การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ กับการเรียนรู้ตามสภาพจริง

ปริญญานิพนธ์
ของ
ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มีนาคม 2554

การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ กับการเรียนรู้ตามสภาพจริง

ปริญญานิพนธ์
ของ
ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มีนาคม 2554
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง

บทคัดย่อ

ของ

ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มีนาคม 2554

ไพโรจน์ น่วมนุ่ม. (2554). *การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่, รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่, ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริงและเพื่อศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาถึงพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยมีกรอบแนวคิดมาจากการพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริง ผู้วิจัยดำเนินการออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง นำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาสร้างกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ นำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมหาราช “ประชานิมิต” จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 21 คน ระยะเวลาในการทดลอง 20 คาบ คาบละ 55 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ใบกิจกรรม แบบสังเกตพฤติกรรม แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบบันทึกการผ่านเกณฑ์เป็นรายบุคคล วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบทวินามและการทดสอบทีแบบรายคู่ ผลการทดลองสรุปได้ดังนี้

1. ด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

2. ด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน กล่าวคือ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน หลังการทดลอง เปรียบเทียบ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

3. สำหรับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้ง 3 ด้านดีขึ้น อย่างเป็นลำดับ

AN INSTRUCTIONAL DESIGN ON MATHEMATICAL FUNCTION TO ENHANCE ENDURING UNDERSTANDING OF GRADE 10 STUDENTS BY USING BACKWARD DESIGN ALONG WITH AUTHENTIC LEARNING

AN ABSTRACT

BY

PAIROT NUAMNOOM

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for
the Doctor of Education Degree in Mathematics Education
at Srinakharinwirot University
March 2011

Pairot Nuamnoom. (2011). *An Instructional Design on Mathematical Function to Enhance Enduring Understanding of Grade 10 Students by Using Backward Design along with Authentic Learning*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Dr. Piyavadee Wongyai, Assoc. Prof. Dr. Wichai Wongyai, Prof. Narong Punnim.

The purposes of this study were to design a mathematical instruction on function topic by using the backward design and authentic learning, and to study its effects on a conceptual understanding of function and its retention. Additionally, the study also examined development of conceptual understanding.

The study based on a qualitative and quantitative research design. The research framework was developed based on the ideas and guidelines of backward design and authentic learning. The mathematics instruction were developed based on analysis and synthesis of background knowledge of backward design, authentic learning and authentic assessment and tried out. The samples of this study were 21 grade ten students in Maharach “Prachanimit” School, Ayuthaya Province. The experiment was twenty periods of 55 minute during the second semester of the 2552 academic year . The research instruments consist of achievement tests, worksheets, observation form for learning behavior, interview form and summary student form. Data were analyzed by paired t -test and binomial test. The findings of this study are summarized as follows:

1. More than 70% of grade ten students participating in mathematics instruction had significantly content understanding on function at the 0.10 level.

2. The outcomes of the posttest and the test after a three-week period on the conceptual understanding of function were not significantly different.

3. The students have been gradually improved on conceptual understanding in all three aspects: definition and notation, representation, and application.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ
กับการเรียนรู้ตามสภาพจริง
ของ
ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่.....เดือน มีนาคม พ.ศ. 2554

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์	คณะกรรมการสอบปากเปล่า
..... ประธาน	..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)	(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)
.....กรรมการ	.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)	(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)
.....กรรมการ	.....กรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม)	(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)
	.....กรรมการ
	(ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม)
	.....กรรมการ
	(อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัย
จาก
งบประมาณแผ่นดิน ประจำปีงบประมาณ 2553
ระดับปริญญาเอก ประจำปีการศึกษา 2552

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ ดร. ปิยวดี วงษ์ใหญ่ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษา แนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและความเป็นแบบอย่างของครูที่ดีของท่านเป็นอย่างมาก ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่สละเวลาอันมีค่าเพื่อช่วยพัฒนาและแก้ไขกรอบแนวคิดในการวิจัย ตลอดจนให้คำแนะนำที่มีประโยชน์อย่างดียิ่งตลอดมา ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่สละเวลาอันมีค่าเพื่อช่วยตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ตลอดจนให้คำแนะนำที่มีประโยชน์อย่างดียิ่งตลอดมา ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ ประธานกรรมการสอบปริญญานิพนธ์ และ อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ กรรมการสอบปริญญานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้ความสนใจและให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อความสมบูรณ์ของปริญญานิพนธ์

นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาตามหลักสูตรคณิตศาสตรศึกษา ซึ่งทำให้ผู้วิจัยได้รู้ว่าการศึกษาในระดับปริญญาเอกของผู้วิจัยนั้นมีคุณค่าเพียงใด และทำให้ผู้วิจัยได้ตระหนักว่าความรู้ที่ได้มานั้นจะมีคุณค่าอย่างยิ่งเมื่อผู้วิจัยได้นำความรู้ที่ได้มานั้นไปยังประโยชน์ให้แก่ผู้อื่นและประเทศชาติต่อไป

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ และอาจารย์ บัวบาน วัฒนศิลป์ ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์ เมธี ชราศรี ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในชั้นเรียนและตรวจให้รหัสพฤติกรรม และอาจารย์วรรณพร เลิศอาวาส ผู้ช่วยวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ คณะครู และนักเรียนโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ และโรงเรียนมหาราช “ประชานิมิต” ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง จนทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ คณิตศาสตรศึกษาทุกคนที่เป็นแรงใจให้แก่กันและกันด้วยดีเสมอมา

ท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่หลงมา น่วมนุ่ม ที่สนับสนุนการศึกษาของลูกจนถึงระดับสูงสุดทางการศึกษา และคอยเป็นกำลังใจอย่างดีเยี่ยมตลอดระยะเวลาที่ศึกษาและทำวิจัย รวมทั้งนายจำลอง น่วมนุ่ม ซึ่งเป็นพี่ชายของผู้วิจัย

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา และครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	**บทนำ**.....	1
	ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
	คำถามการวิจัย.....	4
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
	ความสำคัญของการวิจัย.....	5
	ขอบเขตของการวิจัย.....	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	6
	สมมติฐานของการวิจัย.....	9
2	**เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**.....	10
	ตอนที่ 1 แนวคิดที่สำคัญและความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน	11
	บทนิยามของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษา.....	11
	แนวคิดหลักที่สำคัญของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ.....	12
	ความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน.....	15
	เกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน.....	17
	ความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน.....	18
	แนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน	19
	ตอนที่ 2 วิธีการออกแบบย้อนกลับ.....	20
	แนวคิดและหลักการของวิธีการออกแบบย้อนกลับ.....	20
	การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ.....	26
	ตอนที่ 3 การเรียนรู้ตามสภาพจริง.....	28
	ความหมายของการเรียนรู้ตามสภาพจริง.....	28
	แนวทางการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง.....	29
	ตอนที่ 4 การประเมินตามสภาพจริง.....	34
	ความหมายและลักษณะของการประเมินตามสภาพจริง.....	34
	เทคนิควิธีที่นำมาใช้ในการประเมินตามสภาพจริง.....	36
	ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	39

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
3	**วิธีดำเนินการวิจัย**.....	43
	ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาและวิเคราะห์สภาพปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา.....	45
	ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง	46
	ศึกษาและสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน	46
	สร้างกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง	47
	พัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้	59
	กำหนดและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	66
	ขั้นตอนที่ 3 ศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบ	71
	วางแผนการทดลอง	72
	ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	73
	วิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้	76
4	**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**	80
	ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน.....	80
	ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน.....	85
	ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน.....	87
5	**สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ**	91
	สรุปผลการวิจัย	93
	อภิปรายผลการวิจัย	95
	ข้อสังเกตที่ได้จากการทดลอง	98
	ข้อเสนอแนะจากการวิจัย	99
บรรณานุกรม		102

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก	113
ภาคผนวก ก ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ	114
รายนามผู้เชี่ยวชาญ	115
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้	116
แผนการจัดการเรียนรู้	117
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	137
แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง	139
แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์	150
ตัวอย่างใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด).....	162
แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชัน	174
ภาคผนวก ง แบบประเมินความสอดคล้องสำหรับผู้เชี่ยวชาญ	179
แบบประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้	180
แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน	182
แบบประเมินความสอดคล้องของใบกิจกรรม	184
แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสังเกตพฤติกรรม	185
แบบประเมินความสอดคล้องของความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	186
ภาคผนวก จ ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	189
การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง	190
การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	192
การตรวจสอบความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน หลังการทดลอง กับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์.....	194

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก (ต่อ)	
ภาคผนวก ฉ ข้อมูลและผลการวิเคราะห์ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง.....	196
ผลของการประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของแต่ละตัวชี้วัดและแต่ละด้าน	197
ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน ผ่านเกณฑ์	206
ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่างๆ ผ่านเกณฑ์	206
เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน	208
เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน	210
ภาคผนวก ช ตัวอย่างผลงานของนักเรียน	212
ตัวอย่างผลงานของนักเรียน	213
ประวัติย่อผู้วิจัย	227

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	รายละเอียดของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้สาระพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันของสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา.....	13
2	ตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน และพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด	49
3	เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านความหมายและสัญลักษณ์	51
4	เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	52
5	เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	53
6	เกณฑ์การสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านจากตัวชี้วัด	54
7	ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง.....	57
8	การออกแบบแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้	60
9	แผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ สำหรับทดลองสอนจริง	64
10	แหล่งข้อมูลที่ใช้ประเมินที่เก็บรวบรวมข้อมูลในการทดลองจำแนกเป็นรายด้านที่ประเมิน	75
11	การทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์	81
12	การทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันรายตัวชี้วัดของแต่ละด้านผ่านเกณฑ์	82
13	แสดงจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับของแต่ละตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ	84

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
14	เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน.....	85
15	เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน เป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้านของกลุ่มตัวอย่างหลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	86
16	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 1	197
17	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 2	198
18	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านความหมายและสัญลักษณ์	199
19	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 3.....	200
20	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 4.....	201
21	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 5.....	202
22	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 6.....	203
23	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	204
24	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 7.....	205
25	เปรียบเทียบคะแนนดิบจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง กับ หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน	208
26	เปรียบเทียบคะแนนความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ เป็นรายตัวชี้วัดของด้านต่างๆ	210

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	การจัดลำดับความสำคัญเนื้อหาสาระในหน่วยการเรียนรู้	22
2	วิธีการประเมินผลการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่จะประเมิน.....	24
3	การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ.....	27
4	ขั้นตอนวิธีดำเนินการวิจัย.....	44
5	แผนผังการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน.....	56
6	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ของตัวชี้วัดที่ 1.....	213
7	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ของตัวชี้วัดที่ 1	214
8	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายจากสถานการณ์ที่มีตาราง	215
9	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายจากสถานการณ์ที่มีกราฟ	215
10	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย	216
11	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย	216
12	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย	216
13	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	217
14	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	218
15	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน	219
16	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน	220
17	ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การหาค่าของฟังก์ชันในรูปกราฟ	221
18	ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การหาค่าของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์	222
19	ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง	223

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ **หน้า**

20 ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง 223

21 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง 224

22 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง 224

23 แสดงแนวคิดของนักเรียนในระดับ 4 โดยใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง 225

24 แสดงแนวคิดของนักเรียนในระดับ 4 โดยใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง 225

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 56) จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว ทำให้หลักสูตรทุกหลักสูตรทุกชาติทุกภาษาจึงเน้นคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่สถานศึกษาต้องให้ความสำคัญและใช้เป็นหลักสำหรับการจัดการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจน นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (สิริพร ทิพย์คง. 2545)

อย่างไรก็ตาม ภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ยังประสบปัญหาเป็นอย่างมาก จากผลการประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ว่าในระดับใดต่างพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับที่ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ดังเช่น ผลการประเมินระดับชาติ (National test) ของสำนักทดสอบแห่งชาติ ประจำปี พ.ศ. 2550 พบว่านักเรียนมีความรู้ด้านคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำไม่ถึงเกณฑ์มาตรฐาน โดยผลการประเมินพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 34.73 ซึ่งจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง มีอยู่ร้อยละ 56.96 และ ร้อยละ 37.94 ตามลำดับ ขณะที่นักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดีมีเพียงร้อยละ 5.10 เท่านั้น (กษมา วรวรรณ ณ อยุธยา. 2551: ออนไลน์) ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ โดยนักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละ 32.49 (สำนักทดสอบแห่งชาติ. 2551: ออนไลน์) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยที่ผ่านมาว่า นักเรียนมีความเข้าใจความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนหลายหัวข้อเรื่อง เช่น เส้นขนาน ตัวแปร และฟังก์ชัน (ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. 2544; จิรวัฒน์ มีลักษณะ. 2544; เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. 2545; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2546) รวมทั้งนักเรียนยังขาดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. 2542)

นอกจากนี้ ผลการประเมินนานาชาติ ยังสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ดังเช่น ผลการศึกษาซ้ำการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ (TIMSS-R) ในปี พ.ศ. 2542 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดครอบคลุมเนื้อหาสาระ 5 ด้าน คือ เศษส่วนและตัวเลข การวัด การนำเสนอข้อมูล เรขาคณิต และพีชคณิต เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของเนื้อหาการวัดและพีชคณิต ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติอย่างมีนัยสำคัญ และเมื่อพิจารณาเฉพาะนักเรียนไทย พบว่า นักเรียนไทยทำคะแนนได้น้อยที่สุดในเนื้อหาพีชคณิต (สุนีย์ คล้ายนิล. 2546) นอกจากนี้ จากรายงานของโครงการปิซา (Programme for International Student Assessment: PISA) ที่ได้ประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกโออีซีดี (Organization for Economic Co-operation and Development: OECD) จำนวน 41 ประเทศ โดยเป็นการประเมินภาพรวมของการศึกษาภาคบังคับของที่รัฐจัดให้ประชาชนในปี พ.ศ. 2549 ในส่วนที่ประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยเป็น 417 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของโออีซีดี คือ 500 คะแนน

จากการที่พีชคณิตเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนทำคะแนนได้ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ ประกอบกับพีชคณิตเป็นแขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญเปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของวิชาคณิตศาสตร์และได้รับการยอมรับว่าเป็นเครื่องมือหลักของการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกๆ สาขา (Cai. 2004: 1) เรื่องที่เป็นหัวใจสำคัญยิ่งของพีชคณิตเรื่องหนึ่งคือ **ฟังก์ชัน** ดังจะเห็นได้จากหนังสือ The Principles and Standards for School Mathematics (NCTM. 2000: 294) ได้เน้นว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับก่อนประถมจนถึงเกรด 12 ควรจะพัฒนานักเรียนให้เกิดความเข้าใจความคิดรวบยอดในเรื่องแบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งสอดคล้องกับ โอ คอลลาแฮน (O'Callaghan. 1998: 23) ที่กล่าวไว้ว่า ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งสำคัญของหลักสูตรพีชคณิตและยังเป็นความคิดรวบยอดที่สำคัญอย่างมากในวิชาคณิตศาสตร์ทุกแขนง ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้และเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และระดับมหาวิทยาลัย (Dreyfus; & Eisenberg. 1982; Gagatsis; et al. 2006) ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้สำรวจและศึกษาความสัมพันธ์รูปแบบต่างๆ ซึ่งถือเป็นหัวใจของการศึกษาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ งานวิจัยทางด้านคณิตศาสตรศึกษาในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาให้ความสำคัญและความสนใจเกี่ยวกับการศึกษาและพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเป็นอย่างมาก (Adu-Gyamfi. 2007; Hines. 2002; Hudnutt. 2007; Gagatsis; & Shiakalli, 2004; Lambertus. 2007; Reed. 2007; Rider. 2004; Ronda. 2004; Sajka. 2003)

อย่างไรก็ตาม ฟังก์ชันเป็นหัวข้อหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีปัญหาในการเรียนรู้เป็นอย่างมาก เนื่องจากความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งที่ซับซ้อน ประกอบด้วยความคิดรวบยอดย่อยต่าง ๆ รวมเข้าด้วยกันและเป็นเนื้อหาที่สอดแทรกอยู่ในทุกสาขาที่เกี่ยวข้อง

กับคณิตศาสตร์ (Lioyd; & Wilson. 1998: 250) และจากการศึกษาสภาพจริงเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการกับครูผู้สอนที่มีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันจำนวน 5 คน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องฟังก์ชันหลายประการ เช่น นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแตกต่างกันอย่างไร นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาวิเคราะห์หาโดเมนกับเรนจ์ของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นักเรียนไม่สามารถนำความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เกษสุดา บูรณพันศักดิ์ (2545) ที่ศึกษาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ นอกจากนี้ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน ด้านบทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปร รวมทั้งยังมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตรการคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหาและการเขียนกราฟ

การสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ จะช่วยแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนในความคิดรวบยอดของเนื้อหาและมีส่วนช่วยให้นักเรียนสามารถนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดและทักษะ ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งนำไปเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้สิ่งใหม่ หรือเรียนรู้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Wiggins; & McTighe. 2004) ดังนั้น การที่พัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจเป็นของตนเองโดยเฉพาะอย่างยิ่งในแนวคิดหลักที่สำคัญ จะช่วยแก้ปัญหาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของเด็กไทย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจในการสร้างให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของพีชคณิต

ที่ผ่านมา การจัดการเรียนการสอนของครูยังยึดหนังสือเรียนเป็นสื่อการเรียนรู้ ครูมักสอนเนื้อหาเป็นลำดับตามหนังสือเรียน การสอนเพียงเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาทุกเรื่อง โดยไม่ให้ความสำคัญเท่าที่ควรกับแนวคิดหลักที่สำคัญที่ต้องพัฒนาให้เกิดเป็นความรู้ความเข้าใจที่จะติดตัวไปกับนักเรียน (คมสัน ตรีไพบูลย์. 2548) ไม่มีการวางแผนตัวชี้วัดที่ประเมินความเข้าใจระหว่างเรียน มักจะประเมินเมื่อเรียนจบเนื้อหานั้นๆ (พุทธชาต ทองกร. 2546: 138) ซึ่งการประเมินจะช้าไปสำหรับการนำผลมาปรับปรุงการเรียนการสอน จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจ พบว่า การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นการเรียนรู้แนวคิดหลักที่สำคัญ การเรียนรู้ในบริบทที่มีความหมาย และการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ จะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจได้ (Bransford; et al. 2000) และ จากการศึกษา ยังพบว่าวิธีการออกแบบย้อนกลับ (Backward design) น่าจะเป็นวิธีการที่ตอบสนองในเรื่องนี้ได้เป็นอย่างดี วิธีการนี้เป็นการออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การวัดและประเมินผลแนวคิดหลักที่สำคัญเป็นตัวกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญ ต่างกับที่เคยปฏิบัติ

ทั่วไปที่หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจึงออกแบบการประเมิน โดยการประเมินผลเป็นขั้นตอนสุดท้าย แต่การย้อนเอาขั้นสุดท้ายมาคิดพิจารณาตั้งแต่เริ่มต้น โดยพิจารณาแนวคิดหลักที่สำคัญที่จะประเมินก่อน ช่วยให้ผู้สอนสามารถออกแบบประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอนได้สอดคล้องกับเป้าหมายที่กำหนด หลักการนี้พัฒนาโดยนักการศึกษาสองท่านคือ แกรนต์ วิกกินส์ และเจย์ แมกไท (Grant Wiggins; & Jay Mctighe) นอกจากนี้ จากการศึกษายังพบอีกว่า การเรียนรู้ตามสภาพจริง (authentic learning) เป็นแนวคิดที่สนับสนุนการเรียนรู้ในบริบทที่มีความหมายและการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์ชีวิตจริง และที่สำคัญมีงานวิจัยที่สนับสนุนการนำวิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง มาปรับใช้ในการออกแบบและจัดการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญได้ (Albright. 2006; Drugo. 1998; English. 1998; Hendrichson. 2006; Kelting –Gibson. 2003; Morse. 1997; Newmann; & Wehlage. 2001; Wiggins; & Mctighe. 2005)

จากเหตุผลที่กล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจนำวิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงมาปรับใช้ในการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาถึงพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน โดยมีคำถามการวิจัยดังนี้

คำถามการวิจัย

การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง จะช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและมีความคงทนได้หรือไม่ และมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันอย่างไร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง
2. ศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบ โดยศึกษาผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลจากการวิจัยทำให้ได้ตัวแบบในการวางแผนและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง

2. ผลจากการวิจัยเป็นข้อมูลพื้นฐานในการนำแนวปฏิบัติของวิธีการออกแบบย้อนกลับที่ใช้ในการวิจัยมาใช้ในการวางแผนและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

3. ผลจากการวิจัยเป็นแนวทางในการเสริมสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ คือ **ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน** ประกอบด้วย

1) ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (function notation) ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2) ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สัญลักษณ์) ประกอบด้วย การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชัน การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง และการเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน (กราฟ กับ สัญลักษณ์)

3) การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงประกอบด้วย การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ขอบเขตชนิดของฟังก์ชันที่ศึกษา ประกอบด้วย ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วงๆ (defined-piecewise functions) รวมทั้งฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ด้วย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 21 คน ของโรงเรียนมหาราช “ประชานิมิต” จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ในการศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ยังได้ศึกษาเชิงลึกจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (target students) จำนวน 6 คน ซึ่งได้จากผู้วิจัยจัดเรียงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ประกอบกับข้อมูลจากการสัมภาษณ์ครูประจำวิชา และแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนอย่างง่ายกลุ่มละ 2 คน เพื่อเป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย จำนวน 20 คาบ คาบละ 55 นาที โดยจัดการเรียนการสอนสัปดาห์ละ 2 คาบ รวม 10 สัปดาห์ (ไม่รวมการทดสอบหลังการทดลอง)

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ผู้วิจัยออกแบบ

ตัวแปรตาม คือ ประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ออกแบบขึ้น โดยพิจารณาจากผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **วิธีการออกแบบย้อนกลับ** หมายถึง การออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การวัดและประเมินผลแนวคิดหลักที่สำคัญเป็นตัวกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยมีขั้นตอน 3 ขั้นที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 พิจารณา**คัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญ**เรื่องฟังก์ชันที่ต้องสร้างให้เกิดเป็นความเข้าใจที่คงทนกับนักเรียน มากำหนดเป็นเป้าหมายที่พึงประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้ แล้วระบุออกมาเป็นผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รวมทั้งพิจารณากำหนดแนวคิดในประเด็นอื่นที่มีความสำคัญรองลงมา

ขั้นที่ 2 พิจารณา**กำหนดตัวชี้วัด**ที่แสดงออก (โดยพฤติกรรม หรือหลักฐานอื่น) ถึงความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญ ที่จะใช้ในการประเมิน แล้ว**ออกแบบเพื่อประเมินตัวชี้วัด**

ขั้นที่ 3 **วางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้** และ**ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้** โดยอาศัยตัวชี้วัดที่กำหนดเป็นแนวทางเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้

2. **การเรียนรู้ตามสภาพจริง** หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ใช้สถานการณ์ชีวิตจริงที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับนักเรียนเป็นเครื่องมือสร้างเสริมความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน โดยนักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ชีวิตจริงที่หลากหลายและใกล้ตัว ลงมือแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง ร่วมกันคิด วางแผน และตัดสินใจในการแก้ปัญหา มีอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้และสะท้อนความคิด ตลอดจนมีการประเมินตามสภาพจริงอย่างสม่ำเสมอทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ ซึ่งในงานวิจัยนี้ *การประเมินตามสภาพจริง* เป็นกระบวนการประเมินความเข้าใจซึ่งเน้นการพิจารณาความรู้และทักษะที่นักเรียนสามารถแสดงออกมาระหว่างการปฏิบัติงาน โดยอาศัยหลักฐานจากหลาย ๆ แหล่ง จากวิธีการและเครื่องมือวัดที่หลากหลายรวมทั้งแบบทดสอบ

ใช้เวลาในการประเมินหลายครั้ง และใช้บุคคลหลายคน (ผู้วิจัย ผู้ช่วยวิจัย ครูประจำวิชา) มีส่วนร่วมในการประเมิน โดยมีการกำหนดตัวชี้วัดและ เกณฑ์ประเมินตัวชี้วัดที่ชัดเจนไว้ตั้งแต่เริ่มต้น

3. **วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง** หมายถึง วิธีการออกแบบย้อนกลับที่ใช้แนวคิด*การเรียนรู้ตามสภาพจริง*เป็นฐานคิดสำหรับวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 3 รายละเอียดของแต่ละขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณา**คัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญ** ที่ต้องสร้างให้เกิดเป็นความเข้าใจที่คงทนกับนักเรียน ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยคัดเลือก**ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน** ให้เป็นแนวคิดหลักที่สำคัญและกำหนดเป็นเป้าหมายของหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเน้นใน 3 ด้าน คือ

1) ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2) ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์)

3) การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

สำหรับแนวคิดที่มีความสำคัญรอง ได้แก่ ชนิดของฟังก์ชัน

ขั้นที่ 2 พิจารณา**กำหนดตัวชี้วัด**ที่แสดงออก (โดยพฤติกรรม หรือหลักฐานอื่น) ถึงความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญที่จะใช้ในการประเมิน แล้ว**ออกแบบเพื่อประเมินตัวชี้วัด** ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยกำหนดตัวชี้วัด 7 ตัวชี้วัด (ดูรายละเอียดจาก ตาราง 2 หน้า 50) และออกแบบการประเมินตัวชี้วัดโดยใช้**การประเมินตามสภาพจริง**

ขั้นที่ 3 **วางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้** และ**ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้** โดยอาศัยตัวชี้วัดที่กำหนดเป็นแนวทางเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยวางแผนและออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้**การเรียนรู้ตามสภาพจริง**

4. **ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน**ในงานวิจัยนี้ เป็นความเข้าใจ**แนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน**ในแง่ของ**ความคิดรวบยอด**ซึ่งนักเรียนแสดงออกในขณะทำกิจกรรมระหว่างเรียน หรือจากการทำแบบทดสอบ ในด้านต่อไปนี้

4.1 ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

4.2 ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์)

4.3 การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

การประเมิน**ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** ใช้การประเมินตามสภาพจริง โดยพิจารณาจากข้อมูลรอบด้าน (หลักฐาน ร่องรอย) ที่ได้รวบรวมได้จากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรม การทำแบบทดสอบ การสังเกตพฤติกรรม และการสัมภาษณ์ การประเมินความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในงานวิจัยนี้ ใช้การจัดเป็นกลุ่มตามระดับความเข้าใจเป็น 4 ระดับ

5. **ระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** ในงานวิจัยครั้งนี้ พิจารณา**ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้าน** โดยการจัดระดับความเข้าใจและใช้เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยอาศัยแนวทางอนุกรมวิธานแบบโซโล (SOLO Taxonomy) โดยแบ่งเป็น 4 ระดับ คือ (ดูรายละเอียดจาก ตาราง 3 – 6 หน้า 51 - 54)

ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง ในระดับนี้ นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันได้ด้วยตนเอง ไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดต่าง ๆ และยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน

ระดับ 2 โครงสร้างเดี่ยว ในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันอย่างง่ายได้ แต่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันที่สลับซับซ้อนได้ สามารถระบุสิ่งที่เรียนรู้ในลักษณะของความจำ สามารถทำภาระงานอย่างง่ายได้

ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย ในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันที่สลับซับซ้อนได้มากขึ้น แต่ยังไม่สามารถวิเคราะห์หรือบูรณาการความคิดรวบยอดฟังก์ชันต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้ และสามารถจำแนก บรรยาย อธิบาย ระบุรายการ ผสมผสานความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันได้

ระดับ 4 ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด ในระดับนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงลักษณะร่วมของความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันย่อยต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้อย่างถูกต้อง สามารถวิเคราะห์หรือบูรณาการความคิดรวบยอดฟังก์ชันต่าง ๆ เข้าด้วยกัน แต่ยังไม่สามารถสรุปเป็นองค์ความรู้เชิงนามธรรม และไม่สามารถเปรียบเทียบ อธิบายสาเหตุ บูรณาการ วิเคราะห์ แสดงความสัมพันธ์ และประยุกต์ใช้

เกณฑ์ตัดสิน: นักเรียน**มีความเข้าใจ**ในตัวชี้วัดนั้นๆ มีผลการประเมินอยู่ในระดับ *3 โครงสร้างหลากหลาย* ขึ้นไป

6. **ความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** หมายถึง ความคงอยู่ของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้าน หลังสิ้นสุดการทดลอง 3 สัปดาห์ โดยพิจารณาผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง เปรียบเทียบ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์

7. **ประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอน**เรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

เกณฑ์ตัดสิน คือ

7.1 ภายหลังการทดลอง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้าน ผ่านเกณฑ์

7.2 ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนของความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชันในแต่ละด้าน โดยเปรียบเทียบผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง กับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

สมมุติฐานในการวิจัย

การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น **มีประสิทธิผล**ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นพื้นฐานในการวิจัย ดังนำเสนอตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดหลักที่สำคัญและความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

1.1 บทนิยามของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษา

1.2 แนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ

1.3 ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

1.4 เกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

1.5 ความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

1.6 แนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ตอนที่ 2 วิธีการออกแบบย้อนกลับ

2.1 แนวคิดและหลักการของวิธีการออกแบบย้อนกลับ

2.2 การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ

ตอนที่ 3 การเรียนรู้ตามสภาพจริง

3.1 ความหมายของการเรียนรู้ตามสภาพจริง

3.2 แนวทางการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง

ตอนที่ 4 การประเมินตามสภาพจริง

4.1 ความหมายและลักษณะของการประเมินตามสภาพจริง

4.2 เทคนิควิธีที่นำมาใช้ในการประเมินตามสภาพจริง

ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 แนวคิดหลักที่สำคัญและความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

1.1 บทนิยามของฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษา

ฟังก์ชันเป็นแนวคิดที่สำคัญของการศึกษาพีชคณิต แนวคิดฟังก์ชันเกิดจากผลการศึกษามาเป็นเวลานาน หลังจากมีการนำแนวคิดเรื่องตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling) มาประยุกต์ใช้เพื่ออธิบายปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณต่าง ๆ ที่มีตัวแปรมาเกี่ยวข้อง (Sfard. 1991) ในปี ค.ศ.1755 ออยเลอร์ (Euler) ได้เสนอแนวคิดฟังก์ชันที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ของปริมาณหนึ่งที่ขึ้นอยู่กับอีกปริมานหนึ่ง (dependence relation) ในช่วงเวลานี้แนวคิดฟังก์ชันถูกนำเสนอในรูปของนิพจน์เชิงพีชคณิตที่เน้นการอธิบายถึงการที่ปริมาณหนึ่งขึ้นกับอีกปริมานหนึ่ง (dependence) ในเชิงขั้นตอนวิธีและใช้แนวคิดเกี่ยวกับสมการ หรือสูตรในการนำเสนอแนวคิดฟังก์ชันดังกล่าว อย่างไรก็ตาม ยังมีพัฒนาการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาบทนิยามของฟังก์ชัน ดังเช่น ในปี ค.ศ. 1829 ดีรีเคล (Dirichlet) (Kleiner. 1989; Sheehy. 1996: 4) เสนอแนวคิดฟังก์ชันในรูปของ*การสมนัย* (correspondence) ระหว่างตัวแปร x ในช่วงหนึ่งกับตัวแปร y ต่อมาได้เกิดแนวคิดของพีชคณิตนามธรรม (abstract algebra) บูรบาคี (Bourbaki) ได้ขยายบทนิยามฟังก์ชันของดีรีเคลเป็นกรณีทั่วไป โดยให้นิยามฟังก์ชันเป็น*การสมนัย*ระหว่างเซตสองเซตใด ๆ (Kieran. 1992) นอกจากนี้ บูรบาคีได้ให้นิยามของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเซตของคู่อันดับซึ่งเป็นบทนิยามที่ปรากฏในแบบเรียนและเป็นที่รู้จักกันดี บทนิยามของบูรบาคีนี้ ถือเป็นบทนิยามที่เป็นทางการที่ใช้แนวคิดของทฤษฎีเซตและมีความแตกต่างจากบทนิยามของฟังก์ชันแบบดั้งเดิม กล่าวคือ ฟังก์ชันไม่ได้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกับจำนวนเพียงเท่านั้น แต่ยังอธิบายความสัมพันธ์ของปริมาณสิ่งหนึ่งที่ขึ้นกับอีกปริมาณหนึ่ง (Markovits; Eylon; & Bruckheimer. 1986) บทนิยามของดีรีเคล –บูรบาคี (Dirichlet-Bourbaki Definition) ยอมรับว่าฟังก์ชันเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (object) นักการศึกษาหลายคน เช่น ฟรอยเดนท์ฮอล (Freudenthal. 1973) ไลน์ฮาร์ด เซสลาฟสกี และ สไตน์ (Leinhardt; Zaslavsky; & Stein. 1990) สฟาร์ด(Sfard. 1992) มีความคิดเห็นว่า บทนิยามของฟังก์ชันที่อิงแนวคิดของทฤษฎีเซตก็เป็นนามธรรมเกินไปในการสอนแนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันให้กับนักเรียน อีกทั้งยังไม่สอดคล้องกับประสบการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียน อย่างไรก็ตาม บทนิยามของฟังก์ชันของบูรบาคีก็ยังมีบทบาทสำคัญในการเรียนการสอนฟังก์ชันในระดับมัธยมศึกษา

ปัจจุบัน พบว่า บทนิยามของฟังก์ชันที่ปรากฏในแบบเรียนมีหลายรูปแบบ ซึ่งมีล (Meel) (1999: 3-4) ได้สรุปไว้ 6 รูปแบบ มีรายละเอียดดังนี้

1) ฟังก์ชันเป็น**การสมนัย**ระหว่างสองเซตใดๆ โดยสมาชิกแต่ละตัวในเซตแรกจะ**จับคู่**กับสมาชิกในเซตที่สองเพียงตัวเดียวเท่านั้น (บทนิยามที่เป็นแบบแผนของดีรีเคล –บูรบาคี)

2) ฟังก์ชันเป็น**ความสัมพันธ์**ระหว่าง 2 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรหนึ่งขึ้นอยู่กับอีกตัวแปรหนึ่ง (ค่าของ *y* ขึ้นอยู่กับค่าของ *x*)

3) ฟังก์ชันเป็น**กฎเกณฑ์** (rule) ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ปริมาณใดๆ

4) ฟังก์ชันเป็น**การดำเนินการ** (operation) หรือ**กระบวนการ** (process) ในการกำหนดค่าให้กับตัวแปรหนึ่ง (*x*) จะได้ค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง (*y*) ออกมา

5) ฟังก์ชันคือ **สูตร** (formula) **นิพจน์เชิงพีชคณิต** (algebraic expression) หรือ **สมการ**ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร

6) นิยามของฟังก์ชันที่นำเสนอในรูปของ**กราฟ** หรือ **สัญลักษณ์**

สำหรับประเทศไทย หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น (สสวท. 2547) ซึ่งสอดคล้องกับศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ได้ให้นิยามของฟังก์ชันไว้ว่า ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับใดๆ ในความสัมพันธ์นั้นสมาชิกตัวแรกต้องจับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียวเท่านั้น (ราชบัณฑิตยสถาน. 2549: 347)

จากที่กล่าวมาในข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยกำหนด**บทนิยามของฟังก์ชัน**ที่ใช้สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียดดังนี้

ฟังก์ชัน คือ **ความสัมพันธ์**ระหว่างสองตัวแปรตัวใด ๆ โดยที่เมื่อกำหนดค่าให้กับตัวแปรหนึ่งจะได้ค่าของอีกตัวแปรหนึ่งออกมาเพียงค่าเดียวเท่านั้น ซึ่งแสดงอยู่ในรูปของ**สูตร**หรือ**กฎเกณฑ์** โดยเรียก ตัวแปรที่กำหนดค่าให้ว่า **ตัวแปรต้น** และเรียกตัวแปรที่ได้ค่าออกมาว่า **ตัวแปรตาม** เรียกเซตของตัวแปรต้น และเซตของตัวแปรตามว่า **โดเมน**และ**เรนจ์ของความสัมพันธ์** ตามลำดับ และ

ถ้าให้ x และ y เป็นตัวแปรใด ๆ โดยที่ x เป็นตัวแปรต้น และ y เป็นตัวแปรตาม แล้วจะได้ว่า y เป็นฟังก์ชันของ x และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $y = f(x)$

1.2 แนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ

ในการกำหนดแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจเป็นของตนเอง ผู้วิจัยได้วิเคราะห์คำสำคัญ (keyword) จากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 วิเคราะห์คำสำคัญจากผลการเรียนรู้ที่คาดหวังซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้พีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา(NCTM. 2000) และวิเคราะห์แง่มุมต่าง ๆ จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน สรุปสาระสำคัญ ได้ดังนี้

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดรายละเอียดของตัวชี้วัดของมาตรฐานการเรียนรู้ สาระที่ 4 พีชคณิต ที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552)

1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

2) สร้างความสัมพันธ์ หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และ

3) ใช้กราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา(NCTM. 2000) ได้กำหนดรายละเอียดของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้พีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งรายละเอียดแสดงดัง ตาราง 1

ตาราง 1 รายละเอียดของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้สาระพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันของสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา

มาตรฐานการเรียนรู้พีชคณิต	**ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**	
	สำหรับ **เกรด 6 – 8**: เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ	สำหรับ **เกรด 9 – 12**: เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ
นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจแบบรูปความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	▪ เชื่อมโยงและเปรียบเทียบความสัมพันธ์ที่นำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ ▪ ระบุได้ว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น หรือไม่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น รวมทั้งเปรียบเทียบสมบัติของฟังก์ชันดังกล่าวที่นำเสนอด้วยตาราง ด้วยกราฟ และด้วยสมการ	▪ สร้างกรณีทั่วไปของแบบรูป โดยใช้แนวคิดฟังก์ชันและฟังก์ชันเวียนเกิด (recursive functions) ▪ เข้าใจแนวคิดความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และสามารถเลือกตัวแทน เปลี่ยนรูปแบบระหว่างตัวแทน และใช้ตัวแทนของความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่หลากหลาย ▪ วิเคราะห์ฟังก์ชันตัวแปรเดียว โดยสืบสวนในประเด็นเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลง ระยะตัดแกน ค่า *x* ที่ทำให้ *f(x)* มีค่าเป็นศูนย์ (zeros) เส้นกำกับ (asymptotes) และพฤติกรรมในลักษณะโดยรวม (global) และลักษณะเฉพาะ (local) ▪ เข้าใจและเปรียบเทียบสมบัติของฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ ประกอบด้วย ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันเศษส่วน ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเป็นคาบ ▪ ตีความตัวแทนของฟังก์ชันสองตัวแปรรูปแบบต่าง ๆ
นักเรียนสามารถนำเสนอและวิเคราะห์สถานการณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิต	▪ ใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตเพื่อนำเสนอสถานการณ์และแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์เชิงเส้น	▪ ใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตเพื่อนำเสนอและอธิบายความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ ▪ นำเสนอความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์
นักเรียนสามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อ	▪ สร้างตัวแบบของปัญหาและแก้ปัญหาในบริบทจริงโดยใช้ตัวแทนต่าง ๆ เช่น	▪ ระบุความสัมพันธ์เชิงปริมาณที่จำเป็นจากสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดชนิดของฟังก์ชันในการสร้างตัวแบบ

ตาราง 1 (ต่อ)

มาตรฐานการเรียนรู้พีชคณิต	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	
	สำหรับ **เกรด 6 – 8**: เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ	สำหรับ **เกรด 9 – 12**: เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ
นำเสนอและเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ	ตาราง กราฟ และสมการ	ของความสัมพันธ์ ▪ ใช้กราฟเพื่อวิเคราะห์ธรรมชาติการเปลี่ยนแปลงของปริมาณต่าง ๆ ที่อยู่ในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้น
นักเรียนสามารถวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทต่าง ๆ	▪ ใช้กราฟเพื่อวิเคราะห์ธรรมชาติการเปลี่ยนแปลงของปริมาณต่าง ๆ ในความสัมพันธ์เชิงเส้น	▪ ประมาณค่าและแปลความหมายเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่แสดงในรูปตารางและกราฟ (ตัวแทนของฟังก์ชัน)

นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังได้ศึกษาแง่มุมต่างๆ (aspects) จากงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน สรุปแง่มุมที่สำคัญ ดังนี้

1) บทนิยามของฟังก์ชัน ภาพความคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน (concept image) และความสัมพันธ์ระหว่างบทนิยามของฟังก์ชันและภาพความคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน (Clement. 2001 Vinner. 1983; Even. 1993; Lloyd; & Wilson. 1998; Vinner; & Dreyfus. 1989)

2) ตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปแบบที่ต่างกัน (Dreyfus; & Eisenberg. 1983; Even. 1998; Matkovits; et al.. 1986; Zaslavsky. 1997)

3) การเขียนกราฟของฟังก์ชัน (Clement. 1989; Dunham; & Osborne.1991)

4) การแปลงสถานการณ์ปัญหาไปสู่ฟังก์ชันในรูปกฎเกณฑ์ (rules) หรือ สมการ (Wollman. 1983)

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แง่มุมต่างๆ จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน และกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีที่กล่าวมาในข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสรุปแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ คือ ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ความคิดรวบยอดย่อย ดังนี้

1) ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (function notation) ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2) ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สัญลักษณ์) ประกอบด้วย การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง และการเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน (กราฟ กับ สัญลักษณ์)

3) การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงประกอบด้วย การใช้งานตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือ สัญลักษณ์กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ขอบเขตชนิดของฟังก์ชันที่ศึกษา ประกอบด้วย ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วงๆ (defined-piecewise functions) รวมทั้งฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ด้วย

1.3 ความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แนวคิดเกี่ยวกับ “ความเข้าใจคณิตศาสตร์” เป็นประเด็นที่นักการศึกษาให้ความสนใจเป็นอย่างมาก ความเข้าใจเป็นสิ่งที่มีความซับซ้อน เป็นเรื่องเฉพาะของแต่ละบุคคล และอาศัยกระบวนการที่ค่อยๆ พัฒนาในสมองโดยอาศัยการสร้างและสะสมจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล (Hiebert; & Carpenter. 1992) ความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิด ข้อเท็จจริง หรือวิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ (Hiebert; & Wearne. 1991) ในการสร้างความเชื่อมโยงนั้น นอกจากต้องอาศัยการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่กับความรู้เดิมแล้ว ยังต้องอาศัยการจัดระบบและบูรณาการโครงสร้างความรู้ (Carpenter; & Lehrer. 1999) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของวิลสัน (Wilson. 1971: 661) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้แล้วมาเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาใหม่ไม่คุ้นเคย หรือใช้ในบริบทที่ไม่คุ้นเคย นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษากลุ่มหนึ่งที่มีแนวคิดสอดคล้องกันว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถซึ่งแสดงออกในลักษณะการตีความ การสรุปความ และการขยายความ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Dosemagen; & Schwalbach. 2000; Wiggins; & Mctighe. 2004) อย่างไรก็ตาม คาร์เพนเทอร์ และลีเออร์ ให้ความเห็นว่าการกล่าวถึงความเข้าใจนั้น ควรกล่าวในลักษณะของระดับความเข้าใจว่ามีมากน้อยเพียงใด อยู่ในระดับที่นำไปใช้กับสถานการณ์ง่ายๆ ที่ไม่คุ้นเคย หรือใช้กับสถานการณ์ที่ยุ่งยากซับซ้อน (Carpenter; & Lehrer. 1999)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจคณิตศาสตร์เป็นความสามารถใน 3 ด้านต่อไปนี้ คือ 1) การตีความตัวแทนแนวคิดและการใช้ตัวแทนแนวคิดในการสื่อความหมาย 2) การนำความรู้เดิมไปสัมพันธ์กับความรู้ใหม่ หรือปัญหาใหม่ และ 3) การเชื่อมโยงและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน วินเนอร์ (Vinner. 1992) เสนอมุมมองว่าความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน แบ่งได้เป็น ความเข้าใจในบทนิยามของฟังก์ชัน และความเข้าใจในภาพความคิดของฟังก์ชัน (concept image) วินเนอร์ (Vinner. 1992) เสนอความคิดว่าการที่นักเรียนรู้บทนิยามของสิ่งหนึ่งไม่ได้ยืนยันว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดของสิ่งนั้น วินเนอร์ เชื่อว่าการที่บุคคลหนึ่งจะเกิดความเข้าใจสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้ จะต้องมีภาพความคิดของสิ่งนั้นด้วย ภาพความคิดเป็นผลมาจากประสบการณ์ การเห็นตัวอย่าง และความคุ้นเคยกับแนวคิดนั้น (Tall. 1992; Tall; & Bakar. 1991;

Vinner; & Dreyfus. 1989) นอกจากนี้ วินเนอร์ ยังเน้นว่า บทนิยามไม่ใช่สิ่งแรกที่ต้องเรียนรู้เพื่อเข้าใจสิ่งๆ หนึ่ง แต่หากเป็นประสบการณ์ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับสิ่งๆ นั้น ซึ่งประสบการณ์ต่างๆ เหล่านั้นถือเป็นส่วนหนึ่งของภาพความคิด (concept image)

นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้เสนอแนวคิดว่า การที่นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันได้นั้น ต้องสามารถเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดฟังก์ชันกับตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ (ตาราง สมการ กราฟ) อีกทั้งสามารถแปลงตัวแทนฟังก์ชันเดียวกันจากรูปหนึ่งไปยังอีกรูปหนึ่งได้อย่างคล่องแคล่ว (Clement; & Sowder. 2003; Even. 1998; Knuth. 2000; NCTM. 1989, 2000; Wilson. 1994) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ เลช โพสท์ และบิเอาร์ (Lesh; Post; & Behr. 1987) ที่เสนอแนวคิดว่าการแปลงและการใช้ตัวแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ถือเป็นส่วนประกอบสำคัญของความเข้าใจ นอกจากนี้ งานวิจัยของ อิเลีย และซไพรู (Elia; & Spyrou. 2006) สนับสนุนว่า บทนิยามของฟังก์ชัน ตัวอย่างของฟังก์ชัน และตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ เป็นสิ่งที่ไม่ได้แยกออกจากกันและมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งสอดคล้องกับ ผลจากการศึกษาก่อนหน้านี้ว่า ข้อผิดพลาดต่างๆ ของนักเรียน เป็นผลมาจากการบกพร่องในการเลือกใช้ตัวแทนของฟังก์ชัน และไม่สามารถเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน (Greeno; & Hall. 1997; Smith; diSessa; & Rochelle. 1993) นอกจากนี้ นักเรียนต้องตระหนักได้ว่าแนวคิดฟังก์ชันหนึ่งๆ สามารถนำเสนอได้หลายรูปแบบ ได้แก่ การนำเสนอด้วยตาราง ด้วยกราฟ ด้วยสัญลักษณ์ และด้วยประโยคภาษา (Even, 1998; NCTM. 2000) ไอเซนเบอร์ก (Eisenberg. 1992) เสนอแนวว่า ความสามารถในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ ถือเป็นส่วนหนึ่งของความเข้าใจฟังก์ชันจนเกิดเป็นความรู้สึกเชิงฟังก์ชัน (function sense)

โอ คอลลาแฮน (O'Callaghan. 1998) ได้เสนอตัวแบบสำหรับแนวคิดฟังก์ชัน (function model) ภายใต้บริบทของการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยสมรรถนะ 4 ประการ คือ 1) การสร้างตัวแบบเป็นฟังก์ชันจากสถานการณ์ในชีวิตจริง (modeling) 2) การตีความจากตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง (interpreting) 3) การเปลี่ยนรูประหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันจากรูปหนึ่งไปยังอีกรูปหนึ่ง (translating) และ 4) การปรับเปลี่ยนมุมมองจากเดิมเคยรับรู้ว่าฟังก์ชันเป็นกระบวนการหรือวิธีการ กลายเป็นมีมุมมองว่าฟังก์ชันเป็นความคิดรวบยอดหนึ่งทางคณิตศาสตร์ (reifying) ซึ่งมีสมบัติและสามารถนำมาดำเนินการได้ โดยสมรรถนะต่างๆ ดังกล่าวมีความเกี่ยวข้องกับกลุ่มของทักษะเชิงกระบวนการต่างๆ (procedural skills)

จากที่กล่าวมาในข้างต้นเกี่ยวกับ ความหมายของความเข้าใจคณิตศาสตร์ แนวคิดหลักที่สำคัญของฟังก์ชัน และแง่มุมของนักวิชาการต่อความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชัน สามารถสรุปเป็นความหมายของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันสำหรับงานวิจัยนี้ ดังนี้

ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน เป็นความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญของฟังก์ชันซึ่งนักเรียนแสดงออกในขณะทำการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สัญลักษณ์) และการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

1.4 เกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

สำหรับการแบ่งกลุ่มความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยได้ศึกษา**อนุกรมวิธานแบบโซโล** ซึ่งมีความสัมพันธ์กับความเข้าใจ และสามารถนำมาเป็นกรอบแนวคิดในการแบ่งกลุ่มความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ได้ รายละเอียดมีดังนี้

อนุกรมวิธานแบบโซโล (Structure of Observed Learning Outcome - SOLO Taxonomy) ได้ถูกพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1982 โดยนักการศึกษาสองท่าน คือ จอห์น บี บิกส์ (John B. Biggs) และ เควิน เอฟ คอลลิส (Kevin F. Collis) โดยอาศัยรากฐานจากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Stages of Cognitive Development) **อนุกรมวิธานแบบโซโล** อธิบายลำดับขั้นโครงสร้างผลการเรียนรู้ที่สังเกตได้ (Structure of Observed Learning Outcome) จากการตอบสนองของเด็กต่อระดับความซับซ้อนของคำถามที่ตั้งขึ้นในหลากหลายหัวข้อหรือวิชา บิกส์ และคอลลิส ได้จำแนกลำดับขั้นความรู้ความเข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียนซึ่งสังเกตได้จากการเชื่อมโยงความคิดรวบยอด แบ่งเป็น 5 ขั้น (ราชบัณฑิตยสถาน. 2551) ได้แก่

1. **ขั้นก่อนโครงสร้าง** (pre-structure) ในขั้นนี้ นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดต่างๆ นักเรียนที่อยู่ในขั้นนี้ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในความคิดรวบยอดที่เรียน

2. **ขั้นโครงสร้างเดี่ยว** (unistructure) ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดอย่างง่ายได้ แต่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดที่สลับซับซ้อนได้ สามารถระบุสิ่งที่เรียนรู้ในลักษณะของความจำ สามารถทำภาระงานอย่างง่ายได้

3. **ขั้นโครงสร้างหลากหลาย** (multistructure) ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดที่สลับซับซ้อนได้มากขั้น แต่ยังไม่สามารถวิเคราะห์หรือบูรณาการความคิดรวบยอดต่างๆ เข้าด้วยกันได้ และสามารถจำแนก บรรยาย อธิบาย ระบุรายการ ผสมผสานความคิดรวบยอดที่เรียนได้

4. **ขั้นความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด** (relation structure) ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงลักษณะร่วม ความคิดรวบยอดต่างๆ เข้าด้วยกันได้อย่างถูกต้อง สามารถวิเคราะห์หรือบูรณาการความคิดรวบยอดต่างๆ เข้าด้วยกัน แต่ยังไม่สามารถสรุปเป็นองค์ความรู้เชิงนามธรรม และไม่สามารถเปรียบเทียบ อธิบายสาเหตุ บูรณาการ วิเคราะห์แสดงความสัมพันธ์ และประยุกต์ใช้

5. **ขั้นขยายสู่นามธรรม** (extended abstract structure) ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถนำความคิดรวบยอดต่างๆ มาเชื่อมโยงและสรุปอ้างอิงเป็นองค์ความรู้หรือข้อสรุปในเชิงนามธรรมได้ สามารถสร้างข้อสรุปจากความคิดรวบยอดต่าง ๆ ได้ เช่น กฎ สูตร ทฤษฎี สมมุติฐาน การอ้างอิง การอ้างอิง การสะท้อนผล

จากการศึกษางานวิจัยหลายงาน พบว่า มีงานวิจัยที่ได้นำอนุกรมวิธานแบบโซโล มาเป็นกรอบแนวคิดในการประเมินความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชัน เช่น อะดิว แยมไฟ (Adu-Gyamfi. 2007) ได้นำอนุกรมวิธานแบบโซโล มาเป็นกรอบแนวคิดในการอธิบายลักษณะ ความเข้าใจของนักเรียนในด้านการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนรูปต่าง ๆ ของฟังก์ชันเชิงเส้น และ ไรเดอร์ (Rider. 2004) ได้นำอนุกรมวิธานแบบโซโล มาเป็นกรอบในอธิบายลักษณะความเข้าใจตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ

กล่าวโดยสรุปได้ว่า อนุกรมวิธานแบบโซโล สามารถนำมาเป็นกรอบแนวคิดในการแบ่งกลุ่มความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำอนุกรมวิธานแบบโซโลที่บิกส์และคอลลิสได้พัฒนาขึ้น มาเป็นกรอบแนวคิดในการสร้างเกณฑ์การแบ่งกลุ่ม ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันเพื่อจัดระดับความเข้าใจ และเนื่องจากมีงานวิจัยที่บ่งชี้ชัดเจนว่าความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันไม่ได้เกิดขึ้นได้โดยง่าย และต้องอาศัยระยะเวลาในการทำให้เกิดความเข้าใจ (Hitt. 1998) ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกศึกษาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันใน 4 ระดับ คือ ระดับก่อนโครงสร้าง ระดับโครงสร้างเดี่ยว ระดับโครงสร้างหลากหลาย และระดับความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด

1.5 ความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ความคงทนของความรู้ความเข้าใจ เป็นความสามารถของนักเรียนในการระลึกถึงความรู้ความเข้าใจ หรือประสบการณ์ที่เคยได้เรียนรู้มา เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง (Adam. 1967: 9) การวัดความคงทนของความรู้ความเข้าใจ จะทำให้ทราบถึงความรู้ความเข้าใจของนักเรียนภายหลังการจัดการเรียนการสอนในหัวข้อเรื่องนั้นๆ และจากการศึกษาแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับการวัดความคงทนของความรู้ความเข้าใจ พบว่า นันแนลลี (Nunnally. 1959) เสนอแนวคิดว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนของความรู้ความเข้าใจ เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนที่น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการทดสอบให้ห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ ในขณะที่ ไลนด์วอลล์ และไนท์โก (Lindvall; & Nitko. 1967) เสนอว่า การทดสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ จนถึง 1 เดือน เพราะจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการทดสอบซ้ำ สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ **ผู้วิจัยพิจารณาความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** โดยพิจารณาผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง เปรียบเทียบกับ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน หลังสิ้นสุดการทดลอง 3 สัปดาห์ ซึ่งต้องไม่แตกต่างกัน

1.6 แนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

จากการศึกษาเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัย ทำให้ผู้วิจัยสรุปแนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน สรุปได้ดังนี้

1) การใช้บริบทชีวิตจริงที่หลากหลายซึ่งเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและนักเรียนสนใจเป็นเครื่องมือในการพัฒนาแนวคิดของฟังก์ชัน

งานวิจัยหลายงานได้ผลสรุปที่สนับสนุนว่า การใช้บริบทชีวิตจริงในการพัฒนาแนวคิดของฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดฟังก์ชันได้ดีขึ้น (Confrey; & Smith. 1995 ; Cooney; et al. 1996; Davindenko. 1997; Yerushalmy. 2000; Yerushalmy; & Shternberg. 2001) และงานวิจัยด้านการเรียนรู้ที่เข้ากับการทำงานของสมอง (Brain-based learning) ได้ผลสรุปที่ยืนยันชัดเจนว่า นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อนักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้กับโลกแห่งความเป็นจริง (Bransford; et al.. 2001)

2) การส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดของฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลายและนำเสนอตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าว พร้อมๆ กัน

เนื่องจาก “ แนวคิดของฟังก์ชัน ” มีการกำหนดความหมายที่หลากหลาย (Ball; et al. 2006; Dreyfus; & Eisenberg. 1982; Gagatsis; et al. 2006; Tall; & Bakar. 1991) และไม่มีความหมายของฟังก์ชันที่สมบูรณ์ แต่จะเป็นลักษณะการโยงใย(web) ของความหมายในภาพรวมที่ผสมผสานตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ ทั้งเชิงความคิดและเชิงกายภาพ (Kaput. 1989) การนำเสนอแนวคิดของฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากจะช่วยพัฒนาวิธีการต่างๆ แล้ว ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดของฟังก์ชันอย่างชัดเจน (Insight) และที่สำคัญตัวแทนของฟังก์ชันแต่ละแบบ จะทำให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของฟังก์ชันได้อย่างชัดเจน และเป็นแนวทางในการแสดงหรือสื่อความหมายแนวคิดของฟังก์ชัน (Confrey; & Smith. 1991) นอกจากนี้ เมสัน และ จอห์นสัน ไวล์เดอร์ (Mason; & Johnson-Wilder. 2005) ได้เสนอแนะว่าการนำเสนอแนวคิดของฟังก์ชันหนึ่ง โดยอาศัยตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลายและนำเสนอไปพร้อมๆ กัน ทำให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันรูปต่างๆ

3) การใช้การเขียนโครงสร้างความรู้ (advanced organizers) หรือการสร้างผังความคิดรวบยอด (concept maps) เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดย่อยๆ ของฟังก์ชันและมองเห็นภาพรวมของแนวคิดฟังก์ชัน (Williams. 1998)

4) การส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบาย แปลความหมาย พิจารณาไตรตรอง (reflect) รวมทั้งการประยุกต์ใช้แนวคิดฟังก์ชันในสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Hines. 2002; Monk; & Nemirovsky . 1994; Tall; & Bakar. 1992; Vinner. 1983,1992)

5) การใช้เทคโนโลยี หรือเกมส์ เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอน

มีงานวิจัยของโฮตัน (Horton. 2000: 434-436) ที่ได้ศึกษาและค้นพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ Spreedsheet ให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างลำดับเลขคณิตกับฟังก์ชันเชิงเส้น และความสัมพันธ์ระหว่างลำดับเรขาคณิตกับฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยสอดแทรกเกมส์ ช่วยทำให้บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นกันเองและนักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน (Barta; & Schaelling. 1998: 388-393)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ และแนวทางในการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน สรุปได้ดังนี้

1. การใช้บริบทชีวิตจริงที่หลากหลายที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและนักเรียนมีความสนใจเป็นเครื่องมือในการพัฒนาแนวคิดของฟังก์ชัน

2. การส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลายและนำเสนอตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวพร้อมๆ กัน

3. การใช้การเขียนโครงสร้างความรู้ หรือการสร้างผังความคิดรวบยอดเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดย่อยๆ ของฟังก์ชันและมองเห็นภาพรวมของแนวคิดฟังก์ชัน

4. การส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบาย แปลความหมาย พิจารณาไตรตรอง (reflect) รวมทั้งการประยุกต์ใช้แนวคิดฟังก์ชันในสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. การใช้เทคโนโลยี หรือเกมส์ เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอน

ตอนที่ 2 วิธีการออกแบบย้อนกลับ

2.1 แนวคิดและหลักการของวิธีการออกแบบย้อนกลับ

จากวิธีการปฏิบัติแบบเดิมในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้สอนจะมุ่งสอนเนื้อหาเป็นลำดับไปตามหนังสือเรียน เมื่อสอนเสร็จแล้วจึงประเมินผลและให้ความสำคัญกับการสอนเพียงเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาทุกเรื่อง โดยไม่ให้ความสำคัญเท่าที่ควรกับแนวคิดหลักที่สำคัญที่ต้องพัฒนาให้เกิดเป็นความรู้ความเข้าใจที่จะติดตัวไปกับนักเรียน ไม่มีการวางแผนตัวชี้วัดที่ประเมินความเข้าใจระหว่างเรียน มักประเมินเมื่อเรียนจบเนื้อหานั้นๆ ซึ่งการประเมินจะช้าไปสำหรับการนำผลมาปรับปรุงการเรียนการสอน อีกประการหนึ่งคือ มีกิจกรรมการเรียนรู้มากมายแต่ไม่นำไปสู่เป้าหมายที่วางไว้ ประเด็นเหล่านี้เป็นสิ่งที่ต้องกลับมาพิจารณาทบทวนอย่างจริงจังในการออกแบบการจัดการเรียนการสอน

แกรนต์ วิกกินส์ และ เจย์ แมกไท (Grant Wiggins; & Jay Mctighe) เป็นนักการศึกษาได้เสนอวิธีการออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่เรียกว่า *วิธีการออกแบบย้อนกลับ* (backward design) ซึ่งถือเป็นกระบวนการของการทบทวนและขัดเกลา (review and refine) การออกแบบ

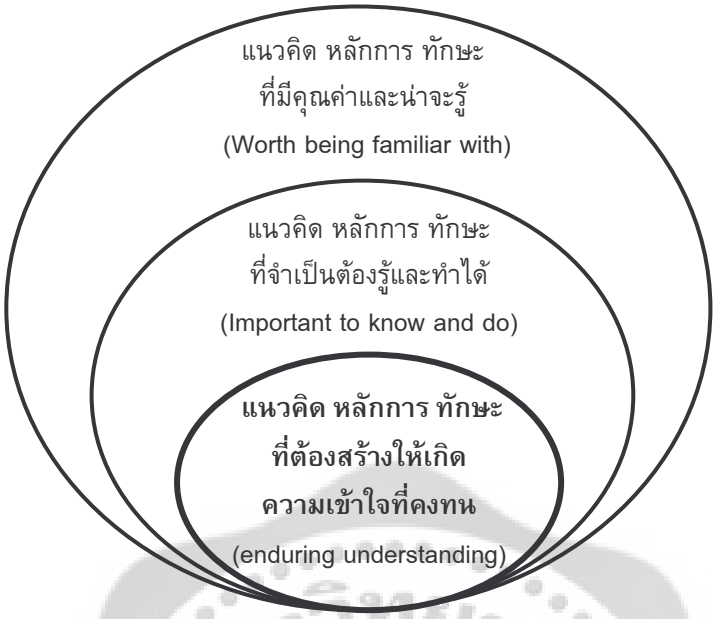
การจัดการเรียนการสอนให้แตกต่างจากวิธีการปฏิบัติแบบเดิมๆ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า วิธีการออกแบบย้อนกลับ พัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาความไม่เชื่อมโยงระหว่างหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ และการประเมินผล โดยมีกระบวนการออกแบบที่เชื่อมโยงระหว่าง หลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ และการประเมินผล เข้าด้วยกัน นอกจากนี้ วิธีการนี้ให้ความสำคัญกับการเรียนรู้แนวความคิดหลักที่สำคัญ การเรียนรู้ในบริบทที่มีความหมายและการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ (Wiggins; & Mctighe. 2004)

วิธีการออกแบบย้อนกลับ เป็นการออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การวัดและประเมินผลเป็นตัวกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญ โดยทั่วไปขั้นตอนการวัดและประเมินผลเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการวางแผนการจัดการเรียนรู้ การย้อนเอาขั้นสุดท้ายมาคิดพิจารณาตั้งแต่เริ่มต้น ช่วยให้ผู้สอนออกแบบประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอนได้สอดคล้องกับเป้าหมายที่กำหนด (ราชบัณฑิตยสถาน. 2551: 36) สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำแนวคิดวิธีการออกแบบย้อนกลับมาใช้ในการออกแบบหน่วยการเรียนรู้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความเข้าใจด้วยตนเอง

วิธีการออกแบบย้อนกลับ มีขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอน (Wiggins; & Mctighe. 2004) คือ

ขั้นตอนที่ 1 <u>คัดเลือก</u>**แนวคิด หลักการ หรือทักษะ** ที่จำเป็นต้องให้เกิดเป็นความเข้าใจที่คงทน (enduring understanding) มากำหนดเป็นเป้าหมายที่พึงประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้

ในขั้นแรกนี้ วิกกินส์ และ แมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004: 71–73) ได้เสนอกรอบแนวคิดสำหรับพิจารณาและจัดลำดับความสำคัญของเนื้อหาสาระในหน่วยการเรียนรู้ให้เหมาะสม โดยผู้สอนต้องวิเคราะห์ว่าในหลักสูตรหรือมาตรฐานการเรียนรู้ ได้กำหนดแนวคิด หลักการ หรือทักษะ ที่สำคัญอะไรบ้างที่ต้องเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คงทน เป็นเรื่องที่ต้องอาศัยการดูแลเป็นพิเศษ ต่อไปพิจารณาว่ามีแนวคิด หลักการ หรือทักษะ ใดบ้างที่มีความสำคัญรองลงมาที่จำเป็นต้องรู้และทำได้ (important to know and do) ตลอดจนพิจารณาอีกว่ามีแนวคิด หลักการ หรือทักษะใดบ้าง เป็นสิ่งที่มีคุณค่า น่าจะรู้ (worth being familiar with) เป็นสาระ หรือเรื่องที่ให้นักเรียนสามารถอ่าน หรือศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากขึ้น กรอบแนวคิดดังกล่าวข้างต้น แสดงดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 การจัดลำดับความสำคัญเนื้อหาสาระในหน่วยการเรียนรู้

วิกกินส์และแมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004) ได้เสนอหลักการในการพิจารณากลั่นกรอง แนวคิด หลักการ หรือทักษะ มากำหนดเป็นสิ่งที่ต้องสร้างให้เกิดเป็น**ความเข้าใจที่คงทน** ที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน ของหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา 4 ข้อ คือ แนวคิด หลักการ หรือทักษะ ดังกล่าว ต้องมีลักษณะดังนี้

1) เป็นสิ่งที่มีคุณค่าในชีวิตจริงนอกห้องเรียน นักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ในสถานการณ์ใหม่ที่หลากหลาย ใช้ในการเรียนรู้ และการดำเนินชีวิตประจำวัน

2) เป็นพื้นฐานหรือเป็นหัวใจสำคัญของหน่วยที่จะเรียน รวมทั้งหัวข้อเรื่องอื่นๆ

3) เป็นเรื่องที่ต้องมีการดูแลและให้เวลาเป็นพิเศษ เนื่องจากลักษณะของความรู้ที่ลึกซึ้งอาจจะไม่เป็นรูปธรรมที่ชัดเจน เป็นนามธรรมเกินที่นักเรียนจะเข้าใจได้ด้วยตนเองและนำไปสู่ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนได้

4) เป็นเรื่องที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการศึกษาหรือค้นคว้าหัวข้อเรื่องนั้นๆ รวมทั้งสอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีความสนใจ ตั้งใจที่จะทำกิจกรรม โดยไม่เกิดความเบื่อหน่าย

ขั้นตอนที่ 2 กำหนด**หลักฐานของการเรียนรู้**ที่บ่งชี้ว่านักเรียนมีความรู้และความเข้าใจที่คงทน ในประเด็นที่กำหนดในขั้นตอนที่ 1 ที่ยอมรับได้ แล้ว**ออกแบบกรอบการวัดและประเมินผล** เพื่อประเมินหลักฐานของการเรียนรู้นั้นๆ

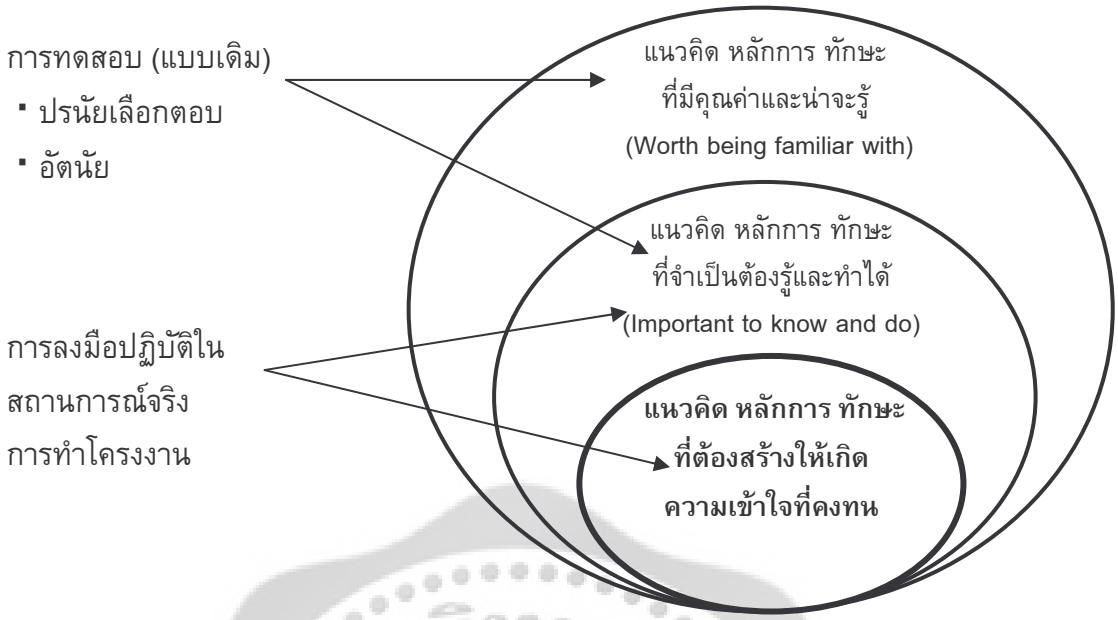
ในขั้นตอนนี้ ครูต้องกำหนดตัวชี้วัดจากหลักฐาน หรือพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่ต้องการให้เกิดขึ้นอย่างชัดเจน ซึ่งเป็นหลักฐานหรือพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความเข้าใจที่ลึกซึ้งและเป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นและติดตัวไปกับนักเรียน ในการกำหนดตัวชี้วัดจากหลักฐานหรือพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน ครูต้องพิจารณาอย่างรอบคอบว่า ตัวชี้วัดเหล่านั้นแสดงถึงความเข้าใจจริงๆ ไม่ใช่เพียงการจดจำหรือทำตามแบบอย่างเท่านั้น หรือเป็นเพียงพฤติกรรมซึ่งเกิดขึ้นโดยบังเอิญเพียงครั้งเดียว

วิกกินส์ และ แมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004) ได้ขยายความให้เห็นว่าความเข้าใจที่คงทนมี 6 ด้าน หรือที่เรียกว่า มิติของความเข้าใจ 6 มิติ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ความสามารถในการอธิบาย (explain) โดยมีข้อมูลหลักฐานสนับสนุน
2. ความสามารถในการแปลความ (interpret) สามารถเสนอเรื่องราวตัวอย่างที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงไปสู่เรื่องอื่น
3. ความสามารถในการปรับประยุกต์ (apply) นำความรู้ที่ได้เรียนมาปรับใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย
4. ความสามารถมีมุมมองที่หลากหลายกว้างไกล (have perspective) ขยายความรู้จากมุมมองที่แตกต่าง มองเห็นภาพใหญ่ของเรื่องนั้น
5. ความปรารถนาในการเข้าใจความรู้สึก ความคิดของผู้อื่น (empathy) และเห็นคุณค่าความคิด
6. ความสามารถรู้จักตนเอง (self concept) ตระหนักในแนวคิดข้อจำกัดและอคติของตนเองที่ส่งผลต่อความเข้าใจที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้และเข้าใจบางสิ่งบางอย่างได้ยาก

เมื่อครูได้กำหนดตัวชี้วัดจากหลักฐาน หรือพฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงออกถึงความเข้าใจที่คงทน จากนั้นครูต้องออกแบบการวัดและประเมินผลตัวชี้วัดดังกล่าวด้วยวิธีการที่หลากหลายและต่อเนื่องจนจบสิ้นกระบวนการเรียนรู้ที่จัดขึ้น และที่สำคัญการวัดและประเมินผลจะต้องสัมพันธ์กับหลักฐานหรือพฤติกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้ผู้สอนอาจจะใช้เครื่องมือการประเมินผลย่อยแบบอื่นๆ ประกอบการประเมินเพื่อรวบรวมหลักฐานร่องรอยของการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างครบถ้วนในภาพรวม ได้แก่ การประเมินด้วยการให้นักเรียนตอบคำถามสั้นๆ การทำแบบทดสอบย่อย ประเมินจากการสังเกต จากการทำการบ้าน จากการเขียนบันทึกประจำวันและจากการสะท้อนผลการเรียนรู้ของตัวนักเรียนเอง (self - assessment)

นอกจากนี้ วิกกินส์ และ แมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004) ได้ให้ข้อเสนอแนะวิธีการประเมินผลที่เหมาะสมกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่ต้องการประเมิน แสดงดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 วิธีการประเมินผลที่เหมาะสมกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่ต้องการประเมิน

ขั้นตอนที่ 3 วางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยอาศัย**หลักฐานของการเรียนรู้**ในขั้นตอนที่ 2 เป็นแนวทาง เพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่พึงประสงค์ที่วางไว้ในขั้นตอนที่ 1

เมื่อมีความชัดเจนเกี่ยวกับเป้าหมายการเรียนรู้และตัวชี้วัดจากหลักฐาน หรือพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมแล้ว ครูทำการวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยอาศัยตัวชี้วัดจากหลักฐาน หรือพฤติกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดเป็นแนวทางเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่พึงประสงค์ที่วางไว้ในขั้นตอนที่ 1

วิกกินส์ และ แมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004) ได้เสนอเทคนิค “**WHERETO**” สำหรับครูใช้เป็นแนวทางในวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

W : หมายถึง “ **W**here to go ” และ “ **W**hat to learn ” คือ การที่ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยการเรียนรู้นี้ หรือแผนการจัดการเรียนรู้นี้คืออะไร คาดหวังว่านักเรียนจะได้เรียนรู้และมีความเข้าใจในเรื่องใดบ้าง ขั้นตอนนี้จะช่วยทำให้ครูได้ทราบพื้นฐานความรู้และความสนใจของนักเรียนก่อนที่จะเริ่มต้นการจัดการเรียนรู้

H: หมายถึง “ **H**ook ” และ “ **H**old ” คือ การดึงความสนใจ และคงความสนใจของนักเรียนไว้

E: หมายถึง “ **E**quip ” “ **E**xperience ” และ “ **E**xplore ” ซึ่งได้แก่ การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และจัดให้ได้สำรวจทำความเข้าใจในความรู้ต่างๆ

R: หมายถึง “ **R**ethink ” และ “**R**evise” ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบและทบทวนความเข้าใจและตรวจทานชิ้นงานของตนเอง

E: หมายถึง “ **E**valuate” คือ การให้นักเรียนได้ประเมินและประยุกต์ใช้ผลงานของตนเอง

T: หมายถึง “ Be **T**ailored ” คือ การปรับแต่งการจัดการเรียนรู้ให้ตอบสนองความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน

O: หมายถึง “ Be **O**rganised ” คือ การบริหารจัดการชั้นเรียนอย่างเหมาะสม สอดคล้องและสัมพันธ์กับกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นไปอย่างมีความหมาย และให้นักเรียนได้มีส่วนรวม

ในปัจจุบันวิธีการออกแบบย้อนกลับ ได้รับการยอมรับเป็นอย่างดีในกลุ่มประเทศที่มีการใช้หลักสูตรแบบอิงมาตรฐาน เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกา (McTighe; & Seif. 2004: Online) และจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย พบว่า มีผู้นำได้ศึกษาและทดลองใช้เป็นจำนวนมาก เช่น

- การใช้แนวคิดการออกแบบย้อนกลับเพื่อพัฒนาความสามารถของครูผู้สอนในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสืบสวนสอบสวน (inquiry) ให้มีประสิทธิภาพ สำหรับหลักสูตรแบบอิงมาตรฐาน (Hendrichson. 2006)
- การนำแนวคิดการออกแบบย้อนกลับไปใช้ร่วมกับแนวคิดการศึกษาผ่านบทเรียน (Lesson Study) ในการพัฒนาครูวิทยาศาสตร์ (Kolenda. 2007)
- การใช้แนวคิดการออกแบบย้อนกลับ เพื่อพัฒนานักศึกษาครูและครูประจำการสำหรับการวางแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องมาตรฐานด้านเทคโนโลยี ในหลักสูตรแบบอิงมาตรฐาน (Shumway; & Berrett. 2004)
- โครงการพัฒนาความสามารถของครูผู้สอนในการออกแบบหลักสูตรและการเรียนการสอนในชั้นเรียนทั่วไป (Building Teacher Capacity in Curriculum and Pedagogical Design in Normal Technical Classrooms : BTCNTC) ของศูนย์การวิจัยและการสอนและการปฏิบัติการสอน (Centre of Research and Pedagogy and Practice : CRPP) ประเทศสิงคโปร์ ได้นำวิธีการออกแบบย้อนกลับ เป็นเครื่องมือเพื่อพัฒนาความสามารถของครูในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งรวมถึงการประเมินผล (Albright. 2006)

นอกจากนี้ วิธีการออกแบบย้อนกลับ ยังมีงานวิจัยหลายสาขามาสนับสนุน หลักการ แนวคิด และแนวปฏิบัติ อย่างชัดเจน เช่น งานวิจัยด้านจิตวิทยาการรู้คิด (cognition psychology) ด้านหลักสูตรและการเรียนการสอน ด้านเทคโนโลยี และด้านเทคนิควิธีการสอน (McTighe; & Seif. 2003)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า วิธีการออกแบบย้อนกลับ เป็นแนวคิดที่มีงานวิจัยมาสนับสนุนแนวทางปฏิบัติอย่างชัดเจน และสามารถนำมาปรับใช้ในการวางการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพได้ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำแนวคิดการออกแบบย้อนกลับ ดังที่กล่าวมาข้างต้น มาออกแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อสร้างเสริมความเข้าใจ นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังได้นำแนวคิด**การวิจัยปฏิบัติการ** มาปรับใช้ในขั้นตอนของการนำผลจากการออกแบบลงสู่การปฏิบัติการสอนในชั้นเรียน

การวิจัยปฏิบัติการ (action research) หมายถึง กระบวนการที่ผู้วิจัยได้เลือกกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งที่เห็นว่าดี เหมาะสม ตามความรู้ความเข้าใจของผู้วิจัย และดำเนินการปฏิบัติเพื่อทดลองว่าใช้ได้หรือไม่ ประเมินดูความเหมาะสมในความเป็นจริง ควบคุมแนวทางปฏิบัติแล้วนำผลมาปรับปรุงการปฏิบัติการเพื่อนำไปทดลองใหม่จนกว่าจะได้ผลเป็นที่พอใจ นำไปใช้และเผยแพร่ได้ (สุภางค์ จันทวานิช. 2540)

2.2 การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ

ผู้วิจัยได้นำวิธีการออกแบบย้อนกลับของวิกกินส์ และแมกไท (Wiggins; & McTighe. 2004) ดังกล่าวข้างต้น มาปรับใช้ในการกำหนดโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นการสร้างเสริมความเข้าใจ โดยมีขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน โดยขั้นตอนที่ 1 – 3 เป็นการออกแบบการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีการออกแบบย้อนกลับ ส่วนขั้นตอนที่ 4 เป็นการนำผลจากการออกแบบลงสู่การปฏิบัติในชั้นเรียนและอาศัยการวิจัยปฏิบัติการมาใช้ในการพัฒนา ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญของหน่วยการเรียนรู้

ขั้นนี้ เป็นการพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญที่ต้องสร้างให้เกิดเป็นความเข้าใจที่คงทนกับนักเรียน มากำหนดเป็นเป้าหมายที่พึงประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้ แล้วระบุออกมาเป็นผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รวมทั้งพิจารณากำหนดแนวคิดในประเด็นอื่นที่มีความสำคัญรองลงมา

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดตัวชี้วัดจากหลักฐานหรือพฤติกรรม

ขั้นนี้เป็นการพิจารณากำหนดตัวชี้วัดจากหลักฐานหรือพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญที่จะใช้ในการประเมิน แล้วออกแบบเพื่อประเมินตัวชี้วัด

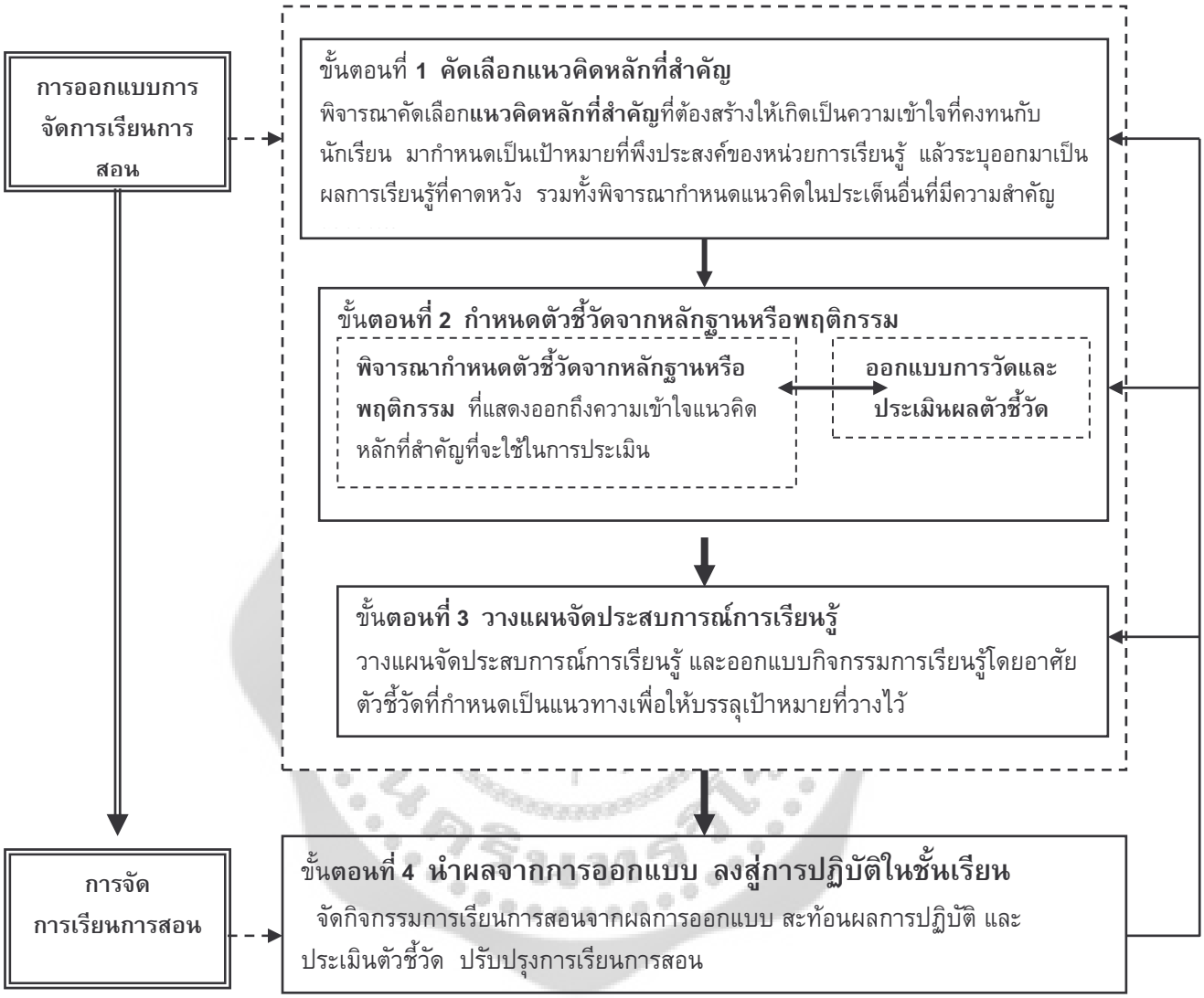
ขั้นตอนที่ 3 วางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้

ขั้นนี้เป็นการวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยอาศัยตัวชี้วัดที่กำหนดเป็นแนวทางเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้

ขั้นตอนที่ 4 นำผลจากการออกแบบ ลงสู่การปฏิบัติในชั้นเรียน

ขั้นนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจากผลการออกแบบ สะท้อนผลการปฏิบัติและประเมินตัวชี้วัด ปรับปรุงการเรียนการสอน

ขั้นตอนการพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ แสดงดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ

ตอนที่ 3 การเรียนรู้ตามสภาพจริง

3.1 ความหมายของการเรียนรู้ตามสภาพจริง

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อการพัฒนานักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและความคงทนของความเข้าใจ และจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า มีความสอดคล้องกับรูปแบบกระบวนการเรียนรู้ที่เรียกว่า *การเรียนรู้ตามสภาพจริง* (authentic learning) ทำให้ผู้วิจัยนำแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับการวิจัยครั้งนี้ สำหรับความหมายของ*การเรียนรู้ตามสภาพจริง* มีนักการศึกษาเสนอมุมมองไว้ สรุปได้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2542) เสนอมุมมองเกี่ยวกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงว่ามีลักษณะดังนี้ 1) กระบวนการเรียนรู้ที่ไม่ยัดเยียดความรู้ เนื้อหาสาระให้กับนักเรียน 2) เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางและ การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม 3) บทบาทของครูเป็นผู้เอื้ออำนวยการเรียนรู้ รับผิดชอบและวิเคราะห์วิธีการเรียน กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักวิธีการเรียนรู้ และ 4) เป็นกระบวนการเรียนรู้จากกลุ่ม โดยนักเรียนสร้างความรู้เชิงความคิดและสร้างสรรค์ความรู้ เช่น สังคม วัฒนธรรม ขึ้นมาด้วยตนเอง

ทิศนา แขมมณี (2545) ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้ตามสภาพจริงว่าเป็นการดำเนินการที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยการให้นักเรียนได้เผชิญสภาพการณ์จริง ปัญหาจริงในบริบทจริงและร่วมกันศึกษาเรียนรู้ แสวงหาความรู้ข้อมูลและวิธีการต่างๆ เพื่อที่จะแก้ปัญหาและได้รับผลในชีวิตจริง โดยได้กำหนดตัวบ่งชี้ของการเรียนรู้ตามสภาพจริงไว้ดังนี้ 1) มีการนำนักเรียนเข้าไปเผชิญสถานการณ์จริง ปัญหาจริง ในบริบทจริง 2) มีการร่วมกันคิด วิเคราะห์ปัญหา แสวงหาความรู้ ข้อมูล และวิธีการต่างๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ศึกษาทำความเข้าใจความรู้และข้อมูล และนำข้อมูลความรู้มาใช้ในการตัดสินแก้ปัญหา 3) มีการตัดสินใจกระทำการอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อแก้ปัญหาร่วมกัน 4) ได้รับผลการตัดสินใจและการกระทำของตนจากสังคมตามเกณฑ์มาตรฐานในชีวิตจริง 5) มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจ สะท้อนความคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง และ 6) มีการวัดและประเมินผลรอบด้านทั้งด้านความรู้ ทักษะ และเจตคติ

กอร์ดอน (Gordon. 1998) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบของการเรียนรู้ตามสภาพจริง มีดังนี้ 1) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง บุคคลมักเผชิญกับปัญหาต่างๆ อยู่เสมอ เล็กบ้าง ใหญ่บ้าง และจะต้องคิดตัดสินใจลงมือกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง การเรียนรู้ตามสภาพจริง จึงต้องมีปัญหาการคิดการตัดสินใจ การกระทำและผลของการคิดการตัดสินใจ 2) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง เมื่อมีปัญหาต้องตัดสินใจแก้ไข บุคคลทุกคนจะแสวงหาทางแก้ไข โดยใช้ทรัพยากรและสิ่งต่างๆ ที่ตนมีอยู่หรือหามาได้ บุคคลจะมีปฏิสัมพันธ์กับผู้ที่จะช่วยตนได้ในทางใดทางหนึ่ง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาตามสภาพจริง 3) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง บุคคลใช้ความรู้ ทักษะ และเกิดความรู้สึกหรือพัฒนาเจตคติไปพร้อมๆ กันตามสภาพจริง บุคคลจะดำเนินการการจัดการเมื่อ

เกิดปัญหา บุคคลจะคิด ตัดสินใจ โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่และแสวงหาความรู้ที่จำเป็นต่อการตัดสินใจมาใช้ ซึ่งการตัดสินใจกระทำการนั้น ๆ จะส่งผลให้เกิดความรู้ ทักษะ และเจตคติตามมาด้วย 4) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง บุคคลจะเลือกรับรู้ และเรียนรู้ เฉพาะสิ่งที่มีความหมายกับตนเอง ซึ่งมักเป็นสิ่งที่จำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ทักษะการเข้าใจผู้อื่น การอยู่ร่วมกับผู้อื่น การแก้ปัญหา การตัดสินใจ 5) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง สิ่งทั้งหลายจะเชื่อมโยงกัน ความรู้ ทักษะ และเจตคติที่เรียนรู้ในบริบทหนึ่ง จะได้รับการถ่ายโยงไปใช้ในบริบทอื่น ๆ และจะได้รับการปรับเปลี่ยนและพัฒนาไปเรื่อย ๆ และ 6) ในการเรียนรู้ตามสภาพจริง เมื่อบุคคลกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง บุคคลมักจะได้รับข้อมูลย้อนกลับว่าสิ่งที่ตนทำนั้น ดีหรือไม่ดี เหมาะหรือไม่เหมาะจากบุคคลที่เกี่ยวข้อง

จากความหมายและลักษณะของการเรียนรู้ตามสภาพจริง ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า *การเรียนรู้ตามสภาพจริง* เป็นกระบวนการเรียนรู้ให้ความสำคัญกับการใช้สถานการณ์จริงเป็นเครื่องมือในการสร้างความคิดรวบยอดต่างๆ โดยนักเรียนมีการเผชิญกับสถานการณ์จริงที่หลากหลายซึ่งเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและมีความหมายกับตัวของเขาเอง นักเรียนมีการเรียนรู้ในลักษณะที่เน้นการเชื่อมโยงของสิ่งที่เรียนรู้กับชีวิตจริง รวมทั้งนักเรียนมีประสบการณ์ในแสวงหาข้อมูลและความรู้ ศึกษาทำความเข้าใจข้อมูลและความรู้ มีการร่วมกันคิด ร่วมกันวางแผน และมีการร่วมกันตัดสินใจในการแก้ปัญหาต่างๆ

3.2 แนวทางการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง

นิวแมน และคณะ (Newmann; & Wehlage. 1993; Newmann; Marks; & Gamoran. 1996) ได้เสนอหลักเกณฑ์ (criteria) เพื่อวัดความเป็นสภาพจริงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การประเมินผล และงานของนักเรียน มี 3 ประการ คือ 1) นักเรียนมีการสร้างความหมายและความรู้ด้วยตนเอง (construction of knowledge) 2) นักเรียนใช้การสืบสอบความรู้ (disciplined inquiry) และ 3) การให้คุณค่าด้วยสถานการณ์นอกเหนือจากห้องเรียน (value beyond school)

จากหลักเกณฑ์ทั้งสามประการข้างต้น นิวแมน และคณะ (Newmann; & Wehlage. 1993; Newmann, Marks & Gamoran. 1996) ได้นำมากำหนดเป็น**มาตรฐานการเรียนการสอน** 5 ประการ ซึ่งสามารถนำมาเป็นกรอบในการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) <u>การให้ความสำคัญกับการคิดระดับสูง</u> กิจกรรมการเรียนรู้จะต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้จัดการกับข้อมูลและแนวคิดด้วยการแปลความหมายและนำความรู้ไปใช้ โดยการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริงและ แนวคิด เพื่อที่จะสังเคราะห์ มองหาแบบรูปทั่วไป อธิบาย ตั้งสมมุติฐาน หรือ หาข้อสรุป เมื่อนักเรียนได้จัดการกับข้อมูลตามวิธีการดังกล่าวแล้วย่อมส่งผลให้นักเรียนแก้ปัญหาได้และค้นพบแนวคิดหรือความเข้าใจใหม่ๆ

2) การมุ่งเน้นความรู้ที่ลึกซึ้ง หมายถึง การให้ความสำคัญกับแนวคิดที่เป็นแก่นของหัวเรื่อง หรือวิชา กิจกรรมการเรียนรู้ต้องกระตุ้นให้นักเรียนสามารถสร้างคำอธิบายเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ และสามารถจับประเด็นของเรื่องได้อย่างเป็นระบบและเชื่อมโยงกันได้

3) การเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง กิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริงที่สัมพันธ์กับบริบททางสังคมของบทเรียนและคุณค่าที่มีต่อนักเรียนทั้งในปัจจุบันและอนาคต การเชื่อมโยงจะเพิ่มมากขึ้น ถ้างานมีผลกระทบในทางที่ดีต่อบุคคลภายนอกที่นอกเหนือจากนักเรียน หรือโรงเรียน

4) การสนทนาที่เป็นกันเอง มาตรฐานในข้อนี้เป็นการเปิดโอกาสให้มีการพูดคุยกันในชั้นเรียน เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และทำความเข้าใจเนื้อหาหรือเรื่องราวที่ครูสอน นักเรียนได้มีโอกาสสนทนา อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้กับครู หรือกับเพื่อนในห้องในแนวทางที่ทำให้เกิดการปรับปรุงและแลกเปลี่ยนความเข้าใจในแนวคิด หรือประเด็นนั้นๆ

5) การสนับสนุนทางสังคมในความสำเร็จของนักเรียน ประกอบด้วย การยอมรับความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนทุกคนเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ การให้ความสำคัญกับนักเรียนทุกคน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอยากลอง และพัฒนาการยอมรับซึ่งกันและกันในห้องเรียน โดยครูทำให้เห็นว่าความพยายามของนักเรียนเป็นสิ่งที่มีคุณค่า

นอกจากนี้ กรมวิชาการ (2543: 4) ได้เสนอหลักการในการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง ดังนี้ 1) การจัดการเรียนการสอนให้มีภาคปฏิบัติในชีวิตจริง 2) การส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและการปฏิบัติอย่างมีความหมายต่อตัวเอง จะทำให้นักเรียนเกิดความมุ่งมั่นในการทำผลงานให้สำเร็จ กระตุ้นให้นักเรียนอยากคิด อยากทดลอง และปฏิบัติด้วยการกำหนดปัญหาที่ท้าทาย ยั่วยุและเป็นไปได้ในชีวิตจริง 3) การมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ปฏิบัติตามแนวทางของตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและปฏิบัติในสิ่งที่ชอบ 4) การส่งเสริมให้มีการนำความรู้จากหลายเนื้อหา และหลายวิชามาประยุกต์ใช้

อย่างไรก็ตาม โครนิน (Cronin. 1993) ได้กล่าวว่าการนำแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงไปใช้ขึ้นอยู่กับตัวแปรมากมาย เช่น บรรยากาศการเรียนรู้ในห้องเรียน บทบาทของเทคโนโลยี กระบวนการตัดสินใจแบบประชาธิปไตย และวิธีการประเมินผลที่หลากหลาย ซึ่งมีครูมากมายที่ต้องการสร้างสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้ตามสภาพจริง แต่ยังขาดความเชื่อมั่นว่าจะสามารถทำได้หรือไม่ เนื่องจากมีความเข้าใจผิดว่าการเรียนรู้ตามสภาพจริงเป็นสิ่งที่ยาก ดังนั้นหากครูต้องการนำแนวคิดนี้ไปใช้อาจเริ่มจากกรอบแนวคิด 3 ประการ ดังนี้ 1) พยายามจัดกิจกรรมให้มีสภาพจริงมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ไม่จำเป็นต้องเป็นสภาพแท้จริงที่สมบูรณ์ 2) พยายามหาโอกาสที่เป็นไปได้ในการใช้การเรียนรู้ตามสภาพจริงในห้องเรียน และ 3) เริ่มต้นด้วยงานที่ไม่ซับซ้อนมากนัก

สำหรับในงานวิจัยครั้ง ผู้วิจัยใช้แนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริง มากำหนดกรอบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจที่คงทน ซึ่งมี**หลักการสำคัญ**

คือ กระบวนการเรียนรู้ที่ใช้สถานการณ์ชีวิตจริงที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับนักเรียนเป็นเครื่องมือสร้างเสริมความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่อง ฟังก์ชัน โดยนักเรียนมีการเผชิญกับสถานการณ์ชีวิตจริงที่หลากหลายและใกล้ตัว ลงมือปฏิบัติกับการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง ร่วมกันคิดวางแผน และตัดสินใจในการแก้ปัญหา มีอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้และสะท้อนความคิด และมีการประเมินตามสภาพจริงสม่ำเสมอทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การเรียนรู้ตามสภาพจริง เป็นการดำเนินการที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยการให้นักเรียนได้เผชิญสภาพจริงการณ์จริง ปัญหาจริงในบริบทจริงและร่วมกันศึกษาเรียนรู้ แสวงหาความรู้ข้อมูลและวิธีการต่างๆ เพื่อที่จะแก้ปัญหาและได้รับผลในชีวิตจริง (ทิศนา แขมมณี. 2544) ด้วยเหตุนี้ **ภาระงานตามสภาพจริง** (authentic tasks) และ **บทบาทของครูผู้สอน** จึงเป็นตัวแปรสำคัญที่นำมาใช้ต้องเอื้อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามสภาพจริง จากการสังเคราะห์แนวคิดของนักการศึกษาหลายคนที่นำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะภาระงานหรือ สถานการณ์ปัญหาตามสภาพจริง ทำให้ผู้วิจัยสรุปกรอบลักษณะภาระงานหรือ สถานการณ์ปัญหาตามสภาพจริงที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดังนี้

สำหรับ**ภาระงานตามสภาพจริง** ในงานวิจัยครั้งนี้ มีลักษณะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1) ภาระงานสัมพันธ์กับเรื่องราวที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

ผลจากงานวิจัยหลายงานสนับสนุนแนวคิดการใช้ภาระงานที่สัมพันธ์กับเรื่องราวที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Masingila. 1995; Kilpatrick. 2004; สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545; บุญญิสา แซ่หลอ. 2550; เวชฤทธิ์ อังกะนะภัทรขจร. 2551) ซึ่งช่วยให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน มองเห็นเป้าหมายและคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง นอกจากนี้ ยังมีส่วนสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยง (Basil.1999; Carraher; et al. 1987; NCTM. 2000; กระทรวงศึกษาธิการ. 2545)

2) ภาระงานมีลักษณะองค์รวม มีการบูรณาการเนื้อหาและมุ่งเน้นแนวความคิดหลัก งานวิจัยหลายงานบ่งชี้ว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบแยกส่วนตามหัวข้อเรื่อง โดยปราศจากเชื่อมโยงให้เห็นความสัมพันธ์ จะทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดที่เป็นภาพรวม รวมทั้งไม่สามารถนำความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Brooks. 1993; Troutman; & Lichtenberg. 1995) อีกทั้งงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า ผู้ชำนาญมักใช้แนวความคิดหลักในการแก้ปัญหา (ทองหล่อ วงษ์อินทร์. 2537) นอกจากนี้ หลักการเรียนรู้ที่เข้ากับการทำงานของสมองที่ว่า “ สมองของถูกออกแบบมาเพื่อที่จะรับรู้และคิดสิ่งต่างๆ ออกมาในลักษณะที่เป็นแบบแผนต่างๆ (patterns) และ สมองทุกสมองสามารถรับรู้ รวมทั้งประมวลผลทั้งภาพรวม (wholes) และส่วนย่อยต่างๆ (parts) ได้ในเวลาเดียวกัน” (Jensen. 2000)

3) การใช้ภาระงานที่ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย การพิจารณาไตร่ตรอง และการตัดสินใจ เป็นสิ่งจำเป็นที่ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจ (Hiebert; et al. 1997) นอกจากนี้ การส่งเสริมการอภิปรายและการพิจารณาไตร่ตรองยังช่วยให้นักเรียนฝึกการคิดอย่างมีเหตุผลและฝึกทักษะการแก้ปัญหา ทำให้เห็นแนวคิด มุมมอง และกลวิธีที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหานั้นจากเพื่อนรอบข้าง นักเรียนได้มีโอกาสสำรวจ เปรียบเทียบ และประเมินข้อดีและข้อเสียในแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาของตนเองจากเพื่อนรอบข้าง ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการเลือกแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งการตัดสินใจด้วย

4) ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงนั้น ลักษณะของภาระงานที่นำมาใช้ควรลักษณะเป็นปลายเปิด (open- ended tasks) ที่มีคำตอบหลายคำตอบหรือมีแนวทางในการหาคำตอบได้หลากหลายวิธี (Bransford; Vye; Kinzer; & Risko. 1990; Brown; et al., 1989; Henningsen; & Stein. 1997; Sternberg; Wagner; & Okagaki. 1993) ด้วยเหตุผลที่ว่า นักเรียนแต่ละคนมีระดับความรู้ ความสามารถ ทักษะ และความเข้าใจต่อสถานการณ์ปัญหาแตกต่างกัน

5) การใช้ภาระงานที่เหมาะสมกับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ที่แตกต่างกันถือเป็นองค์ประกอบสำคัญในการกระตุ้นให้นักเรียนให้เกิดความอยากแก้ปัญหา หรือกระทำการที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ขึ้น (Henningsen; & Stein. 1997; Krulik; & Rudnick. 1993) นอกจากนี้ การใช้ภาระงานที่มีความหมายต่อนักเรียนมีความสอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ที่เข้ากับการทำงานของสมองที่ว่า “สมองจะแสวงหาความหมายของสิ่งต่างๆ อยู่เสมอ”

กล่าวโดยสรุป ภาระงานตามสภาพจริงที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้มีลักษณะสำคัญ 5 ประการ คือ 1) สัมพันธ์กับเรื่องราวที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง 2) เป็นแบบองค์รวม มีการบูรณาการเนื้อหาและมุ่งเน้นแนวคิดหลักที่สำคัญ 3) ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย การพิจารณาไตร่ตรอง และการตัดสินใจ 4) เป็นปัญหาปลายเปิด (open- ended tasks) ที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี และ 5) เหมาะสมกับความรู้ความสามารถ ประสบการณ์ที่แตกต่างกัน ความสนใจ

สำหรับ**บทบาทของครูผู้สอน** มีนักวิชาการเสนอแนวคิดไว้ดังนี้

นิวแมน (Newmann. 1995) ได้เสนอแนะบทบาทของครูในการนำแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงไปใช้ให้มีประสิทธิภาพ ดังนี้ 1) ครูจะต้องคุ้นเคยกับการยอมรับและการใช้ความรู้ความสามารถเดิมของนักเรียน ซึ่งการซึมซับข้อมูลใหม่ของนักเรียนขึ้นอยู่กับว่าข้อมูลนั้นช่วยให้อธิบายหรือขยายประสบการณ์เดิมของตนเองอย่างมีความหมายได้มากน้อยเพียงใด 2) ครูควรตระหนักว่านักเรียนเป็นนักคิดที่ซับซ้อนในการพยายามสร้างความหมายของสิ่งที่พบเห็นในชีวิตจริง ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้การคิดระดับสูง เรียนรู้ด้วยความเข้าใจ จนเกิดเป็นความเข้าใจที่คงทน มากกว่าการเรียนรู้แบบธรรมดาและการได้ความรู้กว้างๆ อย่างผิวเผิน 3) ในการจัดการเรียนการสอน ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการสนทนา การเขียน และการสื่อสารแบบอื่นๆ

4) ครูจะเป็นผู้อำนวยความสะดวก ผู้คอยแนะนำ หรือคอยกระตุ้นให้นักเรียนทำงานต่างๆ และเกิดการเรียนรู้ และ 5) ครูและนักเรียนจะต้องร่วมมือ เชื่อใจ และตั้งความหวังสำหรับความสำเร็จของตนเองในระดับสูง

แบล็คเบิร์น (Blackburn. 2001: 4) ได้เสนอบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง ดังนี้ 1) เป็นผู้มองการณ์ไกล 2) เป็นนักวางแผน 3) เป็นผู้จัดแหล่งทรัพยากร 4) เป็นผู้อำนวยความสะดวก 5) เป็นผู้รักษาเวลา 6) เป็นนักประเมินผล และ 7) เป็นนักกลยุทธ์

มาร์รา (Marra. 2001: 1) ได้เสนอว่า ครูจะต้องใช้ปัญหาในชีวิตจริงเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการประยุกต์ใช้ความรู้ ซึ่งจะทำให้ความรู้ที่ต้องเรียนรู้มีความเป็นรูปธรรม และเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นในสิ่งที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อน การสนับสนุนช่วยเหลือของครูจะเข้ามาเมื่อนักเรียนต้องการ และต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานอย่างอิสระเมื่อสามารถทำงานนั้นได้ด้วยตนเอง บรรยากาศการเรียนรู้ตามสภาพจริงจะต้องค่อยๆ ลดบทบาทการสนับสนุนและช่วยเหลือของครูออกไป เพื่อให้นักเรียนได้ก้าวไปสู่ระดับพัฒนาการต่อไป

สิ่งสำคัญที่ต้องตระหนักคือ ความเป็นสภาพจริงไม่ได้หมายความว่า ครูจะต้องนำนักเรียนไปพิพิธภัณฑ์ Louvre เพื่อเรียนศิลปะ แต่ในการวางแผนบทเรียนแต่ละบทเรียนควรต้องเพิ่มสภาพจริงในภาระงานที่มอบหมายให้มากที่สุด โรงเรียนควรตั้งเป้าหมายที่จะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในชีวิตจริงให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

เพซ (Pace. 1993) และ บริกส์ โฟเกอร์ และ จอห์นสัน (Briggs; Flokers; & Johnson. 1996) (citing Teaching for Understanding and Learning as Understanding. 2001) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูว่าไม่ใช่การสอนตามแบบสบาย (laissez-faire approach) ครูต้องเป็นผู้ที่มีบทบาทหลักไม่ใช่ผู้นั่งดู หรือไม่ได้เข้ามามีส่วนร่วมในแนวทางการสร้างความรู้ของนักเรียน ครูต้องมีบทบาทหลากหลาย เช่น เป็นผู้สังเกตการณ์ เป็นผู้ฟัง เป็นสื่อ และต้องสร้างสถานการณ์ที่เรียกว่า ***ภาวะที่ไม่สมดุล*** ให้เกิดขึ้นในความเข้าใจของนักเรียน โดยการตั้งคำถามหรือปัญหาแล้วตามด้วยการอภิปราย ซึ่งเป็นกลยุทธ์ที่ใช้บ่อยๆ ในห้องเรียนที่ให้ความสำคัญกับทักษะการคิดระดับสูง การเรียนรู้ตามสภาพจริง นอกจากนักเรียนจะมองเห็นการเชื่อมโยงภาระงานของตนในโรงเรียนว่ามีความสัมพันธ์กับชีวิตจริงอย่างไร แต่นักเรียนจะต้องประเมินตนเองว่าสามารถประยุกต์ใช้การเรียนรู้ในบริบทจริงได้ด้วย การทำงานในชีวิตจริงเป็นกระบวนการที่ต้องการทักษะและความอดทนต่อความไม่แน่นอนและความซับซ้อน ซึ่งครูและนักเรียนต้องพัฒนาความสามารถนี้ด้วย (Gordon. 2001)

จากหลักการเรียนรู้ตามสภาพจริงและการศึกษาบทบาทของครูผู้สอนที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยนำมาสังเคราะห์และพัฒนาเป็นบทบาทของครูในด้าน การเตรียมการสอน บรรยากาศในชั้นเรียน (การสอน) และ ภายหลังการจัดการเรียนการสอน สรุปได้ดังนี้

บทบาทครูผู้สอน

การเตรียมการสอน คัดเลือกภาระงานที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ชีวิตจริงที่พัฒนาความคิดระดับสูงของแต่ละตัวชี้วัด จัดทำพิมพ์เขียวการวัดและประเมินผล (ตัวชี้วัด) จัดเตรียมเครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินตามสภาพจริง จัดเตรียมแหล่งความรู้ต่างๆ ซึ่งอาจจะเป็นบุคคล สถานที่ หรือเทคโนโลยีที่เหมาะสม

บรรยากาศในชั้นเรียน จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการสร้างความรู้ความเข้าใจตามแนวทางของตนเอง คอยกระตุ้นและเร้าให้นักเรียนอยากคิด อยากทดลองและปฏิบัติกิจกรรม ใช้คำถามเพื่อให้มีการอภิปราย ซักถามและแสดงความคิดเห็น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบและทบทวนความเข้าใจและตรวจทานชิ้นงานของตนเอง อำนวยความสะดวกและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความจำเป็น สังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนในขณะปฏิบัติกิจกรรม รวมทั้งข้อมูลต่างๆ ที่น่าสนใจ บันทึกปัญหาและข้อขัดข้องต่างๆ

สำหรับ**ภายหลังการจัดการเรียนการสอน** สะท้อนผลการปฏิบัติ การประเมินผลตัวชี้วัดตามสภาพจริง ปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนในบทเรียนนั้นๆ (ถ้ามี)

ตอนที่ 4 การประเมินตามสภาพจริง

จากการที่งานวิจัยครั้งนี้ ให้ความสำคัญการสร้างให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญ และเพื่อให้ได้รู้ลึกถึงความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญของนักเรียน รวมทั้งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงสมรรถภาพของนักเรียนอย่างเพียงพอและตรงตามสภาพจริง ดังนั้นงานวิจัยครั้งนี้จึงเลือกใช้*การประเมินผลตามสภาพจริง*

4.1 ความหมายและลักษณะของการประเมินตามสภาพจริง

การประเมินตามสภาพจริง หมายถึง กระบวนการรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ที่แสดงถึงสมรรถภาพของนักเรียนอย่างเพียงพอและตรงตามสภาพจริง จากกระบวนการทำงาน การปฏิบัติงาน และผลผลิตที่ได้จากกระบวนการเรียนรู้ในสภาพที่สอดคล้องกับชีวิตจริง โดยใช้เรื่องราว เหตุการณ์ สภาพจริง หรือคล้ายจริงเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนตอบสนองแล้วนำข้อมูลมาสู่การตีค่า (Wiggins. 1990; Hart. 1994 ; กรมวิชาการ. 2539; ศิริชัย กาญจนวาสี; 2546; สุวิมล ว่องวานิช; 2546; สสวท. 2546)

การประเมินตามสภาพจริง มีลักษณะที่สำคัญ สรุปความตามแนวคิดของนักการศึกษาได้ดังนี้

โคล และคณะ (Cole; et al. 2000: 8) ได้อธิบายถึงลักษณะการประเมินตามสภาพจริงดังนี้ 1) วัตถุประสงค์ของการกำหนดภาระงานควรชัดเจน และครูควรรู้ว่าทำอย่างไรจึงจะได้ผลลัพธ์หรือผลที่ต้องการนั้น 2) ครูควรออกแบบกิจกรรมการประเมินผลที่สัมพันธ์กับเป้าหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วให้นักเรียนนำความรู้ที่เรียนมาใช้ปฏิบัติ

3) ภาระงานที่นักเรียนปฏิบัติมีวิธีการปฏิบัติมากกว่าหนึ่งวิธี และ 4) เปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้เลือกชิ้นงานมาเพื่อการประเมิน

วิกกินส์ (Wiggins. 1990) ได้กล่าวว่า การประเมินตามสภาพจริง ประกอบด้วย ภาระงาน (task) บริบท (context) และเกณฑ์การประเมินผล (evaluation criteria) มีรายละเอียดดังนี้

1. ภาระงานตามสภาพจริง เป็นภาระงานที่มีความหมาย และมีคุณค่าสำหรับนักเรียน และต้องการให้นักเรียนใช้ความรู้ หรือทักษะระดับสูงในการปฏิบัติภาระงานให้เสร็จสมบูรณ์แล้วตัดสินโดยใช้เกณฑ์การประเมิน

2. บริบท ให้นักเรียนปฏิบัติภาระตามสภาพความเป็นจริงให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ และควรให้เวลาอย่างเพียงพอในการปฏิบัติภาระงานของนักเรียน และจะเลียนแบบหรือให้เหมือนกับบริบทของผู้เชี่ยวชาญหรือบุคคลทั่วไปเผชิญในโลกของความเป็นจริง นอกจากนั้นควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ไตร่ตรอง หรือปรึกษาในการปฏิบัติภาระงานกับผู้อื่นได้

3. เกณฑ์การประเมินผล โดยใช้เกณฑ์หรือมาตรฐานที่คล้ายกับเกณฑ์หรือมาตรฐานที่ใช้ตัดสินผลผลิตหรือการปฏิบัติงานทั่วๆ ไป โดยเกณฑ์การประเมินการปฏิบัติ ภาระงานควรใช้เงื่อนไขดังนี้ (Allen. 1996: 3)

3.1 ในการนิยามเกณฑ์การประเมินควรพิจารณาจากพฤติกรรม หรือคุณลักษณะที่คาดหวังที่จะให้เกิดขึ้นกับนักเรียนทุกคน หรือบุคคลอื่นๆ

3.2 ให้นักเรียน ครู และผู้ปกครอง มีส่วนร่วมในการกำหนดระบบการให้คะแนนเพื่อการประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตเท่าที่จะเป็นไปได้ ถ้าเกณฑ์การประเมินนิยามอย่างดีแล้ว บุคคลอื่น ๆ จะสามารถนำไปใช้ได้โดยอิสระ และนักเรียนสามารถใช้เป็นแนวทางในการประเมินตนเอง เพื่อใช้ในการพัฒนางานตนเองได้ นอกจากนั้น ยังทำให้เกิดความเชื่อมั่นในการให้คะแนนของผู้เชี่ยวชาญแม้เวลาจะเปลี่ยนไปแล้วก็ตาม

วิกกินส์ (Wiggins. 1990) ยังได้ระบุว่า การประเมินตามสภาพจริง จะต้องมีการกำหนดตัวชี้วัด (Indicator) การทำผลงานของนักเรียนที่สามารถสะท้อนการเรียนรู้ของนักเรียนได้ โดยวิกกินส์ เสนอแนวทางการกำหนดตัวชี้วัด ดังนี้

1) ตัวชี้วัด จะต้องมีการชี้วัดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

2) ตัวชี้วัด จะต้องมีความเที่ยง และความตรงที่เหมาะสมกับเกณฑ์การให้คะแนนการปฏิบัติงานของนักเรียน

จากลักษณะของการประเมินตามสภาพจริง ที่กล่าวมาในข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสรุปเป็น**หลักการ**สำคัญของการประเมินตามสภาพจริง ที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 4 ประการ ดังนี้

1.1 เป็นการประเมินผลที่ได้มีการกำหนดวัตถุประสงค์ของการประเมินไว้ล่วงหน้าแล้ว โดย**กำหนดตัวชี้วัดที่ชัดเจน**ของผลงานนักเรียนที่สามารถสะท้อนการเรียนรู้ของนักเรียนได้

และ**กำหนดเกณฑ์การประเมินผลที่ชัดเจน**และสามารถนำไปใช้งานได้อย่างมีความเที่ยงและความตรง

1.2 เป็นกระบวนการที่**กระทำหลาย ๆ ช่วงเวลา** และบูรณาการไปกับกระบวนการการจัดการเรียนการสอนและมุ่งเน้นการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ได้แก่ ก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลอง

1.3 เป็นการวัดและประเมินผล โดยอาศัย**ข้อมูล**หรือ**หลักฐาน**จาก**หลาย ๆ แหล่ง**จาก**วิธีการวัดและเครื่องมือวัดที่หลากหลาย** มากกว่าที่จะประเมินด้วยแบบทดสอบ หรือแบบฝึกหัด

1.4 เป็นการวัดและประเมินผลที่**เน้นการมีส่วนร่วม**ของผู้มีส่วนเกี่ยวข้องในการประเมิน ได้แก่ ครู ผู้วิจัย ผู้ช่วยวิจัย

เนื่องจากการประเมินตามสภาพจริง เป็นการประเมินการปฏิบัติภาระงานของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนั้นเพื่อสะท้อนภาพการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างรอบด้าน จึงต้องใช้เครื่องมือที่หลากหลายในการประเมิน ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอเทคนิควิธีที่นำมาใช้ในการประเมินตามสภาพจริงในหัวข้อต่อไป

4.2 เทคนิควิธีที่นำมาใช้ในการประเมินตามสภาพจริง

เทคนิควิธีที่ใช้ในการประเมินตามสภาพจริงมีหลากหลายชนิด เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ โครงงาน แฟ้มสะสมผลงาน บันทึกการเรียนรู้ เป็นต้น แต่ในที่นี้จะนำเสนอเฉพาะ **การสังเกต การสัมภาษณ์** ซึ่งเป็นวิธีการประเมินตามสภาพจริงที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

