

การศึกษานามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5
โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2556

การศึกษานามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5
โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษานามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5
โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2556

นิติ นิยมศิลป์ชัย. (2556). การศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน. ปริญญาานิพนธ์ วท.ม. (ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รศ. ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรทรัพย์, อ. ดร.สุพิชญ์ แคมมณี.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน ตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กและแลนดาว โดยใช้พลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ประกอบด้วยตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบสองตัวแปรจากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิที่คำนวณได้ และการคำนวณเชิงตัวเลข โดยเทียบกับผลการทดลองของตัวนำวดยิ่งผลึกเดี่ยวแมกนีเซียมไดโบไรด์ พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 มีค่าประมาณ 7.0 เทสลา



A STUDY OF UPPER CRITICAL MAGNETIC FIELD OF TYPE 1.5 SUPERCONDUCTOR
BY TWO-BAND SUPERCONDUCTOR MODEL



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Science Degree in Physics
at Srinakharinwirot University

May 2013

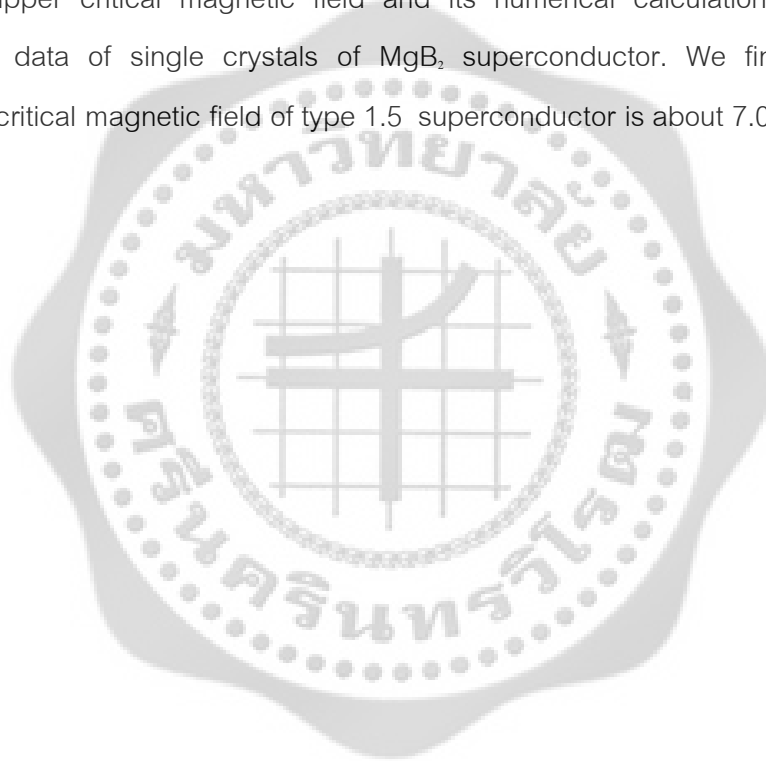
Niti Niyomsilpchai. (2013). *A study of upper critical magnetic field of type 1.5*

superconductor by two-band superconductor model. Master Thesis, M.Sc. (physics).

Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee :

Assoc. Prof. Dr. Pongkaew Udomsamuthirun, Dr. Supitch Khemmani.

The purpose of this research is to study the equation of upper critical field of type 1.5 superconductor by two-band Ginzburg - Landau theory. The free energy consists of two order parameters, ψ_1 and ψ_2 . We obtain the simple analytic formula of temperature-dependent upper critical magnetic field and its numerical calculation fit well with the experimental data of single crystals of MgB₂ superconductor. We find that the zero-temperature critical magnetic field of type 1.5 superconductor is about 7.0 Tesla.



ปริญญาานิพนธ์
เรื่อง

การศึกษานามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5
โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน

ของ
นายนิติ นิยมศิลป์ชัย

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2556

คณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ)

(อาจารย์ ดร.ภูณิศรา ลีมนนทกุล)

.....กรรมการ

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แชนมณี)

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แชนมณี)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข)



งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความช่วยเหลือจาก รศ. ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริคุณ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ ช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการทำวิจัย และ อ. ดร.สุพิชญ์ แคมมณี ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำในการแก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อ. ดร.กัญติศรา ลีมันนทกุล และ รศ. ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการในการสอบปากเปล่าปริญญาานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและประสิทธิ์ประสาทวิชาตลอดระยะเวลาของการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการทำปริญญาานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบคุณ อ. ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์ อ. ดร.ฐิติพงศ์ เครือหงส์ สำหรับคำแนะนำในงานวิจัย และหนังสือที่ผู้วิจัยใช้ศึกษาวิชาพื้นฐานในหลายๆรายวิชา และขอขอบคุณนิสิตปริญญาโท ปริญญาเอก สาขาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒทุกท่านที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำงานตลอดมา

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.) โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์(สควค.) ที่ให้ทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ให้ทุนอุดหนุนการทำวิจัย

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ครอบครัวของผู้วิจัยที่ส่งเสริมและสนับสนุนในทุกๆเรื่องและเป็นกำลังใจให้มาโดยตลอด

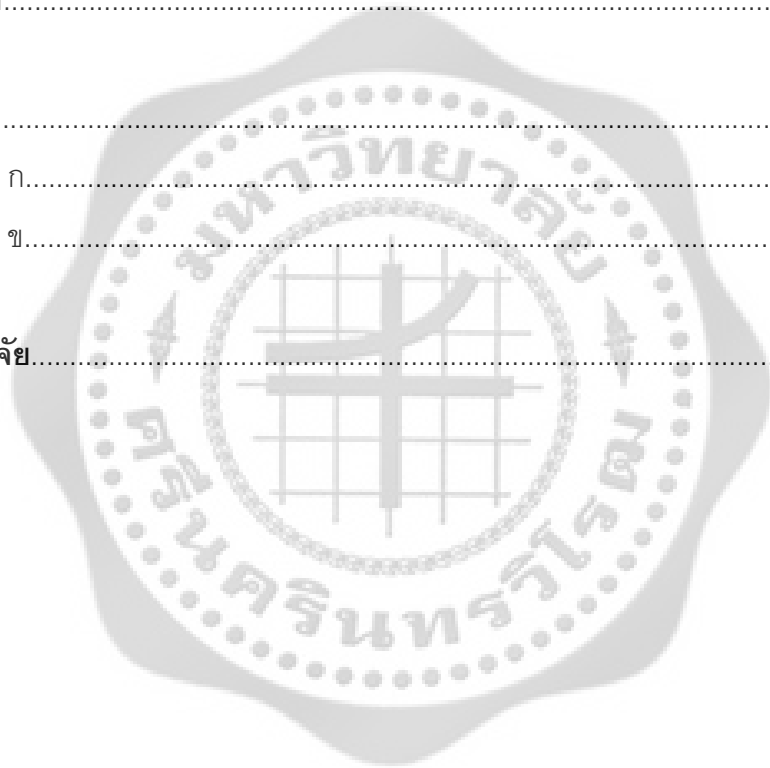
นิติ นิยมศิลป์ชัย

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
การค้นพบตัวนำวดยิ่งอุณหภูมิสูง.....	3
สมบัติของตัวนำวดยิ่ง.....	5
ประเภทของตัวนำวดยิ่ง.....	9
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	14
ความสำคัญของการวิจัย.....	14
ขอบเขตของการวิจัย.....	14
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	15
ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว.....	16
สนามแม่เหล็กวิกฤตบน.....	21
ทฤษฎีปีซีเอส.....	25
ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีปีซีเอส.....	27
การเชื่อมโยงของทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวกับทฤษฎีปีซีเอส.....	35
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์.....	37
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5.....	41
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	46
สนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5.....	46
การเชื่อมโยงกับทฤษฎีปีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน.....	51
การขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5.....	56
4 ผลการวิจัย.....	63

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	69
สรุปผลการวิจัย.....	69
อภิปรายผล.....	71
ข้อเสนอแนะ.....	71
บรรณานุกรม.....	72
ภาคผนวก.....	76
ภาคผนวก ก.....	77
ภาคผนวก ข.....	80
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	82



บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1 ตัวอย่างช่องว่างพลังงานที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ อุณหภูมิวิกฤต และอัตราส่วน ระหว่าง $2\Delta/k_B T_c$	8
---	---



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์.....	1
2 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ (ข) แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง ได้แก่ ไนโอเบียม(Nb) วานาเดียม(V) ตะกั่ว(Pb) ปรอท(Hg) กับอุณหภูมิ.....	2
3 แสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกับปีที่ค้นพบ.....	4
4 (ก) แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) แสดงตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก.....	5
5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับส่วนกลับรากที่สองของมวลอะตอม ของปรอท.....	6
6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่ง (C_N) และ ตัวนำปกติ (C_N) กับฟังก์ชันของอุณหภูมิ.....	7
7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิ.....	8
8 (ก) แสดงเส้นแรงแม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะนำปกติ (ข) แสดงเส้น แรงแม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง.....	9
9 แสดงการทะลุของสนามแม่เหล็กสู่ตัวนำยวดยิ่ง.....	10
10 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.....	12
11 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท 2.....	13
12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในและค่าสนามแม่เหล็ก ภายนอกระหว่างตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 และประเภท 2.....	21
13 แสดงการเสีรูปร่างของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ.....	26
14 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซ ที่เรียกว่าโฟนอน	27
15 แสดงโครงสร้างของ MgB_2 ซึ่งมีโครงสร้างแบบ Hexagonal close packed.....	38
16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องว่างพลังงานของแมกนีเซียมไดโบไรด์กับอุณหภูมิ.....	39
17 (ก) ตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 (ข) ตัวนำยวดยิ่งประเภท 2.....	41
18 (ก) สนามแม่เหล็ก 1 ไมโครเทสลา (ข) สนามแม่เหล็ก 10 ไมโครเทสลา (ค) ภาคตัดขวางของกลุ่มออร์บิทัลในภาพ (ก).....	42

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

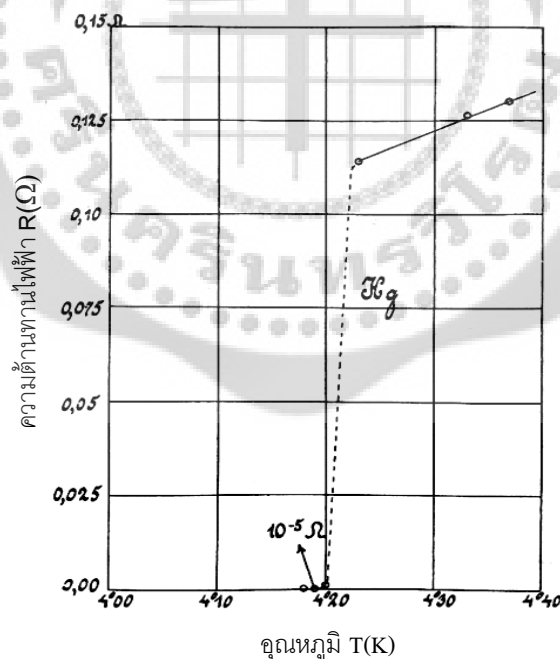
ตาราง		หน้า
19 (ก)	อันตรกิริยาดึงดูดกันของสองวอร์เทค (ข) อันตรกิริยาผลักกัน โดยเกิดจากกระแสและสนามแม่เหล็ก.....	43
20	แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5.....	44
21	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 1 และ แบบจำลองที่ 2.....	65
22	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 3.....	66
23	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 4.....	67
24	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ T ผลึกเดี่ยวของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ที่มี $T_c = 40K$ จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลอง	68
25	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 1, แบบจำลองที่ 2, แบบจำลองที่ 3 และแบบจำลองที่ 4.....	70

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ภูมิหลัง

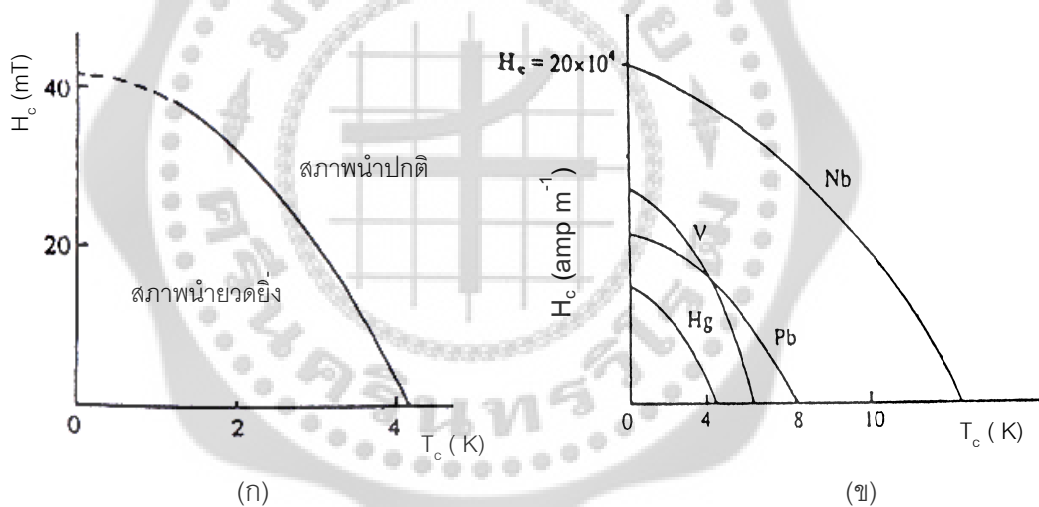
ในปี ค.ศ. 1911 นักฟิสิกส์ชาวเนเธอร์แลนด์ ชื่อ ไฮเค์ คาเมอร์ลิงก์ ออนเนส (Heike Kamerlingh Onnes) แห่งมหาวิทยาลัยไลเดิน (Leiden University) (Sacchetti. 2000: 2618; citing Onnes. 1991) ได้ทำการทดลองในปรอทบริสุทธิ์ พบว่าค่าความต้านทานไฟฟ้าจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อลดอุณหภูมิลง จนค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ค่าความต้านทานไฟฟ้าจะลดลงอย่างทันทีทันใด ซึ่งมีค่าที่น้อยมากไม่สามารถวัดได้ ณ อุณหภูมิประมาณ 4.2 เคลวิน ดังภาพประกอบ 1 เรียกสภาพที่มีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดนี้ว่า สภาพนำยวดยิ่ง (Superconductivity) และเรียกดาวสารที่มีการเปลี่ยนสถานะทางไฟฟ้าในลักษณะนี้ว่า ตัวนำยวดยิ่ง (Superconductor) และเรียกอุณหภูมิที่ทำให้วัสดุเปลี่ยนจากสภาพนำปกติเป็นสภาพนำยวดยิ่งว่า อุณหภูมิวิกฤต (Critical temperature, T_c) การค้นพบปรากฏการณ์สภาพนำยวดยิ่งนี้ทำให้ ออนเนสได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1913



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์

ที่มา: Kittel. (2005). *Introduction to Solid State Physics*. p. 258.

สภาพนำวดยิ่งนั้นเป็นกระบวนการที่ผันกลับได้ (Reversible process) คือถ้าอุณหภูมิของตัวนำสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต ตัวนำจะสูญเสียสภาพนำวดยิ่งกลับสภาพเป็นตัวนำปกติทันที และถ้าให้กระแสไฟฟ้าไหลในตัวนำวดยิ่งตัวนำวดยิ่งก็ยังคงอยู่ในสภาพนำวดยิ่งได้ถ้าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านมีค่าหนึ่ง แต่ถ้าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ามีค่าสูงกว่าค่าหนึ่ง สารนั้นจะกลายเป็นตัวนำปกติทันที จึงเรียกความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าค่านี้ว่า ความหนาแน่นกระแสวิกฤต (Critical current density, J_c) ซึ่งปริมาณนี้ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิกล่าวคือ ความหนาแน่นกระแสวิกฤตจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง นอกจากอุณหภูมิและความหนาแน่นกระแส ออนเนส ยังพบอีกว่า สนาบแม่เหล็กสามารถทำลายสภาพนำวดยิ่งได้เช่นเดียวกัน ถ้าตัวนำวดยิ่งถูกสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มสูงกว่าค่าหนึ่ง สภาพนำวดยิ่งก็จะสูญเสียไป เรียกสนามแม่เหล็กนี้ว่า สนามแม่เหล็กวิกฤต (Critical magnetic field, H_c) ซึ่งค่านี้ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ คือเมื่ออุณหภูมิมียุคค่าเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต ความเข้มของสนามแม่เหล็กจะมีค่าน้อยลงดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ

(ข) แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำวดยิ่ง ได้แก่ ไนโอเบียม

(Nb) วาเนเดียม(V) ตะกั่ว(Pb) ปรอท(Hg) กับอุณหภูมิ

ที่มา: Wahab. (2005). *Solid State Physics: Structure and Properties of Materials*. p. 536.

เขียนความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิได้ดังสมการ

$$H_c(T) = H_c(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) \quad (1.1)$$

เมื่อ $H_c(0)$ และ $H_c(T)$ คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ และที่อุณหภูมิใดๆ ตามลำดับ และ T_c คือ อุณหภูมิวิกฤตของสารนั้น

1.2 การค้นพบตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ

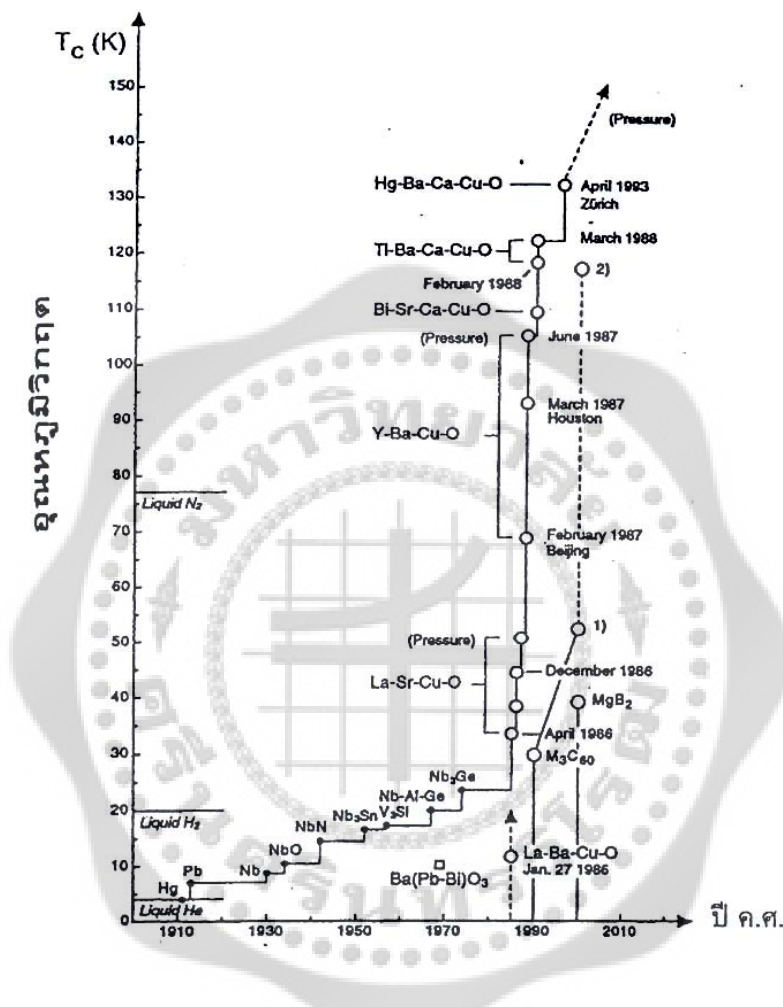
หลังจากที่ ฮอนเนสได้ค้นพบสภาพนำยิ่งยวดในปี ค.ศ. 1911 จนถึงก่อนปี ค.ศ. 1986 นักวิทยาศาสตร์ได้ทำการวิจัยตัวนำยิ่งยวดต่างๆ มาโดยตลอด และได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดมีค่าต่าง ๆ และที่สูงที่สุดเท่ากับ 23 เคลวิน ในสารประกอบ Nb_3Ge (Testardi; Wernich; & Roger. 1974: 794) การที่จะทำให้อุณหภูมิต่ำในระดับนี้หรือต่ำกว่าต้องใช้ฮีเลียมเหลวเป็นสารหล่อเย็น ซึ่งฮีเลียมเหลวเป็นวัสดุที่ผลิตยาก มีราคาแพงและต้องกำบังความร้อนอย่างดีในขณะที่ใช้ งานการใช้งานตัวนำยิ่งยวดจึงยุ่งยาก และสิ้นเปลืองมาก จนทำให้นักวิทยาศาสตร์เชื่อว่าตัวนำยิ่งยวดในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตจำกัดคือ ไม่เกิน 35 เคลวิน เรียกตัวนำนี้ว่า ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ (Low-temperature superconductor) หรือเรียกว่า ตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิม (Conventional superconductor)

แต่แล้วนักวิทยาศาสตร์มาสนใจศึกษาสภาพนำยิ่งยวดอีกครั้งในปี ค.ศ. 1986 เมื่อเบทเนอร์ช และมุลเลอร์ (Bednorz; & Muller. 1986: 189) พบว่าสารประกอบ ลานทานัม-แบเรียม-คอปเปอร์ออกไซด์ (La-Ba-Cu-O) ซึ่งเป็นสารประกอบเซรามิกคือ ที่อุณหภูมิต่ำจะมีสภาพเป็นฉนวนไฟฟ้า แต่ถ้าลดอุณหภูมิถึง 35 เคลวิน จะเป็นสภาพนำยิ่งยวด และเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 35 เคลวิน ว่าเป็นตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (High-temperature superconductor) ทำให้เขาได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1988 ซึ่งนับว่าได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์เร็วที่สุด

ในปี ค.ศ. 1987 ชูและคณะ (Chu; & et al. 1987: 908) พบว่าสารประกอบอิตเทรียม-แบเรียม-คอปเปอร์ออกไซด์ (Y-Ba-Cu-O) มีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 90 เคลวิน ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้ฮีเลียมเหลวในการลดอุณหภูมิในเวลาใช้งาน แต่สามารถใช้ไนโตรเจนเหลวซึ่งมีจุดเดือด 77 เคลวิน แทนได้ซึ่งหาง่าย ราคาถูก ใช้สะดวกกว่าฮีเลียมเหลว

ในปี ค.ศ. 1995 ซิลลิงและคณะ (Schilling; et al. 1995: 363) พบว่าสารประกอบปรอท-เทลเลียม-แบเรียม-แคลเซียม-คอปเปอร์ออกไซด์ (Hg-Tl-Ba-Ca-Cu-O) มีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 138

เคลวิน หลังจากนั้นการค้นพบสารตัวนำยวดยิ่งที่ทำให้ได้อุณหภูมิวิกฤตสูงๆ ในกลุ่มเซรามิกอยู่เป็นจำนวนมากดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 แสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกับปีที่ค้นพบ

ที่มา: Bennemann; & Ketterson. (2003). *The Physics of Superconductor*. p. 387.

