

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ตุลาคม 2556

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ปริญญาานิพนธ์
ของ
เกวลิน เสน่หา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ตุลาคม 2556

เกวลิน เสน่หา. (2556). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาปรินญาณิพนธ์: อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสภาราชินี จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 306 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนความสามารถ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยทำการทดลองทั้งหมด 14 คาบ และประเมินผลการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากคะแนนใบกิจกรรม คะแนนแบบทดสอบย่อย และคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน นอกจากนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องฟังก์ชันด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON FUNCTIONS BY USING C.a.R. PROGRAM
FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

October 2013

Kewalin Saneha. (2013). *Instructional Activities on Functions by Using C.a.R. Program for Mathayomsuksa IV Students*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Sayun Sotaro.

The proposes of this study were to determine the Mathayomsuksa IV students' achievement and their satisfaction toward instructional activities by using C.a.R. program. The study was conducted during the first semester of the 2013 academic year with Mathayomsuksa IV students at Saparachinee Trang School. The experiment group with 30 students was cluster random sampling approach. The researcher taught them a total of 14 periods. Lesson activities, sub-tests, and achievement test were used in assessment of students' performance. To find out their preference toward the instructional, a questionnaire was also given to each student in the experimental group.

The results showed that more than 60% of the experimental group pass the instructional at .05 level of significant. In sum, Matthayomsuksa IV students have ability to learn on functions by the instructional activities on functions by using C.a.R. program as designed by the researcher. The scores on questionnaire also showed an average satisfaction of the experimental group toward the instruction.

ปริญญาบัตร
เรื่อง
กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ของ
เกวลิน เสน่หา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ เดือน..... พ.ศ. 2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาบัตร

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา

..... ประธาน

(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสระโร)

(อาจารย์ ดร. เสริมศรี ไทยแท้)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร. กาญจนา สุจินะพงษ์)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสระโร)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีด้วยเพราะได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสระโร ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาในการทำวิจัย ดูแลเอาใจใส่ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยตลอดจนตรวจแก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้มาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ ที่กรุณาเป็นประธานกรรมการสอบปากเปล่า และอาจารย์ ดร.กาญจนา สุจินะพงษ์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมที่เป็นประโยชน์เพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ธนูชัย ภูอุดม อาจารย์บุญยพล จันทร์ฝอย และอาจารย์อังคณา อุทัยรัตน์ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย รวมทั้งให้ข้อเสนอที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนสภาราชนี จังหวัดตรัง ที่ให้ความสะดวกในระหว่างดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสภาราชนี จังหวัดตรัง ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และบุคคลในครอบครัว รวมทั้งญาติมิตรทุกท่านที่คอยสนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอขอบเพื่อน ๆ ปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

เกวลิน เสน่หา



งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญานิพนธ์
จาก
งบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2556
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	5
ข้อตกลงเบื้องต้น	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย	7
สมมติฐานในการวิจัย	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
หลักการและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	9
หลักการสอนคณิตศาสตร์	9
หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง	9
ทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	10
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน	12
กรอบเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	12
แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน	18
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน	19
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต	22
โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต	22
แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	24
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสอนคณิตศาสตร์	25

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ	30
ความหมายของความพึงพอใจ	30
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ	31
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ	34
3 วิธีดำเนินการวิจัย	37
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	37
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	37
การเก็บรวบรวมข้อมูล	46
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล	46
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	48
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	53
ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย	53
ความมุ่งหมายของการวิจัย	53
สมมติฐานในการวิจัย	53
วิธีดำเนินการวิจัย	53
สรุปผลการวิจัย	55
อภิปรายผล	56
ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย	58
ข้อเสนอแนะ	59
บรรณานุกรม	60
ภาคผนวก	69
ภาคผนวก ก	70
ภาคผนวก ข	84
ภาคผนวก ค	125

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก (ต่อ)	
ภาคผนวก ง	184
ภาคผนวก จ	215
ภาคผนวก ฉ	219
ประวัติย่อผู้วิจัย	221



บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ฉบับ	43
2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	48
3 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย	49
4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.	51
5 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1	71
6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2	71
7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน	72
8 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1	73
9 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2	74
10 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน	74
11 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถาม วัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มนําร่อง	75
12 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แบ่งเป็นคะแนนจาก การทำใบกิจกรรม คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย และคะแนนจากการทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	77
13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก ใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	78
14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก การทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	78

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	79
16 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	79
17 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ.....	79
18 คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	81
19 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	82



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	14
3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน.....	17
4 สารบัญหลัก.....	40
5 ตัวอย่างสารบัญย่อย.....	41
6 ตัวอย่างกิจกรรม.....	41



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในปัจจุบันการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอาจแตกต่างจากอดีตเนื่องจากบทบาทของครูได้เปลี่ยนไป จากที่ครูเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ปัจจุบันครูเป็นเพียงผู้ที่คอยชี้แนะให้ความช่วยเหลือให้ผู้เรียนแต่ละคนได้พัฒนาตามความสามารถของตน ผู้เรียนกลายเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นต้องคำนึงถึงตัวผู้เรียนเป็นสำคัญ มีการใช้สื่อรูปธรรม มีการทดลอง ศึกษาและค้นคว้าด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอด หลักการ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ และสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ยังต้องมีการนำเทคโนโลยี เครื่องคำนวณเชิงกราฟ คอมพิวเตอร์และสื่อต่าง ๆ มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 13) นอกจากนี้การใช้สื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนยังเป็นเครื่องมือสำคัญที่ส่งเสริมสนับสนุนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้ผู้เรียนเข้าถึงความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 27)

ด้วยความก้าวหน้าของเทคโนโลยีในปัจจุบัน ข้อมูลข่าวสารมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วจึงต้องมีการปรับปรุงวิธีสอนและหลักสูตรคณิตศาสตร์ ด้วยการใช้เทคโนโลยีเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนให้สูงขึ้น เพื่อให้สอดคล้องกับการปฏิรูปการศึกษา ผู้เรียนต้องสามารถคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์และใช้เทคโนโลยีอื่น ๆ ได้ (ยุพิน พิพิธกุล; จรรยา ภูอุดม; และ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม. 2554: 7) รวมทั้งให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการกระทำจริง มีประสบการณ์ด้วยของจริง และมีประสบการณ์อย่างเห็นได้ชัดทางด้านคณิตศาสตร์ก่อนที่จะเรียนในเรื่องแนวคิดคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเน้นไปที่ความคิดรวบยอด หลักการและกระบวนการคิดแบบวิเคราะห์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในการสร้างและทบทวนความคิดรวบยอด รวมทั้งให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นหา อภิปราย สร้างความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้อง (กิดานันท์ มลิทอง. 2548: 262-263)

นอกจากนี้สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000: 24-25) กล่าวว่า “เทคโนโลยีสามารถช่วยสนับสนุนการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในเนื้อหาต่าง ๆ เช่น เรขาคณิต สถิติ พีชคณิต การวัดและจำนวน” ดังนั้นการใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หรือสร้างนวัตกรรมการเรียนรู้อัตโนมัติต่าง ๆ ที่สามารถกระทำได้ เช่น การเลือกใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และการใช้เครื่องคิดเลข ตลอดจนสื่อการเรียนรู้แบบปฏิบัติการต่าง ๆ การใช้เทคโนโลยีช่วยให้เกิดความสะดวกในการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เช่น การเขียนกราฟ การวาดรูป แล้วยัง

ช่วยเปลี่ยนวิธีการเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถสำรวจสังเกตแบบรูป และตั้งข้อความคาดการณ์ได้รวดเร็ว ซึ่งมาตรฐานหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนคาดหวังให้มีการใช้เทคโนโลยีในลักษณะต่อไปนี้

- 1) การใช้เครื่องคำนวณที่เหมาะสม
- 2) การมีคอมพิวเตอร์ในทุกชั้นเรียนเพื่อให้การนำเสนอสาระคณิตศาสตร์น่าสนใจและชัดเจน
- 3) ผู้เรียนทุกคนสามารถใช้คอมพิวเตอร์สำหรับการทำงานคณิตศาสตร์ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม และ
- 4) ผู้เรียนควรเรียนรู้ที่จะใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือสำหรับกระบวนการจัดการกระทำข้อมูลและการคำนวณเพื่อสืบสวนและแก้ปัญหา ดังนั้นโรงเรียนต้องจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ใช้กลยุทธ์การคิดผ่านเครื่องมือเหล่านี้ (ยุพิน พิพิธกุล; จรรยา ภูอุดม; และ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม. 2554: 12) จะเห็นได้ว่าคอมพิวเตอร์นับเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพยิ่งเพื่อใช้สอน ทบทวน และฝึกปฏิบัติในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถใช้ตัวเลขและสัญลักษณ์ในการคำนวณ รวมถึงการมองเห็นภาพพจน์เชิงวิทยาศาสตร์ การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนจะช่วยดึงดูดความสนใจแก่ผู้เรียนและสร้างความกระตือรือร้นในการเรียน สามารถใช้ในการเรียนรู้และสร้างความคิดรวบยอดได้เป็นอย่างดี และช่วยให้ผู้เรียนรู้สึกเป็นอิสระจากการคำนวณที่นำเพื่อทำให้มีสมาธิในการแก้ปัญหา (กิดานันท์ มลิทอง. 2548: 265) นอกจากนี้ คอมพิวเตอร์ยังเป็นระบบสื่อการศึกษาที่เข้ามามีบทบาทอย่างรวดเร็วและช่วยให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพสูงขึ้น การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมุ่งให้ครูได้สร้างสรรค์กระบวนการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียนตามทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้บรรลุเป้าหมายเร็วที่สุด สนุกสนานตามหลักการของการเสริมแรงในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ประหยัดทรัพยากรการศึกษาและยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนรู้ตามความสามารถและความถนัดของตน (กิดานันท์ มลิทอง. 2536: 186; นิพนธ์ สุขปรดี. 2545: 134)

จากการประชุมสัมมนาวิชาการระหว่างประเทศ ประจำปี 2556 ของสำนักเลขาธิการสภาการศึกษา เรื่อง “การศึกษาเพื่ออนาคตประเทศไทย” ได้นำเสนอผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2548-2555 พบว่า ในแต่ละปีคะแนนเฉลี่ย 5 วิชาหลักต่ำกว่าร้อยละ 50 ทุกวิชา โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีคะแนนต่ำมาโดยตลอด ในปีการศึกษา 2553 มีค่าเฉลี่ยเพียงร้อยละ 15.0 สำหรับปีการศึกษา 2555 ผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ยังคงต่ำเพียงร้อยละ 22.7 ส่วนการทดสอบความถนัดทางวิชาการและวิชาชีพ (Professional and Academic Aptitude Test: PAT) สำหรับ PAT 1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2553-2555 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 64.0, 64.2 และ 39.6 จากคะแนนเต็ม 300 คะแนน (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. 2556: 2-4) จะเห็นได้ว่านักเรียนยังมีผลสัมฤทธิ์อยู่ในระดับต่ำและนักเรียนยังมีข้อบกพร่องหลายประการทั้งในด้านกระบวนการ การคิดคำนวณและการประยุกต์ และจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะสาระที่ 4 พีชคณิต ซึ่งประกอบด้วย แบบรูป (pattern)

ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 57) ซึ่งพีชคณิตเป็นแขนงที่สำคัญแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีฟังก์ชันเป็นพื้นฐานสำคัญเนื้อหาหนึ่ง (เกษสุตา บุรณพันธ์ศักดิ์. 2545: 3) สำหรับเรื่องฟังก์ชัน เป็นเนื้อหาที่เชื่อมโยงเนื้อหา ต่าง ๆ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและเป็นพื้นฐานในการเรียน คณิตศาสตร์ในระดับมหาวิทยาลัยผลงานวิจัยที่ผ่านมาที่มีผู้ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน ได้แก่ สมศรี จินตนสนธิ (2537: 45) ศึกษาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพิษณุโลก ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความ ผิดพลาดด้านกระบวนการ รองลงมาเป็นด้านทักษะการคิดคำนวณและการประยุกต์ ซึ่งสอดคล้องกับ สุพรรณณี ภิรมย์ภักดี (2541: 72-73) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสรุปข้อบกพร่องดังนี้ นักเรียนยังสรุปความคิดรวบยอดของฟังก์ชันไม่ได้ ยังไม่เข้าใจการแทนค่าของฟังก์ชัน ยังใช้แกน สมมาตรของกราฟของฟังก์ชันกับกราฟของฟังก์ชันผกผันไม่ถูกต้อง ยังสรุปบทนิยามของฟังก์ชัน ผกผันไม่ได้ ยังขาดทักษะในการคิดคำนวณ และยังใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ เกษสุตา บุรณพันธ์ศักดิ์ (2545: 77-79) ศึกษาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษาพบว่า นักเรียน มีความคิดรวบยอดโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยมีความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ ฟังก์ชันดังนี้ 1) ด้านบทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติ และตัวแปร 2) ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ใน ด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความภาษา การตรวจสอบการ แก้ปัญหา และการเขียนกราฟ และนิภาพร นาอ่อน (2545: 73-75) ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องที่ แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ และจากลักษณะข้อบกพร่องที่พบสามารถ สรุปข้อบกพร่องให้เป็นลักษณะเดียวกันคือในด้านบทนิยาม กระบวนการ ทักษะการคิดคำนวณและ ด้านการประยุกต์

จากปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนา การเรียนการสอนและสามารถนำมาแก้ปัญหาได้ เนื่องจากโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็น โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ที่มีความสามารถในการสร้างภาพเคลื่อนไหว สร้างรูปเรขาคณิต ง่ายต่อการคำนวณ สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว สร้างแผนภาพให้เห็นได้ อย่างชัดเจนเห็นเป็นรูปธรรม เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ เช่น ผู้เรียนสามารถเคลื่อนย้าย จุดบนกราฟหรือเคลื่อนย้ายตำแหน่งรูปเรขาคณิตด้วยการลากเมาส์เพื่อสำรวจค่าต่าง ๆ ซึ่งเป็นการ ส่งเสริมให้ผู้เรียนตั้งข้อสงสัยความคาดหมายและนำไปสู่การค้นพบจากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ช่วย สร้างความคิดรวบยอดในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน ผู้เรียนจะได้ฝึกทักษะการสำรวจและการแก้ปัญหา

ด้วยตนเอง เป็นการศึกษาเพื่อตั้งข้อความคาดการณ์ในเบื้องต้นจนกว่าจะสรุปเป็นข้อเท็จจริงได้ การลองผิดลองถูกจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็วโดยมีครูผู้สอนเป็นผู้คอยชี้แนะ (ทรรศนีย์ รัตนวิจิตร. 2553: 2; อุบล กลองกระโทก. 2554: 3) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปุณยพล จันทร์ฝอย (2551: 77); เกตุกนก หนูดี (2553: 75); อนุวัฒน์ เดชไธสง (2553: 63); ทรรศนีย์ รัตนวิจิตร (2553: 56-57); และ วราวุธ บุตรรัตน์ (2556: 55) ซึ่งทำการวิจัยเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ กำหนดการเชิงเส้น เวกเตอร์ อนุพันธ์และการประยุกต์ และภาคตัดกรวย ตามลำดับ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหาได้เร็วขึ้น ได้ลงมือปฏิบัติด้วยการสำรวจ สังเกต และสรุปแนวคิดที่สำคัญด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียน และเข้าใจแนวคิดในเรื่องต่าง ๆ ทำให้นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดและความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก นอกจากนี้งานวิจัยของโอ คาล์ลาแกน (O' Callaghan. 1998: 34-37) ทำการวิจัยเรื่องความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการปกติ โดยศึกษาความคิดรวบยอด 4 ด้าน ดังนี้ 1) การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน 2) การแปลความหมายฟังก์ชัน 3) การเปลี่ยนฟังก์ชัน และ 4) การทำให้เป็นผลสำเร็จ ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันดีกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการปกติ จะเห็นได้ว่า การนำคอมพิวเตอร์และโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (โปรแกรม C.a.R.) เข้ามาใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียน ทำให้ผู้เรียนได้สร้างและสำรวจตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง เกิดความคิดรวบยอด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังเป็นทางเลือกให้ครูสามารถประยุกต์กิจกรรมการเรียนการสอนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรม C.a.R. มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดและสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูงต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ความสำคัญของการวิจัย

เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (โปรแกรม C.a.R.) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนสามารถทำการสำรวจ สังเกต ตั้งข้อความคาดการณ์และหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสภาราชนี จังหวัดตรัง อำเภอเมือง จังหวัดตรัง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสภาราชนี จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 306 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนความสามารถ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้เวลาทดลองสอนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยใช้เวลาเรียนทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

- | | |
|--|-------|
| 1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน | 4 คาบ |
| 2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน | 5 คาบ |
| 3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชันผกผัน | 3 คาบ |
| 4. หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เทคนิคการเขียนกราฟ | 2 คาบ |

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. ตัวแปรตาม คือ
 - 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 2.2 ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยมีข้อตกลงเบื้องต้นบางประการดังนี้

1. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะต้องมีพื้นฐานเรื่องความสัมพันธ์อยู่ในระดับดี
2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะต้องมีความรู้พื้นฐานทางคอมพิวเตอร์ในการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (โปรแกรม C.a.R.)
3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะต้องมีเครื่องคอมพิวเตอร์ใช้ในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนคนละ 1 เครื่อง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. โปรแกรม C.a.R. หมายถึง โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่สามารถสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน ซึ่งสามารถหมุน ย่อขยายและเคลื่อนไหวได้ โดยยังรักษาสมบัติของรูปนั้น ๆ ไว้ รวมถึงการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ ทำให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต ตั้งข้อความคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง

2. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะประกอบด้วย ใบกิจกรรม และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นจากโปรแกรม C.a.R. ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนจากการสอนของครูควบคู่ไปกับการเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเอง โดยในแต่ละคาบนักเรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดของฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ และได้ใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจ สังเกต และตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับฟังก์ชัน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน หมายถึง แบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผลดังนี้

4.1 การประเมินผลระหว่างเรียน

4.1.1 จากการแสดงแนวคิดและคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมมีหน้าห้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม

4.1.2 จากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนมีหน้าห้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม

4.2 การประเมินผลหลังเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน มีหน้าห้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม

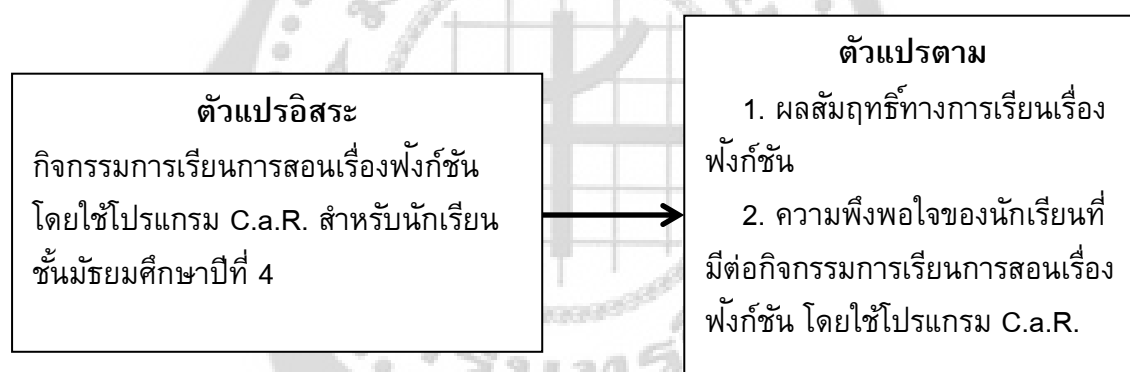
5. เกณฑ์ หมายถึง ค่าร้อยละ 60 ของคะแนนรวม ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่านักเรียนสอบผ่าน

6. ความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม

C.a.R. หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนถึงความรู้สึกชอบกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งวัดจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. โดยมีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักการและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

1.2 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

1.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

2.1 กรอบเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

3.1 โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

3.2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสอนคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

4.1 ความหมายของความพึงพอใจ

4.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวกับความพึงพอใจ

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

1. แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

1.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

การสอนให้บรรลุเป้าหมายมาตรฐานของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ควรยึดหลักการสอนทั่วไป ดังนี้ สอนให้นักเรียนคิดเอง และค้นพบด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะ ไม่ใช่บอกให้รู้ สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบแต่ควรจะใช้วิธีสอนหลายอย่าง ๆ มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรสอดแทรกความรู้ด้านสิ่งแวดล้อมและด้านจริยธรรม ฝึกความมีระเบียบวินัยไปในตัว (ยุพิน พิพิธกุล; จรรยา ภูอุดม; และ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม.

2554: 35)

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 7) กล่าวว่า หลักในการสอนคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ให้นักเรียนได้เข้าใจพื้นฐานของคณิตศาสตร์ รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุผลและรู้ถึงโครงสร้างคณิตศาสตร์
2. การเรียนรู้ ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุด
3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ
4. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะ การสังเกต ความคิดตามลำดับเหตุผล แสดงออกถึงความรู้สึกนึกคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ ง่าย สั้น กระชับรัดกุม สื่อความหมายได้ มีความละเอียดถี่ถ้วน มีความมั่นใจ แม่นยำและรวดเร็ว
5. เน้นการศึกษาและเข้าใจเหตุผล โดยใช้ยุทธวิธีการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เข้าใจค้นพบด้วยตนเอง เกิดความคิดสร้างสรรค์
6. ให้นักเรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ ต่อไป
7. การสอนคณิตศาสตร์ควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและค้นพบหลักเกณฑ์ข้อเท็จจริงด้วยตนเอง เคยชินต่อการแก้ปัญหา อันเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์

1.2 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นการจัดการเรียนที่ยึดผู้เรียนเป็นที่ตั้ง โดยคำนึงถึงความเหมาะสมกับผู้เรียนและประโยชน์สูงสุดที่ผู้เรียนควรได้รับ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างตื่นตัว การมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง ผู้เรียนควรมีการตื่นตัวในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวทางกาย (active participation: physical) คือการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่หลากหลาย

2. การมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวทางสติปัญญา (active participation-intellectual) คือ การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีการเคลื่อนไหวทางสติปัญญา ได้คิด ได้กระทำโดยใช้ความคิด

3. การมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวทางอารมณ์ (active participation: emotional) คือ การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีการเคลื่อนไหวทางอารมณ์หรือความรู้สึก อันจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีในเรื่องที่เรียนรู้

4. การมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวทางสังคม (active participation: social) คือ การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนที่ช่วยให้ผู้เรียนมีการเคลื่อนไหวทางสังคมหรือมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่นและสิ่งแวดล้อมรอบตัว (ทิตนา แชมมณี. 2556: 119-121)

1.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีหลายทฤษฎีด้วยกัน สำหรับงานวิจัยเรื่องนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ และทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ดังนี้

ทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำ

ทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำเป็นทฤษฎีในกลุ่มพฤติกรรมนิยม ซึ่งเป็นการอธิบายการเรียนรู้ของสกินเนอร์ (Burrhus Frederic Skinner) นักจิตวิทยาชาวอเมริกาที่อธิบายว่าพฤติกรรมหรือการกระทำทั้งหลายของมนุษย์และสัตว์มีอยู่ 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกพฤติกรรมที่บอกได้ชัดเจนว่าตอบสนองต่อสิ่งกระตุ้นใด และลักษณะที่สองเป็นพฤติกรรมที่ไม่สามารถบอกได้ชัดเจนว่าเป็นการกระทำตอบสนองต่อสิ่งกระตุ้นใด (วรรณิ ลิ้มอักษร. 2554: 80) สกินเนอร์อธิบายว่าพฤติกรรมของมนุษย์ถูกควบคุมโดยเงื่อนไขของการเสริมแรงและเงื่อนไขของการลงโทษ สกินเนอร์จึงให้ความสำคัญของการเสริมแรงในการเรียนรู้มาก

ทิตนา แชมมณี (2556: 57-58) กล่าวว่า หลักในการนำการเสริมแรงมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสามารถกระทำได้ดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การให้การเสริมแรงหลังการตอบสนองที่เหมาะสมของผู้เรียนจะช่วยเพิ่มอัตราการตอบสนองที่เหมาะสมนั้น
2. การเว้นระยะการเสริมแรงอย่างไม่เป็นระบบ หรือเปลี่ยนรูปแบบการเสริมแรง จะช่วยให้การตอบสนองของผู้เรียนคงทนถาวร
3. การลงโทษที่รุนแรงเกินไปมีผลเสียมาก ควรใช้วิธีการเสริมแรงเมื่อผู้เรียนมีพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์
4. หากต้องการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมหรือปลูกฝังนิสัยให้แก่ผู้เรียน การแยกแยะขั้นตอนของปฏิกิริยาตอบสนองออกเป็นลำดับขั้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน เมื่อผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์ก็ให้เสริมแรง

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ เป็นทฤษฎีในกลุ่มพุทธินิยม บรูเนอร์ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับการเรียนรู้ว่า เมื่อใดบุคคลมีความอยากรู้อยากเห็นก็จะมีแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสิ่งแวดล้อมและมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม จนเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ (Discovery Learning) การเรียนรู้แบบค้นพบเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับการสนับสนุนให้เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูคอยให้การสนับสนุนผู้เรียนให้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และนำไปสู่การค้นคว้าทดลองเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจและเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียน (วรรณี ลิ้มอักษร. 2554: 90)

สลาวิน (วรรณี ลิ้มอักษร. 2554: 91; อ้างอิงจาก Slavin. 1994. *Educational Psychology*. pp. 228-230) กล่าวว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความสนใจ และสนองความพึงพอใจในความอยากรู้อยากเห็นของตนเอง โดยครูอาจช่วยผู้เรียนในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และเสียดต่อความล้มเหลวในการเรียนรู้ที่น้อยที่สุด
2. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง
3. นำการสาธิตหรือรูปภาพมาเสนอแก่ผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจหรือเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องในบทเรียนที่ยาก ๆ
4. มีความยืดหยุ่นในการเรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่ยังไม่สามารถค้นพบวิธีการหรือคำตอบที่ถูกต้องได้สำรวจตรวจสอบหรือทบทวนอีกครั้ง ซึ่งอาจจะพบคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้
5. ทบทวนความคิดรวบยอดที่สำคัญ ๆ ให้กับผู้เรียน

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองมีแนวคิดเน้นและให้ความสำคัญของความแตกต่างระหว่างบุคคล และการให้ความช่วยเหลือผู้เรียนเพื่อให้ก้าวหน้าจากระดับที่เป็นอยู่ไปถึงระดับพัฒนาการที่ผู้เรียนมีศักยภาพพัฒนาไปถึงได้

ทิตนา แคมมณี (2556: 94-95) กล่าวว่า การนำทฤษฎีการสร้างความรู้ไปใช้ในการเรียนการสอน สามารถทำได้ดังนี้

1. ตามทฤษฎีการสร้างความรู้ ผลของการเรียนรู้มุ่งเน้นไปที่กระบวนการสร้างความรู้ และการตระหนักรู้ในกระบวนการนั้น เป้าหมายการเรียนรู้จะต้องมาจากการปฏิบัติงานจริง ครูต้องเป็นตัวอย่างและฝึกฝนกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเห็น ผู้เรียนต้องฝึกฝนการสร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. เป้าหมายของการสอนจะเปลี่ยนจากการถ่ายทอดให้ผู้เรียนได้รับสาระความรู้ที่แน่นอนตายตัว ไปสู่การสาธิตกระบวนการแปลและสร้างความหมายที่หลากหลาย

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้เรียนจะเป็นผู้มีบทบาทในการเรียนรู้ อย่างเต็มที่ ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้จัดกระทำกับข้อมูลหรือประสบการณ์ต่าง ๆ และจะต้องสร้างความหมายของสิ่งนั้นด้วยตนเอง

4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะต้องพยายามสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ในบรรยากาศที่เอื้อต่อการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การร่วมมือและแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดและประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน และบุคคลอื่น ๆ จะช่วยให้การเรียนรู้ของผู้เรียนกว้างขวาง ชับซ้อนขึ้น และหลากหลายขึ้น

5. ในการเรียนการสอนผู้เรียนมีบทบาทในการเรียนรู้อย่างเต็มที่ ผู้เรียนจะเป็นผู้เลือกสิ่งที่ต้องการเรียนเอง ตั้งกฎระเบียบเอง แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเอง ตกลงกันเองเมื่อเกิดความขัดแย้ง

6. ครูจะมีบทบาทเปลี่ยนไปจากเดิม บทบาทของครูคือจะต้องช่วยสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดแก่ผู้เรียน จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้ที่ตรงกับความสนใจของผู้เรียน ดำเนินกิจกรรมให้เป็นที่สนใจในทางที่ส่งเสริมพัฒนาการของผู้เรียน

สำหรับทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำ และทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ บรูเนอร์เป็นทฤษฎีการเรียนรู้ในช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 20 ที่ได้รับการยอมรับกันโดยทั่วไป ส่วนทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเองเป็นแนวคิดใหม่ ซึ่งกำลังมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูควรนำทฤษฎีการเรียนรู้ต่าง ๆ มาปรับใช้ให้เหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดแก่ผู้เรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

2.1 กรอบเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.1.1 เนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่บรรจุในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จะเน้นเรื่องของฟังก์ชันและฟังก์ชันกำลังสอง โดยเริ่มจากความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และฟังก์ชันขั้นบันได เน้นกราฟของฟังก์ชันกำลังสองและการแก้สมการ อสมการ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

ตัวชี้วัด

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ
2. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

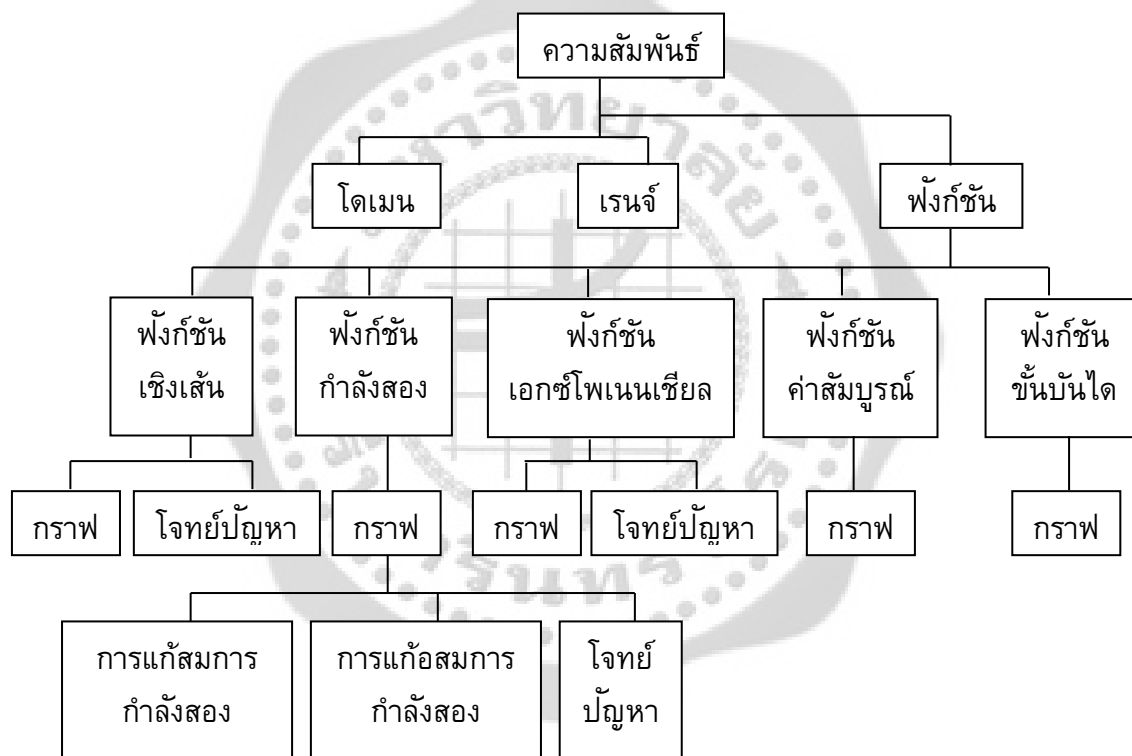
1. ถ้าจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันแล้วเขียนแสดงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันในวงเล็บ สิ่งที่ได้เหล่านี้เรียกว่า คู่อันดับ ในวิชาคณิตศาสตร์จะเขียนคู่อันดับในรูปแบบ (a, b) โดยที่ a เป็นสมาชิกตัวหน้า และ b เป็นสมาชิกตัวหลัง
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian product) ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$ คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดซึ่ง a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B
3. ความสัมพันธ์ คือ เซตของคู่อันดับและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต
4. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เรียกว่า โดเมน ของ r เขียนแทนด้วย D_r
5. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เรียกว่า เรนจ์ ของ r เขียนแทนด้วย R_r
6. ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น
7. ฟังก์ชันเชิงเส้น n ตัวแปร มีรูปทั่วไป คือ $y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$ แต่ในระดับชั้นนี้จะพิจารณาฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
8. ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับค่าของ a, b และ c กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น เมื่อ $a > 0$ หรือกราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง เมื่อ $a < 0$ กราฟของฟังก์ชันกำลังสองนี้มีชื่อเรียกว่า พาราโบลา และจุดวกกลับ คือ จุดยอดของพาราโบลา
9. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จะกล่าวถึงฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
 - 9.1 กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้เพราะ $a^0 = 1$
 - 9.2 ถ้า $a > 0$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

9.3 $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ ($a > 0$ และ $a \neq 1$)

10. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ จะอยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย $|a|$ คือ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

11. ฟังก์ชันขั้นบันได คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง กราฟของฟังก์ชันจะมีลักษณะคล้ายขั้นบันได ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันดังกล่าวอาจจัดลำดับเนื้อหา ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2553ก: 155-157)



ภาพประกอบ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553ก). *คู่มือครูรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6* กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. หน้า 157.

2.1.2 เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันที่บรรจุในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จะเน้นให้นักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาเพิ่มเติมเกี่ยวกับฟังก์ชัน ให้นักเรียนพิจารณาว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ สำหรับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจะสามารถหาสับเซตของความสัมพันธ์โดยที่สับเซตนั้นเป็นฟังก์ชันได้หรือไม่ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่ม การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันประกอบ ฟังก์ชันผกผัน และเทคนิคการเขียนกราฟ

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

1. ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B

2. โดเมนของความสัมพันธ์ r จากเซต A ไปเซต B เขียนแทนด้วย D_r คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r

เรนจ์ของความสัมพันธ์ r จากเซต A ไปเซต B เขียนแทนด้วย R_r คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r

3. ตัวผกผันของความสัมพันธ์ r คือ ความสัมพันธ์ซึ่งเกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของ r

4. ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ ในกรณีที่ความสัมพันธ์ f เป็นฟังก์ชัน จะเขียน $y = f(x)$ แทน $(x, y) \in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็น ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า เอฟที่เอกซ์ หรือ เอฟเอกซ์

5. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B

6. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B (function from A onto B) ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมี B เป็นเรนจ์

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B (one-to-one function) ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B สำหรับ x_1, x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B (one-to-one function from A onto B หรือ one-to-one correspondence) หมายถึง f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและเป็นฟังก์ชันทั่วถึง

เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ f ซึ่ง $f \subset A \times B$ มาให้

6.1 การพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันหรือไม่จะพิจารณาแต่เพียงว่า คู่อันดับ (x, y) ใน f ต้องไม่มีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกันก็เพียงพอ ส่วน D_f จะเท่าหรือไม่เท่ากับ A ก็ได้ และ R_f จะเท่าหรือไม่เท่ากับ B ก็ได้

6.2 f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ ก็ต่อเมื่อ

1) f เป็นฟังก์ชัน

2) $D_f = A$

6.3 f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่ ก็ต่อเมื่อ

1) f เป็นฟังก์ชัน

2) $D_f = A$

3) $R_f = B$

7. ให้ $A \subset D_f \subset R$

f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

8. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของ R

ผลบวก (sum) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันโดย $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

ผลต่าง (difference) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันโดย $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

ผลคูณ (product) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันโดย $(fg)(x) = f(x)g(x)$

ผลหาร (quotient) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันโดย $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

เมื่อ $g(x) \neq 0$

โดเมนของ $f + g$, $f - g$ และ fg คือ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ

$\{x \mid x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$

9. ฟังก์ชันผกผัน (inverse function) คือ ตัวผกผันของฟังก์ชันซึ่งเป็นฟังก์ชัน

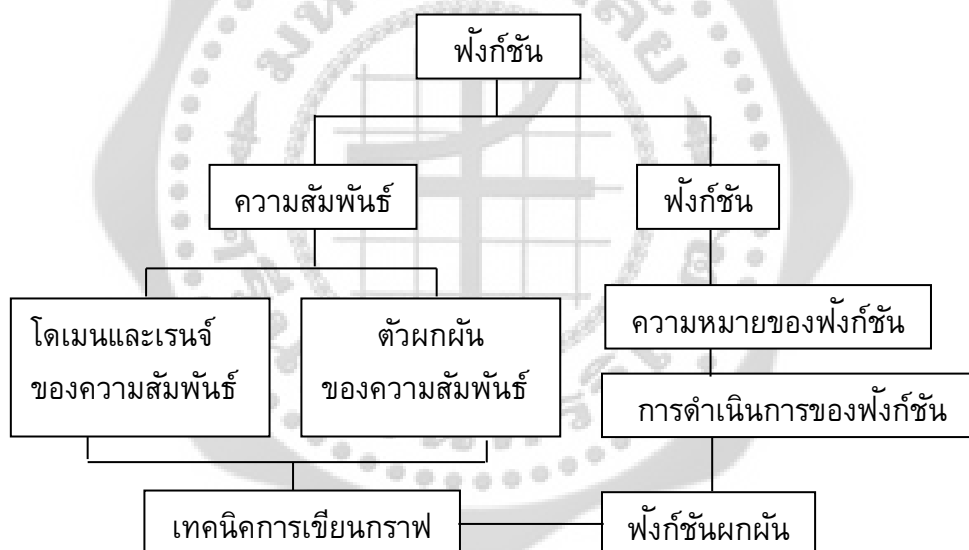
10. ให้ f เป็นฟังก์ชัน f มีฟังก์ชันผกผันก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

11. ฟังก์ชันเอกลักษณ์ ($I(x)$; Identity Function) สำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ จะได้ว่า $f \circ I = f$, $I \circ f = f$ และ $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I$

12. การเขียนกราฟของฟังก์ชันบางฟังก์ชันอาจสามารถเขียนได้โดยอาศัยกราฟของฟังก์ชันที่เคยพบมาแล้ว เช่น กราฟของฟังก์ชันเอกลักษณ์ ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันกำลังสาม ฟังก์ชันรากที่สอง ฟังก์ชันส่วนกลับ หรือฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ซึ่งเทคนิคที่สำคัญสำหรับนักเรียนในระดับนี้คือ

การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง กราฟของ $y = f(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ คือกราฟที่เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ขึ้นหรือลง $|c|$ หน่วย ขึ้นอยู่กับว่า c เป็นจำนวนจริงบวกหรือจำนวนจริงลบ

การเลื่อนกราฟในแนวนอน กราฟของ $y = f(x - c)$, $c \in \mathbb{R}$ คือกราฟที่เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางขวาหรือซ้าย $|c|$ หน่วย ขึ้นอยู่กับว่า c เป็นจำนวนจริงบวกหรือจำนวนจริงลบ ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันดังกล่าวอาจจัดลำดับเนื้อหาดังนี้ (สสวท. 2553ข: 81-84)



ภาพประกอบ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553ข). *คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. หน้า 85.

สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในส่วนของฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดตัวชี้วัดของมาตรฐานการเรียนรู้ สาระที่ 4 พีชคณิต ที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 44-48)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ สมการ

2. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

3. ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

ซึ่งแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ คือ ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ความคิดรวบยอดย่อยดังนี้ (ไพโรจน์ นวมนุ้ม. 2554: 14-15)

1. ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (function notation) ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน โดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2. ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สมการ) ประกอบด้วย การแสดงตัวแทนของฟังก์ชัน การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน

3. การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงประกอบด้วยการใช้งานตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ครูผู้สอนจะต้องรู้จักวิธีการสอน เพื่อจะได้นำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพ เพื่อให้ผู้เรียนมีความสุขกับการเรียนและเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนให้มากที่สุด (บุญเกื้อ แสงฤดี. 2545: 16) ซึ่งแนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ และสามารถทำได้ดังนี้ (ไพโรจน์ นวมนุ้ม. 2554: 20)

1. การใช้บริบทชีวิตจริงที่หลากหลายที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและนักเรียนมีความสนใจเป็นเครื่องมือในการพัฒนาแนวคิดของฟังก์ชัน

2. การส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย และนำเสนอตัวแทนของฟังก์ชันพร้อม ๆ กัน
3. การใช้การเขียนโครงสร้างความรู้ หรือการสร้างผังความคิดรวบยอดเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดย่อย ๆ ของฟังก์ชันและมองเห็นภาพรวมของแนวคิดฟังก์ชัน
4. การส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบาย แปลความหมาย พิจารณาไตร่ตรอง (reflect) รวมทั้งการประยุกต์ใช้แนวคิดฟังก์ชันในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. การใช้เทคโนโลยี หรือเกม เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

จากเหตุผลข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้เทคโนโลยีเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควบคู่กับการใช้ใบกิจกรรม ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพและสามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนได้

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

งานวิจัยในประเทศ

บุญเกื้อ แสงฤดี (2545: 77-79) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสระบุรีวิทยาคม จังหวัดสระบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสระบุรีวิทยาคม จังหวัดสระบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 50 คน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะคัดเลือกกลวิธีให้สอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละคาบมีวิธีการดังนี้ การใช้คำถามประกอบการอธิบาย การใช้แบบฝึกหัด เอกสารแนะแนวทาง และบทเรียนโปรแกรมประกอบการสอน การสาธิตโดยใช้สื่อรูปธรรม เป็นต้น ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชันที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนหลังเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประภาภรณ์ สิ้นเจริญ (2552: 48-52) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาล 5 พหลโยธินนรามินทรภักดี จังหวัดราชบุรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาล 5 พหลโยธินนรามินทรภักดี จังหวัดราชบุรี ปีการศึกษา 2552 จำนวน 2 ห้องเรียน แยกเป็นห้องทดลองและห้องควบคุม นักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวน 35 คน เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP นักเรียนกลุ่มควบคุมมีจำนวน 35 คน เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มีความคิดเห็นทางบวกต่อกิจกรรมการเรียนการสอน

อรุณา อัญโย (2553: 119-126) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน จำนวน 88 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 45 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความคิดรวบยอดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความคิดรวบยอดสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ไพโรจน์ น่วมนุ้ม (2554: 91-94) ศึกษาการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนวมราชฯ "ประชานิมิต" จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 21 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันผ่านเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .10 และหลังจากทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนมีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันแต่ละด้านไม่แตกต่างกัน สำหรับพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน ด้านการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริงดีขึ้น

ชญาภา ใจโปร่ง (2554: 83-87) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 30 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 194-199) ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีชีวิตชีวาโดยครูเป็นผู้จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งในแต่ละกิจกรรมมีการใช้ตัวแทนลักษณะต่าง ๆ ทั้งแผนภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาร่วมกับการใช้คำถามเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนสตรีภูเก็ต จำนวน 48 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยในต่างประเทศ

เวอร์มีเลีย (Vermilya. 1989: Abstract) ศึกษาผลของการใช้คอมพิวเตอร์กราฟิกที่มีต่อความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัส โดยทดลองกับนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนด้วยวิธีการตามปกติ และกลุ่มที่ 2 เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์กราฟิกประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน หลังจากการสอนทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันและแบบทดสอบประเมินผลความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน และสัมภาษณ์กระบวนการคิดของนักเรียนเป็นรายบุคคลผลการวิจัยพบว่า คะแนนจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันและแบบทดสอบประเมินผลความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และผลจากการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนมีความสามารถในการเปลี่ยนฟังก์ชัน การปรับเปลี่ยนกระบวนการให้เหตุผลและการดำเนินการของฟังก์ชัน

โอ คาล์ลาแกน (O' Callaghan. 1998: 21-40) ศึกษาผลของความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน (Computer-Intensive Algebra: CIA) จำนวน 1 ห้องเรียน กับนักเรียนที่เรียนตามปกติ (Traditional algebra: TA) จำนวน 2 ห้องเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดทัศนคติและแบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันซึ่งทำการทดสอบก่อนและหลังเรียน และมีการสัมภาษณ์นักเรียนจาก 2 กลุ่ม กลุ่มละ 6 คน ผลการศึกษาพบว่า ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ และมีความสามารถในการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ต่างกันและสามารถตีความได้ดีกว่า

สเวนโพลและเกอเบรอกัล (Swanepoel; & Gebrekal. 2010: 402-416) ทำการศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์ในการสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองโดยใช้โปรแกรม MS Excel และ โปรแกรม RJS Graph กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนเกรด 11 ที่เรียนในภาคเช้าจำนวน 15 คนและภาคบ่ายจำนวน 15 คน ผลการศึกษาพบว่า การเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ส่งผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหา การสำรวจความคิดทางคณิตศาสตร์ แรงจูงใจ ทัศนคติและปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน การเรียนด้วยคอมพิวเตอร์ลดความน่าเบื่อของการใช้ตารางและการเขียนกราฟ อีกทั้งยังสามารถให้ผู้เรียนวิเคราะห์ฟังก์ชันและกราฟได้ดีขึ้น รวมถึงสามารถนำเสนอฟังก์ชันในรูปแบบที่แตกต่างและแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้ด้วยโปรแกรมนี้ นอกจากนี้นักเรียนยังมีแรงจูงใจมากขึ้นในการสำรวจธรรมชาติและสมบัติของฟังก์ชันและกราฟด้วยตนเองหรือในกลุ่มของตนเอง นำไปสู่การตั้งข้อความคาดการณ์และการพิสูจน์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน พบว่า มีนักการศึกษาได้ให้ความสนใจทำการวิจัยเกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันในหลายรูปแบบ เช่น การศึกษา

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การพัฒนาหลักสูตร การใช้ฟังก์ชันในกระบวนการแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยีในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นต้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งซึ่งช่วยให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ทำให้เนื้อหาที่มีความน่าสนใจ นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรมเรขาคณิตมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

3.1 โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นโปรแกรมด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน แต่มีลักษณะปฏิสัมพันธ์โดยผู้ใช้งานสามารถเปลี่ยนแปลงรูปเรขาคณิตให้เคลื่อนไหวได้ตามต้องการ โดยยังคงรักษาสมบัติและความสัมพันธ์ที่กำหนดของรูปนั้นไว้เสมอ ซึ่งผู้ใช้งานสามารถสร้างรูปและเคลื่อนย้ายรูปได้ การเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย (เกตตุกนก หนูดี. 2553: 19)

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีอยู่ในปัจจุบันมีสมบัติพื้นฐานของการสร้างและการเคลื่อนย้ายจุด เส้นตรง วงกลม มุม พร้อมทั้งเครื่องมืออำนวยความสะดวกเบื้องต้น ซึ่งสามารถจำแนกตามลักษณะการเผยแพร่ได้ 2 ลักษณะ (Interactive Geometry Software. 2013: Online) ดังนี้

1. โปรแกรมแบบ Commercial คือโปรแกรมที่ใช้ในเชิงธุรกิจ เช่น

1.1 Cabri (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)

1.2 Cinderella (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)

1.3 The Geometer's Sketchpad (GSP)

(<http://www.keypress.com/sketchpad/>)

1.4 GEUP (<http://www.geup.net/en/index.htm>)

1.5 Cabri 3D (<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>)

1.6 Geometry Expressions (<http://www.geometryexpressions.com>)

1.7 MathKit (<http://mathkit.sourceforge.net>)

1.8 Yenka 3D Shapes (http://crocodileclips.com/en/Yenka_3D_Shapes)

1.9 EucliDraw (<http://euclidrew.com>)

1.10 Tabula (<https://www.macupdate.com/app/mac/32745/tabula>)

1.11 Euklid DynaGeo (<http://www.dynageo.com/>)

1.12 GEUP 3D (<http://www.geup.net/en/geup3d/>)

2. โปรแกรมแบบ Genelral Public License (GPL) คือโปรแกรมที่ใช้และ

เผยแพร่โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ เช่น

- 2.1 C.a.R. (http://car.rene-grothmann.de/doc_en/Download.html)
- 2.2 CaRMetal (http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_en.html)
- 2.3 Eukleides (<http://www.eukleides.org/>)
- 2.4 GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)
- 2.5 GeoProof (<http://home.gna.org/geoproof/>)
- 2.6 GeoView (<http://www-sop.inria.fr/lemme/geoview/geoview.html>)
- 2.7 KSEG (<http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>)
- 2.8 XCas (<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac.html>)
- 2.9 GeoNext (<http://geonext.uni-bayreuth.de>)
- 2.10 OpenEuclide (<http://coulon.publi.free.fr/openeuclide>)
- 2.11 WinGeom (<http://math.exeter.edu/rparris/winggeom.html>)
- 2.12 DrGeo (<http://www.drgeo.eu/>)
- 2.13 GCLC (<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~janicic/gclc/>)
- 2.14 Geometria (<http://www.geocentral.net/geometria/>)
- 2.15 Geometry Explorer (<http://geometry-explorer.software.informer.com/>)
- 2.16 iGeom (<http://www.matematica.br/igeom/instala.html>)
- 2.17 JSXGraph (<http://jsxgraph.uni-bayreuth.de/wp/download/>)
- 2.18 GeomSpace (<http://sourceforge.net/projects/geospace/files/>)
- 2.19 Archimedes Geo3D (<http://www.raumgeometrie.de/drupal/en>)
- 2.20 Geometry Expert (<http://www.cs.wichita.edu/~ye/download.html>)
- 2.21 Gambol (<http://gambol.sourceforge.net/index.html>)