การสังเกต เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลจากสภาพจริงอย่างหนึ่ง โดยการสังเกตจะใช้ประเมินการแสดงออกและกระบวนการที่นักเรียนใช้ในการทำกิจกรรม ทำให้ครูสามารถทราบพฤติกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล และสามารถนำไปสรุปเป็นความคิดเห็นของนักเรียนได้ การสังเกตมี 2 วิธี คือ

การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (participant observation) เป็นการสังเกตที่ผู้วิจัยเข้าไปเกี่ยวข้อง หรือมีส่วนร่วมโดยตรงกับกิจกรรมหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในการเก็บข้อมูลภาคสนาม ผู้วิจัยจะต้องปรับตัวให้เข้ากับชุมชนหรือกลุ่มคนที่ต้องการศึกษา

การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม (non participant observation) เป็นการสังเกตที่ผู้วิจัยไม่ได้เข้าไปมีส่วนร่วมกับชุมชนโดยตรง แต่จะใช้วิธีสังเกตอยู่วงนอก การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วมจะใช้เวลาในการเก็บข้อมูลน้อยกว่าวิธีแรกแต่จะขาดข้อมูลเชิงลึกที่อยู่เบื้องหลังของปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในชุมชน

ในมุมมองของการวิจัยเชิงคุณภาพโดยสุภางค์ จันทวานิช (2540: 44 - 48) กล่าวว่า การสังเกตเป็นวิธีการเบื้องต้นในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับปรากฏการณ์หรือพฤติกรรมของบุคคล โดยอาศัยประสาทสัมผัส(sensation) ของผู้สังเกตโดยตรงและมักจะใช้การสังเกตควบคู่ไปกับ

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลอื่นๆ จุดเด่นที่สำคัญของการสังเกต คือทำให้รู้พฤติกรรมที่แสดงออกเป็นธรรมชาติ เป็นข้อมูลที่ตรงตามสภาพความเป็นจริง จัดเป็นข้อมูลแบบปฐมภูมิซึ่งมีความน่าเชื่อถือมาก การสังเกตซ้ำๆ ในเหตุการณ์เดียวกันประกอบการซักถามและตรวจสอบต่างๆ ทำให้การสังเกตเป็นประโยชน์ ในการวิจัยมากที่สุด

เครื่องมือที่ใช้ประกอบการสังเกตมีหลายชนิด แต่ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เครื่องมือประกอบการสังเกต ได้แก่ แบบบันทึกพฤติกรรม (anecdote record) แบบสำรวจรายการ (checklist) รายละเอียดมีดังนี้

แบบบันทึกพฤติกรรม เป็นการบันทึกข้อมูลซึ่งเป็นเกร็ดเล็กๆ น้อยๆ ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในแต่ละวัน การบันทึกข้อมูลอาจจะทำอย่างละเอียดหรือย่อๆ ก็ได้ โดยปกติจะบันทึกหลังจากเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้น โดยทั่วไปมักเขียนเป็นรายงานที่เกิดขึ้นตามความเป็นจริงอย่างสั้นกะทัดรัด รวมทั้งสิ่งที่พูดหรือทำโดยสมาชิกในกลุ่ม การสังเกตอย่างชำนาญและบันทึกอย่างเที่ยงตรงต้องให้บันทึกเหตุการณ์ที่สำคัญและจำเป็นได้ และยิ่งการบันทึกทำทันทีหลังจากเหตุการณ์เร็วเท่าใด จะทำให้ได้ข้อมูลมากและมีความแม่นยำมากขึ้นเท่านั้น

การบันทึกพฤติกรรมที่ดีควรบันทึกทันทีหลังจากเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้น อย่างไรก็ตามมักจะเป็นไปไม่ได้ เพราะครูมีกิจกรรมในชั้นเรียนอยู่ตลอดเวลา การบันทึกพฤติกรรมจึงมักจะทำภายหลังจากจบคาบเรียน แต่บางครั้งหากบันทึกภายหลังจบคาบเรียน ครูมักจะทำเหตุการณ์ไม่ได้ ดังนั้นครูอาจจดบันทึกย่อๆ ในบัตรรายการ (กระดาษเล็กๆ) กว้างประมาณ 3 x 4 นิ้ว ใส่ในกระเป๋าหรือวางไว้ในห้องเรียน เพื่อจดบันทึกด้วยคำย่อ วลี ประโยคสั้นๆ ลงในบัตรรายการดังกล่าวแล้วลงมือเขียนขยายความภายหลังทันที

แบบสำรวจรายการ เป็นเครื่องมือสำหรับใช้ในการบันทึกข้อมูลการสังเกตแบบตั้งใจอย่างเป็นระบบชนิดหนึ่ง โดยแบบสำรวจรายการจะช่วยในการบันทึกแบบตั้งใจที่จะดูพฤติกรรมหรือการเรียนรู้ของนักเรียนว่าเกิดขึ้นหรือไม่ องค์ประกอบของแบบสำรวจรายการ ได้แก่ คุณลักษณะ ทักษะ ความสนใจและพฤติกรรมที่มุ่งหวังตามผลของการเรียนรู้ในแต่ละระดับ แบบสำรวจรายการ จะใช้ในการประเมินการแสดงออก กระบวนการและผลผลิตของนักเรียน แบบสำรวจรายการที่ดีจะช่วยให้ครูสามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียน นอกจากนี้ ยังช่วยให้ครูประเมินอย่างลึกซึ้งเฉพาะนักเรียนบางคนได้ โดยทั่วไปแบบสำรวจรายการจะใช้กับนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ จำนวน 4 – 5 คน ในแต่ละวัน เพราะหากสังเกตทั้งชั้นในวันเดียวย่อมจะดูแลไม่ทั่วถึง นอกจากนี้ในการรายงานความก้าวหน้าของนักเรียน การประเมินความก้าวหน้าของชั้นเรียนในโครงการบางอย่าง การประเมินโดยใช้แบบสำรวจรายการ แบบเป็นกลุ่มจะใช้ได้ดี (กรมวิชาการ. 2539: 43 - 48)

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัย ใช้ทั้ง**การสังเกตแบบมีส่วนร่วม**และ**การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม**ที่มี**แบบบันทึกพฤติกรรม**และ**แบบสำรวจรายการ**เป็นเครื่องมือ

การสัมภาษณ์ เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ได้ดี เช่น ความคิด ความรู้สึก กระบวนการในการทำงาน วิธีการแก้ปัญหา การสัมภาษณ์หากนำไปใช้ประกอบกับวิธีการ และเครื่องมืออื่น ๆ จะทำให้ได้ข้อมูลที่มีความมั่นใจยิ่งขึ้น

สุภางค์ จันทวานิช (2540: 74 - 103) ได้กล่าวถึงการสัมภาษณ์ว่า เป็นรูปแบบของปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ถามและผู้ตอบภายใต้กฎเกณฑ์ มีวัตถุประสงค์เพื่อรวบรวมข้อมูลและเป็นการสนทนาอย่างมีจุดมุ่งหมายเป็นหลักโดยลักษณะที่สำคัญของการสัมภาษณ์คือ การมีความยืดหยุ่น และการสามารถสังเกตพฤติกรรมต่างๆ ของผู้ตอบได้ การสัมภาษณ์แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ *การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง*และ*การสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ* โดยการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างหรือการสัมภาษณ์อย่างเป็นทางการเป็นการสัมภาษณ์ที่มีคำถามและข้อกำหนดตายตัว จะสัมภาษณ์ผู้ใดก็ใช้คำถามแบบเดียวกัน มีลำดับขั้นตอนเรียงเหมือนกัน การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างมักทำในเงื่อนไขที่หลากหลายเช่น ทำเมื่อผู้วิจัยต้องการข้อมูลเปรียบเทียบระหว่างบุคคลเป็นจำนวนมาก

ขั้นตอนการสัมภาษณ์ 1) การเตรียมการสัมภาษณ์ ได้แก่ การเลือกกลุ่มตัวอย่าง เตรียมงานขั้นต้นเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่าง วางแผนการสัมภาษณ์ ซ้อมสัมภาษณ์บุคคลอื่นที่มิใช่ผู้ตอบเพื่อจะได้แก้ไขคำถามให้สมบูรณ์ เตรียมอุปกรณ์จดบันทึก และการนัดหมายกับผู้ตอบ 2) ขั้นเริ่มการสัมภาษณ์ ได้แก่ การแนะนำตัวเอง สร้างบรรยากาศให้มีความเป็นกันเอง บอกวัตถุประสงค์การจดบันทึกหรือใช้เครื่องบันทึกเสียงต้องแจ้งให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ พูดคุยก่อนสัมภาษณ์จริง 3) ขั้นสัมภาษณ์ ได้แก่ ใช้คำถามที่เตรียมไว้ล่วงหน้าเป็นแนวทางในการสัมภาษณ์ ตั้งใจฟังและป้อนคำถามในจังหวะที่เหมาะสม ใช้ภาษาที่สุภาพและเข้าใจง่าย 4) ขั้นบันทึกข้อมูลและสิ้นสุดการสัมภาษณ์ได้แก่ จดบันทึกตามความเป็นจริงและจดเฉพาะใจความสำคัญรีบทำบันทึกการสัมภาษณ์ให้สมบูรณ์หลังจากการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นทันที รวบรวมข้อมูลและเอกสารต่างๆ ที่ได้จากการสัมภาษณ์แนบไว้กับบันทึกการสัมภาษณ์

การบันทึกคำตอบ ในการบันทึกคำตอบจากการสัมภาษณ์ผู้วิจัยมีโอกาสเลือกได้ 3 วิธีคือ 1) ใช้แถบบันทึกเสียงช่วย 2) บันทึกการสัมภาษณ์ในขณะสัมภาษณ์และเขียนรายละเอียดภายหลัง และ 3) บันทึกหลังจากสัมภาษณ์สิ้นสุด

การใช้แบบสัมภาษณ์และการตั้งคำถาม ในการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ต้องมีแบบสัมภาษณ์เป็นแนวทาง ซึ่งมีลักษณะดังนี้ 1) ระบุคำถามให้ชัดเจน 2) ถามตามลำดับคำถามที่ระบุไว้ในแบบสัมภาษณ์ 3) คำถามควรเป็นข้อความง่ายๆ 4) อย่าใช้คำถามนำ 5) ถ้าผู้ให้สัมภาษณ์ไม่เข้าใจหรือเข้าใจคำถามผิด สามารถเปลี่ยนแปลงถ้อยคำในคำถามได้พียงเล็กน้อย 6) ควรเรียงคำถามให้มีลักษณะติดต่อกันเป็นลูกโซ่ และ 7) อย่าใส่คำตอบลงไปเอง

ชนิดของคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์ ในการร่างคำถามในแบบสัมภาษณ์ ผู้วิจัยอาจทำได้ 2 แบบคือ ตั้งคำถามแบบปลายเปิด และแบบปลายปิด โดยแต่ละแบบมีข้อดีแตกต่างกันดังนี้ คำถามแบบปลายเปิดมีข้อดีคือ 1) ได้คำตอบในแง่ต่างๆ อย่างหลากหลาย 2) ผู้ตอบสามารถ

ตอบได้ละเอียดตรงกับความต้องการของผู้ตอบอย่างแท้จริง 3) สำหรับปัญหาที่ซับซ้อนและค่อนข้างลึกซึ้ง คำถามแบบปลายเปิดจะให้คำตอบที่ดีกว่าส่วนคำถามแบบปลายปิดมีข้อดีดังนี้ 1) ได้คำตอบจากทุกคนในมาตรฐานเดียวกัน 2) ผู้ตอบสามารถเข้าใจคำถามได้ดีกว่าแบบปลายเปิด และ 3) ได้รับคำตอบครบถ้วนและตรงตามความต้องการ

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะใช้การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการศึกษาความเข้าใจคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้ทั้งการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างและการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ ข้อคำถามมีทั้งปลายเปิดและปลายปิด

ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื่องจากในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้นำ**วิธีการออกแบบย้อนกลับ**มาปรับใช้ในการออกแบบการเรียนการสอน ผสมผสานกับแนวคิด**การเรียนรู้ตามสภาพจริง**และ**การประเมินตามสภาพจริง** ดังนั้นในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยดำเนินการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับวิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบย้อนกลับ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบย้อนกลับ ได้มีผู้ดำเนินการศึกษาวิจัยการจัดการการเรียนการสอนตามแนวคิดนี้ สรุปสาระสำคัญ ดังนี้

เค็ลทิง กิบสัน (Kelting Gibson. 2003) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบการออกแบบหน่วยการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ของนักศึกษาครูที่ใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับนักศึกษาครูที่ใช้วิธีปฏิบัติแบบเดิม การประเมินแผนการจัดการเรียนการสอนอาศัยกรอบแนวคิดการปฏิบัติการวิชาชีพของแดเนลสัน (Danielson' s Framework for Professional Practice) ซึ่งมีองค์ประกอบ 6 ด้าน คือ 1) การแสดงความรู้เกี่ยวเนื้อหาที่สอนและกลวิธีการสอน 2) การแสดงความรู้เกี่ยวกับตัวผู้เรียน 3) การเลือกเป้าหมายที่พึงประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้อย่างเหมาะสม 4) การแสดงความรู้เกี่ยวกับแหล่งการเรียนรู้ 5) การออกแบบการเรียนการสอนโดยภาพรวม และ 6) การประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ผลการศึกษาได้แสดงหลักฐานชัดเจนว่า นักศึกษาครูที่ใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ สามารถออกแบบหน่วยการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ ได้ดีกว่านักศึกษาครูที่ใช้วิธีปฏิบัติแบบเดิม ทำนองเดียวกัน เมื่อพิจารณาองค์ประกอบแต่ละด้านของกรอบแนวคิดสำหรับการปฏิบัติการวิชาชีพของแดเนลสัน พบว่า นักศึกษาครูที่ใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ สามารถปฏิบัติได้ดีกว่านักศึกษาครูที่ใช้วิธีปฏิบัติแบบเดิม

สรุปได้ว่าโปรแกรมการพัฒนาครูของมหาวิทยาลัยแห่งรัฐมอนทานา (Montana State University) ที่ได้ 1) มีการนำวิธีการออกแบบย้อนกลับมาใช้ในการออกแบบการเรียนการสอน 2) สนับสนุนอำนวยความสะดวกสำหรับนักศึกษาครูที่ต้องการใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ

3) มีการใช้กรอบแนวคิดสำหรับการปฏิบัติการวิชาชีพของแดเนลสันในรายวิชา และ 4) ใช้ทั้งวิธีการออกแบบย้อนกลับและกรอบแนวคิดสำหรับการปฏิบัติการวิชาชีพของแดเนลสัน สามารถพัฒนาและช่วยแก้ไขจุดบกพร่องในการปฏิบัติการเรียนการสอนของนักศึกษาครูที่เคยพบจากงานวิจัยที่ศึกษามาก่อนหน้านี้

เฮนด์ริชสัน (Hendrichson. 2006) ได้ศึกษาใช้แนวคิดการออกแบบย้อนกลับเพื่อช่วยครูผู้สอนให้สามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสืบสวนสอบสวน (inquiry) ในหลักสูตรแบบอิงมาตรฐานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผลการศึกษาพบว่า ครูผู้สอนสามารถวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ ในขณะที่การใช้การประมินผลระหว่างเรียนช่วยทำให้ครูผู้สอนสามารถควบคุมและช่วยเหลือนักเรียนให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้

แอลไบรท์ (Albright. 2006) ได้กล่าวถึง โครงการพัฒนาความสามารถของครูผู้สอนในการออกแบบหลักสูตรและการเรียนการสอนในชั้นเรียนทั่วไป (Building Teacher Capacity in Curriculum and Pedagogical Design in Normal Technical Classrooms (BTCNTC) Intervention Project) ซึ่งเป็นโครงการฝึกอบรมเพื่อช่วยครูในการออกแบบ แลกเปลี่ยน และพัฒนาการสอนโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับของวิกกินส์และแมกไท (Wiggins; & McTighe. 2005) ผ่านหลายรูปแบบทั้งการร่วมมือกันและการมีพี่เลี้ยง ผลปรากฏว่า ครูผู้สอนที่เข้าร่วมโครงการสามารถวางแผนการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงและการประเมินตามสภาพจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงและการประเมินตามสภาพจริง สรุปสาระสำคัญ ดังนี้

มอร์ส (Morse. 1997) ได้ทำการศึกษาเชิงคุณภาพเกี่ยวกับระดับการลงมือกระทำและการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนที่เน้นกิจกรรมตามสภาพจริงและการประเมินผลตามสภาพจริงในโรงเรียนมัธยมศึกษา ซึ่งผู้วิจัยเป็นนักศึกษาฝึกสอนและได้สร้างกิจกรรมตามสภาพจริงขึ้นมา 2 หน่วย พร้อมทั้งการประเมินผลด้วย ผู้วิจัยใช้พฤติกรรม ผลผลิต ความสามารถ และข้อมูลย้อนกลับของผู้เรียนมาวิเคราะห์ความเป็นสภาพจริงของหน่วยการเรียนรู้ ผลการศึกษาพบว่า หน่วยการเรียนรู้ได้กระตุ้นและเพิ่มศักยภาพให้แก่ผู้เรียน

อิงลิช (English. 1998) ได้ศึกษาการใช้การจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริงในโรงเรียนของรัฐ 2 แห่ง ซึ่งเป็นส่วนขยายเพิ่มเติมงานวิจัยของ นิวแมน (Newmann. 1995) ในการศึกษาการปฏิรูปในโรงเรียน คำถามในการวิจัยคือ ภายใต้ขอบเขตอะไรบ้างที่มาตรฐานของการเรียนรู้ตามสภาพจริงจะสามารถนำไปใช้ได้ในโรงเรียนของรัฐทั้งสองแห่ง ซึ่งโรงเรียนทั้งสองแห่งมีประชากรแตกต่างกัน มีการเรียนรู้แบบบูรณาการ มีชั่วโมงเรียนมากกว่า 50 นาทีต่อครั้ง ผลการศึกษาพบว่า มาตรฐานการเรียนรู้ตามสภาพจริงสามารถนำไปใช้ปฏิบัติได้อย่างดี

ดรักโก (Drugo. 1998) ได้ทำการวิจัยต่อเนื่องจากงานวิจัยที่ศึกษาการเรียนรู้ตาม สภาพจริงของ นิวแมน (Newmann. 1995) ซึ่งเป็นงานที่ทำคู่ขนานกับงานของ อิงลิช

(English. 1998) ข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมโดยผู้ที่ได้รับการอบรมเพื่อเก็บข้อมูลสำหรับงานวิจัยครั้งนี้ จำนวน 4 คน และยังได้รวบรวมข้อมูลจาการสัมภาษณ์นักเรียนและครูจากโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิจัย พบว่า มาตรฐานการเรียนรู้ตามสภาพจริงสามารถนำไปใช้ปฏิบัติได้อย่างดี

ศูนย์การจัดระบบและปฏิรูปโรงเรียน ได้พัฒนาการสอนโดยเน้นให้ผู้เรียนมีการคิดเพื่อพัฒนาความเข้าใจที่ลึกซึ้งและการประยุกต์ใช้การเรียนรู้ทางวิชาการกับปัญหาในสภาพจริง และพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริงได้เพิ่มผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนในทุกภูมิหลังทางสังคมอย่างเท่าเทียมกัน (Newmann; & Wehlage. 2001)

ทรงศรี ตุ่นทอง (2545) ได้พัฒนารูปแบบการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงของนักเรียน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม กลุ่มแรกเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน ผู้อำนวยการโรงเรียนจำนวน 1 คน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จำนวน 1 คน และผู้ปกครองนักเรียน หรือคณะกรรมการสถานศึกษาจำนวน 3 คน และกลุ่มที่สองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน ผู้อำนวยการโรงเรียนจำนวน 1 คน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน และผู้ปกครองนักเรียนหรือคณะกรรมการสถานศึกษาจำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริงมีความเหมาะสม สามารถสื่อความหมายเข้าใจได้ดีมีความเที่ยงตรงครอบคลุม และมีความเป็นไปได้ในการนำรูปแบบไปใช้ เมื่อ*นำรูปแบบไปใช้จริงในโรงเรียน*ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างพบว่า รูปแบบการเรียนรู้ตามสภาพจริงทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความเชื่อในสมรรถภาพแห่งตน และมีการกำกับตนเองในการเรียนดีขึ้นโดยทั้งนักเรียน ครูผู้สอน ผู้บริหารหรือผู้ปกครอง หรือกรรมการสถานศึกษามีความพึงพอใจในผลที่เกิดขึ้นจากการนำรูปแบบไปปฏิบัติ เห็นประโยชน์ของการมีส่วนร่วมในการประเมินและเห็นว่า สามารถนำรูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่พัฒนาได้ไปปฏิบัติจริงในสถานศึกษา

พวงเพชร ขาวปลอด (2546) ได้ศึกษาผลการวัดและประเมินตามสภาพจริงวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 49 คน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการประเมินประกอบด้วย แบบวัดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ การประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ แบบตรวจสอบการทำงาน แบบทดสอบข้อเขียน แบบทดสอบวัดความสามารถที่แท้จริง เมื่อนำรูปแบบดังกล่าวไปวัด และประเมินผู้เรียนพบว่า ในแต่ละช่วงของการประเมินนักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ดีขึ้น มีความพึงพอใจและมีความกระตือรือร้นตั้งใจเรียนมากขึ้นกว่าเดิม ช่วงสุดท้ายของการประเมินนักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

ยุพาพักต์ ทั่งสุข (2546) ได้ศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยประเมินตามสภาพจริง ใช้กลุ่มตัวอย่าง 50 คน พบว่า ด้านความรู้ นักเรียนทุกคนเข้าใจอัตราส่วนและร้อยละ สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง แต่นักเรียนที่เรียนปานกลางและเรียนอ่อนไม่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ซับซ้อนได้ ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร

สื่อความหมายและนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้และความคิดสร้างสรรค์ ด้านคุณลักษณะ นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นให้ความร่วมมือและรับผิดชอบ สำหรับคะแนนรวมจากแบบบันทึกพฤติกรรมการสังเกตของครูและแบบทดสอบอัตนัยนักเรียน ทุกคนทำคะแนนได้สูงกว่าร้อยละ 50 ซึ่งผ่านเกณฑ์การประเมินที่กำหนด

ณัฐธยาน์ สงคราม (2547) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ห้องเรียนแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ทำการทดลองเป็นเวลา 8 สัปดาห์ พบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริงมีพัฒนาการสูงขึ้น จากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบกิจกรรมและแฟ้มสะสมงาน 2) นักเรียนกลุ่มที่ใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ใช้กิจกรรมตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้นหลังจากใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บัลลังก์ มะเจี่ยว (2548) ทำการทดลองใช้การวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอน โดยพิจารณาพัฒนาการของนักเรียนจากการบันทึกการถามตอบทักษะการคิด การบันทึกการพูดคุยกับนักเรียน การบันทึกการพูดคุยกับเพื่อนสนิท การบันทึกการอภิปรายในชั้นเรียน การบันทึกการอภิปรายด้วยตนเอง การบันทึกโต้ตอบ การบันทึกประจำวัน การบันทึกผลการอ่านบันทึกประจำวัน และการบันทึกการตรวจงาน และการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การวัดประเมินตามปกติ พบว่า นักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้การวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอน มีการพัฒนาการเขียน มีทักษะการทำงานร่วมกัน ทำงานถูกต้อง ตรงเวลาและเป็นระเบียบ มีความใกล้ชิดกับครูส่งผลต่อการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มพบว่า นักเรียนที่ได้รับการวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนกับนักเรียนที่ได้รับ การวัดประเมิน ตามปกติ มีคะแนนผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่คะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากงานวิจัยที่กล่าวมาในข้างต้น แสดงให้เห็นว่า การนำวิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง รวมทั้งการประเมินตามสภาพจริง มาปรับใช้ในการออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน จะสามารถช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมีความคงทนของความเข้าใจได้

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

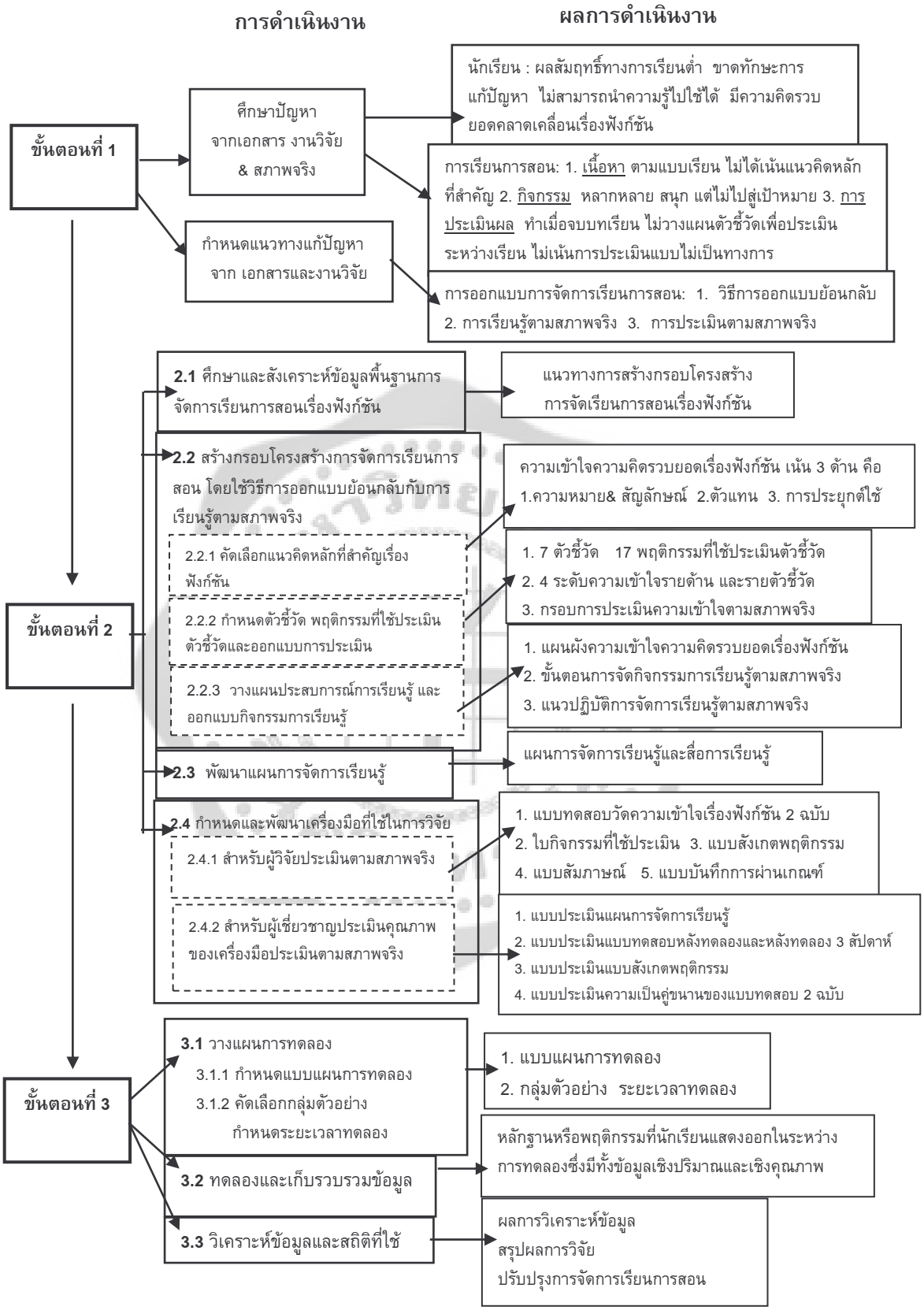
การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพและการวิจัยเชิงปริมาณ มีความมุ่งหมายของการวิจัยสองประการ คือ ประการแรก เพื่อออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง และประการที่สอง เพื่อศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบ โดยศึกษาผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน วิธีดำเนินการวิจัยแบ่งได้เป็นสามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาและวิเคราะห์สภาพปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และ การประเมินตามสภาพจริง

ขั้นตอนที่ 3 ศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน ตามแนวทางที่ออกแบบขึ้น

วิธีดำเนินการวิจัยทั้งสามขั้นตอน แสดงได้ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ขั้นตอนวิธีดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาและวิเคราะห์สภาพปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา

จากการศึกษาสภาพและปัญหาของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จากเอกสาร งานวิจัย และสภาพจริง พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับที่ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน นักเรียนขาดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ความเข้าใจที่เรียนไปใช้งานได้อย่างกว้างขวางในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากที่เรียนในห้องเรียนและสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ และยังพบอีกว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันเป็นเรื่องที่ยากและเป็นปัญหาเรื่องหนึ่งสำหรับนักเรียน สำหรับหัวข้อเรื่อง**ฟังก์ชัน**ถือเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนพีชคณิตซึ่งเป็นแขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์หลายหัวข้อเรื่อง โดยเฉพาะระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันถือเป็นเป้าหมายสำคัญของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับนี้ (O'Callaghan. 1998; NCTM. 2000) อีกทั้งข้อเรื่องฟังก์ชันยังมีบทบาทสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ระดับสูงโดยผู้เรียนสามารถใช้ฟังก์ชันเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ เช่น แคลคูลัส ซึ่งถือว่าเป็นวิชาพื้นฐานสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง นอกจากนี้ ฟังก์ชันก็ยังมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน เนื่องจากฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์แบบหนึ่งซึ่งอธิบายความเกี่ยวข้องกันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง ซึ่งในทางคณิตศาสตร์กำหนดให้เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง 2 จำนวน ซึ่งเป็นฐานสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา

อย่างไรก็ตาม การจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ถือเป็นสิ่งท้าทายสำหรับครู เนื่องจากความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งที่ซับซ้อนโดยมีความคิดรวบยอดย่อยต่างๆ รวมเข้าด้วยกัน (Lioyd; & Wilson. 1998) จากการศึกษาสภาพจริง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเรื่องฟังก์ชันหลายประการ เช่น นักเรียนไม่สามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างความสัมพันธ์กับฟังก์ชันได้ นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาวิเคราะห์หาโดเมนกับเรนจ์ของฟังก์ชัน อีกทั้งยังขาดทักษะการแก้ปัญหาหรือโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชัน สอดคล้องกับผลการวิจัยที่ผ่านมาที่พบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนเรื่องฟังก์ชันหลายประการ (เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. 2545; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทร ขจร. 2546) ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงเลือกศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจของนักเรียน แต่เมื่อศึกษาด้านการจัดการเรียนการสอนปัจจุบัน จากเอกสารงานวิจัยและสภาพจริง พบว่า ครูมักสอนเนื้อหาเป็นลำดับไปตามหนังสือเรียน (คมสัน ตรีไพบูลย์. 2548) ครูให้ความสำคัญน้อยมากกับการพัฒนาความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญของเรื่องที่สอน ครูออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ที่หลากหลาย เน้นการมีส่วนร่วมและลงมือปฏิบัติจริง แต่กิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ เหล่านั้นไม่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง (กษมา วรวรรณ ณ อยุธยา. 2550) นอกจากนี้ การประเมินผลไม่ได้ทำอย่างต่อเนื่องและเป็นระบบ (พุทธชาต ทองกร. 2546)

จากการศึกษาและสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยพบว่า **วิธีการออกแบบย้อนกลับ** น่าจะเป็นวิธีการที่ช่วย

แก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี วิธีการนี้เป็นการออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การคัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญของเนื้อหาและใช้การประเมินผลแนวคิดหลักที่สำคัญเป็นตัวกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญ ต่างกับที่เคยปฏิบัติโดยทั่วไปที่หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแล้วจึงออกแบบการประเมินโดยการประเมินผลเป็นขั้นตอนสุดท้าย แต่การย้อนเอาขั้นสุดท้ายมาคิดพิจารณาตั้งแต่เริ่มต้นโดยพิจารณาแนวคิดหลักที่สำคัญที่จะประเมินเสียก่อน ช่วยให้ครูออกแบบการเรียนการสอนอย่างเป็นขั้นตอนได้สอดคล้องกับเป้าหมายที่กำหนด นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังพบว่า **การประเมินตามสภาพจริง** เป็นการประเมินผลทางเลือกใหม่ (alternative assessment) ซึ่งมีจุดเด่น คือทำให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงศักยภาพของนักเรียนอย่างเพียงพอและตรงตามสภาพจริง ได้รู้ลึกถึงความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญของนักเรียน เพื่อเป็นข้อมูลที่ใช้พัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนและการเรียนการสอนอีกด้วย และผู้วิจัยยังพบอีกว่า **การเรียนรู้ตามสภาพจริง** เป็นแนวคิดที่สนับสนุนการเรียนรู้ในบริบทที่มีความหมาย และการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้งานในสถานการณ์ชีวิตจริงซึ่งจะช่วยสร้างเสริมความเข้าใจได้ อีกทั้งมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกับการประเมินตามสภาพจริง ผู้วิจัยจึงคิดว่าการนำวิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง มาปรับใช้ในการออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมีความคงทนของความเข้าใจได้

ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง

ในขั้นนี้ ผู้วิจัยดำเนินการตามลำดับดังนี้ 2.1 ศึกษาและสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน 2.2 สร้างกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน 2.3 พัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ และ 2.4 กำหนดและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แต่ละขั้นมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ศึกษาและสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

ผู้วิจัยได้ศึกษาและสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง การประเมินตามสภาพจริง หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และแนวการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน เพื่อกำหนดกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คงทน ดังนี้

2.1.1 ศึกษาแนวคิด หลักการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบย้อนกลับ เพื่อนำมากำหนดขั้นตอนการออกแบบการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

2.1.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน จากหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จากมาตรฐานการเรียนรู้พีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา(NCTM) และศึกษาแง่มุมจากงานวิจัยต่างๆ เพื่อกำหนดแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน ตลอดจนแนวคิดที่มีความสำคัญรองลงมา

2.1.3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และอนุกรมวิธานแบบโซโล (SOLO Taxonomy) เพื่อกำหนดตัวชี้วัดความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สร้างเกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันตามตัวชี้วัด และแนวการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน

2.1.4 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินตามสภาพจริงเพื่อกำหนดกรอบการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันตามตัวชี้วัด

2.1.5 ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง เพื่อนำมากำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนเรียนรู้ตามสภาพจริง และแนวทางการพัฒนาความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน

2.2 สร้างกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับ การเรียนรู้ตามสภาพจริง และการประเมินตามสภาพจริง

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามวิธีการออกแบบย้อนกลับ ซึ่งมี 3 ขั้นตอน คือ 2.2.1 คัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน 2.2.2 กำหนดตัวชี้วัด พฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดและออกแบบการประเมิน และ 2.2.3 วางแผนประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ อีกทั้งยังบูรณาการความรู้อื่นที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบย้อนกลับ ได้แก่ การเรียนรู้ตามสภาพจริง การประเมินตามสภาพจริง และแนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน รายละเอียดการดำเนินงานแต่ละขั้นมีดังนี้

2.2.1 คัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน

ขั้นนี้ ผู้วิจัยพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชันที่ต้องเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจที่คงทน มากำหนดเป็นเป้าหมายที่พึงประสงค์ของหน่วยการเรียนรู้ แล้วระบุออกมาเป็นผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รวมทั้งพิจารณากำหนดแนวคิดในประเด็นอื่นที่มีความสำคัญรองลงมา ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยคัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน คือ **ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน** ประกอบด้วยความคิดรวบยอดย่อย 3 ด้าน ดังนี้

1) **ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน** ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2) **ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สัญลักษณ์)** ประกอบด้วย การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง และการเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน (เน้นกราฟกับสัญลักษณ์)

3) **การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง** ประกอบด้วย การใช้งานตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

แนวคิดที่มีความสำคัญรองลงมาได้แก่ ชนิดของฟังก์ชัน

2.2.2 กำหนดตัวชี้วัด พฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด และออกแบบการประเมิน

ขั้นนี้ ผู้วิจัยพิจารณากำหนดตัวชี้วัดที่แสดงออกถึงความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านและกำหนดพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด โดยสังเคราะห์จากเอกสารงานวิจัย และหลักสูตร แล้วออกแบบการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านโดยใช้การประเมินตามสภาพจริง และสร้างกรอบการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน รายละเอียดมีดังนี้

1) ตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านและพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด ประกอบด้วย

ด้านที่ 1 ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน มี 2 ตัวชี้วัด ได้แก่

ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ด้านที่ 2 ตัวแทนของฟังก์ชัน มี 4 ตัวชี้วัด ได้แก่

ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน

ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง

ด้านที่ 3 การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง มี 1 ตัวชี้วัด ได้แก่

ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

จากตัวชี้วัดที่กำหนดเหล่านี้ ได้ระบุเป็นพฤติกรรมที่แสดงออกเพื่อประเมินตัวชี้วัดแต่ละตัว รายละเอียดของพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดแต่ละตัว แสดงในตาราง 2

ตาราง 2 ตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน และพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด

ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	ตัวชี้วัด	พฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	1. ความหมายของฟังก์ชัน : เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชัน	1.1 ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) 1.2 ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร 1.3 ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 1.4 ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขที่ว่าสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวสัมพันธ์กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น
	2. สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน **:** นักเรียนเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ ในแง่ของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม	2.1 เมื่อกำหนดสัญลักษณ์ของฟังก์ชันให้ เช่น $f(6)$ สามารถอธิบายและหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันดังกล่าวได้ 2.2 สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x) = 6x$
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์)	3. การแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชัน : เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปต่างๆ ได้	3.1 สามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้ 3.2 สามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้ 3.3 สามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้
	4. การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน : นักเรียนสามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกันได้	4.1 สามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟกับสัญลักษณ์ได้
	5. การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชัน: จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันได้	5.1 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้ 5.2 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้ 5.3 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้
	6. การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง: จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ หรือสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้	6.1 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ 6.2 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	7. การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือรูปสัญลักษณ์ มาแก้ปัญหาในสถานการณชีวิตจริงดังกล่าวได้	7.1 วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ 7.2 ใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงได้

2) กรอบการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้าน (3 ด้าน) ประเมินเป็นระดับความเข้าใจซึ่งประเมินตามตัวชี้วัดของด้านนั้นๆ ซึ่งแต่ละตัวชี้วัดจะประเมินตามสภาพจริง การประเมินความเข้าใจประเมินจากทั้งในระหว่างการทดลองและภายหลังการทดลอง โดยอาศัยวิธีการและเครื่องมือที่หลากหลาย การทำแบบทดสอบหลังการทดลอง การทำใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด ได้แก่ ใบกิจกรรมที่ 1 ถึง 12) เป็นหลัก และอาศัยการสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ และการตอบคำถามในชั้นเรียน ประกอบการประเมิน นอกจากนั้น ยังอาศัยผู้ประเมินหลายคน ซึ่งในการประเมินความเข้าใจครั้งนี้ผู้วิจัยประเมินเป็นระดับความเข้าใจดังกล่าวมาแล้ว สำหรับเกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านต่างๆ ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยใช้แนวทางอนุกรมวิธานแบบโซโล โดยกำหนดเกณฑ์การจัดระดับความเข้าใจ ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน แสดงดังตาราง 3 ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน แสดงดังตาราง 4 และด้านการประยุกต์ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง แสดงดังตาราง 5

ในขั้นต้น ผู้วิจัยประเมินความเข้าใจในแต่ละตัวชี้วัด เป็นระดับความเข้าใจ นักเรียนที่มีผลประเมินอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป ถือว่า มีความเข้าใจในตัวชี้วัดนั้นๆ (เกณฑ์การตัดสินความเข้าใจในตัวชี้วัดนั้นๆ เมื่อผลการประเมินอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป)

หลังจากประเมินรายตัวชี้วัดแล้ว จึงนำผลการประเมินตัวชี้วัดแต่ละด้านมาสรุปเป็นผลการประเมินรายด้าน สำหรับเกณฑ์การสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านจากตัวชี้วัดทั้งหมดของด้านนั้น ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยใช้แนวทางอนุกรมวิธานแบบโซโล แสดงดังตาราง 6 และใช้เกณฑ์ตัดสินว่า นักเรียนมีความเข้าใจในด้านนั้นๆ เมื่อผลการประเมินอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป

ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านความหมายและสัญลักษณ์

ระดับความเข้าใจ / ตัวชี้วัด	ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง (Pre-structure)	ระดับ 2 โครงสร้างเดี่ยว (Unistructure)	ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย (Multistructure)	ระดับ 4 **ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง ความคิดรวบยอด** (Relation structure)
ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชันได้ กล่าวคือ ไม่แสดงความเข้าใจในพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดทุกรายการ	เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชันได้บ้าง โดยสามารถ - ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) - ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร - ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ - ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขที่ว่าสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวสัมพันธ์กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น ได้ถูกต้อง 1- 2 รายการ	เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชันได้ โดยสามารถ - ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) - ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร - ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ - ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขที่ว่าสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวสัมพันธ์กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น ได้ถูกต้อง 3 รายการ	เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชันได้ถูกต้อง โดยสามารถ - ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) - ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร - ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ - ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขที่ว่าสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวสัมพันธ์กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น ได้ถูกต้องครบ 4 รายการ
ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	นักเรียนไม่เข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	นักเรียนแสดงความเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ ได้บ้าง กล่าวคือ - เมื่อกำหนด $x = a$ ให้ สามารถอธิบายและหาค่าของฟังก์ชันได้ - เมื่อกำหนดฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x) = 6x$ ไม่สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันดังกล่าวได้	นักเรียนแสดงความเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ ได้ กล่าวคือ - เมื่อกำหนด $x = a$ ให้ สามารถอธิบายและหาค่าของฟังก์ชันได้ - เมื่อกำหนดฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x) = 6x$ สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันดังกล่าวได้ แต่การอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบยังไม่ถูกต้องอย่างสมบูรณ์	นักเรียนแสดงความเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ ได้ถูกต้อง กล่าวคือ - เมื่อกำหนด $x = a$ ให้ สามารถอธิบายและหาค่าของฟังก์ชันได้ - เมื่อกำหนดฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x) = 6x$ สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันดังกล่าวได้ พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์

ตาราง 4 เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

ระดับความเข้าใจ / ตัวชี้วัด	ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง (Pre-structure)	ระดับ 2 โครงสร้างเดี่ยว (Unistructure)	ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย (Multistructure)	ระดับ 4 **ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง ความคิดรวบยอด** (Relation structure)
ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ นักเรียนไม่สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ นักเรียนสามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันได้บ้าง กล่าวคือ สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้องเพียงแบบเดียว	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ นักเรียนสามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันได้ กล่าวคือ สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้อง 2 แบบ	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ นักเรียนสามารถแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้อง กล่าวคือ สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้องครบ 3 แบบ
ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน	นักเรียนไม่สามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและสัญลักษณ์ได้	นักเรียนสามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและสัญลักษณ์ได้บ้าง กล่าวคือ สามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ แต่แสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	นักเรียนสามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและสัญลักษณ์ได้ กล่าวคือ สามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ และแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องเกือบจะสมบูรณ์	นักเรียนสามารถเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง กล่าวคือ สามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ และแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์
ตัวชี้วัดที่ 5 การหาค่าอ่านหรือของฟังก์ชัน	จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ นักเรียนไม่สามารถอ่าน หรือหาค่าของฟังก์ชัน	นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูป - ตาราง - กราฟ - สัญลักษณ์ ได้ถูกต้อง 1 แบบ	นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูป - ตาราง - กราฟ - สัญลักษณ์ ได้ถูกต้อง 2 แบบ	นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูป - ตาราง - กราฟ - สัญลักษณ์ ได้ถูกต้อง 3 แบบ
ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง	นักเรียนไม่สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้	จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ หรือรูปสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถตีความจากตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ แต่การแสดงเหตุผลประกอบคำตอบมีความถูกต้องเพียงบางส่วน	จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ หรือรูปสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ถูกต้องเพียงแบบเดียว	จากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ หรือรูปสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ถูกต้องครบทั้งสองแบบ

ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ระดับความเข้าใจ / **ตัวชี้วัด**	ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง (Pre-structure)	ระดับ 2 โครงสร้างเดี่ยว (Unistructure)	ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย (Multistructure)	ระดับ 4 **ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด** (Relation structure)
ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ นักเรียนไม่สามารถใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาได้	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาได้บ้าง โดย - สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา - แสดงแนวคิดที่ใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหา แต่ไม่สามารถดำเนินการไปสู่คำตอบของปัญหาได้	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาได้ โดย - สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา - สามารถใช้ตัวแทนของฟังก์ชันมาแก้ปัญหาได้เพียงแบบเดียว เช่น กราฟ พร้อมแสดงแนวคิดจนนำไปสู่คำตอบของปัญหา	เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาได้ โดย - สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา - สามารถใช้ตัวแทนของฟังก์ชันมาแก้ปัญหาได้ทั้งสองแบบ พร้อมแสดงแนวคิดจนนำไปสู่คำตอบของปัญหา

ตาราง 6 เกณฑ์การสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านจากตัวชี้วัด

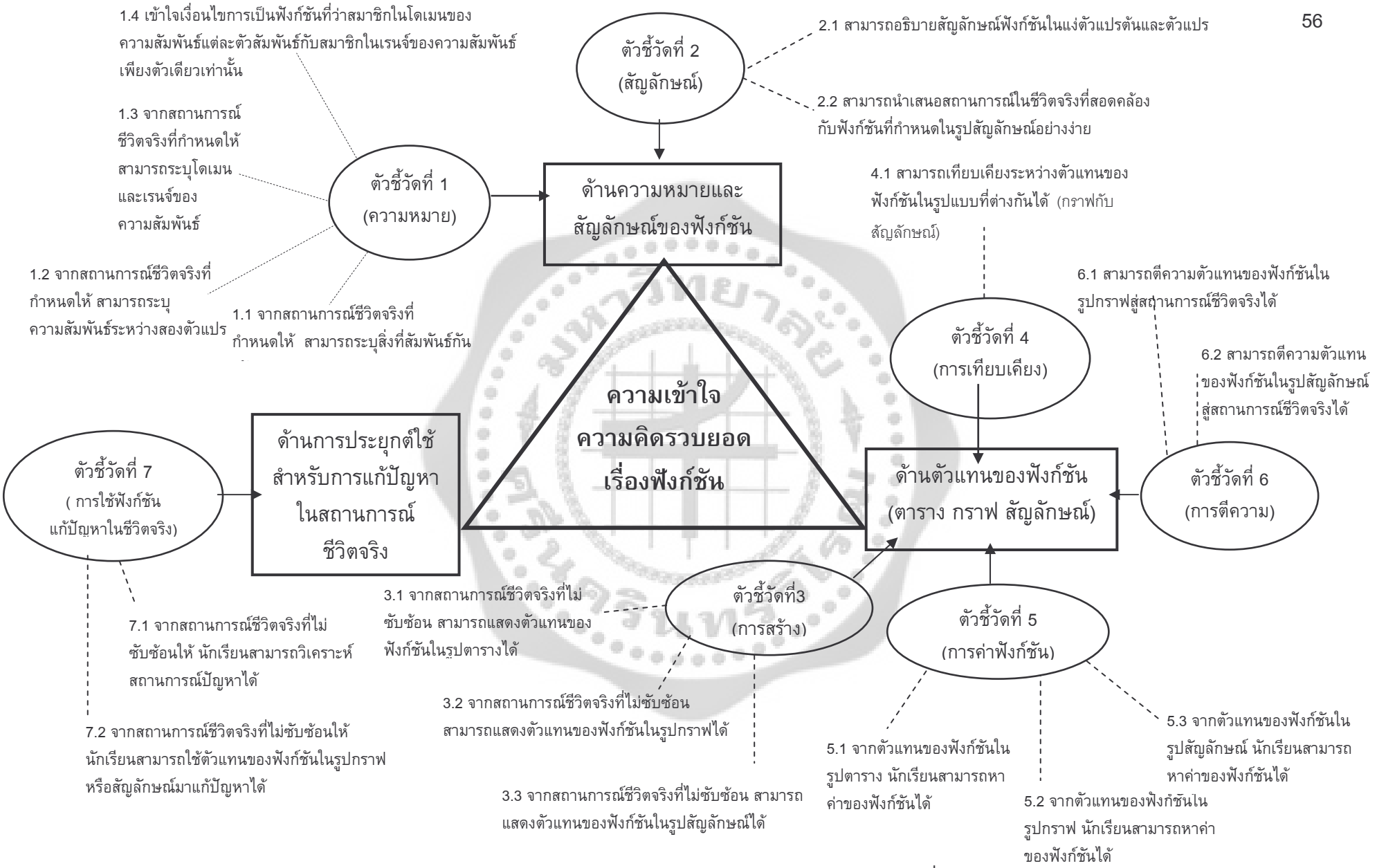
ระดับความเข้าใจ / **ด้าน**	ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง (Pre-structure)	ระดับ 2 โครงสร้างเดี่ยว (Unistructure)	ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย (Multistructure)	ระดับ 4 **ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง ความคิดรวบยอด** (Relation structure)
ความหมาย และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	นักเรียนมีความเข้าใจไม่ผ่านเกณฑ์ในทุกตัวชี้วัด แต่ไม่รวมกรณีที่อยู่ในระดับ 2 ทั้งสองตัวชี้วัด	นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์เพียงตัวชี้วัดเดียว หรือ มีความเข้าใจในทั้งสองตัวชี้วัดอยู่ในระดับ 2	นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ทั้งสองตัวชี้วัด แต่ไม่รวมกรณีที่อยู่ในระดับ 4 ทั้งสองตัวชี้วัด	นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ทั้งสองตัวชี้วัด โดยอยู่ในระดับ 4 ทั้งสองตัวชี้วัด
ตัวแทนของฟังก์ชัน	นักเรียนมีความเข้าใจไม่ผ่านเกณฑ์ในทุกตัวชี้วัด	นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์เพียงตัวชี้วัดเดียว	- นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์สองหรือสามตัวชี้วัด - นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ทั้งสี่ตัวชี้วัด โดยมีบางตัวชี้วัดอยู่ในระดับ 3	นักเรียนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ทั้งสี่ตัวชี้วัด โดยอยู่ในระดับ 4 ทั้งสี่ตัวชี้วัด
การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	นักเรียนมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในตัวชี้วัดที่ 7 อยู่ในระดับ 1	นักเรียนมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในตัวชี้วัดที่ 7 อยู่ในระดับ 2	นักเรียนมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในตัวชี้วัดที่ 7 อยู่ในระดับ 3	นักเรียนมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในตัวชี้วัดที่ 7 อยู่ในระดับ 4

2.2.3 วางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนี้ ผู้วิจัยวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยอาศัยตัวชี้วัดที่กำหนดเป็นแนวทาง ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงเป็นฐานสำหรับวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ และได้กรอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง ประกอบด้วย 1) แผนผังแสดงองค์ประกอบของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน 2) ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง 3) แนวปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง รายละเอียดมีดังนี้

1) แผนผังแสดงองค์ประกอบของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน

ผู้วิจัยเขียนแผนผังแสดงองค์ประกอบของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันโดยอาศัยตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นแนวทาง เพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับวางแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง แสดงดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 แผนผังแสดงองค์ประกอบของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน

2) ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง

ผู้วิจัยสังเคราะห์แนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากนั้นกำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงซึ่งมี 5 ขั้น ได้แก่ ขั้นนำและทบทวนความรู้เดิม ขั้นสร้างความรู้ความเข้าใจจากสถานการณ์ชีวิตจริง ขั้นอภิปราย แลกเปลี่ยน และตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ ขั้นสรุปและจัดระบบโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ และขั้นประยุกต์ความรู้ความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาใหม่ รายละเอียดแสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริง

ขั้นตอน	จุดประสงค์	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นนำและทบทวนความรู้เดิม	- เพื่อสร้างหรือกระตุ้นความสนใจและสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ - เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน	- ครูตรวจสอบความรู้เดิมที่จำเป็นสำหรับการสร้างความรู้ใหม่และนำเข้าสู่เรื่องที่เรียนโดยใช้การสนทนาประกอบการซักถาม
ขั้นสร้างความรู้ความเข้าใจจากสถานการณ์ชีวิตจริง (อาศัยกระบวนการคิดอุปนัยจากประสบการณ์รูปธรรมและความรู้เดิม)	- เพื่อให้นักเรียนสร้างความหมายของความรู้หรือประสบการณ์ใหม่ สรุปความเข้าใจแล้วเชื่อมโยงกับความรู้เดิม - เพื่ออาศัยกิจกรรมกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น	- ครูนำเสนอภาระงานตามสภาพจริง - นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหา (เดี่ยว หรือกลุ่มย่อย) - ครูคอยกระตุ้นและเร้าให้นักเรียนอยากคิดอยากทดลองและ ปฏิบัติกิจกรรม - อภิปรายแนวทางในการเรียนรู้ หรือแนวทางในการคิดหาคำตอบของปัญหา หรือ การจัดระบบระเบียบข้อมูลให้มีความหมาย - ครูสังเกต จดบันทึก ทำความเข้าใจความคิดรวบยอดและวิธีการของนักเรียน
ขั้นอภิปราย แลกเปลี่ยน และตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ	เพื่อให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจของตน ด้วยการได้รับข้อมูลย้อนกลับจากผู้อื่น (อาศัยการอภิปรายทั้งชั้นเรียน)	- นักเรียนเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม (กลุ่มย่อย)หน้าชั้นเรียน [1] - ตั้งคำถามเพื่อให้มีการอภิปราย และแสดงเหตุผล รวมทั้งเสนอแนะข้อคิดเห็น (ทั้งชั้นเรียน) - นักเรียนและครูร่วมกันให้ข้อมูลย้อนกลับ

ตาราง 7 (ต่อ)

ขั้นตอน	จุดประสงค์	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นสรุปและจัดระบบโครงสร้างความรู้ความเข้าใจ	เพื่อให้ผู้เรียนสรุปและจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย	- นักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นสำคัญประกอบด้วยความคิดรวบยอดหลักและความคิดรวบยอดย่อยของความรู้ทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ แล้วนำมารวบรวมเรียบเรียงให้ได้ใจความสาระสำคัญครบถ้วน สะดวกแก่การจดจำ โดยใช้เทคนิคการจัดความรู้ด้วยแผนภาพ - ครูคอยอำนวยความสะดวก คอยชี้แนะและให้ข้อมูลย้อนกลับ
ขั้นประยุกต์ความรู้ความเข้าใจในสถานการณ์ที่แปลกใหม่	เพื่อฝึกฝนให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ให้เกิดความเข้าใจและความชำนาญ	- นักเรียนได้มีการฝึกฝนอย่างพอเพียงและในสถานการณ์ที่หลากหลาย - ครูให้ข้อมูลย้อนกลับ

หมายเหตุ 1. กรณีที่นักเรียนใช้เวลาในการแก้ปัญหามาก ครูผู้สอนอาจลดขั้นตอนที่ให้นักเรียนการนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียน แต่ใช้การซักถามแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มแทนโดยครูเขียนแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนนำเสนอบนกระดานดำ จากนั้นซักถามเพื่อให้มีการอภิปรายและแสดงเหตุผล จนนำไปสู่การสรุป

3) แนวปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง

ผู้วิจัยสังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริงจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้กำหนดแนวปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริงสำหรับงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย

(1) การเตรียมการก่อนการจัดการเรียนรู้ ได้กำหนดแนวปฏิบัติ ได้แก่ คัดเลือกภาระงานตามสภาพจริงที่พัฒนาความคิดระดับสูงของแต่ละตัวชี้วัด จัดทำพิมพ์เขียวการวัดและประเมินผล จัดเตรียมเครื่องมือสำหรับการประเมินตามสภาพจริง จัดเตรียมแหล่งความรู้ต่างๆ ซึ่งอาจเป็นบุคคล สถานที่ หรือเทคโนโลยีที่เหมาะสม

สำหรับภาระงานตามสภาพจริง มีแนวทางการคัดเลือกดังนี้ 1) สัมพันธ์กับเรื่องราวที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง 2) มุ่งเน้นแนวคิดหลักที่สำคัญ 3) ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย พิจารณาไตร่ตรอง และการตัดสินใจ 4) เป็นปัญหาปลายเปิด (open- ended tasks) ที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวทางในการหาคำตอบได้หลากหลายวิธี และ 5) เหมาะสมกับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ที่แตกต่างกันของนักเรียน

(2) การดำเนินการระหว่างการจัดการเรียนรู้ ได้กำหนดแนวปฏิบัติ ได้แก่ จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการสร้างความรู้ความเข้าใจตามแนวทางของตนเอง คอยกระตุ้นและเร้าให้นักเรียนเรียนอยากคิด อยากทดลองและปฏิบัติกิจกรรม ใช้คำถามเพื่อให้มีการอภิปราย ซักถามและแสดงความคิดเห็น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบและทบทวนความเข้าใจและตรวจทานชิ้นงานของตนเอง อำนวยความสะดวกและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความจำเป็น สังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนในขณะปฏิบัติกิจกรรม รวมทั้งข้อมูลต่างๆ ที่น่าสนใจ บันทึกปัญหาและข้อขัดข้องต่างๆ

(3) การดำเนินการภายหลังการจัดการเรียนรู้ ได้กำหนดแนวปฏิบัติ ได้แก่ สะท้อนผลการปฏิบัติ ประเมินผลตัวชี้วัดตามสภาพจริง และนำผลมาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ในบทเรียนคาบต่อไป

2.3 พัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดทำแผนการจัดการเรียนเรียนรู้ตามกรอบโครงสร้างการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันที่ออกแบบ โดยดำเนินการตามลำดับดังนี้

