ ของนักเรียน	107
28 ตัวอย่างการคิดหาคำตอบของนักเรียนโดยใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี	108
29 ตัวอย่างการคิดหาคำตอบของนักเรียนโดยไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี	109



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การคิดเป็นกระบวนการทางสมองของมนุษย์ที่มีศักยภาพ บุคคลใดที่มีความสามารถด้านการคิดก็สามารถนำไปสู่การพัฒนาในด้านอื่นๆ อย่างไม่รู้จบ การคิดถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการดำเนินชีวิต “เราจำเป็นต้องสร้างตึกสูงบนฐานรากที่มั่นคงฉันใด ความจำเป็นในการสร้างทักษะทางความคิดขึ้นในห้องเรียนก็ฉันนั้น” (เบลแลนคา; และ ฟอกาตี. 2546: 7) จากการปฏิรูปการศึกษาตามแนวพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรา 24 หมวด 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ได้มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ กระบวนการคิด ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น จึงเห็นได้ว่าจุดเน้นที่สำคัญประการหนึ่งของการจัดกระบวนการเรียนรู้ในปัจจุบันคือ ต้องการให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 6) คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (กรมวิชาการ. 2544: 1; กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 56) ความรู้ในคณิตศาสตร์ถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาความรู้ด้านต่างๆ โดยเฉพาะด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้า ประเทศใดๆ ก็ตามจะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี[สสวท.]. 2549: (1); ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543: 5) แต่จากการประเมินผลตามโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับชาติครั้งที่ 3 (The Third International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) ซึ่งสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement) ได้จัดขึ้นโดยมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ทั้งในด้านการกำหนดหลักสูตร การนำหลักสูตรไปใช้และผลของการใช้หลักสูตรของประเทศต่างๆ โดยได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลในปี พ.ศ. 2538 กลุ่มตัวอย่างตามแผนการวิจัยในระดับประถมศึกษาคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ของโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ จำนวน 5,987 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาของประเทศไทยอยู่ในกลุ่มประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติ โดยนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในอันดับที่ 17 จาก 24 ประเทศ และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในอันดับที่ 22 จาก 26 ประเทศ (สุพร เข้มเฮง; และ สิริพร ทิพย์คง. 2540: 62-76) อีกทั้งจากผล

การศึกษาซ้ำการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ (TIMSS-R) ในปี พ.ศ. 2542 ซึ่งการทดสอบครอบคลุมเนื้อหาสาระ 5 ด้าน คือเศษส่วนและตัวเลข การวัด การนำเสนอข้อมูล เรขาคณิตและพีชคณิต เมื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางด้านเนื้อหา พบว่าเนื้อหาที่นักเรียนไทยมีผลสัมฤทธิ์ต่ำคือ พีชคณิต (สุนีย์ คล้ายนิล. 2546: 18) ซึ่งสอดคล้องกับการประเมินผลตามโครงการประเมินสัมฤทธิ์ผลด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สสวท. 2549: 15) ซึ่งดำเนินการโดยสาขาประเมินมาตรฐาน สสวท. ทั้งนี้เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปเป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนา และปรับปรุงการจัดการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนในช่วงชั้นที่ 1 ช่วงชั้นที่ 2 และช่วงชั้นที่ 3 ดำเนินการประเมินในปี 2548 โดยมีโรงเรียนที่เข้าร่วมในการประเมินจากหลายสังกัด รวม 891 โรงเรียน สำหรับวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนในช่วงชั้นที่ 1 และช่วงชั้นที่ 2 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยสูงในสาระเรขาคณิต และได้คะแนนต่ำในสาระพีชคณิต จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นเห็นได้ว่านักการศึกษาต่างๆ โดยเฉพาะทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษายังคงต้องให้ความสำคัญต่อการพัฒนา การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา โดยเฉพาะสาระพีชคณิตให้สูงขึ้นเพื่อไม่ให้ส่งผลกระทบต่อในการศึกษาต่อในระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สาระพีชคณิตเป็นสาระที่มีความสำคัญอย่างมาก จะเห็นได้ว่านักการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์หลายท่านให้ความสำคัญในการเรียนการสอนพีชคณิต จนเกิดเป็นคำขวัญที่ว่า “Algebra for All” (Chi; & Knuth. 2005: 1; Jacobs; et al. 2007: 258) และเกิดเป็นคำพูดที่ว่า “Algebra for Everyone” (วิษณุ นภาพันธ์. 2551: 2) นักเรียนทุกคนควรเรียนพีชคณิต ทั้งนี้เนื่องจากวิธีการและแนวคิดของพีชคณิตจะช่วยสนับสนุนงานทางคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่น ทางด้านเครือข่ายการติดต่อสื่อสาร กฎทางฟิสิกส์ แบบจำลองประชากร ผลเชิงสถิติ ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยภาษาเชิงสัญลักษณ์ทางพีชคณิต (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. 2000: 37) พีชคณิตเป็นลักษณะทั่วไปของเลขคณิต นักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่าการเรียนเลขคณิตเป็นเพียงลำดับของการคำนวณ นักเรียนไม่ได้คิดในเรื่องเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานของจำนวนที่สามารถนำมาช่วยในการคำนวณ เนื่องจากการเรียนเลขคณิตเป็นพื้นฐานของการเรียนพีชคณิต ถ้านักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์เชิงเลขคณิตแล้ว ก็สามารถนำไปสู่ความสำเร็จในเรื่องของพีชคณิต (Linchevski; & Livneh. 1999) ซึ่งสอดคล้องกับ แมค เกรเกอร์ และ สเตซี่ ที่ยืนยันว่าความเข้าใจอย่างลึกซึ้งของการดำเนินการเชิงจำนวนจะถูกเชื่อมโยงไปยังความสำเร็จในเรื่องของพีชคณิตในภายหลัง (Stephens. 2007: 4 ; citing Mac Gregor; & Stacey. 1999)

นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้พยายามคิดหาวิธีการในการเรียนเลขคณิตเพื่อเป็นการเตรียมพื้นฐานสำหรับการเรียนรู้พีชคณิตและเชื่อว่านักเรียนนั้นสามารถเรียนเลขคณิตในแนวทางที่มีการเตรียมพื้นฐานสำหรับพีชคณิตได้ ตัวอย่างหนึ่งซึ่งแสดงให้เห็นถึงแนวทางดังกล่าว ได้แก่ การพิจารณาการอธิบายของนักเรียนคนหนึ่งในการหาผลลัพธ์ของห้าสิบบวกสามสิบเป็นแปดสิบ เนื่องจาก 5 บวก 3 เป็น 8 ดังนั้น 5 กลุ่มของสิบ บวกกับ 3 กลุ่มของสิบจึงเป็น 8 กลุ่มของสิบจากแนวคิดดังกล่าวสามารถ นำไปประยุกต์กับนิพจน์เชิงพีชคณิตได้ เป็น $5b+3b = 8b$ นอกจากนี้นักเรียนที่มีความ

เข้าใจในเลขคณิต เกี่ยวกับสมบัติและการดำเนินการของจำนวนจะช่วยส่งผลต่อการเรียนรู้พีชคณิตในการศึกษาในระดับสูงต่อไป (Carpenter; Franke; & Levi. 2003: 1-6)

ในการหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนที่อยู่ในรูปแบบ $a+b = (b+1)+ \square$ เช่น $37+25 = 26+\square$ นักเรียนในระดับประถมศึกษาสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องโดยใช้วิธีการคิดเชิงพีชคณิต อย่างไรก็ตามยังมีการคิดลักษณะหนึ่งเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว โดยใช้วิธีการของการชดเชย (compensation) และการทำให้เท่ากัน (equivalence) โดยมองความสัมพันธ์ระหว่าง 25 และ 26 ซึ่งเป็นจำนวนที่อยู่คนละข้างของเครื่องหมายเท่ากับในประโยคเปิดของจำนวนว่า 26 มากกว่า 25 อยู่หนึ่ง ดังนั้นจำนวนที่หายไปจากประโยคเปิดของจำนวนดังกล่าวต้องน้อยกว่า 37 อยู่ 1 เพราะฉะนั้นคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนที่กำหนดคือ 36 จะเห็นได้ว่า วิธีการคิดดังกล่าวนี้เป็นวิธีการที่แตกต่างจากวิธีการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งมีวิธีการคิดโดยนำ 37 บวกกับ 25 ได้ 62 แล้วนำ 26 ลบออกทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ ซึ่งจะได้ว่าจำนวนที่หายไปของประโยคเปิดของจำนวน คือ 36 ในกรณีข้างต้นอาวีนและบริท (Irwin and Britt) ได้พิสูจน์แล้วว่าวิธีการชดเชยและการทำให้เท่ากันดังกล่าวนี้เป็นการเตรียมพื้นฐานสำหรับการคิดเชิงพีชคณิต (algebraic thinking) (Irwin; & Britt. 2005: 169) นักการศึกษาหลายท่านเรียกการคิดลักษณะดังกล่าวว่า **การคิดเชิงความสัมพันธ์ (relational thinking)** ซึ่งเป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งที่ต้องอาศัยการมองประโยคเปิดของจำนวนโดยภาพรวม เพื่อมองความสัมพันธ์ของนิพจน์สองนิพจน์ หรืออาศัยการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้ เพื่อใช้หาจำนวนที่ไม่ทราบค่า รวมถึงการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลงนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ให้สามารถคำนวณได้ง่ายขึ้น หรืออาจไม่ใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตเลย (Carpenter; Franke; & Levi. 2003; Carpenter; et al. 2005: Online ; Stephens; et al. 2007: 7 ; Stephens. 2007: 2; Jacobs; et al. 2007: 260) พิจารณาอีกตัวอย่างหนึ่ง ได้แก่ $25+69+75 = \square$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดที่กำหนดให้ได้โดยคำนวณจากซ้ายไปขวา คือนำ 25 บวก 69 ได้ 94 แล้วนำ 94 บวก 75 ได้ 169 แต่ถ้านักเรียนใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์จะสามารถหาคำตอบได้ง่ายกว่า โดยการใช้สมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ โดยสลับที่ระหว่าง 69 กับ 75 จากนั้นบวก 25 กับ 75 ได้ 100 แล้วจึงนำ 100 บวกกับ 69 ได้ 169

ในช่วงหลายปีที่ผ่านมาได้มีการให้ความสำคัญในเรื่องของการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) โดยเฉพาะ NCTM ได้กำหนดไว้ในมาตรฐานเรื่องจำนวนและการดำเนินการ (NCTM. 2000: 32) เด็กที่มีความสามารถในเรื่องของความรู้สึกเชิงจำนวน จะมีความเข้าใจในความหมายและความสัมพันธ์ที่หลากหลายของจำนวน และของการดำเนินการต่างๆ อีกทั้งสามารถคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (NCTM. 1989: 38; NCTM. 2000: 32; นพพร แหยมแสง. 2544: 4; เอมอร สิทธิรักษ์. 2546: 5) จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนและความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์มีส่วนเกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงจำนวนด้านกรู้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน (number relationships)

รวมถึงความสามารถในการคิดคำนวณในใจด้วย สำหรับในด้านการรู้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ของจำนวนนับในลักษณะการรวมจากส่วนย่อย เช่น การมองว่า 0 กับ 5 หรือ 1 กับ 4 หรือ 2 กับ 3 รวมกันเป็น 5 และการแยกเป็นส่วนย่อย เช่น การมองว่า 7 สามารถแยกได้เป็นส่วนย่อยคือ 3 กับ 4 หรือ 2 กับ 5 หรือ 1 กับ 6 เป็นต้น ส่วนในด้านความสามารถในการคิดคำนวณในใจ (mental computation) เป็นวิธีการคิดคำนวณภายในใจได้อย่างรวดเร็วเพื่อหาคำตอบโดยใช้กลวิธีการคิดคำนวณอย่างยืดหยุ่น เช่น นักเรียนอาจหาผลลัพธ์ของ $27+8$ โดยคิดคำนวณในใจโดยใช้ความรู้ในเรื่องความสัมพันธ์ของจำนวนว่า 8 สามารถแยกได้เป็นส่วนย่อยคือ 3 กับ 5 จากนั้นรวม 27 กับ 3 ได้ 30 แล้วจึงบวกกับ 5 ได้คำตอบเป็น 35 ดังนั้นถ้าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีการส่งเสริมให้มีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ก็จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมความรู้สึกรู้เชิงจำนวนได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ และได้รับการส่งเสริมในเรื่องของการคิดเชิงความสัมพันธ์ จะส่งผลต่อการเรียนพีชคณิต (Jacobs; et al. 2007: 261) และความรู้สึกรู้เชิงจำนวน และเป็นการเตรียมพื้นฐานสำหรับการคิดเชิงพีชคณิตอีกด้วย (Stephens; et al. 2007: 21) ความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ดังกล่าวหากนักเรียนได้รับการฝึกฝนและส่งเสริมให้เกิดขึ้นตั้งแต่ในระดับประถมศึกษา นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาทางพีชคณิตบางรูปแบบในการเรียนระดับที่สูงขึ้น เช่น การแก้สมการ $2x+5 = 17$ ถ้านักเรียนสามารถมองจำนวน 17 เป็น $12+5$ จะได้ $2x+5 = 12+5$ จากนั้นใช้สมบัติการตัดออกซึ่งจะได้ $2x = 12$ นักเรียนจะได้คำตอบ คือ $x = 6$ เห็นได้ว่าวิธีการดังกล่าวเป็นวิธีการหาคำตอบของสมการอีกรูปแบบหนึ่งที่ต่างจากขั้นตอนที่สอนในปัจจุบัน นอกจากการบวกและการลบจำนวนนับแล้ว ยังสามารถนำการคิดเชิงความสัมพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินการอื่นๆ และในเนื้อหาอื่นๆ ได้อีกด้วย เช่น การคูณ การหาร เศษส่วนและทศนิยม เป็นต้น (Stephens. 2006: Online; Stephens; et al. 2007: 21)

จากการศึกษาถึงหลักการของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Advancing Children's Mathematical Thinking : ACT) ซึ่งจะช่วยให้เด็กนักเรียนสร้างความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตนเอง (Fraivillig. 2001: 459) และรูปแบบของการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction : CGI) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ขึ้นอยู่กับพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน และเน้นการสร้างความรู้ด้วยความเข้าใจของตัวตนเอง โดยรูปแบบของการสอนดังกล่าวจะช่วยให้ครูเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนของตน ว่านักเรียนคิดอย่างไร (Carpenter; & Fennema. 1992: 460) ซึ่งจะมีส่วนในการเสริมสร้างให้เกิดการคิดเชิงความสัมพันธ์

นอกจากนี้จากการที่ผู้วิจัยได้ทำการสำรวจการคิดของนักเรียนในระดับประถมศึกษาด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังเข้าใจความหมายของเครื่องหมายเท่ากับคลาดเคลื่อน ไม่มองประโยคจำนวนโดยภาพรวม ไม่สามารถใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนและการชดเชยช่วยในการหาคำตอบได้ และส่วนใหญ่ใช้การดำเนินการตามขั้นตอนวิธีเพื่อหาคำตอบของประโยคจำนวน

จากเหตุผลดังกล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้าง การคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้รูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการสอนแนะ ให้รู้คิด ทั้งนี้เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และเป็นประโยชน์ในการศึกษาต่อไปในการเรียนระดับที่สูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
3. เพื่อศึกษาความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ทำให้

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ในเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนในชั้นอื่นๆ และในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ
3. เป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในเรื่องจำนวนและการดำเนินการ เพื่อพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์
4. เป็นการฝึกกระบวนการคิดของนักเรียนอีกลักษณะหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเห็นประโยชน์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และส่งผลต่อการเรียนสาระพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัย ดังนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินทร์เจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 4 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 133 คน โดยแต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1/3 ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินทร์เจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 32 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยร่วมกับครูประจำชั้นคัดเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target student) จำนวน 6 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูง 2 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 2 คน โดยเลือกแบบเจาะจงซึ่งคัดเลือกจากนักเรียนที่สามารถสื่อสารการคิดของตนได้ เพื่อทำการศึกษาเชิงลึกในด้านพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวจัดกระทำ คือ กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
2. ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
3. พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เป็นเนื้อหาในเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่ครอบคลุมตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา ซึ่งได้กำหนดเนื้อหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 20

คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 18 คาบเรียน ทดสอบหลัง การทดลองทันที 1 คาบเรียน และทดสอบภายหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ 1 คาบเรียน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการหาคำตอบ ของประโยคเปิดของจำนวน (Open Number Sentence) ที่มีความสามารถใน 3 ด้าน ได้แก่ (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน สองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวน และการดำเนินการ

1.1 ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ หมายถึง นักเรียนสามารถใช้เครื่องหมาย เท่ากับในลักษณะของการแสดงความสมดุล (balance) การสมมูล (equivalence) หรือสัญลักษณ์ที่ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน เช่น นักเรียนสามารถหาคำตอบของ ประโยคเปิดของจำนวน $8+5 = \square +6$ ได้อย่างถูกต้อง และสามารถยกตัวอย่างประโยคจำนวนที่ใช้ เครื่องหมายเท่ากับที่แตกต่างกันอย่างหลากหลาย เช่น $a = a$, $a \pm b = c$, $a \pm b \pm c = d$, $a = b \pm c$, $a = b \pm c \pm d$, $a \pm b = c \pm d$

1.2 ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนใน ประโยคและใช้การชดเชย หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนแสดงจำนวนให้อยู่ในลักษณะที่ หลากหลายได้ เช่น 5 สามารถเขียนแสดงจำนวนได้เป็น $1+4$, $2+3$, $6-1$, $7-2$ และนักเรียน สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคยได้โดยอาศัยการมองความสัมพันธ์ของ จำนวน เช่น

$7+8 = \square$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้โดยอาศัยการมอง ความสัมพันธ์ของจำนวนดังนี้ $7+8 = 7+7+1 = 14+1 = 15$ หรือ $7+8 = 7+3+5 = 10+5 = 15$ หรือ $7+8 = 5+2+8 = 5+10 = 15$

$15-9 = \square$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้โดยอาศัยการมอง ความสัมพันธ์ของจำนวนดังนี้ $13-9 = 13-10+1 = 3+1 = 4$ หรือ $13-9 = 10+3-9 = 3+1 = 4$ หรือ $13-9 = 9+4-9 = 4$

$7+9 = \square +10$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้โดยอาศัยการมอง ความสัมพันธ์ของจำนวน 9 และ 10 โดยมองว่า 10 มากกว่า 9 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวก 10 แล้วได้เท่ากับ $7+9$ คือ 6

$12-9 = \square -10$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้โดยอาศัยการมอง ความสัมพันธ์ของจำนวน 9 และ 10 โดยมองว่า 10 มากกว่า 9 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่นำมาลบด้วย 10 แล้วได้เท่ากับ $12-9$ คือ 13

1.3 ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ หมายถึง นักเรียนสามารถใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อคำนวณนิพจน์คู่ที่ถูกคาดหวัง เช่น การใช้สมบัติการสลับที่ (commutative property) และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ (associative property) ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน เช่น $3+9+7 = \square$ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยนำ 3 มาบวกกับ 7 เป็น 10 และนำ 10 บวกกับ 9 ได้คำตอบเป็น 19

2. ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนใน 3 ด้าน ดังนี้ ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ โดยพิจารณาจาก

2.1 คะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประกอบด้วย

2.1.1 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม ร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

2.1.2 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคล ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

2.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

3. ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การระลึกได้ถึงวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยนักเรียนสามารถแสดงแนวคิดเกี่ยวกับด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการช่วยในการหาคำตอบ โดยประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีเปรียบเทียบกับแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

4. พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนในด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้ง 3 ด้าน โดยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 และผลจากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ และใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ช่วยในการเก็บข้อมูลในกรณีเก็บข้อมูลเชิงลึก

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 โดยเน้นการเสริมสร้างความสามารถในด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งจะสอดแทรกไปกับกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ในชั้นเรียนปกติ โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจะใช้แนวทางของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด

6. การเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหา หรือหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวน ในขณะที่มีการร่วมอภิปรายหาคำตอบ หรือขณะที่นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ โดยหลักการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ (1) การล้วงเอาความคิดของนักเรียนให้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหา (2) การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และ (3) การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

7. การสอนแนะให้รู้คิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ขึ้นอยู่กับพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เป็นการสอนที่เน้นการสร้างความรู้ด้วยความเข้าใจของตัวนักเรียนเอง โดยมี 4 ขั้นตอนดังนี้ (1) ครูนำเสนอปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 (2) นักเรียนร่วมอภิปรายเพื่อหาคำตอบโดยมีครูเป็นผู้คอยแนะนำและใช้คำถามนำเพื่อให้ นักเรียนเกิดการอภิปราย (3) นักเรียนเสนอคำตอบพร้อมแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนแสดงวิธีการคิดที่หลากหลาย และ (4) ร่วมอภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา โดยแต่ละขั้นตอนจะสอดแทรกหลักการของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

8. แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง แบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วยปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย จำนวน 15 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยแบบทดสอบดังกล่าวมี 2 ฉบับที่เป็นคู่ขนานกัน โดยใช้ทดสอบหลังสิ้นสุดการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ แต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring)

9. แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง แบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน ในด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการช่วยในการหาคำตอบ ที่มีลักษณะเป็นแบบตรวจสอบรายการซึ่งผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยใช้บันทึกข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกมาระหว่างที่ปฏิบัติกิจกรรม และการบันทึกวิธีโอเทป

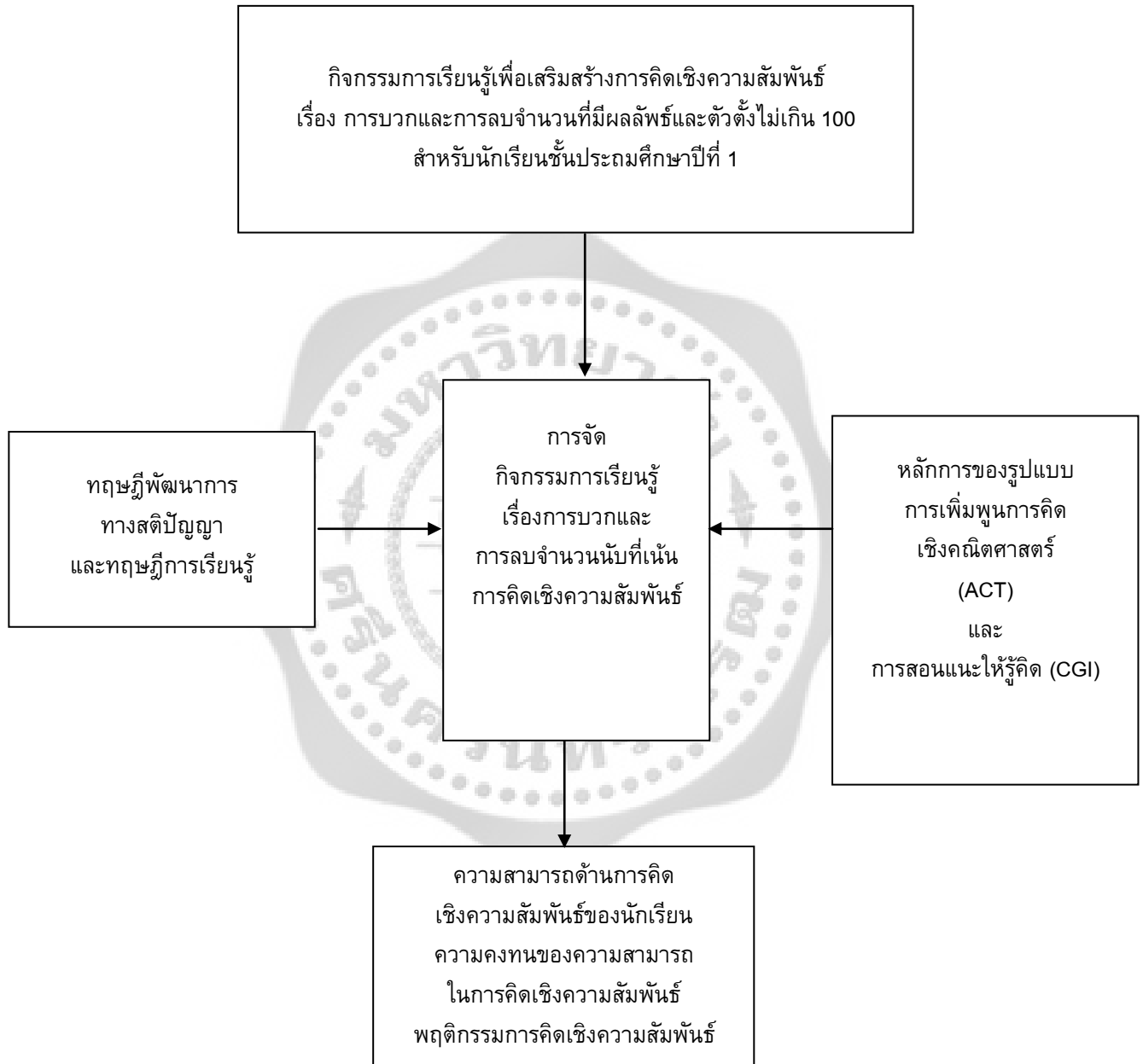
สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ซึ่งมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด

เชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทน
ของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด
เชิงความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

- 1.1 ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์
- 1.2 ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ
- 1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและใช้การชดเชย
- 1.4 สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ
- 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

ตอนที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

- 2.1 การบวกและการลบจำนวน
- 2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง
- 2.3 แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์
- 2.4 การสอนแนะให้รู้คิด
- 2.5 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

ตอนที่ 3 การประเมินผลของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ตอนที่ 4 ความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ตอนที่ 1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

1.1 ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์

การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่ง โดยมีจุดเริ่มมาจากการศึกษาของ ไอวีน และบริท (Irwin; & Britt. 2005: 169) ที่ได้ศึกษาในโครงการ Numeracy Project ซึ่งเป็นโครงการของ The New Zealand Ministry of Education โครงการดังกล่าวเป็นโครงการที่สนับสนุนการนำเอากลยุทธ์ที่มีความยืดหยุ่น (flexible strategy) มาใช้ในการแก้ปัญหาเชิงจำนวน (numerical problem) และให้พยายามลดขั้นตอนวิธีเชิงคำนวณ (computational algorithm) และวิธีการของนักเรียนที่ได้มาในโครงการดังกล่าวจะเป็นการเตรียมพื้นฐานของการคิดเชิงพีชคณิตผ่านการใช้สมการกึ่งตัวแปร (quasi-variable) ในการดำเนินการเชิงจำนวน ผลจากการดำเนินโครงการดังกล่าวพบว่าวิธีการของการชดเชย (compensation) และการสมมูล (equivalence) ของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ประโยคจำนวนจะเป็นการเตรียมพื้นฐานสำหรับการคิดเชิงพีชคณิต

คาร์เพนเตอร์ และคนอื่นๆ (Carpenter; et al. 2005: 54) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ และได้ให้ความหมายของ การคิดเชิงความสัมพันธ์ ว่า เป็นการมองนิพจน์โดยภาพรวมมากกว่าการใช้กระบวนการคิดคำนวณทีละขั้นตอน (step-by-step) ซึ่งจะรวมถึงความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลง (Transform) นิพจน์เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ง่ายขึ้นกว่าการดำเนินการตามลำดับของกระบวนการ เช่น

ในการคำนวณ $8+4 = \square +5$

ถ้านักเรียนพิจารณาสมการโดยภาพรวม และพบว่า 5 มากกว่า 4 อยู่ 1

และเมื่อใช้ความรู้ที่ว่า จำนวนที่เติมในช่องว่างจะต้องน้อยกว่า 8 อยู่ 1

แสดงว่านักเรียนได้ใช้ความรู้ในเรื่องของความสัมพันธ์เพื่อแก้ปัญหาที่กำหนด

นั่นคือ $8+4 = (7+1)+4$

$$= 7+(1+4)$$

$$= 7+5$$

ดังนั้น คำตอบคือ 7

พิจารณาตัวอย่างของปัญหาอีกลักษณะหนึ่งคือ

$$87+56-56 = \square$$

ถ้านักเรียนสามารถแก้ปัญหาในข้อนี้ได้โดยง่ายโดยพิจารณาสมการโดยภาพรวม และระลึกได้ว่าสิ่งแรกที่ควรพิจารณาคือการลบ 56 ออกจาก 56 จะไม่ส่งผลกระทบต่อจำนวนแรกคือ 87 นักเรียนไม่ต้องใช้วิธีการคำนวณจากซ้ายไปขวา แต่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระลึกสิ่งนี้ได้

จากความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ของคาร์เพนเตอร์ และคนอื่นๆ ข้างต้น จากอบส์ และคนอื่นๆ (Jacobs; et al. 2007: 260-261) ได้ให้ความหมายทำนองเดียวกันว่า

การคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นการมองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม การสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์และสมการ การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นวิธีดำเนินการจัดการกับจำนวนด้วยวิธีการที่แตกต่างจากกระบวนการในการคำนวณที่ละขั้นตอน เช่น ในการคำนวณ $25+58+75 = \square$ นักเรียนส่วนมากหาคำตอบจากสมการที่กำหนดให้โดยใช้วิธีการคำนวณจากซ้ายไปขวา อย่างไรก็ตาม การหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวสามารถทำให้ง่ายขึ้นโดยรวมจำนวน 25 กับ 75 ก่อน ซึ่งวิธีการคิดดังกล่าวนี้ นักเรียนต้องสามารถมองประโยคจำนวนที่กำหนดให้โดยภาพรวมและใช้สมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่มาช่วย เพื่อให้คำนวณได้ง่ายขึ้นเห็นได้ว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการนำเสนอวิธีการคิดที่ยืดหยุ่นในการคำนวณโดยใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการเชิงจำนวน

สตีเฟน (Stephens. 2006) ได้กล่าวถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการมองเห็นและใช้ความเป็นไปได้ของหลากหลายของจำนวนในประโยคจำนวน เช่น การหาค่าของ $34+29$ นักเรียนที่มีความสามารถทางการคิดเชิงความสัมพันธ์จะไม่ใช้วิธีการคำนวณโดยทันทีเมื่อพบปัญหาในข้อดังกล่าว แต่จะอาศัยการมองประโยคและเปลี่ยนพจน์ของจำนวนในประโยคจาก $34+29$ เป็น $33+30$ และหาคำตอบได้โดยง่ายโดยนำ 33 บวกกับ 30

แวน ดี วอลเล (Van de Walle. 2007: 262) ได้กล่าวถึงลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่อยู่ในแต่ละด้านของเครื่องหมายเท่ากับมากกว่าการที่นักเรียนมุ่งใช้วิธีการคำนวณตามความเป็นจริง นอกจากนี้ สตีเฟน (Stephens. 2007: 2) ได้กล่าวถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าจะเกิดขึ้นเมื่อมีการใช้การชดเชย และการสมมูลกันเพื่อหาค่าของจำนวนที่ต้องการ โดยอาจมีการอธิบายเป็นถ้อยคำ การใช้ลูกศรหรือแผนภาพซึ่งใช้เพื่อเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่อยู่นละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ โดยถูกใช้อย่างมีเหตุผลบนพื้นฐานของการไม่คำนวณ

สตีเฟน ไอโซดะ และอินทร์ประสิทธิ์ (Stephens; Isoda & Inprashita. 2007: 4) ได้กล่าวถึงความหมายการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่าเป็นการมองประโยคจำนวนโดยภาพรวม เครื่องหมายเท่ากับใช้เพื่อแสดงการสมมูล (equivalence) หรือความสมดุล (balance) รวมถึงความสามารถในการละเว้นรูปแบบของการคิดคำนวณ แต่จะทำการเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่ทราบค่าซึ่งอยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับเพื่อหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า เช่น $7+6 = \square + 5$ นักเรียนที่มีความสามารถทางการคิดเชิงความสัมพันธ์จะทำการเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่ทราบค่าคือ 6 และ 5 นั่นคือ 5 มีค่าน้อยกว่า 6 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวกกับ 5 แล้วมีค่าเท่ากับ 7 บวก 6 จะต้องมีความมากกว่า 7 อยู่ 1 ดังนั้นจำนวนที่ไม่ทราบค่าคือ 8 นอกจากนี้ผู้ที่มีความสามารถทางการคิดเชิงความสัมพันธ์ต้องคำนึงถึงทิศทางของการชดเชย ซึ่งจะขึ้นอยู่กับเครื่องหมาย การดำเนินการที่เกี่ยวข้อง การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินการอื่นๆ นอกจากในเรื่องของการบวกและการลบ ได้แก่ การคูณ และการหาร และในสาระอื่นๆ ได้แก่ เศษส่วน และทศนิยมเป็นต้น

จาคอบส์ และคนอื่นๆ (Jacobs; et al. 2007: 260-261) ได้กล่าวถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ว่า เป็นการนำเสนอในลักษณะของการเปลี่ยนถ่าย จากจุดมุ่งหมายเชิงเลขคณิตซึ่งเป็นการคำนวณเพื่อมุ่งหาคำตอบ ไปยังจุดมุ่งหมายเชิงพีชคณิตซึ่งเป็นการพิจารณาความสัมพันธ์ การคิดเชิงความสัมพันธ์จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและสมบัติพื้นฐานของการดำเนินการทางจำนวน นักเรียนสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ช่วยในการคิดคำนวณให้ง่ายขึ้น สร้างและเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ๆ ขยายการดำเนินการไปยังขอบเขตของจำนวนใหม่ๆ และสร้างสำนักทั่วไปของเลขคณิต ซึ่งสอดคล้องกับ แวน ดี วอลเล (Van de Walle. 2007: 262) ที่กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์นอกจากจะช่วยให้คิดคำนวณง่ายขึ้นยังถือเป็นกลยุทธ์หนึ่งที่มีความสำคัญในบรรดาหลายกลยุทธ์หลายๆ วิธี

จากความหมายข้างต้นสามารถสรุปแนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้ดังตาราง

ตาราง 1 สรุปแนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ชื่อนักการศึกษา	แนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์
ไอวิน และบริท	- ใช้วิธีการของการชดเชย - การสมมูล
คาร์เพเตอร์ และคนอื่นๆ	- มองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม - ใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ
จาคอบส์ และคนอื่นๆ	- มองนิพจน์และสมการโดยภาพรวม - สังเกตความสัมพันธ์ของจำนวนที่อยู่ในนิพจน์ และสมการ - ใช้สมบัติพื้นฐานของการดำเนินการทางจำนวน
สตีเฟน	- มองเห็นและใช้ความเป็นไปได้ของหลากหลายของจำนวนในประโยคจำนวน - ใช้การชดเชย และการสมมูลกันเพื่อหาค่าของจำนวนที่ต้องการ
แวน ดี วอลเล	- สังเกตและใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวน

ตาราง 1 (ต่อ)

ชื่อนักการศึกษา	แนวคิดหลักของการคิดเชิงความสัมพันธ์
สตีเฟน ไอโซดะ และอินทร์ประสิทธิ์	<ul style="list-style-type: none"> - การมองประโยคจำนวนโดยภาพรวม - เครื่องหมายเท่ากับใช้เพื่อแสดงการสมมูลหรือความสมดุล - ใช้การเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งที่ทราบค่าซึ่งอยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับเพื่อหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า

โดยสรุปแล้วการคิดเชิงความสัมพันธ์ หมายถึง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งที่ใช้ในการหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนในด้านต่อไปนี้ (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ(3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

1.2 ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ

คำว่า เท่ากับ (equal) เช่น *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *ghelijck* หรือ *gleich* หรือบางครั้งก็พบในรูปแบบ *aeq* และสัญลักษณ์ที่แทนสัญลักษณ์การเท่ากัน เช่น “||”, “[“, “<<”, “>>” มีการใช้ในลักษณะที่ต่างกันไปมานานแล้ว แต่เครื่องหมายเท่ากับ (=) ใช้งานทางคณิตศาสตร์ครั้งแรกในปี ค.ศ. 1557 โดยนักคณิตศาสตร์ชาวเวลส์ ชื่อ Robert Recorde ในหนังสือ *The Whetstone of Witte* ซึ่งเรียกว่า *Gemowe lines* (เส้นคู่แฝด) ในสมัยนั้นสัญลักษณ์ดังกล่าวยังไม่เป็นที่นิยมกันมากนัก บางทีก็มีการใช้เส้นตั้งสองขีด || หรืออักษร *æ* แทน (*æ* มาจากภาษาละติน *aequalis* แปลว่า เท่ากัน) ซึ่งหลังจากงานตีพิมพ์ของ Robert Recorde ก็ไม่ปรากฏในงานตีพิมพ์ของผู้ใดอีกเลย อย่างไรก็ตามในปี ค.ศ. 1631 สัญลักษณ์เครื่องหมายเท่ากับดังกล่าวปรากฏขึ้นอีกครั้งในงานตีพิมพ์ของ Thomas Hariot, William Oughtred และ Richard Norwood ซึ่งก็เป็นที่นิยมใช้กันมาจนถึงปัจจุบัน (Oksuz. 2008: Online)

ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับเป็นแนวคิดที่มีความสำคัญในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต (Falkner; Levi; & Carpenter. 1999: 232; NCTM. 2000: 94; Carpenter; Franke; & Levi. 2003: 4) นักเรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาส่วนใหญ่ มักมีความเข้าใจที่ผิดพลาดในเรื่องของความหมายเท่ากับและหลักการสมมูลกันของสมการ และมีแนวคิดเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับว่า “จำนวนที่เติมหลังเครื่องหมายเท่ากับจะต้องเป็นคำตอบหรือผลของ

การคำนวณจำนวนที่มีมาก่อนหน้า” (“the answer com next” หรือ “the answer is coming”) นักเรียนไม่ได้มองเครื่องหมายเท่ากับว่าเป็นสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ “is the same as” (Kieran. 1981; Matz. 1982; Falkner; Levi & Carpenter. 1999: 233; Carpenter; Franke; & Levi. 2003: 4) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บ่อยครั้งที่ครูยกตัวอย่างการใช้เครื่องหมายเท่ากับให้เป็นจุดสิ้นสุดของสมการ ซึ่งมีจำนวนเพียงจำนวนเดียวที่ตามหลังสัญลักษณ์ดังกล่าว เช่น $7+3 = 10$ หรือ $57-10-2 = 45$ ทำให้นักเรียนคิดว่าเครื่องหมายเท่ากับเปรียบเสมือนสัญลักษณ์เพื่อแทนการคำนวณ และจำนวนที่เติมหลังเครื่องหมายเท่ากับต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการที่มีมาก่อนหน้าเท่านั้น หรืออาจเป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการดำเนินการของนิพจน์ทั้งหมดที่อยู่ในประโยคจำนวน

แฟงเนอร์ เลวี และคาร์เพนเตอร์ (Falkner; Levi; & Carpenter. 1999: 232-236) ได้ให้นักเรียนเกรด 1-6 ตอบปัญหาประโยคจำนวนต่อไปนี้

จำนวนอะไรที่เติมในช่องว่างและทำให้ประโยคจำนวนเป็นจริง

$$8+4 = \square +5$$

ตาราง 2 จำนวนนักเรียนที่ตอบประโยคจำนวน $8+4 = \square +5$ คิดเป็นร้อยละของแต่ละเกรด

		ร้อยละของการตอบ			
เกรด	คำตอบ	7	12	17	12 และ 17
1 และ 2		5	58	13	8
3 และ 4		9	49	15	10
5 และ 6		2	76	21	2

จากการศึกษาพบว่ามึนักเรียนน้อยกว่าร้อยละ 10 ที่ตอบปัญหาดังกล่าวได้ถูกต้อง คือ 7 และนักเรียนในเกรด 5 และ 6 พบว่าตอบถูกน้อยกว่านักเรียนในเกรดต้นๆ จากข้อมูลดังกล่าวพบว่ามีนักเรียนในระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่มั้มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับ (equal sing) นักเรียนส่วนมากโดยเฉพาะในระดับประถมศึกษาตอนปลายไม่เข้าใจว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นเครื่องหมายที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน และเข้าใจว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นเครื่องหมายที่แสดงการสิ้นสุดของการคำนวณ ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนนี้จะจำกัดความสามารถของนักเรียนในการเรียนเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานเชิงเลขคณิตด้วยความเข้าใจ และความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนนี้จะสร้างปัญหาเมื่อนักเรียนเริ่มเรียนพีชคณิต

คาร์เพนเตอร์ ฟรานกี และเลวี (Carpenter; Franke; & Levi. 2003. 9-26) ได้สัมภาษณ์นักเรียนในการตอบปัญหาประโยคจำนวน $8+4 = \square +5$ ซึ่งพบว่านักเรียนที่มีความเข้าใจ

คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับที่มีการตอบปัญหาประโยคจำนวนที่แตกต่างกัน 3 ลักษณะ ได้แก่

1. นักเรียนตอบ 12 ในการหาคำตอบของประโยคจำนวน นักเรียนไม่สนใจจำนวนที่อยู่ในช่วงท้าย (+5) ในกรณีนี้นักเรียนใช้เครื่องหมายเท่ากับว่า หมายถึง เครื่องหมายที่คำตอบต้องอยู่หลังเครื่องหมายเท่ากับ และคำตอบนั้นเป็นผลจากการดำเนินการของจำนวนที่อยู่ทางด้านขวาของเครื่องหมายเท่ากับ นักเรียนมองเห็นประโยคจำนวนที่กำหนดในลักษณะ $8+4 = \square$

2. นักเรียนตอบ 17 ในการหาคำตอบของประโยคจำนวน นักเรียนใช้จำนวนทั้งหมดที่อยู่ในประโยคจำนวนมาบวกกัน นักเรียนไม่ได้ระลึกว่าเครื่องหมายเท่ากับที่ปรากฏอยู่ในประโยคจำนวนในตำแหน่งที่แตกต่างกัน จะทำให้เกิดประโยคจำนวนที่แตกต่างกัน นั่นคือนักเรียนเห็นว่าประโยคจำนวน $8+4 = \square +5$ ไม่แตกต่างกับประโยคจำนวน $8+4+5 = \square$

3. นักเรียนตอบ 12 และ 17 นั่นคือ $8+4 = 12+5 = 17$ ในกรณีนี้นักเรียนจะขยายปัญหาในการหาคำตอบของประโยคจำนวน เครื่องหมายเท่ากับถูกใช้เพื่อแสดงลำดับของการคำนวณ

จะเห็นได้ว่าแนวการหาคำตอบของนักเรียนทั้งสามลักษณะไม่มีความสมเหตุสมผล การตอบในลักษณะที่ 1 และลักษณะที่ 3 นักเรียนเห็นว่าหลังเครื่องหมายเท่ากับต้องเป็นผลรวมของการดำเนินการที่อยู่ทางด้านขวา ส่วนในลักษณะที่ 2 นั้นเห็นว่าลำดับการบวกในประโยคจำนวนนั้นไม่มีความสำคัญ

การพัฒนาความคิดรวบยอดของนักเรียน ในเรื่องของความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ หรือภาวะเท่ากัน จะใช้การอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับ บริบทของการอภิปรายเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับควรมีลักษณะดังนี้” (Carpenter; Franke; & Levi. 2003: 14-20)

1. เตรียมบริบทที่จะมุ่งให้นักเรียนมีการพูดแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดของตน
2. ทำหายความคิดรวบยอดของนักเรียนโดยการเตรียมบริบทที่แตกต่างกันเพื่อให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะทดสอบตนเอง
3. เตรียมบริบทเพื่อเปิดมุมมองการคิดของนักเรียน

การอภิปรายความหมายของเครื่องหมายเท่ากับเป็นขั้นแรกในการพัฒนาการคิดและการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ซึ่งในการอภิปรายเพื่อให้เกิดความเข้าใจดังกล่าว ครูควรเตรียมประโยค ถูก/ผิด และประโยคเปิดของจำนวน เพื่อให้นักเรียนร่วมอภิปราย ประโยคจำนวนควรเตรียมไว้อย่างหลากหลายเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ในการเตรียมประโยคไว้สำหรับอภิปราย อาจเริ่มด้วยประโยคในลักษณะ $8+4 = \square +5$ รูปแบบของประโยคควรเตรียมไว้หลายลักษณะไม่เฉพาะในรูปแบบของ $a+b = c$ เท่านั้น ตัวอย่างของประโยคที่ควรเตรียมสำหรับการอภิปราย เช่น

$$3+5 = 8 \quad 8 = 3+5 \quad 8 = 8 \quad 3+5 = 3+5 \quad 3+5 = 5+3 \quad 3+5 = 4+4$$

นักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่าประโยคจำนวน $3+5 = 8$ ถูก แต่ไม่แน่ใจประโยค $8 = 3+5$ ซึ่งครูและนักเรียนควรร่วมอภิปรายกันเพื่อให้เห็นว่าประโยค $8 = 3+5$ นั้นเป็นจริง การเปรียบเทียบประโยคจำนวนนั้นสามารถทำให้นักเรียนตัดสินใจได้ว่าประโยคจำนวนนั้นถูกหรือผิด นักเรียน

บางคนอาจเห็นว่าควรมีเพียงจำนวนเดียวที่อยู่หลังเครื่องหมายเท่ากับ ดังนั้นการเตรียมประโยคจำนวนในลักษณะ $3+5 = 5+3$ จึงเป็นสิ่งจำเป็นเพื่อให้นักเรียนปรับแนวคิดดังกล่าว นอกจากนี้ครูควรเตรียมประโยคจำนวนที่หลากหลาย และที่มีศูนย์ในประโยค เช่น $9+5 = 14$ $9+5 = 14+0$ $9+5 = 0+14$ $9+5 = 13+1$ เพื่อให้นักเรียนยอมรับประโยคจำนวนซึ่งปรากฏจำนวนมากกว่าหนึ่งจำนวนหลังเครื่องหมายเท่ากับ

การยกตัวอย่างประโยคจำนวน $9+5 = 14+0$ และ $9+5 = 13+1$ จะช่วยแก้ไขความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่ว่า “คำตอบของ $9+5$ ต้องอยู่หลังเครื่องหมายเท่ากับ” นอกจากนี้การเตรียมประโยคเปิดของจำนวนเพื่อให้เด็กเรียนหาจำนวนที่เติมในช่องว่างแล้วทำให้ประโยคเป็นจริง ซึ่งควรให้มีการเชื่อมโยงกับประโยค ถูก/ผิด ในข้างต้น เช่น $3+5 = \square$ $3+\square = 8$ $8 = 3+\square$ $\square = 3+5$ $8 = \square$ $3+5 = \square + 5$ $3+5 = \square + 3$ $3+5 = \square + 4$ จะสามารถช่วยในการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ

นักเรียนต้องมีความเข้าใจภาวะเท่ากันว่าเป็นความสัมพันธ์ ซึ่งใช้แสดงว่านิพจน์ทางคณิตศาสตร์สองนิพจน์มีค่าเหมือนกัน ความเข้าใจนี้เป็นสิ่งสำคัญมาก (Falkner; Levi; & Carpenter. 1999: 234) เนื่องจาก (1) ใช้แนวคิดของภาวะเท่ากันเพื่อคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของนิพจน์ในประโยคจำนวน เช่น $7+8 = 7+7+1$ ซึ่งนักเรียนอาจไม่ทราบค่าของ $7+8$ แต่ นักเรียนรู้ว่า $7+7$ เป็น 14 และมีอีก 1 ดังนั้น $7+8$ จึงมีค่า 15 นักเรียนที่มีความเข้าใจในเรื่องภาวะเท่ากันจะมีการนำเสนอแนวคิดเชิงเลขคณิตที่หลากหลาย เช่น $17-9 = 17-10+1$ โดยนักเรียนสามารถใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน ในการแก้ปัญหาที่มีความยากกว่า เช่น $45-18 = 45-20+2$ จากตัวอย่างแสดงให้เห็นถึงผลการหลอมรวมการสอนระหว่างเลขคณิตกับพีชคณิต (2) ความเข้าใจในเรื่องภาวะเท่ากันในลักษณะความสัมพันธ์เป็นสิ่งสำคัญเนื่องจากการขาดความเข้าใจดังกล่าวจะทำให้เป็นอุปสรรคสำหรับนักเรียนเมื่อนักเรียนถ่ายโยงแนวคิดจากเลขคณิตไปพีชคณิต (Kieran. 1981; Matz. 1982) เช่นพิจารณาการแก้สมการ $4x+27 = 87$ ในการแก้สมการในขั้นแรกคือการลบ 27 ออกจาก 87 จะได้ $4x = 87-27$ ซึ่งในการดำเนินการที่แท้จริงแล้วเป็นการลบ 27 ออกจากทั้งสองด้านของสมการ ซึ่งถ้านักเรียนมองภาวะเท่ากันในแง่ความสัมพันธ์ระหว่างสองนิพจน์แล้วก็สามารถเข้าใจได้ว่า ถ้าปริมาณสองปริมาณเท่ากันแล้วปริมาณแรกน้อยไป 27 ปริมาณที่สองก็ต้องน้อยลงไป 27 ด้วย นักเรียนสามารถเข้าใจได้ว่าเหตุใดต้องลบ 27 ออกจากทั้งสองด้านของสมการ ทั้งนี้เพื่อให้คงเหลือปริมาณสองปริมาณที่ยังคงเท่ากัน ถ้านักเรียนเข้าใจหลักการว่าเครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ไม่ใช่สัญลักษณ์ที่แทนการคำนวณก็จะทำให้สามารถระลึกถึงลำดับของการแก้สมการได้