เป้าหมายที่สำคัญของนักวิทยาศาสตร์ คือการหาสารที่มีอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 300 เคลวิน เพื่อสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ เช่น การทำแม่เหล็กที่สามารถเก็บพลังงานและยกรถไฟให้วิ่งเหนือรางได้ การสร้างมอเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงสุด การสร้างฟิล์มบางที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในวงจรไฟฟ้า คอมพิวเตอร์ที่มีความเร็วของการคำนวณสูงสุดและขนาดเล็กที่สุด ฯลฯ และเมื่อถึงจุดนั้นเทคโนโลยีสมัยใหม่จะต้องเปลี่ยนโฉมหน้าอีกครั้งหนึ่งอย่างแน่นอน

1.3 สมบัติของตัวนำยิ่งยวด

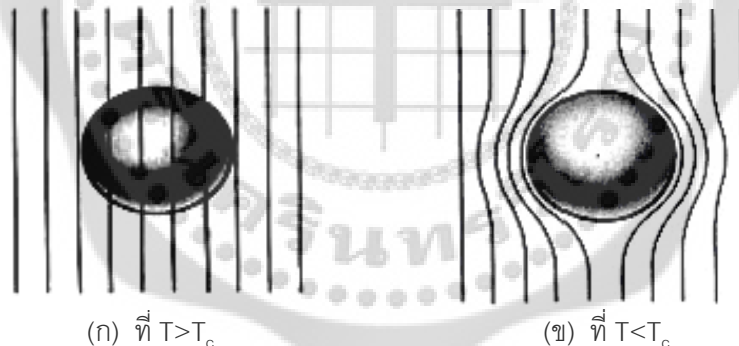
สารที่อยู่ในสภาพนำยิ่งยวดจะมีคุณสมบัติหลายประการที่แตกต่างจากสารที่อยู่ในสภาพนำปกติ ต่อไปจะกล่าวถึงสมบัติเบื้องต้นของตัวนำยิ่งยวด

1.3.1 ความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด

เมื่อลดอุณหภูมิของตัวนำยิ่งยวดจนถึงอุณหภูมิวิกฤต สารจะเปลี่ยนจากสถานะนำปกติไปเป็นสถานะนำยิ่งยวด ซึ่งค่าความต้านทานไฟฟ้าจะเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดดังภาพประกอบ 1 ปrompt บริสุทธิ์จะมีค่าความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด ที่อุณหภูมิ 4.2 เคลวิน

1.3.2 ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์

ในปี ค.ศ. 1933 ไมส์เนอร์ และ โอคเซนเฟลด์ (Meissner; & Ochsenfeld. 1958: 606) พบว่า ในสภาพนำปกติหรือที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T > T_c$) สนามแม่เหล็กสามารถทะลุผ่านเข้าไปในสารตัวนำได้ แต่ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T < T_c$) สนามแม่เหล็กไม่สามารถพุ่งผ่านสารตัวนำยิ่งยวดได้ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Meissner effect) ดังภาพประกอบ 4

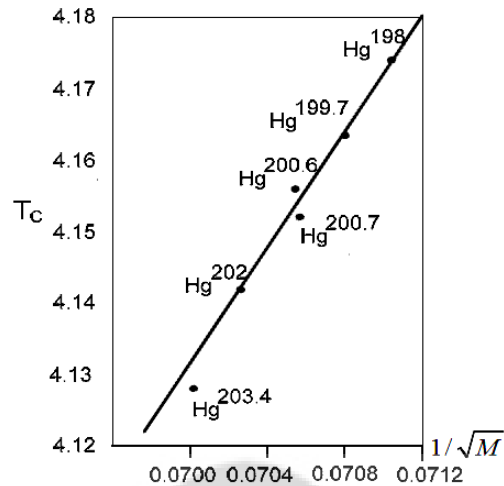


ภาพประกอบ 4 (ก) แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) แสดงตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: Kittel. (2005). *Introduction to Solid State Physics*. p. 260.

1.3.3 ปรากฏการณ์ไอโซโทป

ในปี ค.ศ. 1950 แมกซ์เวลล์ และ เรย์โนลด์ (Maxwell; & Reynolds. 1950: 45) ได้ทดลองวัดมวลไอโซโทปของปรอท (Hg) และอุณหภูมิวิกฤต (T_c) พบว่ามีปริมาณทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์ไอโซโทป (Isotope effect) ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับส่วนกลับรากที่สองของมวลอะตอมของปรอท

ที่มา: Maxwell; & Reynolds. (1950). Physical Review Letters. 78. p. 477.

เขียนความสัมพันธ์ดังกล่าว

$$M^\alpha T_c = C$$

(1.2)

- เมื่อ T_c คือ อุณหภูมิวิกฤตของธาตุ
 M คือ มวลของไอโซโทปสำหรับธาตุชนิดเดียวกัน
 α คือ สัมประสิทธิ์ไอโซโทป
 C คือ ค่าคงตัว

สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมจะมี $\alpha = 1/2$ ซึ่งตรงตามทฤษฎีบีซีเอส ที่แสดงว่าอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนทำให้เกิดคูเปอร์ซึ่งเป็นกลไกสำคัญของการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงจะไม่ให้ค่า $\alpha = 1/2$ เพราะนอกจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอนกับโฟนอนแล้วธรรมชาติยังมีอันตรกิริยาคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอนเข้ามามีผลต่อสภาพนำยวดยิ่งด้วย

1.3.4 สมบัติเชิงความร้อน

สำหรับกรณีตัวนำยวดยิ่งตามทฤษฎีบีซีเอส จะมีความจุความร้อนเป็น

$$C_S = ae^{-(\Delta/k_B T)} \quad (1.3)$$

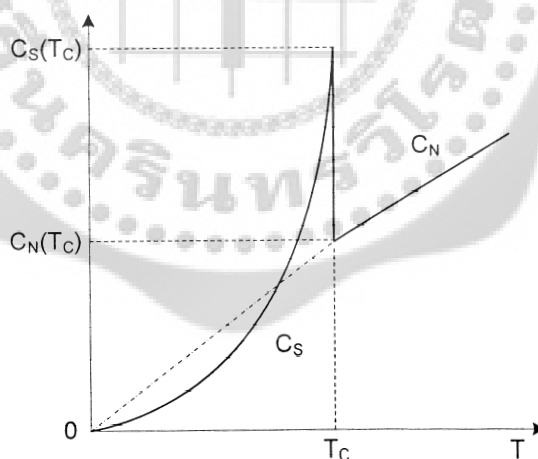
เมื่อ C_S คือ ความจุความร้อนของตัวนำยวดยิ่ง

Δ คือ ช่องว่างพลังงาน

k_B คือ ค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์

a คือ ค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

โดยที่สมการดังกล่าวมีความหมายว่าเมื่ออุณหภูมิในสภานำยวดยิ่งลดลง ความจุความร้อนจะลดลงเข้าใกล้ศูนย์แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ดังภาพประกอบ 6 แต่ความร้อนจำเพาะของตัวนำไฟฟ้ายวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต และความร้อนจำเพาะของตัวนำปกติที่อุณหภูมิวิกฤตมีค่าไม่เท่ากัน นั่นคือแสดงพฤติกรรมไม่ต่อเนื่อง $C_N(T_C) \neq C_S(T_C)$ และไม่ต้องใช้ความร้อนแฝงในการการเปลี่ยนแปลงเฟสอันดับที่ 2 ทฤษฎีบีซีเอส ได้ทำนายว่า $\frac{\Delta C(T_C)}{C_N(T_C)} = 1.42$ สำหรับตัวนำยวดยิ่งทุกชนิด

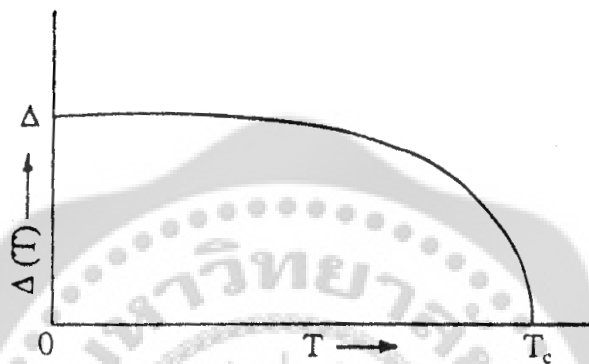


ภาพประกอบ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่ง (C_S) และตัวนำปกติ (C_N) กับฟังก์ชันของอุณหภูมิ

ที่มา: Bardeen; Cooper; & Schrieffer. (2001). *Superconductivity*. p. 9.

1.3.5 ช่องว่างพลังงาน

เป็นสมบัติอย่างหนึ่งของตัวนำยวดยิ่ง โดยพบว่าทั้งตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมและแบบอุณหภูมิสูงสามารถทำการทดลองวัดค่าช่องว่างพลังงานได้ แต่ก็มีความแตกต่างกันในเรื่องของขนาดช่องว่างพลังงานที่วัดได้ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการกำหนดชนิดของสารต่างๆ โดยทุกๆตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤตจะไม่มีค่าช่องว่างพลังงาน



ภาพประกอบ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิ

ที่มา: Wahab. (2005). *Solid State Physics: Structure and Properties of Materials*. p. 543.

โดยทฤษฎีบีซีเอส สามารถเขียนอัตราส่วนระหว่าง $2\Delta/k_B T_c$ มีค่าเท่ากับ 3.53 ในทุกๆตัวนำยวดยิ่ง

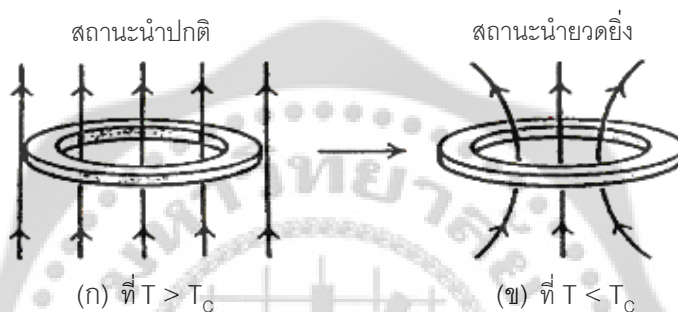
ตาราง 1 ตัวอย่างช่องว่างพลังงานที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ อุณหภูมิวิกฤต และอัตราส่วนระหว่าง $2\Delta/k_B T_c$

ธาตุ	2Δ (meV)	T_c (K)	$2\Delta/k_B T_c$
Nb	3.05	9.50	3.8
Ta	1.40	4.48	3.6
Sn	1.16	3.72	3.5
Al	0.34	1.20	3.3
Pb	2.90	7.18	4.3
Hg	1.65	4.16	4.6

ที่มา: Wahab. (2005). *Solid State Physics: Structure and Properties of Materials*. p. 543.

1.3.6 ความไม่ต่อเนื่องของเส้นแรงแม่เหล็ก

ในปี ค.ศ. 1955 เดเวอร์ และแฟร์แบ็ง (Deaver; & Fairbank. 1961: 43) ได้ค้นพบโดยได้นำตัวนำยวดยิ่งทำเป็นรูปวงแหวน แล้วใส่สนามแม่เหล็กเข้าไปในขณะที่ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T > T_c$) สนามแม่เหล็กดังกล่าวจะพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ แต่เมื่อลดอุณหภูมิให้ต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T < T_c$) แล้วนำสนามแม่เหล็กที่ใส่เข้าไปออกจะพบว่าเส้นแรงแม่เหล็กจะถูกกักอยู่ภายในวงแหวนของตัวนำยวดยิ่ง ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ความไม่ต่อเนื่องของเส้นแรงแม่เหล็ก (Flux quantization) ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 (ก) แสดงเส้นแรงแม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะนำปกติ
(ข) แสดงเส้นแรงแม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง

ที่มา: Fetter; & Walecka. (1995). *Quantum Theory of Many – Particle System*.

p. 416.

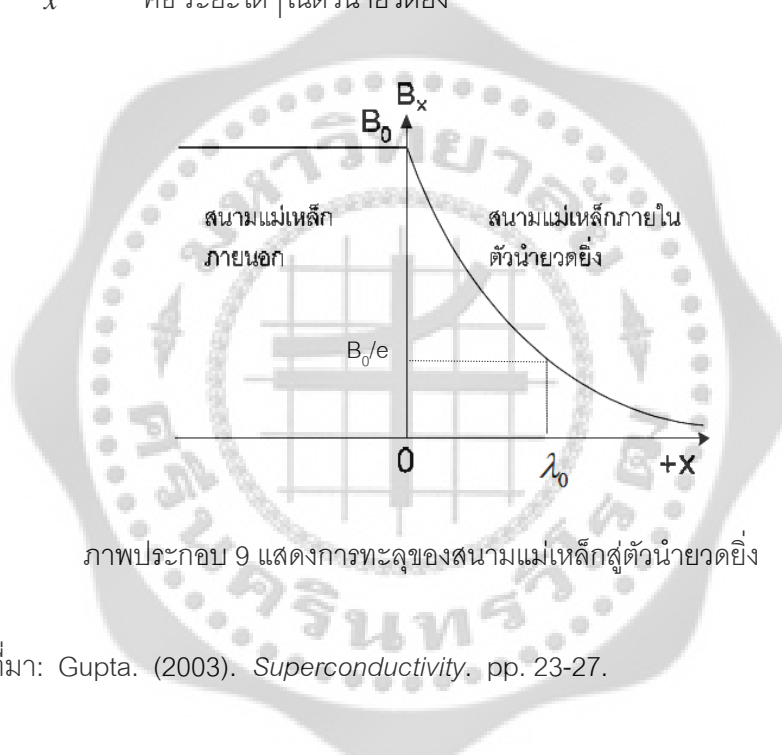
1.4 ประเภทของตัวนำยวดยิ่ง

ในปัจจุบันประเภทของตัวนำยวดยิ่งมักแบ่งตามคุณสมบัติทางแม่เหล็กเป็น 2 ประเภท เรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 (Type-I superconductor) และตัวนำยวดยิ่งประเภท 2 (Type-II superconductor) สิ่งที่สำคัญที่ทำให้เกิดความแตกต่างของสภาพนำยวดยิ่งสองประเภทนอกจากปัจจัยทางด้านสนามแม่เหล็กแล้ว วิถีอิสระหรือระยะปลอดการชนเฉลี่ย (Mean free path) ของอิเล็กตรอนตัวนำในสถานะปกติซึ่งเป็นพารามิเตอร์สำคัญในการกำหนดคุณสมบัติพื้นฐานของตัวนำยวดยิ่งได้แก่ ระยะทะลวงลึก (Penetration depth, λ) ของสนามแม่เหล็ก และความยาวอาพันธ์ (Coherence length, ξ) ซึ่งพารามิเตอร์ λ แสดงความลึกของการซึมซาบหรือทะลุทะลวงของสนามแม่เหล็กเข้าในตัวนำยวดยิ่ง ส่วนพารามิเตอร์ ξ แสดงระยะทางระหว่างคู่อิเล็กตรอน ซึ่งคุณสมบัติ

ของอิเล็กตรอนที่อยู่ภายในช่วง ξ นั้นจะไม่เปลี่ยนแปลง จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก $B(x)$ กับ ระยะทะลวงลึก (λ) ดังนี้คือ

$$B(x) = B_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (1.4)$$

- เมื่อ $B(x)$ คือ สนามแม่เหล็กที่ทะลุเข้าสู่ตัวนำยวดยิ่ง
 B_0 คือ สนามแม่เหล็กภายนอก
 λ คือ ระยะทะลวงลึก
 x คือ ระยะใดๆในตัวนำยวดยิ่ง



ภาพประกอบ 9 แสดงการทะลุของสนามแม่เหล็กสู่ตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา: Gupta. (2003). *Superconductivity*. pp. 23-27.

จากทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว จะได้ระยะทะลวงลึกของสนามแม่เหล็กดังสมการ

$$\lambda = \left(\frac{m^* c^2 \beta}{4\pi e^* |\alpha|} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

เมื่อ m^* คือ มวลยังผล

e^* คือ ประจุยังผล

α คือ สัมประสิทธิ์ที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับอุณหภูมิ

β คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

และความยาวอาพันธ์ดังสมการ

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|} \quad (1.6)$$

ดังนั้นตัวแปรกินซ์เบิร์กและแลนดาวพารามิเตอร์ (κ) เป็น

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} = \frac{m^* c}{\hbar e^*} \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \sqrt{2\kappa H_c} &= \sqrt{2} \frac{m^* c}{\hbar e^*} \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{4\pi}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} |\alpha| \\ &= 2 \frac{m^* c}{\hbar e^*} |\alpha| \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$H_{c2} = \sqrt{2\kappa H_c}$$

จากคุณสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 และ 2 $H_{c2} > H_c$ จะได้ $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$

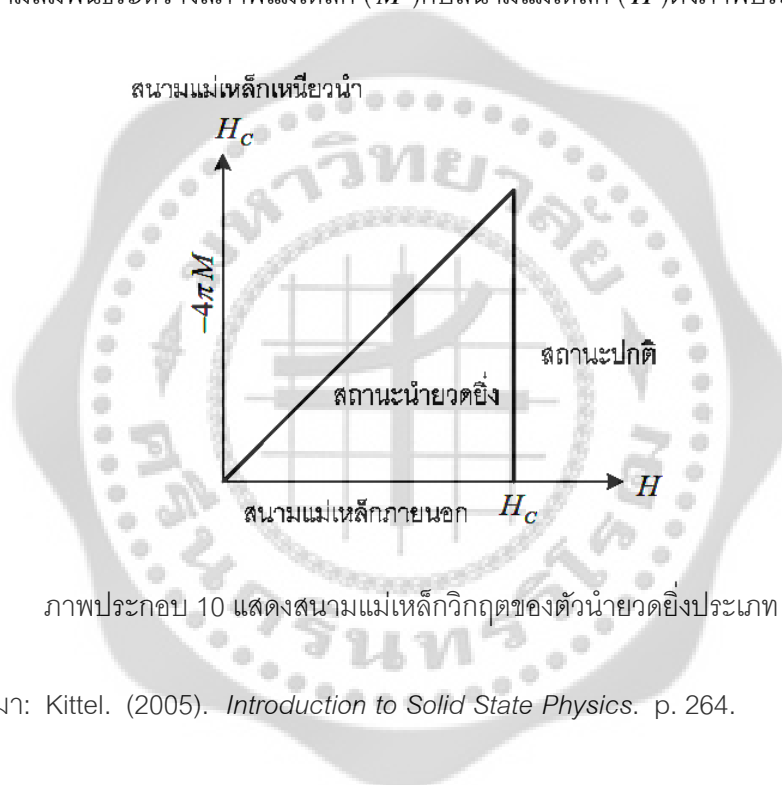
ดังนั้นตัวแปรกินซ์เบิร์กและแลนดาวสามารถแบ่งตัวนำยวดยิ่งออกเป็น 2 ประเภทโดย

$$\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ สำหรับตัวนำยวดยิ่งประเภท 1}$$

$$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ สำหรับตัวนำยวดยิ่งประเภท 2}$$

1.4.1 ตัวนำยวดยิ่งประเภท 1

ตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 มีความยาวอาพันธ์ มากกว่าระยะทะลวงลึก ตัวนำยวดยิ่งประเภทนี้ จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพแม่เหล็ก (M) กับสนามแม่เหล็ก (H) ดังภาพประกอบ 10



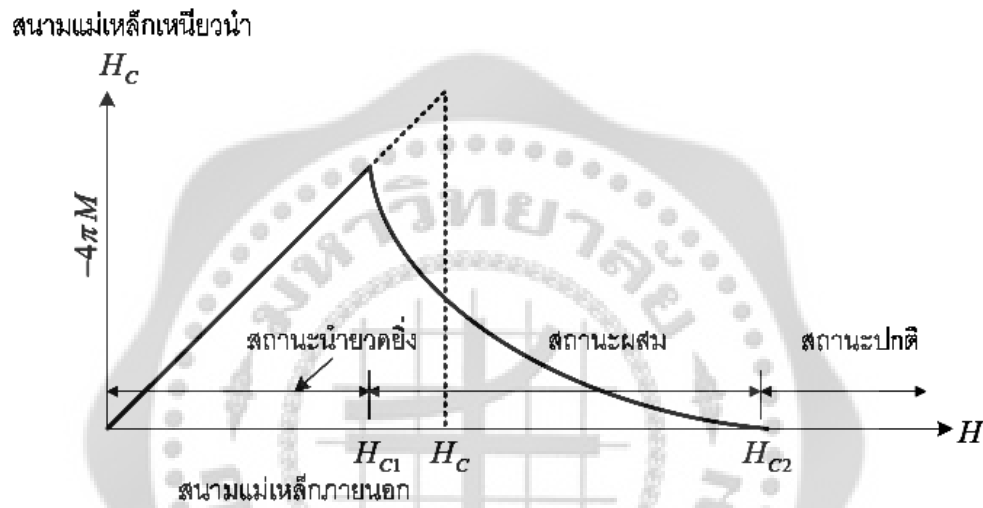
ภาพประกอบ 10 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1

ที่มา: Kittel. (2005). *Introduction to Solid State Physics*. p. 264.