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยสนใจเลือกใช้โปรแกรม C.a.R. (Compass and Ruler) เป็นเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้เนื่องจากโปรแกรมมีสมบัติเบื้องต้นของโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเพียงพอ สามารถเพิ่มเติมเครื่องมือโดยผู้ใช้ได้ด้วยการสร้างคำสั่งมาโคร (Macro) และเป็นโปรแกรมซึ่งได้รับอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดย ศาสตราจารย์ ดร. เรอเน่ กรอธมันน์ (Prof. Dr. Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาขึ้นไปจนถึงระดับสูงรวมทั้งผู้ใหญ่ เพื่อนำมาใช้เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้โดยการคลิกและลากเมาส์หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง (Grothmann. 2012: Online) สำหรับโปรแกรม C.a.R. มีลักษณะเด่นดังนี้

1. สามารถแปลงแฟ้มงานจากแฟ้มงานของโปรแกรม C.a.R. ให้เป็นแฟ้มงานแบบ HTML โดยที่ยังคงคุณสมบัติต่าง ๆ ของโปรแกรมเสมือนอยู่ในแฟ้มงานของโปรแกรม C.a.R. และสามารถเลือกเครื่องมือในโปรแกรม C.a.R. เฉพาะที่จำเป็นมาใช้งานในแฟ้มงานแบบ HTML ได้

2. สามารถสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตได้ หมายความว่า ครูผู้สอนสามารถที่จะกำหนดคำตอบหรือวิธีการของกิจกรรมที่เกี่ยวกับการสร้างนั้น ๆ ได้ ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนั้นนักเรียนสามารถตอบสนองกับโปรแกรม C.a.R. ได้ทันทีที่นักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะมีการตอบสนองว่า Well Done

3. สามารถสร้างภาพหรือข้อความที่เคลื่อนไหวได้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นการเปลี่ยนแปลง นำไปสู่การสำรวจ สังเกต และตั้งข้อความคาดการณ์ เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ดีขึ้น (อนุวัฒน์ เดชโรสง. 2553: 34)

4. เป็นโปรแกรมที่ได้รับอนุญาตให้ทำการเผยแพร่โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์

การใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันจะช่วยให้นักเรียนสามารถสำรวจ สังเกต ตั้งข้อความคาดการณ์และหาเหตุผลได้ด้วยตนเอง และยังช่วยให้เข้าใจแนวคิดสำคัญของความหมายของฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันผกผันและเทคนิคการเขียนกราฟ ได้รับประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งช่วยพัฒนาการนิภาพ การจินตนาการและสร้างความคิดรวบยอด โดยลักษณะการใช้งานโปรแกรม C.a.R. จะเป็นการสาธิตและให้นักเรียนได้ปฏิบัติโปรแกรมนี้ด้วยตัวเอง

3.2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยความหมายของฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันผกผันและเทคนิคการเขียนกราฟ จะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต ตั้งข้อความคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่าง ๆ ภายใต้คำแนะนำของครู ซึ่งแนวทางดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 145) ที่กล่าวว่า “การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน ตั้งข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปด้วยตนเอง และให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน ตั้งข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปด้วยตนเอง” ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบเน้นประสบการณ์ (Experiential Learning) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมายและได้รับประสบการณ์ที่จำเป็นต่อการเรียนในเรื่องที่เรียนก่อน แล้วย้อนไปสังเกตทบทวนสิ่งที่เกิดขึ้นและนำสิ่งที่เกิดขึ้นมาไตร่ตรอง มีภาคส่วนความคิดและอภิปรายร่วมกันจนเกิดเป็นความคิดรวบยอดในเรื่องที่เรียน แล้วนำความคิดหรือสมมติฐานที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ต่อไป ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมแล้วนำไปสู่การเรียนรู้เชิงนามธรรมต่อไป (ทศนา เขมมณี. 2556: 131-132)

นอกจากนี้การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ซ้ำ ๆ ทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับประสบการณ์ที่ได้รับและยังช่วยให้เกิดความคิดรวบยอด และเข้าใจนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้นการนำโปรแกรม C.a.R. มาใช้ในการเรียนจะช่วยให้นักเรียนสามารถสำรวจ สังเกต ตั้งข้อความคาดการณ์ และหาเหตุผลได้ด้วยตนเอง อีกทั้งยังส่งเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

3.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: 81-91) พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือในกิจกรรมการเรียนการสอน สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนการสอนมีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์และสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ที่ตั้งไว้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตได้แก่นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 ผลการศึกษาพบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 และบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้และมีลักษณะตามที่กำหนด

สุจิรา มุสิกเงจริญ (2542: 49-52) เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตและไม่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้าย แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542: 59-64) ศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ 2) นักเรียนที่มีผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปาน

กลาง และต่ำมีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้มีร้อยละ 100, 63.64 และ 25 ตามลำดับ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผลการเรียน หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.30, 30.00 และ 26.39 ตามลำดับ

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547: 93-102) ทำการศึกษาผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม GSP โรงเรียนสุนทรวิจิตรวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา ปีการศึกษา 2547 จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรมผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 50 2) นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำ มีความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีความคิดรวบยอดสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 4) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและปานกลางมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีเจตคติก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์ (2549: 47-51) ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนศึกษานารี เขตธนบุรี กรุงเทพมหานคร 1 ห้องเรียน จำนวน 57 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากประชากรทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 680 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

นัยนา บุญสมร (2550: 95-100) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP กับกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการสอนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนร่อนคำ อำเภอร่องคำ จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 84 คนโดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบ

เกาะกลุ่ม ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีคะแนนจากแบบทดสอบด้วยรูปแบบหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ และจากแบบทดสอบด้วยรูปแบบหมุนภาพ ไม่แตกต่างกันแต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มีคะแนนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จากแบบทดสอบด้วยรูปแบบซ้อนภาพสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติ 3) นักเรียนที่เรียนด้วยการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551: 52-57) ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดดอนมะเกลือ อำเภอภูทอง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 31 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับมาก

ปุกนยพล จันท์ผ้อย (2551: 74-80) ทำการศึกษาโดยสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

สุพิน ฟองจางวาง (2551: 78-80) ศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบความสามารถเชิงปริภูมิและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP กับการสอนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก โดยวิธีการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 2 ห้อง ผลการศึกษาพบว่า 1) ความสามารถเชิงปริภูมิ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เกตุกนก หนูดี (2553: 73-78) ทำการศึกษาโดยสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler โดยการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อเนื้อหา กำหนดการเชิงเส้น และกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ โปรแกรม Euler กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านนาสาร อำเภอนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่มจำนวน 41 คน ทำการทดลองทั้งหมด 14 คาบในห้องคอมพิวเตอร์และประเมินผลการเรียนรู้เรื่องกำหนดการ เชิงเส้นของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากคะแนนไปกิจกรรม และคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นนักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวน นักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อเนื้อหา กำหนดการเชิงเส้นและ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ในระดับมาก

ทรงศนีย์ รัตนวิจิตร (2553: 53-59) ทำการศึกษาโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิต ในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการ ประยุกต์ 2) ศึกษาความพึงพอใจของนิสิตที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องอนุพันธ์และการ ประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตระดับปริญญาตรี ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชา คณ111 (คณิตศาสตร์ 1) ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร จำนวน 16 คน ผลการศึกษาพบว่า นิสิตกลุ่ม ตัวอย่างสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนิสิตทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนิสิตกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler อยู่ในระดับมาก

อนุวัฒน์ เดชโรสง (2553: 60-66) ทำการศึกษาโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง เวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการ เรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจาก เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 30 คน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดย ใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับ นัยสำคัญ .05 และมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับ มาก

วราวุธ บุตรรัตน์ (2556: 52-58) ทำการศึกษาโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ

1) สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 40 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

งานวิจัยในต่างประเทศ

เฟรอร์คิง (Frerking. 1995: 3772-A) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวนฮิลีผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อความคาดการณ์ในการเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเพื่อช่วยในการตั้งข้อความคาดการณ์สมบัติของรูปทรงเรขาคณิต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการตั้งข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์นั้นสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับระดับชั้นของแวนฮิลี

โยเซฟ (Yousif. 1997: 1631-A) ศึกษาผลการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายโรงเรียนเซาท์เวสเทิร์น สหรัฐอเมริกา กลุ่มทดลองเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้กระดาษและดินสอ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บาฮาร์วานด์ (Bahavand. 2002: 552-A) เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตกับการสอนของครูตามปกติโดยครูเป็นผู้บรรยาย กลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ได้รับการสอนของครูตามปกติ และกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน ให้เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์/เรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

แฮน (Han, 2007: Online) ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบการสอนเรื่องรูปสี่เหลี่ยมระหว่างการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (GSP) กับการสอนปกติ และเพื่อศึกษาว่าโปรแกรม GSP สามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจเรื่องรูปสี่เหลี่ยมและความสามารถในการให้เหตุผลอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 97 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 57 คน ซึ่งได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคลจำนวน 12 คน พบว่าโปรแกรม GSP มีประสิทธิภาพในการช่วยพัฒนาความเข้าใจและทำให้ระดับความสามารถในการให้เหตุผลเพิ่มขึ้น

เกคือและเอซเดเนอร์ (Gecu; & Ozdener, 2010: 2824- 2828) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรมเรขาคณิตร่วมกับภาพถ่ายที่เป็นตัวอย่างในชีวิตประจำวัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อแสดงให้เห็นว่าการใช้โปรแกรม GSP ร่วมกับภาพถ่ายที่เป็นตัวอย่างในชีวิตประจำวันทำให้เกิดความสำเร็จและเกิดการเรียนรู้ โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนและความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ผลการศึกษาพบว่า มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มควบคุมที่ใช้โปรแกรม GSP และกลุ่มทดลองที่ใช้โปรแกรม GSP ร่วมกับภาพถ่ายที่เป็นตัวอย่างในชีวิตประจำวัน กลุ่มทดลองที่ใช้โปรแกรม GSP คู่กับภาพถ่ายที่เป็นตัวอย่างในชีวิตประจำวันจะประสบความสำเร็จในเรื่องความรู้ที่คงทนมากกว่าเมื่อเทียบกับกลุ่มทดลอง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต พบว่า การนำโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งที่ทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีความน่าสนใจ นักเรียนได้ทดลองลงมือปฏิบัติ สังเกต และสำรวจได้ด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพและมีความกระตือรือร้นในการเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงนำโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (โปรแกรม C.a.R.) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

4.1 ความหมายของความพึงพอใจ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ดังนี้

ลักขณา สิริวัฒน์ (2539: 132) ให้ความหมายของความพึงพอใจว่า หมายถึง พฤติกรรมที่สนองต่อความต้องการของมนุษย์และเป็นพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ประสาธ อิศรปริดา (2541: 132) ให้ความหมายของความพึงพอใจว่า หมายถึง พลังที่เกิดจากพลังจิตที่มีผลไปสู่เป้าหมายที่ต้องการและหาสิ่งที่ต้องการมาตอบสนอง

วอลเลอร์สแตน (Wallerstein. 1971: 256) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และอธิบายว่าความพึงพอใจเป็นการกระทำทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมเท่านั้น การที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจ

กู๊ด (Good. 1973: 320) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง คุณภาพหรือระดับความพอใจซึ่งเป็นผลมาจากความสนใจต่าง ๆ และทัศนคติของบุคคลต่อกิจกรรม

มอร์ส (Morse. 1995: 27) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ทุกสิ่งทุกอย่างที่สามารถลดความเครียดของบุคคลให้น้อยลง ถ้ามีความเครียดมากจะทำให้เกิดความไม่พึงพอใจในการทำกิจกรรม

สรุปได้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง พฤติกรรมหรือความรู้สึกที่เป็นผลมาจากการได้รับการตอบสนองในสิ่งที่ตั้งไว้

4.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวกับความพึงพอใจ

ทฤษฎีสำหรับสร้างความพึงพอใจ มีหลายทฤษฎี เช่น ทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ (Maslow's Hierarchy of Needs) ทฤษฎีการตื่นตัว (An Arousal Theory) เป็นต้น

ทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์

ทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ (Maslow's Hierarchy of Needs) ซึ่งมาสโลว์เห็นว่ามนุษย์ถูกกระตุ้นจากความปรารถนาที่จะได้ครอบครองความต้องการเฉพาะอย่าง โดยได้ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับความต้องการของบุคคลดังนี้

1. บุคคลย่อมมีความต้องการอยู่เสมอและไม่สิ้นสุด ขณะที่ความต้องการใดได้รับการตอบสนองแล้วความต้องการอย่างอื่นก็จะเกิดขึ้นอีกไม่มีวันจบสิ้น

2. ความต้องการที่ได้รับการตอบสนองแล้วจะไม่เป็นสิ่งจูงใจของพฤติกรรมอื่น ๆ ต่อไป ความต้องการที่ยังไม่ได้รับการตอบสนองจึงเป็นสิ่งจูงใจกับพฤติกรรมของคนนั้น

3. ความต้องการของบุคคลจะเรียงเป็นลำดับขั้นตอนความสำคัญเมื่อความต้องการระดับต่ำได้รับการตอบสนองแล้ว บุคคลนั้นก็ให้ความสนใจกับความต้องการระดับสูงต่อไป ลำดับความต้องการของบุคคลมี 5 ลำดับขั้นดังนี้

3.1 ความต้องการทางร่างกาย (Physiological Needs) เป็นความต้องการเบื้องต้นเพื่อความอยู่รอดของชีวิต เช่น ความต้องการในเรื่องของอาหาร น้ำ อากาศ เครื่องนุ่งห่ม ยารักษาโรค ที่อยู่อาศัย ความต้องการทางเพศ ความต้องการทางด้านร่างกายจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของคนก็ต่อเมื่อความต้องการทั้งหมดของคนยังไม่ได้รับการตอบสนอง

3.2 ความต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคง (Social or Blogging Needs) ถ้าหากความต้องการทางด้านร่างกายได้รับการตอบสนองตามสมควรแล้ว มนุษย์จะต้องการในขั้นสูงขึ้นต่อไป คือ เป็นความรู้สึกที่ต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคงในปัจจุบันและอนาคต

3.3 ความต้องการทางสังคม (Social or Belonging Needs) ภายหลังจากที่คนได้รับการตอบสนองในสองขั้นดังกล่าวก็จะมีความต้องการที่สูงขึ้นคือ ความต้องการทางสังคมเป็นความต้องการที่จะเข้าร่วมและได้รับการยอมรับในสังคม ความเป็นมิตรและความรักจากเพื่อน

3.4 ความต้องการที่ได้รับการยกย่องนับถือ (Esteem Needs) เป็นความต้องการระดับสูงของมนุษย์ที่อยากจะให้ตามความคิดของตน หรือต้องการจะเป็นมากกว่าที่ตัวเองเป็นอยู่ในขณะนี้

3.5 ความต้องการความสำเร็จในชีวิต (Self-Actualization) เป็นความต้องการระดับสูงสุดของมนุษย์ที่อยากจะให้ตามความคิดของตน หรือต้องการจะเป็นมากกว่าที่ตัวเองเป็นอยู่ในขณะนี้

สาระสำคัญของทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นมาสโลว์ สรุปได้ว่า ความต้องการทั้ง 5 ชั้นของมนุษย์มีความสำคัญไม่เท่ากัน แต่ละบุคคลจะปฏิบัติตนให้สอดคล้องกับความต้องการในแต่ละชั้นที่เกิดขึ้น การมุ่งใจตามทฤษฎีนี้จะต้องพยายามตอบสนองความต้องการของมนุษย์ที่มีความต้องการลำดับขั้นแตกต่างกันไป และความต้องการในแต่ละชั้นจะมีความสำคัญสำหรับบุคคลมากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับความพึงพอใจที่ได้รับจากการตอบสนองความต้องการในลำดับขั้นนั้น (พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 262-273)

ทฤษฎีการตื่นตัว (An Arousal Theory)

ทฤษฎีการตื่นตัว (An Arousal Theory) เป็นทฤษฎีที่ศึกษาเกี่ยวกับการทำงานของสมองว่าสมองของคนเรานั้นมีส่วนหนึ่งโดยเฉพาะที่เรียกว่า RAS (Reticular Activating System) ซึ่งเป็นตัวกลางที่สามารถทำให้เกิดการตื่นตัวขึ้นโดยสร้างสิ่งเร้าต่าง ๆ ทั้งภายในและภายนอก การนำหลักของทฤษฎีนี้ไปใช้ คือ การหาวิธีที่จะกระตุ้นที่จะจูงใจให้เด็กตื่นตัวอยู่เสมอ มีความสนใจพร้อมที่จะเรียนพร้อมที่จะรับรู้ (พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 286-287)

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 287-288; อ้างอิงจาก Fiske; & Maddi. 1961) ได้เสนอระดับของการตื่นตัวที่ดีที่สุด ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อครูในการสอนนักเรียน ดังนี้

1. การที่จะกระตุ้นให้เด็กเกิดความตื่นตัวในบทเรียนที่ครูจะสอนนั้น ขึ้นอยู่กับสิ่งเร้าที่มีความหมาย มีความแปลกใหม่ และมีความเข้มข้น ซึ่งในที่นี้หมายถึง บทเรียน อุปกรณ์การสอน และกิจกรรม

2. งานแต่ละชนิดมีระดับการตื่นตัวที่ดีที่สุด และแต่ละคนพยายามที่จะไปให้ถึงจุดนั้น เช่น ขณะดูหนังสือนักเรียนเกิดความเบื่อ ง่วง แสดงว่าสิ่งเร้าอยู่ในระดับค่อนข้างต่ำ นักเรียนจะทำอะไรบางอย่างเพื่อให้มีการตื่นตัว เป็นต้น

3. แต่ละคนมีการหลับ-ตื่น เป็นวงจร ซึ่งเป็นพฤติกรรมของคนทุกคน ครูจะต้องคำนึงถึงข้อนี้ให้มาก

4. ระดับของการตื่นตัวมีทั้งสิ่งที่เป็นความพอใจ และความไม่พึงพอใจ คือมีความรู้สึกทางอารมณ์เป็นส่วนประกอบ ถ้าตื่นตัวมากเกินไปจะมีผลออกมาในทางลบ ฉะนั้นบทเรียนที่ยากเกินไปไม่มีผลดีแก่เด็ก การกระตุ้นให้เด็กเกิดความพึงพอใจในการเรียนนั้นบทเรียนจะต้องไม่ยากเกินไปหรือยากจนเกินไป ฉะนั้นบทเรียนที่มีความยากง่ายพอเหมาะจะช่วยให้การตื่นตัวอยู่ในระดับกลาง ซึ่งจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้อัตโนมัติ

สำหรับแรงจูงใจที่ทำให้เกิดความพึงพอใจในการเรียนต้องอาศัยการจูงใจมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากรู้ อยากเห็น หรืออยากประสบความสำเร็จในการเรียน นักจิตวิทยาแบ่งการจูงใจออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ (สรวงศ์ โค้วตระกูล. 2548: 169-172)

1. การจูงใจภายใน (Intrinsic Motivation) ได้แก่ การจูงใจที่เกิดจากความรู้สึกภายในของนักเรียนเอง เช่น ความต้องการ ความสนใจ และทัศนคติที่ดีต่อวิชาที่เรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น อยากเรียน เต็มใจและตั้งใจเรียน

2. การจูงใจภายนอก (Extrinsic Motivation) ได้แก่ การจูงใจที่เกิดจากสภาพแวดล้อมภายนอกมาชักจูงหรือกระตุ้นให้เกิดการจูงใจภายในขึ้น เช่น วิธีสอน บุคลิกภาพของผู้สอน และเทคนิคที่ครูใช้ในการสอนจะเป็นสิ่งจูงใจให้นักเรียนเกิดความรู้อยากเรียนรู้อีก การกระทำที่เกิดจากแรงจูงใจภายนอกไม่ได้เป็นการกระทำเพื่อความสำเร็จในสิ่งนั้นอย่างแท้จริง แต่เป็นการกระทำเพื่อสิ่งจูงใจอย่างอื่น เช่น การเรียนที่หวังคะแนนนอกเหนือไปจากการได้รับความรู้

เห็นได้ว่าแรงจูงใจภายในและภายนอกมีความสำคัญและจำเป็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากรู้ อยากเห็น และอยากเรียนรู้อีก

พรณี ชูทัย เชนจิต (2545: 279-283) กล่าวว่า การเร้าให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียนเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ให้คำนึงถึงกิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. พยายามทำทุกวิถีทางที่จะสนองความต้องการขั้นต่ำ เช่น ความต้องการด้านร่างกาย ความต้องการความปลอดภัย ความต้องการเป็นเจ้าของและการยอมรับ

- 1.1 ทำให้เด็กเกิดความสบายทั้งทางด้านร่างกายและสภาพภายในห้อง
- 1.2 ทำให้เด็กเกิดความรู้อยากเรียนรู้อีกทั้งในด้านร่างกายและสภาพภายในห้อง
- 1.3 แสดงให้เด็กเห็นว่าได้รับความสนใจ และเป็นส่วนหนึ่งของห้อง
- 1.4 จัดประสบการณ์การเรียนให้กับเด็ก จนกระทั่งเด็กทุกคนเกิดความรู้อยากเรียนรู้อีก

ได้รับการยอมรับนับถือ

2. การกระตุ้นให้มีการเลือกที่จะนำไปสู่การพัฒนา โดยครูจะต้องคำนึงเกี่ยวกับเรื่องการเลือกของมาสโลว์ ว่าเด็กจะเลือกพัฒนาไปข้างหน้า ถ้ารู้สึกว่าการเรียนนั้นดึงดูดความสนใจ ไม่มีอันตราย ดังนั้นครูจะต้องจัดสถานการณ์ที่กระตุ้นให้เด็กใช้ความพยายาม ถ้าสถานการณ์ในห้องเรียนมีความกดดัน ตึงเครียดหรือความวิตกกังวลต่าง ๆ เด็กจะเลือกข้างปลอดภัยไว้ก่อนจะไม่

พยายามมีส่วนร่วมในการเรียน แต่ถ้าครูลดความตึงเครียดเหล่านั้นและทำให้การเรียนน่าตื่นเต้น สนุกสนาน มีคุณค่า เด็กก็จะมีความรู้สึกมั่นคงปลอดภัยอยากที่จะร่วมในกิจกรรมด้วย

3. จัดประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อช่วยให้เด็กประสบความสำเร็จ เพื่อจะกระตุ้นให้เด็ก รู้จักความคาดหวังที่ตรงตามความเป็นจริง เป็นคนที่ทำอะไรแล้วต้องการความสำเร็จตลอดจนมีความรู้สึกเกี่ยวกับตนเองในทางบวก

4. คำนี้ถึงผลเสียของการแข่งขัน เพราะเด็กจะคิดว่าการเรียนคือการที่พยายามทำให้ดีกว่าผู้อื่น จะไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อหลีกเลี่ยงสถานการณ์เช่นนี้ พยายามกระตุ้นให้เด็กแข่งขันกับตัวเอง พยายามจัดสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อช่วยให้เด็กแต่ละคนมีโอกาสประสบความสำเร็จบ้าง และใช้การแข่งขันเป็นกลุ่มเพียงเพื่อความสนุกเท่านั้น มิใช่เพื่อจะเอาชนะ

5. การให้ความช่วยเหลือกับเด็กบางคนที่ต้องการความช่วยเหลือพิเศษ

6. พยายามกระตุ้นให้เด็กเรียนรู้เพราะความรู้สึกอยากเรียนด้วยตัวของตัวเอง มิใช่จากสิ่งล่อใจอื่น

7. กระตุ้นให้เกิดความสนใจโดยใช้เครื่องล่อใจต่าง ๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนจะได้ทำการสำรวจ สังเกตและหาข้อสรุปเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น สนใจและตั้งใจเรียน มีความมั่นใจในการเรียนตามทฤษฎีการตื่นตัว

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

งานวิจัยในประเทศ

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544: 72-75) พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่อง “เซต” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วย 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนสนมวิทยาคาร โรงเรียนรามวิทยา รัชมิ่งคลาสิก โรงเรียนรัตนบุรี และโรงเรียนสังขะ รวมจำนวน 136 คน กลุ่มที่ 2 เป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 คน ผลการศึกษาพบว่า ความพึงพอใจของผู้เรียนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่อง “เซต” โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปรายมีความพึงพอใจในระดับมากและมากที่สุด

วนิสา นีรมาณ (2545: 93-100) พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนอัสสัมชัญ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษ อย่างละ 1 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวมจำนวน 100 คน ผลการศึกษาพบว่า ความพึงพอใจของนักเรียน

แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์และแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ อยู่ในระดับมาก

พัลลภ คงนุรัตน์ (2547: 51-54) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียมีความพึงพอใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปกเกษตร ชนะโยธา (2551: 107-117) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ที่สร้างขึ้นตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการพัฒนาและหาประสิทธิภาพบทเรียนเป็นนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4) จำนวน 48 คน โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยขอนแก่น (มอดินแดง) จังหวัดขอนแก่น ได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบเป็นนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4) จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) จังหวัดขอนแก่น แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน โดยให้กลุ่มทดลองเรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ที่สร้างขึ้นตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ที่สร้างตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ อยู่ในระดับมาก

พัชรวิวรรณ คุณชื่น (2552: 119-128) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องค่าของเงินและการใช้จ่าย และความพึงพอใจต่อการเรียนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีความบกพร่องทางสติปัญญา ระดับเล็กน้อย จากการสอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางสติปัญญา ระดับเล็กน้อยระหว่าง 50-70 และไม่มีความพิการซ้ำซ้อน กำลังเรียนอยู่ในระดับช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จากโรงเรียนบางบัว กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษาพบว่า ความพึงพอใจต่อการเรียนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีความบกพร่องทางสติปัญญา ระดับเล็กน้อย หลังการสอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียอยู่ในระดับมาก

ชลพร เมียนเพชร (2556: 162-166) พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดียโดยใช้ภาพการ์ตูนเรื่องอัตราร้อยละและร้อยละ เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนพัทลุงพิทยาคม จำนวน 30 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความพึงพอใจต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดียโดยใช้ภาพการ์ตูนอยู่ในระดับมาก

งานวิจัยต่างประเทศ

ไลดิก (Leidig. 1992: 1372) ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบของการเรียน (Cognitive style) ภาพผังแนวคิดที่มีอยู่ในใจ (Mental Maps) ในการใช้ไฮเปอร์เทกซ์เพื่อการเรียนการสอน โดยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความพึงพอใจของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบไฮเปอร์เทกซ์เพื่อการเรียนการสอน ผลการศึกษาพบว่า 1) รูปแบบการเรียนรู้อาจก่อให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติ 2) วิธีการนำเสนอทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และระดับความพึงพอใจของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 3) ความสามารถในการมองภาพและตีความหมายจากภาพ มีผลทำให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เกี่ยวกับความพึงพอใจในบทเรียนและปัญหาในการเข้าสู่เนื้อหาในไฮเปอร์เทกซ์ 4) มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบในการเรียนและวิธีการในการนำเสนอ ในส่วนที่เกี่ยวกับทัศนคติของผู้เรียน แต่ไม่มีปฏิสัมพันธ์ในส่วนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มิงค์และเฟรเซอร์ (Mink ;& Fraser. 2002: Online) ศึกษาผลของโปรแกรมการอ่านการเขียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลต่อสภาพแวดล้อมในชั้นเรียน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาในรัฐไมอะมี จำนวน 120 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามโปรแกรมการอ่านการเขียนวิชาคณิตศาสตร์มีเจตคติและการรับรู้ต่อสภาพแวดล้อมในชั้นเรียนแตกต่างจากก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีความพึงพอใจในโปรแกรมการอ่านการเขียนวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกกับการรับรู้ต่อสภาพแวดล้อม

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์มากกว่าการเรียนตามปกติ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำโปรแกรม C.a.R. มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสภาราษินี จังหวัดตรัง อำเภอเมือง จังหวัดตรัง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสภาราษินี จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 306 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนความสามารถ

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน
4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันจากหนังสือ
 - 2.1 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2553ค)
 - 2.2 คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2553ข)
 - 2.3 หนังสือคณิตศาสตร์ขั้นสูงชุด Advanced Series คณิตศาสตร์ ม.4-5-6 พื้นฐาน & เพิ่มเติม (กมล เอกไทยเจริญ. 2555)
 - 2.4 ศิลปะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (เซตซ์, พอล. 2555)
 - 2.5 Advanced Mathematical Concepts (Yunker. 1997)
 - 2.6 Higher Maths Trough Practice and Example (Westwood. 2003)
 - 2.7 Impact Mathematics Algebra and More for the Middle Grades (Arshavsky; et al. 2000)
 - 2.8 Mathematical Studies (Cirrito. 1998)
 - 2.9 Set, Relations and Functions A Programmed Unit in Modern Mathematics (McFadden. 1963)
3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน
4. กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอดและจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 4 หน่วยการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้
 - 4.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน 4 คาบ
 - 4.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน 5 คาบ
 - 4.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชันผกผัน 3 คาบ
 - 4.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เทคนิคการเขียนกราฟ 2 คาบ
5. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ประกอบด้วย
 - 5.1 ชื่อเรื่อง
 - 5.2 เวลาที่ใช้

5.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

5.4 สาระการเรียนรู้

5.5 สื่อการเรียนรู้และอุปกรณ์การเรียนรู้ ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และใบกิจกรรม

5.6 กิจกรรมการเรียนการสอน มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

5.6.1 ขั้นนำ ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการกระตุ้นความสนใจ ให้นักเรียนมีความพร้อมที่จะร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน ร่วมพูดคุย ใช้คำถาม หรือให้นักเรียนทำใบกิจกรรม ทบทวน หรือศึกษาไปความรู้

5.6.2 ขั้นสอน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. นักเรียนจะได้เรียนจากการสอนของครูควบคู่ไปกับการเรียนรู้ จากการปฏิบัติด้วยตนเองตามใบกิจกรรม จะได้เรียนรู้แนวคิดของฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ และได้ใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจ สังเกต และตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับฟังก์ชัน โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำแก่นักเรียน

5.6.3 ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมอภิปรายและสรุปผลสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องและเป็นในทิศทางเดียวกัน

5.7 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ มีดังนี้

5.7.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการแสดงแนวคิดและคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบ

5.7.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการแสดงแนวคิดและคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรม การตอบคำถาม และการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน

5.7.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ประเมินเกี่ยวกับการทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย มีความรับผิดชอบและความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม โดยใช้แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงจากแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 140-141) และพรรณทิภา ทองนวล (2554: 314-316)

6. กำหนดการประเมินผลของนักเรียน โดยแบ่งการประเมินผลของนักเรียนเป็นดังนี้

6.1 การประเมินผลระหว่างเรียน

6.1.1 ครูประเมินจากการแสดงแนวคิดและคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมมีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม

6.1.2 ครูประเมินจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนมีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม

6.2 การประเมินผลหลังเรียน ครูประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันมีน้ำหนักคะแนนร้อยละ 50 ของคะแนนรวม

7. นำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบแก้ไขปรับปรุง เพื่อพิจารณาความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา ชี้นำข้อบกพร่อง และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะมีโครงสร้างของกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ในรูปแบบของ HTML เพื่อให้เกิดความสะดวกในการเรียกใช้ในแต่ละกิจกรรม ซึ่งมีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

7.1 สารบัญหลัก ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้จำนวน 4 หน่วยการเรียนรู้

7.2 สารบัญย่อย

7.3 กิจกรรม



ภาพประกอบ 4 สารบัญหลัก

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

1.1 ความหมายของฟังก์ชัน - 1.2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน - 1.3 รูปแบบของฟังก์ชัน - 1.4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

- บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน

1.2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

- หาค่าของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
- หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

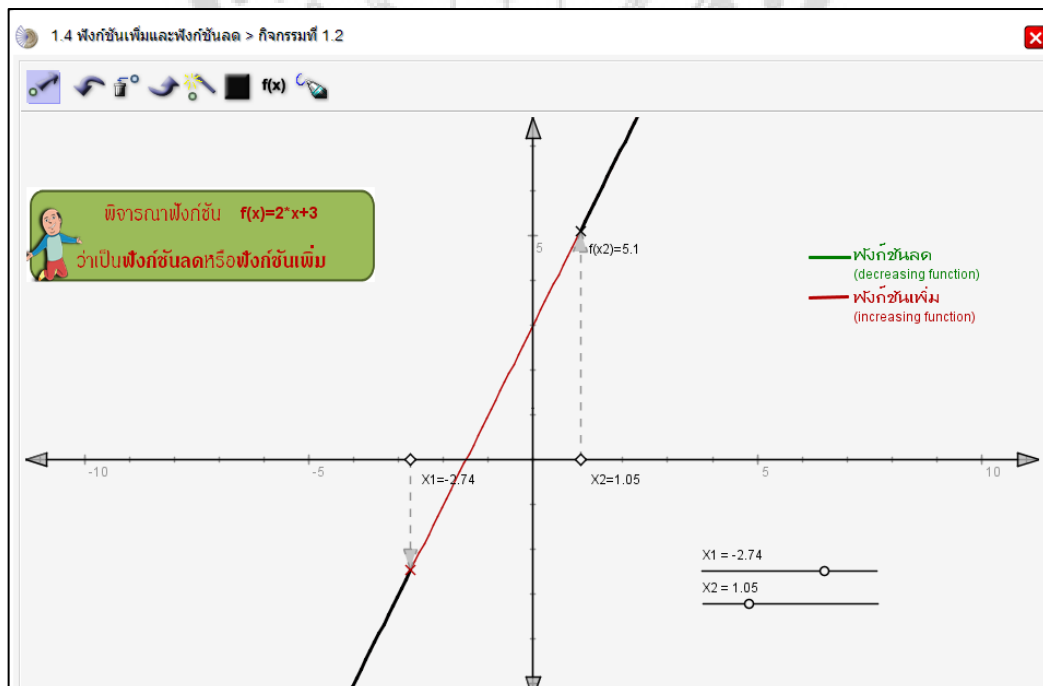
1.3 รูปแบบของฟังก์ชัน

- บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B, ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งได้

1.4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

- บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด
- ระบุได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดที่ช่วงใด

ภาพประกอบ 5 ตัวอย่างสารบัญย่อ



ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างกิจกรรม

8. นำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจาก คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิวิชาชีพ ไปทดลองใช้กับกลุ่มนักร้องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสภาราชนิ จังหวัดตรัง อำเภอเมือง จังหวัดตรัง จำนวน 10 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาดทดลองสอนนอกเวลาเรียนปกติซึ่งนักเรียนแต่ละคนใช้คอมพิวเตอร์ ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคนละ 1 เครื่อง

9. นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากชั้นที่ 4 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง และนำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิวิชาชีพตรวจสอบ แล้วนำกิจกรรมการเรียนการสอนไปใช้กับกลุ่มทดลอง ทั้งนี้ก่อนการทดลองผู้วิจัยจะฝึกให้นักเรียนใช้งานโปรแกรม C.a.R. นอกเวลาเรียนปกติ 1 คาบ

2. แบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบย่อย มีทั้งหมด 2 ฉบับ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ฉบับที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 14 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

- 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน
- 1.2 การดำเนินการของฟังก์ชัน

ฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เทคนิคการเขียนกราฟ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

- 2.1 ฟังก์ชันผกผัน
- 2.2 เทคนิคการเขียนกราฟ

โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อสร้างแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับ

3. สร้างแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 28 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ สร้างแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 14 ข้อ และข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

4. นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้หลักเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับที่ได้รับการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เป็นข้อสอบปรนัย 20 ข้อ ข้อสอบอัตนัย 3 ข้อ และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบปรนัย 10 ข้อ ข้อสอบอัตนัย 2 ข้อ

6. นำแบบทดสอบย่อยจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนอรร่อง ที่เป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 6 มาตรวจให้คะแนน สำหรับข้อสอบแบบปรนัยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ คือ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน ส่วนข้อสอบแบบอัตนัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 58) โดยผู้วิจัยปรับให้เหมาะสมดังตาราง 1

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบย่อยทั้งหมด 2 ฉบับ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม
3	- แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์ และคำตอบถูกต้อง
2	- แสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
1	- แสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่สมบูรณ์ และคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
0	- ไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์ความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .02 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 14 ข้อ และเป็นแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 ข้อ และเป็นแบบอัตนัยจำนวน 1 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจากข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เท่ากับ 0.81 และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เท่ากับ 0.75

10. นำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้ทดสอบหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้และทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เสร็จสิ้น ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน
2. วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน
3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดจำนวน 16 ข้อ
4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้หลักเกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้
 - คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 - คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 - คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่ได้รับการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้ข้อสอบอัตนัยจำนวน 12 ข้อ
6. นำแบบทดสอบจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนาร่อง ที่เป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
7. วิเคราะห์แบบทดสอบ นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 6 มาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 58) โดยผู้วิจัยปรับให้เหมาะสมกับแบบทดสอบในแต่ละข้อ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 207)

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์ความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .02 ถึง .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 8 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจากข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ผลการวิเคราะห์ปรากฏค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันเท่ากับ 0.97

10. นำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจจากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการ และหลักการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ กำหนดแนวทางในการออกแบบสอบถามวัดความพึงพอใจตามวิธีการของลิเคอร์ท

2. สร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 20 ข้อ โดยผู้วิจัยปรับปรุงจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน จากอนุวัฒน์ เดชไธสง (2553: 259-261) และ พรรศณีย์ รัตนวิจิตร (2553: 315-316) ลักษณะของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ซึ่งมี 5 ระดับ ข้อความเป็นข้อความทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน

มาก ให้คะแนน 4 คะแนน

ปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน

น้อย ให้คะแนน 2 คะแนน

น้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

3. นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาและให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อให้มีความชัดเจนและเหมาะสมขึ้นอีก แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

4. นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

5. นำผลที่ได้จากข้อ 4 มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เท่ากับ 0.95

6. นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองสอนจำนวน 14 คาบ คาบเรียนละ 50 นาที ทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ใช้เวลา 50 นาที ทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ใช้เวลา 30 นาที และทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้เวลา 60 นาที ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการทดลองมีดังนี้

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นผ่านระบบเครือข่าย

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องการดำเนินการของฟังก์ชันเสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1

3. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องเทคนิคการเขียนกราฟเสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

4. เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เวลาประมาณ 20 นาที

5. ผู้วิจัยนำคะแนนทั้งหมดที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. ทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียน

ทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

3. วิเคราะห์แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และประเมินระดับความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เกณฑ์การประเมินผลของประคอง กรรณสูต (2542: 73) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)
3. สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และตอนที่ 2 ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ตอนที่ 1 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต \bar{X}	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรม	20	16.50	82.50	0.78
2. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ	30	19.40	64.67	3.36
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน	50	31.20	62.40	4.51
รวม	100	67.10	67.10	7.13

จากตาราง 2 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเท่ากับ 16.50 คิดเป็นร้อยละ 82.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.78 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับเท่ากับ 19.40 คิดเป็นร้อยละ 64.67 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.36 ขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันเท่ากับ 31.20 คิดเป็นร้อยละ 62.40 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.51 จึงส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเท่ากับ 67.10 คิดเป็นร้อยละ 67.10 ของคะแนนคะแนนรวมทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.13

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้รวมคะแนนจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างของแต่ละคน แล้วคำนวณจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้ทดสอบภาวะการแจ่มแจ้งปรกติโดยใช้การทดสอบลิลลีฟอर्स ซึ่งพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจ่มแจ้งปรกติ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 79) ดังนั้นผู้วิจัยจึงทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบ Z ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ (คน)	Z-score	ค่าวิกฤต
30	24	80	2.236*	1.645

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 3 พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตอนที่ 2 ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งวัดจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับและข้อความในแบบสอบถามเป็นข้อความทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน

มาก ให้คะแนน 4 คะแนน

ปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน

น้อย ให้คะแนน 2 คะแนน

น้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวมซึ่งเป็นผลจากความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับใช้เกณฑ์การประเมินของ ประคอง กรรณสูต (2542: 73) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อ
กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อความ	\bar{X}	S.D.	แปลผล
1. การจัดลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรมมีความต่อเนื่องและชัดเจนทำให้ ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย	3.87	0.57	มาก
2. เนื้อหาในใบกิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสม	3.67	0.61	มาก
3. การทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันมากขึ้น	3.70	0.79	มาก
4. เครื่องมือในการทำกิจกรรมมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนมาก	3.70	0.70	มาก
5. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมใช้ได้สะดวกตามความ ต้องการของข้าพเจ้า	3.70	0.70	มาก
6. การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหา มากขึ้น	3.67	0.71	มาก
7. การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจของฟังก์ชันมากขึ้น	3.57	0.86	มาก
8. การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	3.80	0.81	มาก
9. การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ ข้าพเจ้ามีอิสระในการคิดมากขึ้น	3.90	0.76	มาก
10. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนช่วยพัฒนาทักษะการคิด ของข้าพเจ้า	3.73	0.94	มาก
11. การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ ข้าพเจ้าอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	3.60	0.89	มาก
12. กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้าสามารถจดจำแนวคิด ของฟังก์ชันได้นานขึ้น	3.87	0.78	มาก
13. กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นและ สนุกกับการเรียน	3.83	0.75	มาก
14. กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วย ตนเอง	3.60	1.07	มาก
15. กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเอง มากขึ้น	3.63	0.85	มาก

ตาราง 4 (ต่อ)

ข้อความ	\bar{X}	S.D.	แปลผล
16. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในการเรียนมากขึ้น	3.57	0.90	มาก
17. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากยิ่งขึ้น	3.53	0.78	มาก
18. ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียดและไม่หนักใจต่อการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	3.67	0.76	มาก
19. การออกแบบจอภาพและเครื่องมือที่ใช้ในการทำกิจกรรมทำให้กิจกรรมมีความน่าสนใจและมีความสุข	3.93	0.74	มาก
20. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์	3.67	0.84	มาก
รวม	3.71	0.79	มาก

ตาราง 4 พบว่าคะแนนของระดับความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อข้อคำถามทั้งหมด นักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับมีค่าเท่ากับ 3.71 แสดงว่าความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสภาราชนี จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 306 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนความสามารถ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้เครื่องมือกับกลุ่มนาร่อง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน มีทั้งหมด 8 แผนการเรียนรู้

1.2 บทเรียนสำหรับใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยแบ่ง

เนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 4 หน่วยการเรียนรู้ ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วยเนื้อหา ตัวอย่าง ใบกิจกรรม และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่มีลักษณะเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.

2. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ดังนี้

2.1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 14 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ

2.2 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ

4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งข้อความในแบบสอบถามเป็นข้อความทางบวก จำนวน 20 ข้อ

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นผ่านระบบเครือข่าย โดยใช้เวลาสอนนอกคาบเรียนปกติรวมทั้งสิ้น 14 คาบ โดยแบ่งเนื้อหาตามหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน	4 คาบ
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน	5 คาบ
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชันผกผัน	3 คาบ
1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เทคนิคการเขียนกราฟ	2 คาบ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยจะนำไปกิจกรรมตรวจให้คะแนน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งในการประเมินผลการเรียนรู้ระหว่างเรียน คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวมทั้งหมด

2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องการดำเนินการของฟังก์ชัน เสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ใช้เวลา 50 นาที และเมื่อนักเรียนทำกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องเทคนิคการเขียนกราฟ เสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ใช้เวลา 30 นาที ในการทดสอบย่อยผู้วิจัยจะนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนเพื่อเป็นส่วนหนึ่งในการประเมินผลการเรียนรู้ระหว่างเรียน คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวมทั้งหมด

3. เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที

3.2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยโปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เวลา ประมาณ 20 นาที

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

2. ทดสอบจำนวนนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

3. ประเมินความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.50 คิดเป็นร้อยละ 82.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.78

2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนจากการทดสอบย่อยระหว่างเรียน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.40 คิดเป็นร้อยละ 64.67 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.36

3. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 31.20 คิดเป็นร้อยละ 62.40 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.51

4. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 67.10 คิดเป็นร้อยละ 67.10 ของคะแนนรวมทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.13

5. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนรวมทั้งหมดมีจำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

6. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถใน

การเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

7. ความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดความพึงพอใจทั้งฉบับ พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

อภิปรายผล

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในงานวิจัยนี้ อภิปรายผลได้ดังนี้

1. ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

1.1 กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้นมีส่วนของกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ควบคู่กับการใช้ใบกิจกรรมประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนทำให้นักเรียนสามารถเรียนเรื่องฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ สมการ ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552) ที่ให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งไพโรจน์ น่วมนุ้ม (2554: 20) กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันสามารถทำได้ดังนี้ การส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลายและนำเสนอตัวแทนของฟังก์ชันพร้อม ๆ กัน การส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบาย แปลความหมาย พิจารณาไตร่ตรอง (reflect) รวมทั้งการประยุกต์ใช้แนวคิดฟังก์ชันในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และการใช้เทคโนโลยีหรือเกม เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนผู้วิจัยมีการเสริมแรงให้กับผู้เรียน มีการกล่าวคำชมเชย ให้รางวัล เมื่อผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมนั้น ๆ สำเร็จลุล่วง ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น สอดคล้องกับทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบการกระทำ ซึ่งทศนา แคมมณี (2556: 57-58) กล่าวว่า การนำหลักการเสริมแรงมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสามารถกระทำได้โดยให้การเสริมแรงหลังการตอบสนองที่เหมาะสมของผู้เรียนซึ่งจะช่วยเพิ่มอัตราการตอบสนองที่เหมาะสมนั้น

1.3 การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับหลักการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้ผู้เรียนได้สำรวจและสังเกตฟังก์ชันในแบบ ต่าง ๆ ทั้งที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย ได้รับประสบการณ์ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ ซึ่งทิสนา แคมมณี (2556: 131) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแบบเน้นประสบการณ์ (Experiential Learning) จะ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมายโดยให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ (experience) ที่จำเป็น ต่อการเรียนรู้ก่อน ให้ผู้เรียนสังเกต ทบทวนสิ่งที่เกิดขึ้น และนำมาไตร่ตรองจนกระทั่งผู้เรียน สามารถสร้างความคิดรวบยอดและข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีบทบาท สำคัญในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างตื่นตัว ทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับ ประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น

1.4 การนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสามารถสร้าง ภาพเคลื่อนไหวได้ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต สร้างข้อความคาดการณ์ มองเห็นความ ชัดเจนของเนื้อหาที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรม การเห็นภาพเคลื่อนไหวช่วยให้นักเรียนเกิด จินตนาการสร้างความชัดเจนของเนื้อหามากขึ้น สอดคล้องกับการเรียนแบบค้นพบของบรูเนอร์ (วรรณิ ลิ้มอักษร. 2554: 91; อ้างอิงจาก Slavin. 1994. *Educational Psychology*. pp. 228-230) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนและสนองความ พึงพอใจในความอยากรู้อยากเห็นของตนเอง โดยครูคอยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น ให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง การสาธิตหรือเห็นเป็นรูปธรรมช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจหรือเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องในบทเรียน นอกจากนี้การนำโปรแกรม C.a.R. เข้า มาใช้ในการเรียนการสอนทำให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ ทั้งที่นักเรียนคุ้นเคยและไม่ คุ้นเคยได้อย่างรวดเร็วและมีความคลาดเคลื่อนน้อยมาก ซึ่งสอดคล้องกับ อุบล กลองกระโทก (2554: 7) กล่าวว่า การเขียนกราฟบนกระดานทำให้เสียเวลามาก กราฟที่เขียนอาจเกิดความ คลาดเคลื่อนไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ถ้าเรานำเทคโนโลยีมาใช้ในการเขียนกราฟจะช่วยให้ สามารถเขียนได้อย่างถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ทุกประการ นอกจากนี้การใช้โปรแกรม C.a.R. ในการแสดงการดำเนินการของฟังก์ชัน เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร ในรูปแบบของกราฟ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและมีมโนคติเกี่ยวกับการดำเนินการทำให้มองเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น

2. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดความพึงพอใจทั้ง ฉบับ พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้ โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้นักเรียนได้ สำรวจและปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรู้สึกเป็นอิสระในการเรียนมากขึ้นโดยมี ครูเป็นเพียงผู้คอยชี้แนะ การออกแบบจอภาพและเครื่องมือที่ใช้ในการทำกิจกรรมทำให้กิจกรรมมี ความน่าสนใจและมีความสุข นอกจากนั้นการใช้โปรแกรม C.a.R. เข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนทำให้นักเรียนได้เรียนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันที่มีลักษณะเป็นนามธรรมเป็นรูปธรรม

มากขึ้น นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทำให้นักเรียนรู้สึกสนุกในการเรียน ทำให้การเรียนง่ายขึ้น ซึ่งผลการศึกษาสอดคล้องกับงานวิจัยของปญญพล จันท์ฝอย (2551: 77); เกตุกนก หนูดี (2553: 75); อนุวัฒน์ เดชไธสง (2553: 63); ทรรศนีย์ รัตนวิจิตร (2553: 56-57); และ วราวุธ บุตรรัตน์ (2556: 54-55) พบว่าความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

1. ระยะเวลาการทำกิจกรรมโดยภาพรวมในแต่ละคาบเหมาะสม แต่มีบางคาบสอนไม่ทันเวลา ผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยการให้นักเรียนทำการบ้าน เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้แฟ้มคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ในแต่ละหน่วยผ่านระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ตได้ ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนใช้เวลาานกว่าที่ตั้งไว้ เนื่องจากนักเรียนไม่เคยเรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ประกอบการเรียนมาก่อน ทำให้นักเรียนขาดความชำนาญและไม่คุ้นเคยกับปุ่มคำสั่งต่าง ๆ และเมื่อนักเรียนมีความคุ้นเคยกับปุ่มคำสั่งแล้วทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทันตามเวลาที่วางแผนไว้

2. จากการสำรวจและสอบถามของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนที่มีพื้นฐานในการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (โปรแกรม GSP) สามารถเรียนรู้การใช้โปรแกรมและปุ่มคำสั่งต่าง ๆ ได้เร็วกว่านักเรียนที่ไม่เคยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตมาก่อน

3. นักเรียนกลุ่มเก่งเมื่อเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถเรียนรู้ได้เร็วและทำกิจกรรมต่าง ๆ เสร็จทันเวลาตามที่กำหนด ส่วนนักเรียนกลุ่มอ่อนจะเรียนรู้ได้ช้า ครูต้องคอยแนะนำ ตั้งคำถามและดูแลอย่างใกล้ชิดเพื่อให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ของกิจกรรมที่ตั้งไว้

4. การเตรียมตัวของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งการจัดเตรียมใบกิจกรรมและแฟ้มคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนรู้ขอบเขตของเนื้อหาที่เรียนในแต่ละคาบ ทำให้นักเรียนสนใจและตั้งใจเรียนเพื่อให้บรรลุถึงจุดประสงค์ของกิจกรรม และทำให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้เร็วขึ้น และการตรวจใบกิจกรรมของนักเรียนเมื่อนักเรียนเรียนเสร็จในแต่ละคาบทำให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าและข้อบกพร่องของตนเอง ทำให้สามารถแก้ไขสิ่งที่บกพร่องในคาบต่อไปได้

5. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีการทดสอบระหว่างเรียน หลังจากนักเรียนทดสอบย่อยครั้งที่ 1 เสร็จแล้ว ผลของการทดสอบจะทำให้นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่องของตนเอง นักเรียนจะได้ทำการแก้ไขหรือศึกษาเพิ่มเติมในเนื้อหานั้น ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและพัฒนาตัวเองในการเรียนมากขึ้น

6. การใช้โปรแกรมช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้สำรวจ สังเกตด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองแล้วไม่จำเป็นต้องใช้โปรแกรมช่วยอีก

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ครูควรศึกษาและทดลองใช้โปรแกรม C.a.R. ก่อนการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เพื่อให้เกิดความคุ้นเคย ชำนาญและรวดเร็วเมื่อนำไปสอนนักเรียน

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะใช้เวลาในการรับรู้สิ่งใหม่ ๆ ไม่เท่ากัน ดังนั้นครูควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ใจเย็นและอดทนรอคอยเวลาที่นักเรียนตอบคำถาม

1.3 ครูควรกำหนดเวลาในการทำกิจกรรมแต่ละครั้ง เพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น และเพื่อไม่ให้นักเรียนใช้เวลาในการทำกิจกรรมนั้น ๆ มากเกินไปและทำกิจกรรมต่าง ๆ ทันตามเวลาที่กำหนด

2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

2.1 ควรมีการนำแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก เช่น 10-15 คน เพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอของนักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. หรือนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มอ่อนเพื่อใช้เรียนซ่อมเสริม โดยดูพฤติกรรมทางการเรียน ความก้าวหน้าและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2 ควรมีการศึกษาความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนหลังจากนักเรียนเรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน



บรรณานุกรม

- กมล เอกไทยเจริญ. (2555). หนังสือคณิตศาสตร์ชั้นสูง ชุด [แอดวานซ์ ซีรีส์] Advanced Series
คณิตศาสตร์ ม.4-5-6 พื้นฐาน&เพิ่มเติม. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดพับลิชชิ่ง.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2536). เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย. กรุงเทพฯ: ภาควิชาโสตทัศนศึกษา
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2548). ไอซีทีเพื่อการศึกษา. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- เกตุกนก หนูดี. (2553). ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม
C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.
(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์. (2545). การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษา
คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ชญาภา ใจโปร่ง. (2554). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
ที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชลพร เมียนเพชร. (2556). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดียโดยใช้ภาพการ์ตูน
เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การ
มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เซตซ์, พอล. (2555). ศิลปะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. แปลโดย ภาณุ ตรีเวช และ ชีรนุช
สมบุญณกุลวุฒิ. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คส์ พับลิเคชันส์.
- ทรรศนีย์ รัตนวิจิตร. (2553). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์โดยใช้
โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนิสิตระดับปริญญาตรี. ปรินญาณิพนธ์
กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.