2.3.1 ผู้วิจัยนำกรอบโครงสร้างการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันที่ออกแบบขึ้นประกอบกับแผนผังแสดงองค์ประกอบของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน มาออกแบบแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ ประกอบด้วย ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้อง จำนวนคาบ กิจกรรมการเรียนรู้ และสถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้อง รายละเอียดแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 การออกแบบแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ (จำนวนคาบ)	ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	รายละเอียด	ตัวชี้วัด	กิจกรรมการเรียนรู้ [สถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้อง]
1 (3 คาบ)	▪ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ▪ การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ	คาบที่ 1 ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ คาบที่ 2 การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ คาบที่ 3 ความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์	1	คาบที่ 1,2 กิจกรรมการพัฒนาเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์ [การใช้บริการรถประจำทาง & การใช้บริการโทรศัพท์มือถือ] คาบที่ 3 การปฏิบัติกิจกรรม [การสูบน้ำออกจากสระน้ำ]
2 (2 คาบ)	▪ ฟังก์ชัน	คาบที่ 4 เงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน คาบที่ 5 การวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ในลักษณะของฟังก์ชัน	1	คาบที่ 4 กิจกรรมการพัฒนาเข้าใจเรื่องเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน คาบที่ 5 การปฏิบัติกิจกรรม: ใบกิจกรรมที่ 1 การขายดินสอ & การจุดเทียนไข
3 (2 คาบ)	▪ สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	คาบที่ 6 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ คาบที่ 7 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (ต่อ)	2	คาบที่ 6 กิจกรรมการพัฒนาเข้าใจเรื่องสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คาบที่ 7 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน
4 (4 คาบ)	▪ ตัวแทนของฟังก์ชัน : การแสดง การเทียบเคียง การหาค่าฟังก์ชัน การตีความ(สัญลักษณ์) หมายเหตุ : ฟังก์ชันเชิงเส้น	คาบที่ 8 การแสดง(สร้าง) ตัวแทนของฟังก์ชัน คาบที่ 9 การแสดง(สร้าง) ตัวแทนของฟังก์ชัน (ต่อ) คาบที่ 10 การหาค่าฟังก์ชันและการตีความ (สัญลักษณ์) คาบที่ 11 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทน	3 3 5, 6 4	คาบที่ 8 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 3 การจุดเทียนไข คาบที่ 9 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 4 ความกดอากาศกับความสูง คาบที่ 10 การปฏิบัติกิจกรรม: ใบกิจกรรมที่ 5 อัตราการเต้นหัวใจ คาบที่ 11 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 6 การรองน้ำใส่ถัง

ตาราง 8 (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ (จำนวนคาบ)	ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	รายละเอียด	ตัวชี้วัด	กิจกรรมการเรียนรู้ [สถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้อง]
5 (5 คาบ)	▪ ตัวแทนของฟังก์ชัน : การแสดง การเทียบเคียง การหาค่าฟังก์ชัน การตีความ(สัญลักษณ์) หมายเหตุ : ฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น	คาบที่ 12 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ &เทียบเคียง (ฟังก์ชันกำลังสอง)	4 ,5 , 6	คาบที่ 12 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 7 การโยนลูกบาสลงห่วง
		คาบที่ 13 การแสดง(&เทียบเคียง (ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล	3,4	คาบที่ 13 บรรยาย&กิจกรรมย่อย [การเพิ่มของจำนวนแบคทีเรีย]
		คาบที่ 14 การแสดง& เทียบเคียง (ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล)	3,4	คาบที่ 14 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 8 การหาอายุของวัตถุโบราณ
		คาบที่ 15 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ (ฟังก์ชันขั้นบันได)	5 , 6	คาบที่ 15 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 9 การดำน้ำ
		คาบที่ 16 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ (ฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วง ๆ)	5 , 6	คาบที่ 16 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 10 การลดน้ำหนัก
6 (4 คาบ)	▪ การใช้งานมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	คาบที่ 17 ใช้ฟังก์ชัน(สัญลักษณ์)แก้ปัญหา	7	คาบที่ 17 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 11 การเลือกโปรโมชันมือถือ
		คาบที่ 18 ใช้ฟังก์ชัน(สัญลักษณ์)แก้ปัญหา	7	คาบที่ 18 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 12 จำนวนแบคทีเรียในสระว่ายน้ำ
		คาบที่ 19 ใช้ฟังก์ชัน(กราฟ) แก้ปัญหา	7	คาบที่ 19 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 13 การเพิ่มของจำนวนแบคทีเรีย
		คาบที่ 20 ใช้ฟังก์ชัน(กราฟ) แก้ปัญหา	7	คาบที่ 20 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 14 การจัดงานคอนเสิร์ต
		รวมเวลา 20 คาบ		

หมายเหตุ คาบที่ 5, 7, 8, 9, 10,11, 12,14, 15,16, 17, 19 เป็นการประเมินตัวชี้วัด

2.3.2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางที่ออกแบบไว้ดังแสดงในตาราง 8 ข้างต้น ได้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 6 แผน รวมเวลา 20 คาบ คาบละ 55 นาที แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย ความรู้เดิม ความคิดรวบยอดใหม่ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

2.3.3 นำแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ (ตาราง 8) และแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 6 แผน ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือ ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 2 คน และครูผู้สอนคณิตศาสตร์ 1 คน ประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้กับความรู้เดิม แนวคิดหลักที่สำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง หรือ IOC แล้วนำคะแนนจากที่ผู้เชี่ยวชาญให้คะแนนแต่ละคนมาหาค่าเฉลี่ยแต่ละประเด็นที่ประเมิน ผลปรากฏว่า แผนการจัดการเรียนรู้ทุกแผนมีค่าความสอดคล้องเป็น 1.0 นั่นคือ แผนการจัดการเรียนรู้ทุกแผนสอดคล้องกับความรู้เดิม ความคิดรวบยอดใหม่ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล

คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

(1) ข้อความหรือประโยคคำสั่งในใบกิจกรรมบางเรื่อง ยังไม่ชัดเจนและคลุมเครือ ควรปรับภาษาให้มีความชัดเจน

(2) สถานการณ์ชีวิตจริงบางสถานการณ์มีความยาวมากเกินไป นักเรียนต้องใช้เวลามากในการอ่านและทำความเข้าใจ ควรปรับให้กระชับขึ้น

(3) สถานการณ์ชีวิตจริงบางสถานการณ์เป็นข้อมูลจริง ควรระบุแหล่งที่มาเพื่อเป็นประโยชน์สำหรับนักเรียนในการศึกษาเพิ่มเติมในเรื่องดังกล่าว

(4) กิจกรรมการเรียนรู้ที่ออกแบบส่วนมากเน้นการทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (4 คน) หากนักเรียนไม่คุ้นเคย อาจเป็นปัญหาต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ โดยเสนอแนะว่าอาจเพิ่มเติมการทำกิจกรรมรายบุคคลหรือรายคู่ เพื่อให้มีความหลากหลาย

เมื่อได้ปรับปรุงตามความคิดเห็นดังกล่าวแล้ว ได้นำไปปรึกษาผู้เชี่ยวชาญอีกครั้งก่อนนำไปใช้ในสภาพการเรียนการสอนจริง

2.3.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่เคยเรียนเรื่องฟังก์ชันมาก่อน โดยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 33 คน ซึ่งเรียนเรื่องฟังก์ชัน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในสภาพการเรียนการสอนจริงใน 5 ประเด็น ได้แก่ (1) ความชัดเจนของภาษา (2) ลำดับการนำเสนอความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันย่อยต่างๆ (3) ความเหมาะสมของกิจกรรม

การเรียนรู้กับความคิดรวบยอด (4) ความเหมาะสมของสถานการณ์ชีวิตจริงสำหรับใช้สร้างความคิดรวบยอด และ (5) ความเหมาะสมของเวลาสำหรับใช้พัฒนาความคิดรวบยอดย่อยต่างๆ

2.3.5 จากการทดลองนำมาร่องได้ข้อค้นพบในประเด็นทั้งห้าข้างต้นและการปรับปรุงแก้ไข สรุปได้ดังนี้

(1) ความชัดเจนของภาษา พบว่า มีสถานการณ์ชีวิตจริงบางเรื่องที่ควรขยายความข้อคำถามให้ชัดเจนมากขึ้น เช่น เรื่องการใช้บริการรถประจำทาง ได้ปรับข้อคำถามเป็น “ นักเรียนต้องจ่ายค่าโดยสารเป็นจำนวนเงินมากน้อยเพียงใด โดยแสดงค่าโดยสารดังกล่าวให้อยู่ในรูปสูตรทั่วไป สำหรับใช้หาค่าโดยสารเมื่อทราบจำนวนเที่ยวที่ใช้บริการ ” เป็นต้น

(2) ลำดับการนำเสนอความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันย่อยต่างๆ พบว่า มีความเหมาะสมดี

(3) ความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้กับความคิดรวบยอด พบว่า มีความเหมาะสมดี แต่ได้ปรับแนวทางการทำใบกิจกรรมเฉพาะที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดให้เป็นการทำกิจกรรมรายบุคคลหรือรายคู่ เพื่อความเที่ยงตรงในการประเมิน

(4) ความเหมาะสมของสถานการณ์ชีวิตจริงสำหรับใช้สร้างความคิดรวบยอด พบว่า สถานการณ์ชีวิตจริงต่างๆ สามารถใช้สร้างความคิดรวบยอดได้ และนักเรียนให้ความสนใจดี

(5) ความเหมาะสมของเวลาสำหรับใช้พัฒนาความคิดรวบยอดย่อยต่างๆ พบว่า การพัฒนาความคิดรวบยอดย่อยบางเรื่องต้องปรับเวลาให้เหมาะสม เนื่องจากบางเรื่องให้เวลามากไป ขณะบางเรื่องให้เวลาน้อยไป

2.3.6 ปรับปรุงแก้ไขจนได้แผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ สำหรับนำไปใช้ทดลองจริงกับกลุ่มตัวอย่าง ได้แผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ ดังแสดงดังตาราง 9 ส่วนแผนการจัดการเรียนรู้ ดูตัวอย่างในภาคผนวก ข

ตาราง 9 แผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ สำหรับทดลองหลังการปรับปรุงจากการทดลองนำร่อง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ (จำนวนคาบ)	ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	รายละเอียด	ตัวชี้วัด	กิจกรรมการเรียนรู้ [สถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้อง]
1 (3 คาบ)	▪ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ▪ การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ	คาบที่ 1 ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ คาบที่ 2 การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ คาบที่ 3 ความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์	1	คาบที่ 1,2 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์ [การใช้บริการรถประจำทาง & การใช้บริการโทรศัพท์มือถือ] คาบที่ 3 การปฏิบัติกิจกรรม [การสูบน้ำออกจากสระน้ำ]
2 (2 คาบ)	▪ ฟังก์ชัน	คาบที่ 4 เงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน คาบที่ 5 การวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ในลักษณะของฟังก์ชัน	1	คาบที่ 4 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน คาบที่ 5 ประเมินตัวชี้วัดที่ 1 การปฏิบัติกิจกรรม: ใบกิจกรรมที่ 1 การขายดินสอ & การจุดเทียนไข
3 (2 คาบ)	▪ สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	คาบที่ 6 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน เช่น $y = f(x)$ คาบที่ 7 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (ต่อ)	2	คาบที่ 6 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องสัญลักษณ์ของ คาบที่ 7 ประเมินตัวชี้วัดที่ 2 การปฏิบัติกิจกรรม ใบกิจกรรมที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน
4 (4 คาบ)	▪ ตัวแทนของฟังก์ชัน : การแสดง การเทียบเคียง การหาค่าฟังก์ชัน การตีความ(สัญลักษณ์) หมายเหตุ : ฟังก์ชันเชิงเส้น	คาบที่ 8 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	3	คาบที่ 8 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชัน [การจุดเทียนไข]
		คาบที่ 9 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน (ต่อ)	3	คาบที่ 9 ประเมินตัวชี้วัดที่ 3 การปฏิบัติกิจกรรม: ใบกิจกรรมที่ 3 ความกดอากาศกับความสูง
		คาบที่ 10 การหาค่าฟังก์ชันและการตีความ (สัญลักษณ์)	5, 6	คาบที่ 10 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องการหาค่าฟังก์ชันและการตีความ (สัญลักษณ์) [สถานการณ์เรื่อง อัตราการเต้นหัวใจ]
		คาบที่ 11 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชัน	4	คาบที่ 11 ประเมินตัวชี้วัดที่ 4 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 4 การรองน้ำใส่ถัง

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ (จำนวนคาบ)	ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	รายละเอียด	ตัวชี้วัด	กิจกรรมการเรียนรู้ [สถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้อง]
5 (5 คาบ)	▪ ตัวแทนของฟังก์ชัน : การแสดง การเทียบเคียง การหาค่าฟังก์ชัน การตีความ(สัญลักษณ์) หมายเหตุ : ฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น	คาบที่ 12 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ &เทียบเคียง (ฟังก์ชันกำลังสอง)	4 ,5 , 6	คาบที่ 12 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 7 การโยนลูกบาสลงห่วง
		คาบที่ 13 การแสดง&เทียบเคียง (ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล	3,4	คาบที่ 13 กิจกรรมพัฒนาเข้าใจเรื่องแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน [การเพิ่มของจำนวนแบคทีเรีย]
		คาบที่ 14 การแสดง& เทียบเคียง (ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล)	3,4	คาบที่ 14 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 8 การหาอายุของวัตถุโบราณ
		คาบที่ 15 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ (ฟังก์ชันขั้นบันได)	5 , 6	คาบที่ 15 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 9 การตำน้ำ
		คาบที่ 16 การหาค่าฟังก์ชัน & ตีความ (ฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วงๆ)	5 , 6	คาบที่ 16 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 10 การลดน้ำหนัก
6 (4 คาบ)	▪ การใช้งานมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	คาบที่ 17 ใช้ฟังก์ชัน(สัญลักษณ์)แก้ปัญหา	7	คาบที่ 17 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 11 การเลือกโปรโมชันมือถือ
		คาบที่ 18 ใช้ฟังก์ชัน(สัญลักษณ์)แก้ปัญหา	7	คาบที่ 18 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 12 จำนวนแบคทีเรียในสระว่ายน้ำ
		คาบที่ 19 ใช้ฟังก์ชัน(กราฟ) แก้ปัญหา	7	คาบที่ 19 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 13 การเพิ่มของจำนวนแบคทีเรีย
		คาบที่ 20 ใช้ฟังก์ชัน(กราฟ) แก้ปัญหา	7	คาบที่ 20 การปฏิบัติกิจกรรม : ใบกิจกรรมที่ 14 การจัดงานคอนเสิร์ต
		รวมเวลา 20 คาบ		

หมายเหตุ 1. ในคาบเรียนที่ 8 – 16 มีการเน้นย้ำความเข้าใจในตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน แต่ไม่ได้นำมาประเมิน

2. ในช่องกิจกรรมการเรียนรู้ ส่วนที่แรเงา หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการปรับปรุงแก้ไขภายหลังการทดลองนำร่อง

2.4 กำหนดและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยในการประเมินตามสภาพจริง และเครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง

2.4.1 เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยในการประเมินตามสภาพจริง

เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยในการประเมินตามสภาพจริง ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) แบบสังเกตพฤติกรรม แบบสัมภาษณ์ และแบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคล รายละเอียดมีดังนี้

1) แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง เป็นแบบอัตนัยที่มีโครงสร้างครอบคลุมความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน 3 ด้าน (7 ตัวชี้วัด) (ดังตาราง 2 หน้า 49) มีข้อคำถามจากสถานการณ์ทั้งหมด 12 สถานการณ์ ซึ่งข้อคำถามมุ่งวัดความเข้าใจในแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่างๆ (ดูภาคผนวก ค) มีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

(1) สร้างแบบทดสอบเพื่อวัดความเข้าใจตามตัวชี้วัด เพื่อใช้ประเมินเป็นระดับความเข้าใจของแต่ละตัวชี้วัด ตามเกณฑ์การจัดระดับความเข้าใจในตาราง 3 -5 หน้า 52 – 55 แล้วกำหนดการแปลงระดับความเข้าใจเป็นคะแนน เพื่อใช้เปรียบเทียบกับคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ เพื่อใช้ในการตรวจสอบความคงทนของความเข้าใจ

(2) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังทดลอง ไปวิเคราะห์ความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม โดยให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ จำนวน 3 คน (ดูรายชื่อในภาคผนวก ก) โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบกับตัวชี้วัด และ มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

-1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ 1 หมายถึง สอดคล้อง

สำหรับเกณฑ์ตัดสินความสอดคล้องกันของรายการประเมิน คือ ผลการประเมินมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป (สำเริง บุญเรืองรัตน์. 2528: 63-64)

(3) นำคะแนนจากที่ผู้เชี่ยวชาญให้คะแนนแต่ละคนมาหาค่าเฉลี่ยเป็นรายข้อ เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ หรือ IOC ผลปรากฏว่าข้อคำถามในแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทุกข้อมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 นอกจากนี้ ข้อคำถามส่วนใหญ่มีความชัดเจนโดยมีบางข้อต้องปรับภาษาให้คำถามชัดเจนและสามารถสื่อความหมายให้ผู้ตอบเข้าใจได้มากขึ้น

(4) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 33 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งเป็นกลุ่มที่ใช้ทดลองนำร่อง โดยใช้เมื่อสิ้นสุดการทดลองนำร่อง

ผลการทดลองใช้แบบทดสอบมีดังนี้

(4.1) จากการหาค่าความเชื่อมั่นของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ค่าความเชื่อมั่น(Reliability) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันมีค่าเป็น 0.85

(4.2) ตรวจสอบความชัดเจนของภาษาโดยตรวจสอบว่านักเรียนตอบคำถามในแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันตรงกับสิ่งที่ผู้วิจัยต้องการถามหรือไม่ ซึ่งผลการตรวจสอบพบว่า ข้อคำถามส่วนใหญ่มีความชัดเจน มีบางข้อที่ต้องปรับภาษาให้คำถามชัดเจนและสามารถสื่อความหมายให้ผู้ตอบเข้าใจได้มากขึ้น

(4.3) ตรวจสอบความชัดเจนและความเที่ยงของเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งผลการตรวจสอบพบว่า เกณฑ์การให้คะแนนเพื่อจัดระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันตามตัวชี้วัดและเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อตรวจสอบความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านและตัวชี้วัดของด้านต่างๆ มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้จริง

(5) ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองเพื่อนำไปใช้ในการทดลองจริงกับกลุ่มตัวอย่าง

2) แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อประเมินความคงทนของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน โดยมีลักษณะคู่ขนานกับแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง มีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

(1) สร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ให้มีลักษณะคู่ขนานกับแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง ซึ่งที่ได้พัฒนาเรียบร้อยแล้ว

(2) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน (ดูรายชื่อในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความเป็นคู่ขนาน โดยใช้แบบประเมินความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้งสองฉบับ มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

-1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ 1 หมายถึง สอดคล้อง

สำหรับเกณฑ์ตัดสินความสอดคล้องกันของรายการประเมิน คือ ผลการประเมินมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป (สำเริง บุญเรืองรัตน์. 2528: 63-64)

(3) นำคะแนนจากที่ผู้เชี่ยวชาญให้คะแนนแต่ละคนมาหาค่าเฉลี่ยแต่ละข้อ เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ หรือ IOC ผลปรากฏว่า ข้อคำถามในแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน 2 ฉบับที่ประเมินตัวชี้วัดเดียวกันมีความเป็นคู่ขนานกัน

คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและประเด็นที่ปรับปรุงแก้ไข สรุปได้ดังนี้

- สถานการณ์ชีวิตจริงที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดเดียวกันของแบบทดสอบทั้งสองฉบับ มีความคล้ายกันมาก เช่น ในตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน เรื่องการจ่ายค่าน้ำประปาราคาหน่วยละ 6 บาท กับเรื่องการจ่ายค่าไฟฟ้าราคาหน่วยละ 5 บาท

- ข้อคำถามในบางสถานการณ์ชีวิตจริง ไม่ชัดเจนและคลุมเครือ เช่น สถานการณ์การใช้บริการรถประจำทาง เดิมถามว่า “นักเรียนจะต้องจ่ายเงินค่าโดยสารเป็นจำนวนเงินมากน้อยเพียงใด” ปรับแก้เป็น “นักเรียนจะต้องจ่ายเงินค่าโดยสารเป็นจำนวนเงินมากน้อยเพียงใด โดยแสดงเป็นสูตรสำหรับคำนวณหาจำนวนเงินค่าโดยสารที่ต้องจ่ายแต่ละเดือน”

- สำหรับตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน โดยตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและรูปสัญลักษณ์ที่กำหนดในแบบทดสอบทั้งสองฉบับคล้ายคลึงกันมาก กล่าวคือ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นที่เป็นฟังก์ชันเพิ่มเหมือนกัน ควรปรับให้ต่างกัน เช่น แบบทดสอบฉบับที่ 2 ปรับเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นที่เป็นฟังก์ชันลด

(4) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ที่ได้ปรับแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 33 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งเป็นกลุ่มที่ใช้ทดลองนำร่อง โดยทิ้งช่วงระยะห่าง 3 สัปดาห์ หลังจากทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง แล้วตรวจสอบความเป็นคู่ขนานของข้อสอบทั้งสองฉบับ ผู้วิจัยใช้วิธีของเลมค์และไวเออสมา (Lemke; & Wiersma. 1976: 65) โดยทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนและทดสอบค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบทั้งสองฉบับ

(5) ผลการทดลองใช้แบบทดสอบมีดังนี้

(5.1) จากการหาค่าความเชื่อมั่นของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ค่าความเชื่อมั่น(Reliability) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ มีค่าเป็น 0.84

(5.2) จากการทดสอบความเป็นคู่ขนาน พบว่า ข้อสอบทั้งสองฉบับเป็นข้อสอบที่คู่ขนานกันจากการทดสอบที่พบว่าค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งสองฉบับไม่แตกต่างกัน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ)

3) ใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด)

การสร้างใบกิจกรรมเพื่อใช้ประเมินความเข้าใจแต่ละตัวชี้วัดในระหว่างเรียน มีทั้งหมด 12 ใบกิจกรรม รายละเอียดของใบกิจกรรมต่างๆ แสดงดังตาราง 9 หน้า 64 สำหรับแนวการประเมินการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์แบบรูบริคที่ใช้สำหรับตรวจเพื่อจัดระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันตามตัวชี้วัด โดยใช้เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านต่างๆ ดังที่กล่าวมาแล้วในตาราง 3 -5 หน้า 51 – 53 สำหรับขั้นตอนการพัฒนาใบกิจกรรม เหมือนกับแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังทดลอง

4) แบบสังเกตพฤติกรรม

การสร้างแบบสังเกตพฤติกรรม เพื่อใช้บันทึกในขณะทำกิจกรรมระหว่างเรียน มีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

(1) สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมตามตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ โดยกำหนดโครงสร้างของรายการพฤติกรรมที่ต้องการสังเกตให้สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดที่ได้กำหนดไว้ดังตาราง 2 หน้า 49

(2) นำแบบสังเกตพฤติกรรมให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ จำนวน 3 คน (ดูรายชื่อในภาคผนวก) ตรวจสอบความสอดคล้องด้านรายการพฤติกรรมที่สังเกตกับรายการพฤติกรรมของตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ โดยใช้แบบประเมินความสอดคล้องแบบสังเกตพฤติกรรม และมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

-1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ 1 หมายถึง สอดคล้อง

สำหรับเกณฑ์ตัดสินความสอดคล้องกันของรายการที่สังเกตกับรายการพฤติกรรมของตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ เมื่อผลการประเมินมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป (สำเริง บุญเรืองรัตน์. 2528: 63-64)

(3) นำคะแนนจากที่ผู้เชี่ยวชาญให้คะแนนแต่ละคนมาหาค่าเฉลี่ยแต่ละรายการพฤติกรรม เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ หรือ IOC ผลปรากฏว่า รายการพฤติกรรมที่สังเกตทุกรายการในแบบสังเกตพฤติกรรมมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 แสดงว่า พฤติกรรมที่สังเกตกับรายการพฤติกรรมของตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ มีความสอดคล้องกัน

(4) นำแบบสังเกตพฤติกรรมที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 33 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งเป็นกลุ่มนักเรียนที่ใช้ทดลองนำร่อง เพื่อตรวจสอบว่าแบบสังเกตพฤติกรรมดังกล่าวมีโครงสร้างตรงตามสิ่งที่ต้องการสังเกตและเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงหรือไม่ ผลการทดลองใช้ปรากฏว่า มีความเหมาะสมและสามารถใช้สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียนได้จริง

5) แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์นี้เป็นแบบอัตนัย มุ่งถามข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปประกอบการอธิบายพัฒนาการของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

(1) กำหนดโครงสร้างของคำถามตามตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันที่กำหนดไว้ ดังที่กล่าวมาแล้วในตาราง 2 หน้า 49

(2) สร้างข้อคำถามตามโครงสร้างที่กำหนด แล้วนำแบบสัมภาษณ์ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 6 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งอยู่ในกลุ่มนักเรียนที่ใช้ทดลองนำร่อง ผลการทดลองใช้ ปรากฏว่า สามารถใช้เพื่อสัมภาษณ์นักเรียนในเชิงลึกได้จริง

6) แบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคล

แบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคลนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อรวบรวมผลของการประเมินตัวชี้วัดของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ จากใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) และแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง รวมทั้งบันทึกข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียนและการสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่ไม่สามารถระบุได้ว่ามีความเข้าใจหรือไม่ โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

(1) กำหนดโครงสร้างของรายการที่บันทึกตามรายตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันด้านต่างๆ ของจำแนกเป็นรายบุคคล ดังที่กล่าวมาแล้วในตาราง 2 หน้า 49

(2) สร้างแบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคลตามโครงสร้างที่กำหนด แล้วนำแบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคลที่ได้ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมวัดศรีจันทร์ประดิษฐ์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 33 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งเป็นกลุ่มนักเรียนที่ใช้ทดลองนำร่อง ผลการทดลองใช้ปรากฏว่า แบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคลนี้มีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้จริงกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.4.2 เครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง

เครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง เป็นแบบประเมินที่สร้างขึ้นสำหรับผู้เชี่ยวชาญเพื่อประเมินความสอดคล้อง ซึ่งในการประเมินความสอดคล้องใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Objective Congruence) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

-1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ 1 หมายถึง สอดคล้อง

โดยในแต่ละประเด็นของการประเมิน มีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป แสดงว่า ประเด็นการประเมินนั้นมีความสอดคล้องกัน (สำเริง บุญเรืองรัตน์. 2528: 63-64)

เครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง ประกอบด้วย

1) แบบประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้โดยประเมินความสอดคล้องด้านความรู้เดิม ความคิดรวบยอดหลัก จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

2) แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง และใบกิจกรรมที่ใช้ประเมิน โดยประเมินความสอดคล้องด้านข้อคำถามในแบบทดสอบและใบกิจกรรมกับตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน

3) แบบประเมินความเป็นคู่ขนานระหว่างแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง กับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

4) แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสังเกตพฤติกรรมโดยประเมินความสอดคล้องด้านพฤติกรรมที่ต้องการสังเกตกับตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน

ตอนที่ 3 ศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบ

สำหรับการศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ตามแนวทางที่ออกแบบ โดยพิจารณาประสิทธิผลในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและในด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยดำเนินการตามลำดับ ดังนี้ 3.1 วางแผนการทดลอง 3.2 ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล และ 3.3 วิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

3.1 วางแผนการทดลอง ดำเนินการดังนี้

3.1.1 กำหนดแบบแผนการทดลอง

เนื่องจากงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยมุ่งเน้นการเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คงทนในแนวคิดหลักที่สำคัญของเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกแบบแผนการทดลอง โดยมีกลุ่มทดลองกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง และมีการทดสอบหลังจากจบการทดลองแล้ว 3 สัปดาห์ แบบแผนการทดลอง แสดงได้ดังนี้

$$X \quad ----- \ O_1 \quad ------O_2$$

เมื่อ X แทน การจัดกระทำ (treatment) ที่ประกอบด้วย การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ออกแบบขึ้น

O_1 แทน การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

O_2 แทน การทดสอบหลังจากจบการทดลองแล้ว 3 สัปดาห์ เพื่อประเมินความคงทน

ในระหว่างทดลองได้มีการประเมินตามสภาพจริง เพื่อรวบรวมข้อมูลรอบด้านเพิ่มเติม ซึ่งข้อมูลเหล่านี้ ได้ถูกนำมาพิจารณาและใช้เป็นส่วนหนึ่งของการหาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ออกแบบขึ้น

3.1.2 กำหนดกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยและระยะเวลาในการทดลอง

ในขั้นนี้ ผู้วิจัยพิจารณาความเป็นไปได้ของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่ออกแบบขึ้นตามบริบทที่เป็นอยู่ เพื่อให้มั่นใจว่าการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันที่ออกแบบขึ้น สามารถนำไปใช้ภายใต้บริบทที่เป็นจริง ในขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยจึงได้คัดเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยพิจารณาจากความสมัครใจของผู้บริหารสถานศึกษาและครูประจำวิชาเป็นสำคัญ โดยผู้วิจัยได้ติดต่อขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากผู้อำนวยการสถานศึกษาโรงเรียนมหาราช”ประชานิมิต” ได้ชี้แจงและทำความเข้าใจกับผู้เกี่ยวข้อง ได้แก่ รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และครูประจำวิชา ในเรื่องความมุ่งหมายของการวิจัย ขั้นตอนวิธีดำเนินการวิจัย แนวทางการจัดการเรียนรู้ และการประเมินประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่ออกแบบขึ้น และยังได้กำหนดตารางสอน

การดำเนินการดังกล่าวได้ผลดังนี้

1) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยโดยการเลือกแบบเจาะจง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 21 คน ของโรงเรียนมหาราช"ประชานิมิต" ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552

2) ระยะเวลาในการทดลอง ใช้เวลาในการทดลอง 20 คาบ คาบละ 55 นาที โดยสอนสัปดาห์ละ 2 วัน วันละ 1 คาบ

3.2 ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.2.1 การดำเนินการก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยตรวจสอบจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 และจากข้อมูลการสัมภาษณ์ครูประจำวิชา อีกทั้งยังคัดเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน โดยจัดลำดับนักเรียนตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ประกอบข้อมูลจากการสัมภาษณ์ครูประจำวิชา แบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่มตามลำดับคะแนน จากนั้นสุ่มนักเรียนอย่างง่ายกลุ่มละ 2 คน ได้นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน

3.2.2 การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยจัดประสบการณ์การเรียนรู้ตามแผนที่กำหนดดังตาราง 9 หน้า 64 โดยสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จัดทำตามกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องแล้ว จำนวนทั้งสิ้น 20 คาบ ภายหลังจัดประสบการณ์การเรียนรู้แต่ละคาบ ผู้วิจัยและครูประจำวิชาร่วมกันสะท้อนผลการปฏิบัติ และประเมินผลตัวชี้วัดตามสภาพจริง (ที่เกี่ยวข้องกับแผนนั้นๆ) ถ้านักเรียนมีปัญหาในตัวชี้วัดใด ผู้วิจัยทำการซ่อมนักเรียนคนดังกล่าวทันทีด้วยการแจกเอกสารเพิ่มเติม เช่น เอกสารตัวอย่างงาน ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง ผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติม จนนักเรียนมีความเข้าใจเพิ่มขึ้นในระดับที่ผ่านเกณฑ์ นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ในบทเรียนต่อไปควบคู่ไปด้วยโดยเน้นตัวชี้วัดที่นักเรียนมีปัญหา

3.2.3 การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยและครูประจำวิชาร่วมกันดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งในระหว่างการทดลองและหลังการทดลองโดยใช้วิธีการและเครื่องมือที่หลากหลาย

สำหรับ**ระหว่างการทดลอง** ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลรอบด้านที่นักเรียนแสดงออกในขณะการทำกิจกรรมระหว่างเรียน โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย ได้แก่ การทำใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) การสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ การตอบคำถามในชั้นเรียน และการบันทึกเทปเสียง รายละเอียดมีดังนี้

การทำใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) ผู้วิจัยประเมินตัวชี้วัดของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในระหว่างเรียนในคาบเรียนตามที่ระบุในแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แสดงในตาราง 9 หน้า 64 โดยให้นักเรียนทำใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) ด้วยตนเอง โดยสามารถปรึกษากับเพื่อนที่นั่งข้างๆ ได้ รวมทั้งสามารถสอบถามผู้สอนในประเด็นที่มีข้อสงสัยและไม่เข้าใจได้

การสังเกตพฤติกรรม ผู้วิจัยและครูประจำวิชาได้ร่วมกันสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในคาบเรียนที่มีการประเมินตัวชี้วัดของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรม ตามที่ได้ระบุในแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แสดงในตาราง 9 หน้า 64 นอกจากนี้ ยังได้ร่วมกันสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน ในทุกคาบเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรม ภายหลังจบคาบเรียนดังกล่าวผู้วิจัยและครูประจำวิชาได้มีการพูดคุยและอภิปรายในประเด็นที่สังเกตได้ จากนั้นลงข้อสรุปถึงพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด หากมีพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัดที่ไม่สามารถลงข้อสรุปได้ ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมจนสามารถลงข้อสรุปได้

การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์ในสองลักษณะ ได้แก่ ลักษณะแรก ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์ในกรณีที่นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการหรือคำตอบไม่ชัดเจนในการทำใบกิจกรรมที่ใช้ในการประเมิน รวมทั้งในกรณีที่ผู้วิจัยและครูประจำวิชาไม่สามารถลงข้อสรุปว่านักเรียนมีความเข้าใจในตัวชี้วัดที่ประเมินหรือไม่ และลักษณะที่สอง ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อวิเคราะห์เชิงลึกเกี่ยวกับพัฒนาการความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน โดยการสัมภาษณ์เชิงลึกในระหว่างการทดลองนี้ ได้กระทำ 3 ครั้ง คือ ครั้งที่ 1 ภายหลังจากการสอนจบช่วงที่ 1 ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ครั้งที่ 2 ภายหลังจากการสอนจบช่วงที่ 2 ตัวแทนของฟังก์ชันต่างๆ ครั้งที่ 3 ภายหลังจากการสอนจบช่วงที่ 3 การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

การตอบคำถามในชั้นเรียน ผู้วิจัยได้มีการใช้คำถามถามนักเรียนเป็นรายบุคคลในระหว่างเรียน โดยแต่ละคาบเรียนได้มีการกำหนดรายชื่อของนักเรียนสำหรับถามคำถามไว้แล้วประมาณ 10 คนซึ่งในจำนวนนี้เป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน เพื่อรวบรวมข้อมูลประกอบการพิจารณากับข้อมูลในส่วนอื่นๆ

การบันทึกเทปเสียง ผู้วิจัยได้มีการบันทึกเทปเสียงการสนทนาโต้ตอบและการตอบคำถามในชั้นเรียนของนักเรียนโดยเน้นนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน โดยข้อมูลส่วนนี้ได้มีการนำไปพิจารณาประกอบข้อมูลส่วนอื่นๆ ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

สำหรับ**หลังการทดลอง** ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ โดยกระทำในสองช่วงเวลา คือ หลังสิ้นสุดการทดลอง และหลังสิ้นสุดการทดลอง 3 สัปดาห์ รายละเอียดมีดังนี้

หลังสิ้นสุดการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง แล้วประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในแต่ละตัวชี้วัด เพื่อใช้ในการประเมินความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน อีกทั้งยังได้มีการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมเป็นรายกรณีเมื่อไม่สามารถสรุประดับความเข้าใจเพื่อความเที่ยงตรงในการประเมิน เช่น กรณีที่นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการหรือคำตอบไม่ชัดเจนในการทำแบบทดสอบ ต่อจากนั้นแปลงระดับความเข้าใจเป็นคะแนน นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังได้สัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อวิเคราะห์เชิงลึกเกี่ยวกับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนโดยใช้แบบสัมภาษณ์

หลังสิ้นสุดการทดลอง 3 สัปดาห์ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน (คู่ขนาน) โดยดำเนินการเช่นเดียวกับแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง

ในตารางต่อไป แสดงแหล่งข้อมูลที่ใช้ประเมินต่างๆ ที่เก็บรวบรวมข้อมูลจากการทดลอง เพื่อนำมาประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและประเมินความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน และวิเคราะห์พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ตาราง 10 แหล่งข้อมูลที่ใช้ประเมินและผลของการประเมิน จำแนกเป็นรายด้านที่ประเมิน

ด้านที่ประเมิน	**แหล่งข้อมูลที่ใช้ประเมิน**	**ลักษณะของผลการประเมิน**
ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน	1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 2. ใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) 3. แบบสังเกตพฤติกรรม 4. แบบบันทึกการสัมภาษณ์ 5. แบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคล	ระดับความเข้าใจในแต่ละด้าน (3 ด้าน)
ความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน	1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 2. แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ 3. แบบบันทึกการสัมภาษณ์	คะแนน
พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน	หลักฐาน ร่องรอย ที่ได้รวบรวมได้จากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด) การทำแบบทดสอบ การสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ และการศึกษาเชิงลึกจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน	เชิงคุณภาพ : ความเรียง

3.3 วิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.3.1 วิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาครั้งนี้ ได้ศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ซึ่งมีการกำหนดเกณฑ์การตัดสินด้วย (ดูรายละเอียดในบทที่ 1 ข้อ 7.1 และ 7.2 หน้า 9) และได้ศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

1) **การประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน**โดยประเมินเป็นระดับความเข้าใจแต่ละด้านของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยประเมินจากการทำใบกิจกรรมในระหว่างเรียน และประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง มีการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์ประกอบการประเมิน

ก่อนการวิเคราะห์ข้อมูลส่วนนี้ ผู้วิจัยได้อธิบายและชี้แจงให้ผู้วิเคราะห์อีก 2 คน เพื่อทำความเข้าใจถึงเรื่องที่ทำการวิจัย คำถามการวิจัย รายละเอียดของแต่ละตัวชี้วัด เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านต่าง ๆ (ตาราง 3 – 5 หน้า 51 - 53) และเกณฑ์การลงข้อสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันรายด้านจากตัวชี้วัด (ตาราง 6 หน้า 54)

การดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล มีลำดับดังนี้

(1) ประเมินจากการทำใบกิจกรรมในระหว่างเรียน และการสังเกตพฤติกรรม

การประเมินระดับความเข้าใจในแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่าง ๆ จากข้อมูลการทำกิจกรรมระหว่างเรียนจากการทำใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์ ใช้ผู้วิเคราะห์ 2 คน คือ ผู้วิจัยและครูประจำวิชา โดยร่วมกันวิเคราะห์ข้อมูลและบันทึกระดับความเข้าใจเมื่อจบคาบเรียนที่มีการประเมินตัวชี้วัดนั้น ๆ ทันที โดยใช้เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านต่าง ๆ ทั้งนี้ เมื่อมีนักเรียนคนใดที่ไม่สามารถลงข้อสรุประดับความเข้าใจได้ ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์เพิ่มเติมจนมีข้อมูลเพียงพอในการลงสรุปถึงระดับความเข้าใจของนักเรียนในแต่ละตัวชี้วัด

(2) ประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง

การประเมินระดับความเข้าใจในแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่าง ๆ จากข้อมูลการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม ใช้ผู้วิเคราะห์ 3 คน คือ ผู้วิจัย ครูประจำวิชา และนิสิตปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ทั้งสามคนได้แยกกันวิเคราะห์และบันทึกระดับความเข้าใจของนักเรียนเป็นรายบุคคล (อิสระต่อกัน) โดยใช้เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของตัวชี้วัดด้านต่าง ๆ หลังจากนั้นผู้วิจัยนำผลที่ได้มาค่าความเชื่อมั่นระหว่างผู้วิเคราะห์ทั้งสามคน โดยใช้สูตรการหาค่าความเชื่อมั่นของไมล์สและฮูเบอร์แมน (Miles; & Huberman. 1994:64) โดยโบยาทซิส (Boyatzis. 1998:156) เสนอว่าระดับความเชื่อมั่นที่ยอมรับได้ต้องเป็น 70 % ขึ้นไป ซึ่งในงานนี้มีความเชื่อมั่น 79.89 %

สำหรับกรณีที่ทั้งสามคนมีความคิดเห็นไม่ตรงกัน ผู้วิจัยใช้การอภิปรายแสดงเหตุผลของการวิเคราะห์ของแต่ละคน โดยพิจารณาจากหลักฐานอ้างอิง รวมทั้งการสัมภาษณ์เพิ่มเติมในกรณีที่จำเป็น แล้วร่วมกันลงข้อสรุป

(3) การสรุประดับความเข้าใจในแต่ละตัวชี้วัด จากประเมินจากการทำใบกิจกรรมในระหว่างเรียน และการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง ที่ดำเนินการแล้วในข้อ (1) และ (2) ข้างต้น ผู้วิจัยวิเคราะห์โดยนำผลของการประเมินในแต่ละครั้ง (ทุกครั้ง) ของใบกิจกรรมและจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังทดลองซึ่งได้ประเมินเป็นระดับความเข้าใจ เพื่อให้ได้ผลสรุปเป็นระดับความเข้าใจเป็นรายตัวชี้วัดจากข้อมูลทั้งหมด แล้วจึงนำมากำหนดการให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

ระดับความเข้าใจ	การพิจารณาคะแนน
1	1 คะแนน
2	2 คะแนน
3	3 คะแนน
4	4 คะแนน

นำคะแนนที่ได้จากการประเมินทุกครั้งของแต่ละตัวชี้วัด ทั้งจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของแต่ละตัวชี้วัดโดยใช้เกณฑ์ดังนี้

เกณฑ์การพิจารณา	ระดับความเข้าใจ
มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในช่วง ตั้งแต่ 1 แต่ไม่ถึง 1.5 คะแนน	1
มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในช่วง ตั้งแต่ 1.5 แต่ไม่ถึง 2.5 คะแนน	2
มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในช่วง ตั้งแต่ 2.5 แต่ไม่ถึง 3.5 คะแนน	3
มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในช่วง ตั้งแต่ 3.5 ถึง 4.00 คะแนน	4

(4) การสรุประดับความเข้าใจในแต่ละด้าน จากผลการประเมินระดับความเข้าใจในทุกตัวชี้วัด ที่ดำเนินการแล้วในข้อ (3) นำมาสรุปเป็นผลการประเมินความเข้าใจเป็นรายด้าน โดยใช้เกณฑ์ระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านที่กำหนดไว้ (ตาราง 6 หน้า 54)

2) การทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม (binomial test)

3) **การประเมินความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยประเมินความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้าน โดยเปรียบเทียบคะแนนของด้านต่างๆ จาก

การทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง กับ หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ซึ่งคะแนนของแต่ละด้านได้มาจากผลรวมของคะแนนของตัวชี้วัดของด้านนั้นๆ สำหรับน้ำหนักคะแนนของแต่ละตัวชี้วัดด้านต่างๆ กำหนดดังนี้

ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 1 6 คะแนน

ตัวชี้วัดที่ 2 3 คะแนน

ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 3 3 คะแนน

ตัวชี้วัดที่ 4 3 คะแนน

ตัวชี้วัดที่ 5 3 คะแนน

ตัวชี้วัดที่ 6 3 คะแนน

ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ตัวชี้วัดที่ 7 3 คะแนน

และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละตัวชี้วัด แบบรูบริคซึ่งอิงกับระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดนั้น ๆ

4) การทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน โดยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง กับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ แตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่ (paired t –test)

5) การประเมินในเชิงคุณภาพเกี่ยวกับ**พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน**ในระหว่างเรียน โดยนำข้อมูลรอบด้าน(ร่องรอย หลักฐาน)ที่รวบรวมจาก*การปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน* ได้แก่ การตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรม และการสัมภาษณ์เพิ่มเติม และ จาก*การทำแบบทดสอบหลังการทดลอง*ประกอบการสัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีที่จำเป็น ตลอดจนข้อมูลจากการศึกษาเชิงลึกจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน มาทำการวิเคราะห์ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis) แล้วจัดหมวดหมู่

3.3.2 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในงานวิจัยครั้งนี้ ใช้โปรแกรม SPSS for Windows 10 ในการประมวลผลข้อมูล ดังนี้

1) สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าร้อยละ และค่าความแปรปรวน

2) สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (Cronbach alpha procedure) และการทดสอบทีแบบรายคู่

3) สถิติที่ใช้ในทดสอบสมมติฐาน คือการทดสอบทวินาม และการทดสอบทีแบบรายคู่

4) สูตรการหาค่าความเชื่อมั่นของไมล์สและฮูเบอร์แมน มีสูตรดังนี้

$$r = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$$

เมื่อ r คือค่าความเชื่อมั่น n_1 คือ จำนวนครั้งที่ผู้วิเคราะห์ทั้งสามคนมีความเห็นเหมือนกัน n_2 คือ จำนวนครั้งที่ผู้วิเคราะห์ทั้งสามคนมีความคิดเห็นแตกต่างกัน

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยมีผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

รายละเอียดมีดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ด้านความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

การศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน โดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความเข้าใจเป็น 4 ระดับ ผู้วิจัยนำเสนอผลการประเมินโดยใช้การทดสอบทวินาม (binomial test) เพื่อทดสอบค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) มีร้อยละ 70 ขึ้นไป และยังใช้สถิติพรรณาเพื่อประเมินผลเชิงคุณภาพจากข้อมูลรอบด้านซึ่งรวบรวมจากการทำกิจกรรมระหว่างเรียน ได้แก่ การตอบคำถามหรือการอภิปรายในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรม และรวบรวมจากการทำแบบทดสอบ ตลอดจนจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเมื่อไม่สามารถสรุปได้ว่ามีความเข้าใจหรือไม่ จากนั้นนำข้อมูลดังกล่าวมาวิเคราะห์และประมวลผล โดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความเข้าใจเป็น 4 ระดับ ตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยใช้แนวทางอนุกรมวิธานแบบโซโล (ดูรายละเอียดในบทที่ 3 ตาราง 3 – 6 หน้า 49- 54)

สำหรับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ในงานวิจัยครั้งนี้มุ่งพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดย่อยในสามด้าน คือ ด้านความหมายและสัญลักษณ์ ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน และด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง ในการนำเสนอผลการวิจัยนี้ผู้วิจัยนำเสนอเป็นรายด้านโดยการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้านโดยแสดงผลเป็นระดับของความเข้าใจซึ่งแบ่งเป็น 4 ระดับ

ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม ดังแสดงในตาราง 11

ตาราง 11 ผลการทดสอบค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม

ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ [1] (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วนทดสอบ (Test .Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
• ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	21	18 (0.85)	0.70	0.086***
• ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	21	19 (0.90)	0.70	0.027***
• ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	21	18 (0.85)	0.70	0.086***

*** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.10

หมายเหตุ 1. ผ่านเกณฑ์[1] หมายถึง มีความเข้าใจจัดอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป

2. รายละเอียดผลของการประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้าน ดูในภาคผนวก ฉ

จากตาราง 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านผ่านเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.10 ด้านที่มีนักเรียนผ่านเกณฑ์มากที่สุด คือ ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน มีจำนวน 19 คน ในขณะที่ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน และด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ด้านละ 18 คนจากจำนวน 21 คน

ตารางต่อไป เป็นการแสดงผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน โดยแสดงผลการทดสอบค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละตัวชี้วัดของแต่ละด้านต่างๆ ผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม

ตาราง 12 ผลการทดสอบค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน รายตัวชี้วัดของแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม

ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ [1] (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วนทดสอบ (Test . Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน				
ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	21	20 (0.95)	0.70	0.006***
ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	21	18 (0.85)	0.70	0.086***
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน				
ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	21	19 (0.90)	0.70	0.027***
ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน	21	18 (0.85)	0.70	0.086***
ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน	21	21 (1.00)	0.70	0.001***
ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง	21	18 (0.85)	0.70	0.086***
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง				
ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	21	18 (0.85)	0.70	0.086***

*** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

หมายเหตุ 1. ผ่านเกณฑ์[1] หมายถึง มีความเข้าใจจัดอยู่ในระดับ 3 ขึ้นไป

2. รายละเอียดผลของการประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่างๆ ดูในภาคผนวก ฉ

จากตาราง 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในทุกตัวชี้วัดของแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 จากตาราง 12 ยังพบอีกว่า นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนใกล้เคียงกัน เป็นที่น่าสังเกตว่า ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน นักเรียนทุกคนผ่านเกณฑ์ รองลงมาได้แก่ ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน นักเรียนผ่านเกณฑ์มี 20 คน (ร้อยละ 95) นอกนั้น จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์มี 18 คน และ 19 คน (ร้อยละ 85 และร้อยละ 90)

ในตารางต่อไป เป็นการแสดงจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างจำแนกตามระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านและแต่ละตัวชี้วัด

ตาราง 13 แสดงจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านและแต่ละตัวชี้วัด

ความเข้าใจความคิดรวบยอด เรื่องฟังก์ชัน	ระดับ 1 ก่อนโครงสร้าง		ระดับ 2 โครงสร้างเดียว		ระดับ 3 โครงสร้างหลากหลาย		ระดับ 4 ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง ความคิดรวบยอด	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	**0**	**0.00**	**3**	**14.29**	**9**	**42.86**	**9**	**42.86**
ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	0	0.00	1	4.76	6	28.57	14	66.67
ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	0	0.00	3	14.29	7	33.33	11	52.38
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	**0**	**0.00**	**2**	**9.52**	**13**	**61.90**	**6**	**28.57**
ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	0	0.00	2	9.52	8	38.10	11	52.38
ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชัน ในรูปแบบที่ต่างกัน	0	0.00	3	14.29	12	51.14	6	28.57
ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทน ของฟังก์ชัน	0	0.00	0	0.00	4	19.05	17	80.95
ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ ชีวิตจริง	0	0.00	3	14.29	10	47.62	8	38.10
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	**0**	**0.00**	**3**	**14.29**	**13**	**61.90**	**5**	**23.81**
ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือ สัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ชีวิตจริง	0	0.00	3	14.29	13	61.90	5	23.81

หมายเหตุ 1. รายละเอียดผลของการประเมินระดับความเข้าใจความเรื่องฟังก์ชันในแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่างๆ ดูในภาคผนวก ฉ

2. เกณฑ์การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันในแต่ละตัวชี้วัดและแต่ละด้าน ดูในตาราง 3 – 6 หน้า 49 – 54

จากตาราง 13 ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. การพิจารณารายด้าน พบว่า ไม่มีนักเรียนในระดับที่ 1 (ก่อนโครงสร้าง) ส่วนระดับ 2 (โครงสร้างเดียว) มีนักเรียนไม่เกิน 3 คน และนักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับ 3 (โครงสร้างหลากหลาย) ส่วนด้านที่มีนักเรียนอยู่ในระดับ 4 (ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด) มากที่สุด คือ ด้านความหมายและสัญลักษณ์ (ร้อยละ 42.86)

2. การพิจารณารายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน พบว่า ไม่มีนักเรียนในระดับ 1 (ก่อนโครงสร้าง) ส่วนระดับ 2 (โครงสร้างเดียว) มีนักเรียนไม่เกิน 3 คน สำหรับระดับ 4 (ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด) ซึ่งเป็นระดับสูงสุด จำนวนนักเรียนมีมากที่สุด คือ ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน (ร้อยละ 80.95) รองลงมา คือ ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน (ร้อยละ 66.67) จำนวนนักเรียนมีน้อยที่สุด คือ ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง (ร้อยละ 23.81)

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

การศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางที่พัฒนาขึ้นในด้านความคงทนของเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยนำเสนอผลการประเมินโดยใช้สถิติอนุมาน โดยนำคะแนนความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้าน จากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง และหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ มาทำการเปรียบเทียบด้วยการทดสอบทีแบบรายคู่ (paired t-test)

ผู้วิจัยเริ่มด้วยการนำเสนอผลการวิเคราะห์ของการประเมินความเข้าใจในภาพรวม โดยเสนอผลการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า คะแนนความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง เปรียบเทียบกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน โดยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่ ผลการทดสอบแสดงดังตาราง 14

ตาราง 14 เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน

ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยหลังการทดลอง	ค่าเฉลี่ยหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	ค่าสถิติ (t)	Sig (2 –tailed)
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	9	7.29	6.81	1.943	0.066
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	12	8.52	8.24	0.972	0.343
ด้านการประยุกต์ใช้สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	3	1.90	1.86	0.295	0.771

จากตาราง 14 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันทั้งสามด้าน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างจากหลังการทดลอง

สำหรับการประเมินผลความคงทนของความเข้าใจเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน จากคะแนนหลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ผู้วิจัยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่ ผลการทดสอบแสดงดังตาราง 15

ตาราง 15 เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน เป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยหลังการทดลอง	ค่าเฉลี่ยหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	ค่าสถิติ (t)	Sig (2 -tailed)
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน					
ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	6	5.10	4.76	1.919	0.069
ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	3	2.19	2.05	1.000	0.329
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน					
ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน	3	2.29	2.14	1.142	0.267
ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชัน	3	1.81	1.76	0.295	0.771
ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน	3	2.48	2.43	0.439	0.666
ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง	3	1.95	1.90	0.370	0.715
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	3	1.90	1.86	0.295	0.771

จากตาราง 15 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ไม่แตกต่างจากหลังการทดลอง ในทุกตัวชี้วัดของความเข้าใจ แสดงว่า ความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ยังมีความคงทนในทุกตัวชี้วัด

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ต่อไปผู้วิจัยจะนำเสนอผลของการประเมินในเชิงคุณภาพเกี่ยวกับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านในระหว่างเรียน โดยนำข้อมูลรอบด้าน (ร่องรอย หลักฐาน)ที่รวบรวมจาก การปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน ได้แก่ การตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน การทำใบกิจกรรมและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม และ จากการทำแบบทดสอบหลังการทดลองประกอบการสัมภาษณ์เพิ่มเติมกรณีที่จำเป็น ตลอดจนข้อมูลจากการศึกษาเชิงลึกจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน มาทำการวิเคราะห์ ผลของการประเมินในเชิงคุณภาพเกี่ยวกับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน ได้แก่ 3.1 ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน 3.2 ตัวแทนของฟังก์ชัน และ 3.3 การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง รายละเอียดมีดังนี้

3.1 ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ผู้วิจัยได้กำหนดตัวชี้วัดของความเข้าใจด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชันไว้ 2 ตัวชี้วัด (ดังแสดงในตาราง 13) จากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการทดลอง พบว่า นักเรียนค่อยๆ พัฒนาความเข้าใจอย่างเป็นลำดับจนสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดี โดยในช่วงเวลาของการพัฒนาความเข้าใจในด้านนี้ (คาบที่ 1 ถึง 7) นักเรียนส่วนมากสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีในเรื่องความหมายของฟังก์ชัน ส่วนเรื่องสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน นักเรียนเกือบครึ่งยังเข้าใจได้ไม่ชัดเจน และเมื่อการทำกิจกรรมในเรื่องดังกล่าวผ่านไปได้ระยะหนึ่ง นักเรียนค่อยๆ พัฒนาความเข้าใจเพิ่มขึ้นอย่างเป็นลำดับทั้งในเรื่องความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน จนกระทั่งสิ้นสุดการทดลอง นักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้นกว่าเดิม อย่างไรก็ตาม ยังมีนักเรียน 2-3 คน แสดงออกว่ายังมีความเข้าใจยังไม่แจ่มชัด แต่ก็มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงไปในแนวทางที่ดีขึ้น สำหรับผลของการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันด้านความหมายและสัญลักษณ์ มีดังนี้

ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน จากข้อมูลในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมาก คือ 20 คน (ร้อยละ 95.24) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์*ดังกล่าว เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ เช่น นักเรียนในระดับ 4 มีพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความเข้าใจครบทั้ง 4 รายการ กล่าวคือ สามารถระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน สามารถระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร สามารถระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ และสามารถระบุความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน ส่วนนักเรียนในระดับ 3 มีพฤติกรรมของตัวชี้วัด 1 รายการที่เข้าใจยังไม่ชัดเจน ในงานวิจัยนี้ คือ การพิจารณาความสัมพันธ์ว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน โดยหลายคนไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจนเพียงแต่จดจำเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชันได้เท่านั้น วิเคราะห์ได้จากเหตุผลประกอบคำตอบซึ่งเขียนแบบ

คลุมเครือไม่ชัดเจน เช่น เขียนว่า ความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันเพราะว่าแต่ละค่าของ x สัมพันธ์กับค่าของ y เพียงค่าเดียวเท่านั้น โดยไม่สามารถบอกตัวแปรต้นและตัวแปรตามได้ และเมื่อสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายรายละเอียดเพิ่มเติมได้ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจยังไม่ผ่านเกณฑ์* (1 คน) มีพฤติกรรมของตัวชี้วัด 2 รายการที่เข้าใจยังไม่ชัดเจน คือ การระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรและการพิจารณาความสัมพันธ์ว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน จากข้อมูลในตาราง 12 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์* ดังกล่าว แสดงออกถึงความเข้าใจในพฤติกรรมของตัวชี้วัดทั้งสองรายการโดยมีบางส่วนที่เขียนสื่อความเข้าใจของตนเองไม่ชัดเจนแต่พอสื่อความได้ว่ามีความเข้าใจ กล่าวคือ นักเรียนสามารถหาค่าและอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายได้ถูกต้อง และเมื่อกำหนดสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายให้ เช่น $f(x)=5x-4$ สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายดังกล่าวได้ โด*ยนักเรียนในระดับ 4* สามารถเขียนสื่อความเข้าใจของตนเองได้มาก ขณะที่*นักเรียนในระดับ 3* เขียนสื่อความเข้าใจของตนเองยังไม่ชัดเจนเท่าที่ควร มีรายละเอียดในบางประเด็นที่ขาดหายไป และการอธิบายเหตุผลบางครั้งยังคลุมเครือไม่ชัดเจน ทำให้คำตอบไม่ถูกต้องอย่างสมบูรณ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจไม่ผ่านเกณฑ์* (3 คน) สามารถหาค่าของฟังก์ชันจากสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ได้ แต่มีข้อบกพร่องหรือเข้าใจไม่ชัดเจนในเรื่องการอธิบายสัญลักษณ์ฟังก์ชันอย่างง่าย และการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x)=5x-4$