จากภาพประกอบ 10 ตัวนำยวดยิ่งประเภทนี้ที่บริเวณสนามแม่เหล็กน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H < H_c$) วัสดุจะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์ที่สมบูรณ์ คือ เป็นไดอะแมกเนติกแบบสมบูรณ์ แต่เมื่อใดที่สนามแม่เหล็กมากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H > H_c$) ตัวนำยวดยิ่งจะกลายเป็นตัวนำปกติทันที ในการที่จะทำให้หมดสภาพนำยวดยิ่ง ของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 สนามแม่เหล็กจะมีความเข้มต่ำกว่าตัวนำยวดยิ่งประเภท 2 มาก จึงไม่เพียงพอสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้งาน

1.4.2 ตัวนำวดยิ่งประเภท 2

ส่วนใหญ่เป็นโลหะผสมและสารประกอบ ตัวนำวดยิ่งชนิดนี้มีความยาวอาพันธ์ สั้นกว่าระยะทะลวงลึก และมีอุณหภูมิวิกฤต สนานแม่เหล็กวิกฤต สูงกว่าตัวนำวดยิ่งประเภท 1 และให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่า จากความสัมพันธ์ระหว่างสภาพแม่เหล็ก (M) กับสนามแม่เหล็ก (H) ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำวดยิ่งประเภท 2

ที่มา: Kittel. (2005). *Introduction to Solid State Physics*. p. 264.

จากภาพประกอบ 11 วัสดุจะเป็นไดอะแมกเนติกแบบสมบูรณ์ เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) จากนั้นเมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น เส้นแรงแม่เหล็กก็เริ่มทะลุผ่านผิวตัวนำวดยิ่งได้จนกระทั่งสนามแม่เหล็กมีค่าสูงถึงสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (H_{c2}) โดยค่า H_{c2} นี้ก็เป็นความเข้มของสนามแม่เหล็กสูงสุดที่วัสดุยังคงสภาพนำวดยิ่งอยู่ได้ ในช่วง $H_{c1} < H < H_{c2}$ จะมีเส้นแรงแม่เหล็กทะลุผ่านเนื้อสารได้ เรียกสถานะนี้ว่า สถานะวอร์เทค (Vortex state) หรือ สถานะผสม (Mixed state) และเรียกกลุ่มเส้นแรงแม่เหล็กที่ผ่านตัวนำวดยิ่งว่า ฟลักซอยด์ (Fluxoids) ถ้าเพิ่มสนามแม่เหล็กให้มากกว่า H_{c2} ($H > H_{c2}$) ตัวนำวดยิ่งจะกลายเป็นสภาพปกติ โดยทั่วไป H_{c2} จะมีค่ามาก เราจึงนิยมใช้ตัวนำวดยิ่งประเภท 2 มาใช้ในงานที่เกี่ยวข้องกับกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสูง

1.4.3 ตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5

ในเดือนมีนาคม ปี ค.ศ. 2009 มอชชาลคอฟ และคณะ(Moshchalkov; & et al. 2009: 117001) ได้พบว่าผลึกเดี่ยวแมกนีเซียมไดโบไรด์ เมื่อพิจารณาถึงสมบัติทางแม่เหล็ก จะแตกต่างจากตัวนำวดยิ่งประเภท 1 โดยผลึกเดี่ยวแมกนีเซียมไดโบไรด์ จะมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่า คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (H_{c2}) ซึ่งคล้ายกับตัวนำวดยิ่งประเภท 2 แต่จะแตกต่างจากตัวนำวดยิ่งประเภท 2 ช่วงบริเวณ $H_{c1} < H < H_{c2}$ คือตัวนำวดยิ่งประเภท 2 จะมีความเป็นเนื้อเดียวกัน(Homogeneous) ของเส้นแรงแม่เหล็กกล่าวคือ เส้นแรงแม่เหล็กจะทะลุผ่านตัวนำวดยิ่งโดยมีการจัดเรียงตัวกันเป็นรูปสามเหลี่ยมเมื่อสมดุลงทางอุณหพลศาสตร์ ซึ่งเป็นไปตาม Abrikosov flux lattice ที่ได้ทำนายไว้ แต่ตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 จะไม่มีความเป็นเนื้อเดียวกัน (Inhomogeneous) ของเส้นแรงแม่เหล็กกล่าวคือ เส้นแรงแม่เหล็กจะทะลุผ่านตัวนำวดยิ่ง โดยบางบริเวณเส้นแรงแม่เหล็กจะรวมตัวกันเป็นกลุ่ม บางบริเวณจะไม่มีเส้นแรงแม่เหล็กทะลุผ่านเมื่อสมดุลงทางอุณหพลศาสตร์

1.5 ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้แบบจำลองตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงาน ตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กและแลนดาว
2. เพื่อศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน

1.6 ความสำคัญของการวิจัย

1. สามารถอธิบายสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ได้
2. สามารถนำผลงานวิจัยที่ได้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

1.7 ขอบเขตของการวิจัย

1. หาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ตามทฤษฎีของกินซ์เบิร์กและแลนดาว
2. ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

- 2.1 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว
- 2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตบน
- 2.3 ทฤษฎีบีซีเอส
- 2.4 ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส
- 2.5 การเชื่อมโยงของทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวกับทฤษฎีบีซีเอส
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้เซียมไดโบไรด์
- 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5

ทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จในการอธิบายสภาพนำยิ่งยวดในปัจจุบัน มีอยู่สองทฤษฎีด้วยกัน คือ ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว (Ginzberg-Landau theory) (Paulter. 1991: 1-47) ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 2003 และทฤษฎีบีซีเอส(BCS theory) (Bardeen; Cooper; & Schrieffer. 1957: 1175-1204) ได้รับรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1972 ซึ่งแต่ละทฤษฎีนั้นเริ่มจากแนวคิดที่ต่างกัน แต่สามารถอธิบายสภาพนำยิ่งยวดได้เหมือนกัน มีข้อเด่นและข้อด้อยต่างกัน ออกไปกล่าวคือ ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวจะเริ่มอธิบายระบบในระดับมหภาค (Macroscopic) สามารถที่จะอธิบายตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงๆได้ แต่จะให้ผลสอดคล้องกับการทดลองในบริเวณรอบๆ อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น ในช่วงอุณหภูมิที่ไกลออกไปจากอุณหภูมิวิกฤตทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว จะให้ผลที่ไม่สอดคล้องกับการทดลอง สำหรับทฤษฎีบีซีเอสพิจารณาระบบในระดับจุลภาค(Microscopic) สามารถอธิบายสภาพนำยิ่งยวดของสารที่มีอุณหภูมิวิกฤตต่ำๆได้ แต่ในสารที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงๆทฤษฎีบีซีเอสจะให้ผลไม่สอดคล้องกับการทดลอง ซึ่งจะสามารถเชื่อมโยงทั้งสองทฤษฎี(Fetter; & Walecka. 1995: 471) โดยพิจารณาว่า ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวคล้ายกับฟังก์ชันช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส โดยตัวแปรทั้งสองแปรค่าตามกันได้

$$\psi \sim \Delta$$

เมื่อ ψ คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว

Δ คือ ฟังก์ชันช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

2.1 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาอว

ในปี ค.ศ. 1950 กินซ์เบิร์กและแลนดาอวได้เสนอทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาอว ทฤษฎีนี้มีจุดเริ่มมาจากทฤษฎีเชิงปรากฏการณ์ (Phenomenological theory) ซึ่งไม่พิจารณาอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน แต่พิจารณาจากผลที่เกิดขึ้น ดังนั้นทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาอวจึงไม่สามารถอธิบายได้ว่าอิเล็กตรอนภายในตัวนำยวดยิ่งมีอันตรกิริยากันอย่างไร แต่ใช้อธิบายการเปลี่ยนสถานะ (Phase transition) ได้ดี ซึ่งสามารถใช้อธิบายการเปลี่ยนสถานะจากสภาพนำปกติไปเป็นสภาพนำยวดยิ่งที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต แนวคิดเริ่มต้นของทฤษฎีนี้เริ่มมาจากการพิจารณาตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ (Order parameter) โดยค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบจะมีค่าต่างกันไป แล้วแต่ปรากฏการณ์ที่ต้องการจะอธิบายโดยสมบัติที่สำคัญของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบคือ ต้องมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออยู่นอกจุดวิกฤต และต้องมีค่าจำกัดเมื่ออยู่ต่ำกว่าจุดวิกฤต

สำหรับในกรณีของตัวนำยวดยิ่งตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาอว ใช้ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง $\psi(\vec{r})$ เป็นตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ โดยค่าของตัวแปรนี้เป็นไปตามเงื่อนไข คือ จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออุณหภูมิมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตและมีค่าจำกัดเมื่ออุณหภูมิมียุคต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต

$$|\psi|^2 = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } T > T_c \\ \text{ค่าคงตัว} & \text{เมื่อ } T < T_c \end{cases}$$

โดย $|\psi|^2$ คือ ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง

ในการใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาอวอธิบายสภาพนำยวดยิ่งเริ่มจากแนวคิดที่ว่าในช่วงบริเวณแคบๆ รอบอุณหภูมิวิกฤต ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก และสามารถเขียนความหนาแน่นของพลังงานอิสระ (Free energy density) กระจายอยู่ในเทอมของตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบได้เป็น

$$f_s = f_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \dots \quad (2.1)$$

เมื่อ f_s คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำยวดยิ่ง

f_n คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำปกติ

α และ β คือ ค่าคงตัวใดๆ

ดังนั้นพลังงานอิสระทั้งหมดของระบบหาได้จากการคิดผลรวมของพลังงานอิสระของตัวนำ
ยวดยิ่งได้เป็น

$$F_s = \int d\bar{r} f_s(\bar{r}) \quad (2.2)$$

พิจารณาการแปรค่าเมื่อเทียบกับ ψ^* จะได้ว่า

$$\delta F_s = \int d\bar{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \delta \psi^*$$

ถ้าระบบอยู่ในสมดุล ระบบจะมีพลังงานที่ต่ำที่สุด ดังนั้น $\delta F_s = 0$ หรือ $\frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0$ จะได้

$$\frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0 = \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi$$

จากสมการจะพบว่ามีคำตอบที่เป็นไปได้ 2 คำตอบ คือ 1. ที่สถานะนำปกติ จะมี $|\psi|^2 = 0$
ดังนั้น จะได้ $\psi = 0$ และ 2. ที่สถานะนำยวดยิ่ง $|\psi|^2 \neq 0$ ดังนั้น จะได้ $\alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0$ หรือ

$$|\psi|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} \quad (2.3)$$

ดังนั้นเมื่อเราแทนค่า $|\psi|^2$ ในสถานะนำยวดยิ่ง ในสมการ(2.1) จะได้ความหนาแน่นของ
พลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่ภาวะสมดุลเป็น

$$f_s = f_n - \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad (2.4)$$

จากสมบัติทางฟิสิกส์ค่าความหนาแน่นของพลังงานจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นที่สถานะนำ
ยวดยิ่งจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ $|\psi|^2 > 0$ และระบบที่มีความเป็นระเบียบมากย่อมต้องมีพลังงานอิสระ
น้อยซึ่งก็คือ $f_s < f_n$ จากสมการ(2.3) สรุปได้ว่า $\alpha < 0$ เพื่อให้ค่า $|\psi|^2$ เป็นบวกและจากสมการ(2.4)
 $\beta > 0$ เพื่อให้ค่า $f_s < f_n$

ในทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวได้นำเทอมพลังงานจลน์ไว้เป็นความหนาแน่นพลังงานอิสระ
ด้วย เมื่อตัวนำยวดยิ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กภายนอกจะมีฟลักซ์แม่เหล็กบางส่วนทะลุผ่านเข้าไปใน

ตัวนำยวดยิ่งได้ สามารถแสดงให้เห็นถึงสนามแม่เหล็กภายใน ($h(\vec{r})$) ที่เกิดขึ้นในทอมของศักย์เวกเตอร์ (Vector potential, $\vec{A}(\vec{r})$) ได้เป็น $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ สามารถเขียนทอมพลังงานจลน์ได้เป็น $\frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2$ เมื่อ m^* คือ มวลยังผล (Effective mass) และ e^* คือ ประจุยังผล (Effective charge) จะได้ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระในสนามแม่เหล็กคงตัวตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวเป็น

$$f_s = f_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (2.5)$$

เมื่อ $\frac{h^2}{8\pi}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

เมื่อทำการทดลองจะไม่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายในได้ แต่สามารถควบคุมสนามแม่เหล็กภายนอกได้ ดังนั้นเพื่อความสะดวกจะทำการแปลงเลอจองด์ (Legendre transformation) เขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระใหม่ได้เป็น

$$g_s = f_s - \frac{\vec{h} \cdot \vec{H}}{4\pi} \quad (2.6)$$

เมื่อ g_s คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำยวดยิ่งในทอมของสนามแม่เหล็กภายนอก

2.1.1 สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1

จากสมการ(2.5)และ(2.6)เขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระได้เป็น

$$g_s = f_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} - \frac{\vec{h} \cdot \vec{H}}{4\pi} \quad (2.7)$$

พลังงานอิสระทั้งหมดของระบบคือ

$$G_s = \int d\vec{r} g_s$$

พิจารณาค่าแปรค่าเมื่อเทียบกับ ψ^* จะได้

$$\delta G_s = \int d\vec{r} \frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} \delta \psi^*$$

ถ้า $\frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} = 0$ จะได้พลังงานอิสระมีค่ามากที่สุด นั่นคือระบบจะมีความเสถียรมากที่สุด

พิจารณาค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ โดยใช้ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (Divergence theorem) $\int_V d\vec{r} \nabla \cdot \vec{P} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$ และเงื่อนไขที่พื้นผิว (Surface condition) $\hat{n} \cdot \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi = 0$

ดังนั้นสามารถหาค่าการแปรค่าเทียบกับ ψ^* ได้เป็น

$$\frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} = 0 = \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi$$

ดังนั้นจะได้สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0 \quad (2.8)$$

จะเห็นว่าสมการที่ได้มีรูปแบบที่คล้ายกับสมการชโรดิงเจอร์

2.1.2 สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 2

พิจารณาค่าแปรค่าของสมการ(2.7)เทียบกับศักย์เวกเตอร์ (\vec{A}) เนื่องจากความหนาแน่นของพลังงานอิสระเป็นฟังก์ชันของศักย์เวกเตอร์และอนุพันธ์ของศักย์เวกเตอร์จะได้

$$\int d\vec{r} \left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i} \delta A_i + \sum_i \frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial i} \right)} \frac{\partial (\delta A_i)}{\partial i} \right] = 0$$

เมื่อ i คือ x, y, z

สำหรับเทอมที่สองใช้วิธีอินทิเกรตที่ละส่วน จะได้

$$\sum_i \frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial i} \right)} \cdot \delta A_i \Big|_s - \int d\vec{r} \sum_i \frac{\partial}{\partial i} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial i} \right)} \right] \delta A_i$$

จากเงื่อนไขที่พื้นผิวจึงสามารถตัดเทอมแรกทิ้งได้ จะได้

$$\frac{\partial g_s}{\partial A_i} = \sum_i \frac{\partial}{\partial i} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial i} \right)} \right] \quad (2.9)$$

จาก

$$\frac{\partial g_s}{\partial A_i} = \frac{1}{2m^*} \left(ih \frac{e^*}{c} \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial i} - ih \frac{e^*}{c} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial i} + 2 \frac{e^{*2}}{c^2} A |\psi|^2 \right) \quad (2.10)$$

และ

$$\sum_i \frac{\partial}{\partial i} \left[\frac{\partial g_s}{\partial \left(\frac{\partial A_i}{\partial i} \right)} \right] = -\frac{1}{4\pi} [\vec{\nabla} \times (\vec{h} - \vec{H})]_i \quad (2.11)$$

แทนสมการ(2.10) และสมการ (2.11) ในสมการ(2.9) จะได้

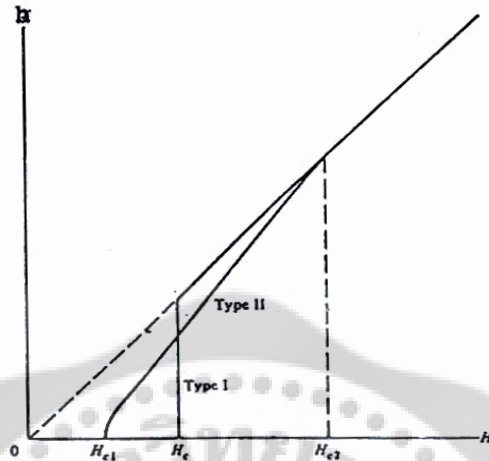
$$-\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \times (\vec{h} - \vec{H}) = \frac{e^* \hbar}{2m^* c i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e^{*2}}{m^* c^2} A |\psi|^2 \quad (2.12)$$

พิจารณาในกรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสม่ำเสมอและจากสมการของแมกซ์เวลล์มีสมการของความหนาแน่นกระแสเป็น $\vec{j} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{h}$ แทนในสมการ(2.12) จะได้สมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 2

$$\vec{j} = -\frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^* c} A |\psi|^2 \quad (2.13)$$

2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตบน

ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและสนามแม่เหล็กภายนอกดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในและค่าสนามแม่เหล็กภายนอก ระหว่างตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 และประเภท 2

ที่มา: Poulter. (1991). *Lectures on Ginzburg – Landau (GL) Theory in The Theory of Superconductivity*. p. 18.