- ทศนา แคมมณี. (2556). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นัยนา บุญสมร. (2550). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการสอนโดยใช้สื่อโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับวิธีสอนตามปกติ*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- นิพนธ์ สุขปรดี. (2545). *นวัตกรรมเทคโนโลยีสื่อสารการศึกษา*. กรุงเทพฯ: นีลนารากการพิมพ์.
- นิภาพร นานอ่อน. (2545). *การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเกื้อ แสงฤดี. (2545). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง “ฟังก์ชัน” โดยการคัดสรรกลวิธีการสอน โรงเรียนสระบุรีวิทยาคม จังหวัดสระบุรี*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ปกเทศ ชนะโยธา. (2551). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความพึงพอใจของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ที่สร้างขึ้นตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประคอง กรรณสูต. (2542). *สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประภาภรณ์ สินเจริญ. (2552). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาล 5 พลโกลโยธินรามินทร์ภักดี จังหวัดราชบุรี*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- ประสาธ อิศรปรีดา. (2541). *สารัตถะจิตวิทยาการศึกษา*. มหาสารคาม: ภาควิชาจิตวิทยาการศึกษาและการแนะแนว คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- บุญยพล จันท์ฝอย. (2551). *ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
- พรรณณี ชุทัย เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: เมธีปัส.
- พัชรวิวรรณ คุณชื่น. (2552). ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องค่าของเงินและการใช้จ่าย และความพึงพอใจต่อการเรียนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีความบกพร่องทางสติปัญญาระดับเล็กน้อยโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พัลลภ คงนุรัตน์. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพโรจน์ นวมุญม. (2554). การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล, จรรยา ภูอุดม และอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม. (2554). หน่วยที่ 1 มาตรฐานหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Provision of Learning Experiences in Mathematics)*. หน้า 1-74. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ลักขณา สิริวัฒน์. (2539). จิตวิทยาเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- วนิสา นิรมาน. (2545). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณวิภา สุทธเกียรติ. (2542). การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณ ลิ้มอักษร. (2554). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. สงขลา: นำศิลป์โฆษณา.

- วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์. (2551). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วราวุธ บุตรรัตน์. (2556). *ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- วิภาวดี วงศ์เลิศ. (2544). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่อง "เซต" ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การ มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- (2553ก). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- (2553ข). *คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- (2553ค). *หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สมศรี จินตสนธิ. (2537). *ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพิษณุโลก*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2556). การวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา. กรุงเทพฯ. สืบค้นเมื่อ 1 ตุลาคม 2556, จาก http://www.onec.go.th/onec_backoffice/Uploaded/Outstand/2013-08-01-cfdFull001.pdf
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุจิตรา มุสิกะเจริญ. (2542). การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี. (2541). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพิน พองจางวาง. (2551). การเปรียบเทียบความสามารถเชิงปริภูมิและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP กับการสอนปกติ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2548). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อนุวัฒน์ เดชไชสง. (2553). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรญา อัญโย. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์. (2542). ผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
 วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากัน
 ทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษา
 คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อุบล กลองกระโทก. (2554). หน่วยที่ 12 การสำรวจคณิตศาสตร์โดยใช้เทคโนโลยี. ใน *ประมวล
 สาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Provision of Learning
 Experiences in Mathematics)*. หน้า 1-119. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัย
 สุโขทัยธรรมมาธิราช.
- Arshavsky, Nina.; et al. (2000). *Impact Mathematics Algebra and More for the Middle
 Grades*. United States of America: McGraw-Hill.
- Bahavand, Mohsen. (2002, June). A Comparison of the Effectiveness of Computer
 Assisted Instruction versus Traditional Approach to Teaching Geometry.
Dissertation Abstracts International. 40(3): 552-A.
- Cirrito, Fabio. (1998). *Mathematical Studies*. Australia: IBID Press, Victoria.
- Frerking, Bonnie Giddens. (1995, June). *Conjecturing and Proof-Writing in Dynamic
 Geometry*. *Dissertation Abstracts International*. 55(12): 3772-A.
- Gecu, Zeynep; & Ozdener, Nesrin. (2010). *The effects of using geometry software
 supported by digital daily life photographs on geometry learning*. Retrieved August,
 25, 2011, from <http://sciencedirect.com>.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Grothmann, Rene. (2012). *C.a.R. (Compass and Ruler)*. Retrieved January, 25, 2012,
 from http://car.rene-grothmann.de/doc_en/index.html
- Han, Hyesook. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning: A comparison Study*.
Southwest Minnesota State University. Retrieved August, 10, 2011, from
[http://proquest.umi.com/pqd wed? did=13902811216&sid=76 Fmt=2&clientId
 =618394&RQT=3096&VName=PQD](http://proquest.umi.com/pqd wed? did=13902811216&sid=76 Fmt=2&clientId =618394&RQT=3096&VName=PQD).
- Interactive Geometry Software. (2013). Retrieved June 6, 2013, from
http://en.wikipedia.org/wiki/Interactive_geometry_software.

- Leidig, Paul Mavin. (1992). *The Relationship Between Cognitive Style and Mental Maps in Hypertext Assisted Learning*. Dissertation Virginia: Graduate School Virginia Commonwealth University Photocopied.
- McFadden, Myra. (1963). *Set, Relations and Functions A Programmed Unit in Modern Mathematics*. United States of America: McGraw-Hill.
- Mink, D.V.; & Fraser, B. J. (2002). *Evaluation of a k-5 mathematics program which integrates children's literature; Classroom environment achievement and attitudes*. Cambridge: MA: Education for Social Responsibility. Retrieved January 18, 2013, from http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue_0=ED464141&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=ED464141
- Morse, Nancy C. (1995). *Satisfactions in the White Collar Job*. Michigan: University of Michigan.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- O' Callaghan, Brian R. (1998, January). Computer-Intensive Algebra and Students' Conceptual Knowledge of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*. V.29: 21-40.
- Swanepoel, C.H.; & Gebrekal Z.Melake. (2010). The Use of Computers in the Teaching and Learning of Function in School Mathematics in Eritrea. *Africa Education Review* 7(2): 402-416. Retrieved January 15, 2012, from <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/18146627.2010.515424>
- Vermilya, W. (1989). Using Transformational Geometry and Computer Graphics to Teach Function Concepts in a High School Precalculus Course. Retrieved March 1, 2012, from <http://search.proquest.com/docview/303796036?acc0untid=4>
- Wallerstein, Harvey. (1971). *Dictionary of Psychology*. Maryland: Penguin Book Inc.
- Westwood, Peter W. (2003). *Higher Maths Trough Practice and Example*. Great Britain: Hodder Gibson.
- Yousif, Adil Eltayeb. (1997, November). The Effects of The Geometer's Sketchpad on The Attitude Toward Geometry of High School Students. *Dissertation Abstracts International*. 58(5): 1631-A.

Yunker, Lee. (1997). *Advanced Mathematical Concepts*. United States of America:
McGraw-Hill.







ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 5 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1 แบบปรนัย					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1 แบบปรนัย					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 6 (ต่อ)

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตาราง 8 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1

ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1 แบบปรนัย		
1	.50	.60
2	.50	.60
3	.60	.40
4	.70	.20
5	.40	.80
6	.40	.40
7	.60	.40
8	.60	.40
9	.60	.40
10	.50	.20
11	.50	.60
12	.50	.20
13	.40	.40
14	.50	.20
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย		
1	.50	.60
2	.60	.53

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .81

ตาราง 9 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2

ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1 แบบปรนัย		
1	.60	.40
2	.60	.40
3	.60	.40
4	.70	.60
5	.50	.60
6	.40	.40
7	.50	.60
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย		
1	.60	.53

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .75

ตาราง 10 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	p	r
1	.60	.60
2	.40	.60
3	.45	.50
4	.60	.50
5	.50	.60
6	.40	.67
7	.57	.47
8	.57	.47

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .97

ตาราง 11 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มนาร่อง

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{X}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	40.00% (4 คน)	60.00% (6 คน)	0%	0%	0%	4.40	0.52	มาก
2	30.00% (3 คน)	50.00% (5 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.10	0.74	มาก
3	40.00% (4 คน)	10.00% (1 คน)	50.00% (5 คน)	0%	0%	3.90	0.99	มาก
4	20.00% (2 คน)	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	0%	0%	3.80	0.79	มาก
5	80.00% (8 คน)	10.00% (1 คน)	10.00% (1 คน)	0%	0%	4.70	0.67	มากที่สุด
6	50.00% (5 คน)	30.00% (3 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.30	0.82	มาก
7	40.00% (4 คน)	30.00% (3 คน)	30.00% (3 คน)	0%	0%	4.10	0.88	มาก
8	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.20	0.79	มาก
9	60.00% (6 คน)	40.00% (4 คน)	0%	0%	0%	4.60	0.52	มากที่สุด
10	60.00% (6 คน)	20.00% (2 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.40	0.84	มาก
11	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.20	0.79	มาก

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{X}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
12	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.20	0.79	มาก
13	40.00% (4 คน)	30.00% (3 คน)	30.00% (3 คน)	0%	0%	4.10	0.88	มาก
14	30.00% (3 คน)	40.00% (4 คน)	30.00% (3 คน)	0%	0%	4.00	0.82	มาก
15	20.00% (2 คน)	30.00% (3 คน)	50.00% (5 คน)	0%	0%	3.70	0.82	มาก
16	20.00% (2 คน)	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	0%	0%	3.80	0.79	มาก
17	30.00% (3 คน)	40.00% (4 คน)	30.00% (3 คน)	0%	0%	4.00	0.82	มาก
18	20.00% (2 คน)	40.00% (4 คน)	40.00% (4 คน)	0%	0%	3.80	0.79	มาก
19	60.00% (6 คน)	30.00% (3 คน)	10.00% (1 คน)	0%	0%	4.50	0.71	มากที่สุด
20	30.00% (3 คน)	50.00% (5 คน)	20.00% (2 คน)	0%	0%	4.10	0.74	มาก

ค่าความเชื่อมั่นของของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มรณรงค์คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .95

ตาราง 12 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แบ่งเป็นคะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คนที่	ใบกิจกรรม (20 คะแนน)	แบบทดสอบย่อย		แบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (50 คะแนน)	คะแนนรวม (100 คะแนน)
		ฉบับที่ 1 (15 คะแนน)	ฉบับที่ 2 (15 คะแนน)		
1	15	11	12	32	70
2	15	11	11	34	71
3	16	7	9	29	61
4	17	9	6	24	56
5	17	8	8	26	59
6	16	8	8	24	56
7	15	6	6	27	54
8	16	9	9	39	73
9	17	12	11	40	80
10	16	11	8	32	67
11	17	13	9	32	71
12	17	12	8	31	68
13	17	11	11	29	68
14	17	11	11	32	71
15	17	9	8	31	65
16	16	9	9	31	65
17	16	9	12	29	66
18	17	9	11	26	63
19	17	13	9	34	73
20	16	12	9	32	69
21	17	9	12	39	77
22	17	14	11	32	74
23	16	9	14	32	71
24	16	11	11	37	75
25	17	11	12	32	72
26	18	10	9	19	72

ตาราง 12 (ต่อ)

คนที่	ใบกิจกรรม (20 คะแนน)	แบบทดสอบย่อย		แบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (50 คะแนน)	คะแนนรวม (100 คะแนน)
		ฉบับที่ 1 (15 คะแนน)	ฉบับที่ 2 (15 คะแนน)		
27	18	7	8	15	59
28	17	10	8	18	72
29	16	11	8	19	64
30	16	6	6	12	51

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากใบ
กิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	30	20	16.50	82.50	0.78

ตาราง 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากการทำ
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	30	30	19.40	64.67	3.36

ตาราง 15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	30	50	31.20	62.40	4.51

ตาราง 16 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	30	100	67.10	67.10	7.13

ตาราง 17 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	.141	30	.131	.956	30	.247

a Lilliefors Significance Correction

จากตาราง 17 ค่าพี (p-value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .131 ซึ่งมากกว่า .05 ดังนั้น คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for population Proportion) ดังนี้

สมมติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

สถิติทดสอบ
$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

จาก $\hat{p} = \frac{24}{30} = 0.8$, $p_0 = 0.6$

ดังนั้น
$$Z = \frac{0.8 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{30}}} = \frac{0.2}{\sqrt{0.008}} = 2.236$$

เนื่องจาก $Z_{.05} = 1.645$ จะได้ว่า $Z > Z_{.05}$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตาราง 18 คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้
โปรแกรม C.a.R.

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4	4	5	5	4	5	4	5	4	4	5	4	5	5	4	5	5	5	4	4
2	4	5	5	4	5	4	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	4	4	4	4
3	3	4	4	4	5	4	4	4	4	5	4	5	4	5	3	3	4	4	4	5
4	4	3	4	4	4	4	4	3	3	2	4	5	4	4	5	5	5	5	5	4
5	4	4	4	4	4	3	3	5	5	5	2	3	2	5	3	2	2	2	4	1
6	3	3	2	3	3	3	2	2	3	3	3	3	5	5	3	3	3	3	3	3
7	4	4	5	5	4	4	4	3	4	4	5	4	4	4	3	4	4	3	5	4
8	4	5	3	5	5	3	5	5	5	3	5	2	4	3	3	3	4	4	4	4
9	5	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	2	3	4	4
10	3	3	3	4	3	2	3	4	5	4	3	4	4	3	4	4	4	4	3	3
11	5	4	4	3	4	3	2	4	5	5	4	3	3	4	5	4	3	4	3	4
12	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
13	4	4	4	4	4	3	4	4	5	4	4	5	5	5	4	4	3	4	5	5
14	4	4	4	4	3	5	2	4	3	5	2	4	3	2	4	5	4	3	5	3
15	4	4	5	4	4	4	3	5	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	5	4
16	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	4	4
17	3	4	3	4	4	4	3	3	4	4	4	5	4	3	3	3	3	3	3	3
18	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	2	3	3	3	4	4	4
19	5	4	3	4	2	5	3	4	3	5	2	4	3	2	5	4	3	4	3	4
20	4	3	4	4	4	3	4	4	5	5	4	4	4	4	4	3	4	4	5	5
21	4	3	4	3	3	4	5	3	3	3	3	4	4	3	2	2	4	3	3	4
22	4	4	3	2	3	3	4	4	4	4	2	4	4	5	4	3	3	4	5	3
23	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
24	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	3	4	3	4	4	3	3
25	4	3	4	3	3	4	5	5	4	2	3	4	2	5	5	5	4	5	4	4
26	4	3	4	4	4	4	3	3	5	4	5	4	4	2	5	4	4	4	4	2
27	3	3	2	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	3	3	2	2	4	3
28	3	4	3	4	4	4	3	3	4	4	4	5	4	3	3	3	3	3	3	3

ตาราง 18 (ต่อ)

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
29	4	3	4	3	3	4	5	3	3	3	3	4	4	3	2	2	4	3	3	4
30	4	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	2	3	3	3	4	4	4

ตาราง 19 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{X}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	10.00% (3 คน)	66.70% (20 คน)	23.30% (7 คน)	0%	0%	3.87	0.57	มาก
2	6.70% (2 คน)	53.30% (16 คน)	40.00% (12 คน)	0%	0%	3.67	0.61	มาก
3	13.30% (4 คน)	50.00% (15 คน)	30.00% (9 คน)	6.70% (2 คน)	0%	3.70	0.79	มาก
4	10.00% (3 คน)	53.30% (16 คน)	33.30% (10 คน)	3.30% (1 คน)	0%	3.70	0.70	มาก
5	10.00% (3 คน)	53.30% (16 คน)	33.30% (10 คน)	3.30% (1 คน)	0%	3.70	0.70	มาก
6	10.00% (3 คน)	50.00% (15 คน)	36.70% (11 คน)	3.30% (1 คน)	0%	3.67	0.71	มาก
7	13.30% (4 คน)	40.00% (12 คน)	36.70% (11 คน)	10.00% (3 คน)	0%	3.57	0.86	มาก
8	20.00% (6 คน)	43.30% (13 คน)	33.30% (10 คน)	3.30% (1 คน)	0%	3.80	0.81	มาก
9	23.30% (7 คน)	43.30% (13 คน)	33.30% (10 คน)	0%	0%	3.90	0.76	มาก

ตาราง 19 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{X}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
10	20.00% (6 คน)	46.70% (14 คน)	20.00% (6 คน)	13.30% (4 คน)	0%	3.73	0.94	มาก
11	13.30% (4 คน)	46.70% (14 คน)	26.70% (8 คน)	13.30% (4 คน)	0%	3.60	0.89	มาก
12	20.00% (6 คน)	50.00% (15 คน)	26.70% (8 คน)	3.30% (1 คน)	0%	3.87	0.78	มาก
13	13.30% (4 คน)	63.30% (19 คน)	16.70% (5 คน)	6.70% (2 คน)	0%	3.83	0.75	มาก
14	26.70% (8 คน)	23.30% (7 คน)	33.30% (10 คน)	16.70% (5 คน)	0%	3.60	1.07	มาก
15	16.70% (5 คน)	36.70% (11 คน)	40.00% (12 คน)	6.70% (2 คน)	0%	3.63	0.85	มาก
16	16.70% (5 คน)	33.30% (10 คน)	40.00% (12 คน)	10.00% (3 คน)	0%	3.57	0.90	มาก
17	6.70% (2 คน)	50.00% (15 คน)	33.30% (10 คน)	10.00% (3 คน)	0%	3.53	0.78	มาก
18	10.00% (3 คน)	53.30% (16 คน)	30.00% (9 คน)	6.70% (2 คน)	0%	3.67	0.76	มาก
19	23.30% (7 คน)	46.70% (14 คน)	30.00% (9 คน)	0%	0%	3.93	0.74	มาก
20	10.00% (3 คน)	56.70% (17 คน)	26.70% (8 คน)	3.30% (1 คน)	3.30% (1 คน)	3.67	0.84	มาก
	ค่าเฉลี่ย					3.71	0.79	มาก



ภาคผนวก ข
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
และแบบประเมินลักษณะอันพึงประสงค์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 1 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 ตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ตั้งข้อความคาดการณ์ได้

1.2.2 เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

1.3.2 มีความรับผิดชอบ

1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใด ๆ

ถ้า $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y=z$

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมทบทวน “ฉันอยู่ไหน”

3.2 ใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

3.3 แผ่นคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

3.4 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 หน้า 86-89

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

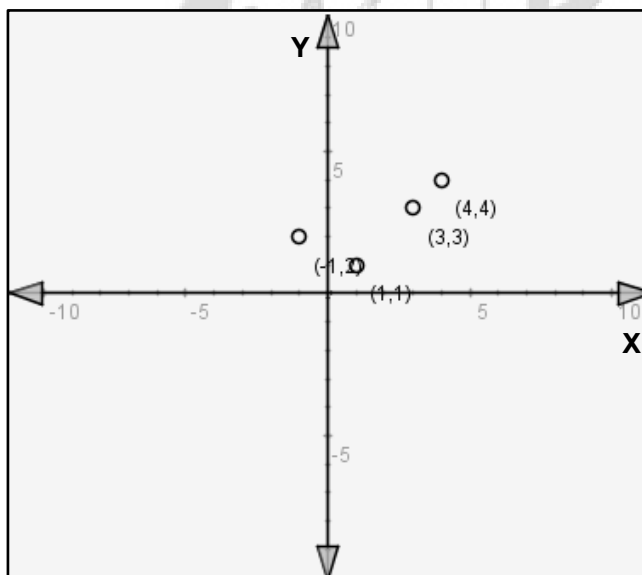
4.1 ขั้นนำ

ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมทบทวน “ฉันทอยู่ไหน” และให้นักเรียนหาข้อสรุปจากการทำกิจกรรมว่า (x, y) ที่อยู่ในจุดภาคที่ 1, 2, 3 และ 4 มีลักษณะอย่างไร (จุดภาคที่ 1: $x > 0, y > 0$, จุดภาคที่ 2: $x < 0, y > 0$, จุดภาคที่ 3: $x < 0, y < 0$, จุดภาคที่ 4: $x > 0, y < 0$)

4.2 ขั้นสอน

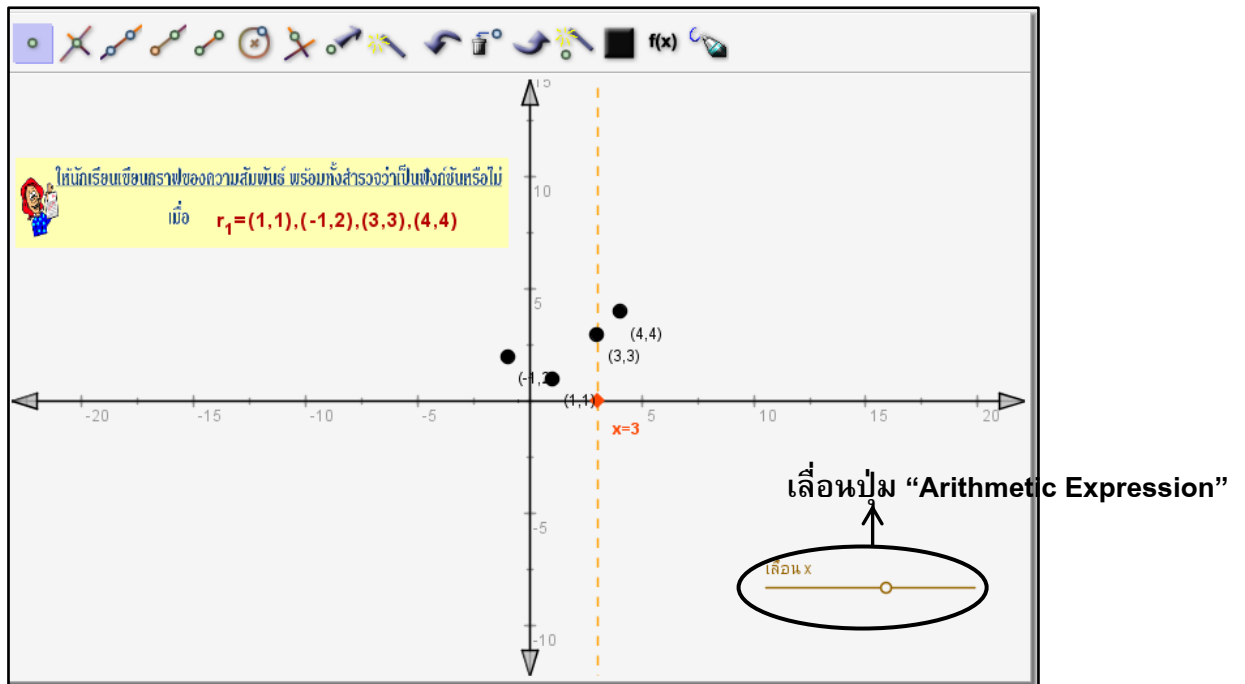
4.2.1 ครูอธิบายบทนิยามของฟังก์ชัน พร้อมทั้งเสนอตัวอย่างความสัมพันธ์ในใบกิจกรรมที่ 1.1 (กิจกรรมที่ 1.1 (r_1)) จากโปรแกรม C.a.R. (ภาพประกอบ 1) โดยครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการใช้งานของคำสั่งต่าง ๆ โดยครูสาธิตและให้นักเรียนปฏิบัติตาม และให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.1 (r_2)

- เมื่อต้องการเลื่อนเส้นที่ขนานแกน Y ให้เลื่อนปุ่ม “Arithmetic Expression (เลื่อน x)”
- กิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ $r_1 = \{(1,1), (-1,2), (3,3), (4,4)\}$ และ $r_2 = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,4)\}$ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 



พิจารณาจากกราฟ r_1 เป็นฟังก์ชัน

เพราะ ไม่มีค่า x ใด ที่ให้ค่า y สองค่า
หรือ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำ
กัน



ภาพประกอบ 1

4.2.2 จากนั้นครูเสนอกิจกรรมที่ 1.2 (y_1) และให้นักเรียนสำรวจกราฟลักษณะต่างๆ ในกิจกรรมที่ 1.2 (y_2, y_3 และ y_4) โดยใช้โปรแกรม C.a.R. (ภาพประกอบ 2) โดยคลิกขวาที่เส้นกราฟเมื่อต้องการกำหนดฟังก์ชันใหม่ (ภาพประกอบ 3) โดยให้นักเรียนใช้เครื่องมือต่าง ๆ ที่ครูกำหนดไว้ในโปรแกรม C.a.R.

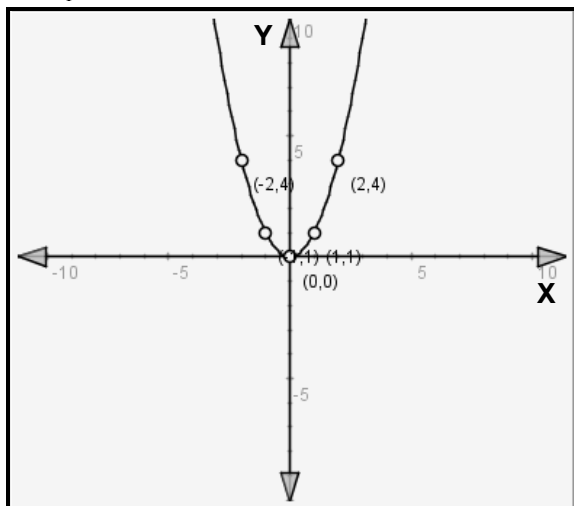
***หมายเหตุ - เมื่อต้องการให้โปรแกรมกลับสู่รูปแบบเดิม โดยการคลิกขวาเลือก Refresh

- สำหรับ $y_4 = |x|$ ในการเขียนกราฟของสมการ $|x|$ ให้พิมพ์ abs(x)

กิจกรรมที่ 1.2 ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ y_1, y_2, y_3 และ y_4 ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

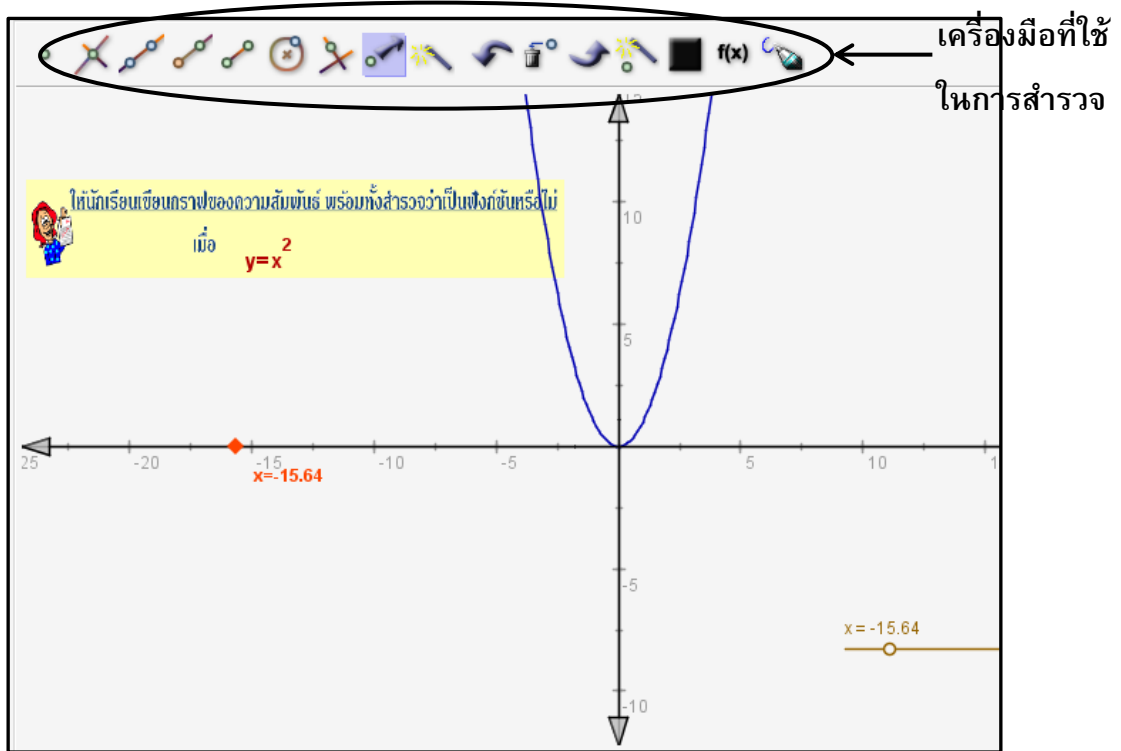
โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

$$y_1 = x^2$$

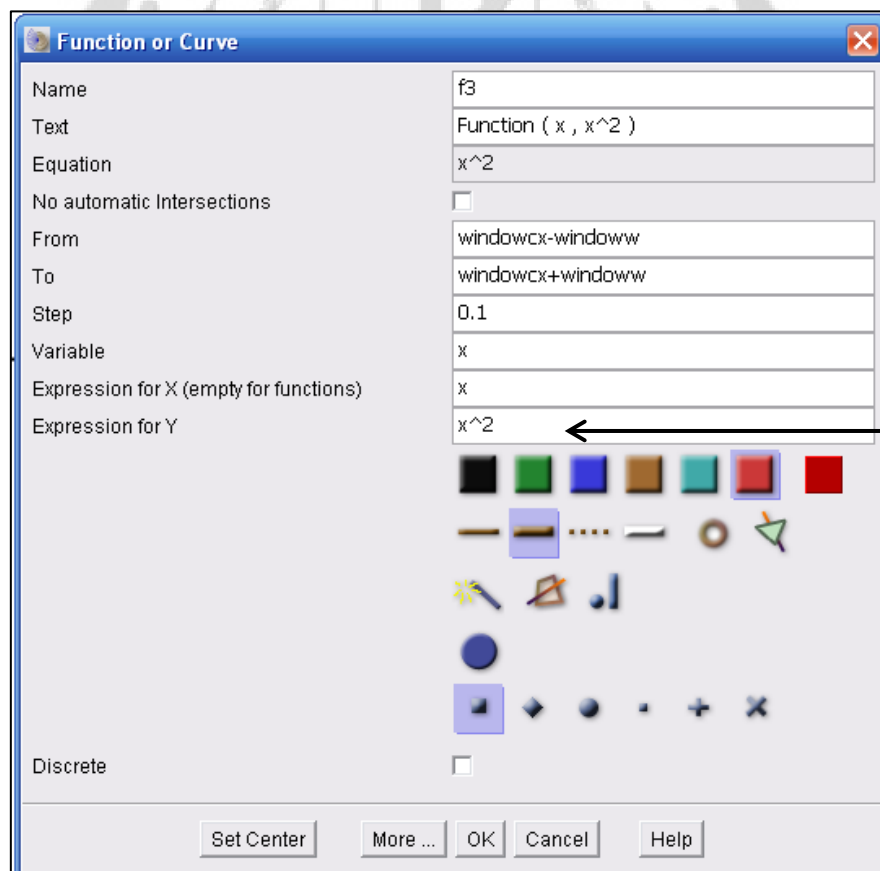


x	-2	-1	0	1	2
$y_1 = x^2$	4	1	0	1	4

พิจารณาจากกราฟ $y_1 = x^2$ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากกราฟพบว่าเมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวนจริงใดๆ สามารถหาค่า y ได้เพียงค่าเดียวเสมอ หรือสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน



ภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 3

4.2.3 ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะของกราฟต่าง ๆ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยซักถามนักเรียนถึงวิธีการทดสอบฟังก์ชันจากความสัมพันธ์ว่านักเรียนใช้วิธีการใด (ลากเส้นขนานแกน Y)

4.2.4 ครูใช้คำถามปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น

- เปรียบเทียบเงื่อนไขระหว่าง “ความสัมพันธ์” กับ “ฟังก์ชัน”

(ความสัมพันธ์คือเซตของคู่อันดับและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต ส่วนฟังก์ชันคือความสัมพันธ์สำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน)

- ทำไม “ทุกฟังก์ชันจึงเป็นความสัมพันธ์ แต่มีบางความสัมพันธ์ไม่เป็นฟังก์ชัน” (เนื่องจากฟังก์ชันเป็นสับเซตของความสัมพันธ์ ซึ่งความสัมพันธ์คือเซตของคู่อันดับซึ่งอาจมีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต่างกันได้)

4.2.5 ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.3 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ช่วยในการตอบคำถาม และให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำ

4.3 ชั้นสรุป

4.3.1 ครูสุ่มถามนักเรียน 1 คน ให้นักเรียนอธิบายความหมายของฟังก์ชัน

4.3.2 ครูสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน สำหรับไปกิจกรรมที่ 1.1 (ตอนที่ 2 กิจกรรมที่ 2.1-2.3) ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.1	- ใบกิจกรรมที่ 1.1 (กิจกรรมที่ 1.1(r_2), 1.2(y_2, y_3, y_4), 1.3, 2.1, 2.2, 2.3)	-ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน -ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ - ตั้งข้อความคาดการณ์ - เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.1 -ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.1	-ใบกิจกรรมที่ 1.1 (กิจกรรมที่ 1.3) (กิจกรรมที่ 1.1(r_2), 1.2(y_2, y_3, y_4), 2.1, 2.2, 2.3)	-ถ้านักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ได้ถือว่าผ่าน ถ้านักเรียนเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้ได้ ถูกต้องถือว่าผ่าน

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 1 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- 1.1.1 หาค่าของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
- 1.1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- 1.2.1 ตั้งข้อความคาดการณ์ได้
- 1.2.2 ให้เหตุผลประกอบการหาโดเมนและเรนจ์ได้
- 1.2.3 เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

- 1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย
- 1.3.2 มีความรับผิดชอบ
- 1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีที่ f เป็นฟังก์ชัน อาจเขียน $y=f(x)$ แทน $(x,y)\in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า เอฟที่เอกซ์ หรือ เอฟเอกซ์

บทนิยาม

เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เรียกว่าโดเมนของ f เขียนแทนด้วย D_f นั่นคือ $D_f = \{x | (x,y) \in f\}$

เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เรียกว่าเรนจ์ของ f เขียนแทนด้วย R_f นั่นคือ $R_f = \{y | (x,y) \in f\}$

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบความรู้ “ดาวเทียม”
- 3.2 ใบกิจกรรมที่ 1.2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
- 3.3 แผ่นคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1
- 3.4 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 หน้า 90

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

4.1 ขั้นนำ

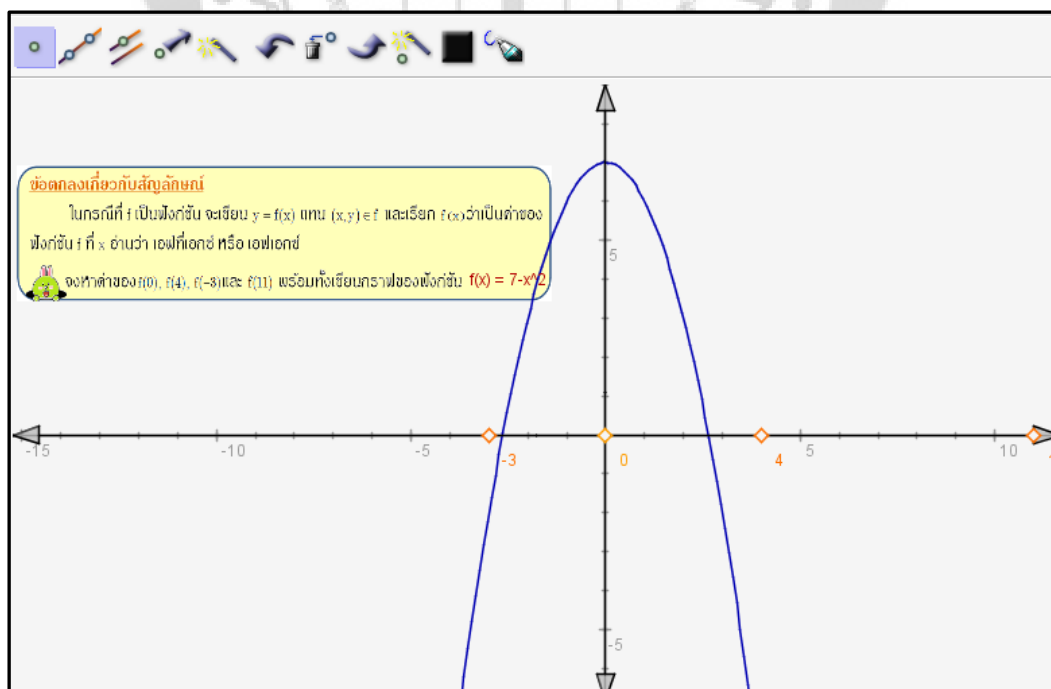
- 4.1.1 ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ “ดาวเทียม”

4.2 ขั้นสอน

4.2.1 ครูเสนอข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน พร้อมทั้งให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1.2 (กิจกรรมที่ 1) โดยให้นักเรียนหาค่าของ $f(0)$, $f(4)$, $f(-3)$ และ $f(-1)$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของฟังก์ชัน แล้วให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

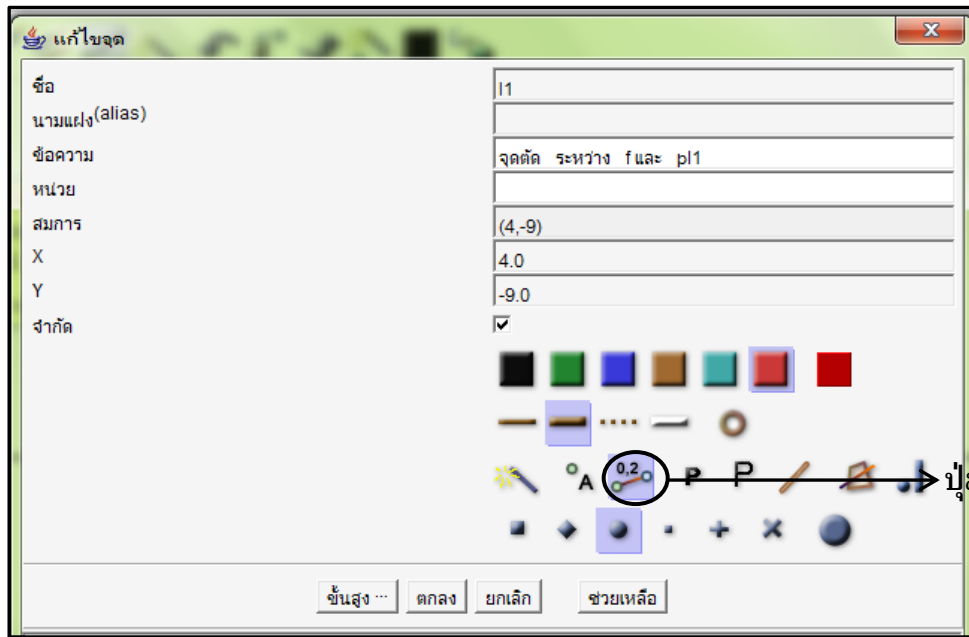
(ภาพประกอบ 1)

- ให้นักเรียนสร้างเส้นขนานที่จุด x ที่ต้องการหาค่า ($x = -3, -1, 0, 4$) กับแกน Y



ภาพประกอบ 1

- หาจุดตัดของเส้นขนานกับกราฟ คลิกขวาที่จุดตัด เลือกปุ่มแสดงค่า (ภาพประกอบ 2)
- เมื่อต้องการเขียนกราฟของ $f(x) = |x^2 - 13|$ ให้พิมพ์ $\text{abs}(x^2 - 13)$



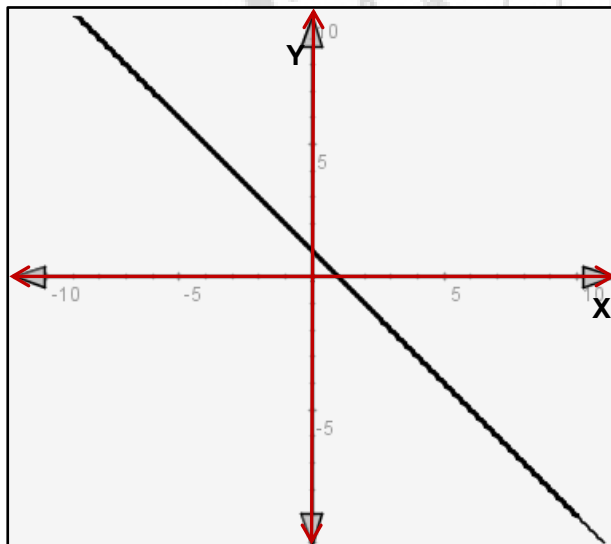
ปุ่มแสดงค่า

ภาพประกอบ 2

4.2.2 จากนั้นครูเสนอบทนิยามของโดเมนและเรนจ์

4.2.3 ครูเสนอตัวอย่างกิจกรรมที่ 2.1 โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กิจกรรมที่ 2.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟของ $f(x) = -x + 1$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.



x	-2	-1	0	1	2
$y = -x + 1$	3	2	1	0	-1

จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \mathbb{R}$


จาก $y = -x + 1$ จะได้ $x = -y + 1$ เมื่อแทน y ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาค่า x ได้เสมอ


ดังนั้น $R_f = \mathbb{R}$

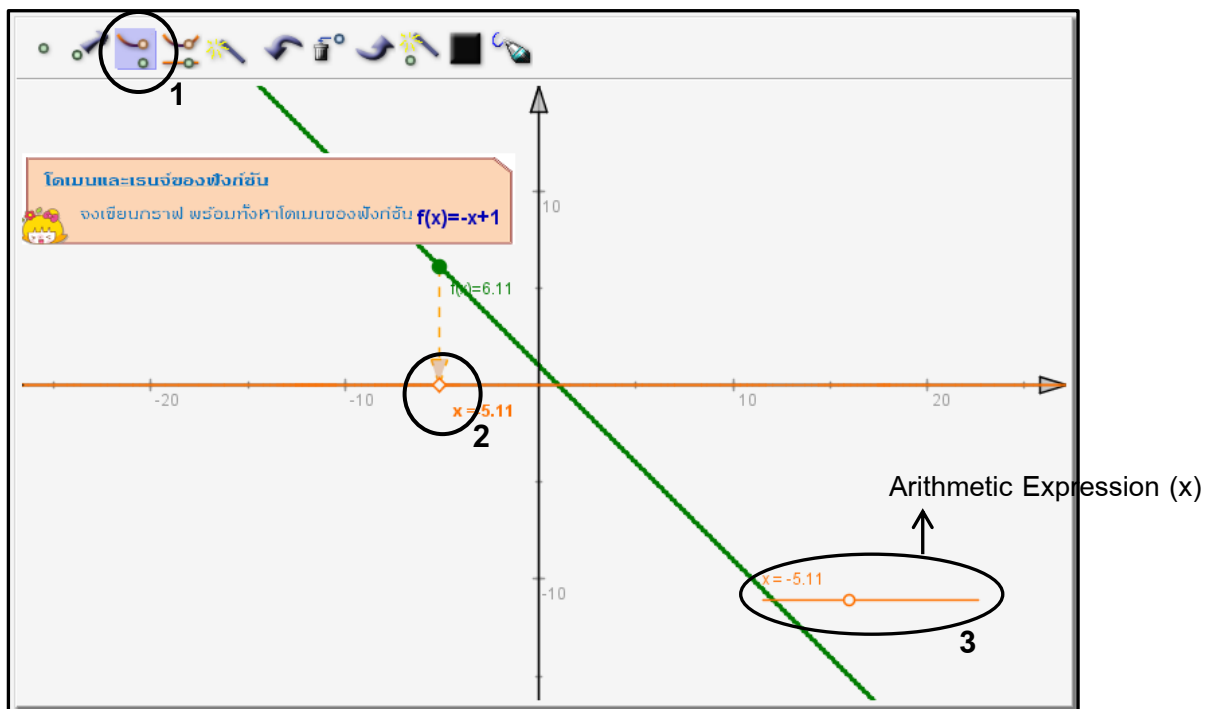
4.2.3.1 การหาโดเมนของฟังก์ชันต่าง ๆ โดยการแสดงร่องรอยบนแกน X

(ภาพประกอบ 3)

- คลิกเมาส์ขวาที่กราฟเมื่อต้องการเปลี่ยนฟังก์ชัน

- คลิกปุ่ม  เลือกจุด X แล้วเลือกปุ่ม Arithmetic Expression (x) เลื่อนมือไปทางซ้ายหรือขวาตามทิศทางที่ต้องการให้จุด X เคลื่อนที่บนแกน X กดปุ่ม Esc เมื่อต้องการลบรอย

- คลิกปุ่ม  เลือกจุด X แล้วเลือกปุ่ม Arithmetic Expression (x) เมื่อต้องการแสดงรอยการเคลื่อนที่ของจุด X แบบอัตโนมัติ กดปุ่ม Esc หรือคลิก 1 ครั้งเมื่อต้องการลบรอย



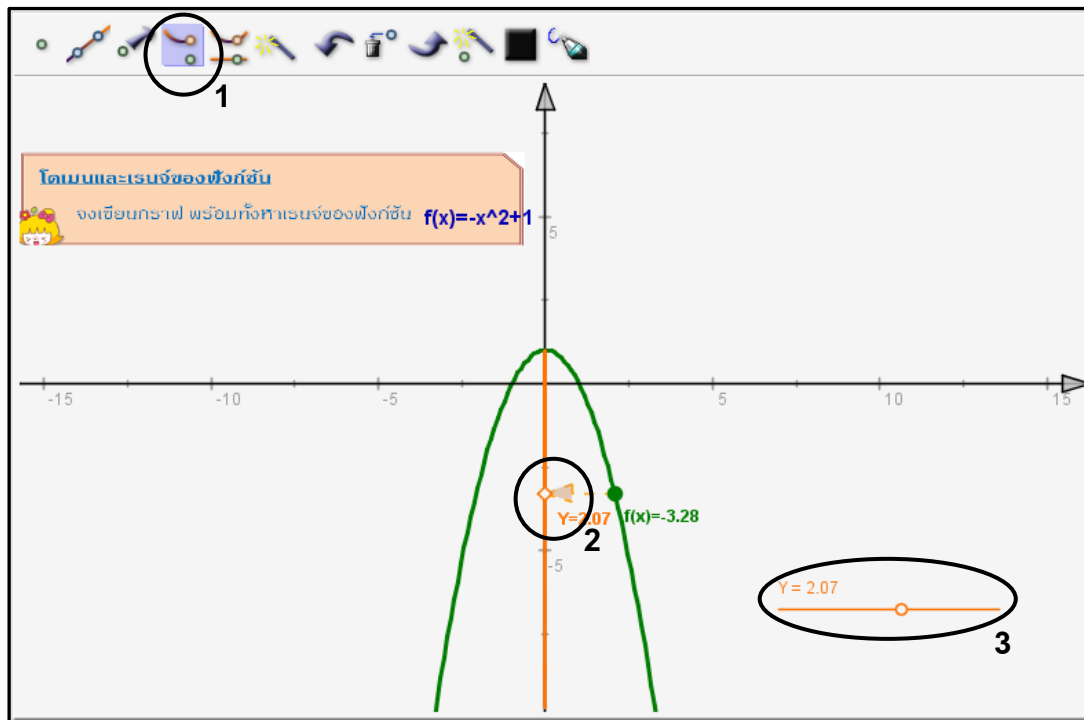
ภาพประกอบ 3

4.2.3.2 การหาเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ โดยการแสดงร่องรอยบนแกน Y (ภาพประกอบ 4)

- คลิกเมาส์ขวาที่กราฟเมื่อต้องการเปลี่ยนฟังก์ชัน

- คลิกปุ่ม  เลือกจุด Y แล้วเลือกปุ่ม Arithmetic Expression (x) เลื่อนมือไปทางซ้ายหรือขวาตามทิศทางที่ต้องการให้จุด Y เคลื่อนที่บนแกน Y กดปุ่ม Esc เมื่อต้องการลบรอย

- คลิกปุ่ม  เลือกจุด Y แล้วเลือกปุ่ม Arithmetic Expression (x) เมื่อต้องการแสดงรอยการเคลื่อนที่ของจุด Y แบบอัตโนมัติ กดปุ่ม Esc หรือคลิก 1 ครั้งเมื่อต้องการลบรอย



ภาพประกอบ 4

4.2.4 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.2-2.4 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. โดยครูคอยชี้แนะนักเรียนในการทำกิจกรรม และในกิจกรรมที่ 2.3 ครูให้นักเรียนร่วมกันตั้งข้อสังเกตว่าเพราะเหตุใดถึงไม่สามารถหาค่าของ $f(x) = \frac{1}{x}$ ที่ $x=0$ ได้

- เมื่อต้องการเขียนกราฟของ $f(x) = \sqrt{x+7}$ ให้พิมพ์ sqrt(x+7)

4.2.5 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.5 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ช่วยในการตอบคำถาม แล้วสรุปสิ่งที่ได้จากการทำใบกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำแก่นักเรียน

4.3 ชั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนร่วมพูดคุยสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1.2 (ตอนที่ 3) เป็นกรบ้าน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ - หาค่าของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ - หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.2	- ใบกิจกรรมที่ 1.2 (กิจกรรมที่ 2.2, 2.1, 2.3, 2.4, 3.1, 3.2, 3.3)	-ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน -ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ - ตั้งข้อความคาดการณ์ - ให้เหตุผล - เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.2 -ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.2	-ใบกิจกรรมที่ 1.2 (กิจกรรมที่ 2.5) -ใบกิจกรรมที่ 1.2 (กิจกรรมที่ 2.2, 2.1, 2.3, 2.4, 3.1, 3.2, 3.3)	- ถ้านักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ได้ถือว่าผ่าน -ถ้านักเรียนให้เหตุผลประกอบการหาโดเมนและเรนจ์ได้ ถือว่าผ่าน - ถ้านักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันได้ถูกต้องถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

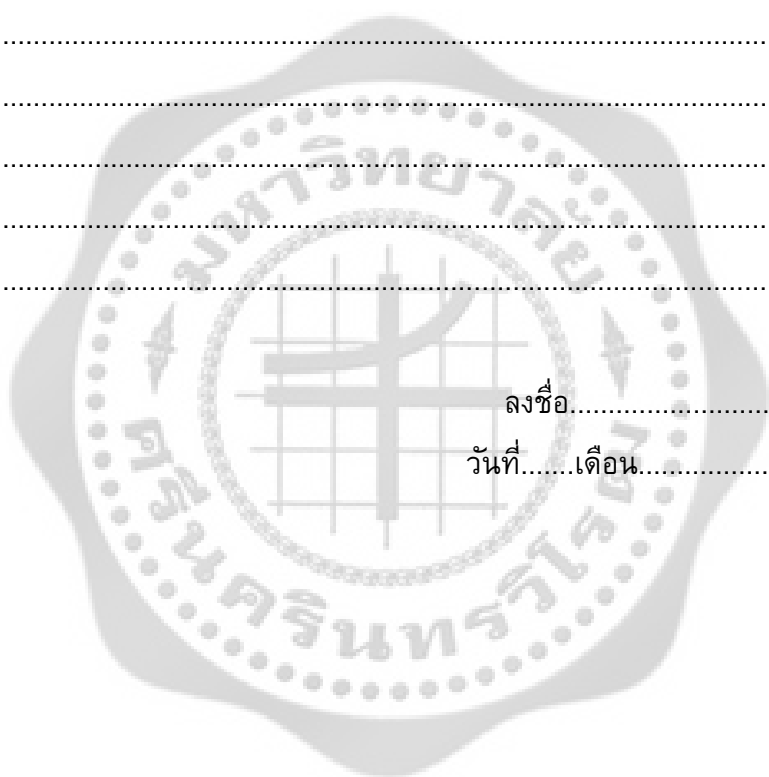
.....

