ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์

ของ

อังคณา อุทัยรัตน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2555

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์

ของ

อังคณา อุทัยรัตน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2555

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ

ของ

อังคณา อุทัยรัตน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2555

อังคณา อุทัยรัตน์. (2555). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR และเปรียบเทียบกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน ระยะเวลาทดลองจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81

3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

THE EFFECTS OF USING THE STAR STRATEGY IN MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICS ACHIEVEMENTS, PROBLEM SOLVING SKILLS AND ANALYTICAL THINKING OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS.

AN ABSTRACT

BY

AUNGKANA UTHAIRAT

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the

Master of Education Degree in Secondary Education

at Srinakharinwirot University

April 2012

Aungkana Uthairat. (2012). *THE EFFECTS OF USING THE STAR STRATEGY IN MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICS ACHIEVEMENTS, PROBLEM SOLVING SKILLS AND ANALYTICAL THINKING OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS*. Master's Thesis, M.Ed. (Seconday Education). Bankok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare mathematical achievement, problem solving skills and analytical thinking of Mathayomsuksa II students before and after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving and to compare all the three aspects to the criterion.

The subjects of this study were 35 Mathayomsuksa II students in the second semester of the 2011 academic year at Watsungwej School, Khet Phranakon, Bangkok. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 20 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The instruments used in data collection were the STAR strategy lesson plans on mathematical achievement test, problem solving skills test and analytical thinking test. The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

1. The mathematics achievement of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

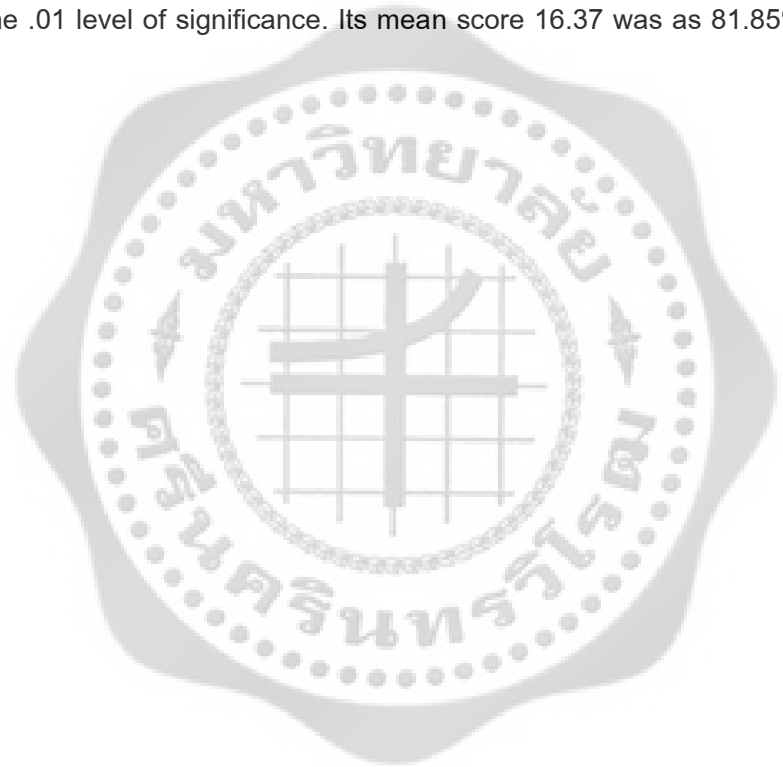
2. The mathematics achievement of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 16.20 was as 81%.

3. The problem solving skills of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

4. The problem solving skills of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 17.37 was as 86.85%.

5. The analytical thinking of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

6. The analytical thinking of the experimental group after obtaining the STAR strategy in mathematics problem solving was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance. Its mean score 16.37 was as 81.85%.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ

อังคณา อุทัยรัตน์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่ ..... เดือน เมษายน พ.ศ. 2555

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน รองศาสตราจารย์ ดร.ชุติมา วัฒนะคีรี และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ และอาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ที่ได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อาจารย์สมกิจ กิจพูนวงศ์ ที่สละเวลาอันมีค่าช่วยผู้วิจัยตรวจคุณภาพเครื่องมือ อาจารย์เตือนใจ เฉลิมกิจ ที่ให้คำแนะนำในการเขียนบทคัดย่อภาษาอังกฤษ และให้กำลังใจระหว่างการทำวิจัยตลอดมา อาจารย์สุณิสา สุมิรัตนะ ที่ให้คำปรึกษาและช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนวัดสังเวชทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูล ขอขอบพระคุณอาจารย์นาถติยา ปทะวานิช ที่กรุณาอุทิศเวลาเป็นผู้ช่วยในการวิจัยในครั้งนี้ ขอบคุณสิรินทรา มินทะขัติ ที่คอยติดต่อประสานงานกับโรงเรียนและคอยช่วยเหลือผู้วิจัยในระหว่างการเก็บข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณบิดา-มารดา สมาชิกในครอบครัวอุทัยรัตน์และครอบครัวหอมส่งกลิ่นทุกท่าน ที่คอยเป็นกำลังใจตลอดมาพร้อมทั้งช่วยเลี้ยงดูบุตรสาวของผู้วิจัยเป็นอย่างดี ขอบคุณสามีที่สนับสนุนและแบ่งเบาภาระในระหว่างการทำวิจัยตลอดมา และขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

อังคณา อุทัยรัตน์

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	**บทนำ**	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
	ความสำคัญของการวิจัย	4
	ขอบเขตของการวิจัย	5
	กรอบแนวคิดในการวิจัย	9
	สมมุติฐานในการวิจัย	10
2	**เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**	11
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR	12
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	31
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	50
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์	83
3	**วิธีดำเนินการวิจัย**	98
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	98
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	99
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	114
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	115
4	**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**	122
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	122
	การวิเคราะห์ข้อมูล	122
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	123

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	127
ความมุ่งหมายของการวิจัย	127
สมมุติฐานในการวิจัย	127
วิธีดำเนินการวิจัย	128
สรุปผลการวิจัย	130
อภิปรายผล	131
ข้อสังเกตจากการวิจัย	136
ข้อเสนอแนะ	137
บรรณานุกรม	139
ภาคผนวก	155
ภาคผนวก ก	156
ภาคผนวก ข	188
ภาคผนวก ค	201
ภาคผนวก ง	262
ภาคผนวก จ	281
ประวัติผู้ย่อวิจัย	283

บัญชีตาราง

ตาราง **หน้า**

1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน..... 24

2 ใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR..... 25

3 แสดงตารางช่วยในการวิเคราะห์..... 75

4 ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผมสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... 103

5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 104

6 ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 106

7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์..... 108

8 ตัวอย่างแนวทางการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์..... 110

9 แบบแผนการวิจัย..... 114

10 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 123

11 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 124

12 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 124

13 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 125

14 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 125

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

15 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 126

16 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 157

17 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 159

18 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 160

19 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Evana..... 161

20 ค่า $\sum X$,$\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 163

21 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 165

22 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 167

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

23 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 168

24 ค่า $\sum X_i, \sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 169

25 ค่า $\sum X_i, \sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 169

26 ค่า $\sum X, \sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 170

27 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว... 174

28 ค่า $\sum X, \sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 179

29 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว..... 183

30 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)..... 189

31 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)..... 193

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

32 คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)..... 197

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ **หน้า**

1 กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 10

2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นเส้นตรง..... 65

3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต..... 65

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551: 56) จึงได้กำหนด “การพัฒนาคน” ให้เป็นเป้าหมายหนึ่ง โดยเน้นพัฒนาคนในทุกมิติอย่างสมดุล ทั้งจิตใจ ร่างกาย ความรู้และทักษะความสามารถ เพื่อให้เพียบพร้อมทั้งด้านคุณธรรมและความรู้ ซึ่งจะนำไปสู่การคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล ดำรงชีวิตอย่างมีศักดิ์ศรี และอยู่ร่วมกันอย่างสงบสุข (สภาพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. 2549: 47)

คณิตศาสตร์จึงเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา และยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาขั้นสูงและวิทยาการสาขาต่างๆ และความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ล้วนแต่อาศัยความรู้คณิตศาสตร์ แต่นักเรียนส่วนมากไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 123) พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐานในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ สังเกตได้จากการรายงานของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2553: ออนไลน์) ที่ประกาศผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2552 โดยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 26.05 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน นับว่าคะแนนเฉลี่ยดังกล่าวถือว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำมาก ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จากการเรียนการสอนแบบเดิมนั้นทำให้ผู้เรียนอาจจะไม่มีโอกาสได้ร่วมคิดร่วมทำ ร่วมกันแก้ปัญหาที่กำลังเรียนอยู่มากนัก และในการแก้ปัญหาที่ปฏิบัติอยู่เป็นเพียงการทำโจทย์แบบฝึกหัดซึ่งทำเป็นรายบุคคล ผู้เรียนมีโอกาสปฏิบัติกิจกรรมและฝึกการแก้ปัญหาน้อยมาก ผู้เรียนแทบจะไม่มีปฏิสัมพันธ์หรือสื่อสารกันในขณะที่การเรียนการสอนดำเนินอยู่ ทำให้ขาดการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพในสังคม ครูควรสอนให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกฝนวิธีการทำงานร่วมกัน ซึ่งรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม เป็นเรื่องที่มีความสำคัญมากเพราะการทำงานใดๆ

ก็ตามไม่ว่าจะเป็นงานเล็กหรืองานใหญ่ย่อมต้องอาศัยความร่วมมือร่วมใจจากบุคคลที่เกี่ยวข้อง การทำงานให้ประสบผลสำเร็จ ทีมงานต้องมีความเข้าใจและมีทักษะในการทำงานกลุ่ม การทำงานกลุ่มจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการปลูกฝังเด็กและเยาวชนให้เป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ อันเป็นความจำเป็นต่อการพัฒนาสังคมและประเทศชาติในอนาคต ทั้งนี้เพราะการทำงานในระบบกลุ่มก่อให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานมากกว่า ผลสำเร็จของงานจะสูงสุดและมีข้อบกพร่องน้อยกว่า เพราะกลุ่มจะเป็นที่รวมประสบการณ์ของคนหลายคนที่มาพบปะสังสรรค์กัน มีการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ซึ่งกันและกัน และหาวิธีการแก้ปัญหาร่วมกัน รวมทั้งกลุ่มจะเป็นแรงจูงใจให้กันและกันอันจะมีผลให้การทำงานประสบความสำเร็จสูงสุด (ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2543: 258)

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นมีเป้าหมายที่สำคัญอยู่ 2 ประการ คือให้นักเรียนรู้จักวิธีการคิดและมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ เครื่องมือหรือวิธีการที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะตามเป้าหมายทั้ง 2 ประการนั้นคือการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน จะเป็นรากฐานสำคัญนั้น คือ การฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน หรืออาจกล่าวได้ว่าจุดมุ่งหมายสูงสุดของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งประสบการณ์จากการฝึกทักษะในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนนี้ จะเป็นรากฐานสำคัญนำไปสู่การพัฒนาวิธีการคิดและเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาต่าง ๆ ต่อไป การที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด ดังนั้นครูควรจัดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน เพื่อที่นักเรียนจะได้มีความสามารถและความมั่นใจในการแก้ปัญหา (จุมพต ขำวีระ. 2538: 2-3) สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน) มีมาตรฐานการศึกษา และตัวบ่งชี้ เพื่อการประเมินคุณภาพภายนอกระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน : ประถมและมัธยมศึกษา รอบที่สอง(พ.ศ.2549-2553) มาตรฐานด้านผู้เรียนที่ 4 คือ ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดไตร่ตรองและมีวิสัยทัศน์ (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา(องค์การมหาชน). 2548: ออนไลน์) พบว่ามีได้ทำการประเมินคุณภาพโรงเรียนในรอบแรกระหว่างปี พ.ศ. 2544-2548 โรงเรียนที่ได้รับการประเมินภายนอก มีจำนวน 30,010 โรง ผลจากการประเมินพบว่า โรงเรียนที่ได้มาตรฐานของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษาหรือมีมาตรฐานอยู่ในระดับดีมีจำนวน 10,856 โรง คิดเป็นร้อยละ 36.2 ที่เหลือเป็นโรงเรียนที่ได้มาตรฐานในระดับพอใช้และปรับปรุงจำนวน 19,145 โรง คิดเป็นร้อยละ 63.8 จากการวิเคราะห์ข้อมูลผลการประเมินคุณภาพภายนอกของโรงเรียนที่ไม่ได้มาตรฐานโดยภาพรวม

ในระดับประเทศ พบว่า มาตรฐานด้านผู้เรียน โรงเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้มาตรฐานใน มาตรฐานที่ 4 ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์คิดสังเคราะห์มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดไตร่ตรองและมีวิสัยทัศน์ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. 2552: 3)

การใช้ตัวแทน (Representation) จึงเป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนหรือความคิดที่เป็นนามธรรมได้เป็นอย่างดี ซึ่งการใช้ตัวแทนเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีกอย่างหนึ่งที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) ได้กำหนดไว้ในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ที่มีอยู่ 5 มาตรฐาน ได้แก่ การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning & Proof) การสื่อสาร (Communication) การเชื่อมโยง (Connection) และการใช้ตัวแทน (Representation) โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 67) ดังนั้นสำหรับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้นมีขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) และขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้ (Gagnon; & Krezmien. 2011: online) แมคชินี (Maccini) อธิบายว่าขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR จะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบได้ ครูสามารถใช้ใบงานที่ประกอบด้วยขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR เพื่อให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองให้แก้ปัญหาได้ทุกขั้นตอน และช่วยจำขั้นตอนในการแก้ปัญหา (Maccini ; & Gagnon. 2011: online)

กระบวนการเรียนรู้ และพัฒนาผู้เรียนให้สามารถเรียนรู้โดยชี้นำตนเอง ซึ่งผู้เรียนจะได้ฝึกฝนการสร้างองค์ความรู้โดยผ่านกระบวนการคิดด้วยการแก้ปัญหาอย่างมีความหมายต่อผู้เรียน (สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้. 2550: 1) สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ ชิ้นงานที่ทำโดยยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ในการหาคำตอบนักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่เหล่านั้นเพื่อนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนบ่อย ๆ เพื่อที่จะพัฒนาและทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายในการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ขึ้นอยู่กับวิธีการของการกระทำให้ได้มาของ

คำตอบ นักเรียนจะต้องหาโอกาส ฝึกฝนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วย (NCTM. 2000: 52)

ดังนั้นการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นอย่างยิ่งในการพัฒนาตนเองและประเทศชาติ ผู้วิจัยได้เล็งเห็นแล้วว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เป็นกระบวนการหนึ่งที่มุ่งเน้นพัฒนาสร้างเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจลำดับขั้นตอนกระบวนการของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR
4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR
6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ จะทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ พร้อมทั้งยังช่วยส่งเสริมให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้นำเอากลวิธี STAR นำไปประยุกต์ใช้กับหน่วยการเรียนที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต อีกทั้งยังช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในการใช้ชีวิตประจำวัน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร มีจำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 97 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนวัดสังเวช เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังนี้

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2	คาบ
2. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ	2	คาบ
3. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน	2	คาบ
4. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่	3	คาบ
5. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	คาบ
6. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว	3	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 20 คาบ คาบละ 50 นาที ใช้เวลาทดลอง 16 คาบ ทดสอบก่อนเรียน 2 คาบ ทดสอบหลังเรียน 2 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR
2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2.2 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR หมายถึง กระบวนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน

1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”

1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาดำเนินการดังนี้

2.1 เลือกตัวแปร

2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด ดังที่วิลสัน (Wilson. 1971: 648-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) คือ ความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว สามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้

2. ความเข้าใจ (Comprehension) คือ ความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ สามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป อ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) คือ ความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก

4. การวิเคราะห์ (Analysis) คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา

3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถใน 4 ด้านดังนี้

3.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถในการแปลความหมายของปัญหา พิจารณาว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระด้วยถ้อยคำของตนเอง

3.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่ทำมีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ และพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

3.3 ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจนและแสดงเหตุผลในการคิดแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

3.4 ความสามารถในการตรวจสอบผล หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือมีวิธีการแก้ปัญหาและมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่

ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

4. ความสามารถคิดวิเคราะห์ หมายถึง เป็นความสามารถจำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กัน นำส่วนทั้งหมดตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับเหตุและผลได้ วัดได้จากแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ตามระดับความคิดของบลูม (Bloom; & et al. 1956: 112-113) สามารถแบ่งได้เป็น 3 ระดับได้แก่

4.1 ผู้เรียนสามารถแยกข้อมูลออกเป็นส่วนประกอบต่างๆ ได้

4.2 ระบุความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละส่วนประกอบได้

4.3 อธิบายได้ว่าแต่ละส่วนประกอบรวมกันเป็นหนึ่งเดียวได้อย่างไร

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนที่กำหนดของสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2547: 13) ดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80 – 100 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับดีเยี่ยม

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75 – 79 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70 – 74 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65 – 69 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับค่อนข้างดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60 – 64 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับน่าพอใจ

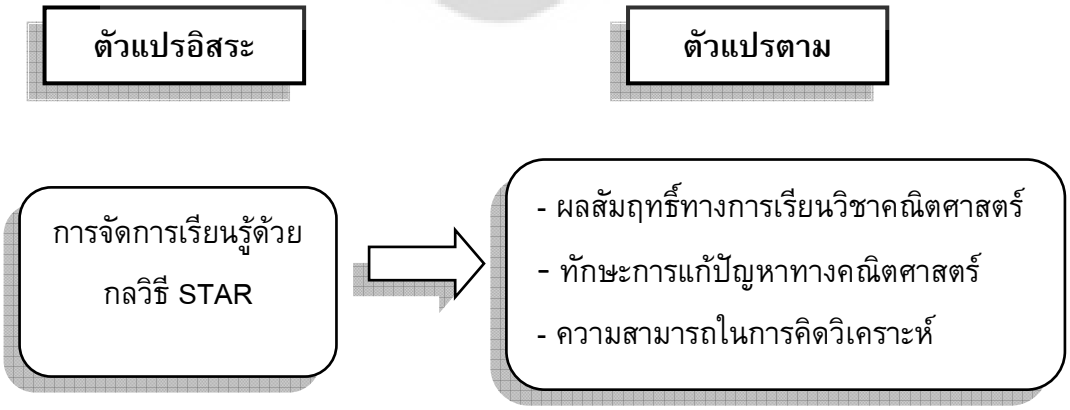
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55 – 59 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับพอใช้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50 – 54 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0 – 49 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แนวคิดจากการศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ จึงสรุปเขียนเป็นแผนภาพแสดงกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังปรากฏในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมุติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

5. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

6. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR
    1.1 ความเป็นมาของกลวิธี STAR
    1.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR
    1.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
    1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
    2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    2.3 วิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    3.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
    3.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    3.4 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    3.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    3.6 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับปัญหาคณิตศาสตร์
    3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์
    4.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์
    4.2 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์
    4.3 องค์ประกอบการคิดวิเคราะห์
    4.4 ประโยชน์การคิดวิเคราะห์
    4.5 การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR

1.1 ความเป็นมาของกลวิธี STAR

การสอนแก้ปัญหาคณิตสาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR (STAR Strategy Steps) เป็นกลวิธีการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ของการแก้ปัญหา

นาเจล, ชูเมคเกอร์และเดสเชอร์ (Nagel; Schumaker; & Deshler. 1986: online) ได้กล่าวว่า กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) คือ การออกแบบเพื่อช่วยพฤติกรรมของนักเรียนดีขึ้นในสถานการณ์ทดสอบ บทบาทของกลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ได้แก่

1. นักเรียนสามารถลงข้อความเอกลักษณ์ของข้อมูลในหนังสือเรียนของเขานั่นคือใจความสำคัญ