เมื่อ $H > H_{c2}$ ตัวนำจะอยู่ในสถานะนำปกติ ($\vec{h} = \vec{H}$) และ ถ้า $H < H_{c1}$ ตัวนำจะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ ($\vec{h} = 0$) แต่ที่สถานะระหว่างนั้น ($H_{c1} < H < H_{c2}$) ตัวนำจะอยู่ในสถานะผสมระหว่างการนำแบบยวดยิ่งและการนำแบบปกติ โดยฟลักซ์แม่เหล็กสามารถทะลุผ่านบางส่วน เรียก H_{c1} ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตล่าง หรือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (Lower critical magnetic field; The first critical magnetic field) และเรียก H_{c2} ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบน หรือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (Upper critical magnetic field; The second critical magnetic field) ต่อไปจะพิจารณาค่า H_{c2} โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว

2.2.1 ตัวนำยวดยิ่งแถบพลังงานเดียว

จากสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 บริเวณสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบมีค่าน้อยมากทำให้สามารถตัดเทอม $|\psi|^2 \psi$ ที่มีค่าน้อยมากทิ้งได้ จะได้

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + \alpha \psi = 0 \quad (2.14)$$

ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นและสำหรับอนุภาคที่มีมวล m^* และมีประจุ e^* ซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กสามารถเขียนสมการฮามิลโทเนียนได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi = -\alpha \psi$$

เป็นสมการค่าไอเกน มี $-\alpha$ เป็นค่าไอเกนและมี $\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2$ เป็นฮามิลโทเนียนซึ่งเทียบได้กับสมการไอเกนสำหรับการเคลื่อนที่ของอนุภาคในสนามแม่เหล็กที่มีค่าไอเกนของฮามิลโทเนียนเป็น (Singh, 1996: 427)

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (2.15)$$

เมื่อ $\omega = \frac{e^* H}{m^* c}$ คือ ระดับพลังงานที่สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กเรียกว่าระดับแลนดาว (Landau levels) และในการพิจารณาค่า H_{c2} จะต้องพิจารณาค่าที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ซึ่งหมายความว่าต้องเลือกค่า $n = 0$ ดังนั้น สามารถหาสนามแม่เหล็กได้เป็น

$$H_{c2} = \frac{2m^* c}{\hbar e^*} |\alpha| \quad (2.16)$$

2.2.2 ตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงาน

ในปี ค.ศ. 2006 อุดมสมุทธริรัฐและคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2006: 62-66) ได้หาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางโดยใช้วิธีกินท์เบิร์กและแลนดาว โดยบริเวณสนามแม่เหล็กวิกฤตบนสนามแม่เหล็กภายในและภายนอกมีค่าเท่ากัน และในการหาสนามแม่เหล็กวิกฤตบน จะแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^* จึงไม่พิจารณาค่าความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสภาพนำปกติ เนื่องจากมีค่าคงตัว ดังนั้นสามารถพิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน (Doh; & et al. 1999: 5350 - 5353)

$$F_s = \int d^3r \left(f_1 + f_{12} + f_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (2.17)$$

โดย

$$f_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\vec{\nabla} - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + \alpha_i(T) \psi_i^2 + \frac{\beta_i \psi_i^4}{2}$$

$$f_{12} = \varepsilon (\psi_1^* \psi_2 + c.c.) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\vec{\nabla} + \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\vec{\nabla} - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c.c. \right\}$$

เมื่อ F_s คือ พลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่ง

f_i คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน ($i = 1, 2$)

f_{12} คือ ความหนาแน่นของพลังงานอิสระที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2

$c.c.$ คือ เทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า

m_i คือ มวลยั้งผลในแต่ละแถบพลังงาน ($i = 1, 2$)

α คือ สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

β คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

H คือ ค่าสนามแม่เหล็กภายนอก

\vec{A} คือ ศักย์เวกเตอร์

ϕ_0 คือ ฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม

ψ_i คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ ($i = 1, 2$)

ε คือ ตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

ε_1 คือ อนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

กำหนดให้ $|\psi_i|^2$ มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากรอบๆ จุดวิกฤตในปริภูมิจริง (Real space) โดย
การแปรค่าพลังงานอิสระในสมการ (2.17) เทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^* จะได้

$$\frac{\partial F}{\partial \psi_1^*} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial F}{\partial \psi_2^*} = 0$$

กำหนดให้ $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ จะได้สนามแม่เหล็กภายนอกมีเฉพาะในแกน z เท่านั้น $\vec{H} = H\hat{z}$ และ
พิจารณาที่สนามแม่เหล็กใกล้สนามแม่เหล็กวิกฤตบน $|\psi|^2 \psi$ มีค่าน้อยมาก สามารถลดรูปได้เป็น

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + \alpha_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 - \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (2.18)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m_2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 - \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (2.19)$$

เมื่อ $l_s = \frac{\hbar c}{2He}$ ค่า H_{c2} หาได้จากการพิจารณาสมการค่าไอเกน (Eigen value equation) ที่ต่ำที่สุดของสมการ (2.18) และ (2.19) จะได้

$$\left(\alpha_1(T) + \frac{\hbar^2}{4m_1 l_s} \right) \left(\alpha_2(T) + \frac{\hbar^2}{4m_2 l_s} \right) = \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_1}{l_s} \right)^2$$

ให้ $m_1 = m_2 = m$ และแทนค่า $l_s = \frac{\hbar c}{2H_{c2} e}$ จะได้

$$\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\varepsilon_1^2 e^2}{\hbar^2 c^2} \right) H_{c2}^2 + \left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\varepsilon \varepsilon_1 e}{\hbar c} \right) H_{c2} + (\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) = 0$$

พิจารณาในกรณีที่อันตรกิริยาระหว่างแถบทั้งสองมีค่าน้อยมากจะสามารถประมาณได้ว่าค่า

$$\text{ความยาวอาพันธ์ของแต่ละแถบเป็น } \xi_1 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\alpha_1}}, \quad \xi_2 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\alpha_2}} \quad \text{และ} \quad \xi_{12} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\varepsilon}}$$

เมื่อพิจารณาจากฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน จะเห็นว่าค่า ε สามารถเทียบเคียงกับค่า α ได้ เพราะมีหน่วยเป็นพลังงานเหมือนกัน และเนื่องจากค่า ε_1 อยู่ในหน่วยของโมเมนต์ที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานทั้งสอง จึงสามารถพิจารณา

ค่า ε_1 ให้อยู่ในรูปของ $\varepsilon_1 \equiv \frac{\kappa \hbar^2}{4m}$ และจากค่าฟลักซ์แม่เหล็ก $\phi_0 = \frac{2\pi \hbar c}{e^*}$ จะได้

$$H_{c2}^2 + \frac{\phi_0}{\pi(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right) H_{c2} + \frac{\phi_0^2}{4\pi^2(1-\kappa^2)} \left(\frac{1}{\xi_1^2 \cdot \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right) = 0 \quad (2.20)$$

จาก $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เมื่อ a, b และ c คือค่าคงตัว

และจากการกระจายทวินาม(Binomial series) จะได้

$$H_{c_2}^{(+)} \cong \frac{\phi_0}{4\pi} (1 - \kappa^2) \frac{\left(\frac{1}{\xi_1^2 \cdot \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\left(\frac{1}{\xi_1^2 \cdot \xi_2^2} - \frac{1}{\xi_{12}^4} \right)}{\left(\frac{1}{2\xi_1^2} + \frac{1}{2\xi_2^2} + \frac{\kappa}{\xi_{12}^2} \right)^2} \right) \quad (2.21)$$

$$H_{c_2}^{(-)} \cong -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{12}^2} \left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right) \left\{ \frac{1}{(1 - \kappa^2)} - \frac{\left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \cdot \xi_2^2} - 1 \right)}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^2} + \frac{(1 - \kappa^2) \left(\frac{\xi_{12}^4}{\xi_1^2 \cdot \xi_2^2} - 1 \right)^2}{\left(\frac{\xi_{12}^2}{\xi_1^2} + \frac{\xi_{12}^2}{\xi_2^2} + 2\kappa \right)^4} \right\} \quad (2.22)$$

สมการ(2.22) สามารถลดรูปได้ โดยกำหนดให้มีตัวแปรดังนี้

$$\begin{array}{llll} \alpha_1 = \alpha & \xi_1 = \xi & \xi_{12} = \infty & \varepsilon = 0 \\ \alpha_2 = 0 & \xi_2 = \infty & \kappa = 0 & \varepsilon_1 = 0 \end{array}$$

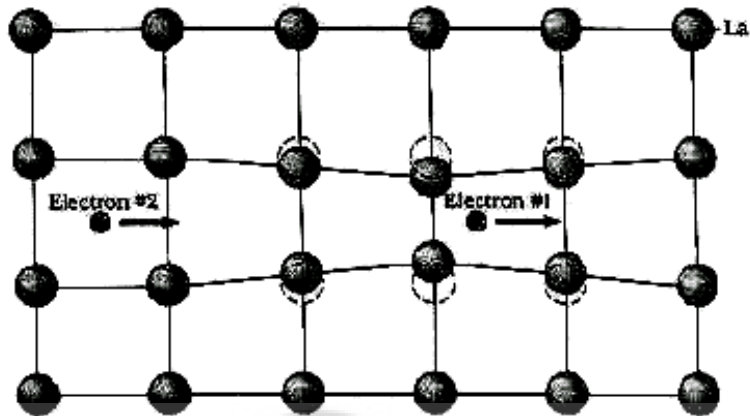
จะเห็นว่าสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตบนแถบพลังงานเดียวได้

$$H_{c_2}^{(-)} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2}$$

แสดงว่าสมการ(2.22) เป็นคำตอบของสมการ(2.20)

2.3 ทฤษฎีบีซีเอส

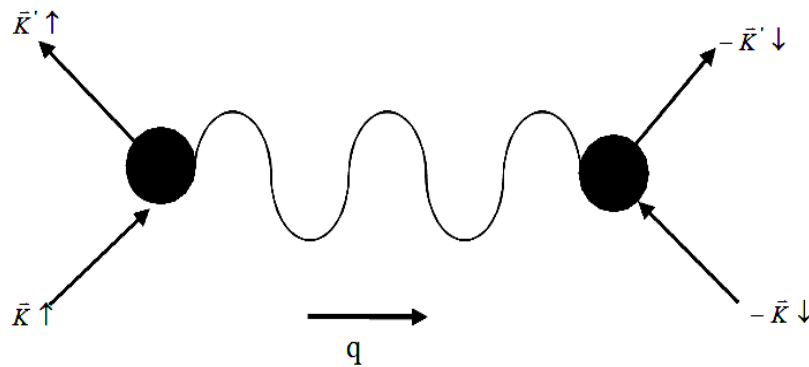
ในปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และริฟเฟออร์ ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) โดยทฤษฎีบีซีเอสเป็นทฤษฎีที่ใช้อธิบายสมบัติและสาเหตุการเกิดสภาพนำยวดยิ่งได้ดีที่สุดในปัจจุบัน ทฤษฎีบีซีเอสได้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งจะเกิดจากการจับคู่ของอิเล็กตรอนซึ่งเรียกว่าคูเปอร์ (Cooper pairs) โดยเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ (Lattice) จะทำอันตรกิริยากับแลตทิซทำให้แลตทิซมีการเสียรูปทรงดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 แสดงการเสียรูปทรงของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ

ที่มา: Tsuei; & Kirtley. (1996). *Scientific American*. p. 6.

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนตัวนี้มีความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้น ทำให้มีผลกระทบต่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ใกล้บริเวณนั้น โดยอิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดให้เข้าใกล้ ทำให้ดูเหมือนอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง จึงเสมือนว่ามีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเกิดขึ้น แต่ทั้งนี้ อันตรกิริยาแบบดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลแบบคูลอมบ์ระหว่างคูคูเปอร์ ที่มาจับคู่กันในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มี (Fermi surface, E_F) กล่าวคือ ต้องมีพลังงานอยู่ระหว่าง $E_F - \omega_D$ ถึง $E_F + \omega_D$ เมื่อ ω_D คือ ความถี่เดอบาย คูคูเปอร์นี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัวที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้าม และมีสปินตรงกันข้ามกัน ระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่งๆ เรียกว่าความยาวอาพันธ์ แต่ที่อุณหภูมิสูงๆ ไอออนบวกในแลตทิซมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมากทำให้อันตรกิริยาผลแบบคูลอมบ์มีค่ามากกว่าอันตรกิริยาดึงดูดอิเล็กตรอนจึงไม่สามารถจับคู่กันได้ ในกลศาสตร์ควอนตัมการสั่นของไอออนในแลตทิซมีลักษณะเป็นคลื่น โดยมีพลังงานเป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่องเรียกว่า โฟนอน เขียนแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 14 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน

ที่มา: Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamentals and Application*. p. 35.

2.4 ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

นอกจากนี้ตัวนำยิ่งยงยังมีสมบัติที่แตกต่างจากตัวนำปกติอีกประการหนึ่งคือ เมื่อสารตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยิ่งยงจะมีช่องว่างพลังงานซึ่งมีค่าเท่ากับ 2Δ เกิดขึ้นที่ผิวเฟอร์มิ ช่องว่างนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวจับคู่กันเพื่อให้พลังงานของคู่ลดลง การที่เรียกช่องว่างพลังงานเนื่องจากจะไม่มีอิเล็กตรอนตัวใดที่มีพลังงานอยู่ในระหว่างช่องว่างพลังงานนั้น พลังงานภายนอกใดๆที่สามารถกระตุ้นอิเล็กตรอนได้ต้องมีค่ามากกว่า 2Δ จึงจะสามารถทำลายสภาพนำยิ่งยงได้

2.4.1 แบบช่องว่างพลังงานเดียว

การพิจารณาช่องว่างพลังงาน (Energy gap, Δ) ที่อุณหภูมิต่ำๆ จะใช้สมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k \quad (2.23)$$

เมื่อ N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ

V_0 คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของคู่อิเล็กตรอน

$\Delta(T)$ คือ ค่าช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำๆ

ε_k คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

ω_D คือ ความถี่เดอบาย

สามารถพิจารณาเป็นกรณีต่างๆได้ดังนี้

1. ที่บริเวณ T ใกล้ T_c ที่บริเวณนี้ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อยมากแต่ไม่เป็นศูนย์ ใช้ความสัมพันธ์จาก

$$\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \right]^2} \quad \text{จากสมการ(2.23) จะได้}$$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + \omega_n^2}$$

เมื่อ $\omega_n = \pi T(2n+1)$ เรียกว่า ความถี่ Matsubara frequency

โดย $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์วิกฤต $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อย ดังนั้นสามารถทำการประมาณได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_0 V_0} &= 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}} \right) d\varepsilon_k \\ \frac{1}{N_0 V_0} &\approx 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \right]$

$\therefore \frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$ เมื่อ $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้นสามารถทำการประมาณได้ว่า

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a}$ จะได้

$$= 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)}$$

โดยที่ ω_D เป็นความถี่เดอบาย ซึ่งขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาอิเล็กตรอนกับโฟนอน และเนื่องจาก $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$

ทำให้ $\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty$ ด้วย ดังนั้น

$$\begin{aligned} 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} &= 2 \sum_{n=0}^{(\omega_D/2\pi T)-1/2} \frac{1}{(2n+1)} \\ &= 2 \left[\sum_{n=1}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{(\omega_D/2\pi T)-1/2} \frac{1}{n} \right] \\ &= 2 \left\{ C + \ln\left(\frac{\omega_D}{\pi T}\right) - \frac{1}{2} \left[C + \ln\left(\frac{\omega_D}{2\pi T - 1/2}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

จะได้

$$2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) \quad (2.25)$$

โดยที่ $\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = C + \ln N$ เมื่อ $N \rightarrow \infty$ และ $C = 0.5772156649$ ซึ่งค่า $C = \ln \gamma$, $\gamma = e^C$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k$ เปลี่ยน $\omega_D \rightarrow \infty$ และ $\sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3}$ จะได้

$$= \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$$

จาก $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ เรียกว่า ริมันซีตาฟังก์ชัน (Riemann zeta function) ดังนั้น

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} &= 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots \\ &= \frac{7}{8} \zeta(3)\end{aligned}$$

แทนค่าจะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k = \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (2.26)$$

2. ที่บริเวณ $T = T_c$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T) = 0$ จากสมการ(2.23) จะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_k}{2T_c}\right)}{\varepsilon_k} d\varepsilon_k$$

ให้ $u = \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \rightarrow du = \frac{d\varepsilon_k}{2T_c}$ ดังนั้น

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D/2T_c} \frac{\tanh u}{u} du$$

อินทิเกรตทีละส่วน(Integration by parts)

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln u \tanh u \Big|_0^{\omega_D/2T_c} - \int_0^{\omega_D/2T_c} \ln u \operatorname{sech}^2 u du$$

เนื่องจาก $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้น $\tanh(\omega_D/2T_c) \approx 1$ และ $\frac{\omega_D}{2T_c} \approx \infty$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) - \int_0^{\infty} \ln u \operatorname{sech}^2 u du$$

$$= \ln\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right)$$

จะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) \quad (2.27)$$

นำสมการ(2.25),(2.26) และ (2.27) แทนในสมการ(2.24)

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T}\right) - \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = -\frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

$$\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) = -\frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

จาก $x \cong \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$ ดังนั้น $\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) \cong \frac{T - T_c}{T_c}$ เมื่อ T ใกล้ T_c จะได้

$$\left(\frac{T - T_c}{T_c}\right)\Delta(T) + \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^3(T)}{\pi^2 T_c^2} = 0 \quad (2.28)$$

สมการ(2.28)คล้ายกับสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1(สมการ(2.8)) เมื่อ $\Delta \sim \psi$ และพิจารณาในกรณีที่ตัวนำยวดยิ่งไม่ได้อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก จะได้ค่า α ขึ้นกับ T และ T_c ส่วนค่า β ขึ้นกับ T_c จะได้

$$\alpha = -\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$

เมื่อ T และ T_c คือ อุณหภูมิใดๆ และอุณหภูมิวิกฤต ตามลำดับ

2.4.2 แบบสองช่องว่างพลังงาน

อุดมสมุทรรีรัฐและคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2005: 149) ได้คำนวณหาสูตรแบบแม่นยำตรงของอุดมสมุทรรีรัฐและคณะและสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานชนิดคลื่นเอสโดยใช้อันตรกิริยาคู่ควบอย่างอ่อนที่เกิดจากการแลกเปลี่ยนอิเล็กตรอนกับโฟนอน และส่วนอื่นๆที่ไม่ใช่โฟนอนตามทฤษฎีบีซีเอส อุดมสมุทรรีรัฐและคณะ สามารถเขียนแบบจำลองตัวนำยวดยิ่งแบบสองช่องว่างพลังงานได้เป็น

$$\begin{aligned}\Delta_{1k} &= -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) \\ \Delta_{2k} &= -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right)\end{aligned}\quad (2.29)$$

เมื่อ Δ_{1k} และ Δ_{2k} คือ ช่องว่างพลังงานของแถบพลังงานที่ 1 และ 2

$V_{11kk'}$, $V_{22kk'}$ และ $V_{12kk'}$ คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของคูคูเปอร์ในแถบพลังงานที่ 1, แถบพลังงานที่ 2 และ ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 กับ 2

ε_{1k} และ ε_{2k} คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ 1 และ 2

ให้ศักย์ในการดึงดูดที่ทำให้เกิดคูคูเปอร์ ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (V_{ph}) และส่วนอื่นๆที่ไม่ใช่โฟนอน (U_c)

$$\begin{aligned}V_{kk'} &= -V_{ph}^i - U_{ic} && \text{เมื่อ } 0 < |\varepsilon| < \omega_D \\ &= -U_{ic} && \text{เมื่อ } \omega_D < |\varepsilon| < \omega_c\end{aligned}\quad (2.30)$$

โดย i เป็นแถบพลังงานที่ 1 และ 2 และ ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 กับ 2 กำหนดให้ช่องว่างพลังงานที่เกิดจากแต่ละอันตรกิริยาได้เป็น

$$\Delta_{1k} = \begin{cases} \Delta_{11} & \text{เมื่อ } 0 < |\varepsilon| < \omega_D \\ \Delta_{12} & \text{เมื่อ } \omega_D < |\varepsilon| < \omega_c \end{cases}$$

$$\Delta_{2k} = \begin{cases} \Delta_{21} & \text{เมื่อ } 0 < |\varepsilon| < \omega_D \\ \Delta_{22} & \text{เมื่อ } \omega_D < |\varepsilon| < \omega_c \end{cases} \quad (2.31)$$

พิจารณาที่ $T = T_c$ จะได้ $\Delta(T_c) = 0$ แล้วแทน Σ ด้วย $\int N_0 d\varepsilon$ เมื่อ N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ จากสมการ(2.29) จะได้

$$\begin{aligned} \Delta_{1k} &= - \int_0^{\omega_D} \frac{N_0 V_{11kk'} \Delta_{1k'}}{\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) d\varepsilon - \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{N_0 V_{12kk'} \Delta_{2k'}}{\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right) d\varepsilon \\ \Delta_{2k} &= - \int_0^{\omega_D} \frac{N_0 V_{22kk'} \Delta_{2k'}}{\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right) d\varepsilon - \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{N_0 V_{21kk'} \Delta_{1k'}}{\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) d\varepsilon \end{aligned} \quad (2.32)$$

กำหนดให้

$$I_1 = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\varepsilon} \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) d\varepsilon \quad \text{และ} \quad I_2 = \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{1}{\varepsilon} \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) d\varepsilon$$

และ

$$\lambda_1 = N_0 V_{ph}^1, \quad \lambda_2 = N_0 V_{ph}^2, \quad \lambda_{12} = N_0 V_{ph}^{12}, \quad \lambda_{21} = N_0 V_{ph}^{21}$$

โดย $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12}$ และ λ_{21} คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2, ระหว่างแถบ 1 และ 2 และระหว่างแถบ 2 และ 1 ตามลำดับและ

$$\mu_1 = N_0 U_c^1, \quad \mu_2 = N_0 U_c^2, \quad \mu_{12} = N_0 U_c^{12}, \quad \mu_{21} = N_0 U_c^{21}$$

โดย μ_1, μ_2, μ_{12} และ μ_{21} คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2, ระหว่างแถบ 1 และ 2 และระหว่างแถบ 2 และ 1 ตามลำดับ

เขียนสมการใหม่จะได้

$$\begin{aligned}\Delta_{11} &= (\lambda_1 + \mu_1)\Delta_{11}I_1 + \mu_1\Delta_{12}I_2 + (\lambda_{21} + \mu_{21})\Delta_{21}I_1 + \mu_{21}\Delta_{22}I_2 \\ \Delta_{21} &= (\lambda_2 + \mu_2)\Delta_{21}I_1 + \mu_2\Delta_{22}I_2 + (\lambda_{12} + \mu_{12})\Delta_{11}I_1 + \mu_{12}\Delta_{12}I_2 \\ \Delta_{12} &= \mu_1\Delta_{11}I_1 + \mu_1\Delta_{12}I_2 + \mu_{21}\Delta_{21}I_1 + \mu_{21}\Delta_{22}I_2 \\ \Delta_{22} &= \mu_2\Delta_{21}I_1 + \mu_2\Delta_{22}I_2 + \mu_{12}\Delta_{11}I_1 + \mu_{12}\Delta_{12}I_2\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\lambda_{12} = \lambda_{21}$, $\mu_{12} = \mu_{21}$ และนำมาเขียนในรูปเมตริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & (\lambda_2 + \mu_2)I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \\ \mu_1I_1 & \mu_{12}I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ \mu_{12}I_1 & \mu_2I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix}$$