.....

.....

.....

.....



ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เรื่อง รูปแบบของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 1 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 บอกว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B, ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

1.3.2 มีความรับผิดชอบ

1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$

บทนิยาม

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมี B เป็นเรนจ์

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$
ทั่วถึง

บทนิยาม

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B สำหรับ x_1, x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow{1-1} B$

จากบทนิยาม $f : A \rightarrow B$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ก็ต่อเมื่อ มี x_1, x_2 ใน A ที่ $x_1 \neq x_2$ แล้ว $f(x_1) \neq f(x_2)$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B (one-to-one function from A onto B หรือ one-to-one correspondence) เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow{1-1} B$ หมายถึง f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและเป็นฟังก์ชันทั่วถึง

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรม “Function Machines”

3.2 ใบกิจกรรมที่ 1.3 รูปแบบของฟังก์ชัน

3.3 แผ่นคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

3.4 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 หน้า 91-96

4. กิจกรรมการเรียนการสอน**4.1 ขั้นนำ**

4.1.1 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม “Function Machines” หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมพูดคุยจากกิจกรรมที่ได้จากการศึกษา

4.2 ขั้นสอน

4.2.1 ครูเสนอบทนิยามรูปแบบของฟังก์ชันพร้อมทั้งให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1.3 (กิจกรรมที่ 1.1-กิจกรรมที่ 1.3) โดยให้นักเรียนเขียนกราฟพร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของแต่ละฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

- กิจกรรม 1.1 คลิ๊กเลือก  คลิ๊กขวาแล้วกำหนดค่าตามคู่อันดับที่โจทย์กำหนด

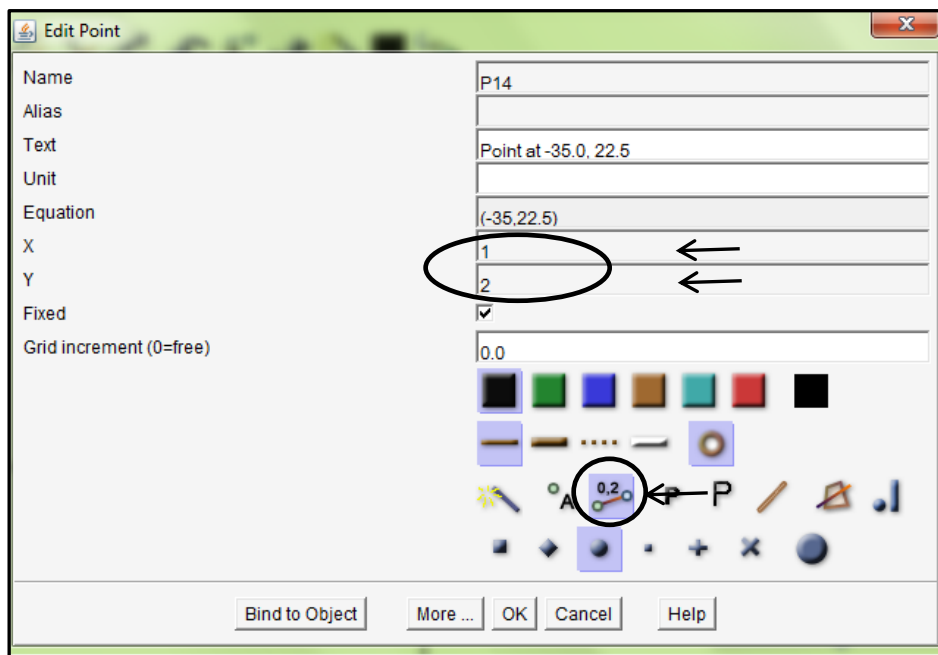
หลังจากนั้นให้นักเรียนสรุปลักษณะแต่ละรูปแบบของฟังก์ชัน (ภาพประกอบ 1)

~~☒~~ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ 1. $D_f = A$ 2. $R_f \subset B$

~~☒~~ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ 1. $D_f = A$ 2. $R_f = B$

✗ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ 1. $D_f = A$ 2. $R_f \subset B$ 3. สมาชิกจับคู่กันตัวต่อตัว

✗ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ 1. $D_f = A$ 2. $R_f = B$ 3. สมาชิกจับคู่กันตัวต่อตัว)



ภาพประกอบ 1

4.2.2 กิจกรรมที่ 1.3 ข้อ 3.2 ครูเสนอวิธีการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งโดยใช้บทนิยาม

3.2 $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 2\}$ เมื่อ $A = \mathbb{R}$ และ $B = \mathbb{R}$

วิธีทำ 2 จาก $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 2\}$

..... ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ

..... สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$

..... จะได้ $x_1^2 + 2 = x_2^2 + 2$

..... จะเห็นได้ว่า มีกรณีที่ $x_1 = x_2$ แต่ $f(x_1) = f(x_2)$

..... เช่น $x_1 = -1$ และ $x_2 = 1$ จะได้ $f(x_1) = (-1)^2 + 2 = 1^2 + 2 = 3 = f(x_2)$

4.2.3 ครูสอบถามนักเรียนถึงวิธีการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจากกราฟของกิจกรรมที่ 1.3 ว่านักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไร โดยให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. ช่วยในการ

หาคำตอบ หลังจากนั้น “ถ้ากำหนดกราฟของฟังก์ชันมาให้จะมีวิธีการตรวจสอบว่าฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ได้อย่างไร” (ลากเส้นขนานแกน x) โดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น

4.3 ชั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนร่วมพูดคุยสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1.3 (ตอนที่ 2) เป็นการบ้าน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ - บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B, ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งได้	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.3	- ใบกิจกรรมที่ 1.3 (กิจกรรมที่ 1.1-1.3, ตอนที่ 2)	-ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน -ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ - เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.3	-ใบกิจกรรมที่ 1.3 (กิจกรรมที่ 1.1-1.3)	-ถ้าเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ถูกต้องถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

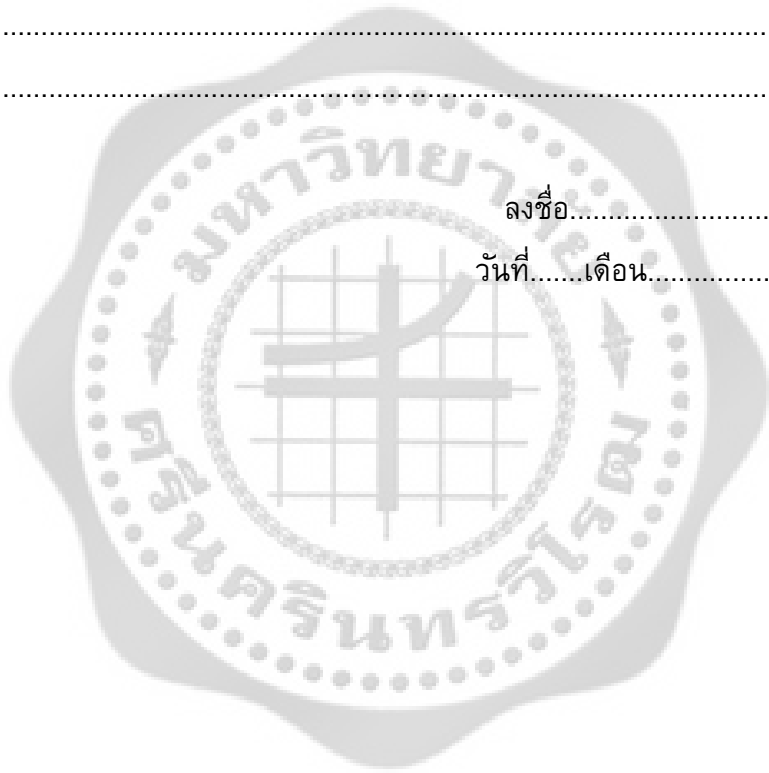
.....

.....

.....

.....

.....



ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

เวลา 1 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.1.2 ระบุได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดในช่วงใด

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ตั้งข้อความคาดการณ์ได้

1.2.2 เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

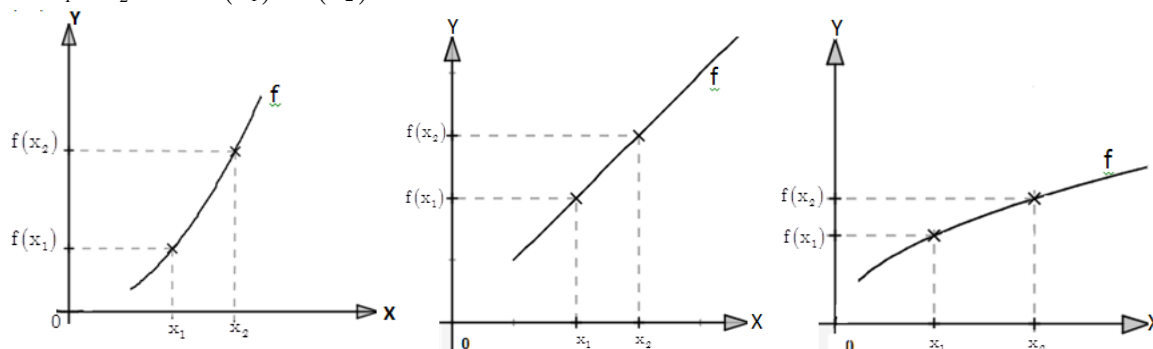
1.3.2 มีความรับผิดชอบ

1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

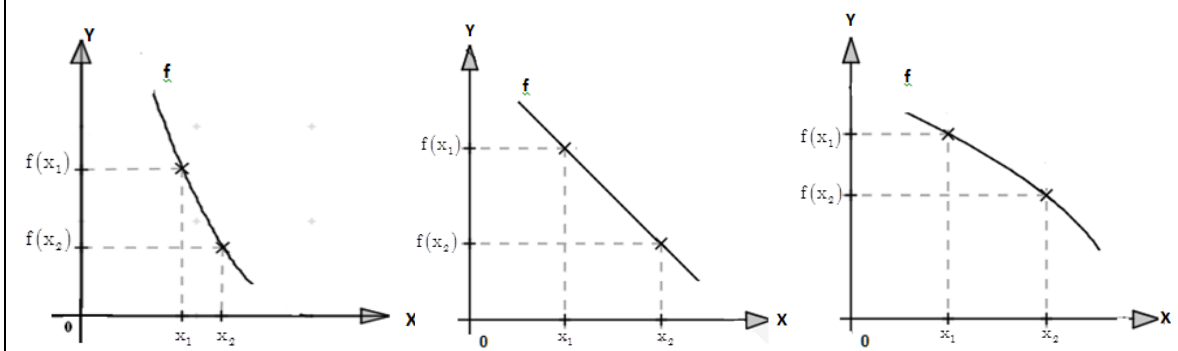
2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ A เป็นสับเซตของโดเมน

1. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$



2. f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$



3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ไปกิจกรรมที่ 1.4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด
- 3.2 แฟ้มคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1
- 3.3 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 หน้า 101-104

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

4.1 ขั้นนำ

4.1.1 ครูและนักเรียนร่วมพูดคุยถึงไปกิจกรรมที่ 1.3 (ตอนที่ 2) ที่นักเรียนทำเป็นการบ้าน

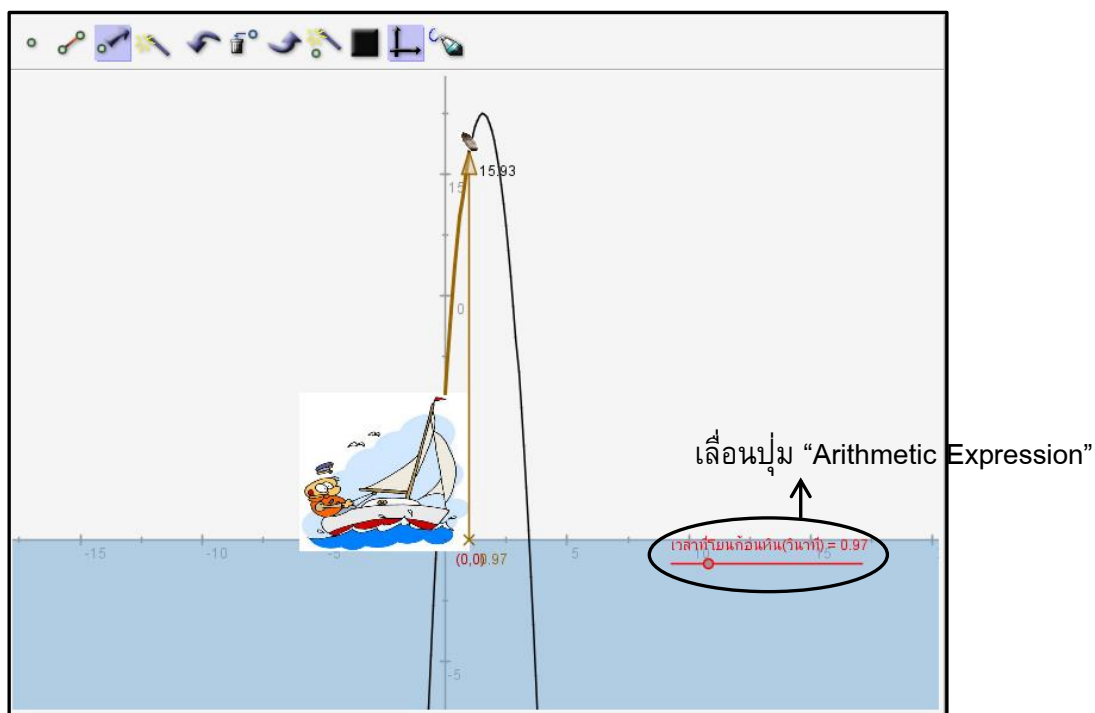
4.2 ขั้นสอน

4.2.1 ครูเสนอบทนิยามของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด พร้อมทั้งให้นักเรียนทำไปกิจกรรมที่ 1.4 (กิจกรรมที่ 1.1) โดยใช้โปรแกรม C.a.R. (ภาพประกอบ 1)

กิจกรรมที่ 1.1 “แสงกล้าขว้างก้อนหินจากเสาเรือ ซึ่งความสูงของก้อนหินที่โยนเป็นดังสมการ

$h(t) = 15t - 4.9t^2 + 6$ เมื่อ t คือเวลา (วินาที) และ $h(t)$ คือ ความสูงของก้อนหินที่ถูกขว้าง (เมตร) ที่เวลา t จงตอบคำถามต่อไปนี้

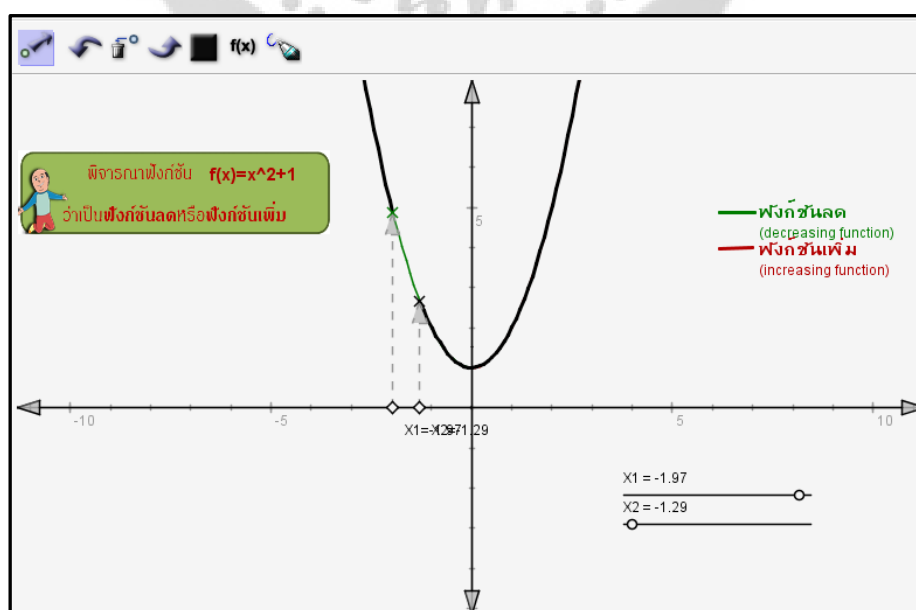
1. เสาเรือสูงจากระดับน้ำทะเลเท่าไร (6 เมตร)
2. ก้อนหินจะอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุดเมื่อถูกขว้างออกไปกี่วินาที (1.53 วินาที)
3. ช่วงเวลาที่ความสูงของก้อนหินเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตั้งแต่ (0 วินาที) ถึง (1.53 วินาที)
4. ช่วงเวลาที่ความสูงของก้อนหินเริ่มลดลงตั้งแต่ (1.53 วินาที) ถึง (3.42 วินาที)



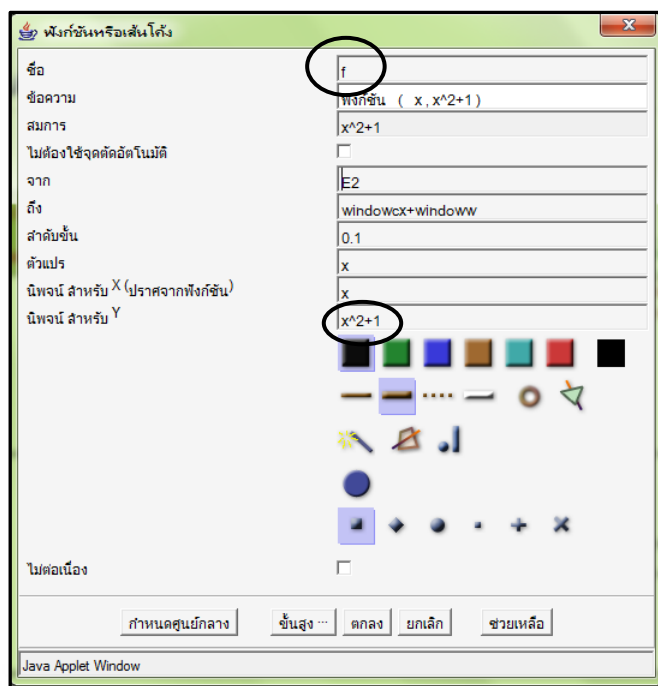
ภาพประกอบ 1

4.2.2 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R ตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันในกิจกรรมที่ 1.2 – กิจกรรมที่ 1.4 เพื่อให้นักเรียนดูว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม และเป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใด (ภาพประกอบ 2)

- เลื่อนปุ่ม “Arithmetic expression (x1)” เมื่อต้องการเลื่อน X1
- “Arithmetic expression (x2)” เมื่อต้องการเลื่อน X2
- คลิกเมาส์ขวาที่กราฟ f เมื่อต้องการเปลี่ยนฟังก์ชัน (ภาพประกอบ 3)



ภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 3

4.2.3 ให้นักเรียนสำรวจฟังก์ชันในกิจกรรมที่ 1.5 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แล้วสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำแก่นักเรียน

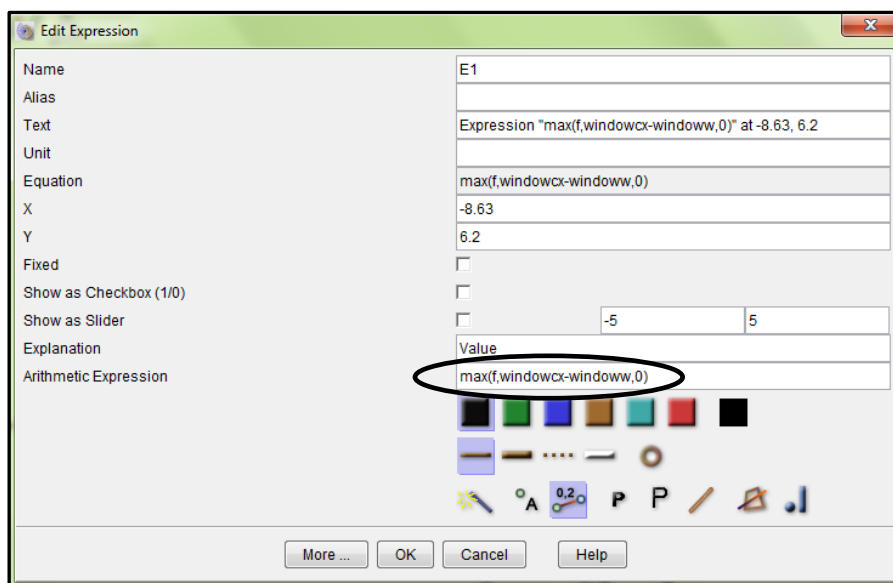
4.2.3 ครูเสนอวิธีการสำรวจฟังก์ชันในกิจกรรมที่ 1.6 โดยใช้บทนิยาม หลังจากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.7 -1.8

4.2.5 ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.1-2.3 ในตอนที่ 2 โดยครูคอยแนะนำ ตอบคำถาม และช่วยเหลือนักเรียน

หมายเหตุ ในการสำรวจกิจกรรมที่ 2.1 เมื่อต้องการหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันในช่วง $[-a, 0]$

ให้เลือก $\frac{a=2}{-a}$ แล้วใส่ค่า $\max(f, \text{windowcx}-\text{windoww}, 0)$ ในช่อง Arithmetic Expression

ในทำนองเดียวกันเมื่อต้องการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันในช่วง $[0, a]$ ให้เลือก $\frac{a=2}{a}$ แล้วใส่ค่า $\min(f, 0, \text{windowcx}+\text{windoww})$ ในช่อง Arithmetic Expression (ภาพประกอบ 4)



ภาพประกอบ 4

4.3 ชั้นสรุป

4.3.1 ครูและนักเรียนร่วมสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 สำหรับนักเรียนที่ยังทำใบกิจกรรมที่ 1.4 (ตอนที่ 2) ไม่เสร็จให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	วิธีวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ - บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด - ระบุได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดที่ช่วงใด	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 1.4	- ใบกิจกรรมที่ 1.4 (กิจกรรมที่ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.7, 1.8 2.1, 2.2, 2.3)	-ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน -ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ - ตั้งข้อความคาดการณ์ได้	-ตรวจจากใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรมที่ 1.4 (กิจกรรมที่ 1.5)	- ถ้านักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ได้ถือว่า ผ่าน

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	วิธีวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
- เขียนกราฟ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	- ตรวจจากใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรมที่ 1.4 (กิจกรรมที่ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2.1, 2.2)	- ถ้านักเรียนเขียนกราฟได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่.....เดือน..... พ.ศ.....

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การดำเนินการของฟังก์ชัน

เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณและการหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

1.1.2 ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 เห็นกราฟที่ได้จากการดำเนินการของฟังก์ชัน

1.2.2 เห็นการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของฟังก์ชันกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

1.3.2 มีความรับผิดชอบ

1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

การดำเนินการของฟังก์ชันเป็นการสร้างฟังก์ชันใหม่ ซึ่งนำฟังก์ชันมาบวก ลบ คูณ และหาร ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของ \mathbb{R} ที่ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ ผลบวก (sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $f + g, f - g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เมื่อ } g(x) \neq 0$$

โดเมนของ $f+g$, $f-g$ และ fg เท่ากับ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ในโดเมนของ f และโดเมนของ g สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ เท่ากับ $\{x|x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม “การอ่อนๆ” และใบกิจกรรม “ได้เท่าไร”
- 3.2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 การดำเนินการของฟังก์ชัน
- 3.3 แผ่นคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2
- 3.3 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

หน้า 106-109

4. กิจกรรมการเรียนการสอน

คาบที่ 1

4.1.1 ขั้นนำ

4.1.1.1 ครูทบทวนการหาค่าของฟังก์ชันโดยยกตัวอย่างฟังก์ชันและให้นักเรียนทำใบกิจกรรม “การอ่อน ๆ”

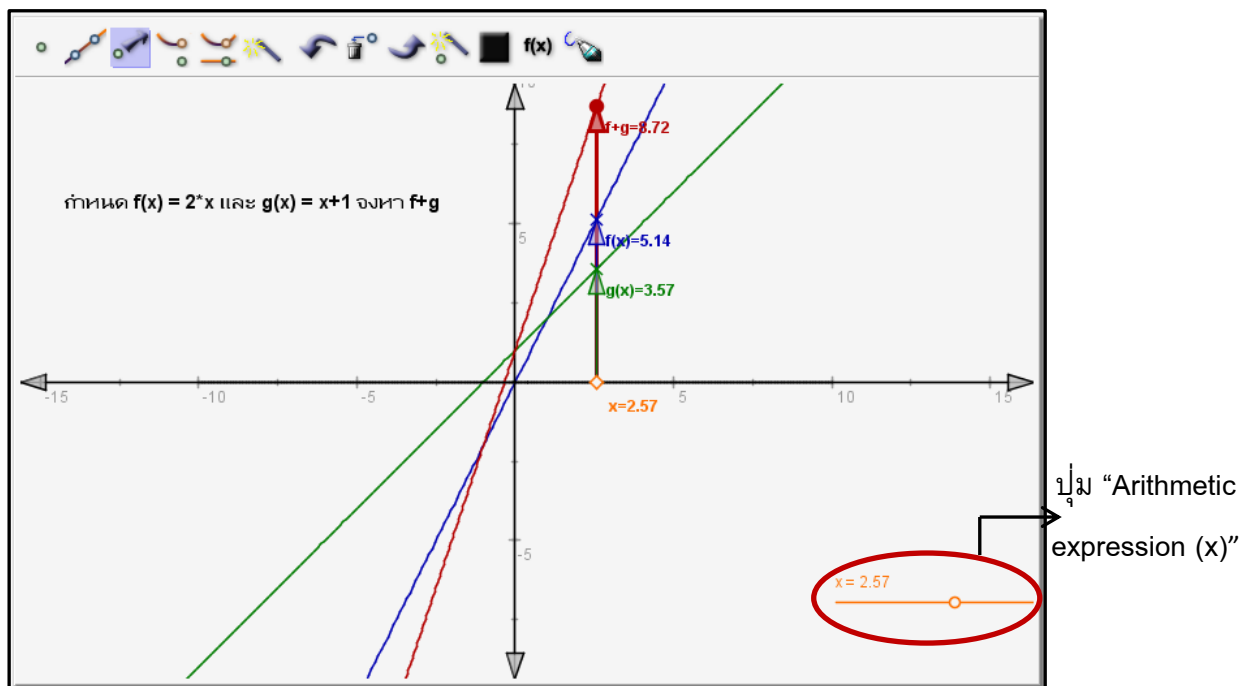
4.1.2 ขั้นสอน

4.1.2.1 ครูเสนอบทนิยามการดำเนินการของฟังก์ชัน ให้นักเรียนเขียนกราฟของ f และ g ในใบกิจกรรมที่ 2.1 (กิจกรรมที่ 1.1) พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ โดยครูอธิบายตัวอย่างกิจกรรมที่ 1.1.1 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. (ภาพประกอบ 1) แนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการใช้งานของคำสั่งต่าง ๆ พร้อมสาธิตและให้นักเรียนปฏิบัติตาม

- คลิกขวาที่เส้นกราฟเพื่อเปลี่ยนฟังก์ชัน
- คลิกปุ่ม “Arithmetic expression (x)” โดยเลื่อนไปทางซ้ายและขวาเมื่อต้องการเปลี่ยนค่า x

ค่า x

4.1.2.2 ให้นักเรียนสำรวจลักษณะของกราฟของแต่ละฟังก์ชันที่ได้ (กิจกรรมที่ 1.1.2-1.1.4) พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. โดยคลิกขวาที่เส้นกราฟเมื่อต้องการกำหนดฟังก์ชันใหม่

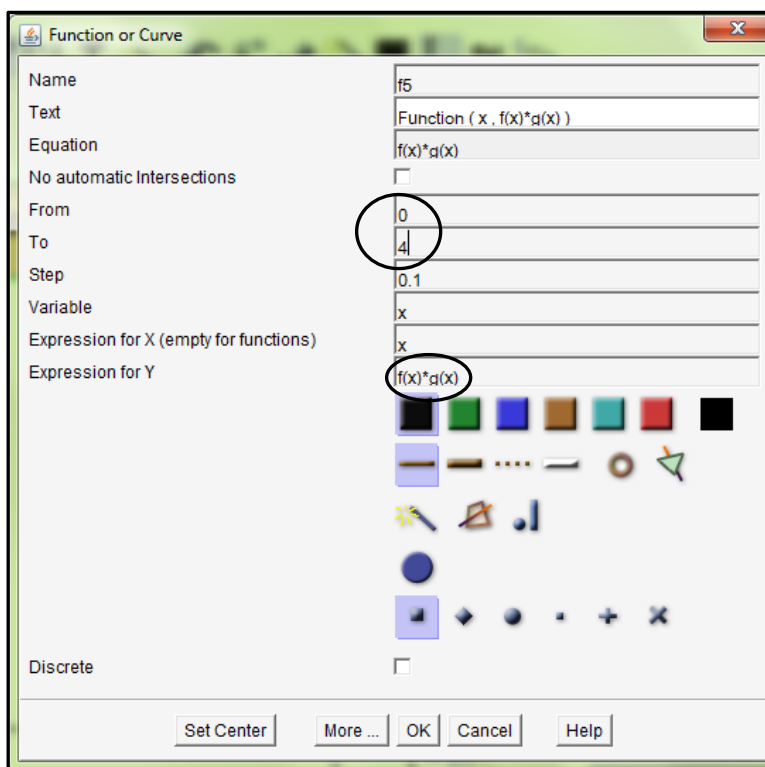


ภาพประกอบ 1

4.1.2.3 ครูใช้คำถามปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของโดเมนของ $f+g$, $f-g$, fg และ $\frac{f}{g}$ ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร (-โดเมนของ $f+g$, $f-g$, fg และ $\frac{f}{g}$ เท่ากับ $D_f \cap D_g$ โดยที่ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ และสำหรับ $\frac{f}{g}$ โดเมนของ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย)

4.1.2.4 ครูเสนอกิจกรรมที่ 1.2 หลังจากนั้นให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.1 (กิจกรรมที่ 1.2-กิจกรรมที่ 1.4) โดยครูคอยซักถามปัญหาและช่วยเหลือนักเรียนในการทำกิจกรรม

หมายเหตุ ในกิจกรรมที่ 1.3 เมื่อนักเรียนต้องการเขียนกราฟของ $(fg)(x)$ ให้คลิกเลือก $f(x)$ แล้ว พิมพ์ $f(x)*g(x)$ ในช่อง Expression for Y ในทำนองเดียวกันถ้าหากต้องการเขียนกราฟของ $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ให้คลิกเลือก $f(x)$ แล้ว พิมพ์ $f(x)/g(x)$ ในช่อง Expression for Y โดยสามารถกำหนดช่วงของฟังก์ชันที่ต้องการเขียนกราฟได้ โดยใส่ช่วงที่ต้องการเขียนกราฟในช่อง From เมื่อต้องการเขียนกราฟตั้งแต่...และในช่อง To เมื่อต้องการเขียนกราฟถึง.....



ภาพประกอบ 2

4.1.2.5 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

4.1.3 ชั้นสรุป

4.1.3.1 ครูสุ่มถามนักเรียน 1 คน ให้นักเรียนอธิบายวิธีการสร้างฟังก์ชันใหม่ว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง

4.1.3.2 ครูสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน สำหรับนักเรียนที่ทำไปกิจกรรม 2.1 (กิจกรรมที่ 1.3-กิจกรรมที่ 1.4) ไม่เสร็จให้ทำต่อเป็นการบ้าน

คาบที่ 2

4.2.1 ชั้นนำ

4.2.1.1 ครูสุ่มนักเรียนในห้องให้อธิบายถึงวิธีการสร้างฟังก์ชันใหม่ว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง (-การนำฟังก์ชันมาบวก ลบ คูณ และหาร)

4.2.1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนบทนิยามของการดำเนินการของฟังก์ชันและให้นักเรียนทำไปกิจกรรม “ได้เท่าไร?” และร่วมกันเฉลย

4.2.2 ชั้นสอน

4.2.2.1 ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นถึงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาในกิจกรรมที่ 2.1 ในใบกิจกรรมที่ 2.1 คอยซักถามนักเรียนเพื่อสำรวจดูว่านักเรียนเข้าใจโจทย์หรือไม่ หลังจากนั้นครูแสดงวิธีทำให้นักเรียนดู

4.2.2.2 ให้นักเรียนสร้างฟังก์ชันใหม่ที่ได้จากกิจกรรมที่ 2.2-กิจกรรมที่ 2.3 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ช่วยในการทำกิจกรรม

4.2.2.3 ครูคอยซักถามปัญหาและคอยช่วยเหลือนักเรียนในการทำกิจกรรมโดยมีการตั้งคำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้คิดตาม

4.2.3 ชั้นสรุป

4.2.3.1 ครูสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
<p>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณและการหาร ฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้ - ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 	- ตรวจจาก ใบกิจกรรมที่ 2.1	- ใบกิจกรรมที่ 2.1 (กิจกรรมที่ 1.1.2- 1.1.4, 1.3, 1.4, 2.2, 2.3)	<ul style="list-style-type: none"> - ตอบถูกให้ 1 คะแนน - ตอบผิดให้ 0 คะแนน - ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
<p>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</p> <p>-</p>	-	-	-

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เรื่อง ฟังก์ชันประกอบ เวลา 3 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- 1.1.1 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้หาฟังก์ชันประกอบได้หรือไม่
- 1.1.2 หาฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชันตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้
- 1.1.3 หาโดเมนและเรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- 1.2.1 เขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้
- 1.2.2 เห็นการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

1.4 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

- 1.3.1 ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย
- 1.3.2 มีความรับผิดชอบ
- 1.3.3 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$
ฟังก์ชันประกอบของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ
 $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ และกำหนด $g \circ f$ โดย $g \circ f(x) = g(f(x))$ สำหรับทุก x ใน $D_{g \circ f}$

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม “ $f(x)=?$ ” และใบกิจกรรม “ราคาเท่าไร”
- 3.2 ใบกิจกรรมที่ 2.2 ฟังก์ชันประกอบ

3.3 แฟ้มคำสั่งกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

3.4 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 หน้า 109-114

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1

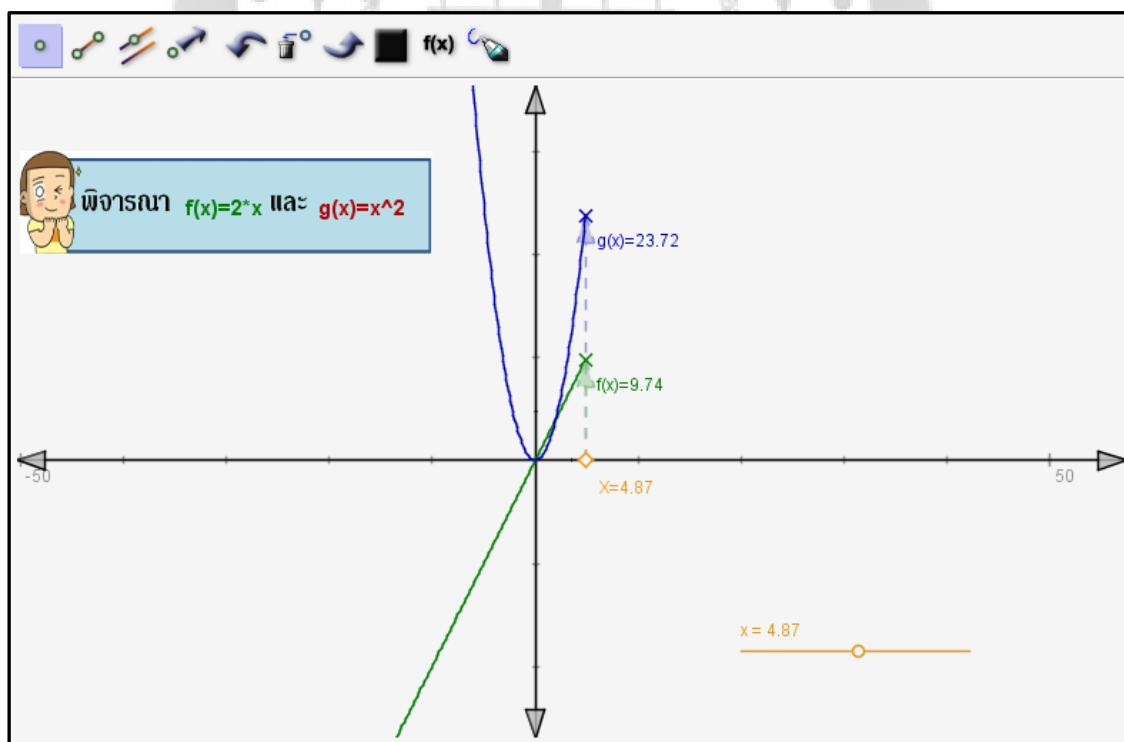
4.1.1 ขั้นนำ

4.1.1.1 ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

4.1.2 ขั้นสอน

4.1.2.1 ครูเสนอบทนิยามของฟังก์ชันประกอบ

4.1.2.2 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 2.2 (กิจกรรมที่ 1) โดยให้นักเรียนสำรวจลักษณะของกราฟ f และ g โดยใช้โปรแกรม C.a.R. (ภาพประกอบ 1) พร้อมทั้งเขียนกราฟของทั้งสองฟังก์ชันลงในระบบพิกัดเดียวกัน ย้ำให้นักเรียนใช้ปากกาค้นละสีในการเขียนกราฟของฟังก์ชันที่ต่างกัน และให้นักเรียนหา $R_g \cap D_f$ และ $R_f \cap D_g$ แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อ



ภาพประกอบ 1

4.1.2.3 ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นในระหว่างการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปเกี่ยวกับการหาฟังก์ชันประกอบดังนี้

<p>การหา $g \circ f, D_{g \circ f}$</p> <p>1) พิจารณา $R_f \cap D_g$ ถ้า $R_f \cap D_g = \emptyset$ แสดงว่า ไม่มี $g \circ f$ ถ้า $R_f \cap D_g \neq \emptyset$ แสดงว่า มี $g \circ f$</p> <p>2) หา $g \circ f$ จาก $(g \circ f)(x) = g(f(x))$</p>
<p>การหา $f \circ g, D_{f \circ g}$</p> <p>1) พิจารณา $R_g \cap D_f$ ถ้า $R_g \cap D_f = \emptyset$ แสดงว่า ไม่มี $f \circ g$ ถ้า $R_g \cap D_f \neq \emptyset$ แสดงว่า มี $f \circ g$</p> <p>2) หา $f \circ g$ จาก $(f \circ g)(x) = f(g(x))$</p>

4.1.3 ชั้นสรุป

4.1.3.1 ให้นักเรียนอาสาสมัครออกมายกตัวอย่างฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่สามารถหาฟังก์ชันประกอบได้และยกตัวอย่างฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่ไม่สามารถหาฟังก์ชันประกอบได้พร้อมทั้งบอกเหตุผล

4.1.3.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหาฟังก์ชันประกอบเพื่อให้ นักเรียนมีแนวคิดในทางเดียวกัน

คาบที่ 2


4.2.1 ชั้นนำ

4.2.1.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ $f(x)=?$ ” ในข้อที่ 1 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจ เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

4.2.2 ชั้นสอน

4.2.2.1 ให้นักเรียนสำรวจกิจกรรมใบกิจกรรมที่ 2.2 (กิจกรรมที่ 2.1) โดยใช้โปรแกรม C.a.R.


- เมื่อต้องการสำรวจกราฟของ $g \circ f$ ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. คลิกเลือก  (สมมติให้เป็น P_1)
2. คลิกเมาส์ขวาที่จุด P_1 จะเกิดกล่องโต้ตอบดังภาพ (ภาพประกอบ 2)

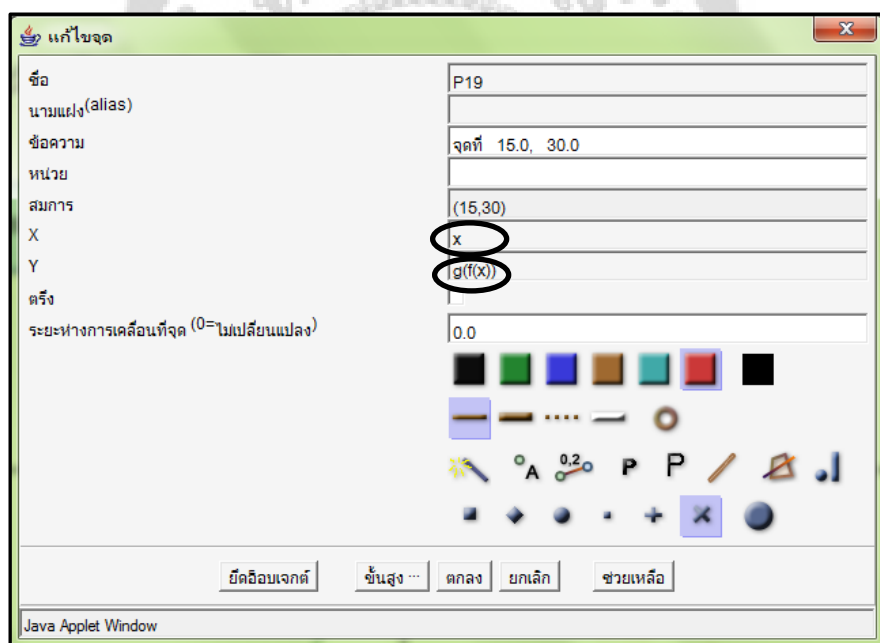
หลังจากนั้นป้อนค่าดังนี้

- ช่อง X ใส่ค่า x (ใส่ค่า Arithmetic Expression)
- ช่อง Y ใส่ค่า $g(f(x))$ เมื่อต้องการสำรวจกราฟ $g \circ f$ และใส่ค่า $f(g(x))$ เมื่อ

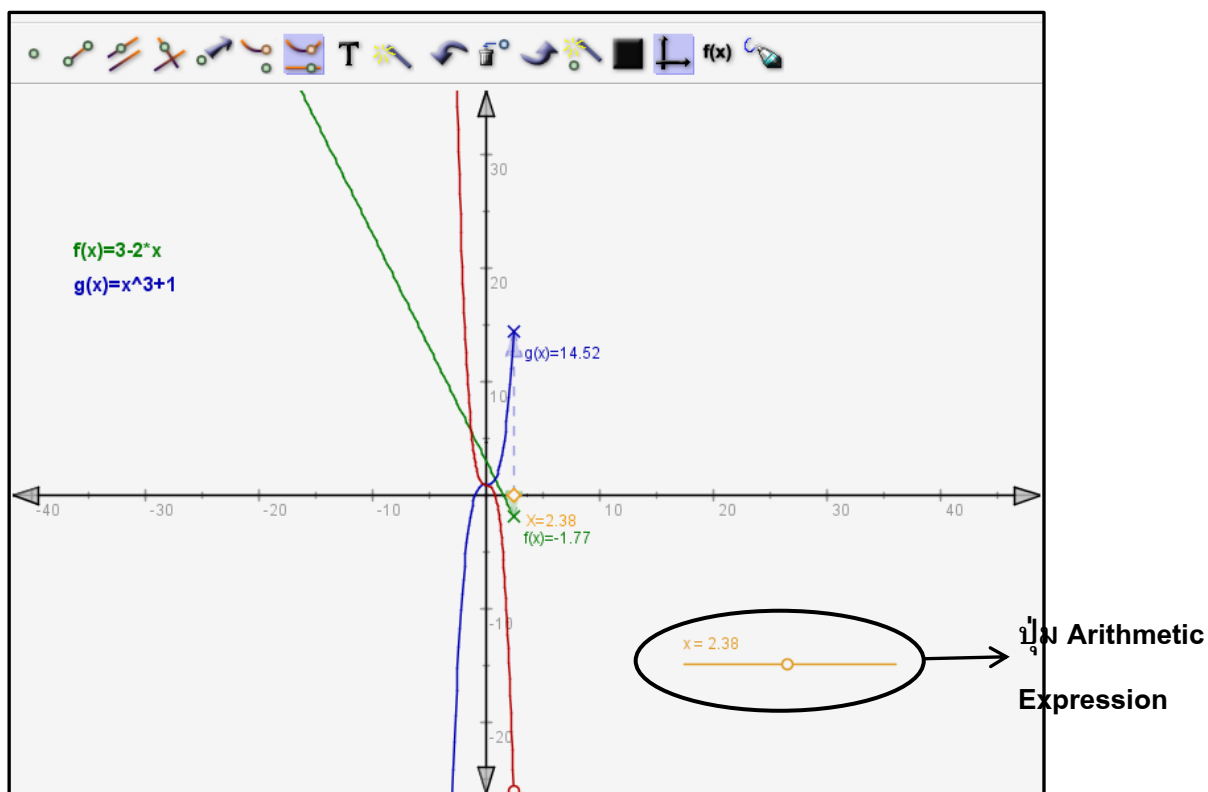
ต้องการสำรวจกราฟ $f \circ g$ (ภาพประกอบ 3)

3. คลิกเลือก  แล้วเลือก Arithmetic Expression เมื่อต้องการสร้าง

รอยที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของจุด P_1 หรือ เลือก  แล้วเลือก Arithmetic Expression เมื่อต้องการสร้างรอยที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของจุด P_1 แบบอัตโนมัติ



ภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 3

4.2.2.2 สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยกิจกรรมที่ 2.1 หน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.2-2.3 ครูคอยสังเกตและช่วยเหลือนักเรียนในการทำกิจกรรม

4.2.2.3 ครูและนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมที่ 2.4 และให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. สำรวจกราฟของ $(f \circ g) \circ h$ และ $f \circ (g \circ h)$ ว่ามีลักษณะเหมือนหรือต่างกันหรือไม่ พร้อมช่วยกันสรุป

4.2.3 ชั้นสรุป

4.2.3.1 ครูสรุปสิ่งที่นักเรียนได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

คาบที่ 3

4.3.1 ชั้นหำ

4.3.1.1 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “ราคาเท่าไร”

4.3.1.1 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเสร็จ

4.3.2 ชั้นสอน

4.3.2.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2.2 ตอนที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1) การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันประกอบ และให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบที่ได้โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

4.3.2.2 ครูคอยซักถามปัญหาและคอยช่วยเหลือนักเรียนในการทำกิจกรรม

4.3.2.3 ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2.2 (กิจกรรมที่ 3.2-3.4) โดยครูคอยให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูให้นักเรียนอาสามาเฉลยคำตอบของตนเองพร้อมทั้งอธิบายให้เพื่อนฟังหน้าชั้นเรียน

4.2.3 ชั้นสรุป

4.3.3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับฟังก์ชันประกอบหลังจากนั้นสุ่มนักเรียนมา 1 คน ให้นักเรียนเขียนลำดับขั้นตอนในการหาฟังก์ชันประกอบหน้าชั้นเรียน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ - บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้หาฟังก์ชันประกอบได้หรือไม่ - หาฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชันตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้ - หาโดเมนและเรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบได้	-ตรวจจากใบกิจกรรมที่ 2.2	- ใบกิจกรรมที่ 2.2 (กิจกรรมที่ 1, กิจกรรมที่ 2.1-2.3, กิจกรรม 3.2-3.4)	-ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน -ผ่านเกณฑ์อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนรวม
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ - เขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้	-ตรวจจากใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรมที่ 2.2 (กิจกรรมที่ 2.1-2.3, กิจกรรม 3.2)	-ถ้านักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบถูกต้องถือว่าผ่าน

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การให้คะแนนและการประเมินผล
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย - มีความรับผิดชอบ - มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม	สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ระดับคุณภาพดี

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

วันที่:..... เวลา.....