กอนซาเลซ แอมบรอส และมาร์ทีเนส (Gonzalez; Ambrose; & Martinez. 2004) ได้วิเคราะห์ความเข้าใจในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับของนักเรียนเกรด 3 เกรด 5 และเกรด 6 โดยให้นักเรียนหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวน เช่น $14+\square = 13+4$ และ $\square = 25-12$ จากการศึกษาพบว่านักเรียนเกรด 3 มีการตอบสนองที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับโครงสร้างของประโยค ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะพิจารณาความหมายของเครื่องหมายเท่ากับในแง่ของการคำนวณโดยไม่นึกถึง

ความหมายในแง่ของความสัมพันธ์เลย ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของประโยคในลักษณะ $12+7 = 7+\square$ ได้ สำหรับนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง และสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะของสัญลักษณ์ที่ใช้แทนความสัมพันธ์ แต่มักตอบผิดในกรณีที่มีการดำเนินการเป็นลบ

โมลลินา และ แอมบรอส (Molina; & Ambrose. 2006: 111-117) ได้ศึกษาถึงผลของการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ขณะที่มีการอภิปรายเกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับ โดยได้ทำการศึกษากับนักเรียนทั้งหมด 18 คน ระยะเวลาในการศึกษาแบ่งเป็น 5 ช่วง ดังรายละเอียดดังนี้

ช่วงที่ 1 ศึกษาว่านักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายเท่ากับว่าเป็นอย่างไร โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาประโยคเปิดจำนวน เพื่อพิจารณาความเข้าใจในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ ซึ่งผลพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับ

ช่วงที่ 2 ศึกษาว่าความคิดรวบยอดของนักเรียนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับค่อยๆ ปรากฏขึ้นอย่างไร เมื่อมีการอภิปรายประโยคจำนวนถูก/ผิดในลักษณะต่างๆ คณะผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเริ่มอภิปราย โดยเริ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของเครื่องหมายเท่ากับ มุมมองของนักเรียนบางคนมองเครื่องหมายเท่ากับเหมือนตาชั่งที่ได้วางจำนวนที่เหมือนๆ กันทั้งคู่ในแต่ละด้าน บางคนมองว่าเครื่องหมายเท่ากับ หมายถึง ทำให้เท่ากันหรือจำนวนที่เหมือนกัน นักเรียนบางคนมองประโยค $2+2+2 = 3+3$ ว่าไม่ถูกต้อง นักเรียนคิดว่าประโยคที่ถูกต้องควรเขียนในลักษณะ $2+3 = 5$ บางคนมองว่าประโยคดังกล่าวไม่ถูกต้องเพราะเครื่องหมายเท่ากับอยู่ตรงกลาง

ช่วงที่ 3 ศึกษาว่านักเรียนสามารถพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้หรือไม่ขณะมีการอภิปรายในเรื่องของเครื่องหมายเท่ากับ คณะผู้วิจัยได้กำหนดให้มีการอภิปรายประโยคจำนวนถูก/ผิด ให้นักเรียนพยายามแสดงความคิดเห็นของตน และกระตุ้นให้นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนเริ่มมีความก้าวหน้าในเรื่องความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับอย่างมีนัยสำคัญ พิจารณาประโยคที่น่าสนใจคือประโยค $3+3+3 = 9+2 = 11$ มีนักเรียนบางคนไม่แน่ใจว่าประโยคที่กำหนดนี้ถูกหรือผิด บางส่วนของประโยคถูกแต่บางส่วนผิด หลังจากที่มีการอภิปรายว่าประโยคดังกล่าวผิด คณะผู้วิจัยได้ประเมินความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ ซึ่งพบว่า มีนักเรียนมากกว่า 9 คนที่มีความเข้าใจในการใช้เครื่องหมายเท่ากับได้หลากหลายรูปแบบ

ช่วงที่ 4 ศึกษาว่าเมื่อนักเรียนเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับได้อย่างถูกต้องแล้ว จะสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนดได้หรือไม่ คณะผู้วิจัยได้กำหนดประโยคถูก/ผิดเพื่อใช้ในการอภิปราย เช่น $27+48-48 = 27$ ถูก เพราะเมื่อบวก 48 และลบด้วย 48 ผลที่ได้จะมีค่าเป็นศูนย์ หรือ $12-7 = 13-8$ ถูก เพราะบวก 1 กับ 7 และบวก 1 กับ 12 ในตัวอย่างนี้นักเรียนไม่ได้ใช้วิธีคำนวณเพื่อตัดสินใจตอบ อย่างไรก็ตามพบว่ายังมีนักเรียนบางคนให้เหตุผลโดยขึ้นอยู่กับวิธีการคำนวณ ผลจากการอภิปรายพบว่ามีนักเรียน 7 คนที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์

ช่วงที่ 5 ศึกษาความคงทนของนักเรียนในเรื่องความเข้าใจกับเครื่องหมายเท่ากับ โดย คณะผู้วิจัยได้กำหนดประโยคเปิดของจำนวนในรูปแบบที่คล้ายกับช่วงแรกแต่ใช้จำนวนที่แตกต่าง กัน พบว่ามีนักเรียน 12 คนจาก 15 คนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 5 ข้อจาก 7 ข้อ แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ นักเรียนอีก 2 คนแสดงให้เห็นว่ายังมีความเข้าใจที่ คลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยเห็นว่าเครื่องหมายเท่ากับใช้สำหรับแสดงว่าคำตอบต้อง เป็นสิ่งที่ตามมาหลังเครื่องหมายเท่ากับ แต่แสดงการยอมรับประโยคย้อนกลับในลักษณะ $c = a + b$ นักเรียนหนึ่งคนไม่สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ประเมินผลได้ถูกต้องเลย และไม่ได้แสดง ความคิดรวบยอดที่ชัดเจนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ คณะผู้วิจัยได้เตรียมประโยคเปิดของจำนวน ข้อหนึ่ง คือ $238 + 49 = \square + 40 + 9$ เพื่อประเมินผลการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยถามให้นักเรียนอธิบาย พบว่า มีนักเรียน 4 คนที่อธิบายโดยสะท้อนให้เห็นถึงลักษณะการคิด เชิงความสัมพันธ์ จากการวิจัยนี้เห็นได้ว่า คณะผู้วิจัยประสบผลสำเร็จในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจ ความคิดรวบยอดของเครื่องหมายเท่ากับโดยผ่านการทำกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ที่คณะผู้วิจัย กำหนด

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ ต้องการให้นักเรียนมีความเข้าใจความหมายของเครื่องหมายเท่ากับ โดยมองว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ที่เท่ากันระหว่างปริมาณสองปริมาณที่อยู่คนละด้านของเครื่องหมายเท่ากับ ซึ่งได้ กำหนดกิจกรรมให้นักเรียนได้ร่วมอภิปรายเกี่ยวกับประโยคจำนวนที่กำหนดว่าถูกหรือผิด และถ้าผิด จะแก้ไขให้ถูกต้องได้อย่างไร นอกจากนี้นักเรียนต้องสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวน ที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง

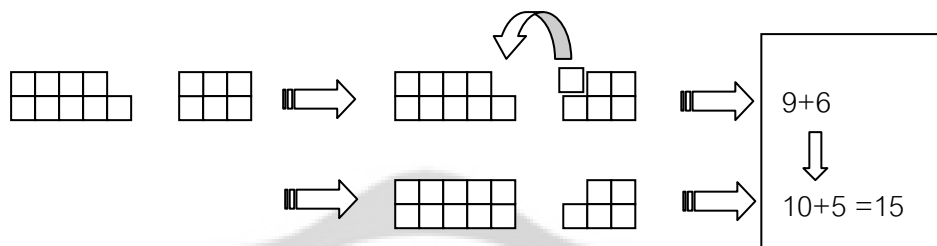
1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการชดเชย

ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา การนับถือเป็นพื้นฐานสำคัญของนักเรียน ในการเรียนรู้เรื่องจำนวน และความเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ครูควรจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่น่าสนใจเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจในเรื่องจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวน (NCTM. 2000: 79-81) การเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เช่น จำนวน 10 สามารถ รวมได้จาก 1 กับ 9 หรือ 2 กับ 8 หรือ 3 กับ 7 หรือ 4 กับ 6 หรือ 5 กับ 5 จำนวน 29 สามารถรวม ได้จาก 20 กับ 9 จำนวน 27 สามารถแยกเป็น 27 หน่วย หรือ 1 สิบ และ 17 หน่วย หรือ 2 สิบ และ 7 หน่วย ซึ่งความเข้าใจดังกล่าวจะมีส่วนช่วยในเรื่องของการบวกและการลบจำนวน กิจกรรมที่ พัฒนาความเข้าใจในเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน โดยกำหนดให้นักเรียนใช้ตุ้รถไฟสีแดง 8 ตุ้รถไฟ 8 ตุ้รถไฟ นำมาต่อกันให้ได้ตุ้รถไฟ 8 ตุ้รถไฟ แล้วบันทึกผล ผลบวกของจำนวนตุ้รถไฟสีแดงและจำนวน ตุ้รถไฟสีด้าที่ต่อแบบต่างๆ กัน ได้ดังนี้ $8 + 0 = 8$ $7 + 1 = 8$ $6 + 2 = 8$ $5 + 3 = 8$ $4 + 4 = 8$ $3 + 5 = 8$ $2 + 6 = 8$ $1 + 7 = 8$ และ $8 + 0 = 8$ การทำกิจกรรมนี้จะช่วยให้นักเรียนสังเกตเห็น ความสัมพันธ์บางประการของจำนวน (นพพร แหม่มแสง. 2544: 19-20)

การชดเชย (compensation) เป็นกลยุทธ์ที่ใช้ในการเปลี่ยนข้อเท็จจริงที่ไม่รู้ (unknown fact) ให้เป็นข้อเท็จจริงที่รู้ (known fact) เช่น การทบสิบ โดยมีการเพิ่มจำนวนของจำนวนหนึ่ง และการลดจำนวนของอีกจำนวนหนึ่ง (Rathmell. 1987: 21) ดังตัวอย่าง

การคิด $9+6$ ถูกเปลี่ยนเป็น $10+5$ โดย 9 เพิ่มอีก 1 จาก 6 เป็น 10 และ 6 ลดไป 1 เป็น 5 ดังนั้น $9+6$ จึงมีค่าเท่ากับ $10+5$ เป็น 15

ลักษณะการคิดดังกล่าวนำเสนอเป็นแบบจำลองได้ดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 แบบจำลองของการชดเชย

นอกจากการทบสิบแล้วยังมีการทบจำนวนซึ่งเป็นพหุคูณของสิบ เช่น การคิด $38+57$ ถูกเปลี่ยนเป็น $40+55$ หรือ การคิด $51-39$ ถูกเปลี่ยนเป็น $50-38$

การคิดเชิงความสัมพันธ์ นอกจากสามารถนำมาใช้ในเรื่องของการบวกและการลบจำนวนนับแล้ว ยังสามารถนำการคิดเชิงความสัมพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินการอื่นๆ ได้แก่ การดำเนินการในเรื่องของการคูณ และการหาร ดังตัวอย่างต่อไปนี้ (Stephens; et al. 2007: 21)



ภาพประกอบ 3 การใช้การชดเชยในเรื่องของการคูณ

เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนการคิดเชิงความสัมพันธ์ในเรื่องของการชดเชยอย่างต่อเนื่อง วิธีการคิดดังกล่าวสามารถที่จะนำไปประยุกต์เพื่อใช้กับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆได้ เช่น เรื่อง เศษส่วนและทศนิยม ดังตัวอย่างต่อไปนี้ (Stephens, Max. 2006: Online)

$$1) 7\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6}$$

แนวคิดในการหาผลลัพธ์ $7\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6} = 7\frac{2}{6} - 4 = 3\frac{2}{6}$

หรือ $6\frac{7}{6} - 3\frac{5}{6} = 3\frac{2}{6}$

$$2) 12 - 7\frac{4}{9}$$

แนวคิดในการหาผลลัพธ์ $12 - 7\frac{4}{9} = 12\frac{5}{9} - 8 = 4\frac{5}{9}$

หรือ $12 - 7\frac{4}{9} = 12 - 7 - \frac{4}{9} = 5 - \frac{4}{9} = 4\frac{5}{9}$

$$3) 8.23 - 3.67$$

แนวคิดในการหาผลลัพธ์ $8.23 - 3.67 = 8.56 - 4 = 4.56$

$$+.33 \quad +.33$$

หรือ $8.23 - 3.67 = 8 - 3.44 = 4.56$

$$-.23 \quad -.23$$

หรือ $8.23 - 3.67 = 7.99 - 3.43 = 4.56$

$$-.24 \quad -.24$$

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เข้าใจหลักของการชดเชย และนำไปใช้ในการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนด

1.4 สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

นักเรียนที่มีความเข้าใจในเรื่องเกี่ยวกับสมบัติและการดำเนินการของจำนวนจะช่วยส่งผลต่อการเรียนรู้พีชคณิตสำหรับการศึกษาในระดับสูงต่อไป (Carpenter; Franke; & Levi. 2003: 1-6) พิจารณาการหาผลลัพธ์ของห้าสิบบวกสามสิบเป็นแปดสิบ เนื่องจาก 5 บวก 3 เป็น 8 ดังนั้น 5 กลุ่มของสิบ บวกกับ 3 กลุ่มของสิบจึงเป็น 8 กลุ่มของสิบ ซึ่งสามารถเขียนเป็นประโยคได้ดังนี้

$$50 + 30 = 5 \times 10 + 3 \times 10$$

$$= (5 + 3) \times 10$$

$$= 8 \times 10$$

$$= 80$$

จากแนวคิดดังกล่าวสามารถไปประยุกต์กับนิพจน์เชิงพีชคณิตได้เป็น $5b + 3b = 8b$ สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พบสมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการที่ปรากฏอยู่ในเอกสารประกอบการเรียนดังต่อไปนี้ (สสวท. 2548)

ตาราง 3 สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3

สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3		
สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก (addition identity property)	$a+0 = a$ หรือ $0+a = a$	จำนวนใดๆ เมื่อบวกกับศูนย์ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนจำนวนนั้น
สมบัติการสลับที่ (commutative property)	$a+b = b+a$	การบวกสองจำนวนใดๆ เมื่อสลับที่กัน ผลบวกจะมีค่าเท่ากัน
สมบัติการเปลี่ยนหมู่ (associative property)	$(a+b)+c = a+(b+c)$	การบวกสามจำนวนใดๆ เมื่อนำผลบวกของจำนวนแรกกับจำนวนที่สอง บวกกับจำนวนที่สาม ผลบวกจะมีค่าเท่ากับการนำจำนวนแรก บวกกับ ผลบวกของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สาม

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ ต้องการให้นักเรียนนำสมบัติของจำนวนและการดำเนินการไปใช้ในลักษณะไม่เป็นทางการอีกทั้งต้องการให้นักเรียนเกิดข้อคิดเตาในเรื่องสมบัติของจำนวนในเรื่องของการบวกและการลบบางลักษณะ ได้แก่ $a-a = 0$ $a-0 = a$ และ $a+b-b = a$

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์

ไอวีน และบริท ได้ศึกษาในโครงการ Numeracy Project ซึ่งเป็นโครงการของ The New Zealand Ministry of Education โครงการดังกล่าวเป็นโครงการที่สนับสนุนการนำเอากลยุทธ์ที่มีความยืดหยุ่น (flexible strategy) มาใช้ในการแก้ปัญหาเชิงจำนวน (numerical problem) และให้พยายามลดขั้นตอนวิธีเชิงคำนวณ (computational algorithm) โดยได้ทำการศึกษากับนักเรียนที่มีอายุ 12 ปี จำนวน 431 คน ที่ร่วมในโครงการ และจำนวน 468 คน ที่ไม่ได้ร่วมในโครงการ โดยมีข้อคำถามทั้งหมด 21 ข้อ ซึ่งแบ่งเป็น 6 ตอน ได้แก่ การชดเชยในการบวก (Compensation in addition) การชดเชยในการลบ (Compensation in subtraction) การชดเชยในกฎของการแจกแจง (Compensation in the distributive law of multiplication over addition) การสมมูลกันด้วยผลบวกและผลต่าง (Equivalence with sums and differences) การชดเชยในการคูณ (หรือกฎการ

เปลี่ยนหมู่) (Compensation in multiplication (or the associative law)) และการสมมูลกันด้วยค่าของเศษส่วน (Equivalence with fractional values) ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่มีส่วนร่วมในโครงการมีการเปลี่ยนแปลงตามที่ต้องการได้สำเร็จมากกว่านักเรียนที่ไม่ได้ร่วมโครงการ

คาเพนเตอร์ และเลวี (Carpenter; & Levi. 2000) ได้ทดลองตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับของนักเรียนชั้นประถมศึกษา โดยให้นักเรียนพิจารณาประโยคเปิดของจำนวน $8+4=\square +5$ ผลการทดลองพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เติม 12 หรือ 17 ในช่องว่าง ซึ่งจากการวิเคราะห์พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจว่า จำนวนที่อยู่หลังเครื่องหมายเท่ากับคือคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

คาร์เพนเตอร์ และคนอื่นๆ (Carpenter; et al. 2005: 53-59) ได้ศึกษาโดยใช้ระเบียบวิจัยเชิงคุณภาพ ในเรื่องของการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งได้แสดงตัวอย่างการสัมภาษณ์นักเรียนเกรด 3 จำนวนสองคน จากห้องเรียนซึ่งมีการสนับสนุนให้นักเรียนมีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ในการสัมภาษณ์นักเรียนทั้งสองคนนี้ คณะผู้วิจัยได้มุ่งเน้นไปในเรื่องของสมบัติการแจกแจง โดยตัวอย่างแรกได้แสดงให้เห็นว่าครูมีการเตรียมลำดับของโครงสร้างประโยคจำนวนอย่างไร จึงสามารถที่จะช่วยให้นักเรียนเริ่มเห็นความสัมพันธ์ของข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนในเรื่องการคูณและใช้สมบัติการแจกแจง และตัวอย่างที่สองได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนอีกคนหนึ่งซึ่งมีความเข้าใจในการใช้สมบัติการแจกแจงแล้วจะใช้สมบัติดังกล่าวอย่างไรเพื่อให้สามารถขยายความรู้ของตนเอง ผลจากการศึกษา พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์เมื่อครูมีการนำเสนอลำดับของโครงสร้างประโยคจำนวนอย่างเหมาะสมนักเรียนสามารถที่จะเรียนรู้ที่จะใช้สมบัติการแจกแจงได้ และถ้านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจงก็จะใช้ความรู้ดังกล่าวช่วยในการหาเหตุผลของประโยคจำนวนที่กำหนด

ฮันเตอร์ (Hunter. 2007) ได้ทำการศึกษาถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดจำนวนที่สมมูลกัน และศึกษาข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาประโยคจำนวนดังกล่าว การเก็บข้อมูลทำโดยใช้แบบทดสอบที่พัฒนาโดย สตีเฟน และให้นักเรียนทำแบบทดสอบดังกล่าวแบบทดสอบให้นักเรียนหาจำนวนที่เติมในช่องว่างในแต่ละข้อและทำให้ประโยคเป็นจริง ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 5-7 จำนวนทั้งสิ้น 361 คน ผลการศึกษาพบว่ามีนักเรียนจำนวนร้อยละ 46 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้กลยุทธ์เชิงเลขคณิต นักเรียนจำนวนร้อยละ 28 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดใช้กลยุทธ์เชิงความสัมพันธ์ และนักเรียนจำนวนร้อยละ 26 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดใช้ทั้งกลยุทธ์เชิงเลขคณิตและเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลยุทธ์เชิงเลขคณิตมากกว่ากลยุทธ์เชิงความสัมพันธ์ และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นพบว่านักเรียนยังขาดความเข้าใจในเรื่องของเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนมองว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสิ่งที่บ่งชี้ถึงผลที่เกิดจากการดำเนินการ

สตีเฟน ไอโซดะ และอินทร์ประสิทธิ์ (Stephens; Isoda; & Inprashita. 2007) ได้ทำการวิจัยโดยได้ศึกษาถึงการประยุกต์ของการคิดเชิงความสัมพันธ์เพื่อแก้ปัญหาประโยคจำนวน โดยได้สัมภาษณ์นักเรียนเกรด 5 เกรด 6 และเกรด 7 ในสามประเทศ ได้แก่ ประเทศญี่ปุ่นจำนวน 227 คน ประเทศออสเตรเลียจำนวน 301 คน และประเทศไทยจำนวน 194 คน โดยสัมภาษณ์นักเรียน

ประเทศละสองโรงเรียน โดยทุกโรงเรียนมีวิธีการสอนแบบขั้นตอนวิธีเชิงคำนวณ (computational algorithms) ซึ่งเป็นส่วนสำคัญส่วนหนึ่งในหลักสูตร ถึงแม้ว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์จะถูกนำเสนอในการสอนบางโรงเรียน แต่ก็ไม่ได้ให้ความสำคัญเท่ากับการนำเสนอเชิงคำนวณ คณะผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนเพื่อพิจารณาถึงความสามารถในการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์เพื่อแก้ประโยคจำนวนที่มีลักษณะแตกต่างกัน โดยแบ่งกลุ่มของประโยคจำนวนออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

ตาราง 4 รูปแบบของประโยคจำนวนที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่ม A	กลุ่ม B	กลุ่ม C
$23+15 = 26+\square$	$39-15 = 41-\square$	$746-262+\square = 747$
$73+49 = 72+\square$	$99 - \square = 90 - 59$	$746 + \square - 262 = 747$
$43+\square = 48+76$	$104 -45 = \square - 46$	
$\square + 17 = 15+24$		

ตัวอย่างของลักษณะการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละกลุ่ม มีดังต่อไปนี้

กลุ่ม A จากประโยคจำนวน $\square + 17 = 15 + 24$ ถ้าเอาสองออกจาก 17 และบวก 2 กับ 22 ก็จะได้ประโยคจำนวนที่อยู่ทางด้านหลัง (นักเรียนเกรด 6)

กลุ่ม B จากประโยคจำนวน $99 - \square = 90 - 59$ เมื่อ 99 มากกว่า 90 อยู่ 9 จำนวนที่เติมในช่องว่างจะต้องมากกว่า 59 อยู่ 9 ซึ่งมีคำตอบเป็น 68 (นักเรียนเกรด 5)

กลุ่ม C จากประโยคจำนวน $746 + \square - 262 = 747$ เนื่องจาก 746 น้อยกว่า 747 อยู่ 1 ดังนั้นคำตอบคือ 263 (นักเรียนเกรด 5)

ในการดำเนินการวิจัยในขั้นสุดท้ายคณะผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแก้ปัญหาประโยคจำนวนที่รวมสัญลักษณ์เชิงอักษรนั้นคือ

กำหนดจำนวน 4 จำนวน ได้แก่ $n-1$, $n+5$, 7 และ 1 จงเติมจำนวนดังกล่าวในช่องว่างเพื่อให้ประโยคถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายว่าทำไมคำตอบจึงถูกต้อง

$$\square + \square = \square + \square$$

ช่องA ช่องB ช่องC ช่องD

โดยคณะผู้วิจัยต้องการศึกษาว่าถ้านักเรียนใช้การคิดเชิงสัมพันธ์เพื่อแก้ปัญหาใน 3 กลุ่มของประโยคจำนวนที่กำหนดในช่วงแรก จะสามารถทำนายความสำเร็จระดับสูงในคำถามที่รวมสัญลักษณ์เชิงอักษรหรือไม่ และถ้านักเรียนใช้การคิดเชิงเลขคณิตเพื่อการแก้ปัญหาใน 3 กลุ่มของ

ประโยคจำนวนในช่วงแรก สามารถทำนายความสำเร็จในคำถามที่รวมสัญลักษณ์เชิงอักษรหรือไม่ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ใช้การคิดเชิงสัมพันธ์เพื่อแก้ประโยคจำนวนมีปรากฏทุกสามประเทศ โดยเฉพาะในช่วงปลายของโรงเรียนประถมศึกษา นักเรียนที่มีความเสถียรทางด้านการคิดเชิงสัมพันธ์ในเรื่องประโยคจำนวนในช่วงแรก จะประสบความสำเร็จในประโยคจำนวนที่รวมสัญลักษณ์เชิงอักษร ส่วนนักเรียนที่แสดงการคิดเชิงเลขคณิตเพียงอย่างเดียวจะประสบความสำเร็จน้อยกว่า

จาคอบส์ และคนอื่นๆ (Jacobs; et al. 2007) ได้ศึกษาการพัฒนาครูประจำการโดยมุ่งเน้นที่การให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนประถมศึกษา โดยโครงการวิจัยดังกล่าวได้ศึกษาที่โรงเรียนในเมืองรวม 19 โรงเรียน ครูจำนวน 180 คน และนักเรียนจำนวนทั้งสิ้น 3,735 คน จากเขตการศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในเขตแคลิฟอร์เนีย โดยอบรมครูที่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัย ซึ่งสอนอยู่ในเกรด 1-5 ให้เข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ซึ่งเป็นลักษณะทั่วไปของเลขคณิต และศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ถูกสอนโดยครูที่มีส่วนร่วมโครงการวิจัยถูกทำให้เกิดวิธีการที่แตกต่างกันอย่างมาของนักเรียน รวมถึงวิธีการที่สะท้อนให้เห็นถึงการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์มากกว่าครูที่ไม่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัย สำหรับนักเรียนที่ถูกสอนโดยครูที่มีส่วนร่วมในโครงการวิจัย แสดงให้เห็นอย่างมีนัยสำคัญว่ามีความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับและมีการใช้วิธีการที่สะท้อนให้เห็นถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ระหว่างการสัมภาษณ์มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยครูที่ไม่ได้มีส่วนร่วมในโครงการ

สติเฟิน และวอง (Stephens; & Wang. 2008: 28-39) ได้ทำการศึกษาโดยสำรวจจุดเชื่อมต่อบางประการในการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยได้ทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 6 และเกรด 7 จากประเทศออสเตรเลียและประเทศจีน โดยจุดมุ่งหมายในการศึกษามีสองประการ คือ ประการแรกต้องการที่จะศึกษาว่าทำอย่างไรนักเรียนจึงจะสามารถเปลี่ยนถ่ายจากเลขคณิตไปสู่พีชคณิต และประการที่สองเพื่อต้องการระบุจุดเชื่อมต่อที่สำคัญในขบวนการในการเปลี่ยนถ่ายจากเลขคณิตไปพีชคณิตดังกล่าว ในการศึกษาใช้ประโยคจำนวนที่มีจำนวนไม่ทราบค่าหนึ่งและสองจำนวน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า ถ้านักเรียนได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์จะทำให้สามารถนำไปใช้ในการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนในลักษณะต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และนอกจากนี้ในการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในด้านต่างๆ ได้แก่ ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ จะเป็นการเตรียมพื้นฐานสำหรับการเรียนพีชคณิตในระดับสูงต่อไป

ตอนที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงเนื้อหาที่นำมาใช้ในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ได้แก่ เรื่องการบวกและการลบกลยุทธ์ที่ใช้ในการบวกและการลบ ตลอดจนทฤษฎีและหลักการเรียนรู้ที่มีความเกี่ยวข้อง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 การบวกและการลบจำนวน

สำหรับงานวิจัยนี้มุ่งเน้นการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้พิจารณาและกำหนดเนื้อหาในเรื่องการบวกและการลบจำนวนนับที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100

การบวก เป็นการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน ซึ่งจำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่า ผลบวก หรือ ผลรวม

การลบ เป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากจำนวนหนึ่ง แล้วหาจำนวนที่เหลือ หรือเป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่าใด

กรมวิชาการ ได้เสนอแนวการสอนในเรื่องการบวกและการลบว่า ควรสอนเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ใช้ของจริง (2) ใช้รูปภาพ และ(3) ใช้สัญลักษณ์ และได้เสนอเทคนิคที่ใช้ในการบวกและการลบไว้ดังนี้ (กรมวิชาการ. 2540: 2, 20)

เทคนิคการบวก ได้แก่ เทคนิคการนับครบสิบ การนับต่อ การใช้ผลบวกของเลขโดดบางคู่สำหรับเทคนิคการลบ ได้แก่ เทคนิคการนับลด เทคนิคการนับเพิ่ม เทคนิคการหักออกจากสิบ หรือพหุคูณของสิบ เทคนิคการเพิ่มหรือลดตัวลบให้เป็นสิบ หรือพหุคูณของสิบ เทคนิคการนับเพิ่มครั้งละสิบ

นอกจากนี้ กรมวิชาการ ได้เสนอแนะว่าควรฝึกให้นักเรียนได้ใช้เทคนิคการบวกและการลบที่หลากหลาย และควรถามถึงวิธีในการคิดหาคำตอบของนักเรียน ว่ามีวิธีการคิดหาคำตอบอย่างไร และที่สำคัญคือต้องมีการฝึกทักษะในเรื่องของการบวกและการลบ

คาร์เพนเตอร์ และคนอื่นๆ (Carpenter; et al. 1999: 7-22) ได้กล่าวถึงปัญหาในเรื่องของการบวกและการลบซึ่งมี 4 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาการรวม (Join Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทิศทางหรือการกระทำที่ถูกกำหนดโดยมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนของสมาชิกในเซตๆ หนึ่งในที่ถูกเพิ่มขึ้น โดยจำนวนที่ถูกเพิ่มขึ้นดังกล่าวจะถูกกำหนดขึ้นโดยเจาะจง

2. ปัญหาแบ่งแยก (Separate Problem) มีลักษณะคล้ายกับปัญหาการรวม แต่ในปัญหาการแบ่งแยกนี้ปริมาณในจำนวนแรกจะถูกทำให้ลดมากกว่าถูกทำให้เพิ่มขึ้น

3. ปัญหาส่วนย่อย-ส่วนย่อย-ส่วนรวม (Part-Part-Whole Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ระหว่างเซตๆ หนึ่งที่คงที่ ซึ่งถูกกำหนดขึ้นโดยเฉพาะและสับเซตที่ไม่มีส่วนร่วมกันของเซตดังกล่าว

4. ปัญหาเปรียบเทียบ (Compare Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพัทธ์ระหว่างปริมาณ แต่จะแตกต่างจากปัญหาส่วนย่อย-ส่วนย่อย-ส่วนรวม ตรงที่ปัญหาการเปรียบเทียบจะเป็นเซตสองเซตที่แตกต่างกัน

ตัวอย่างของปัญหาทั้ง 4 ประเภท นำเสนอได้ดังตาราง

ตาราง 5 ตัวอย่างปัญหาการบวกและการลบ

ประเภทของปัญหา	รูปแบบของปัญหา		
การรวม	ไม่ทราบผลลัพธ์ คนนี้มีหมากฝรั่ง 5 ชิ้น เจนให้มาอีก 8 ชิ้น รวมแล้วคนนี้มีหมากฝรั่งทั้งหมดกี่ชิ้น $5+8 = \square$	ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง คนนี้มีหมากฝรั่ง 5 ชิ้น คนนี้ต้องการหมากฝรั่งอีกกี่ชิ้น จึงจะมีหมากฝรั่งรวม 13 ชิ้น $5+\square = 13$	ไม่ทราบค่าเริ่มต้น คนนี้มีหมากฝรั่งอยู่จำนวนหนึ่ง เจนให้มาอีก 8 ชิ้นรวมเป็น 13 ชิ้น ในตอนแรกคนนี้มีหมากฝรั่งอยู่ที่กี่ชิ้น $\square + 8 = 13$
การแบ่งแยก	ไม่ทราบผลลัพธ์ คนนี้มีหมากฝรั่ง 13 ชิ้น ให้เจนไป 5 ชิ้น คนนี้เหลือหมากฝรั่งกี่ชิ้น $13-5 = \square$	ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง คนนี้มีหมากฝรั่ง 13 ชิ้น แบ่งให้เจนไปส่วนหนึ่ง คนนี้เหลือหมากฝรั่ง 5 ชิ้น คนนี้แบ่งหมากฝรั่งให้เจนไปกี่ชิ้น $13-\square = 5$	ไม่ทราบค่าเริ่มต้น คนนี้มีหมากฝรั่งอยู่จำนวนหนึ่ง แบ่งให้เจนไป 5 ชิ้น คนนี้เหลือหมากฝรั่ง 8 ชิ้น ในตอนแรกคนนี้มีหมากฝรั่งอยู่ที่กี่ชิ้น $\square - 5 = 8$
ส่วนย่อย-ส่วนย่อย-ส่วนรวม	ไม่ทราบส่วนรวม คนนี้มีหมากฝรั่งสีแดง 5 ชิ้นและสีฟ้า 8 ชิ้น รวมแล้วคนนี้มีหมากฝรั่งทั้งหมดกี่ชิ้น $5+8 = \square$		ไม่ทราบส่วนย่อย คนนี้มีหมากฝรั่ง 13 ชิ้น หมากฝรั่ง 5 ชิ้นเป็นสีแดง และที่เหลือเป็นสีฟ้า คนนี้มีหมากฝรั่งสีฟ้ากี่ชิ้น $13-5 = \square$

ตาราง 5 (ต่อ)

ประเภทของปัญหา	รูปแบบของปัญหา		
การเปรียบเทียบ	ไม่ทราบส่วนต่าง คอนนี้มีหมากฝรั่ง 13 ชิ้น เจนมีหมากฝรั่ง 5 ชิ้น คอนนี้มีหมากฝรั่ง มากกว่าเจนกี่ชิ้น $13-5 = \square$	ไม่ทราบปริมาณที่ เปรียบเทียบ เจนมีหมากฝรั่ง 5 ชิ้น คอนนี้มีมากกว่าเจน 8 ชิ้น คอนนี้มีหมากฝรั่งกี่ชิ้น $5+8 = \square$	ไม่ทราบสิ่งที่อ้างอิง คอนนี้มีหมากฝรั่ง 13 ชิ้น คอนนี้มีหมากฝรั่ง มากกว่าเจน 5 ชิ้น เจนมีหมากฝรั่งกี่ชิ้น $13-5 = \square$

สำหรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเรื่องการบวกและการลบ มีดังต่อไปนี้

1. กลยุทธ์แบบจำลองโดยตรง (Direct Modeling Strategies) ใช้แก้ปัญหาหลายๆ ปัญหา เช่น ปัญหาการรวม (ไม่ทราบผลลัพธ์) หรือ ส่วนย่อย-ส่วนย่อย-ส่วนรวม (ไม่ทราบผลรวม) รูปแบบของกลยุทธ์ดังกล่าวมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 การหาส่วนรวมทั้งหมด (Joining All) นักเรียนจะใช้วัตถุหรือนิ้วมือเพื่อแทนจำนวนของการบวก และจะนับจำนวนในเซตทั้งสองนั้นรวมกัน เช่น โรบินมีรถของเล่น 4 คัน ในวันเกิดเพื่อนให้มาอีก 7 คัน โรบินจะมีรถทั้งหมดกี่คัน ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะนับตัวนับเป็นสองกอง กองละ 4 และกองละ 7 และจะนับตัวนับทั้งหมดที่ละหนึ่งรวมกันเป็น 13

1.2 การหาส่วนที่เพิ่ม (Joining To) คล้ายกับกลยุทธ์แรก แต่จะใช้แก้ปัญหาการรวม (ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง) เช่น โรบินมีรถของเล่น 4 คัน เพื่อนให้มาอีกจำนวนหนึ่งในวันเกิดรวมแล้วมี 11 คัน เพื่อนให้มากี่คัน การแก้ปัญหา นักเรียนจะนับตัวนับกองหนึ่งซึ่งมีจำนวน 4 และจะใช้การนับตัวนับเพิ่มทีละหนึ่งจนกระทั่งถึง 11 จำนวนของตัวนับที่นับเพิ่มจะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหาดังกล่าว สิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งสำหรับกลยุทธ์นี้คือ นักเรียนต้องสามารถแบ่งแยกเซตที่นับเพิ่มจากเซตในตอนแรกได้ โดยอาจแยกวัตถุที่นับเพิ่มไว้ต่างหาก หรือใช้ตัวนับที่มีสีแตกต่างกัน

1.3 การหาส่วนที่เหลือ (Separating From) ใช้แก้ปัญหาการหาส่วนที่เหลือ (ไม่ทราบผลลัพธ์) ที่รวมการลบหรือการแบ่งออก ปริมาณที่ตั้งต้นจะมีค่ามากและปริมาณที่มีค่าน้อยกว่าจะถูกนำออกจากปริมาณที่ตั้งต้น เช่น คลอเรลมีปลา 12 ตัว ให้โรเจอร์ไป 5 ตัว คลอเรลจะเหลือปลากี่ตัว ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะนับตัวนับกองหนึ่งจำนวน 12 ตัว และจะนำตัวนับจำนวน 5 ตัวออกจากกองดังกล่าว และนับตัวนับที่เหลือซึ่งจะเป็นคำตอบการแก้ปัญหาในข้อนี้

1.4 การหาส่วนที่แบ่งออกไป (Separating To) ใช้แก้ปัญหาการหาส่วนที่แบ่งออกไป (ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง) ที่มีการกระทำของการแบ่งออก กลยุทธ์นี้คล้ายกับการหาส่วนที่เหลือ วัตถุจะถูกนับออกจากปริมาณที่มากกว่าเพื่อให้เท่ากับปริมาณอีกปริมาณหนึ่งซึ่งน้อยกว่า เช่น โรเจอร์มีสติ๊กเกอร์ 13 ชิ้น เขาให้สติ๊กเกอร์บางส่วนกับคลอเรล เขาเหลือสติ๊กเกอร์ 4 ชิ้น

เขาให้สติเกอร์ คลอเรลไปก็ขึ้น การแก้ปัญหานี้นักเรียนจะนับตัวนับกองหนึ่งจำนวน 13 ตัว และจะนำตัวนับออกทีละหนึ่งจากกองดังกล่าวจนกระทั่งเหลือเท่าจำนวนที่ต้องการ จำนวนของตัวนับที่นับออกไปจะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหานี้ การแก้ปัญหานี้จะใช้การลองผิดลองถูก อยู่บ้าง เพราะนักเรียนไม่สามารถนับวัตถุออกได้โดยง่าย นักเรียนจะต้องนับวัตถุที่เหลือหลังจากที่นำออกกว่าจะมีปริมาณเท่ากับวัตถุที่คงเหลือหรือไม่

1.5 กลยุทธ์การจับคู่ (Matching Strategy) ใช้แก้ปัญหาเปรียบเทียบ (ไม่ทราบค่าแตกต่าง) กลยุทธ์นี้ใช้เพื่อแก้ปัญหาที่มีความสมนัยกัน 1 ต่อ 1 ระหว่างสมาชิกของเซตสองเซต ขณะที่เซตหนึ่งถูกจับคู่หมด การนับสมาชิกที่ไม่ถูกเข้าคู่กันก็จะเป็นคำตอบ เช่น มาร์คมีหนู 6 ตัว จอยมีหนู 11 ตัว จอยมีหนูมากกว่ามาร์คก็ตัว ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะนับตัวนับออกเป็นสองเซต เซตหนึ่งมีจำนวน 6 ตัวและอีกเซตหนึ่งมี 11 ตัว โดยจะนำตัวนับในเซตที่มี 6 ตัวมาวางเรียงเป็นแถว และนำตัวนับที่อยู่ในกอง 11 ตัวมาเรียงโดยให้อยู่ในแนวเดียวกัน จำนวนตัวนับที่ไม่มีคู่จะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหานี้

1.6 การลองผิดลองถูก (Trial and Error) ให้สำหรับแก้ปัญหาในรูปแบบปัญหาที่ไม่ทราบค่าตั้งต้นซึ่งถือเป็นปัญหาที่ยาก เนื่องจากปริมาณตั้งต้นไม่รู้จึงไม่สามารถถูกแทนด้วยจำนวนได้ นักเรียนจึงใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก เช่น โรบินมีรถของเล่นอยู่จำนวนหนึ่ง ในวันเกิดเพื่อนให้มาอีก 5 คัน รวมเป็น 11 คัน โรบินมีรถของเล่นก่อนวันเกิดก็คัน ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนจะลองผิดลองถูกโดยกำหนดตัวนับตั้งต้น เช่นนับตัวนับตั้งต้น 3 และนับเพิ่มไปอีก 5 และเมื่อนับตัวนับทั้งหมดรวมเป็น 8 ซึ่งน้อยกว่า 11 นักเรียนก็จะลองกำหนดตัวนับตั้งต้นใหม่และก็ทำในลักษณะเดียวกันนี้

2. กลยุทธ์การนับ (Counting Strategies) กลยุทธ์การนับเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและเป็นนามธรรมกว่าการใช้แบบจำลองด้วยวัตถุทางกายภาพ ในการใช้กลยุทธ์ดังกล่าวนักเรียนจะต้องระลึกได้ว่าไม่จำเป็นในการสร้างวัตถุทางกายภาพ รูปแบบของกลยุทธ์ดังกล่าวมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 การนับเพิ่มจากจำนวนแรก (Counting On From First) ใช้สำหรับการแก้ปัญหาคารรวม (ไม่ทราบผลลัพธ์) และปัญหาส่วนย่อย-ส่วนย่อย-ส่วนรวม (ไม่ทราบส่วนรวม) นักเรียนจะใช้วิธีการนับต่อจากจำนวนแรก ลำดับของการนับจะสิ้นสุดลงเมื่อนักเรียนนับจำนวนที่สองเสร็จลง เช่น โรบินมีรถของเล่น 4 คัน ในวันเกิดเพื่อนให้มาอีก 7 คัน โรบินจะมีรถทั้งหมดกี่คัน ในการแก้ปัญหานักเรียนจะนับต่อจากจำนวนแรกคือ 4 โดยจะนับเพิ่มทีละหนึ่ง พร้อมกับชูนิ้วเพิ่มทีละหนึ่งเช่นกัน การนับจะสิ้นสุดลงเมื่อนักเรียนชูนิ้วครบ 7 นิ้ว ผลจากการนับก็จะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหานี้

2.2 การนับเพิ่มจากจำนวนที่มากกว่า (Counting On From Larger) กลยุทธ์นี้จะมิลักษณะคล้ายกับกลยุทธ์การนับเพิ่มจากจำนวนแรกแต่นักเรียนจะนับเพิ่มจากจำนวนที่มีค่ามากกว่าระหว่างจำนวนสองจำนวนที่กำหนด เช่น โรบินมีรถของเล่น 4 คัน ในวันเกิดเพื่อนให้มาอีก 7 คัน

โรบินจะมีรถทั้งหมดกี่คัน ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะนับต่อจากจำนวน 7 และนับเพิ่มไปจนครบ 4 นิ้ว ผลจากการนับก็จะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหาในข้อนี้

2.3 การนับเพิ่มไปยัง (Counting On To) ใช้สำหรับแก้ปัญหาการรวม (ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง) กลยุทธ์นี้คล้ายกับกลยุทธ์แบบจำลองโดยตรง การรวมไปยัง นักเรียนจะนับต่อจากจำนวนแรกเพื่อไปหาจำนวนที่เป็นคำตอบ และคำตอบจะเป็นจำนวนที่นับเพิ่มขึ้นของการนับจากจำนวนตั้งต้นจนเสร็จสิ้น เช่น โรบินมีรถของเล่น 8 คัน เพื่อนให้มาอีกจำนวนหนึ่งในวันเกิดรวมมีทั้งหมด 13 คัน เพื่อนให้รถของเล่นในวันเกิดกี่คัน ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะนับเพิ่มต่อจาก 8 นั่นคือเริ่มนับ 9 จนถึง 13 ซึ่งเพิ่มไป 5 จำนวน ดังนั้นคำตอบก็คือ 5

2.4 การนับลด (Counting Down) ใช้สำหรับปัญหาการแบ่งแยก (ไม่ทราบผลลัพธ์) นักเรียนจะเริ่มนับจากจำนวนที่มีค่ามากกว่าในปัญหาและนับย้อนกลับ เช่น คอเรลมีปลา 11 ตัว ให้โรเจอร์ไป 3 ตัว คอเรลจะเหลือปลากี่ตัว นักเรียนจะใช้นิ้วมือและนับลดโดยเริ่มนับจาก 11 และนับลดไป 3 จำนวนแล้วดูจำนวนนิ้วมือที่คงเหลือ

2.5 การนับลดไปยัง (Counting Down To) ใช้สำหรับปัญหาการแบ่งแยก (ไม่ทราบค่าเปลี่ยนแปลง) โดยนักเรียนจะนับย้อนกลับโดยเริ่มจากจำนวนที่มากกว่าไปยังจำนวนที่น้อยกว่าในปัญหาที่กำหนด เช่น คอเรลมีปลา 12 ตัว ให้โรเจอร์ไปจำนวนหนึ่ง คอเรลเหลือปลา 8 ตัว คอเรลให้ปลาโรเจอร์ไปกี่ตัว นักเรียนจะนับย้อนกลับโดยเริ่มจาก 12 จนถึง 8 ขณะนับลดลงหนึ่งก็จะชูนิ้วขึ้นหนึ่งนิ้ว เมื่อนับลดถึง 8 ก็จะดูจำนวนนิ้วมือที่ชูขึ้นมา

นอกจากกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบที่กล่าวมาในข้างต้น ยังมีกลยุทธ์อีกลักษณะหนึ่งที่ใช้ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวน (Number Facts) ซึ่งเป็นกลยุทธ์ที่มีความยืดหยุ่นที่เรียกว่า Derived Facts (Carpenter; et al. 1999: 24) ตัวอย่าง เช่น เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้การบวกแบบสองเท่า (doubles) ได้แก่ $4+4$ หรือ $7+7$ และเรียนรู้การบวกทบสิบ ได้แก่ $7+3$ หรือ $4+6$ นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ดังกล่าวเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา เช่น

มีกบหนึ่งอยู่บนใบบัว 6 ตัว กระโดดมาเพิ่มอีก 8 ตัว รวมมีกบกี่ตัว
นักเรียน 4 คนตอบได้อย่างทันทีทันใดว่า 14 วิธีการคิดของนักเรียนทั้ง 4 คนมีดังนี้

คนแรก : เพราะ 6 บวก 6 เป็น 12 และมีเพิ่มอีก 2 จึงรวมเป็น 14

คนที่สอง : 8 บวก 8 เป็น 16 แต่ในกรณีนี้คือ 8 บวกกับ 6 ซึ่ง 6 น้อยกว่า 8 อยู่ 2 ดังนั้น คำตอบจึงเป็น 14

คนที่สาม : นำ 1 ออกจาก 8 มารวมกับ 6 ซึ่งจะเป็น 7 กับ 7 ดังนั้นคำตอบจึงเป็น 14

คนที่สี่ : 8 บวกกับ 2 เป็น 10 และมีอีก 4 ดังนั้นคำตอบจึงเป็น 14

การหาคำตอบของนักเรียนในลักษณะที่กล่าวมาขึ้นอยู่กับพื้นฐานความเข้าใจในด้านความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ปัจจัยสามประการในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีส่วนส่งเสริมให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวน ได้แก่ (1) การจัดกิจกรรมควรใช้วัสดุที่เป็นรูปธรรม การจัดกิจกรรมในช่วงแรกของการดำเนินการควรใช้วัสดุที่เป็นรูปธรรม ซึ่งมีบทบาทสำคัญมากในการพัฒนาความคิดรวบยอด ปัญหาที่ให้

นักเรียนได้ทำควรให้มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริง อุปกรณ์ต่างๆ จะมีส่วนช่วยในการแสดงการพิสูจน์ ในการแก้ปัญหาต่างๆ ของนักเรียน (2) สอนโดยใช้กลยุทธ์การคิดใหม่ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ กลยุทธ์คิดที่ใหม่ๆ ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนระลึกถึงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนจาก ความทรงจำและพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงดังกล่าว และ (3) ควรฝึกฝนการคิดอยู่เสมอ โดยเฉพาะการคิดเป็นกลุ่มเนื่องจากการฝึกฝนเพียงลำพังย่อมไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในด้าน กลยุทธ์ในการคิด (Rathmell. 1987: 16-17)

รีส์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2004: 200-202) ได้กล่าวถึงตัวแบบที่ใช้แสดงการบวก เช่น ตัวนับ (Counters) ลูกบาศก์ (Linking cubes) เส้นจำนวน (Number line) สเกลสมดุล (Balance scale) ซึ่งแต่ละตัวแบบนั้นมีแนวคิดในการบวก ว่าการบวก หมายถึง การหาจำนวนทั้งหมด ตัวแบบ สำหรับการบวกสามารถนำไปใช้ในเรื่องการลบได้ ซึ่งแต่ละตัวแบบสามารถนำไปประยุกต์กับสาม สถานการณ์ซึ่งนำไปสู่การลบ คือ (1) การแบ่งแยกหรือการเอาออก เป็นการนำปริมาณๆ หนึ่งออกจาก ปริมาณที่กำหนด เช่น แอนมีลูกโป่ง 7 ลูก ให้นักเรียนไป 4 ลูก เหลือลูกโป่งเท่าไร (2) ปัญหา เปรียบเทียบหรือการหาปริมาณที่แตกต่างกันของสองปริมาณ ซึ่งจะใช้การจับคู่กัน 1 ต่อ 1 และ พิจารณาปริมาณที่เหลือ เช่น แอนมีลูก 7 ลูก โรสมี 4 ลูก แอนมีลูกโป่งมากกว่าโรสกี่ลูก และ (3) ปัญหาส่วนย่อย-ส่วนรวม (part-whole) เป็นปัญหาซึ่งเซตของวัตถุจะถูกแบ่งเป็นสองเซต ซึ่งจะรู้ จำนวนรวมทั้งหมด ส่วนย่อยเพียงหนึ่งส่วน และให้หาปริมาณของส่วนย่อยอีกหนึ่งส่วน เช่น แอนมี ลูกโป่ง 7 ลูก เป็นสีแดง 4 ลูก ที่เหลือเป็นสีฟ้า แอนมีลูกโป่งสีฟ้ากี่ลูก