2. นักเรียนสามารถตั้งหัวข้อที่เหมาะสมหรือแบ่งประเภทสำหรับแต่ละข้อความของข้อมูล

3. นักเรียนสามารถเลือกกลไกที่ช่วยในการจดจำสำหรับแต่ละข้อความของเรื่อง

4. นักเรียนสามารถจดจำแต่ละข้อความ

กลวิธีนี้เกี่ยวข้องกับทักษะในการจัดองค์ประกอบและอนุญาตให้นักเรียนทำงานด้วยตัวเองเพื่อจดจำข้อมูลที่ต้องการ วิธีการดำเนินการสอน 8 ขั้น มีดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทดสอบก่อนเรียนและบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นการวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณาการสร้างข้อความเพื่อจดจำและทำให้นึกถึงข้อมูลเหล่านั้น เพื่อจุดประสงค์การเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 2 อธิบาย โดยให้นักเรียนแบ่งปันการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ให้นักเรียนได้อธิบายสำหรับลักษณะโดยรวมของสถานการณ์ที่ซึ่งใช้กลวิธีในการนำมาใช้ ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ต้องใช้กลวิธีในการนำมาใช้ ให้อธิบายถึงประโยชน์ที่นักเรียนได้ความรู้มากขึ้นในการใช้กลวิธีนี้ อธิบายขั้นตอนสำหรับการออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ อธิบายขั้นตอนสำหรับการสร้างและการจดจำข้อความ

ขั้นที่ 3 ยกตัวอย่าง ให้นักเรียนสาธิตการสร้างข้อความอย่างไร ออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ และการจดจำข้อมูลจากข้อความ

ขั้นที่ 4 การระบุตัวอักษร เพื่อความแน่ใจนักเรียนสามารถตรวจสอบด้วยตัวเขาเองตามขั้นตอนกลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 5 การตอบสนองและวิธีปฏิบัติการตรวจสอบ สอนนักเรียนถึงการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้างเครื่องช่วยจดจำ และ 4 ใน 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้าง และการจดจำข้อความที่ครอบคลุมเราเรียกว่า การกระตุ้นการตรวจสอบ

ขั้นที่ 6 การตอบสนองและการปฏิบัติตามระดับชั้น-ความเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนของคุณเข้าใจชำนาญในการใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับการทดสอบในชั้นเรียนที่สำคัญ

ขั้นที่ 7 พูดคุยสิ่งที่ประสบความสำเร็จถึงจุดประสงค์และทดสอบหลังเรียน การวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณา การสร้างข้อความเพื่อจดจำ การจดจำและการนึกถึงข้อมูลในข้อความนั้น การประสบความสำเร็จในจุดประสงค์ของนักเรียนที่ใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับแบบทดสอบในวิชาที่ปฏิบัติได้

ขั้นที่ 8 การลงความเห็น

แมคชินี และเกตนัน (Maccini ; & Gagnon. 2011: online) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีที่ใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบถ้อยคำจากตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้น

2. ขั้นตอนของกลวิธีใช้ถ้อยคำที่คุ้นเคย ง่าย สั้นกะทัดรัด ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้

3. ขั้นตอนของกลวิธีเรียงลำดับอย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนก่อนลงมือแก้ปัญหา และนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ได้ เช่น แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างประสบความสำเร็จ

4. ขั้นตอนของกลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

5. ขั้นตอนของกลวิธีใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองใช้ความสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น ตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่

จากการทำการวิจัยของแมคชินี และชู๊ส (Maccini ; & Hughes. 2000: 10-21) ,แมคชินี และราวด์โอ(Maccini ; & Ruhl. 2000: 465-489) ซึ่งได้ทดลองโดยใช้กลวิธี STAR ในการ

แก้ปัญหาพบว่า การจำขั้นตอนแก้ปัญหาโดยใช้ตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นช่วยให้นักเรียนระลึกลำดับขั้นตอนได้จากคำศัพท์ที่รู้จัก คุ้นเคย และช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้

ขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR ประกอบด้วย 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

แมคชินี (Maccini) อธิบายว่าขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR จะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบได้ รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน

1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”

1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาดำเนินการดังนี้

2.1 เลือกตัวแปร

2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

ครูสามารถใช้ใบงานที่ประกอบด้วยขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR เพื่อให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองให้แก้ปัญหาได้ทุกขั้นตอน และช่วยจำขั้นตอนในการแก้ปัญหา

แมคชินี (Maccini) กล่าวว่า กลวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลนั้นต้องช่วยนักเรียนได้เรียนรู้ข้อมูลทั่วๆ ไป และเรียนรู้ข้อมูลที่ต้องจำกัดเวลา นักเรียนมีความคงทนในการเรียนและเรียนรู้ได้ดีขึ้นอยู่กับตัวแปรของการสอน เช่น การทบทวน การใช้ครูเป็นตัวแบบ การชี้แนะแบบฝึกหัด การทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ให้ผลย้อนกลับและทบทวนเป็นระยะ ๆ ก็จะช่วยให้การใช้กลวิธีในการสอนประสบความสำเร็จการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้ สื่อที่เป็น รูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว สำหรับสื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) เป็นการใช้วัตถุ 3 มิติที่สามารถจับต้องได้ในการแสดงความหมายของโจทย์ปัญหา หาคำตอบได้ สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) เป็นการแสดงความหมายโจทย์ปัญหา โดยการวาดภาพ เขียนแผนภาพ เขียนตาราง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) เป็นการแสดงความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางจำนวน หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวช่วยให้นักเรียนเข้าใจเรียนรู้อย่างมีความหมายมากขึ้น

โอ๊ส , ซูเมคเกอร์และเดสเซอร์เลอ (Oas; Schumaker; & Deshler 2011: online) ได้เสนอแนะเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาว่า กลวิธีการใช้ตัวอักษรตัวแรกช่วยในการจำ ออกแบบมาเพื่อช่วยจำแนกข้อมูลที่สำคัญต่อการเรียน จำแนกรายละเอียด และจดจำรายละเอียดแต่ละขั้นโดยใช้เครื่องช่วยจำคือตัวอักษรตัวแรกของแต่ละขั้น

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR หมายถึง กระบวนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1.1 อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน

1.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”

1.3 เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาดำเนินการดังนี้

2.1 เลือกตัวแปร

2.2 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.3 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) ดำเนินการดังนี้

4.1 อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง

4.2 ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

4.3 ตรวจสอบคำตอบ

1.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โพลยา (Polya. 1957: 16-17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไรปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะ อยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระปัญหาด้วยถ้วยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่ทำให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาและมีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ธนเดช เกียรติมงคล (2549: 25) ได้กล่าวว่า การแบ่งขั้นตอนในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา จะแบ่งออกเป็นกี่ขั้นตอนก็ตามทุกขั้นตอนมีครบกรอบขั้นตอน 4 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้งสิ้น อาจเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่า “กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา” ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ว่าปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องออกจากกัน

2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ต้องการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทั้งที่จำเป็นสิ่งที่กำหนดให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ เหตุผลมาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอมาในรูปแบบวิธีการ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน คิดคำนวณคำตอบที่ถูกต้องตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีคิดคำนวณที่เหมาะสม

4. การตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่

แกตนัน และครูเมน (Gagnon; & Krezmien. 2011: online) กล่าวว่าสำหรับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้น การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้

ประสาท อิศรปรีดา (2523: 134-139) ได้กล่าวว่า แนวคิดที่สำคัญของบรูเนอร์เกี่ยวกับหลักสูตรการสอนนั้น อาจสรุปได้ 4 ประการใหญ่ ๆ คือ

1. เกี่ยวกับโครงสร้างความรู้ (Structure of Knowledge) บรูเนอร์เน้นว่าหลักสูตรในโรงเรียนจะต้องมาย้ำที่การจัดระเบียบหรือการจัดเรียบเรียงเนื้อหาหรือโครงสร้างของความรู้ เขาถือว่าการจัดแจงเรียบเรียงเนื้อหาหรือโครงสร้างความรู้เป็นสิ่งที่จำเป็นมากที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้หรือประสบการณ์เดิม กับความรู้หรือประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยแง่นี้การสอนของครูก็จะต้องมาสนใจที่วิธีการซึ่งจะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงโครงสร้างพื้นฐานหรือการจัดแจงเรียบเรียงความรู้ต่างๆ ให้อยู่ในรูปที่มีความสัมพันธ์กัน และให้สอดคล้องกับการพัฒนาการทางสติปัญญาให้มากที่สุด

2. เกี่ยวกับความพร้อม (Readiness) แนวคิดที่สำคัญประการหนึ่งเกี่ยวกับความพร้อม ก็คือ การที่คนเราจะเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นจำเป็นต้องใช้หลักสูตรให้เหมาสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียน ในเรื่องนี้บรูเนอร์ ได้กล่าวว่า เราจะต้องจัดรูปแบบของกิจกรรม ทักษะและการฝึกหัดให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความเจริญงอกงามทางสติปัญญาของเด็ก บรูเนอร์ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับคำกล่าวที่ว่า “จะต้องจัดสอนวิชาใดวิชาหนึ่งให้เฉพาะเด็กที่เรียนในชั้นระดับสูงเท่านั้น เพราะวิชานั้นยากเกินความสามารถของเด็กในระดับต่ำ” บรูเนอร์ ได้กล่าวคัดค้านคำกล่าวข้างต้น และได้ยืนยันว่า “พื้นฐานบางอย่างของแต่ละวิชา (สามารถ) จะสอนให้กับเด็กคนใดคนหนึ่งก็ได้ ไม่ว่าจะมีอายุอยู่ในขั้นใด ๆ ก็ตาม” (The foundations of any subject (can) be taught to anybody at any age in some form)

เขาให้เหตุผลในข้อความดังกล่าวไว้ว่า เด็กแต่ละคนมีลักษณะสำคัญประการหนึ่ง คือ จะเกิดความรู้ ความคิดรวบยอดหรือการคิดต่อสิ่งรอบๆ ตัว ด้วยการจัดระเบียบโครงร่างต่างๆ ขึ้นมาด้วยตัวเอง ด้วยเหตุนี้ถ้าหากครูได้เข้าใจถึงธรรมชาติของการสร้างความคิดรวบยอดต่อสิ่งรอบๆ ตัวของเด็ก ก็ย่อมจะเป็นพื้นฐานสำคัญเบื้องแรกที่ครูจะนำมาใช้ในการเริ่มสอนความรู้ใหม่ๆ ให้สอดคล้องกับความคิดข้างต้นได้

3. เกี่ยวกับการคิดแบบสหัชญาณ (Intuitive) บรูเนอร์ได้ย้ำถึงคุณค่าของการคิดแบบสหัชญาณในกระบวนการศึกษา คำว่า การคิดแบบสหัชญาณ ตามความหมายของเขาคือ “เป็นเทคนิคการหาเหตุผลของสติปัญญา แต่เป็นเทคนิคที่คิดหลักเกณฑ์ขึ้นมา โดยปราศจากการวิเคราะห์ตามกระบวนการ กฎเกณฑ์หรือสูตรต่างๆ ที่คิดขึ้นมาดังกล่าวนั้นอาจจะเป็นข้อสรุปที่สมเหตุสมผลหรือไม่ก็ได้”

4. เกี่ยวกับแรงจูงใจ บรูเนอร์ได้เน้นเกี่ยวกับการจูงใจหรือความต้องการที่จะเรียนของผู้เรียน รวมถึงการที่ผู้สอนจะเร้าให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจ เขาเชื่อว่ากิจกรรมทางการใช้สติปัญญาจะประสบความสำเร็จอย่างเต็มที่ก็ต่อเมื่อผู้เรียนมีความพอใจหรือแรงจูงใจเท่านั้น บรูเนอร์ได้เน้นให้ครูใช้ความพยายามที่จะให้เด็กสนใจต่อการเรียนรู้ให้มากขึ้นด้วยการสร้างแรงจูงใจภายในหรือเปลี่ยนแรงจูงใจภายนอกให้เป็นแรงจูงใจภายในนั่นเอง

การเรียนรู้ในทรรศนะของบรูเนอร์ โดยบรูเนอร์เชื่อว่า วิธีที่บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในสิ่งใดสิ่งหนึ่งมีอยู่ 3 วิธีด้วยกัน คือ

1. โดยการกระทำสิ่งนั้น (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Enactive Stage)

2. โดยการรับรู้ภาพและจินตนาการ (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Iconic Stage)

3. โดยการใช้ความหมายทางสัญลักษณ์ เช่น ภาษา (ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ของเด็กในขั้น Symbolic Stage)

นอกจากนี้บรูเนอร์ยังถือว่าการเรียนรู้ของบุคคลจะมีประสิทธิภาพเพียงใด ย่อมขึ้นอยู่กับกิจกรรมทางสมอง ในแง่ที่จะสามารถสร้างสังกัปในสิ่งที่เรียนรู้ได้เพียงใด หรือเขามีความสามารถที่จะจัดเข้าพวก หรือจัดประเภทของสิ่งของ (Conceptualizing or Categorizing) ได้เพียงใด บรูเนอร์กล่าวว่าแต่ละคนมีความสามรถต่างกันในการที่จะจัดสิ่งของต่างๆ เข้าพวก หรือแยกแยะสิ่งต่างๆ ออกจากกัน เช่น สามารถรวมสีต่างๆ เข้าเป็นอันเดียวกันเรียกว่า “สี” หรือแยกคนออกเป็นชั้นสังคม บุคลิกภาพที่คล้ายกัน การนับถือศาสนา เชื้อชาติ อายุ ฯลฯ ถ้าเราไม่มีความสามารถที่จะจัดสิ่งต่างๆ เข้าพวกแล้ว คนเราก็ไม่อาจคิด หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นได้

การจัดเข้าพวกตามความคิดของบรูเนอร์นั้นมีอยู่ 2 ประเภท คือ

1. ประเภทเหมือนกัน (Identity Category) นั้น คือ การจัดของอย่างเดียวกันแต่มีขนาดหรือลักษณะต่างๆ กันเข้าเป็นพวกเดียวกัน

2. ประเภทแทนกันหรือเท่ากัน (Equivalence Category) นั้น เป็นการจัดประเภทสิ่งของต่างชนิดกัน แต่ว่ามีความเกี่ยวพันซึ่งกันและกัน เข้าเป็นพวกเดียวกัน การจัดประเภทของสิ่งของโดยวิธีนี้ แยกย่อยออกได้เป็น 5 วิธี คือ

2.1 การจัดประเภทโดยอาศัยการรับรู้ที่พบเห็นจริงในขณะนั้น (Perceptual Equivalence Category) โดยพิจารณาจากขนาด สี รูปร่าง หรือตำแหน่งที่อยู่ ฯลฯ

2.2 การจัดประเภทโดยพิจาณาตามหน้าที่ (Functional Equivalence Category) คือ สิ่งที่มีหน้าที่คล้ายๆ กัน ก็จัดเป็นพวกเดียวกัน สำหรับพิจารณาตามหน้าที่นี้ยังแยกย่อยออกได้เป็น 2 แบบ คือ

2.2.1 การจัดประเภทโดยคำนึงถึงหน้าที่ที่เกิดจากภายในสิ่งนั้นๆ (Intrinsic Functional) เช่น กลุ่มที่ทำให้เกิดเสียง กลุ่มที่ทำให้เกิดแสง ฯลฯ

2.2.2 การจัดประเภทโดยคำนึงถึงหน้าที่ ที่ถูกกำหนดจากภายนอก ซึ่งเป็นการกำหนดหน้าที่ตามอำเภอใจ (Arbitrary Functional) เช่น กลุ่มที่เราใช้สำหรับขว้าง กลุ่มที่ใช้สำหรับแทง ฯลฯ

3. การจัดประเภทโดยคำนึงถึงการกระตุ้นอารมณ์ (Affective Equivalence Categories) เช่น กลุ่มที่เราชอบ กลุ่มที่เราไม่ชอบ หรือกลุ่มที่มีคุณค่า ฯลฯ

4. การจัดประเภทโดยคำนึงถึงชื่อของสิ่งๆ นั้นเป็นหลัก (Nominal Equivalence Categories) เช่น กลุ่มผลมะม่วงกับกลุ่มผลไม้อื่นๆ ที่ไม่ใช่มะม่วง ฯลฯ

5. การจัดประเภทโดยบอกเพียงว่าสิ่งนี้กับสิ่งนั้นเป็นพวกเดียวกัน หรือไม่ใช่พวกเดียวกัน โดยไม่อธิบายเหตุผลที่เป็นพื้นฐานในการแบ่งกลุ่มนั้นๆ (Fiat Equivalence Categories)

กระบวนการเรียนรู้ตามทรรศนะของบรูเนอร์นั้นจะเป็นการผสมผสานกระบวนการต่างๆ 3 กระบวนการต่อไปนี้เข้าด้วยกัน ซึ่งทั้ง 3 กระบวนการนั้นอาจเกิดขึ้นเรียงตามลำดับดังต่อไปนี้ คือ

1. ขั้นค้นหาความรู้ (Acquisition) เป็นกระบวนการของการรวบรวมความรู้ใหม่ๆ เข้าแทนที่ความรู้เก่าหรือเป็นการจัดระเบียบโครงร่างของความรู้ที่ได้รับมาให้เป็นระเบียบมากขึ้น

2. ขั้นดัดแปลงความรู้ (Transformation) เป็นกระบวนการเปลี่ยนแปลงข่าวสารความรู้ที่ได้รับมานั้นให้เกิดประโยชน์ต่อประสบการณ์หรือสถานการณ์ใหม่ๆ หรือเกิดแนวคิดใหม่ๆ ที่จะจัดระเบียบโครงร่างของข่าวสารความรู้เดิม เพื่อให้สัมพันธ์หรือต่อเนื่องกับสถานการณ์หรือความรู้ใหม่

3. ขั้นประเมินความรู้ (Evaluation) เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกับข้อ 2 โดยผู้เรียนจะประเมินว่าสิ่งที่แปลงเปลี่ยน (Transformation) ไปนั้น เป็นสิ่งที่ดีหรือไม่ดีหรือทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ก้าวหน้าขึ้นหรือไม่เพียงใด เป็นต้น

หลักสำคัญที่ควรคำนึงในการสอนตามแนวคิดของบรูเนอร์ อาจสรุปได้ 4 ประการใหญ่ๆ คือ

1. ครูจะต้องยอมรับว่าในการสอนจะต้องมีวิธีการจูงใจผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกที่อยากเรียนหรือพอใจที่จะเรียนในสถานการณ์นั้นๆ

2. ครูจะต้องพยายามจัดระเบียบรูปร่างหรือโครงสร้างของเนื้อหาวิชาให้เป็นระเบียบให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน เพื่อจะให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะประเภท หรือเกิดความคิดรวบยอดได้ดีที่สุด

3. กิจกรรมการเรียนการสอนควรจะให้สอดคล้องกับหลักพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก เด็กเล็กๆ ควรจะได้รับการสอนในสิ่งที่เป็นรูปธรรม ต่อมาจึงค่อยๆ ขยายความคิดรวบยอดนั้นให้เกี่ยวกับนามธรรมมากขึ้น

4. ควรจะมีการเสริมแรง (Reinforcement) ในขณะที่สอน เพราะการเสริมแรงจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และการเรียนรู้ของผู้เรียน

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 34) การนำทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ไปประยุกต์ใช้ทฤษฎีนี้ให้แนวคิดว่าคนเราจะเรียนรู้ได้ดี หากสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายและถูกจัดให้มีโครงสร้างที่เหมาะสม ผู้สอนจึงอาจช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้นโดย

1. ผู้สอนควรใช้คำถามหลาย ๆ ประเภทในการทดสอบ และในการทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว เพื่อจะได้ลดทอนการเรียนรู้โดยอาศัยความจำลง

2. ก่อนหน้าที่จะสอนบทเรียนใหม่จำเป็นที่ผู้สอนต้องทราบถึงสิ่งที่ผู้เรียนมีติดตัวมาก่อน เพราะผู้เรียนจะเชื่อมโยงทั้งสองสิ่งเข้าด้วยกัน