แก้สมการ Secular จะได้

$$\det \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1 - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & (\lambda_2 + \mu_2)I_1 - 1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \\ \mu_1I_1 & \mu_{12}I_1 & \mu_1I_2 - 1 & \mu_{12}I_2 \\ \mu_{12}I_1 & \mu_2I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 - 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}1 - I_1\lambda_1 - I_1\lambda_2 + I_1^2\lambda_1\lambda_2 - I_1^2\lambda_{12}^2 - I_1\mu_1 - I_2\mu_1 + I_1I_2\lambda_1\mu_1 + I_1^2\lambda_2\mu_1 + I_1I_2\lambda_2\mu_1 - I_1^2I_2\lambda_1\lambda_2\mu_1 + I_1^2I_2\lambda_{12}^2\mu_1 \\ - I_1\mu_2 - I_2\mu_2 + I_1^2\lambda_1\mu_2 + I_1I_2\lambda_1\mu_2 + I_1I_2\lambda_2\mu_2 - I_1^2I_2\lambda_1\lambda_2\mu_2 + I_1^2I_2\lambda_{12}^2\mu_2 + I_1^2\mu_1\mu_2 + 2I_1I_2\mu_1\mu_2 + I_2^2\mu_1\mu_2 \\ - I_1^2I_2\lambda_1\mu_1\mu_2 - I_1I_2^2\lambda_1\mu_1\mu_2 - I_1^2I_2\lambda_2\mu_1\mu_2 - I_1I_2^2\lambda_2\mu_1\mu_2 + I_1^2I_2^2\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2 - I_1^2I_2^2\lambda_{12}^2\mu_1\mu_2 - 2I_1^2\lambda_{12}\mu_{12} - I_1^2\mu_{12}^2 \\ - 2I_1I_2\mu_{12}^2 - I_2^2\mu_{12}^2 + I_1^2I_2\lambda_1\mu_{12}^2 + I_1I_2^2\lambda_1\mu_{12}^2 + I_1^2I_2\lambda_2\mu_{12}^2 + I_1I_2^2\lambda_2\mu_{12}^2 - I_1^2I_2^2\lambda_1\lambda_2\mu_{12}^2 + I_1^2I_2^2\lambda_{12}^2\mu_{12}^2 = 0\end{aligned}$$

แก้สมการหา I_1 โดยกำหนดให้ $a_\lambda = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1\lambda_2}{\lambda_i}$ และ

$$b_\mu = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1\mu_2}{\mu_i}$$

โดย $\lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2$ และ $\mu_i = \mu_1 + \mu_2$ จะได้

$$I_1 = \frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - I_2^2 b_\mu$$

$$\pm \text{Sqrt} \left[\left[\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - I_2^2 b_\mu \right]^2 \right. \\ \left. + 4 \left[\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right] \left[\frac{1}{\lambda_t\mu_t} - \frac{I_2}{\lambda_t} - \frac{b_\mu I_2^2}{\lambda_t} \right] \right]$$

$$\text{Div} \left[2 \left(\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right) \right]$$

ในกรณีที่ $\omega_D \gg T_c$ สามารถประมาณได้ว่า

$$I_1 \approx \ln \left(\frac{1.14\omega_D}{T_c} \right) \text{ และ } I_2 \approx \ln \left(\frac{\omega_c}{\omega_D} \right)$$

ดังนั้นจะได้สมการอุณหภูมิวิกฤต (T_c) เป็น

$$T_c \approx 1.14\omega_D \exp \left[- \left(\frac{1}{\lambda_t\mu_t} - \frac{I_2}{\lambda_t} - \frac{b_\mu I_2^2}{\lambda_t} \right) / \left(\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - b_\mu I_2^2 \right) \right]$$

$$\approx 1.14\omega_D \exp \left(\frac{(-1/\lambda_t)}{1 + \left(\frac{\mu_t}{\lambda_t} \frac{1 + 2b_\mu I_2}{1 - \mu_t I_2 - \mu_t b_\mu I_2^2} \right)} \right) \quad (2.33)$$

สมการ(2.33)เป็นสมการของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานชนิดคลื่นเอส ซึ่งหาได้จากแบบจำลองความหนาแน่นสถานะแบบคงตัว

2.5 การเชื่อมโยงของทฤษฎีกินซ์เบิร์กและเลนดาวกับทฤษฎีปีซีเอส

เคทเทอร์สันและซง(Ketterson; & Song. 1999: 326-327) ได้เชื่อมโยงทฤษฎีกินซ์เบิร์กและเลนดาวกับทฤษฎีปีซีเอส โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีปีซีเอสแบบช่องว่างพลังงานเดียวในการหาค่า α และ β พบว่าได้ค่า α และ β เหมือนกับในหัวข้อ 2.4.1

$$\Delta(T) = N_0 V_0 \Delta(T) \int_{-\hbar\omega_D}^{\hbar\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon}{2k_B T}\right)}{2\varepsilon} d\xi$$

โดย

$$\varepsilon = [\xi^2 + \Delta^2(T)]^{1/2}$$

ที่บริเวณ $T = T_c$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T) = 0$ ดังนั้น $\varepsilon \equiv \xi$ จะได้

$$\Delta(T) = N_0 V_0 \Delta(T) \left\{ \int_{-\hbar\omega_D}^{\hbar\omega_D} \frac{\tanh(\xi/2k_B T)}{2\xi} d\xi + k_B T \sum_{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{(\varepsilon + i\hbar\omega)(\varepsilon - i\hbar\omega)} - \frac{1}{(\xi + i\hbar\omega)(\xi - i\hbar\omega)} \right) d\xi \right\} \quad (2.34)$$

จะได้

$$\left(N_0 V_0 \ln\left(\frac{1.14\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1 \right) \Delta(T) + 2\pi N_0 V_0 \Delta(T) k_B T \sum_{\omega} \left(\frac{1}{\hbar\omega \left(1 + \frac{\Delta^2(T)}{2\hbar^2 \omega^2}\right)} - \frac{1}{\hbar\omega} \right) = 0$$

$$\left(1 - N_0 V_0 \ln\left(\frac{1.14\hbar\omega}{k_B T}\right) \right) \Delta(T) + \pi k_B T N_0 V_0 \Delta^3(T) \sum_{\omega} \frac{1}{\hbar^3 \omega^3} = 0$$

โดย

$$\sum_{\omega} \frac{1}{\hbar^3 \omega^3} = (\pi k_B T_c)^{-3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} = (\pi k_B T_c)^{-3} \frac{7}{8} \zeta(3) \quad \text{จะได้}$$

$$\left(1 - N_0 V_0 \ln\left(\frac{1.14\hbar\omega}{k_B T}\right) \right) \Delta(T) + \frac{N_0 V_0}{\pi^2 k_B^2 T_c^2} \frac{7}{8} \zeta(3) \Delta^3(T) = 0 \quad (2.35)$$

สมการ(2.35) คล้ายกับสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1(สมการ(2.8)) เมื่อ $\Delta \sim \psi$ และพิจารณาในกรณีที่ว่านำเวดจ์ไม่ได้อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก จะได้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิเป็น $(T - T_c)/T_c$

ในปี ค.ศ. 2008 ชู และคณะ (Zhu; & et al. 2008: 105001) ได้หาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่ง $\text{LaFeAsO}_{0.9}\text{F}_{0.1-\delta}$ ซึ่งมีเหล็กเป็นส่วนประกอบ และได้กำหนดค่า $\alpha \equiv \frac{1-t^2}{1+t^2}$ $\xi^2 \equiv \frac{1+t^2}{1-t^2}$ จะได้ $H_{c2}(T) = H_{c2}(0) \frac{1-t^2}{1+t^2}$ เมื่อ $t = T/T_c$ พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $H_{c2}(0)$ มีค่า 56 เทสลา

ในปี ค.ศ. 2011 ชิน และคณะ (Chen; & et al. 2011: 1591-1594) ได้หาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่ง NbSe_2 ซึ่งเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนมีค่า $0.4T_c$ เมื่อ $T_c = \frac{1}{2} \left[(T_{c1} + T_{c2}) + \sqrt{(T_{c1} + T_{c2})^2 + \frac{4\varepsilon^2 T_{c1} T_{c2}}{\alpha_{10} \alpha_{20}}} \right]$ ซึ่งค่า

$$\alpha_i = \alpha_{oi} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)$$

ในปี ค.ศ. 2011 ซานีนโก และคณะ (Shanenko; & et al. 47005) ได้มีการพัฒนาโดยขยายสมการกินซ์เบิร์กและแลนดาวสำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยใช้สมการกอร์คอฟ (Gor'kov equation) และได้ขยายค่าช่องว่างพลังงาน จะได้

$$\alpha_i = \alpha_{oi} \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \text{ เมื่อ } t = T/T_c$$

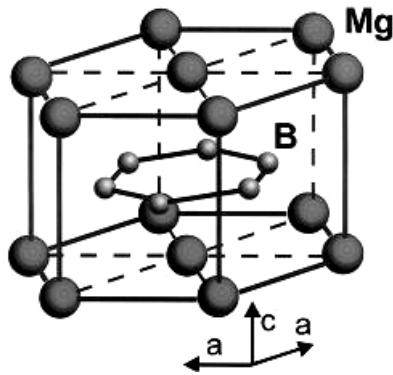
ในปี ค.ศ. 2011 ชังจันท์ และอุดมสมุทรวิทย์ (Changjan; & Udomsamuthirun. 2011: 988-992) ได้ปรับปรุงงานวิจัยของซานีนโก และคณะ โดยได้ปรับปรุงค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิให้

$$\alpha_i = \alpha_{oi} \left(p(1-t) + \frac{q}{2}(1-t)^2 \right) \text{ เมื่อ } p \text{ และ } q \text{ เป็นค่าคงตัว ซึ่งกำหนดให้ } p=1 \text{ และ } q=-1 \text{ จะได้}$$

$$\alpha_i = \alpha_{oi} \left((1-t) - \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \approx \alpha_{oi} \ln(2-t)$$

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

แมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นวัสดุที่รู้จักกันมานานตั้งแต่ก่อนปี ค.ศ. 1950 แล้ว โดยโมเลกุลของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ประกอบด้วยอะตอม 2 ชนิด คือแมกนีเซียม 1 อะตอม และโบรอน 2 อะตอม อะตอมของโบรอนแต่ละตัวจะจับกับอะตอมของโบรอนข้างเคียงอีก 2 ตัวและเรียงตัวกันในลักษณะเดียวกับแกรไฟต์ คือเป็นหกเหลี่ยมด้านเท่าที่บริเวณด้านบนและด้านล่าง ระนาบของโบรอนทั้งหกตัวที่จับพันธะเป็นหกเหลี่ยมด้านเท่า มีอะตอมของแมกนีเซียม 6 อะตอมเรียงแบบเฮกซะโกนอลไคลสแพค (Hexagonal close packed) เรียงซ้อนกันตามแกน c ระยะระหว่างระนาบของโบรอนกับระนาบของโบรอนที่อยู่ชั้นถัดไปจะมากกว่าระยะระหว่างอะตอมโบรอนในระนาบดังภาพประกอบ 15 โครงสร้างโมเลกุลเช่นนี้จึงแสดงว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์มีคุณสมบัติทางกายภาพแบบขึ้นกับทิศทาง (Anisotropy)



ภาพประกอบ 15 แสดงโครงสร้างของ MgB_2 ซึ่งมีโครงสร้างแบบ Hexagonal close packed

ที่มา: Buzea; & Yamashita. (2001). *Review of Superconductivity properties of MgB_2* . p. 116.

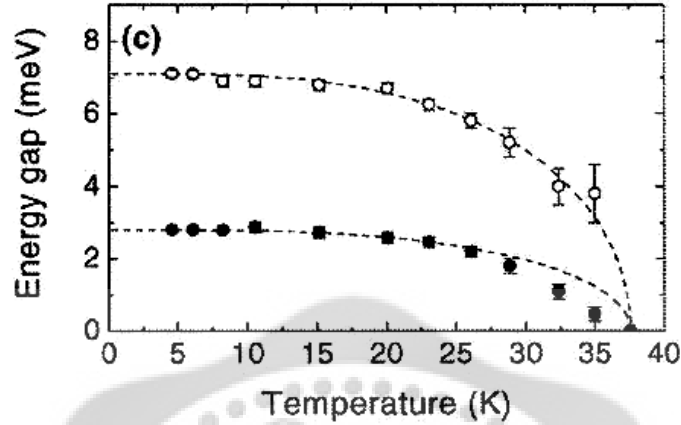
ปี ค.ศ. 2001 อะคิมิซึ และ นากามัตซึ (Akimisu; & Nagamatsu. 2001: 63) ได้รายงานว่ามีแมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นตัวนำยิ่งยวดประเภท 2 แบบสองแถบพลังงาน มีอุณหภูมิวิกฤตที่ 40 เคลวิน หลังจากได้เสนอข้อมูลนี้ออกไปก็ได้สร้างความน่าสนใจอย่างมากในวงการวิทยาศาสตร์ เพราะตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์มีอุณหภูมิวิกฤตสูงมากเมื่อเทียบกับบรรดาตัวนำยิ่งยวดที่ประกอบด้วยธาตุสองชนิดเหมือนกัน ซึ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์มีโครงสร้างที่ง่ายกว่ากลุ่มคอปเปอร์ออกไซด์รวมถึงมีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงกว่าขอบเขตของทฤษฎีบีซีเอส

ปี ค.ศ. 2001 ซาโรนิ เฟลเนอร์ และมิลโล (Sharoni; Felner; & Millo. 2001) ได้ศึกษาช่องว่างพลังงาน (Energy gap) ของแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยใช้วิธีการต่างๆ กันเช่นวิธีทันเนลลิงสเปกโทรสโคปี (Tunneling spectroscopy) พอยต์ คอนแทค ทันเนลลิง (Point contact tunneling) พบว่าค่าช่องว่างพลังงานแบบแถบกว้างมีค่าประมาณ 1.8 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ สำหรับการคู่ควบแบบอ่อนและประมาณ 5.8 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ สำหรับการคู่ควบอย่างแรง และเมื่อใช้วิธีรามาน สเปกโทรสโคปี (Raman spectroscopy) วัดช่องว่างพลังงานแบบแถบพลังงานแคบมีค่าประมาณ 2.5 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์

ปี ค.ศ. 2002 กอนเนลลี และคณะ (Gonnelli; & et al. 2002: 247004) ได้วัดค่าช่องว่างพลังงานของตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์ Δ_π และ Δ_σ ด้วยวิธี PCS (Point-Contact spectroscopy) ได้ค่า $\Delta_\sigma = 7.1 \pm 0.1 meV$, $\Delta_\pi = 2.8 \pm 0.05 meV$ และ Δ_σ มีการเปลี่ยนแปลงเป็นไปตามทฤษฎีบีซีเอส

ส่วน Δ_π มีกราฟแตกต่างไปจากทฤษฎีบีซีเอส โดยมีอัตราส่วนช่องว่างพลังงาน (Gap ratio) ของ Δ_π

$$\text{และ } \Delta_\sigma \text{ เป็น } \frac{2\Delta_\sigma}{k_B T_c} \approx 4.18, \frac{2\Delta_\pi}{k_B T_c} \approx 1.59$$



ภาพประกอบ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่องว่างพลังงานของแมกนีเซียมไดโบไรด์กับอุณหภูมิ

ที่มา: Gonnelli; & et al. (2002). *Physical Review Letters*. 89. 247004.

ปี ค.ศ.2002 แอสเคอแซด เกนเซอร์ และกุลลู(Askerzade; Gencer; & Güçlü .2002: 13-16) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับสนามแม่เหล็กวิกฤตบนในตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวแบบสองแถบพลังงาน ซึ่งได้สมการของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนที่สามารถอธิบายผลการทดลองรอบๆ อุณหภูมิวิกฤตได้ โดยคณะผู้วิจัยเริ่มพิจารณาจากสมการความหนาแน่นของพลังงานอิสระแบบสองแถบพลังงานตามแบบจำลองที่นำเสนอโดย โดว และคณะ (Doh; & et al. 1999: 5350 - 5353) ดังสมการ

$$F_s[\psi_1, \psi_2] = \int d^3r \left(f_1 + f_{12} + f_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right)$$

โดย

$$f_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\nabla - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + \alpha_i(T) \psi_i^2 + \frac{\beta_i \psi_i^4}{2}$$

$$f_{12} = \varepsilon(\psi_1^* \psi_2 + \psi_1 \psi_2^*) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\nabla + \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\nabla - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + \left(\nabla - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1 \left(\nabla + \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2^* \right\}$$

ทำการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_i^*

$$\frac{\partial F}{\partial \psi_1^*} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial F}{\partial \psi_2^*} = 0$$

ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนเป็น

$$H_{c2} = \left(\theta - c_0 + (A\theta^2 - B\theta + c_0^2)^{\frac{1}{2}} \right) a_0^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad A &= \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} + A_1 \eta^2; \quad A_1 = 64a_1 a_2 \frac{x^2}{(x+1)^2}; \quad x = \frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2} \\ B &= \frac{2(x-1)(a_1 x - a_2)}{(x+1)^2} + (a_1 + a_2) A_1 \eta^2 + 2B_1 \eta \\ c_0 &= \frac{(a_1 x + a_2)}{(x+1)} + B_1 \eta, \quad \theta = 1 - \frac{T}{T_c} \\ a_0 &= 1 - \frac{16x\eta^2 \left(\frac{\varepsilon}{T_c} \right)^2}{\gamma_1 \gamma_2}, \quad a_i = 1 - \frac{T_{ci}}{T_c}, \quad \eta = \frac{T_c m_2 \varepsilon_1 \gamma_2}{\hbar^2 \varepsilon} \end{aligned}$$

ปี ค.ศ. 2007 กูรีวิช (Gurevich, 2007: 160-169) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน โดยได้พิจารณาถึงการกระเจิงระหว่างแถบพลังงาน การกระเจิงภายในแถบพลังงาน และผลของพาราแมกเนติกในสนามแม่เหล็กวิกฤตบน โดยได้เริ่มพิจารณาจากสมการยูซาเดล (Usadel equation) แบบสองแถบพลังงานดังสมการ

$$\begin{aligned} \omega f_1 - \frac{D_1^{\alpha\beta}}{2} [g_1 \Pi_\alpha \Pi_\beta f_1 - f_1 \nabla_\alpha \nabla_\beta g_1] &= \Psi_1 g_1 + \gamma_{12} (g_1 f_2 - g_2 f_1) \\ \omega f_2 - \frac{D_2^{\alpha\beta}}{2} [g_2 \Pi_\alpha \Pi_\beta f_2 - f_2 \nabla_\alpha \nabla_\beta g_2] &= \Psi_2 g_2 + \gamma_{21} (g_2 f_1 - g_1 f_2) \end{aligned}$$

จะได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของแมกนีเซียมไดโบไรด์เป็น

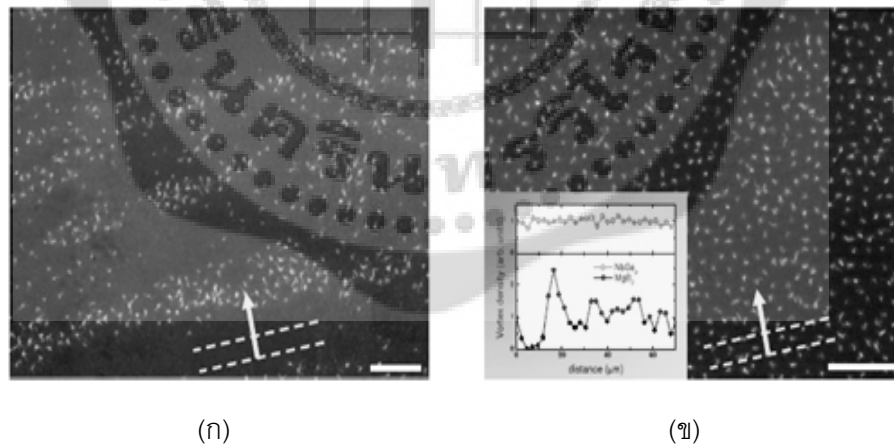
$$H_{c2} = \frac{8\phi_0(T_c - T)}{\pi^2(s_1D_1 + s_2D_2)}$$

โดย

$$s_1 = 1 + \lambda / \lambda_0 \text{ และ } s_2 = 1 - \lambda / \lambda_0$$

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5

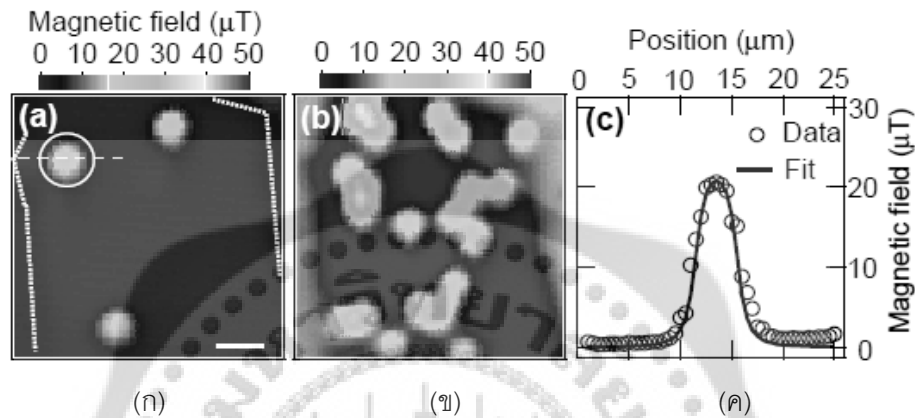
ในปี ค.ศ. 2009 มอชชาลคอฟ และคณะ(Moshchalkov; & et al. 2009: 117001) ได้อธิบายว่า ตัวนำยิ่งยวดผลึกเดี่ยวแมกนีเซียมไดโบไรด์ เป็นตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 ซึ่งมีคุณสมบัติทางแม่เหล็กแตกต่างจากตัวนำยิ่งยวดประเภท 1 และประเภท 2 อย่างชัดเจน โดยวอร์เทค(Vortices) ของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 ไม่มีความเป็นเนื้อเดียวกัน(Inhomogeneous) ในบริเวณสถานะวอร์เทค(Vortex state) ซึ่งไม่เป็นไปตาม Abrikosov flux lattice ที่ได้ทำนายไว้ สังเกตได้จากบางบริเวณที่มีกลุ่มวอร์เทคกับบางบริเวณไม่มีกลุ่มวอร์เทค และไม่ได้เกิดจากความไม่สมบูรณ์ของผลึก โดยได้ทดลองใช้วิธี Bitter decoration พบว่าตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 จะมีความหนาแน่นของวอร์เทคไม่สม่ำเสมอ แต่ตัวนำยิ่งยวดประเภท 2 จะมีความหนาแน่นของวอร์เทคสม่ำเสมอ ดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 (ก) ตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 (ข) ตัวนำยิ่งยวดประเภท 2

ที่มา: Moshchalkov; & et al. (2009). *Physical Review Letters*. 102. 117001.