3.2 ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

ผู้วิจัยได้กำหนดตัวชี้วัดของความเข้าใจด้านตัวแทนของฟังก์ชันไว้ 4 ตัวชี้วัด (ดังแสดงในตาราง 13) จากช่วงเริ่มแรกของการพัฒนาความเข้าใจในด้านนี้จนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการทดลอง พบว่า ความเข้าใจในด้านนี้ของนักเรียนพัฒนาแบบค่อยเป็นค่อยไปอย่างเป็นลำดับจนสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้อย่างแจ่มชัด โดยในช่วงเวลาของการพัฒนาความเข้าใจในด้านนี้ (คาบที่ 8 ถึง 16) นักเรียนส่วนมากสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีในเรื่องการแสดงตัวแทนของฟังก์ชันและการหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางและกราฟ ส่วนเรื่องการแสดงตัวแทนของฟังก์ชันและการหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนในรูปสัญลักษณ์ การตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ชีวิตจริง นักเรียนส่วนมากสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ เมื่อการทำกิจกรรมในเรื่องดังกล่าวผ่านไปได้ระยะหนึ่งและความเข้าใจค่อย ๆ เพิ่มขึ้นอย่างเป็นลำดับ ส่วนเรื่องการเทียบเคียงระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน และการตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริง นักเรียนส่วนมากสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ในช่วงท้ายของการทดลอง สำหรับผลของการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันด้านตัวแทนของฟังก์ชัน มีดังนี้

ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน จากข้อมูลในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมาก คือ 19 คน (ร้อยละ 90.48) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจ*

*ผ่านเกณฑ์*ดังกล่าว เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงที่ไม่ซับซ้อนให้ *นักเรียนในระดับ 4* มีพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความเข้าใจครบทั้ง 3 รายการ คือ สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้องทั้งสามแบบ คือ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ส่วน*นักเรียนในระดับ 3* มีพฤติกรรมของตัวชี้วัด 1 รายการที่เข้าใจยังไม่ชัดเจน คือ การแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ โดยนักเรียนมีปัญหาในขั้นการสรุปแบบรูปจากตารางเป็นฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจยังไม่ผ่านเกณฑ์* (2 คน) สามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้องเพียงแบบเดียว ซึ่งในงานวิจัยนี้คือตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตาราง ส่วนพฤติกรรมของตัวชี้วัดอีก 2 รายการ นักเรียนมีข้อบกพร่องหรือเข้าใจไม่ชัดเจน โดยในเรื่องการแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ นักเรียนยังสับสนเกี่ยวกับการพิจารณาลักษณะของกราฟว่าเมื่อใดกราฟจะต่อเนื่องไม่ขาดตอน หรือเป็นจุดเรียงกัน ส่วนการแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ นักเรียนกลุ่มนี้มีปัญหาเป็นอย่างมาก วิเคราะห์ได้จากการทำกิจกรรมระหว่างเรียนหลายๆ ครั้ง ซึ่งผู้สอนต้องให้คำแนะนำจึงจะทำได้บ้างเป็นบางครั้ง สอดคล้องกับการทำแบบทดสอบซึ่งนักเรียนไม่ตอบ และเมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายหรือดำเนินการหาคำตอบได้

ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน (กราฟและสัญลักษณ์) จากข้อมูลในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์*ดังกล่าว เมื่อกำหนดตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟและสัญลักษณ์ให้ นักเรียนสามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ ส่วนการแสดงแนวคิดหรือเหตุผลประกอบ พบว่า *นักเรียนในระดับ 4* สามารถแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องและชัดเจน ขณะที่*นักเรียนในระดับ 3* การแสดงแนวคิดประกอบคำตอบถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียดในบางส่วน สำหรับ*นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์* (3 คน) สามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ แต่การแสดงแนวคิดประกอบคำตอบถูกต้องบ้างเล็กน้อย

ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน จากข้อมูลในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนทุกคนมีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ โดยอยู่ในระดับ 4 จำนวน 17 คน (ร้อยละ 80.95) สำหรับ*นักเรียนในระดับ 4* สามารถหาค่าของฟังก์ชันได้ถูกต้องจากตัวแทนของฟังก์ชันทั้งสามแบบ คือ ตาราง กราฟและสัญลักษณ์ ส่วน*นักเรียนในระดับ 3* ยังเข้าใจไม่ชัดเจนสำหรับตัวแทนบางรูปแบบ เช่น ตัวแทนในรูปสัญลักษณ์ นักเรียนแทนค่าได้ แต่มีข้อบกพร่องในเรื่องการคำนวณทำให้ได้คำตอบไม่สมบูรณ์

ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง จากข้อมูลในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมากคือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์*ดังกล่าว เมื่อกำหนดตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์ให้ *นักเรียนในระดับ 4* สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันดังกล่าวสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ถูกต้อง ส่วน*นักเรียนในระดับ 3* สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันมาสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ถูกต้องเพียงแบบเดียว ซึ่งในงานวิจัยนี้ คือ ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ ส่วนตัวแทนของฟังก์ชันในรูป

สัญลักษณ์ นักเรียนตีความได้ถูกต้องเพียงบางส่วน วิเคราะห์ได้จากคำตอบพร้อมเหตุผลที่คลุมเครือไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดในบางส่วน ส่วน*นักเรียนที่มีความเข้าใจยังไม่ผ่านเกณฑ์* (3 คน) สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันมาสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้บ้างเพียงเล็กน้อย แต่การแสดงเหตุผลประกอบคำตอบคลุมเครือไม่ชัดเจน

3.3 ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ผู้วิจัยได้กำหนดตัวชี้วัดของความเข้าใจด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงไว้ 1 ตัวชี้วัด ได้แก่ **ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง** จากช่วงเริ่มแรกของการพัฒนาความเข้าใจในด้านนี้ (คาบที่ 17 – 20) จนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการทดลอง พบว่านักเรียนค่อยๆ พัฒนาความเข้าใจในด้านนี้อย่างเป็นลำดับจนสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดี ผลของการพัฒนาความเข้าใจในด้านนี้ มีดังนี้

จากข้อมูลที่แสดงในตาราง 13 ที่พบว่า นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์* เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ ส่วนเรื่องการใช้ตัวแทนในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์มาแก้ปัญหานั้น *นักเรียนในระดับ 4* สามารถใช้ตัวแทนฟังก์ชันมาแก้ปัญหาพร้อมแสดงแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งสองแบบ (กราฟและสัญลักษณ์) ส่วน*นักเรียนในระดับ 3* สามารถใช้ตัวแทนฟังก์ชันมาแก้ปัญหาพร้อมแสดงแนวคิดหรือวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องเพียงแบบเดียว ซึ่งในงานวิจัยนี้ คือ ตัวแทนในรูปกราฟ ส่วนตัวแทนในรูปสัญลักษณ์ นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบถูกต้องเพียงบางส่วน และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีปัญหาในเรื่องการตีความสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน สำหรับ*นักเรียนที่มีความเข้าใจยังไม่ผ่านเกณฑ์* (3 คน) สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ แต่ความเข้าใจยังไม่ชัดเจนทั้งในเรื่องการใช้ตัวแทนในรูปกราฟและสัญลักษณ์แก้ปัญหา วิเคราะห์จากคำตอบในใบกิจกรรมการเรียนรู้และแบบทดสอบ ที่พบว่า นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบถูกต้องเพียงบางส่วน และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิดหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้ อย่างไรก็ตาม มีข้อสังเกตบางประการสำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ คือ ในการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนี้ นักเรียนกลุ่มนี้ต้องได้รับคำแนะนำจากผู้สอนมาก หรือต้องทำให้ดูเป็นตัวอย่างก่อนจึงจะสามารถทำด้วยตนเองได้

สำหรับตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงออกถึงความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้งสามด้านข้างต้น ผู้วิจัยได้นำเสนอเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน ดูรายละเอียดในภาคผนวก ช

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง มีความมุ่งหมายของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง

2. เพื่อศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตามแนวทางที่ออกแบบ โดยศึกษาผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยโดยการเลือกแบบเจาะจง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 21 คน ของโรงเรียนมหาราช “ประชานิมิต” จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ในการศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ได้ศึกษาเชิงลึกจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 6 คน ซึ่งได้จากผู้วิจัยจัดเรียงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ประกอบกับข้อมูลการสัมภาษณ์ครูผู้สอน และแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนอย่างง่ายกลุ่มละ 2 คนเพื่อเป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

ตัวแปรที่ศึกษา ประกอบด้วย

1. ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น

2. ตัวแปรตาม คือ ประสิทธิผลการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ตามแนวทางที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น โดยพิจารณาจากผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

สมมติฐานของการวิจัย คือ การจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริงตามแนวทางที่ออกแบบ มีประสิทธิผลตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนี้

1. ภายหลังการทดลอง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านผ่านเกณฑ์

2. ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนของความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชันในแต่ละด้าน โดยเปรียบเทียบผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยในการประเมินตามสภาพจริง ได้แก่ แบบทดสอบความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ใบกิจกรรม แบบสังเกตพฤติกรรม แบบสัมภาษณ์ และแบบบันทึกการผ่านเกณฑ์รายบุคคล

2. เครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง ได้แก่ แบบประเมินความสอดคล้องจำนวน 4 ฉบับโดยประเมินความสอดคล้อง 4 รายการได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและใบกิจกรรมที่ใช้ประเมิน 3) แบบสังเกตพฤติกรรม และ 4) ความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน 2 ฉบับ

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองโดยจัดประสบการณ์การเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จัดทำตามกรอบโครงสร้างการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องแล้ว จำนวนทั้งสิ้น 20 คาบ ภายหลังจัดประสบการณ์การเรียนรู้แต่ละคาบ ผู้วิจัยและครูประจำวิชาร่วมกันสะท้อนผลการปฏิบัติ และประเมินผลตัวชี้วัดตามสภาพจริง (ระหว่างทดลอง) ถ้านักเรียนมีปัญหาในตัวชี้วัดใด ผู้วิจัยทำการซ่อมนักเรียนคนดังกล่าวทันทีด้วยการแจกเอกสารเพิ่มเติม ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติม จนนักเรียนมีความเข้าใจเพิ่มขึ้นในระดับที่ผ่านเกณฑ์ นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ในบทเรียนต่อไปควบคู่ไปด้วยโดยเน้นตัวชี้วัดที่นักเรียนมีปัญหา

2. ผู้วิจัยและครูประจำวิชาร่วมกันดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งในระหว่างการทดลองและหลังการทดลอง

2.1 สำหรับระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลรอบด้านที่นักเรียนแสดงออกในขณะการทำปฏิบัติกรรมระหว่างเรียน โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย ได้แก่ การทำใบกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ และการตอบคำถามและอภิปรายในชั้นเรียน

2.2 สำหรับหลังการทดลอง ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน 2 ฉบับ ในสองช่วงเวลา คือ หลังสิ้นสุดการทดลอง และหลังสิ้นสุดการทดลอง 3 สัปดาห์ และได้มีการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมเป็นรายกรณีเมื่อไม่สามารถสรุประดับความเข้าใจหรือไม่สามารถระบุคะแนนในบางตัวชี้วัดเพื่อความเที่ยงตรงในการประเมิน

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

1. การประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้เกณฑ์ประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยใช้แนวทางอนุกรมวิธานแบบโซโล

2. การทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ (ตั้งแต่ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยใช้การทดสอบทวินาม (binomial test)

3. การทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน โดยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ไม่แตกต่างกัน โดยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่ (paired t –test)

4. การวิเคราะห์พัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน โดยวิเคราะห์งานเขียนจากการทำแบบทดสอบและใบกิจกรรม รวมทั้งข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) แล้วจัดหมวดหมู่

การสรุปและอภิปรายผลการวิจัย มีดังนี้

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริงตามแนวทางที่ออกแบบ ในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน และพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ได้ผลดังนี้

1. สำหรับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

2. สำหรับความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน กล่าวคือ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านหลังการทดลอง เปรียบเทียบผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกัน

3. สำหรับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้งสามด้านดีขึ้น อย่างเป็นลำดับ รายละเอียดสรุปได้ดังนี้

3.1 ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนค่อยๆ พัฒนาความเข้าใจเพิ่มขึ้นอย่างเป็นลำดับจนสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีในทุกตัวชี้วัดของด้านนี้ โดยตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนส่วนมากสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดี ซึ่งเริ่มปรากฏชัดเมื่อทำกิจกรรมไประยะหนึ่ง และเมื่อจบการทดลอง นักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจในตนเองที่ชัดเจนขึ้น สำหรับตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนเกือบครึ่งยังเข้าใจได้ไม่ชัดเจนในช่วงแรก แต่เมื่อทำกิจกรรมไประยะหนึ่ง นักเรียนค่อยๆ พัฒนาความเข้าใจเพิ่มขึ้นอย่างเป็นลำดับ และเมื่อจบการทดลองนักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้นกว่าเดิม

3.2 ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจอย่างเป็นลำดับจนสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีในทุกตัวชี้วัดของด้านนี้ สำหรับตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน และตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนส่วนมากสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีในการกิจกรรมช่วงแรกๆ เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในตนเองอย่างเป็นลำดับ และเมื่อจบการทดลอง นักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจในตนเองที่ชัดเจนขึ้น สำหรับตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน นักเรียนส่วนมากแสดงออกถึงความเข้าใจในตนเองเมื่อจบการทดลอง สำหรับตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง พบว่า สำหรับตัวแทนในรูปกราฟ นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจได้ดีเมื่อทำกิจกรรมไประยะหนึ่ง และพัฒนาความเข้าใจเพิ่มอย่างเป็นลำดับ ส่วนตัวแทนรูปสัญลักษณ์ นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจในตนเองได้ดีเมื่อจบการทดลอง แต่เป็นที่น่าสังเกตว่าในตัวชี้วัดที่ 4 และ 6 นักเรียนหลายคนแสดงออกถึงความเข้าใจเมื่อให้อธิบายด้วยคำพูด แต่ไม่สามารถสื่อความเข้าใจของตนเองในรูปการเขียนได้

3.3 ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง พบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถพัฒนาความเข้าใจเพิ่มขึ้นอย่างเป็นลำดับและปรากฏชัดเจนเมื่อสิ้นสุดการทดลอง

อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันทั้งสามด้านดังกล่าว พบว่า มีนักเรียนบางส่วน (จำนวนไม่เกิน 3 คน) ที่มีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านไม่เด่นชัด กล่าวคือ ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้าง ต้องได้รับคำแนะนำ หรือต้องทำให้ดูเป็นตัวอย่างก่อนจึงจะสามารถทำด้วยตนเองได้ แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนกลุ่มนี้ มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงในแนวทางที่ดีขึ้นกว่าตอนช่วงแรกการทดลองอยู่มาก

อภิปรายผลการวิจัย

การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริง เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในงานวิจัยนี้ อภิปรายผลได้ดังต่อไปนี้

1. ผลการวิจัยประสิทธิผลด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ เหตุที่ผลการวิจัยได้เช่นนี้ อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

1.1 การที่ผู้วิจัยออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้**วิธีการออกแบบย้อนกลับ** ซึ่งเป็นกระบวนการออกแบบการเรียนการสอน โดยคัดเลือกแนวคิดหลักที่สำคัญของหน่วยการเรียนรู้ที่ต้องเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ชัดเจนและคงทน แล้วกำหนดตัวชี้วัด (โดยพฤติกรรมหรือหลักฐาน)ที่แสดงว่านักเรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามที่กำหนด และ ออกแบบการวัดและประเมินผลแนวคิดหลักที่สำคัญ แล้วจึงย้อนกลับมาออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้เกิด**ความเชื่อมโยงตลอดแนว**ระหว่างองค์ประกอบ 3 ส่วน คือ เป้าหมายของการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล ส่งผลดีต่อการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนจริง กล่าวคือ ผู้สอนสามารถตรวจสอบผลการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่องว่า เมื่อจบแต่ละคาบเรียน นักเรียนได้บรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่วางไว้หรือไม่ มีตัวชี้วัดใดบ้างที่นักเรียนมีปัญหา อีกทั้ง ยังได้ข้อมูลสำหรับปรับปรุงบทเรียนในคาบเรียนต่อไปในตัวชี้วัดที่นักเรียนมีปัญหาได้ทันที เพื่อให้นักเรียนได้บรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

นอกจากนี้ การคัดเลือกแนวคิดหลักที่เป็นหัวใจสำคัญเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน คือ ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน (3 ด้าน) ซึ่งไม่เป็นรูปธรรมที่ชัดเจนและเข้าใจค่อนข้างยาก อาจนำไปสู่ความเข้าใจคลาดเคลื่อนได้ โดยผู้วิจัยไม่สอนเพียงเพื่อให้คลอบคลุมเนื้อหาทั้งหมด หรือสอนเป็นลำดับตามหนังสือเรียน ทำให้ผู้วิจัยสามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ให้เวลาและการดูแลมากเป็นพิเศษในแนวคิดหลักที่สำคัญดังกล่าว มีการเน้นย้ำ มีการทบทวน และมีการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง จนนักเรียนเกิดความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญอย่างชัดเจน

อีกทั้งการย้อนขั้นการวัดและการประเมินผลมาคิดพิจารณาและเตรียมการตั้งแต่ต้น โดยกำหนดตัวชี้วัดที่แสดงว่านักเรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ที่กำหนด ทำให้ผู้วิจัยทราบอย่างชัดเจนว่า สิ่งที่ต้องการประเมินมีอะไรบ้าง ส่งผลดี คือ สามารถออกแบบกิจรรมการเรียนรู้ได้ตรงเป้าหมาย ตรงสู่สิ่งที่ต้องการให้เกิดความรู้ความเข้าใจ และยังสามารถออกแบบการวัดและประเมินผลได้ตรงกับสิ่งที่ต้องการประเมิน ไม่เกิดกรณีการประเมินในสิ่งที่ไม่ได้สอน

1.2 การที่ผู้วิจัยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ (ขั้นที่ 3) โดยใช้**แนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริง** ซึ่งเป็นกระบวนการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ชีวิตจริงที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับนักเรียนเป็นเครื่องมือสร้างเสริมความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน โดยนักเรียนได้เรียนรู้จากแนวคิด

ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปธรรมไปสู่แนวคิดที่เป็นนามธรรม การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง การเรียนรู้ในบริบทที่มีความหมายและการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้งานในสถานการณ์ชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เกิดความเข้าใจได้ง่ายและชัดเจนมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของศูนย์การจัดระบบและปฏิรูปโรงเรียน (Newmann; & Wehlage. 2001) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริงได้เพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในทุกภูมิหลังทางสังคมอย่างเท่าเทียมกัน สอดคล้องกับข้อเสนอแนะของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาและนักการศึกษาหลายท่านที่เสนอแนะว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายขึ้นและช่วยพัฒนาความคิด รวบยอดให้เกิดความชัดเจนได้ (Albert; & Antos. 2000: 530; Coxford; & Mirsch. 1996: 25; Malaty. 2000; NCTM. 2000)

1.3 การที่ผู้วิจัยออกแบบการวัดและประเมินผลความเข้าใจแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน (ขั้นที่ 2) โดยใช้**แนวคิดการประเมินตามสภาพจริง** (ควบคู่กับการเรียนรู้ตามสภาพจริง) ซึ่งมีหลักการประเมินดังนี้ 1) อาศัยหลักฐานจากหลาย ๆ แหล่ง จากวิธีการและเครื่องมือวัดที่หลากหลายรวมทั้งแบบทดสอบ 2) ใช้เวลาในการประเมินหลายครั้ง และ 3) ใช้บุคคลหลายคน (ผู้วิจัย ผู้ช่วยวิจัย ครูผู้สอน) มีส่วนร่วมในการประเมิน ทำให้ผู้สอนทราบถึงผลการเรียนรู้อย่างแท้จริงว่านักเรียนได้เรียนรู้และบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ มีข้อมูลสารสนเทศในการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนอย่างถูกต้องและเป็นปัจจุบัน สามารถวางแผนและดำเนินการพัฒนานักเรียนได้ตรงกับสภาพปัญหาและทันเวลา ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาชัดเจนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนิวแมนและคณะ ที่พบว่าการประเมินตามสภาพจริงควบคู่ไปกับการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาชัดเจนมากขึ้น (Newmann; et al. 1996)

1.4 การบูรณาการแนวทางการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันกับแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริงสำหรับออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ (ขั้นที่ 3) ทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ มีดังนี้

1) การสร้างความรู้อย่างมีความหมายและทำให้ความรู้นั้นๆ เป็นความรู้ในตนเอง โดยอาศัยความรู้เดิม ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ จัดระบบ ตีความและวิเคราะห์ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่างๆ จนสามารถสรุปความรู้ในเชิงความคิดรวบยอดของตนเอง แทนการทำซ้ำหรือลอกเลียนความรู้จากหนังสือเรียนหรือการจดบันทึกในห้องเรียน (NCTM. 2000: 20; Carpenter; & Lehrer. 1999: 20-23)

2) ความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ในแต่ละหัวข้อเรื่อง ผู้วิจัยได้มีการตรวจสอบและปรับแก้ความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียนให้ถูกต้อง ก่อนทำการสอนเนื้อหาใหม่ในแต่ละหัวข้อเรื่อง ทำให้นักเรียนแต่ละคนมีความรู้เดิมที่ถูกต้องและเพียงพอสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ทำให้ไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้และการเข้าใจเนื้อหาใหม่

3) การแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดทั้งในระดับกลุ่มย่อยและระดับชั้นเรียน ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองอย่างเป็นอิสระ มีการฝึกให้นักเรียนได้

สะท้อนความคิดและวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของตนเองและผู้อื่นโดยใช้เหตุผลเป็นที่ตั้ง ทำให้นักเรียนเห็นแนวคิดหรือเหตุผลในแง่มุมที่แตกต่างและหลากหลาย สามารถตรวจสอบความถูกต้องของความรู้หรือแนวคิดของตนเองได้ (Carpenter; et al.1999; Hanna; & Yackel. 2003: 227-236; NCTM. 2000: 21; Secada; et al. 1999)

4) การใช้ตัวแทนแนวคิดของฟังก์ชันที่หลากหลายและนำเสนอตัวแทนแนวคิดของฟังก์ชันดังกล่าวพร้อม ๆ กัน (Confrey; & Smith. 1991; Mason; & Johnson-Wilder. 2005; Rider. 2004) อีกทั้งยังเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้และแสดงความรู้ในหลากหลายรูปแบบ เช่น การใช้สถานการณ์ชีวิตจริง การใช้รูปภาพ การใช้สื่อรูปธรรม การใช้ภาษาพูด และการใช้ภาษาเขียน จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ดีขึ้น (Lesh. 1979; citing Post. 1992)

5) การใช้คำถามแนะแนวทางในระหว่างการจัดการเรียนรู้ โดยคำถามที่ใช้เป็นคำถามระดับสูง กล่าวคือ เป็นคำถามเพื่อให้คิดเปรียบเทียบ วิเคราะห์ สังเคราะห์ ค้นหาแบบรูป หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล และค้นพบความรู้ใหม่ โดยการใช้คำถามแนะแนวทางต่างๆ ดังกล่าว ช่วยให้นักเรียนสามารถดึงความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ มาช่วยในการสร้างความรู้ใหม่เป็นของตนเองได้สำเร็จ และยังช่วยให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและต่อเนื่องในแนวทางที่เหมาะสม เช่น เมื่อนักเรียนยังไม่สามารถตอบคำถามได้ ผู้วิจัยไม่ได้เฉลยคำตอบในทันที แต่จะเปลี่ยนคำถามให้ง่ายขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความพยายามในการคิดและสร้างความเข้าใจให้กับตนเองได้ นอกจากนี้ ยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองและสะท้อนความคิดของตนเอง เกิดแลกเปลี่ยนแนวคิดหรือเหตุผลซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ด้วยตนเอง

1.5 การบูรณาการแนวทางการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้กับแนวคิดการประเมินตามสภาพจริงสำหรับออกแบบการวัดและประเมินผล (ขั้นที่ 2) ได้แก่ การที่ผู้วิจัยได้แจ้งให้นักเรียนทราบล่วงหน้าถึงเป้าหมายของการประเมินว่าจะประเมินความเข้าใจ ไม่ประเมินเพียงคำตอบหรือการทำตามตัวอย่าง ทำให้นักเรียนมีการปรับเปลี่ยนแนวการเรียนรู้ของตนเองจากเดิมที่เรียนแบบท่องจำ อีกทั้งจากการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนอย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนสามารถรับรู้ได้ว่ามีความรู้ความเข้าใจอยู่ในระดับใด เรื่องใดที่ยังมีข้อบกพร่อง ควรแก้ไขและเพิ่มเติมในส่วนใดบ้าง ส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจได้ตามที่ต้องการและมีความรู้พื้นฐานสำหรับเรียนเนื้อหาต่อไปได้อย่างไม่เป็นอุปสรรค นอกจากนี้การนำผลของการประเมินมาใช้ปรับปรุงการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ไปในแนวทางที่กำหนดไว้

2. ผลการวิจัยประสิทธิผลด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ที่พบว่า ภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน กล่าวคือ ผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านหลังการทดลองเปรียบเทียบผลจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ไม่แตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ เหตุที่ผลการวิจัยได้เช่นนี้ อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบตามวิธีออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริง ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนอย่างชัดเจนและเป็นความเข้าใจในตนเอง โดยนักเรียนสามารถเข้าใจได้ว่าความรู้ใหม่ที่เรียนนั้นคืออะไร เกิดขึ้นได้อย่างไร นำไปใช้อย่างไร จนสามารถสร้างภาพความคิดของฟังก์ชัน (concept image) เป็นของตนเองได้ เมื่อเวลาผ่านไป ทำให้นักเรียนยังคงมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนได้เช่นเดิมหรืออาจจะมากกว่าเดิม

2.2 การจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบตามวิธีออกแบบย้อนกลับที่มีการวางแผนตัวชี้วัดที่ใช้ประเมินความเข้าใจระหว่างเรียน ประกอบกับผู้วิจัยออกแบบการวัดและประเมินผลโดยใช้แนวคิดการประเมินตามสภาพจริง โดยเมื่อจบการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบ ผู้วิจัยได้ประเมินตัวชี้วัดตามสภาพจริง ถ้านักเรียนมีปัญหาในตัวชี้วัดใด ผู้วิจัยทำการซ่อมนักเรียนดังกล่าวทันทีด้วยการแจกเอกสารเพิ่มเติม เช่น เอกสารตัวอย่างงาน ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองและผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติม จนมีความเข้าใจที่ชัดเจนเพิ่มขึ้นและจดจำได้นานขึ้น

2.3 การที่ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนมีการจัดระบบโครงสร้างความรู้และปรับของระบบโครงสร้างความรู้อย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนได้จัดระบบความคิด มองเห็นโครงสร้างโดยภาพรวมของเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันและเห็นถึงความสอดคล้องกัน ทำให้เกิดการจัดระบบของเนื้อหาและง่ายต่อการทำความเข้าใจและการจดจำ

นอกจากนี้ การที่ผู้วิจัยได้มีการดูแลและให้เวลาเป็นพิเศษ การเน้นย้ำ การทบทวน และการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะในเรื่องที่นักเรียนมีปัญหาในการเรียนรู้ หรือเรื่องที่เกิดการเรียนรู้ยาก ส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้นและจดจำได้นานขึ้น

ข้อสังเกตที่ได้จากการทดลอง

นอกจากผลการวิจัยที่ปรากฏดังได้กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยยังพบข้อสังเกตที่เห็นได้ชัดเจนหลังจบการทดลองบางประการ คือ นักเรียนมี*พฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์*และ*พฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์*เปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน รายละเอียดมีดังนี้

1. **พฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์** ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในขณะการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน รวมทั้งการทำแบบทดสอบพบว่า พฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับจากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้าย โดยในช่วงสองสัปดาห์แรกของการทดลอง นักเรียนไม่ค่อยพยายามคิดหรือคิดด้วยตนเองไม่ค่อยได้ต้องมีคำแนะนำเพิ่มเติม นักเรียนตอบคำถามผู้สอนในระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ไม่ค่อยถูกต้อง และนักเรียนสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเองได้ค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยต้องใช้คำถามแนะแนวทางความคิดหรือใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย นักเรียนจึงจะสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้มากขึ้น และเมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง นักเรียนพยายามคิดมากขึ้น สามารถแสดงความคิดเห็น

ในหลากหลายแง่มุมมากขึ้นและวิพากษ์วิจารณ์ความคิดเห็นของเพื่อนโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนตอบคำถามผู้สอนในระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ได้ถูกต้องมากขึ้น นักเรียนสามารถร่วมกันคิดทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียนจนนำไปสู่ข้อสรุปได้มากขึ้น

อย่างไรก็ตาม พฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นเป็นลำดับจากสัปดาห์แรกจนถึงสัปดาห์สุดท้ายของการเรียนการสอน นักเรียนสามารถสังเกต วิเคราะห์ความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุป และตรวจสอบข้อสรุปได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางคนที่มีพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่พัฒนาขึ้นชัดเจนแต่มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงในแนวทางที่ดีขึ้น

2. **พฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์** ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในขณะการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน รวมทั้งการทำแบบทดสอบ พบว่า ในระยะแรกของการทดลอง นักเรียนเกือบครึ่งยังต้องได้รับการส่งเสริมและสนับสนุนในเรื่องความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น นักเรียนกลุ่มนี้สามารถสร้างข้อสรุปได้บ้างแต่ไม่คงเส้นคงวาซึ่งต้องอาศัยคำแนะนำจากผู้สอนมาก สามารถอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบหรือแนวคิดได้แต่ไม่ชัดเจน คลุมเครือ ไม่เป็นที่เข้าใจ และเมื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านไประยะหนึ่ง พฤติกรรมในการให้เหตุผลของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ จนกระทั่งจบการทดลอง นักเรียนส่วนมากมีพฤติกรรมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน กล่าวคือ นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลได้ โดยใช้วิธีการให้เหตุผลที่มีระบบแบบแผน สามารถนำเสนอหลักฐานสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และสามารถอธิบายได้ว่าหลักฐานที่ยกมานั้นสนับสนุนข้อสรุปได้อย่างไร ส่วนใหญ่ข้อสรุปที่นักเรียนสร้างขึ้นจะใช้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นหลักโดยสังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วมาสรุปเป็นหลักการทั่วไป พร้อมทั้งหาข้อมูลมายืนยันข้อสรุปที่ได้ อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางคนที่พฤติกรรมในการให้เหตุผลไม่พัฒนาขึ้นชัดเจนแต่มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอนในการนำไปใช้

1. การนำ**วิธีออกแบบย้อนกลับ**กับ**การเรียนรู้ตามสภาพจริง**ในการวิจัยไปใช้สำหรับออกแบบและจัดการเรียนการสอนเรื่อง**ฟังก์ชัน** ครูผู้สอนควรระมัดระวัง เนื่องจากผลการวิจัยมีความเฉพาะเจาะจงกับบริบทของผู้เรียน คือ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีความรู้พื้นฐานและความสามารถหลากหลาย และ ห้องเรียนที่มีจำนวนนักเรียนไม่มากจนเกินไป อีกทั้งเมื่อดำเนินการจัดการเรียนการสอนแต่ละคาบเรียบร้อยแล้ว ครูผู้สอนต้องสะท้อนผลการปฏิบัติและประเมินตัวชี้วัด (ที่เกี่ยวข้องกับคาบเรียนนั้นๆ) เพื่อตรวจสอบนักเรียนว่ามีปัญหาในการเรียนรู้ใด เมื่อทราบแล้วจะต้องดำเนินแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในทันที รวมทั้งต้องปรับปรุงสาระการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนต่อไปควบคู่ไปด้วยโดยเน้นตัวชี้วัดที่นักเรียนมีปัญหา

สำหรับการนำ**วิธีออกแบบย้อนกลับ**กับ**การเรียนรู้ตามสภาพจริง**ไปใช้สำหรับออกแบบและจัดการเรียนการสอน**เนื้อหาเรื่องอื่น ๆ** ของคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรต้องมีการศึกษาและทำความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในแนวคิดหลักที่สำคัญของเนื้อหาเรื่องนั้นๆ ศึกษาความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในเนื้อหานั้นๆ ก่อน รวมทั้งต้องมีการวิเคราะห์**บริบทของผู้เรียน** เช่น ความรู้พื้นฐาน รูปแบบการเรียนรู้ ความต้องการและความสนใจ เป็นต้น ต้องศึกษาว่าเนื้อหาเรื่องนั้นๆ มีความคิดรวบยอดสำคัญอะไรบ้างและเนื้อหาส่วนใดที่นักเรียนเกิดการเรียนรู้ยาก สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นข้อมูลพื้นฐานที่เป็นแนวทางในการกำหนดจุดเน้นของบทเรียน การกำหนดตัวชี้วัด การออกแบบการประเมินผล และการวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้ เพื่อให้สามารถพัฒนาความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญของเนื้อหาเรื่องนั้นๆกับนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ ครูผู้สอนควรระมัดระวังในเรื่องเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เลือกมาจัดการเรียนการสอน เนื่องจากเนื้อหาบางเรื่องอาจไม่เหมาะสมกับแนวคิดการเรียนรู้ตามสภาพจริง

2. ในการนำ**วิธีการออกแบบย้อนกลับ**ไปใช้สำหรับออกแบบและจัดการเรียนการสอนเนื้อหาเรื่องอื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรระมัดระวัง เนื่องจากการเลือก**รูปแบบการสอน**หรือ**วิธีการสอน** สำหรับวางแผนประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 3 ควรต้องปรับตาม**แนวคิดหลักที่สำคัญของเนื้อหาที่เลือกมาสอน**และ**ธรรมชาติของผู้เรียน** อีกทั้ง**การออกแบบการประเมินผล** ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่ต้องการประเมิน ดังนั้นแนวทางที่ดีที่สุดคือ ครูผู้สอนควรมีการศึกษาและทำความเข้าใจอย่างชัดเจนถึงความรู้ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องได้แก่ รูปแบบการเรียนการสอนหรือวิธีการสอนที่เน้นการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ เพื่อให้สามารถวางแผนจัดประสบการณ์การเรียนรู้และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นำไปสู่เป้าหมายการเรียนรู้ที่วางไว้ และใช้การประเมินผลให้สอดคล้องกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่ต้องการประเมิน

3. การออกแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหา ผู้สอนควรให้ความสำคัญกับการพัฒนาความเข้าใจใน**แนวคิดหลักที่สำคัญ** (big ideas) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนเนื้อหาใหม่ โดยครูผู้สอนจะต้องวิเคราะห์เนื้อหาในเรื่องที่ต้องสอนทั้งหมด พิจารณาถึงแนวคิดหลักที่สำคัญ ที่ต้องเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คงทนและเป็นเรื่องที่ต้องมีการดูแลและให้เวลาเป็นพิเศษ พิจารณาแนวคิดในประเด็นอื่นที่มีความสำคัญรองลงมาที่จำเป็นต้องรู้และทำได้ เป็นสิ่งที่มีคุณค่า นำมาจัดเป็นลำดับเป็นพื้นฐานในการตัดสินใจการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความสำคัญหรือความจำเป็น นอกจากนี้ ครูผู้สอนควรฝึกคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้กับนักเรียนควบคู่ไปกับการพัฒนาความเข้าใจในแนวคิดหลักที่สำคัญ เช่น ความตระหนักในคุณค่าของการมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความพยายามในการคิดและเรียนรู้ การแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ และการพัฒนาตนเองอยู่เสมอ สิ่งเหล่านี้จะมีส่วนช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียนได้เป็นอย่างดี รวมทั้งยังช่วยสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้สอนสามารถสอดแทรกสิ่งเหล่านี้ในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการนำแนวปฏิบัติการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นไปทำการวิจัยซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดมากขึ้นแต่ไม่มากจนเกินไป เช่น 30 - 35 คน เพื่อตรวจสอบประสิทธิผลในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน รวมทั้งศึกษาพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันอีกครั้ง

2. ควรมีงานวิจัยที่นำวิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง มาปรับใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เนื้อหาอื่นๆ ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาประสิทธิผลในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์บางทักษะ เช่น ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง และศึกษาประสิทธิผลในด้านทักษะการคิดที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์และการคิดสังเคราะห์

3. ควรมีงานวิจัยที่นำวิธีการออกแบบย้อนกลับร่วมกับวิธีการสอนหรือรูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ เช่น การสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ (The Concept Attainment Model) และศึกษาประสิทธิผลในด้านความเข้าใจที่คงทน และในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์บางทักษะ เช่น ทักษะการให้เหตุผล

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2543). *แนวทางการนำมาตรฐานหลักสูตรไปสู่การออกแบบการจัดการเรียนรู้และวัดประเมินตามสภาพจริง*. (เอกสารชุดปฏิรูปการเรียนรู้ ลำดับที่ 2/2543). กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ. ถ่ายเอกสาร.

กษมา วรวรรณ ณ อยุธยา. (2551). *พบกันทุกวันอังคาร*. Retrieved March 12, 2008, from http://www.obec.go.th/kasama

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. (2545). *การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานครกรุงเทพมหานคร*. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

คมสัน ตรีไพบูลย์. (2548). *การศึกษารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกรุงเทพมหานคร*. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

จิรวัฒน์ มีลักษณะ. (2544). *การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา*. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. (2542). การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ณัฐธยาน์ สงคราม. (2547). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. (2544). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ทรงศรี ตุ่นทอง. (2545). *การพัฒนารูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริงของนักเรียน*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การทดสอบและวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). *การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และเมตาคอคนิชั่นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญ และไม่ชานาญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ทิศนา แขมมณี. (2545). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บัลลังก์ มะเจี่ยว. (2548). *การศึกษาผลทดลองใช้การวัดประเมินควบคู่กับการเรียนการสอนและเปรียบเทียบผลการเรียนรู้และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พุทธชาติ ทองกร. (2546). *การศึกษาการดำเนินการในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1* วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

พวงเพชร ขาวปลอด. (2546). *การศึกษาผลการวัดและประเมินตามสภาพจริงวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(การวิจัยและสถิติทางการศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A - L ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2542). *กระบวนทัศน์ใหม่: การจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาศักยภาพของบุคคล*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: เอส พี พริ้นติ้ง.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ศิริชัย กาญจนวาสี. (2546). นโยบายการประเมินผลการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ. ใน สุวิมล ว่องวานิช (บรรณาธิการ). *การประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่*, หน้า 3 – 24. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี[สสวท]. (2546). *คู่มือวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สสวท.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2546). *คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็ง: เพราะอะไร*. Retrieved March 12, 2008, from http://www.ipst.ac.th/magazine/mag125/125_18.pdf

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).

สุวิมล ว่องวานิช. (2546). ทิศทางใหม่และมาตรฐานของการประเมินผู้เรียน. ใน สุวิมล ว่องวานิช (บรรณาธิการ), *การประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่*, หน้า 3 – 24. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุภางค์ จันทวานิช. (2540). *วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ*. พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักทดสอบแห่งชาติ. (2551). *ผลการทดสอบประจำปี 2550*. Retrieved March 12, 2008, from http://www.niets.or.th/

อัมพร ม้าคะนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Adam, J.A. (1967). *Human Memory*. New York: McGraw-Hill.

Adu-Gyamfi. K. (2007). *Connections among Representations: The Nature of Students' Coordinations on a Linear Function task*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Science and Technology Education). Raleigh: North Carolina State University. Photocopied.

Albright, J. (2006). *Issues facing Teacher Curricular and Pedagogical Capacity in Mature and Emerging Education Systems*. A Draft paper prepared for the AARE conference, Adelaide, Australia 27-30 November, 2006.

Allen, R. (1996). *Performance Assessment*. Retrieved June 18, 2008, from http://www.weae.org/resource/may96/perform.html

Bain, J.D. (1999). Using Journal Writing to Enhance Student Teachers' Reflectivity During Experience Place. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 5(1): 51 -73.

Barta, J.; & Schaelling, D. (1998, March). Games We Play: Connecting Mathematics and Culture in the Classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4: 388-393.

Basil, C. G. (1999, September). Collecting data outdoors : making connections to the real world. *Teaching Children Mathematics*. 6(1): 8-12.

Bransford, J.; Brown, A.; & Cocking, R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience,and school*. Washington, DC: National Academy Press.

Cai, J. (2004). Developing Algebraic Thinking in the earlier Grades from an International Perspective. *The Mathematics Educator*. 8(1): 1-5.

Carpenter, T. P.; & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19 - 32). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Carraher, T.; Carraher, D.; & Schliemann, A. (1987). Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18: 83–97.

Clement, L. L. (2001). What do students really know about functions?. *Mathematics Teacher*, 94(9): 745-758.

Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in Cartesian graphing. In T. Eisenberg & T. Dreyfus (Eds.), *Visualization and mathematics education part two. On learning problems in mathematics (pp. 77-87)*. Framingham, MA:Center for Teaching/Learning of Mathematics.

Clement, L.; & Sowder, J. (2003). Making Connection within, among, and between Unifying Ideas in Mathematics. In S. A. McGraw (Ed.). *Integrated Mathematics: Choices and Challenges*. Reston, VA: NCTM.

Cole, D.J.; et al. (2000). *Portfolios Across the Curriculum and Beyond*. California: Corwin Press.

Confrey, J.; & Smith, E. (1991). *A Framework for functions: prototypes, multiple representation and transformations*. From Proceeding of the 13 annual meeting of PME-NA October 16 -17, Blacksburg, VA.

Confrey, J. & Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (1): 66 – 86

Cooney; et al. (1996). *Mathematics, pedagogy, and secondary school teacher education*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cronin, F. (1983). Four misconceptions about authentic learning. *Educational Leadership*, 7: 78 – 80.

Davidenko, S. (1997). Building the Concept of Function from Students' Everyday Activities. *Mathematics Teacher*, 90(2): 144 -149.

Dosemagen; & Schwalbach. (2000). Developing student understanding contextualising calculus concepts. *School Science and Mathematics* ,100: 90 – 98.

Dreyfus, T.; & Eisenberg, T. (1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 330-380.

Dreyfus, T.; & Eisenberg, T. (1983). The function concept in college students': linearity, smoothness, and periodicity. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 5: 119-132.

Drugo, E.J. (1998). *Authentic assessment implementation and practice*. Dissertation (Education). Pittsburgh : University of Pittsburgh. Photocopies.

Dunham, P.H.; & Osborne, A. (1991). Learning how to see: Students' graphing difficulties. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13 (4): 35-49.

Eanes, R. (1997). *Content area literacy: teaching for today and tomorrow*. New York: Delmer Publisher.

Elia, I.; & Spyrou, P. (2006). How students conceive function: A Triarchic conceptual – semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3 (2): 256-272.

English, M.K. (1998). *Authentic Instruction: Implementation and Practice*. Dissestation (Education). Pittsburgh : University of Pittsburgh. Photocopies.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2): 94-116.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17: 105-121.

Gagatsis, A.; et al. (2006). *An empirical fourdimensional model for the understanding of functions*. Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education, 3: 137-144.

Gagatsis, A.; & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 24 (5) : 645–657.

Gordon. R.A. (1998). A Curriculum for Authentic Learning. *The Education Digest*,63: 4–8.

Gordon. R.A. (2001). *Balancing real – world problems with real – world results*. Retrieved May 20, 2008, from http://www.car.chula.ac.th

Greeno,J.; Collins, A.; & Resnick, L. (1996). Cognition and learning. In D.C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology*. New York: Simon &Schuster.

Hariss,J.; & Moseley, A. (2000). *Stratefies for college writing*. Bostob: Allyn and Bacon.

Hart, D. (1994). *Authentic Assessment: A Handbook of Educators*. New York: Addison – Wesley Publishing.

Hendrickson, S (2006). Backward Approach to Inquiry. *Science Scope*, 29(4): 30-33.

Henningsen, M.; & Stein. M.K. (1997). Mathematics Tasks and student cognition: Classroom–based Factors that support and inhibit high–level mathematics thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28: 524 – 549

Hiebert, J.; & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Hiebert, J.; & Weane, D. (1991). Methodologies for studying learning to inform teaching. In E. Fennema, T. Carpenter, & S. Lamon. (Eds.) *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 153 - 176). New York: State University of New York.

Hiebert, J.; et al. (1997) *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Hienemann.

Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: one student's experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior*, 20: 337–361.

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*. 17 (1), 123-134.

Horton, B. (2000). Making Connections Between Sequences and Mathematical Model. *Mathematics Teacher*. 93(5) :434-436.

Hudnutt, B. (2007). *Teaching Functions with Dynamic Graphing Tools: A Study of Lesson Plans*. Dissertation: North Carolina State University

Jensen, E. (2000). *Brain-based learning***.** San Diego, CA.: The Brain store.

Kelting –Gibson, L. M. (2003) . *Preservice teachers' planning and preparation practices: A comparison of lesson and unit plans developed using the backward design model and a traditional model*. Dissertation: Montana State University

Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Kleiner, I. (1989). Evolution of the Function Concept: A Brief Survey. *The College Mathematics Journal*, 20 (4): 282–300.

Knuth, E.J. (2000). Understanding Connections between Equations and Graphs. *Mathematics Teacher*, 93 (1): 48 -53.

Krulik, S.; & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and Problem Solving*. Boston: Allyn & Bacon.

Lambertus, A. J. (2007). *Students' Understanding of the Function Concept: Concept Images and Concept Definitions*. Dissertation: North Carolina State University.

Leinhardt, G.; Zaslavsky, O.; & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs and Graphing: Tasks, Learning and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1):1 - 64.

Lesh, R.; Post, T.; & Behr, M. (1987). Representation and translation among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier(Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*.(pp. 33-40)

Lindvall, C.M.; & Nitko, A.J. (1975). *Measuring pupil achievement and altitude*. New York: Harcout Brace Jovanvich.

Lloyd, G. M.; & Wilson, M. (1998). Supporting innovation: The impact of a teacher's conceptions of functions on his implementation of a reform curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3): 248-274.

Marra, T. (2001). *Authentic Learning Environments*. Retrieved June 18, 2008, from http://www-personal.umich.edu/~tmarra/authenticity/page3.html

Mason, J.G.; & Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing thinking in algebra*. London: Paul Chapman Publishing.

McTighe, J.; & Seif, E. (2004). A Summary of Underlying Theory and Research for Understanding by Design. *Manitoba Association for Supervision and Curriculum Development*, 11(1): 6-16.

Meel, B.G. (1999). *Prospective Teachers's Understanding: Function and Composition*. Retrieved March 5, 2008, from http:// www.K-12prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/mell01/article.pdf

Monk, S.; & Nemirovsky, R. (1994). The case of Dan: student construction of a functional situation through visual attributes. In: E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Issues in mathematics education: research incollegiate mathematics education* (Vol. 4, pp. 139–168). Providence, RI: American Mathematical Society.

Morse, J. (1997). *The assessment of the authentic performances and products in a middle school classroom*. Abstract from: Masters Abstract International.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Newmann, F.; & Wehlage, G. (1993). Five standards of authentic instruction. *Educational Leadership*, 7: 8-12

Newmann, F.& Wehlage, G. (1995). *Successful School Restructuring*. Retrieved June 18, 2008, from www.smallschoolsproject.org/PDFS/cohs0505/AIW-chart.pdf.

Newmann, F.; & Wehlage,G. (2001). *Successful School Restructuring*. Retrieved June 18, 2008, from http://lanes.panam.edu/journal/library/vol1no1/success.html

Newmann, F.; Marks, M.; & Gamoran, A. (1996). Authentic pedagogy student performance. *American Journal of Education*, 104: 234-285.

Nunnally, J.C. (1959). *Test and Measurement*. New York: McGraw-Hill.

O'Callaghan. (1998). Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. *Journal for Research in Mathematic Education*, 29(1), 21-40.

Reed, B.M. (2007). *The Effects of Study the History of the Function Concept on Student Understanding of the Concept*. Dissertation: Kent State University

Rider, R.L. (2004). *The Effect of Multi-Representational Methods on Students'Knowledge of Function Concepts in Developmental College Mathematics*. Dissertation: North Carolina State University

Ronda, E.R. (2004). *A framework of growth points in students' developing understanding of function.* Dissertation(Australian Catholic University)

Sajka, M. (2003). A Secondary School Student's Understanding of the Concept of Function–A Case Study. *Educational Studies in Mathematics* 53: 229–254.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics,22*: 1-36.

Shumway, S.; & Berrett, J. (2004). Standards-Based Curriculum Development For Pre-Service and In-Service: A Partnering" Approach using Modified Backwards Design. *The Technology Teacher* .(pp. 26-29)

Smith, J.P.; diSessa, A.A.; & Rocchelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *Journal of the Learning Sciences* 3: 115-163.

Tall, D.; & Bakar, M. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 23*(1): 39-50.

Tall, D.; & Bakar, M. (1991). Students' mental prototypes for function and graphs. *Proceedings 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, 1: 104-111.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image, and the notion of function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 14*(3): 293-305.

Vinner, S.; & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4): 356-366.

Wiggins, G. (1990). The case for authentic assessment. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 2(2). Retrieved June 18, 2008, from http://PAREonline.net/getvn.asp?v=2&n=2.

Wiggins, G.; & McTighe, J. (2004). *Understanding by design* (2nd ed.). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Williams, C. (1998). Using concept maps to assess conceptual knowledge of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29* (4): 414-421.

Wilson, M. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of function: The impact of a course integrating mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4): 346-370.

Wilson, J.W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics. Handbook of formative and summative of student learning*. Edited by Benjamin S.Bloom. USA: McGraw-Hill.

Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematical resources: A longitudinal view on problem solving in a function based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics Education*, 43: 125 – 147.

Yerushalmy, M.; & Shternberg, B. (2001). Charting a visual course to the concept of function. In A.Cuoco(Ed.) *The Roles of Representation in School Mathematics*, NCTM Yearbook.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตรศึกษา

ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนิ่ม	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอน และเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา

อาจารย์ บัวบาน วัฒนศิลป์	ครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเทพศิรินทร์สมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง แบบสังเกตพฤติกรรม และ ความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตรศึกษา

อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอน และเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา

อาจารย์ บัวบาน วัฒนศิลป์	ครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเทพศิรินทร์สมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรและการแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ

เวลา **3** คาบ คาบละ 55 นาที

ความรู้เดิม : ตัวแปร แบบรูป และการให้เหตุผลแบบอุปนัย

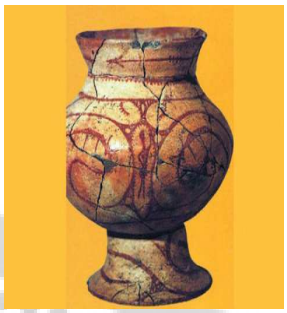
ความคิดรวบยอดใหม่: 1. ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร
(ตัวแปรต้น ตัวแปรตาม โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์)
2. การแสดง(สร้าง)ตัวแทนของความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ
(ตาราง แผนภาพการจับคู่ เซตของคู่อันดับ กราฟ และสมการ)

จุดประสงค์การเรียนรู้: 1. เมื่อกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร โดยสามารถ
1.1 ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร)
1.2 ระบุตัวแปรต้น และตัวแปรตาม
1.3 ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
1.4 ระบุความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร (ประโยคภาษา)
2. เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรให้ นักเรียนสามารถแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปตาราง แผนภาพการจับคู่ เซตของคู่อันดับ กราฟ และสมการ

กิจกรรมการเรียนการสอน

คาบเรียนที่ 1

1. กระตุ้นและเร้าความสนใจของนักเรียนในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน โดยครูนำสนทนาและอภิปรายถึงประโยชน์ของการเรียนเรื่องฟังก์ชัน รวมทั้งเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ได้มีการนำแนวคิดเรื่องฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ เช่น



- การจัดทำแผนที่ เช่น แผนที่ประเทศไทย
- การทำนายจำนวนประชากรในอนาคต ซึ่งมีประโยชน์ในด้านการวางแผนงานด้านงบประมาณ
- การหาอายุของวัตถุโบราณ เช่น เครื่องปั้นดินเผาลายเขียนสีบ้านเชียง โครงกระดูกของ ไดโนเสาร์ ซึ่งมีประโยชน์ในการศึกษาทางโบราณคดีและประวัติศาสตร์
- การทำนายปริมาณยาที่ตกค้างอยู่ในร่างกายของคนเรา หลังจากรับประทานยานี้เข้าไปซึ่งมีประโยชน์ในทางการแพทย์

2. นำเข้าสู่มโนทัศน์เรื่อง ***ความสัมพันธ์*** โดยครูนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริง ดังนี้

หากนักเรียนโดยสารรถประจำทาง ซึ่งคิดค่าบริการเที่ยวละ 6 บาท นักเรียนเคยลองคำนวณดูคร่าว ๆ หรือไม่ว่าในแต่ละเดือน นักเรียนจะต้องจ่ายเงินค่าโดยสารเป็นจำนวนเงินมากน้อยเพียงใด โดย**หาสูตรหาค่าโดยสารรถประจำทางในรูปของจำนวนเที่ยวที่ขึ้น**แต่ละเดือน (สมมติว่าแต่ละเดือน นักเรียนใช้บริการไม่เกิน 60 เที่ยว)

จากนั้นครูและนักเรียนสนทนาและอภิปรายร่วมกัน โดยครูเป็นผู้ซักถามเพื่อให้มีการสนทนาและอภิปรายอย่างเป็นกันเอง ซึ่งมีประเด็นการซักถาม เช่น

- สมมติว่าใน 1 เดือน นักเรียนโดยสารประจำทางจำนวน 2 เที่ยว ต้องจ่ายเงินค่าโดยสารเป็นจำนวนเงินกี่บาท (ตั้งคำถามลักษณะนี้ แต่เปลี่ยนจำนวนเที่ยวเป็น 7 เที่ยว 14 เที่ยว หรือ 40 เที่ยว)
- สมมติว่าใน 1 เดือน นักเรียนจ่ายเงินค่าโดยสารไป 35 บาท ถามว่านักเรียนได้โดยสารรถประจำทางไปจำนวนกี่เที่ยว (ตั้งคำถามลักษณะนี้ แต่เปลี่ยนเงินค่าโดยสารเป็น 70 บาท หรือ 210 บาท)

ครูบันทึกคำตอบของนักเรียนลงในตาราง โดยเขียนบนกระดานดำ ดังนี้

จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน	2	5	7	10	14	30	40
จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน(บาท)	14	35	49	70	98	210	280

จากนั้นครูใช้คำถามนำความคิดเพื่อบันทึกข้อมูลในตารางให้สมบูรณ์ โดยเน้นในประเด็นสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

ประเด็นแรก **ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด**ของจำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน ตัวอย่างคำถามนำความคิด เช่น

- นอกจากที่ได้กล่าวมาแล้ว จำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนมีค่าเป็นอย่างอื่นได้หรือไม่ (ให้นักเรียนลองช่วยกันยกตัวอย่าง)
- ลองยกตัวอย่างของจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนค่าอื่น ๆ เช่น ... (ครูสุ่มเรียกชื่อนักเรียนตอบคำถาม)
- จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนมีค่าเป็น 1.5 2.8 หรือ 24.6 เที่ยว ได้หรือไม่
- จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน มีค่าเป็นลบได้หรือไม่
- จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนน้อยที่สุดที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด (0 เที่ยว)
- จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนมากที่สุดที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด (60 เที่ยว)

ประเด็นที่สอง **ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด**ของจำนวนเงินค่าโดยสารแต่ละเดือน ตัวอย่างคำถามนำความคิด เช่น

- นอกจากที่ได้กล่าวมาแล้ว จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนมีค่าเป็นอย่างอื่นได้หรือไม่ (ถ้ามี ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่าง)
- ลองยกตัวอย่างของจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนค่าอื่น ๆ เช่น ... (ครูสุ่มเรียกชื่อนักเรียนตอบคำถาม)
- จำนวนเงินที่ต้องจ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนเป็น 20 บาท [25 บาท 40 บาท ...] ได้หรือไม่
- จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนน้อยที่สุดที่เป็นไปได้เป็นจำนวนเท่าใด
- แล้วจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนมากที่สุดที่เป็นไปได้เป็นจำนวนเท่าใด

ประเด็นที่สาม การเขียน**สูตรหาจำนวนเงิน**ที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนให้อยู่ในรูปของจำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน ตัวอย่างคำถามนำความคิด เช่น

- นักเรียนเขียนสูตรหาจำนวนเงินที่ต้องจ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน(บาท) ให้สัมพันธ์กับจำนวนเที่ยวที่ใช้บริการแต่ละเดือนได้อย่างไร เช่น จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางเป็น 35 บาท สำหรับจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทาง 5 เที่ยว

จากนั้นบันทึกข้อมูลลงในตาราง ดังนี้

จำนวนเที่ยว ที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน (เที่ยว)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**…**	**60**
จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน(บาท)	7 (**0**) 0	7 (**1**) 7	7 (**2**) 14	7 (**3**) 21	7 (**4**) 28	…	7 (**60**) 420

(หมายเหตุ เวลาสอน ครูนำเสนอตารางที่แสดงเฉพาะจำนวนเที่ยว เมื่อเติมจำนวนเงินแล้ว จึงอภิปรายว่าตัวเลขเหล่านี้มาได้อย่างไร แล้วจึงเขียนเพิ่มทีหลังตามที่นักเรียนบอก แล้วลองถามว่าถ้าขึ้นรถประจำทาง x เที่ยว จะเสียเงินค่ารถเท่าใด แล้วเติมลงในตาราง)

ประเด็นที่สี่ การอธิบายการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรหนึ่ง หากค่าของอีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนแปลง ตัวอย่างคำถามนำความคิด เช่น

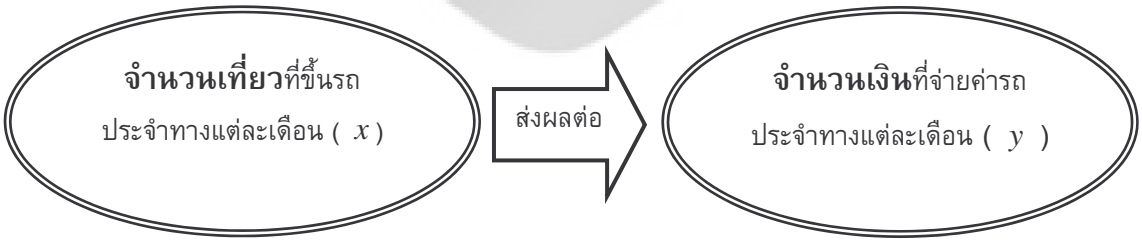
- หากจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนเพิ่มขึ้น (ลดลง) แล้วจำนวนเงินที่ต้องจ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนเพิ่มขึ้น หรือ ลดลง
- ในทางกลับกัน หากจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนเพิ่มขึ้น (ลดลง) แล้วจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนเพิ่มขึ้น หรือลดลง