3. ให้งานผู้เรียนโดยที่งานนั้น ต้องให้ผู้เรียนได้เรียบเรียงลำดับความคิด และข้อมูลข่าวสารในการทำ เช่น การเขียนเค้าโครงเรียงความ การตอบคำถามที่มีลักษณะของการบรรยาย โดยผู้สอนจะตรวจสอบลำดับการจัดเรียงความคิดและข้อมูลอธิบายหรือแก้ไขให้ผู้เรียนเข้าใจชัดเจน

4. สำหรับการเรียนรู้ที่ค่อนข้างซับซ้อนเป็นนามธรรม และผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน ผู้สอนควรใช้การเรียบเรียงแบบก้าวหน้าเข้าช่วยซึ่งเป็นการจัดระบบสิ่งที่จะเรียนไว้ล่วงหน้า และเรียงตามมโนทัศน์ที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจ

5. เตรียมแผนการเรียนการสอนตลอดหน่วยหรือรายวิชาเพื่อสะดวกในการเชื่อมโยงสิ่งที่จะต้องสอนในช่วงต่าง ๆ เข้าด้วยกัน

6. ให้ผู้เรียนได้แสดงการเรียนรู้ของตนออกมาด้วยภาษาถ้อยคำ และภาษาท่าทาง

7. กระตุ้นผู้เรียนให้รู้จักจัดจำแนกประเภทสิ่งที่เรียนให้อยู่ในกลุ่ม ทั้งสิ่งที่คล้ายกันและต่างกัน

อัมพร ม้าคนอง (2547: 9-10) กล่าวว่า แนวคิดของบรูเนอร์ที่นับว่ามีประโยชน์มากต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ คือ แนวคิดที่กล่าวว่ามนุษย์สามารถคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ได้ใน 3 ขั้น คือ ขั้นการกระทำ (Enactive mode) ขั้นจินตนาการ (Iconic mode) และขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ซึ่งแนวคิดนี้ถูกแปลความหมายและนำไปใช้อย่างกว้างขวางในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นการกระทำ (Enactive mode) กิจกรรมคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับการให้เด็กได้รับประสบการณ์ตรงจากการสัมผัสกับสื่อและวัตถุจริง ในขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ครูอาจใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง เช่น ฟิล์มรูปภาพ แผนภาพ ที่นักเรียนสามารถมองเห็นด้วยตา สำหรับในขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) เป็นระดับที่ผู้เรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมแทนสิ่งที่เป็นวัตถุจริง จะเห็นว่าแนวคิดของการเรียนรู้ 3 ระดับนั้นเหมาะสมกับการนำไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม แต่ต้องการให้เด็กเข้าใจความหมายและที่มาของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของการสอนในทางคณิตศาสตร์ เช่น ต้องการให้นักเรียนทราบว่า 6÷3 = 2 ในขั้นแรก อาจใช้ทอฟฟี่ 6 เม็ด จัดเป็น 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Enactive จากนั้น ให้นักเรียนเขียนหรือวาดเป็นภาพของทอฟฟี่ 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Iconic และในขั้นสุดท้ายคือ Symbolic นักเรียนควรต้องเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า 6÷ 3 = 2 ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจสัญลักษณ์ว่าหมายถึง การแบ่งของ 6 ชิ้น ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละ 2 ชิ้น อย่างไรก็ตามบรูเนอร์เห็นว่า ความพร้อมที่จะเรียนขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งสอดคล้องกับงานของเพียเจต์ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่สุดของการสอนมโนทัศน์พื้นฐานคือการช่วยเหลือให้เด็กสามารถพัฒนาจากการคิดเชิงรูปธรรมไปสู่การคิดที่ต้องใช้ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์มากขึ้น บรูเนอร์จึงเสนอแนะว่าความพร้อมขึ้นอยู่กับการผสมผสานของวิธีเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นมากกว่าการรอคอยให้เด็กพัฒนาความสามารถที่จะเรียนได้เอง

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 36) ได้กล่าวว่า ในการวิจัยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในขั้นที่ 2 การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทาง

คณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงแสดงความหมายของโจทย์สอดคล้องกับขั้นการกระทำ (Enactive mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ การใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมายสอดคล้องกับขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ และการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิตสอดคล้องกับขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า กลวิธี STAR เป็นกระบวนการที่เป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) สอดคล้องกับ ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a plan) สอดคล้องกับขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาดำเนินการ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) สอดคล้องกับขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) สอดคล้องกับขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

1.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

แมคชินี และแกตนัน (Maccini; & Gagnon. 2011: online) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR มีดังนี้

1. ก่อนเริ่มบทเรียน ครูควรจะทดสอบก่อนเรียนเพื่อดูพื้นฐานทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. ครูแนะนำกลวิธีที่ใช้ในการสอน ขั้นตอนของกลวิธีซึ่งจะช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

3. นักเรียนควรจำขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี เพื่อสามารถนำมาใช้ได้อย่างรวดเร็ว

การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ครูจะเป็นตัวแบบที่ดีในการใช้กลวิธีแก้ปัญหา บทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหา ได้แสดงไว้ในตารางต่อไปนี้

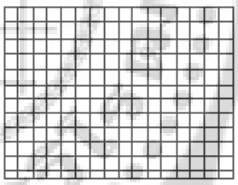
ตาราง 1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน

ขั้นตอน	พฤติกรรมของครู
ขั้นที่ 1 บทนำ	ครูให้คำแนะนำสิ่งที่เป็นภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้ว ให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน โดยอาจเชื่อมโยงกับบทบาทในชีวิตจริง
ขั้นที่ 2 ให้ครูเป็นแบบอย่างในการใช้กลวิธี	เริ่มต้นปัญหาโดยครูใช้การคิดออกเสียงเพื่อเป็นตัวแบบสำหรับนักเรียน เช่น อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียงแล้วตรวจสอบทำเครื่องหมายตามลำดับขั้นในใบงานตามกลวิธี STAR ดังนี้ S : ศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ A : หาคำตอบของ R : ทบทวนคำตอบ
ขั้นที่ 3 ให้แบบฝึกหัดที่มีการแนะนำ	ครูให้แบบฝึกหัดเป็นใบงานที่การแนะนำตามขั้นตอนแล้วให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกกลวิธี โดยลดบทบาทครูจนกระทั่งนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง
ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดอย่างอิสระ	ครูให้แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง
ขั้นที่ 5 ให้ผลย้อนกลับทางบวกและถูกต้อง	ให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการคำนวณ เป็นต้น ให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด อาจจะสอนใหม่ถ้าจำเป็น แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน สุดท้ายให้ผลย้อนกลับทางบวก
ขั้นที่ 6 ประยุกต์ปัญหาใช้กับชีวิตจริง	ให้คำถามที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์แก้ปัญหาในชีวิตจริง ทบทวนบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดความคงทน

มิลเลอร์ (Maccini; & Gagnon. 2011: online; citing Miller. 1996: 313-367) ได้ยกตัวอย่างใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

ตาราง 2 ใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

Matt กำลังจะซื้อพรมไปติดพื้นทั้งหมดของห้องนอนเขา พื้นห้องนอนของเขามีขนาด 12 ฟุต และ 16 ฟุต ถ้าเขามีเงิน 40$ เขามีเงินพอที่จะซื้อพรมในราคา 2$ ต่อตารางวาได้หรือไม่?

คำถามในแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (/) ลงในช่องว่างเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว**
S : ศึกษาโจทย์ปัญหา - อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน - ถามคำถามกับตัวเองว่า"รู้อะไรบ้าง" "ต้องการหาอะไร" - เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์	…….. …….. พื้นห้องนอน Matt มีขนาด 12 x 16 ฟุต, มีเงินอยู่ 40$, พรมมีราคา 2$ ต่อตารางวา อันดับแรกเราต้องรู้ว่าพื้นห้องนอนมีพื้นที่เท่าไหร่?
T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์	พื้นที่ของห้องนอน Matt คือ 12 x 16 = 192 ตารางฟุต 
A : หาคำตอบของโจทย์ปัญหา	เรารู้ว่า 3 ฟุต = 1 วา และ 9 ตารางฟุต = 1 ตารางวา ดังนั้น เราจะทำ พื้นที่ของพื้นห้องนอน Matt จากหน่วยตารางฟุต เป็นตารางวา จะได้ $192 \div 9 \approx 21.3$ ตารางวา พรม 2$ ต่อตารางวา ดังนั้น เราจะต้องจ่ายไป $2 \times 21.3 = 42.60\$$ Matt มีเงินไม่พอที่จะซื้อได้
R : ทบทวนคำตอบ - อ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้ง - ถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ - ตรวจสอบคำตอบ	เราสามารถตรวจคำตอบโดยที่เราทราบว่า Matt ยังขาดเงินอีก 2.60$ ถึงจะทำให้เขาซื้อพรมมาติดในห้องนอนเขาได้

ให้ข้อควรพิจารณาในการใช้กลวิธีการสอนในชั้นเรียนดังนี้

1. เรียนรู้บุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคนทั้งพฤติกรรมและพื้นฐานด้านความรู้ การสอนโดยใช้กลวิธีควรตระหนักถึงบุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคน เช่น บางคนอาจจะชอบเขียนเส้นเน้นข้อความในขณะอ่านโจทย์ปัญหาออกเสียง ขณะที่บางคนอาจจะชอบอ่านโจทย์ปัญหาในใจหรืออ่านเบา ๆ กระตุ้นนักเรียนให้ทำโจทย์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จเพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียน

2. กระตุ้นการใช้กลวิธีเป็นรายบุคคล ควรกระตุ้นให้นักเรียนกล้าที่จะใช้กลวิธีในการหาคำตอบ ทำตามขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

3. ประยุกต์การใช้งานทั่ว ๆ ไป เช่น ให้โจทย์ที่มีโครงสร้างเหมือนเดิมแต่มีเรื่องราวแตกต่างออกไป หรือให้โจทย์ที่มีความซับซ้อนไปจากโจทย์ที่แก้ในขั้นการสอน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนและสามารถประยุกต์ใช้กลวิธีในโจทย์ทั่ว ๆ ไปได้

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 39-40) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหาในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะแนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือ สมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

2.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

2.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้อง

กับโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนในการฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่” จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวกโดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนตัดสินใจและเลือกวิธีแก้ปัญหาให้ครบถ้วนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

จากการศึกษาข้างต้นสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR มีดังนี้

1. ขั้นก่อนเริ่มบทเรียน จะมีการทดสอบก่อนเรียนเพื่อดูทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน พฤติกรรมและพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

2. ขั้นสอน ครูควรกระตุ้นให้ผู้เรียนกล้าที่จะใช้กลวิธีในการหาคำตอบและให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาตามกลวิธี STAR

3. ขั้นสรุป ให้ผู้เรียนตรวจคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมทั้งผู้สอนหาโจทย์ประยุกต์มาให้ผู้เรียนได้ลองแก้ปัญหาด้วยตนเอง

1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮัตทิงตัน (Huntington. 1995: 512-A) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม(Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และ สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาถึงเกณฑ์ 100% และหลังการทดลอง 9 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงทนในการเรียนพบว่านักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายระดับเดียวกันแต่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาเดิมด้วย

แมคชินี และราวด์โอ (Maccini; & Ruhl. 2000: 465-489) ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม(Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ที่มีความบกพร่องทางการเรียน มีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูง และทักษะการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้ง 3 คนมีประสิทธิภาพสูงขึ้น และหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการหาคำตอบของปัญหา พบว่านักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ 1 สัปดาห์ต่อมาทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

แมคชินี และซู๊ส (Maccini; &Hughes. 2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถของการแสดงความหมายและการหาคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จำนวน 6 คน จากนักเรียนจำนวน 170 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้น ในแต่ละลำดับการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้องและ 6) ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียน ปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

บัตเลอร์ และคณะ (Butler; & et al. 2003: 99) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ และใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร RA

ตามลำดับ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียน อายุระหว่าง 11-15 ปี จำนวน 50 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA จำนวน 26 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA จำนวน 24 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเนื้อหาเรื่องเศษส่วนทั้งหมด 10 บท โดยทั้งสองกลุ่มมีการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันในเนื้อหาบทที่ 1-3 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงในการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA ใช้การวาดรูปภาพในการแสดงความหมาย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทำคะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

คอนแนว (Konold. 2005: 2949-A) ได้ศึกษาการแก้สมการพีชคณิตและแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน จำนวน 169 คน อายุ 11-19 ปี ซึ่งประกอบ ด้วยนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนจำนวน 61 คน และนักเรียนปกติ 108 คน การทดลองแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาพีชคณิต

งานวิจัยในประเทศ

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยกลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ธนเดช เกียรติมงคล (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดศรัทธาธรรมที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กับวิธีสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2548 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของกลุ่มควบคุมหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลต่างของคะแนนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมหลังเรียนแบบ Matched Samples ได้ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของกลุ่มทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้กลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การทดสอบค่า t-test for Independent Samples ของผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้ผลสัมฤทธิ์ใกล้เคียงกัน

ทิวาพร สกุลฮูฮา (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนชุมชนเทศบาล 3 (พินิจพิทยานุสรณ์) ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.25 และนักเรียนจำนวนร้อยละ 72.50 ของนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี STAR เป็นวิจัยการศึกษาวิธีการสอนที่ใช้เทคนิคการจำตัวอักษรแรกเป็นกระบวนการในแก้โจทย์ปัญหา พร้อมทั้งในกระบวนการขั้นตอนแก้ปัญหาโดยกลวิธี STAR มีการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม(Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA สำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียน หรือนักเรียนที่มีอุปสรรคในการใช้เหตุผลขั้นสูง และทักษะการแก้ปัญหา อีกทั้งกลวิธี STAR จะทำให้เด็กมีความคงทนในการเรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักวิชาการการศึกษาหลายท่านได้ให้ความของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังต่อไปนี้

วิลสัน (Wilson. 1971: 648) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ซึ่งเป็นความสามารถด้านสติปัญญา ความรู้และความคิด รวมไปถึงพฤติกรรมด้านจิตพิสัย (Affective Domain) อันได้แก่ ทัศนคติ ความรู้สึกซาบซึ้ง และความสนใจ

สำหรับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) วิลสัน (Wilson. 1971: 648-685) ได้แบ่งพฤติกรรมที่พัฒนามาจากกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ที่ง่ายคล้ายคลึงกับตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนต้องไม่พบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากขึ้น แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น สามารถทำได้

โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้โดยเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นเพียงการวัดความจำเท่านั้น

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules, and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องการแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่า เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือ การถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

กู๊ด (Good. 1973: 7) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ที่ได้รับหรือทักษะที่พัฒนามาจากการเรียนในสถานศึกษาโดยปกติวัดจากคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้หรือจากแบบทดสอบหรืออาจรวมทั้งคะแนนที่ครูเป็นผู้ให้และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ

สุนันท์ ศลโกสุม (2525: 129) ให้ความหมายไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะและความสามารถของบุคคลที่เกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการฝึกฝนอบรม หรือจากการสอน

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544: 23) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จความสมหวังในด้านการเรียนรู้ รวมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถและทักษะทางด้านวิชาการของแต่ละบุคคลที่ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบหรือการทำงานที่ได้รับมอบหมาย และผลของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางด้านการเรียนนั้นจะทำให้แยกกลุ่มของนักเรียนที่ถูกประเมินออกเป็นระดับต่างๆ เช่น สูง กลางและต่ำ เป็นต้น

อัญชนา โพธิพลากร (2545: 93) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain)

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด ดังที่วิลสัน (Wilson. 1971: 648-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) คือ ความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว สามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้

2. ความเข้าใจ (Comprehension) คือ ความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ สามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป อ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) คือ ความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก

4. การวิเคราะห์ (Analysis) คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา

2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้วิจัยมีดังต่อไปนี้

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14-16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอลล์ (Carroll. 1963: 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบ ต่างๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

อัจฉรา สุขารมณ์ และอรพินทร์ ชูชม (2530: 11-40) ได้จำแนกองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นด้านๆ ดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบด้านปัญหาส่วนตัวของนักเรียน จำแนกเป็นส่วนย่อยดังนี้
   1.1 ปัญหาส่วนตัวด้านสุขภาพร่างกาย
   1.2 ปัญหาส่วนตัวด้านความสัมพันธ์ของบิดามารดา
   1.3 ปัญหาส่วนตัวด้านความสัมพันธ์กับเพื่อน
   1.4 ปัญหาส่วนตัวด้านสัมพันธ์กับครู
   1.5 ปัญหาส่วนตัวด้านการปรับตัว
   1.6 ปัญหาส่วนตัวด้านความรู้สึกนึกคิดเกี่ยวกับตนเอง
2. องค์ประกอบด้านการอบรมเลี้ยงดูของบิดามารดา ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระบบ
   2.1 การอบรมเลี้ยงดูแบบมีเหตุผล
   2.2 การอบรมเลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย
   2.3 การอบรมเลี้ยงดูแบบเข้มงวดกวดขัน
3. องค์ประกอบด้านสภาพแวดล้อมทางบ้าน แบ่งเป็น 4 ด้าน
   3.1 ด้านความสัมพันธ์ในครอบครัว
   3.2 ด้านฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัว
   3.3 ด้านที่อยู่อาศัย
   3.4 ด้านความคาดหวังของบิดามารดา

4. องค์ประกอบด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ชญานิษฐ์ พุกเถื่อน (2536: 16-17) กล่าวว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียน จะประกอบด้วย ขนาดโรงเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทางจากโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ/กิ่งอำเภอ

2. ด้านคุณลักษณะของครู จะประกอบด้วย อายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ในหน้าที่ ทัศนคติเกี่ยวกับนักเรียน ฯลฯ

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ฐานะครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียน ทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544: 25-26) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายอย่าง ดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะการจัดระบบในโรงเรียน ตัวแปรด้านนี้จะประกอบด้วยขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนของนักเรียนต่อห้องซึ่งตัวแปรเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

2. ด้านคุณลักษณะของครู ตัวแปรทางด้านคุณลักษณะของครูประกอบด้วยอายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งสัปดาห์ของครู ความเอาใจใส่ในหน้าที่ซึ่งตัวแปรเหล่านี้ล้วนมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสิ้น

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน ประกอบด้วยตัวแปรเกี่ยวกับตัวนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกใน ครอบครัว ระดับการศึกษาของบิดามารดา อาชีพของผู้ปกครอง ความพร้อมในเรื่องอุปกรณ์การเรียน ระยะทางไปเรียน การมีอาหารกลางวันรับประทาน ความเอาใจใส่ในการเรียน ทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการ

สอน ฐานะทางครอบครัว การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ตัวแปรเหล่านี้ก็มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. ด้านภูมิหลังทางเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน การศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสภาพทางเศรษฐกิจสังคม กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาในต่างประเทศซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ ผลการศึกษาค้นคว้าที่ผ่านมาพบว่ามีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน (2545: 17-18) กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ด้านสิ่งแวดล้อมที่บ้าน ได้แก่ การศึกษาของบิดามารดา อุปกรณ์ที่เอื้อต่อการเรียนของนักเรียน เช่น จำนวนหนังสือที่นักเรียนมีในบ้าน การมีเครื่องคิดเลข และเครื่องคอมพิวเตอร์ที่บ้าน มีคะแนนแนวโน้มต่อคะแนนผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ในทางบวก กล่าวคือนักเรียนที่มีพ่อแม่จบการศึกษาในระดับสูง มีแนวโน้มที่จะมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่พ่อแม่จบการศึกษาในระดับต่ำกว่า ในทำนองเดียวกันนักเรียนที่มีอุปกรณ์ที่เอื้อต่อการเรียน มีแนวโน้มที่จะมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่ไม่มีอุปกรณ์ดังกล่าวที่บ้าน

2. ด้านกิจกรรมนอกเวลาเรียนของนักเรียน ซึ่งได้แก่ การใช้เวลาเรียนหรือทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์หลังเลิกเรียน และการดูโทรทัศน์หรือวีดิทัศน์ในแต่ละวัน มีแนวโน้มที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่แตกต่างกัน