เรื่อง:

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนประเมินพฤติกรรมผู้เรียนขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้ระดับคะแนนลงในตารางที่ตรงกับพฤติกรรมของผู้เรียน

เกณฑ์การให้คะแนน : 3 หมายถึง ดีมาก

2 หมายถึง ดี

1 หมายถึง พอใช้

0 หมายถึง ควรปรับปรุง

ที่	ชื่อ-นามสกุล	รายการประเมิน			คะแนนรวม	แปลผล
		ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย	มีความรับผิดชอบ	มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม		
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						

(ต่อ)

ที่	ชื่อ-นามสกุล	รายการประเมิน			คะแนนรวม	แปลผล
		ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย	มีความรับผิดชอบ	มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม		
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน 8-9 หมายถึง ดีมาก

คะแนน 6-7 หมายถึง ดี

คะแนน 4-5 หมายถึง พอใช้

คะแนน 0-3 หมายถึง ควรปรับปรุง

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะ

ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
ดีมาก (3)	ทำงานเป็นขั้นตอน เป็นระเบียบเรียบร้อย
ดี (2)	ทำงานเป็นขั้นตอน แต่ขาดความเป็นระเบียบ
พอใช้ (1)	ขาดขั้นตอนในการทำงานและทำงานไม่เป็นระเบียบ
ควรปรับปรุง (0)	ไม่ทำงานเลย

มีความรับผิดชอบ

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
ดีมาก (3)	ส่งงานก่อนหรือตรงเวลานัดหมาย
ดี (2)	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเล็กน้อยและมีเหตุผลที่รับฟังได้
พอใช้ (1)	ส่งงานช้ากว่ากำหนดโดยไม่มีเหตุผล
ควรปรับปรุง (0)	ไม่ส่งงานเลย

มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
ดีมาก (3)	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมทันทีที่ได้รับมอบหมาย
ดี (2)	ลงมือปฏิบัติค่อนข้างช้า แต่มีความสนใจและตั้งใจในการทำกิจกรรม
พอใช้ (1)	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมช้า ต้องมีคนคอยกระตุ้น
ควรปรับปรุง (0)	ไม่ปฏิบัติกิจกรรมเลย

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

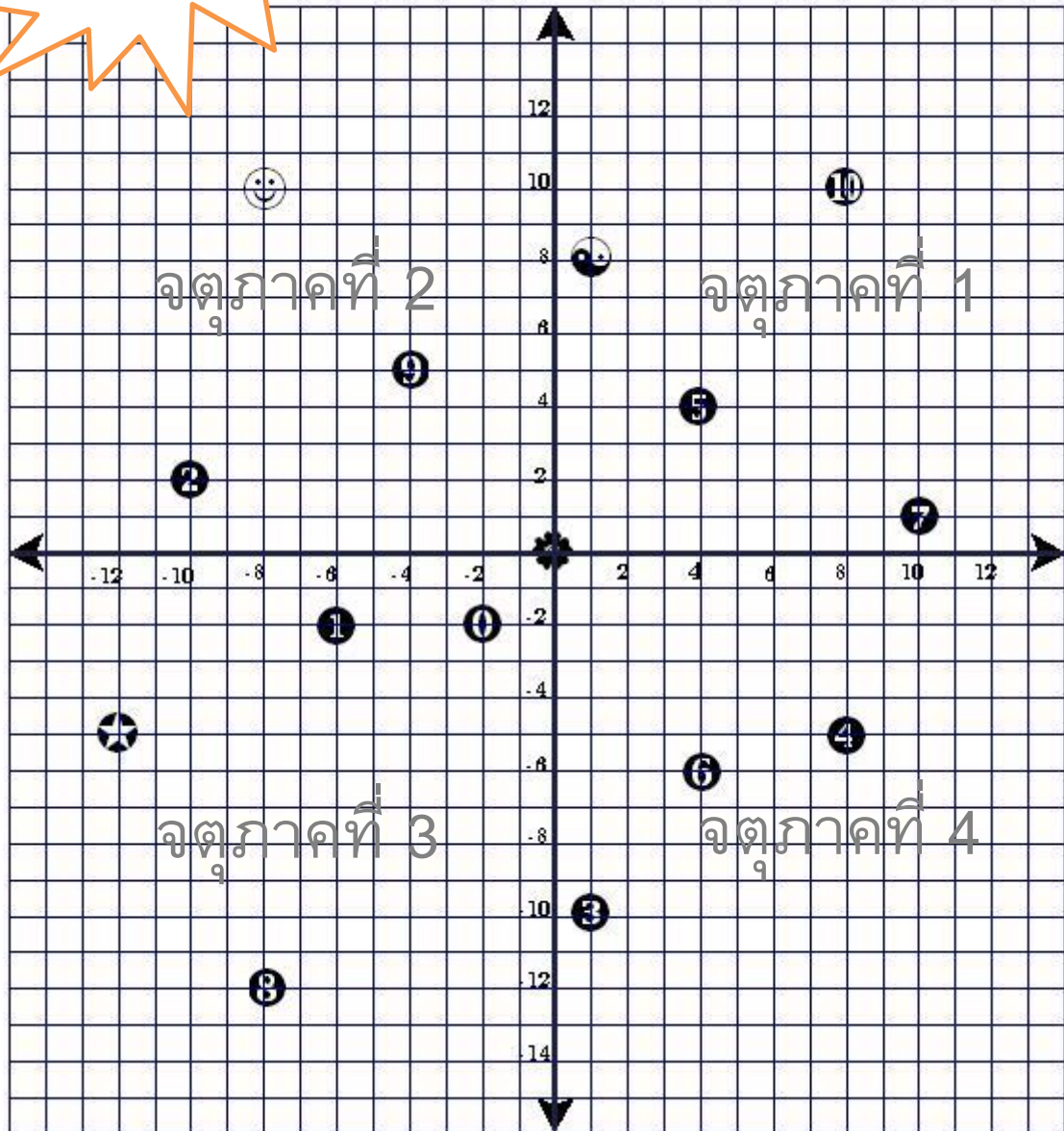


ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเฉลยใบกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.



จงหาตำแหน่งของสัญลักษณ์ต่อไปนี้
แล้วเติมคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้



คู่อันดับ	คู่อันดับ	คู่อันดับ	คู่อันดับ
① (-2,-2)	① (-6,-2)	② (-10,2)	③ (1,-10)
④ (8,-5)	⑤ (4,4)	⑥ (4,-6)	⑦ (10,1)
⑧ (-8,-12)	⑨ (-4,5)	⑩ (8,10)	☯... (1,8)
☺ (-8,10)	☘ (0,0)	★ (-12,-5)	



ใบกิจกรรมที่ 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้: ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักเรียนสามารถตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

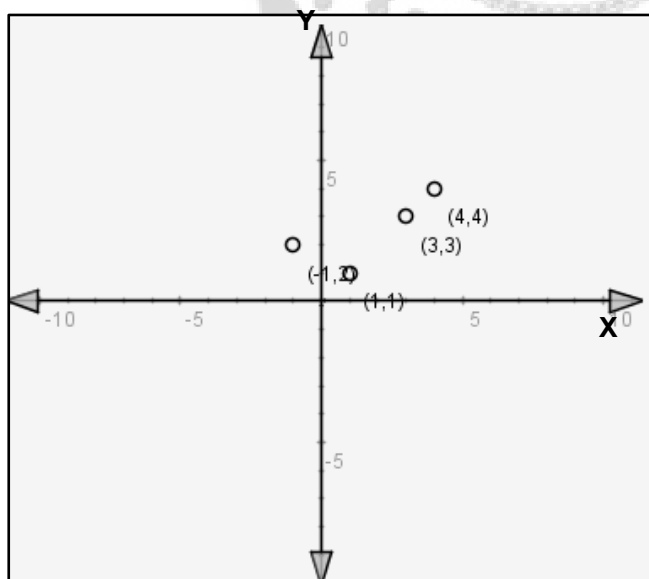
✎ ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

..... นั่นคือ ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใด ๆ

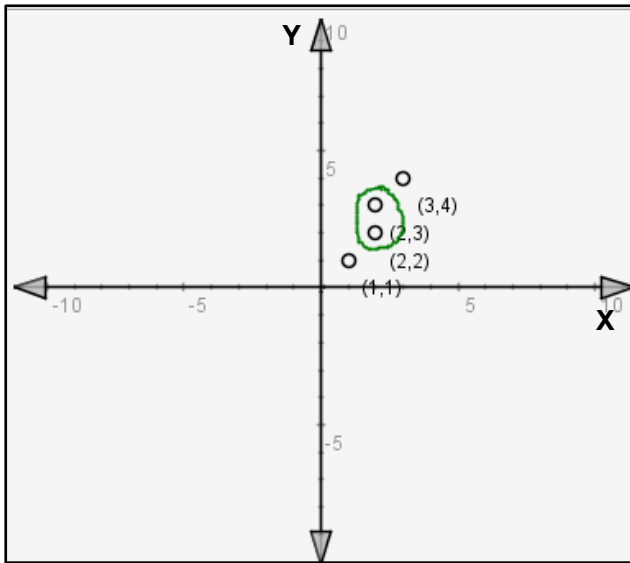
ถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$

กิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ $r_1 = \{(1,1), (-1,2), (3,3), (4,4)\}$ และ

$r_2 = \{(1,1), (2,2), (2,3), (3,4)\}$ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 🌀




พิจารณาจากกราฟ r_1 เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีค่า x ใด ที่ให้ค่า y สองค่า หรือ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน

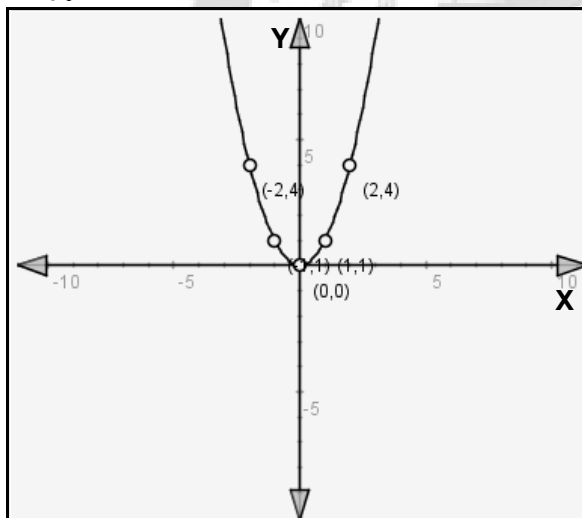


พิจารณาจากกราฟ r_2 ... ไม่เป็นฟังก์ชัน
 เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับซ้ำกัน
แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

กิจกรรมที่ 1.2 ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ y_1, y_2, y_3 และ y_4 ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่โดยใช้

โปรแกรม C.a.R. 

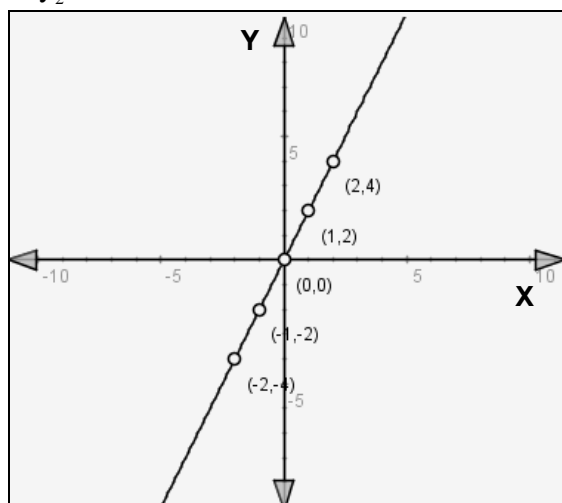
$$y_1 = x^2$$



x	-2	-1	0	1	2
$y_1 = x^2$	4	1	0	1	4

พิจารณาจากกราฟ $y_1 = x^2$ เป็นฟังก์ชัน
 เพราะ จากกราฟพบว่าเมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวน
จริงใด ๆ สามารถหาค่า y ได้เพียงค่าเดียวเสมอ
หรือสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน

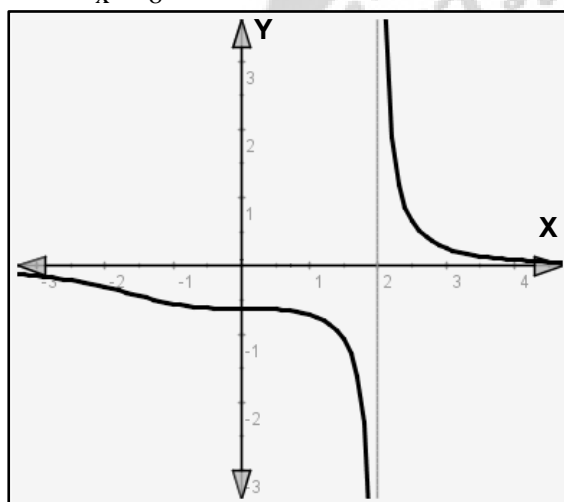
$$y_2 = 2x$$



x	-2	-1	0	1	2
$y_2 = 2x$	-4	-2	0	2	4

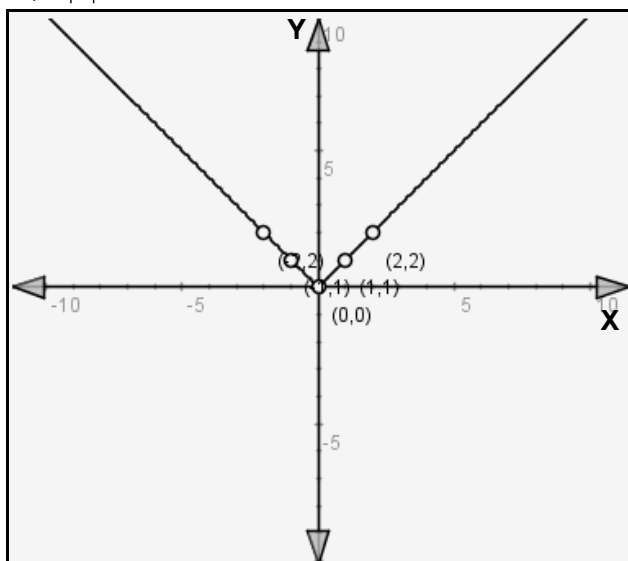
พิจารณาจากกราฟ $y_2 = 2x$ เป็นฟังก์ชัน
 เพราะ จากกราฟพบว่าเมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวน
 จริงใด ๆ สามารถหาค่า y ได้เพียงค่าเดียวเสมอ

$$y_3 = \frac{5}{x^3 - 8}$$



พิจารณาจากกราฟ $y_3 = \frac{5}{x^3 - 8}$ เป็นฟังก์ชัน
 เพราะ จากกราฟพบว่าเมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวน
 จริงใด ๆ สามารถหาค่า y ได้เพียงค่าเดียวเสมอ

$$y_4 = |x|$$



x	-2	-1	0	1	2
$y_4 = x $	2	1	0	1	2

พิจารณาจากกราฟ $y_4 = |x|$ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากกราฟพบว่าเมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาค่า y ได้เพียงค่าเดียวเสมอ

✎ เปรียบเทียบเงื่อนไขระหว่าง “ความสัมพันธ์” กับ “ฟังก์ชัน”

..... ความสัมพันธ์คือเซตของคู่อันดับและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต แต่ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์สำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

✎ ทำไม “ฟังก์ชันจึงเป็นความสัมพันธ์ แต่มีบางความสัมพันธ์ไม่เป็นฟังก์ชัน”

(Why all functions are relations, but not all relations are functions?)

..... เนื่องจากฟังก์ชันเป็นสับเซตของความสัมพันธ์ ซึ่งความสัมพันธ์คือเซตของคู่อันดับซึ่งอาจมีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต่างกันได้

กิจกรรมที่ 1.3 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. ตรวจสอบลักษณะของกราฟ แล้วตอบคำถามลงในช่องว่าง

$$y_1 = x$$

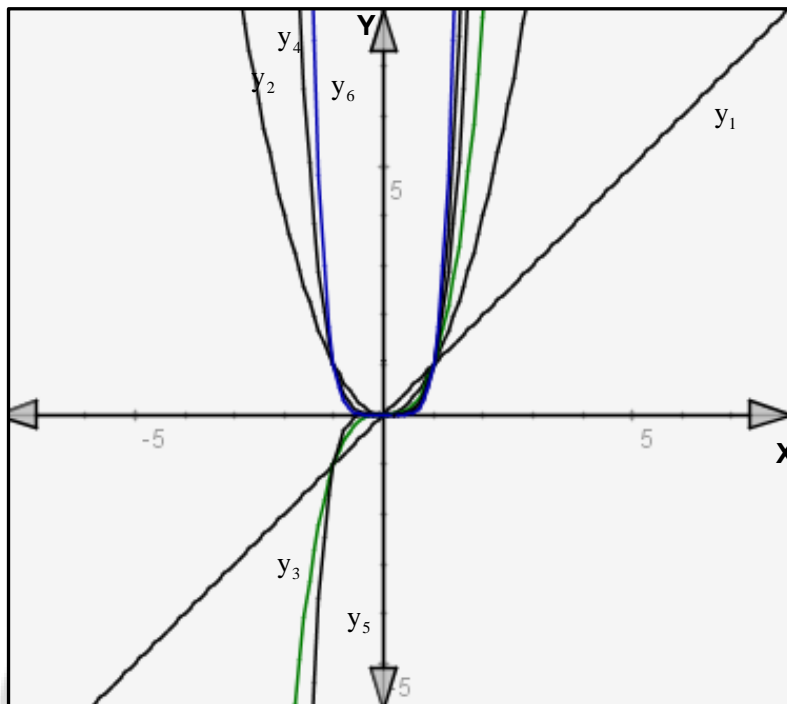
$$y_2 = x^2$$

$$y_3 = x^3$$

$$y_4 = x^4$$

$$y_5 = x^5$$

$$y_6 = x^6$$



- $y_1 = x$ มีลักษณะกราฟเป็นอย่างไร เป็นเส้นตรงผ่านจุด $(0, 0)$ โดยที่ $y = x$
- $y_2 = x^2$ มีลักษณะกราฟเป็นอย่างไร เป็นกราฟพาราโบลาหงายจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$
- กราฟใดที่มีลักษณะเหมือนกับ $y_2 = x^2$ กราฟของ $y_4 = x^4$ และ $y_6 = x^6$
- กราฟใดที่มีลักษณะเหมือนกับ $y_3 = x^3$ กราฟของ $y_5 = x^5$
- กราฟ y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 และ y_6 เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น
- ถ้าเปลี่ยนจาก $y = x^6$ เป็น $y = x^7, y = x^8, y = x^9, \dots, y = x^n$ เมื่อ $n \in I^+$ ยังเป็นฟังก์ชันอีกหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น

➤ จากกราฟข้างต้นสามารถจัดกลุ่มกราฟออกเป็นกี่กลุ่ม 2 กลุ่ม คือ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ n เป็นจำนวนคู่

แล้วถ้าเปลี่ยนจาก $y = x^n$ เป็น $y = x^n + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ ยังเป็นฟังก์ชันอีกหรือไม่ เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น

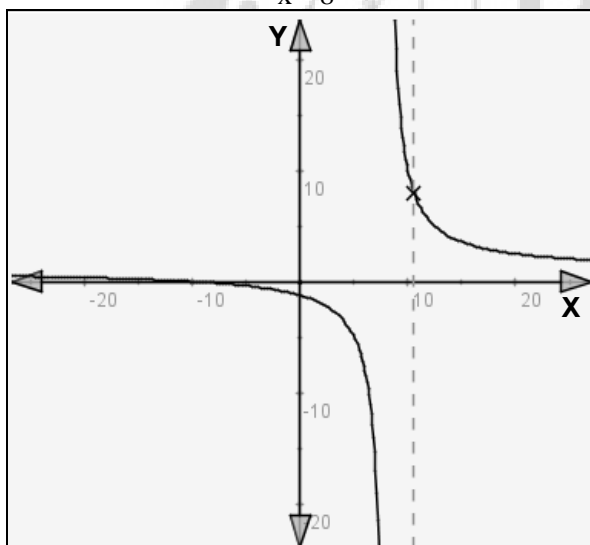
➤สรุปได้ว่า กราฟของสมการที่อยู่ในรูป $y = x^n + c$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ c เป็นค่าคงที่ใด ๆ เป็นฟังก์ชัน



ตอนที่ 2 เสริมทักษะ (ฝึกคิด ฝึกทำ)

กิจกรรมที่ 2.1- 2.3 ให้นักเรียนเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

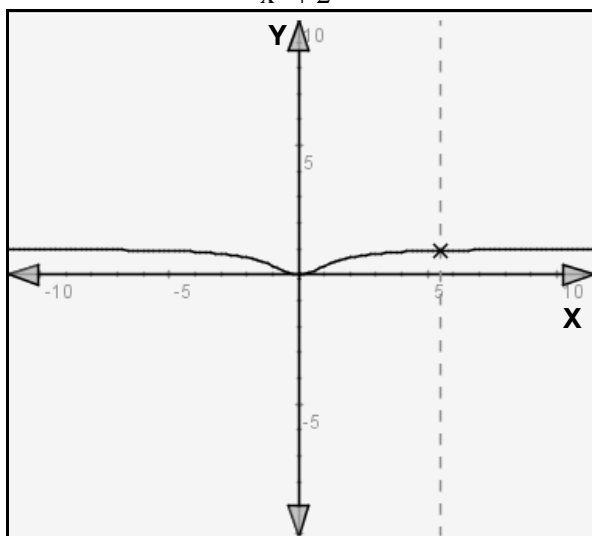
กิจกรรมที่ 2.1 $y = \frac{x+10}{x-8}$



จากกราฟ จะพบว่า เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น

ดังนั้น $y = \frac{x+10}{x-8}$ เป็นฟังก์ชัน

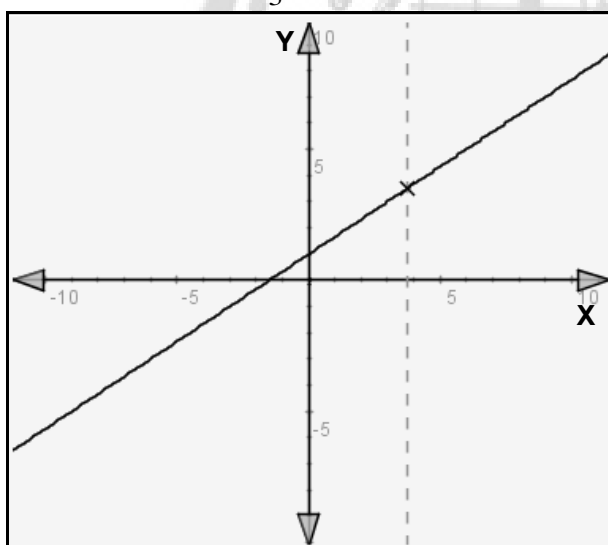
กิจกรรมที่ 2.2 $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$



จากกราฟ จะพบว่าเมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น

ดังนั้น $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$ เป็นฟังก์ชัน

กิจกรรมที่ 2.3 $y = \frac{2x}{3} + 1$



จากกราฟ จะพบว่า เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น

ดังนั้น $y = \frac{2x}{3} + 1$ เป็นฟังก์ชัน

All functions are relations,
but not all relations are functions.



“ดาวเทียม”

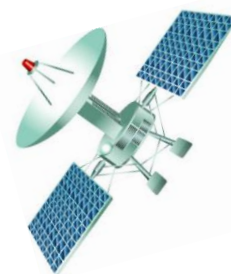
สิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่บนท้องฟ้ามีทั้งวัตถุทางธรรมชาติและสิ่งประดิษฐ์ เช่น ดวงจันทร์จัดว่าเป็นวัตถุทางธรรมชาติ และตามเทียมเป็นสิ่งที่ประดิษฐ์ ซึ่งจะใช้ในการวิจัยทางวิทยาศาสตร์ การสื่อสาร การพยากรณ์อากาศและในกองทัพ

เวลาที่ดาวเทียมเคลื่อนที่สู่วงโคจรรอบโลกขึ้นอยู่กับความเร็วและระยะทาง สำหรับวงโคจรของดาวเทียมที่ 100 ไมล์เหนือโลกจะสัมพันธ์กับความเร็วและเวลา ดังสมการ

$$t = \frac{1540}{s}$$

ตารางด้านล่างแสดงถึงระยะทาง (1,000 ไมล์ต่อชั่วโมง) และเวลา (นาที)

ระยะทาง (s)	15	20	25	30
เวลา (t)	102.7	77	61.6	51.3



เราสามารถแสดงค่าในตารางในรูปของเซตของคู่อันดับ โดยคู่อันดับของสมาชิกตัวแรกและสมาชิกตัวที่สองในเซตเรียกว่า **ความสัมพันธ์ (relation)** สมาชิกตัวแรกของคู่อันดับคือ **พิกัดที่หนึ่ง (abscissa)** และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับคือ **พิกัดที่สอง (ordinate)**

จากตัวอย่างข้างบน จะได้ ความสัมพันธ์ คือ

$$\{(15, 102.7), (20, 77), (25, 61.6), (30, 51.3)\}$$


เซตของพิกัดที่หนึ่งของคู่อันดับ คือ $\{15, 20, 25, 30\}$ จะเรียกว่า **โดเมน (domain)**

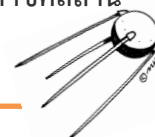
ของความสัมพันธ์และเซตของพิกัดที่สองของคู่อันดับ คือ $\{102.7, 77, 61.6, 51.3\}$

จะเรียกว่า **เรนจ์ (range)** ของความสัมพันธ์

ที่มา : Lee E.Yunker. (1997).

Advanced Mathematical Concepts. 6.

 ดาวเทียมดวงแรกที่ถูกปล่อยสู่วงโคจรคือ สปุทนิค 1(Sputnik I) โดยสหภาพโซเวียต ขึ้นสู่วงโคจรรอบโลกด้วยจรวดอาร์-7 (R-7) จากศูนย์อวกาศไบร์โคนุร์คอสโมโดรม (ในประเทศคาซัคสถาน ปัจจุบัน) เมื่อวันที่ 4 ตุลาคม ค.ศ.1957



เฉลย

ใบกิจกรรมที่ 1.2 โดเมนและเรนจ์ของ



จุดประสงค์การเรียนรู้ : ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้


คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

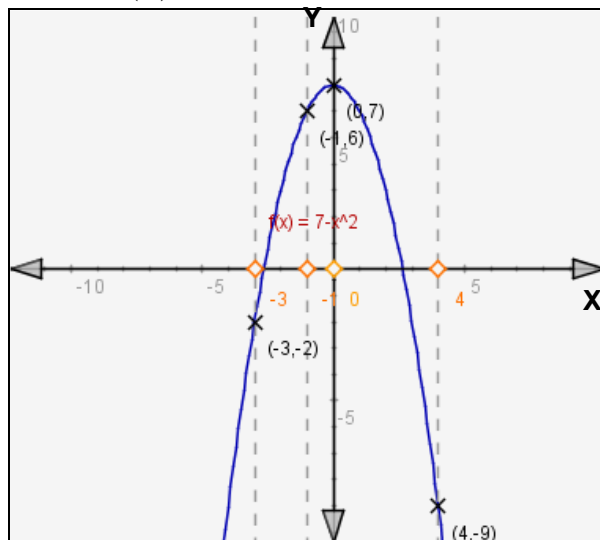
ในกรณีที่ f เป็นฟังก์ชัน อาจเขียน $y=f(x)$ แทน $(x,y)\in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า เอฟที่เอกซ์ หรือ เอฟเอกซ์

สัญลักษณ์ $y=f(x)$ นี้บัญญัติขึ้นโดย ออยเลอร์ เลออนฮาร์ด (ค.ศ.1707-1783) โดยเขียนฟังก์ชันที่อยู่ในรูปของเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก เป็นการเขียนเฉพาะเงื่อนไขของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการได้ เช่น $f = \{(x,y)|y=x+1\}$ สามารถเขียนแทนด้วย $y=x+1$ หรือ $f(x)=x+1$



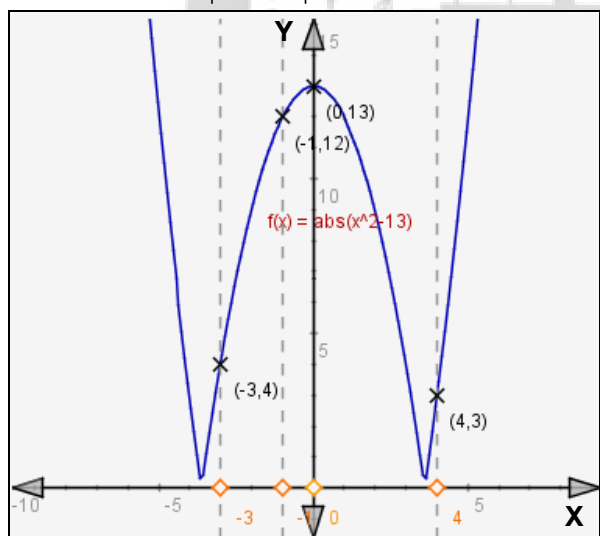
กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนหาค่าของ $f(0)$, $f(4)$, $f(-3)$ และ $f(-1)$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของฟังก์ชัน หลังจากนั้นให้นักเรียนสำรวจความถูกต้องโดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

1.1 $f(x) = 7 - x^2$




จะได้ $f(0) = \dots 7 \dots$ $f(4) = \dots -9 \dots$
 $f(-3) = \dots -2 \dots$ $f(-1) = \dots 6 \dots$

1.2 $f(x) = |x^2 - 13|$




จะได้ $f(0) = \dots 13 \dots$ $f(4) = \dots 3 \dots$
 $f(-3) = \dots 4 \dots$ $f(-1) = \dots 12 \dots$


ตอนที่ 2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

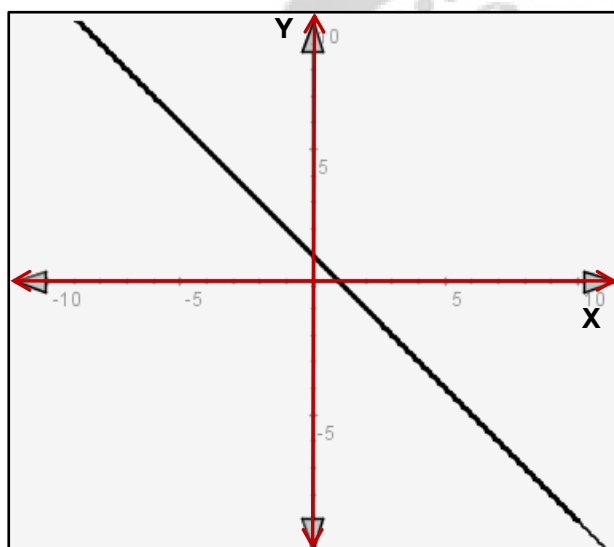
 **โดเมน (domain)** คือเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน f

นั่นคือ $D_f = \{x \mid (x, y) \in f\}$
.....

 **เรนจ์ (range)** คือเซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน f

นั่นคือ $R_f = \{y \mid (x, y) \in f\}$
.....

กิจกรรมที่ 2.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟของ $f(x) = -x + 1$ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.  พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์



x	-2	-1	0	1	2
$y = -x + 1$	3	2	1	0	-1

จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ x เป็น จำนวนจริงใด ๆ จะสามารถ

หาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \mathbb{R}$


จาก $y = -x + 1$ จะได้ $x = -y + 1$ เมื่อ

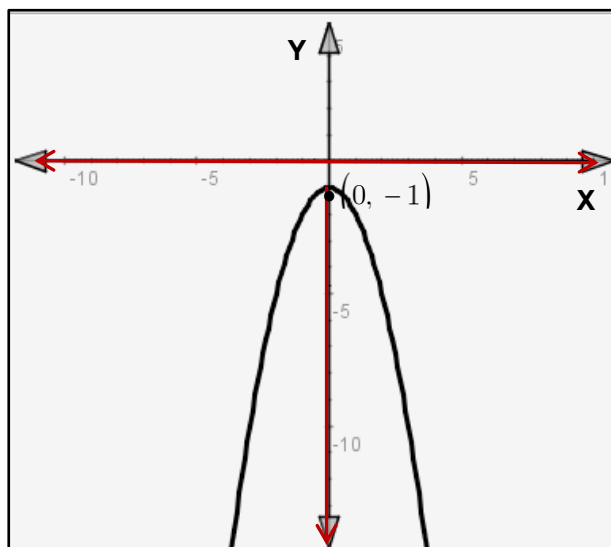
แทน y ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \mathbb{R}$

ไม่ยากอย่างที่คิด



กิจกรรมที่ 2.2 ให้นักเรียนเขียนกราฟของ $f(x) = -x^2 - 1$ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.  พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์



x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2 - 1$	-5	-2	-1	-2	-5

จากกราฟจะได้ว่า


เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

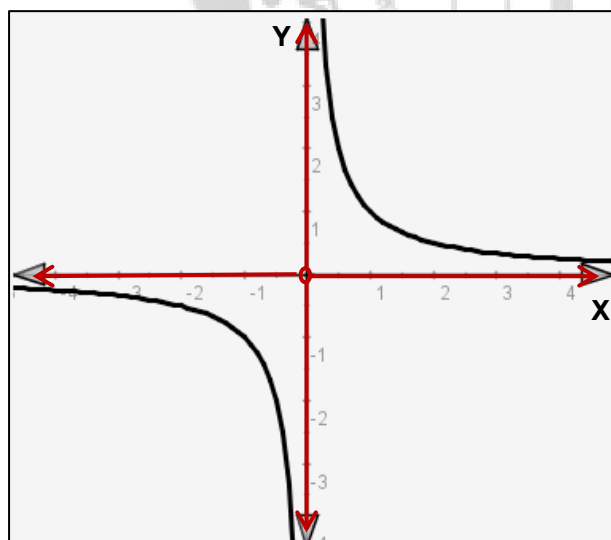
ดังนั้น $D_f = \mathbb{R}$

จาก $y = -x^2 - 1$ จะได้ $x = \pm\sqrt{-y-1}$

เนื่องจาก $-y-1 \geq 0$ จะได้ $y \leq -1$

ดังนั้น $R_f = (-\infty, -1]$

กิจกรรมที่ 2.3 ให้นักเรียนเขียนกราฟของ $f(x) = \frac{1}{x}$ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.  พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์



x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{x}$	-0.5	-1	∞	1	0.5

จากกราฟจะได้ว่า

เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า y ได้เสมอ

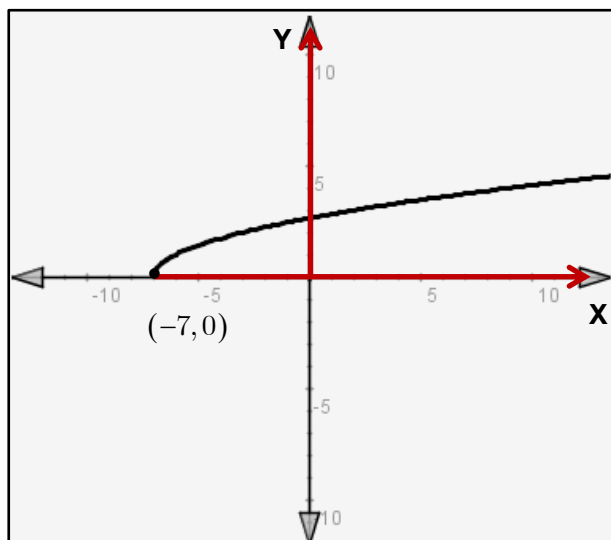
ดังนั้น $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

จาก $y = \frac{1}{x}$ จะได้ $x = \frac{1}{y}$ ดังนั้นเมื่อแทน

y ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \mathbb{R} - \{0\}$

กิจกรรมที่ 2.4 ให้นักเรียนเขียนกราฟของ $f(x) = \sqrt{x+7}$ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์



x	-7	-3	0	2	3
$y = \sqrt{x+7}$	0	2	$\sqrt{7}$	3	$\sqrt{10}$

จากกราฟจะได้ว่า

เนื่องจาก $x+7 \geq 0$ ดังนั้น $x \geq -7$

ดังนั้น $D_f = [-7, \infty)$

เนื่องจาก $\sqrt{x+7} \geq 0$ และ $\sqrt{x+7}$ มีค่า

น้อยที่สุดเท่ากับ 0 เมื่อ $x = -7$

ดังนั้น $R_f = [0, \infty)$



กิจกรรมที่ 2.5 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. ตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนด $f(x) = x^2$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [0, \infty)$

2. กำหนด $f(x) = x^2 - 1$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [-1, \infty)$

3. กำหนด $f(x) = 3x^2 - 5$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [-5, \infty)$

4. กำหนด $f(x) = 2x^2 + 1$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [1, \infty)$

3. กำหนด $f(x) = 7x^2 + 3$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [3, \infty)$

4. จากข้อ 1-5

ถ้า $f(x) = ax^2 + c$ เมื่อ $a > 0$ และ $c > 0$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [c, \infty)$

ถ้า $f(x) = ax^2 - c$ เมื่อ $a > 0$ และ $c > 0$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [-c, \infty)$

5. กำหนด $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, 0]$

6. กำหนด $f(x) = -5x^2$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, 0]$

7. กำหนด $f(x) = -3x^2 - 1$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, -1]$

8. กำหนด $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, 3]$

9. กำหนด $f(x) = -x^2 - 7$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, -7]$

10. จากข้อ 7-11

ถ้า $f(x) = ax^2 + c$ เมื่อ $a < 0$ และ $c > 0$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, c]$

ถ้า $f(x) = ax^2 - c$ เมื่อ $a < 0$ และ $c > 0$ จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, -c]$

จากการทำกิจกรรมที่ 2.5 เราสามารถสรุปลักษณะกราฟ $f(x) = ax^2 \pm c$ ได้ดังนี้

ถ้า $a > 0$ กราฟจะมีลักษณะ เป็นกราฟพาราโบลาหงาย มี จุดต่ำสุด ที่จุด $(\pm c, 0)$

จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [\pm c, \infty)$

ถ้า $a < 0$ กราฟจะมีลักษณะ เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ มี จุดสูงสุด ที่จุด $(\pm c, 0)$

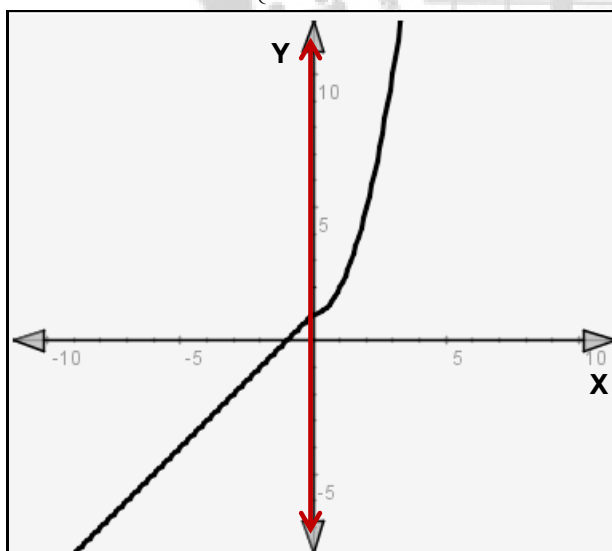
จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, \pm c]$



ตอนที่ 3 เสริมทักษะ (ฝึกคิด ฝึกทำ)

กิจกรรมที่ 3.1 จงหาเรนจ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ โดยใช้กราฟ

$$3.1.1 \ f(x) = \begin{cases} x+1; & x \leq 0 \\ x^2+1; & x > 0 \end{cases}$$



x	-4	-3	-2	-1	0
$f(x) = x + 1$	-3	-2	-1	0	1

x	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2 + 1$	2	5	10	17	26

เมื่อ $x \leq 0$ จะได้ $f(x) = x + 1$ และให้

ค่า $f(x)$ อยู่ในช่วง $(-\infty, 1]$ ----(1)

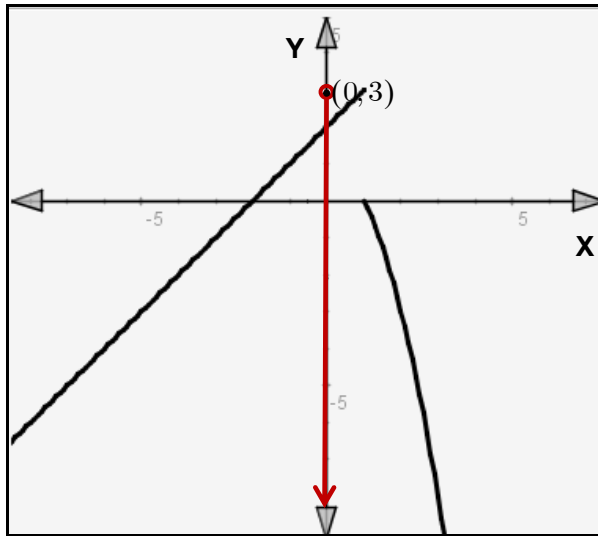
เมื่อ $x > 0$ จะได้ $f(x) = x^2 + 1$ และ

ให้ค่า $f(x)$ อยู่ในช่วง $(1, \infty)$ ----(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\therefore R = (-\infty, 1] \cup (1, \infty) = (-\infty, \infty)$$

3.1.2 $f(x) = \begin{cases} x+2; & x < 1 \\ 1-x^2; & x \geq 1 \end{cases}$



x	-4	-3	-2	-1	0
f(x) = x + 2	-2	-1	0	1	2

x	1	2	3	4	5
f(x) = 1 - x ²	0	-3	-8	-15	-24

เมื่อ $x < 1$ จะได้ $f(x) = x + 2$ และให้

ค่า $f(x)$ อยู่ในช่วง $(-\infty, 3)$ ----(1)

เมื่อ $x \geq 1$ จะได้ $f(x) = 1 - x^2$ และ

ให้ค่า $f(x)$ อยู่ในช่วง $(-\infty, 0]$ ----(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$\therefore R_f = (-\infty, 3) \cup (-\infty, 0] = (-\infty, 3)$

กิจกรรมที่ 3.2 จงหา x ที่ไม่อยู่ในโดเมนของฟังก์ชันต่อไปนี้

3.2.1 $f(x) = \frac{3}{x-1}$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{3}{x-1}$

เนื่องจาก $x-1 \neq 0$

ดังนั้น $x \neq 1$

นั่นคือ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

3.2.2 $f(x) = \frac{15}{|2x|-9}$


วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{15}{|2x|-9}$

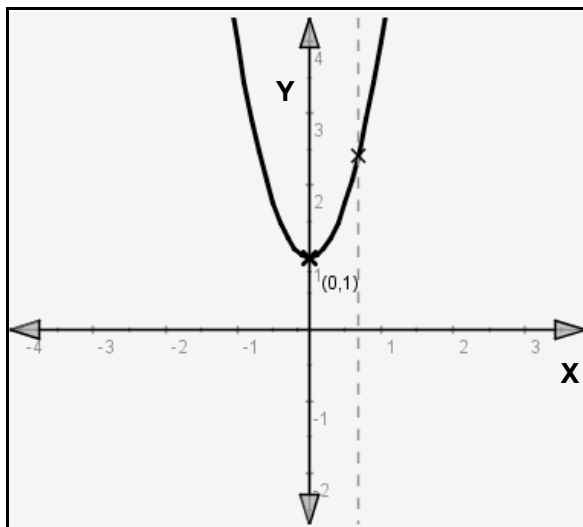
เนื่องจาก $|2x|-9 \neq 0$

ดังนั้น $|2x| \neq 9$

จะได้ว่า $2x \neq 9$ และ $2x \neq -9$

นั่นคือ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2}, \frac{-9}{2} \right\}$

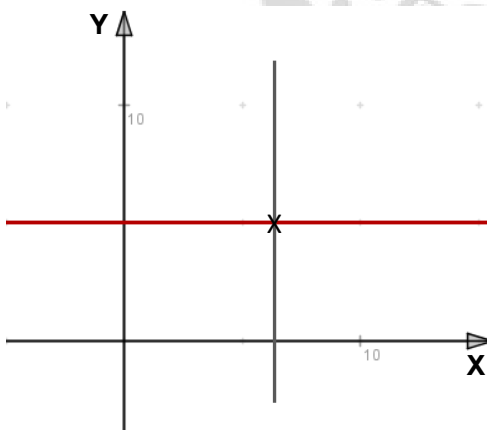
กิจกรรมที่ 3.3 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R.  ตรวจสอบการ $y=3x^2+1$ ว่าเป็นความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันพร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์



จากกราฟของ $y=3x^2+1$
 จะได้ว่า $y=3x^2+1$ เป็นฟังก์ชัน
 เนื่องจาก เมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวนจริง
 ใด ๆ จะสามารถหาค่า y ได้ค่าเดียวเสมอ
 หรือ เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัดกราฟ
 เพียงจุดเดียวเท่านั้น
 ดังนั้น $D_y = \mathbb{R}$
 จาก $y=3x^2+1$ จะได้ $x = \pm \sqrt{\frac{y-1}{3}}$
 เนื่องจาก $\frac{y-1}{3} \geq 0$ จะได้ $y \geq 1$
 ดังนั้น $R_y = [1, \infty)$

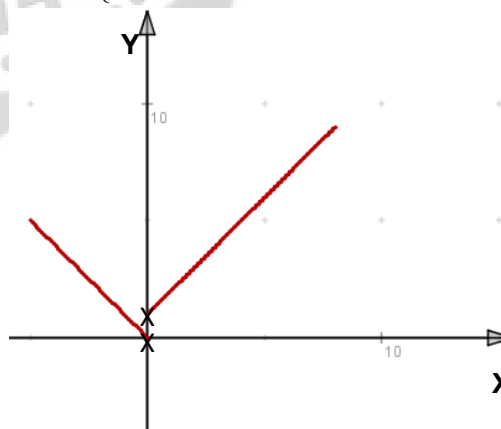
กิจกรรมที่ 3.4 จากกราฟที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่าเป็นความสัมพันธ์หรือฟังก์ชัน พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์