ประเด็นที่ห้า การหา**สูตรหาจำนวนเงิน**ที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน เมื่อทราบจำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน ตัวอย่างคำถามนำความคิด เช่น

- ถ้านักเรียนโดยสารรถประจำทาง x เที่ยว จำนวนเงินที่จ่ายค่าโดยสารเป็นเท่าใด (ทั้งนี้ x แทนจำนวนนับซึ่งรวมศูนย์ด้วย)

จนนำไปสู่**ข้อสรุป**ดังนี้

1)



เมื่อค่าของ x **เพิ่มขึ้น** (**ลดลง**) ค่าของ y จะ**เพิ่มขึ้น**ตาม (**ลดลง**ตาม)

2) จำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2, …, 60
จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือนที่เป็นไปได้ คือ 0, 7, 14, …, 420

3) สูตรสำหรับทำนายจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน (y)
เมื่อทราบจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน (x) คือ $y = 7x$

3. นำเข้าสู่ความคิดรวบยอดเรื่อง ***ความสัมพันธ์*** โดยเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ชีวิตจริงที่สอง และครูเปิดประเด็นเกี่ยวกับ " **โปรโมชันของโทรศัพท์มือถือ**" พร้อมทั้งนำเสนอแผ่นพับของโปรโมชันมือถือแบบต่าง ๆ ซึ่งมีทั้งแบบรายเดือนและแบบเติมเงิน จากนั้นครูนำเสนอโปรโมชันมือถือแบบเติมเงิน "ZERO" มาประกอบการสนทนาและอภิปราย

สมมติว่านักเรียนใช้โปรโมชันมือถือแบบเติมเงิน "ZERO" โดยเติมเงินในโทรศัพท์จำนวน 200 บาท นักเรียนโทรกี่ครั้งก็ได้นับตามเวลาที่ใช้จริงและปัดเศษเป็นนาทีเสมอ จงหาสูตรสำหรับคำนวณจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์ในรูปของจำนวนนาทีที่โทรออก
(สมมติกำหนดวงเงินการใช้ได้ไม่เกิน 200 บาท)

ครูและนักเรียนสนทนาและอภิปรายร่วมกัน โดยครูเป็นผู้ซักถามเพื่อให้มีการอภิปรายและสนทนาอย่างเป็นกันเอง ซึ่งมีประเด็นการซักถาม เช่น

- เติมเงินไว้ 200 บาท ค่าโทรนาทีละ 2 บาท ถ้าโทร $\frac{1}{2}$ นาที จะเสียค่าโทรเท่าใด
- ถ้าโทร 3 นาที (10 นาที 20 นาที หรือ 25 นาที) จำนวนเงินคงเหลือในโทรศัพท์เป็นเท่าใด
- ถ้าจำนวนเงินในโทรศัพท์เหลือเป็น 190 บาท (100 บาท หรือ 80 บาท) นักเรียนใช้โทรศัพท์โทรออกไปกี่นาที

ครูบันทึกคำตอบของนักเรียนลงในตาราง ดังนี้

ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์ แต่ละเดือน (นาที)	3	5	10	20	25	50	60
จำนวนเงินที่เหลือ ในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)	194	190	180	160	150	100	80

จากนั้นครูใช้คำถามนำเพื่อบันทึกข้อมูลในตารางให้สมบูรณ์ โดยเน้นในประเด็นสำคัญดังนี้

ประเด็นแรก ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที)*ที่เป็นไปได้ทั้งหมด*

ตัวอย่างคำถามนำ เช่น

- นอกจากที่ได้กล่าวมาแล้ว ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนมีค่าเป็นอย่างอื่นได้หรือไม่
- ลองยกตัวอย่างของระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนค่าอื่น ๆ (เรียกชื่อนักเรียนเพื่อตอบคำถาม)
- ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที) มีเศษเป็นวินาทีได้หรือไม่ (เช่น 4 นาที 20 วินาที) แล้วคิดค่าใช้โทรศัพท์อย่างไร
- ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนมีค่าเป็นลบได้หรือไม่
- ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนมากที่สุดกี่นาที (100 นาที)

ประเด็นที่สอง จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)*ที่เป็นไปได้ทั้งหมด* ตัวอย่างคำถามนำ เช่น

- จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือนเป็น 21 บาท 55 บาท หรือ 103 บาท ได้หรือไม่
- จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน มากที่สุดเป็นเท่าใด
- จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน น้อยที่สุดเป็นเท่าใด

ประเด็นที่สาม การเขียนจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)ให้อยู่ในรูปของระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที) ตัวอย่างคำถามนำ เช่น

- นักเรียนเขียนจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน (บาท) ให้สัมพันธ์กับระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที) ได้อย่างไร เช่น จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน 194 บาท เมื่อใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนเป็นเวลา 3 นาที

จากนั้นบันทึกข้อมูลลงในตาราง ดังนี้

ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์ แต่ละเดือน (นาที)	0	1	2	3	…	100
จำนวนเงินที่เหลือ ในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)	200 - 2 (**0**) **200**	200 - 2(**1**) **198**	200 - 2(**2**) **196**	200 - 2(**3**) **194**	…	200 - 2(**100**) **0**

(หมายเหตุ เวลาสอน ครูนำเสนอตารางที่แสดงเฉพาะเวลาที่ใช้โทรศัพท์ เมื่อเติมจำนวนเงินที่เหลือแล้ว จึงอภิปรายว่าตัวเลขเหล่านี้มาได้อย่างไร แล้วจึงเขียนเพิ่มทีหลังตามที่นักเรียนบอก แล้วลองถามว่าถ้าขึ้นรถประจำทาง x เที่ยว จะเสียเงินค่ารถประจำทางเท่าใด แล้วเติมลงในตาราง)

ประเด็นที่สี่ การอธิบายการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรหนึ่ง หากค่าของอีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนแปลง ตัวอย่างคำถามนำ เช่น

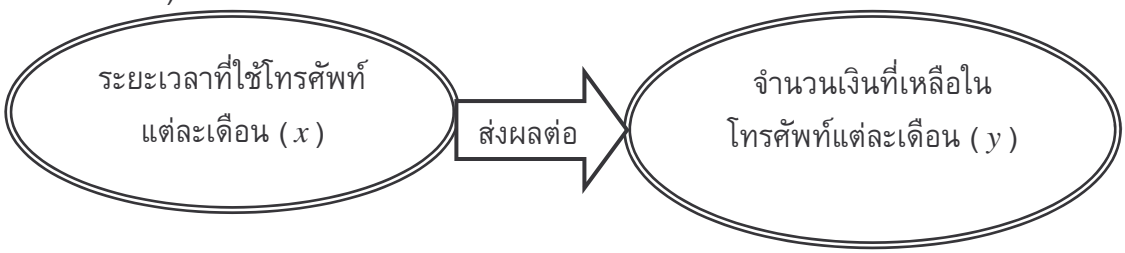
- เมื่อระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนเพิ่มขึ้น(ลดลง) แล้วจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือนมากขึ้นขึ้น หรือน้อยลง
- ในทางกลับกัน หากจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือนมากขึ้น (น้อยลง)แล้วระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนจะเพิ่มขึ้น หรือ ลดลง

ประเด็นที่ห้า การหาสูตรเพื่อทำนายจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน (บาท) เมื่อทราบระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที) ตัวอย่างคำถามนำ เช่น

- ถ้านักเรียนใช้โทรศัพท์แต่ละเดือนรวมระยะเวลา x นาที จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือนเป็นเท่าใด (ทั้งนี้ x แทนจำนวนนับซึ่งรวมศูนย์ด้วย)

จนนำไปสู่**ข้อสรุป**ดังนี้

1)



เมื่อ x เพิ่มขึ้น y จะลดลง

x ลดลง y จะเพิ่มขึ้น

2) ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที)ที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2, ..., 100
จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)ที่เป็นไปได้ คือ 0, 2, 4, ... , 200

3) สูตรสำหรับทำนายจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน (y) เมื่อทราบระยะเวลารวมที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (x) คือ $y = 200 - 2x$

4. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ชีวิตจริงที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ว่าสถานการณ์ดังกล่าวเกี่ยวข้องกับ **"ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร"** จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของ **"ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์"** โดยครูใช้คำถามนำจนได้ข้อสรุปว่า

1) **"ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์"** ในที่นี้ หมายถึง ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร

เซตของค่าตัวแปรต้นที่เป็นไปได้ทั้งหมด เรียกว่า **โดเมน**ของความสัมพันธ์
เซตของค่าตัวแปรตามที่เป็นไปได้ทั้งหมด เรียกว่า **เรนจ์**ของความสัมพันธ์

2) ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรสามารถเขียนแทนในรูปตาราง และสมการ ได้
(ยังมีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในรูปอื่น ๆ อีก)

จากข้อสรุปนี้ ครูอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

จากสถานการณ์ชีวิตจริงที่ 1 เกี่ยวข้องกับ **ความสัมพันธ์**ระหว่างจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือนกับจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน(บาท) โดยที่

ตัวแปรต้น คือ จำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน

ตัวแปรตาม คือ จำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน

โดเมนของความสัมพันธ์ คือ {0, 1, 2, …, 60} และ

เรนจ์ของความสัมพันธ์ คือ { 0, 7, 14, …, 420}

สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน (x) กับจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน(y) คือ $y = 7x$

จากสถานการณ์ชีวิตจริงที่ 2 เกี่ยวข้องกับ **ความสัมพันธ์**ระหว่างระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน(นาที)กับจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท) โดยที่

ตัวแปรต้น คือ ระยะเวลาที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (นาที)

ตัวแปรตาม คือ จำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน(บาท)

โดเมนของความสัมพันธ์ คือ {0, 1, 2, …, 100}

เรนจ์ของความสัมพันธ์ คือ {0, 2, 4, … , 200}

สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลารวมที่ใช้โทรศัพท์แต่ละเดือน (x) กับจำนวนเงินที่เหลือในโทรศัพท์แต่ละเดือน (y) คือ $y = 200 - 2x$

5. ครูตั้งคำถามเพื่อเป็นพื้นฐานในเรื่อง ฟังก์ชัน ต่อไป เช่น

■ เมื่อจำนวนเงินที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน (บาท) ขึ้นอยู่กับ จำนวนเที่ยวขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน เป็นไปได้หรือไม่ว่า ถ้าโดยสาร 5 เที่ยว ค่าโดยสารที่จะต้องจ่าย 35 บาท <u>เพียงค่าเดียว</u> มีค่าเป็น 40 บาท หรือ 42 บาท ได้หรือไม่

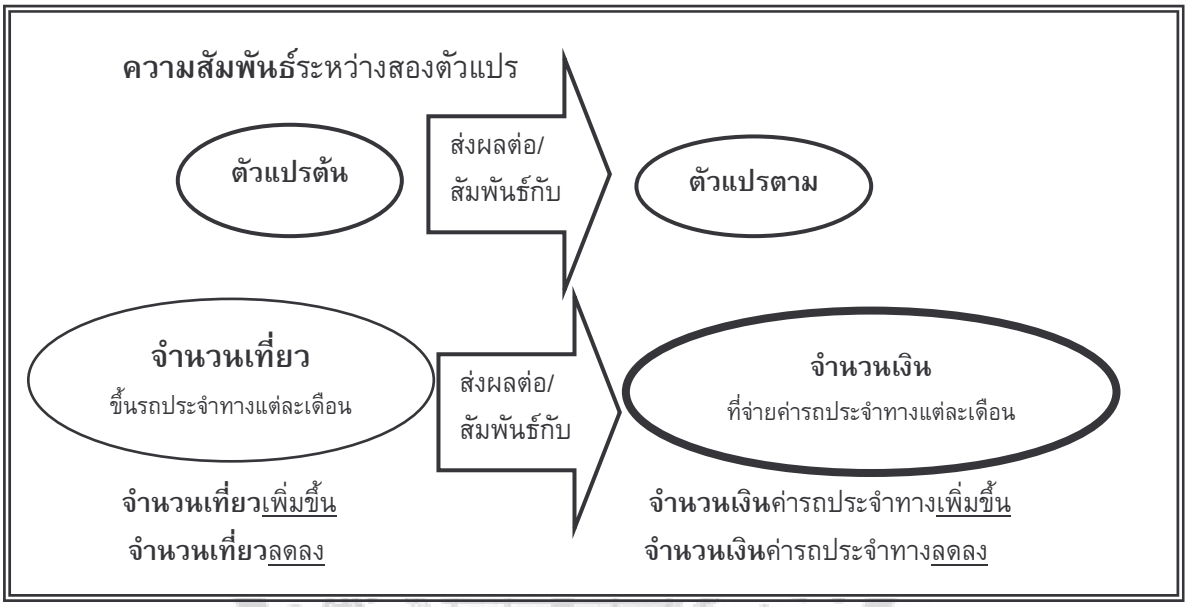
6. ครูและนักเรียนร่วมกันตัวอย่างความสัมพันธ์ในสถานการณ์ชีวิตจริงอื่น ๆ พร้อมทั้งระบุตัวแปรต้น และตัวแปรตาม เช่น

- ค่าน้ำประปาที่จ่ายแต่ละเดือน(บาท) สัมพันธ์กับปริมาณของน้ำที่ใช้แต่ละเดือน (หน่วย)
- ขนาดของลูกบอล (ใหญ่ หรือ เล็ก) สัมพันธ์กับความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกบอลนั้น
- ความสูงของต้นพืช สัมพันธ์กับปริมาณน้ำและแสงแดดที่ได้รับ

คาบเรียนที่ 2

กิจกรรมการเรียนการสอน เน้นการปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาวิธีแสดง (สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรรูปต่าง ๆ จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

1. ทบทวนความรู้เดิมเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร และการแทนความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปตารางและสมการ โดยใช้การสนทนาประกอบการซักถามนักเรียนเกี่ยวกับข้อสรุปของการเรียนในชั่วโมงที่ผ่านมา (เรียกชื่อนักเรียน 2 -3 คนตอบคำถาม) ดังนี้



2. เสนอคำถามกับนักเรียนว่า “ ในชีวิตจริงนอกจากการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในรูป**ตาราง**และ**สมการ**แล้ว **นักเรียนคิดว่ามีวิธีแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในรูปแบบอื่นอีกหรือไม่**” กระตุ้นให้นักเรียนคิดและเสนอความคิดเห็น ครูจดบันทึกความคิดเห็นของนักเรียนย่อ ๆ ไว้บนกระดานดำ ถ้านักเรียนยังไม่สามารถคิดวิธีการแสดงความสัมพันธ์แบบอื่นได้ ครูแสดงวิธีการนำเสนอให้ดู เช่น กราฟ (ตามด้วยแผนภาพการจับคู่ เซตของคู่อันดับ)

ครูสรุปตัวอย่างการนำเสนอความสัมพันธ์ต่าง ๆ ประกอบด้วย แผนภาพการจับคู่ ตาราง เซตของคู่อันดับ กราฟ และสมการ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการนำเสนอแต่ละแบบให้นักเรียนเข้าใจ

3. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน และทำ **ใบกิจกรรม เรื่อง การแสดง(สร้าง) ความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ** โดยครูให้กลุ่มที่ 1-3 ทำโจทย์ข้อที่ 1 กลุ่มที่ 4-5 ทำโจทย์ข้อที่ 2 จากนั้นครูซักถามในประเด็นจากสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร
- ให้เล่าให้ฟังว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหา)
- ลองนึกจากประสบการณ์ของตนเองที่เคยพบเห็น จากทีวี หนังสือพิมพ์ แผ่นพับโฆษณาต่าง ๆ หรือ ในแบบเรียนวิชาอื่น เช่น สังคม วิทยาศาสตร์

4. ขณะที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดเพื่อตอบคำถามตามใบกิจกรรม ครูจะคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน พร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา

5. เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูให้นำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมหน้าชั้นเรียน โดยในโจทย์แต่ละข้อครูเลือกนักเรียน 1 กลุ่ม ส่งตัวแทนมานำเสนอคำตอบของกลุ่มตนเอง ส่วนกลุ่มที่เหลือครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดที่แตกต่างออกไปจากของเพื่อน

6. ขณะที่นักเรียนกลุ่มที่เป็นตัวแทนนำเสนอคำตอบของกลุ่มตนเอง ครูซักถามเพื่อให้มีการอภิปราย และแสดงเหตุผล รวมทั้งให้นักเรียนเสนอแนะข้อคิดเห็น (ทั้งชั้นเรียน) นอกจากนี้ครูยังคอยตรวจสอบความถูกต้องและคอยชี้แนะกรณีจำเป็น ให้นักเรียนซักถาม

สำหรับกรณีที่มีบางรูปแบบของการแสดงความสัมพันธ์ที่นักเรียนไม่ได้นำเสนอ หรือกล่าวถึงครูซักถามชี้นำการเสนอรูปแบบนั้น พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมประเด็นที่ต้องเน้นให้นักเรียนเข้าใจ ได้แก่

6.1 การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**ตาราง**

*สิ่งที่เน้น*คือ การกำหนดค่าตัวแปรต้นในตารางแถวที่ 1 และกำหนดค่าตัวแปรตามในตารางแถวที่ 2 ถ้าเป็นตารางในแนวนอน รวมทั้งการระบุชื่อต้นและตัวแปรตามในหัวตาราง

6.2 การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**กราฟ**

*สิ่งที่เน้น*คือ การกำหนดค่าของตัวแปรต้นไว้บนแกน x และกำหนดค่าตัวแปรตามไว้บนแกน y ตลอดจนลักษณะของกราฟว่าต่อเนื่อง (ไม่ขาดตอน) หรือมีลักษณะไม่ต่อเนื่อง (ขาดตอน)

6.3 การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**สมการ**

สิ่งที่เน้นคือ การกำหนดสัญลักษณ์เพื่อใช้แทนตัวแปรทั้งสอง รวมทั้งการเขียนสมการ โดยจะเขียนค่าของตัวแปรตามในรูปของตัวแปรต้น

6.4 การแทนความสัมพันธ์ในรูป**เซตของคู่อันดับ** ซึ่งมีทั้งการเขียนแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข โดยเฉพาะการเขียนคู่อันดับ

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามนำ จนได้ข้อสรุปว่า **ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร สามารถแสดงได้ในรูปแผนภาพ การจับคู่ ตาราง กราฟ สมการ หรือเซตของคู่อันดับ**

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายถึงข้อดีและข้อจำกัดของการแสดงความสัมพันธ์ในรูปต่าง ๆ ดังนี้

- การเขียนแทนความสัมพันธ์ในรูปตารางและแผนภาพ จะทำให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าแต่ละคู่ของตัวแปรต้นกับตัวแปรตาม แต่กรณีที่สมาชิกในโดเมนมีจำนวนมาก ๆ การเขียนแทนความสัมพันธ์ในรูปตารางก็จะมีข้อจำกัด
- การเขียนแทนความสัมพันธ์ในรูปกราฟ จะทำให้เห็นแบบรูปของการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรหนึ่ง เมื่อค่าของอีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนแปลง แต่มีข้อจำกัดในกรณีที่โดเมนเป็นเซตอนันต์ ทำให้ไม่สามารถแสดงค่าหรือ บอกค่าที่แน่นอนได้
- การแทนความสัมพันธ์ในรูปสมการ สามารถบอกค่าที่แน่นอนของตัวแปรหนึ่ง เมื่อทราบทราบค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง
- การเขียนแทนความสัมพันธ์ในรูปเซตของคู่อันดับ เป็นรูปแบบการแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นทางการ และสามารถบอกสมาชิกของความสัมพันธ์ได้ทั้งหมด

คาบเรียนที่ 3

คาบเรียนนี้ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้นในเรื่องการวิเคราะห์ความสัมพันธ์และแสดง(สร้าง)ความสัมพันธ์รูปต่างๆ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์และแสดง(สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ในประเด็นต่อไปนี้

- การระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน รวมทั้งระบุตัวแปรต้นและตัวแปรตาม
- การระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- การแสดง(สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์รูปต่างๆ (ตาราง เซตของคู่อันดับ กราฟ และสมการ)

รายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีดังนี้

1. ครูแจก**ใบกิจกรรม เรื่อง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดง(สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ** ให้นักเรียนแต่ละคน จากนั้นครูซักถามในประเด็นจากสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร ลองเล่าให้ฟังสิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหา) จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนลองตอบคำถามจากข้อคำถามในใบกิจกรรม (5 นาที)

2. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน (กลุ่มเดิม) จากนั้นให้แต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับคำตอบซึ่งกันและกัน และช่วยกันวิเคราะห์เพื่อตอบคำถามตามใบกิจกรรมดังกล่าว โดยในช่วงที่นักเรียนทำกิจกรรมนี้ ครูจะคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน พร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา

3. เมื่อแต่ละกลุ่มตอบคำถามในใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูเลือกนักเรียน 2 กลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอคำตอบของกลุ่มตนเอง ส่วนกลุ่มที่เหลือครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดที่แตกต่างออกไปจากของเพื่อน

4. ขณะที่นักเรียนกลุ่มที่เป็นตัวแทนนำเสนอคำตอบของกลุ่มตนเอง ครูซักถามเพื่อให้มีการอภิปราย และแสดงเหตุผล รวมทั้งให้นักเรียนเสนอแนะข้อคิดเห็น (ทั้งชั้นเรียน) นอกจากนี้ครูยังคอยตรวจสอบความถูกต้องและคอยชี้แนะกรณีจำเป็น ตัวอย่างคำถามนำของแต่ละปัญหา เช่น

- จากวิธีแสดงความสัมพันธ์ที่เพื่อนเสนอไป ใครมีข้อสงสัยตรงส่วนไหนบ้าง
- ใครมีข้อเสนอแนะแนวคิดที่เพื่อนเสนอไปบ้าง
- มีกลุ่มใดบ้างที่มีแนวคิดไม่เหมือนกลุ่มนี้
- ซักถามเพื่อให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตเกี่ยวตัวแปรต้นและตัวแปรตามจากสถานการณ์
- ซักถามเพื่อให้นักเรียนพิจารณาอย่างรอบคอบว่า โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละสถานการณ์เป็นเซตจำกัด หรือ เซตอนันต์
- ซักถามเกี่ยวกับการแสดง(สร้าง)ตัวแทนของความสัมพันธ์รูปกราฟ ในประเด็น
  - การสร้างตารางข้อมูล อาจจำเป็นในการแสดง (สร้าง) ความสัมพันธ์ในรูปกราฟ
  - ลักษณะของกราฟว่าต่อเนื่องไม่ขาดตอน หรือมีลักษณะขาดตอน
- ซักถามเกี่ยวกับการแสดงความสัมพันธ์ในรูปสมการ ในประเด็นของการกำหนดตัวอักษรเพื่อใช้แทนตัวแปร และการเขียนสมการ โดยจะเขียนค่าของตัวแปรตามเขียนในรูปของตัวแปรต้น เช่น $y = 150 + 5x$

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายผลจากการปฏิบัติกิจกรรม ในประเด็นต่อไปนี้

- การระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน รวมทั้งระบุตัวแปรต้นและตัวแปรตาม
- การระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ของสถานการณ์นี้
- การแสดงความสัมพันธ์ในรูปตาราง กราฟ และสมการ

6. ให้นักเรียนทำ**แบบฝึกหัดที่ 1** เพื่อฝึกฝนความเข้าใจเรื่องการวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดง(สร้าง)ตัวแทนของความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ ในสถานการณ์ชีวิตจริงอื่น โดยกำหนดส่งแบบฝึกหัดที่ 1 ในวันถัดไป

สื่อการเรียนการสอน/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมเรื่อง การแสดง(สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ
2. ใบกิจกรรมเรื่อง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดง(สร้าง)ตัวแทนของความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ
3. แบบฝึกหัดที่ 1
4. PowerPoint ที่จัดทำเพื่อนำเสนอสถานการณ์ชีวิตจริง รวมทั้งข้อสรุปต่าง ๆ

การวัดและประเมินผล

การวัดและการประเมินผล พิจารณาจากแหล่งข้อมูลต่อไปนี้

1. ผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน
2. ผลจากการทำใบกิจกรรมเรื่อง การแสดง(สร้าง)ตัวแทนความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ และการทำใบกิจกรรมเรื่องการวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดง(สร้าง)ตัวแทนของความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ
3. ผลจากการทำแบบฝึกหัดที่ 1
4. ผลจากการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความเข้าใจ โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรม
5. ผลจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม

ใบกิจกรรม เรื่อง การแสดงตัวแทนความสัมพันธ์รูปต่าง ๆ

ข้อ 1 จากสถานการณ์ที่ 1 การเดินทางโดยอาศัยรถประจำทาง ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่าง**จำนวนเที่ยว**ที่ขึ้นรถเมล์แต่ละเดือน กับ**จำนวนเงิน**ที่จ่ายค่ารถเมล์แต่ละเดือน ได้ผลดังนี้

จำนวนเที่ยวที่ขึ้นรถประจำทางแต่ละเดือน

จำนวนเงิน ที่จ่ายค่ารถประจำทางแต่ละเดือน

จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูป**ตาราง กราฟ สมการ** และ**เซตของคู่อันดับ** ได้ดังนี้

❶ การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**ตาราง**

❷ การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**แผนภาพการจับคู่**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

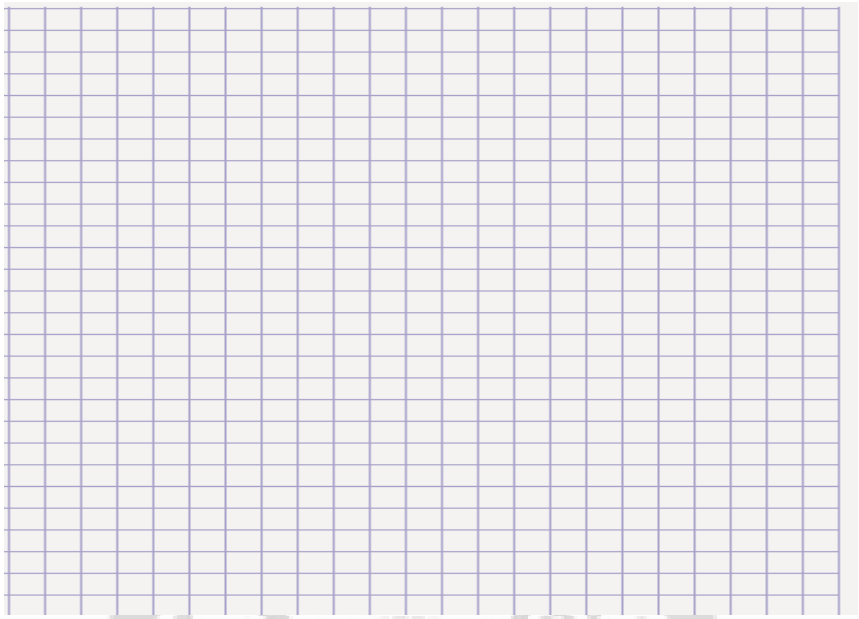
.....

.....

.....

.....

❸ การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**กราฟ**



❹ การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**สมการ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❺ การแสดงความสัมพันธ์ในรูป**เซตของคู่อันดับ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อ 2 เทียนไขแท่งหนึ่งมีความยาว 8 เซนติเมตร เมื่อจุดเทียนไขดังกล่าว ทำให้เกิดการเผาไหม้และความยาวของเทียนไขลดลงเรื่อยๆ โดยความยาวของเทียนไขลดลงนาทีละ 0.5 เซนติเมตร

จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง**ความยาวของเทียนไข (เซนติเมตร)** กับ **ระยะเวลาที่จุดเทียน (นาที)** ในรูป**กราฟ** และ**สมการ**

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบกิจกรรม เรื่อง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ

สระน้ำแห่งหนึ่งมีปริมาณในสระเท่ากับ 720 ลูกบาศก์เมตร ต้องการสูบน้ำออกจากสระจนหมดเพื่อทำความสะอาด โดยเครื่องสูบน้ำสามารถสูบน้ำออกด้วยความเร็วคงที่ คือ 180 ลบ.ม. ต่อชั่วโมง

ระยะเวลา ที่เปิดเครื่องสูบน้ำ (นาที)

ปริมาณน้ำ ในสระที่เหลืออยู่ (ลบ.ม.)

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2. จงระบุความสัมพันธ์ (กฎเกณฑ์) ระหว่างสองตัวแปร (อธิบายด้วยประโยคภาษา หรือสัญลักษณ์)

คำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

3. จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

คำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงเขียนแสดง (สร้าง)ความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาที่เปิดเครื่องสูบน้ำ (นาที) กับปริมาณน้ำในสระที่เหลืออยู่ (ลบ.ม.) ในรูปกราฟ และ สมการ

วิธีทำ.....

แบบฝึกหัดที่ 1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ

สถานการณ์ชีวิตจริง: *เรื่องของเบียร์*

หลายคนคงมีคำถามในใจมากมายถึง***การดื่มเบียร์*** **ริชาด**จะพาเพื่อน ๆ ไปทำความรู้จักกับ เบียร์ รวมทั้งโทษและประโยชน์ของการดื่มเบียร์ จากผู้รู้ของเรา ได้แก่ **ดอกเตอร์**

การดื่มเบียร์ มีผลเสียต่อร่างกายอย่างไรบ้างครับ

ไม่ใช่เฉพาะเบียร์ที่จะทำให้เกิดผลเสีย เครื่องดื่มแอลกอฮอลล์ทำให้เกิดผลเสียทุกชนิด โดยเฉพาะกับตับ ซึ่งต้องทำงานหนักเป็นพิเศษเวลาที่ดื่มเครื่องดื่มแอลกอฮอลล์เข้าไป ตับเป็นอวัยวะที่ช่วยขับพิษออกจากร่างกาย แต่ถ้าตับเสียหาย ร่างกายก็จะเต็มไปด้วยพิษ แถมที่สำคัญเบียร์ทำให้บวมอ้วนอีกด้วย

สมมติว่าเราดื่มเบียร์จำนวน 3 แก้ว มันจะอยู่ในร่ายนานแค่ไหน

การดื่มเบียร์จำนวน **3 แก้ว** จะทำให้มีปริมาณแอลกอฮอลล์ในกระแสเลือดเป็น **90** มิลลิกรัม (โดยประมาณ)

และ **ปริมาณของแอลกอฮอล์ในกระแสเลือด** (มิลลิกรัม) สัมพันธ์กับ **ระยะเวลาที่เปลี่ยนไป** (ชั่วโมง) โดยปริมาณแอลกอฮอลล์ในกระแสเลือดจะลดลงอย่างสม่ำเสมอ ชั่วโมงละ **15** มิลลิกรัม

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2. จงระบุความสัมพันธ์ (กฎเกณฑ์) ระหว่างสองตัวแปร (อธิบายด้วยประโยคภาษา หรือสัญลักษณ์)

คำตอบ.....

3. จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์นี้

คำตอบ.....

.....

.....

4. จากข้อมูลข้างต้นที่ว่า “ หากดื่มเบียร์จำนวน 3 แก้ว ทำให้มีปริมาณแอลกอฮอลล์ในกระแสเลือดเป็น **90 มิลลิกรัม** (โดยประมาณ) โดยปริมาณแอลกอฮอลล์ในกระแสเลือดจะลดลงอย่างสม่ำเสมอชั่วโมงละ **15** มิลลิกรัม ”

จงเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง**ปริมาณของแอลกอฮอล์ในกระแสเลือด** (มิลลิกรัม) กับ **ระยะเวลาที่เปลี่ยนไป**(ชั่วโมง) ในรูป**ตาราง กราฟ** และ**สมการ**

วิธีทำ

4.1 แสดงความสัมพันธ์ในรูปตาราง

4.2 แสดงความสัมพันธ์ในรูปกราฟ

4.3 แสดงความสัมพันธ์ในรูปสมการ

คำตอบ.....

.....

.....

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยในการประเมินตามสภาพจริง

1. แบบทดสอบวัดแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง
2. แบบทดสอบวัดแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง 3 สัปดาห์
3. ตัวอย่างใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด)
4. แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

ตาราง 16 วิเคราะห์หลักสูตรของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน **หลังการทดลอง** และแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน **หลังการทดลอง 3 สัปดาห์**

ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน	ตัวชี้วัดและพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด	ข้อคำถาม
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	**1. ความหมายของฟังก์ชัน** 1.1 ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) 1.2 ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร 1.3 ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 1.4 ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน	ข้อ 1 ข้อ 2
	2. สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน 2.1 เมื่อกำหนดสัญลักษณ์ของฟังก์ชันให้ เช่น $f(6)$ สามารถอธิบายและหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันดังกล่าวในรูปตัวแปรต้นและตัวแปรตามได้	ข้อ 3 ข้อ 4 ข้อ 5
	2.2 สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x)=6x$	ข้อ 6
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	**3. การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน** 3.1 แสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้ 3.2 แสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้ 3.3 แสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้	ข้อ 7
	4. การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน	ข้อ 8
	5. การหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนต่าง ๆ ของฟังก์ชัน 5.1 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้	ข้อ 3
	5.2 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้	ข้อ 10.1
	5.3 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้	ข้อ 9.1
	6. การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง 6.1 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ชีวิตจริง	ข้อ 10.2 ข้อ 10.3
	6.2 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้	ข้อ 9.2 ข้อ 9.3
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	**7. การใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง**	ข้อ 11 ข้อ 12

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน
ฉบับหลังการทดลอง

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
2. ข้อสอบแต่ละข้อ ให้นักเรียนตอบคำถาม หรือตอบคำถามพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียด ลงในช่องว่างที่ให้ไว้ในแต่ละข้อ

1. ครอบครัวของต้นกล้าต้องเสียค่าน้ำประปาราคา**หน่วยละ 6.5 บาท** โดยแต่ละเดือนจะกำหนดการใช้น้ำไว้**ไม่เกิน 60 หน่วย** พิจารณาตัวแปรที่สัมพันธ์กันคือ

- **จำนวนเงินที่ต้องจ่ายค่าน้ำประปาแต่ละเดือน (บาท)**
- **ปริมาณน้ำประปาที่ใช้แต่ละเดือน (หน่วย)**

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

1.2 จงระบุความสัมพันธ์(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น (อธิบายด้วยประโยคภาษา หรือสัญลักษณ์)

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

หมายเหตุ *ข้อนี้จะระบุความสัมพันธ์(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปร ในรูปประโยคภาษา หรือ สัญลักษณ์ อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ ทั้งสองอย่าง ก็ได้*

1.3 จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

โดเมน คือ.....

.....

เรนจ์ คือ.....

.....

1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

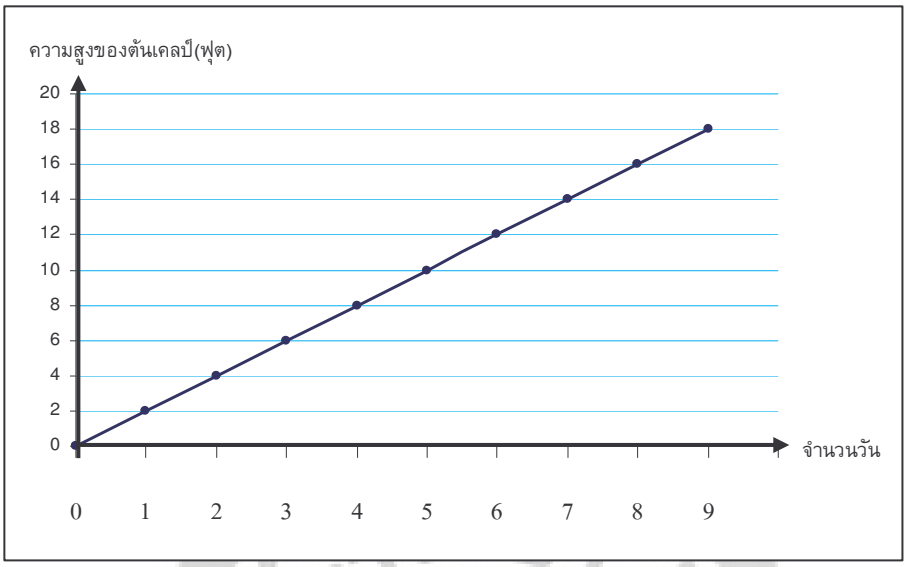
คำตอบ.....

เหตุผล .....

.....

.....

2. เคลป์ (Kelp) เป็นพืชชนิดหนึ่ง ซึ่งถือได้ว่าโตเร็วที่สุด (พิจารณาจากความสูง) โดยความสูงของเคลป์ในช่วง 9 วันแรก แสดงดังกราฟข้างล่าง



จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2.2 จงระบุความสัมพันธ์ (กฎเกณฑ์) ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

วิธีทำ.....

.....

.....

หมายเหตุ *ข้อนี้จะระบุความสัมพันธ์(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปร ในรูปประโยคภาษา หรือ สัญลักษณ์ อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ ทั้งสองอย่าง ก็ได้*

2.3 จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

โดเมน คือ.....

.....

เรนจ์ คือ.....

.....

2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบ.....

เหตุผล .....

.....

3. ให้ f เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างยอดขายสินค้า(บาท) กับ จำนวนเงินเดือนที่ได้รับจากบริษัท (บาท) ซึ่งแสดงดังตารางดังนี้

ยอดขายสินค้า(บาท) (x)	10,000	20,000	30,000	40,000	50,000	60,000
จำนวนเงินเดือนที่ได้รับจากบริษัท (บาท) ($f(x)$)	15,500	16,000	16,500	17,000	17,500	18,000

จากสถานการณ์ข้างต้น ตอบคำถามข้อ 3.1 – 3.2

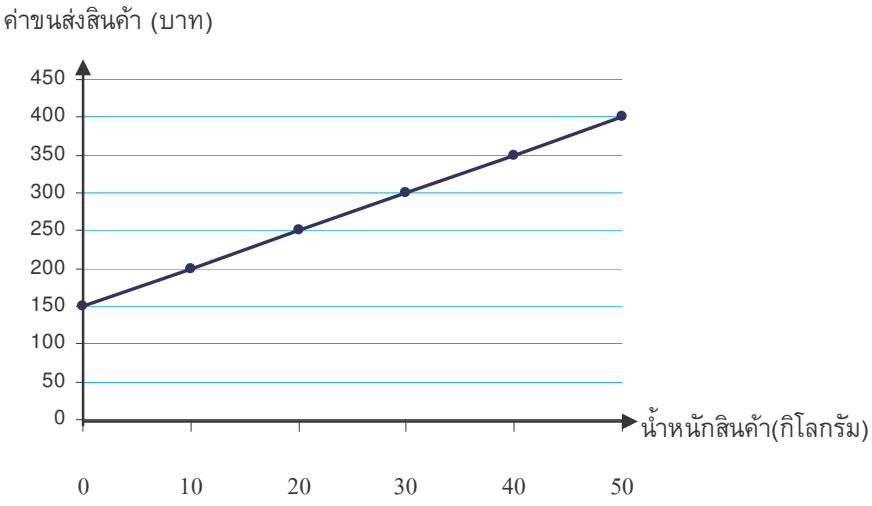
3.1 จงอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ $f(20{,}000)$

คำตอบ .....

3.2 ในสถานการณ์นี้ $f(20{,}000)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ .....

4. ให้ g เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างน้ำหนักสินค้า (กิโลกรัม: x) กับ ค่าขนส่งสินค้า (บาท : $g(x)$) ซึ่งแสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



จงใช้ข้อมูลข้างต้น ตอบคำถามข้อ 4.1 – 4.2

4.1 จงอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ $g(40)$

คำตอบ .....

4.2 ในสถานการณ์นี้ $g(40)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ .....

5. กำหนด $f(x)=2x+1$ เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ จงหาค่าของ $f(5.5)$

วิธีทำ.....

.....

.....

6. จงยกตัวอย่างปริมาณของสองสิ่งในสถานการณ์ชีวิตจริงที่สัมพันธ์กันในลักษณะฟังก์ชันและสอดคล้องกับ $f(x)=6x$ (*หมายเหตุ* นอกจาก $f(x)=6x$ นักเรียนสามารถยกกรณีอื่นได้ เช่น $f(x)=5x$ หรือ $f(x)=10x$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. กำหนดสถานการณ์ชีวิตจริง ดังนี้

โรงงานแห่งหนึ่งได้ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำอย่างต่อเนื่องเป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง โดยปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำสม่ำเสมอ ชั่วโมงละ 3 ลูกบาศก์เมตร

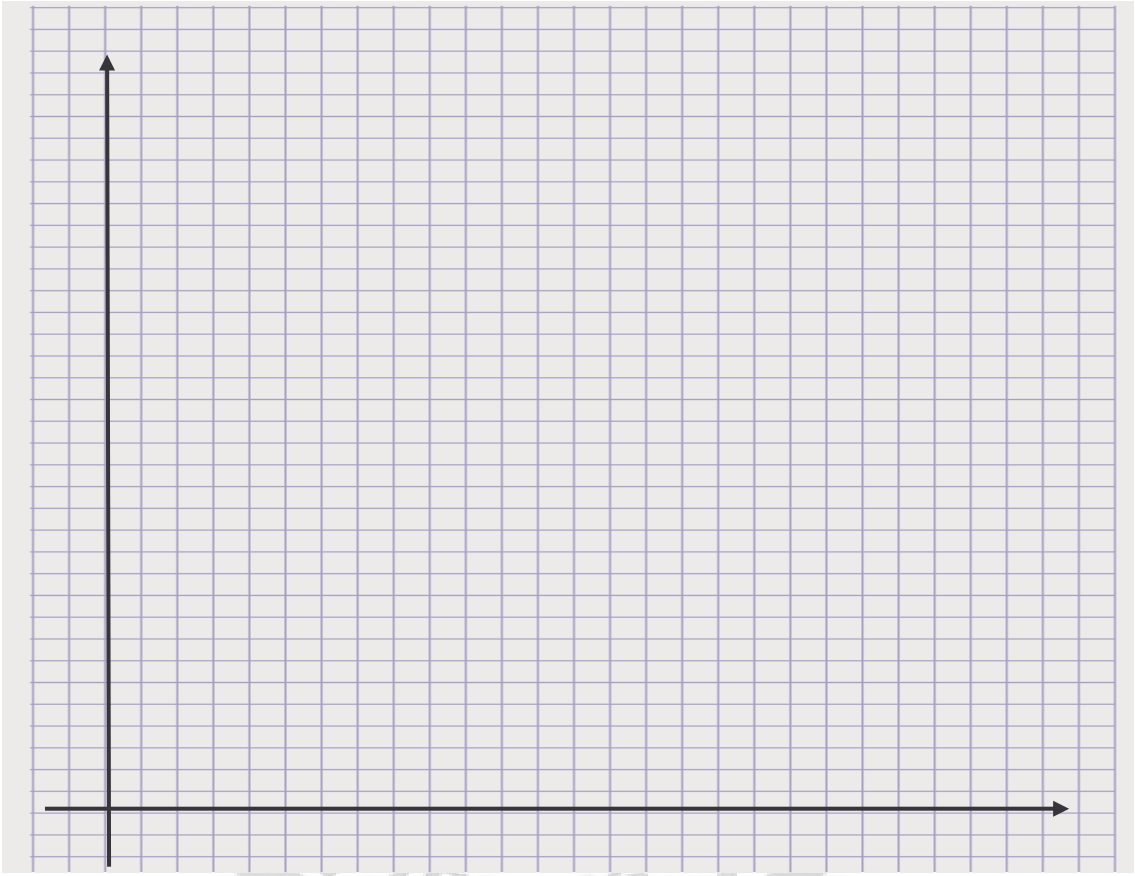
จากสถานการณ์ชีวิตจริงข้างต้น ให้ตอบคำถามข้อ 7.1 – 7.3

7.1 จงเขียนตารางแสดงฟังก์ชันระหว่าง*ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำ* (ลูกบาศก์เมตร) กับ *ระยะเวลาที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ* (ชั่วโมง) โดยกำหนดจำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำเป็น **2 ชั่วโมง 4 ชั่วโมง 6 ชั่วโมง 8 ชั่วโมง และ 10 ชั่วโมง** ตามลำดับ

คำตอบ คือ

7.2 จงเขียน**<u>กราฟ</u>**แสดงฟังก์ชันระหว่าง*ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำ*กับ*จำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ* โดยกำหนดจำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ **ตั้งแต่ 0 ชั่วโมง จนถึง 10 ชั่วโมง**

คำตอบ คือ



7.3 จงเขียน**<u>ฟังก์ชัน</u>** $f(x)$ แสดง**ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำในรูปของจำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ**

เมื่อกำหนด x แทน จำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ และ

$f(x)$ แทน ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำในเวลา x ชั่วโมง (ลูกบาศก์เมตร)

ข้อเสนอแนะ: ให้สร้างตารางและสังเกตแบบรูปจากตาราง

วิธีทำ.....

.....

.....

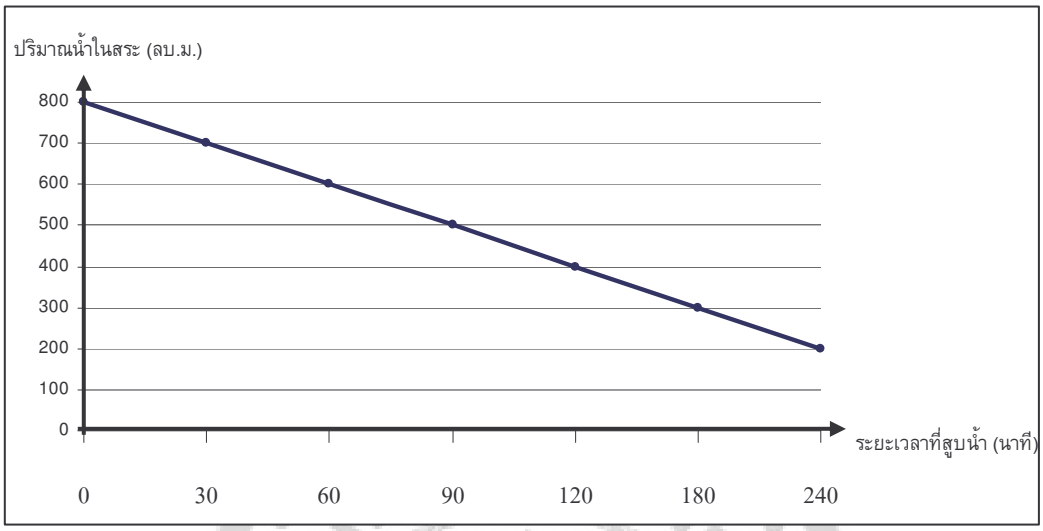
.....

.....

.....

8. จงพิจารณาว่า**ฟังก์ชันในรูปกราฟ**และ**สัญลักษณ์**ที่กำหนดให้ เป็น**ฟังก์ชันเดียวกัน**หรือไม่ พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบให้ชัดเจน

■ ตัวแทนของฟังก์ชันในรูป**<u>กราฟ</u>**



■ ตัวแทนของฟังก์ชันในรูป**<u>สัญลักษณ์</u>**

$$f(x) = -\frac{20}{3}x + 800$$

เมื่อกำหนด

x แทน ระยะเวลาที่สูบน้ำ (นาที) โดยที่ x มีค่าตั้งแต่ 0 นาที ถึง 240 นาที และ

$f(x)$ แทน ปริมาณน้ำในสระที่เหลืออยู่เมื่อสูบน้ำไป x นาที (ลบ.ม.)

คำตอบ .....

แนวคิด .....

.....

.....

.....

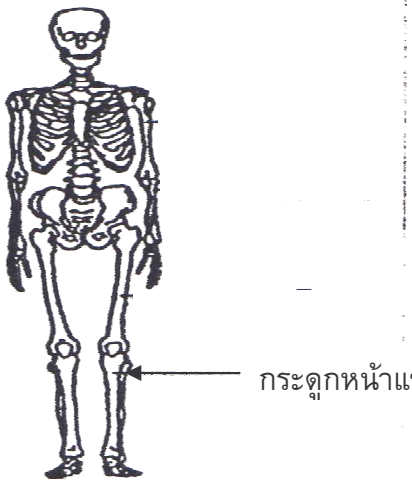
.....

.....

.....

.....

.....



9. นักนิติวิทยาศาสตร์ (Forensic Scientist) ได้ประมาณ**ความสูงของผู้ชาย** โดยใช้**ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง** (Tibia) ซึ่งสรุปเป็นสูตรได้ดังนี้

$$f(x) = 2.4x + 81.7$$

เมื่อ x แทน ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง (เซนติเมตร) และ

$f(x)$ แทน ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว x เซนติเมตร (เซนติเมตร)

9.1 จงหาค่า $f(40)$ และ $f(100)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

9.2 จงแปลความหมายค่าของ $f(40)$ ในลักษณะตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น

วิธีทำ.....

.....

.....

9.3 จงพิจารณาว่า $f(-20)$ มีความหมายในชีวิตจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

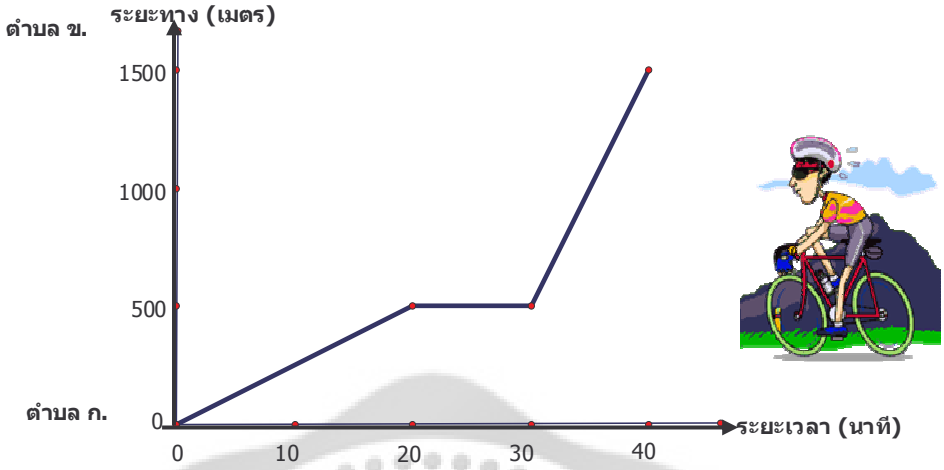
คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

10. สมชายเดินทางโดยรถจักรยาน จากตำบล ก. ไปยังตำบล ข. โดย**ระยะทางที่เดินทาง**สัมพันธ์กับ**ระยะเวลา** แสดงดังกราฟข้างล่าง



จากกราฟข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

10.1 ช่วงเวลา 25 นาทีแรก สมชายเดินทางได้ระยะทางเท่าใด

คำตอบ.....

10.2 สมชายหยุดพักช่วงเวลาใด พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

10.3 สมชายปั่นจักรยานในช่วงใดได้เร็วกว่ากัน พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ ระหว่างช่วงเวลาต่อไปนี้

ก) ช่วง 10 นาทีแรก ข) ช่วงนาทีที่ 10 – 20 ค) ช่วงนาทีที่ 30 – 40

คำตอบ.....

แนวคิด.....

.....

.....

.....

.....

.....

11. บริษัทมือถือแห่งหนึ่ง เสนอโปรโมชันสำหรับลูกค้า 2 โปรโมชัน ดังนี้

โปรโมชัน A กำหนดจำนวนนาทีที่โทรได้ในโปรโมชันเป็น **200 นาที** และค่าโทรที่เกินจาก โปรโมชันคิดนาทีละ 1.25 บาท โดยค่าโทรศัพท์ที่จ่ายรายเดือน (บาท) ซึ่งหาได้จากสูตรดังนี้

$$f(x)=200+1.25x$$

เมื่อ x แทน จำนวนนาทีที่โทรเกินจากโปรโมชัน และ

$f(x)$ แทน ค่าโทรศัพท์ที่จ่ายรายเดือนเมื่อโทรเกินจากโปรโมชัน x นาที (บาท)

โปรโมชัน B กำหนดจำนวนนาทีที่โทรได้ในโปรโมชันเป็น **250 นาที** และค่าโทรที่เกินจาก โปรโมชันคิดนาทีละ 0.75 บาท โดยค่าโทรศัพท์ที่จ่ายรายเดือน (บาท) ซึ่งหาได้จากสูตรดังนี้

$$g(x)=300+0.75x$$

เมื่อ x แทน จำนวนนาทีที่โทรเกินจากโปรโมชัน และ

$g(x)$ แทน ค่าโทรศัพท์ที่จ่ายรายเดือนเมื่อโทรเกินจากโปรโมชัน x นาที (บาท)

ใบเฟิร์นใช้โทรศัพท์โทรออกในแต่ละเดือนประมาณ **4 ชั่วโมง 30 นาที** นักเรียนคิดว่าใบเฟิร์นควรเลือกใช้โปรโมชัน A กับโปรโมชัน B จึงจะประหยัดเงินมากที่สุด พร้อมแสดงแนวคิดประกอบให้เห็นจริง

คำตอบ .....

แนวคิด .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. กำหนดสถานการณ์ชีวิตจริง ดังนี้

น้ำฝนต้องการซื้อถ้วยสำหรับชงโอวัลติน ซึ่งต้องการถ้วยชนิดใดที่สามารถเก็บรักษาความร้อนได้นาน

จากรูปแบบของถ้วยที่ทางร้านได้นำเสนอ น้ำฝนสนใจถ้วยชนิด A และ ถ้วยชนิด B ซึ่งทางร้านค้าได้นำข้อมูลจากการทดลองการเก็บความร้อนของถ้วยสำหรับชงโอวันตินทั้งสองชนิด มาให้น้ำฝนพิจารณา ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- อุณหภูมิของโอวัลตินร้อนใน**ถ้วยชนิด A** ลดลงทีละ **9** องศาเซลเซียส ในทุกๆ 5 นาที
- อุณหภูมิของโอวัลตินร้อนใน**ถ้วยชนิด B** ลดลงทีละ **8** องศาเซลเซียส ในทุกๆ 4 นาที

ถ้าอุณหภูมิของโอวัลตินร้อนใน**ถ้วยชนิด A** และ**ถ้วยชนิด B** เริ่มต้นที่ 90 องศาเซลเซียส

จงใช้**ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันในรูปกราฟ** ตรวจสอบว่าระหว่างถ้วยชนิด A และถ้วยชนิด B ถ้วยชนิดใดที่สามารถเก็บรักษาความร้อนได้ดีที่สุด โดยพิจารณาเปรียบเทียบจากช่วงเวลาตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่ง อุณหภูมิลดลงเหลือ **35 องศาเซลเซียส** พร้อมแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน
ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
2. ข้อสอบแต่ละข้อ ให้นักเรียนตอบคำถาม หรือตอบคำถามพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียด ลงในช่องว่างที่ให้ไว้ในแต่ละข้อ

1. **สถานการณ์** อานนท์ทำงานล่วงเวลา (Part Time) ในร้านสะดวกซื้อแห่งหนึ่ง ซึ่งทางร้านให้ค่าจ้างชั่วโมงละ 45 บาท โดยแต่ละเดือนทางร้านได้จัดสรรให้พนักงานของร้านทำงานล่วงเวลาได้ไม่เกิน 50 ชั่วโมง

จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะฟังก์ชัน จากตัวแปรที่กำหนด คือ

- จำนวนชั่วโมงการทำงานในแต่ละเดือน
- จำนวนเงินค่าจ้างที่ได้รับแต่ละเดือน (หน่วย)

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 จงระบุ**ตัวแปร**ที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

1.2 จงระบุ**ความสัมพันธ์**(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น โดยระบุในรูป**ประโยคภาษา** หรือ **ตาราง** หรือ **สัญลักษณ์**

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

1.3 จงระบุ**โดเมนและเรนจ์**ของความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

โดเมน คือ .....

.....

เรนจ์ คือ .....

.....

1.4 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

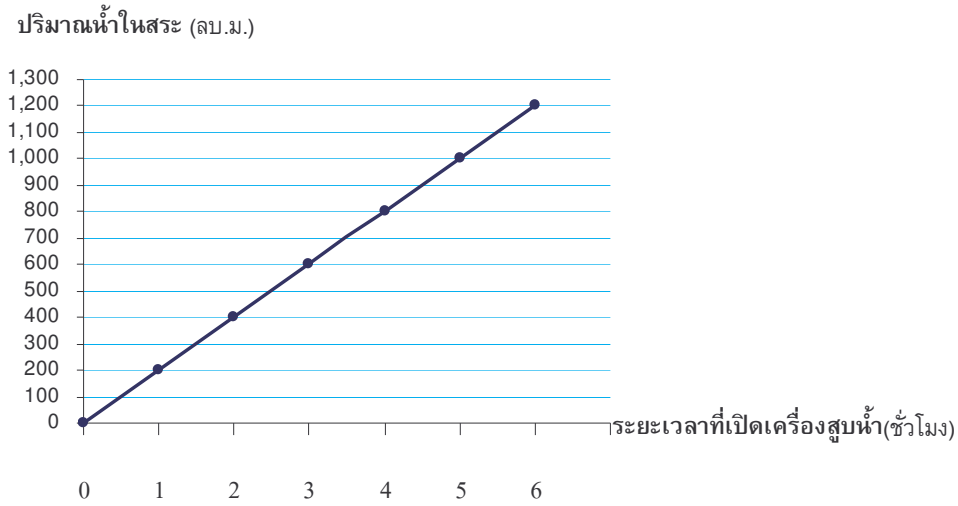
คำตอบ.....

เหตุผล .....

.....

.....

2. สระว่ายน้ำแห่งหนึ่งมีความจุ 1,200 ลูกบาศก์เมตร ต้องการสูบน้ำเข้าสระว่ายน้ำแห่งนี้ เมื่อทำการเปิดเครื่องสูบน้ำ ทำให้ปริมาณน้ำในสระเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ แสดงดังกราฟข้างล่าง



จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 จงระบุ**ตัวแปร**ที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2.2 จงระบุ**ความสัมพันธ์**(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น โดยระบุในรูป**ประโยคภาษา** หรือ**ตาราง** หรือ **สัญลักษณ์**

วิธีทำ.....

.....

.....

2.3 จงระบุ**โดเมนและเรนจ์**ของความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

โดเมน คือ .....

.....

เรนจ์ คือ .....