คาเพนเตอร์ และโมเซอร์ (Carpenter; & Moser. 1984: 179-202) ได้ศึกษาถึงกระบวนการ ที่นักเรียนเกรด 1-3 ใช้ในการแก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบ ซึ่งได้แบ่งการดำเนินการของ นักเรียนออกเป็น 5 ระดับดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาในเรื่องการบวกและการลบได้

ระดับ 1 นักเรียนมีข้อจำกัดในด้านวิธีการที่ใช้ สามารถใช้วิธีการปฏิบัติจริงได้เท่านั้นอาจใช้นิ้วมือช่วยในการหาคำตอบ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวกจะใช้วิธีการนับ ส่วนการแก้ปัญหาเรื่อง การลบอาจใช้วิธีการนับเพิ่ม การจำแนกและการจับคู่ นักเรียนที่อยู่ในระดับนี้ไม่สามารถแก้ปัญหา ระคนที่มีทั้งการบวกและการลบได้

ระดับ 2 นักเรียนสามารถส่งผ่านวิธีการที่สร้างตัวแบบโดยตรงไปสู่วิธีการนับ และสามารถ ใช้วิธีการทั้งสองเพื่อแก้ปัญหา และใช้วิธีการนับสิ่งของและการนับเพิ่ม

ระดับ 3 นักเรียนสามารถแสดงออกถึงลักษณะที่อยู่ภายในตัวแบบโดยตรง ส่วนใหญ่ใช้การ นับแบบต่อเนื่องเพื่อแก้ปัญหาที่เป็นลักษณะเฉพาะ อาจใช้การนับนิ้วมือเพื่อให้การนับดำเนินไป อย่างต่อเนื่องโดยไม่ใช้เครื่องหมายสำหรับการนับ ส่วนมากใช้วิธีนับสิ่งของ และการนับเพิ่ม นับลด ในการแก้ปัญหา

ระดับ 4 นักเรียนสามารถใช้การระลึกหรือการนำข้อเท็จจริงเกี่ยวกับจำนวนมาใช้ในการ แก้ปัญหาการบวกและการลบ

ฟูสัน และไบอาร์ส (Fuson; & Briars. 1990: 180-206) ได้ศึกษานักเรียนเกรด 1 และ เกรด 2 ถึงวิธีการจัดการเรียนการสอนค่าประจำหลัก การบวก และการลบจำนวนที่มีหลายหลัก โดย การใช้แท่งไม้ฐานสิบ (Base-Ten-Blocks) ในการแสดงการอ่านและใช้ตัวเลขในการแสดงจำนวนใน ระบบเลขฐานสิบ และแสดงการบวกและการลบของจำนวนที่มีสี่หลักด้วยการเคลื่อนย้ายแท่งไม้ ขนาดต่าง ๆ ซึ่งให้รายงานผลในแต่ละขั้นด้วยตัวเลขฐานสิบ เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จในการหา ค่าของผลบวกและผลลบจำนวนที่มีค่าไม่เกินสี่หลักโดยไม่ต้องใช้แท่งไม้ นักเรียนจะได้รับการฝึกกับ จำนวนห้าถึงแปดหลัก ผลจากการศึกษาพบว่านักเรียนทั้งสองระดับสามารถแสดงการบวกจำนวนที่มี สี่หลักได้อย่างมีความหมาย ผลการทดสอบภายหลังการทดลองมีคะแนนสูงกว่าการทดลองอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และในกรณีของการลบ มีผลการทดลองเช่นเดียวกับการบวก

ฟูสัน และคนอื่นๆ (Fuson; et al. 1997: 130-162) ได้ทำการวิเคราะห์ถึงวิธีการที่นักเรียน เกรด 1-3 ใช้ในการแก้ปัญหาการบวกและการลบจำนวนหลายหลัก พบว่านักเรียนมีวิธีการคิดที่ แตกต่างกันหลายลักษณะ เช่นการหาผลบวกของ $38+26$ วิธีคิดแบบแรกนักเรียนจะรวมสามสิบและ ยี่สิบ เป็นห้าสิบ จากนั้นรวมกับแปดเป็นห้าสิบแปด และรวมกับอีกหก ได้คำตอบเป็นหกสิบสี่ วิธีคิด แบบที่สอง นักเรียนจะรวมสามสิบและยี่สิบ เป็นห้าสิบ รวมแปดและหกเป็นสิบสี่ จากนั้นรวมห้าสิบ กับสิบจากสิบสี่เป็นหกสิบ ดังนั้นผลรวมที่ได้ทั้งหมดเป็นหกสิบสี่ การหาผลลบของ $62-28$ วิธีคิด แบบแรก หกสิบเอาออกไปยี่สิบเหลือสี่สิบแล้วเพิ่มอีกสองเป็นสี่สิบสอง เอาออกสองเหลือสี่สิบและ เอาออกอีกหกเหลือสามสิบสี่ วิธีคิดแบบที่สอง หกสิบเอาออกไปยี่สิบเหลือสี่สิบ แต่เอาแปดออกจาก สองไม่ได้ ถ้าเอาสองออกจากสอง ก็จะต้องนำหกออกจากที่เหลือดังนั้นผลลบจึงได้สามสิบสี่ วิธีคิด แบบที่สาม หกสิบเอาออกสามสิบเหลือสามสิบสอง แต่ต้องการเอาออกเพียงยี่สิบแปดดังนั้นต้องเพิ่ม อีกสองจึงได้คำตอบเป็นสามสิบสี่

จากการศึกษาเรื่องการบวกและการลบและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า กลยุทธ์ต่างๆ ที่ นำมาใช้ในการหาคำตอบของประโยคจำนวนในเรื่องการบวกและการลบมีหลายกลยุทธ์ เช่นการใช้ แบบจำลอง ได้แก่ แท่งไม้ การใช้กลยุทธ์การนับ ซึ่งทั้งสองวิธีที่กล่าวมาถือเป็นพื้นฐานสำคัญใน การคิดหาคำตอบ สำหรับในการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้จะเน้นให้นักเรียนใช้ กลยุทธ์คิดหา คำตอบที่หลากหลาย เช่น ใช้การบวกแบบสองเท่า การใช้วิธีการของการชดเชย เพื่อช่วยในการคิด หาคำตอบ โดยในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้จะใช้สื่อ วัสดุที่เป็นรูปธรรม ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ กลยุทธ์การคิดที่ใหม่ๆ ซึ่งจะนำไปสู่วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในลำดับต่อมา

2. 2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมา ปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยสรุปได้ดังต่อไปนี้

1) ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์ (Piaget) เชื่อว่าการมนุษย์เกิดมาพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และมีแนวโน้มพื้นฐานที่ติดตัวมาแต่กำเนิด 2 ชนิด (สจวร์ต โคว์ตระกูล. 2548: 47-59) คือ (1) การจัดและรวบรวม (Organization) หมายถึงการจัดและรวบรวมกระบวนการต่างๆ ภายในเข้าเป็นระบบอย่างต่อเนื่องกัน เป็นระเบียบ และมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาที่สัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และ (2) การปรับตัว (Adaptation) หมายถึงการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมเพื่ออยู่ในสภาพสมดุลการปรับตัวประกอบด้วยกระบวนการ 2 อย่าง คือ การซึมซับหรือดูดซึมประสบการณ์ (Assimilation) เมื่อมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมก็จะซึมซับหรือดูดซึมประสบการณ์ใหม่ให้รวมเข้าอยู่ในโครงสร้างของสติปัญญา การปรับโครงสร้างทางสติปัญญา (Accommodation) หมายถึงการเปลี่ยนแบบโครงสร้างของสติปัญญาที่มีอยู่เดิมให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่

เพียเจต์ แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการสติปัญญาไว้ 4 ด้านคือ

1. วุฒิภาวะ (Maturation) การเจริญเติบโตทางด้านสรีรวิทยามีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาสติปัญญา จึงจำเป็นต้องจัดประสบการณ์หรือสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมกับความพร้อมหรือวัยของนักเรียน
2. ประสบการณ์ (Experience) จะเกิดขึ้นเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยจะแบ่งออกเป็นสองชนิด คือ ประสบการณ์ที่เนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ และประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาต่างๆ
3. การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) หมายถึงการที่ผู้ใหญ่จะถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียน และนักเรียนก็พร้อมจะรับการถ่ายทอดด้วยกระบวนการซึมซับประสบการณ์หรือการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา
4. กระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration) เป็นการปรับความสมดุลของพัฒนาการสติปัญญาขั้นต่อไปอีกขั้นหนึ่งซึ่งสูงกว่า โดยใช้กระบวนการซึมซับประสบการณ์ และการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา

เพียเจต์ แบ่งพัฒนาการสติปัญญาออกเป็น 4 ขั้น คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการสติปัญญาของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นจะเปลี่ยนแปลงหรือข้ามขั้นไม่ได้ รายละเอียดของพัฒนาการสติปัญญาในแต่ละขั้นมีดังต่อไปนี้

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor) แรกเกิด-2 ปี เป็นขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดก่อนระยะเวลาที่เด็กอ่อนจะพูดและใช้ภาษาได้ สติปัญญาความคิดของเด็กในวัยนี้แสดงออกทางการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ แม้ว่าจะไม่สามารถที่จะอธิบายได้
2. ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้นที่สติปัญญาและความคิดของเด็กขึ้นอยู่กับการรับรู้เป็นส่วนใหญ่ ไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่เป็นขั้นที่เด็กเริ่มใช้ภาษา สามารถที่จะบอกชื่อสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเขา

สามารถที่จะเรียนรู้ถึงสัญลักษณ์และใช้สัญลักษณ์ได้ เด็กวัยนี้มีความตั้งใจที่ละเอียดและยังไม่สามารถที่จะเข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากันแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างหรือแปรสภาพหรือเปลี่ยนที่วางควรจะยังคงเท่ากัน และยังไม่สามารถที่จะเปรียบเทียบสิ่งของมากและน้อย ยาวและสั้น ได้อย่างแท้จริง มีการยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง ไม่สามารถที่จะเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

3. **ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operations)** อายุ 7-11 ปี พัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กในช่วงนี้เป็นไปอย่างรวดเร็วมาก สามารถที่จะอ้างอิงด้วยเหตุผล และไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กวัยนี้สามารถสร้างภาพในใจ สามารถคิดเปรียบเทียบ สามารถแบ่งกลุ่มหรือจัดหมู่โดยใช้เกณฑ์หลายๆ อย่าง สามารถเรียงลำดับและคิดย้อนกลับได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์ของตัวเลขก็เพิ่มขึ้น

4. **ขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operation)** อายุ 12 ปี-วัยรุ่นใหญ่ ในวัยนี้จะเริ่มคิดเป็นผู้ใหญ่ สามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดอย่างนักวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งที่จะเป็นไปได้ โดยสรุปแล้วในวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม

ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของแต่ละขั้นของพัฒนาการสติปัญญา จะมีส่วนช่วยนำไปสู่ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับระดับพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะอยู่ในช่วงของขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบจึงต้องเริ่มจากวัตถุที่เป็นรูปธรรมสามารถจับต้องได้ ได้แก่ ตัวนับ เบี้ย แท่งไม้ เป็นต้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสร้างภาพในใจ และนำไปสู่การคิดซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมได้

2) ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์

บรูเนอร์ เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้น ก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์และสำรวจสิ่งแวดล้อม การรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือก หรือเลือกรับรู้ขึ้นอยู่กับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้นๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสภาพสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ (Discovery Approach) ขึ้น แนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบ คือ (สจวร์ต โค้วตระกูล, 2548: 213) (1) การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์ นอกจากจะเกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนแล้ว ยังจะเป็นผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย (2) ผู้เรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และมีความหมายใหม่ และ (3) พัฒนาการทางสติปัญญาจะเห็นได้ชัดโดยที่ผู้เรียนสามารถรับสิ่งเร้าที่ให้เลือกได้หลายอย่างพร้อมๆ กัน

พัฒนาการด้านความคิดและสติปัญญาของนักเรียนขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่ส่งเสริมและสนับสนุนกัน 2 ประเภท คือ (ประยูร อาษานาม. 2537; อ้างอิงมาจาก Stephen and Weise. 1975: 25-29; สุรางค์ โค้วตระกูล. 2548: 213-214) (1) องค์ประกอบที่เป็นตัวแทน (Representation) หมายถึง ข่าวสารที่นักเรียนจะได้รับ เพื่อนำไปพัฒนากระบวนการคิดของตนเอง ซึ่งแบ่งเป็น 3 ชั้นคือ (1.1) ชั้นที่เป็นตัวแทนเชิงกระทำ (Enactive Representation) เป็นชั้นที่นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยการสัมผัส การกำหนดความหมายให้กับเหตุการณ์หรือวัตถุสิ่งของต่างๆ จะอาศัยการกระทำเป็นหลัก (Learning by Doing) การกระทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่างจะทำให้นักเรียนเข้าใจได้ดีกว่าการอธิบายเป็นคำพูด (1.2) ชั้นที่เป็นตัวแทนเชิงรูปภาพที่ปรากฏให้เห็น (Iconic Representation) เป็นชั้นที่นักเรียนสามารถสร้างจินตนาการหรือมโนภาพขึ้นในใจได้ กระบวนการคิดหรือการตัดสินใจในการแก้ปัญหาจะใช้ภาพที่เห็นเป็นหลัก และ (1.3) ชั้นที่เป็นตัวแทนเชิงสัญลักษณ์ (Symbolic Representation) เป็นชั้นที่นักเรียนสามารถถ่ายทอดประสบการณ์ของตนให้คนอื่นทราบได้โดยใช้ภาษา สามารถเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรม และ (2) องค์ประกอบที่เป็นการ บูรณาการ (Integration) หมายถึง กระบวนการคิดหาเหตุผลที่ซับซ้อนเพื่อแก้ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่ง กระบวนการคิดต้องอาศัยองค์ประกอบต่างๆ รวมกันหลายด้าน ทั้งประสบการณ์เดิมประสบการณ์ใหม่ รวมทั้งข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

บรูเนอร์เชื่อว่าถ้าครูเข้าใจพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน จัดสภาพแวดล้อมภายในห้องเรียนให้เหมาะสมเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามขั้นพัฒนาการสติปัญญาของตน นักเรียนก็จะสามารถเรียนรู้ได้ บรูเนอร์ได้เสนอหลักสูตรบันไดเวียน (Spiral Curriculum) ซึ่งเป็นหลักสูตรที่สอนเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดเดียวกันทุกวัยตามขั้นพัฒนาการสติปัญญา โดยเชื่อว่าวิชาต่างๆ จะสอนให้ผู้เรียนเข้าใจได้ทุกวัย ถ้าครูสามารถใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน ที่สำคัญคือต้องให้นักเรียนเป็นผู้กระทำ หรือแก้ปัญหาเอง บรูเนอร์ (Bruner. 1956) ได้เสนอว่า นักเรียนจะเกิดความคิดได้ต้องเริ่มต้นจากการได้ลงมือทำ ซึ่งการกระทำจะทำให้เด็กค่อยๆ เกิดความคิด สร้างจินตนาการเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ และจะส่งผลให้นักเรียนสามารถเข้าใจในเรื่องสัญลักษณ์ได้ในภายหลัง

บรูเนอร์ได้เสนอหลักการสำคัญเกี่ยวกับการสอนและการจัดการเรียนรู้ดังนี้ (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2548: 298-299)

1. การสอนที่มีประสิทธิภาพจะเกิดได้ก็ต่อเมื่อครูมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียน ครูจะต้องเป็นต้นแบบที่ดี และเชื่อว่านักเรียนมีแรงจูงใจภายใน (Self-Motivation) และมีความอยากรู้ อยากรูเห็น อยากรูค้นพบสิ่งที่อยู่รอบๆ ตัวด้วยตนเอง ดังนั้นครูมีหน้าที่สำคัญในการจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นพบ และควรสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในตนเอง
2. โครงสร้างของบทเรียน (Structure) ต้องมีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียนและธรรมชาติของบทเรียนแต่ละหน่วย ครูควรแนะนำให้นักเรียนเห็นหรือค้นคว้าสิ่งที่ต้องการจะเรียนรู้ นอกจากนี้ควรสำรวจความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องมีเพื่อค้นพบความรู้ใหม่ ถ้านักเรียนยังไม่มีพื้นฐานควรที่จะมีการสร้างเสริมก่อนที่จะเริ่มเรียนรู้บทเรียนใหม่

3. การลำดับความยากง่าย (Sequence) ของบทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ โดยครูควรคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน ซึ่งมีลำดับขั้นขึ้นกับสิ่งแวดล้อม วัฒนธรรมของนักเรียนแต่ละคนทั้งนี้อาจจะทำให้ช้าหรือเร็วได้ รวมถึงวิธีการที่นักเรียนใช้เป็นเครื่องมือในการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมว่าอยู่ในขั้นใด ไม่ว่าจะเป็นขั้นที่เป็นตัวแทนในเชิงกระทำ ขั้นที่เป็นตัวแทนเชิงรูปภาพ หรือขั้นที่เป็นตัวแทนเชิงสัญลักษณ์

4. แรงเสริมด้วยตนเอง (Self-reinforcement) มีความหมายกว่าแรงเสริมภายนอก (Extrinsic Reinforcement) ครูควรให้ผลย้อนกลับแก่นักเรียนว่าทำถูกหรือผิด ไม่ควรเน้นแต่การทำถูกเพราะการทำผิดก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถตั้งความคาดหวังที่เป็นจริงและเหมาะสมกับความสามารถของตน

ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ จะมีส่วนช่วยนำไปใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยนักเรียนจะเกิดความคิดในเรื่องการบวกและการลบจำนวนได้นั้น จะต้องเริ่มต้นจากการได้ลงมือทำ โดยใช้ตัวแบบต่างๆ ประกอบในการคิดหาคำตอบ ซึ่งการเรียนรู้ที่เกิดจากการลงมือทำนี้จะทำให้นักเรียนค่อยๆ เกิดความคิด และสามารถสร้างจินตนาการจนนำไปสู่ความเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ แล้วจะส่งผลให้นักเรียนสามารถเข้าใจในเรื่องสัญลักษณ์ได้ในลำดับต่อมา

3) ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่

กาเย่ ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการสอนแบบชี้แนะเพื่อให้เกิดการค้นพบ โดยมุ่งที่ผลลัพธ์ของพฤติกรรม นักเรียนต้องการเรียนรู้อะไร ในการจัดการเรียนการสอนจำเป็นต้องกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่จะทำให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์ และสำรวจพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน จัดลำดับขั้นของการเรียนรู้โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะ การจัดกิจกรรมควรจัดตามความถนัดหรือพฤติกรรมขั้นสุดท้ายของนักเรียน และเชื่อว่านักเรียนจะสามารถจดจำความรู้ได้นานโดยมีปัจจัยที่เกี่ยวข้อง 3 ประการ (ประยูร อาษานาม. 2537: 19) คือ (1) กิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดความเข้าใจ (2) ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้อย่างชัดเจน และ (3) การจำแนกความรู้เดิมและความรู้ใหม่

กาเย่ ได้เสนอลำดับขั้นของการเรียนรู้ทางด้านสติปัญญาออกเป็น 8 ขั้น (พรณี ช. เจนจิต. 2538: 408-411) ดังนี้

1. การเรียนรู้สัญญาณ (Signal Learning) เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนไม่สามารถควบคุมได้ เป็นการเรียนรู้โดยกระบวนการที่เกิดเนื่องจากความใกล้ชิดของสิ่งเร้าและการกระทำซ้ำๆ เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้สึก

2. การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนอง (Stimulus Response Learning) เป็นการเรียนรู้เนื่องจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง สามารถควบคุมได้ เป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นเนื่องจากได้รับแรงเสริมประกอบกับการมีโอกาสกระทำซ้ำๆ

3. การเรียนรู้แบบปฏิกิริยาตอบสนองต่อเนื่องแบบลูกโซ่ (Chaining) เป็นการเรียนรู้สืบเนื่อง จากสิ่งเร้าและการตอบสนองเป็นลูกโซ่ เป็นพฤติกรรมที่เกี่ยวข้องกับการกระทำ การเคลื่อนไหว

4. การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ด้วยภาษา (Verbal Association) มีลักษณะการเรียนรู้คล้าย การเรียนรู้แบบปฏิกิริยาตอบสนองต่อเนื่องแบบลูกโซ่ แต่ในขั้นนี้จะเน้นการใช้ภาษาที่เป็นสิ่งที่ สำคัญในชีวิตประจำวัน

5. การเรียนรู้ข้อเท็จจริงโดยการจำแนกแยกแยะ (Discrimination Learning) เป็นการเรียนรู้ จากการรวบรวมข้อมูลและเตรียมความรู้พื้นฐานของสิ่งที่จะเรียน ได้แก่ การระบุชื่อ วัน สิ่งของ สถานที่ และเหตุการณ์ต่างๆ

6. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Conceptual Learning) เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครูจัด สภาพการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการตอบสนอง เกิดแนวคิด สรุปลงจากข้อมูลที่ปรากฏ ความสามารถบอก ความแตกต่างของสิ่งของและเหตุการณ์ของสิ่งต่างๆ ได้โดยการจำแนกประเภท หรือการจัดกลุ่มสิ่งที่มี คุณลักษณะคล้ายคลึงกันและกำหนดเรื่องใหม่

7. การเรียนรู้กฎหรือหลักการ (Principle Learning) เป็นการเรียนรู้ที่มีการกำหนดลำดับ ต่อเนื่องกันอย่างชัดเจน ทำให้นักเรียนสามารถนำความคิดรวบยอดต่างๆ มาสรุปร่วมสัมพันธ์กัน และสามารถแยกแยะ สรุปเป็นหลักเกณฑ์หรือหลักการใหม่ๆ จากสิ่งที่เรียนรู้ให้ปรากฏออกมา

8. การเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นการเรียนรู้ที่ต้องอาศัยหลักการ เบื้องต้นเป็นพื้นฐานของความเข้าใจ ที่จะเป็นแนวทางนำไปสู่กระบวนการคิดใหม่ๆ โดยมุ่งที่จะ แก้ปัญหา การสร้างสรรค์ อธิบายเหตุการณ์และอ้างอิงเหตุและผล หรือการทำนายผลที่ได้จาก ต่างๆ

กาเย่ และบริกส์ (Gagne; & Briggs. 1974: 23-70) ได้จำแนกประเภทของจุดประสงค์ที่ เป็นผลที่คาดหวังหลังจากการสอนเป็น 5 ประเภท ได้แก่ (1) ทักษะทางสติปัญญา (2) ยุทธศาสตร์การ คิด (3) การเรียนรู้ข้อสนเทศทางวาจา (4) ทักษะการเคลื่อนไหว และ (5) เจตคติ สำหรับในด้าน ยุทธศาสตร์การคิดนั้นเป็นกระบวนการภายในของมนุษย์ที่ควบคุมการเรียนรู้ การคิดแก้ปัญหาเป็น ทักษะที่มีความเกี่ยวข้องกับสิ่งต่อไปนี้ (1) ความสนใจ ความตั้งใจของนักเรียนในการควบคุม ตนเองให้สนใจในสิ่งที่ครูสอน บทบาทของครูคือจะทำอย่างไรให้นักเรียนสนใจและตั้งใจฟัง (2) การจำเป็นการแปลความสิ่งต่างๆ ที่เรียนให้เป็นของนักเรียน ช่วยให้ผู้สามารถจดจำได้นาน เป็น การใส่รหัสข้อมูลเพื่อเก็บไว้ในความจำ (3) การเรียกข้อมูล เป็นการเรียกข้อมูลที่สะสมไว้มาเพื่อใช้ ในการแก้ปัญหา และ (4) การแก้ปัญหา ครูจำเป็นต้องจัดสถานการณ์เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึก แก้ปัญหา

กระบวนการเรียนรู้และวิธีสอนของกาเย่ที่จะทำให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Slaring. 1991)

กระบวนการเรียนรู้มี 8 ขั้นตอนคือ (1) ขั้นการสร้างแรงจูงใจ ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ต้องมีการสร้างแรงจูงใจภายในเพื่อให้นักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น เพื่อให้การจัดกิจกรรม

การเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมาย (2) ชั้นความเข้าใจ ในการเรียนรู้ นักเรียนจะต้องให้ความสนใจที่จะรับรู้สิ่งที่เรียน ความสนใจจะนำไปสู่ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนซึ่งส่งผลให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ (3) ชั้นการนำข้อมูลที่เรียนรู้มาแปลงเป็นรหัส เป็นการนำข้อมูลที่เรียนรู้มาแปลงรหัสหรือความเข้าใจเฉพาะตน โดยอาจเกิดจากผสมผสานกับความรู้เดิมกลายเป็นความรู้ใหม่ที่มีความหมาย (4) ชั้นการกักเก็บ เป็นชั้นที่นำข้อมูลที่ถูกดัดแปลงเข้ามาเก็บในรูปแบบความจำชั่วคราวหรือความจำถาวร (5) ชั้นการระลึกได้ เป็นชั้นที่นักเรียนดึงข้อมูลหรือสิ่งเร้าออกมาใช้ ถ้านักเรียนลืมอาจใช้การชี้แนะของครู (6) ชั้นนัยทั่วไป เป็นการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ โดยความเข้าใจหรือถ่ายโยงการเรียนรู้ (7) ชั้นปฏิบัติ เป็นการกระทำที่สังเกตได้จากพฤติกรรมของนักเรียนซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงหลังจากผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้ว และ (8) ชั้นข้อมูลย้อนกลับ เป็นชั้นของการประเมินผลการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนทราบ และนำข้อมูลที่ได้ไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดกระบวนการเรียนรู้

วิธีสอนมี 7 ขั้นตอนคือ (1) กระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในตัว การบอกจุดประสงค์ของบทเรียน (2) ชี้นำให้นักเรียนใส่ใจในประเด็นที่สำคัญในบทเรียน (3) สอนข้อมูลหรือเนื้อหาใหม่โดยสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่ทำให้นักเรียนสามารถระลึกถึงความรู้เดิมได้ (4) ใช้รูปแบบการสอนที่หลากหลายให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของบทเรียน (5) จัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้พบวิธีการระลึกถึงสิ่งที่เรียนในหลายๆ ลักษณะเช่น การชี้แนะ การใช้คำถามนำเป็นต้น (6) สนับสนุนการถ่ายโยงการเรียนรู้ คือการส่งเสริมให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างเหมาะสม และ (7) ตรวจสอบความก้าวหน้าของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เพื่อให้ได้ข้อมูลที่สอดคล้องกับสภาพจริง

ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ จะมีส่วนช่วยนำไปใช้ในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำเป็นต้องสร้างแรงจูงใจเพื่อให้นักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ทั้งนี้เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามเป้าหมาย จากนั้นจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้พบวิธีการคิดหาคำตอบได้หลากหลายลักษณะ โดยใช้การชี้แนะ การใช้คำถามนำ สนับสนุนการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยการส่งเสริมให้นักเรียนนำวิธีการคิดหาคำตอบไปประยุกต์ใช้กับประโยคจำนวนที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างเหมาะสม และต้องตรวจสอบความก้าวหน้าของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยใช้การสังเกต และสัมภาษณ์ถึงวิธีในการคิดหาคำตอบ

4) ทฤษฎีการเรียนรู้ของออสซูเบล

ออสซูเบล (David P. Ausubel) เสนอแนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีนี้ว่า การรับรู้หรือการค้นพบเป็นก้าวแรกของการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนต้องจดจำความรู้ที่ได้รับเพื่อไว้ใช้ต่อไป ถ้านักเรียนต้องการให้ความรู้ใหม่คงทนสามารถทำได้โดยนำความรู้ใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้เดิม ซึ่งก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ลักษณะการเรียนรู้ตามแนวคิดของออสซูเบล มี 4 ประเภท (สุรงค์

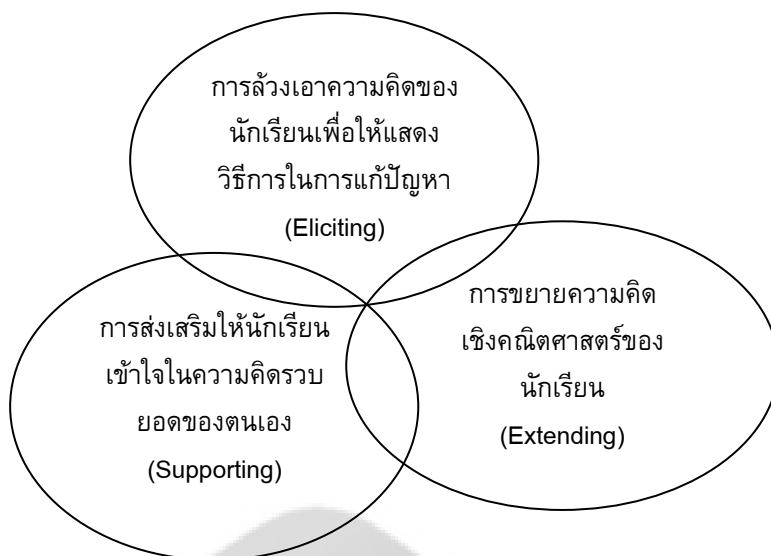
โค้วตระกูล. 2548: 217; สมชาย วรภิเกษมสกุล. 2540: 46 อ้างอิงจาก Klausmeier; & Ripple. 1971: 58) ดังนี้ (1) การเรียนรู้โดยการรับอย่างมีความหมาย (Meaningful Reception Learning) เป็นการเรียนที่ได้รับการสอนสิ่งใหม่ๆ อย่างครบถ้วนและนักเรียนนำไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ (2) การเรียนรู้โดยการรับแบบท่องจำโดยไม่คิด หรือแบบนกแก้วนกขุนทอง (Rote Reception Learning) เป็นการเรียนรู้โดยนักเรียนได้รับการสอนสิ่งใหม่อย่างครบถ้วน และนักเรียนท่องจำไว้ (3) การเรียนรู้โดยการค้นพบอย่างมีความหมาย (Meaningful Discovery Learning) เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนค้นหาคำตอบด้วยตนเองและนำไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และ (4) การเรียนรู้โดยการค้นพบแบบท่องจำโดยไม่คิด หรือแบบนำแก่นำขุนทอง (Rote Discovery Learning) เป็นการเรียนที่นักเรียนค้นพบแต่ท่องจำไว้

การเรียนรู้อย่างมีความหมายขึ้นอยู่กับตัวแปร 3 ประการ (สรวงศ์ โค้วตระกูล. 2548: 217-219) คือ (1) สิ่งที่จะเรียนรู้ต้องมีความหมาย (2) นักเรียนต้องมีประสบการณ์ และมีความคิดที่จะเชื่อมโยงหรือจัดกลุ่มสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ให้สัมพันธ์กับความรู้เดิม (3) ความตั้งใจของนักเรียน และการที่นักเรียนมีความรู้ คิดที่จะเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ให้มีความสัมพันธ์กับความรู้เดิม นอกจากนี้โอซุเบลยังได้เสนอเทคนิคที่ช่วยในการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ได้แก่ Advance Organizers เป็นการจัดเรียงเรียงข้อมูลข่าวสารที่ต้องการให้เรียนรู้ออกเป็นหมวดหมู่ หรือหลักการกว้างๆ ก่อนที่นักเรียนจะเรียนรู้ใหม่ เทคนิคดังกล่าวมีความสำคัญมากเพราะเป็นวิธีสร้างความเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เรียนรู้แล้วและสิ่งที่จะเรียนรู้ใหม่

ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของโอซุเบล ซึ่งได้แก่ การเรียนรู้อย่างมีความหมายมีส่วนช่วยนำไปใช้ในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องการบวกและการลบจำนวน ต้องมีการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ให้สัมพันธ์กับความรู้เดิม ซึ่งจะทำให้ นักเรียนสามารถหาวิธีการคิดหาคำตอบในการบวกและการลบจำนวนได้

2.3 แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

หลักการของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์เกิดขึ้นโดยฟรายวิลลิค (Fraivillig. 2001: 454-459) ได้ทำการศึกษาโดยวิธีการสังเคราะห์จากการวิเคราะห์อย่างลึกซึ้งในการสังเกตการสอนของครูระดับประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 18 คน ซึ่งใช้หลักสูตรการสอนคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า EM (Everyday Mathematics curriculum) เป็นการศึกษาที่ใช้ระยะเวลายาวนาน โดยรูปแบบการสอน ACT นี้สามารถช่วยให้ครูออกแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย ครูจะต้องใช้ความสามารถในการส่งเสริม และกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ องค์ประกอบ 3 ลักษณะของครูที่ทำให้การสอนมีประสิทธิภาพได้แก่ (1) การล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้เห็นแสดงวิธีการในการแก้ปัญหา (2) การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และ (3) การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน



ภาพประกอบ 4 หลักการรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ที่มา: Fraivillig. (2001). *Advancing Child's Mathematical Thinking (ACT)*.

สำหรับรายละเอียดในแต่ละด้านมีดังต่อไปนี้

(1) การล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหา (Eliciting)

ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญในการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นขั้นตอนที่ทำทนายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการในการแก้ปัญหามาของตนเอง กลยุทธ์ที่ครูใช้ในการล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหามีดังต่อไปนี้

1. ล้วงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธีสำหรับปัญหาหนึ่งปัญหา มากกว่าจะให้คำตอบเดียวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยครูพยายามสนับสนุนให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา โดยอาจใช้คำถามกระตุ้น เช่น “ใครแก้ปัญหาข้อนี้โดยวิธีการอื่น ๆ บ้าง” “มีใครทำวิธีอื่นที่ไม่เหมือนเพื่อนทำมัย” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้อีกมัยนอกจากการใช้นิ้วมือและการใช้เส้นจำนวนเพื่อแก้ปัญหาในข้อนี้” โดยการถามในลักษณะดังกล่าวนี้ครูสามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน และยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนในชั้นเรียนจะได้พบกับวิธีการที่หลากหลายและพร้อมที่จะแก้ปัญหาต่อไป

2. ให้นักเรียนเวลาในการคิด และรอฟังรายละเอียดของวิธีการในการแก้ปัญหา ความสงบและการอดทนรอของครูเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อจะกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น การรอและฟังความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนได้รู้ว่าการคิดอย่างไตร่ตรองจะมีคุณค่ามากกว่าที่ตอบอย่างรวดเร็ว

3. กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดให้มากขึ้น บ่อยครั้งที่นักเรียนต้องได้รับการกระตุ้นเพื่อให้อธิบายสิ่งที่เขาคิดมากกว่าที่จะเป็นคำตอบที่สมบูรณ์ ครูต้องเข้าใจและตอบสนองนักเรียน

และพยายามทำให้ง่ายขึ้นเพื่อประโยชน์ของนักเรียนทั้งหมดในชั้นเรียน ครูสามารถช่วยให้ นักเรียน เข้าใจวิธีการต่างๆ ได้เมื่อมีโอกาส

4. ใช้ข้อความที่นักเรียนอธิบายมาเป็นเนื้อหาในการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนได้แสดง ความคิดครูควรนำไปเป็นประเด็นเนื้อหาเพื่อให้อภิปรายในชั้นเรียน ครูให้นักเรียนแสดงวิธีการใน การหาคำตอบและแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เปรียบเสมือนกับว่าเนื้อหาของบทเรียนเป็นของ นักเรียนเอง เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ครูอาจเขียนวิธีการที่นักเรียนใช้ไว้บนกระดานซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถจำได้และกล่าวอ้างถึงวิธีการดังกล่าวในการอภิปรายในลำดับต่อไป

5. ถ่ายทอดเจตคติให้นักเรียนยอมรับความผิดพลาดของตนเองและมีความพยายามใน การหาคำตอบ โดยบอกให้นักเรียนไม่ต้องกังวลกับคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครูยอมรับความผิดพลาด ของนักเรียนและกลับเข้าสู่เรื่องที่สอน ครูควรบอกกับนักเรียนว่าอย่ากังวลกับคำตอบ ควรให้อีกโอกาส และเวลานักเรียนได้ร่วมอภิปรายอย่างหลากหลายในกลยุทธ์ของการแก้ปัญหาก่อนที่จะตัดสินใจ ตอบ ให้นักเรียนในชั้นเรียนรู้สึกที่ไม่จำเป็นต้องตัดสินใจตอบจากความคิดแรกๆ นักเรียนจะ กระตือรือร้นในการใช้ความคิดและมีส่วนร่วม

6. กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความร่วมมือกันในการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนควรร่วมพูดคุยกัน ให้เกียรติซึ่งกันและกัน และส่งเสริมให้มีการทำงานเป็นกลุ่มเพื่อแก้ปัญหา สร้างบรรยากาศของ ห้องเรียนให้ตื่นเต้นเต็มไปด้วยการใช้สติปัญญาในการแก้ปัญหา และนักเรียนทุกคนควรกล้าที่จะ แสดงความคิดเห็น

7. การตัดสินใจของครูเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอแนวความคิด เปิดโอกาสให้ นักเรียนได้มีส่วนร่วมมากที่สุด และที่สำคัญคือครูต้องคัดเลือกนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีการแก้ปัญหา ที่แตกต่างไปจากเพื่อนเพื่อให้ร่วมอภิปราย

(2) การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง (Supporting)

หลังจากที่ครูให้นักเรียนได้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหาแล้ว เป็นไปได้ที่บางครั้งนักเรียนไม่ สามารถที่จะแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้หรืออาจเรียกว่าเกิด Zones of Proximal Development การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเองเป็นเทคนิคการสอนที่ถูกใช้เพื่อส่งเสริม ให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจได้เข้าใจวิธีการในการแก้ปัญหของตนเอง นักเรียนจะรู้สึกเหมือนได้รับการ ช่วยเหลือจากเพื่อน ในการส่งเสริมดังกล่าวครูจะมีวิธีการดังต่อไปนี้

1. ย้ำเตือนความทรงจำของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่ คล้ายกัน บางครั้งนักเรียนอาจต้องการการย้ำเตือนถึงปัญหาหนึ่งซึ่งมีลักษณะเหมือนกับปัญหา ดังกล่าวที่เขาสามารถหาคำตอบได้แล้วก่อนหน้านี้

2. ทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน การทบทวนความรู้เดิมเป็นสิ่งสำคัญเพื่อนักเรียนจะได้มี ความรู้ที่เพียงพอที่ใช้สำหรับใช้ในการส่งเสริมวิธีการอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา เช่นครูทบทวนเรื่องค่า ของเหรียญสำหรับนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนเรื่องการเงิน

3. นำนักเรียนให้คิดซ้ำโดยทันทีทันใด ครูสามารถส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนทุกคนในชั้นเรียนได้โดยแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนคนหนึ่งซ้ำๆ และทำที่ละขั้นตอน ซึ่งจะเป็นวิธีการที่แตกต่างออกไป

4. การเขียนสัญลักษณ์ซึ่งแทนวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีบนกระดาน การเขียนสัญลักษณ์สำหรับแสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนบนกระดานจะช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงคำที่จะบรรยายความคิด ด้วยการเขียนเครื่องหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ การบันทึกสิ่งต่างๆ บนกระดานนั้นสามารถช่วยให้นักเรียนได้ทำตามขั้นตอน

5. ให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ได้ ครูคาดหวังให้นักเรียนขอความช่วยเหลือได้เมื่อจำเป็น ต้องไม่ทำให้นักเรียนเกิดปมด้อยในการที่เขาได้รับความช่วยเหลือมากเป็นพิเศษ การยอมรับของนักเรียนและความคาดหวังของครูเป็นหลักฐานสำคัญสำหรับครูที่จะส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน

(3) การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Extending)

หลังจากล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้เห็นวิธีการในการแก้ปัญหา และการส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเองแล้ว นักเรียนไม่เกิดการท้อแท้ในความเข้าใจด้านคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนได้มีการขยายความคิดจะช่วยให้นักเรียนมีทางเลือกในวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนได้วิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา กลยุทธ์สำหรับการสอนเพื่อให้นักเรียนถูกกระตุ้นให้เกิดการขยายความคิดมีดังต่อไปนี้

1. การรักษามาตรฐานและความคาดหวังในตัวนักเรียนทุกคนในระดับสูง ครูควรให้นักเรียนทั้งหมดพยายามแก้ปัญหาที่มีความยาก นักเรียนทุกระดับความสามารถควรมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา ถึงแม้ว่าจะมีวิธีการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและหลากหลาย นักเรียนแต่ละคนมีความต้องการความช่วยเหลือหรือคำชี้แนะจากครูที่แตกต่างกัน นักเรียนทุกคนสามารถร่วมกันสร้างห้องเรียนให้เป็นสังคมแห่งการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. กระตุ้นนักเรียนให้พยายามเขียนเป็นหลักการทั่วไป โดยครูพยายามท้าทายนักเรียนเพื่อให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาในระยะเริ่มแรกจนถึงความคิดรวบยอดเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลองการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ครูอาจใช้อุปกรณ์และกิจกรรมที่หลากหลาย และต้องไม่พลาดโอกาสที่จะขยายความคิดของนักเรียน ครูต้องเข้าใจและยอมรับสิ่งที่นักเรียนแสดงออกและให้นักเรียนได้ทดสอบหลักการคิดทันที

3. เขียนวิธีการหาคำตอบทั้งหมดบนกระดานเพื่อกระตุ้นให้มีการคิดไตร่ตรอง ในระหว่างการร่วมอภิปรายครูควรเขียนวิธีการหาคำตอบของนักเรียนที่แตกต่างกันบนกระดานซึ่งเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดไตร่ตรอง ให้นักเรียนได้กล่าวอ้างในการแสดงความคิดเวลาที่ความตั้งใจของนักเรียนลดลง เป็นรูปแบบการเสริมแรงให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย

4. ผลักดันให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อให้พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่นๆ ครูท้าทายให้นักเรียนแต่ละคนพยายามหาวิธีการในการหาคำตอบด้วยวิธีที่แตกต่างที่นักเรียนทำในตอนแรก วิธีนี้จะท้าทายให้นักเรียนมีความคิดที่ยืดหยุ่นในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นเทคนิคที่ทำให้ครูได้จัดระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในชั้นเรียน

5. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่านักเรียนจะสามารถอธิบายวิธีการในการหาคำตอบ ครูควรให้นักเรียนพยายามหาวิธีการที่เร็วกว่าวิธีเดิม มีประสิทธิภาพมากกว่า ซึ่งวิธีการนี้ครูต้องคำนึงความเข้าใจและศักยภาพของนักเรียนด้วย ครูต้องระวังและให้ความช่วยเหลือตามความเหมาะสม

6. ปลุกฝังให้นักเรียนรักการทำทหาย ความรู้สึกตื่นเต้นมีผลต่อนักเรียนในชั้นเรียน ครูควรปลุกฝังเจตคติให้นักเรียนรักความท้าทายโดยเป็นแบบอย่างให้นักเรียน ครูตอบสนองนักเรียนโดยการสร้างคำถามหรือปัญหาพร้อมกับให้ข้อคิดเห็น เช่น ฉันรักความท้าทาย หรือ อย่าบอกฉันนะ ฉันต้องการหาคำตอบด้วยตัวของตัวเอง ครูกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความท้าทายให้ครูและเพื่อนๆ คนอื่นๆ นักเรียนในชั้นรักที่จะติดตามคำถามที่ยากและรับมือกับปัญหาที่ซับซ้อน

การล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหา การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และการขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นศิลปะการสอนที่มีความซับซ้อน การอภิปรายและการจัดกิจกรรมในชั้นเรียนซึ่งมีความสัมพันธ์กันและมีหน้าที่หลายอย่าง ในความเป็นจริงแล้วในห้องเรียนอาจมีองค์ประกอบมากกว่าหนึ่งองค์ประกอบเกิดขึ้น เช่น การตอบสนองการล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียนคนหนึ่งอาจไปขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนคนอื่นๆ ได้ โดยสรุปแล้วจะเห็นได้ว่าการปรับปรุงการสอนตามหลักการของรูปแบบ ACT มีเป้าหมายที่สำคัญคือจะช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตนเอง ในส่วนของการล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาก็จะเป็นการย้ำเตือนครูเพื่อพิจารณาว่าจะให้นักเรียนแสดงการคิดของตนได้อย่างไร เปิดโอกาสให้มีการอภิปรายและสร้างการเรียนรู้จากการคิดดังกล่าว ในส่วนของการส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเองจะอธิบายถึงกลยุทธ์สำหรับการช่วยเหลือนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับใด ในส่วนของการขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะกระตุ้นเพื่อท้าทายการคิดของนักเรียนโดยคำนึงถึงความพยายามของนักเรียน ซึ่งครูสามารถใช้แนวทางของหลักการสอนดังกล่าวเพื่อให้การสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ในงานวิจัยนี้ ได้นำหลักการของรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้ ครูจะกำหนดปัญหาและใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบ ร่วมอภิปราย สร้างข้อคาดเดา นักเรียนได้เสนอแนวคิดในการหาคำตอบที่หลากหลายวิธี และสร้างข้อสรุปร่วมกัน

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ งานวิจัยของ เซแลค; แชนเซล; และชายด์ (Sehielack; Chancelbr; Childs. 2000) ได้ทำการศึกษาในเรื่องการออกแบบคำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 โดยมีการกำหนดคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนหาหนทางที่จะใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมต่างๆ มีการแนะนำที่จะสรุป การอภิปรายเพื่อหาเหตุผล รวมถึงการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดประสบการณ์จะเน้นคำถามที่ใช้กระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งผลการศึกษาพบว่านักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้

ฟรายวิลลิค (Fraivillig. 2001: 454-459) ได้ศึกษาเรื่องกลวิธีทางการสอนสำหรับส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูที่สอนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อหาวิธีการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยใช้รูปแบบ ACT ได้แก่ครูพยายามล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ให้นักเรียนในการคิดกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมอธิบายรายละเอียด เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง โดยครูทบทวนความรู้เดิมและย้ำเตือนถึงวิธีการในการแก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายกัน ให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูกระตุ้นให้นักเรียนเขียนเป็นหลักการทั่วไป ผลักดันให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยวิธีการอื่นๆ และส่งเสริมให้ใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ

รุ่งทิวา นามารุง (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาและวิเคราะห์วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของนักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี พบว่านักเรียนสามารถแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติได้อย่างหลากหลาย โดยนิยมใช้การนับ ดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือการบวก/การลบ และการใช้ตัวแบบ สำหรับการให้เหตุผลนักเรียนมองเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ผ่านมา สามารถระลึกได้ทันทีว่าปัญหานั้นคล้ายกับปัญหาเดิม สามารถใช้การประมาณหรือการลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบ บอกได้ว่าคำตอบที่ได้มาของตนเองสมเหตุสมผลหรือไม่ ในการนำเสนอตัวแทนความคิดพบว่านักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนทางความคิดได้อย่างหลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านสถานการณ์ที่สัมผัสได้โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่ใช้ภาพเป็นสื่อ หรือผ่านสถานการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะ หรือความสามารถทางภาษาเป็นสิ่งสำคัญ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง ใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเอง และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีทั้งในระดับต่ำจนถึงระดับสูง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า การใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบถือเป็นส่วนสำคัญในการจัดการเรียนรู้ อีกทั้งรูปแบบของหลักการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์จะมีส่วนช่วยให้นักเรียนแสดงวิธีคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนที่หลากหลาย เปิดโอกาสและกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมอภิปราย ซึ่งสามารถนำไปสู่วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้

2.4 การสอนแนะให้รู้คิด

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction : CGI) เป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1980 โดย คาร์เพนเตอร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่บนพื้นฐานที่ว่า ความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนนำมาออกแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การเรียนรู้ต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียนซึ่งให้ความสำคัญกับการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนคอยอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ ใช้กระบวนการและคำถามต่างๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา การอภิปราย การนำเสนอแนวคิดของตนในการแก้ปัญหา คาร์เพนเตอร์ ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวไว้ 4 ประการ (Carpenter; et al. 2000: 1) ได้แก่ (1) เป็นการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (2) การจัดการเรียนรู้ของครูมีผลต่อการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (3) ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ (4) ความรู้และความเชื่อของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แฮงส์ (Hankes. 1998: Online) ได้เปรียบเทียบหลักการในการจัดการเรียนรู้รูปแบบเดิมและการสอนแนะให้รู้คิดดังตาราง

ตาราง 6 การเปรียบเทียบหลักการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบเดิมกับการสอนแนะให้รู้คิด