3. ด้านเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีเจตคติที่ดีมากหรือมีเจตคติในทางบวกอย่างมากต่อวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูง

4. ด้านวิธีสอนของครู วิธีสอนของครูที่ให้นักเรียนฝึกทักษะการคิดคำนวณและกิจกรรมที่ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทุกบทเรียน มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ทำเพียงบางบท

อัญชนา โพธิพลากร (2545: 95) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่ามีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ด้านตัวนักเรียน เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารของผู้บริหาร ด้านสังคม เช่น สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก็คือ การสอนของครูนั่นเอง

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

1. ทางร่างกาย เช่น ปัญหาสุขภาพ พัฒนาการเจริญเติบโตทั้งร่างกายและสมอง บุคลิกภาพ

2. สภาพแวดล้อมครอบครัว เช่น การศึกษาของคนในครอบครัว การเลี้ยงดูของผู้ปกครอง ถิ่นที่ตั้งบ้าน สภาพเศรษฐกิจภายในครอบครัว

3. เจตคติของนักเรียนที่มีวิชาคณิตศาสตร์ ความเอาใจใส่ทางการเรียน ความพร้อม อุปกรณ์ในการเรียน การขาดเรียน ความสัมพันธ์กับบุคคลรอบข้าง

4. วิธีการสอนของครู วิธีการฝึกทักษะการคิดคำนวณและกิจกรรมในการเรียนการสอน ประสบการณ์การสอนของครู ความเอาใจใส่ในหน้าที่การสอน

5. กิจกรรมนอกเวลาเรียนของนักเรียน การบริหารเวลาว่างให้เป็นประโยชน์ของนักเรียน งานอดิเรกที่ฝึกทักษะต่างๆ

6. โรงเรียนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการแข่งขันทางวิชาการพร้อมทั้งสนับสนุนอัตราส่วนของครูและนักเรียนมีความเหมาะสมกัน

2.3 วิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ณัฏฐพงษ์ เจริญพิทย์ (2523: 13-15) ได้อธิบายถึงขั้นตอนการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย จุดมุ่งหมายในที่นี้หมายถึง จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนโดยปกตินิยมกำหนดจุดมุ่งหมายตามแบบของบลูมและคณะ

2. เขียนจุดมุ่งหมายให้มีความชัดเจนและบ่งชี้แนวทางในการเขียนข้อคำถาม (Translating the Purpose into Operational Terms)

3. ทำการวิเคราะห์หลักสูตร ในขั้นนี้เป็นการนำจุดมุ่งหมายมาวิเคราะห์ประสานกับเนื้อหาวิชา ซึ่งจะปรากฏผลออกมาในรูปของตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยผู้ออกข้อสอบจะใช้เป็นแนวทางในการเขียนข้อคำถามให้มีความครอบคลุมทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด

4. เขียนข้อคำถาม ในขั้นนี้ผู้ออกข้อสอบต้องเลือกชนิดของข้อสอบเสียก่อนว่าจะใช้ข้อสอบอัตนัย หรือข้อสอบปรนัย ถ้าเป็นข้อสอบปรนัยจะเลือกแบบเลือกตอบ แบบถูกผิด หรือแบบจับคู่ ฯลฯ จากนั้นจึงเขียนข้อคำถามตามเกณฑ์ของข้อสอบแต่ละแบบ เมื่อเขียนแล้วจะต้องทำการทบทวนด้วย เพื่อตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง

5. ทดลองใช้และวิเคราะห์ ในขั้นนี้ผู้ออกข้อสอบจะนำข้อคำถามที่เขียนและทบทวนตาม ข้อ 4. มารวบรวมเข้าเป็นตัวข้อสอบ แต่เนื่องจากยังไม่มีหลักประกันว่าแต่ละข้อคำถามจะมีคุณภาพเพียงพอที่จะนำไปใช้สอบได้หรือไม่ ผู้ออกข้อสอบจึงควรนำตัวข้อสอบที่รวบรวมได้แล้วนั้นไปทดลองสอบกับผู้เข้าสอบกลุ่มอื่นที่มีลักษณะเทียบเคียงกับผู้เข้าสอบที่จะให้สอบข้อสอบฉบับนั้นจริงๆ เสียก่อน

6. การจัดรวบรวมข้อสอบเพื่อนำไปสอบจริง เมื่อได้ทดลองข้อสอบแล้ว ก็ปรับปรุงและคัดเลือกข้อคำถามที่มีคุณภาพเข้าเป็นข้อสอบฉบับที่จะนำไปสอบจริงต่อไป

7. การเตรียมการและการจัดระเบียบข้อสอบ ในขั้นนี้ผู้ออกข้อสอบจะต้องกำหนดเรื่องต่างๆ เกี่ยวกับการดำเนินการสอบ เช่น ประกาศกำหนดวันสอบ กำหนดตัวกรรมการคุมสอบ ฯลฯ ระบุคำสั่ง กำหนดเวลาทำข้อสอบ ตลอดจนเกณฑ์การให้คะแนน

8. ประเมินคุณภาพของข้อสอบ ในขั้นนี้ผู้ออกข้อสอบจะทำการประเมินคุณภาพของข้อสอบโดยส่วนรวมทั้งฉบับ โดยทั่วไปจะวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่น และพิจารณาความเที่ยงตรงของข้อสอบ

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2539: 122-124) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบดังนี้

1. การพิจารณาจุดประสงค์ของการสอบว่าการสอบครั้งนี้มีจุดประสงค์หรือจุดมุ่งหมายอะไร

2. สร้างตารางกำหนดรายละเอียด

3. เลือกแบบของข้อสอบให้เหมาะสม

4. รวมข้อสอบทำเป็นแบบทดสอบ

5. กำหนดวิธีการดำเนินการสอบ

6. การประเมินคุณภาพของแบบทดสอบ

7. การนำผลไปใช้ปรับปรุงเป้าประสงค์ของการเรียนรู้

บุญชม ศรีสะอาด (2545: 59-61) กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงเกณฑ์ ดำเนินตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. วิเคราะห์จุดประสงค์ เนื้อหาขั้นแรกจะต้องทำการวิเคราะห์ดูว่ามีหัวข้อเนื้อหาใดบ้างที่ต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และที่จะต้องวัด แต่ละหัวข้อเหล่านั้นต้องการให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมหรือสมรรถภาพอะไร กำหนดออกมาให้ชัดเจน

2. กำหนดพฤติกรรมย่อยที่จะออกข้อสอบ จากขั้นแรก พิจารณาต่อไปว่าจะวัดพฤติกรรมย่อยอะไรบ้าง อย่างละกี่ข้อ พฤติกรรมย่อยดังกล่าวคือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั่นเอง เมื่อกำหนดจำนวนข้อที่ต้องการจริงเสร็จแล้ว ต่อมาพิจารณาว่า จะต้องออกข้อสอบเกินไว้หัวข้อละกี่ข้อ ควรออกเกินไว้ไม่ต่ำกว่า 25% ทั้งนี้ หลังจากที่นำไปทดลองใช้ และวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบรายข้อแล้ว จะตัดข้อที่มีคุณภาพไม่เข้าเกณฑ์ออก ข้อสอบที่เหลือจะได้ไม่น้อยกว่าจำนวนที่ต้องการจริง

3. กำหนดรูปแบบของข้อคำถามและศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ ขั้นตอนนี้จะเหมือนกับขั้นตอนที่ 2 ของการวางแผนสร้างข้อสอบแบบอิงกลุ่มทุกประการ คือ ตัดสินใจว่าจะใช้ข้อคำถามรูปแบบใด และศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ เช่น ศึกษาหลักในการเขียนคำถามแบบนั้น ๆ ศึกษาวิธีเขียนข้อสอบเพื่อวัดจุดประสงค์ประเภทต่าง ๆ ศึกษาเทคโนโลยีในการเขียนข้อสอบ เพื่อที่จะได้นำมาใช้ในการเขียนข้อสอบของตน

4. เขียนข้อสอบ ลงมือเขียนข้อสอบ ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ตามตารางที่กำหนดจำนวนข้อสอบของแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และใช้รูปแบบเทคนิคการเขียนตามที่ได้ศึกษาในขั้นที่ 3

5. ตรวจทานข้อสอบ นำข้อสอบที่ได้เขียนไว้แล้วในขั้นที่ 4 มาพิจารณาทบทวนอีกครั้งหนึ่ง โดยพิจารณาความถูกต้องตามหลักวิชา แต่ละข้อวัดพฤติกรรมย่อยหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่ ภาษาที่ใช้เขียนมีความชัดเจน เข้าใจง่ายหรือไม่ ตัวถูกตัวลวงเหมาะสมเข้าเกณฑ์หรือไม่ ทำการปรับปรุงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

6. ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงตามเนื้อหา นำจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของข้อสอบที่วัดแต่ละจุดประสงค์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและด้านเนื้อหาจำนวนไม่ต่ำกว่า 3 คน พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้นั้นหรือไม่ ถ้ามีข้อที่ไม่เข้าเกณฑ์ ควรพิจารณาปรับปรุงให้เหมาะสม เว้นแต่จะไม่สามารถปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างชัดเจน

7. พิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง นำข้อสอบทั้งหมดที่ผ่านการพิจารณาว่าเหมาะสมเข้าเกณฑ์ในขั้นที่ 6 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบ มีคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบทดสอบ วิธีตอบ จัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม

8. ทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพ และปรับปรุง

9. พิมพ์แบบทดสอบฉบับจริง นำข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกเข้าเกณฑ์ จากผลการวิเคราะห์ในขั้นที่ 8 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับจริงต่อไป โดยเน้นรูปแบบการพิมพ์ที่ประณีต มีความถูกต้องมีคำชี้แจงที่ละเอียด แจ่มชัด ผู้อ่านเข้าใจง่าย

สิริพร ทิพย์คง (2545: 196) ได้อธิบายถึงขั้นตอนในการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นที่สอน

2. เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ต้องการออกข้อสอบ เพราะวัตถุประสงค์ที่เขียนในรูปแบบของพฤติกรรมที่ให้นักเรียนแสดงออกนั้น สังเกตได้และวัดได้ภายหลังจากการเรียนการสอน

3. ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะออกข้อสอบ

4. พิจารณาว่าจะใช้ข้อสอบชนิดใด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 29) ได้กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบมีขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และมโนทัศน์ของแต่ละเรื่อง

2. กำหนดสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด

3. เลือกประเภทของแบบทดสอบอย่างหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถอย่างเต็มศักยภาพ

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบและเวลาที่ใช้ทดสอบ

5. สร้างแบบทดสอบตามคุณลักษณะที่กำหนด โดยคำนึงถึงเทคนิคของการสร้างแบบทดสอบและความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย

6. ตรวจสอบความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ สำหรับแบบทดสอบบางแบบอาจต้องตรวจสอบความเป็นปรนัยด้วย

ทิวัตถ์ มณีโชติ (2549: 44-46) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการวางแผน เพื่อให้ได้แบบทดสอบที่มีคุณภาพ ก่อนที่จะสร้างแบบทดสอบ ควรดำเนินการ ดังนี้

1.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้ จากเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ว่าแบบทดสอบมีกี่ประเภทอะไรบ้าง แบบทดสอบแต่ละประเภทมีวิธีการสร้าง ข้อดี และข้อจำกัดอย่างไร

1.2 กำหนดจุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบ ผู้สร้างข้อสอบจะต้องรู้จุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบให้ชัดเจนว่าจะใช้ผลการวัดเพื่ออะไร จะได้เขียนข้อสอบให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายนั้น

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยกำหนดขอบเขตเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้ และ/หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ และพฤติกรรมที่จะวัด

1.4 การกำหนดลักษณะของข้อสอบและส่วนประกอบที่เกี่ยวข้องกับการสอบ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจจะเป็นแบบทดสอบอิงเกณฑ์หรืออิงกลุ่ม เป็นแบบปรนัยหรืออัตนัย หรือทั้งปรนัยและอัตนัยรวมกัน ซึ่งผู้สร้างแบบทดสอบอาจใช้เกณฑ์ต่อไปนี้ ประกอบการกำหนดลักษณะข้อสอบ

1.4.1 วัตถุประสงค์ของการวัดและประเมิน

1.4.2 ระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่จะวัด

1.4.3 ลักษณะหรือคุณสมบัติผู้เข้าสอบ

1.4.4 จำนวนผู้สอบ

1.4.5 ระยะเวลาที่ใช้ในการสร้างข้อสอบ

2. ขั้นการสร้างข้อสอบ มีขั้นตอนหลักๆ 2 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 สร้างข้อสอบ ซึ่งสร้างตามรายละเอียดในตารางวิเคราะห์หลักสูตร และตามลักษณะของข้อสอบ โดยคำนึงถึงความยากของข้อสอบ ระยะเวลาที่ใช้สอบ คะแนน และการตรวจให้คะแนนด้วย

2.2. ตรวจทานข้อสอบ โดยทบทวน ตรวจทานข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่สร้างขึ้นมานั้น มีความถูกต้องและครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร แล้วจัดพิมพ์และจัดฉบับเพื่อนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ

3. ขั้นการตรวจสอบคุณภาพ เป็นขั้นตอนสำคัญของการสร้างแบบทดสอบ โดยทั่วไปมีขั้นตอน ดังนี้

3.1 การตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) มีหลายวิธีที่สะดวกที่สุด คือ ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ โดยนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและด้านวัดผลการศึกษา จำนวน 3-5 คนตรวจสอบ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่า ข้อสอบแต่ละข้อนั้นสร้างได้ถูกต้องและเหมาะสมเพียงใด พิจารณาความสอดคล้องของข้อสอบกับเนื้อหาหรือจุดประสงค์การเรียนรู้/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง/มาตรฐานการเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์การประเมิน ดังนี้

+ 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงเนื้อหาหรือจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงเนื้อหาหรือจุดประสงค์การเรียนรู้

– 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่วัดตรงเนื้อหาหรือจุดประสงค์การเรียนรู้

จากนั้น นำข้อมูลที่ได้ หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับใหม่

3.2 วิเคราะห์คุณภาพข้อสอบรายข้อ โดยนำแบบทดสอบไปทดลองสอบ (try out) คือ นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุง แก้ไขแล้วไปทดลองสอบกับนักเรียนที่มีลักษณะคล้ายคลึงหรือนักเรียนที่เคยเรียนในเรื่องนั้นมาแล้ว จำนวนตั้งแต่ 30 คนขึ้นไป แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ จากนั้นคัดเลือกข้อสอบที่ใช้ได้ คือ มีค่าความยากง่าย ระหว่าง 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

3.3 วิเคราะห์ค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยนำข้อสอบที่ได้คัดเลือกแล้วจัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับใหม่ นำไปทดลองสอบกับนักเรียนที่มีลักษณะคล้ายคลึง หรือนักเรียนที่เคยเรียนในเรื่องนั้นมาแล้ว จำนวนตั้งแต่ 30 คนขึ้นไป แบบทดสอบที่ดีควรมีค่าความเที่ยงสูง โดยทั่วไปไม่ควรต่ำกว่า 0.75

3.4 จัดพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับจริง เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

จากการศึกษาข้างต้นขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา จุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล มาตรฐานการเรียนรู้ เขียนวัตถุประสงค์ของเนื้อหาที่ต้องการออกข้อสอบ ไม่ว่าจะเป็นแบบสังเกตหรือแบบทดสอบ ที่สามารถวัดได้หลังจากการเรียนรู้ เขียนข้อสอบโดยคำนึงถึงความยากง่าย ระยะเวลาที่ใช้สอบ คะแนน เกณฑ์การให้คะแนน ตรวจทานข้อสอบให้มีความถูกต้องและครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา ตรวจสอบข้อสอบตรงกับเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อถูกต้องและเหมาะสมเพียงใด วิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบโดยนำแบบทดสอบไปทดลอง วิเคราะห์ความเที่ยงของแบบทดสอบ จัดพิมพ์ข้อสอบไปให้กับผู้เรียน

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โบเวอร์ (Bowers. 1987: online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ต่อการสอนแบบ 4MAT โดยกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 44 คน จากทั้งหมด 3 โรงเรียน และสุ่มโรงเรียนเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เรียนแบบ 4 MAT และกลุ่มที่เรียนโดยใช้หนังสือเรียน ทั้ง 2 กลุ่มจะสอนเรื่อง กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของ นิวตัน โดยสอนกลุ่มละ 3-4 ชั่วโมง ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของกลุ่มที่เรียน

แบบ 4MAT และเรียนตามหนังสือเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญและทั้งสองกลุ่มมีเจตคติต่อวิทยาศาสตร์แตกต่างกัน

เลสเตอร์ (Lester. 1996: 2343-A) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนียร์ ประเทศสหรัฐอเมริกา กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์และวงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับความรู้ทางเรขาคณิตและการสร้างของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน และค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อคาดเดาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

แกดเดิร์ต (Gaeddert. 2001: online) ได้เปรียบเทียบผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และแบบปกติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังจากนั้นได้สำรวจความคิดเห็นจากผู้สอน นักเรียน และผู้ปกครองอีกครั้งพบว่าคอมพิวเตอร์ช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

รีส์ และคณะ (Reys; & et al. 2003: 74) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตรมาตรฐานหลัก และหลักสูตรเดิมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลักอย่างน้อย 2 ปี และอีกกลุ่มเรียนโดยใช้หลักสูตรเดิม ซึ่งเก็บรวบรวมข้อมูลโดยทำการวัดผลสัมฤทธิ์จากโปรแกรมการประเมินผลมิสซูรี (The Missouri Program: MAP) ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลัก มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อทำการวิเคราะห์รายด้านก็พบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักทำคะแนนในส่วนของเนื้อหา 2 เรื่อง ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูล และพีชคณิตสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มอยเออร์ (Moyer. 2004: 3987-A) ได้ศึกษาเพื่อสอบสวนผลของการใช้ชุดซอฟแวร์เรขาคณิตแบบพลวัต คือ The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสอนวิชาเรขาคณิตเพื่อยกระดับ van Hiele และ เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน วิธีการศึกษาใช้การออกแบบกลุ่มควบคุมที่ไม่เท่าเทียมกัน เลือกกลุ่มตัวอย่างที่เกี่ยวข้องจากห้องเรียนเรขาคณิตที่สมบูรณ์จำนวน 4 ห้อง และครูจำนวน 2 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย 1 โรงในรัฐเพนซิล

เวเนีย ครูแต่ละคนสอน 2 ห้อง ครูคนหนึ่งใช้ The Geometer's Sketchpad ก่อนหน้านี้ใช้ตำรา Discovering Geometry : An Inductive Approach ของ Michael Serra เก็บรวบรวมข้อมูลจาก pre-test และ posttest ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า การใช้ GSP ไม่พบว่า มีผลอย่างมีนัยสำคัญต่อการเพิ่มขึ้นของระดับคะแนน ความสามารถในการมองเห็นมิติต่าง ๆ และการเพิ่มขึ้นของคะแนนการขาดสอบเนื้อหา เกรดสุดท้ายวิชาเรขาคณิต 1 เป็นตัวพยากรณ์ ระดับคะแนน pretest ของนักเรียนได้อย่างแม่นยำ

เพอวีน (Perveen. 2010: 9-13) ได้ทำการศึกษาผลของวิธีการแก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนหญิงจำนวน 48 คน ในรัฐปากีสถาน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) หลังจากทดลองทดสอบหลังเรียนเพื่อดูผลของการวิจัย ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

สิริวรรณ จันทร์งาม (2548: 73-81) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว หลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนหนองกี่พิทยาคม อำเภอหนองกี่ จังหวัดบุรีรัมย์ ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด เท่ากับ 84.34/84.62 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ของนักเรียนหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นิพล อินนอก (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ระหว่างกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนว่านเขื่อนค้อ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาบุรีรัมย์เขต 1 ผลวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือและกลุ่มที่เรียนตามแบบคู่มือครู มีผลการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่าง

มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนตามแบบคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร คำภักดี (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและพหุนาม ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบเทคนิคกลุ่มแข่งขัน (TGT) กับการสอนตามคู่มือครู โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนประถมปรีดาภรณ์ จังหวัดขอนแก่น ภาคเรียนที่ 2 ปี 2548 จำนวน 103 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแบบเทคนิคกลุ่มแข่งขัน(TGT)มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แต่เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

อังคณา แก้วไชย (2549: 132) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการใช้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI และการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนบ้านหนอหานวันครู 2502 อำเภอหนองหาน จังหวัดอุดรธานี จำนวน 49 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI มีความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ดุลย์ สีมา (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงเรขาคณิต ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้และแบบปกติ เรื่อง การแปลงเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนภูแลนคาวิทยายน อำเภอบ้านเขว้า จังหวัดชัยภูมิ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT) และกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนหลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มณีรัตน์ สิงหเดช (2549: 177) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ แรงจูงใจในการเรียน และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนโดยวิธีร่วมมือกันเรียนรู้ กับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่าง

เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนบ้านหนองบัว สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอุดรธานี เขต 1 จำนวน 48 คน พบว่า นักเรียนเรียนด้วยวิธีร่วมมือกันเรียนรู้ กับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจในการเรียน และความสามารถในการคิดวิเคราะห์เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีร่วมมือกันเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแรงจูงใจในการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ เรียนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่างกัน

เรณุวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยเม็กวิทยาคม อำเภอห้วยเม็ก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 2 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาและความสามารถในการคิดเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพินญา คำขจร (2550: 99) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการด้วย CIPPA และ TAI ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถการคิดวิเคราะห์และความพึงพอใจโดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยเกษตรและเทคโนโลยีศรีสะเกษ จำนวน 48 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่จัดกลุ่มแบบ TAI มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบ CIPPA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความพึงพอใจในการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน

จุพา ทองดี (2551: 47-51) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ e-learning ประกอบการเรียนการสอนเรื่อง การวัดการกระจาย กับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนแจงร้อนวิทยา เขตราษฎร์บูรณะ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 29 คน จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ e-learning ประกอบการเรียนการสอน เรื่อง การวัดการกระจาย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุศรา อิ่มทรัพย์ (2551: 88-92) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวังหว้าราษฎร์สามัคคี ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวังหว้าราษฎร์สามัคคี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 26 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมสูงกว่าเกณฑ์การเรียน 50% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปาณิตา อาจวงษ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนชุมชนจระเข้หิน อำเภอครบุรี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 3 ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT แต่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน

สมฤดี ดุกหลิ่ม (2552: 105-115) ได้พัฒนาชุดการเรียนแบบโยนิโสมนสิการ เรื่อง อสมการ เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ ด้านการตระหนักรู้ตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนแบบโยนิโสมนสิการ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่ามีการพัฒนาชุดการเรียน การใช้วิธีการสอนต่างๆ จัดกิจกรรมทางการเรียนหรือการใช้สื่ออิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ ซึ่งผู้วิจัยมีจุดประสงค์ที่จะเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น และยังเพิ่มทักษะทางคณิตศาสตร์ให้มีศักยภาพมากขึ้น อีกทั้งยังทำให้ผู้เรียนได้รับความหลากหลายในการเรียนการสอนที่นอกเหนือจากการเรียนรูปแบบเดิม ทำให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียนเพิ่มขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหา

3.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายดังต่อไปนี้

บรังคา (ชัยรัตน์ สุลำนาจ. 2547: 6; อ้างอิงจาก Branca. 1980: 3 – 8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) เมื่อการแก้ปัญหาจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรรู้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ การเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 52) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือ ชิ้นงานที่ทำโดยยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ในการหาคำตอบนักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่เหล่านั้นเพื่อนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนบ่อย ๆ เพื่อที่จะพัฒนาและทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายในการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ขึ้นอยู่กับวิธีการของการกระทำให้ได้มาของคำตอบ นักเรียนจะต้องหาโอกาส ฝึกฝนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วยซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. สร้างองค์ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์จากปัญหาต่าง ๆ
2. การแก้ปัญหานั้นได้บังเกิดขึ้นในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ
3. ประยุกต์และดัดแปลงยุทธวิธีอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา

4. ควบคุมและพิจารณาบนกระบวนการการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ดอสเซย์ และคณะ (Dossey; & et al. 2002: 72) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ กระบวนการโดยให้ตอบคำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อ สำหรับบุคคลหนึ่งอาจเป็นเรื่องปกติและการคำนวณที่คล่องแคล่วสำหรับอีกบุคคลหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้การสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ ๆ หรือที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และการได้มาซึ่งความรู้ใหม่ที่เป็นไปได้เกี่ยวกับสถานการณ์นั้นๆ กระบวนการนี้อาจจะยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการต้องการสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) กล่าวว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตสาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 122) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ต้องการอาศัยสติปัญญา ความรู้ ความเข้าใจ ความคิดแบบวิเคราะห์ ความพร้อมในการที่จะคิดแก้ปัญหาทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ ทั้งด้านเนื้อหาและวิธีการ เป็นทักษะที่สำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน โดยใช้ประสบการณ์เดิมทั้งทางตรงและทางอ้อม และการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ และกระบวนการแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการที่มีแบบแผนและขั้นตอน

สิริพร ทิพย์คง (2545: 112) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาจะต้องมีการวางแผนการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็นเสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และทดสอบการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป การแก้ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: 32) กล่าวว่าการแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการทางสมองอย่างหนึ่ง ที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์ต่างๆ ประมวลเข้ากับส่วนประกอบของสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในปัจจุบัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 32) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่ หรือคำถาม ที่ผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าหาวิธีการมาแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบโดยไม่มีระบุ วิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการ การใช้ความรู้ประสบการณ์และการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหาอย่างเหมาะสมหรือบรรลุมุ่งหมายเฉพาะอย่าง

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549: 44) ได้ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิมและทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปสังเคราะห์หรือประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการทั้งหมดไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

นภารัตน์ หวังสุขกลาง (2552: 34) ได้ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางการคิดที่ต้องอาศัยความรู้ ความคิด ประสบการณ์ วิธีการและขั้นตอนต่างๆ ในการพิจารณาโครงสร้างและสถานการณ์ของปัญหา เพื่อให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: 42) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่าง ๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหา ตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่าง ๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาให้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถใน 4 ด้านดังนี้

3.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถในการแปลความหมายของปัญหา พิจารณาว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระด้วยถ้อยคำของตนเอง

3.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่ทำมีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ และพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

3.3 ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจนและแสดงเหตุผลในการคิดแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

3.4 ความสามารถในการตรวจสอบผล หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือมีวิธีการแก้ปัญหาและมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่

3.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (1980: 5-40) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to find) เป็นปัญหาเชิงทฤษฎี หรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้

ปัญหาให้ค้นหา มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน

1.1 สิ่งที่ต้องการหา

1.2 สิ่งที่กำหนดให้

1.3 เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

สิ่งที่เป็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้ในบางปัญหาอาจไม่ได้ระบุอย่างชัดเจนในตัวปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขนี้ การแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน ดังกล่าวนี้ จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในปัญหาดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ปัญหาประเภทนี้ มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ” ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q”

ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

2.1 สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน (p)

2.2 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป (q)

การแยกส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์ ช่วยให้ปัญหามีความชัดเจนขึ้นสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผลอาจจะเป็นจริงหรือเท็จ

ครูลิค และ เรย์ (ชัยยุทธ บุญธรรม. 2549: 44; อ้างอิงจาก Krulik; & Reys. 1980: 24) ได้แบ่งปัญหาไว้ ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ

2. ปัญหาทางด้านพีชคณิต

3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้

4. ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ หรือ ให้ค้นหาส่วนที่หายไป

5. ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์

เรย์, ไซยดัมท์และลินซ์ควิกซ์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 2; อ้างอิงจาก Reys; Suydam; & Lindquist. 1992: 29) กล่าวว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ทันที

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหานั้นได้

แฮดฟิวซ์, เอ็ดเวิดร์และบิตเตอร์ (Hatfield, Edwards; & Bitter. 1993: 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือ ไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

บารูดี้ (Baroody. 1993: 260-261) แบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหาอาจเคยพบด้วยตนเองมาก่อน และการหาคำตอบที่จะมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจจะมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62-63) กล่าวถึงประเภทของปัญหาพอสรุปได้ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือหาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 126) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาไว้ดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณา จุดประสงค์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา ส่วนสำคัญของปัญหาให้ “ค้นหา” ประกอบด้วย

1.1.1 สิ่งที่ต้องการหา

1.1.2 สิ่งที่กำหนดให้

1.1.3 เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ ส่วนสำคัญของปัญหาให้ “พิสูจน์” อยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q” คือ

1.2.1 สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน (p)

1.2.2 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป (q)

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจาก ผู้แก้ปัญหา และโครงสร้างของปัญหา แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่คุ้นเคยหรือที่นำมาเป็นแบบฝึกหัด

2.2 ปัญหาที่ไม่เป็นธรรมดา คือ ปัญหาซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ประสบการณ์ ตลอดจนความสามารถมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้คำตอบ

เชี่ยวชาญ เทพกุศล (2545: 32-33) ได้สรุปประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 2 ลักษณะ คือ ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและปัญหาแปลกใหม่ที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่ง

ปัญหาลักษณะที่สองนี้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมักมีปัญหาจำต้องอาศัยยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเข้ามาช่วยแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม และคณะ (2547: 46-47) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ปัญหาที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจและความสามารถทางคณิตศาสตร์ และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจว่าควรเลือกสินค้าใดจึงจะเป็นผู้ฉลาดซื้อ ปัญหาลักษณะนี้เป็นการสร้างความตระหนักในการซื้อของใช้ เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ณัฐธยาน์ สงคราม (2547: 10) กล่าวว่า ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ โจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาประเภทสองคือ ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ รวมไปถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549: 47) ได้สรุปไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์อาจแบ่งเป็น ปัญหาที่เป็นสามารถแก้ปัญหาได้ทันที และปัญหาที่ยากต่อการแก้ปัญหา โดยผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้หลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อที่จะนำมาแก้ไขปัญหา

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 21) ได้สรุปประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ แบ่งโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา และพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งถ้าพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาจะสามารถแบ่งได้เป็น ปัญหาค้นพบ และปัญหาให้พิสูจน์ และถ้าพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาจะสามารถแบ่งได้เป็น ปัญหาธรรมดา และปัญหาไม่ธรรมดา

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: 44-45) สรุปไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ใช้ความรู้ความจำ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีในการแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่ธรรมดา คือ ปัญหาที่มีความซับซ้อน ผู้แก้จะต้องบูรณาการความรู้หลาย ๆ อย่างเข้าด้วยกันในการหาวิธีแก้ปัญหา วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ และคำตอบก็อาจจะมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์จะแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาในเชิงปฏิบัติที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ อาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการ หรือเหตุผล โดยแบ่งส่วนสำคัญออกเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาด้วยเหตุผลว่าของความใดเป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน และผลสรุป

2. ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พิจารณาจากคำตอบของปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ได้แก่

2.1 ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีคำตอบจำนวนมาก เป็นได้หลายคำตอบ กระบวนการแก้ปัญหาเป็นส่วนสำคัญมากกว่าคำตอบ

2.2 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ได้คำตอบเพียงคำตอบเดียวในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา

2.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นปัญหาที่มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหาโดยไม่ได้ค้นหาคำตอบ

3.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ออซูเบล (Ausubel. 1968: 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้นต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

สเตอร์นเบอร์ก (Sternberg. 1986: 41-78) ได้กล่าวถึงกระบวนการประมวลผลข้อมูลอย่างสมบูรณ์แบบ (Executive Information Processing) ซึ่งมีความสำคัญต่อการพัฒนาสติปัญญาในการวางแผน การตรวจสอบ และการประเมินการแก้ปัญหา ตลอดจนการปฏิบัติที่เรียกว่า Metacomponents วิธีการนี้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี โดยสเตอร์นเบอร์กเสนอแนะไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การนิยามธรรมชาติของปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ จากนั้นเป็นการตั้งเป้าหมาย และนิยามปัญหา เพื่อที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้

2. การเลือกองค์ประกอบ หรือขั้นตอนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการกำหนดขั้นตอนให้แต่ละขั้นตอนมีขนาดที่เหมาะสม ไม่กว้างเกินไป หรือไม่แคบเกินไป ขั้นแรกควรเป็นขั้นตอนที่ง่ายไว้ก่อน เพื่อเป็นการเริ่มต้นที่ดี ก่อนที่จะกำหนดขั้นตอนต่อไป ควรจะพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้ถี่ถ้วนก่อน

3. การเลือกยุทธวิธีในการจัดลำดับองค์ประกอบในการแก้ปัญหา ต้องแน่ใจว่า การเรียงลำดับขั้นตอนเป็นไปตามลักษณะธรรมชาติ หรือหลักเหตุผลที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ

4. การเลือกตัวแทนทางความคิดเกี่ยวกับข้อมูลของปัญหา ซึ่งต้องทราบรูปแบบความสามารถของตน ใช้ตัวแทนทางความคิดในรูปแบบต่างๆ จากความสามารถที่มีอยู่ ตลอดจนการใช้ตัวแทนจากภายนอกมาเพิ่มเติม

5. การกำหนดแหล่งข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ จะต้องมีการทุ่มเทเวลาให้กับการวางแผนอย่างรอบคอบ ใช้ความรู้ที่มีอยู่อย่างเต็มที่ในการวางแผน และการกำหนดแหล่งข้อมูลที่จะนำมาใช้ประโยชน์ มีความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนแปลงแผนและแหล่งข้อมูล เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพการณ์ในการแก้ปัญหา และแสวงหาแหล่งข้อมูลที่เป็นประโยชน์แหล่งใหม่ๆ อยู่เสมอ

6. การตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา ว่าเป็นวิธีการที่นำไปสู่เป้าหมายที่วางไว้หรือไม่

ครูลิค (ชัยยุทธ บุญธรรม. 2549: 59; อ้างอิงจาก Krulik. 1987: 45-46) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทั่วๆ ไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วยการบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหาการทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ไม่มีอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิ หรือตาราง

3. การเลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบ การทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า ...แล้ว (if …then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

บารูดี (Baroody. 1993: 2-8 – 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3

ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ใหม่ๆ

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Effective Factor) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1997: 30 - 32) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 81-82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะในการแก้ปัญหา ควรมีองค์ประกอบดังนี้

1. ความสามารถในการทำ ความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและฟัง การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำ ความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็น

สำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำ อยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เพราะนักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ทำให้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หาร นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา การอธิบายให้เหตุผล จะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ต้องมีความเข้าใจในกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ

4. แรงขับ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับเกิดจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนาน ในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและกลวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม

5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป

6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้อยากเห็น

7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สุวร การจนมยูร (2542: 3-4) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่างๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวกลบคูณและหาร ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดได้ด้วยตนเอง

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวกลบคูณและหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้นๆ รัดกุมและมีความชัดเจนตามโจทย์

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความและฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

เชี่ยวชาญ เทพกุศล (2545: 34) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประการ คือ องค์ประกอบเกี่ยวกับผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับความสามารถศึกษาปัญหาแล้วตีความปัญหา แปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุป ส่วนองค์ประกอบที่สองเป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมมีบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 27) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบในการแก้ปัญหาที่สำคัญที่จะต้องสร้างให้เกิดในตัวของผู้แก้ปัญหาประกอบด้วย สติปัญญาของผู้แก้ปัญหา ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา แรงขับภายในตัวผู้เรียนและความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งเป็นปัจจัยที่จำเป็นที่ทำให้แก้โจทย์ได้สำเร็จ

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 24) ได้สรุปองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าต้องมีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา มีพื้นฐานทางด้านทักษะการอ่าน การเขียน การคำนวณ การพิสูจน์ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดี อีกทั้งต้องมีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุปอีกด้วย

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: 47) ได้สรุปองค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มี 2 ประการ คือ

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับความสามารถในการศึกษาปัญหา แล้วตีความปัญหา แปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่ง จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุปในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม มีบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาข้างต้นสรุปว่าองค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

1. ความสามารถทางภาษาในการทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ

2. การคำนวณ การรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา การเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ต้องมีความเข้าใจในกระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ

3. การแก้ปัญหาโดยมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา มีการวางระบบ จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป

4. ผู้แก้ปัญหามีทัศนะคติที่ดี มีความสนใจ ความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา มีจิตนาการใฝ่รู้ใฝ่เรียน มีศรัทธา มีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

5. ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดกับรูปแบบเดิม มีความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ใหม่ๆ

3.4 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โพลยา (Polya. 1980: 16-17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไรปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะ อยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระปัญหาด้วยถ้วยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่ทำให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาและมีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

แคโรล กรีนส์และคณะ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530: 134-135; อ้างอิงจาก Carole Greens; & et al. 1972: Problem Solving in The Mathematics Laboratory) ได้กล่าวถึงวิธีการในการแก้ปัญหาว่าอาจจะใช้กลวิธีหลาย ๆ อย่าง จึงจะแก้ปัญหาได้ กลวิธีต่าง ๆ มีดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดาคำตอบไว้ล่วงหน้า ลองเดาดูเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่จะต้องอ้างถึงต่อไป

2. การทำเป็นอย่างง่าย ๆ มี 2 แบบ คือ

2.1 ทำโจทย์ให้เป็นกรณีที่ง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้แล้วลองหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปเป็นโจทย์เดิมที่ซับซ้อนขึ้น

2.2 แยกแยะโจทย์เดิม วิเคราะห์ปัญหาย่อย ๆ แล้วรวบรวมผลเข้าสู่ปัญหาเดิม

3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น การโยนลูกเต๋า การสร้างรูป การวัด การคำนวณ ฯลฯ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลพิจารณา

4. การสร้างภาพ ช่วยทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งทำให้มองเห็นแนวทางในการคิด ช่วยในการหาคำตอบได้

5. การทำตารางเก็บข้อมูลจากโจทย์ปัญหา การทำตารางจะช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกันหรือแตกต่างกัน เห็นรูปแบบได้ชัดเจน อันจะนำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้

6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่าง ๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลเห็นแนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

ครูลิค และรูดนิค (บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. 2551: 25; อ้างอิงจาก Krulik; & Rudnick. 1993: 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหา ตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และนึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน วิเคราะห์ปัญหา ซึ่งปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียน

จะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกรายละเอียดและมองเห็นวิธีการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนองได้

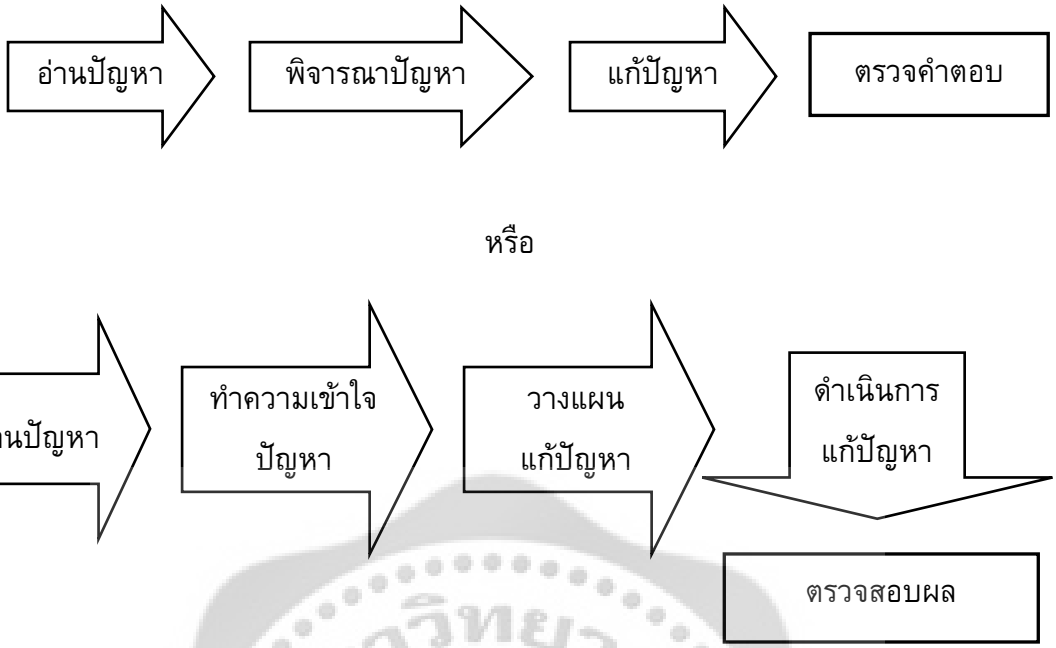
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่ง ปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาเหล่านี้นั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition) การทำย้อนกลับ (Working Backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง(Simulation or Experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction/Expansion) การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing /Exhaustive Listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction) และ การจำแนก แบ่งแยก