ในปี ค.ศ. 2010 นิชิโอะ และคณะ (Nishio; & et al. 2010: 020506) วัดความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของวอร์เทค โดยได้ใช้เครื่องมือ Scanning SQUID microscopy ของตัวนำยวดยิ่งผลึกเดี่ยว แมกนีเซียมไดโบไรด์ ผลการทดลองพบว่า วอร์เทคจะไม่เป็นเนื้อเดียวกันเหมือนตัวนำยวดยิ่งประเภท 2 และถ้าเพิ่มสนามแม่เหล็กให้มากขึ้นวอร์เทคจะรวมกันเป็นกลุ่มมากขึ้นดังภาพประกอบ 18

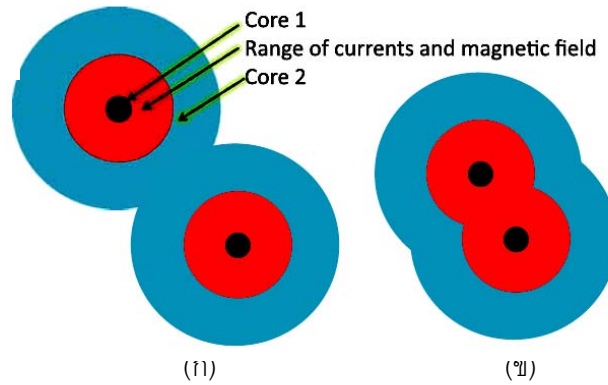


ภาพประกอบ 18 (ก) สนามแม่เหล็ก 1 ไมโครเทสลา (ข) สนามแม่เหล็ก 10 ไมโครเทสลา
(ค) ภาคตัดขวางของกลุ่มวอร์เทคในภาพ (ก)

ที่มา: Nishio; & et al. (2010). *Physical Review B*. 81. 020506.

การทดลองได้ยืนยันผลการทดลองของ มอซซาลคอฟ และคณะ ซึ่งแสดงว่าผลึกเดี่ยว แมกนีเซียมไดโบไรด์ไม่ได้เป็นตัวนำยวดยิ่งประเภท 2

ในปี ค.ศ. 2010 บาเบียฟ และคาลสตรอม (Babaev; & Carlström. 2010: 470) อธิบายอันตรกิริยาที่เกิดขึ้นกับตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 จะแตกต่างอย่างชัดเจนกับสถานะวอร์เทคของตัวนำยวดยิ่งประเภท 2 โดยตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 จะเกิดสถานะที่เรียกว่าสถานะกึ่งไมส์เนอร์ (Semi-Meissner state) ที่สนามแม่เหล็กต่ำ การเกิดสถานะกึ่งไมส์เนอร์จะเกิดขึ้นเมื่อวอร์เทค (Vortex) มีอันตรกิริยาดึงดูดกันที่ระยะทางไกล และอันตรกิริยาดักกันที่ระยะทางใกล้ วอร์เทคจะดึงดูดกันได้เมื่อสองวอร์เทคเอคไซเทชันมีตำแหน่งอยู่ที่ระยะห่างกันน้อยกว่าการขยายของคอร์ (Core) ที่ระยะห่างกันใกล้ๆ อันตรกิริยาบริเวณตรงกลางโดยกระแสและสนามแม่เหล็กจะส่งผลมากกว่าทำให้วอร์เทคเอคไซเทชันทั้งสองเริ่มผลักกันจนเข้าสู่เสถียรทางอุณหพลศาสตร์ดังภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 (ก) อันตรกิริยาดึงดูดกันของสองวอร์เทค

(ข) อันตรกิริยาผลักกันโดยเกิดจากกระแสและสนามแม่เหล็ก

ที่มา: Babaev; & Carlström. (2010). Physica C. 470.

ซึ่งจะต้องประกอบด้วย 1) เมื่อสมดุลงานอุณหพลศาสตร์แล้วคอร์จะหายไป เรียกบริเวณนี้ว่าสถานะที่ไม่มีวอร์เทค(Vortexless state) 2) เมื่อสมดุลงานอุณหพลศาสตร์แล้ว คอร์จะรวมกันเป็นกลุ่ม เรียกบริเวณนี้ว่ากลุ่มวอร์เทค(Vortex clusters) สถานะกึ่งไมสเนอร์นี้เมื่อเข้าสู่สมดุลงานอุณหพลศาสตร์แล้วจะมีลักษณะไม่เป็นเนื้อเดียวกันตลอดซึ่งต่างจากตัวนำยิ่งยวดประเภท 2 ที่วอร์เทคมีความเป็นเนื้อเดียวกันตลอด ทำให้นำไปสู่สิ่งที่ขาดหายไปของกินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ $\kappa \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$ บาเบียฟ และคาลสตรอม ได้มีการพัฒนาตัวนำยิ่งยวดแบบสองแถบพลังงาน โดยตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 ให้แบบจำลองแบบสองแถบพลังงาน โดยจะมีแถบพลังงานเดียวที่แสดงสภาพนำยิ่งยวดซึ่งแถบพลังงานนี้จะมีอันตรกิริยาปรากฏการณ์พร็อกซิมีตี(Proximity effect) กับแถบพลังงานที่แสดงสถานะปกติ สามารถเขียนฟังก์ชันความหนาแน่นของพลังงานอิสระเป็น

$$f = \frac{1}{2}(|\psi_1|^2 - 1)^2 + a|\psi_2|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi_2|^4 + \frac{1}{2}|(\nabla + ie\vec{A})\psi_1|^2 + \frac{1}{2}|(\nabla + ie\vec{A})\psi_2|^2 - \eta|\psi_1||\psi_2|\cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2}(\nabla \times \vec{A})^2$$

จากนั้นได้คำนวณเชิงตัวเลขพบว่าสองวอร์เทคที่มีความสมดุลงานอุณหพลศาสตร์จะค่าพลังงานต่ำสุดและได้ระยะห่างระหว่างวอร์เทคเป็น 2.8 ในหน่วย $\sqrt{2\xi}$

ในปี ค.ศ. 2010 โคแกน และชมาเลียน(Kogan; & Schmalian. 2011: 054515) ได้ยืนยันว่าตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 มีจริง โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวแบบสองแถบพลังงานในการคำนวณ ซึ่งพบว่าตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 มีค่าตัวแปรกินซ์เบิร์กและแลนดาวพารามิเตอร์ (κ) เป็น

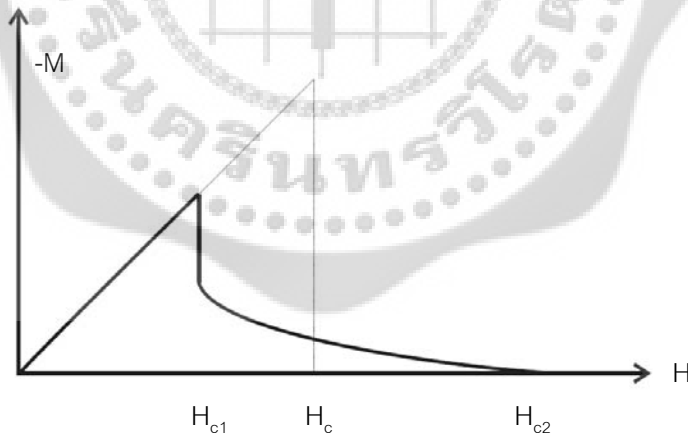
$$\kappa^2 = \frac{\lambda^2}{\xi^2} = \frac{c^2 W^2 D}{8\pi N_o e^2 \hbar^2 v^4}$$

โดย

$$W^2 = \frac{8\pi^2 T_c^2}{7\zeta(3)}, \quad D = n_1 s_2^2 + n_2 s_1^2, \quad v^4 = (n_1 s_2 v_1^2 + n_2 s_1 v_2^2)^2$$

ซึ่งค่าตัวแปรกินซ์เบิร์กและแลนดาวพารามิเตอร์ ใช้ในการแบ่งประเภทของตัวนำยวดยิ่ง ถ้า $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$ เป็นตัวนำยวดยิ่งประเภท 1 ถ้า $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ เป็นตัวนำยวดยิ่งประเภท 2

ในปี ค.ศ. 2012 บาเบียฟ และคณะ(Babaev; & et al. 2012: 479) ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก (M) กับสนามแม่เหล็ก (H) ของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ซึ่งให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่าดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 20 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5

ที่มา: Babaev; & et al. (2012). Physica C. 479.

จากภาพประกอบ 20 เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่าไม่เกินสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) วัสดุจะเป็นไดอะแมกเนติกแบบสมบรูณ์ จากนั้นเมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น ในช่วง $H_{c1} < H < H_{c2}$ จะมีเส้นแรงแม่เหล็กทะลุผ่านเนื้อสาร แต่เส้นแรงแม่เหล็กที่ทะลุผ่านนั้นจะไม่มีความเป็นเนื้อเดียวกัน เรียกว่าสถานะกึ่งไมส์เนอร์ ถ้าเพิ่มสนามแม่เหล็กให้มากกว่า H_{c2} ($H > H_{c2}$) ตัวนำยิ่งยวดจะกลายเป็นสภาพปกติ



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ได้ใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่เสนอโดย บาเบียฟ และ คาลสเตรอม (Babaev; & Carlström. 2010: 470) ในการหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยได้เชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน ตามทฤษฎีบีซีเอส เสนอโดย อุดมสมุทรหิรัญ และคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2005: 149) ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ใช้ฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่เสนอโดย บาเบียฟ และ คาลสเตรอม (Babaev; & Carlström. 2010: 470) และปรับปรุงเทอมอันตรกิริยาคู่ควบ โดยใช้รูปแบบสองแถบพลังงานโดย อุดมสมุทรหิรัญและคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2006: 62-66) ในการหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5

2. คำนวณการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน โดยเริ่มจากสมการสองช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส เสนอโดยอุดมสมุทรหิรัญ และคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2005: 149)

3. ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 เพื่อศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5

4. ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ซึ่งได้จากงานวิจัยของชิน และคณะ (Chen; & et al. 2011: 1591-1594) งานวิจัยของซู และคณะ (Zhu; & et al. 2008: 105001) งานวิจัยของชานีนโก และคณะ (Shanenko; & et al. 2011: 47005) และงานวิจัยของซังจันท์ และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan; & Udomsamuthirun. 2011: 988-992)

5. นำค่า $H_{c2}(T)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ มาเขียนกราฟเพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

3.1 สนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5

พิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยปรับปรุงแบบจำลองของบาเบียฟ และ คาลสเตรอม (Babaev; & Carlström. 2010: 470) โดยเพิ่ม α_1 หน้า $|\psi_1|^2$ และปรับปรุงเทอมอันตรกิริยาคู่ควบโดยใช้รูปแบบสองแถบพลังงานโดย อุดมสมุทรหิรัญ

และคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2006: 62-66) ซึ่งเขียนฟังก์ชันความหนาแน่นของพลังงานอิสระได้เป็น

$$f = \frac{1}{2}(\alpha_1|\psi_1|^2 - 1)^2 + \alpha_2|\psi_2|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi_2|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi_1 \right|^2 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi_2 \right|^2 + \varepsilon(\psi_1^* \psi_2 + c.c.) + \varepsilon_1 \left[\left(\hbar \nabla - i \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi_1^* \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi_2 + c.c. \right] + \frac{H^2}{8\pi} \quad (3.1)$$

เมื่อ f คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5

$c.c.$ คือ เทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า

m^* คือ มวลยั้งผล

α_1 และ α_2 คือ สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของแถบพลังงานที่ 1 และ 2

β คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

H คือ ค่าสนามแม่เหล็กภายนอก

\bar{A} คือ ศักย์เวกเตอร์

e^* คือ ประจุยั้งผล

ψ_1 และ ψ_2 คือ ตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบของแถบพลังงานที่ 1 และ 2

ε คือ ตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

ε_1 คือ อนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

นำสมการ(3.1)มาคำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ดังนั้นพลังงานอิสระทั้งหมดของระบบคือ

$$F_s = \int d\vec{r} f(\vec{r}) \quad (3.2)$$

พิจารณาค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ โดยใช้ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (Divergence theorem) $\int_V d\vec{r} \nabla \cdot \vec{P} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$ และเงื่อนไขที่พื้นผิว (Surface condition)

$$\hat{n} \cdot \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi = 0 \quad \text{จะได้}$$

$$F_s = \int d^3\vec{r} \left(\begin{aligned} & \frac{1}{2} (\alpha_1 |\psi_1|^2 - 1)^2 + \alpha_2 |\psi_2|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi_2|^4 - \frac{1}{2m^*} \psi_1^* \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_1 \\ & - \frac{1}{2m^*} \psi_2^* \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_2 + \varepsilon \psi_1^* \psi_2 + \varepsilon \psi_2^* \psi_1 - \varepsilon_1 \psi_1^* \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_2 \\ & - \varepsilon_1 \psi_2^* \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_1 + \frac{H^2}{8\pi} \end{aligned} \right) \quad (3.3)$$

พิจารณาการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^*

$$\frac{\partial F_s}{\partial \psi_1^*} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial F_s}{\partial \psi_2^*} = 0 \quad (3.4)$$

สนามแม่เหล็กใกล้สนามแม่เหล็กวิกฤตบน $|\psi|^2 \psi$ มีค่าน้อยมาก สามารถลดรูปได้เป็น

$$-\frac{1}{2m^*} \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_1 - \alpha_1 \psi_1 + \varepsilon \psi_2 - \varepsilon_1 \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_2 = 0 \quad (3.5)$$

$$-\frac{1}{2m^*} \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_2 + \alpha_2 \psi_2 + \varepsilon \psi_1 - \varepsilon_1 \left(\hbar \nabla + i \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_1 = 0 \quad (3.6)$$

กำหนดให้ $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ จะได้สนามแม่เหล็กภายนอกมีเฉพาะในแกน z เท่านั้น $\vec{H} = H\hat{z}$ และ $m^* = 2m$, $e^* = 2e$ แทนค่าในสมการ (3.5) และ (3.6) จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{4m} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 - \alpha_1 \psi_1 + \varepsilon \psi_2 - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (3.7)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2 \psi_2 + \varepsilon \psi_1 - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (3.8)$$

โดย $l_s = \frac{\hbar c}{2He}$

ค่า H_{c2} หาได้จากการพิจารณาสมการค่าไอเกน (Eigen value equation) ที่ต่ำที่สุดของสมการ (3.7) และ (3.8) ซึ่งใกล้เคียงกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายที่มี $\psi \propto e^{-\frac{ax^2}{2}}$

$$\text{ให้} \quad \psi_1 = \lambda_1 e^{-\frac{ax^2}{2}} \quad \text{และ} \quad \psi_2 = \lambda_2 e^{-\frac{bx^2}{2}} \quad (3.9)$$

แทนค่าสมการ (3.9) ลงในสมการ (3.7) และ (3.8) จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{4m} \left(-a[1-ax^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 - \alpha_1 \psi_1 + \varepsilon \psi_2 - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(-b[1-bx^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (3.10)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4m} \left(-b[1-bx^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2 \psi_2 + \varepsilon \psi_1 - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(-a[1-ax^2] - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (3.11)$$

เขียนใหม่ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{4m} \left(-a(1-ax^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) - \alpha_1 & \varepsilon - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(-b(1-bx^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \\ \varepsilon - \hbar^2 \varepsilon_1 \left(-a(1-ax^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) & -\frac{\hbar^2}{4m} \left(-b(1-bx^2) - \frac{x^2}{l_s^2} \right) + \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

หาค่าไอเกน (Eigen value) จะได้

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\hbar^2 a}{4m} - \alpha_1 + x^2 \left(\frac{\hbar^2}{4ml_s^2} - \frac{\hbar^2 a^2}{4m} \right) \right] \left[\frac{\hbar^2 b}{4m} + \alpha_2 + x^2 \left(\frac{\hbar^2}{4ml_s^2} - \frac{\hbar^2 b^2}{4m} \right) \right] \\ & - \left[\varepsilon + \hbar^2 \varepsilon_1 b + \hbar^2 x^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{l_s^2} - \varepsilon_1 b^2 \right) \right] \left[\varepsilon + \hbar^2 \varepsilon_1 a + \hbar^2 x^2 \left(\frac{\varepsilon_1}{l_s^2} - \varepsilon_1 a^2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\text{ให้} \quad \frac{\hbar^2}{4ml_s^2} - \frac{\hbar^2 a^2}{4m} = 0 \quad \text{จะได้} \quad a^2 = \frac{1}{l_s^2}$$

$$\frac{\hbar^2}{4ml_s^2} - \frac{\hbar^2 b^2}{4m} = 0 \quad \text{จะได้} \quad b^2 = \frac{1}{l_s^2}$$

แทนค่าลงในสมการ (3.12) จะได้

$$\left(-\alpha_1 + \frac{\hbar^2}{4ml_s}\right) \left(\alpha_2 + \frac{\hbar^2}{4ml_s}\right) = \left(\varepsilon - \frac{\hbar^2 \varepsilon_1}{l_s}\right)^2 \quad (3.13)$$

โดย $l_s = \frac{\hbar c}{2H_{c2}e}$ จะได้

$$\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right) H_{c2}^2 + \left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c}\right) H_{c2} + (-\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2) = 0 \quad (3.14)$$

จาก $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เมื่อ a, b และ c คือค่าคงตัว

จากการกระจายทวินาม (Binomial series)

$$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}x^3 + \dots$$

ดังนั้นจะได้สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 คือ

$$H_{c2}^{(+)} \cong -\frac{(-\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.15)$$

และ

$$H_{c2}^{(-)} \cong -\frac{\left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c}\right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} + \frac{(-\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.16)$$

สมการ (3.16) เป็นสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 แบบสองแถบพลังงาน ซึ่งสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตบนแถบพลังงานเดียวได้ โดยกำหนดให้มีตัวแปรดังนี้ $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$, $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0$ จะได้ $H_{c2}^{(-)} = \frac{2m^*c}{\hbar e^*} \alpha$ เมื่อ $m^* = 2m$, $e^* = 2e$

3.2 การเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน

การขึ้นกับอุณหภูมิของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน โดยเริ่มจากสมการสองช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสเสนอโดยอุดมสมุทธีร์ญู และคณะ (Udomsamuthirun; & et al. 2005: 149)

$$\begin{aligned}\Delta_{1k} &= -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) \\ \Delta_{2k} &= -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right)\end{aligned}\quad (3.17)$$

เมื่อ

Δ_{1k} และ Δ_{2k} คือ ช่องว่างพลังงานของแถบพลังงานที่ 1 และ 2
 $V_{11kk'}$, $V_{22kk'}$ และ $V_{12kk'}$ คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของคู่อิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ 1, แถบพลังงานที่ 2 และ ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 กับ 2
 $\varepsilon_{1k'}$ และ $\varepsilon_{2k'}$ คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ 1 และ 2

จากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (V_{ph}) กำหนดให้ศักย์ในการดึงดูดที่ทำให้เกิดคู่อิเล็กตรอน ดังสมการ

$$V_{kk'} = -V_{ph}^i \quad \text{เมื่อ} \quad 0 < |\varepsilon| < \omega_D \quad (3.18)$$