.....

2.4 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

คำตอบ.....

เหตุผล .....

.....

.....

3. ให้ f เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างน้ำหนักของสาวิตรี (กิโลกรัม) กับ ระยะเวลาที่เข้าคอร์สลดน้ำหนัก (สัปดาห์) แสดงดังตารางข้างล่าง

ระยะเวลาที่เข้าคอร์สลดน้ำหนัก (สัปดาห์)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
น้ำหนักของสาวิตรี (กิโลกรัม)	**72.5**	**72.5**	**72**	**71.5**	**71**	**70**

จงใช้ข้อมูลข้างต้น ตอบคำถามข้อ 3.1 และข้อ 3.2

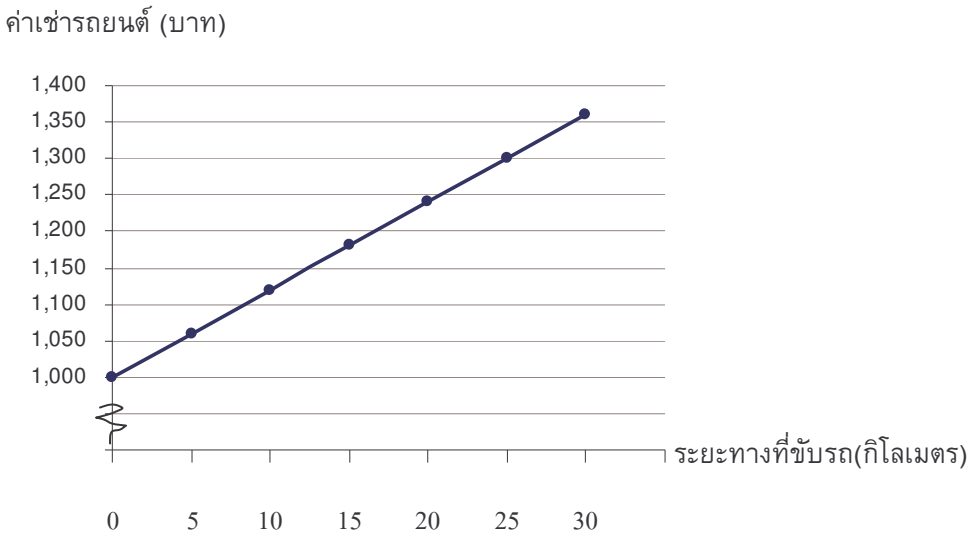
3.1 จงอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ $f(5)$

คำตอบ .....

3.2 ในสถานการณ์นี้ $f(5)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ .....

4. ให้ g เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างระยะทางที่ขับรถ (กิโลเมตร: x) กับ ค่าเช่ารถยนต์ (บาท : $g(x)$) ซึ่งแสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



จงใช้ข้อมูลข้างต้น ตอบคำถามข้อ 4.1 และข้อ 4.2

4.1 จงอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ $g(25)$

คำตอบ .....

4.2 ในสถานการณ์นี้ $g(25)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ .....

5. กำหนด $f(x)=3x-7$ เมื่อ x แทนจำนวนจริงใด ๆ จงหาค่าของ $f(7.5)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. จงยกตัวอย่างปริมาณของสิ่งสองสิ่งในสถานการณ์ชีวิตจริงที่สัมพันธ์กันในลักษณะฟังก์ชันและสอดคล้องกับ $f(x)=3x$ (*หมายเหตุ* นอกจาก $f(x)=3x$ นักเรียนสามารถยกตัวอย่างอื่นได้ เช่น $f(x)=5x$ หรือ $f(x)=10x$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

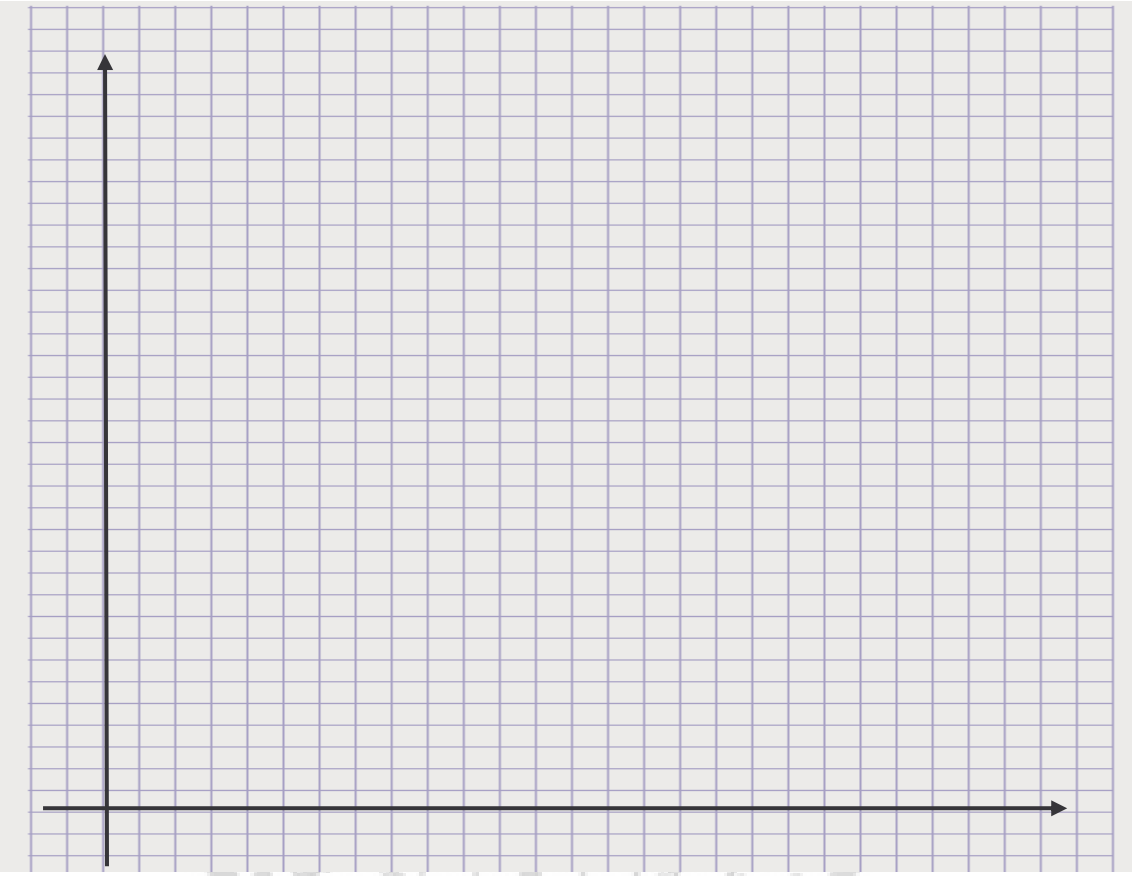
7. กำหนดสถานการณ์ชีวิตจริง ดังนี้

สายฟ้าเปิดสปริงเกอร์เพื่อรดน้ำผักที่ปลูกไว้เป็นระยะเวลา 40 นาที โดยเมื่อสปริงเกอร์เครื่องนี้จะต้องใช้ปริมาณน้ำอย่างสม่ำเสมอนาทีละ 3.5 ลิตร

จากสถานการณ์ชีวิตจริงข้างต้น ให้ตอบคำถามข้อ 7.1 ถึง ข้อ 7.3

7.1 จงเขียน**ตาราง**แสดงฟังก์ชันระหว่างระยะเวลาที่เปิดสปริงเกอร์ (นาที) กับปริมาณน้ำที่ใช้ (ลิตร) โดยกำหนดระยะเวลาที่เปิดสปริงเกอร์เป็น **5 นาที 10 นาที 20 นาที 30 นาที** และ **40 นาที**ตามลำดับ

7.2 จงเขียน**กราฟ**แสดงฟังก์ชันระหว่างระยะเวลาที่เปิดสปริงค์ (นาที) กับ ปริมาณน้ำที่ใช้ (ลิตร) โดยกำหนดระยะเวลาที่เปิดสปริงค์**ตั้งแต่ 0 นาที จนถึง 40 นาที**



7.3 จงเขียน**ฟังก์ชัน** $f(x)$ แสดงปริมาณน้ำที่ใช้ในรูปของระยะเวลาที่เปิดสปริงเกอร์ เมื่อกำหนด x แทน ระยะเวลาที่เปิดสปริงเกอร์ (นาที) และ

$f(x)$ แทน ปริมาณน้ำที่ใช้ เมื่อเปิดสปริงเกอร์ x นาที (ลิตร)

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

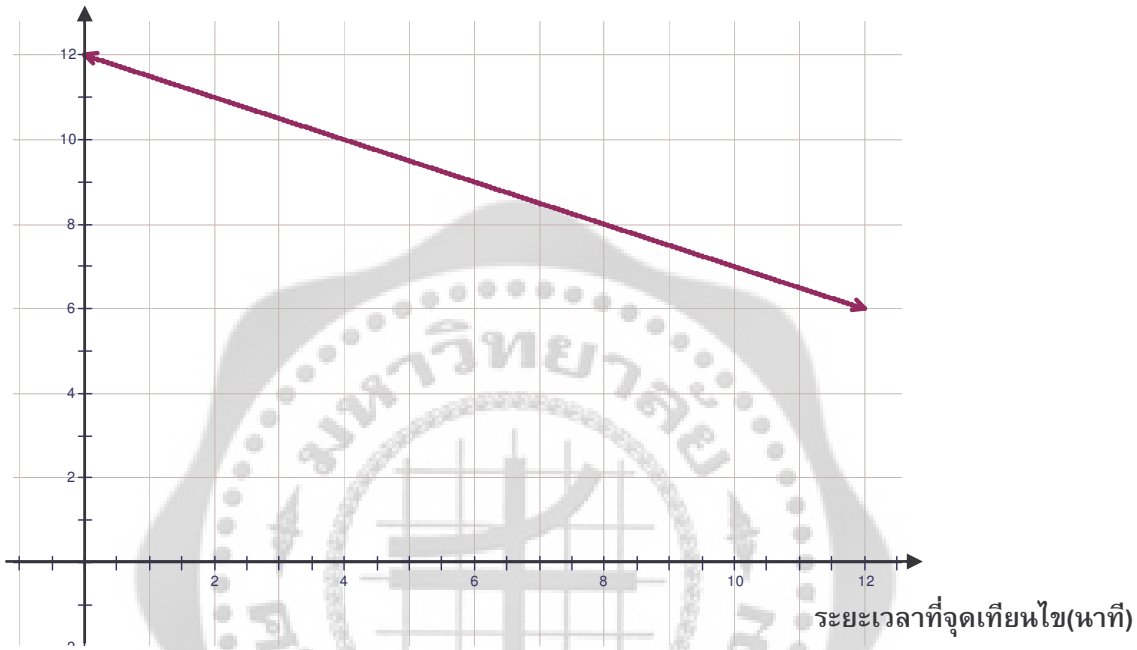
.....

.....

8. จงพิจารณาว่าฟังก์ชันในรูปกราฟและรูปสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ เป็น**ฟังก์ชันเดียวกัน**หรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

■ ฟังก์ชันในรูป**กราฟ**

เมื่อกำหนดระยะเวลาที่จุดเทียนไขมีค่าตั้งแต่ 0 นาที ถึง 12 นาที



■ ฟังก์ชันในรูป**สัญลักษณ์**

$$f(x) = -x+12$$

เมื่อกำหนด x แทน ระยะเวลาที่จุดเทียนไข (นาที) ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0 นาที ถึง 12 นาทีและ

$f(x)$ แทน ความยาวของเทียนไข เมื่อถูกจุดเป็นระยะเวลา x นาที (เซนติเมตร)

คำตอบ .....

เหตุผล .....

.....

.....

.....

.....

9. กำหนดสถานการณ์ชีวิตจริง ดังนี้

จากข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักตัวของทารกแรกเกิดในช่วง **2 เดือนแรก** พบว่าฟังก์ชันระหว่าง**น้ำหนักตัวของทารก** (ออนซ์) กับ **อายุของทารก**(วัน) สามารถเขียนแทนด้วยสูตร ได้ดังนี้

$$f(x) = 2.1x + 96$$

เมื่อ x แทน อายุของทารก(วัน) และ

$f(x)$ แทน น้ำหนักตัวของทารกที่มีอายุ x วัน (ออนซ์)

9.1 จงหาค่า $f(30)$ และ $f(60)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

9.2 ในสถานการณ์นี้ จงตีความค่าของ $f(30)$ ในลักษณะของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 ในสถานการณ์นี้ จงพิจารณาว่า $f(-20)$ มีความหมายหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ.....

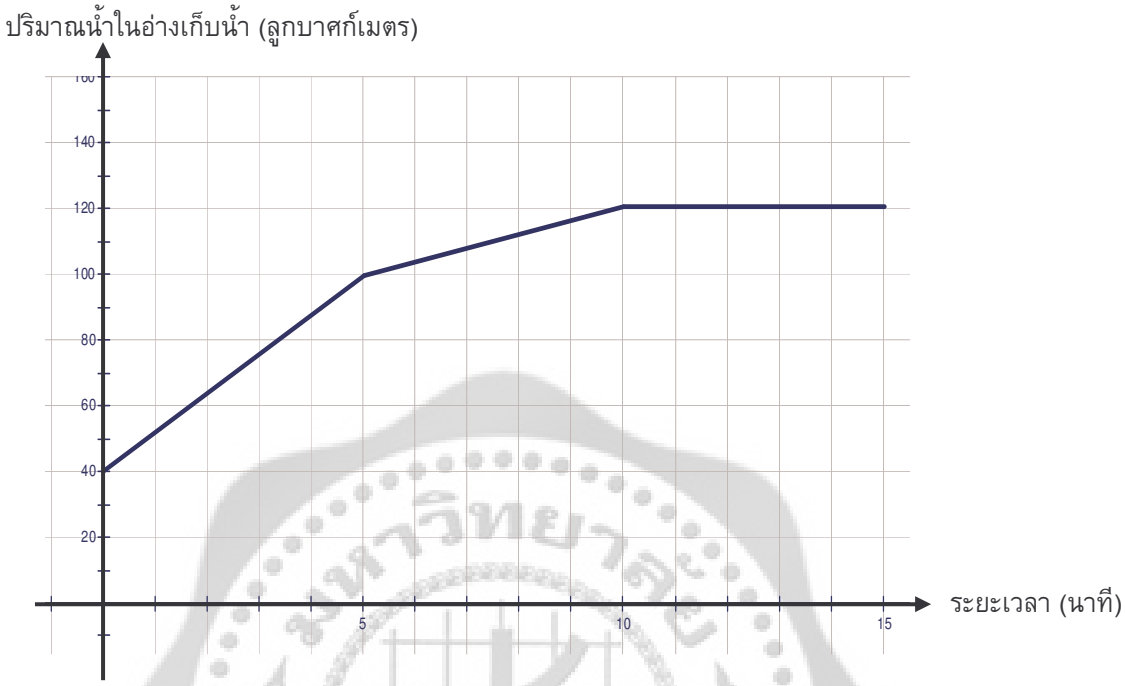
.....

.....

.....

.....

10. เนื่องจากฝนตกหนัก ทำให้ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำเพิ่มขึ้น โดยกราฟข้างล่างอธิบายลักษณะการเพิ่มขึ้นของปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำหลักจากฝนตกในช่วง 15 นาทีแรก



จากกราฟข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

10.1 ช่วงเวลา 12 นาทีแรก ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำมีอยู่เท่าใด

คำตอบ.....

10.2 ช่วงเวลาใดที่ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำมีค่าคงที่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

10.3 ช่วงเวลาใดที่ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำเพิ่มขึ้นมากที่สุด ระหว่างช่วงเวลาต่อไปนี้

ก) ช่วง 5 นาทีแรก ข) ช่วงนาทีที่ 5 – 10 ค) ช่วงนาทีที่ 10 – 15

พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ

คำตอบ.....

แนวคิด.....

.....

.....

.....

.....

11. ค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพไปยังจังหวัดทางภาคเหนือ คิดจาก**ค่าขนส่งเบื้องต้น** บวกกับ**ค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักสินค้า** โดยค่าขนส่งสินค้าของบริษัท A และ บริษัท B ดังนี้

บริษัท A คิดค่าขนส่งเบื้องต้น 300 บาท และคิดค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักสินค้ากิโลกรัมละ 5 บาท โดยค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพไปยังจังหวัดทางภาคเหนือของบริษัท A หาได้จากสูตร

$$f(x) = 5x + 300$$

เมื่อ x แทน น้ำหนักสินค้าที่ต้องการส่ง (กิโลกรัม) และ

$f(x)$ แทน ค่าขนส่งสินค้า สำหรับสินค้าที่มีน้ำหนัก x กิโลกรัม (บาท)

บริษัท B คิดค่าขนส่งเบื้องต้น 250 บาท และคิดค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักสินค้ากิโลกรัมละ 7 บาท โดยค่าขนส่งสินค้าจากกรุงเทพไปยังจังหวัดทางภาคเหนือของบริษัท B หาได้จากสูตร

$$g(x) = 7x + 250$$

เมื่อ x แทน น้ำหนักสินค้าที่ต้องการส่ง (กิโลกรัม) และ

$g(x)$ แทน ค่าขนส่งสินค้า สำหรับสินค้าที่มีน้ำหนัก x กิโลกรัม (บาท)

สมชายต้องการส่งสินค้าจากกรุงเทพไปยังจังหวัดทางภาคเหนือ ซึ่งมีน้ำหนัก 200 กิโลกรัม สมชายควรเลือกส่งสินค้าชิ้นนี้กับบริษัท A หรือ บริษัท B จึงจะประหยัดเงินมากที่สุด พร้อมแสดงแนวคิดประกอบคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. กำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงดังนี้

สมชายทานยาชนิดหนึ่งจำนวน 1 เม็ด โดยปริมาณยาในกระแสเลือดของสมชายในช่วง 10 ชั่วโมงแรกหลังจากรับประทานยาเข้าไป แสดงดังตารางข้างล่าง

ระยะเวลา (ชั่วโมง)	เริ่มต้น	2	4	6	8	10
ปริมาณยาในกระแสเลือด (มิลลิกรัม)	500	250	125	62.5	31.25	16.125

จงใช้**ความรู้เรื่องฟังก์ชันในรูปกราฟ** ทำนายปริมาณยาในกระแสเลือด (โดยประมาณ) หลังจากรับประทานยาไป 5 ชั่วโมง

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตาราง 17 วิเคราะห์หลักสูตรของ**ใบกิจกรรม (ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด)**

ความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน	ตัวชี้วัดและพฤติกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด	ใบกิจกรรม
ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	**1. ความหมายของฟังก์ชัน** 1.1 ระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) 1.2 ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร 1.3 ระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 1.4 ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน	ใบกิจกรรมที่ 1
	2. สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน 2.3 เมื่อกำหนดสัญลักษณ์ของฟังก์ชันให้ เช่น $f(6)$ สามารถอธิบายและหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันดังกล่าวในรูปตัวแปรต้นและตัวแปรตามได้	ใบกิจกรรมที่ 2
	2.4 สามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย เช่น $f(x)=6x$	
ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน	**3. การแสดง(สร้าง)ตัวแทนของฟังก์ชัน** 3.1 แสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้ 3.2 แสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้ 3.3 แสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้	ใบกิจกรรมที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 6
	4. การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูป ที่ต่างกัน	ใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 6
	5. การหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนต่าง ๆ ของฟังก์ชัน 5.1 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางได้ 5.2 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟได้ 5.3 หาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ได้	ใบกิจกรรมที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 8
	6. การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง 6.1 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ชีวิตจริง 6.2 สามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้	ใบกิจกรรมที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 7 ใบกิจกรรมที่ 8
ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง	**7. การใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง**	ใบกิจกรรมที่ 9 ใบกิจกรรมที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 12

ใบกิจกรรมที่ 1 การขายดินสอ และการจุดเทียนไข

สถานการณ์ 1 ร้านค้าสหกรณ์แห่งหนึ่งจะได้กำไรจากการขายปากกาแท่งละ 2.50 บาท โดยแต่ละวันทางร้านจะเตรียมปากกาไว้ขายจำนวน 5 โหล (หรือ 60 แท่ง) ซึ่งบางวันขายปากกาได้หมด แต่บางวัน ก็ขายปากกาได้ไม่หมด

พิจารณาตัวแปรที่สัมพันธ์กัน คือ

- จำนวนปากกาที่ขายได้ในวันหนึ่ง ๆ (แท่ง) กับ
- กำไรจากการขายปากกา (บาท)

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 จงระบุ**ตัวแปร**ที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

1.2 จงระบุ**ความสัมพันธ์**(กฎเกณฑ์)ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น โดยระบุในรูป**ประโยคภาษา** หรือ **ตาราง** หรือ **สัญลักษณ์**

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

1.3 จงระบุ**โดเมนและเรนจ์**ของความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น

โดเมน คือ .....

.....

เรนจ์ คือ .....

.....

1.4 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมทั้งเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

คำตอบ.....

เหตุผล .....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

1. กำหนดให้ f เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างจำนวนตั๋วภาพยนตร์ที่ขายได้ (ใบ) กับ กำไร (บาท) ซึ่งแสดงดังตารางดังนี้

จำนวนตั๋วภาพยนตร์ที่ขายได้ (x)	50	85	110	200	243	300	350
กำไร ($f(x)$)	500	850	1,100	2,000	2,430	3,000	3,500

จงใช้ข้อมูลข้างต้น ตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 ตัวแปรต้น คือ .....

ตัวแปรตาม คือ .....

1.2 จงหาค่าของ $f(85)$ และ $f(350)$

คำตอบ .....

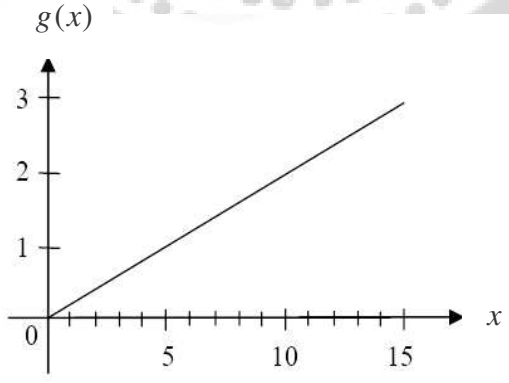
1.3 จงอธิบายความหมายค่าของ $f(85)$ และ $f(350)$ ในลักษณะของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม

วิธีทำ .....

.....

.....

2. กำหนดให้ g เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างเวลาที่ได้ยินเสียงฟ้าผ่า (วินาที: x) กับ ระยะทางระหว่างผู้ที่ได้ยินเสียงกับสถานที่เกิดฟ้าผ่า (กิโลเมตร : $g(x)$) ซึ่งแสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



จงใช้ข้อมูลข้างต้น ตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 ตัวแปรต้น คือ .....

ตัวแปรต้น คือ .....

2.2 จงหาค่าของ $g(5)$ และ $g(15)$

คำตอบ .....

2.3 จงอธิบายความหมายค่าของ $g(5)$ และ $g(15)$ ในลักษณะของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม

คำตอบ .....

.....

.....

3. กำหนด $f(x) = 5x - 12$

3.1 จงหาค่าของฟังก์ชัน $f(7.5)$

3.2 จงอธิบายความหมายสัญลักษณ์ $f(7.5)$

3.1 **วิธีทำ**.....

.....

.....

.....

.....

3.2 **วิธีทำ**.....

.....

.....

.....

4. จงยกตัวอย่างปริมาณของสองสิ่งในสถานการณ์ชีวิตจริงที่สัมพันธ์กันในลักษณะฟังก์ชันและสอดคล้องกับ $f(x) = 3x$ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดให้เข้าใจ

(*หมายเหตุ* นอกจาก $f(x) = 3x$ นักเรียนสามารถยกกรณีอื่นได้ เช่น $f(x) = 5x$ หรือ $f(x) = 10x$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง ความกดอากาศกับความสูง

ข้อมูลจากการทดลองทางวิทยาศาสตร์ พบว่า ณ ตำแหน่งที่มีระยะความสูงจากผิวโลกเท่ากันความกดอากาศจะเท่ากันเสมอ เมื่อความสูงจากระดับน้ำทะเลเพิ่มสูงขึ้น ความกดอากาศจะลดลง เนื่องจากอากาศเบาบางทำให้มวลอากาศในระดับสูง ๆ จะกดทับน้อยจึงทำให้ยิ่งเพิ่มระยะความสูงความกดอากาศยิ่งจะลดลง โดยเฉลี่ยแล้ว

“ ความกดอากาศจะลดลง 1 มิลลิเมตรของปรอท
เมื่อความสูงเพิ่มขึ้นประมาณ 11 เมตร ”

คำสั่ง ให้นักเรียนใช้ข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ข้างต้น แล้วตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. หากต้องการเขียนสูตรการหา**ความดันอากาศ** (มิลลิเมตรปรอท) ในรูปของ**ความสูงจากระดับน้ำทะเล** (เมตร) จงพิจารณาว่าจะกำหนดตัวแปรใดเป็นตัวแปรต้น และกำหนดตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม

ตัวแปรต้น คือ .....

ตัวแปรตาม คือ .....

2. จากความรู้ที่ว่า “ความกดอากาศที่บริเวณพื้นดินมีค่า 760 มิลลิเมตรของปรอท” และ “ เมื่อความสูงเพิ่มขึ้นประมาณ 11 เมตร ความกดอากาศจะลดลง 1 มิลลิเมตรของปรอท”

จงเติม**ความดันอากาศ**ให้สัมพันธ์กับความสูงจากระดับน้ำทะเลเป็น 0 เมตร 11 เมตร 33 เมตร 55 เมตร 99 เมตร และ 110 เมตร

ความสูงจากระดับน้ำทะเล (เมตร)						
ความกดอากาศ (มิลลิเมตรของปรอท)						

3. ความสัมพันธ์ระหว่างความสูงจากระดับน้ำทะเลกับความดันอากาศ**<u>เป็นฟังก์ชัน หรือไม่</u>** พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

คำตอบ คือ .....

เหตุผล .....

.....

.....

4. จากตารางข้อ 2 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง**ความสูงจากระดับน้ำทะเล** (เมตร)กับ**ความกดอากาศ** (มิลลิเมตรปรอท) โดยกำหนดความสูงจากระดับน้ำทะเลมีค่าตั้งแต่ **0 ถึง 110 เมตร**

5. จงเขียนสูตร $f(x)$ เมื่อกำหนด $f(x)$ แทนความดันอากาศ (มิลลิเมตรของปรอท) และ x แทน ความสูงจากระดับน้ำทะเล (เมตร)
(**ข้อแนะนำ**: พิจารณา $f(x) = ax + b$ และใช้ข้อมูลจากกราฟข้อ 4 เพื่อหาค่า a และ b)

วิธีทำ .....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

6. ขณะที่นักกระโดดร่มกำลังดิ่งพสุธาอยู่ เขาอ่านค่าความสูงจากระดับน้ำทะเลจาก**แอลติมิเตอร์**ซึ่งนำติดตัวไปด้วย พบว่า เขาอยู่สูงกว่าระดับน้ำทะเลเท่ากับ **660** เมตร

จงใช้สูตร $f(x)$ **จากข้อ 5** คำนวณว่า ณ ตำแหน่งมี**ความกดอากาศ**เป็นเท่าใด

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. นักไต่เขาได้นำ**แอลติมิเตอร์**ติดตัวไปด้วย ระหว่างที่ปีนเขาอยู่นั้นเขาได้อ่านค่าและพบว่าเขาอยู่สูงกว่าระดับน้ำทะเลเท่ากับ **2,838 เมตร จงใช้สูตร** $f(x)$ **จากข้อ 5** คำนวณว่า ณ ตำแหน่งมี**ความกดอากาศ**เป็นเท่าใด

แอลติมิเตอร์ เป็นอุปกรณ์สำหรับใช้ในเครื่องบินหรือติดที่ตัวนักโดดร่มเพื่อบอกระดับความสูง

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

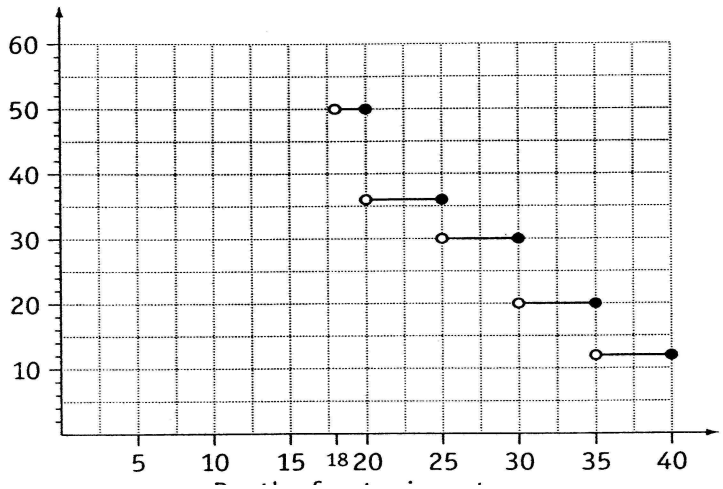
.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง การดำน้ำ

การดำน้ำในระดับน้ำที่มีความลึกมากกว่า 18 เมตร ได้มีการกำหนดระยะเวลาของการดำอยู่ในน้ำของแต่ละระดับความลึกของน้ำ ดังกราฟขวามือ



จงใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ข้างต้น ตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2. จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

คำตอบ .....

.....

3. ความสัมพันธ์ที่แสดงด้วยกราฟที่กล่าวในข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบ .....

เหตุผล .....

.....

4. สมพงษ์ต้องการดำน้ำในระดับความลึก 26 เมตร อยากทราบว่า เขาสามารถดำอยู่ในน้ำได้นานที่สุดกี่นาที จึงจะมีความปลอดภัย

คำตอบ .....

5. สมศรีต้องการดำน้ำในระดับความลึก 30 เมตร ระยะเวลาที่เธอสามารถดำอยู่ในน้ำนานที่สุดกี่นาที จึงจะมีความปลอดภัย

คำตอบ .....

6. ระยะเวลามากที่สุดของการดำอยู่ในน้ำในระดับความลึก 35 เมตร จะนานกว่า ระยะเวลามากที่สุดของการดำอยู่ในน้ำในระดับความลึก 36 เมตร กี่นาที

คำตอบ .....

.....

.....

7. กำหนด $f(x)$ แทนระยะเวลาที่ดำอยู่ในน้ำ(นาที) และ x แทนระดับความลึกของน้ำ (เมตร) จงพิจารณาว่าสูตร $f(x)$ เมื่อ x มีค่าในช่วง (18, 25] ในข้อใดสอดคล้องกับกราฟที่กล่าวในข้างต้นมากที่สุด พร้อมอธิบายเหตุผลให้เห็นจริง

ก. $f(x)=\begin{cases}50, & 18<x\le 20\\ 36, & 20<x\le 25\end{cases}$ ข. $f(x)=\begin{cases}50, & 18\le x<20\\ 36, & 20\le x<25\end{cases}$ ค. $f(x)=\begin{cases}50, & 18\le x\le 20\\ 36, & 20\le x\le 25\end{cases}$

คำตอบ สูตร $f(x)$ สอดคล้องกับสถานการณ์ข้างต้นมากที่สุด คือ .....

เหตุผล .....

.....

.....

.....

.....

.....

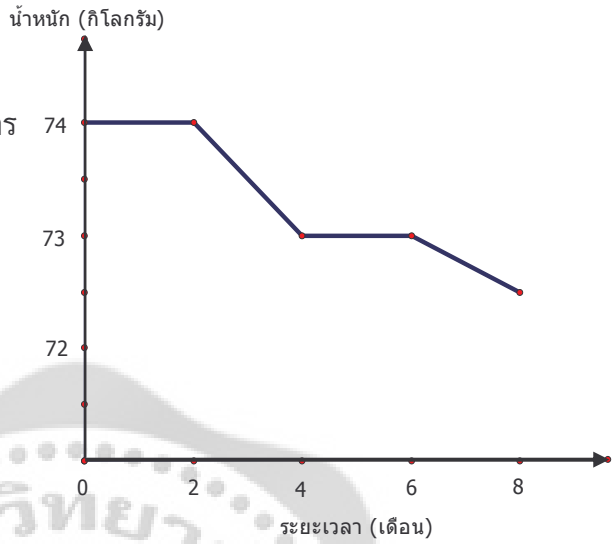
.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การลดน้ำหนัก

สถานการณ์

สาวิกามีส่วนสูง 165 เซนติเมตร เธอรู้สึกว่าตัวเองมีน้ำหนักตัวมากเกินไป จึงตัดสินใจเข้าคอร์สเพื่อลดน้ำหนักเป็นระยะเวลา 8 เดือน โดยน้ำหนักตัวของเธอในช่วงที่เข้าคอร์ส แสดงดังกราฟขวามือ



จงใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ข้างต้น ตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงระบุตัวแปรที่สัมพันธ์กัน โดยเติมลงในแผนภาพข้างล่าง

2. จงระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

คำตอบ .....

.....

3. ความสัมพันธ์ที่แสดงด้วยกราฟที่กล่าวในข้างต้น เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบ .....

เหตุผล .....

.....

4. จงเติม**น้ำหนัก**ของสาวิกาลงในตารางให้สัมพันธ์กับกราฟ

ระยะเวลา(เดือน)	0	1	2	4	5	6	8
น้ำหนัก (กิโลกรัม)							

5. ช่วงเวลา 4 เดือนแรกของการเข้าคอร์สลดน้ำหนัก น้ำหนักของสาวิกาลดลงจากเดิมกี่กิโลกรัม
คำตอบ .....

6. ช่วงเวลา 8 เดือนที่สาวิกาเข้าคอร์สลดน้ำหนัก น้ำหนักของสาวิกาลดลงจากเดิมกี่กิโลกรัม
คำตอบ

.....

7. มีช่วงเดือนที่น้ำหนักของสาวิกา**ไม่ลดลง** หรือไม่ เพราะเหตุใด
คำตอบ .....
.....
.....

8. ช่วงเดือนใดต่อไปนี้ น้ำหนักของสาวิกาลดลงมากที่สุดและลดลงไปได้กี่กิโลกรัมระหว่าง
ก) ช่วงเดือนที่ 2 - 4 ข) ช่วงเดือนที่ 4 - 6 ค) ช่วงเดือนที่ 6 - 8
พร้อมอธิบายเหตุผลให้เห็นจริง
คำตอบ .....
เหตุผล .....
.....
.....
.....

9. เมื่อสิ้นสุดเดือนที่ 8 ของการลดน้ำหนัก น้ำหนักตัวของสาวิกาอยู่เกณฑ์ปกติหรือไม่
โดยพิจารณาจาก**ค่าดัชนีมวลกาย** ซึ่งหาได้จากสูตร

$$\text{ดัชนีมวลกาย} = \frac{\text{น้ำหนักเป็นกิโลกรัม}}{(\text{ความสูงเป็นเมตร})^2}$$

หมายเหตุ น้ำหนักตัวปกติควรมีค่าดัชนีมวลกายอยู่ในช่วง 18.5 – 22.9 กก./ ตร.ม.
แนวคิด.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง การเลือกโปรโมชันมือถือ

สถานการณ์ ปัจจุบัน**โทรศัพท์มือถือ**ได้กลายเป็นสิ่งที่จำเป็นในการดำเนินชีวิตประจำวันไปแล้ว ด้วยเหตุนี้ บริษัทมือถือต่าง ๆ จึงได้นำเสนอโปรโมชันมือถือออกมามากมายเพื่อดึงดูดลูกค้าและต้องการช่วงชิงพื้นที่การตลาดให้มากที่สุด ซึ่งมีทั้งแบบเติมเงินและแบบรายเดือน ต่อไปเป็นโปรโมชันมือถือสองบริษัทของ **โปรโมชัน A** กับ **โปรโมชัน B**

ค่าโทรศัพท์ที่จ่ายแต่ละเดือน (บาท)	ค่าบริการรายเดือน (บาท)	ค่าโทรที่เกินจากโปรโมชันคิดนาทีละ (บาท)
โปรโมชัน A	**100** (โทรได้ไม่เกิน 120 นาที)	**1.50**
โปรโมชัน B	**150** (โทรได้ไม่เกิน 180 นาที)	**0.50**

สาวิกาใช้โทรศัพท์โทรออกในแต่ละเดือนประมาณ **3 ชั่วโมง 30 นาที** เธอกำลังตัดสินใจว่าระหว่างโปรโมชัน A กับโปรโมชัน B แบบไหนจะประหยัดกว่ากัน

นักเรียนจะแนะนำให้สาวิกาเลือกใช้โปรโมชัน A กับโปรโมชัน B พร้อมแสดงแนวคิดประกอบคำตอบโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชัน

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง การจัดคอนเสิร์ต

สถานการณ์

ผู้จัดงานคอนเสิร์ตรายหนึ่ง ได้ลองคำนวณรายได้ของการจัดคอนเสิร์ตที่สัมพันธ์กับราคาของตั๋วคอนเสิร์ต (ticket price) พบว่า รายได้ของการจัดคอนเสิร์ตดังกล่าว แทนได้ด้วยสูตร ดังนี้

$$f(x) = -50x^2 + 2{,}500x$$

เมื่อ x แทน ราคาของตั๋วคอนเสิร์ต

$f(x)$ แทน รายได้ที่กำหนดราคาของตั๋วเป็น x บาท

จงหาว่า ผู้จัดงานคอนเสิร์ตต้องกำหนดราคาของตั๋วคอนเสิร์ตเป็นเท่าใด จึงจะทำให้รายได้จากการคอนเสิร์ตมีค่ามากที่สุด

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และการแสดงความสัมพันธ์ในรูปต่าง ๆ
กลุ่มที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. .....เวลา..... น.

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1. ความเข้าใจตัวแปรที่สัมพันธ์กัน					
2. ความเข้าใจตัวแปรต้นและตัวแปรตาม					
3. การระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์					
4. การระบุความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร (ประโยคภาษา)					
5. การแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ในรูปแผนภาพการจับคู่					
6. การแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ในรูปตาราง					
7. การแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ในรูปเซตของคู่อันดับ					
8. การแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ในรูปกราฟ					
9. การแสดงตัวแทนของความสัมพันธ์ในรูปสมการ					

ข้อสังเกตอื่น ๆ

.....
.....
.....
.....
.....
.....

หมายเหตุ 4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 4
3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 3
2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 2
1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 1

แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ 3 เรื่อง ฟังก์ชันและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (function notation)
กลุ่มที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. .....เวลา..... น.

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1. ความเข้าใจเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
2. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในชีวิตจริงที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
3. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปตารางที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
4. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปกราฟที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
5. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปสมการอย่างง่ายที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
6. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปเซตของคู่อันอับที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
7. ความเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชันในรูป f(x) ในแง่ของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม					
8. การหาค่าของฟังก์ชันที่ x = a จากฟังก์ชันที่กำหนดในรูป f(x)					
9. การตีความค่าของฟังก์ชันในข้อ 8. มาสู่ในสถานการณ์ชีวิตจริง					
10. การนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย					

ข้อสังเกตอื่น ๆ

.....
.....
.....
.....
.....

หมายเหตุ 4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 4
3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 3
2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 2
1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 1

แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้นในสถานการณ์ชีวิตจริง
กลุ่มที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. .....เวลา..... น.

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1. ความเข้าใจตัวแปรที่สัมพันธ์กัน					
2. ความเข้าใจตัวแปรต้นและตัวแปรตาม					
3. การระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์					
4. การระบุความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร (ประโยคภาษา)					
5. การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตาราง					
6. การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ					
7. การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์					
8. การหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ					
9. การหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์					
10. การตีความตัวแทนฟังก์ชันในรูปกราฟมาสู่สถานการณ์ชีวิตจริง					
11. การเชื่อมโยง (จับคู่/แปลง)ระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปตาราง & กราฟ					
12. การเชื่อมโยง (จับคู่/แปลง)ระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปตาราง & สัญลักษณ์					
13. การเชื่อมโยง (จับคู่/แปลง)ระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ & กราฟ					
14. การเชื่อมโยง (จับคู่/แปลง)ระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปประโยคภาษา & กราฟ					
15. การเชื่อมโยง (จับคู่/แปลง)ระหว่างตัวแทนฟังก์ชันในรูปประโยคภาษา & สัญลักษณ์					

ข้อสังเกตอื่น ๆ

.....
.....
.....
.....
.....

หมายเหตุ 4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 4
3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 3
2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 2
1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 1

แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันที่ไม่ใช่เชิงเส้น

กลุ่มที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. .....เวลา..... น.

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1. ความเข้าใจเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
2. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในชีวิตจริงที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
3. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปกราฟที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
4. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปสมการอย่างง่ายที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
5. การระบุได้ว่าความสัมพันธ์ในรูปสมการอย่างง่ายที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการพิจารณาเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชัน					
6. ความเข้าใจสัญลักษณ์ของฟังก์ชันในรูป $f(x)$ ในแง่ของตัวแปรต้นและตัวแปรตาม					
7. การหาค่าของฟังก์ชันที่ $x = a$ จากฟังก์ชันที่กำหนดในรูป $f(x)$					
8. การตีความค่าของฟังก์ชันในข้อ 7. มาสู่ในสถานการณ์ชีวิตจริง					
9. การนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดในรูปสัญลักษณ์อย่างง่าย					

ข้อสังเกตอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หมายเหตุ 4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 4

3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 3

2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 2

1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 1

แบบสังเกตพฤติกรรมความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

กลุ่มที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. .....เวลา..... น.

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1. ความเข้าใจตัวแปรที่สัมพันธ์กัน					
2. ความเข้าใจตัวแปรต้นและตัวแปรตาม					
3. การระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์					
4. การสร้างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
5. การสร้างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟเพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
6. การสร้างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์/สมการ เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
7. การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตารางเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
8. การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง					
9. การหาข้อสรุปจากตัวแทนของฟังก์ชัน					
10. การเชื่อมโยงข้อสรุปจากตัวแทนของฟังก์ชันไปสู่สถานการณ์ชีวิตจริง					

ข้อสังเกตอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หมายเหตุ 4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 4

3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 3

2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 2

1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับเกณฑ์การแบ่งกลุ่มระดับความเข้าใจ ระดับที่ 1

ภาคผนวก ง

แบบประเมินสำหรับผู้เชี่ยวชาญ

1. แบบประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้
2. แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง
3. แบบประเมินความสอดคล้องของใบกิจกรรม(ที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด)
4. แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสังเกตพฤติกรรม
5. แบบประเมินความสอดคล้องของความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองกับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

แบบประเมินความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้

ข้อมูลผู้ประเมิน

ชื่อ-สกุล .....ตำแหน่ง.....

สถานที่ทำงาน .....

คำชี้แจง แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมินด้านความสอดคล้องกันระหว่าง**ความคิดรวบยอด จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้** และ**การวัดและประเมินผล**ในแต่ละแผน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม (ถ้ามี)

รายการที่ประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			หมายเหตุ
	สอดคล้อง (1)	ไม่แน่ใจ (0)	ไม่สอดคล้อง (-1)	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1				
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2				
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3				
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4				
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5				
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6				

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไรและคิดว่ามีจุดใดควรแก้ไขบ้าง

รายการ	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 1	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 2	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 3	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 4	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 5	แผน การจัดการเรียนรู้ที่ 6
1. ความคิดรวบยอด						
2. จุดประสงค์การเรียนรู้						
3. กิจกรรมการเรียนรู้						
4. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้						
5. การวัดและประเมินผล						
6. ความคิดเห็นเพิ่มเติมเพื่อความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นของแผนการจัดการเรียนรู้						

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน

ข้อมูลผู้ประเมิน

ชื่อ-สกุล .....ตำแหน่ง.....

สถานที่ทำงาน .....

คำชี้แจง แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมินความสอดคล้องกันระหว่าง**ตัวชี้วัด**กับ**แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน** โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

รายการที่ประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			หมายเหตุ
	สอดคล้อง (1)	ไม่แน่ใจ (0)	ไม่สอดคล้อง (-1)	
ข้อ 1.1				
ข้อ 1.2				
ข้อ 1.3				
ข้อ 1.4				
ข้อ 2.1				
ข้อ 2.2				
ข้อ 2.3				
ข้อ 2.4				
ข้อ 3				
ข้อ 4				
ข้อ 5				
ข้อ 6				
ข้อ 7.1				
ข้อ 7.2				
ข้อ 7.3				
ข้อ 8				
ข้อ 9.1				
ข้อ 9.2				
ข้อ 9.3				

รายการที่ประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			หมายเหตุ
	สอดคล้อง (1)	ไม่แน่ใจ (0)	ไม่สอดคล้อง (-1)	
ข้อ 10.1				
ข้อ 10.2				
ข้อ 10.3				
ข้อ 11				
ข้อ 12				

แบบประเมินความสอดคล้องของใบกิจกรรม

ข้อมูลผู้ประเมิน

ชื่อ-สกุล .....ตำแหน่ง.....

สถานที่ทำงาน .....

คำชี้แจง แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินใบกิจกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมินความสอดคล้องกันระหว่าง**ตัวชี้วัด**กับ**ใบกิจกรรมที่ใช้ประเมินตัวชี้วัด** โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

รายการที่ประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			หมายเหตุ
	สอดคล้อง (1)	ไม่แน่ใจ (0)	ไม่สอดคล้อง (-1)	
ใบกิจกรรมที่ 1				
ใบกิจกรรมที่ 2				
ใบกิจกรรมที่ 3				
ใบกิจกรรมที่ 4				
ใบกิจกรรมที่ 5				
ใบกิจกรรมที่ 6				
ใบกิจกรรมที่ 7				
ใบกิจกรรมที่ 8				
ใบกิจกรรมที่ 9				
ใบกิจกรรมที่ 10				
ใบกิจกรรมที่ 11				
ใบกิจกรรมที่ 12				

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสังเกตพฤติกรรม

ข้อมูลผู้ประเมิน

ชื่อ-สกุล .....ตำแหน่ง.....

สถานที่ทำงาน .....

คำชี้แจง แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินแบบสังเกตพฤติกรรม จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมินความสอดคล้องกันระหว่าง**ตัวชี้วัด**กับพฤติกรรมที่สังเกต โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

รายการที่ประเมิน	ตัวชี้วัด	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			หมายเหตุ
		สอดคล้อง (1)	ไม่แน่ใจ (0)	ไม่สอดคล้อง (-1)	
1. สำหรับแผนการเรียนการสอนที่ 1 และ 2	1				
2. สำหรับแผนการเรียนการสอนที่ 3	2				
3. สำหรับแผนการเรียนการสอนที่ 4	3 - 6				
4. สำหรับแผนการเรียนการสอนที่ 5	3 - 6				
5. สำหรับแผนการเรียนการสอนที่ 6	7				

แบบประเมินความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง กับ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ข้อมูลผู้ประเมิน

ชื่อ-สกุล .....ตำแหน่ง.....

สถานที่ทำงาน .....

คำชี้แจง เอกสารประกอบด้วย

1. แบบประเมินความแบบประเมินความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับผู้เชี่ยวชาญ
2. แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง
3. แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน 2 ฉบับ จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมินความเป็นคู่ขนานกัน ระหว่าง**แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง** กับ **แบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์** โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะเพิ่มเติม (ถ้ามี)

+1 หมายถึง ข้อคำถามทั้งสองข้อมีความเป็นคู่ขนานกัน
0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามทั้งสองข้อมีความเป็นคู่ขนานกัน
-1 หมายถึง ข้อคำถามทั้งสองข้อไม่มีความเป็นคู่ขนานกัน

ข้อคำถาม แบบทดสอบ ฉบับหลังการทดลอง	**ข้อคำถาม** แบบทดสอบ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	**ความเป็นคู่ขนาน (IOC)**			**ข้อเสนอแนะ**
		+1	**0**	**-1**	
ข้อ 1.1	ข้อ 1.1				
ข้อ 1.2	ข้อ 1.2				
ข้อ 1.3	ข้อ 1.3				
ข้อ 1.4	ข้อ 1.4				
ข้อ 2.1	ข้อ 2.1				
ข้อ 2.2	ข้อ 2.2				
ข้อ 2.3	ข้อ 2.3				
ข้อ 2.4	ข้อ 2.4				
ข้อ 3	ข้อ 3				
ข้อ 4	ข้อ 4				
ข้อ 5	ข้อ 5				
ข้อ 6	ข้อ 6				

ข้อคำถาม แบบทดสอบ ฉบับหลังการทดลอง	**ข้อคำถาม** แบบทดสอบ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์	**ความเป็นคู่ขนาน (IOC)**			**ข้อเสนอแนะ**
		+1	**0**	**-1**	
ข้อ 7.1	ข้อ 7.1				
ข้อ 7.2	ข้อ 7.2				
ข้อ 7.3	ข้อ 7.3				
ข้อ 8	ข้อ 8				
ข้อ 9.1	ข้อ 9.1				
ข้อ 9.2	ข้อ 9.2				
ข้อ 9.3	ข้อ 9.3				
ข้อ 10.1	ข้อ 10.1				
ข้อ 10.2	ข้อ 10.2				
ข้อ 10.3	ข้อ 10.3				
ข้อ 11	ข้อ 11				
ข้อ 12	ข้อ 12				

ภาคผนวก จ

ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผลการตรวจสอบคุณภาพ

1. การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง

1.1 คะแนนดิบของนักเรียน 33 คน (ทดลองนำร่อง)

นักเรียน	คะแนน							คะแนนรวม (24 คะแนน)
	ตัวชี้วัด1 (6 คะแนน)	ตัวชี้วัด2 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด3 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด4 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด5 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด6 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด7 (3 คะแนน)	
1	5	2	3	3	3	2	3	**21**
2	5	3	3	3	3	3	3	**23**
3	6	3	2	2	3	2	2	**20**
4	4	2	3	2	3	2	2	**18**
5	4	1	1	1	2	1	2	**12**
6	2	1	3	2	3	2	3	**16**
7	4	2	3	2	3	2	2	**18**
8	6	3	3	2	3	2	3	**22**
9	5	2	2	1	3	2	3	**18**
10	4	2	3	2	3	2	2	**18**
11	5	3	3	1	2	2	3	**19**
12	4	2	3	1	2	2	3	**17**
13	5	2	1	1	2	2	2	**15**
14	3	2	3	1	2	3	1	**15**
15	4	2	2	1	2	2	2	**15**
16	2	1	1	1	2	1	2	**10**
17	2	1	3	1	2	1	2	**12**
18	3	1	2	1	3	2	2	**14**
19	3	2	2	1	1	1	1	**11**
20	3	3	2	1	2	1	1	**13**
21	4	2	2	1	3	2	1	**15**
22	3	2	1	1	3	2	1	**13**
23	2	1	1	1	2	2	2	**11**
24	4	2	2	1	2	3	1	**15**
25	5	2	3	2	2	1	1	**16**
26	6	3	3	3	3	3	3	**24**
27	4	3	2	2	3	3	3	**20**
28	5	3	3	2	3	2	3	**21**
29	2	2	2	2	2	2	3	**15**
30	3	2	2	1	2	1	1	**12**
31	2	1	2	1	2	1	1	**10**
32	3	1	2	1	2	2	1	**12**
33	3	1	2	1	2	1	1	**11**

หมายเหตุ 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีค่าเท่ากับ **15.82** 2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่าเท่ากับ **3.93**

1.2 ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลอง

R E L I A B I L I T Y A N A L Y S I S - S C A L E (A L P H A)

Item-total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
I1	12.0303	9.0928	.6433	.8151
I2	13.8485	11.6326	.6649	.7942
I3	13.5455	12.4432	.4939	.8194
I4	14.3333	11.7292	.7203	.7888
I5	13.3939	12.7462	.6008	.8093
I6	13.9394	12.5587	.5395	.8138
I7	13.8182	11.5909	.5646	.8090

Reliability Coefficients

N of Cases = 33.0 N of Items = 7

Alpha = .8299

2. การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

2.1 คะแนนดิบของนักเรียน 33 คน (ทดลองนำร่อง)

นักเรียน	คะแนน							คะแนนรวม (24 คะแนน)
	ตัวชี้วัด1 (6 คะแนน)	ตัวชี้วัด2 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด3 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด4 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด5 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด6 (3 คะแนน)	ตัวชี้วัด7 (3 คะแนน)	
1	4	2	3	3	3	3	3	**21**
2	4	3	3	3	3	2	2	**20**
3	5	3	2	3	2	2	2	**19**
4	4	2	2	2	2	2	3	**17**
5	4	2	2	0	3	2	3	**16**
6	2	1	2	2	2	2	2	**13**
7	4	3	2	2	3	2	3	**19**
8	5	3	2	2	3	2	3	**20**
9	4	2	2	1	3	3	3	**18**
10	4	2	2	2	3	3	3	**19**
11	6	3	3	2	3	2	2	**21**
12	4	2	3	2	3	2	3	**19**
13	4	2	2	0	2	2	3	**15**
14	3	2	3	2	2	2	2	**16**
15	4	2	2	1	3	2	2	**16**
16	3	1	1	2	2	2	2	**13**
17	3	1	2	0	2	2	1	**11**
18	3	2	2	1	3	3	2	**16**
19	3	2	2	1	1	1	1	**11**
20	3	3	2	1	2	1	1	**13**
21	4	2	2	1	2	2	1	**14**
22	3	2	2	1	2	2	2	**14**
23	2	1	1	0	2	1	2	**9**
24	4	2	1	0	2	2	1	**12**
25	4	2	2	2	2	1	2	**15**
26	6	3	3	3	3	3	3	**24**
27	4	2	3	2	3	3	3	**20**
28	5	3	2	2	3	2	2	**19**
29	2	2	3	1	2	2	1	**13**
30	3	2	2	0	2	1	2	**12**
31	2	2	2	0	2	1	1	**10**
32	2	1	2	1	2	2	2	**12**
33	3	1	2	1	2	2	2	**13**

หมายเหตุ 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีค่าเท่ากับ **15.76** 2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่าเท่ากับ **3.74**

2.2 ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

R E L I A B I L I T Y A N A L Y S I S - S C A L E (A L P H A)

Item-total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Alpha if Item Deleted
I1	12.1212	8.6098	.6908	.7932
I2	13.6970	11.1553	.5485	.8129
I3	13.6061	11.7462	.4991	.8208
I4	14.3636	9.3636	.6264	.8029
I5	13.3636	11.0511	.7152	.7957
I6	13.7576	11.3769	.5447	.8143
I7	13.6364	10.7386	.5601	.8106

Reliability Coefficients

N of Cases = 33.0 N of Items = 7

Alpha = .8307

3. การตรวจสอบความเป็นคู่ขนานของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่อง ฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง กับ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

3.1 แสดงคะแนนจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง กับ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

นักเรียน	คะแนนจากแบบทดสอบ หลังการทดลอง (24 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบ หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ (24 คะแนน)
1	21	21
2	23	20
3	20	19
4	18	17
5	12	16
6	16	13
7	18	19
8	22	20
9	18	18
10	18	19
11	19	21
12	17	19
13	15	15
14	15	16
15	15	16
16	10	13
17	12	11
18	14	16
19	11	11
20	13	13
21	15	14
22	13	14
23	11	9
24	15	12
25	16	15
26	24	24
27	20	20
28	21	19
29	15	13
30	12	12
31	10	10
32	12	12
33	11	13

3.2 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง กับ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	POST	15.8182	33	3.9327	.6846
	POST3	15.7576	33	3.7419	.6514

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1 POST - POST3	6.061E-02	1.7128	.2982	-.5467	.6679	.203	32	.840

3.3 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ฉบับหลังการทดลอง กับ ฉบับหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

Test of Homogeneity of Variances

POST

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1.566	13	19	.182

ภาคผนวก ฉ

ข้อมูลและผลการวิเคราะห์ข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

1. ผลของการประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของแต่ละตัวชี้วัดและแต่ละด้าน
2. ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้าน ผ่านเกณฑ์
3. ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละตัวชี้วัดของด้านต่างๆ ผ่านเกณฑ์
4. เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน
5. เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายตัวชี้วัดของแต่ละด้าน

1. ผลของการประเมินระดับความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของแต่ละตัวชี้วัดและแต่ละด้าน

1.1 ด้านความหมายและสัญลักษณ์

ผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดด้านความหมายและสัญลักษณ์ แสดงดังตาราง 16 และ 17 ส่วนผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านความหมายและสัญลักษณ์ แสดงดังตาราง 18

ตาราง 16 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 1

นักเรียน	ผลประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม	ผลประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย *	ระดับความเข้าใจ *
1	3	3	3	**3**
2	2	2	2	**2**
3	4	4	4	**4**
4	4	4	4	**4**
5	3	3	3	**3**
6	4	4	4	**4**
7	3	3	3	**3**
8	4	4	4	**4**
9	4	3	3.5	**4**
10	3	3	3	**3**
11	4	4	4	**4**
12	4	4	4	**4**
13	4	4	4	**4**
14	4	4	4	**4**
15	3	3	3	**3**
16	3	4	3.5	**4**
17	4	4	4	**4**
18	4	4	4	**4**
19	4	4	4	**4**
20	4	4	4	**4**
21	3	3	3	**3**

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัด ในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 17 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สำหรับตัวชี้วัดที่ 2

นักเรียน	ผลประเมิน ระดับความเข้าใจ จากการทำใบกิจกรรม	ผลประเมิน ระดับความเข้าใจ จากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ*
1	3	3	3	3
2	2	2	2	2
3	4	4	4	4
4	4	4	4	4
5	3	3	3	3
6	4	4	4	4
7	3	3	3	3
8	3	3	3	3
9	4	3	3.5	4
10	4	3	3.5	4
11	4	4	4	4
12	4	4	4	4
13	4	3	3.5	4
14	3	3	3	3
15	2	2	2	2
16	3	3	3	3
17	4	4	4	4
18	4	3	3.5	4
19	3	3	3	3
20	4	3	3.5	4
21	2	2	2	2

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 18 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านความหมายและสัญลักษณ์

นักเรียนคนที่	ระดับความเข้าใจ		สรุป ระดับความเข้าใจ*
	ตัวชี้วัดที่ 1	ตัวชี้วัดที่ 2	
1	3	3	**3**
2	2	2	**2**
3	4	4	**4**
4	4	4	**4**
5	3	3	**3**
6	4	4	**4**
7	3	3	**3**
8	4	3	**3**
9	3	4	**3**
10	3	4	**3**
11	4	4	**4**
12	4	4	**4**
13	4	4	**4**
14	4	3	**3**
15	3	2	**2**
16	4	3	**3**
17	4	4	**4**
18	4	4	**4**
19	4	3	**3**
20	4	4	**4**
21	3	2	**2**