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง วิธีการทางคณิตศาสตร์ก็ประกอบไปด้วยพื้นฐานทักษะการคำนวณ เกี่ยวกับจำนวนเต็ม, ทศนิยมและเศษส่วน, สมบัติเมทริกซ์ และพีชคณิตเบื้องต้น ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่า ซึ่งผู้คำนวณคำนวณต้องใช้ให้เหมาะสม

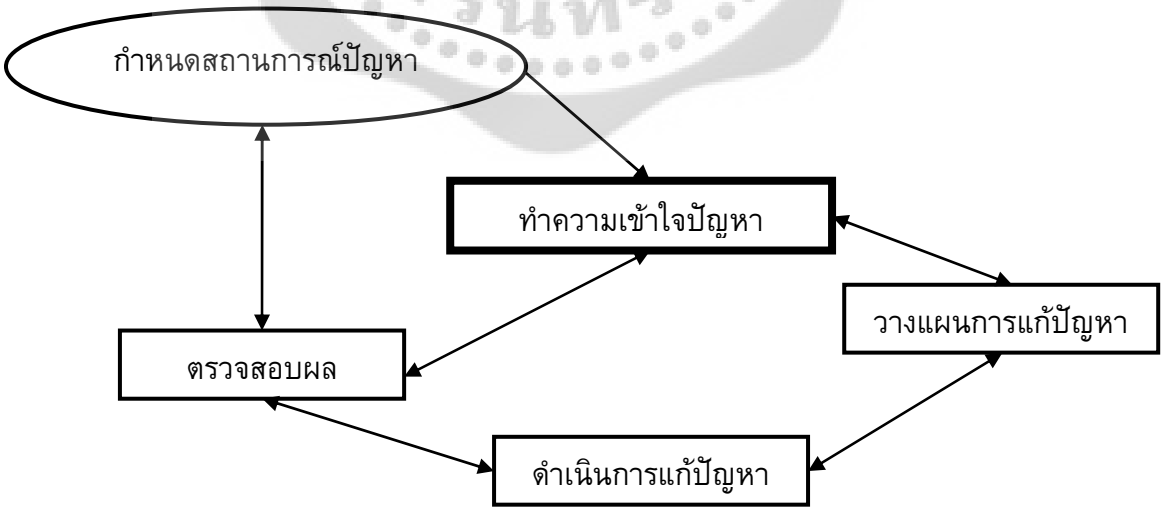
ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำ ตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดช และ ฮาดาเวย์ (Wilson; Femandez; & Hadaway. 1993: 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นเส้นตรง ดังนี้



ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นเส้นตรง (Wilson; Femandez; & Hadaway. 1993: 61)

รูปแบบดังกล่าวมีข้อบกพร่อง เช่น กระบวนการแก้ปัญหาต้องเป็นในลักษณะเส้นตรงเสมอ เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน เป็นต้น จึงได้มีการปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร (Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Wilson; Femandez; & Hadaway. 1993: 62)

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537: 43-45) ได้วิเคราะห์กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์
    1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
    1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา
    1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
    1.4 การระบุคำที่ยากต่อการเข้าใจ
2. การสร้างตัวแทนปัญหา
    2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนด
    2.2 การสร้างแผนภูมิ หรือแผนภาพ
    2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความในโจทย์
    2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
    2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่
3. การวางแผนในการแก้ปัญหา
    3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
    3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
    3.3 การเลือกขั้นตอนในการทำงาน
    3.4 การจัดลำดับขั้นตอน
    3.5 การระบุว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด
4. การลงมือแก้ปัญหา
    4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนดไว้
    4.2 การใช้ทักษะด้านพีชคณิต และเรขาคณิต
    4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ
    4.4 การใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ
5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา
    5.1 การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา
    5.2 การทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ
    5.3 การตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่
    5.4 การตรวจสอบความถูกต้องของค่าคำตอบ

5.5 การทบทวนคำตอบจากการประมาณค่า

กรมวิชาการ (2544ก: 191-195) กล่าวว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ และจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวน (Number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) กล่าวถึงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้น ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้

2. วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกตกระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกได้หรือไม่ และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

ทิศนา แขมมณี (2545: 124-125) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น

2. การวิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545: 114) กล่าวว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่ปัญหา เป็นการศึกษาถึงสภาพของปัญหาว่า เป็นอย่างไรปัญหาเกิดจากอะไรบ้าง เป็นการค้นพบปัญหาที่อาจจะเป็นไปได้

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นการศึกษา วิเคราะห์ วิพากษ์ ให้รู้ว่า ปัญหาที่แท้จริง คืออะไร และอะไรบ้างที่ไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริง

3. ขั้นระบุปัญหา เป็นการนำเอาปัญหาที่เป็นสาเหตุที่แท้จริง มาเป็นประเด็นสำคัญในการศึกษา รวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง

4. ขั้นกำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดเป้าหมาย เพื่อการแก้ปัญหานั้นว่าจะให้ผลสัมฤทธิ์ทางด้านใด เป็นปริมาณมากน้อยเพียงใด มีคุณค่าสูงต่ำเพียงใด

5. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นการเสนอแนวทาง วิธีการในการแก้ปัญหาให้ตรงกับสาเหตุ ที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ

6. ขั้นทดลองหรือทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำวิธีแก้ปัญหาในขั้นตั้งสมมติฐานไปใช้ในการแก้ปัญหา

7. ขั้นสรุป

8. ขั้นนำไปใช้

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: 50) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนของการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหาอย่างไร เป็นการนำความรู้หรือหลักการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยยึดกระบวนการการแก้ปัญหาด้วยกลวิธี STAR (Maccini ; & Gagnon. 2011: online)

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S) อ่านโจทย์ปัญหา แปลความหมายทางภาษา วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เขียนสัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความในโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) ต้องใช้ความรู้ความเข้าใจถึงเนื้อหาที่โจทย์ปัญหานั้นๆ เกี่ยวข้อง และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยสังเกตหารูปแบบ แผนภาพ ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) ดำเนินตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้ โดยใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ ระบุเหตุผลในการคำนวณ ใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา อธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R) ตรวจสอบคำตอบในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้องให้กลับไปขั้นตอนวางแผน อาจจะใช้วิธีที่ไม่ถูกต้อง หรือมีข้อผิดพลาดประการใด แล้วดำเนินการแก้ไขวางแผนใหม่อีกครั้ง ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบ

3.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในด้านยุทธวิธีของการแก้ปัญหาได้มีผู้ที่เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้หลายท่านด้วยกัน ได้แก่

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 64) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วิธีการแก้ปัญหามีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” ซึ่งจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขาพบ ตัวอย่างเช่น เด็กน้อยคนหนึ่งรู้สึกประหลาดใจเมื่อเขาคิดว่า จะต้องใช้เวลานานเท่าไรในการนับเลขจากหนึ่งถึงล้าน

การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูนโดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้นสามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐานและจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสนใจที่จะหาสูตรทำพั้นซ์ (punch) ซึ่งมีส่วนผสมระหว่างน้ำกับน้ำผลไม้ เพื่อให้มีรสผลไม้มากขึ้น ซึ่งนักเรียนพยายามคิดวิธีที่แตกต่างกัน ถึงตอนนี้ครูช่วยให้นักเรียนเกิดการใช้ทักษะสัมพันธ์ร่วมกัน การกระทำดังนี้เป็นความสำคัญอันดับแรกที่จะนำไปสู่ความคิดรวบยอดที่สูงขึ้นไป

นักเรียนต้องการที่จะพัฒนากรอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพสังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบ ยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการชี้แนะอย่างยิ่ง เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาควรต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียน ที่จะตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หาวิธีการ สถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วยส่งเสริม ให้นักเรียนได้สำรวจ ลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลว และความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครู ควรใช้คำถามนำเรื่อยไป ดังนั้นภายในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่างๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้

เคนเนดี้ และคณะ (Kennedy; L.M.; & et.al. 1994: 139-156) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา 10 กลวิธี ได้แก่

1. กลวิธีค้นหาแบบรูป (Looking for Patterns) เป็นกลวิธีที่ใช้อย่างกว้างขวางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่างๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวนส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรม และใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. กลวิธีใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้โจทย์ปัญหาที่ปกติและไม่ปกติ นักเรียนควรจะได้รับการสนับสนุนให้ใช้กลวิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็ก ในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้ได้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองดีกว่าการวาดภาพสำหรับโจทย์ปัญหาบางปัญหาเนื่องจากผู้เรียนสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. กลวิธีใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use Drawing or Diagram) จะเป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็กโดยให้เด็กได้เรียนรู้จากภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหาในขณะที่เขามีความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพ มักจะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่างๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้โจทย์ปัญหา

4. กลวิธีปฏิบัติเพื่อออกจากปัญหา (Act it out) กลวิธีนี้มักถูกใช้โจทย์ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต กลวิธีนี้เหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับเด็กบางคนที่มีความบกพร่องทางการเรียน และยังเป็นผลดีกับเด็กที่มีความพร้อมต่ำ

5. กลวิธีสร้างตารางและ/หรือกราฟ (Construct a Table and/or Graph) กลวิธีนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลง สามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. กลวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) กลวิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาอย่างยุ่งเหยิง จนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรตรวจสอบปัญหาว่าถูกต้องหรือเป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. กลวิธีชี้แจงรายการที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for Possibilities) กลวิธีนี้เด็กมักจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบเสมอ หรืออาจจะนำมาเขียนเป็นรายการหรือตาราง เพื่อให้ง่ายต่อการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น

8. กลวิธีทำปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแยกโจทย์ปัญหาเป็นส่วนๆ (Simplify or Break into Parts) ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ยากหรือโจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมากๆ ทำให้โจทย์นั้นมีความซับซ้อนน้อยลง และดูง่ายขึ้น

9. กลวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) กลวิธีนี้มีความพิเศษที่สุดเพราะเป็นกลวิธีที่เหมาะสมมากสำหรับการเรียนของผู้เรียน จะช่วยให้เด็กพัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

10. กลวิธีเปลี่ยนแปลงจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change Your Point of View) กลวิธีนี้อาจเรียก "Breaking Out" เป็นกลวิธีที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาทำให้เป็นส่วนเล็กๆ เพื่อประโยชน์สำหรับคิดแก้โจทย์

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2542: 36-38) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนด อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไร ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างๆ ข้อมีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อเป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาเดิมมาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคลาย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม 1 + 2 + ... +100 หนุ่มน้อย Frederick Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ : 1+100 = 2 + 99 = … 101 ความเข้าใจหยั่งรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย, 50 X 101 = 5,050

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่ายๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่ายๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งปัญหาย่อยๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นตอนของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างโดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์หรือในโลกแห่งความจริงนั้นถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect prove) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ Contrapositive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลายๆ วิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูปและระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 191-195) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ / กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ท้าท้ายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนการควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนหาคำตอบได้ หลังจากนั้นให้ปัญหาต่อๆ ไป ผู้สอนจึงค่อยๆ ลดประเด็นคำถามลงไปจน

สุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้นำก็ได้

ในการจัดให้ผู้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนนั้น เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว การพัฒนาให้มีทักษะ ผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในขั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

ตัวอย่างการแก้ปัญหา

กำหนดสถานการณ์ปัญหา “ไก่กับกระต่าย” ดังนี้

พ่อของนิตยาเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้จำนวนหนึ่ง ปกติพ่อจะแยกเลี้ยงไก่ไว้ในเล้าและเลี้ยงกระต่ายไว้ในกรง วันหนึ่งพ่อปล่อยให้ไก่กับกระต่ายออกมาวิ่งเล่นในทุ่งหญ้าหลังบ้าน นิตยาออกมาเดินเล่นเห็นเข้าจึงไปถามพ่อ

นิตยา : คุณพ่อเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้อย่างละกี่ตัว

พ่อ : ถ้าลูกอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ พ่อรู้ว่านับไก่กับกระต่ายรวมกันได้ 30 ตัว ถ้านับขาไก่กับกระต่ายรวมกัน จะได้ 86 ขา

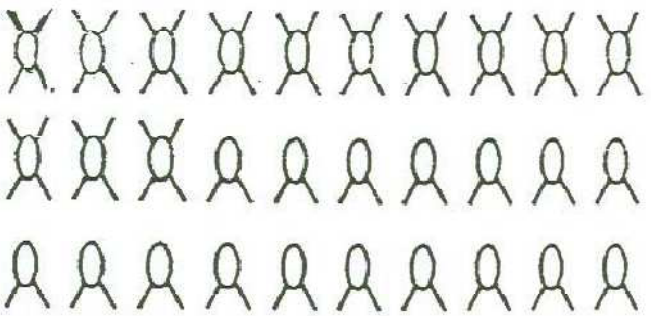
นิตยา : ไม่ยากเลยค่ะคุณพ่อ หนูหาคำตอบได้

ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบด้วยแนวคิดของตัวเอง หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมกลุ่มผู้เรียนช่วยกันคิดหาคำตอบก็ได้ ซึ่งปัญหานี้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีต่างกัน เช่น

วิธีที่ 1 : ใช้แผนภาพ

1) เริ่มต้นด้วยการวาดภาพ 30 ภาพ แทนตัวของสัตว์ทั้งหมด

2) สมมติว่าสัตว์ทุกตัวเป็นไก่โดยเขียนขาของทุกตัวเป็น 2 ขา แล้ววาดขาเพิ่มไปที่รูปแทนกระต่ายจนจำนวนขาครบตามที่กำหนด



แทนกระต่าย 1 ตัว

แทนไก่ 1 ตัว

คำตอบคือ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

วิธีที่ 2 : ใช้ตารางช่วยในการวิเคราะห์

1) กำหนดจำนวนไก่ และกระต่ายรวมกันเป็น 30 ตัว

2) ค่อยๆ ลดหรือเพิ่มจำนวนตัวให้สอดคล้องกับจำนวนขาตามที่กำหนด

ตาราง 3 แสดงตารางช่วยในการวิเคราะห์

	จำนวน กระต่าย (ตัว)	จำนวนขาของ กระต่าย	จำนวนไก่ (ตัว)	จำนวนขา ของไก่	จำนวนขา ทั้งหมด
ข้ามขั้น	1	4	29	58	62
ข้ามขั้น	5	20	25	50	70
	10	40	20	40	80
	11	44	19	38	82
	12	48	18	36	84
	(13)	52	(17)	34	(86)

จำนวนขาเท่ากับที่โจทย์กำหนด

คำตอบคือ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

จะสังเกตเห็นว่าตามวิธีที่ 2 ผู้เรียนเริ่มด้วยการจับคู่กระต่าย 1 ตัว และไก่ 29 ตัวก่อน แล้วหาจำนวนขาของสัตว์ทั้งหมด สังเกตผลลัพธ์ ใช้ทักษะการคาดเดา และการวิเคราะห์คำตอบโดยข้ามขั้นตอนบางขั้นตอน จนกระทั่งได้คำตอบตามต้องการ

วิธีที่ 3 : ใช้สมการ

สมมติให้มีไก่อยู่ X ตัว

จะมีกระต่าย 30 – X ตัว

จะได้จำนวนขาของไก่ 2x ขา

และจำนวนขาของ 4(30 – x) ขา

ปัญหาได้กำหนดจำนวนขาของไก่และกระต่ายรวมกัน 86 ขา

เขียนสมการและแก้สมการดังนี้

$2x + 4(30 – x) = 86$

$2x + 120 – 4x = 86$

$$-2x = 86-120$$

$$x = -34/ -2$$

$$x = 17$$

คำตอบคือ มีไก่ 17 ตัว และกระต่าย 13 ตัว

จากสถานการณ์ปัญหา “ไก่กับกระต่าย” ที่ให้เป็นตัวอย่างข้างต้นนี้ ผู้เรียนแสดงแนวคิดที่แตกต่างจากนี้ได้อีก ผู้สอนจะต้องใช้ดุลพินิจพิจารณาวิธีการต่างๆ ที่ผู้เรียนได้แสดงแนวคิด โดยกล่าวชมเชยส่งเสริมแนวคิดนั้น ชี้ข้อบกพร่อง ตลอดจนอธิบายและให้ความรู้เพิ่มเติม

ขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งที่ผู้สอนจะต้องเน้นอยู่เสมอคือ ขั้นตอน การตรวจสอบคำตอบที่ต้องคำนวณจำนวนขาของไก่และขาของกระต่ายจากจำนวนตัวที่ผู้เรียนหาได้ว่าสอดคล้องกับที่โจทย์หรือปัญหากำหนดให้หรือไม่ ดังนี้

ไก่ 17 ตัว มี 34 ขา, กระต่าย 13 ตัว, มี 52 ขา

รวมจำนวนตัวได้ 30 ตัว และจำนวนขารวมกันได้ 86 ขา ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดของปัญหา

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549: 63) ได้กล่าวว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องให้ผู้เรียน รู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหา อีกอย่างก็คือการสอนของครู จะต้องมีการกระตุ้นผู้เรียนให้รู้จักคิดอยู่เสมอ เพื่อให้วิธีการที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียนได้

จากการศึกษาข้างต้น สรุปว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถทำได้ดังต่อไปนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร และโจทย์ได้กำหนดสิ่งใดบ้างพร้อมทั้งค้นหาแบบรูปที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

2. ใช้อุปกรณ์ที่เหมือนจริงหรือแบบจำลองสำหรับโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งพิจารณาดูว่าเคยพบเห็นปัญหานั้นหรือไม่ ตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันแต่มีตัวแปรน้อยลงกว่าแล้วลองแก้ปัญหา ว่าสามารถแก้ได้หรือไม่

3. ใช้ภาพหรือแผนภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งเป็นการแบ่งปัญหาย่อยๆ แก้ได้ง่ายขึ้น หรืออาจจะทำเป็นสถานการณ์จำลองทางคณิตศาสตร์สร้างเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

3.6 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับปัญหาคณิตศาสตร์

วิธีแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นได้อย่างไรนั้น มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านให้ทัศนะไว้พอสรุปได้ ดังนี้

บาร์เน็ต (ชัยยุทธ บุญธรรม. 2549: 63; อ้างอิงจาก Barnett. 1975: 7) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถพัฒนาได้โดยการเรียนการเรียนเกี่ยวกับภาษา (Linguistic) การคิดคำนวณ (Computation) การดำเนินการ (Operation) และกระบวนการปฏิบัติ (Procedural) โดยตรง

กาเย่ (Gagne.1985: 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถใน การตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

พรรณี ช. เจนจิต (2528: 218-219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการเรียนแบบแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม “S – R” ในการเรียนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นการฝึกให้คนแก้ปัญหาจะต้องมีการฝึกหักให้ทำซ้ำๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่าง รู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก้ปัญหานั้น จะต้องใช้ทักษะใดบ้างและเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้นๆ ในการเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการเรียนให้เด็กรู้จักแก้ปัญหา ต้องมีการฝึกทำแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้และถ่ายโยง การเรียนรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ ได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม “Cognitive – field” ในการเรียนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า “Active” หรือ “Interactive” ดังนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็น

ผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำถามหรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ โดยครูแนะแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้ คำถามประเภท 20 คำถาม โดยครูจะตอบเพียง ใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เด็กมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลองและเกิดความมั่นใจ ในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ต่อๆ ไป

เชี่ยวชาญ เทพกุศล (2545: 47) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการคิด ซึ่งขึ้นอยู่กับสติปัญญา ความพร้อม ประสบการณ์ การจัดระเบียบข้อมูลและวางแผน จะช่วยพัฒนาให้เด็กมีประสบการณ์เพื่อนำหลักการไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้ความสามารถดังต่อไปนี้

1. เข้าใจทางด้านภาษานั่นคือการทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาพร้อมทั้งแปลความหมายของโจทย์ได้

2. มีความสามารถการคิดคำนวณ สามารถนำกฎ สูตรหรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

3. การดำเนินการ วางแผน ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา แรงจูงใจที่จะกระตุ้นเร้าความสนใจในการแก้ปัญหาไม่ว่าปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ซับซ้อนหรือไม่ก็ตาม

3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ยูเล็ป (Ulep. 1990: 105-A) ได้ศึกษากลยุทธ์ 2 วิธี ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยที่จุดประสงค์ของการศึกษาคือ ชี้และเปรียบเทียบกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา 2 วิธีของครูคณิตศาสตร์ 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นครูที่มีลักษณะเป็น non - Formal Probability กลุ่มที่ 2 เป็นครูที่มีลักษณะ Formal probability โดยสร้างปัญหาขึ้นมา 12 ปัญหา ให้ทั้ง 2 กลุ่ม โดยที่ทุกปัญหาเคยมีการค้นคว้ามาแล้ว แต่ในการทดลองครั้งนี้จะให้มีการถามและให้ตอบดังๆ การประชุมร่วมกันของแต่ละกลุ่มจะถูกอัดเสียงและวิดีโอ

จากการทดลองพบว่า มีการใช้กลยุทธ์ง่ายๆ เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการตัดสินใจเกี่ยวกับสถานการณ์ จะรู้ด้วยสัญชาติญาณเป็นไปโดยอัตโนมัติ

เคลลี่ (Kelley. 1993: 1713-A) ได้ศึกษายุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิตโดยที่นักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์มักจะมีคณิตศาสตร์ การเรียนรู้สามารถทำให้ความผิดพลาดทางระบบส่วนบุคคลถูกเปิดเผยออกมา

การศึกษาเหล่านี้จะทำให้รู้ข้อผิดพลาดของการทำการบ้านและสามารถบอกข้อผิดพลาดได้ อย่างไรก็ดีการเข้าใจและศึกษาข้อผิดพลาดเหล่านี้จำเป็นต้องค้นหาว่านักเรียนเข้าใจอะไรบ้างเกี่ยวกับการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง แต่ละหัวข้อและพวกเขากำลังคิดอะไรเกี่ยวกับความผิดพลาดที่พวกเขาทำออกมา จุดประสงค์ของการศึกษาก็คือ การเปิดเผยว่า นักเรียนค้นหาอะไรในความยากเกี่ยวกับลำดับของพีชคณิตเพื่อที่จะทำให้ความเข้าใจผิดพลาดของพวกเขาในบทเรียนกระจ่างขึ้น

การศึกษาครั้งนี้สามารถตรวจสอบคุณลักษณะในการแก้ปัญหาพีชคณิตของนักเรียน 9 คน ในชั้นเรียนที่ 2 โดยที่นักเรียนแต่ละคนจะถูกสังเกตในช่วงที่เรียนหัวข้อพีชคณิต เพื่อทำให้ทราบข้อผิดพลาดพื้นฐานที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหามากกว่าความยากของเรื่องในหัวข้อนั้น ลักษณะของการเรียน คือ การประชุมแก้ไขปัญหาซึ่งประกอบไปด้วยการช่วยเหลือนักเรียน การทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย ทบทวนบทเรียน ทบทวนบททดสอบ การซักถามและการตอบคำถามของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ผลจากการสังเกตการแก้ปัญหาพีชคณิตของนักเรียนครั้งนี้พบว่ามีข้อจำกัดหรืออุปสรรคนักเรียนส่วนใหญ่ที่มีส่วนในการศึกษาครั้งนี้มีทักษะในการแก้ปัญหาอย่างเพียงพอแต่ทักษะเหล่านี้ถูกปิดเอาไว้โดยทักษะพื้นฐานมีไม่เพียงพอของนักเรียน ความจริงความผิดพลาดจำนวนหนึ่งเป็นผลมาจากความพยายามที่จะทำให้ขบวนการแก้ปัญหาต่อเนื่อง ข้อบกพร่องของหัวข้อหลักซึ่งเสียหายมากที่สุดในการแก้ปัญหาก็คือ จำนวนสัญลักษณ์เศษส่วนและคุณสมบัติพิเศษของ “0”

ไมเคิลส์ (Michaels. 2000: 5677-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่น และแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล (พิจารณาจากความสามารถ ความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชายชอบแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างระหว่างในด้านความเชื่อมั่นทางคณิตศาสตร์

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

งานวิจัยในประเทศ

เชี่ยวชาญ เทพกุศล (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนแบบSTAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วน โรงเรียนอัสสัมชัญธนบุรี กรุงเทพฯ จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 50 คน พบว่า ชุดการเรียนแบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วนมีประสิทธิภาพ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนแบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนแบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูงกว่าเห็นด้วยขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 41 คน พบว่าชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละมีประสิทธิภาพ 86.03/76.54 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 70/70 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองสูงกว่าหลังทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ โดยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการแก้ปัญหาและการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐธยาน์ สงคราม (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ห้องเรียน เป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริงหลังจากการใช้กิจกรรมสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากใช้การเรียนแบบร่วมมือ สูงกว่าก่อนใช้แบบการเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วลีพร เดชเดชา (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า ความสามารในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัยยุทธ บุญธรรม. (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมี ค่า 89.44/91.37

มาเลียม พินิจรอบ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการสอนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุคนธ์ธา ธรรมพุทโธ (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการที่เน้นกระบวนการกลุ่มกับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการที่เน้นกระบวนการกลุ่ม มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นภารัตน์ หวังสุขกลาง (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น โดยให้มีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 มีคะแนนด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 และนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร้อยละ 60 ขึ้นไป กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 57.14 มีคะแนนด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตสาสตร์ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 และนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 60.78 ซึ่งไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

วาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นได้ว่าทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นพร้อมทั้งมีการสร้างเสริมให้ผู้เรียนสามารถใช้ในการตัดสินใจ แก้ปัญหาและวางลำดับกระบวนการเป็นขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ มีความคิดรวบยอด คิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่างๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้การแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ตรวจสอบขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาด้วยการตรวจคำตอบ การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา การแปลสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

4.1 ความหมายการคิดวิเคราะห์

ความสามารถในการคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถทางสมองที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ศึกษาและให้นิยามไว้ ดังนี้

บลูม (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539: 41-44; อ้างอิงจาก Bloom. 1956: 29-33) ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ว่า เป็นความสามารถในการแยกแยะเพื่อหาส่วนย่อยของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อหาต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญอย่างไร อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลและที่เป็นอย่างนั้นอาศัยหลักการอะไร

ดิวอี้ (ชำนาญ เอี่ยมสำอาง. 2539 : 51 ; อ้างอิงจาก Dewey.1933 : 30) ได้ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ หมายถึง การคิดอย่างใคร่ครวญไตร่ตรอง โดยอธิบายขอบเขตของการคิดวิเคราะห์ ว่าเป็นการคิดที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ที่มีความยุ่งยากและสิ้นสุดลงด้วยสถานการณ์ที่มีความชัดเจน

กู๊ด (Good. 1973 : 680) ได้ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ เป็นการคิดอย่างรอบคอบตามหลักของการประเมินและมีหลักฐานอ้างอิง เพื่อหาข้อสรุปที่น่าจะเป็นไปได้ ตลอดจนพิจารณาองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องทั้งหมดและใช้กระบวนการตรรกวิทยาได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

ฮานนาฮ์ และ ไมเคิลลิส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 55-56 ; อ้างอิงจาก Hannah ; & Michaelis. 1977: 34-36) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยของสิ่งต่างๆ เพื่อดูความสำคัญ ความสัมพันธ์ และหลักการของความเป็นไป

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 18-23) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวใดๆ ออกเป็นส่วนย่อยๆ ว่าสิ่งเหล่านั้นประกอบกันอยู่เช่นไรแต่ละอันคืออะไร มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร อันใดสำคัญมากน้อย

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 9) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการจำแนก แยกแยะองค์ประกอบต่างๆของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวหรือเหตุการณ์ และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้นเพื่อค้นหาสภาพความเป็นจริง หรือสิ่งสำคัญของสิ่งที่กำหนดให้

นิพล อินนอก (2549: 47) ได้กล่าวถึงความหมายการคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อย ๆ ของเหตุการณ์เรื่องราวหรือเนื้อหาเรื่องต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไรมีจุดมุ่งหมายหรือความประสงค์สิ่งใด และส่วนย่อยต่าง ๆ ที่สำคัญนั้นแต่ละเหตุการณ์เกี่ยวพันกันอย่างไรบ้างและเกี่ยวพันกันโดยอาศัยหลักใด

ดลยา แตงสมบูรณ์ (2550: 27) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ สรุปได้ว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการจำแนกแยกแยะองค์ประกอบของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุสิ่งของ เรื่องราว เหตุการณ์ หรือเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญ ความสัมพันธ์ และหลักการอย่างไร เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เพียงพอในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า คิดวิเคราะห์ หมายถึง เป็นความสามารในการคิดอย่างใคร่ครวญรอบครอบ จำแนกแยกแยะองค์ประกอบต่างๆ เพื่อดูความสำคัญ ความสัมพันธ์ หาข้อสรุปที่น่าจะเป็นไปได้ ใช้กระบวนการตรรกวิทยาอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ได้ข้อมูลใช้ในการตัดสินใจหรือแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง

4.2 ลักษณะของการคิดวิเคราะห์

บลูม (Bloom .1976 :148-150) ได้แบ่งลักษณะของการคิดวิเคราะห์เป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. การคิดวิเคราะห์เนื้อหา ข้อมูลต่างๆที่ได้มานั้นสามารถแยกเป็นส่วนย่อยได้ ข้อความบางข้อความเป็นความจริง บางข้อความเป็นค่านิยม และบางข้อความเป็นความคิดของผู้เขียน ซึ่งการคิดวิเคราะห์เนื้อหาประกอบด้วย

1.1 ความสามารถในการค้นหาประเด็นต่างๆในข้อมูล

1.2 การแยกแยะความจริงออกจากสมมุติฐาน

1.3 ความสามารถในการแยกข้อเท็จจริงออกจากข้อมูลอื่นๆ

1.4 ความสามารถในการบอกถึงสิ่งจูงใจ และการพิจารณาพฤติกรรมของบุคคลและของกลุ่ม

1.5 ความสามารถในการแยกแยะข้อสรุปจากข้อความปลีกย่อย

2. การคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ผู้อ่านจะต้องมีทักษะในการตัดสินความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหลักได้ทั้งความสัมพันธ์ของสมมุติฐาน และความสัมพันธ์ระหว่างข้อสรุป ยังรวมถึงความสัมพันธ์ในชนิดของหลักฐานที่นำมาแสดงด้วย ในการคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ สามารถแยกได้ดังนี้

2.1 ความเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิด ในบทความและข้อความต่างๆ

2.2 ความสามารถในการระลึกได้ว่ามีสิ่งใดเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจนั้น

2.3 ความสามารถในการแยกความจริง หรือสมมุติฐานที่เป็นใจความสำคัญหรือข้อโต้แย้งที่นำมาสนับสนุนข้อสมมุติฐานนั้น

2.4 ความสามารถในการตรวจสอบสมมุติฐานที่ได้มา

2.5 ความสามารถในการแบ่งแยกความสัมพันธ์ของสาเหตุและผลจากความสัมพันธ์อื่นๆ

2.6 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ขัดแย้ง แบ่งแยกสิ่งที่ตรงและไม่ตรงกับข้อมูลได้

2.7 ความสามารถในการสืบหาความจริงของข้อมูล

2.8 ความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์และแยกรายละเอียดที่สำคัญและไม่สำคัญได้

3. การคิดวิเคราะห์หลักการเป็นการวิเคราะห์โครงสร้างและหลักการ ในการคิดวิเคราะห์หลักการนี้จะต้องวิเคราะห์แนวคิด จุดประสงค์ และมโนทัศน์ ซึ่งการคิดวิเคราะห์หลักการสามารถแยกได้ดังนี้

3.1 ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อความและความหมายขององค์ประกอบต่างๆ

3.2 ความสามารถวิเคราะห์รูปแบบในการเขียน

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์จุดประสงค์ของผู้เขียน ความเห็นของผู้เขียน หรือลักษณะของการคิด ความรู้สึกที่มีในงาน

3.4 ความสามารถในการวิเคราะห์ทัศนคติของผู้เขียนด้านต่าง ๆ

3.5 ความสามารถในการวิเคราะห์เทคนิคโฆษณาชวนเชื่อ

3.6 ความสามารถในการรู้แง่คิด และทัศนคติของผู้เขียน

วัตสันและเกลเซอร์ (มาลินี ศิริจารี. 2545: 40; อ้างอิงจาก Watson; & Glaser. 1964: 10) ได้กล่าวถึงการคิดวิเคราะห์ว่าประกอบด้วยทัศนคติ ความรู้ และทักษะในเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ทัศนคติในการสืบเสาะ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการเห็นปัญหา และความต้องการที่จะสืบเสาะค้นหาข้อมูล หลักฐานมาพิสูจน์เพื่อหาข้อเท็จจริง

2. ความรู้ในการหาแหล่งข้อมูลอ้างอิง และการใช้ข้อมูลอ้างอิงอย่างมีเหตุผล

3. ทักษะในการใช้ความรู้และทัศนคติดังที่กล่าวมาข้างต้น

จากผลการวิจัยต่าง ๆ วัตสันและเกลเซอร์ สรุปว่า การคิดวิเคราะห์ประกอบไปด้วยความสามารถย่อย ๆ 5 ประการ คือ ความสามารถในการอ้างอิง การตั้งสมมติฐาน การนิรนัย การแปลความ การประเมินข้อโต้แย้งต่าง ๆ

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 23 – 24) กล่าวว่า ลักษณะการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วยลักษณะ 3 ลักษณะ คือ

1. การวิเคราะห์องค์ประกอบ เป็นความสามารถในการหาส่วนประกอบที่สำคัญของสิ่งของ หรือ เรื่องราวต่างๆ

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญต่างๆ โดยระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิด ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผลหรือความแตกต่างระหว่างข้อโต้แย้งที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักความสัมพันธ์ส่วนสำคัญในเรื่องนั้นๆว่าสัมพันธ์กันอยู่โดยอาศัยหลักการใด

ดลยา แตงสมบูรณ์ (2550: 30) ได้กล่าวว่าลักษณะการคิดวิเคราะห์ สรุปได้ว่า ลักษณะการคิดวิเคราะห์ ประกอบด้วยลักษณะ 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ความสำคัญของเนื้อหา เป็นความสามารถในการจำแนก สรุปความรู้ บอกความแตกต่างระหว่างข้อเท็จจริงและข้อคิดเห็น หาส่วนประกอบที่สำคัญ บอกความเหมือนความแตกต่าง สาเหตุและสาระสำคัญของเรื่องราวเนื้อหาต่างๆ

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความคิดเหตุผลต่างๆ ระหว่างองค์ประกอบ ความสามารถในการเปรียบเทียบข้อมูล ความสอดคล้อง ความขัดแย้ง ความเป็นเหตุเป็นผลของข้อมูลและเรื่องราว

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถในการหาหลักการของความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบข้อมูล และกำหนดเกณฑ์ระบุวัตถุประสงค์ ประเด็นสำคัญ ทัศนคติ โดยคำนึงถึงเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องโดยตรงว่ามีโครงสร้างของเรื่องราวและข้อมูลโดยอาศัยความสัมพันธ์ของหลักการใด และสามารถนำข้อมูลมาคาดเดาสิ่งที่จะเกิดในอนาคตได้

จากการศึกษาข้างต้นสรุปว่า ลักษณะของการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วยลักษณะ 3 ลักษณะ คือ

1. การคิดวิเคราะห์เนื้อหา เป็นความสามารถในการแยกแยะข้อเท็จจริงออกจากสมมติฐาน ค้นหาประเด็นๆ ต่างจากข้อมูล สามารถแยกเป็นส่วนย่อยได้ แยกแยะข้อความใดเป็นข้อความที่เป็นจริง ข้อเห็นคิด ค่านิยม บอกถึงสิ่งจูงใจและพฤติกรรมของบุคคลหรือกลุ่ม

2. การคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิด เจาะประเด็นได้ว่ามีสิ่งใดเชื่อมโยงกัน ตรวจสอบข้อสมมติฐาน ค้นหาข้อเท็จจริง ความสัมพันธ์ในเชิงเหตุผล แยกรายละเอียดสำคัญและไม่สำคัญได้

3. การคิดวิเคราะห์โครงสร้างและหลักการ วิเคราะห์แนวคิด จุดประสงค์และมโนทัศน์ สามารถวิเคราะห์ในรูปแบบการเขียน ความสามารถในการรู้แง่คิดและวิเคราะห์ทัศนคติของผู้เขียนในด้านต่างๆ ความคิดเห็นของผู้เขียนหรือลักษณะของการคิด ความรู้สึก

4.3 องค์ประกอบการคิดวิเคราะห์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 26–30) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วย

1. การสังเกต เป็นการรับรู้สิ่งหรือปรากฏการณ์ต่างๆ และสามารถบอกได้ถึงคุณสมบัติองค์ประกอบ ความละเอียด ความแตกต่างและจุดที่น่าสนใจของสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

2. การตีความ หมายถึง การพยายามทำความเข้าใจและให้เหตุผลแก่สิ่งที่เราต้องการวิเคราะห์ เพื่อแปลความสิ่งที่ไม่ได้บอกโดยตรง เพื่อหาความหมายที่แท้จริง และสร้างความรู้ใหม่

3. การทำความเข้าใจโดยอาศัยความรู้เดิม เป็นสิ่งที่กำหนดขอบเขตของการวิเคราะห์ แจกแจง และจำแนกองค์ประกอบย่อย หมวดหมู่ และจัดลำดับความสำคัญ เพื่อหาผลของสิ่งที่จะวิเคราะห์

4. การเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงเหตุผล เป็นการพิจารณาเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างรายละเอียด เพื่อหามิติหรือแง่มุม หรือบอกความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งทั้งสองในแต่ละมิติ

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 14) การคิดวิเคราะห์ ประกอบด้วยทักษะ ดังต่อไปนี้

1. ความรู้ความเข้าใจโดยใช้ความรู้เดิม เป็นพื้นฐานในเรื่องที่จะวิเคราะห์ เพราะจะกำหนดขอบเขตการวิเคราะห์ การจำแนกแจกแจงองค์ประกอบ จัดหมวดหมู่ลำดับความสำคัญหรือหาสาเหตุเรื่องรวมเหตุการณ์ให้ชัดเจน

2. ความสามารถในการตีความ เป็นการรับรู้ข้อมูลทางประสาทสัมผัส สมองจะตีความข้อมูลโดยวิเคราะห์เทียบเคียงกับความทรงจำ หรือความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น

3. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล เป็นการค้นหาคำตอบหรือความน่าจะเป็น ว่ามีความเป็นมาอย่างไร เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น จะส่งผลกระทบอย่างไร ซึ่งสมองจะพยายามคิดเพื่อหาข้อสรุปความรู้ความเข้าใจอย่างสมเหตุสมผล