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนแบบรูปแบบเดิม	การสอนแนะให้รู้คิด
บทบาทครู	ครูเป็นผู้ดำเนินการสอนและให้ความรู้แก่นักเรียนโดยตรง	ครูมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนและเป็นสื่อกลางให้เข้าถึงสิ่งแวดล้อม
ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน	นักเรียนเรียนรู้เพียงลำพัง	นักเรียนได้เรียนรู้จากการทำงานเป็นกลุ่ม มีการอภิปราย และเสนอความคิดของตนกับเพื่อนๆ
หลักสูตร	กิจกรรมต่างๆ ในหลักสูตรเป็นแบบเรียนและฝึกหัดจากตำรา	กิจกรรมในหลักสูตรจะเป็นการจัดการเกี่ยวกับข้อมูลพื้นฐานและวัสดุอุปกรณ์
เวลา	กำหนดเวลาที่แน่นอนในแต่ละวัน โดยครอบคลุมเนื้อหาจะถือว่าเวลาในการทำกิจกรรมมีความสำคัญ	เวลาในชั้นเรียนใช้ไปในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยนักเรียนจะร่วมกันสะท้อนและอภิปรายตามความคิดของตนเอง

ตาราง 6 (ต่อ)

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนแบบรูปแบบเดิม	การสอนแนะให้รู้คิด
ความคิดรวบยอด	การนำเสนอความคิดรวบยอดให้กับนักเรียนจะมีลักษณะจากส่วนย่อยไปสู่ส่วนรวม โดยใช้ทักษะพื้นฐาน	การนำเสนอความคิดรวบยอดให้กับนักเรียนมีลักษณะแบบองค์รวมไปยังส่วนย่อย เป็นการให้แนวคิดหลักที่สำคัญ
มุมมองเกี่ยวกับตัวนักเรียน	นักเรียนจะถูกมองว่าไม่มีความรู้ ไม่มีข้อมูลใดๆ การให้ข้อมูลแก่นักเรียนจะทำได้โดยครู	มองนักเรียนว่ามีความคิดและสามารถสร้างทฤษฎี และเชื่อว่านักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้เบื้องต้น
การประเมินผล	การประเมินผลนักเรียนจะแยกจากการสอน และการทดสอบจะเกิดการแบ่งระดับของนักเรียน และเน้นการแข่งขัน	การประเมินนักเรียนจะอยู่ในขั้นตอนการสอน ด้วยการตั้งคำถาม สังเกตผู้เรียน จากผลงานไม่เน้นการแข่งขัน

ที่มา: Hanks, J.E. (1998). *Cognitive Guided Instruction & System Reform Native American Pedagogy and CGI*. (Online)

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด มีหลักการดังนี้ (Carpenter; et al. 1999: 60-85; 2000: 4-5; Hiebert; et al. 1997)

1. ครูนำเสนอปัญหา ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ให้ครูเสนอปัญหาที่ง่ายขึ้นและมีลักษณะคล้ายกัน ปัญหาที่ครูเสนอกับนักเรียนควรเป็นปัญหาที่น่าสนใจ มีแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และควรให้มีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

2. ให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนในการทำความเข้าใจแก้ปัญหา อาจให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มเล็กๆ เปิดโอกาสอย่างอิสระเพื่อให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา และสิ่งสำคัญคือในระหว่างที่นักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกในด้านต่างๆ ได้แก่อุปกรณ์ และเครื่องมือต่างๆ

3. ให้นักเรียนนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา โดยครูเลือกนักเรียนเพื่อให้เห็นวิธีการแก้ปัญหาพร้อมกับเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อเพื่อนนักเรียนในชั้น ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเอง

4. อภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา หลังจากที่นักเรียนได้นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการต่าง ๆ โดยครูต้องเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย โดยการใช้คำถาม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด ได้แก่ งานวิจัยของคาเพนเตอร์ และคณะ (Carpenter; et al. 1989: 499-531) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสอนของการสอนแนะให้รู้คิดกับครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน จากทั้งหมด 24 โรงเรียน โดยแบ่งครูเป็นสองกลุ่ม กลุ่มละ 20 คน ได้แก่ กลุ่มที่ใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด และกลุ่มที่ใช้การสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิดมีคะแนนความสามารถทางการบวกและการลบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. (2551: 190-191) ได้ศึกษางานวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษา และศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนแย้มวิทยาคาร จังหวัดราชบุรี จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า ในด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล ด้านทักษะการให้เหตุผล และด้านทักษะการเชื่อมโยง นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบ ภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และด้านสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากการศึกษาถึงรูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด พบว่า สามารถช่วยนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ได้ โดย ในขั้นแรก ครูจะนำเสนอโจทย์การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ซึ่งเป็นโจทย์ที่สามารถคิดหาคำตอบได้อย่างหลากหลายวิธี ขั้นที่ 2 ให้นักเรียนคิดหาวิธีการหาคำตอบของโจทย์ที่กำหนด โดยให้คิดเป็นกลุ่มเล็กๆ และมีครูคอยอำนวยความสะดวกในด้านอุปกรณ์เพื่อให้นักเรียนใช้ช่วยในการคิดหาคำตอบ ซึ่งได้แก่ ไม้ไอศกรีม ตัวนับ เบี้ย เป็นต้น ขั้นที่ 3 ให้นักเรียนนำเสนอวิธีการคิดหาคำตอบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดหาคำตอบที่หลากหลาย และขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนร่วมอภิปรายวิธีการคิดหาคำตอบ โดยมีครูเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย

2.5 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

“การคิดเป็นสิ่งที่สอนได้” (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2548; อ้างอิงจาก Beyer. 1988;

Pressesien. 1986; Mayer. 1987) ครูจะต้องถือว่าเป็นวัตถุประสงค์ที่สำคัญในการฝึกให้นักเรียนคิด และถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของบทเรียนทุกๆ อย่าง ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2551: 306-307) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาความคิด และเทคนิคในการสอนให้คิด โดยมีรายละเอียดดังนี้

บทบาทของครูในการพัฒนาความคิด

1. ครูต้องมีความรู้และทำความเข้าใจเกี่ยวกับความคิด นิยามของการคิด และมีทักษะในการสอนให้คิด

2. ครูต้องกระตุ้นยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสงสัย เกิดปัญหาและอยากค้นหาคำตอบ

3. ครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนค้นคว้าและแสวงหาคำตอบด้วยตนเอง

4. ครูสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาความรู้ที่เชื่อถือได้ ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผล

5. ครูลดบทบาทในการเป็นผู้สอน ผู้บอก ผู้บรรยาย ผู้เฉลย ผู้สรุป ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง แต่ถ้าปัญหายากเกินไป ควรใช้วิธีการแนะนำหรือบอกใบ้

6. ครูให้การเสริมแรงอย่างสม่ำเสมอ เป็นผู้ฟังที่ดี และตั้งใจฟังคำถามของนักเรียน

7. ครูสร้างความอบอุ่น ความเป็นกันเอง เพื่อให้นักเรียนกล้าคิด กล้าพูด กล้าทำ

8. ให้ออกาสนักเรียนคิดอย่างทั่วถึง โดยใช้วิธีการต่างๆอย่างหลากหลาย

เทคนิคในการสอนให้คิด

1. ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้คิด และแสวงหาคำตอบ

2. ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นมากๆ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความถูกผิด

3. ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติกิจกรรมการคิดแบบต่างๆ เช่น ฝึกสังเกต ฝึกบันทึก ฝึกการฟัง

4. ฝึกคิดเป็นขั้นตอน

5. ฝึกคิดจากง่ายไปหายาก

6. กระตุ้นและเสริมแรงให้นักเรียนคิดเป็นระยะ

7. ครูรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนอย่างสนใจ เนื่องจากอาจมีความคิดที่ดีหรือแปลกแตกต่างออกไปแฝงอยู่

8. ครูไม่เฉลยคำตอบ แต่จะชี้แนะหรือบอกใบ้ให้นักเรียนค้นหาคำตอบเอง

9. ครูจัดแสดงสื่ออุปกรณ์การฝึกคิดที่หลากหลาย และให้นักเรียนมีประสบการณ์ตรงจากสื่อต่างๆ

10. ปลูกใจให้นักเรียนคิดอยู่เสมอ โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ปลูกใจให้นักเรียนคิดให้เป็นประจำปกติวิสัยและต่อเนื่อง

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ใช้รูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด โดยจัดนักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่หรือกลุ่มเล็กๆ

ในการแก้ปัญหา ทั้งนี้เพื่อเป็นการบังคับให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นออกมาให้ผู้อื่นรู้ ซึ่งนอกจากจะเป็นการฝึกฝนให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองไม่ว่าจะผิดหรือถูกก็ตาม ยังทำให้นักเรียนสามารถทราบความคิดและมองเห็นข้อผิดพลาดในการคิดของตนเองและผู้อื่น ว่ามีข้อผิดพลาดอย่างไร มีการข้ามขั้นตอนของกระบวนการคิดไปหรือไม่ ซึ่งจะทำให้สามารถพัฒนาการคิดได้ (ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. 2551: 306) สำหรับนักเรียนที่ทำงานได้รวดเร็ว ให้ครูถามนักเรียนถึงวิธีการแก้ปัญหาในวิธีการอื่นๆ หรือครูปรับขนาดของจำนวนในปัญหา หรือเตรียมปัญหาอื่นๆ ที่แตกต่างกันเพื่อให้นักเรียนได้คิด ในการเลือกปัญหานั้นครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และนักเรียนสามารถเข้าใจปัญหานั้นได้ไม่ยากจนเกินความสามารถของนักเรียน จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายโดยใช้คำถามในรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้แก่ (1) การล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้เห็นวิธีการในการแก้ปัญหา (2) การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และ (3) การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการในการแก้ปัญหา

ตอนที่ 3 การประเมินผลของการคิดเชิงความสัมพันธ์

สุวิทย์ มูลคำ (2548: 157-160) ได้กล่าวถึง การประเมินผลกระบวนการคิดว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 แนวทางใหญ่ๆ ได้แก่ (1) การประเมินผลโดยการใช้แบบทดสอบ ซึ่งอาจเป็นแบบทดสอบมาตรฐานหรือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาเองซึ่งเป็นแบบวัดการคิดที่เหมาะสมกับความต้องการในการวัด และ (2) ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง ซึ่งมีแนวทางในการประเมิน 2 ลักษณะคือ

ลักษณะที่ 1 ประเมินจากพฤติกรรมที่แสดงออก ได้แก่ การพูด การฟัง การอภิปราย การร่วมกิจกรรมตามที่กำหนด การเก็บข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการคิดจากพฤติกรรมที่แสดงออก ควรใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้ผลการบันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้สอน

ลักษณะที่ 2 ประเมินจากผลงานและชิ้นงานที่เกิดขึ้น การประเมินผลกระบวนการคิดในลักษณะที่สองนี้สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายได้ เช่น การตรวจงานหรือผลงานของนักเรียน การรายงานตนเองของผู้เรียน การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง และการใช้แฟ้มสะสมงาน

เกณฑ์การให้คะแนน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางสำหรับประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยการสร้างแนวทางในการให้คะแนนจะต้องกำหนดมาตรวัด (Scale) และรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดอย่างชัดเจน (กรมวิชาการ. 2539: 54-59) การให้คะแนนแบบรูปรีด เป็นการให้คะแนนซึ่งจะตอบคำถามว่านักเรียนทำอะไรได้สำเร็จหรือไม่ หรือมีความสำเร็จในระดับใด โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูปรีดมี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือการให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพรวมของชิ้นงานนั้น แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชั้นๆ การให้คะแนนมีหลายวิธี เช่น การแบ่งตามคุณภาพของงานเป็น 3 กอง การกำหนดระดับความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใดแล้วหักจากระดับสูงสุดลงมาที่ระดับ

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เพื่อให้การมองคุณภาพของงานหรือความสามารถของนักเรียนเป็นไปอย่างชัดเจนจึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้านคือ (1) ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง (2) การสื่อความหมาย สื่อสาร (3) การใช้กระบวนการและกลยุทธ์ และ (4) ผลสำเร็จของงาน

พอบแฮม (Popham. 1997: 72-75) ได้กล่าวถึงความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่า หมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพในการตอบสนองของนักเรียน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ กลยุทธ์การให้คะแนน ซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง พอบแฮมได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่าดังนี้

1. เกณฑ์ต่าง ๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอนซึ่งเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่า
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่าควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3-5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน
3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่าไม่ควรมีความยาวมากเกินไป
4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคว่าแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแทนคุณสมบัติที่สำคัญของทักษะที่จะประเมิน
5. ผู้ประเมินต้องตระหนักว่าผลที่ประเมินเป็นเพียงตัวแทนของทักษะ ไม่ใช่ตัวทักษะ ดังนั้นการสอนจึงต้องมุ่งไปที่ทักษะไม่ใช่สอนเพื่อมุ่งไปสู่การทดสอบหรือการประเมิน

นอกจากการประเมินผลจากการตรวจใบกิจกรรมของนักเรียนแล้วในงานวิจัยนี้จะใช้การสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนระหว่างทำกิจกรรม ตลอดจนมีการสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนไม่ได้แสดงการคิดอย่างเด่นชัดในการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนด เพื่อใช้เป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตอนที่ 4 ความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์

ความคงทนทางการเรียนรู้ เป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียน หรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยรับรู้มาแล้ว หลังจากที่ได้ทิ้งระยะไว้ระยะหนึ่ง หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นการรวบรวมหรือสามารถระลึกถึงประสบการณ์ต่างๆที่เกิดจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม หลังจากผ่านช่วงระยะเวลาหนึ่ง (Adam. 1967: 9; ชัยพร วิชชาวุธ. 2540: 19; กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. 2541: 129) ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าความคงทนทางการเรียนรู้ก็คือการจำซึ่งยังคงอยู่นั้นเอง การจำ ถือเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างมากในการเรียนรู้ เนื่องจากจะส่งผลให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ๆ ซึ่งมีความเกี่ยวพันกับความรู้เดิม การจำเป็นกระบวนการที่สมองสามารถสะสมประสบการณ์ต่างๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม แล้วสามารถถ่ายทอดออกมาในรูปของการระลึกได้ หรือเป็นการถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้หรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่ได้ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง (Crider; et al. 1983: 224. กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. 2541: 128; ประสาท อิศรปริดา. 2541: 137; สุชา จันท์เอม. 2544: 202)

แอตคินสัน และชิฟฟริน (ชัยพร วิชชาวุธ. 2540: 39, 71-72; อ้างอิงจาก Atkinson and Shiffrin. 1997) ได้แบ่งความจำของมนุษย์ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) เป็นการคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง การสัมผัสด้วยอวัยวะรับสัมผัสทั้ง 5 ได้แก่ หู ตา จมูก ลิ้นและผิวหนัง หรือส่วนใดส่วนหนึ่ง
2. ความจำระยะสั้น (Short-Term Memory) เป็นความจำหลังการเรียนรู้ เป็นความจำที่คงอยู่ในระยะเวลาสั้นๆ ที่ตั้งใจจำหรือใจจดจ่อต่อสิ่งนั้นเท่านั้น เมื่อไม่ใส่ใจในสิ่งเหล่านั้นแล้ว ความจำก็จะเลือนหายไป
3. ความจำระยะยาว (Long-Term Memory) เป็นความจำที่คงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น ไม่ว่าจะทิ้งระยะไปนานเพียงใด เมื่อต้องการรื้อฟื้นความจำนั้นๆ จะระลึกออกมาได้ทันที และถูกต้อง

ระบบความจำระยะยาวนี้เป็นระบบความจำที่มีคุณค่ายิ่ง เป็นความหมายหรือความเข้าใจในสิ่งที่ตนรู้สึก เป็นการตีความ จึงขึ้นอยู่กับประสบการณ์เดิม ความสนใจและความเชื่อของแต่ละบุคคล ความจำระยะสั้นเป็นความจำชั่วคราว เมื่อมีการทบทวนจะช่วยป้องกันไม่ให้ความจำสลายตัวไปจากความจำระยะสั้น และถ้าสิ่งใดอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นระยะเวลานาน ก็จะแปรเปลี่ยนไปเป็นความจำระยะยาว และเมื่อจำสิ่งใดไว้ในความจำระยะยาวสิ่งนั้นก็จะติดอยู่ในความจำตลอดไป กลายเป็นความจำที่ถาวรซึ่งสามารถจะรื้อฟื้นออกมาได้ สำหรับระยะเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาว หรือเรียกว่าความคงทนในการจำนั้นจะใช้เวลาประมาณ 14 วัน หรือ 2 สัปดาห์ (ชัยพร วิชชาวุธ. 2540: 71-72)

การวัดความคงทนหรือการทดสอบความจำเป็นการวัดหลังจากที่ผู้เรียนได้ผ่านการเรียนรู้ไปแล้วว่าจะมีการคงไว้ซึ่งผลการเรียนรู้หรือสามารถระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยได้เรียนหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว โดยจะทิ้งระยะเวลาไว้ช่วงหนึ่งและทำการวัดความคงทน การวัดความคงทนมี 3 วิธี (กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. 2542: 242-248) ได้แก่ (1) การจำได้ (Recognition) เป็นการทดสอบความจำ โดยการปรากฏสิ่งเร้าที่เคยประสบมาแล้วในอดีตปะปนกับสิ่งเร้าใหม่ๆ แล้วให้ชี้ว่าสิ่งเร้าใดเป็นสิ่งเร้าเดิม (2) การระลึกได้ (Recall) เป็นการดึงความจำถึงสิ่งที่เคยประสบมาในอดีตโดยไม่มีสิ่งเร้าในอดีตมาปรากฏให้เห็น และ (3) การเรียนซ้ำ (Relearning) เป็นการทำซ้ำๆ หรือเสนอสิ่งเร้าซ้ำๆ ในการเรียนรู้ ในกรณีนี้มักจะใช้วัดด้วยระยะเวลาหรือจำนวนครั้ง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์

บุญเกื้อ ละอองปลิว (2534: 64) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ในการสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่าความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุพรรณ ประศรี (2536: 94) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับเพิ่มและการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยหลักการสอนประเภทเหตุการณ์ของกาเยกับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่าความคงทนของนักเรียนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การนับเพิ่มและการคูณที่ได้รับการสอนด้วยหลักการสอนประเภทเหตุการณ์ของกาเยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ประพันธ์ จำเริญ (2536: 50) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความคงทนในการจำเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนโดยวิธีปกติ โดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นกับการใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติที่ใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นมีความคงทนในการจำสูงกว่านักเรียนที่ใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน

ราตรี เทียนดำ (2540: 78) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้หนังสือเรียนเล่มเล็กเชิงวรรณกรรม ผลการวิจัยพบว่า ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้หนังสือเรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เอมอร สิทธิรักษ์ (2546) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนในด้านพัฒนาการสำนักเกี่ยวกับจำนวนและความคงทน ศึกษาผลการพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนและทศนิยม และศึกษาเจตคติ ในด้านความคงทน พบว่านักเรียนมีความคงทนในด้านสำนักเกี่ยวกับจำนวนอยู่เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคงทนทางการเรียนรู้ สรุปได้ว่าความคงทนทางการเรียนรู้เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีผลกระทบต่อตัวผู้เรียนอย่างมาก เพราะหากผู้เรียนสามารถจดจำสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้วได้เป็นอย่างดีย่อมส่งผลต่อการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ทำให้การเรียนรู้สิ่งใหม่ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับความรู้เดิมเป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ความคงทนในการเรียนรู้จะมีผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งถ้าผู้เรียนได้รับการสอนโดยเน้นความเข้าใจและมีการฝึกทักษะอย่างเพียงพอก็จะเกิดความคงทนในการเรียนรู้ สำหรับในงานวิจัยนี้ได้กำหนดให้มีการวัดความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยพิจารณาจาก คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที เปรียบเทียบกับ คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 แล้วศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่เก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณทำการประเมินความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์และความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยพิจารณาคะแนนจาก การทำใบกิจกรรมในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพทำการประเมินพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียน และผลการสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยโดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ และใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ช่วยในการเก็บข้อมูลเชิงลึก

สำหรับขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

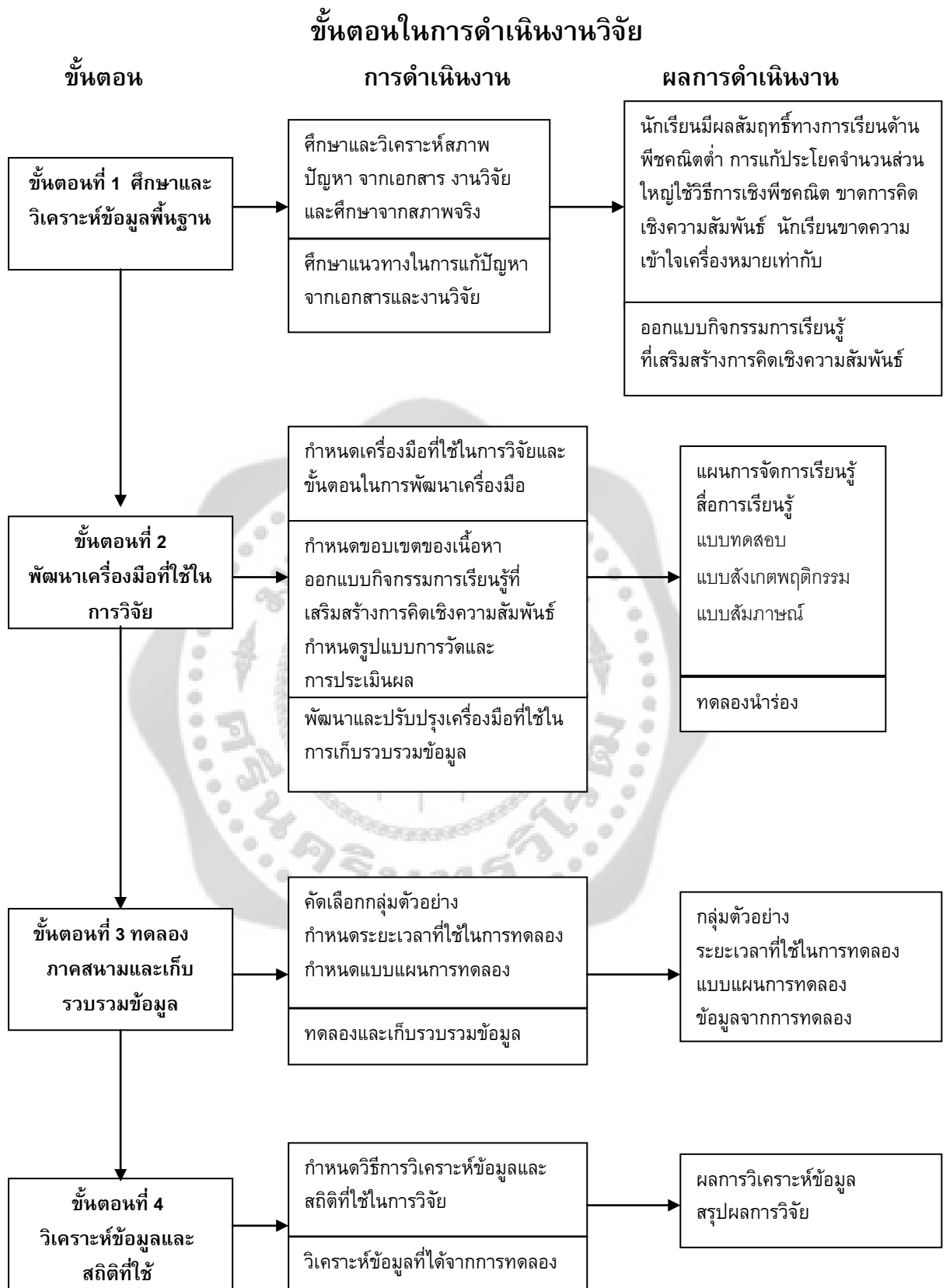
ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นขั้นตอนในการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานสำหรับการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นขั้นตอนในการกำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้เสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ และเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลประเมินผล

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองภาคสนามและเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นขั้นตอนในการนำเครื่องมือที่ผ่านขั้นตอนการหาประสิทธิภาพไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ เป็นขั้นตอนในการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 ไปวิเคราะห์หาผลสรุปตามสมมติฐานและความมุ่งหมายของการวิจัย จากนั้นทำการสรุปผลการวิจัย

ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ทั้ง 4 ขั้นตอน แสดงเป็นภาพประกอบได้ดังนี้



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย

รายละเอียดของขั้นตอนการดำเนินงานเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ในการดำเนินการในขั้นตอนนี้ เป็นการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานต่างๆ ที่นำมาใช้ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 4 ส่วนดังนี้

1.1 ศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนจากเอกสารและงานวิจัย

ผลจากการศึกษาปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัย พบว่า นักเรียนในระดับประถมศึกษายังมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับนานาชาติโดยเฉพาะทางด้านพีชคณิต (สุพร เข้มเฮง; และ สิริพร ทิพย์คง. 2540: 62-76. สุณี๋ย คล้ายนิล. 2546: 18 ; สสวท. 2549: 15) อีกทั้งการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันไม่ค่อยเน้นการถ่ายโยงการเรียนรู้โดยเฉพาะเลขคณิตไปยังพีชคณิตซึ่งความเข้าใจในเรื่องของการดำเนินการเชิงจำนวนสามารถเชื่อมโยงไปสู่ความสำเร็จในการเรียนพีชคณิตในภายหลัง (Stephens. 2007: 4; citing Mac Gregor and Stacey. 1999)

1.2 ศึกษาหลักสูตร เนื้อหาเรื่องการบวกและการลบจำนวน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับ การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก (ไม่มีการทด) การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก (ไม่มีการทด) โจทย์ปัญหา การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก (ไม่มีการกระจายจากหลักสิบไปหลักหน่วย) การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก (ไม่มีการกระจายจากหลักสิบไปหลักหน่วย) โจทย์ปัญหา ในการสอนเนื้อหาดังกล่าวในแต่ละเรื่องจะมีการสอดแทรกกิจกรรมที่เสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ในเรื่องของความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ การมองความสัมพันธ์ของจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชยช่วยในการหาคำตอบ ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สัปดาห์ละ 5 วัน วันละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที รวมเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสิ้น 18 คาบเรียน แล้วทดสอบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน 1 คาบเรียน โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และทดสอบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 2 สัปดาห์ 1 คาบเรียน โดยใช้แบบสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 20 คาบเรียน

1.3 ศึกษาจากสภาพจริง

ในการศึกษาจากสภาพจริง ผู้วิจัยได้ออกแบบทดสอบในเรื่อง การบวกและการลบจำนวน และได้ไปทดสอบกับนักเรียนระดับประถมศึกษา

ครั้งที่ 1 ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเบื้องต้นถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวน เพื่อวิเคราะห์ว่านักเรียนมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหอย่างไร ใช้กลยุทธ์เชิงพีชคณิตหรือกลยุทธ์เชิงความสัมพันธ์ โดยให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 ของโรงเรียนปราโมชวิทยา รามอินทรา และโรงเรียนคันทายาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) รวมจำนวนทั้งสิ้น 361 คน ทำแบบทดสอบเรื่องการบวกและการลบจำนวน โดยแบบทดสอบมีจำนวน 9 ข้อ ซึ่งแบ่งคำถามเป็น 3 ประเภท ได้แก่ (1) รูปแบบของประโยคจำนวนที่นักเรียนคุ้นเคย (2) รูปแบบประโยคจำนวนที่นักเรียนไม่คุ้นเคย และ (3) โจทย์ปัญหา ดังตาราง 7

ตาราง 7 แบบทดสอบที่ได้ทำการศึกษาเบื้องต้น เพื่อวิเคราะห์กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวน ครั้งที่ 1

ประเภทของแบบทดสอบ	ข้อคำถาม
(1) รูปแบบของประโยคจำนวนที่นักเรียนคุ้นเคย	1. $98+37 = \square$ 2. $143-99 = \square$ 3. $75+89+25 = \square$
(2) รูปแบบประโยคจำนวนที่นักเรียนไม่คุ้นเคย	4. $173+29-28 = \square$ 5. $18+7 = \square + 6$ 6. $78+39 = 38 + \square$ 7. $92 - 48 = 90 - \square$ 8. $62 - 29 = \square - 30$
(3) โจทย์ปัญหา	อาร์มมีลูกแก้วสีแดง 26 ลูกและลูกแก้วสีเขียว 39 ลูก นุชมีลูกแก้วสีแดงและลูกแก้วเขียวรวมกันเท่ากับอาร์ม ถ้า นุชมีลูกแก้วสีแดง 25 ลูก นุชจะมีลูกแก้วเขียวกี่ลูก

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น มีดังนี้

ในข้อ 1 การบวกและข้อ 2 การลบ เป็นการแก้ปัญหารูปแบบของประโยคจำนวนที่นักเรียนคุ้นเคย ในข้อที่ 1 ที่เป็นเรื่องการบวกนักเรียนสามารถแก้ปัญหได้อย่างถูกต้องร้อยละ 94.46 ของ

จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ส่วนในข้อที่ 2 เรื่องการลบ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องร้อยละ 87.82 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ซึ่งวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดเป็นการคำนวณเชิงพีชคณิต ไม่พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในข้อ 3 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการใช้สมบัติของการดำเนินการ ได้แก่ สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 82.82 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ร้อยละ 2.22 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 4 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการมองประโยคโดยภาพรวม นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 63.71 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยการมองประโยคโดยภาพรวมเพียงร้อยละ 2.22 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 5 และข้อ 6 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับและการใช้การชดเชยช่วยในการหาคำตอบในเรื่องการบวก สำหรับข้อ 5 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 58.17 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และพบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ร้อยละ 0.56 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ส่วนในข้อ 6 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 55.68 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และพบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ร้อยละ 0.56 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

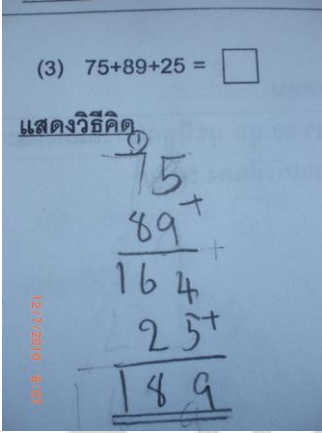
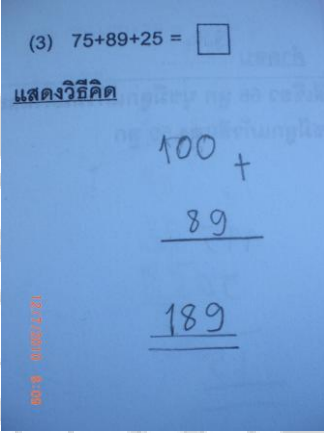
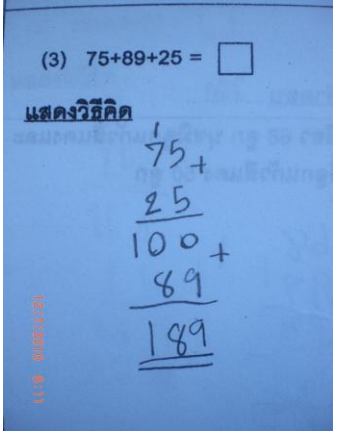
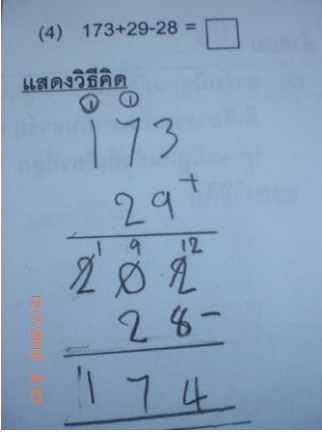
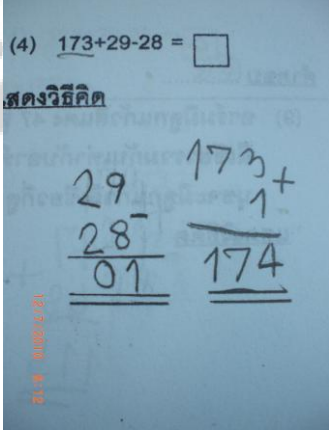
ในข้อ 7 และข้อ 8 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ และการใช้การชดเชยช่วยในการหาคำตอบในเรื่องการลบ สำหรับข้อ 7 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 51.52 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และไม่พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ ในทำนองเดียวกัน ข้อ 8 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 41.55 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และไม่พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์เช่นกัน

ในข้อ 9 เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มุ่งตรวจสอบกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ร้อยละ 63.71 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ซึ่งวิธีการที่นักเรียนใช้ทั้งหมดเป็นการคำนวณเชิงพีชคณิต ไม่พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์

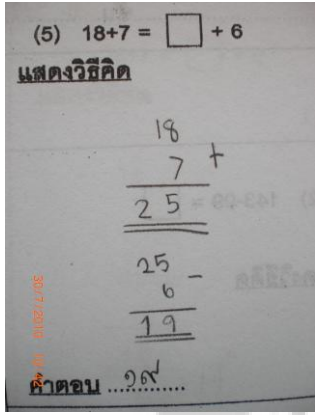
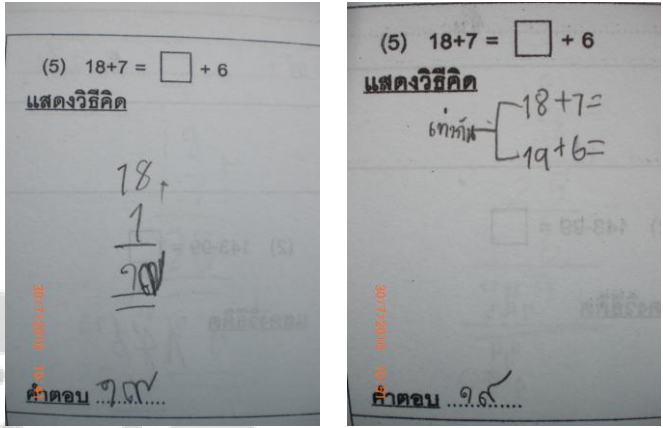
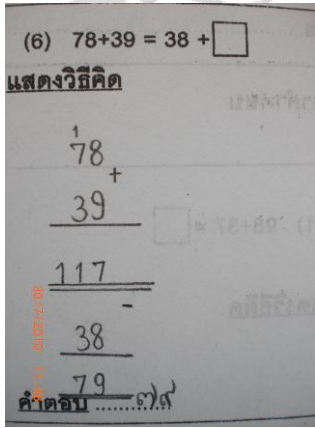
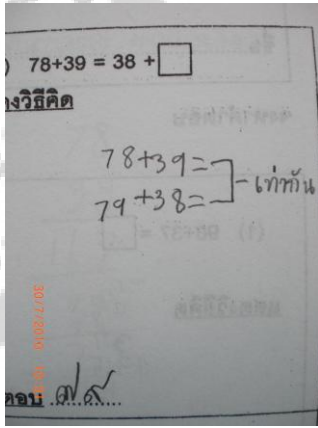
จากการวิเคราะห์การแก้ปัญหาของนักเรียนพบว่านักเรียนมากกว่า ร้อยละ 90 ใช้วิธีการคิดเชิงพีชคณิต ส่วนวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่ามีการใช้วิธีดังกล่าวใช้ในข้อ 3-6 เท่านั้น โดยข้อ 3 มีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์เพียง 8 คน ข้อ 4 มีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์เพียง 5 คน ข้อ 5 มีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์เพียง 2 คน และ ข้อ 6 มีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์เพียง 2 คน สำหรับข้อ 1-2 และข้อ 7-9 ไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิด

เชิงความสัมพันธ์ ตัวอย่างแสดงการเปรียบเทียบวิธีในการคิดเชิงพีชคณิตและการคิด
เชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 8 แสดงการเปรียบเทียบวิธีในการคิดเชิงพีชคณิตและการคิดเชิงความสัมพันธ์ของ
นักเรียน

การคิดเชิงพีชคณิต	การคิดเชิงความสัมพันธ์	
		
<p>นักเรียนใช้สมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ ช่วยในการหาคำตอบ</p>		
		
<p>นักเรียนมองประโยคโดยภาพรวม ไม่ทำตามลำดับขั้นตอนวิธี</p>		

ตาราง 8 (ต่อ)

การคิดเชิงพีชคณิต	การคิดเชิงความสัมพันธ์
	 <p data-bbox="916 936 1422 974">นักเรียนใช้การชดเชยช่วยในการหาคำตอบ</p>
	 <p data-bbox="916 1559 1422 1597">นักเรียนใช้การชดเชยช่วยในการหาคำตอบ</p>

ครั้งที่ 2 ผู้วิจัยต้องการศึกษาวิธีการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวน ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพิ่มเติมการทดสอบในครั้งแรก ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับแบบทดสอบ โดยใช้จำนวนในแบบทดสอบให้มีค่าน้อยลง จำนวนข้อน้อยลง และมีรูปแบบที่ไม่เป็นทางการ และเนื่องจากนักเรียนชั้นประถมปีที่ 1 มีข้อจำกัดในเรื่องของการอ่าน ผู้วิจัยจึงได้ตัดใจขยับปัญหาออกจากแบบทดสอบที่ปรับใช้ในการทดสอบครั้งนี้ อีกทั้งผู้วิจัยต้องการข้อมูลเพื่อยืนยันมากขึ้น และนักเรียนไม่เป็นนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบทดสอบเดิม ผู้วิจัยจึงได้ทำการทดสอบกับนักเรียนโรงเรียน

อื่นๆ ที่ไม่ใช่โรงเรียนเดิม ได้แก่ โรงเรียนไพฑูริย์ศึกษา โรงเรียนวัดศรีบุญเรือง จังหวัด กรุงเทพมหานคร โรงเรียนอัลอียะห์ โรงเรียนพิมานวิทย์ นราธิวาส และโรงเรียนสวนสวรรค์วิทยา จังหวัดนราธิวาส โดยได้เปลี่ยนจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-4 รวมจำนวนนักเรียนทั้งสิ้น 650 คน โดยให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ใช้แบบทดสอบชุดเดียวกัน และชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 ใช้แบบทดสอบชุดเดียวกัน ซึ่งแบบทดสอบทั้งสองชุดเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกัน ดังตาราง 9

ตาราง 9 แบบทดสอบที่ได้ทำการศึกษาเบื้องต้นถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา เรื่องการบวกและการลบจำนวน ครั้งที่ 2

ระดับ	ข้อคำถาม
ประถมศึกษาปีที่ 1-2	(1) $7 + 5 = \square + 4$ (2) $7 - 5 = \square - 6$ (3) $3+8+7 = \square$ (4) $9+8-7 = \square$
ประถมศึกษาปีที่ 3-4	(1) $7 + 15 = \square + 14$ (2) $12 - 7 = \square - 6$ (3) $25+38+75 = \square$ (4) $26+18-17 = \square$

ในแต่ละโรงเรียน ผู้วิจัยได้สุ่มให้นักเรียนในแต่ละชั้น จำนวนชั้นละ 1 ห้องเรียนทำแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงวิธีที่ใช้ในการคิด ผู้วิจัยได้สังเกตและสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีดังนี้

ในข้อ 1 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ และการหาคำตอบโดยใช้วิธีการชดเชยในเรื่องของการบวก นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 20.00 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพบว่านักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนจะนำจำนวนสองจำนวนแรกมาบวกกันแล้วเติมในช่องว่าง (ตอบ 12 หรือ 22) ร้อยละ 42.46 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และนำจำนวนทั้งหมดในประโยคจำนวนมาบวกกันแล้วเติมในช่องว่าง (ตอบ 16 หรือ 36) ร้อยละ 25.54 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 2 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ และการหาคำตอบโดยใช้วิธี การชดเชยในเรื่องของการการลบ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณ เชิงพีชคณิตร้อยละ 12.46 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ไม่พบนักเรียนใช้วิธี การคิดเชิงความสัมพันธ์ และพบว่านักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนจะนำจำนวนสองจำนวนแรกมาลบกันแล้วเติมในช่องว่าง (ตอบ 2 หรือ 5) ร้อยละ 49.58 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และนักเรียนหาจำนวนที่นำ 6 มาลบออกด้วยจำนวน นั้นแล้วมีค่าเท่ากับสองจำนวนแรกลบกัน (ตอบ 4 หรือ 1) ร้อยละ 16.46 ของจำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 3 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการใช้สมบัติของการดำเนินการ ได้แก่ สมบัติ การสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณ เชิงพีชคณิตร้อยละ 60.92 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และนักเรียนใช้วิธีการคิด เชิงความสัมพันธ์ โดยใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่เพียงร้อยละ 8.15 ของจำนวน นักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 4 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการมองประโยคโดยภาพรวม นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 40.46 ของจำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบทั้งหมด พบว่ามีนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยการมองประโยคโดย ภาพรวมเพียงร้อยละ 18.31 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในการเก็บข้อมูลครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการสุ่มนักเรียนที่ไม่ได้แสดงวิธีในการคิดเพื่อสัมภาษณ์ อย่างไม่เป็นทางการ พบว่า วิธีการคิดของนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การนับ โดยจะใช้นิ้วมือช่วยในการคิด และพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในข้อ 4 ได้แก่ $9+8-7= \square$ โดยนักเรียนจะมองประโยคโดยภาพรวม ซึ่งจะนำ 8 มาลบกับ 7 ได้ 1 แล้วนำ 1 มาบวกกับ 9 ได้ ผลลัพธ์เป็น 10

ครั้งที่ 3 ผู้วิจัยต้องการสำรวจวิธีการคิดหาคำตอบของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 2 ของ โรงเรียนเป้าหมาย ซึ่งนักเรียนเรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ปกติ ที่ไม่ได้ส่งเสริมความสามารถ ด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยจึงดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลนักเรียนโรงเรียนคันทนาเยาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่ผู้วิจัยจะเข้าไปดำเนินการทดลอง โดยทำการเก็บข้อมูลกับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ทั้งระดับชั้นซึ่งมีจำนวน 5 ห้องเรียน โดยใช้แบบทดสอบเดียวกันกับการเก็บข้อมูลในครั้งที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

ในข้อ 1 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับในเรื่องของการบวก นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 5.70 ของจำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบทั้งหมด ไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพบว่านักเรียนมีความเข้าใจ คลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนจะนำจำนวนสองจำนวนแรกมาบวกกัน แล้ว เติมในช่องว่าง (ตอบ 12) ร้อยละ 39.24 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด นำจำนวน ทั้งหมดในประโยคจำนวนมาบวกกันแล้วเติมในช่องว่าง (ตอบ 16) ร้อยละ 16.45 ของจำนวน

นักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และพบนักเรียนตอบทั้งสองจำนวน (12 และ 16) ร้อยละ 5.70 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 2 มุ่งตรวจสอบความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับในเรื่องของการลบ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 5.06 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด ไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพบว่านักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยนักเรียนจะนำจำนวนสองจำนวนแรกมาลบกันแล้วเติมในช่องว่าง (ตอบ 2) ร้อยละ 46.20 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด นักเรียนหาจำนวนที่หน้า 6 มาลบออกด้วยจำนวนนั้นแล้วมีค่าเท่ากับสองจำนวนแรกลบกัน (ตอบ 4) ร้อยละ 19.63 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และพบนักเรียนตอบทั้งสองจำนวน (2 และ 4) ร้อยละ 5.06 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด

ในข้อ 3 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการใช้สมบัติของการดำเนินการ ได้แก่ สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 8.23 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด มีนักเรียนร้อยละ 66.45 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด สามารถเติมคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่แสดงแนวคิด และไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์

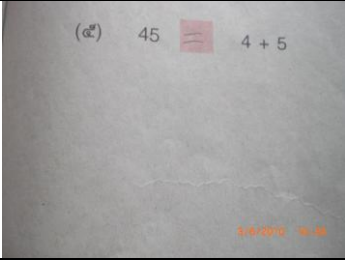
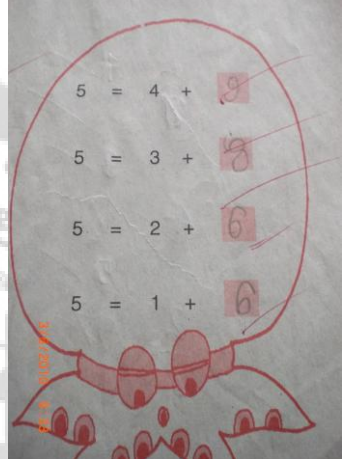
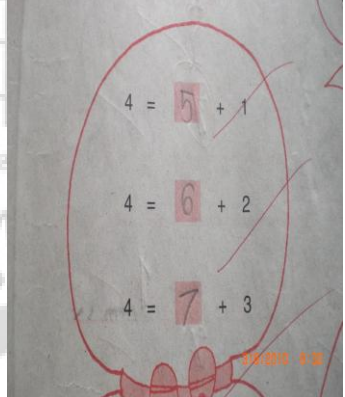
ในข้อ 4 มุ่งตรวจสอบความสามารถในการมองประโยคโดยภาพรวม นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยใช้การคำนวณเชิงพีชคณิตร้อยละ 7.60 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องอย่างเดียวไม่แสดงการคิดร้อยละ 45.57 ของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบทั้งหมด และไม่พบนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์

ผลจากการสังเกตและสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการ พบว่ากลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ส่วนมากใช้วิธีการนับ โดยจะใช้นิ้วมือช่วยในการคิดเช่นเดียวกับการเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งก่อน นักเรียนคิดตามลำดับขั้นตอนวิธีการดำเนินการ ไม่มองความสัมพันธ์ของจำนวน เมื่อนักเรียนพบปัญหาที่มีความยุ่งยากนักเรียนจะใช้การแปลงปัญหาที่ยุ่งยากดังกล่าวมาให้เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย

ผลจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนอย่างไม่เป็นทางการ พบว่า กลยุทธ์ที่ใช้สอนในเรื่องของการบวก นักเรียน 3 ใน 5 คนจะใช้การนับ หรือใช้การบวกตามขั้นตอนวิธี ได้แก่การบวกในแนวตั้งและแนวนอน การหาผลบวกโดยวิธีการทบสิบครูจะสอนให้นักเรียนใช้วิธีการดังกล่าว เฉพาะนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูง ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับปานกลาง และต่ำ จะไม่ใช้กลยุทธ์นี้ และนอกจากสองกลยุทธ์นี้ไม่มีการสอนกลยุทธ์ใดๆ เพิ่มเติมอีก เนื่องจากเวลาในการเรียนค่อนข้างจำกัด เนื้อหาในการสอนมีมาก

และจากการวิเคราะห์เอกสารประกอบการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องต่อไปนี้

ตาราง 10 ความเข้าใจคลาดเคลื่อนของนักเรียนในเรื่องการบวกและการลบจำนวน

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน	ตัวอย่าง
<p>นักเรียนไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำหลัก นั่นคือไม่เข้าใจว่า ตัวเลข 4 ของจำนวน 45 มีค่าเป็น 40</p>	
<p>นักเรียนคุ้นเคยกับประโยคจำนวนในรูปแบบ $a+b=c$ คิดว่าจำนวนที่เติมในช่องว่างจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการเสมอ</p>	
<p>นักเรียนเข้าใจว่าหลังเครื่องหมายเท่ากับจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการ จำนวนทั้งหมดที่อยู่ในประโยค</p>	

ผลจากการศึกษาสภาพจริง พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษายังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องเครื่องหมายเท่ากับ โดยเห็นว่าจำนวนที่นำมาเติมหลังเครื่องหมายเท่ากับจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการของจำนวนทั้งหมดที่อยู่ในประโยค การคิดหาคำตอบของนักเรียนจะใช้วิธีการทางพีชคณิต คิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ไม่มองความสัมพันธ์ของจำนวนในประโยค ดังนั้นจึงมีความจำเป็นสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษา

1.4 การศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และรูปแบบการสอนแบบ ACT และ CGI เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และรูปแบบการสอนแบบ ACT และ CGI ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยให้นักเรียนแก้ปัญหา เรื่องการบวกและการลบจำนวน เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ที่เน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีคิด ส่งเสริมให้มีการคิดด้วยวิธีที่หลากหลาย รายละเอียดมีดังต่อไปนี้