โดย i คือแถบพลังงานที่ 1 และ 2 และ ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 กับ 2

กำหนดให้ช่องว่างพลังงานที่เกิดจากแต่ละอันตรกิริยาได้เป็น

$$\Delta_{jk} = \begin{cases} \Delta_{11} & \text{เมื่อ } 0 < |\varepsilon| < \omega_D \\ \Delta_{21} & \text{เมื่อ } 0 < |\varepsilon| < \omega_D \end{cases} \quad (3.19)$$

แทนค่าสมการ (3.18) และสมการ (3.19) ลงในสมการ (3.17) แล้วแทน Σ ด้วย $\int N_0 d\varepsilon$ เมื่อ N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ จะได้

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= V_{ph}^1 N_{(0)} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2}}{2T}\right) d\varepsilon_k + V_{ph}^{21} N_{(0)} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ \Delta_{21} &= V_{ph}^2 N_{(0)} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2}}{2T}\right) d\varepsilon_k + V_{ph}^{12} N_{(0)} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2}}{2T}\right) d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (3.20)$$

เมื่อ $V_{ph}^1, V_{ph}^2, V_{ph}^{12}, V_{ph}^{21}$ คือ อันตรกิริยาดังดูดแบบอ่อนที่ขึ้นอยู่กับความถี่โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2, ระหว่างแถบ 1 กับ 2 และ ระหว่างแถบ 2 กับ 1 ตามลำดับ โดย

$$I(\Delta_i) = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2}} d\varepsilon_k \quad (3.21)$$

เมื่อ $i = 1, 2$

พิจารณาในกรณีที่มีบริเวณ T ใกล้ T_c ที่บริเวณนี้ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อยมากแต่ไม่เป็นศูนย์ ใช้

ความสัมพันธ์จาก $\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^2}$ จากสมการ(3.21) จะได้

$$I(\Delta_i) = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2(T) + \omega_n^2}$$

เมื่อ $\omega_n = \pi T(2n+1)$ เรียกว่า ความถี่มัตซุบาระ(Matsubara frequency) โดย $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

จากการกระจายทวินาม(Binomial series) จะได้

$$I(\Delta_i) \approx 4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_p} \frac{\Delta_i^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \right] \quad (3.22)$$

จาก $4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} = \ln\left(\frac{2\omega_p \gamma}{\pi T}\right)$

และ $4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \int_0^{\omega_p} \frac{\Delta_i^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k = \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_i^2(T)}{\pi^2 T^2}$ แทนในสมการ(3.22) จะได้

$$I(\Delta_i) = \ln\left(\frac{2\omega_p \gamma}{\pi T}\right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_i^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (3.23)$$

นำสมการ(3.23) แทนในสมการ (3.20) โดยกำหนดให้ $\lambda = N_0 V_{ph}^i$ ซึ่งเป็นค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน จะได้

$$\lambda_1 = N_0 V_{ph}^1, \lambda_2 = N_0 V_{ph}^2, \lambda_{12} = N_0 V_{ph}^{12}, \lambda_{21} = N_0 V_{ph}^{21}$$

จากสมการ(3.20) จะได้

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \lambda_1 \Delta_{11} I(\Delta_1) + \lambda_{21} \Delta_{21} I(\Delta_2) \\ \Delta_{21} &= \lambda_2 \Delta_{21} I(\Delta_1) + \lambda_{12} \Delta_{11} I(\Delta_2) \end{aligned} \quad (3.24)$$

กำหนดให้ $\lambda_{12} = \lambda_{21}$ และแก้สมการ Secular จะได้

$$\det \begin{bmatrix} \lambda_1 I(\Delta_1) - 1 & \lambda_{12} I(\Delta_2) \\ \lambda_{12} I(\Delta_1) & \lambda_2 I(\Delta_2) - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \end{bmatrix} = 0$$

จะได้

$$(-\lambda_1)I(\Delta_1) + (-\lambda_2)I(\Delta_2) + (\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2)I(\Delta_1)I(\Delta_2) + 1 = 0 \quad (3.25)$$

แทนสมการ(3.23) ในสมการ (3.25) ดังนั้นในกรณีที่มีบริเวณ T ใกล้เคียง T_c

$$\begin{aligned} & (-\lambda_1) \left(\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T} \right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} \right) + (-\lambda_2) \left(\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T} \right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2} \right) \\ & + (\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2) \left(\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T} \right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} \right) \left(\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T} \right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2} \right) + 1 = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

พิจารณาในกรณีที่บริเวณ $T = T_c$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T_c) = 0$ จะได้

$$(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2) \ln^2 \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c} \right) - (\lambda_1 + \lambda_2) \ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c} \right) + 1 = 0 \quad (3.27)$$

จาก $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ เมื่อ a, b และ c คือค่าคงตัว

จากสมการ(3.27) จะได้

$$\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c} \right) = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \pm \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 - 4(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2)}}{2(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2)}$$

เมื่อ $(\lambda_1 + \lambda_2)^2 > 4(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2)$ และจากการกระจายทวินาม(Binomial series)

$$(a+x)^n = a^n + na^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}x^3 + \dots$$

จะได้คำตอบ 2 สมการ

$$\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c} \right)^{(+)} = \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2} \right) - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.28)$$

$$\ln \left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c} \right)^{(-)} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.29)$$

เลือก $\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right)^{(-)}$ ซึ่งสอดคล้องกับกรณี T ใกล้ T_c .

ในกรณีที่บริเวณ T ใกล้ T_c พิจารณาในกรณีที่เทอมของแต่ละแถบพลังงานมีค่ามากกว่าเทอมที่แสดงอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 กับ 2 ดังนั้นจากสมการ(3.26) จะได้

$$(-\lambda_1)\left(\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) - \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2}\right) + (-\lambda_2)\left(\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) - \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}\right) + 1 = 0$$

$$\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) - \frac{\lambda_1 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} + \lambda_2 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.30)$$

จากสมการ(3.29) และสมการ(3.30) จะได้

$$\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) - \frac{\lambda_1 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} + \lambda_2 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} = \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right)$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) + \left(\lambda_1 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} + \lambda_2 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}\right) \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right) = 0$$

$$\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) + \left(\lambda_1 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} + \lambda_2 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}\right) \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right) = 0$$

จาก $x \cong \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$ ดังนั้น $\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) \cong \frac{T - T_c}{T_c}$

$$\left(\frac{T - T_c}{T_c}\right) + \left(\lambda_1 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_1^2(T)}{\pi^2 T^2} + \lambda_2 \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta_2^2(T)}{\pi^2 T^2}\right) \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right) = 0 \quad (3.31)$$

พิจารณาในกรณีที่แต่ละแถบไม่ขึ้นแก่กัน(Isolate band) จะได้

$$\lambda_{12} = 0 \quad , \quad \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_{c1}}\right) = \frac{1}{\lambda_1} \quad , \quad \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_{c2}}\right) = \frac{1}{\lambda_2}$$

แทนค่าในสมการ(3.31) จะได้

$$\left(\frac{T-T_c}{T_c}\right) + \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right) \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T_c^2}\right) \left(\frac{\Delta_1^2}{\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_{c1}}\right)} + \frac{\Delta_2^2}{\ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_{c2}}\right)}\right) = 0$$

เมื่อพิจารณาทั้งระบบ จะได้ $T_c = T_{c1} = T_{c2}$ และกำหนดให้ $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ จะได้

$$\left(\frac{T-T_c}{T_c}\right) \Delta(T) + \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^3(T)}{\pi^2 T_c^2} = 0 \quad (3.32)$$

สมการ(3.32)คล้ายกับสมการกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวที่ 1 ซึ่งทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวกับทฤษฎีบีซีเอส จะสามารถเชื่อมโยงทั้งสองทฤษฎี โดย $\psi \sim \Delta$ (Fetter; & Walecka. 1995: 471) จะได้

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \quad (3.33)$$

เมื่อ T และ T_c คือ อุณหภูมิใดๆ และอุณหภูมิวิกฤต ตามลำดับ

α_0 คือ ค่าคงตัวของสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

3.3 การขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 (สมการ(3.16)) พบว่า ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ขึ้นกับสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ดังนั้นสามารถศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 โดยพิจารณา 4 แบบจำลอง

แบบจำลองที่ 1: การเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดากับทฤษฎีบีซีเอส และ
จากงานวิจัยของชิน และคณะ (Chen; & et al. 2011: 1591-1594)

เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i}(1-t)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0(1-t)$ i คือ แถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดย
 $t = \frac{T}{T_c}$ แทนในสมการ(3.16) จะได้ ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิ
ใดๆ เป็น

$$H_{c2}(T) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)(1-t)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2)(1-t)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.34)$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

$$H_{c2}(0) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.35)$$

จะได้อัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดประเภท 1.5
ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ เป็น

$$\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)} = \frac{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)(1-t) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + (-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2)(1-t) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + (-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} \quad (3.36)$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = (1-t) \quad (3.37)$$

แบบจำลองที่ 2: งานวิจัยของซุ และคณะ (Zhu; & et al. 2008: 105001)

เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \approx \alpha_{0i} \left(1 - \frac{2t^2}{1+t^2} \right)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \approx \varepsilon_0 \left(1 - \frac{2t^2}{1+t^2} \right)$ i คือ แถบพลังงาน

ที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดย $t = \frac{T}{T_c}$ แทนในสมการ(3.16) จะได้ ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของ

ตัวนำวอดยี่ประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิใดๆ เป็น

$$H_{c_2}(T) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) + \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)} \quad (3.38)$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวอดยี่ประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

$$H_{c_2}(0) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) + \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)} \quad (3.39)$$

จะได้อัตราส่วนระหว่าง $H_{c_2}(T)$ กับ $H_{c_2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวอดยี่ประเภท 1.5

ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ เป็น

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = \frac{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) + (-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)}{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) + (-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)} \quad (3.40)$$

ดังนั้น จะได้

$$\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)} = \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \quad (3.41)$$

แบบจำลองที่ 3: งานวิจัยของชานีนโก และคณะ (Shanenko; & et al. 2011: 47005)

เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)$ i คือ แถบพลังงานที่ 1 และ แถบพลังงานที่ 2 โดย $t = \frac{T}{T_c}$ แทนในสมการ(3.16) จะได้ ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิใดๆ เป็น

$$H_{c2}(T) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)} + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)} \quad (3.42)$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

$$H_{c2}(0) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)} + \frac{(-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)} \quad (3.43)$$

จะได้อัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ จะได้

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = \frac{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2\right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + (-\alpha_{01}\alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2\right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}{\left(\alpha_{01} \frac{3\hbar e}{4mc} - \alpha_{02} \frac{3\hbar e}{4mc} - \frac{6\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + \left(-\frac{3}{2}\alpha_{01}\alpha_{02} - \frac{3}{2}\varepsilon_0^2\right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}$$

(3.44)

ดังนั้น จะได้

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = \left(1 - At + \frac{A}{4}t^2\right)$$

(3.45)

เมื่อ

$$A = \frac{\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{mc} - \frac{8\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + (-2\alpha_{01}\alpha_{02} - 2\varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}{\left(\alpha_{01} \frac{3\hbar e}{4mc} - \alpha_{02} \frac{3\hbar e}{4mc} - \frac{6\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) + \left(-\frac{3}{2}\alpha_{01}\alpha_{02} - \frac{3}{2}\varepsilon_0^2\right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}$$

แบบจำลองที่ 4: งานวิจัยของซังจันท์ และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan; &

Udomsamuthirun. 2011: 988-992) เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left((1-t) - \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \approx \alpha_{0i} \ln(2-t)$ และ

$\varepsilon = \varepsilon_0 \left((1-t) - \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \approx \varepsilon_0 \ln(2-t)$ i คือ แถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดย $t = \frac{T}{T_c}$

แทนในสมการ(3.16) จะได้ ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิใดๆ

เป็น

$$H_{c_2}(T) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \ln(2-t)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} + \frac{(-\alpha_{01} \alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \ln(2-t)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.46)$$

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

$$H_{c_2}(0) = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right) \ln(2)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)} + \frac{(-\alpha_{01} \alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \ln(2)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)} \quad (3.47)$$

จะได้อัตราส่วนระหว่าง $H_{c_2}(T)$ กับ $H_{c_2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5

ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยกำหนดให้ $\ln(2-t) = \ln\left(2\left(1-\frac{t}{2}\right)\right) = \ln 2 + \ln\left(1-\frac{t}{2}\right)$

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = \frac{\left[\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} - \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(\ln 2 + \ln\left(1-\frac{t}{2}\right) \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \right.}{\left[\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} - \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(\ln 2 \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \right.} \\ \left. + (-\alpha_{01} \alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\ln 2 + \ln\left(1-\frac{t}{2}\right) \right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) \right]}{\left[\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} - \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(\ln 2 \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \right.} \\ \left. + (-\alpha_{01} \alpha_{02} - \varepsilon_0^2) \left(\ln 2 \right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) \right]} \quad (3.48)$$

ดังนั้น จะได้

$$\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)} = 1 - B \ln\left(1-\frac{t}{2}\right) \quad (3.49)$$

เมื่อ

$$B = \frac{-\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)^2 + (\alpha_{01}\alpha_{02} + \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c}\right)^2 (\ln 2) + (\alpha_{01}\alpha_{02} + \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2}\right) (\ln 2)}$$



บทที่ 4 ผลการวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินตามขั้นตอนในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว และได้ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน และได้ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ทั้งหมด 4 แบบจำลอง โดยได้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง ได้ผลการวิจัยดังนี้

1. สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว คำนวณได้ดังสมการ

$$H_{c2} \cong - \frac{\left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c} \right)}{\left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)} + \frac{(-\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((-\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar \varepsilon \varepsilon_1 e}{c} \right)} \quad (4.1)$$

พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ขึ้นกับสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ในแถบพลังงานที่ 1 และในแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งถ้ากำหนดให้ $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$, $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0$ จะสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตบนแบบแถบพลังงานเดียวได้

2. ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน จะได้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) คำนวณได้ดังสมการ

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \quad (4.2)$$

3. อัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ที่ได้จากเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน และจากงานวิจัยของซึน และคณะ (แบบจำลองที่ 1) เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i}(1-t)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0(1-t)$ โดย $t = \frac{T}{T_c}$ คำนวณได้ดังสมการ

$$H_{c2}(T) = H_{c2}(0)(1-t) \quad (4.3)$$

4. อัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวอดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยใช้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) จากงานวิจัยของซู และคณะ (แบบจำลองที่ 2) เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right)$ โดย $t = \frac{T}{T_c}$ คำนวณได้ดังสมการ

$$H_{c2}(T) = H_{c2}(0) \left(\frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \quad (4.4)$$

5. อัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวอดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยใช้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) จากงานวิจัยของชานินโก และคณะ (แบบจำลองที่ 3) เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \left((1-t) + \frac{1}{2}(1-t)^2 \right)$ โดย $t = \frac{T}{T_c}$ คำนวณได้ดังสมการ

$$H_{c2}(T) = H_{c2}(0) \left(1 - At + \frac{A}{4} t^2 \right) \quad (4.5)$$

เมื่อ

$$A = \frac{\left[\left(\alpha_{01} \frac{\hbar e}{mc} - \alpha_{02} \frac{\hbar e}{mc} - \frac{8\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) + (-2\alpha_{01}\alpha_{02} - 2\varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) \right]}{\left[\left(\alpha_{01} \frac{3\hbar e}{4mc} - \alpha_{02} \frac{3\hbar e}{4mc} - \frac{6\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right) + \left(-\frac{3}{2}\alpha_{01}\alpha_{02} - \frac{3}{2}\varepsilon_0^2 \right) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) \right]}$$

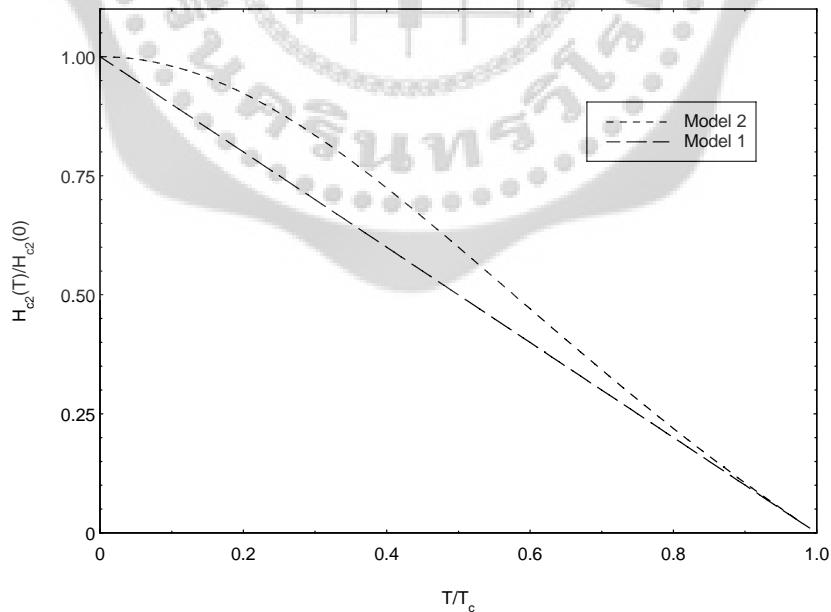
6. อัตราส่วนระหว่าง $H_{c_2}(T)$ กับ $H_{c_2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยใช้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) จากงานวิจัยของซังจันท์ และอุดมสมุทรหิรัญ (แบบจำลองที่ 4) เมื่อ $\alpha_i = \alpha_{0i} \left((1-t) - \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \approx \alpha_{0i} \ln(2-t)$ และ $\varepsilon = \varepsilon_0 \left((1-t) - \frac{1}{2}(1-t)^2 \right) \approx \varepsilon_0 \ln(2-t)$ โดย $t = \frac{T}{T_c}$ คำนวณได้ดังสมการ

$$H_{c_2}(T) = H_{c_2}(0) \left(1 - B \ln \left(1 - \frac{t}{2} \right) \right) \quad (4.6)$$

เมื่อ

$$B = \frac{- \left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)^2 + (\alpha_{01}\alpha_{02} + \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right)}{\left(-\alpha_{01} \frac{\hbar e}{2mc} + \alpha_{02} \frac{\hbar e}{2mc} + \frac{4\hbar\varepsilon\varepsilon_1 e}{c} \right)^2 (\ln 2) + (\alpha_{01}\alpha_{02} + \varepsilon_0^2) \left(\frac{\hbar^2 e^2}{4m^2 c^2} - \frac{4\hbar^2 \varepsilon_1^2 e^2}{c^2} \right) (\ln 2)}$$

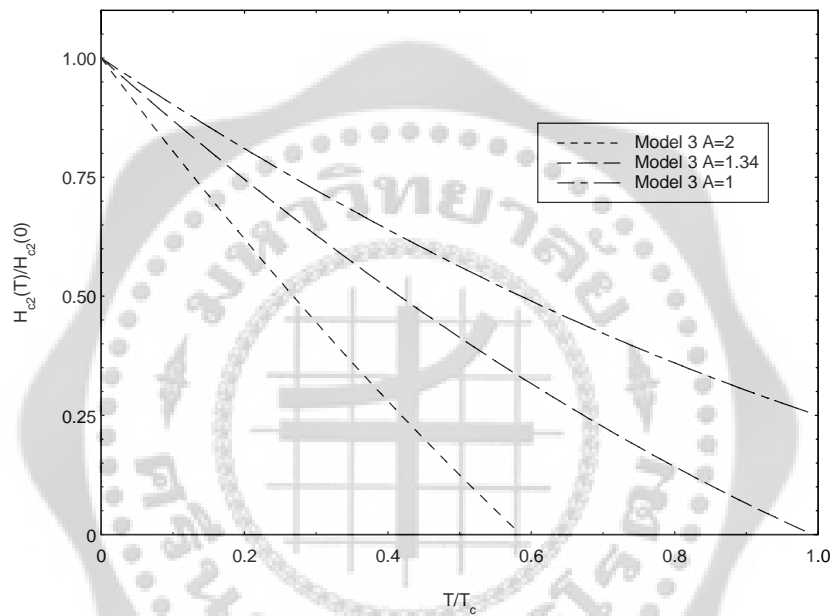
7. สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ได้จากทั้ง 4 แบบจำลอง



ภาพประกอบ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c_2}(T)}{H_{c_2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 1 และ