หมายเหตุ * เกณฑ์การสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านจากตัวชี้วัด ดูรายละเอียดในตาราง 6 หน้า 54

1.2 ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

ผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดด้านตัวแทนของฟังก์ชัน แสดงดังตาราง 19 ถึง ตาราง 22 ส่วนผลของการประเมินความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านแทนของฟังก์ชัน แสดงดังตาราง 23

ตาราง 19 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สำหรับตัวชี้วัดที่ 3

นักเรียนคนที่	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม		ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ*
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2			
1	2	3	3	2.67	**3**
2	2	2	2	2.00	**2**
3	3	4	4	3.67	**4**
4	4	4	4	4.00	**4**
5	2	3	3	2.67	**3**
6	3	4	4	3.67	**4**
7	2	3	3	2.67	**3**
8	2	3	3	2.67	**3**
9	2	3	3	2.67	**3**
10	2	3	3	2.67	**3**
11	4	4	4	4.00	**4**
12	4	4	4	4.00	**4**
13	4	4	3	3.67	**4**
14	4	4	3	3.67	**4**
15	2	2	2	2.00	**2**
16	4	3	4	3.67	**4**
17	4	4	4	4.00	**4**
18	3	4	4	3.67	**4**
19	2	3	3	2.67	**3**
20	3	4	4	3.67	**4**
21	3	3	2	2.67	**3**

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 20 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 4

นักเรียน คนที่	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม			ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ *
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3			
1	2	2	3	3	2.5	3
2	1	2	2	2	1.75	2
3	3	3	4	4	3.5	4
4	4	3	4	4	3.75	4
5	2	3	2	3	2.5	3
6	4	3	4	3	3.5	3
7	3	3	3	2	2.75	3
8	2	3	3	2	2.5	3
9	2	3	3	2	2.5	3
10	2	3	3	2	2.5	3
11	3	4	4	4	3.75	4
12	3	3	4	4	3.5	4
13	2	3	3	2	2.5	3
14	3	4	3	3	3.25	3
15	2	2	2	2	2	2
16	3	3	3	2	2.75	3
17	4	4	3	3	3.5	4
18	3	4	4	3	3.5	4
19	3	3	3	3	3	3
20	2	3	3	3	2.75	3
21	2	2	2	2	2	2

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 21 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน สำหรับตัวชี้วัดที่ 5

นักเรียนคนที่	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม			ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ *
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3			
1	3	3	4	4	3.5	4
2	2	3	3	3	2.75	3
3	3	3	4	4	3.5	4
4	4	4	4	4	4	4
5	3	4	4	3	3.5	4
6	3	4	4	4	3.75	4
7	2	3	3	3	2.75	3
8	3	4	4	3	3.5	4
9	3	4	4	3	3.5	4
10	3	4	4	3	3.5	4
11	4	4	4	4	4	4
12	4	4	4	4	4	4
13	3	4	4	3	3.5	4
14	3	4	4	4	3.75	4
15	2	3	3	3	2.75	3
16	3	4	4	3	3.5	4
17	3	4	4	4	3.75	4
18	3	3	4	4	3.5	4
19	3	4	4	3	3.5	4
20	3	3	4	4	3.5	4
21	2	3	2	3	2.5	3

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 22 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 6

นักเรียน	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม			ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ *
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3			
1	2	3	3	3	2.75	3
2	2	2	2	2	2	2
3	3	4	4	3	3.5	4
4	3	4	4	4	3.75	4
5	2	3	3	3	2.75	3
6	3	4	4	3	3.5	4
7	2	3	3	3	2.75	3
8	2	3	3	3	2.75	3
9	2	3	3	3	2.75	3
10	2	3	3	3	2.75	3
11	4	4	4	3	3.75	4
12	3	4	4	4	3.75	4
13	3	3	3	3	3	3
14	3	4	4	3	3.5	4
15	2	2	3	2	2.25	2
16	3	3	3	3	3	3
17	4	4	4	4	4	4
18	3	4	4	3	3.5	4
19	3	3	4	2	3	3
20	2	3	3	3	2.75	3
21	2	2	2	2	2	2

หมายเหตุ * ดูวิธีการหาคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

ตาราง 23 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

นักเรียน	ระดับความเข้าใจ				สรุป ระดับความเข้าใจ*
	ตัวชี้วัดที่ 3	ตัวชี้วัดที่ 4	ตัวชี้วัดที่ 5	ตัวชี้วัดที่ 6	
1	3	3	4	3	**3**
2	2	2	3	2	**2**
3	4	4	4	4	**4**
4	4	4	4	4	**4**
5	3	3	4	3	**3**
6	4	3	4	4	**3**
7	3	3	3	3	**3**
8	3	3	4	3	**3**
9	3	3	4	3	**3**
10	3	3	4	3	**3**
11	4	4	4	4	**4**
12	4	4	4	4	**4**
13	4	3	4	3	**3**
14	4	3	4	4	**3**
15	2	2	3	2	**2**
16	4	3	4	3	**3**
17	4	4	4	4	**4**
18	4	4	4	4	**4**
19	3	3	4	3	**3**
20	4	3	4	3	**4**
21	3	2	3	2	**3**

หมายเหตุ * ดูเกณฑ์การสรุประดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันเป็นรายด้านจากตัวชี้วัด ดูรายละเอียดในตาราง 6 หน้า 54

1.3 ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ตาราง 24 ผลของการประเมินระดับความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ตัวชี้วัดที่ 7

นักเรียน	ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำใบกิจกรรม			ผลของการประเมินระดับความเข้าใจจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนเฉลี่ย*	สรุประดับความเข้าใจ*
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3			
1	2	3	3	2	2.5	**3**
2	2	2	2	2	2	**2**
3	3	3	3	3	3	**3**
4	3	4	4	4	3.75	**4**
5	2	3	3	3	2.75	**3**
6	2	3	4	3	3	**3**
7	2	3	3	3	2.75	**3**
8	2	3	3	2	2.5	**3**
9	3	3	3	3	3	**3**
10	3	3	3	3	3	**3**
11	4	4	4	4	4	**4**
12	4	4	4	4	4	**4**
13	2	3	3	3	2.75	**3**
14	3	3	3	3	3	**3**
15	2	2	3	2	2.25	**2**
16	2	3	3	2	2.5	**3**
17	3	4	4	4	3.75	**4**
18	3	4	4	4	3.75	**4**
19	2	3	3	2	2.5	**3**
20	2	3	3	3	2.75	**3**
21	2	2	2	2	2	**2**

หมายเหตุ * ดูวิธีการคะแนนเฉลี่ยและแปลความหมายระดับความเข้าใจของตัวชี้วัดในบทที่ 3 หน้า 77

2. **ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม**

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
ด้าน1	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		
ด้าน2	Group 1	1	19	.9	.7	.027
	Group 2	0	2	.1		
	Total		21	1.0		
ด้าน3	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		

หมายเหตุ ด้าน 1 หมายถึง ด้านความหมายและสัญลักษณ์
ด้าน 2 หมายถึง ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน
ด้าน 3 หมายถึง ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

3. ผลของการทดสอบค่าสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันรายตัวชี้วัดของด้านต่าง ๆ ผ่านเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบทวินาม

3.1 ตัวชี้วัดด้านความหมายและสัญลักษณ์

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
I1	Group 1	1	20	1.0	.7	.006
	Group 2	0	1	.0		
	Total		21	1.0		
I2	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		

3.2 ตัวชี้วัดด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
I3	Group 1	1	19	.9	.7	.027
	Group 2	0	2	.1		
	Total		21	1.0		
I4	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		
I5	Group 1	1	21	1.0	.7	.001
	Total		21	1.0		
I6	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		

3.3 ตัวชี้วัดด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันกับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
I7	Group 1	1	18	.9	.7	.086
	Group 2	0	3	.1		
	Total		21	1.0		

4. เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็นรายด้าน

4.1 คะแนนดิบจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง กับ หลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ตาราง 25 เปรียบเทียบคะแนนดิบจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลอง กับ หลังการทดลอง 3 สัปดาห์ จำแนกเป็รายด้าน

นักเรียนคนที่	ความหมายและสัญลักษณ์ (9 คะแนน)		ตัวแทนของฟังก์ชัน (12 คะแนน)		การประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง (3 คะแนน)	
	หลังทดลอง	หลังทดลอง 3 สัปดาห์	หลังทดลอง	หลังทดลอง 3 สัปดาห์	หลังทดลอง	หลังทดลอง 3 สัปดาห์
1	6	5	9	8	1	2
2	3	5	5	6	1	1
3	9	8	11	12	2	2
4	9	8	12	12	3	3
5	5	5	8	6	2	1
6	9	9	10	10	2	3
7	7	7	7	8	2	2
8	8	5	7	5	1	2
9	6	6	7	8	2	2
10	6	6	7	8	2	1
11	9	9	11	12	3	3
12	9	9	12	11	3	3
13	8	7	8	7	2	1
14	9	7	9	10	2	2
15	6	7	5	6	1	1
16	8	7	8	8	1	2
17	9	9	11	10	3	3
18	8	9	10	11	3	2
19	7	6	7	5	1	2
20	7	6	10	8	2	1
21	5	3	5	2	1	0
ค่าเฉลี่ย	7.29	6.81	8.52	8.24	1.90	1.86

4.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนทั้งสองฉบับเป็นรายด้าน โดยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	POSTMS - POST3MS	.48	1.12	.25	-3.52E-02	.99	1.943	20	.066
Pair 2	POSTR - POST3R	.29	1.35	.29	-.33	.90	.972	20	.343
Pair 3	POSTA - POST3A	4.76E-02	.74	.16	-.29	.38	.295	20	.771

5. เปรียบเทียบความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน หลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์

ตาราง 26 เปรียบเทียบคะแนนความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันหลังการทดลองและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ เป็นรายตัวชี้วัดของด้านต่าง ๆ

นักเรียน	ด้านความหมายและสัญลักษณ์				ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน								ด้านการนำไปใช้*	
	ตัวชี้วัดที่ 1 (6 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 2 (3 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 3 (3 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 4 (3 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 5 (3 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 6 (3 คะแนน)		ตัวชี้วัดที่ 7 (3 คะแนน)	
	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3	หลังทดลอง	หลังทดลอง3
1	4	4	2	1	2	2	2	1	3	3	2	2	1	2
2	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1
3	6	6	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2
4	6	6	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	3	3	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	1
6	6	6	3	3	3	3	2	1	3	3	2	3	2	3
7	5	5	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
8	6	3	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	2
9	4	4	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
10	4	4	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1
11	6	6	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3
12	6	6	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3
13	6	5	2	2	2	1	2	1	2	3	2	2	2	1
14	6	5	3	2	2	2	2	3	3	3	2	2	2	2
15	5	5	1	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1
16	6	5	2	2	3	2	1	1	2	3	2	2	1	2
17	6	6	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3
18	6	6	2	3	3	3	2	3	3	3	2	2	3	2
19	5	5	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2
20	5	4	2	2	3	2	2	2	3	2	2	2	2	1
21	4	3	1	0	1	1	1	0	2	1	1	0	1	0
ค่าเฉลี่ย	**5.10**	**4.76**	**2.19**	**2.05**	**2.29**	**2.14**	**1.81**	**1.76**	**2.48**	**2.43**	**1.95**	**1.90**	**1.90**	**1.86**

5.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนทั้งสองฉบับเป็นรายตัวชี้วัดของด้านต่างๆ โดยใช้การทดสอบทีแบบรายคู่

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
Pair 1	POST1 - POST31	.33	.80	.17	-2.89E-02	.70	1.919	20	.069
Pair 2	POST2 - POST32	.14	.65	.14	-.16	.44	1.000	20	.329
Pair 3	POST3 - POST33	.14	.57	.13	-.12	.40	1.142	20	.267
Pair 4	POST4 - POST34	4.76E-02	.74	.16	-.29	.38	.295	20	.771
Pair 5	POST5 - POST35	4.76E-02	.50	.11	-.18	.27	.439	20	.666
Pair 6	POST6 - POST36	4.76E-02	.59	.13	-.22	.32	.370	20	.715
Pair 7	POST7 - POST37	4.76E-02	.74	.16	-.29	.38	.295	20	.771

ภาคผนวก ช

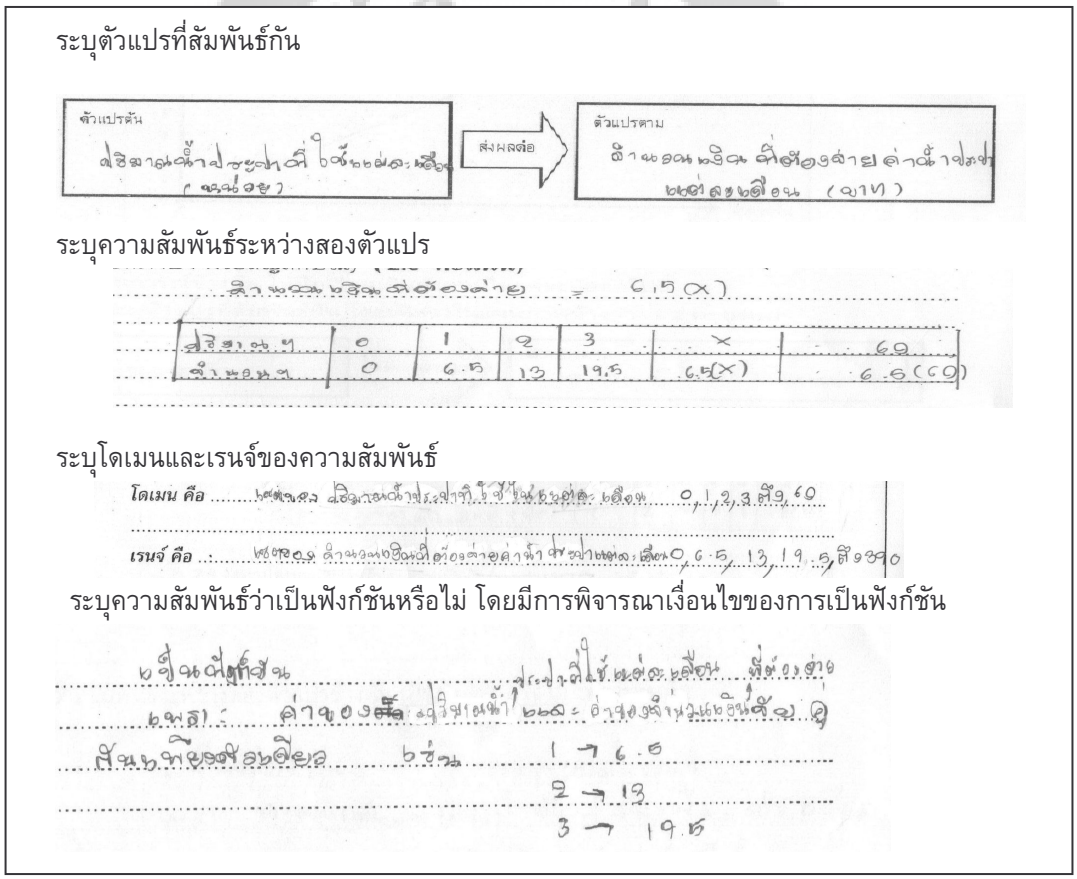
ตัวอย่างผลงานของนักเรียน

งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยมุ่งพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งเน้นในสามด้าน ได้แก่ ด้านที่ 1 ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ด้านที่ 2 ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สัญลักษณ์) และด้านที่ 3 การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง ผลการพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันดังกล่าว พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้ง 3 ด้านดีขึ้น อย่างเป็นลำดับ รายละเอียดของแต่ละด้าน มีดังนี้

1. ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

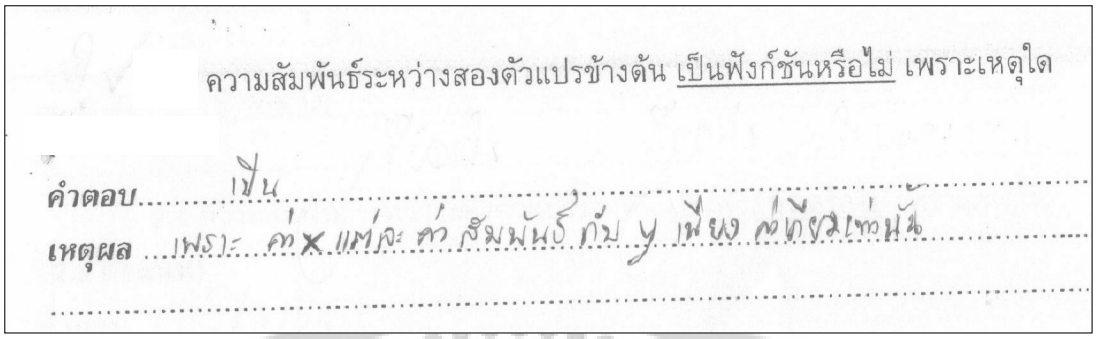
นักเรียนส่วนมาก คือ 20 คน (ร้อยละ 95.2) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 14 คน (ร้อยละ 66.67) และในระดับ 3 จำนวน 6 คน (28.57) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์แสดงดังภาพประกอบ 6 และภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ของตัวชี้วัดที่ 1

จากภาพประกอบ 6 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ของตัวชี้วัดที่ 1 แสดงให้เห็นว่า เมื่อกำหนดสถานการณ์ชีวิตจริงให้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์

ระหว่างสองตัวแปรในลักษณะของฟังก์ชันได้**ถูกต้อง** โดยสามารถระบุสิ่งที่สัมพันธ์กัน (ตัวแปร) สามารถระบุสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร สามารถระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ สามารถระบุได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยมีการพิจารณาเงื่อนไขที่ว่า สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวสัมพันธ์กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น



ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ของตัวชี้วัดที่ 1

จากภาพประกอบ 7 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ของตัวชี้วัดที่ 1 นักเรียนมีพฤติกรรมของตัวชี้วัด 1 รายการที่เข้าใจยังไม่ชัดเจน โดยทั่วไปของงานวิจัยนี้ คือ การพิจารณาความสัมพันธ์ว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน โดยหลายคนไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจนเพียงแต่จดจำเงื่อนไขของการเป็นฟังก์ชันได้เท่านั้น วิเคราะห์ได้จากเหตุผลประกอบคำตอบซึ่งเขียนแบบคลุมเครือไม่ชัดเจน เช่น เขียนว่า ความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันเพราะว่าแต่ละค่าของ x สัมพันธ์กับค่าของ y เพียงค่าเดียวเท่านั้น โดยไม่สามารถบอกตัวแปรต้นและตัวแปรตามได้ และเมื่อสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายรายละเอียดเพิ่มเติม

ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 11 คน (ร้อยละ 52.38) และในระดับ 3 จำนวน 7 คน (33.33) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ แสดงดังภาพประกอบ 8 ถึง ภาพประกอบ 12

ยอดขายสินค้า(บาท) (x)	10,000	20,000	30,000	40,000	50,000	60,000
จำนวนเงินเดือนที่ได้รับจากบริษัท (บาท) ($f(x)$)	15,500	16,000	16,500	17,000	17,500	18,000

3.1 ถ้าต้องการหาค่าของ $f(20{,}000)$ แล้ว "20,000" หมายถึงสิ่งใดในสถานการณ์นี้

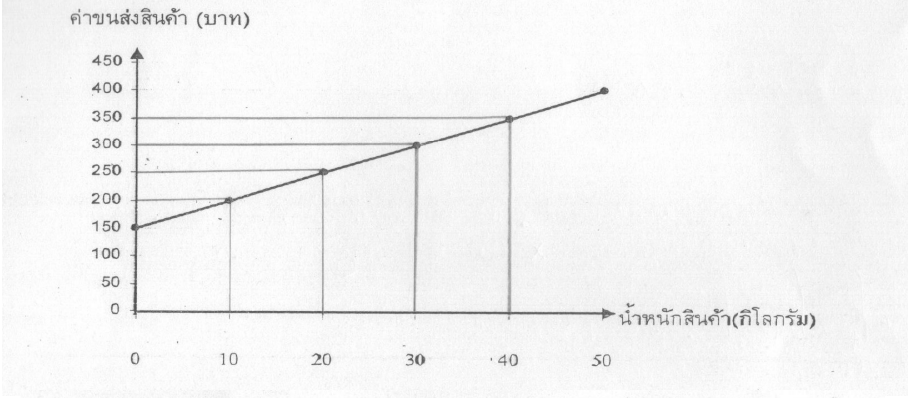
คำตอบ ยอดขายสินค้า (x)

3.2 ในสถานการณ์นี้ $f(20{,}000)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ 16,000 (บาท)

ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายจากสถานการณ์ที่มีตาราง

ให้ g เป็น**ฟังก์ชัน**ระหว่างน้ำหนักสินค้า (กิโลกรัม: x) กับ ค่าขนส่งสินค้า (บาท ; $g(x)$) ซึ่งแสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



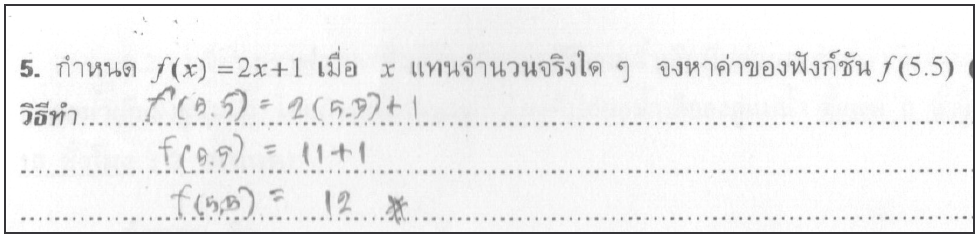
4.1 ถ้าต้องการหาค่าของ $g(40)$ แล้ว "40" หมายถึงสิ่งใดในสถานการณ์นี้

คำตอบ 40 คือ น้ำหนักสินค้า (กิโลกรัม)

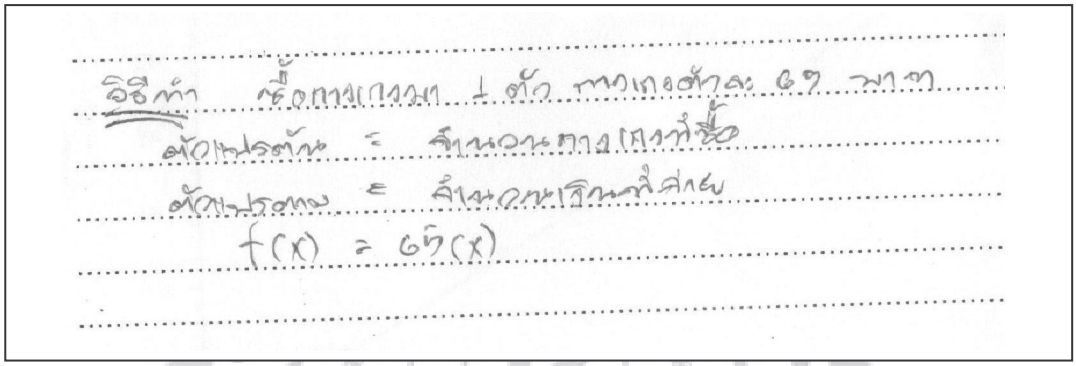
4.2 ในสถานการณ์นี้ $g(40)$ มีค่าเท่าใด

คำตอบ 350 บาท

ภาพประกอบ 9 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายจากสถานการณ์ที่มีกราฟ

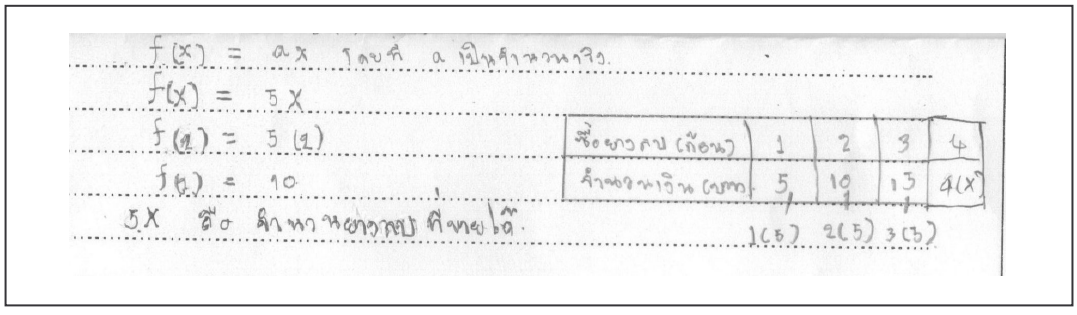


ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย



ภาพประกอบ 11 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย

จากภาพประกอบ 8 ถึง ภาพประกอบ 11 ข้างต้น เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 2 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน โดยนักเรียนสามารถอธิบายสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่ายได้ เช่น $f(a)$ เมื่อ a เป็นค่าหนึ่งในโดเมน (ภาพประกอบ 8 -9) นักเรียนสามารถหาค่าสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย (ภาพประกอบ 10) และนักเรียนสามารถนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย (ภาพประกอบ 11)



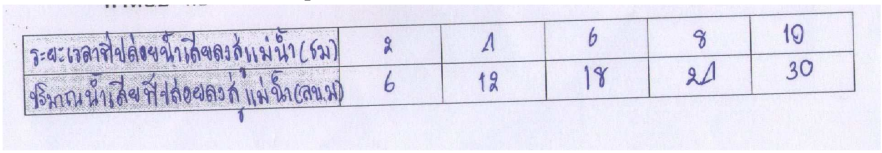
ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 2 ในการนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชันอย่างง่าย

2. ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันต่าง ๆ

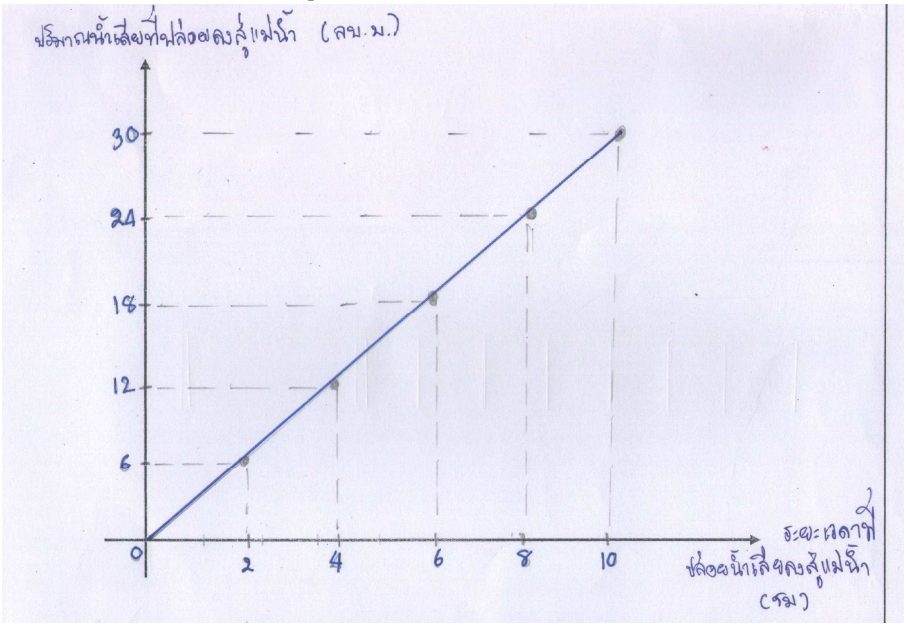
นักเรียนส่วนมาก คือ 19 คน (ร้อยละ 90.48) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 11 คน (ร้อยละ 52.38) และในระดับ 3 จำนวน 8 คน (38.10) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ แสดงดังภาพประกอบ 13 และ 14

การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปตาราง

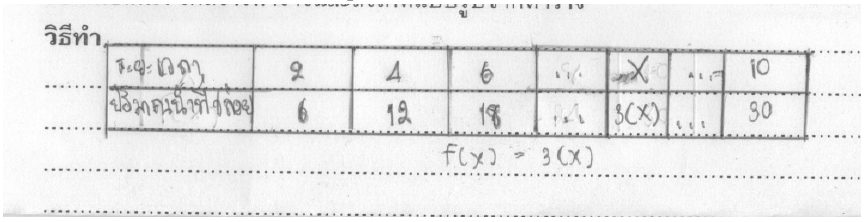


ระยะเวลาที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ (ชม)	2	4	6	8	10
ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำ (ลบ.ม)	6	12	18	24	30

การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟ

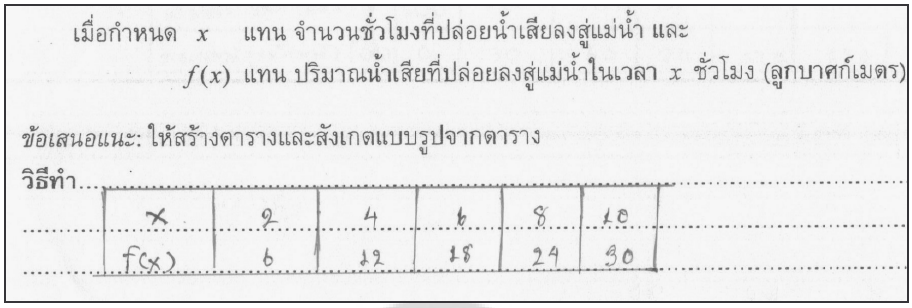


การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์



ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 13 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน โดยนักเรียนสามารถแสดงตัวแทนของฟังก์ชันได้ถูกต้องทั้งสามแบบ คือ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์


เมื่อกำหนด x แทน จำนวนชั่วโมงที่ปล่อยน้ำเสียลงสู่แม่น้ำ และ
$f(x)$ แทน ปริมาณน้ำเสียที่ปล่อยลงสู่แม่น้ำในเวลา x ชั่วโมง (ลูกบาศก์เมตร)

ข้อเสนอแนะ: ให้สร้างตารางและสังเกตแบบรูปจากตาราง

วิธีทำ

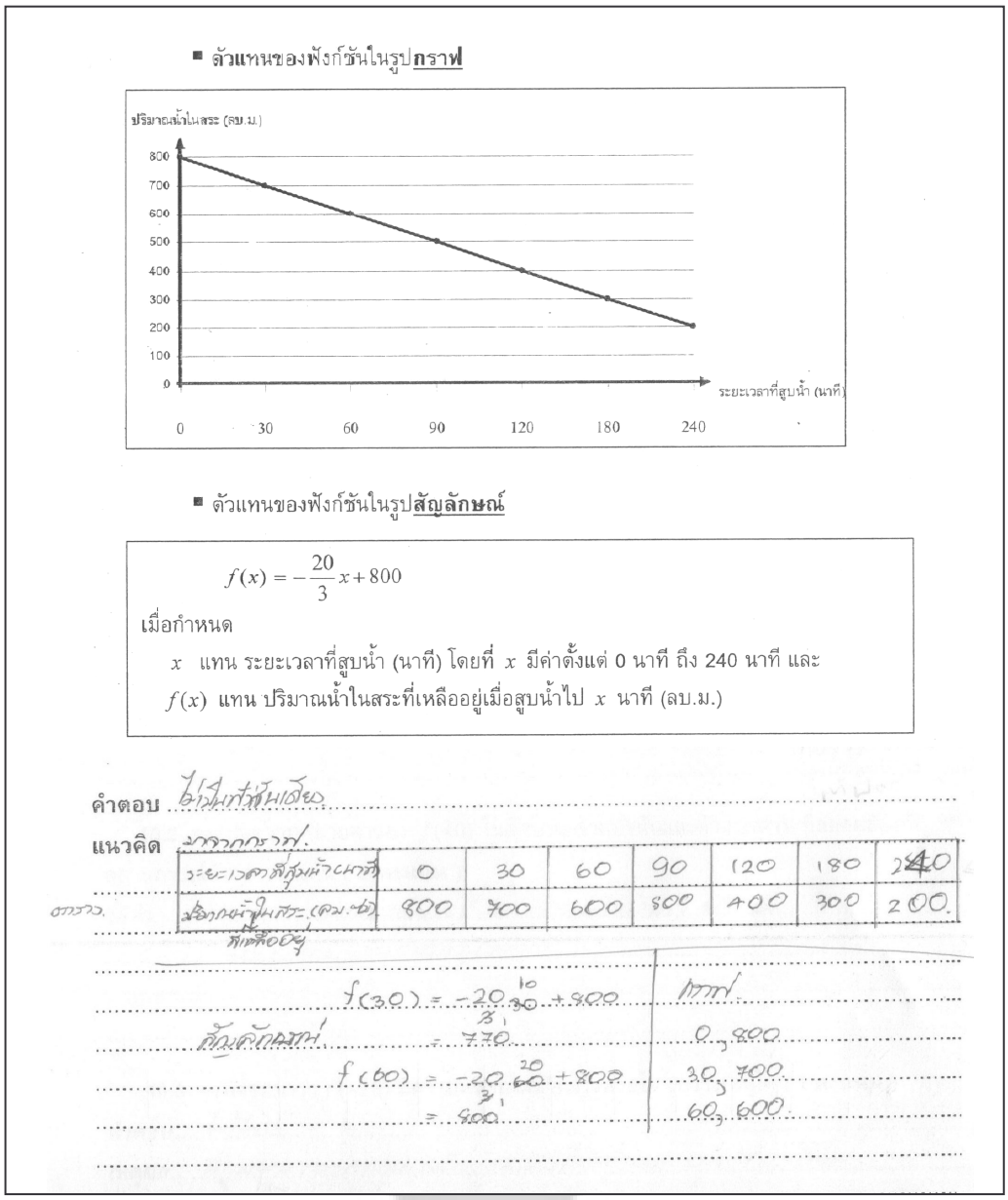
x	2	4	6	8	10
$f(x)$	6	12	18	24	30

ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 13 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 3 การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน โดยนักเรียน มีพฤติกรรมของตัวชี้วัด 1 รายการที่เข้าใจยังไม่ชัดเจน โดยทั่วไปของงานวิจัยนี้ คือ การแสดงตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ โดยนักเรียนมีปัญหาในขั้นการสรุปแบบรูปจากตารางเป็นฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ และเมื่อสัมภาษณ์ นักเรียนให้รายละเอียดเพิ่มเติมได้เล็กน้อย แต่ไม่สามารถแสดงตัวแทนในรูปสัญลักษณ์ได้

ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน

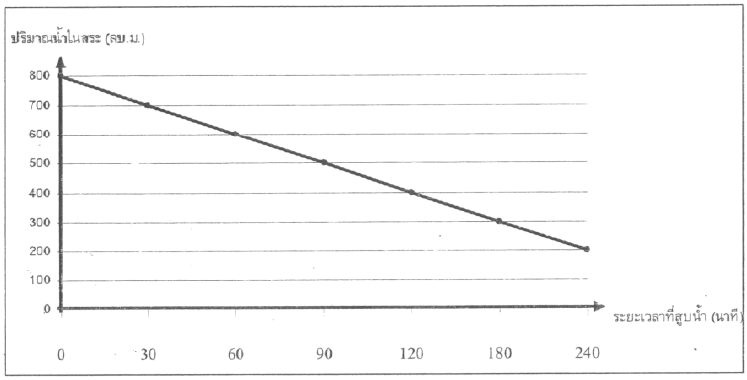
นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 6 คน (ร้อยละ 28.57) และในระดับ 3 จำนวน 12 คน (51.14) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ แสดงดังภาพประกอบ 15 และ 16



ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน

จากภาพประกอบ 15 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ อีกทั้งสามารถแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องและชัดเจน

■ ตัวแทนของฟังก์ชันในรูป**กราฟ**



■ ตัวแทนของฟังก์ชันในรูป**สัญลักษณ์**

$$f(x) = -\frac{20}{3}x + 800$$

เมื่อกำหนด

x แทน ระยะเวลาที่สูบน้ำ (นาที) โดยที่ x มีค่าตั้งแต่ 0 นาที ถึง 240 นาที และ

$f(x)$ แทน ปริมาณน้ำในสระที่เหลืออยู่เมื่อสูบน้ำไป x นาที (ลบ.ม.)

คำตอบ ไม่เป็นฟังก์ชันเดียวกัน

แนวคิด $f(x) = -\frac{20}{3}(x) + 800$

$f(60) = -\frac{20}{3}(60) + 800$

$= -200 + 800$

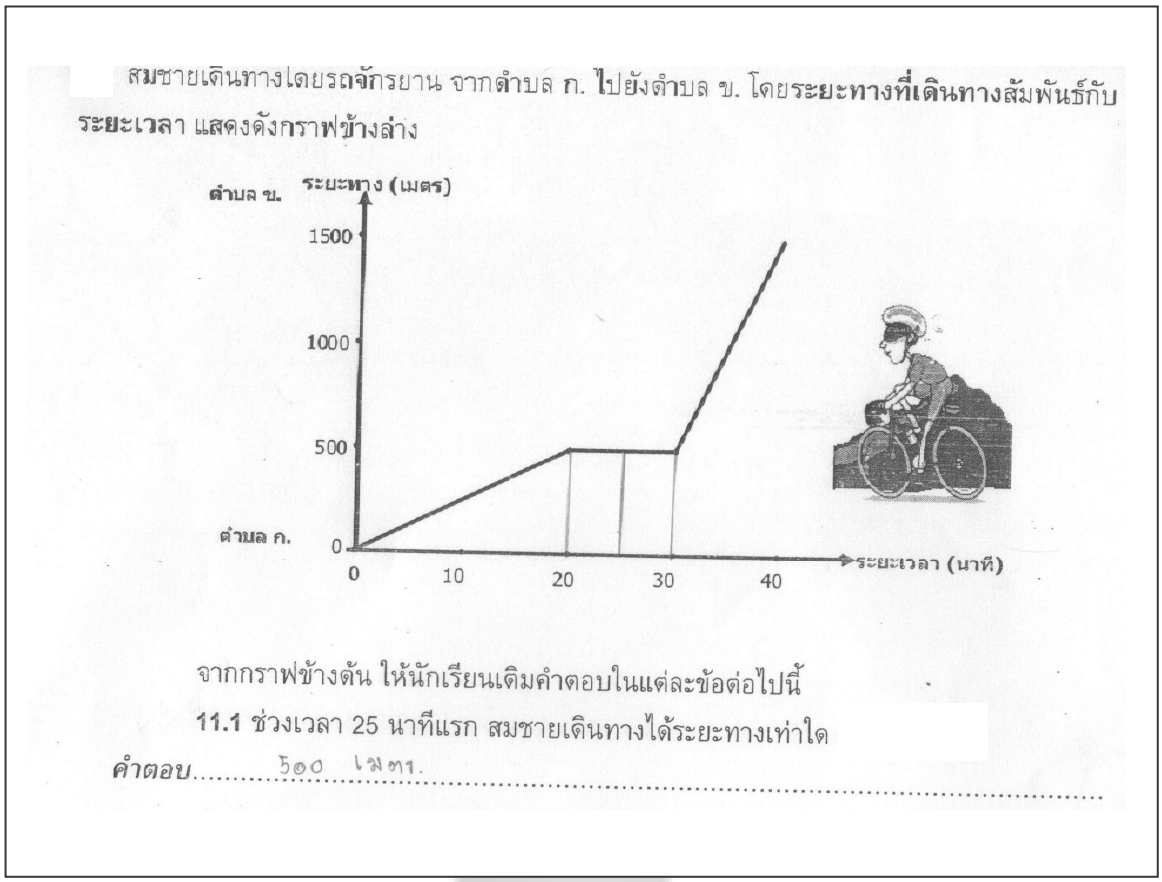
$= -1000.$

ภาพประกอบ 16 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน

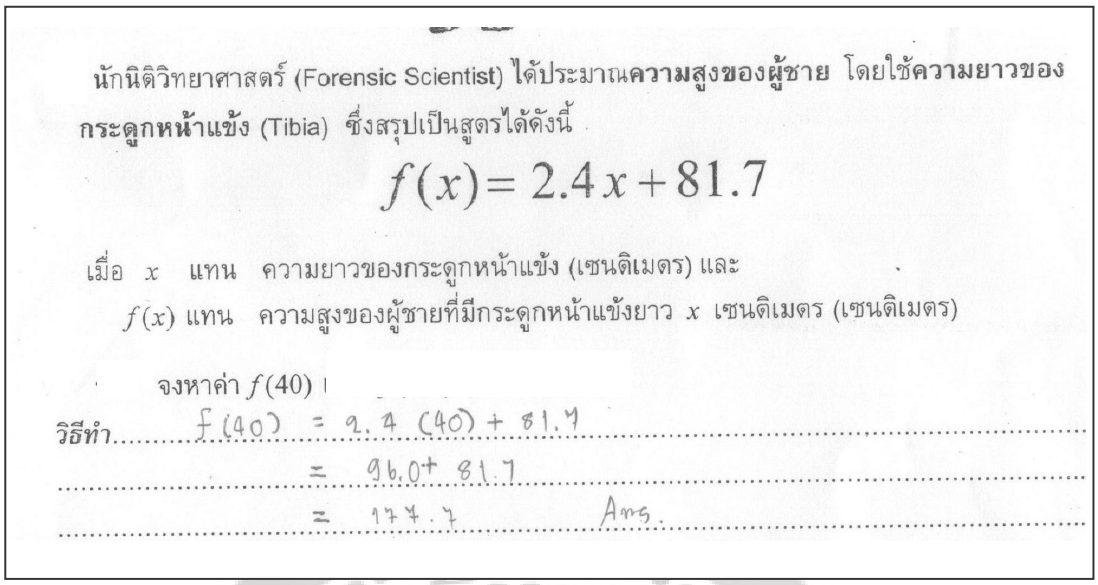
จากภาพประกอบ 15 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 4 การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบที่ต่างกัน โดยนักเรียนสามารถระบุได้ว่าตัวแทนฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเดียวกันหรือไม่ แต่การแสดงแนวคิดประกอบคำตอบถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียดในบางส่วน และเมื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติม นักเรียนอธิบายได้แต่ยังมีความคลุมเคลือและไม่ชัดเจน

ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน

นักเรียนทุกคน คือ 21 คน (ร้อยละ 100) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 17 คน (ร้อยละ 80.95) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ แสดงดังภาพประกอบ 17 และ 18



ภาพประกอบ 17 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การหาค่าของฟังก์ชันในรูปกราฟ


นักนิติวิทยาศาสตร์ (Forensic Scientist) ได้ประมาณ**ความสูงของผู้ชาย** โดยใช้**ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง** (Tibia) ซึ่งสรุปเป็นสูตรได้ดังนี้

$$f(x) = 2.4x + 81.7$$

เมื่อ x แทน ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง (เซนติเมตร) และ
$f(x)$ แทน ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว x เซนติเมตร (เซนติเมตร)

จงหาค่า $f(40)$ ।

วิธีทำ $f(40) = 2.4(40) + 81.7$
$= 96.0 + 81.7$
$= 177.7$ Ans.

ภาพประกอบ 18 ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การหาค่าของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์

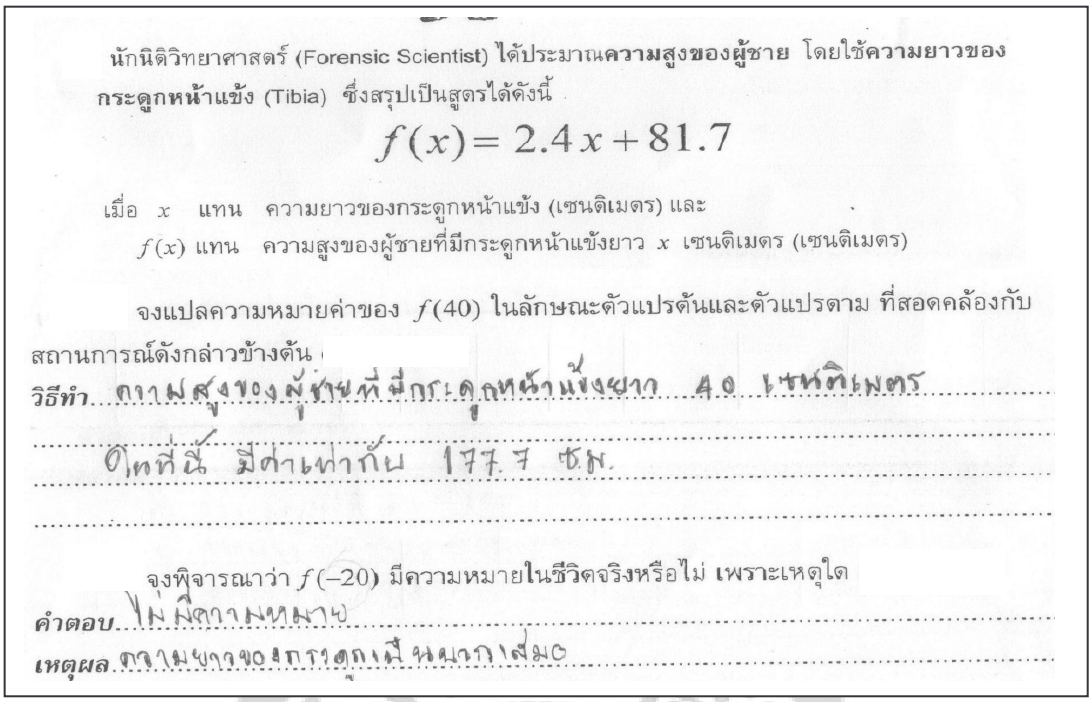
จากภาพประกอบ 17 และ 18 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 5 การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชัน โดยนักเรียนสามารถอ่านค่าของฟังก์ชันในรูปกราฟ (ภาพประกอบ 17) และสามารถหาค่าของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์ (ภาพประกอบ 18)

ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง

นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 8 คน (ร้อยละ 38.10) และในระดับ 3 จำนวน 10 คน (ร้อยละ 47.62) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ แสดงดังภาพประกอบ 19 ถึง 22

สำหรับภาพประกอบ 19 และ 20 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 4 ตัวชี้วัดที่ 6 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง โดยสามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ (ภาพประกอบ 19) และสามารถตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ชีวิตจริงได้ (ภาพประกอบ 20)

สำหรับภาพประกอบ 21 และ 22 เป็นตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ตัวชี้วัดที่ 3 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ชีวิตจริง โดยนักเรียนมีปัญหาในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันแบบใดแบบหนึ่ง ซึ่งแนวคิดหรือคำตอบพร้อมเหตุผลที่คลุมเครือไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียดในบางส่วน สำหรับภาพประกอบ 21 แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถตีความตัวแทนในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ส่วนภาพประกอบ 22 แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถตีความตัวแทนในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง



นักนิติวิทยาศาสตร์ (Forensic Scientist) ได้ประมาณ**ความสูงของผู้ชาย** โดยใช้**ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง** (Tibia) ซึ่งสรุปเป็นสูตรได้ดังนี้

$$f(x) = 2.4x + 81.7$$

เมื่อ x แทน ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง (เซนติเมตร) และ

$f(x)$ แทน ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว x เซนติเมตร (เซนติเมตร)

จงแปลความหมายค่าของ $f(40)$ ในลักษณะตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น

วิธีทำ ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว 40 เซนติเมตร

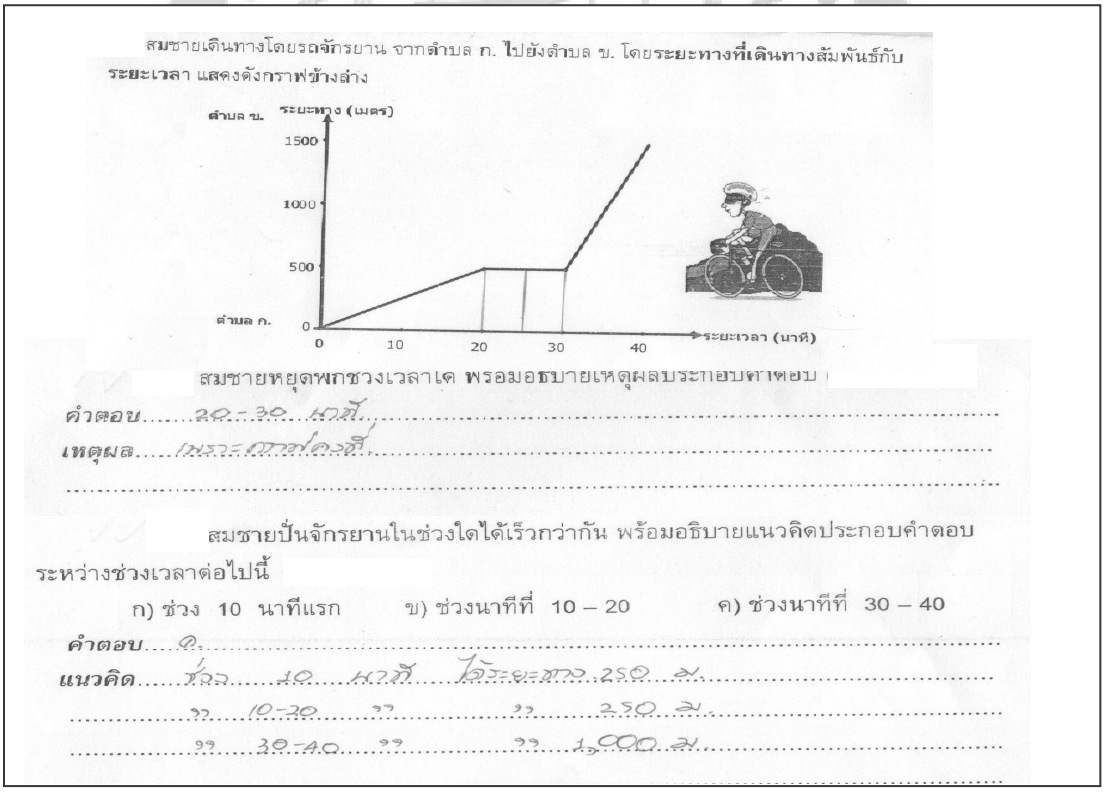
คือที่นี้ มีค่าเท่ากับ 177.7 ซม.

จงพิจารณาว่า $f(-20)$ มีความหมาย**ในชีวิตจริง**หรือไม่ **เพราะเหตุใด**

คำตอบ ไม่มีความหมาย

เหตุผล ความยาวของกระดูกเป็นจำนวนเต็มบวก

ภาพประกอบ 19 ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง



สมชายเดินทางโดยรถจักรยาน จากตำบล ก. ไปยังตำบล ข. โดย**ระยะทางที่เดินทางสัมพันธ์กับระยะเวลา** แสดงดังกราฟข้างล่าง

สมชายหยุดพักช่วงเวลาใด พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

คำตอบ 20 - 30 นาที

เหตุผล เพราะกราฟอยู่นิ่ง

สมชายปั่นจักรยานในช่วงใดได้เร็วกว่ากัน พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ ระหว่างช่วงเวลาต่อไปนี้

ก) ช่วง 10 นาทีแรก ข) ช่วงนาทีที่ 10 – 20 ค) ช่วงนาทีที่ 30 – 40

คำตอบ ข.

แนวคิด ช่วง 10 นาที ได้ระยะทาง 250 ม.

" 10-20 " " 250 ม.

" 30-40 " " 1,000 ม.

ภาพประกอบ 20 ผลงานของนักเรียนในระดับ 4 การตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

นักนิติวิทยาศาสตร์ (Forensic Scientist) ได้ประมาณ**ความสูงของผู้ชาย** โดยใช้**ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง** (Tibia) ซึ่งสรุปเป็นสูตรได้ดังนี้

$$f(x) = 2.4x + 81.7$$

เมื่อ x แทน ความยาวของกระดูกหน้าแข้ง (เซนติเมตร) และ

$f(x)$ แทน ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว x เซนติเมตร (เซนติเมตร)

จงแปลความหมายค่าของ $f(40)$ ในลักษณะตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น

วิธีทำ f(40) = ความสูงของผู้ชายที่มีกระดูกหน้าแข้งยาว x เซนติเมตร

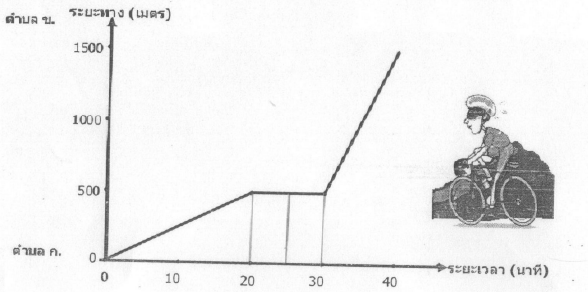
จงพิจารณาว่า $f(-20)$ มีความหมาย**ในชีวิตจริง**หรือ**ไม่** เพราะเหตุใด

คำตอบ ไม่มีความหมาย

เหตุผล หาค่าไม่ได้

ภาพประกอบ 21 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

สมชายเดินทางโดยรถจักรยาน จากตำบล ก. ไปยังตำบล ข. โดย**ระยะทางที่เดินทางสัมพันธ์กับระยะเวลา** แสดงดังกราฟข้างล่าง



สมชายปั่นจักรยานในช่วงใดได้เร็วกว่ากัน พร้อมอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบระหว่างช่วงเวลาต่อไปนี้

ก) ช่วง 10 นาทีแรก ข) ช่วงนาทีที่ 10 – 20 ค) ช่วงนาทีที่ 30 – 40

คำตอบ ค. ช่วงนาทีที่ 30 – 40

แนวคิด ก.) ช่วง 10 นาทีแรก สมชายเดินทางได้ 500 เมตร

ข.) ช่วงนาทีที่ 10-20 สมชายเดินทางได้ 500 เมตร เท่าเดิม

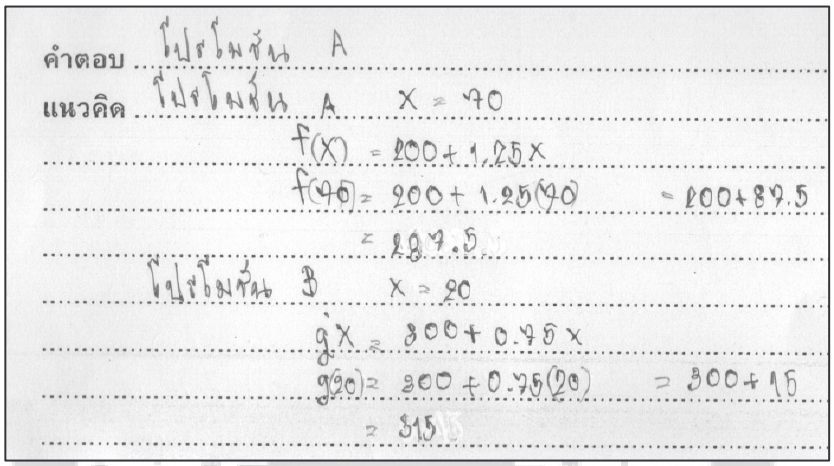
ค.) ช่วงนาทีที่ 30-40 สมชายเดินทางได้ 1500 เมตร

ภาพประกอบ 22 ตัวอย่างผลงานของนักเรียนในระดับ 3 ในการตีความตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

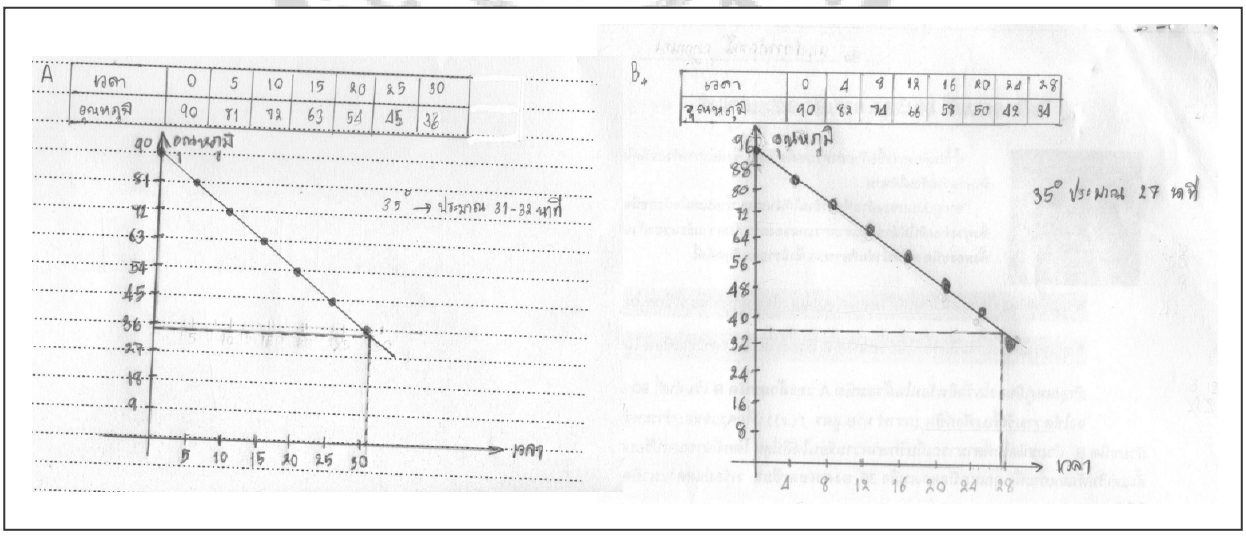
3. ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ตัวชี้วัดที่ 7 การใช้ตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์สำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

นักเรียนส่วนมาก คือ 18 คน (ร้อยละ 85.71) มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์ (ระดับ 3 ขึ้นไป) โดยเป็นนักเรียนในระดับ 4 จำนวน 5 คน (ร้อยละ 23.81) และ ระดับ 3 จำนวน 13 คน (ร้อยละ 61.90) ตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับ 4 ดังกล่าว ดังภาพประกอบ 23 และ 24



ภาพประกอบ 23 แสดงแนวคิดของนักเรียนในระดับ 4 โดยใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง



ภาพประกอบ 24 แสดงแนวคิดของนักเรียนในระดับ 4 โดยใช้ตัวแทนฟังก์ชันในรูปสัญลักษณ์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายไพโรจน์ น่วมนุ่ม
วันเดือนปีเกิด	16 เมษายน 2520
สถานที่เกิด	อ. หนองม่วง จ.ลพบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	30 หมู่ 9 ตำบลบ่อทอง อำเภอหนองม่วง จังหวัดลพบุรี 15170
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2539	มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนหนองม่วงวิทยา จังหวัดลพบุรี
พ.ศ.2542	ครุศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 2 จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ.2546	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ.2554	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