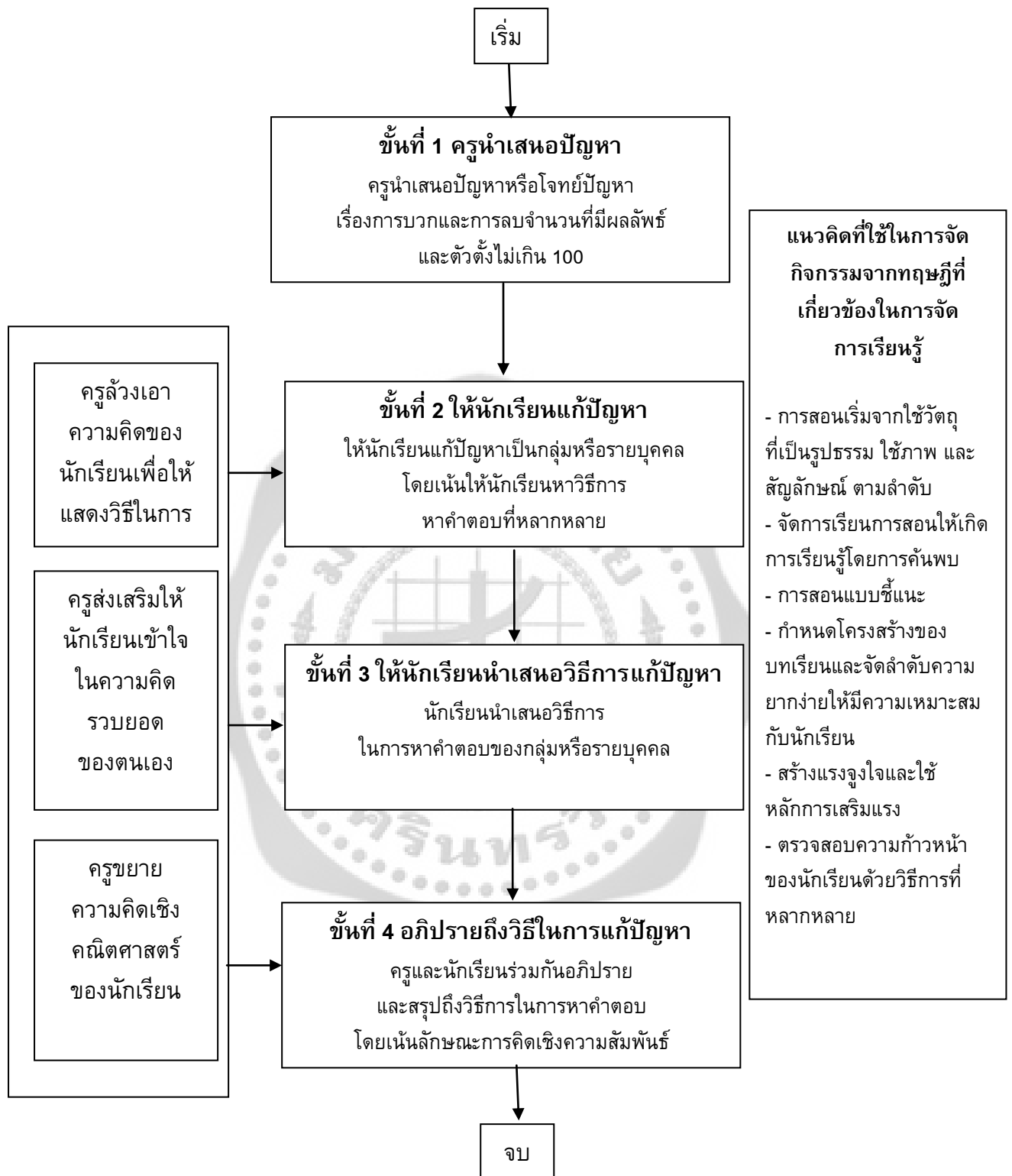
1. ครูนำเสนอปัญหา ครูเลือกและนำเสนอปัญหาหรือโจทย์ปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ที่น่าสนใจและเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ใช้ปัญหาที่มีวิธีในการคิดที่หลากหลาย และครูต้องคาดหวังในตัวนักเรียนทุกคนในระดับสูงว่านักเรียนสามารถคิดแก้ปัญหาได้

2. ให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูให้เวลานักเรียนในการคิด และรอฟังรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน หรือย้ำเตือนความทรงจำของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกัน ให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ได้

3. ให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา ครูพยายามล้วงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น เช่น ใครแก้ปัญหาในข้อนี้โดยใช้วิธีการอื่นๆ บ้าง ใครทำวิธีที่ไม่เหมือนเพื่อนทำบ้าง หรือ สามารถใช้วิธีการอื่นๆ ได้อีกไหม นอกจากนี้ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดให้มากขึ้น และใช้ข้อความที่นักเรียนอธิบายมาเป็นเนื้อหาในการเรียนการสอน ครูเขียนวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนนำเสนอบนกระดาน เพื่อให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้ปัญหาหรือวิธีการคิดที่หลากหลาย นอกจากนี้ได้ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ

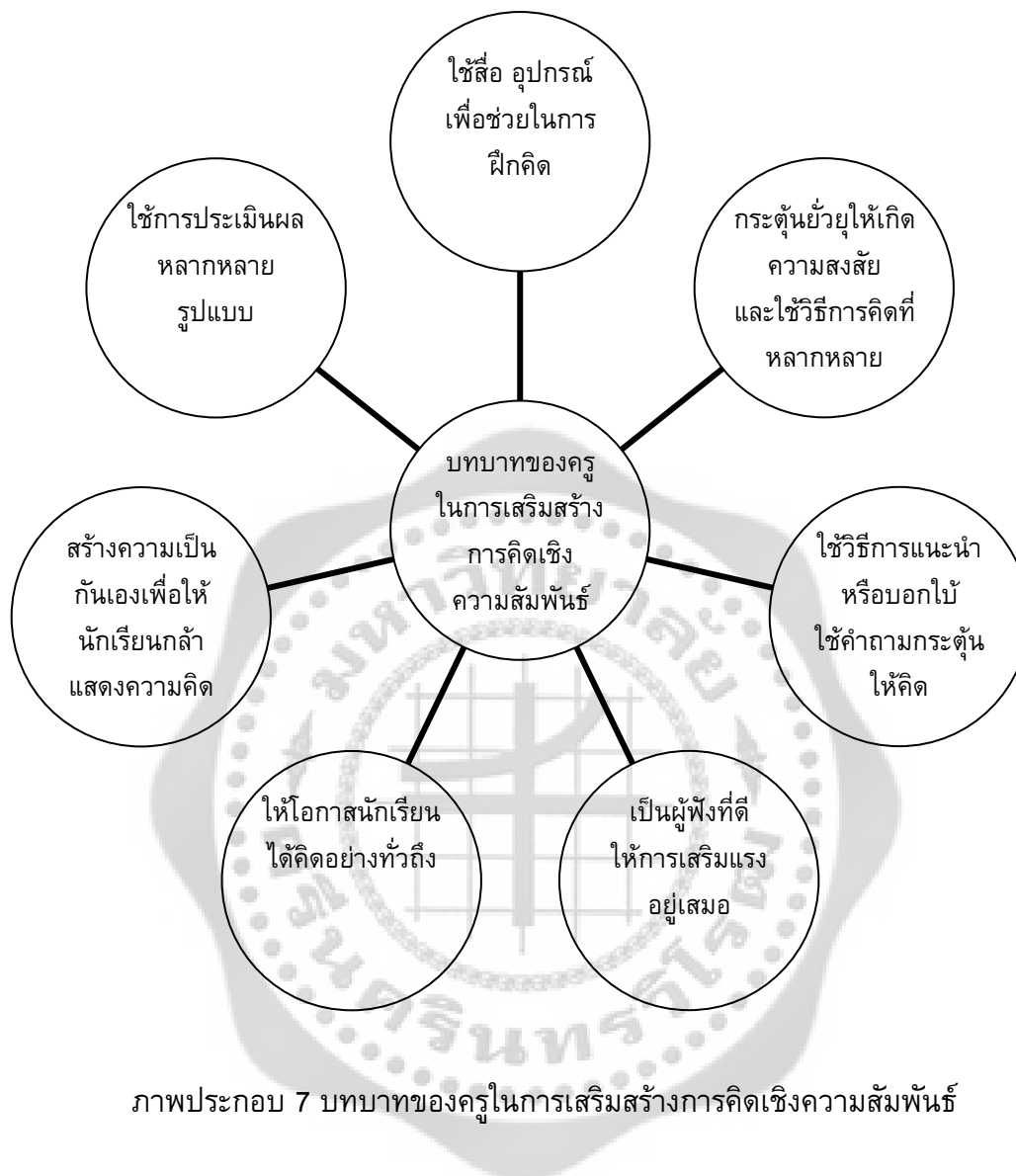
4. อภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหา โดยคัดเลือกนักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่มีวิธีการแตกต่างกัน ร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการดังกล่าว และให้นักเรียนยอมรับความผิดพลาดของตน โดยไม่ต้องกังวลกับคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เพื่อให้นักเรียนกระตือรือร้นในการใช้การคิดและมีส่วนร่วมในการอภิปราย ปลุกฝังให้นักเรียนรักความท้าทาย กล้าเผชิญกับปัญหาที่ยากและรับมือกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

กรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์
สรุปได้ตามขั้นตอน ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

สำหรับบทบาทของครูในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 บทบาทของครูในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

สำหรับรายละเอียดบทบาทของครูในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีดังต่อไปนี้

1. ใช้สื่อ อุปกรณ์ เพื่อช่วยในการฝึกคิด

ใช้สื่อ อุปกรณ์ วัตถุที่เป็นรูปธรรมสามารถจับต้องได้ในช่วงแรกๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น ตัวนับ เบี้ย แท่งไม้ ไม้ไอศกรีม จากนั้นเปลี่ยนมาใช้รูปภาพ เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างภาพในใจและนำไปสู่การคิดที่เป็นนามธรรมได้

2. กระตุ้นยั่วยุให้เกิดความสงสัยและใช้วิธีการคิดที่หลากหลาย

กระตุ้นและยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสงสัย เกิดการเรียนรู้ในลักษณะการค้นพบ และพยายามคิดวิธีการหาคำตอบให้หลากหลาย โดยใช้รูปแบบของการแข่งขันเป็นกลุ่ม เช่น ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาวิธีการคิดที่หลากหลาย โดยพิจารณาว่ากลุ่มใดมีวิธีการคิดมากที่สุด หรือกลุ่มใดได้วิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพที่สุด วิธีการคิดใตงายที่สุด เร็วที่สุด เป็นต้น

3. ใช้วิธีการแนะนำ หรือบอกใบ้ใช้คำถามกระตุ้นให้คิด

ใช้วิธีการแนะนำหรือบอกใบ้ ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถคิดหาคำตอบได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น การหาผลบวกของ 21+22 ครูอาจทบทวนการหาผลบวกของพหุคูณของสิบก่อนโดยใช้ภาพประกอบ ได้แก่ สิบบวกสิบ ยี่สิบบวกยี่สิบ สามสิบบวกสามสิบ เป็นต้น จากนั้นบอกใบ้วิธีการคิดโดยถามนักเรียนว่า ยี่สิบบวกยี่สิบเป็นเท่าไร ยี่สิบบวกยี่สิบเอ็ดเป็นเท่าไร ยี่สิบบวกยี่สิบสองได้เท่าไร แล้วถ้ายี่สิบเอ็ดบวกยี่สิบสองได้เท่าไร

4. เป็นผู้ฟังที่ดี ให้การเสริมแรงอยู่เสมอ

ต้องเป็นผู้ฟังที่ดีรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนอย่างตั้งใจในขณะที่นักเรียนอธิบายหรือนำเสนอวิธีการคิด และใช้หลักการเสริมแรง เช่น การแจกเบียร์ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการนำเสนอวิธีการคิด ครูอาจตั้งข้อตลกกับนักเรียนว่าถ้านักเรียนนำเสนอวิธีการคิดที่ไม่ถูกต้อง นักเรียนยังคงได้รับเบียร์จากการร่วมแสดงวิธีการคิด

5. ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างทั่วถึง

เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างทั่วถึงโดยรอเวลาให้นักเรียนได้คิด สังเกตนักเรียน ถ้านักเรียนไม่แสดงการคิดครูต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิด

6. สร้างความเป็นกันเองเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิด

สร้างความเป็นกันเองกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิด โดยให้คำชมเชยหรือให้การเสริมแรงเมื่อนักเรียนแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ และเมื่อวิธีการคิดหาคำตอบไม่ถูกต้องก็ไม่ตำหนินักเรียน แต่ให้คำชมเชยสำหรับความกล้าในการแสดงความคิด

7. ใช้การประเมินผลหลากหลายรูปแบบ

ใช้การประเมินผลหลากหลายรูปแบบ เช่น ใช้การสังเกตจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม การนำเสนอวิธีการคิด การวิเคราะห์การเขียนจากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ถึงวิธีในการคิดหาคำตอบ

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วยเครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมเพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 และเครื่องมือสำหรับการวัดผลและประเมินผลกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

2.1 เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ประกอบด้วยคำชี้แจงสำหรับครู และแผนการจัดการเรียนรู้

2.1.1 คำชี้แจงสำหรับครู เป็นเอกสารสำหรับครูในการทำความเข้าใจการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วยจุดประสงค์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บทบาทของครูในการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล การคิดเชิงความสัมพันธ์

2.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ จำนวน 18 แผน
 แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย จุดประสงค์
 การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล โดยมี
 รายละเอียดดังตาราง 11

ตาราง 11 แสดงเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน

แผนที่	รายละเอียดของเนื้อหา	เวลาสอน
1-2	1. การเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่หลากหลาย	2 คาบเรียน
3	2. การหาผลบวกของจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบ	1 คาบเรียน
4	3. เครื่องหมายเท่ากับ กับ สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่	1 คาบเรียน
5	4. การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนหนึ่งหลัก	1 คาบเรียน
6	5. การบวกจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบกับจำนวนที่มีสองหลัก	1 คาบเรียน
7	6. การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก	1 คาบเรียน
8-9	7. โจทย์ปัญหาการบวก	2 คาบเรียน
10	8. การหาผลลบของจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบ	1 คาบเรียน
11	9. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก	1 คาบเรียน
12	10. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก	1 คาบเรียน
13	11. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบ	1 คาบเรียน
14	12. การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก	1 คาบเรียน
15-16	13. โจทย์ปัญหาการลบ	2 คาบเรียน
17	14. โจทย์บวกลบระคน	1 คาบเรียน
18	15. โจทย์ปัญหาระคน	1 คาบเรียน
19	16. ทดสอบ	1 คาบเรียน

การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษารูปแบบของประโยคจำนวนที่นำมาใช้ในการเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ซึ่งประกอบด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

ขั้นที่ 2 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบสอบวัตการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงตามคำแนะนำ

ขั้นที่ 3 นำแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) พิจารณาและตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence [IOC]) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

เมื่อ -1, 0, 1 แทน ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ และเห็นด้วย ตามลำดับ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

นำคะแนนจากผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาหาค่าเฉลี่ยในแต่ละข้อ ผลปรากฏว่าแผนการจัดการเรียนรู้เกือบทุกแผนมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1 ยกเว้นแผนที่ 3 ที่ 8 และที่ 15 ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.67

ขั้นที่ 4 นำแผนการจัดการเรียนรู้ มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะที่ได้รับจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

ขั้นที่ 5 นำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ครั้งที่ 1 ทดลองกับนักเรียน 3 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของการจัดกิจกรรมพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้บางแผนใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากเกินไปจึงปรับเนื้อหาให้เกิดความเหมาะสมและบางกิจกรรมยากเกินไปจึงปรับให้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงจากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่อง ครั้งที่ 1 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่องครั้งที่ 2 กับนักเรียนที่ไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น ป.1/4 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน แล้วปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมและชัดเจนอีกครั้ง เพื่อนำไปใช้ในการทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.2 เครื่องมือสำหรับการวัดผลและประเมินผลความสามารถด้านการคิด เชิงความสัมพันธ์

ในงานวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือสำหรับการวัดผลและประเมินผลความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์และแบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

2.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ ใช้สำหรับวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หลังการทดลองทันที จำนวน 21 ข้อ และหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ จำนวน 21 ข้อ ซึ่งแบบทดสอบทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบคู่ขนานกัน โดยแบบทดสอบแต่ละฉบับแบ่งเป็น 3 ด้าน ด้านละ 7 ข้อ คือ วัดความสามารถด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับจำนวน 7 ข้อ วัดความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชยจำนวน 7 ข้อ และวัดความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการจำนวน 7 ข้อ

ขั้นที่ 2 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงตามคำแนะนำ

ขั้นที่ 3 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หลังการทดลองทันที จำนวน 21 ข้อ และหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ จำนวน 21 ข้อ ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) พิจารณาและตรวจสอบความเที่ยงตรงตามจุดประสงค์ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง นำคะแนนจากผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านมาหาค่าเฉลี่ยในแต่ละข้อ ผลปรากฏว่าแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ใช้ทดสอบหลังการทดลองทันที และที่ใช้ทดสอบหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เกือบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1 ยกเว้น ข้อที่ 4 ข้อที่ 6 ข้อที่ 9 และข้อที่ 12 ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.67

ขั้นที่ 4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะที่ได้รับจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

ขั้นที่ 5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ไปทดสอบครั้งที่ 1 กับนักเรียนกลุ่มนำร่องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 3 คน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมทางด้านภาษา และปรับปรุงให้มีความชัดเจน

ขั้นที่ 6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ปรับปรุงจากขั้นที่ 5 ไปทดสอบครั้งที่ 2 กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ที่ไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น ป.1/4 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน แล้วปรับปรุงให้มีความเหมาะสมอีกครั้ง

ขั้นที่ 7 นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ได้จากขั้นที่ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปในแต่ละด้านของการวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ด้านละ 5 ข้อ ซึ่งรวมแล้วแบบทดสอบในแต่ละฉบับจะเหลือฉบับละ 15 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ ผลจากการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก พบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์มีความยากง่ายระหว่าง 0.31-0.72 และค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.49-0.81

ขั้นที่ 8 ตรวจสอบความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีกับหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ โดยการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนทั้งสองฉบับด้วยการทดสอบ t แบบคู่ (paired t-test) ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ค่าเฉลี่ยของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีกับหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่มีความแตกต่างกัน และความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีกับหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่มีความแตกต่างกัน แสดงว่าแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีกับหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์มีความเป็นคู่ขนาน

ขั้นที่ 9 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งสองฉบับด้วยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ซึ่งได้ตั้งเกณฑ์ค่าความเชื่อมั่นในแต่ละฉบับต้องไม่น้อยกว่า 0.70 ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.78 และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.76 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ทั้งสองฉบับ (ดูภาคผนวก ง)

2.2.2 แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 แบบ คือ แบบที่ 1 ใช้สำหรับการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในขณะที่ทำกิจกรรมที่เสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ และแบบที่ 2 ใช้ในการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายตลอดการทดลอง จำนวน 6 คน เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงลึก และใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายถึงวิธีการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนด เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

การพัฒนาแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้
ขั้นที่ 1 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยพัฒนาจากแบบสังเกตพฤติกรรมของ เอมอร์ สิทธิรักษ์ (2546: 43-44) ผู้วิจัยวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละด้าน ดังนี้

ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถในการเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย ความสามารถในการหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง ไม่ว่าจะป็นวิธีการใดก็ตาม และความสามารถในการใช้เครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ

ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถในการเขียนแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลาย มีร่องรอยการขีด เขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน ใช้ลูกศร หรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวน ใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถในการใช้สมบัติการสลับที่ช่วยในการหาคำตอบ ความสามารถในการใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่ตลอดจนสมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบ และไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ เพื่อหาพฤติกรรมในด้านความสามารถทั่วไปที่เสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพิจารณา ความพยายามในการคิดหากลยุทธ์ในการหาคำตอบ ใช้เวลาในการคิดหาคำตอบน้อยลง หากกลยุทธ์ที่ใช้หาคำตอบได้อย่างหลากหลาย มีการนำเสนอกลยุทธ์ที่ใช้หาคำตอบ มีส่วนร่วมในการตอบคำถามหรืออภิปราย มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

ขั้นที่ 2 นำแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงตามคำแนะนำ

ขั้นที่ 3 นำแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อในภาคผนวก ก) พิจารณาความเหมาะสมของภาษา

ขั้นที่ 4 นำแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะที่ได้รับจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

ขั้นที่ 5 นำแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ปรับปรุงจากขั้นที่ 4 ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ที่ไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น ป.1/4 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) แล้วปรับปรุงให้มีความเหมาะสมอีกครั้ง

2.2.3 แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้สำหรับการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อตรวจสอบวิธีการคิดหาคำตอบของนักเรียนเป้าหมายว่ามีวิธีการคิดในลักษณะใด

การพัฒนาแบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 สร้างแบบสัมภาษณ์โดยพัฒนาตามแนวทางของสุภางค์ จันทวานิช (2540: 74-103)

ขั้นที่ 2 นำแบบสัมภาษณ์ให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงตามคำแนะนำ

ขั้นที่ 3 นำแบบสัมภาษณ์ที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 6 คน ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) พบว่าสามารถใช้เพื่อสัมภาษณ์ผู้เรียนในเชิงลึกได้จริง

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลสรุปได้ดังตาราง 12
ตาราง 12 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ด้านข้อมูลที่ศึกษา	เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล
ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียน (เชิงปริมาณ)	แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิด เชิงความสัมพันธ์หลังการทดลอง
ความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียน (เชิงปริมาณ)	แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิด เชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์
พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียน (เชิงคุณภาพ)	1. แบบสังเกตพฤติกรรม แบบที่ 1 2. แบบสังเกตพฤติกรรม แบบที่ 2 3. แบบสัมภาษณ์

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองภาคสนามและเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการในขั้นตอนนี้เป็นการกำหนดกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย แบบแผนที่ใช้ในการทดลอง ระยะเวลาในการทดลอง และขั้นตอนในการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล โดยในแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียน คันทายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 4 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 133 คน โดยแต่ละห้องเรียนจัดแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1/3 ของโรงเรียน คันทายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 32 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยร่วมกับครูประจำชั้นคัดเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target student) เป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนอยู่ในระดับสูง 2 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 2 คน โดยเลือกแบบเจาะจงซึ่งคัดเลือกจากนักเรียนที่สามารถสื่อสารความคิดของตนได้ เพื่อทำการศึกษาเชิงลึกในด้านพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

การกำหนดแบบแผนการทดลอง

ผู้วิจัยได้ศึกษาแบบแผนการทดลองที่มีความเหมาะสมกับงานวิจัย โดยได้กำหนดแบบแผนการทดลองเป็นกลุ่มทดลองกลุ่มเดียวโดยมีรูปแบบการทดลองดังต่อไปนี้

กลุ่มทดลอง X Q1 Q2

โดย X หมายถึง การจัดกระทำ (Treatment) โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในรูปแบบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

Q1 หมายถึง ผลการประเมินหลังการทดลอง (Posttest) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

Q2 หมายถึง ผลการประเมินความคงทนในด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังจากสิ้นสุดการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์

ระยะเวลาในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 20 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 18 คาบเรียนและทดสอบ 2 คาบเรียน โดยทดสอบภายหลังสิ้นสุดการทดลองทันที 1 คาบเรียน และทดสอบภายหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ 1 คาบเรียน

ขั้นการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาที่ผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญและทดลองนำร่องแล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ในนักเรียนกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยร่วมกับครูประจำชั้นคัดเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target student) เป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนอยู่ในระดับสูง 2 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 2 คน โดยเลือกแบบเจาะจงซึ่งคัดเลือกจากนักเรียนที่สามารถสื่อสารการคิดของตนได้ เพื่อทำการศึกษาเชิงลึกในด้านพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน
2. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยสอนในเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ท่านทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัยบันทึกพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายและนักเรียนคนอื่นๆ และผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายเพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
3. หลังสิ้นสุดการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที มีการเรียกสัมภาษณ์นักเรียนในกรณีที่แสดงวิธีการคิดหาคำตอบไม่ชัดเจน และสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายจำนวน 6 คนเพื่อทำการวิเคราะห์เชิงลึกในด้านพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์
4. หลังจากสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ เพื่อประเมินความคงทนด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ คะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ผลจากการสังเกตโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผลจากการสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) และหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบ t แบบคู่

4. นำผลจากงานเขียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลจากการสังเกตโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผลจากการสัมภาษณ์โดยใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในแต่ละด้าน โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าร้อยละ
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก การทดสอบ t แบบคู่ (paired t-test) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient)
3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบ Z และการทดสอบ t แบบคู่ (paired t-test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 แล้วศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ได้แก่

- ตอนที่ 1 ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์
- ตอนที่ 2 ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์
- ตอนที่ 3 พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ และพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถหรือการแสดงออกของนักเรียนในด้าน (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

ตอนที่ 1 ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีไปวิเคราะห์ข้อมูลแล้วหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 13

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรมในชั้นเรียน	70	39.43	56.32	6.41
2. แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ (หลังเรียน)	30	15.43	51.43	3.19
รวม	100	54.86	54.86	8.81

จากตาราง 13 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เท่ากับ 39.43 คิดเป็นร้อยละ 56.32 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.41 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีเท่ากับ 15.43 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 51.43 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.19 จึงส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีเท่ากับ 54.86 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 54.86 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.81

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยนำคะแนนรวมจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีไปหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยทดสอบสมมติฐาน โดยใช้การทดสอบ Z (Z-test) ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 14

ตาราง 14 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถ ด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม (คน)	Z-score	ค่าวิกฤติ
32	21	1.769*	1.645

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 14 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

ตอนที่ 2 ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไปวิเคราะห์ข้อมูลแล้วหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 15

ตาราง 15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัด

ความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที	30	15.43	51.43	3.19
2. แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์	30	15.75	52.50	3.31

จากตาราง 15 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเท่ากับ 15.43 คิดเป็นร้อยละ 51.43 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.19 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์เท่ากับ 15.75 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 52.50 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.31

2.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ โดยใช้การทดสอบ t แบบคู่ (paired t-test) ทดสอบสมมติฐานดังกล่าวข้างต้น ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 16

ตาราง 16 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	สถิติทดสอบ t	ค่าวิกฤติ
หลังการทดลองทันที	30	15.43	-1.056	.299
หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์	30	15.75		

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 16 พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีกับหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน แสดงว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

นอกจากนั้น เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ในด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการโดยใช้การทดสอบ t แบบคู่ (paired t-test) ปรากฏผลดังตาราง 17

ตาราง 17 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์แต่ละด้าน หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยหลังการทดลองทันที	ค่าเฉลี่ยหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์	สถิติทดสอบ t	ค่าวิกฤติ
ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ	10	5.06	5.28	-1.315	.198
ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย	10	5.18	5.03	.587	.561
ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ	10	5.18	5.43	-1.679	.103

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 17 พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถในด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ ทั้งหลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

ตอนที่ 3 พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในด้าน (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน สองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวน และการดำเนินการ

การวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน ร่วมกันวิเคราะห์ (1) ผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน (2) ผลการสังเกต พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมีแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ และกล่องวีดีโอ ช่วย บันทึกรายละเอียดเหล่านั้น และ (3) ผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับ กระบวนการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยมีแบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิด เชิงความสัมพันธ์ ช่วยบันทึกรายละเอียดเหล่านั้น

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยอธิบายพฤติกรรมข้างต้นของ นักเรียนทั้งชั้นเรียนจำนวน 32 คนและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 6 คน ซึ่งได้แก่ เป็นเอก ปลายฟ้า นิสา วาทิน ไบหญ้า และพอเพียง (นามสมมติ) โดยที่ เป็นเอกและปลายฟ้าเป็น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูง ชักถามและแสดงความคิดเห็นอยู่เสมอ ในขณะที่ นิสาและวาทินเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับปานกลาง ชักถามและแสดง ความคิดเห็นเป็นบางครั้ง ส่วนไบหญ้าและพอเพียงเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับต่ำ นั้นเฉยไม่ชักถามและไม่ค่อยแสดงความคิดเห็น

ในการอธิบายพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 3 ช่วง ดังนี้

- ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1-6
- ช่วงที่ 2 คาบเรียน 7-12
- ช่วงที่ 3 คาบเรียน 13-18

ในแต่ละช่วงของกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในด้าน (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ ที่เด่นชัดมาอธิบายรายละเอียดพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้นของนักเรียน ดังนี้

3.1 ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ

ในการศึกษาความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพิจารณา (1) การเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย (2) การหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง และ (3) การใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน และผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า นักเรียนที่เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย นักเรียนที่หาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้องมีจำนวนมากขึ้น และนักเรียนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ มีจำนวนมากขึ้น

(1) นักเรียนที่เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย มีจำนวนมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียน 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ” นักเรียนต้องเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ 5 แท่ง ให้แตกต่างกันหลายๆ รูปแบบ เช่น $1+4 = 5$ $3+2 = 4+1$ หรือ $5 = 3+2$ ซึ่งรูปแบบของการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอมีทั้งหมด 4 รูปแบบ ได้แก่

รูปแบบที่ 1 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบ $a+b = c$ หรือ $a-b = c$

รูปแบบที่ 2 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบ $a+b+d = e$ หรือ


$a+b+c+d=e$ หรือ $a+b+c+d+e = f$

รูปแบบที่ 3 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบ $a = b+c$

รูปแบบที่ 4 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบ $a+b = c+d$

ในกิจกรรมนี้ นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน เขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 1 ซึ่งอาจเนื่องมาจากนักเรียนคุ้นเคยกับประโยคจำนวนในรูปแบบ $a+b = c$ นี้ ดังภาพประกอบ 8 และมีนักเรียนจำนวน 2 คน จากทั้งหมด 32 คน ที่เขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 2 ดังภาพประกอบ 9 และไม่มีนักเรียนที่เขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4

ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย



$$4+1 = 5$$

$$5+0 = 5$$

$$3+2 = 5$$

$$2+3 = 5$$


$$0+5 = 5$$

$$1+4 = 5$$

$$10-5 = 5$$

ภาพประกอบ 8 ผลงานเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 1 ของนักเรียน ในคาบเรียน 1

ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย



$$2+1+2=5$$

$$4+1=5$$

$$0+5=5$$

$$10-5=5$$

$$1+1+1+1+1=5$$

ภาพประกอบ 9 ผลงานเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในรูปแบบที่ 2 ของนักเรียน ในคาบเรียน 1

จากการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนดินสอ 5 แท่ง ของนักเรียน พบว่า มีประโยคที่นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนดินสอดังกล่าวทั้งหมด 47 ประโยค เป็นประโยคที่เขียนอยู่ในรูปแบบที่ 1 จำนวน 39 ประโยค คิดเป็นร้อยละ 82.97 ของจำนวนประโยคทั้งหมด รูปแบบที่ 2 จำนวน 8 ประโยค คิดเป็นร้อยละ 82.97 ของจำนวนประโยคทั้งหมด และเมื่อผู้วิจัยนำเสนอการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนในรูปแบบที่ 4 โดยการยกตัวอย่างประโยคที่มีการลดขนาดของจำนวน ได้แก่ $1+0 = 1+0$ แล้วถามนักเรียนว่า “ประโยคจำนวนดังกล่าวถูกต้องหรือไม่” ปรากฏว่า นักเรียนจำนวน 29 คนจากทั้งหมด 32 คน ตอบว่าประโยคจำนวนดังกล่าวไม่ถูกต้อง มีนักเรียนจำนวน 3 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ยอมรับว่าประโยคดังกล่าวถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยถามต่อเนื่องจากว่า “ถ้านักเรียนคิดว่าประโยคดังกล่าวผิด จะแก้ไขให้ถูกต้องได้อย่างไร” ซึ่งนักเรียนจำนวน 20 คนจากจำนวนนักเรียนที่ตอบว่าประโยคดังกล่าวผิด ตอบตรงกันว่า “ต้องเขียนในรูปของ $1+0 = 1$ จึงจะถูกต้อง”

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ประโยคนี้ถูกหรือผิดเอ่ย” นักเรียนต้องพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวนรูปแบบต่างๆ ซึ่งรูปแบบของประโยคจำนวนที่กำหนดมีทั้งหมด 5 รูปแบบ ได้แก่

รูปแบบที่ 1 : ประโยคจำนวนที่เขียนในรูปแบบ $a+b = c$

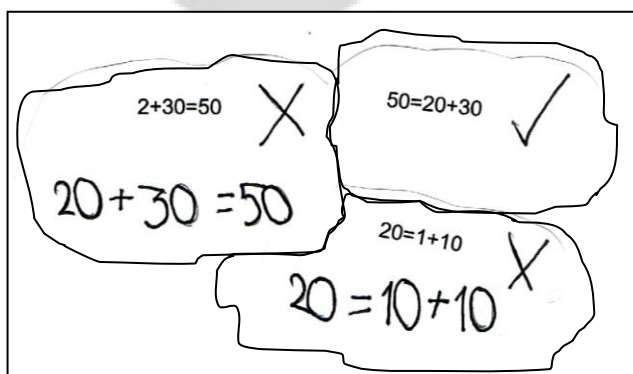
รูปแบบที่ 2 : ประโยคจำนวนที่เขียนในรูปแบบ $a = b+c$

รูปแบบที่ 3 : ประโยคจำนวนที่เขียนในรูปแบบ $a = b+c+d$

รูปแบบที่ 4 : ประโยคจำนวนที่เขียนในรูปแบบ $a+b = c+d$

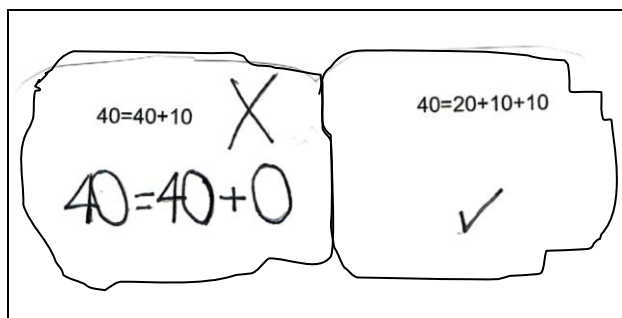
รูปแบบที่ 5 : ประโยคจำนวนที่เขียนในรูปแบบ $a+b+c=d+e$

ในกิจกรรมนี้ เมื่อนักเรียนพิจารณาประโยคจำนวนที่อยู่ในรูปแบบที่คุ้นเคย ซึ่งได้แก่ รูปแบบที่ 1 นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถตอบได้ถูกต้องว่าประโยคดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ และสามารถแก้ไขได้ถูกต้อง สำหรับประโยคที่ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 10



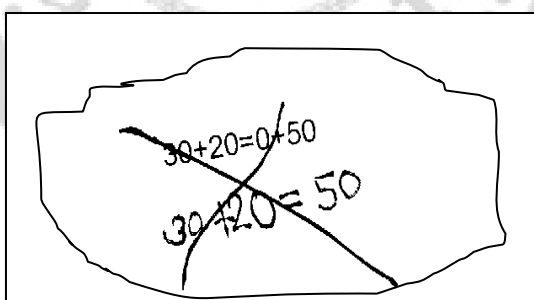
ภาพประกอบ 10 ร่องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวนรูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 ของนักเรียน

สำหรับประโยคจำนวนที่อยู่ในรูปแบบที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งได้แก่ รูปแบบที่ 2 ถึงรูปแบบที่ 5 นักเรียนจำนวน 27 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถตอบได้ถูกต้องว่า ประโยคในรูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 ถูกต้องหรือไม่ และสามารถแก้ไขประโยคจำนวนที่ไม่ถูกต้องให้ถูกต้องได้ ดังภาพประกอบ 11



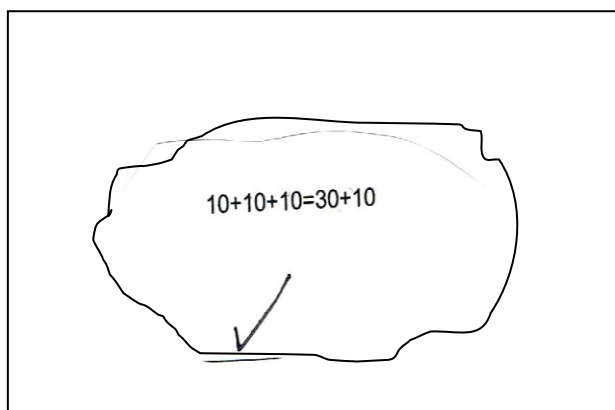
ภาพประกอบ 11 ร่องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวนรูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 ของนักเรียน

ส่วนประโยคจำนวนรูปแบบที่ 4 และรูปแบบที่ 5 มีนักเรียนจำนวน 15 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ไม่สามารถตอบได้ถูกต้องว่าประโยคดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ เช่น นักเรียนเห็นว่าประโยคจำนวน $30+20 = 0+50$ เป็นประโยคจำนวนที่ไม่ถูกต้อง จึงแก้ไขประโยคจำนวนดังกล่าวเป็น $30+20 = 50$ ดังภาพประกอบ 12



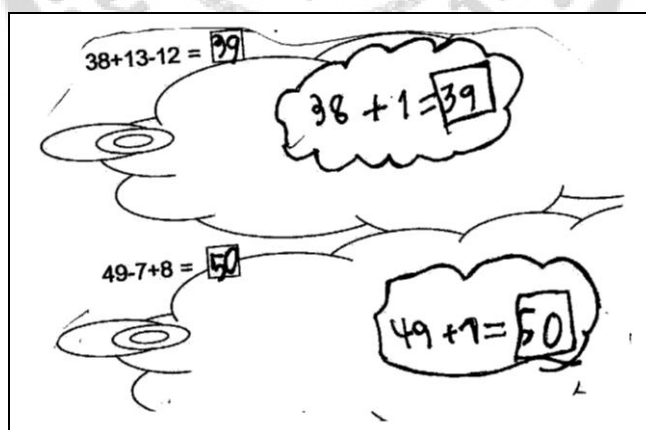
ภาพประกอบ 12 ร่องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวน $30+20 = 0+50$ ของนักเรียน

ส่วนประโยคจำนวนรูปแบบที่ 5 นักเรียนเห็นว่าประโยคจำนวน $10+10+10 = 30+10$ ซึ่งเป็นประโยคจำนวนที่ผิด แต่นักเรียนตอบว่า เป็นประโยคจำนวนที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 ร่องรอยการพิจารณาความถูกต้องของประโยคจำนวน $10+10+10 = 30+10$ ของนักเรียน

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากทีนักเรียนได้ผ่านประสบการณ์ในการเขียนประโยคให้หลากหลาย และผ่านการพิจารณารูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะต่างๆ เพื่อพิจารณาว่าการผ่านประสบการณ์ดังกล่าวจะส่งผลต่อการหาคำตอบของประโยคจำนวนในรูปแบบที่ไม่คุ้นเคยได้หรือไม่ ดังนั้นในคาบเรียน 17 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การบวกลบระคน” นักเรียนต้องหาคำตอบของประโยคจำนวนรูปแบบต่างๆ ที่ไม่คุ้นเคยเพิ่มมากขึ้น ในรูปแบบ $a+b-d = e$ และ $a-b+d = e$ ในกิจกรรมนี้ นักเรียนจำนวน 24 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนรูปแบบดังกล่าวได้ ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 การหาคำตอบของนักเรียนของประโยคจำนวนในรูปแบบ $a+b-d = e$ และ $a-b+d = e$

แต่นักเรียนที่ไม่สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนในลักษณะดังกล่าวได้ จากผลการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนยังมีปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนหลักเดียวไม่คล่อง ทำให้ไม่สามารถหา

คำตอบของประโยคจำนวนในลักษณะซับซ้อน เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนคิดโดยใช้อุปกรณ์ของจริงประกอบ ได้แก่ ไม้ไอศกรีม บล็อก ส่งผลให้นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน เขียนประโยคจำนวนในรูปแบบที่คุ้นเคย ซึ่งได้แก่ $a+b = c$ และ $a-b = c$ มีนักเรียนเพียงจำนวน 2 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่เขียนประโยคจำนวนในรูปแบบที่แตกต่างจาก 2 รูปแบบดังกล่าว ต่อมาเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการเขียนและพิจารณาประโยคจำนวนที่มีความหลากหลายมากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเขียนประโยคจำนวนที่ในรูปแบบที่หลากหลาย ได้มากขึ้นจำนวน 15 คนจากทั้งหมด 32 คน ได้แก่ รูปแบบ $a = b + c$ $a = b - c$ และส่งผลให้นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้จำนวน 24 คนจากทั้งหมด 32 คน ซึ่งนักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

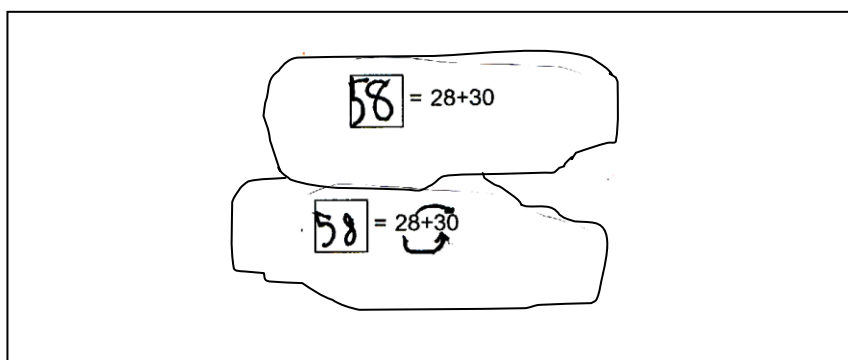
(2) นักเรียนหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง มีจำนวนมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 5 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การบวกจำนวนสองหลักกับจำนวนหนึ่งหลัก” นักเรียนต้องหาผลบวกของจำนวนสองหลักกับจำนวนหนึ่งหลัก ซึ่งในกิจกรรมนี้ นักเรียนจำนวน 25 คนจากทั้งหมด 32 คน ยังคุ้นเคยกับรูปแบบของประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะ $a+b = \square$ เมื่อผู้วิจัยนำเสนอประโยคของจำนวนในลักษณะ อื่นๆ เช่น $\square = a+b$ ได้แก่ $\square = 50+6$ และ $\square = 9+70$ พบว่านักเรียนไม่เข้าใจและไม่ยอมรับประโยคจำนวนในลักษณะดังกล่าว โดยไม่แน่ใจว่าจะหาคำตอบของประโยคจำนวนได้อย่างไร แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอ่านประโยคจำนวนที่กำหนด $\square = 50+6$ นักเรียนจะอ่านว่า “ช่องสี่เหลี่ยมเท่ากับห้าสิบบวกหก” แต่เมื่อตกลงกับนักเรียนว่าช่องสี่เหลี่ยมนั้นเปลี่ยนเป็นคำว่า “อะไร” และเมื่อให้นักเรียนอ่านประโยคจำนวนที่กำหนดใหม่อีกครั้งว่า “อะไรเท่ากับห้าสิบบวกหก” พบว่านักเรียน เริ่มเข้าใจว่าจะคิดหาคำตอบได้อย่างไร (นำ 50 บวกกับ 6) ซึ่งผลจากการวิเคราะห์งานเขียน และผลการสัมภาษณ์ในข้อดังกล่าว พบว่ามีนักเรียนตอบถูกจำนวน 23 คนจากทั้งหมด 32 คน สำหรับการหาคำตอบของประโยค $\square = 9+70$ พบว่ามีนักเรียนตอบผิดจำนวน 17 คน จากทั้งหมด 32 คน และในจำนวนที่ตอบผิด พบว่านักเรียนตอบ 97 มีจำนวน 7 คน จากทั้งหมด 32 คน ซึ่งจากการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนจะคุ้นเคยกับการหาคำตอบของ $70+9$ มากกว่า $9+70$ ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 9+70$ ของนักเรียนดังภาพประกอบ 15



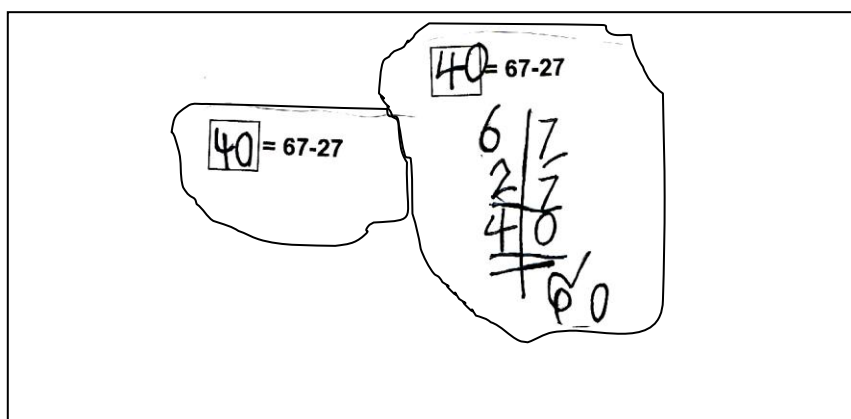
ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 9+70$ ของนักเรียน

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวน” นักเรียนต้องหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองกับจำนวนที่มีสองหลัก ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาที่มีโครงสร้างเดิม ได้แก่ $\square = 28+30$ พบว่า มีนักเรียนจำนวน 16 คนจากทั้งหมด 32 คน ไม่เข้าใจว่าจะหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนดได้อย่างไร แต่เมื่อผู้วิจัยย้ำเตือนถึงประโยคจำนวนเดิมที่คล้ายกับประโยคจำนวนที่กำหนดพบว่าจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถหาวิธีการในการหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนดได้ ดังภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 28+30$ ของนักเรียน

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 14 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การลบจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวน” นักเรียนต้องหาผลลบของจำนวนสองหลักกับจำนวนสองหลัก ในกิจกรรมนี้ เมื่อผู้วิจัยนำเสนอปัญหาในลักษณะเดิม รูปแบบของประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะ $\square = a-b$ เช่น $\square = 67-27$ พบว่า นักเรียนจำนวน 19 คนจากทั้งหมด 32 คน มีความเข้าใจว่าจำนวนที่นำมาเติมในช่องว่างจะต้องเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการหาผลลบของจำนวนที่กำหนด (67-27) ดังภาพประกอบ 17

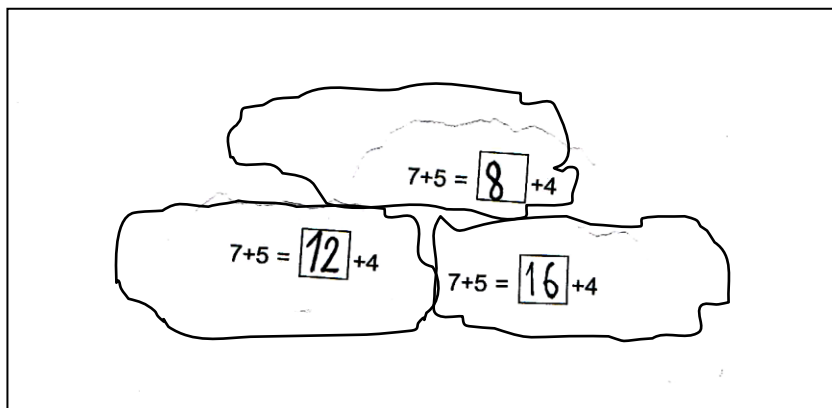


ภาพประกอบ 17 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 67-27$ ของนักเรียน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจำนวน 25 คนจากทั้งหมด 32 คน ไม่สามารถหาผลลัพธ์จากการดำเนินการของประโยคจำนวนในรูปที่แตกต่างจากประโยคที่คุ้นเคยได้ ต่อมาเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการหาคำตอบของประโยคจำนวนเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้จำนวน 16 คนจากทั้งหมด 32 คน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 2 และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้ถึงจำนวน 19 คนจากทั้งหมด 32 คน นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(3) นักเรียนใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ ได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ” โดยนักเรียนต้องหาคำตอบของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ ในการทำกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน เข้าใจว่าเครื่องหมายเท่ากับในประโยคจำนวนจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการเสมอ พิจารณาได้จากผลของการหาคำตอบของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ มีนักเรียนจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน คิดว่าจำนวนที่เติมในช่องว่างคือ 12 ซึ่งเป็นคำตอบของ $7+5$ นักเรียนจำนวน 8 คนจากทั้งหมด 32 คน คิดว่าจำนวนที่เติมในช่องว่างคือ 16 ซึ่งได้จากการนำ $7+5+4$ และพบว่า มีนักเรียนตอบถูกเพียง 2 คน ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ ของนักเรียน ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ ของนักเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในข้างต้นสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์
นักเรียนเป้าหมาย ดังนี้

การสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย “เป็นเอก” พบว่านักเรียนมีวิธีการในการหาคำตอบดังนี้

ครู : “นักเรียนหาจำนวนที่มาเติมในช่องว่างได้อย่างไร”

เป็นเอก : “ผมคิดว่า 7 บวกกับ 5 ได้ 12 แล้วผมก็หาจำนวนที่นำมาบวกกับ 4 ได้
เป็น 12”

ครู : “แล้วนักเรียนคิดหาจำนวนนั้นได้อย่างไร”

เป็นเอก : “ผมก็นับเพิ่มต่อจาก 4 จนถึง 12” (นักเรียนแสดงวิธีการนับโดยใช้นิ้วมือ
โดยนับต่อจาก 4 นั่นคือ นับ 5 6 7 ... 12 พร้อมกับงอนิ้วที่ละนิ้วขณะที่นับ ซึ่งพบว่ามือนิ้วทั้งหมด
8 นิ้ว) “ก็เลยตอบ 8”

ครู : “นักเรียนมีวิธีการคิดวิธีอื่นอีกไหม”

เป็นเอก : (นิ่งประมาณ 2 นาที) “ไม่มีแล้วครับ”

จากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย “นิสา” พบว่านักเรียนมีวิธีการในการหาคำตอบดังนี้

ครู : “นักเรียนหาจำนวนที่มาเติมในช่องว่างได้อย่างไร”

นิสา : “เอา 7 บวกกับ 5 ค่ะ ได้ 12”

ครู : “แล้วจำนวนนี้ นักเรียนคิดว่ามีไว้ทำไม” (ชี้ตรง +4)

นิสา : “หนูก็ไม่ทราบค่ะ แต่ 7 บวกกับ 5 ได้ 12 หนูคิดว่าช่องนี้ (ชี้ไปที่ช่อง
สี่เหลี่ยม) ต้องเติม 12”

ครู : ครูให้นักเรียนพิจารณาประโยคจำนวน 2 ประโยคดังนี้

$$7+5 = \square +4$$

และ $7+5 = \square$

“แล้วนักเรียนคิดว่าโจทย์สองข้อนี้เหมือนกันไหม”

นิสา : (นิ่งประมาณ 1 นาที) “ไม่เหมือนกันค่ะ”

ครู : “ต่างกันตรงไหนค่ะ”

นิสา : “ข้อแรกมีบวก 4 ข้างหลังแต่ข้อที่สองไม่มี”

ครู : “แล้วนักเรียนคิดว่าคำตอบของประโยคจำนวนประโยคที่ 2 จะตอบเท่าไรคะ”

นิสา : “อืม...หนูว่าข้อนี้ (ชี้ที่ประโยคจำนวนประโยคที่ 2) น่าจะตอบ 12 หนูเคยเห็น แต่ข้อนี้ (ชี้ที่ประโยคแรก) ไม่แน่ใจ”

ครู : “แล้วนักเรียนคิดว่าจะหาคำตอบของข้อนี้ได้ไหม”

นิสา : “หนูขอใช้ไม้ไอศกรีมได้ไหมคะ”

นักเรียนนับไม้ไอศกรีมมากองเป็น 2 กอง กองแรก 7 อัน และกองที่สอง 5 อัน นักเรียนนับไม้ไอศกรีมทั้งสองกองรวมกันได้ 12 อัน จากนั้นนับไม้ไอศกรีมมากองอีกกองหนึ่งจำนวน 4 อัน และหยิบไม้ไอศกรีมมาเพิ่มทีละ 1 มาวางใกล้ไม้ไอศกรีม ที่กอง 4 อัน นับ 5 6 7 ... จนถึง 12 นับไม้ไอศกรีมที่เพิ่มขึ้นมาใหม่

นิสา : “หนูคิดว่าคำตอบข้อนี้ต้องเป็น 8”

ครู : “ทำไมนักเรียนถึงคิดว่าต้องเป็น 8 ค่ะ”

นิสา : “เพราะว่า 8 รวมกับ 4 ได้เท่ากับ 12”

จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย “พอเพียง” พบว่านักเรียนมีวิธีคิดในการหาคำตอบดังนี้

ครู : “นักเรียนหาจำนวนที่มาเติมในช่องว่างได้อย่างไร”

พอเพียง : “เอา 7 บวกกับ 5 ครบ ได้ 12”

ครู : “นักเรียนคิดอย่างไรคะ”

พอเพียง : “เอา 5 ไว้ในใจ (เอามือซ้ายตบอก) เอาขึ้นมา 7 (ชูนิ้วขึ้น 7 นิ้ว) แล้วก็นับต่อ 6 7 8 ... 12 (ขณะนับหักนิ้วลงทีละนิ้ว)”

ครู : ครูให้นักเรียนพิจารณาประโยคจำนวน 2 ประโยคดังนี้

$$7+5 = \square +4$$

และ $7+5 = \square$

“แล้วนักเรียนคิดว่าโจทย์สองข้อนี้เหมือนกันไหม”

พอเพียง : (นิ่งประมาณ 1 นาที) “ไม่เหมือนกันครับ”

ครู : “ต่างกันตรงไหนค่ะ”

พอเพียง : “ผมว่าข้อแรกโจทย์ผิด”

ครู : “โจทย์ข้อแรกผิดอย่างไรคะ”

พอเพียง : “ผมว่าต้องไม่มีบวกสี่ข้างหลัง (ชี้ไปที่ +4)”

ครู : “ถ้าครูยืนยันว่าโจทย์ข้อนี้ไม่ผิด (ครูชี้ไปที่ประโยคแรก) นักเรียนคิดว่าคำตอบทั้งสองข้อนี้เหมือนกันไหม”

พอเพียง : “ผมว่าคำตอบเหมือนกัน”

จากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายทั้งสามคนพบว่า เป็นเอกและนิสา สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องของประโยคจำนวน $7+5 = \square +4$ ซึ่งแสดงว่านักเรียนทั้งสองคนสามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ ในขณะที่พอเพียงไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ซึ่งแสดงว่ายังมีข้อจำกัดในการใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ และยังคงเข้าใจว่าหลังเครื่องหมายเท่ากับต้องเป็นผลที่เกิดจากการหาผลบวกของ 7 กับ 5 เท่านั้น

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวน” นักเรียนต้องหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก ในช่วงนี้นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับรูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะอื่นมากขึ้น พิจารณาได้จากการที่นักเรียนมีข้อซักถามน้อยลงเกี่ยวกับการหาคำตอบในรูปแบบอื่นของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคย เช่น ประโยคจำนวนในลักษณะ $\square = 54+21$ ซึ่งผลจากการวิเคราะห์งานเขียนพบว่านักเรียนทำข้อดังกล่าวได้ถูกต้องจำนวน 17 คนจากทั้งหมด 32 คน ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 54+21$ ของนักเรียน ดังภาพประกอบ 19

Handwritten student work for the equation $\square = 54 + 21$. The top part shows two boxes, each containing $75 = 54 + 21$ with a circle around the equals sign. The bottom part shows a larger box containing $75 = 54 + 21$, $50 + 20 = 70$, and $4 + 1 = 5$.