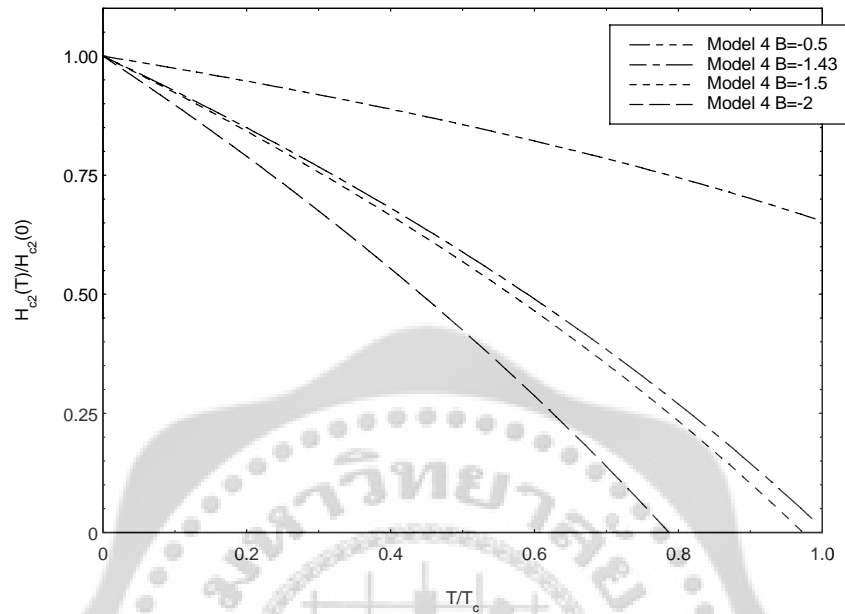
แบบจำลองที่ 2

จากภาพประกอบ 21 แบบจำลองที่ 1 เส้นกราฟเป็นเส้นตรง และแบบจำลองที่ 2 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ โดยทั้งสองแบบจำลองค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดยิ่งประเภท 1.5 ไม่สามารถลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดยิ่งประเภท 1.5 จะลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ที่อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น



ภาพประกอบ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 3

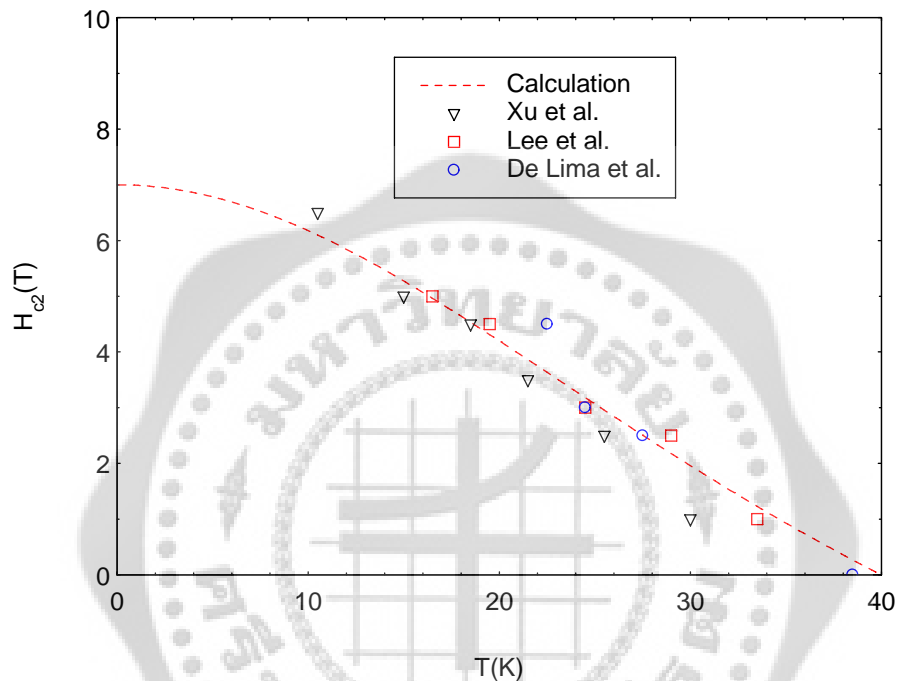
จากภาพประกอบ 22 แบบจำลองที่ 3 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดยิ่งประเภท 1.5 จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ $A = 1.34$ ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนจากแบบจำลองที่ 3 จะมีค่าเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต เมื่อ $A > 1.34$ ซึ่งจากการทดลองในปัจจุบันยังไม่พบตัวนำยิ่งยวดใดที่มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต



ภาพประกอบ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 4

จากภาพประกอบ 23 แบบจำลองที่ 4 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยิ่งยวดยิ่งประเภท 1.5 จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ $B = -1.43$ ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนจากแบบจำลองที่ 4 จะมีค่าเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต เมื่อ $B < -1.43$ ซึ่งจากการทดลองในปัจจุบันยังไม่พบตัวนำยิ่งยวดใดที่มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต

8. สามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ T โดยใช้สัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) จากงานวิจัยของซู และคณะ (Zhu; & et al. 2008: 105001) เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ (Xu; & et al. 2001: 0105171, Lee; & et al. 2001: 0105327, de Lima; & et al. 2001: 5974) ดังภาพประกอบ 24



ภาพประกอบ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ T ผลึกเดี่ยวแมกนีเซียม ไดโบไรด์ที่มี $T_c = 40K$

จากการคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวซึ่งได้จากการประมาณในบริเวณอุณหภูมิใกล้ศูนย์อุณหภูมิวิกฤตนั้น เมื่อนำมาพิจารณาช่วงอุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ถึงอุณหภูมิวิกฤตกับพบว่าได้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองพอสมควร จึงทำให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ มีค่าประมาณ 7.0 เทสลา

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

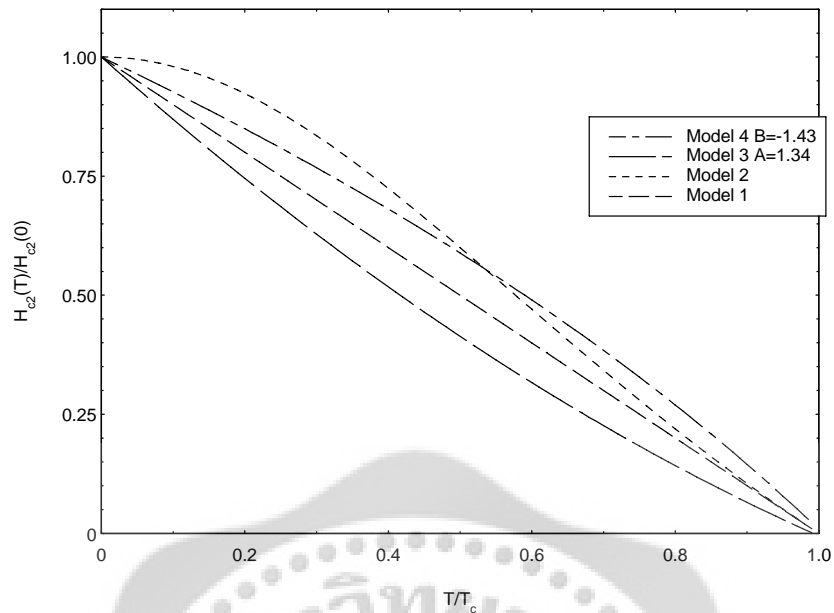
การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้หาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว และศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยได้เชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิโดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ตามทฤษฎีกินซ์เบิร์ก แลนดาว
2. คำนวณการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยเชื่อมโยงกับทฤษฎีบีซีเอสแบบสองช่องว่างพลังงาน
3. ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ซึ่งได้จากงานวิจัยของชิน และคณะ (Chen; & et al. 2011: 1591-1594) งานวิจัยของชู่ และคณะ (Zhu; & et al. 2008: 105001) งานวิจัยของชานินโก และคณะ (Shanenko; & et al. 2011: 47005) และงานวิจัยของชังจันท์ และอุดมสมุทรรัตริญ (Changjan; & Udomsamuthirun. 2011: 988-992)
4. หาอัตราส่วนระหว่าง $H_{c2}(T)$ กับ $H_{c2}(0)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ
5. นำค่า $H_{c2}(T)$ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ มาเขียนกราฟเพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

สรุปผลการวิจัย

จากผลการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 จะขึ้นกับสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α)

จากการศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวดยิ่งประเภท 1.5 ได้ผลดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{H_{c2}(T)}{H_{c2}(0)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองที่ 1, แบบจำลองที่ 2, แบบจำลองที่ 3 และแบบจำลองที่ 4

จากภาพประกอบ 25 พบว่าแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ไม่สามารถลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 จะลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ที่อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น แบบจำลองที่ 3 ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ $A = 1.34$ แบบจำลองที่ 4 ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ $B = -1.43$

จากการคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวซึ่งได้จากการประมาณในบริเวณอุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤตนั้น เมื่อนำมาพิจารณาช่วงอุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ถึงอุณหภูมิวิกฤตกับพบว่าได้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองพอสมควร จึงทำให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ มีค่าประมาณ 7.0 เทสลา

อภิปรายผล

จากผลการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 ขึ้นกับสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ (α) ในแถบพลังงานที่ 1 และในแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งถ้ากำหนดให้ $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$, $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0$ จะสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตบนแบบแถบพลังงานเดียวได้

จากการศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 ทั้ง 4 แบบจำลอง พบว่าแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 นั้น ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 ไม่สามารถลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 จะลดต่ำลงจนเป็นศูนย์ได้ที่อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น ในแบบจำลองที่ 3 และแบบจำลองที่ 4 นั้น ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 จะมีค่าเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งจากผลทดลองในปัจจุบันยังไม่พบตัวนำวยดิ่งใดที่มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบนเป็นศูนย์ได้ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งแบบจำลองที่ 3 และแบบจำลองที่ 4 นี้มีตัวแปรเพิ่มขึ้นมาหลายตัว เพื่อให้สอดคล้องกับแบบจำลองอื่นและผลการทดลอง แต่ก็ยังไม่มีทฤษฎีที่ยืนยันว่าแบบจำลองไหนถูกต้องที่สุด งานวิจัยครั้งนี้เป็นความพยายามที่จะเสนอแบบจำลองที่เป็นไปได้

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้คำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำวยดิ่งประเภท 1.5 แบบสองแถบพลังงาน โดยมีผลของอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานมีค่าน้อยมาก และจากสมการช่องว่างพลังงานแบบสองช่องว่างพลังงานผลของอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอนแบบอ่อน ซึ่งงานวิจัยควรพิจารณาถึงพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนกับโฟนอน และควรเพิ่มแบบจำลองช่องว่างพลังงานที่มีความไม่สมมาตร รวมทั้งการใช้ความหนาแน่นของสถานะที่ไม่คงตัว ซึ่งการคำนวณจะมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น ผู้วิจัยเห็นว่าถ้าทำการวิจัยภายใต้เงื่อนไขดังกล่าวน่าจะได้ผลการคำนวณที่ถูกต้อง และอาจสอดคล้องกับผลการทดลองมากขึ้น



บรรณานุกรม

- ระพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ. (2552). *การกระโดดของความต้านจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต(ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อภาพงศ์ ชั่งจันทร์. (2548). *สนามแม่เหล็กวิกฤติบนของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์แบบสองแถบที่ขึ้นกับทิศทางโดยวิธีกินซ์เบิร์กแลนดาว*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต(ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Akimisu, J.; & Nagamatsu, J. (2001). *Superconductivity at 39 K in magnesium diboride*. Nature. 410: 63.
- Askerzade, İ.N.; Gencer A.; & Güçlü, N. (2002). *On the Ginzburg – Landau analysis of the upper critical field H_{c2} in MgB_2 Superconductor*. Science & Technology. 15 : L13 – L16.
- Babaev, E.; & Carlström, J. (2010). *Type-1.5 superconductivity in two-band systems*. Physica C. 470: 717-721.
- Bardeen, J.; Cooper, N.; & Schrieffer, J.R. (1957). *Theory of Superconductivity*. Physical Review. 108(5): 1175–1204.
- Bednorz, J.G.; & Müller, K.A. (1986). *Possible High T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System*. Zeitschrift Fur Physik B-Condensed Matter. 64: 189–193.
- Bennemann, K.H.; & Ketterson, J.B. (2003). *The Physics of Superconductor (V.1 Conventional and High - T_c Superconductors)*. New York: Springer.
- Buckel, W. (1991). *Superconductivity Fundamental and Applications*. New York: VCH Publisher Inc.
- Buzea, C.; & Yamashita, T. (2001). *Review of the Superconducting Properties of MgB_2* . Superconductor Science Technology. 14(11): 115-146.
- Changjan, A.; & Udomsamuthirun, P. (2011). *The critical magnetic field of anisotropic two-band magnetic superconductors*. Solid State Communications. 151: 988-992.

- Chen, L.; & et al. (2011). *Two-band calculations on the upper critical field of superconductor NbSe₂*. Physica C. 471: 1591-1594.
- Chu, C.W.; & et al. (1987). *Evidence for Superconductivity Above 40 K in the La-Ba-Cu-O Compound System*. Physical Review Letters. 58(4): 405 – 410.
- De Lima, O.F.; & Cardoso, C. A. (2001). *Anisotropy in MgB₂*. Brazilian Journal of Physics. 86: 5974.
- Deaver, B.S.; & Fairbanks, W.M. (1961). *Experimental evidence for Quantized flux in Superconducting Cylinders*. Physical Review Letters. 7(2): 43-53.
- Doh, H.; & et al. (1999). *Phenomenological Theory of Superconductivity and Magnetism in Ho_{1-x}Dy_xNi₂B₂C*. Physical Review Letter. 83 (25): 5350.
- Fetter, A.L.; & Walecka, J.D. (1995). *Quantum Theory of Many – Particle System*. Singapore: Mc Grow-Hill.
- Gonnelli, R.S.; & et al. (2002). *Direct Evidence for Two-band Superconductivity in MgB₂ Single Crystals from Directional Point-Contact Spectroscopy in Magnetic Fields*. Physical Review Letters. 89: 247004.
- Gurevich, A. (2007). *Limits of the upper critical field in dirty two-gap superconductors* Physica C. 456: 160-169.
- Ketterson, J.B.; & Song, S.N. (1999). *Superconductivity*. Cambridge: University Press.
- Kittel, C. (2005). *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Song. New York.
- Kogan, V.G.; & Schmalian, J. (2011). *Is the term "type-1.5 superconductivity" warranted by Ginzburg-Landau theory?*. Physical Review B. 83: 054515.
- Kresin, H.; & Wolf, V.Z. (1990). *Fundamentals of Superconductor*. New York: Plenum Publishing Corporation.
- Maxwell, E. (1950). *Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury*. Physical Review Letters. 78: 477.
- Meissner, W.; & Ochsenfeld, R. (1933). *Naturwissenschaften*. 21: 787.
- Moshchalkov, V.; & et al. (2009). *Type-1.5 Superconductivity*. Physical Review Letters. 102: 117001.
- Nishio, T.; & et.al. (2010). *Scanning SQUID microscopy of vortex clusters in multiband Superconductors*. Physical Review B. 81: 020506.

- Onnes, K.H. (1911). *Communication – Laboratory of Leiden*. London. 119: 1-1226. Publishing Corporation.
- Poulter, J. (1991). *Lectures on Ginzburg – Landau (GL) Theory in The Theory of Superconductivity*. Faculty of Science Chulalongkorn University.
- Sacchetti, N. (2000). *Superconductivity: From Physics to Alchemy*. International Journal of Modern Physics B. 14(25-27): 2618-2627.
- Schilling, A.; & et al. (1995). *Superconductivity above 130 K in the Hg-Ba-Ca-Cu-O system*. Nature. 363: 56-58.
- Shanenko, A.A.; Milosevic, V.; & Peeters, F.M. (2011). *Extended Ginzburg-Landau Formalism for Two-Band Superconductors*. Physical Review Letters. 106: 47005.
- Sharoni, A.; Felner, I.; & Millo, O. (2001). *Tunneling Spectroscopy and Magnetization Measurements of the Superconducting Properties of MgB₂*. Physical Review B. 63(22): 2205081-2205084.
- Singh, J. (1996). *Quantum Mechanics : Fundamentals & applications to Technology*. USA. Wiley Interscience.
- Tsuei, C.C.; & Kirtley, J.R. (1996). *Probing High -Temperature Superconductivity*. Scientific American. 50: 6.
- Udomsamuthirun, P.; & et al. (2005). *Effect of Density of States on Isotope Effect Exponent of Two-Band Superconductors*. Physica C. 425: 149-154.
- Udomsamuthirun, P.; & et al. (2006). *H_{c2} of anisotropy two-band superconductors by Ginzburg-Landau approach*. Physica C. 434: 62-66.
- Wahab, M.A. (2005). *Solid State Physics: Structure and Properties of Materials*. Harrow: Alpha Science International Ltd.
- Xu, M.; & et al. (2001). *Anisotropy of superconductivity from MgB₂ single crystals*. Applied Physics Letters. 79: 0105171.
- Zhu, X.; & et al. (2008). *Upper critical field, Hall effect and magnetoresistance in the iron-based layered superconductor LaFeAsO_{0.9F_{0.1-δ}}*. Superconductor Science Technology. 21: 105001.





ภาคผนวก ก
งานวิจัยที่ได้รับการเผยแพร่

UPPER CRITICAL MAGNETIC FIELD OF TYPE-1.5 SUPERCONDUCTOR BY GINZBURG-LANDAU APPROACH

N. Niyomsilpchai^{1,2}, A.Changjan^{1,3,4} and P.Udomsamuthirun^{1,3}

¹ Prasarnmit Physics Research Unit, Department of Physics, Faculty of Science,
Srinakharinwirot University, Bangkok 10110, Thailand.
e-mail:phyball_niti@hotmail.com

² Department of Science, Watnongyai Secondary School, Saimai, Bangkok 10220,
Thailand.

³ Thailand Center of Excellence in Physics, Si Ayutthaya Road, Bangkok 10400, Thailand.

⁴ Department of Mathematics and Basic science, Faculty of Science and Technology,
Phatumwan Institute of Technology, Bangkok 10330, Thailand.

ABSTRACT

The upper critical magnetic field of type-1.5 superconductor was studied by Ginzburg-Landau theory. The free energy consisted of two order parameters, ψ_1 and ψ_2 . We obtained the simple analytic formula of temperature upper critical magnetic field and its numerical calculation fitted well with the experimental data of MgB₂ superconductor. We found that the zero-temperature critical magnetic field of MgB₂ superconductor was equal to 7.0 Tesla.

KEYWORDS: Upper critical field, Type-1.5 superconductor, Ginzburg-Landau approach

London penetration depth $\lambda(T)$ in Type 1.5 superconductor by Ginzburg-Landau approach

N. Niyomsilpchai^{1,2*}, A. Changjan³ and P. Udomsamuthirun^{1,4}

¹ Prasarnmit Physics Research Unit, Department of Physics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Sukumvit 23, Bangkok 10110, Thailand.

² Department of Science, Bannongjang Secondary School, Hankha, Chainat 17130, Thailand.

³ Department of science and Mathematics, Faculty of Science and Technology, Phatumwan Institute of Technology, Bangkok 10330, Thailand.

⁴ Thailand Center of Excellence in Physics (ThEP), Si Ayuthaya Road, Bangkok 10400, Thailand.

Email: phyball_niti@hotmail.com

Abstract

The London penetration depth is the distance to which a magnetic field penetrates into a superconductor and becomes equal to 0.367879 times that of the magnetic field at the surface of the superconductor. The type 1.5 superconductor is the new type of superconductor that the value of Ginzburg-Landau parameter is between the type I and type II superconductor. In this paper, the London penetration depth $\lambda(T)$ of type 1.5 superconductor is studied by Ginzburg-Landau approach. The system of free energy of type 1.5 superconductor is assumed by modified the free energy of two-band model. and the $\lambda(T)$ of type 1.5 superconductor is derived analytically. Finally, the temperature dependence of London penetration depth is investigated.

Keyword: Type 1.5 superconductor; London penetration depth; Ginzburg-Landau theory



ภาคผนวก ข
โปรแกรม Mathematica

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณจากงานวิจัยของชิน และคณะ

```
ClearAll[hc2, t];
hc2[t_] := 1 - t;
t = 0.0001;
While[t < 1.00000,
  Print[t, " ", N[hc2[t]]];
  t = t + 0.01;
];
```

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณจากงานวิจัยของชู และคณะ

```
ClearAll[hc2, t];
hc2[t_] := (1 - t2) / (1 + t2);
t = 0.0001;
While[t < 1.00000,
  Print[t, " ", N[hc2[t]]];
  t = t + 0.01;
];
```

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณจากงานวิจัยของชานีนโก และคณะ

```
ClearAll[hc2, t, a];
aa = 2;
hc2[t_] := (1 - aa * t +  $\frac{aa}{4} t^2$ );
t = 0.0001;
While[t < 1.00000,
  Print[t, " ", N[hc2[t]]];
  t = t + 0.01;
];
```

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณจากงานวิจัยของซังจันท์ และอุดมสมุทรรีธัญ

```
ClearAll[hc2, t, bb];
bb = -1.43;
hc2[t_] := (1 - bb * Log[1 - t / 2]);
t = 0.0001;
While[t < 1.00000,
  Print[t, " ", N[hc2[t]]];
  t = t + 0.01;
];
```



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายนิติ นิยมศิลป์ชัย
วันเดือนปีเกิด	5 มกราคม 2526
สถานที่เกิด	อ. เมือง จ. อ่างทอง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	38 หมู่ 6 ต.บ้านอิฐ อ.เมือง จ.อ่างทอง 14000
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู วิชาเรียนเดือนอันดับ คศ.1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านหนองแวง อ.หันคา จ.ชัยนาท

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2543	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนอ่างทองปัทมโรจน์วิทยาคม
พ.ศ. 2547	วท.บ. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2547	ประกาศนียบัตรวิชาชีพครู จาก มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
พ.ศ. 2548	ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาการสอน จาก มหาวิทยาลัยบูรพา
พ.ศ. 2555	น.บ. (นิติศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
พ.ศ. 2556	วท.ม. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