3.4.1 $y=5$



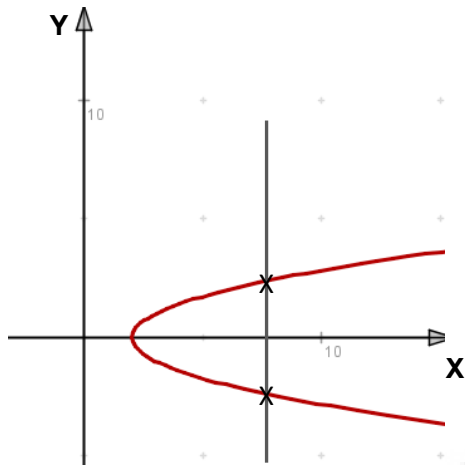
..... จากกราฟ $y=5$ เป็นฟังก์ชัน
 เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถ
 หาค่า y ได้เท่ากับ 5 เสมอ
 จะได้ $D = \mathbb{R}$ และ $R = 5$

3.4.2 $y = \begin{cases} -x; & -5 \leq x \leq 0 \\ x+1; & 0 \leq x \leq 8 \end{cases}$



..... จากกราฟ y ไม่เป็นฟังก์ชัน
 เนื่องจากที่ $x=0$ จะได้ y สองค่าคือ $y=0, 1$
 จะได้ $D = [-5, 8]$ และ $R = [0, 9]$

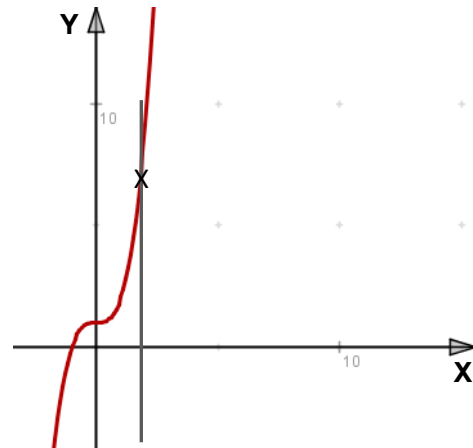
3.4.3 $x = y^2 + 2$



..... จากกราฟ $x = y^2 + 2$ ไม่เป็นฟังก์ชัน
 จะได้ $y = \pm\sqrt{x-2}$ เนื่องจาก $x-2 \geq 0$ เมื่อแทน
 x ด้วยจำนวนจริงตั้งแต่ 2 จะสามารถหาค่า y
 เสมอ

..... จะได้ $D = [2, \infty)$ และ $R = \mathbb{R}$

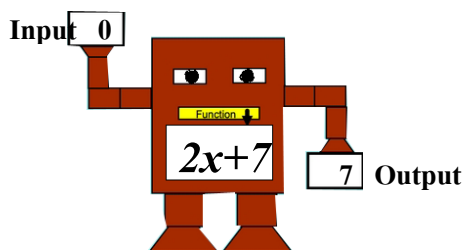
3.4.4 $y = x^3 + 1$



..... จากกราฟ $y = x^3 + 1$ เป็นฟังก์ชัน
 เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถ
 หาค่า y ได้เสมอ
 จะได้ $D = \mathbb{R}$ และ $R = \mathbb{R}$

เฉลย

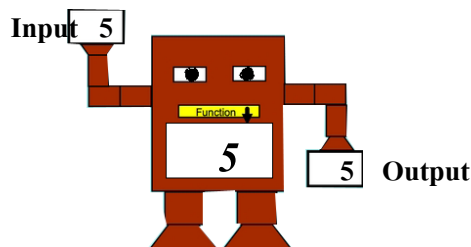
Function Machines



Function A

1. If the input is 5, what is the output? 17
2. If the input is -3, what is the output? 1
3. If the output is -10, what could the input have been? -13
4. If the input is some number **A**, what is the output? $2A+7$

*“Function A is called a **linear function**.”*



Function B

1. If the input is 11, what is the output ? 5
2. If the input is 0, what is the output ? 5
3. If the output is 5, what could the input have been ? \mathbb{R}
4. Explain why “5” is a function. เมื่อลากเส้นขนานแกน Y

*“Function “5” is called a **constant function**.”*

จะตัดกราฟเพียงจุดเดียว

~~Linear function~~ ฟังก์ชันเชิงเส้น

~~Constant function~~ ฟังก์ชันคงที่

ใบกิจกรรมที่ 1.3 รูปแบบของฟังก์ชัน



จุดประสงค์การเรียนรู้ : ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B, ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

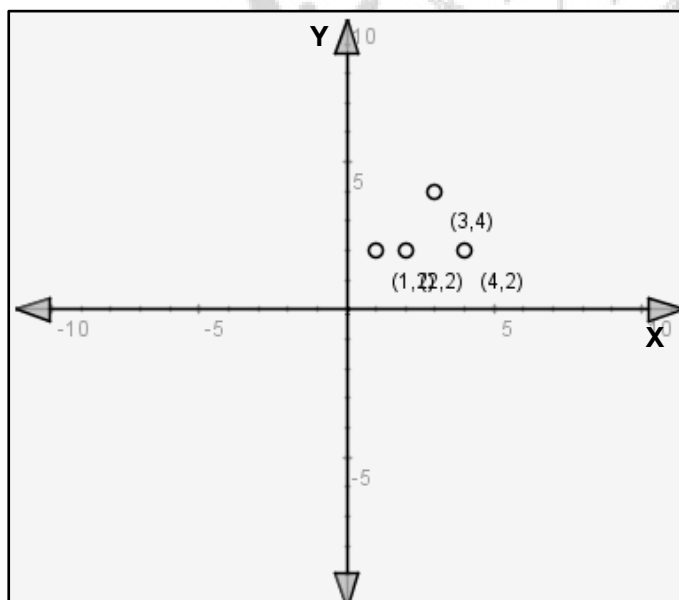
คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 รูปแบบของฟังก์ชัน

① f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมีเรนจ์เป็นสับเซตของ B เขียนแทนด้วย $f: A \rightarrow B$

กิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์

1.1 ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 3\}$ และ $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 4), (4, 2)\}$

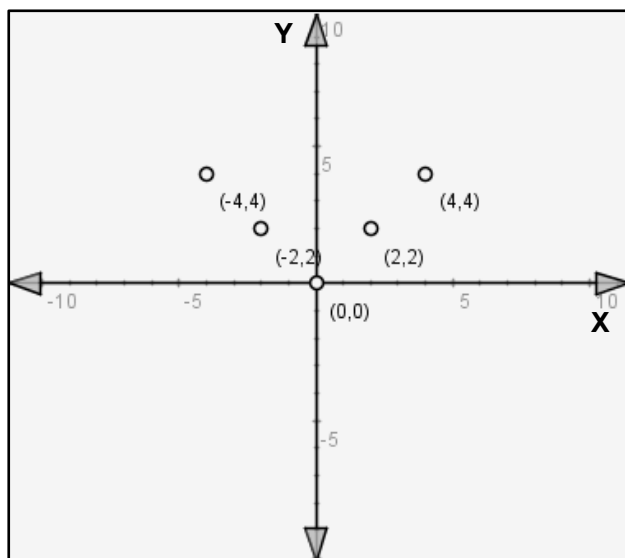


วิธีทำ จะได้ $D_f = \{1, 2, 3, 4\} = A$

และ $R_f = \{2, 4\} \subset B$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

1.2 $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = |x|\}$ เมื่อ $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ และ $B = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$



วิธีทำ

x	-4	-2	0	2	4
$y = x $	4	2	0	2	4

เขียน f แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้

$$f = \{(-4,4), (-2,2), (0,0), (2,2), (4,4)\}$$

$$\text{จะได้ } D_f = \{-4, -2, 0, 2, 4\} = A$$

$$\text{และ } R_f = \{0, 2, 4\} \subset B$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

สรุป

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

1. $D_f = A$
2. $R_f \subset B$

② f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและมี B เป็นเรนจ์
เขียนแทนด้วย $f: A \rightarrow B$
ทั่วถึง

กิจกรรมที่ 1.2 ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. พร้อมทั้งหา
โดเมนและเรนจ์

$$2.1 f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = \sqrt{x}\} \text{ เมื่อ } A = \{0, 4, 9\} \text{ และ } B = \{0, 2, 3\}$$

วิธีทำ

x	0	4	9
$y = \sqrt{x}$	0	2	3

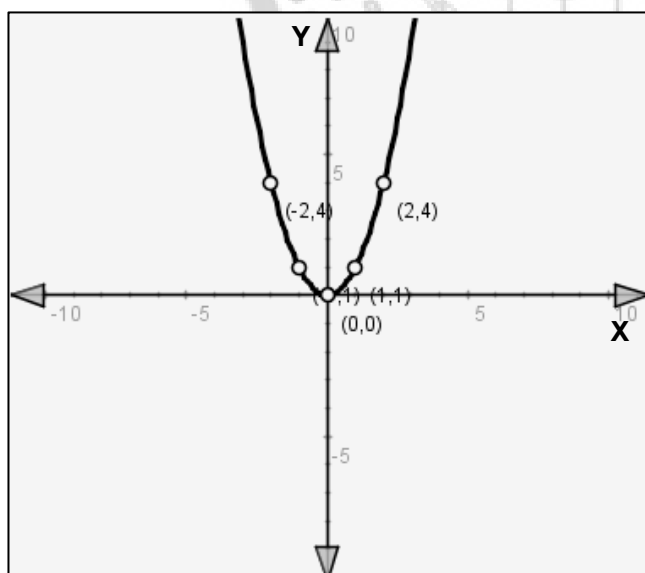
เขียน f แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้ $f = \{(0,0), (4,2), (9,3)\}$

จะได้ว่า $D_f = \{0, 4, 9\} = A$

และ $R_f = \{0, 2, 3\} = B$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

$$2.2 f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2\} \text{ เมื่อ } A = \mathbb{R} \text{ และ } B = \mathbb{R}^+$$



วิธีทำ

x	-2	-1	0	1	2
$= x^2$	4	1	0	1	4

พิจารณา จากกราฟ

จะได้ $D_f = \mathbb{R}$

และ $R_f = \mathbb{R}^+$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

สรุป

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ

- $D_f = A$
- $R_f = B$

③ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B สำหรับ x_1, x_2 ใด ๆ ใน A ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ เขียนแทนด้วย $f: A \rightarrow B$

กิจกรรมที่ 1.3 ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์โดยใช้

โปรแกรม C.a.R

3.1 $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 3x\}$ เมื่อ $A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ และ $B = \mathbb{R}$

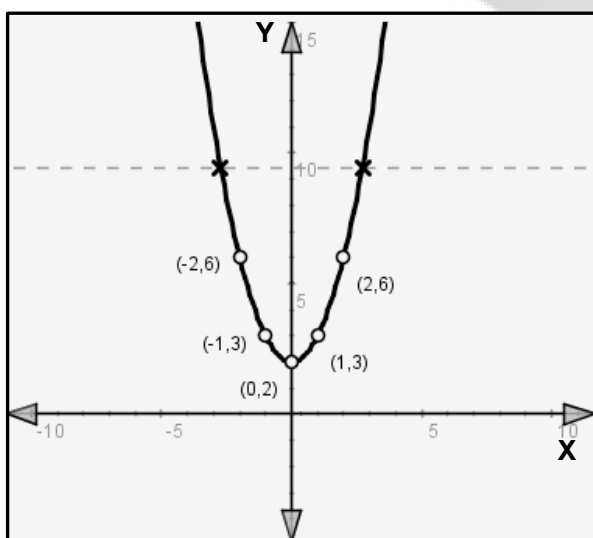
วิธีทำ เขียน f แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้ $f = \{(-3, -9), (-1, -3), (0, 0), (1, 3), (3, 9)\}$

จะได้ว่า $D_f = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

และ $R_f = \{-9, -3, 0, 3, 9\}$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

3.2 $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 2\}$ เมื่อ $A = \mathbb{R}$ และ $B = \mathbb{R}$



วิธีทำ

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2 + 2$	6	3	2	3	6

พิจารณา จากกราฟ

จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = [2, \infty)$

เนื่องจาก มี x ที่ต่างกันที่ทำให้ได้ $f(x)$ เท่ากัน

เช่น $x = 2, -2$ จะได้ $f(2) = 6 = f(-2)$ เป็นต้น

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

วิธีทำ 2 จาก $f = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2 + 2\}$

..... ให้ x_1 และ x_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ

..... สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$

..... จะได้ $x_1^2 + 2 = x_2^2 + 2$

..... จะเห็นได้ว่า มีกรณีที่ $x_1 \neq x_2$ แต่ $f(x_1) = f(x_2)$

..... เช่น $x_1 = -1$ และ $x_2 = 1$ จะได้ $f(x_1) = f(x_2) = (-1)^2 + 2 = 1^2 + 2 = 3$

3.3 จากข้อ 1.1, 1.2, 2.1 และ 2.2 ข้อใดบ้างเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เพราะเหตุใด

..... - ข้อ 1.1 ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก มี x ที่ต่างกันได้ทำให้ได้ $f(x)$ เท่ากัน
..... หรือ เมื่อลากเส้นขนานแกน X จะตัดกราฟเกินหนึ่งจุด

..... - ข้อ 1.2 ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก มี x ที่ต่างกันได้ทำให้ได้ $f(x)$ เท่ากัน
..... หรือ เมื่อลากเส้นขนานแกน X จะตัดกราฟเกินหนึ่งจุด

..... - ข้อ 2.1 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก ไม่มี x ใดที่ทำให้ได้ค่า $f(x)$ เท่ากัน

..... - ข้อ 2.2 ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เนื่องจาก มี x ที่ต่างกันได้ทำให้ได้ค่า $f(x)$ เท่ากัน
..... หรือ เมื่อลากเส้นขนานแกน X จะตัดกราฟเกินหนึ่งจุด



สรุป f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

1. $D_f = A$
2. $R_f \subset B$
3. สมาชิกจับคู่กันตัวต่อตัว

๒ การพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ สามารถกระทำได้ 3 วิธี ดังนี้

1. ถ้า f เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้ พิจารณาว่า y ต้องไม่ซ้ำกัน
2. ถ้า f เขียนกราฟได้ พิจารณาว่า y ต้องไม่ซ้ำกัน โดยการลากเส้นตรงให้ขนานกับแกน X ต้องตัดกราฟเพียงจุดเดียวจึงจะเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
แต่ถ้ามีอย่างน้อย 1 เส้นที่ตัดกราฟมากกว่า 1 จุด แล้ว f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
3. ใช้บทนิยามของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ สรุปได้เลยว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

④ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และเป็นฟังก์ชันทั่วถึง

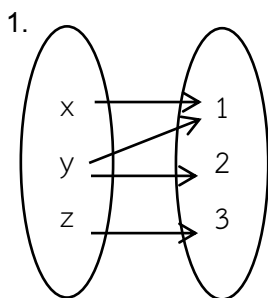
สรุป f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ

1. $D_f = A$
2. $R_f = B$
3. สมาชิกจับคู่กันตัวต่อตัว

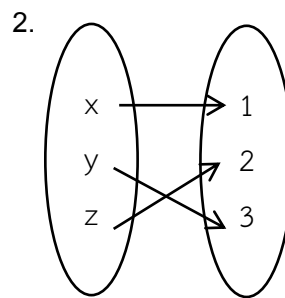
ตอนที่ 2 เสริมทักษะ (ฝึกคิด ฝึกทำ)

1. พิจารณาแผนภาพและกราฟที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบ ก, ข, ค หรือ ง ลงในช่องว่าง

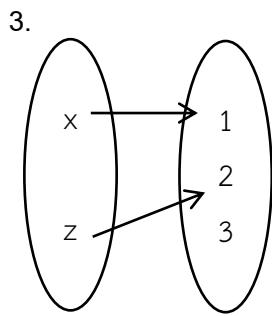
- ก. เป็นความสัมพันธ์แต่ไม่เป็นฟังก์ชัน
- ข. เป็นฟังก์ชันแต่ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
- ค. เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแต่ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั่วถึง
- ง. เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั่วถึง



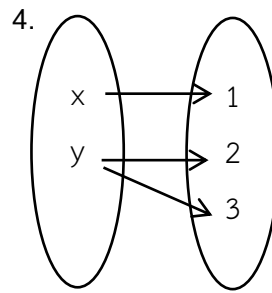
ก



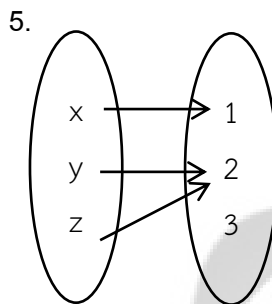
ง



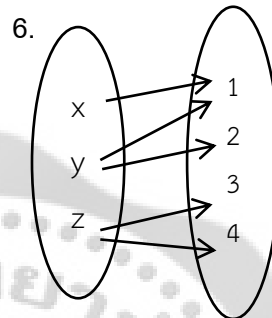
ก.



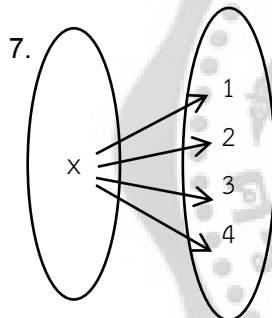
ก.



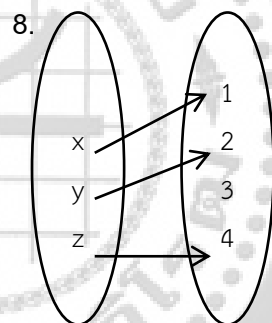
ข.



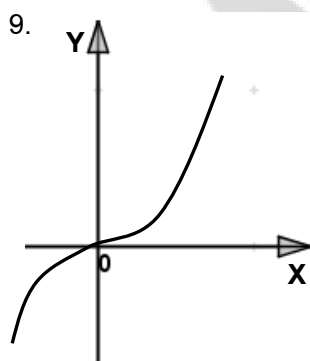
ก.



ก.

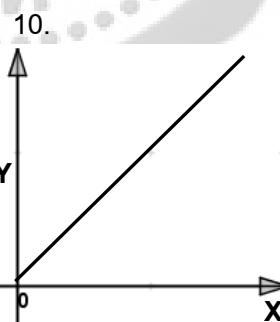


ค.



เมื่อ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

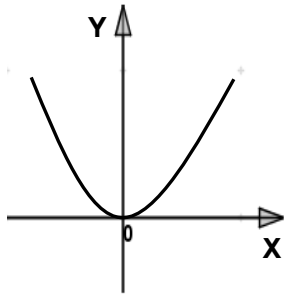
ง.



เมื่อ $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

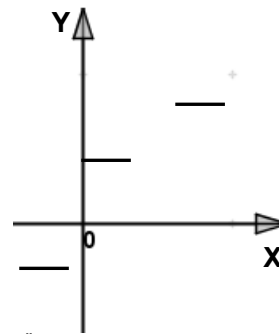
ง.

11.

เมื่อ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

๒

12.

เมื่อ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

๒



เฉลย

ใบกิจกรรมที่ 1.4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด



จุดประสงค์การเรียนรู้ : ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด
2. นักเรียนสามารถระบุได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

ที่ช่วงใด


คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด


ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง และ A เป็นสับเซตของโดเมน

 f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A

ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

 f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ x_1 และ x_2 ใด ๆ ใน A

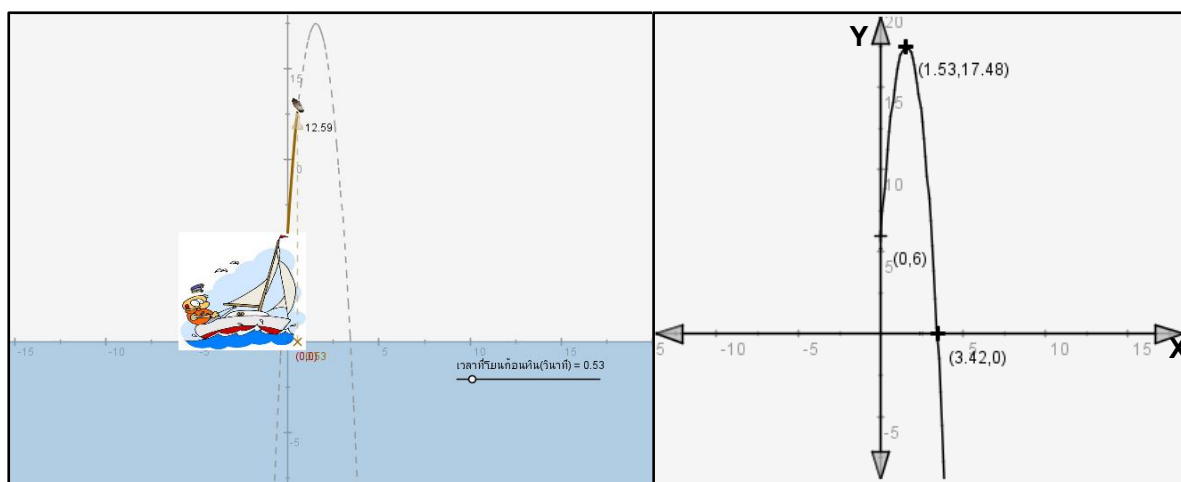
ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

กิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

แสงกล้าสว่างก้อนหินจากเสาเรือ ซึ่งความสูงของก้อนหินที่โยนเป็นดังสมการ

$h(t) = 15t - 4.9t^2 + 6$ เมื่อ t คือเวลา (วินาที) และ $h(t)$ คือ ความสูงของก้อนหินที่ถูขว้าง (เมตร)

ที่เวลา t ให้นักเรียนเขียนกราฟของความสัมพันธ์ดังกล่าว และตอบคำถามต่อไปนี้

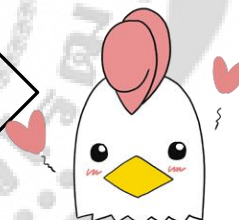


1. เสาเรือสูงจากระดับน้ำทะเลเท่าไร 6 เมตร
2. ก๊อนหินจะอยู่ที่ตำแหน่งสูงสุดเมื่อถูกขว้างออกไปกี่วินาที 1.53 วินาที
3. ช่วงเวลาที่ความสูงของก๊อนหินเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตั้งแต่ 0 วินาที ถึง 1.53 วินาที
4. ช่วงเวลาที่ความสูงของก๊อนหินเริ่มลดลงจนถึงระดับน้ำตั้งแต่ 1.53 วินาที ถึง 3.42 วินาที

การพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม

1.1 พิจารณาจากกราฟ

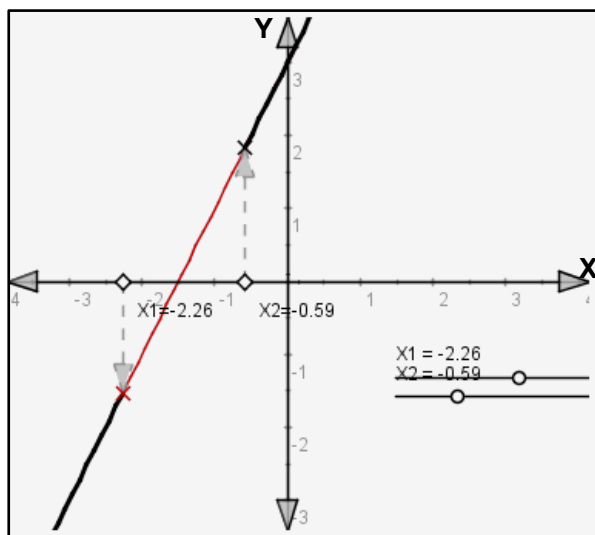
1.2 พิจารณาจากบทนิยาม



1.1 พิจารณาจากกราฟ

กิจกรรมที่ 1.2 ให้นักเรียนสำรวจว่า $f(x) = 2x + 3$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน \mathbb{R} โดยใช้

โปรแกรม C.a.R. 



x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 2x + 3$	-1	1	3	5	7

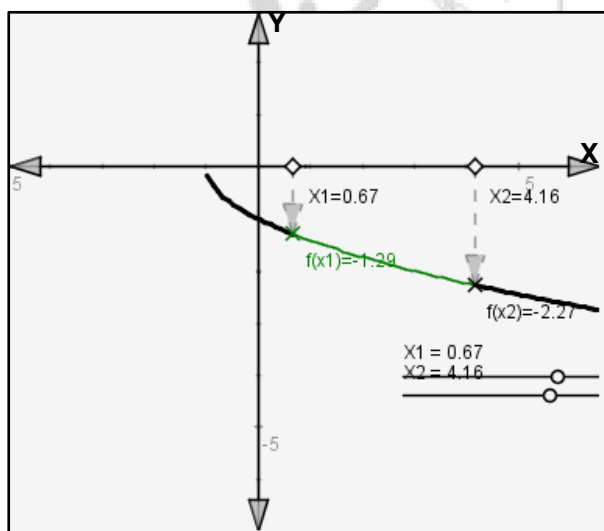
จากกราฟ จะเห็นว่า จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น และค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$ ก็

เพิ่มขึ้น

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน \mathbb{R}

กิจกรรมที่ 1.3 ให้นักเรียนสำรวจว่า $f(x) = -\sqrt{x+1}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน \mathbb{R} โดยใช้

โปรแกรม C.a.R. 




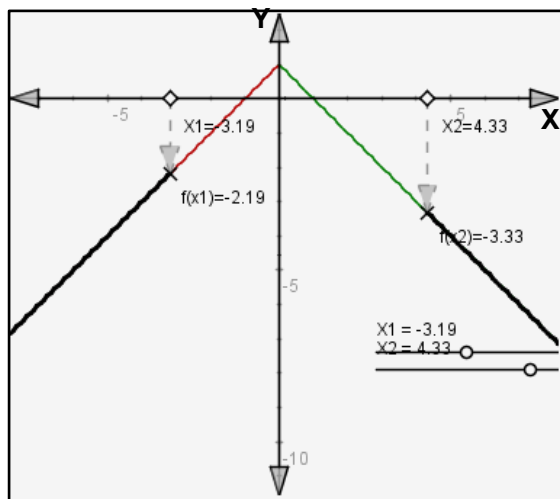
x	0	3	8	15	24
$f(x) = -\sqrt{x+1}$	-1	-2	-3	-4	-5

จากกราฟ จะเห็นว่า จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น แต่ค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$

ลดลง

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันลดบน \mathbb{R}

กิจกรรมที่ 1.4 ให้นักเรียนสำรวจว่า $f(x) = -|2x| + 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน \mathbb{R} โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

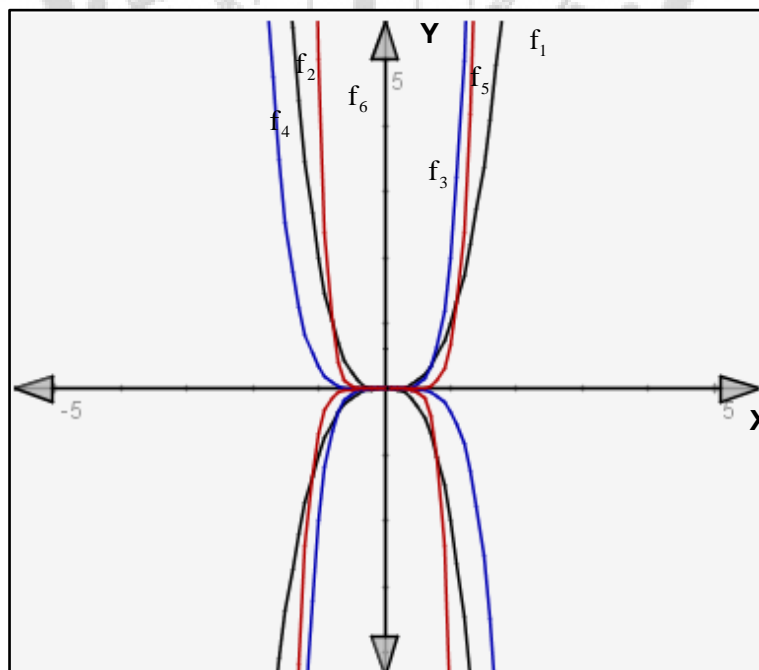


x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = - 2x + 1$	-3	-1	1	-1	-3

จากกราฟ จะเห็นว่า จาก x_1 ไปหา x_0 ค่า x เพิ่มขึ้น และค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_0)$ ก็เพิ่มขึ้น แต่ถ้าดูที่ x_0 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น แต่ค่าของ $f(x_0)$ ไปหา $f(x_2)$ ลดลง ดังนั้น f ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดบน \mathbb{R}

กิจกรรมที่ 1.5 ให้นักเรียนสำรวจฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน \mathbb{R} โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

$$f_1(x) = x^3 \quad f_2(x) = -2x^3 \quad f_3(x) = 2x^5 \quad f_4(x) = -\frac{1}{3}x^5 \quad f_5(x) = \frac{2}{3}x^7 \quad f_6(x) = -5x^7$$



1. จากกราฟที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดบ้างเป็นฟังก์ชันเพิ่ม $f_1(x) = x^3$ $f_3(x) = 2x^5$ และ $f_5(x) = \frac{2}{3}x^7$

2. จากกราฟที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดบ้างเป็นฟังก์ชันลด $f_2(x) = -2x^3$ $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^5$ และ

$$f_6(x) = -5x^7$$

3. พิจารณา $f_1(x) = x^3$ และ $f_2(x) = -2x^3$ มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

1. เหมือนกันคือ เป็นฟังก์ชันที่มีดีกรีเท่ากัน และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่

2. ต่างกันคือ $f_1(x) = x^3$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ส่วน $f_2(x) = -2x^3$ เป็นฟังก์ชันลด

3. ต่างกันคือ $f_1(x) = x^3$ มีสัมประสิทธิ์เป็นบวกคือ 1 ส่วน $f_2(x) = -2x^3$ มีสัมประสิทธิ์เป็น

ลบคือ -2 เป็นต้น (นักเรียนอาจมีคำตอบแตกต่างจากที่กล่าวข้างต้นขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน)

4. พิจารณา $f_3(x) = 2x^5$ และ $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^5$ มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

1. เหมือนกันคือ เป็นฟังก์ชันที่มีดีกรีเท่ากัน และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่

2. ต่างกันคือ $f_3(x) = 2x^5$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ส่วน $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^5$ เป็นฟังก์ชันลด

3. ต่างกันคือ $f_3(x) = 2x^5$ มีสัมประสิทธิ์เป็นบวกคือ 2 ส่วน $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^5$ มีสัมประสิทธิ์

เป็นลบคือ $-\frac{1}{3}$ เป็นต้น (นักเรียนอาจมีคำตอบแตกต่างจากที่กล่าวข้างต้นขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน)

5. พิจารณา $f_5(x) = \frac{2}{3}x^7$ และ $f_6(x) = -5x^7$ มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

1. เหมือนกันคือ เป็นฟังก์ชันที่มีดีกรีเท่ากัน และมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่

2. ต่างกันคือ $f_5(x) = \frac{2}{3}x^7$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ส่วน $f_6(x) = -5x^7$ เป็นฟังก์ชันลด

3. ต่างกันคือ $f_5(x) = \frac{2}{3}x^7$ มีสัมประสิทธิ์เป็นบวกคือ $\frac{2}{3}$ ส่วน $f_6(x) = -5x^7$ มีสัมประสิทธิ์

เป็นลบคือ -5 เป็นต้น (นักเรียนอาจมีคำตอบแตกต่างจากที่กล่าวข้างต้นขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน)

จากกิจกรรมข้างต้น ถ้ากำหนดให้ $f(x) = ax^{2n+1}$ เมื่อ $n \in I^+$ สรุปได้ว่า

1. ฟังก์ชันที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่ ถ้ามีสัมประสิทธิ์เป็นบวก จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม

2. ฟังก์ชันที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่ ถ้ามีสัมประสิทธิ์เป็นลบ จะเป็นฟังก์ชันลด



1.2 พิจารณาจากบทนิยาม

กิจกรรมที่ 1.6 $f(x) = x^3 + 3$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R}

วิธีทำ จาก $f(x) = x^3 + 3$ ให้ $x_1 < x_2$

จะได้ $x_1^3 < x_2^3$

..... $x_1^3 + 3 < x_2^3 + 3$

..... $f(x_1) < f(x_2)$

ดังนั้น $f(x) = x^3 + 3$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R}

กิจกรรมที่ 1.7 $f(x) = 2x^2$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่มใน $(0, \infty)$

วิธีทำ จาก $f(x) = 2x^2$ ให้ x_1, x_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ ในช่วง $(0, \infty)$ ซึ่ง $x_1 < x_2$

จะได้ $x_1^2 < x_2^2$

..... $2x_1^2 < 2x_2^2$

..... $f(x_1) < f(x_2)$

ดังนั้น $f(x) = 2x^2$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน $(0, \infty)$

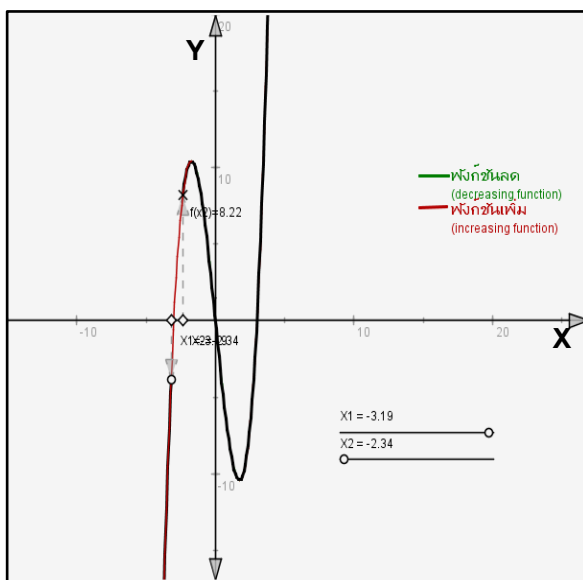
กิจกรรมที่ 1.8 $f(x) = 7$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R}

วิธีทำ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) = f(x_2) = 7$

..... ดังนั้น f ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่มบน \mathbb{R}

ตอนที่ 2 เสริมทักษะ (ฝึกคิด ฝึกทำ)

กิจกรรมที่ 2.1 กำหนด $f(x) = x^3 - 9x$ จงหาช่วงที่ฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันเพิ่มและเป็นฟังก์ชันลด โดยใช้โปรแกรม C.a.R.



x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^3 - 9x$	10	8	0	-8	-10

จากกราฟ จะเห็นว่า

f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม บน $(-\infty, -1.73]$

และ $[1.73, \infty)$

เนื่องจาก จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น

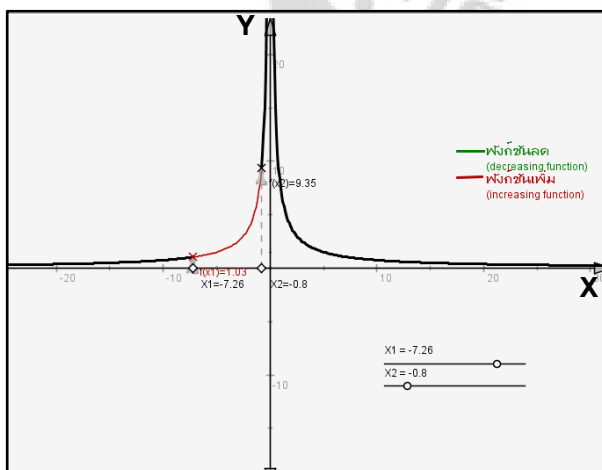
และค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$ ก็เพิ่มขึ้น

f เป็นฟังก์ชันลด บน $(-1.73, 1.73)$

เนื่องจาก จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น

แต่ค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$ ลดลง

กิจกรรมที่ 2.2 กำหนด $f(x) = \frac{15}{|2x|}$ จงหาช่วงที่ฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันเพิ่มและเป็นฟังก์ชันลด



x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = \frac{15}{ 2x }$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{2}$:	$\frac{15}{2}$	$\frac{15}{4}$

จากกราฟ จะเห็นว่า

f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม บน $(-\infty, 0)$

เนื่องจาก จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น

และค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$ ก็เพิ่มขึ้น

f เป็นฟังก์ชันลด บน $(0, \infty)$

เนื่องจาก จาก x_1 ไปหา x_2 ค่า x เพิ่มขึ้น

แต่ค่าของ $f(x_1)$ ไปหา $f(x_2)$ ลดลง

กิจกรรมที่ 2.3 จงพิจารณาว่า $f(x)=|x|$ เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R} โดยใช้บทนิยาม

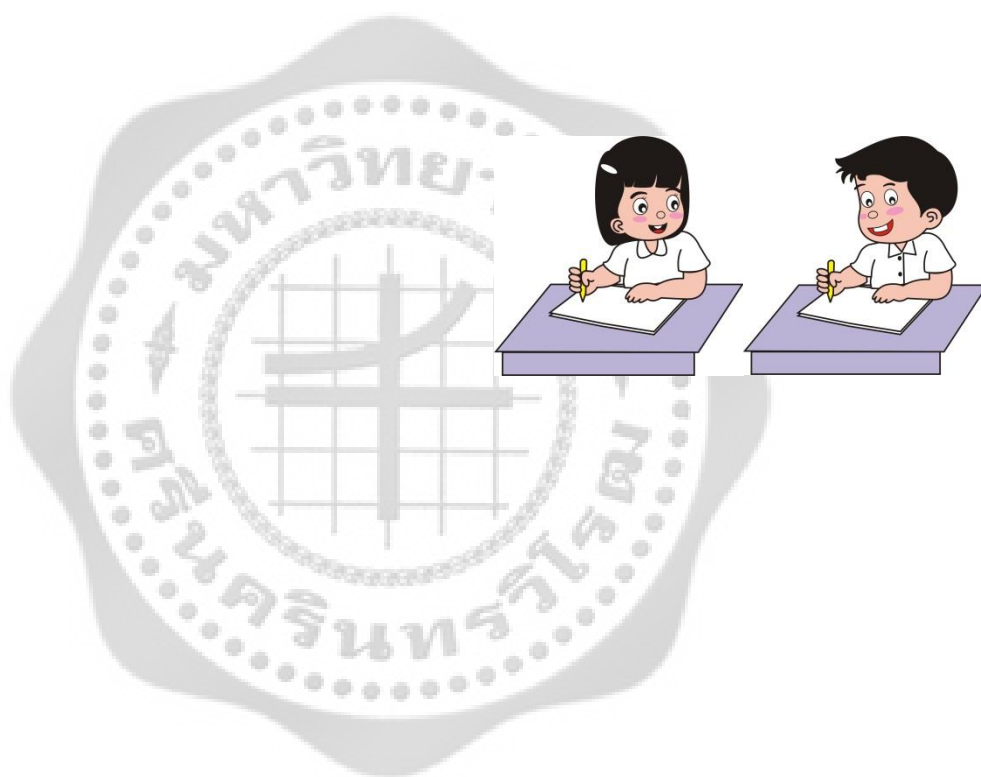
วิธีทำ จาก $f(x)=|x|$

.....ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1)$ ไม่จำเป็นต้องน้อยกว่า $f(x_2)$

.....เช่น ถ้า $-3 < -2$ แล้ว $|-3| > |-2|$

.....ถ้า $2 < 3$ แล้ว $|2| < |3|$

.....ดังนั้น f ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R}



การร้อน ๆ



เฉลย

ลิลลี่ต้มน้ำร้อนบนเตา เมื่อเธอนำกาต้มน้ำลงจากเตาอุณหภูมิของกาต้มน้ำเท่ากับ $T(t)$ องศาเซลเซียส ซึ่งเป็นดังสมการ

$$T(t) = 28 + \frac{64}{t}, t > 0$$

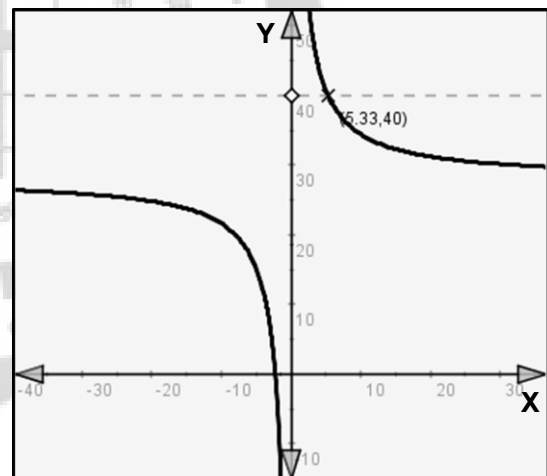
เมื่อ t คือเวลาหลังจากยกกาต้มน้ำลงจากเตา (นาที)

1. ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

t (นาที)	2	4	8	16	32
T (องศาเซลเซียส)	60	44	36	32	30

2. ใช้ข้อมูลในข้อ 1) เขียนกราฟ

ของสมการ $T(t) = 28 + \frac{64}{t}, t > 0$



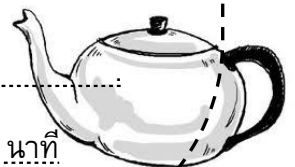
3. นานเท่าไรที่กาต้มน้ำจะมีอุณหภูมิ 40°C

วิธีทำ จาก $T(t) = 28 + \frac{64}{t}, t > 0$

..... จะได้ $40 = 28 + \frac{64}{t}$

..... $t = \frac{64}{40 - 28} \approx 5.33$

..... ดังนั้น กาต้มน้ำจะมีอุณหภูมิ 40°C เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 5.33 นาที



ได้เท่าไร ?



แพรวไพลินเปิดร้านขายชานมไข่มุก โดยขายแก้วละ 25 บาท ซึ่งต้นทุนแต่ละแก้วประมาณ 10 บาท รายได้ของแพรวไพลินจะขึ้นอยู่กับจำนวนชานมไข่มุกที่ขายได้

ให้ x แทนจำนวนชานมไข่มุกที่ขายได้ (แก้ว)

จะได้ $R(x) = 25x - 10x = 15x$ แทนรายได้จากการขายชานมไข่มุกของแพรวไพลินซึ่งเป็นฟังก์ชัน x

เนื่องจากมีลูกค้าจำนวนมากแพรวไพลินจึงจ้างน้ำใสมาช่วยขาย โดยจะให้เงินเดือน เดือนละ 1,000 บาท รวมกับเงินโบนัสที่ขึ้นกับจำนวนชานมไข่มุกที่น้ำใสขายได้แก้วละ 2 บาทซึ่งสามารถเขียนค่าใช้จ่ายในรูปแบบฟังก์ชันของจำนวนชานมไข่มุกที่ขายได้ (แก้ว) ได้เป็น $C(x) = 1000 + 2x$

ดังนั้นในแต่ละเดือนแพรวไพลินจะมีรายได้จากการขายชานมไข่มุกดังนี้

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 15x - (1000 + 2x) \\ &= 13x - 1000 \end{aligned}$$

ถ้า $P(x) > 0$ แสดงว่า แพรวไพลินขายชานมไข่มุกได้กำไร

$P(x) = 0$ แสดงว่า แพรวไพลินขายชานมไข่มุกได้เท่าทุน

$P(x) < 0$ แสดงว่า แพรวไพลินขายชานมไข่มุกขาดทุน

4 เดือนแรกแพรวไพลินขายชานมไข่มุกได้ดังตาราง เธอจะมีรายได้เดือนละ

เดือน	จำนวนชานมไข่มุกที่ขายได้ (แก้ว)	จำนวนเงิน (บาท)
มกราคม	520	5,760
กุมภาพันธ์	730	8,490
มีนาคม	550	6,150
เมษายน	1,020	12,260

ถ้าแพรวไพลินไม่ต้องการขาดทุนเธอต้องขายชานมไข่มุกให้ได้อย่างน้อยเดือนละกี่แก้ว

วิธีทำ จาก $P(x) = 13x - 1000$

$$\text{จะได้ } 0 = 13x - 1000$$

$$x = \frac{1000}{13} \approx 76.92$$

ดังนั้น แพรวไพลินจะต้องขายชานมไข่มุกให้ได้อย่างน้อยเดือนละ 77 แก้ว



ใบกิจกรรมที่ 2.1 การดำเนินการของฟังก์ชัน



จุดประสงค์การเรียนรู้: ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณและการหาร ฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้
3. นักเรียนสามารถใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 การดำเนินการของฟังก์ชัน

บทนิยาม การดำเนินการของฟังก์ชัน

..... ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของ \mathbb{R} ที่ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ ผลบวก

(sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ f และ g เขียนแทนด้วย

$f + g, f - g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เมื่อ } g(x) \neq 0$$

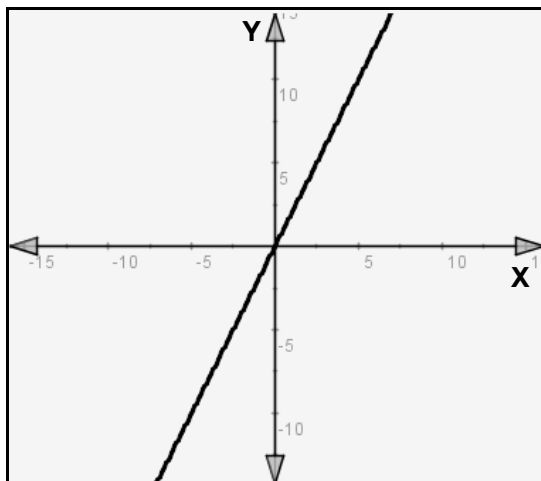
โดเมนของ $f + g, f - g$ และ fg เท่ากับ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ใน

โดเมนของ f และโดเมนของ g สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ เท่ากับ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$ คือเซต

ของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย

กิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์โดยใช้

โปรแกรม C.a.R. เมื่อกำหนด $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x + 1$

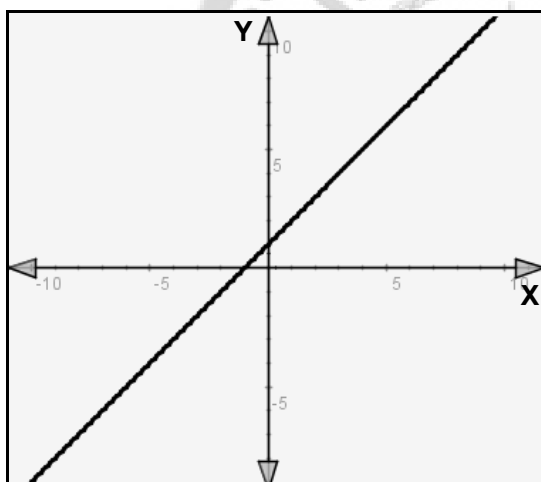


กราฟของ $f(x)$

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-4	-2	0	2	4

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$



กราฟของ $g(x)$

x	-2	-1	0	1	2
g(x)	-1	0	1	2	3

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$R_g = \mathbb{R}$$

$$\text{จะได้ } D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} \neq \emptyset$$

กิจกรรมที่ 1.1.1 จงหา $(f+g)(x)$

จาก $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x + 1$

จะได้ $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$\dots\dots\dots = 2x + x + 1$$

$$\dots\dots\dots = 3x + 1$$

จะได้

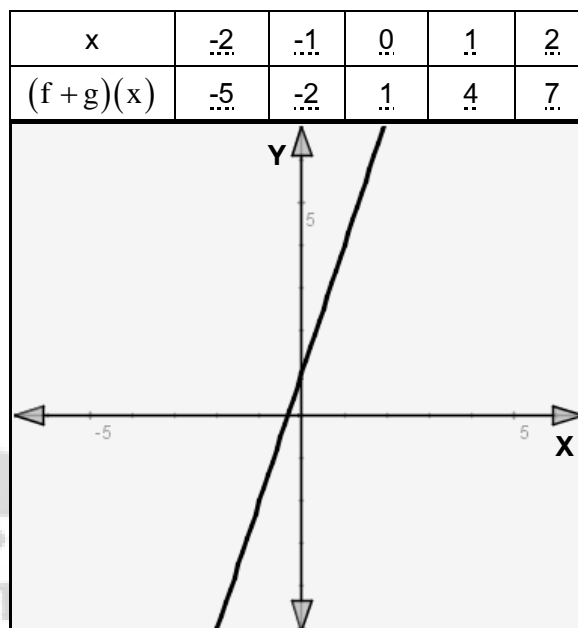
$$D_{f+g} = \mathbb{R}$$

$$R_{f+g} = \mathbb{R}$$

ลองหาดู

$$(f+g)(1) = -2$$

$$(f+g)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$



กิจกรรมที่ 1.1.2 จงหา $(f-g)(x)$

จาก $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x + 1$

จะได้ $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$$\dots\dots\dots = 2x - (x + 1)$$

$$\dots\dots\dots = x - 1$$

จะได้

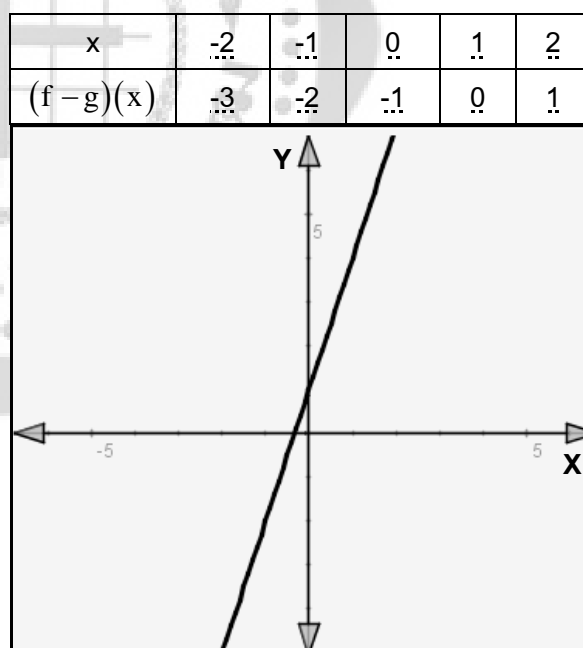
$$D_{f-g} = \mathbb{R}$$

$$R_{f-g} = \mathbb{R}$$

ลองหาดู

$$(f-g)(-2) = -3$$

$$(f-g)\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$



กิจกรรมที่ 1.1.3 จงหา $(fg)(x)$

จาก $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x + 1$

จะได้ $(fg)(x) = f(x)g(x)$

$$\dots\dots\dots = 2x(x + 1)$$

$$\dots\dots\dots = 2x^2 + 2x$$

จะได้

$$D_{fg} = \mathbb{R}$$

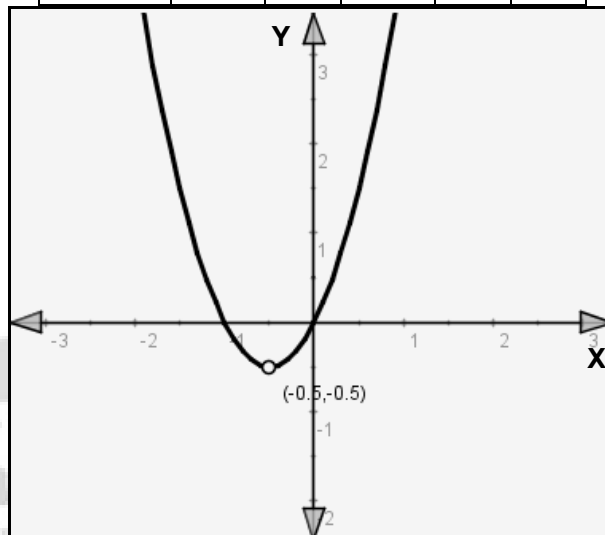
$$R_{fg} = [-0.5, \infty)$$

ลองหาดู

$$(fg)(2) = 12$$

$$(fg)(-3) = 12$$

x	-2	-1	0	1	2
$(fg)(x)$	12	0	0	4	12



กิจกรรมที่ 1.1.4 จงหา $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

จาก $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x + 1$

จะได้ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$$\dots\dots\dots = \frac{2x}{x + 1}$$