ภาพประกอบ 19 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 54 + 21$ ของนักเรียน

สำหรับรูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะ $21+18 = 20 + \square$ ซึ่งในคาบเรียนที่ 9 นักเรียนได้พบในกิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหาทำให้คิด (ปัญหาลูกแก้วของนกกับปลา I) พบว่าเป็นปัญหาที่มีความยากสำหรับนักเรียน จากการสัมภาษณ์นักเรียนถึงความเข้าใจวิธีในการคิดหาคำตอบพบว่านักเรียนเพียงจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คนเท่านั้น ที่สามารถเข้าใจได้ว่าจำนวนที่นำมาเติมในช่องว่างเมื่อนำมารวมกับ 20 จะต้องมีผลบวกเท่ากับ 39

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 14 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การลบจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวน” นักเรียนต้องหาคำตอบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก ในกิจกรรมนี้นักเรียนสามารถหาคำตอบของของประโยคจำนวนในลักษณะ $\square = 38-20$ ได้อย่างถูกต้องจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 38-20$ ของนักเรียน ดังภาพประกอบ 20

ภาพประกอบ 20 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $\square = 38-20$ ของนักเรียน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน เข้าใจว่าเครื่องหมายเท่ากับในประโยคจำนวนจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการเสมอ ไม่ได้ใช้เครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน ต่อมาในช่วงที่ 2 นักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน และในช่วงที่ 3 นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจำนวนมากขึ้นจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน นักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนถึงสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

3.2 ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย

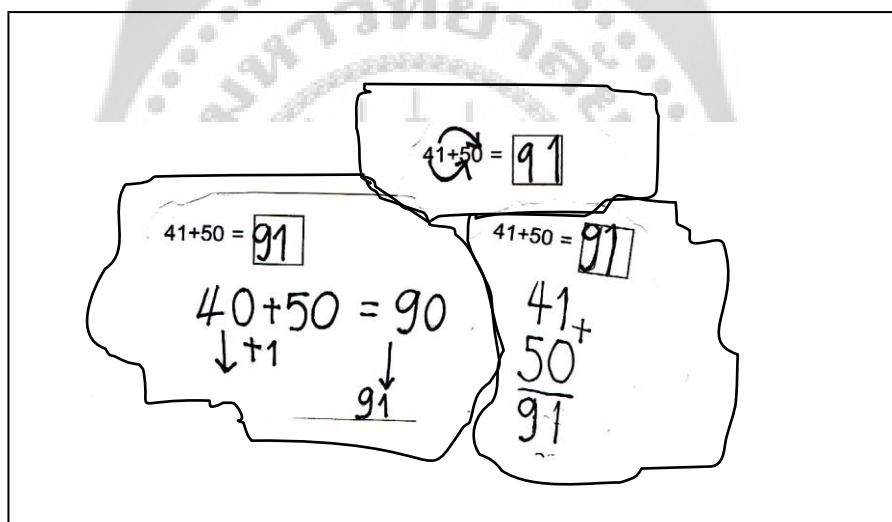
ในการศึกษาความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพิจารณา (1) ความสามารถในการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายและใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ (2) ร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนที่สัมพันธ์กัน และการใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวน และ (3) การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรม การคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน และผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่านักเรียนสามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายมากขึ้น และใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ นักเรียนมีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน หรือการใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวนเพิ่มขึ้น และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้มากขึ้น

(1) นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายมากขึ้น และใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ” นักเรียนต้องเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ 5 แท่งให้แตกต่างกันหลายรูปแบบ ในกิจกรรมนี้ นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คนไม่สามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนที่หลากหลาย ดังนั้น เมื่อลงมือปฏิบัติกิจกรรมในช่วงแรก พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจว่าจะเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างไร และการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายจะมีประโยชน์อย่างไร แต่เมื่อใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพยายามเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอในลักษณะอื่นๆ นักเรียนก็สามารถทำกิจกรรมดังกล่าวได้ และเมื่อถึงกิจกรรมท้าทาย ที่กำหนด $4+4 = 8$ และ $5+5 = 10$ ให้นักเรียนช่วยกันคิดวิธีการหาผลบวกของ $4+5$ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย พบว่านักเรียนจำนวน 31 คนจากทั้งหมด 32 คน ไม่สนใจสิ่งที่โจทย์กำหนด และนักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคิดหาคำตอบโดยการนับเพิ่มจากจำนวนแรกที่กำหนด พบนักเรียนเพียง 1 คนเท่านั้น ที่สามารถนำการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนที่หลากหลายมาใช้ในการคิดหาคำตอบ ซึ่งเป็นนักเรียนในกลุ่มเป้าหมายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง โดยอธิบายแนวคิด ดังนี้ “5 สามารถเขียนได้เป็น $4+1$ และจากที่โจทย์กำหนด $4+4$ ได้ 8 ดังนั้น $4+5$ จึงเพิ่มจาก 8 ขึ้นมา 1 เป็น 9” และเมื่อพบตัวอย่างการคิดหาคำตอบโดยใช้วิธีการดังกล่าว ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาวิธีที่แตกต่างจากวิธีการที่เพื่อเสนอไปแล้ว โดยเน้นสิ่งที่โจทย์กำหนด พบว่า มี

นักเรียนจำนวน 4 จากทั้งหมด 32 คนที่สามารถให้แนวคิดในการหาผลบวกที่น่าสนใจดังนี้ “**5+5 เป็น 10 ดังนั้น 4+5 จึงได้ค่าที่น้อยกว่า 10 อยู่ 1 คำตอบที่ได้จึงเป็น 9**”

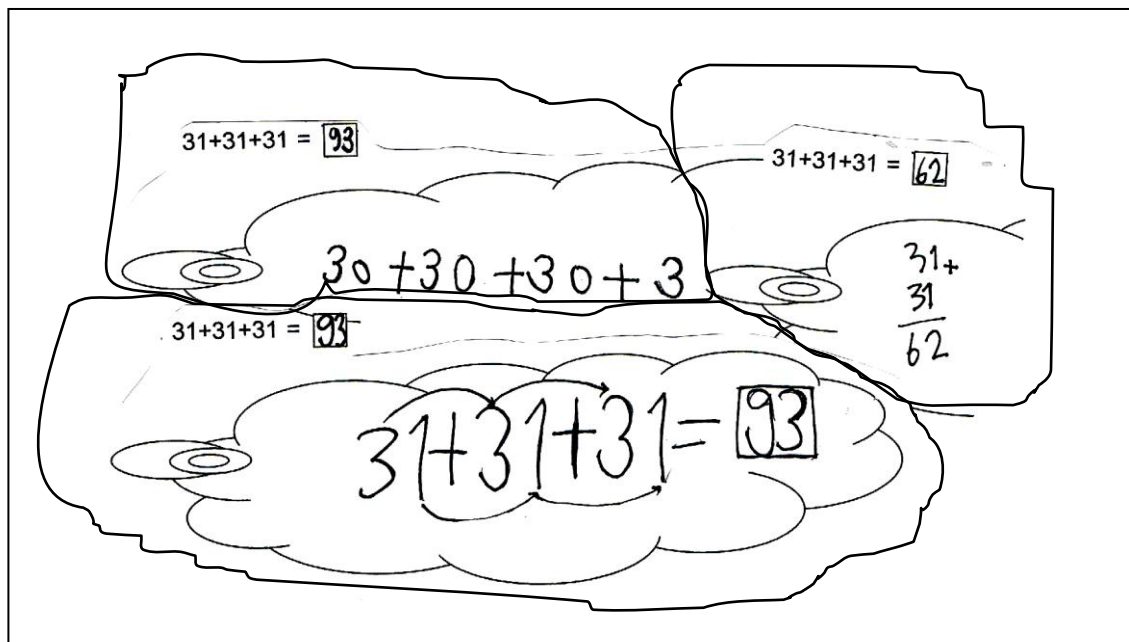
ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ทบทวนการบวกจำนวนที่มีสองหลัก” นักเรียนต้องหาผลบวกของจำนวนสองหลักกับจำนวนสองหลัก ในกิจกรรมนี้นักเรียนได้หาผลบวกของประโยคจำนวน $41+50 = \square$ ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนพบว่า มีนักเรียนหาคำตอบในข้อดังกล่าวได้ถูกต้อง จำนวน 28 คนจากทั้งหมด 32 คน ผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่หาคำตอบได้ถูกต้อง มีนักเรียนใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายโดยมอง **41 เป็น $40+1$** และใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ นักเรียนอธิบายแนวคิด ดังนี้ “ **$40+50$ ได้เป็น 90 และ 41 มากกว่า 40 อยู่ 1 ดังนั้น $41+50$ จึงเป็น 91**” นักเรียนใช้วิธีคิดในลักษณะดังกล่าวนี้จำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $41+50 = \square$ ของนักเรียน

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 17 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การบวกลดระคน” นักเรียนต้องหาคำตอบของประโยคจำนวนที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มคุ้นเคยกับการคิดหาคำตอบในลักษณะที่หลากหลายมากขึ้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการบวกลดระคน ในการหาผลบวกของ $31+31+31 = \square$ ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนพบว่า มีนักเรียนที่หาคำตอบในข้อดังกล่าวได้ถูกต้องจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน และจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่หาคำตอบได้ถูกต้อง มีนักเรียนใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายโดยมอง **31 เป็น $30+1$** และใช้ทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ นั่นคือนักเรียนสามารถหาผลบวกของ $30+30+30$ ได้เป็น 90 แต่ 31 มากกว่า 30 อยู่ 1 ดังนั้นคำตอบต้องเพิ่มขึ้น

จาก 90 อีก 3 เป็น 93 โดยพบว่านักเรียนใช้วิธีคิดในลักษณะดังกล่าวนี้จำนวน 15 คนจากทั้งหมด 32 คน ดังภาพประกอบ 22



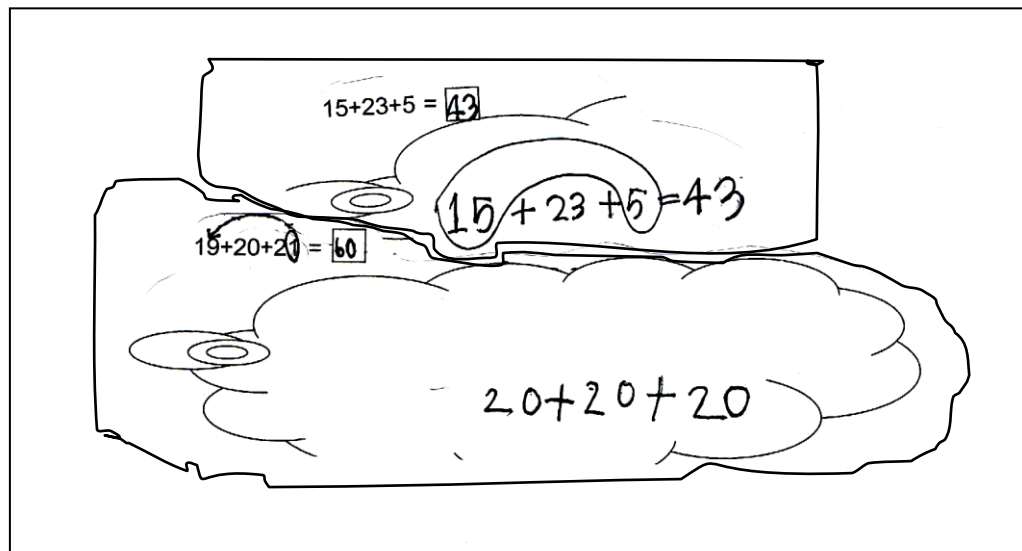
ภาพประกอบ 22 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $31+31+31 = \square$ ของนักเรียน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 1 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในลักษณะที่หลากหลายได้ ในช่วงที่ 2 มีนักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย และสามารถนำการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบได้ และนักเรียนสามารถนำไปช่วยหาคำตอบได้มากขึ้นเป็นจำนวน 15 คนจากทั้งหมด 32 คน ในช่วงที่ 3 นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(2) นักเรียนมีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน หรือการใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวนเพิ่มขึ้น

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน ทำให้ไม่มีการใช้ลูกศรหรือแผนภาพเพื่อช่วยในการเปรียบเทียบจำนวน อย่างไรก็ตามพฤติกรรมดังกล่าวเริ่มพบในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนขีดเขียน และโยงจำนวนในประโยค จำนวน 20 คนจากทั้งหมด 32 คน ซึ่งในจำนวนดังกล่าวมีนักเรียนจำนวน 13 คนที่ขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน ในช่วงที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่มีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน มีการใช้ลูกศรในการ

เปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนในประโยคเพื่อช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน ตัวอย่าง แสดงร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กันเพื่อช่วยในการหาคำตอบของนักเรียน ดังภาพประกอบ 23



ภาพประกอบ 23 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กันเพื่อช่วยในการหาคำตอบของนักเรียน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่ขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน และไม่มีนักเรียนที่ใช้ลูกศรหรือแผนภาพเพื่อช่วยในการเปรียบเทียบจำนวน พฤติกรรมดังกล่าวเริ่มพบในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 13 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน และพบว่ามีนักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวมากขึ้นเป็นจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน ในช่วงที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(3) นักเรียนใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ ได้มากขึ้น

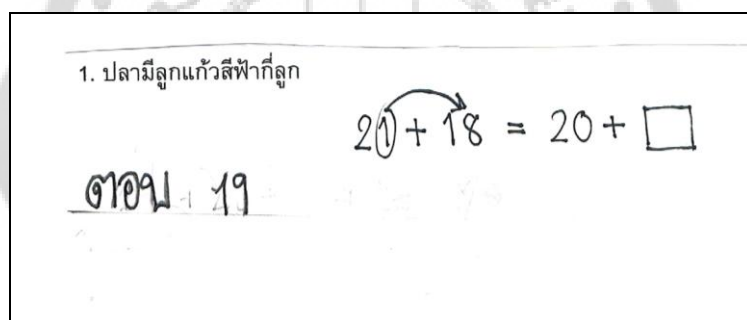
การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน เช่น $40+10 = \square + 20$ เป็นวิธีการที่นักเรียนใช้การเปรียบเทียบจำนวนโดยมองว่า 20 มากกว่า 10 อยู่ 10 ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวกกับ 20 แล้วได้เท่ากับผลบวกของ $40+10$ จะต้องมีย่านน้อยกว่า 40 อยู่ 10 ซึ่งจำนวนนั้นก็คือ 30

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 3 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การบวกจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบ” ในการหาคำตอบของประโยคจำนวน $40+10 = \square + 20$ ผลจากการ

วิเคราะห์งานเขียนพบว่า ในข้อดังกล่าวนักเรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้เพียง 5 คนจากทั้งหมด 32 คน นักเรียนส่วนใหญ่จะตอบ 50 และจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ตอบถูก ไม่มีนักเรียนคนใดที่ใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม **โจทย์ปัญหาทำให้คิด ปัญหาลูกแก้วของนกกับปลา** “นกกับปลามีลูกแก้วสีแดงกับลูกแก้วสีฟ้า รวมจำนวนเท่ากัน นกมีลูกแก้วสีแดง 21 ลูก และลูกแก้วสีฟ้า 18 ลูก ปลาจะมีลูกแก้วสีแดง 20 ลูก ปลาจะมีลูกแก้วสีฟ้ากี่ลูก” นั่นคือหาคำตอบของประโยคจำนวน $21+18 = 20 + \square$ ซึ่งผลจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและการสัมภาษณ์นักเรียนในแต่ละกลุ่มถึงวิธีในการคิดหาคำตอบ พบว่ามีนักเรียนเพียง 1 กลุ่มจาก 5 กลุ่มเท่านั้นที่สามารถแสดงแนวคิดในการหาคำตอบโดยใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ นั่นคือนำ 1 ออกจากจำนวน 21 เพื่อให้เหลือ 20 แล้วนำไปเติมให้ 18 ดังนั้นปลาจะมีลูกแก้วสีฟ้า 19 ลูก และมี 1 กลุ่มที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการคิดเชิงพีชคณิต ส่วนนักเรียนอีก 3 กลุ่มไม่สามารถหาคำตอบได้ ดังภาพประกอบ

24



ภาพประกอบ 24 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $21+18 = 20 + \square$ ของนักเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนข้างต้นสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายดังนี้ การสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายนักเรียนเป้าหมาย “ปลายฟ้า” พบว่า นักเรียนมีวิธีคิดในการหาคำตอบดังนี้

- ครู : “นักเรียนอ่านประโยคจำนวนในข้อนี้ให้ครูฟังหน่อย”
 ปลายฟ้า : “21 บวก 18 เท่ากับ 20 บวก อะไร”
 ครู : “หนูคิดหาคำตอบข้อนี้อย่างไรคะ เล่าให้ครูฟังหน่อย”
 ปลายฟ้า : “หนูเอา 1 จาก 21 ออกไป ให้เหลือ 20 แล้วไปเติม 18”
 ครู : “แล้วทำอย่างไรต่อคะ”
 ปลายฟ้า : “18 เพิ่มมา 1 ก็เป็น 19 ในช่องสี่เหลี่ยมก็ต้องเติม 19”

- ครู : “นักเรียนมีวิธีการคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกไหม”
 ปลายฟ้า : “มีค่ะ แม่หนูสอน”
 ครู : “คิดอย่างไรคะ เล่าให้ครูฟังหน่อย ”
 ปลายฟ้า : “ก็เอา 21 บวก 18 ได้ 39 แล้วก็เอา 39 ลบ 20 ”
 ครู : “คำตอบที่ได้เท่ากันไหม”
 ปลายฟ้า : “คำตอบเท่ากันค่ะ แต่หนูว่าวิธีคิดแบบแรกง่ายกว่า ”
 ครู : “ทำไมหนูบอกว่าง่ายกว่า”
 ปลายฟ้า : “ก็ไม่ต้องบวกเลย หนูว่าง่ายดี ”

จากผลจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเป้าหมาย ปลายฟ้า สามารถใช้วิธีการคิดหาคำตอบได้ทั้งสองวิธีนั่นคือใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ และใช้วิธีการคิดเชิงพีชคณิต ขณะที่นักเรียนเป้าหมายคนอื่นๆ เช่น เป็นเอก และวาทีนสามารถคิดหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการเชิงพีชคณิตอย่างเดียว ส่วน นิสา โบหญ้า และพอเพียงไม่สามารถแสดงวิธีคิดในการหาคำตอบของข้อนี้ได้

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 16 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม โจทย์ **ปัญหาทำให้คิด** ปัญหาลูกแก้วของนกกับปลา II “นกมีลูกแก้ว 47 ลูก แบ่งลูกแก้วไปให้น้อง 25 ลูก ปลามีลูกแก้ว 49 ลูก แบ่งลูกแก้วให้น้องจำนวนหนึ่ง นกและปลาเหลือลูกแก้วจำนวนเท่ากัน ปลาแบ่งลูกแก้วให้น้องไปกี่ลูก” นั่นคือหาคำตอบของประโยคจำนวน $47 - 25 = 49 - \square$ ซึ่งผลจากการทำกิจกรรมกลุ่มและการสัมภาษณ์วิธีในการคิดหาคำตอบ พบว่ามีนักเรียน 3 กลุ่มจาก 5 กลุ่มที่พยายามใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ แต่มีเพียง 2 กลุ่มจาก 3 กลุ่มดังกล่าวที่หาคำตอบได้ถูกต้อง คือ ตอบ 27

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่สามารถใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้ ในช่วงที่ 2 นักเรียนจำนวน 1 กลุ่ม จาก 5 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 20 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ และในช่วงที่ 3 พบว่านักเรียนจำนวน 2 กลุ่ม จาก 5 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดใช้วิธีการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

3.3 ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

ในการศึกษาความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพิจารณา (1) การใช้สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ (2) ใช้สมบัติพื้นฐานอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบ และ(3) ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน และ

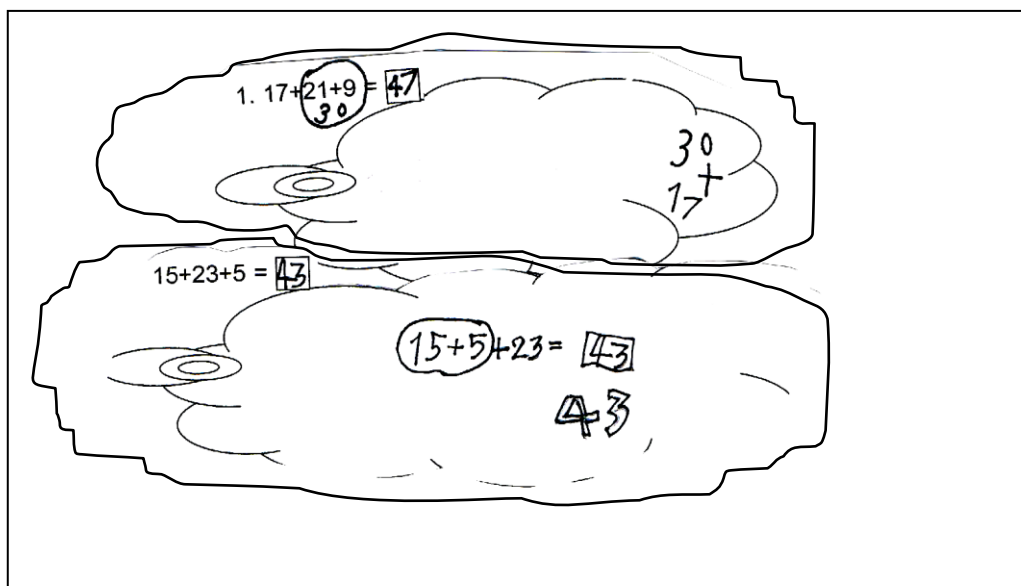
ผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการคิดเชิงความสัมพันธ์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ ได้จำนวนมากขึ้น แต่มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่สามารถใช้สมบัติพื้นฐานอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบ และนักเรียนไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี

(1) นักเรียนใช้สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบได้ จำนวนมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 4 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาผลบวกของจำนวนสามจำนวน” ผู้วิจัยได้ทบทวนเกี่ยวกับสมบัติสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในภาคเรียนที่ 1 ในลักษณะแบบไม่เป็นทางการ นั่นคือให้นักเรียนพิจารณาการหาผลบวกของ $10+9$ และ $9+10$ ว่ามีค่าเท่ากันหรือไม่ (สมบัติสลับที่) นักเรียนจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน เห็นว่าการหาผลบวกของจำนวน $9+10$ และ $10+9$ มีค่าเท่ากัน และมีนักเรียนสามารถบอกได้ว่า สมบัติดังกล่าวเรียกว่า “สมบัติสลับที่” นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนหาผลบวกของ $9 \ 8$ และ 1 โดยให้นักเรียน อธิบายวิธีการคิดหาผลลัพธ์เพื่อให้ได้คำตอบที่รวดเร็ว (สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่) ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนแต่ละกลุ่ม และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่ามีนักเรียนจำนวน 13 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถหาวิธีการบวกได้ โดยหาผลบวก 9 กับ 1 ก่อนได้ 10 และนำ 10 บวกกับ 8 ได้ 18

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 8 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ทบทวนเรื่องการหาผลบวกของจำนวนสามจำนวน” ผลจากการตรวจใบกิจกรรมและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่ามีนักเรียนจำนวน 14 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถใช้สมบัติสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ในการหาคำตอบของประโยคของจำนวน $8+30+2 = \square$

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 17 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม การบวกลดระคน ผลจากการวิเคราะห์งานเขียน และผลการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่ามีนักเรียนจำนวน 17 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถใช้สมบัติสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ในการหาคำตอบของประโยคของจำนวน $17+21+9 = \square$ ดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการคิดหาคำตอบของนักเรียน โดยใช้สมบัติการสลับที่ และการเปลี่ยนหมู่

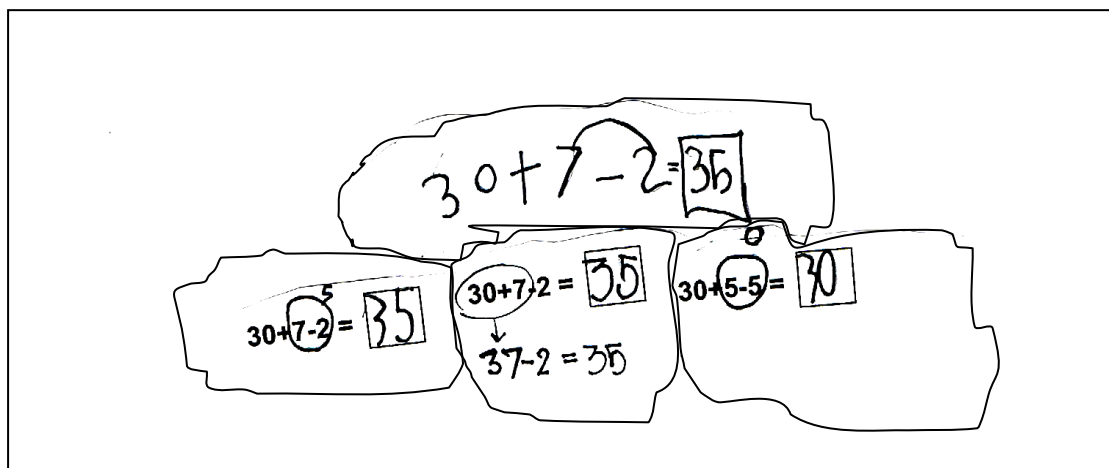
จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 13 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนได้ และมีนักเรียนใช้สมบัติดังกล่าวมากขึ้นในการจัดกิจกรรมเรียนรู้ในช่วงที่ 2 เป็นจำนวน 14 คนจากทั้งหมด 32 คน สำหรับในช่วงที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 17 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนได้

(2) นักเรียนใช้สมบัติพื้นฐานอื่น ๆ ช่วยในการหาคำตอบ ได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่พบว่านักเรียนมีการใช้สมบัติพื้นฐานอื่น ๆ ช่วยในการหาคำตอบ เนื่องจากในช่วงดังกล่าวเป็นการทบทวนสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มเพียงเท่านั้น อีกทั้งรูปแบบของประโยคจำนวนในช่วงแรกไม่สามารถนำสมบัติพื้นฐานอื่น ๆ มาช่วยในการหาคำตอบได้

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 12 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก” นักเรียนจะพบรูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะ $30 + 7 - 2 = \square$ และได้มีการสอดแทรกประโยคจำนวนในลักษณะ $30 + 5 - 5 = \square$ โดยให้นักเรียนหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าว ซึ่งถ้านักเรียนตระหนักได้ถึงสมบัติพื้นฐาน $a - a = 0$ และสมบัติเอกลักษณ์การบวก $a + 0 = a$ นักเรียนก็จะสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวได้อย่างรวดเร็ว ผลจากการสัมภาษณ์ พบว่า มีนักเรียนเพียงจำนวน 5 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่

มองประโยคในภาพรวม และสามารถใช้สมบัติดังกล่าวในการคำตอบได้ในทันทีว่าจำนวนที่ต้องนำมาเติมในช่องว่างเป็น 30 ดังภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 ตัวอย่างแสดงร่องรอยการคิดหาคำตอบของนักเรียน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนสอดคล้องกับการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย ดังนี้

ผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย “เป็นเอก” พบว่านักเรียนมีวิธีคิดในการหาคำตอบ

ดังนี้

ครู : “นักเรียนหาจำนวนที่นำมาเติมในช่องว่างได้อย่างไร”

เป็นเอก : “ผมคิดว่า 30 เมื่อเพิ่มมา 5 และออกไป 5 ก็จะเหลือเท่าเดิม”

ครู : “แล้วนักเรียนคิดหาผลบวกของ 30 กับ 5 ก่อนไหม”

เป็นเอก : “จริงๆจะหาก็ได้ครับ หรือไม่หาก็ได้ ถ้าจะให้เร็วๆก็ไม่ต้องหา”

ครู : “ถ้าเป็นโจทย์ข้อนี้ นักเรียนหาคำตอบได้หรือเปล่า” (ครูนำเสนอประโยค

ของจำนวน $31+9-8 = \square$)

เป็นเอก : (มองดูโจทย์หนึ่งประมาณ 1 นาที) “ผมคิดว่าน่าจะได้ 32”

ครู : “ทำไมนักเรียนคิดว่าได้คำตอบเป็น 32 คิดอย่างไร”

เป็นเอก : “ผมคิดว่า 9 ลบ 8 จะเหลือ 1 แล้วเอา 1 มารวมกับ 31 ก็ได้ 32”

และจากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย “นิสา” พบว่านักเรียนมีวิธีคิดในการหาคำตอบ

ดังนี้

ครู : “นักเรียนหาจำนวนที่นำมาเติมในช่องว่างได้อย่างไร”

นิสา : “หนูเอา 30 บวก 5 ได้ 35 แล้วลบออก 5 ได้ 30”

ครู : “ถ้านักเรียนคิดหาคำตอบเร็วๆ จะคิดอย่างไร”

นิสา : (มองดูโจทย์หนึ่งประมาณ 1 นาที พยักหน้า) “จริงๆหนูว่าไม่ต้องเอา 30 บวกกับ 5 ก็ได้ค่ะ เราเอา 5 หักออกจาก 5 เลขก็ได้”

ครู : “ถ้าเป็นโจทย์ข้อนี้นักเรียนหาคำตอบได้หรือเปล่า” (ครูนำเสนอประโยคของจำนวน $31+9-8 = \square$)

นิสา : (มองดูโจทย์หนึ่งประมาณ 2 นาที ชูนิ้วขึ้นมา 9 นิ้วลง 8 นิ้ว) “หนูคิดว่าน่าจะได้ 32”

ครู : “นักเรียน คิดอย่างไร เล่าให้ครูฟังหน่อย”

นิสา : “มี 9 (พร้อมกับแสดงท่าทางชูนิ้วขึ้นมา 9 นิ้ว) ลบไป 8 (หักนิ้วลง 8 นิ้ว) ก็จะเหลือ 1 เอา 31 บวกกับ 1 ก็ได้ 32 ค่ะ”

ผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย พบว่า เป็นเอกสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวได้อย่างรวดเร็ว ส่วนนิสาไม่สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนดังกล่าวได้ในทันทีแต่เมื่อถูกกระตุ้นให้พยายามหาวิธีคิดนักเรียนก็สามารถหาคำตอบได้ โดยใช้สมบัติพื้นฐาน $a-a=0$ และสมบัติเอกลักษณ์การบวก $a+0=a$

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 18 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ทบทวน โจทย์บวกลบระคน” นักเรียนจะพบรูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะ $24+8-7 = \square$ พบว่ามีนักเรียนจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 27

Handwritten student work for the problem $24+8-7 = \square$. The work shows three different ways to solve it:

$$24+8-7 = 25$$

$$24+(8-7) = 25$$

$$24+8-7 = 25$$

The final answer 25 is boxed.

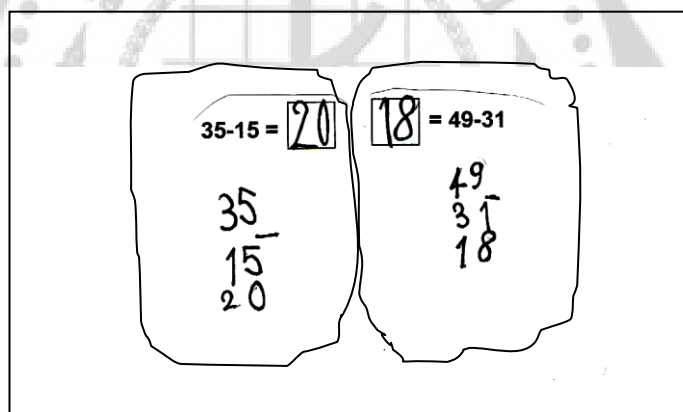
ภาพประกอบ 27 ตัวอย่างการหาคำตอบของประโยคจำนวน $24+8-7 = \square$ ของนักเรียน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนสามารถใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน เนื่องจากในช่วงดังกล่าวเป็นการทบทวนสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่เพียงเท่านั้น อีกทั้งรูปแบบของประโยคจำนวนใน

ช่วงแรกไม่สามารถนำสมบัติพื้นฐานอื่นๆ มาช่วยในการหาคำตอบได้ นักเรียนพบรูปแบบของประโยคจำนวนที่สามารถใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบได้ในครั้งที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งพบว่ามึนักเรียนจำนวน 5 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถนำสมบัติพื้นฐานอื่นๆ ได้แก่ สมบัติพื้นฐาน $a-a = 0$ และสมบัติเอกลักษณ์การบวก $a+0 = a$ มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน และมีนักเรียนเพิ่มมากขึ้นเป็นจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนในการจัดกิจกรรมเรียนรู้ในช่วงที่ 3

(3) นักเรียนไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี

ในช่วงแรกและครั้งที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คน หาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนดโดยใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ซึ่งพบมากในเรื่องของการลบ เช่น ในคาบเรียนที่ 14 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก” พบว่านักเรียนจำนวน 24 คนจากทั้งหมด 32 คน ใช้วิธีคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี เช่น การบวกแนวตั้ง ดังภาพประกอบ 28



ภาพประกอบ 28 ตัวอย่างการคิดหาคำตอบของนักเรียนโดยใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี

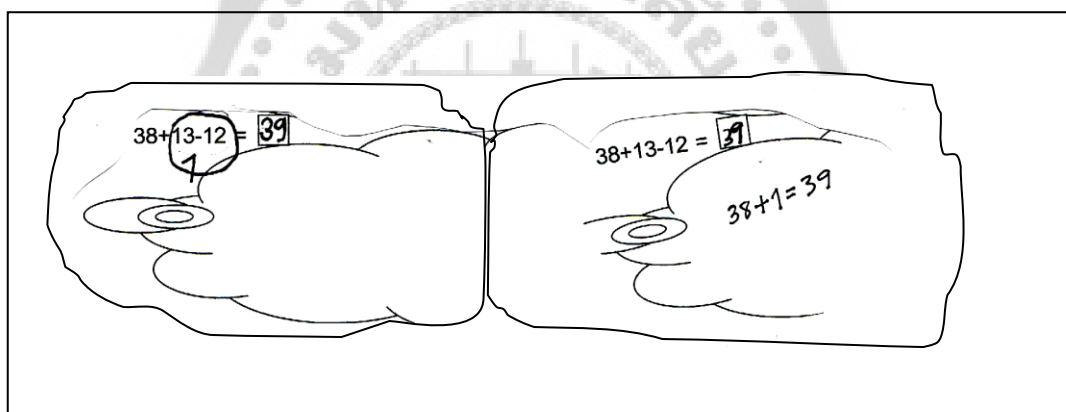
ผลจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนมีวิธีการคิดหาคำตอบในเรื่องของการลบดังนี้ ใช้วิธีการลบในแนวตั้ง ใช้วิธีการลบในแนวนอน และการมองความสัมพันธ์ของจำนวน เช่น การหาคำตอบของ $35-15 = \square$ พบว่ามึนักเรียนจำนวน 14 คนจากทั้งหมด 32 คน ใช้วิธีการคิดหาคำตอบโดยการลบในแนวตั้ง ซึ่งจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ใช้วิธีการลบในแนวตั้ง พบว่า นักเรียนชอบใช้วิธีการดังกล่าวเนื่องจากสามารถมั่นใจได้ ว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง และมั่นใจว่าการใช้วิธีการลบในแนวนอน มีนักเรียนใช้วิธีการลบในแนวนอนจำนวน 10 คนจากทั้งหมด 32 คน และนักเรียนใช้

การมองความสัมพันธ์ของจำนวน 8 คนจากทั้งหมด 32 คน ซึ่งพบว่านักเรียนที่ใช้วิธีการคิดลักษณะนี้จะไม่แสดงวิธีการคิด แต่จะเขียนเฉพาะคำตอบที่ได้ในช่องว่าง เช่น เต็ม 20 ในช่องว่าง ซึ่งผลการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนจะใช้วิธีการมองความสัมพันธ์ของจำนวนซึ่งแยกออกเป็น 2 ลักษณะได้แก่

ลักษณะที่ 1 นักเรียนจะมอง 35 เป็น 20 บวกกับ 15 และนำ 15 ออกไป ดังนั้นจะได้คำตอบเป็น 20

ลักษณะที่ 2 นักเรียนจะมองว่า 35 เป็น 30 กับ 5 และมอง 15 เป็น 10 กับ 5 จากนั้นนำ 5 หักลบกับ 5 และนำ 30 หักลบออก 10 ก็จะได้คำตอบเป็น 20

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 17 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “โจทย์บวกลบระคน” นักเรียนจะพบรูปแบบของประโยคจำนวนในลักษณะ $38+13-12 = \square$ พบว่ามีนักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนได้อย่างถูกต้องโดยใช้วิธีการมองภาพรวมของประโยคไม่ใช้วิธีการคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ดังภาพประกอบ 29



ภาพประกอบ 29 ตัวอย่างการคิดหาคำตอบของนักเรียนโดยไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ส่วนในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบนักเรียนจำนวน 8 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี และในการจัดกิจกรรมเรียนรู้ในช่วงที่ 3 พบนักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่แสดงพฤติกรรมดังกล่าว

3.4 ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์

ในการศึกษาความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพิจารณา (1) พยายามคิดหายุทธวิธีในการหาคำตอบ (2) ใช้เวลาในการคิดหาคำตอบน้อยลง (3) ยุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบได้อย่างหลากหลาย (4) นำเสนอยุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบ (5) มีส่วนร่วมในการตอบคำถามหรืออภิปราย (6) มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม และ (7) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น สำหรับผลของการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์มีผลที่ได้แสดงดังตาราง 18

ตาราง 18 จำนวนร้อยละของจำนวนครั้งที่นักเรียนมีการแสดงพฤติกรรมด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์

พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ต้องการสังเกต	จำนวนครั้งที่สังเกต	มีการแสดงพฤติกรรม	
		จำนวน (ครั้ง)	ร้อยละ
ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์			
1. พยายามคิดหายุทธวิธีในการหาคำตอบ	18	15	83.33
2. ใช้เวลาในการคิดหาคำตอบน้อยลง	18	14	77.77
3. ยุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบได้อย่างหลากหลาย	18	11	61.11
4. นำเสนอยุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบ	18	12	66.66
5. มีส่วนร่วมในการตอบคำถามหรืออภิปราย	18	17	94.44
6. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม	18	14	77.77
7. รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	18	13	72.22

จากตาราง 22 พบว่านักเรียนมีความพยายามคิดหายุทธวิธีในการหาคำตอบมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 83.33 ของจำนวนครั้งที่สังเกต และนักเรียนหายุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบได้อย่างหลากหลายน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 61.11 ของจำนวนครั้งที่สังเกต

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
3. เพื่อศึกษาความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1
4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนคันทนายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 4 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 133 คน โดยแต่ละห้องเรียนจัดนักเรียนแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1/3 ของโรงเรียนคันทนายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 32 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยผู้วิจัยร่วมกับครูประจำชั้นคัดเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target student) จำนวน 6 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูง 2 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 2 คน โดยเลือกแบบเจาะจงซึ่งคัดเลือกจากนักเรียนที่สามารถสื่อสารการคิดของตนได้ เพื่อทำการศึกษาเชิงลึกในด้านพฤติกรรมการคิด

เชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยมีจุดมุ่งหมายหลักคือ เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งจะสอดคล้องไปกับกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ในชั้นเรียนปกติ โดยกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น ใช้หลักของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหา หรือหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนในขณะที่มีการร่วมอภิปรายหาคำตอบ หรือขณะที่นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ โดยหลักการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ (1) การล้วงเอาความคิดของนักเรียนให้แสดงวิธีการในการแก้ปัญหา (2) การส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และ (3) การขยายความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ใช้หลักการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด กล่าวคือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ขึ้นอยู่กับพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เป็นการสอนที่เน้นการสร้างความรู้ด้วยความเข้าใจของตัวนักเรียนเอง โดยมี 4 ขั้นตอนดังนี้ (1) ครูนำเสนอปัญหาเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 (2) นักเรียนร่วมอภิปรายเพื่อหาคำตอบ โดยมีครูเป็นผู้คอยแนะนำและใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปราย (3) นักเรียนเสนอคำตอบพร้อมแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดที่หลากหลาย และ (4) ร่วมอภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา โดยแต่ละขั้นตอนจะสอดคล้องหลักการของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลาแผนละ 60 นาทีในการดำเนินการ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ โดยแบบทดสอบทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกัน เป็นข้อสอบแบบให้เติมคำตอบ และแสดงวิธีการคิดในการหาคำตอบ แต่ละฉบับมีจำนวน 15 ข้อ วัดความสามารถด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ จำนวน 5 ข้อ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย จำนวน 5 ข้อ และด้านความสามารถในการใช้สมบัติของจำนวนและการดำเนินการ จำนวน 5 ข้อ โดยแต่ละข้อจะมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด (3) แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่ง

เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ขณะปฏิบัติกิจกรรม และ(4) แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายเพื่อเก็บข้อมูลในเชิงลึก

หลังจากสร้างเครื่องมือ ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้น นำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ครั้งที่ 1 ทดลองกับนักเรียน 3 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ของการจัดกิจกรรม และนำแผนที่ปรับปรุงจากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ครั้งที่ 1 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องครั้งที่ 2 กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น ป.1/4 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนคันนายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน ปรับปรุงกิจกรรมให้มีความเหมาะสมและชัดเจนอีกครั้งเพื่อนำไปใช้ในการทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดี่ยวมีการทดสอบหลังการทดลองทันที และหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ในการทดลอง ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองจำนวน 20 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 18 คาบเรียน ทดสอบหลัง การทดลองทันที 1 คาบเรียน และทดสอบภายหลังการทดลองสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ 1 คาบเรียน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีครูผู้สอนคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนเป้าหมายและนักเรียนในห้องขณะลงมือปฏิบัติกิจกรรม

เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และเมื่อผ่านไป 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการคิด

เชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม จากนั้นผู้วิจัยทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z

จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หลังการทดลองทันที และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากนั้นผู้วิจัยทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยใช้การทดสอบ t แบบคู่

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยพิจารณางานเขียนของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรม ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ และผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย จำนวน 6 คน โดยมีแบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายในการแสดงวิธีคิดการหาคำตอบของประโยคจำนวนที่กำหนด แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในด้าน ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ผลของการทำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความคงทนของความสามารถในการคิด

เชิงความสัมพันธ์

3. พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนสามารถพัฒนาในด้าน (1) ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (2) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และ (3) ความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

3.1 ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรม ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย นักเรียนที่หาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้องมีจำนวนมากขึ้น และนักเรียนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ มีจำนวนมากขึ้น กล่าวคือ

(1) นักเรียนที่เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย มีจำนวนมากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจำนวน 30 คนจากทั้งหมด 32 คนเขียนประโยคจำนวนในรูปแบบที่คุ้นเคย ซึ่งได้แก่ $a+b=c$ และ $a-b=c$ มีนักเรียนเพียงจำนวน 2 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่เขียนประโยคจำนวนในรูปแบบที่แตกต่างจาก 2 รูปแบบดังกล่าว ต่อมาเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการเขียนและพิจารณาประโยคจำนวนที่มีความหลากหลายมากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเขียนประโยคจำนวนที่ ในรูปแบบที่หลากหลาย ได้มากขึ้นจำนวน 15 คน จากทั้งหมด 32 คน ได้แก่ รูปแบบ $a=b+c$ $a=b-c$ และส่งผลให้นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้จำนวน 24 คนจากทั้งหมด 32 คน ซึ่งนักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(2) นักเรียนหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง มีจำนวนมากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียน จำนวน 25 คนจากทั้งหมด 32 คน ไม่สามารถหาผลลัพธ์จากการดำเนินการของประโยคจำนวนในรูปแบบที่แตกต่างจากประโยคที่คุ้นเคยได้ ต่อมาเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการหาคำตอบของประโยคจำนวนเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้ จำนวน 16 คนจากทั้งหมด 32 คน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 2 และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคจำนวนที่ไม่คุ้นเคยได้ถึงจำนวน 19 คนจากทั้งหมด 32 คน นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(3) นักเรียนใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ ได้มากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 30 คนจาก