จะได้

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{-1\}$$

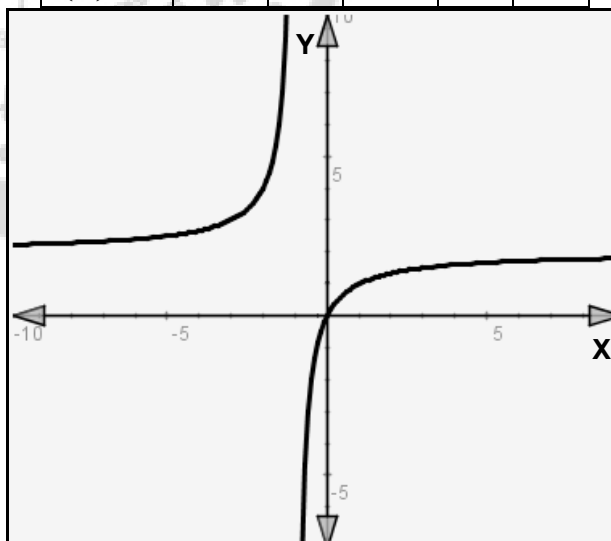
$$R_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{2\}$$

ลองหาดู

$$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-1) \text{ ไม่นิยาม}$$

x	-2	-1	0	1	2
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$	4	-	0	1	$\frac{4}{3}$





จากกิจกรรมข้างต้น สรุปลักษณะของโดเมนของ

$$f+g, f-g, fg \text{ เท่ากับ } D_f \cap D_g \neq \emptyset$$

$$\text{และ } \frac{f}{g} \text{ เท่ากับ } \{x \mid x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$$

กิจกรรมที่ 1.2 ให้ $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ และ

$$g = \{(1, 3), (2, 5), (4, 7), (5, 9), (7, 11)\}$$

จงหา $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งหาโดเมนของแต่ละฟังก์ชัน

วิธีทำ $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $D_g = \{1, 2, 4, 5, 7\}$

ฉะนั้น D_{f+g}, D_{f-g} และ D_{fg} คือ $D_f \cap D_g = \{1, 2, 4\} \neq \emptyset$

$$(f+g)(1) = 5 \quad (f+g)(2) = 8 \quad (f+g)(4) = 12$$

ดังนั้น $f+g = \{(1, 5), (2, 8), (4, 12)\}$

$$(f-g)(1) = -1 \quad (f-g)(2) = -2 \quad (f-g)(4) = -2$$

ดังนั้น $f-g = \{(1, -1), (2, -2), (4, -2)\}$

$$(fg)(1) = 6 \quad (fg)(2) = 15 \quad (fg)(4) = 35$$


ดังนั้น $fg = \{(1, 6), (2, 15), (4, 35)\}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{2}{3} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{3}{5} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(4) = \frac{5}{7}$$

ดังนั้น $\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{3}{5}\right), \left(4, \frac{5}{7}\right) \right\}$

จะได้ $D_{f+g} = D_{f-g} = D_{fg} = D_{\frac{f}{g}} = \{1, 2, 4\}$

กิจกรรมที่ 1.3 กำหนดให้ $f(x) = x^2$ เมื่อ $0 \leq x < 5$ และ $g(x) = -x + 3$ เมื่อ $-2 \leq x < 4$ จงหา fg

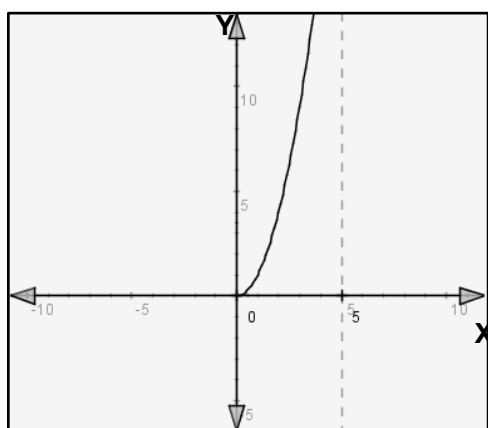
และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

วิธีทำ จาก $f(x) = x^2$ เมื่อ $0 \leq x < 5$ และ $g(x) = -x + 3$ เมื่อ $-2 \leq x < 4$

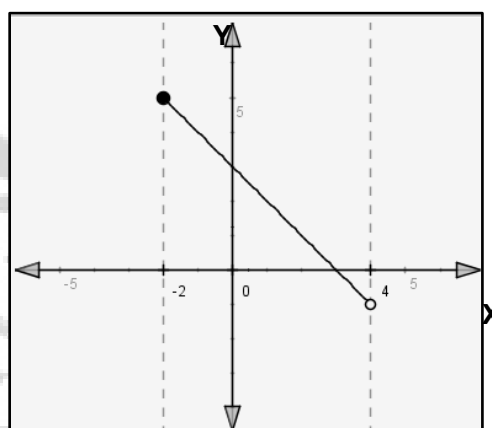
เขียนกราฟของฟังก์ชัน f และ g ได้ดังนี้

x	0	1	2	3	4
f(x)	0	1	4	9	16

x	-2	-1	0	1	3
g(x)	5	4	3	2	0



กราฟของ $f(x)$



กราฟของ $g(x)$

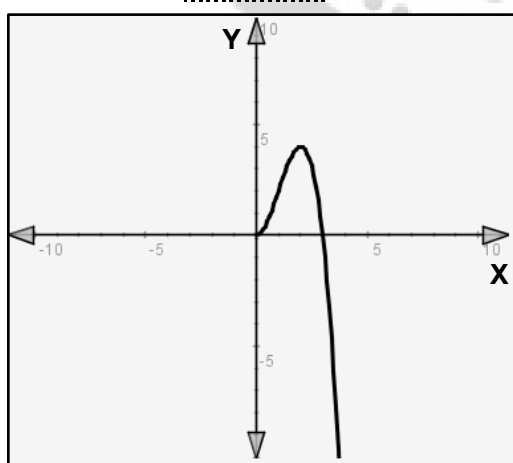
$$D_f = [0, 5)$$

$$D_g = [-2, 4)$$

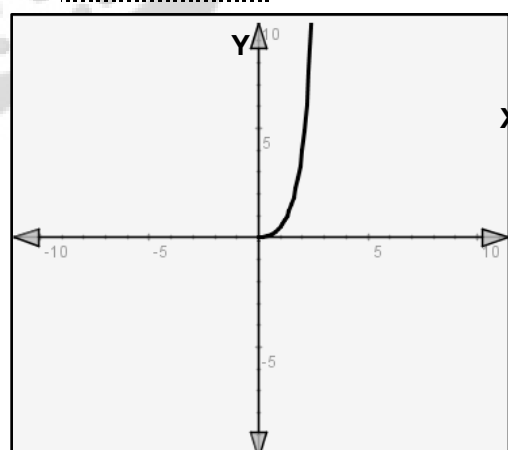
$$\text{ดังนั้น } D_f \cap D_g = [0, 5) \cap [-2, 4) = [0, 4) \neq \emptyset$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } (fg)(x) &= x^2(-x+3) \\ &= -x^3 + 3x^2 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2}{-x+3}$$



กราฟของ $(fg)(x)$



กราฟของ $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

กิจกรรมที่ 1.4 กำหนดให้ $f(x) = 2x^2$ เป็นฟังก์ชันบนเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5

$g(x) = x$ เป็นฟังก์ชันบนเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 4

และ $h(x) = x^3 + 1$ เป็นฟังก์ชันบนเซตของจำนวนเต็มบวก

จงหา $f+g+h$, $fg+h$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $D_f = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \}$ $D_g = \{1, 2, 3\}$ $D_h = \{1, 2, 3, \dots\}$

นั่นคือ

$$D_f \cap D_g \cap D_h = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \} \cap \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\} \neq \emptyset$$

ดังนั้น $(f+g+h)(x) = f(x) + g(x) + h(x)$

$$= 2x^2 + x + x^3 + 1$$

$$D_{f+g+h} = \{1, 2, 3\}$$

$$(fg+h)(x) = (fg)(x) + h(x)$$

$$= 2x^2(x) + x^3 + 1$$

$$= 2x^3 + x^3 + 1$$

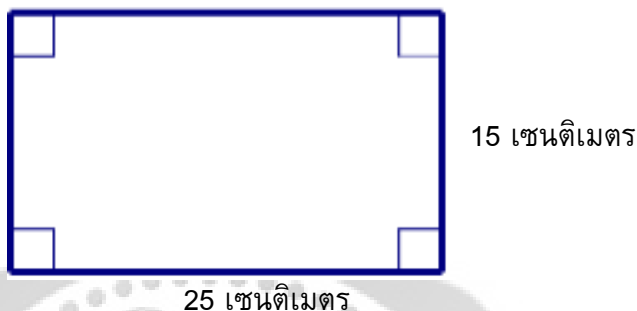
$$= 3x^3 + 1$$

$$D_{fg+h} = \{1, 2, 3\}$$

ตอนที่ 2 เสริมทักษะ (โจทย์ปัญหา)

☞ ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

กิจกรรมที่ 2.1 ทินกรต้องการสร้างกล่องกระดาษสำหรับใส่ของจากกระดาษที่มีขนาด 15×25 ตารางเซนติเมตร ในการสร้างเขาต้องตัดกระดาษที่มุมทั้ง 4 ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน จงหาปริมาตรของกล่องกระดาษ และหาปริมาตรของกล่องถ้ากล่องมีความสูง 5 เซนติเมตร



วิธีทำ ให้ x แทน ความกว้างของกระดาษที่ตัดออก.....

$V(x)$ แทน ปริมาตรของกล่องกระดาษที่มีความสูง x เซนติเมตร.....

$$\text{จะได้ } V(x) = (25 - 2x)(15 - 2x)x \text{ เมื่อ } 0 \leq x \leq \frac{15}{2}$$

$$= (25 - 2x)(15x - 2x^2)$$

$$= 375x - 50x^2 - 30x^2 + 4x^3$$

$$= 375x - 80x^2 + 4x^3$$

$$\text{ดังนั้น } V(5) = 375(5) - 80(5)^2 + 4(5)^3$$

$$= 375$$

ดังนั้น กล่องมีความสูง 5 เซนติเมตร จะมีปริมาตร 375 ลูกบาศก์เซนติเมตร



กิจกรรมที่ 2.2 พLOYมีกระดาษแข็งขนาด 8×12 ตารางเซนติเมตร เรอตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านละ x เซนติเมตร

2.2.1 จงแสดงว่ากล่องที่ได้มีปริมาตร $V(x)$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

วิธีทำ จะได้ $V(x) = (8-2x)(12-2x)x$

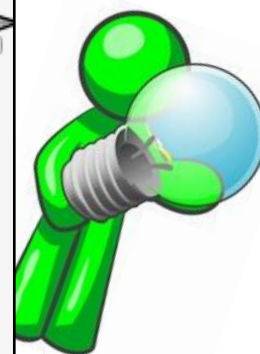
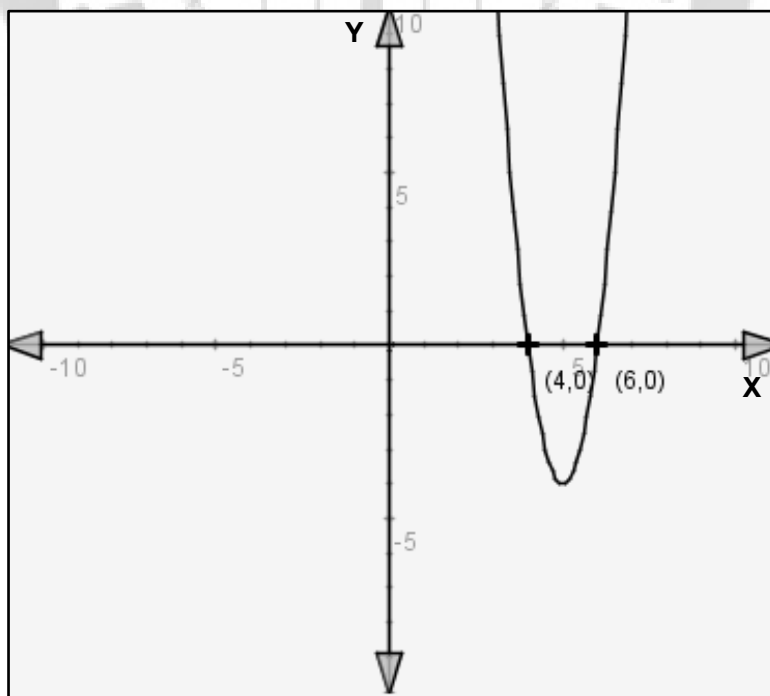
$$= 2(4-x)2(6-x)x$$

$$= 4x(4-x)(6-x)$$

2.2.2 จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

x (เซนติเมตร)	0	1	2	3	4
V (ลูกบาศก์เซนติเมตร)	0	60	64	36	0

2.2.3 จงเขียนกราฟของ $V(x)$



กิจกรรมที่ 2.3 บริษัท D call ผลิตโทรศัพท์มือถือรุ่น tell D โดยต้นทุนการผลิตเครื่องทั้งหมดเป็นเงิน 950,000 บาท และค่าแรง/วัสดุเฉลี่ยเครื่องละ 3,200 บาท ถ้าโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้จำหน่ายเครื่องละ 5,700 บาท บริษัท D call จะมีรายได้จากการจำหน่ายโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้เท่าไร ถ้าขายโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้ได้จำนวน 350 เครื่อง บริษัทจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

วิธีทำ ให้ $f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายโทรศัพท์

$g(x)$ แทน ราคาต้นทุนการผลิตเครื่องทั้งหมด

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายโทรศัพท์มือถือได้ x เครื่อง

จาก กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

จะได้ $f(x) = h(x) - g(x)$

$$= 5700x - (950000 + 3200x)$$

$$= 2500x - 950000$$

ดังนั้น ถ้าขายโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้ได้จำนวน 350 เครื่อง จะมีกำไรทั้งสิ้น

$$f(350) = 2500(350) - 950000$$


$$= -75000$$

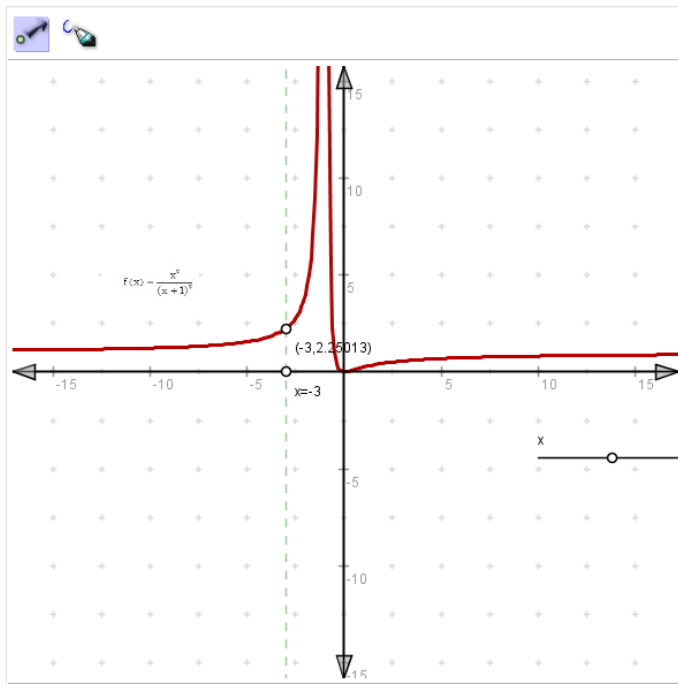
ดังนั้นถ้าขายโทรศัพท์มือถือรุ่นนี้ได้จำนวน 350 เครื่อง บริษัทจะขาดทุน 75,000 บาท



F(x)=?

เฉลย

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R.  สุ่มหาค่า f(x) ต่อไปนี้



$$1. f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2}$$

$$1.1 f(1) = \frac{1}{4}$$

$$1.2 f(3) = \frac{9}{16}$$

$$1.3 f(5) = \frac{25}{36}$$

$$1.4 f(0) = 0$$

$$1.5 f(-2) = 4$$

$$1.6 f(-4) = \frac{16}{9}$$

2. กำหนดให้ $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ จงหา $g(1)$, $g(4)$ และ D_g

วิธีทำ จาก $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$$\text{จะได้ } g(1) = \frac{1}{2\sqrt{1+1}} = \frac{1}{3}$$

$$g(4) = \frac{1}{2\sqrt{4+1}} = \frac{1}{5}$$

$$D_g = [0, \infty)$$





ราคาเท่าไร

แสดมภ์ต้องการซื้อกางเกงยีนส์ราคา 1,750 บาท ซึ่งมีป้ายติดบอกลดราคา 20% และในการซื้อสินค้าทุกครั้งต้องจ่ายค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% แสดมภ์ต้องจ่ายเงินซื้อกางเกงยีนส์เท่าไร



นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร ?

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา

สถานการณ์ที่กำหนดให้ต้องการทราบอะไร แสดมภ์ต้องจ่ายเงินซื้อกางเกงยีนส์เท่าไร

สถานการณ์ที่กำหนดให้กำหนดอะไรมาให้บ้าง ราคาของกางเกงยีนส์ 1,750 บาท

ป้ายติดบอกลดราคา 20%, จ่ายค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา) ให้ x แทน ราคาของกางเกงยีนส์

$f(x)$ แทน ราคาของกางเกงยีนส์เมื่อได้รับส่วนลด 20% จะได้ $f(x) = 0.80x$

$g(x)$ แทน ราคาของกางเกงยีนส์รวมค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% จะได้ $g(x) = 1.07x$

ดังนั้นจะต้องหา $(f \circ g)(x)$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (ลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ในขั้นที่ 2)

$$(f \circ g)(1750) = f(g(1750))$$

$$= f(1.07(1750))$$

$$= 0.80(1872.5)$$

$$= 1498$$

ดังนั้นแสดมภ์ต้องจ่ายเงินซื้อกางเกงยีนส์ราคา 1,498 บาท

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา)

$$1498 = 0.80(1.07)x$$

$$x = \frac{1498}{0.80(1.07)} = 1750$$



ใบกิจกรรมที่ 2.2 ฟังก์ชันประกอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้: ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้หาฟังก์ชันประกอบได้หรือไม่
2. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชันตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้
3. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง


ตอนที่ 1 ฟังก์ชันประกอบ

บทนิยามฟังก์ชันประกอบ

..... ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$ ฟังก์ชันประกอบของ f และ g เขียนแทนด้วย

$g \circ f$ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนคือ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ และกำหนด $g \circ f$ โดย $g \circ f(x) = g(f(x))$

สำหรับทุก x ใน $D_{g \circ f}$

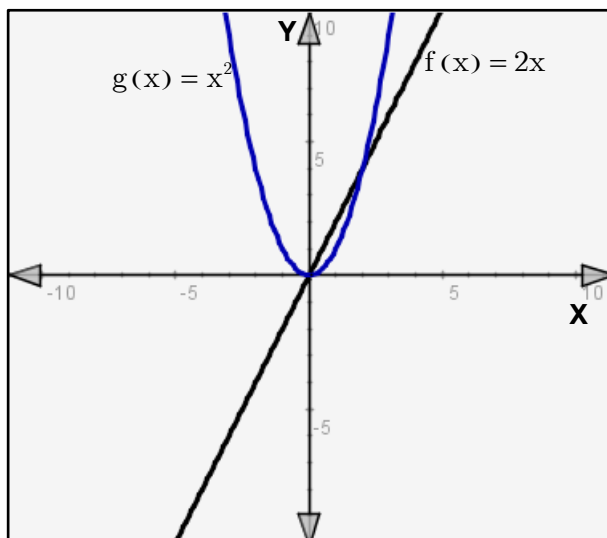
กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนสำรวจลักษณะของกราฟ f และ g โดยใช้โปรแกรม C.a.R. 

พร้อมทั้งเขียนกราฟของทั้งสองฟังก์ชันลงในระบบพิกัดเดียวกัน และให้นักเรียนพิจารณาว่าในแต่ละข้อสามารถหา $f \circ g$ และ $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

$$1.1 \quad f = \{(a,1), (b,2), (c,3)\} \quad \text{และ} \quad g = \{(1,a), (3,c), (5,e)\}$$

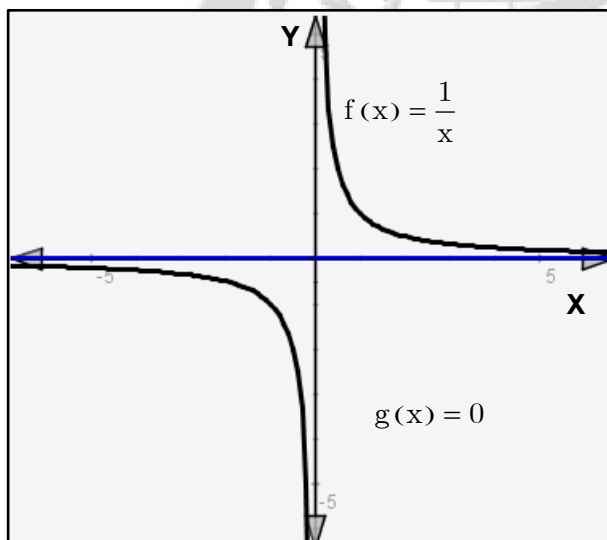
fog	$R_g = \{a, c, e\}$ $D_f = \{a, b, c\}$ ✓ มี ○ ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = \{a, c\} \neq \emptyset$
gof	$R_f = \{1, 2, 3\}$ $D_g = \{1, 3, 5\}$ ✓ มี ○ ไม่มี เพราะ $R_f \cap D_g = \{1, 3\} \neq \emptyset$

1.2 $f(x) = 2x$ และ $g(x) = x^2$



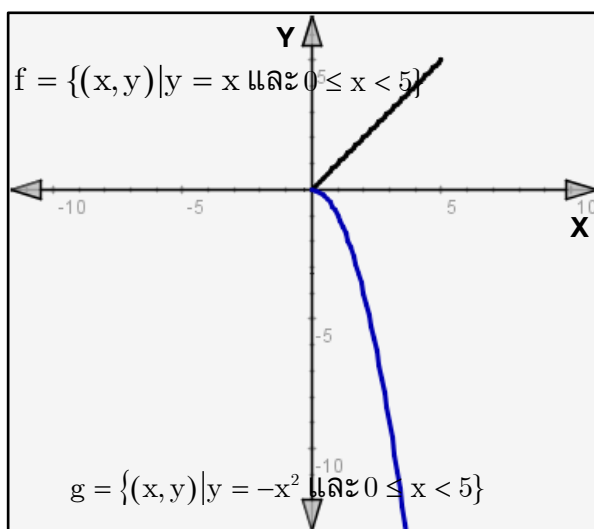
	$R_g = [0, \infty)$ $D_f = \mathbb{R}$
fog	✓ มี ○ ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = [0, \infty) \neq \emptyset$
	$R_f = \mathbb{R}$ $D_g = \mathbb{R}$
gof	✓ มี ○ ไม่มี เพราะ $R_f \cap D_g = \mathbb{R} \neq \emptyset$

1.3 $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = 0$




	$R_g = \{0\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$
fog	○ มี ✓ ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = \emptyset$
	$R_f = \mathbb{R} - \{0\}$ $D_g = \mathbb{R}$
gof	✓ มี ○ ไม่มี เพราะ $R_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{0\} \neq \emptyset$

$$1.4 \quad f = \{(x,y) | y = x \text{ และ } 0 \leq x < 5\} \quad \text{และ} \quad g = \{(x,y) | y = -x^2 \text{ และ } 0 \leq x < 5\}$$



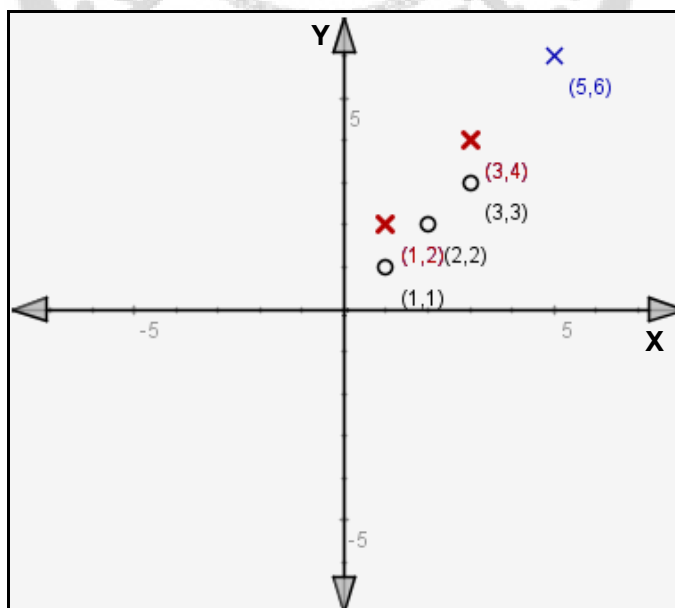
	$R_g = (-25, 0]$ $D_f = [0, 5)$
fog	<input checked="" type="checkbox"/> มี <input type="checkbox"/> ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = \{0\} \neq \emptyset$
	$R_f = [0, 5)$ $D_g = (0, 5]$
gof	<input checked="" type="checkbox"/> มี <input type="checkbox"/> ไม่มี เพราะ $R_f \cap D_g = [0, 5) \cap (0, 5] = (0, 5)$

ตอนที่ 2 หาฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชันตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้และหาโดเมนและเรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบได้

กิจกรรมที่ 2.1 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R.  ตรวจสอบลักษณะกราฟของฟังก์ชัน

$f = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ และ $g = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ พร้อมทั้งเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน f และ g ลงในระบบพิกัดเดียวกัน

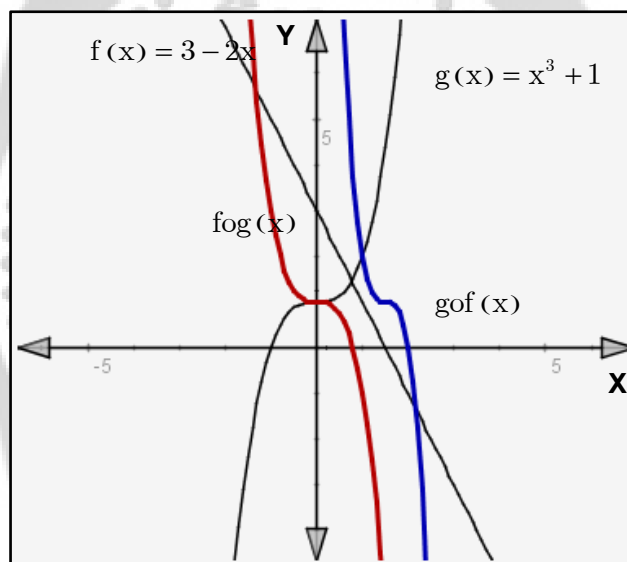


2. $R_f = \{1, 2, 3\}$ $D_g = \{1, 3, 5\}$ ดังนั้น $R_f \cap D_g = \{1, 3\}$
3. $g \circ f(x) = g(f(x)) = \{(1,2), (3,4)\}$
4. เขียนกราฟของ $g \circ f$ ลงในระบบพิกัดเดียวกับฟังก์ชัน f และ g
5. $g \circ f(0)$ หาค่าไม่ได้
6. $g \circ f(1) = 2$
7. $g \circ f(-1)$ หาค่าไม่ได้
8. $g \circ f(2)$ หาค่าไม่ได้
9. $D_{g \circ f} = \{1, 3\}$
10. $R_{g \circ f} = \{2, 4\}$

กิจกรรมที่ 2.2 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R.  สืบค้นลักษณะกราฟของฟังก์ชัน

$f(x) = 3 - 2x$ และ $g(x) = x^3 + 1$ พร้อมทั้งเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน f และ g

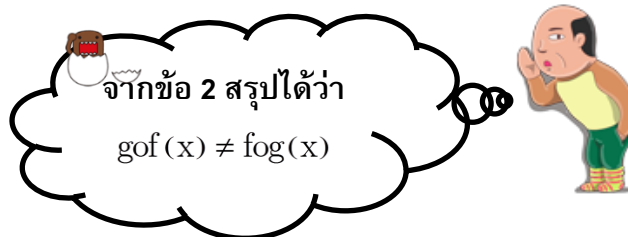


2. $R_f = \mathbb{R}$ $D_g = \mathbb{R}$ ดังนั้น $R_f \cap D_g = \mathbb{R} \neq \emptyset$
3. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(3 - 2x) = (3 - 2x)^3 + 1$
4. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน $g \circ f$ ลงในระบบพิกัดเดียวกับฟังก์ชัน f และ g
5. $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$
6. $R_{g \circ f} = \mathbb{R}$
7. $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^3 + 1) = 3 - 2(x^3 + 1) = -2x^3 + 1$
8. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f \circ g$ ลงในระบบพิกัดเดียวกับฟังก์ชัน f และ g
9. $D_{f \circ g} = \mathbb{R}$
10. $R_{f \circ g} = \mathbb{R}$

$$11. (go(fog))(x) = g((fog)(x)) = g(-2x^3 + 1) = (-2x^3 + 1)^3 + 1$$

$$12. D_{go(fog)} = \mathbb{R}$$

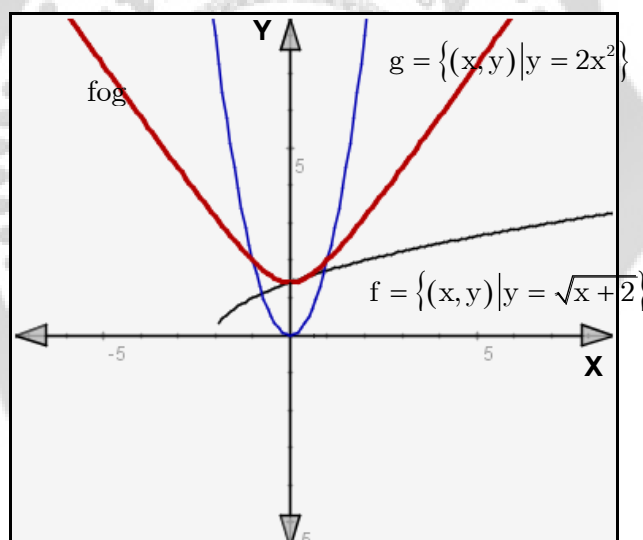
$$13. R_{go(fog)} = \mathbb{R}$$



กิจกรรมที่ 2.3 ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R.  สำนวจลักษณะกราฟของฟังก์ชัน

$f = \{(x, y) | y = \sqrt{x+2}\}$ และ $g = \{(x, y) | y = 2x^2\}$ พร้อมทั้งเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน f และ g



$$2. R_g = [0, \infty) \quad D_f = [-2, \infty) \quad \text{ดังนั้น } R_g \cap D_f = [0, \infty) \neq \emptyset$$

$$1. fog(x) = f(g(x)) = f(2x^2) = \sqrt{2x^2 + 2}$$

2. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน fog ลงในระบบพิกัดเดียวกับฟังก์ชัน f และ g

$$3. fog(0) = \sqrt{2}$$

$$4. fog(1) = \sqrt{4} = 2$$

$$5. fog(-1) = \sqrt{4} = 2$$

$$6. fog(2) = \sqrt{10}$$

$$9. D_{fog} = \mathbb{R}$$

$$10. R_{fog} = [\sqrt{2}, \infty)$$

กิจกรรมที่ 2.4 กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ และ $h(x) = x - 7$ จงหา $(f \circ g) \circ h$ และ $f \circ (g \circ h)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ และ $h(x) = x - 7$

เนื่องจาก $R_h \cap D_{f \circ g} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} \neq \emptyset$ ดังนั้นสามารถหา $(f \circ g) \circ h$

จะได้ $((f \circ g) \circ h)(x) = ((f \circ g)(h(x)))$

$$= (f \circ g)(x - 7) = f(g(x - 7)) = f((x - 7)^2) = \sqrt{(x - 7)^2} = x - 7$$

เนื่องจาก $R_{g \circ h} \cap D_f = [0, \infty) \cap [0, \infty) \neq \emptyset$ ดังนั้นสามารถหา $f \circ (g \circ h)$

จะได้ $(f \circ (g \circ h))(x) = (f(g(h(x))))$

$$= (f \circ (g \circ h))(x) = f(g(h(x))) = f((x - 7)^2) = \sqrt{(x - 7)^2} = x - 7$$

ตอนที่ 3 โจทย์ปัญหา

กิจกรรมที่ 3.1 โจอี้เป็นผู้จัดการห้างแห่งหนึ่ง เขาได้รับส่วนลด 15% จากทางห้าง โดยเขาสามารถซื้อสินค้าอะไรก็ได้ภายในห้าง ในทุกวันพุธสิ้นเดือนทางห้างจะมี "Midnight Sale" โจอี้เลยตัดสินใจซื้อรองเท้าซึ่งลดราคา 20% จากราคาปกติ 2,500 บาท โจอี้จะต้องจ่ายเงินเพื่อซื้อรองเท้าใ้ไรถ้าในการซื้อครั้งนี้เขาใช้ส่วนลดที่ได้จากทางห้างด้วย

วิธีทำ ให้ x แทน ราคาของรองเท้าที่ซื้อ

$f(x)$ แทน ราคาของรองเท้าที่ใช้ส่วนลด 15%

$g(x)$ แทน ราคาของรองเท้าในช่วง "Midnight Sale" ที่ลด 20%

จะได้ $f(x) = x - 0.15x = 0.85x$ และ $g(x) = x - 0.20x = 0.8x$

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$= f(0.80x)$$

$$= 0.85(0.80x)$$

$$= 0.68x$$

จะได้ $(f \circ g)(2500) = 0.68(2500) = 1,700$

ในทำนองเดียวกัน $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$= g(0.85x)$$

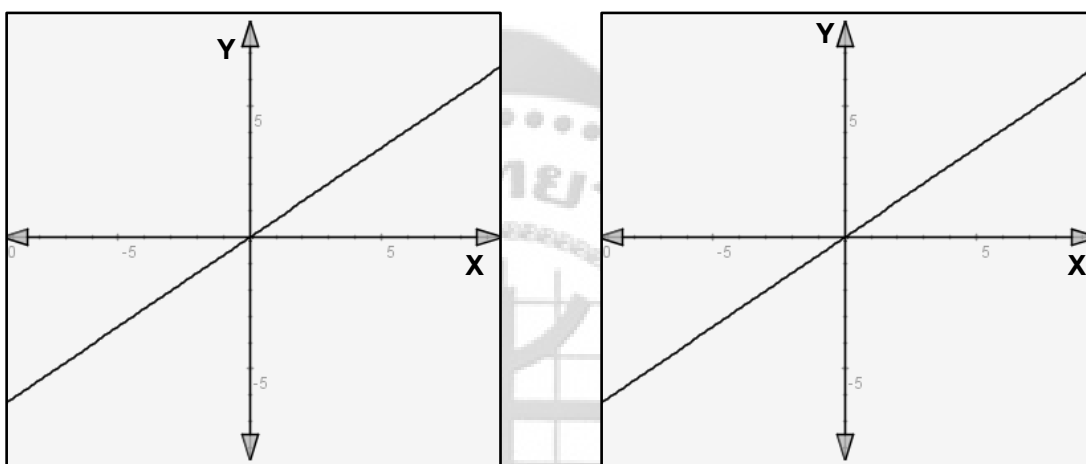
$$= 0.80(0.85x)$$

$$= 0.68x$$

$$\text{จะได้ } (g \circ f)(2500) = 0.68(2500) = 1,700$$

ดังนั้น โจทย์ต้องจ่ายเงินซื้อรองเท้าเป็นเงิน 1,700 บาท

นักเรียนลองเขียนกราฟของ $f \circ g$ และ $g \circ f$ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ดูว่ากราฟมีลักษณะเป็นอย่างไร



กราฟของฟังก์ชัน $f \circ g$

กราฟของฟังก์ชัน $g \circ f$

กิจกรรมที่ 3.2 ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าจัดโปรโมชั่นลดราคาสินค้าทุกชิ้นภายในร้าน 25% จากราคาป้าย เมื่อถึงสิ้นเดือนเจ้าของร้านต้องการกระตุ้นยอดขายสินค้าโดยเฉพาะตู้เย็นเลยจัดโปรโมชั่นเพิ่มโดยการลดราคาตู้เย็นสำหรับผู้ซื้อเงินสดอีก 10% จากราคาปกติ 8,750 บาท ถ้าซื้อที่ต้องการซื้อตู้เย็นด้วยเงินสด เขาจะต้องจ่ายค่าตู้เย็นเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ ให้ x แทน ราคาของตู้เย็น

$$f(x) \text{ แทน ราคาของตู้เย็นที่ลด } 25\%$$

$$g(x) \text{ แทน ราคาของตู้เย็นที่ลด } 10\%$$

$$\text{จะได้ } f(x) = x - 0.25x = 0.75x \text{ และ } g(x) = x - 0.10x = 0.9x$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(0.90x)$$

$$= 0.75(0.90x) = 0.675x$$

จะได้ $(fog)(8750) = 0.675(8750) = 5906.25$

ในทำนองเดียวกัน $(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(0.75x)$

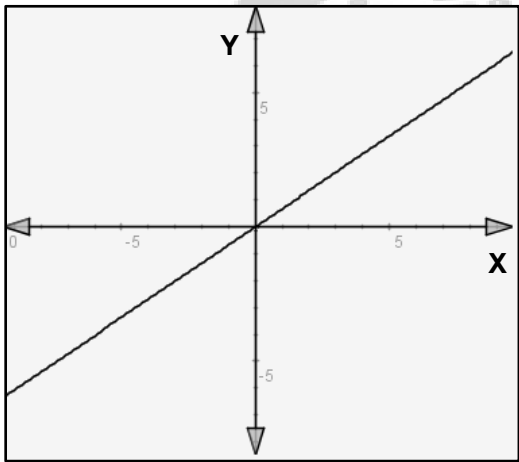
$= 0.90(0.75x)$

$= 0.675x$

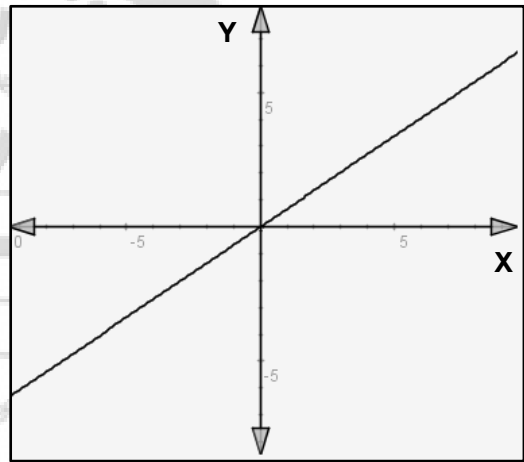
จะได้ $(gof)(8750) = 0.675(8750) = 5906.25$

ดังนั้น ชูชี่จะต้องจ่ายค่าตู้เย็นเป็นเงิน 5.906.25 บาท

นักเรียนลองเขียนกราฟของ fog และ gof โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ดูว่ากราฟมีลักษณะเป็นอย่างไร



กราฟของฟังก์ชัน fog



กราฟของฟังก์ชัน gof

กิจกรรมที่ 3.3 กำหนด $f(x) = 5x - 7$ และ $fog(x) = 2$ จงหา $g(x)$

วิธีทำ จาก $(fog)(x) = f(g(x))$ ให้ $g(x) = a$

$= 5a - 7$

$= 2$

จะได้ว่า $2 = 5a - 7$

$a = \frac{9}{5}$

ดังนั้น $g(x) = \frac{9}{5}$

กิจกรรมที่ 3.4 กำหนด $F(x) = (2\sqrt{x} + 1)^5$ จงเขียน F ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันประกอบของฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชัน

..... สำหรับข้อนี้สามารถตอบได้หลายแบบ เช่น

..... ให้ $g(x) = \sqrt{x}$ และ $f(x) = (2x + 1)^5$ จะได้ $F = (f \circ g)(x) = (2\sqrt{x} + 1)^5$

..... ให้ $g(x) = 2\sqrt{x} + 1$ และ $f(x) = x^5$ จะได้ $F = (f \circ g)(x) = (2\sqrt{x} + 1)^5$ เป็นต้น





ภาคผนวก ก

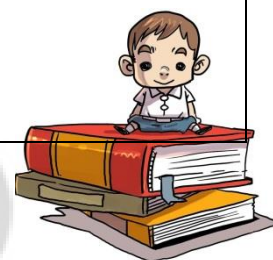
แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

เฉลยแบบทดสอบย่อย และเฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การดำเนินการของฟังก์ชัน เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1 ความหมายของฟังก์ชัน
 - 1.2 การดำเนินการของฟังก์ชัน
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 14 ข้อ
 - ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบโดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว และแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที



ชื่อ.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ความสัมพันธ์ใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชัน

ก. $r_1 = \{(-3, 0), (-2, 0), (0, 0), (2, 1), (-3, 2)\}$

ข. $r_2 = \{(-3, 1), (-2, 0), (-1, -1), (1, 0), (-2, 3)\}$

ค. $r_3 = \{(-3, -3), (-2, -2), (-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$

ง. $r_4 = \{(-3, 3), (-2, 2), (-1, 0), (-2, 3), (3, 1)\}$

2. กำหนด $f(x) = x^2 + 3x + 2$ จงหา $f(0) + f(-1)$

ก. 0

ข. -1

ค. 1

ง. 2

3. กำหนด $f(x) = \{(x, y) \in (\mathbb{R} \times \mathbb{R}) \mid y = -x^2 + 3\}$ จงหา R_f

ก. $R_f = (3, \infty)$

ข. $R_f = [3, \infty)$

ค. $R_f = (-\infty, 3)$

ง. $R_f = (-\infty, 3]$

4. กำหนด $f(x) = \sqrt{x-5}$ จงหา D_f

ก. $D_f = \{x \mid x \geq 0\}$

ข. $D_f = \{x \mid x > 5\}$

ค. $D_f = \{x \mid x \geq 5\}$

ง. $D_f = \{x \mid x \leq 5\}$

5. กำหนดฟังก์ชัน $f(x)=(x+2)^4+4$ และ $g(x)=(x+2)^3+4$ ข้อใดถูกต้อง

- ก. f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} แต่ g ไม่เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}
- ข. f ไม่เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} แต่ g เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}
- ค. f และ g เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}
- ง. f และ g ไม่เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}

6. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

- ก. $f(x)=|x|+1$
- ข. $f(x)=x^5-3$
- ค. $f(x)=-\sqrt{x}+2$
- ง. $f(x)=-3x+2$

7. กำหนด $f(x)=5-2x^2$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม

- ก. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ $f(x_1)>f(x_2)$ แล้ว $x_1<x_2$
- ข. f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ $x_1<x_2$ แล้ว $f(x_1)>f(x_2)$
- ค. f เป็นฟังก์ชันลด เพราะ $x_1<x_2$ แล้ว $f(x_1)<f(x_2)$
- ง. ไม่เป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด เพราะ $x_1<x_2$ แล้วสรุปไม่ได้ว่า $f(x_1)>f(x_2)$ หรือ $f(x_1)<f(x_2)$

8. ถ้า $f(x)=3-|x|$ ข้อใดถูกต้อง

- ก. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $(-\infty, 0]$
- ข. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $[3, \infty)$
- ค. f เป็นฟังก์ชันลดบน $(-\infty, 0]$
- ง. f เป็นฟังก์ชันลดบน $(-\infty, 3]$

9. กำหนด $f(x) = \{(1, 3), (3, 5), (5, 7)\}$ และ $g(x) = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $f + g = \{(1, 5), (3, 9)\}$

ข. $f - g = \{(1, 1), (3, 1)\}$

ค. $fg = \{(1, 6), (3, 20)\}$

ง. $\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{3}{2} \right), \left(3, \frac{4}{5} \right) \right\}$

10. กำหนด $f(x) = x^3$ และ $g(x) = x + 1$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $f + g = 2x^3 + 1$

ข. $f - g = x^3 - x + 1$

ค. $fg = x^4 + x^3$

ง. $\frac{f}{g} = \frac{x+1}{x^3}$

11. กำหนด $f = \{(1, 11), (2, 22), (3, 33)\}$ และ $g = \{(7, 11), (9, 13), (11, 15), (13, 33)\}$

จงพิจารณาว่ามี gof หรือไม่เพราะเหตุใด

ก. มี เพราะ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$

ข. มี เพราะ $R_g \cap D_f = \emptyset$

ค. ไม่มี เพราะ $R_f \cap R_g \neq \emptyset$

ง. ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = \emptyset$

12. กำหนด $f(x) = \frac{2}{x}$ และ $g(x) = x - 2$ จงพิจารณาว่ามี gof หรือไม่เพราะเหตุใด

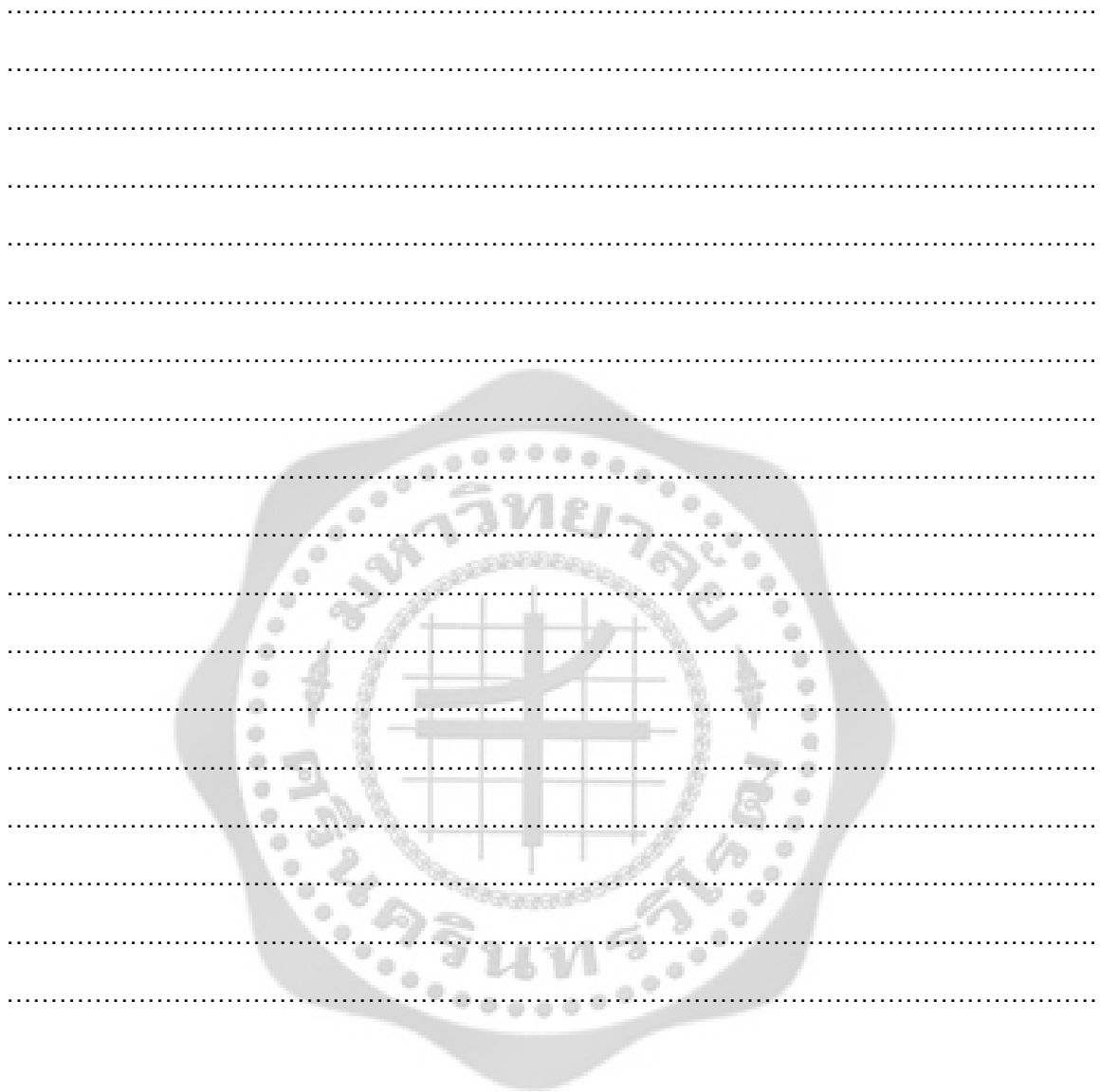
ก. มี เพราะ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$

ข. มี เพราะ $R_g \cap D_f = \emptyset$

ค. ไม่มี เพราะ $R_f \cap R_g \neq \emptyset$

ง. ไม่มี เพราะ $R_g \cap D_f = \emptyset$

2. กำหนด $f(x)=2x+1$ และ $g(x)=\sqrt{x}$ จงเขียนกราฟของ $f \circ g$ พร้อมทั้งหา $D_{f \circ g}, R_{f \circ g}$



แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เทคนิคการเขียนกราฟ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1 ฟังก์ชันผกผัน
 - 1.2 เทคนิคการเขียนกราฟ
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 7 ข้อ
 - ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 1 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบโดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว และแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 30 นาที



ชื่อ.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. กำหนด $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 - 3\}$ ตัวผกผันของ f ตรงกับข้อใด

ก. $f^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -x^3 + 3\}$

ข. $f^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{x^3 - 3}\}$

ค. $f^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3 + 3\}$

ง. $f^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt[3]{x+3}\}$

2. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้ไม่มีฟังก์ชันผกผัน

ก. $f_1 = \{(1, 3), (3, 1), (2, 3)\}$

ข. $f_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

ค. $f_3 = \{(1, 1), (3, 1), (2, 4)\}$

ง. $f_4 = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$

3. ถ้า $f(x) = x^3 - 9$ แล้ว f มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่

ก. มี เพราะ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ข. มี เพราะ f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R}

ค. ไม่มี เพราะ f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ง. ไม่มี เพราะ f ไม่เป็นฟังก์ชัน

4. กำหนด $f(x) = 2\sqrt{x}$ จงหา $R_{f^{-1}}$ ตรงกับข้อใด

ก. $R_{f^{-1}} = (0, \infty)$

ข. $R_{f^{-1}} = [0, \infty)$

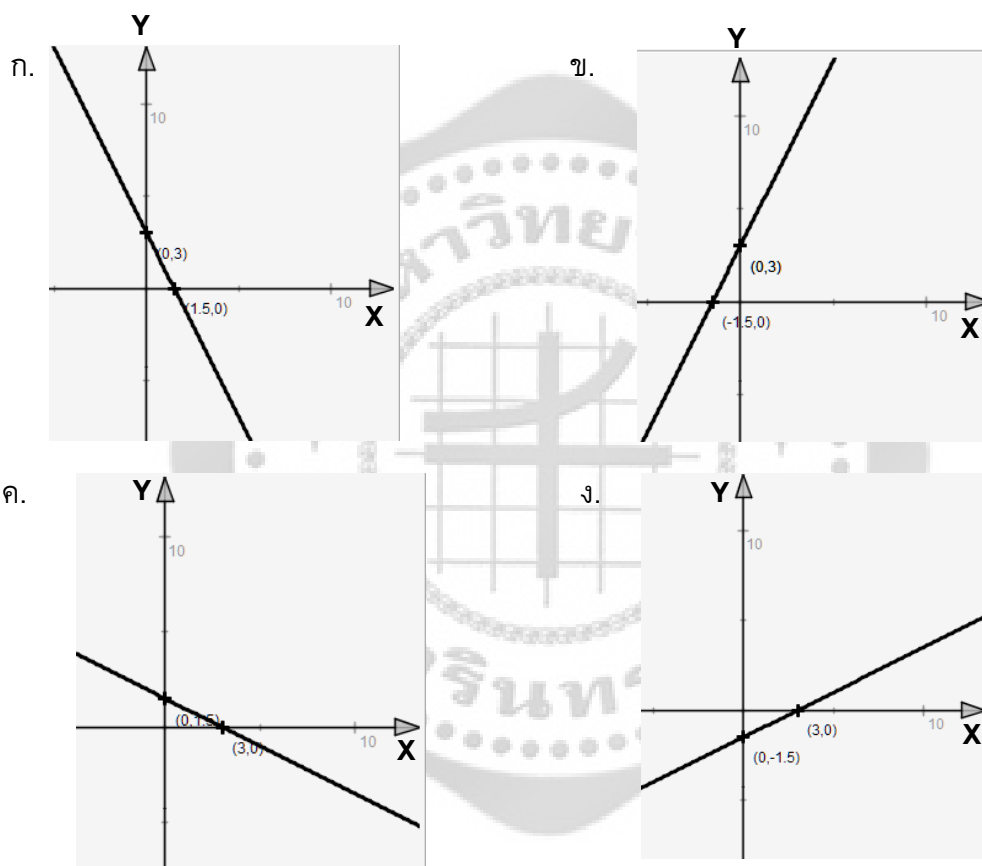
ค. $R_{f^{-1}} = (-\infty, 0]$

ง. $R_{f^{-1}} = (-\infty, \infty)$

5. กำหนด $f(x) = 2x^3 + 5$ เมื่อ $x > 1$ จงหา $R_{f^{-1}} \cup D_{f^{-1}}$ ตรงกับข้อใด

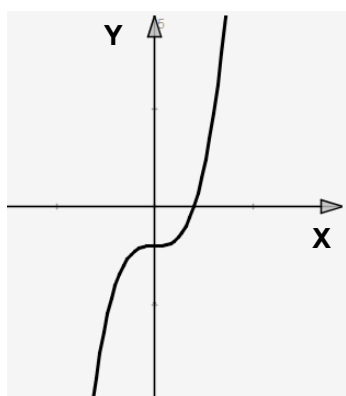
- ก. $R_{f^{-1}} \cup D_{f^{-1}} = (1, \infty)$
 ข. $R_{f^{-1}} \cup D_{f^{-1}} = (-\infty, 1)$
 ค. $R_{f^{-1}} \cup D_{f^{-1}} = (7, \infty)$
 ง. $R_{f^{-1}} \cup D_{f^{-1}} = (-\infty, \infty)$

6. ถ้า $f(x) = -2x + 3$ กราฟของ f^{-1} ตรงกับข้อใด

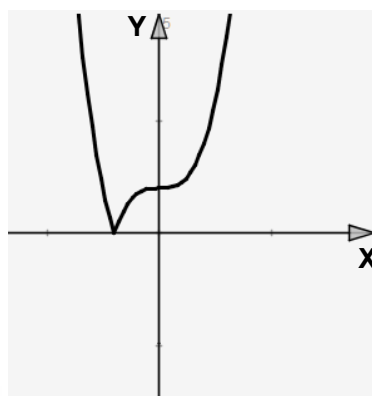


7. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟของ $f(x) = |x^3 - 1|$

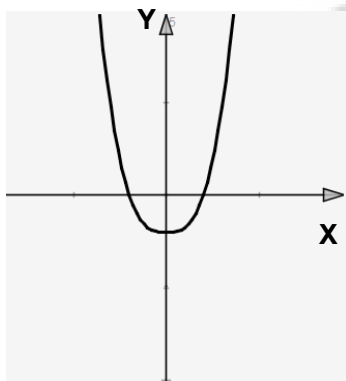
ก.