ทั้งหมด 32 คน เข้าใจว่าเครื่องหมายเท่ากับในประโยคจำนวนจะต้องเป็นผลลัพธ์ของการดำเนินการเสมอ ไม่ได้ใช้เครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน ต่อมา ในช่วงที่ 2 นักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถใช้เครื่องหมายเท่ากับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน และในช่วงที่ 3 นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจำนวนมากขึ้นจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน นักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

3.2 ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย

ผลจากการวิเคราะห์เขียนของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายมากขึ้น และใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ นักเรียนมีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน หรือการใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวนเพิ่มขึ้น และใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้มากขึ้น กล่าวคือ

(1) นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลายเพิ่มมากขึ้น และใช้การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ ได้มากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 1 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในลักษณะที่หลากหลายได้ ในช่วงที่ 2 มีนักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลายและสามารถนำการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนอย่างหลากหลายกับทบสิบหรือพหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบได้ และนักเรียนสามารถนำไปช่วยหาคำตอบได้มากขึ้นเป็นจำนวน 15 คนจากทั้งหมด 32 คน ในช่วงที่ 3 นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(2) นักเรียนมีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน หรือการใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวน เพิ่มมากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่ขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน และไม่มีนักเรียนที่ใช้ลูกศรหรือแผนภาพเพื่อช่วยในการเปรียบเทียบจำนวน พฤติกรรมดังกล่าวเริ่มพบในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียน จำนวน 13 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน และพบว่ามีนักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวมากขึ้นเป็นจำนวน 22 คนจากทั้งหมด 32 คน ในช่วงที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้

(3) นักเรียนใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ ได้มากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่สามารถใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบได้ ในช่วงที่ 2 นักเรียนจำนวน 1 กลุ่ม จาก 5 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 20 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

และในช่วงที่ 3 พบว่านักเรียนจำนวน 2 กลุ่ม จาก 5 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดใช้วิธีการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

3.3 ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

ผลจากการวิเคราะห์เขียนของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มช่วยในการหาคำตอบ ได้จำนวนมากขึ้น แต่มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่สามารถใช้สมบัติพื้นฐานอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบ และนักเรียนไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี กล่าวคือ

(1) นักเรียนใช้สมบัติสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ ได้จำนวนมากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียน จำนวน 13 คนจากทั้งหมด 32 คน สามารถใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนได้ และมีนักเรียนใช้สมบัติดังกล่าวมากขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 2 เป็นจำนวน 14 คนจากทั้งหมด 32 คน สำหรับในช่วงที่ 3 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 17 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนได้

(2) นักเรียนใช้สมบัติพื้นฐานอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบ ได้มากขึ้น โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียน สามารถใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน เนื่องจากในช่วงดังกล่าวเป็นการทบทวนสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่เพียงเท่านั้น อีกทั้งรูปแบบของประโยคจำนวนในช่วงแรกไม่สามารถนำสมบัติพื้นฐานอื่นๆ มาช่วยในการหาคำตอบได้ นักเรียนพบรูปแบบของประโยคจำนวนที่สามารถใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบได้ ในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งพบว่ามึนักเรียนจำนวน 5 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่สามารถนำสมบัติพื้นฐานอื่นๆ ได้แก่ สมบัติพื้นฐาน $a-a = 0$ และสมบัติเอกลักษณ์การบวก $a+0 = a$ มาช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวน และมีนักเรียนเพิ่มมากขึ้นเป็นจำนวน 18 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ใช้สมบัติอื่นๆ ช่วยในการหาคำตอบของประโยคจำนวนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3

(3) นักเรียนไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี โดยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่มีนักเรียนที่ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ส่วนในช่วงที่ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบนักเรียนจำนวน 8 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 พบนักเรียนจำนวน 11 คนจากทั้งหมด 32 คน ที่แสดงพฤติกรรมดังกล่าว

อภิปรายผลการวิจัย

1. ความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ให้นักเรียนเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ ตัวนับไม้ไอศกรีม บล็อก เหรียญ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้งจะมีมุมของอุปกรณ์สื่อต่างๆ เพื่อใช้สำหรับช่วยในการคิดหาคำตอบ ในขณะที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับปานกลางและต่ำ ต้องการ ทั้งนี้เนื่องมาจากนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มที่อยู่ในช่วงการเปลี่ยนถ่ายขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการไปสู่ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม ตามหลักทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ดังนั้นการจัดเตรียม สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ต่างๆ จึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างมากที่ต้องใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างภาพในใจและนำไปสู่การคิดที่เป็นนามธรรมได้ในที่สุด สำหรับตัวอย่างในการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อนำนักเรียนไปสู่ความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ได้แก่ การใช้ตาชั่งสองแขน เพื่อตรวจสอบประโยคจำนวนในลักษณะต่างๆ ที่นักเรียนไม่ยอมรับและเห็นว่าประโยคจำนวนนั้นไม่ถูกต้อง เช่น $3 = 2 + 1$ $5 = 5$ เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของกรมวิชาการ และทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ที่ได้เสนอแนวการจัดการเรียนรู้ว่าควรเริ่มจากการใช้ของจริง ใช้รูปภาพ ใช้สัญลักษณ์ ตามลำดับ (กรมวิชาการ. 2540: 2, 20; สุรางค์ ไคว์ตระกูล. 2548; Bruner. 1965)

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ใช้หลักของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้ส่งเสริม กระตุ้น ให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิดในการหาคำตอบ โดยพยายามล้วงเอาความคิดของนักเรียนเพื่อให้แสดงวิธีในการหาคำตอบ ส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอดของตนเอง และมีการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีคิด ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลาย ไม่เน้นเฉพาะการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว นอกจากนี้ยังมุ่งให้นักเรียนเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่มเป็นหลักโดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิดในการดำเนินกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอปัญหาให้นักเรียน ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาโดยมีผู้วิจัยคอยชี้แนะให้นักเรียนเข้าใจปัญหา จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอปัญหา และร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฟรายวิลลิก (Fraivillig. 2001) ที่กล่าวถึงการใช้รูปแบบของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถช่วยให้นักเรียนคิดหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ และ คาร์เพนเตอร์ และคณะ (Carpenter et al. 1989) ที่กล่าวว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิดมีความสามารถทางการบวกและลบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

1.3 ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ ส่วนใหญ่ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนหาวิธีการคิดตามหลักการของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงการคิดไม่ว่าวิธีการคิดหรือคำตอบที่ได้จะผิดหรือถูกก็ตาม และสำหรับคนที่ได้แสดงวิธีการคิดในการหาคำตอบจะได้รับการเสริมแรงเสมอ ในงานวิจัยนี้ใช้การแจกเบี้ยเพื่อเป็นการเสริมแรง มีการแข่งขันเพื่อสะสมเบี้ยในแต่ละคาบเรียนและประกาศผลของการดำเนินกิจกรรมในคาบเรียนถัดไป ซึ่งสอดคล้องกับ ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2551; 306-307) ที่กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการคิดว่า ครูต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด โดยให้นักเรียนแสดงความคิดหรือวิธีการคิดมากๆ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความถูกต้อง นอกจากนี้ยังต้องใช้การเสริมแรงให้นักเรียนคิดเป็นระยะๆ นอกจากนี้ในการทำกิจกรรมกลุ่มนอกจากจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมแสดงวิธีการคิดหาคำตอบแล้วยังมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนและร่วมวิเคราะห์วิธีการคิดหาคำตอบ ทำให้เห็นวิธีการคิดที่มีความหลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของคาร์เพนเตอร์ และคณะ (Carpenter et al. 1989: 583) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนร่วมอภิปรายถึงวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบจะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนเกิดมุมมองต่างๆ ที่กว้างขึ้น ลดความวิตกกังวล นักเรียนไม่เกิดความเครียด (Carpenter et al. 1999; NCTM. 2000; สมเดช บุญประจักษ์. 2540) นักเรียนได้เปรียบเทียบวิธีการคิดของตนเองกับวิธีการคิดของเพื่อนๆ ได้เปรียบเทียบว่าการคิดลักษณะใดที่มีประสิทธิภาพระหว่างการคิดเชิงพีชคณิตและวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ และมองเห็นว่าการคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถช่วยให้นักเรียนคิดหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ แวน ดี วอล เล (Van de Walle. 2007: 262) ที่กล่าวว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์จะช่วยให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายขึ้น

1.4 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีการใช้คำถามเพื่อส่งเสริมการคิด และตรวจสอบการคิดของนักเรียนว่านักเรียนมีการคิดหาคำตอบลักษณะใด นักเรียนใช้การคิดเชิงพีชคณิตหรือการคิดเชิงความสัมพันธ์ และเมื่อนักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงพีชคณิต นักเรียนก็จะถูกถามต่อว่าถ้าไม่คิดแบบนี้แล้วคิดแบบอื่นได้อีกไหม ซึ่งส่งผลให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายและนำไปสู่การคิดเชิงความสัมพันธ์ในที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เซแลค; แชนเซล; และชาลด์ (Sehielack; Chancelbr; Childs. 2000) ได้ทำการศึกษาในเรื่องการออกแบบคำถามเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2-4 ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้เมื่อมีการกำหนดคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนหาหนทางที่จะใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการถามคำถามในแต่ละครั้งผู้วิจัยให้เวลานักเรียนในการคิดหาคำตอบ และรอคอยคำตอบจากนักเรียน ไม่เฉลยหรือแสดงวิธีการคิดหาคำตอบโดยทันทีทันใด ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของนักการศึกษาหลายท่านที่เห็นสอดคล้องกันว่า การรอคำตอบหลังจากการตั้งคำถามจะทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น คำตอบของนักเรียนจะมีลักษณะที่ยาวขึ้น นักเรียนใช้ความคิดหรือมีลักษณะของการครุ่นคิดหาคำตอบมากขึ้น มีคำถาม ข้อเสนอแนะ และนักเรียนมีการแลกเปลี่ยนกลยุทธ์การคิดเพิ่มมากขึ้น (Tobin. 1986: 191-200; Rowe. 1986:

43-47)

1.5 ผู้วิจัยตรวจสอบ ซักถามและทบทวนให้นักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่เสมอ โดยใช้การทบทวนนอกเวลาเรียน เช่น ถามนักเรียนว่า $20+30$ ได้ 50 แล้ว $20+31$ จะได้เท่าไร คิดอย่างไร ถ้าไม่คิดแบบนี้คิดแบบอื่นได้อีกไหม หรือ $30-20$ ได้ 10 แล้ว $31-20$ จะได้เท่าไร คิดอย่างไร ถ้าไม่คิดแบบนี้คิดแบบอื่นได้อีกไหม นอกจากนี้ยังติดตามซ่อมเสริมนักเรียนคนที่ขาดเรียน เพื่อให้สามารถเรียนได้ทันเพื่อน ไม่ก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนในเนื้อหาถัดไป

2. ความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

ผลของการทำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ใช้หลักของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด ทำให้นักเรียนสามารถคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งนำไปสู่วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนได้เปรียบเทียบวิธีการคิดและพบว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์สามารถทำให้คิดหาคำตอบได้รวดเร็วและเป็นวิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพ ทำให้เมื่อเวลาผ่านไปนักเรียนจึงยังสามารถใช้วิธีการคิดดังกล่าวได้เหมือนเดิม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฟรายวิลลิค (Fraivillig, 2001) ที่กล่าวถึงการใช้รูปแบบของการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถช่วยให้นักเรียนคิดหาคำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ และ คาร์เพนเตอร์ และคณะ (Carpenter et al. 1989) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแนะให้รู้คิดมีความสามารถทางการบวกและลบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

2.2 การประเมินผลของการคิดเชิงความสัมพันธ์ใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีการคิด หรือแสดงวิธีคิดที่ไม่ชัดเจน และใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน อยู่เสมอว่าถ้าไม่คิดแบบนี้จะคิดแบบอื่นได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดการคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายจนนำไปสู่การคิดเชิงความสัมพันธ์ และจากการเน้นย้ำ ทบทวนวิธีการคิดดังกล่าวอยู่เสมอ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์และสามารถจดจำวิธีการคิดดังกล่าวได้นานขึ้น

2.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีการทบทวนสิ่งที่เรียนมาแล้วอยู่เสมอส่งผลให้นักเรียนเข้าใจในวิธีการคิดหาคำตอบ และสำหรับกรณีที่นักเรียนยังไม่สามารถใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในคาบเรียนก่อนหน้านั้น เมื่อนักเรียนได้พบประโยคจํานวนรูปแบบเดิม และได้ฟังเพื่อนร่วมชั้นแสดงวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์อยู่เสมอในคาบเรียนก่อนหน้า เมื่อนักเรียนพบประโยคจํานวนรูปแบบเดิมอีกครั้งก็ส่งผลให้นักเรียนสามารถนำวิธีการคิดดังกล่าวมาช่วยในการหาคำตอบได้ และเนื่องจากในช่วงระยะเวลาของการทำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิด

เชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ นักเรียนได้เรียนเรื่อง การบวกและการลบระคนเพิ่มเติมในช่วงดังกล่าวซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการบวก และการลบเพิ่มมากขึ้น ซึ่งทำให้คะแนนของนักเรียนบางคนที่ทำแบบทดสอบวัดความสามารถด้าน การคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์มีคะแนนมากขึ้นจากการทำแบบทดสอบวัด ความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำกิจกรรมไปใช้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ อย่างหลากหลายให้มีความพร้อมอยู่เสมอ และควรมีสื่อการเรียนรู้ที่เพียงพอสำหรับนักเรียนทุกคนหรือทุกกลุ่ม ทั้งนี้เพื่อที่นักเรียนสามารถจะนำไปใช้ช่วยในการคิดหาคำตอบของประโยคจำนวนเปิดในลักษณะต่างๆ ได้

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องการบวกและการลบในแต่ละระดับชั้น ควรมีการสอดแทรกโจทย์ หรือประโยคเปิดของจำนวนที่มีการส่งเสริมการคิดเชิงสัมพันธ์ในด้านต่างๆ ได้แก่ ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย และด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของ จำนวนและการดำเนินการ เพื่อให้นักเรียนเห็นรูปแบบของประโยคจำนวนที่มีความหลากหลาย ซึ่ง อาจกำหนดให้เป็นโจทย์ท้าทายความสามารถของนักเรียนในการหาวิธีการคิดหาคำตอบ ซึ่งอาจ จัดเป็นมุมคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ หรือเป็นโจทย์พิเศษที่เน้นให้นักเรียนได้คิด โดยจะเน้นวิธีการคิด ที่หลากหลาย และวิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพ ไม่เน้นเฉพาะการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรจัดเตรียมโจทย์หรือประโยคเปิดของจำนวนให้มีความหลากหลายเพื่อให้เหมาะกับระดับความสามารถของนักเรียน เพราะสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีสูง เมื่อพบโจทย์ง่ายเกินไปก็จะทำให้รู้สึกเบื่อหน่าย และสำหรับนักเรียนที่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับต่ำ เมื่อพบโจทย์ที่ยากเกินไปก็จะทำให้หมดกำลังใจในการคิด

4. ครูต้องให้ความสำคัญต่อการคิดของนักเรียน ต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดง วิธีการคิดหาคำตอบอยู่เสมอ ให้การชื่นชมนักเรียนเสมอเมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในการนำเสนอ วิธีการคิดถึงแม้จะเป็นการคิดที่ไม่ถูกต้องก็ตาม ทั้งนี้เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนรักการคิด และ กล้านำเสนอแนวคิดของตนเองในการคิดหาคำตอบ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ไปปรับปรุง และนำไปทดลองกับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ โดยปรับรูปแบบของประโยคจำนวนให้เหมาะสมกับนักเรียนในแต่ละระดับ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการหาคำตอบในเรื่องการบวกและการลบ

2. ควรมีงานวิจัยที่มีการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ในเนื้อหาอื่นๆ ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น เรื่องเศษส่วน ทศนิยม และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์

3. ควรมีงานวิจัยที่นำหลักของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์และแนวทางของการสอนแนะให้รู้จักคิด มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่นๆ





บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. (2541). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศรีราชา.
- กรมวิชาการ (2539). *การประเมินผลตามสภาพจริง*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- _____. (2540). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดันดับที่ 6 เรื่องทักษะการบวก*. ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2540). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดันดับที่ 7 เรื่องทักษะการลบ*. ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2544). *คู่มือการจัดการและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- กรมสามัญศึกษา. (2545). *แผนการพัฒนาศึกษาแห่งชาติระยะที่ 9 (พ.ศ. 2545-2549)*. กรุงเทพฯ: กรมสามัญศึกษา
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ชัยพร วิชชาวุธ. (2540). *ความจำมนุษย์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชวนพิมพ์.
- นพพร แหยมแสง. (2544). *การพัฒนาสำนักเกี่ยวกับจำนวนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- บุญเกื้อ ละอองปลิว. (2534). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- เบลแลนคา, เจมส์; และ ฟอกาดี, โรบิน. (2546). *จับหนูๆมาเรียนรู้เรื่องการคิด*. แปลโดย มัลลิกา พงศ์ปริตร. กรุงเทพฯ: เพียร์สัน เอ็ดดูเคชั่น อินโดไชน่า.
- ประพันธ์ จำเริญญ. (2536). *รายงานการวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นและแบบฝึกหัดในแบบเรียน*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2551). *การพัฒนาการคิด*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด 9119 เทคนิคพรินต์ติ้ง.
- ประยูร อาษานาม. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: ประกายพริก.
- ประสาธ อิศรปริดา. (2541). *จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน*. กรุงเทพฯ: กราฟิการ์ต.

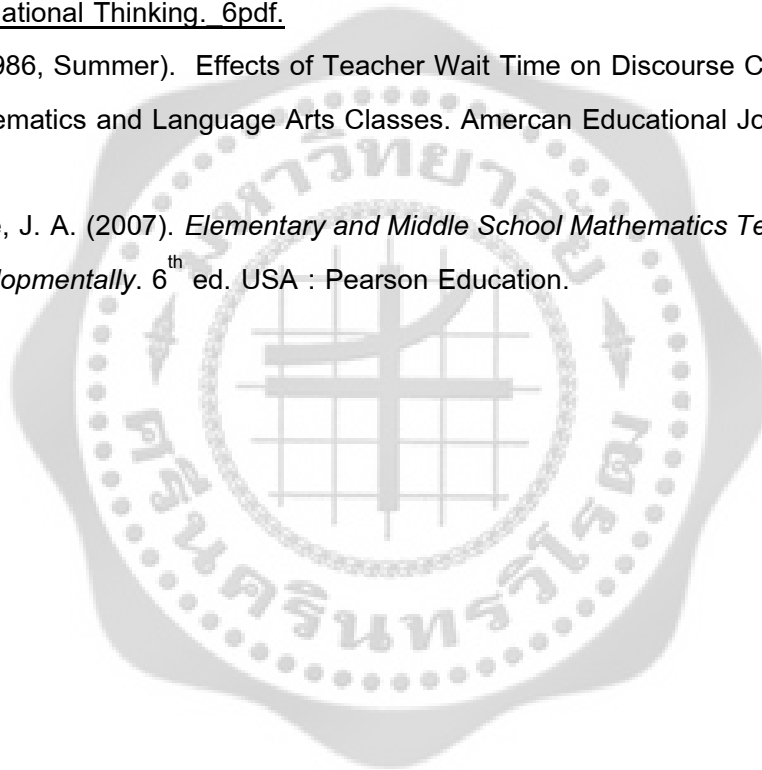
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, สิงหาคม-ตุลาคม). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. วารสารคณิตศาสตร์ .44 (503-505). 4-18.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2538). จิตวิทยาการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: ต้นอ้อ แกรมมี.
- ราตรี เทียนดำ. (2540). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจในการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก การลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้หนังสือเรียนเล่มเล็กเชิงวรรณกรรม. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- รุ่งทิวา นามารุง. (2550). วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- วิษณุ ภาพันธ์. (2551). การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทธขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2549). คู่มือคู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2549). รายงานการประเมินสัมฤทธิ์ผลด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2548. กรุงเทพฯ: บริษัทเซเว่น พรินติ้ง กรุ๊ป.
- สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2540). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (วิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- สุชา จันท์นเอ็ม. (2544). จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 13. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช จำกัด.

- สุพรรณ ประศรี. (2536). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการนับเพิ่มและการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้หลักการสอน ประเภทเหตุการณ์ของกาเย กับวิธีสอนแบบปกติ. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2546, กรกฎาคม-สิงหาคม). คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็ง : เพราะอะไร. *การศึกษาวิทยาสาตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*. 31(125).
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2548). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวพร เข้มเฮง และสิริพร ทิพย์คง. (2540, พฤษภาคม-สิงหาคม). “โครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3”. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*. 12 (2) : 62-76.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2548). *ครบเครื่องเรื่องการคิด*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- เอมอร สิทธิรักษ์. (2546). *การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- Adam, J.A. (1967). *Human Memory*. New York. McGraw-Hill.
- Carpenter, T. P.; Franke M. L. & Levi L. (2003). *Thinking Mathematically : Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH: USA.
- Carpenter, T. P.; & Levi L. (2000). *Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in Primary Grades*. Retrieved July 22, 2008, from <http://www.wcer.wisc.edu/ncisla>.
- Carpenter, T. P.; & Moser, J. M. (1984). The Acquisition and Subtraction Concepts in Grade one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*. 15(13): 179-202.
- Carpenter, T. P ;et el. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational research Journal*. 26(4):499-531 NH: Heinemann.
- _____. (1999). *Children Mathematics : Cognitively Guided Instruction*. NH: Heinemann.
- _____. (2000). *Cognitively Guided Instruction :A Research- Based Teacher Professional Development Program for Elementary School Mathematics :Research Report*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- _____. (2005). *Algebra in Elementary School : Developing Relational Thinking*. Retrieved July 22, 2008, from <http://www.subs.emis.de/journals/ZDM/zdm051a7.pdf>.

- Chi Jinfa & Knuth J. E. (2005). *The development of students' algebraic thinking in earlier grades from curricular instructional and learning perspectives*. Retrieved June 1 ,2009, from <http://www.subs.emis.de/journals/ZDM/zdm051a1.pdf>.
- Crider, A.B. ; et al. (1983). *Psychology*. Illinois : Scott, Foresman.
- Falkner , K. P.; Levi , Linda & Carpenter, T. (1999, December). Children 's Understanding of Equality : A Foundation for Algebra. *Teaching Children Mathematics*. 6(4). 232-236.
- Fuson, K.C.;& Briars,D.J. (1990, March). Using a Base-Ten Blocks Learning / Teaching Approach for First and Second-Grade Place Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21(3): 180-206.
- Fuson, K.C.; et al. (1997, March).Children's Conceptual Structures for Multidigit Number and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (2): 130-162.
- Fraivillig, J. (2001, April). Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking Teaching. *Children Mathematics*. 7(8) :454-459.
- Gagne,R. M. & Briggs, L.J. (1974). *Principles of Instructional Design*. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc.
- Gonzalez, M.M.; Ambrose, R.; & Martinez, C.M. (2004). *The Transition from Arithmetic to Algebra : Misconceptions of the Equal Sign*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.emis.de/proceedings/PME28/so/so110-MOLINA-Gonzalez.pdf>.
- Hankes, J.E. (1998). *Cognitive Guided Instruction & System Reform Native American Pedagogy and CGI*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.wcer.wisc.edu/ccvi/zz-pobs/newsletter/fall2000>.
- Hiebert,J.C ; et al. (1997). *Making Sense Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH : Heinemann.
- Hunter, J. (2007). *Relational or Calculational Thinking : Students Solving Open Number Equivalence Problems*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.merge.net.au/documents/RP372007.pdf>.
- Irwin ,K. C.& Britt, M. S. (2005). The Algebraic Nature of Students' Numerical Manipulation in The New Zealand Numeracy Project. *Educational Studies in Mathematics*,58, 169-188.
- Jacobs ; et al. (2007). Professional Development Focused on Children's Algebraic Reasoning in Elementary School. *Journal for Research in Mathematics Education*. 38(3): 258-288.

- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*. 12: 317-326.
- Matz, M. (1982). Towards a Process Model for School Algebra Errors. In *Intelligent Tutoring Systems*. Edited by Derick Sleemann and John Seeley Brown. pp 25-50. New York: Academic Press.
- National Council of Teachers of Mathematics . (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Oksuz, C. (2008). *Children's Understanding of Equality and the Equal Symbol*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/oksuz.pdf>.
- Popham, W.J. (1997, October). "What's Wrong-and What's Right - Rubrics," *Education Leadership (School as safe Havens)*. 55(2) 72-78.
- Rathmell E. C. (1987). Using Thinking Strategies to Teach the Basic Facts. In *Developing Computational Skills 1978 Yearbook*. Edited by Suydam, Marilyn N and Reys, Robert E. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics. pp. 13-38.
- Reys, R. E. ; et al. (2004). *Helping Children Learn Mathematics*. 7th ed. USA: John Wiley & Sons.
- Rowe, M. B. (1986, January-February). Wait Time : Slowing Down May Be A Way of Speeding Up!. *Journal of Teacher Education*. 37(1): 43-47.
- Schielack ; Chancelbr ; & Childs.(2000). Designing Questions to Encourage Children's Mathematical Thinking. *Teaching Children Mathematics*. 6(6): 398-402.
- Slaring, E. (1991). *Education Psychology*. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Stephens, M. (2006). *Describing and Exploring the Power of Relational Thinking*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.merge.net.au/documents/RP552006.pdf>.
- _____. (2006). *Strategies for Addition and Subtraction of Whole Number Extended to Number Sentences Involving Fractions and Decimals*. Retrieved July 22 ,2008, from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/progress_report/specialist_session/Stephens.pdf
- _____. (2007). *Students' Emerging Algebraic Thinking in the Middle School Years*. Retrieved July 22 ,2008, from <http://www.merga.net.au/doucuments/RP632007.pdf>

- Stephens, M; Isoda, M ; Inprashita. (2007). Exploring the Power of Relational Thinking : Student' Emerging Algebraic Thinking in the Elementary and Middle School. In C. S. Lim, S. Fatimah, G. Munirah, S. Hajar, M.Y. Hashimah, W.L. Gan, & T.Y. Hwa (EDs.), *Meeting challenges of developing quality Mathematics education*. Penang, Malaysia: University Sains Malaysia. pp 319-326.
- Stephens, M. & Wang, Xu. (2008) . *Investigating Some Junctures in Relational Thinking : A Study of Year 6 and Year 7 Students from Australia and China*. Retrieved January 29 ,2010, from [http://www.educationforatoz.com/images/25Stephens Investigating Some Junctures in Relational Thinking. 6pdf](http://www.educationforatoz.com/images/25Stephens%20Investigating%20Some%20Junctures%20in%20Relational%20Thinking.%206pdf).
- Tobin, K. (1986, Summer). Effects of Teacher Wait Time on Discourse Characteristics in Mathematics and Language Arts Classes. *American Educational Journal*. 23(2): 191-200.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally*. 6th ed. USA : Pearson Education.







รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ (ค่า IOC)

1. ผศ. ดร. เดช บุญประจักษ์

อาจารย์ภาคคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร

2. ผศ. ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

อาจารย์ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา

3. อ. ศุภพร เฉลียงศักดิ์

ผู้อำนวยการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
โรงเรียนคันทนายาว (ชารินทร์วิทยาสงเคราะห์)





ภาคผนวก ข
แบบประเมินความสอดคล้องสำหรับผู้เชี่ยวชาญ

แบบประเมินความสอดคล้องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แบบประเมินฉบับนี้ได้จัดทำขึ้นสำหรับท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญ เพื่อประเมินความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ขอความกรุณาท่านประเมินความสอดคล้อง โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะอื่นๆ

แบบประเมินมีทั้งหมด 2 ตอน คือ

1. แบบประเมินความสอดคล้องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้าง การคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

2. แบบสอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ข้อมูลส่วนตัว

ชื่อ-นามสกุล.....

ประสบการณ์การทำงาน.....ปี

สถานที่ทำงาน.....

.....

ตอนที่ 1 แบบประเมินความสอดคล้องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิง
ความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับ
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง หลังจากการพิจารณากิจกรรมแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาองค์ประกอบต่างๆ ของการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ว่ามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด
โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ประเด็นการประเมิน	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 18			

ตอนที่ 2 แบบสอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการ
คิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100
สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง โปรดแสดงความคิดเห็นหรือให้ข้อเสนอแนะอื่นๆ เพื่อให้ผู้วิจัยจะได้นำไปปรับปรุงแก้ไขใน
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยกรุณาช่วยพิจารณาและแสดงความคิดเห็นในแต่ละแผนการ
จัดการเรียนรู้ ทั้งนี้อาจเขียนในเอกสารในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

1. **ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้** ท่านคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

2. **ด้านสาระการเรียนรู้** ท่านคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

3. **ด้านสื่อการเรียนรู้** ท่านคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

4. **ด้านกิจกรรมการเรียนรู้** ท่านคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

5. **ด้านการวัดและประเมินผล** ท่านคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

6. **ความคิดเห็นเพิ่มเติมในด้านอื่นๆ**

.....

.....

.....

**แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิด
เชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับ
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ชุดที่ 1**

คำชี้แจง หลังจากการพิจารณาแบบทดสอบแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาข้อคำถามในแต่ละข้อกับ
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในแต่ละด้านว่ามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด โดยทำ
เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ความสอดคล้อง ของข้อคำถาม กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	จุดประสงค์ เชิงพฤติกรรม	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง	ข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม
ข้อ 1	ด้านความเข้าใจเครื่องหมาย เท่ากับ 1. เขียนประโยคจำนวนที่ใช้ เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างไร หลากหลาย 2. ใช้เครื่องหมายเท่ากับเพื่อ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน				
ข้อ 2					
ข้อ 3					
ข้อ 4					
ข้อ 5					
ข้อ 6					
ข้อ 7					
ข้อ 8	ด้านความสามารถในการ มองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างจำนวนสองจำนวน และใช้การชดเชย 1. เขียนแสดงจำนวนที่กำหนด ได้หลากหลายรูปแบบ 2. ใช้ความสัมพันธ์ของจำนวน ช่วยในการหาคำตอบ 3. ใช้การชดเชยช่วยในการหา คำตอบ				
ข้อ 9					
ข้อ 10					
ข้อ 11					
ข้อ 12					
ข้อ 13					
ข้อ 14					
ข้อ 15	ด้านความสามารถในการใช้ สมบัติพื้นฐานของจำนวนและ การดำเนินการ 1. ใช้สมบัติสลับที่และการ เปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ 2. ใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวน และการดำเนินการอื่นๆช่วยใน การหาคำตอบ				
ข้อ 16					
ข้อ 17					
ข้อ 18					
ข้อ 19					
ข้อ 20					
ข้อ 21					

**แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิด
เชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับ
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ชุดที่ 2**

คำชี้แจง หลังจากการพิจารณาแบบทดสอบแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาข้อคำถามในแต่ละข้อกับ
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในแต่ละด้านว่ามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด โดยทำ
เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ความสอดคล้อง ของข้อคำถาม กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	จุดประสงค์ เชิงพฤติกรรม	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง	ข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม
ข้อ 1	ด้านความเข้าใจเครื่องหมาย เท่ากับ 1. เขียนประโยคจำนวนที่ใช้ เครื่องหมายเท่ากับได้อย่าง หลากหลาย 2. ใช้เครื่องหมายเท่ากับเพื่อ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณสองปริมาณที่เท่ากัน				
ข้อ 2					
ข้อ 3					
ข้อ 4					
ข้อ 5					
ข้อ 6					
ข้อ 7					
ข้อ 8	ด้านความสามารถในการ มองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างจำนวนสองจำนวน และใช้การชดเชย 1. เขียนแสดงจำนวนที่กำหนด ได้หลากหลายรูปแบบ 2. ใช้ความสัมพันธ์ของจำนวน ช่วยในการหาคำตอบ 3. ใช้การชดเชยช่วยในการหา คำตอบ				
ข้อ 9					
ข้อ 10					
ข้อ 11					
ข้อ 12					
ข้อ 13					
ข้อ 14					
ข้อ 15	ด้านความสามารถในการใช้ สมบัติพื้นฐานของจำนวนและ การดำเนินการ 1. ใช้สมบัติสลับที่และการ เปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ 2. ใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวน และการดำเนินการอื่นๆช่วยใน การหาคำตอบ				
ข้อ 16					
ข้อ 17					
ข้อ 18					
ข้อ 19					
ข้อ 20					
ข้อ 21					



ภาคผนวก ค
การหาคุณภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตาราง ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิด
เชิงความสัมพันธ์

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล ใช้ได้
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้



ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของแบบทดสอบ
วัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถ ด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยแบบทดสอบดังกล่าวมี 2 ฉบับที่เป็นคู่ขนานกัน โดยใช้ทดสอบหลังสิ้นสุดการทดลองทันทีและหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

1.1 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ หลังการทดลองจำนวน 21 ข้อ และหลังสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของการคิดเชิงความสัมพันธ์ จำนวน 21 ข้อ ซึ่งแบบทดสอบวัดทั้งสองเป็นแบบทดสอบวัดที่คู่ขนานกันเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงตามคำแนะนำ

1.2 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งสองฉบับเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
เมื่อ -1, 0, 1 แทน ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ และเห็นด้วย ตามลำดับ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
หลังการทดลองทันที

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล ใช้ได้
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตาราง ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล ใช้ได้
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

1.3 นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ มาปรับปรุงตาม
ข้อเสนอแนะที่ได้รับจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

2. นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ไปทดสอบครั้งที่ 1 กับ
นักเรียนกลุ่มนำร่องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 3 คน เพื่อ
พิจารณาความเหมาะสมทางด้านภาษา และปรับปรุงให้มีความชัดเจน

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ที่ปรับปรุงจากขั้นที่ 3 ไปทดสอบครั้งที่ 2 กับนักเรียนกลุ่มนาร์รอง ที่ไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น ป.1/4 จำนวน 32 คน ของโรงเรียนคันทนาเยาว (ชารินเจริญสงเคราะห์) โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน แล้วปรับปรุงให้มีความเหมาะสมอีกครั้ง

4. หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยหาได้จากสูตรต่อไปนี้

ค่าความยากง่าย (p)

$$p = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

ค่าอำนาจจำแนก (r)

$$r = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ S_H แทน ผลรวมของคะแนนในกลุ่มสูง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนในกลุ่มต่ำ
 N แทน จำนวนผู้สอบในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 X_{\max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
 X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

5. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์ทั้งสองฉบับ ด้วยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ซึ่งได้ตั้งเกณฑ์ค่าความเชื่อมั่นในแต่ละฉบับต้องไม่น้อยกว่า 0.70 ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันทีมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.78 และแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.76 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ทั้งสองฉบับ

ตาราง ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบ
วัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที

ข้อที่	p	r
1	0.54	0.64
2	0.71	0.81
3	0.37	0.67
4	0.35	0.49
5	0.42	0.57

ข้อที่	P	r
6	0.48	0.54
7	0.56	0.57
8	0.47	0.62
9	0.34	0.81
10	0.51	0.67

ข้อที่	p	r
11	0.72	0.63
12	0.59	0.75
13	0.31	0.54
14	0.64	0.68
15	0.46	0.64

ค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลอง
ทันที

Reliability

***** Method 1 (space saver) will be used for this analysis *****

RELIABILITY ANALYSIS - SCALE (ALPHA)

Reliability Coefficients

N of Cases = 32.0

N of Items = 15

Alpha = .78

ตาราง ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

ข้อที่	p	r
1	0.61	0.72
2	0.69	0.75
3	0.42	0.68
4	0.46	0.52
5	0.51	0.61

ข้อที่	P	r
6	0.52	0.57
7	0.49	0.61
8	0.49	0.72
9	0.43	0.76
10	0.61	0.72

ข้อที่	p	r
11	0.68	0.75
12	0.52	0.81
13	0.36	0.56
14	0.54	0.63
15	0.49	0.68

ค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ฉบับที่ 2 (ใช้ทดสอบภายหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์)

Reliability

***** Method 1 (space saver) will be used for this analysis *****

RELIABILITY ANALYSIS - SCALE (ALPHA)

Reliability Coefficients

N of Cases = 32.0

N of Items = 15

Alpha = .76



ภาคผนวก จ
การทดสอบสมมุติฐานของการวิจัย

ตาราง ความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ซึ่งพิจารณาคะแนนจากการทำกิจกรรมกลุ่มร้อยละ 30 ของคะแนนรวม ทำไปกิจกรรมรายบุคคลร้อยละ 40 ของคะแนนรวม และจากการทำแบบทดสอบร้อยละ 30 ของคะแนนรวม

คนที่	คะแนนจากการทำ กิจกรรมกลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนจากการทำ ไปกิจกรรม รายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 40	คะแนนจากการทำ แบบทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนความสามารถ ด้านการคิดเชิง ความสัมพันธ์ รวม
1	14.99	15.73	11.00	41.72
2	20.10	20.52	17.00	57.62
3	15.99	17.51	14.00	47.50
4	12.83	19.29	16.00	48.12
5	16.74	19.81	10.00	46.55
6	17.56	23.30	18.00	58.86
7	20.92	33.95	24.00	78.87
8	18.35	32.68	23.00	74.03
9	15.49	24.22	16.00	55.71
10	16.71	24.60	15.00	56.31
11	16.67	25.35	15.00	57.02
12	17.44	24.76	17.00	59.20
13	19.91	30.21	18.00	68.12
14	14.73	17.82	13.00	45.55
15	15.70	18.93	14.00	48.63
16	16.92	23.17	19.00	59.09
17	20.10	24.97	15.00	60.07
18	15.80	15.81	17.00	48.61
19	18.82	24.74	14.00	57.56
20	15.22	22.24	16.00	53.46
21	15.47	23.26	18.00	56.73
22	18.27	27.42	18.00	63.69
23	17.92	25.93	18.00	61.85
24	16.66	21.35	11.00	49.01
25	16.25	24.00	14.00	54.25

ตาราง (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากการทำ กิจกรรมกลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนจากการทำ ใบกิจกรรม รายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 40	คะแนนจากการทำ แบบทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนความสามารถ ด้านการคิดเชิง ความสัมพันธ์ รวม
26	17.05	25.44	14.00	56.49
27	23.68	16.43	15.00	55.11
28	23.17	15.62	15.00	53.79
29	24.79	19.24	12.00	56.03
30	18.54	8.70	12.00	39.24
31	19.71	14.96	11.00	45.67
32	17.38	9.99	14.00	41.37
คะแนนเฉลี่ย	17.80	2162	15.43	54.86

การทดสอบสมมุติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งใช้สถิติทดสอบสมมุติฐานสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z

$$\text{สมมุติฐาน คือ } H_0 : p \leq .50$$

$$H_1 : p > .50$$

$$\text{สถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ \hat{p} คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

$$\text{เนื่องจาก } \hat{p} = \frac{21}{32} = 0.656 \quad p_0 = 0.5 \quad \text{และ } n = 32$$

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.656 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{32}}} = 1.769$$

$$\text{จาก } Z_{.05} = 1.645 \quad \text{และ } 1.769 > 1.645$$

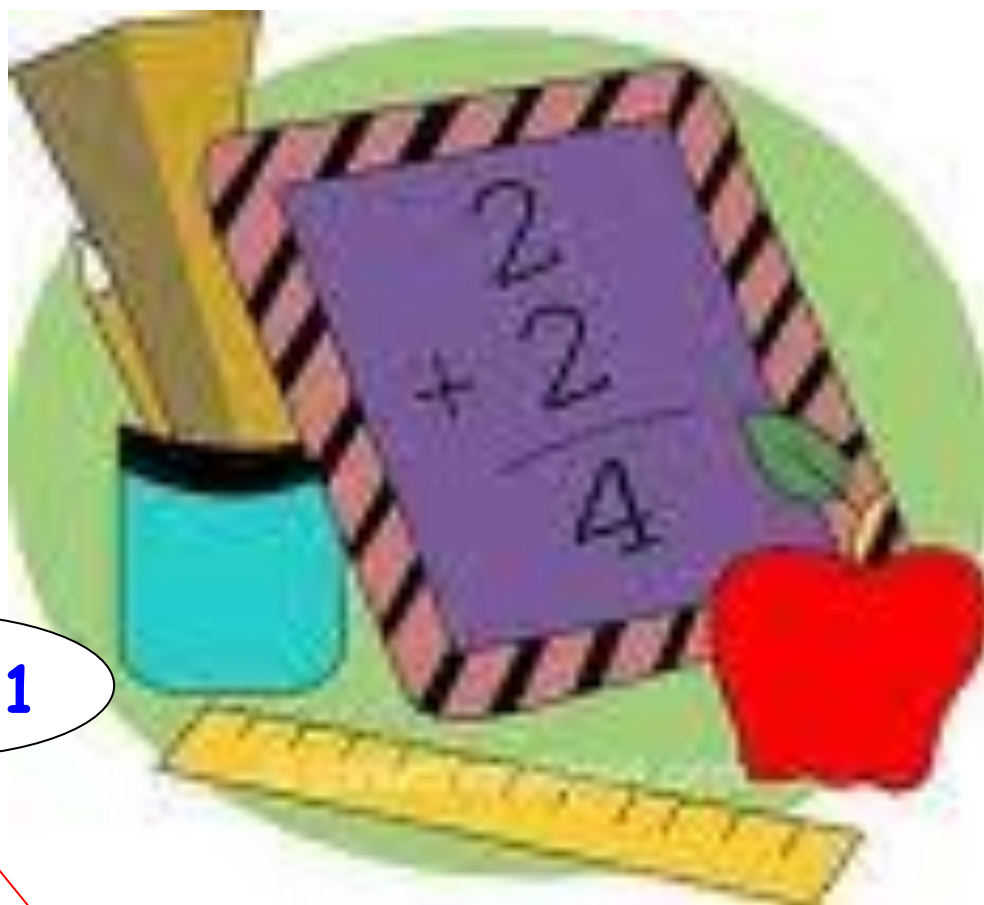
เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 มีความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05



ภาคผนวก จ

คู่มือและตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์
เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100
สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1



$$20+8-1$$

$$19+8$$

$$20+7$$

$$21-8$$

$$19-6$$

$$23-10$$

$$21-10+2$$

คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

คู่มือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ประกอบด้วยคำชี้แจงสำหรับครู และแผนการจัดการเรียนรู้

1. คำชี้แจงสำหรับครูเป็นเอกสารสำหรับครูในการทำความเข้าใจในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วยจุดประสงค์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แนวทางในการจัดกิจกรรม บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลผลการคิดเชิงความสัมพันธ์

2. แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้

คำชี้แจงสำหรับครู

1. หลักการและเหตุผล

เนื่องจากในสภาพสังคมปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาในการจัดการศึกษา จำเป็นต้องพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีความสามารถด้านการคิด การสอนให้นักเรียนได้ฝึกคิดถือว่าเป็นหัวใจหลักของการจัดการศึกษาในยุคนี้ ซึ่งสอดคล้องกับการปฏิรูปการศึกษาตามแนวพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรา 24 หมวด 4 ที่ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ได้มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ กระบวนการคิด ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น คณิตศาสตร์ถือเป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาด้านการคิด

การคิดเชิงความสัมพันธ์ (relational thinking) เป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ลักษณะหนึ่งที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาและส่งเสริมในด้านการเรียนพีชคณิต และการเรียนคณิตศาสตร์ในสาระอื่นๆ เช่น เศษส่วน ทศนิยม การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการคิดที่อาศัยการมองประโยคเปิดของจำนวนโดยภาพรวม เพื่อมองความสัมพันธ์ของนิพจน์สองนิพจน์ หรืออาศัยการเปรียบเทียบจำนวนคู่หนึ่งซึ่งเป็นจำนวนที่รู้เพื่อใช้หาจำนวนที่ไม่ทราบค่า รวมถึงการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการเพื่อแปลงนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ให้สามารถคำนวณได้ง่ายขึ้น หรืออาจไม่อาศัยการคำนวณเชิงพีชคณิตเลย เช่น $37+25 = 26+\square$ การคิดเชิงความสัมพันธ์นั้นจะใช้วิธีการของ

การชดเชย (compensation) และการทำให้เท่ากัน (equivalence) โดยมองความสัมพันธ์ระหว่าง 25 และ 26 ซึ่งเป็นจำนวนที่อยู่คนละข้างของเครื่องหมายเท่ากับในประโยคเปิดของจำนวนว่า 26 มากกว่า 25 อยู่หนึ่ง ดังนั้นจำนวนที่หายไปจากประโยคเปิดของจำนวนดังกล่าวต้องน้อยกว่า 37 อยู่ 1 ดังนั้นคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนที่กำหนดคือ 36 ซึ่งไม่ต้องอาศัยการคำนวณเชิงพีชคณิต พิจารณาอีกตัวอย่างหนึ่ง ได้แก่ $25+69+75 = \square$ นักเรียนสามารถหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนที่กำหนดได้โดยคำนวณจากซ้ายไปขวา โดยนำ 25 บวก 69 ได้ 94 จากนั้นนำ 94 บวก 75 ได้ 169 แต่จะหาคำตอบได้ง่ายกว่าถ้านักเรียนใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยใช้สมบัติการสลับที่ และการเปลี่ยนหมู่ช่วยในการหาคำตอบ โดยสลับที่ระหว่าง 69 กับ 75 จากนั้นบวก 25 กับ 75 ก่อน ได้ 100 จากนั้นนำ 100 บวกกับ 69 ได้ 169 ซึ่งก็จะทำให้ง่ายต่อการคำนวณหาคำตอบ

ผลจากการสำรวจการคิดเชิงความสัมพันธ์เบื้องต้นพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคิดตามขั้นตอนวิธี ขาดความเข้าใจในเรื่องของเครื่องหมายเท่ากับ มองเครื่องหมายเท่ากับว่าเป็นสัญลักษณ์ที่แทนการคำนวณ จำนวนที่นำมาเติมหลังเครื่องหมายเท่ากับต้องเป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการดำเนินการของจำนวนที่มีมาก่อนหน้า หรือเป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการคำนวณของ นิพจน์ทั้งหมดในประโยคจำนวน ซึ่งความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวนี้จะจำกัดความสามารถของนักเรียนในการเรียนเลขคณิตด้วยความเข้าใจ และจะสร้างปัญหาเมื่อนักเรียนเริ่มเรียนพีชคณิต ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อวางพื้นฐานทางการคิดเชิงความสัมพันธ์ทำให้นักเรียนสามารถใช้วิธีการคิดดังกล่าวนี้ต่อไปเมื่อเรียนในระดับที่สูงขึ้น

2. จุดประสงค์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เพื่อใช้สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

3. เนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ ผู้วิจัยได้สอดแทรกวิธีการคิดดังกล่าวในเรื่องการบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100 ซึ่งประกอบด้วย

1. การเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่หลากหลาย (2 คาบเรียน)
2. การหาผลบวกของจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบ (1 คาบเรียน)
3. เครื่องหมายเท่ากับ กับ สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ (1 คาบเรียน)
4. การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนหนึ่งหลัก (1 คาบเรียน)
5. การบวกจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบกับจำนวนที่มีสองหลัก (1 คาบเรียน)

6. การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก (1 คาบเรียน)
7. โจทย์ปัญหาการบวก (2 คาบเรียน)
8. การหาผลลบของจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบ (1 คาบเรียน)
9. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก (1 คาบเรียน)
10. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก (1 คาบเรียน)
11. การหาผลลบของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักซึ่งเป็นพหุคูณของสิบ (1 คาบเรียน)
12. การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก (1 คาบเรียน)
13. โจทย์ปัญหาการลบ (2 คาบเรียน)
14. โจทย์บวกลบระคน (1 คาบเรียน)
15. โจทย์ปัญหาระคน (1 คาบเรียน)

4. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ โดยศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง หลักการของรูปแบบการเพิ่มพูนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ACT) และการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีคิด ส่งเสริมให้มีการคิดด้วยวิธีที่หลากหลาย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ครูนำเสนอปัญหา ครูเลือกและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ใช้ปัญหาที่มีวิธีในการคิดที่หลากหลาย และครูต้องคาดหวังในตัวนักเรียนทุกคนในระดับสูงว่านักเรียนสามารถคิดแก้ปัญหาได้

4.2 ให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูให้เวลานักเรียนในการคิด และรอฟังรายละเอียดของวิธีในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ครูอาจทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน หรือย้ำเตือนความทรงจำของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คล้ายกัน ครูควรให้นักเรียนยอมรับความช่วยเหลือเมื่อมีปัญหาและไม่สามารถแก้ได้

4.3 ให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา ครูต้องพยายามล้วงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากนักเรียน ซึ่งอาจใช้คำถามในลักษณะ เช่น ใครแก้ปัญหาในข้อนี้โดยใช้วิธีการอื่นบ้าง ใครทำวิธีที่ไม่เหมือนเพื่อนทำบ้าง หรือ สามารถใช้วิธีการอื่น ๆ ได้อีกไหม นอกจากนี้ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดให้มากขึ้น และอาจใช้ข้อความที่นักเรียนอธิบายมาเป็นเนื้อหาในการเรียนการสอน ครูเขียนวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ที่นักเรียนนำเสนอบนกระดาน เพื่อให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้ปัญหาหรือวิธีการคิดที่หลากหลายรูปแบบ นอกจากนี้ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพ

4.4 อภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วม โดยคัดเลือกนักเรียนที่แก้ปัญหาในลักษณะแตกต่างกันให้แสดงวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อร่วมอภิปรายถึงวิธีการดังกล่าว และให้นักเรียนยอมรับความผิดพลาดของตน โดยไม่ต้องกังวลกับคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เพื่อให้เด็กกระตือรือร้นในการใช้การคิดและมีส่วนร่วม ควรปลูกฝังให้นักเรียนรักการทำทาย รักที่จะติดตามคำถามที่ยากและรับมือกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

5. บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์ มีดังต่อไปนี้

5.1 ใช้สื่อ อุปกรณ์เพื่อช่วยในการฝึกคิด

ใช้สื่อ อุปกรณ์ วัตถุที่เป็นรูปธรรมสามารถจับต้องได้ในช่วงแรกๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น ตัวนับ เบี้ย แท่งไม้ ไม้ไอศกรีม จากนั้นเปลี่ยนมาใช้รูปภาพ เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างภาพในใจและนำไปสู่การคิดที่เป็นนามธรรมได้

5.2 กระตุ้นยั่วยุให้เกิดความสงสัยและใช้วิธีการคิดที่หลากหลาย

กระตุ้นและยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสงสัย เกิดการเรียนรู้ในลักษณะการค้นพบ และพยายามคิดวิธีการหาคำตอบให้หลากหลาย โดยใช้รูปแบบของการแข่งขันเป็นกลุ่ม เช่น ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาวิธีการคิดที่หลากหลาย โดยพิจารณาว่ากลุ่มใดมีวิธีการคิดมากที่สุด หรือกลุ่มใดได้วิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพที่สุด วิธีการคิดใ้ง่ายที่สุด เร็วที่สุด เป็นต้น

5.3 ใช้วิธีการแนะนำ หรือบอกใบ้ใช้คำถามกระตุ้นให้คิด

ใช้วิธีการแนะนำหรือบอกใบ้ ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถคิดหาคำตอบได้ โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น การหาผลบวกของ $21+22$ ครูอาจทบทวนการหาผลบวกของพหุคูณของสิบก่อนโดยใช้ภาพประกอบ ได้แก่ สิบบวกสิบ ยี่สิบบวกยี่สิบ สามสิบบวกสามสิบ เป็นต้น จากนั้นบอกใบ้วิธีการคิดโดยถามนักเรียนว่า ยี่สิบบวกยี่สิบเป็นเท่าไร ยี่สิบบวกยี่สิบเอ็ดเป็นเท่าไร ยี่สิบบวกยี่สิบสองได้เท่าไร แล้วถ้ายี่สิบเอ็ดบวกยี่สิบสองได้เท่าไร

5.4 เป็นผู้ฟังที่ดี ให้การเสริมแรงอยู่เสมอ

ต้องเป็นผู้ฟังที่ดีรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนอย่างตั้งใจในขณะที่นักเรียนอธิบายหรือนำเสนอวิธีการคิด และใช้หลักการเสริมแรง เช่น การแจกเบี้ย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการนำเสนอวิธีการคิด ครูอาจตั้งข้อตกลงกับนักเรียนว่าถ้านักเรียนนำเสนอวิธีการคิดที่ไม่ถูกต้อง นักเรียนยังคงได้รับเบี้ยจากการร่วมแสดงวิธีการคิด

5.5 ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างทั่วถึง

เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างทั่วถึงโดยรอเวลาให้นักเรียนได้คิด สังเกตนักเรียนถ้านักเรียนไม่แสดงการคิดครูต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิด

5.6 สร้างความเป็นกันเองเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิด

สร้างความเป็นกันเองกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงความคิด โดยให้คำชมเชย หรือให้การเสริมแรงเมื่อนักเรียนแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ และเมื่อวิธีการคิดหาคำตอบไม่ถูกต้องก็ไม่ตำหนินักเรียน แต่ให้คำชมเชยสำหรับความกล้าในการแสดงความคิด

5.7 ใช้การประเมินผลหลากหลายรูปแบบ

ใช้การประเมินผลหลากหลายรูปแบบ เช่น ใช้การสังเกตจากการร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม การนำเสนอวิธีการคิด การวิเคราะห์การเขียนจากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ถึงวิธีในการคิดหาคำตอบ

6. การวัดและการประเมินผลการคิดเชิงความสัมพันธ์

การวัดและการประเมินผลการคิดเชิงความสัมพันธ์ จะใช้การประเมินผลหลากหลายรูปแบบ เช่น ใช้การสังเกตจากการร่วมกิจกรรม การพูดอธิบายการนำเสนอวิธีการคิด การวิเคราะห์การเขียนจากแบบทดสอบ รวมถึงการสัมภาษณ์เพื่อเก็บข้อมูลในเชิงลึก

เครื่องมือสำหรับการวัดผลและประเมินผล ประกอบด้วย

6.1 แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังการทดลองทันที และหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ เพื่อวัดความคงทนของความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์

6.2 แบบสังเกตพฤติกรรมด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

โดยแบบสังเกตพฤติกรรมมี 2 แบบ คือ แบบที่ 1 ใช้สำหรับการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลองในขณะที่ทำกิจกรรมที่สร้างเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ และแบบที่ 2 ใช้ในการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนตลอดการทดลอง จำนวน 6 คน เพื่อศึกษาข้อมูลเชิงลึก โดยคัดเลือกนักเรียนเป้าหมายจากกลุ่มทดลองที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ สูง ปานกลาง และต่ำ ระดับละ 2 คน และใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายเพื่อเก็บข้อมูลในเชิงลึก

7. ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงความสัมพันธ์นี้ ครูควรศึกษา รายละเอียดในการจัดกิจกรรมแต่ละครั้งและควรจัดเตรียมสื่อการเรียนการสอนในแต่ละครั้งให้พร้อม การจัดกิจกรรมดังกล่าวนี้สามารถนำไปประยุกต์สอนนักเรียนได้ในทุกระดับชั้น โดยอาจเพิ่มจำนวนให้เหมาะสมในแต่ละระดับชั้น นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรปรับเปลี่ยนบทบาทจากผู้สอนมาเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาโดยหลากหลายวิธีเพื่อที่จะนำมาถึงวิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	
เรื่อง	การเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่หลากหลาย 1
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน
ระดับชั้น	ประถมศึกษาปีที่ 1 เวลา 60 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- (1) ทบทวนการหาผลบวกของจำนวนแบบสองเท่าที่มีผลบวกไม่เกิน 20
- (2) ทบทวนการหาผลบวกของจำนวนที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 20

1.2 ด้านการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์

- (1) เขียนแสดงจำนวนที่กำหนดได้หลากหลายรูปแบบ
- (2) หาผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 9 ได้หลากหลายรูปแบบ

1.3 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- (1) อธิบายเหตุผลหรือแสดงวิธีคิดของตนเองได้
- (2) สื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้

1.4 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

- (1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมกลุ่ม
- (2) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการทบทวนการหาผลบวกของจำนวนแบบสองเท่าที่มีผลบวกไม่เกิน 20 โดยยุทธวิธีส่วนใหญ่ที่นักเรียนจะใช้แบบจำลอง เช่น เบี้ย ตัวนับ ลูกคิด บล็อก เป็นต้น และใช้วิธีการนับ โดยนำจำนวนที่มีค่ามากไว้ในใจและนับต่อไปจนถึงจำนวนที่ต้องการ เช่น $4+5$ นำ 5 ไว้ในใจและนับต่อจาก 5 ออกไปอีก 4 จำนวน ได้แก่ 6 7 8 และ 9 ดังนั้นคำตอบของ $4+5$ จึงเป็น 9

ด้านการส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ สำหรับการเขียนแสดงจำนวนที่กำหนดให้ได้หลากหลายรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสามารถหาผลบวกได้หลากหลายวิธีและรวดเร็วขึ้นซึ่งจะนำไปสู่วิธีการคิดเชิงความสัมพันธ์ เช่น ถ้านักเรียนรู้ว่า 5 มีค่าเท่ากับ $4+1$ ดังนั้นในการหาผลบวกของ $4+5$ ถ้านักเรียนทราบว่า $4+4$ มีค่าเท่ากับ 8 แล้วนักเรียนสามารถหาค่าของ $4+5$ ได้โดย มีค่ามากกว่า 8 อยู่ 1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 9 นั่นเองซึ่งเป็นการคิดเชิงความสัมพันธ์โดยมองความสัมพันธ์ของ

จำนวน นอกจากนี้การเข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนจะช่วยให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้

3. สื่อการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม 1.1 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ
- 3.2 ใบกิจกรรม 1.2 : ทบทวนการบวกแบบสองเท่า
- 3.3 ใบกิจกรรม 1.3 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนที่หลากหลาย

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) เพื่อทบทวนการบวกเลขจำนวนที่ไม่เกิน 5 ครูนำเสนอ เกมโอมเพียง โดยการถือดินสอในมือจำนวน 5 แท่ง แล้วถามนักเรียนว่า “ในมือครูมีดินสอทั้งหมดกี่แท่ง” (5 แท่ง)

2) ครูเขียนตัวเลข 5 บนกระดาน จากนั้นนำดินสอแอบไว้ด้านหลัง และกล่าวว่า “โอม...เพียง” แล้วให้ดินสออยู่มือซ้ายจำนวนหนึ่ง มือขวาจำนวนหนึ่ง เช่น มือซ้าย 2 แท่ง มือขวา 3 แท่ง ครูนำดินสอที่อยู่ในมือใดมือหนึ่ง เช่นมือซ้ายแสดงให้นักเรียนดูส่วนดินสอที่อยู่ในมือขวาซ่อนไว้ด้านหลัง และถามนักเรียนว่า “มีดินสอในมือครูที่อยู่ด้านหลังกี่แท่ง” (3 แท่ง)

3) เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ครูให้นักเรียน 2-3 คน ทำกิจกรรมดังกล่าวอีกสัก 2-3 ตัวอย่าง

4.2 **ขั้นสอน** ใช้เวลาประมาณ 45 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรม 1.1 : การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ ให้นักเรียนทุกคนอ่านและทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม (ประมาณ 5 นาที)

2) เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ดังนี้

* นักเรียนจะเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ ได้อย่างไร

(ตอบ 5)

* นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ แบบอื่นได้อีกหรือไม่ อย่างไร

(ตอบ ได้ ได้แก่ $1+4$, $2+3$)

* จำนวนสองจำนวน รวมกันได้ 5 มีหรือไม่ อะไรบ้าง

(ตอบ มี ได้แก่ $1+4$, $2+3$)

3) ขณะที่นักเรียนตอบคำถามข้างต้น ครูควรเขียนจำนวนที่นักเรียนบอกบนกระดาน

4) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ครูให้นักเรียน

ร่วมกันสรุป รูปแบบการเขียนแสดงจำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 5 นั่นคือ

$$0+5 \quad 1+4 \quad 2+3 \quad 3+2 \quad 4+1 \quad 5+0$$

5) เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพชัดเจนขึ้น ครูวาดภาพบนกระดานแสดงสองจำนวนที่รวมกันได้ 5 ประกอบ และเขียนแสดงจำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 5 ดังกล่าวข้างต้น

6) เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนต่อยอดความคิด ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ดังนี้

- * จำนวนสามจำนวนรวมกันได้ 5 มีหรือไม่ อะไรบ้าง
(ตอบ มี ได้แก่ $1+1+3$, $1+2+2$)
- * จำนวนมากกว่าสามจำนวนรวมกันได้ 5 มีหรือไม่ อะไรบ้าง
(ตอบ มี ได้แก่ $1+1+1+1+1$, $1+1+1+2$)
- * เราเขียนจำนวน 5 ให้อยู่ในรูปแบบใดได้บ้าง
(ตอบ $1+1+1+1+1$, $6-1$, $7-2$, $8-3$, $9-4$, $10-5$)

7) เพื่อให้นักเรียนทบทวนการหาผลบวกของจำนวนแบบสองเท่าซึ่งมีผลลัพธ์ไม่เกิน 20 ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 1.2 ทบทวนการบวกแบบสองเท่า โดยให้เวลานักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนออกมาเติมผลบวกของจำนวนหน้าชั้นเรียน

8) ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการคิดหาผลของ $4+5$ ให้นักเรียนนำเสนอวิธีคิดในการหาผลบวกในข้อ 1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการคิดที่หลากหลาย

ครูให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาผลบวกของ $4+5$ ว่านักเรียนมีวิธีในการคิดหาผลบวกอย่างไร ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาผลบวกที่หลากหลาย เช่น

- * นอกจากวิธีการนับแล้วยังมีวิธีการคิดแบบอื่นอีกหรือไม่ อย่างไร
- * นักเรียนใช้ผลบวกของ $4+4$ มาช่วยในการคิดได้ไหม
- * นอกจากวิธีการคิดแบบนี้แล้วยังมีวิธีการคิดแบบไหนอีก

สำหรับวิธีคิดที่คาดว่าจะเป็นไปได้มีดังต่อไปนี้

วิธีที่ 1 ใช้แบบจำลองโดยนับตัวนับมาสองกอง กองละ 4 และ กองละ 5 จากนั้นนับจำนวนตัวนับทั้งหมด

วิธีที่ 2 ใช้การนับโดยเริ่มจากจำนวนแรกคือ 4 และนับเพิ่มไปอีกครึ่งละ 1 อีกห้าจำนวน

วิธีที่ 3 ใช้การนับโดยเริ่มจากจำนวนที่มีค่ามากกว่าคือ 5 และนับเพิ่มไปอีกครึ่งละ 1 อีกสี่จำนวน

วิธีที่ 4 ใช้การมองความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นคือ นักเรียนทราบว่า $4+4$ มีค่าเป็น 8 ดังนั้น $4+5$ จึงมีค่าเป็น 9 เนื่องจาก 5 มีค่ามากกว่า 4 อยู่ 1

วิธีที่ 5 ใช้การมองความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นคือ นักเรียนทราบว่า $5+5$ มีค่าเป็น 10 ดังนั้น $4+5$ จึงมีค่าเป็น 9 เนื่องจาก 4 มีค่าน้อยกว่า 5 อยู่ 1

วิธีที่ 6 ใช้ความรู้เรื่องการเขียนแสดงจำนวนในรูปแบบที่หลากหลาย คือ $5=4+1$ ดังนั้น $4+5=4+4+1$ และใช้ความรู้เรื่องการบวกแบบสองเท่า นั่นคือ $4+4=8$ ดังนั้น $4+5=9$

9) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 1.3 เป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เรื่องการเขียนจำนวนในรูปแบบที่หลากหลาย

4.3 **ขั้นสรุป** ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปถึงวิธีการคิดหาผลบวกของจำนวนที่กำหนด ถ้านักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในลักษณะที่หลากหลายหลากหลายก็สามารถช่วยให้นักเรียนหาวิธีคิดได้หลายวิธี และการบวกจำนวนสองจำนวนที่มีค่าใกล้เคียงกันสามารถใช้วิธีการบวกแบบสองเท่ามาช่วยในการคำนวณ

5. การวัดและประเมินผล

- 5.1 ผลจากการทำใบกิจกรรม 1.1 - 1.3
- 5.2 ผลจากการตอบคำถามของนักเรียน
- 5.3 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม 1.1 การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอ

กลุ่ม.....

ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนของดินสอให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย



The writing area consists of ten horizontal dotted lines spaced evenly down the page, providing a guide for handwriting practice.

ใบกิจกรรม1.2 ทบทวนการบวกแบบสองเท่า
ชื่อ-นามสกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

จงหาผลบวก

$1+1 = \square$

$2+2 = \square$

$3+3 = \square$

$4+4 = \square$

$5+5 = \square$

$6+6 = \square$

$7+7 = \square$

$8+8 = \square$

$9+9 = \square$

$10+10 = \square$

ท้าทายการคิด!

1. กำหนด $4+4 = 8$ และ $5+5 = 10$

จงหาค่าของ $4+5 = \square$ คิดอย่างไร

2. กำหนด $20+20 = 40$

$20+21 = \square$ คิดอย่างไร

ใบงาน 1.3 การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนที่หลากหลาย

ชื่อ-นามสกุล..... เลขที่..... ชั้น.....

จงเขียนตัวเลขแทนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบหลากหลาย

1. 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

เรื่อง	การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีทด 2
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน
ระดับชั้น	ประถมศึกษาปีที่ 1

เวลา 60 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน
 - (1) หาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีทด
- 1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน
 - (1) อธิบายเหตุผลหรือแสดงวิธีคิดของตนเองได้
 - (2) สื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้
- 1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน
 - (1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมกลุ่ม
 - (2) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

การบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีทดสามารถหาคำตอบได้ใช้วิธีบวกจำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกันเข้าด้วยกัน

3. สื่อการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม 7.1 : ทบทวน
- 3.2 ใบกิจกรรม 7.2 : การบวกจำนวนสองหลักสองจำนวน (ไม่มีทด)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

- 4.1 **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้
 - 1) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 7.1 ทบทวน การหาบวกจำนวนที่มีสองหลักที่เป็นพหุคูณของสิบกับจำนวนที่มีสองหลักเป็นรายบุคคล (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)
 - 2) ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบ
- 4.2 **ขั้นสอน** ใช้เวลาประมาณ 45 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำกล่องที่มีสองช่องมา 1 ใบวางบนโต๊ะ ทบทวนนักเรียนว่าช่องทางขวามือไว้สำหรับใส่ไม้ที่ไม่ครบสิบและช่องทางซ้ายมือสำหรับใส่ไม้เต็มสิบ

ครูอธิบายการแสดงวิธีการหาผลบวกในแนวดิ่ง โดยใช้อุปกรณ์ของจริงประกอบ และอธิบายวิธีการเขียนโดยเขียนตัวเลขที่อยู่ในหลักเดียวกันให้ตรงกันและหาผลบวกของตัวเลขในแต่ละหลักหรืออาจใช้วิธีการของการชดเชย ดังตัวอย่าง

$$\begin{array}{r}
 43 \\
 +36 \\
 \hline
 79
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{-3} \\
 \xrightarrow{+3}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 40 \\
 +39 \\
 \hline
 79
 \end{array}$$

2) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 7.2 การบวกจำนวนสองหลักสองจำนวน (ไม่มีทด) โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม (ประมาณ 10 นาที)

3) ให้นักเรียนอธิบายวิธีคิดหาคำตอบของแต่ละข้อ ครูและนักเรียนร่วมอภิปรายถึงวิธีการดังกล่าวว่าถูกต้องหรือไม่ อย่างไร

4.3 **ขั้นสรุป** ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหลักการบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีทดสามารถหาคำตอบได้ใช้วิธีบวกจำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกันเข้าด้วยกัน และสรุปวิธีการเขียนโดยเขียนตัวเลขที่อยู่ในหลักเดียวกันให้ตรงกันและหาผลบวกของตัวเลขในแต่ละหลัก

5. การวัดและประเมินผล

- 5.1 ผลจากการทำใบกิจกรรม 7.1 – ใบกิจกรรม 7.2
- 5.2 ผลจากการตอบคำถามของนักเรียน
- 5.3 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมความคิดเชิงความสัมพันธ์

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม 7.1 ทบทวน

ชื่อ-นามสกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

ให้นักเรียนเติมจำนวนเพื่อให้ประโยคถูกต้อง

เด็ก ๆ จ๋า...คิดอย่างไรจ้ะ
...บอกหน่อย

1. $20+21 = \square$

2. $43+40 = \square$

3. $10+19 = \square$

4. $38+30 = \square$

5. $43+20 = \square$

ใบกิจกรรม 7.2 การบวกจำนวนสองหลักสองจำนวน (ไม่มีทด)

ชื่อ-นามสกุล..... เลขที่..... ชั้น.....

จงหาผลบวก

1. $31+12 =$

ตอบ

2. $51+ 46 =$

ตอบ

3. $35+21 =$

ตอบ

4. $= 56+23$

ตอบ

5. $= 67+21$

ตอบ

6. โจทย์ท้าทาย $49+49 =$

ตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17

เรื่อง โจทย์บวกลบระคน
 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
 ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1

เวลา 60 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

(1) สามารถหาผลลัพธ์ของโจทย์ที่กำหนดได้ด้วยวิธีที่หลากหลาย

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

(1) อธิบายเหตุผลหรือแสดงวิธีคิดของตนเองได้

(2) สื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

(1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมกลุ่ม

(2) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาต้องวิเคราะห์โจทย์ ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด โจทย์ถามอะไร จะใช้วิธีการใด ในการคิดหาคำตอบ และถ้าไม่คิดแบบนี้แล้วคิดแบบอื่นได้อีกหรือไม่ อย่างไร

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบคำตอบ เกมมี-ออก-เพิ่ม...มี-เพิ่ม-ออก

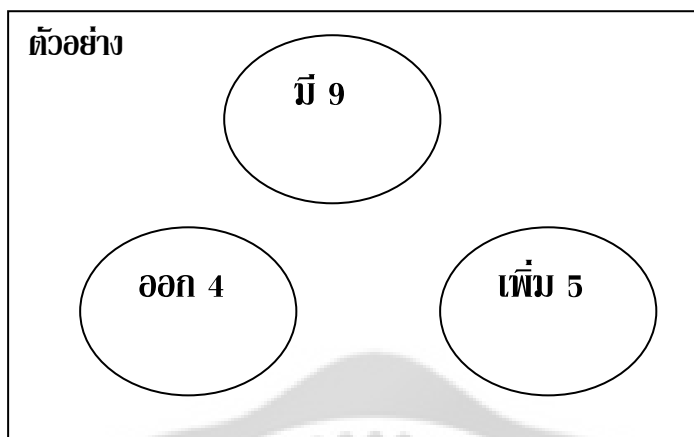
3.2 ใบกิจกรรม 17.1 : การบวกลบ

4. กิจกรรมการเรียนรู้ระคน

4.1 **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูแจกใบคำตอบ เกมมี-ออก-เพิ่ม...มี-เพิ่ม-ออก ให้นักเรียน และอธิบายให้นักเรียนฟังถึงวิธีการเล่นว่าให้นักเรียนนึกถึงสิ่งของที่นักเรียนชอบสะสมสิ่งหนึ่งเช่นภาพสัตว์ จากนั้นครูชูบัตรโจทย์ดังตัวอย่าง ชี้แจงกับนักเรียนว่า มี 25 หมายถึง นักเรียนมีภาพสัตว์ 25 ภาพ ออก 4 หมายถึงให้เพื่อนไป 4 ภาพ และ เพิ่ม 5 หมายถึงสะสมเพิ่มได้ 5 ภาพ และให้นักเรียนคิดว่า

จะเหลือภาพสัตว์กี่ภาพ ให้นักเรียนคิดคำนวณให้รวดเร็วและนำคำตอบไปใส่ในกระดาษคำตอบ เกม มี-ออก-เพิ่ม...มี-เพิ่ม-ออก



2) จากนั้นครูชูบัตรโจทย์ของเกมจำนวน 10 ข้อ แต่ละข้อให้เวลาคิดประมาณ 10 วินาที เมื่อถามหมดทุกข้อให้นักเรียนรีบส่งกระดาษคำตอบ

4.2 **ขั้นสอน** ใช้เวลาประมาณ 45 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนเฉลยคำตอบของบัตรโจทย์ของเกมในแต่ละข้อ โดยครูให้นักเรียนออกมาเขียนประโยคจำนวนของบัตรโจทย์ในแต่ละข้อ และถามถึงวิธีการคิดหาคำตอบของนักเรียน เช่น มี 9 ออก 4 เพิ่ม 5 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น $9-4+5$ หรือ $9+5-4$ แนวคิดในการหาคำตอบ นักเรียนอาจใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน

* นอกจากวิธีคิดดังกล่าวนี้แล้วคิดแบบใดได้อีก

* มีใครคิดแตกต่างจากเพื่อนบ้าง อย่างไร

* ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาวิธีการคิดแบบอื่นได้ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมในกรณีที่ ออกกับเพิ่มมีจำนวนเท่ากัน ครูถามนักเรียนว่าของสะสมที่นักเรียนมีอยู่จะเปลี่ยนไปจากเดิมหรือไม่ อย่างไร

2) ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 17.1 เป็นกิจกรรมกลุ่ม

3) ให้นักเรียนนำเสนอวิธีคิดหาคำตอบและร่วมอภิปรายถึงวิธีการดังกล่าว

4.3 **ขั้นสรุป** ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าการหาคำตอบของโจทย์การบวกและการลบไม่จำเป็นต้องทำตามขั้นตอนวิธี นักเรียนควรใช้สมบัติสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มมาช่วยในการหาคำตอบ

5. การวัดและประเมินผล

- 5.1 ผลจากการทำใบคำตอบ และ ใบกิจกรรม 17.1
- 5.2 ผลจากการตอบคำถามของนักเรียน
- 5.3 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

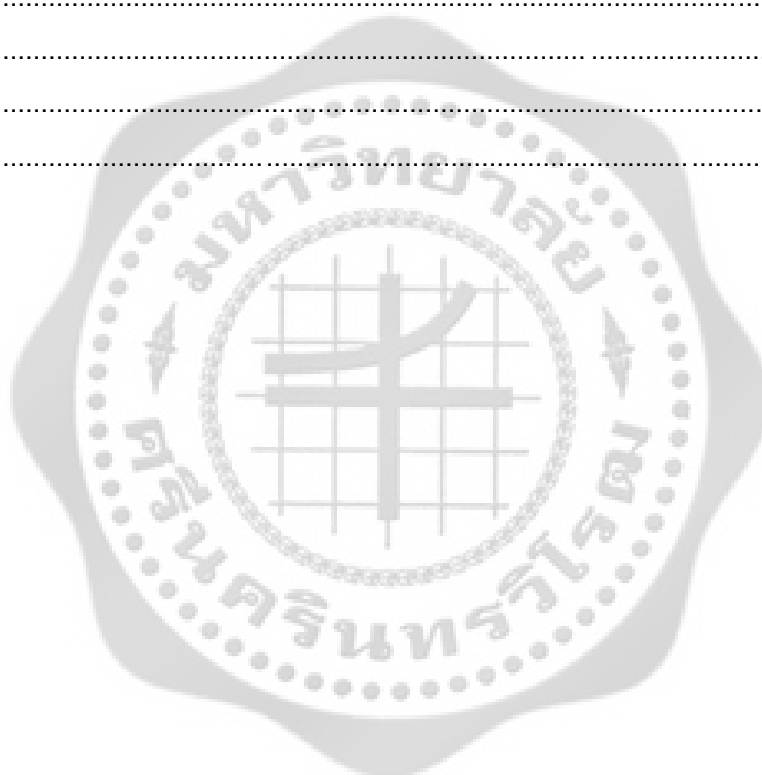
.....

.....

.....

.....

.....



ใบคำตอบ เกมมี-ออก-เพิ่ม...มี-เพิ่ม-ออก

ชื่อ-นามสกุล..... เลขที่..... ชั้น.....

คำตอบ....คงเหลือ....

ทด

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

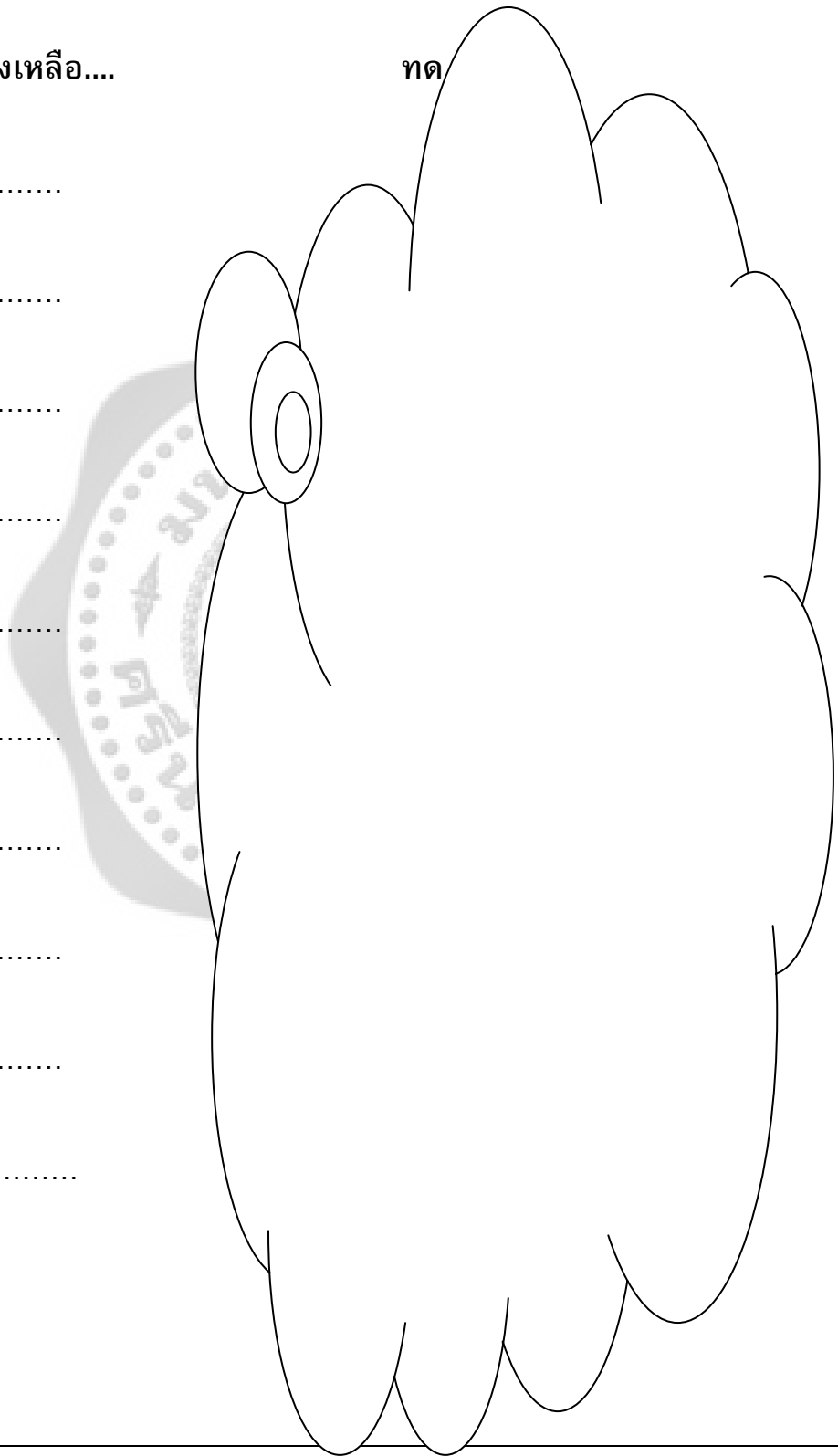
6.....

7.....

8.....

9.....

10.....

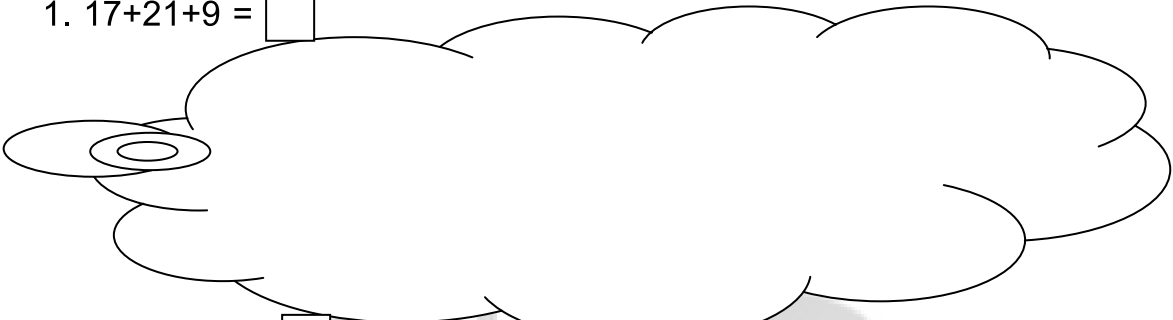


ใบกิจกรรม 17.1 การบวกลบระคน

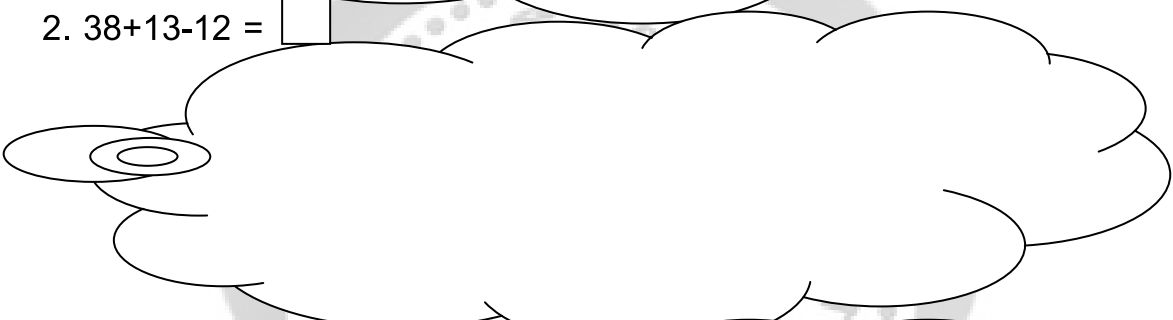
ชื่อ-นามสกุล.....	เลขที่.....	ชั้น.....
-------------------	-------------	-----------

จงหาผลลัพธ์ในแต่ละข้อ

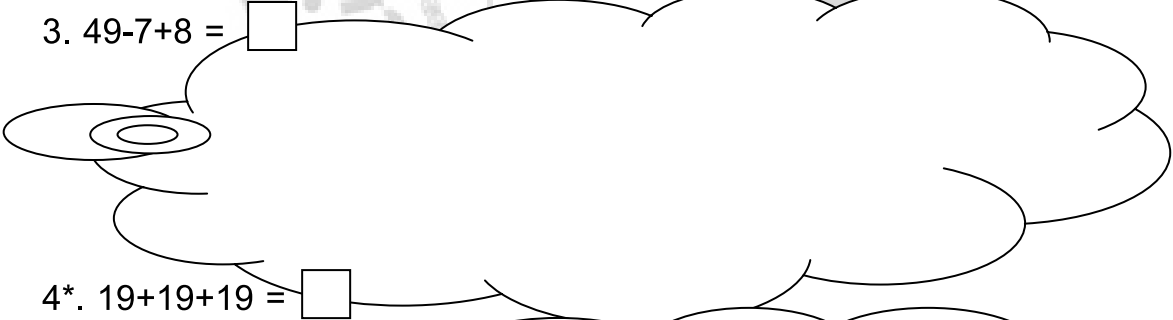
1. $17+21+9 = \square$



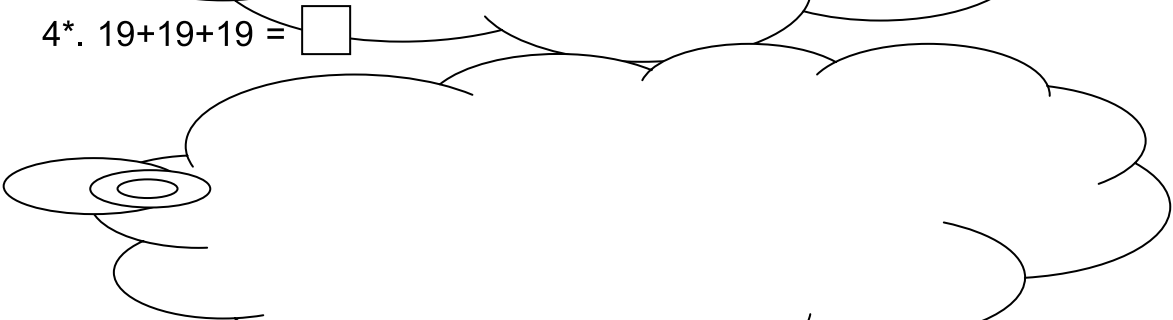
2. $38+13-12 = \square$



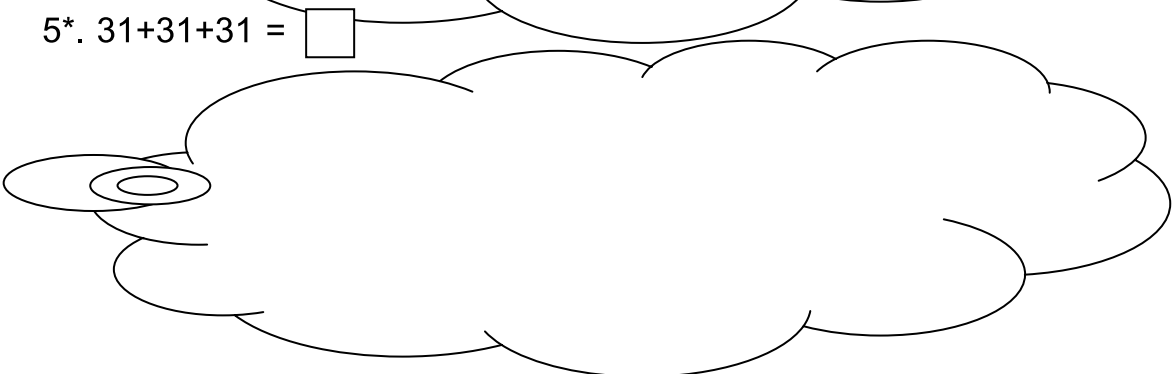
3. $49-7+8 = \square$



4*. $19+19+19 = \square$



5*. $31+31+31 = \square$





ภาคผนวก ช

แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
หลังการทดลองทันที

ชื่อ-นามสกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

1. จงเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับให้หลากหลาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$\boxed{} = 21 + 18$$

3. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$34 + 5 = \boxed{} + 9$$

4. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$48 - 5 = \boxed{} + 8 - 5$$

5. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$50 - \square = 49 - 19$$

6. จงเขียนตัวเลขแสดงจำนวน



ให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$58 + 7 = \square \bigcirc \bigcirc \bigcirc$$

คิดอย่างไร



8. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$71 - 32 = \square \bigcirc \bigcirc \bigcirc$$

คิดอย่างไร



9. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$68 - 8 = 70 - \square$$

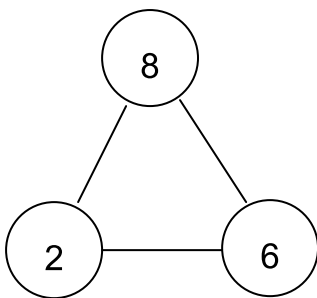
คิดอย่างไร

10. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$59 + 31 = \square + 30$$

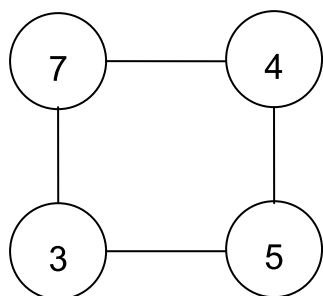
คิดอย่างไร

11. จงหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดให้



คิดอย่างไร

12. จงหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดให้



คิดอย่างไร

13. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$21 + 38 + 9 = \square$$

คิดอย่างไร

14. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$40 + 8 - 8 = \square$$

คิดอย่างไร

15. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$94 + 6 - 5 = \square$$

คิดอย่างไร

แบบทดสอบวัดความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์
หลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์

ชื่อ-นามสกุล..... เลขที่..... ชั้น.....

1. จงเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับให้หลากหลาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$\square = 41 + 18$$

3. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$53 + 5 = \square + 8$$

4. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$37 - 5 = \square + 7 - 5$$

5. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$50 - \square = 49 - 19$$

6. จงเขียนตัวเลขแสดงจำนวน



ให้อยู่ในรูปแบบที่หลากหลาย

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$48 + 7 = \square \bigcirc \bigcirc \bigcirc$$

คิดอย่างไร



8. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$81 - 52 = \square \bigcirc \bigcirc \bigcirc$$

คิดอย่างไร



9. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$69 - 9 = 70 - \square$$

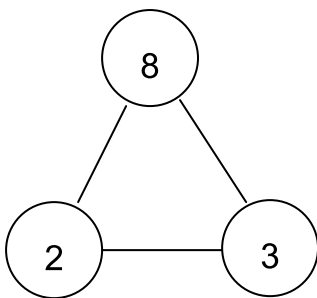
คิดอย่างไร

10. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$59 + 31 = \square + 30$$

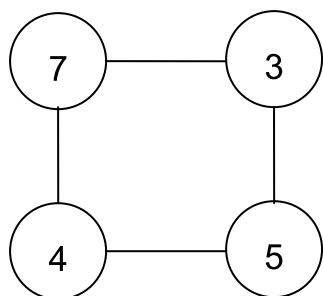
คิดอย่างไร

11. จงหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดให้



คิดอย่างไร

12. จงหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดให้



คิดอย่างไร

13. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$11 + 27 + 9 = \square$$

คิดอย่างไร

14. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$50 + 7 - 7 = \square$$

คิดอย่างไร

15. จงเติมตัวเลขแสดงจำนวนใน

$$78 + 9 - 8 = \square$$

คิดอย่างไร

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ

ข้อ 1

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย ตั้งแต่ 3 รูปแบบขึ้นไป
1	สามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย 1-2 รูปแบบ
0	ไม่สามารถเขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้

ข้อ 2-5

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้อย่างถูกต้อง ไม่ว่าจะใช้วิธีการคิดในรูปแบบใดก็ตาม
0	ไม่สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้อย่างถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยคและใช้การชดเชย

ข้อ 6

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้ตั้งแต่ 3 รูปแบบขึ้นไป
1	สามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้ 1-2 รูปแบบ
0	ไม่สามารถเขียนตัวเลขแสดงจำนวนได้

ข้อ 7-10

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้อย่างถูกต้อง โดยใช้วิธีการมองความสัมพันธ์ของจำนวนและใช้การชดเชย
1	สามารถแสดงแนวคิดในการหาตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้ โดยใช้วิธีการมองความสัมพันธ์ของจำนวนและใช้การชดเชย แต่ไม่สามารถหาคำตอบของตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างถูกต้อง
0	ไม่สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ

ข้อ 11-12

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถแสดงแนวคิดและหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง โดยใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ
1	สามารถแสดงแนวคิดในการหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดได้ โดยใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ แต่ไม่สามารถหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง
0	ไม่สามารถแสดงแนวคิดและหาผลบวกของจำนวนที่กำหนดได้

ข้อ 13-15

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้อย่างถูกต้อง โดยใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ
1	สามารถแสดงแนวคิดในการหาตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้ โดยใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ แต่ไม่สามารถหาคำตอบของตัวเลขแสดงจำนวนได้อย่างถูกต้อง
0	ไม่สามารถแสดงแนวคิดและเติมตัวเลขแสดงจำนวนในช่องว่างได้



ภาคผนวก ช

แบบสังเกตพฤติกรรมการคิดเชิงความสัมพันธ์
และแบบสัมภาษณ์



แบบสังเกตพฤติกรรมแบบที่ 1 (ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ)

กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

กิจกรรมที่.....

ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออก			หมายเหตุ
	เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย	หาคำตอบของประโยคเปิดจำนวนได้อย่างถูกต้อง (ไม่ว่าจะเป็นวิธีใดก็ตาม)	ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ	

บันทึกเพิ่มเติม.....

.....

.....

แบบสังเกตพฤติกรรมแบบที่ 1 (ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสอง จำนวนและใช้การชดเชย)

กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

กิจกรรมที่.....

ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออก					หมายเหตุ
	สามารถเขียนแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลาย	มีร่องรอยการขีดเขียน โยงจำนวนซึ่งสัมพันธ์กัน	ใช้ลูกศร หรือ แผนภาพ ในการเปรียบเทียบจำนวน	ใช้ทบสิบหรือ พหุคูณของทบสิบช่วยในการหาคำตอบ	ใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ	

บันทึกเพิ่มเติม.....

.....

.....

แบบสังเกตพฤติกรรมแบบที่ 1 (ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ)

กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

กิจกรรมที่.....

ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออก				หมายเหตุ
	ใช้สมบัติการสลับที่ ช่วยในการหา คำตอบ	ใช้สมบัติการเปลี่ยน กลุ่มช่วยในการหา คำตอบ	ใช้สมบัติพื้นฐาน อื่นๆ ช่วยในการหา คำตอบ	ไม่ใช้การคิดคำนวณ ตามขั้นตอนวิธี	

บันทึกเพิ่มเติม.....

.....

.....

แบบสังเกตพฤติกรรมแบบที่ 1 (ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์)

กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

กิจกรรมที่.....

ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออก							หมายเหตุ
	พยายามคิดหา ยุทธวิธีในการ หาคำตอบ	ใช้เวลาในการ คิดหาคำตอบ น้อยลง	หายุทธวิธีที่ใช้หา คำตอบได้อย่าง หลากหลาย	นำเสนอ ยุทธวิธีที่ใช้หา คำตอบ	มีส่วนร่วมใน การตอบ คำถาม หรือ การอภิปราย	มีส่วนร่วมใน การทำกิจกรรม กลุ่ม	รับฟังความ คิดเห็นของ ผู้อื่น	

บันทึกเพิ่มเติม.....

.....

.....

แบบสังเกตพฤติกรรมแบบที่ 2

ชื่อ-สกุล..... วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....กิจกรรมที่.....
<p>1. ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ (เขียนประโยคจำนวนที่ใช้เครื่องหมายเท่ากับได้อย่างหลากหลาย/หาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนได้อย่างถูกต้อง/ใช้เครื่องหมายเท่ากับในลักษณะที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ) บันทึกเพิ่มเติม..... </p> <p>2. ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสองจำนวนและใช้การชดเชย (สามารถเขียนแสดงจำนวนได้อย่างหลากหลาย/มีร่องรอยการขีดเขียน โดยจำนวนซึ่งสัมพันธ์กันใช้ลูกศรหรือแผนภาพในการเปรียบเทียบจำนวน/ใช้ทาบสลิปหรือพหุคูณของทาบสลิปช่วยในการหาคำตอบ/ใช้การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนเพื่อช่วยในการหาคำตอบ) บันทึกเพิ่มเติม..... </p> <p>3. ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของจำนวนและการดำเนินการ (ใช้สมบัติการสลับที่ช่วยในการหาคำตอบ/ใช้สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มช่วยในการหาคำตอบ/ใช้สมบัติพื้นฐานอื่นๆช่วยในการหาคำตอบ/ไม่ใช้การคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธี) บันทึกเพิ่มเติม..... </p> <p>4. ด้านความสามารถทั่วไปที่ส่งเสริมการคิดเชิงความสัมพันธ์ (พยายามคิดหายุทธวิธีในการหาคำตอบ/ใช้เวลาในการคิดหาคำตอบน้อยลง/หายุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบได้อย่างหลากหลาย/นำเสนอยุทธวิธีที่ใช้หาคำตอบ/มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม หรือการอภิปราย/มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม/รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น) บันทึกเพิ่มเติม..... </p>

แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

ด้านความเข้าใจเครื่องหมายเท่ากับ

ข้อที่สัมภาษณ์.....

1. นักเรียนอ่านประโยคจำนวนที่กำหนดให้ครู่ฟังหน่อย
.....
2. นักเรียนมีวิธีคิดหาคำตอบข้อนี้อย่างไร
.....
3. นักเรียนมีวิธีการคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่
.....
4. ถ้าไม่ใช้วิธีการคิดแบบนี้ จะคิดหาคำตอบแบบไหน
ได้อีก

ด้านความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์

ระหว่างจำนวนสองจำนวนในประโยค
และใช้การชดเชย

ข้อที่สัมภาษณ์.....

1. นักเรียนอ่านประโยคจำนวนที่กำหนดให้ครู่ฟังหน่อย
.....
2. นักเรียนมีวิธีคิดหาคำตอบข้อนี้อย่างไร
.....
3. นักเรียนมีวิธีการคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่
.....
4. ถ้าไม่ใช้วิธีการคิดแบบนี้ จะคิดหาคำตอบแบบไหน
ได้อีก

ด้านความสามารถในการใช้สมบัติพื้นฐานของ
จำนวนและการดำเนินการ

ข้อที่สัมภาษณ์.....

1. นักเรียนอ่านประโยคจำนวนที่กำหนดให้ครู่ฟังหน่อย
.....
2. นักเรียนมีวิธีคิดหาคำตอบข้อนี้อย่างไร
.....
3. นักเรียนมีวิธีการคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่
.....
4. ถ้าไม่ใช้วิธีการคิดแบบนี้ จะคิดหาคำตอบแบบ
ไหนได้อีก





ประวัตย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นางสุกัญญา (ยี่กา) หะยีสานและ
 วันเดือนปีเกิด 11 ธันวาคม พ.ศ. 2515
 สถานที่เกิด กรุงเทพฯ
 สถานที่อยู่ปัจจุบัน 2 (ซอยสวนสยาม 26) แขวงคันทนายาว
 เขตคันทนายาว จังหวัดกรุงเทพฯ 10230
 ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2527 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
 โรงเรียนคันทนายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์)
 พ.ศ. 2533 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
 โรงเรียนบางกะปิ
 พ.ศ. 2535 อ.วท. (เทคโนโลยีการอาหาร)
 วิทยาลัยครูสวนสุนันทา
 พ.ศ. 2542 ครุศาสตร์บัณฑิต (ค.บ.)
 สาขาวิชาคณิตศาสตร์
 สถาบันราชภัฏพระนคร
 พ.ศ. 2545 การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.)
 สาขาวิชาคณิตศาสตร์
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 พ.ศ. 2554 การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (กศ.ด.)
 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