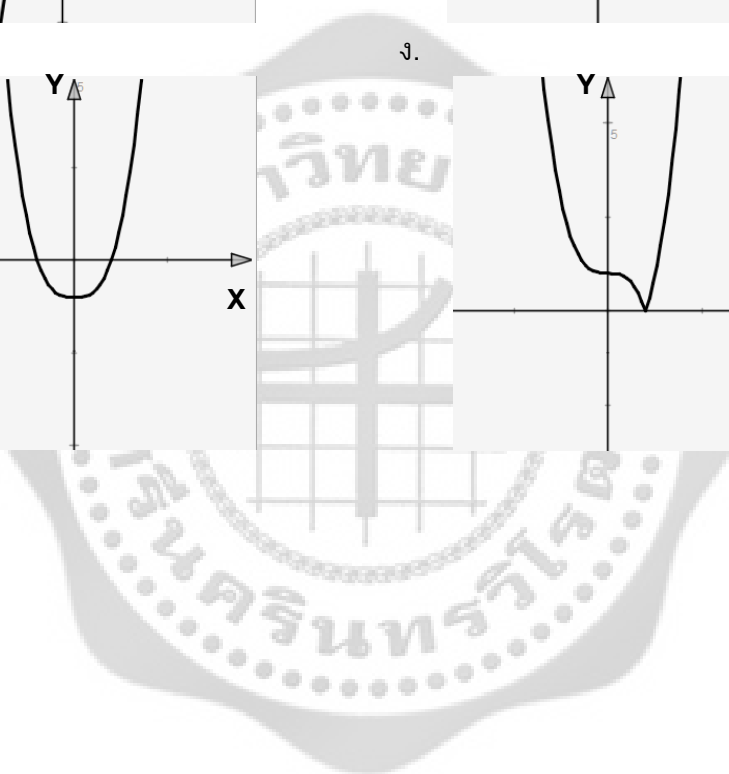
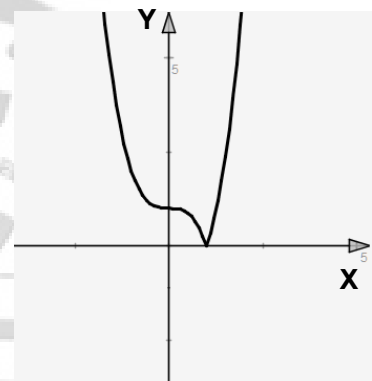
ข.



ค.



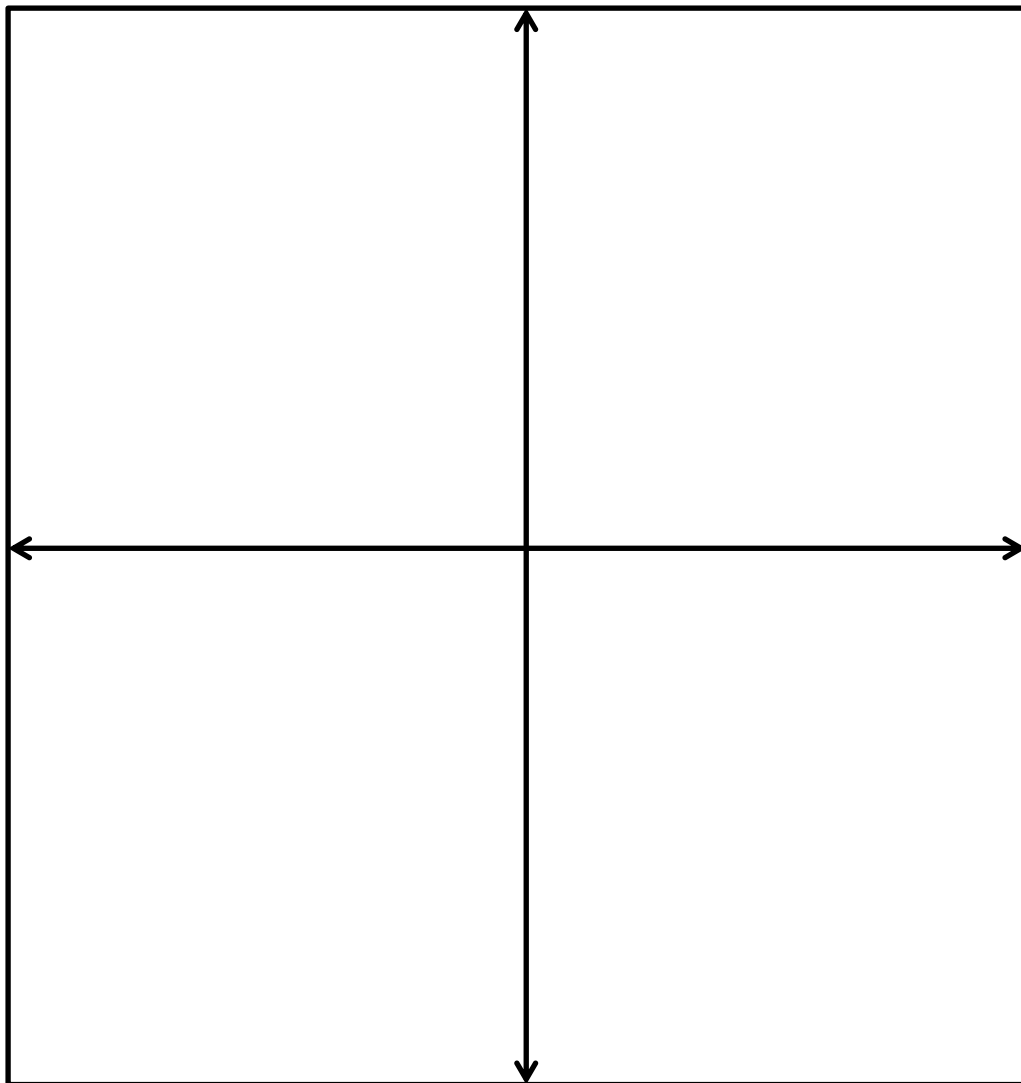
ง.



ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$y = 2|x|, \quad y = 2|x - 7|, \quad y = 2|x| - 7$$



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

คำชี้แจง

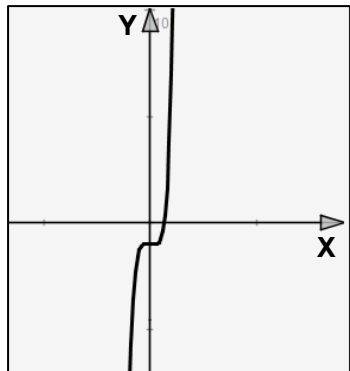
1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน สร้างขึ้นเพื่อใช้ทดสอบหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้และทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เสร็จสิ้น
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ
3. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที



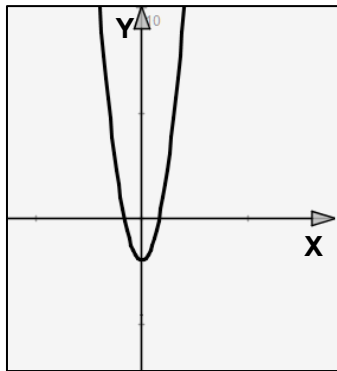
ชื่อ.....เลขที่.....

3. จากกราฟที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} , ฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง พร้อมทั้งบอกเหตุผล

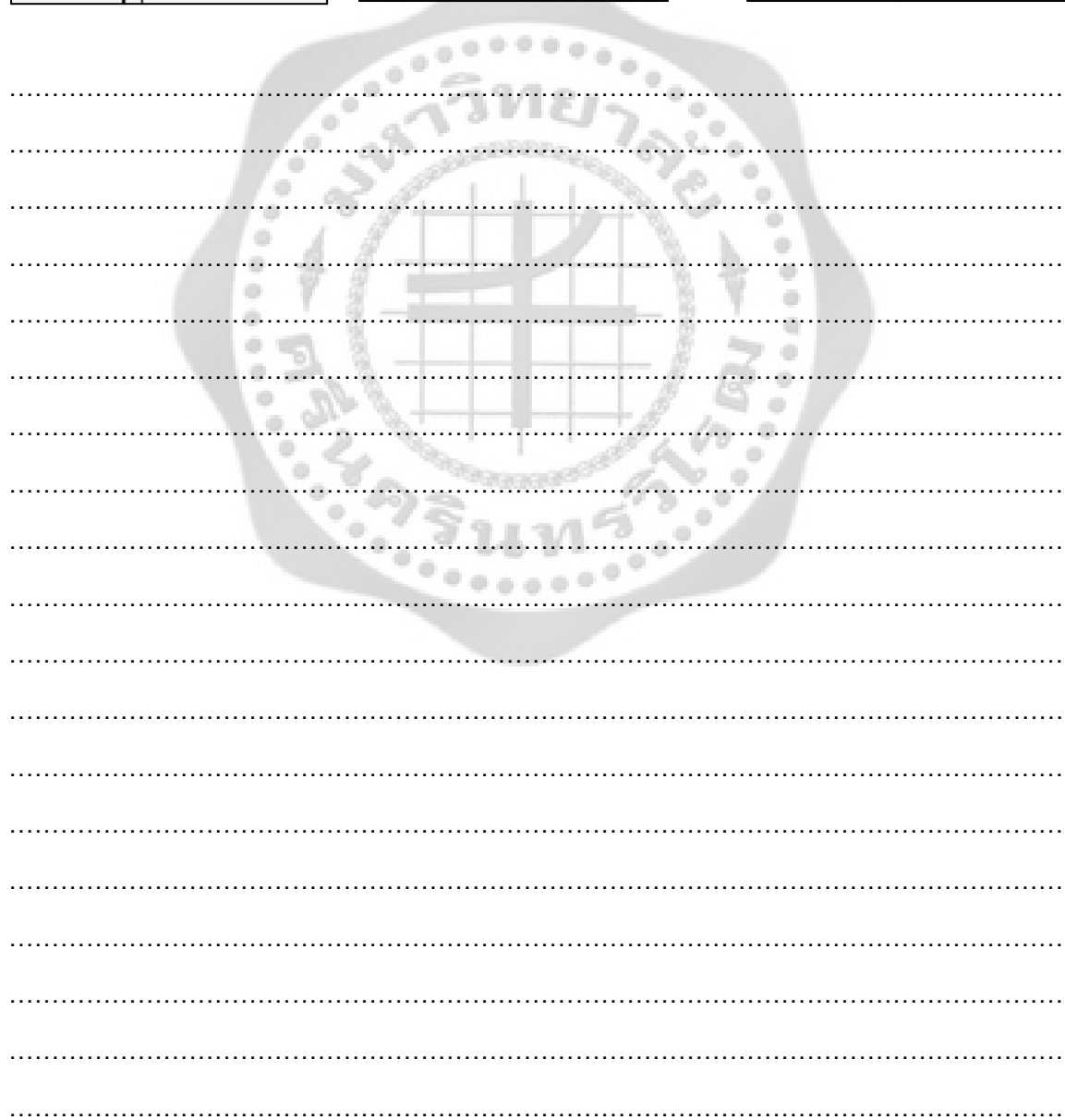
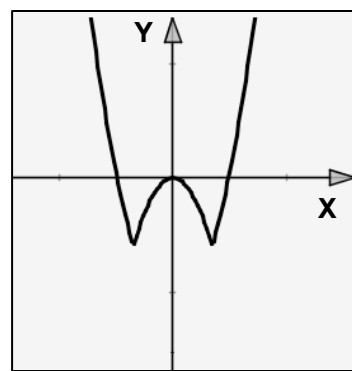
i) $f(x) = 8x^5 - 1$



ii) $g(x) = 3x^2 - 2$



iii) $h(x) = |x^2 - 3| - 3$



4. กำหนด $f(x) = |x^3 - 1|$

i) จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม

ii) จงระบุช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

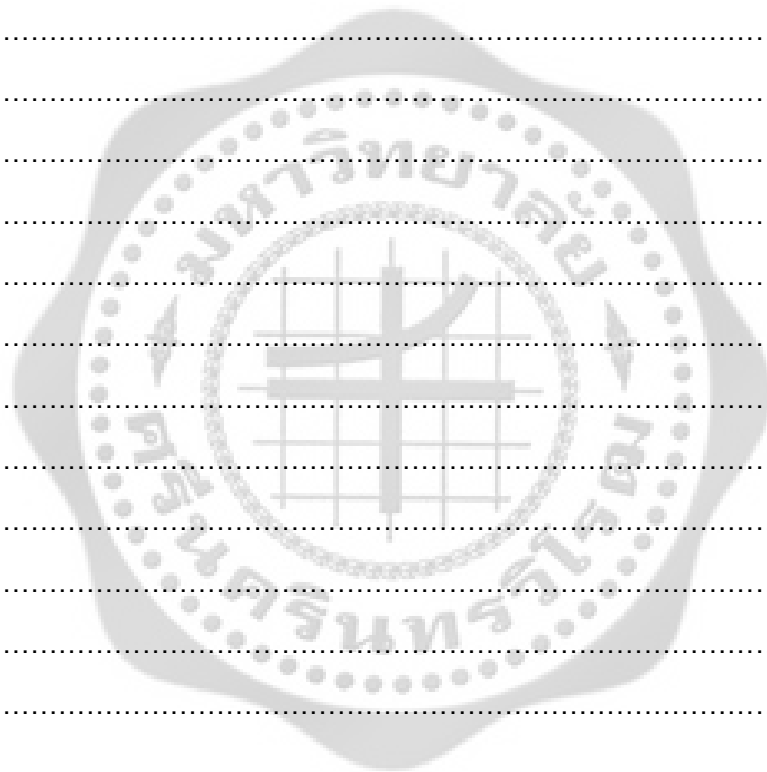
.....

.....

.....

.....

.....

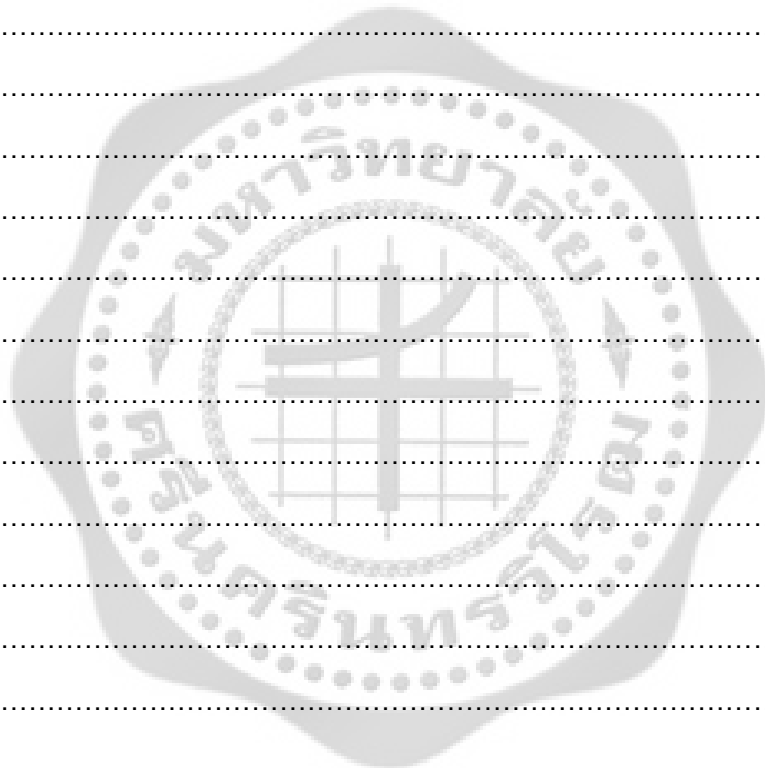


6. กำหนด $f(x) = x^2 - 1$ และ $g(x) = 3x$

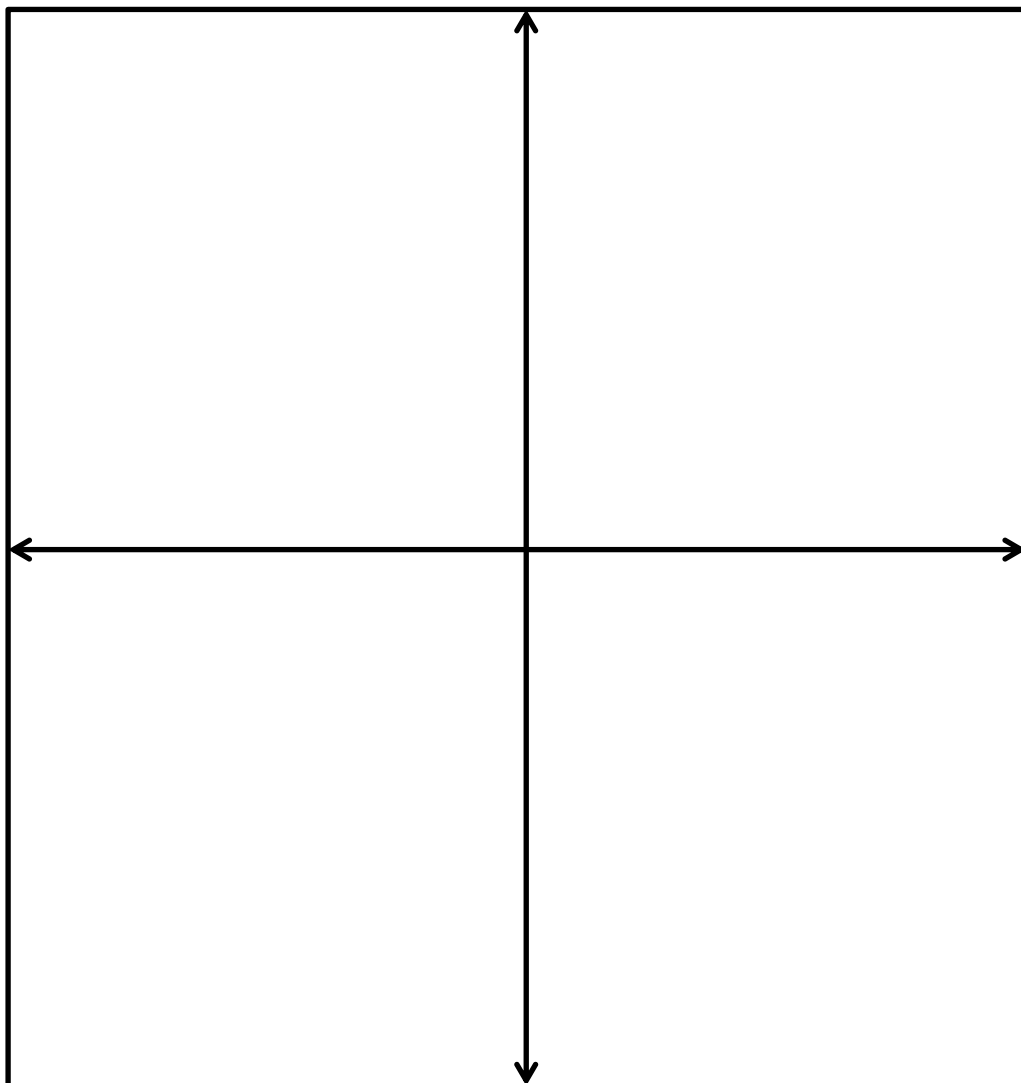
i) จงพิจารณาว่า f และ g หา $g \circ f$ ได้หรือไม่

ii) จงหา $(g \circ f)(x)$

iii) จงหา $D_{g \circ f}$, $R_{g \circ f}$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของ $g \circ f$



8. จงเขียนกราฟของ $f(x) = |x - 2| + 3$ โดยใช้การเทคนิคการเลื่อนกราฟในแนวตั้งและแนวนอน



*****ขอให้นักเรียนทุกคนโชคดี🐼🌞

เฉลยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1

ตอนที่ 1

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1. ค. | 2. ง. | 3. ง. | 4. ค. | 5. ข. |
| 6. ข. | 7. ง. | 8. ก. | 9. ง. | 10. ค. |
| 11. ก. | 12. ก. | 13. ข. | 14. ง. | |

ตอนที่ 2

1. รสาต้องการทำสมุดบันทึกจำหน่าย สมุดบันทึกหนึ่งแบบจะต้องจ่ายค่าออกแบบและค่าแม่พิมพ์เป็นเงิน 25,000 บาท และค่าใช้จ่ายในส่วนอื่นอีกเล่มละ 3 บาท ถ้ารสาขายสมุดบันทึกในราคาเล่มละ 15 บาท ถ้ารสาขายได้ทั้งหมด 3500 เล่ม จะได้กำไรหรือขายทุนกี่บาท

วิธีทำ ให้ $f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายสมุดบันทึก

$g(x)$ แทน ราคาทุนในการพิมพ์สมุดบันทึก

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายสมุดบันทึกได้ x เล่ม

จาก กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f(x) &= h(x) - g(x) \\ &= 15x - (3x + 25000) \\ &= 12x - 25000 \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าขายสมุดบันทึกได้ 3,500 เล่ม จะได้เงินทั้งสิ้น

$$\begin{aligned} f(x) &= 12(3500) - 25000 \\ &= 35000 - 25000 \\ &= 17000 \end{aligned}$$

ดังนั้น รสาจะขายสมุดบันทึกได้กำไร เป็นเงิน 17,000 บาท

2. กำหนด $f(x)=2x+1$ และ $g(x)=\sqrt{x}$ จงเขียนกราฟของ $f \circ g$ พร้อมทั้งหา $D_{f \circ g}, R_{f \circ g}$

วิธีทำ เนื่องจาก $R_g = [0, \infty)$ และ $D_f = \mathbb{R}$

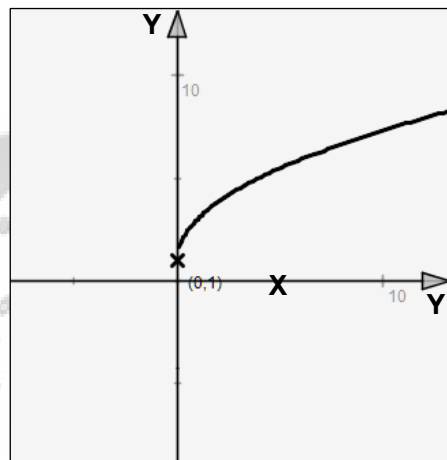
ดังนั้น $R_g \cap D_f = [0, \infty) \neq \emptyset$ แสดงว่าหา $f \circ g$ ได้

จะได้ $f \circ g(x) = f(g(x))$

$$= f(\sqrt{x})$$

$$= 2\sqrt{x} + 1$$

เขียนกราฟของ $f \circ g$ ได้ดังนี้



เนื่องจาก $R_g \subset D_f$ ดังนั้น $D_{f \circ g} = D_g = \{x | x \geq 0\}$

และจาก $2\sqrt{x} + 1 \geq 1$ ดังนั้น $R_{f \circ g} = \{y | y \geq 1\}$

หรือ จากกราฟจะได้ว่า $D_{f \circ g} = \{x | x \geq 0\}$ และ $R_{f \circ g} = \{y | y \geq 1\}$

เฉลยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

ตอนที่ 1

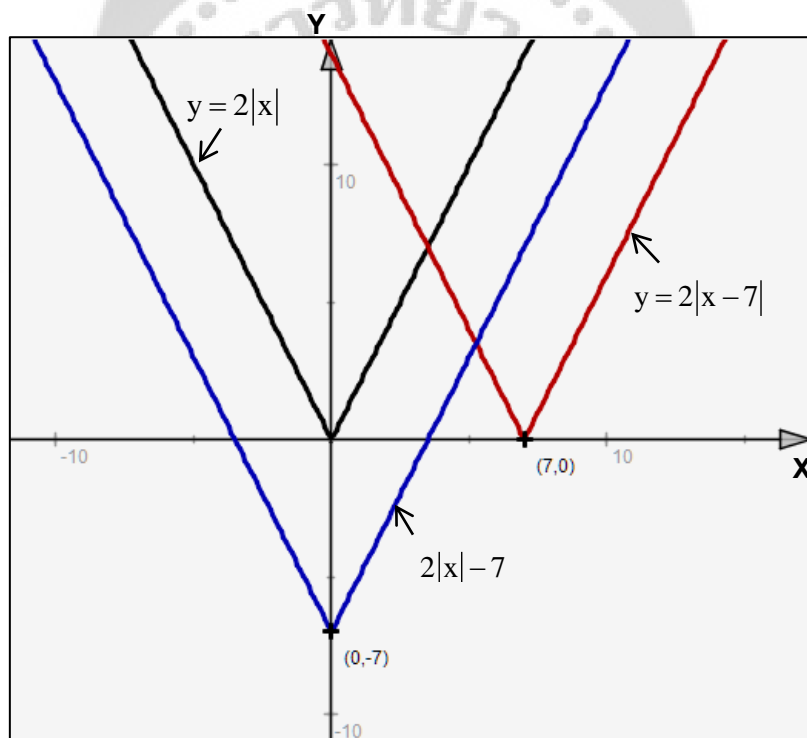
1. ง. 2. ข. 3. ก. 4. ข. 5. ก.
6. ค. 7. ง.

ตอนที่ 2

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$y = 2|x|, \quad y = 2|x - 7|, \quad y = 2|x| - 7$$

เฉลย



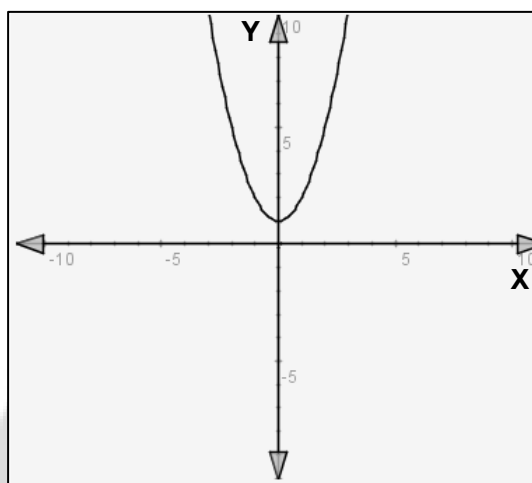
เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

1. จงพิจารณาว่า $r = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ วิธีที่ 1 จาก $r = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$

จะพบว่า แต่ละจำนวนจริง x เมื่อนำไปแทนค่า x จะได้ y เพียงค่าเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

วิธีที่ 2 จาก $r = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ เขียนกราฟของได้ดังนี้



เมื่อลากเส้นขนานแกน Y จะตัด
กราฟเพียงจุดเดียวเท่านั้น
ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 (2 คะแนน)

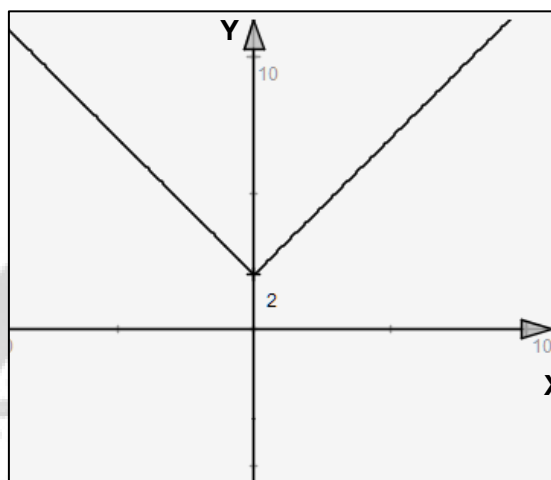
- ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันได้ถูกต้องสมบูรณ์และสรุปถูกต้อง
- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันถูกต้องบางส่วนแต่ไม่ได้สรุปคำตอบ
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงหรือแสดงผิด

2. กำหนด $g(x)=|x|+2$ จงหา $g(-3)+g(3)$ และ $D_g \cap R_g$

วิธีทำ จาก $g(x)=|x|+2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } g(-3)+g(3) &= (|-3|+2)+(|3|+2) \\ &= (3+2)+(3+2) \\ &= 10 \end{aligned}$$

เขียนกราฟของ g ได้ดังนี้



จากกราฟเมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ได้เสมอ ดังนั้น $D_g = \mathbb{R}$ และจากกราฟจะได้ $R_g = [2, \infty)$

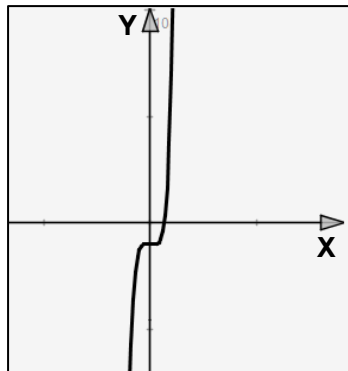
$$\text{ดังนั้น } D_g \cap R_g = \mathbb{R} \cap [2, \infty) = [2, \infty)$$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 2 (3 คะแนน)

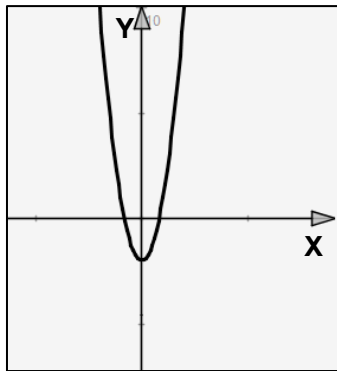
- ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์และคำตอบถูกต้อง
- ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่สมบูรณ์ และคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด

3. จากกราฟที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} , ฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} และฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง พร้อมทั้งบอกเหตุผล

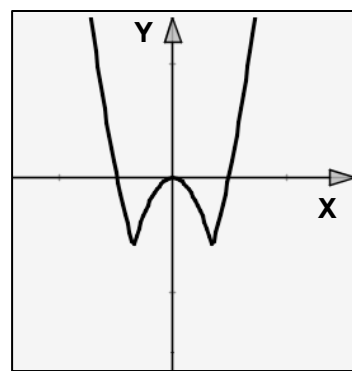
i) $f(x) = 8x^5 - 1$



ii) $g(x) = 3x^2 - 2$



iii) $h(x) = |x^2 - 3| - 3$



วิธีทำ

ฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R}

- ฟังก์ชัน f เนื่องจาก $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$
- ฟังก์ชัน g เนื่องจาก $D_g = \mathbb{R}$ และ $R_g \subset \mathbb{R}$
- ฟังก์ชัน h เนื่องจาก $D_h = \mathbb{R}$ และ $R_h \subset \mathbb{R}$

ฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}

- ฟังก์ชัน f เนื่องจาก $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

- ฟังก์ชัน f เนื่องจาก เมื่อลากเส้นขนานแกน X เส้นจะตัดกราฟเพียงจุดเดียว

เท่านั้น

☞ เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 3 (5 คะแนน)

- ให้ 5 คะแนน เมื่อคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ทั้ง 5 คำตอบ
- ให้ 4 คะแนน เมื่อคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ 4 คำตอบ
- ให้ 3 คะแนน เมื่อคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ 3 คำตอบ
- ให้ 2 คะแนน เมื่อคำตอบถูกต้องสมบูรณ์เพียง 2 คำตอบ
- ให้ 1 คะแนน เมื่อคำตอบถูกต้องสมบูรณ์เพียง 1 คำตอบ
- ให้ 0 คะแนน เมื่อตอบผิดหรือไม่เขียนคำตอบ

4. กำหนด $f(x) = |x^3 - 1|$

i) จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม

ii) จงระบุช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด

วิธีทำ i) ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1)$ ไม่จำเป็นต้องน้อยกว่า $f(x_2)$

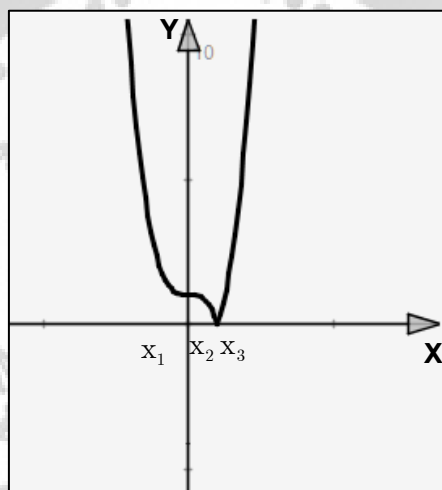
เช่น สำหรับ $-2 < 0$ แล้ว $|(-2)^3 - 1| > |0^3 - 1|$

สำหรับ $0 < 1$ แล้ว $|0^3 - 1| > |1^3 - 1|$

สำหรับ $2 < 3$ แล้ว $|2^3 - 1| < |3^3 - 1|$

ดังนั้น f ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่ม

หรือ เขียนกราฟของ $f(x) = |x^3 - 1|$ ได้ดังนี้



จากกราฟ จะพบว่า $x_1 < x_2$ ทำให้ $f(x_1) > f(x_2)$

และจาก $x_2 < x_3$ ทำให้ $f(x_2) < f(x_3)$

นั่นคือ f ไม่เป็นทั้งฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่ม

ii) ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันลดในช่วง $(-\infty, 1]$

☞ เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 4 (4 คะแนน)

- ข้อ i) - ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้องถูกสมบูรณ์และสรุปคำตอบถูกต้อง
 - ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ
 - ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่สมบูรณ์ และคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ได้สรุปคำตอบ

- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด
- ข้อ ii) - ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนระบุช่วงได้ถูกต้อง
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือระบุช่วงผิด

5. กำหนด $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 2$ จงหา $f + g$, $f - g$, fg และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งหา D_{f+g} และ R_{fg}

วิธีทำ จะได้ $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$$= x + 2 + x - 2$$

$$= 2x$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$= x + 2 - x + 2$$

$$= 4$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$= (x + 2)(x - 2)$$

$$= x^2 - 4$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$= \frac{x + 2}{x - 2}$$

$$= \frac{x + 2}{x - 2}$$

$$\text{เนื่องจาก } D_{f+g} = \{x \mid x \in D_f \cap D_g\}$$

$$= \{x \mid x \in \mathbb{R} \cap \mathbb{R}\}$$

$$= \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{และจาก } (fg)(x) = x^2 - 4 \text{ จะได้ } R_{fg} = [-4, \infty)$$

 **เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 5** (6 คะแนน)

- ให้ข้อย่อยละ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์และคำตอบถูกต้อง
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด

6. กำหนด $f(x) = x^2 - 1$ และ $g(x) = 3x$

i) จงพิจารณาว่า f และ g หา $g \circ f$ ได้หรือไม่

ii) จงหา $(g \circ f)(x)$

iii) จงหา $D_{g \circ f}$, $R_{g \circ f}$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของ $g \circ f$

วิธีทำ i) เนื่องจาก $R_f = [-1, \infty)$ และ $D_g = \mathbb{R}$

$$\text{ดังนั้น } R_f \cap D_g = [-1, \infty) \cap \mathbb{R} = [-1, \infty) \neq \emptyset$$

แสดงว่าสามารถหา $g \circ f$ ได้

$$\text{ii) } (g \circ f)(x) = g(x^2 - 1)$$

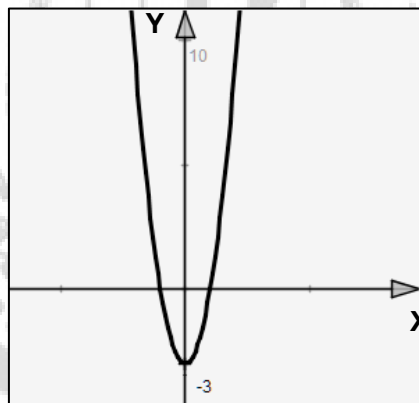
$$= 3(x^2 - 1)$$

$$= 3x^2 - 3$$

iii) เนื่องจาก $R_f \subset D_g$ ดังนั้น $D_{g \circ f} = D_f = \mathbb{R}$

$$\text{และจาก } (g \circ f)(x) = 3x^2 - 3 \text{ ดังนั้น } R_{g \circ f} = [-3, \infty)$$

เขียนกราฟของ $g \circ f$ ได้ดังนี้



เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 6 (5คะแนน)

ข้อ i) - ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์และคำตอบถูกต้อง

- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด

ข้อ ii) - ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์และคำตอบถูกต้อง

- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำผิด

ข้อ iii) - ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาโดเมนของฟังก์ชันประกอบถูกต้องสมบูรณ์

- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาเรนจ์ของฟังก์ชันประกอบถูกต้องสมบูรณ์

- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบถูกต้องสมบูรณ์

- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนหาโดเมน เรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบผิดหรือไม่

แสดงวิธีทำ

7. กำหนด $f(x) = 3x + 2$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จงหา $D_{f^{-1}}$, $R_{f^{-1}}$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของ f^{-1}

วิธีทำ จาก $y = f(x) = 3x + 2$

$$\text{สลับ } x \text{ กับ } y: \quad x = 3y + 2$$

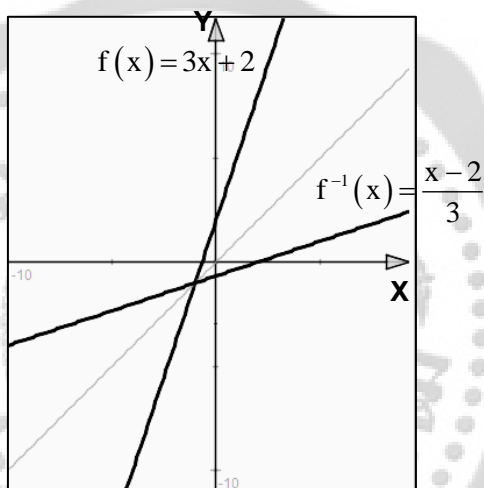
$$\text{จะได้} \quad y = \frac{x-2}{3}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

เนื่องจาก เมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ สามารถหาค่า y ได้เสมอ ดังนั้น $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

และจาก $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$ จะได้ $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

เขียนกราฟของ f^{-1} ได้ดังนี้



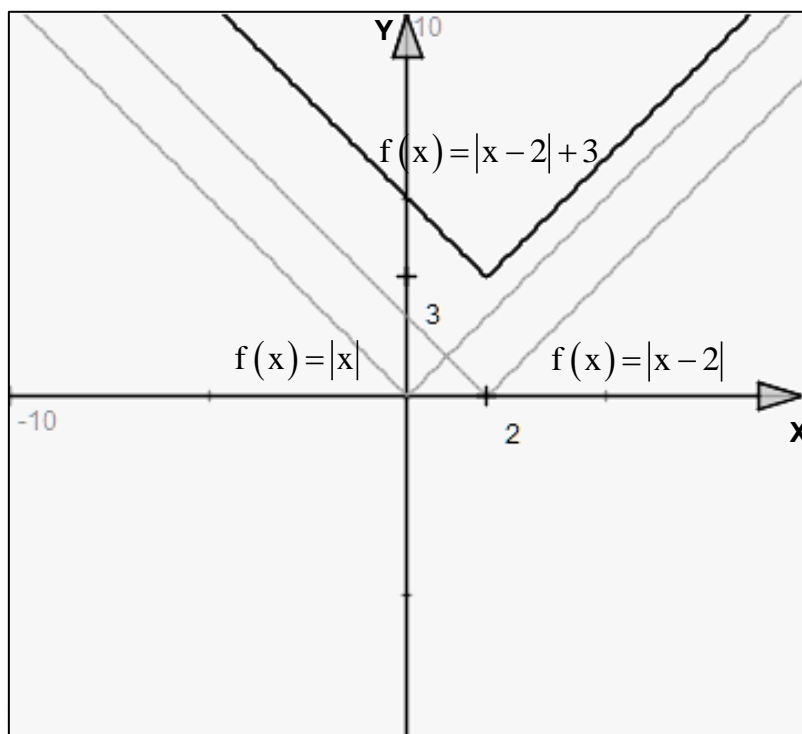
เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7 (3 คะแนน)

- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาโดเมนของฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้องสมบูรณ์
- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนหาเรนจ์ของฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้องสมบูรณ์
- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้องสมบูรณ์
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนหาโดเมน เรนจ์ และเขียนกราฟของฟังก์ชันผกผันผิดหรือไม่

แสดงวิธีทำ

8. จงเขียนกราฟของ $f(x) = |x-2|+3$ โดยใช้การเทคนิคการเลื่อนกราฟในแนวตั้งและแนวนอน

วิธีทำ เขียนกราฟของ $f(x) = |x-2|+3$ ได้ดังนี้



เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 8 (3 คะแนน)

- ให้ 3 คะแนน เมื่อนักเรียนใช้เทคนิคการเขียนกราฟเขียนกราฟของฟังก์ชันจากฟังก์ชันที่คุ้นเคยพร้อมแสดงร่องรอยได้ครบถูกต้องสมบูรณ์
- ให้ 2 คะแนน เมื่อนักเรียนเขียนกราฟได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่แสดงร่องรอยการเขียนที่ใช้เทคนิคการเลื่อนกราฟไม่ครบสมบูรณ์
- ให้ 1 คะแนน เมื่อนักเรียนเขียนกราฟได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่แสดงร่องรอยการเขียนที่ใช้เทคนิคการเลื่อนกราฟ
- ให้ 0 คะแนน เมื่อนักเรียนเขียนกราฟผิด หรือไม่เขียนกราฟ



ภาคผนวก จ
แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมการเรียนการสอน
เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คำชี้แจง

1. แบบวัดสอบถามวัดความพึงพอใจฉบับนี้เป็นแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวน 20 ข้อ
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องทางขวามือหลังข้อความที่ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนเพียงช่องเดียว คำตอบที่นักเรียนตอบนั้นไม่มีถูกผิด และไม่มีผลต่อการให้คะแนน
3. ในแต่ละช่องที่แสดงความพึงพอใจ มีความหมายดังนี้
 - พึงพอใจมากที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมากที่สุด
 - พึงพอใจมาก หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมาก
 - พึงพอใจปานกลาง หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นปานกลาง
 - พึงพอใจน้อย หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อย
 - พึงพอใจน้อยที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อยที่สุด

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	การจัดลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรมมีความต่อเนื่องและชัดเจนทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย					
2	เนื้อหาในใบกิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสม					
3	การทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันมากขึ้น					
4	เครื่องมือในการทำกิจกรรมมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนมาก					
5	เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า					
6	การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากขึ้น					
7	การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจของฟังก์ชันมากขึ้น					
8	การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น					
9	การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีอิสระในการคิดมากขึ้น					
10	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนช่วยพัฒนาทักษะการคิดของข้าพเจ้า					
11	การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น					
12	กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้าสามารถจดจำแนวคิดของฟังก์ชันได้นานขึ้น					
13	กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นและสนุกกับการเรียน					
14	กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง					

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
15	กิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองมากขึ้น					
16	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในการเรียนมากขึ้น					
17	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากยิ่งขึ้น					
18	ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียดและไม่หนักใจต่อการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม C.a.R.					
19	การออกแบบจอภาพและเครื่องมือที่ใช้ในการทำกิจกรรมทำให้กิจกรรมมีความน่าสนใจและมีความสวยงาม					
20	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนทำให้ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์					

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีดังนี้

1. อาจารย์ธนูชัย ภูอุดม
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ปยุตพล จันท์ฝอย
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
3. อาจารย์อังคณา อุทัยรัตน์
โปรแกรมวิชาหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวเกวลิน เสน่หา
วันเดือนปีเกิด	15 มีนาคม 2529
สถานที่เกิด	อำเภอห้วยยอด จังหวัดตรัง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	115 หมู่ 3 ตำบลวังคีรี อำเภอห้วยยอด จังหวัดตรัง 92210
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ.1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสมภาราณี จังหวัดตรัง อำเภอเมือง จังหวัดตรัง
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนต้น จาก โรงเรียนกาญจนภิเษกวิทยาลัย กระบี่
พ.ศ. 2547	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนสมภาราณี จังหวัดตรัง
พ.ศ. 2552	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยทักษิณ
พ.ศ. 2556	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