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2548 : 52) กล่าวว่าองค์ประกอบในการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วย

1. การตีความ ความเข้าใจ และให้เหตุผลแก่สิ่งที่ต้องการวิเคราะห์เพื่อแปลความของสิ่งนั้นขึ้นกับความรู้ ประสบการณ์และค่านิยม

2. การมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะวิเคราะห์

3. การช่างสังเกต สงสัย ช่างถาม ขอบเขตการถามที่เกี่ยวกับกับการคิดเชิงวิเคราะห์จะยึดหลัก 5W 1H คือ ใคร (Who) ทำอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When) ทำไม (Why) อย่างไร (How)

4. การหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล(คำถาม) ค้นหาคำตอบได้ว่า อะไรเป็นสาเหตุให้เรื่องนั้นเชื่อมกับสิ่งนี้ได้อย่างไร เรื่องนี้ใครเกี่ยวข้อง เมื่อเกิดเรื่องนี้ส่งผลกระทบอย่างไรมีองค์ประกอบใดบ้างนำไปสู่สิ่งนั้น มีวิธีการ ขั้นตอนการทำให้เกิดสิ่งนี้ได้อย่างไร มีแนวทางแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง ถ้าทำเช่นนี้จะเกิดอะไรขึ้นในอนาคต ลำดับเหตุการณ์ดูสิว่าเกิดเรื่องนี้ได้อย่างไร

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่าองค์ประกอบการคิดวิเคราะห์ มีดังนี้

1. การสังเกต การถาม รับรู้สิ่งต่างๆ สามารถบอกได้ถึงรายละเอียด ความแตกต่าง จำแนกองค์ปะกอบ จัดหมวดหมู่ลำดับความสำคัญรวบรวมเหตุการณ์ให้ชัดเจน

2. การตีความ รับรู้ข้อมูลทางประสาทสัมผัส พยายามทำความเข้าใจวิเคราะห์เทียบเคียงกับความรู้เดิม ให้เหตุผลแก่สิ่งที่ต้องการวิเคราะห์

3. การหาความสัมพันธ์เชื่อมโยง ค้นหาคำตอบหรือความน่าจะเป็น ว่าอะไรเป็นสาเหตุ เกี่ยวข้องอย่างไร ส่งผลกระทบหรือไม่ มีวิธีการขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหาหรือบอกความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งทั้งสองในแต่ละมิติ หาข้อสรุปอย่างเข้าใจและสมเหตุสมผล

4.4 ประโยชน์การคิดวิเคราะห์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 32-46) ได้อธิบายถึงประโยชน์ของการคิดวิเคราะห์ไว้ดังนี้

1. ช่วยส่งเสริมความฉลาดทางสติปัญหา
2. ช่วยให้คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของขนาดกลุ่มตัวอย่าง
3. ช่วยลดการอ้างประสบการณ์ส่วนตัวเป็นข้อสรุปทั่วไป
4. ช่วยขุดค้นสาระของความประทับใจแรก
5. ช่วยตรวจสอบการคาดคะเนบนฐานความรู้เดิม
6. ช่วยวินิจฉัยข้อเท็จจริงจากประสบการณ์ส่วนบุคคล
7. เป็นพื้นฐานการคิดในมิติอื่น ๆ
8. ช่วยในการแก้ปัญหา
9. ช่วยในการประเมินและตัดสินใจ
10. ช่วยให้ความคิดสร้างสรรค์สมเหตุสมผล
11. ช่วยให้เข้าใจแจ่มกระจ่าง

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 39) ได้อธิบายถึงประโยชน์ของการคิดวิเคราะห์ไว้ดังนี้

1. ช่วยให้เรารู้ข้อเท็จจริง รู้เหตุผลเบื้องหลังของสิ่งที่เกิดขึ้น เข้าใจความเป็นมาความเป็นไปของเหตุการณ์ต่างๆ รู้ว่าเรื่องนั้นมีองค์ประกอบอะไรบ้างทำให้เราได้ข้อเท็จจริงที่เป็นฐานความรู้ในการนำไปใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา การประเมินและตัดสินใจเรื่องต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

2. ช่วยให้เราสำรวจความสมเหตุสมผลของข้อมูลที่ปรากฏและไม่ด่วนสรุปตามอารมณ์ ความรู้สึกหรืออคติ แต่สืบค้นตามหลักเหตุผลและข้อมูลความจริง

3. ช่วยให้เราไม่ด่วนสรุปเรื่องใดง่ายๆ แต่สื่อสารตามความเป็นจริง ขณะเดียวกันจะช่วยให้เราไม่หลงเชื่อข้ออ้างอิงที่เกิดจากตัวอย่างเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาเหตุผลและปัจจัยเฉพาะในแต่ละกรณีได้

4. ช่วยในการพิจารณาสาระสำคัญอื่นๆที่ถูกบิดเบือนไปจากความประทับใจในครั้งแรก ทำให้เรามองอย่างครบถ้วนในแง่มุมอื่นๆ

5. ช่วยพัฒนาความเป็นคนช่างสังเกต การหาความแตกต่างของสิ่งที่ปรากฏพิจารณาตามความสมเหตุสมผลของสิ่งที่เกิดขึ้นก่อนที่จะสรุปสิ่งใดลงไป

6. ช่วยให้เราหาเหตุผลที่สมเหตุสมผลให้กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริง ณ เวลานั้นโดยไม่พึ่งพิงอคติ ที่ก่อตัวอยู่ในความทรงจำ ทำให้เราสามารถประเมินสิ่งต่างๆ ได้อย่างสมจริงสมจัง

7. ช่วยประมาณการความน่าจะเป็น โดยสามารถใช้ข้อมูลพื้นฐานที่เรามีวิเคราะห์ร่วมกันกับปัจจัยอื่นของสถานการณ์ อันจะช่วยเราคาดการณ์ความน่าจะเป็นได้สมเหตุสมผลมากกว่า

ลักขณา สริวัฒน์ (2549: 78 - 79) ยังได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับประโยชน์ของการวิเคราะห์ ซึ่งก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมากทั้งระดับปัจเจกบุคคล ระดับองค์กร และระดับประเทศ เช่น

1. ในการวิจัย การวิเคราะห์นับว่าเป็นหัวใจหลักของงานวิจัย เกี่ยวข้องกับการหาความสัมพันธ์ การหาเหตุและผลในการอธิบายเรื่องใดเรื่องหนึ่ง โดยการพิสูจน์สมมติฐานว่าเป็นจริงตามนั้นหรือไม่

2. การวิเคราะห์สถานการณ์ทางเศรษฐกิจ สังคม การเมือง ในแง่มุมต่างๆช่วยให้เราเข้าใจสาเหตุที่เกิดขึ้น ผลกระทบที่ตามมา และสิ่งที่จะเกิดขึ้นในอนาคต อันนำไปสู่การแก้ไขปัญหา การเตรียมการป้องกัน การวางนโยบาย และการวางกลยุทธ์เพื่อมีโอกาสที่ดีกว่าในอนาคต

3. การวิเคราะห์ข่าว ทำให้ทราบข้อมูลที่เท็จจริงของข่าวในแต่ละวัน ไม่เพียงแต่รับรู้ว่าเกิดอะไรขึ้นเท่านั้น แต่ยังทราบอีกว่าเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจะส่งผลกระทบอย่างไร ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวางกลยุทธ์และป้องกันอย่างไร

4. การวิเคราะห์บุคคลจะช่วยทำให้เราเข้าใจว่าเหตุใดเขาจึงแสดงออกมาเช่นนี้มีอะไรเป็นเหตุจูงใจ สิ่งที่เขาแสดงออกจะส่งผลกระทบต่อตัวเขาและผู้อื่นหรือไม่ และถ้ามูลเหตุเปลี่ยนพฤติกรรมของเขาจะเปลี่ยนไปหรือไม่

5. การวิเคราะห์วัตถุ สสารต่างๆ ทำให้ทราบว่าสิ่งนั้นประกอบด้วยอะไรบ้างแต่ละส่วนทำงานเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างไร

6. การวิเคราะห์ข้อความ โดยพิจารณาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างข้ออ้าง และข้อสรุป เหตุผลที่เรานำมากล่าวอ้างจะช่วยให้เราค้นพบความถูกต้องหรือผิดพลาดของข้ออ้างนั้นในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการมักอาศัยเครื่องมือที่เหมาะสมในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องชัดเจน

7. การวิเคราะห์ค้นหาธรรมชาติบางสิ่งบางอย่างด้วยคำถาม เพื่อจำแนกองค์ประกอบต่างๆ ของเรื่องนั้น ผู้ที่ต้องการหาความชัดเจนของแนวคิดที่ต้องการศึกษาด้วยการจำแนกให้อยู่ในลักษณะย่อยๆ เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์

ปาณิตา อาจวงษ์ (2552: 69) ได้กล่าวถึงว่าประโยชน์ของการคิดวิเคราะห์ช่วยให้ส่งเสริมความฉลาดทางสติปัญญา สามารถตัดสินใจแก้ปัญหา ประเมิน ตัดสินใจและ สรุปข้อมูลต่างๆ ที่รับรู้ด้วยความสมเหตุสมผลอันเป็นพื้นฐานการคิดในมิติอื่น

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่าประโยชน์การคิดวิเคราะห์ เป็นการช่วยส่งเสริมพัฒนาศักยภาพทางสมองให้คิดอย่างมีเหตุมีผล เข้าใจถึงปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ว่ามีองค์ประกอบอย่างไร มีข้อเท็จจริง สมมติฐาน ข้อสรุป ข้อคิดเห็น เพื่อใช้ในการตัดสินใจ ช่วยให้ไม่ด่วนสรุปง่ายๆ ไม่หลงเชื่อข้อมูลที่อ้างอิงตัวอย่างเพียงอย่างเดียว คาดการณ์ความน่าจะเป็นบนฐานความรู้เดิมได้อย่างสมเหตุสมผล เชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ เพื่อหาข้อสรุปและข้อความที่เป็นจริง แยกแยะพฤติกรรมถึงเหตุจูงใจว่าเหตุใดจึงแสดงพฤติกรรมนั้นออกมา

4.5 การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2539: 149-154) การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คือ การวัดความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยๆ ของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อหาต่างๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีจุดมุ่งหมายหรือประสงค์สิ่งใด นอกจากนั้นยังมีส่วนย่อยๆ ที่สำคัญนั้นแต่ละเหตุการณ์เกี่ยวพันกันอย่างไรบ้าง และเกี่ยวพันโดยอาศัยหลักการใด จะเห็นว่าสมรรถภาพด้านการคิดวิเคราะห์จะเต็มไปด้วยการหาเหตุและผลมาเกี่ยวข้องกันเสมอ การวิเคราะห์จึงต้องอาศัยพฤติกรรมด้านความจำ ความเข้าใจ และด้านการนำไปใช้ มาประกอบการพิจารณา การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์แบ่งแยกย่อยออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การวิเคราะห์ความสำคัญ เป็นการวิเคราะห์ว่าสิ่งที่อยู่นั้นอะไรสำคัญ หรือจำเป็นหรือมีบทบาทที่สุด ตัวไหนเป็นเหตุ ตัวไหนเป็นผล เหตุผลใดถูกต้องและเหมาะสมที่สุด ตัวอย่างคำถาม เช่น ศีลห้าข้อใดสำคัญที่สุด

2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ เป็นการหาความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องส่วนย่อยในปรากฏการณ์หรือเนื้อหานั้น เพื่อนำมาอุปมาอุปไมย หรือค้นหาว่าแต่ละเหตุการณ์นั้นมีความสำคัญอะไรที่ไปเกี่ยวพันกัน ตัวอย่างคำถาม เช่น เหตุใดแสงจึงเร็วกว่าเสียง

3. วิเคราะห์หลักการ เป็นความสามารถที่จะจับเค้าเงื่อนของเรื่องราวนั้นว่ายึดหลักการใด มีเทคนิค หรือยึดหลักปรัชญาใด อาศัยหลักการใดเป็นสื่อสารสัมพันธ์เพื่อให้เกิดความเข้าใจ ตัวอย่างคำถาม เช่น รถยนต์วิ่งได้โดยอาศัยหลักการใด

บุญชู ชลัษเฐียร (2539: 96-97,100-119) ได้พัฒนากระบวนการวัดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงวิเคราะห์ใน 5 ทักษะย่อย ได้แก่

1. ทักษะการสร้างและการใช้ความคิดรวบยอดโดยมีพฤติกรรมบ่งชี้ ได้แก่ มีความรู้ความเข้าใจในระบบและความหมาย สามารถจำแนกความเหมือน ความต่าง ใช้หลักการของเหตุและผล

2. ระบุความสำคัญหลักฐาน และคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น

3. ทักษะการใช้เกณฑ์ในการพิจารณา โดยมีพฤติกรรมบ่งชี้ ได้แก่ ใช้เกณฑ์ที่ครอบคลุมความถูกต้องแม่นยำ ความจริง ความคงส้นคงวา ความสมบูรณ์ ความสอดคล้องเกี่ยวข้องอย่างสมเหตุสมผล ความน่าเชื่อถือ ความเป็นไปได้ ความมีเหตุผลและความมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด

4. ทักษะการสร้างข้อสรุป โดยมีพฤติกรรมบ่งชี้ ได้แก่ สามารถคาดคะเน สร้างสมมติฐานสร้างข้อตกลงเบื้องต้น เชื่อมโยงความคิด ลงความเห็นและสร้างข้อเสนอ

5. ทักษะการตัดสินใจและการประเมินปัญหา โดยมีพฤติกรรมบ่งชี้ ได้แก่สามารถเปรียบเทียบคุณค่า วินิจฉัยคุณค่า เลือกตัดสินใจ และเลือกทางในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด

ดังนั้นการวัดทักษะย่อยดังกล่าวข้อความจึงต้องประกอบด้วยลักษณะสำคัญ 6 ประเภทได้แก่

1. เหตุผลด้านวิเคราะห์ ข้อความมุ่งประเมินทักษะในการจับหลักและกฎ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป โดยพิจารณาเงื่อนไขที่ให้ข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการสร้าง และการใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการใช้หลักเกณฑ์ในการพิจารณาลักษณะการตัดสินใจและการประเมินปัญหา

2. การวิเคราะห์คำอธิบาย ข้อความมุ่งประเมินความสามารถ ในการสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องความสามารถในการสร้างทางเลือก หรือคำอธิบายที่เป็นไปได้หรือที่ถูกต้อง ข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการมองเห็นความสัมพันธ์และการถ่ายโยงความสัมพันธ์ทักษะการใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ทักษะการสร้างข้อสรุป ทักษะการตัดสินใจ และการประเมินปัญหา

3. ความเห็นตรงกันข้ามข้อคำถาม มุ่งประเมินความสามารถในการจัดความสำคัญของความเห็นหรือการแสดงความเห็นวิจารณ์ความเห็นที่นำเสนอ ข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการสร้างและการใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการมองเห็นความสัมพันธ์และการโยงความสัมพันธ์และทักษะการตัดสินใจและการประเมินปัญหา

4. เหตุผลทางตรรกะ ข้อคำถามมุ่งประเมินทักษะการใช้เหตุผลอย่างมีวิจารณญาณ เช่น การค้นหา ข้อตกลงเบื้องต้น การประเมิน การอ้างเหตุผล การวิเคราะห์ข้อมูลหลักฐานที่กำหนดให้ ข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการสร้าง และการใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการมองเห็นความสัมพันธ์และการโยงความสัมพันธ์ ทักษะการใช้เกณฑ์ในการพิจารณา และทักษะการตัดสินใจและการประเมินปัญหา

5. เหตุผลทางตรรกะเกี่ยวกับจำนวน ข้อคำถามมุ่งประเมินความสามารถด้านวิเคราะห์ หรือประเมินข้อมูล หรือข้อค้นพบที่นำเสนอในรูปตาราง แผนภูมิ หรือกราฟข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการมองเห็นความสัมพันธ์และการโยงความสัมพันธ์ ทักษะการใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ทักษะการสร้างข้อสรุป และทักษะการตัดสินใจและการประเมินปัญหา

6. การระบุรูปแบบ ข้อคำถามมุ่งประเมินความสามารถในการพิจารณาสร้างกฎที่จะนำไปใช้กับชุดของจำนวนที่กำหนดให้ข้อคำถามลักษณะนี้สามารถวัดทักษะการสร้าง และการใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการมองเห็นความสัมพันธ์และการโยงความสัมพันธ์ ทักษะการใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ทักษะการสร้างข้อสรุป ข้อคำถามแต่ละชนิดจะมีคุณลักษณะเฉพาะที่สามารถพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงวิเคราะห์ทำให้นักเรียนสามารถแสดงความคิด พิจารณาลงความเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์เรื่องราว โดยการค้นหาทำความเข้าใจจากข้อมูลหลักฐานที่มีอยู่ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับหลักเหตุและผล

สมนึก ภัททิยธนี (2549 : 144 – 146) กล่าวว่า การวัดการคิดวิเคราะห์ เป็นการใช้วิจารณญาณเพื่อไตร่ตรอง การแยกแยะพิจารณาดูรายลเอียดของสิ่งต่าง ๆ หรือเรื่องต่าง ๆ ว่ามีชิ้นส่วนใดสำคัญที่สุด ของชิ้นส่วนใดสัมพันธ์กันมากที่สุด และชิ้นส่วนเหล่านั้นอยู่รวมกันได้ หรือทำงานได้เพราะอาศัยหลักการใด ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ

1. การวิเคราะห์ความสำคัญ หมายถึง การพิจารณาหรือจำแนกว่า ชิ้นใด ส่วนใด เรื่องใด ตอนใดสำคัญที่สุด หรือหาจุดเด่น จุดประสงค์สำคัญ สิ่งที่ซ้อนเร้น

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ หมายถึง การค้นหาความเกี่ยวข้องระหว่างคุณลักษณะสำคัญของเรื่องราว หรือสิ่งต่าง ๆ ว่าสองชิ้นส่วนใดสัมพันธ์กัน

3. การวิเคราะห์หลักการ หมายถึง การให้พิจารณาดูชิ้นส่วน หรือส่วนปลีกย่อย ต่าง ๆ ว่าทำงานหรือเกาะยึดกันได้ หรือคงสภาพเช่นนั้นได้เพราะใช้หลักการใดเป็นแกนกลาง จึงถามโครงสร้างหรือหลัก หรือวิธีการที่ยึดถือ

เรณุวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550: 61) กล่าวว่าการวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เป็นการวัดความสามารถในการแยกแยะของสิ่งต่าง ๆ พิจารณาดูรายละเอียดโดยอาศัยการวิเคราะห์ความสำคัญ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการวิเคราะห์หลักการ

ปาณิตา อาจวงษ์ (2552: 65) ได้กล่าวว่าการวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์เป็นการศึกษาหาระดับความสามารถในการแยกแยะส่วนประกอบย่อยๆ ของเหตุการณ์หรือเรื่องราวหรือเนื้อหาต่างๆ ว่ามีจุดมุ่งหมายอะไร แต่ละเหตุการณ์เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร โดยแบ่งประเภทเนื้อหาที่วัด ได้แก่ การวิเคราะห์ความสำคัญ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ และการวิเคราะห์หลักการ

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่าการวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คือ การวัดความสามารถในการแยกแยะข้อเท็จจริง หลักการแนวคิด จุดประสงค์ ส่วนย่อยที่สำคัญแต่ละเหตุการณ์ พฤติกรรมความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ การมีเหตุมีผล การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 3 ประเภท (Bloom; et al. 1956: 112-113) ได้แก่

1. วิเคราะห์ด้านเหตุผลและความสำคัญ การประเมินในการจับหลักการและกฎ การใช้ความคิดรวบยอด พิจารณาลักษณะการตัดสินใจ สิ่งที่มีอยู่อะไรสำคัญ เหตุผลใดถูกต้องและสมเหตุผลมากที่สุด

2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์และคำอธิบาย ประเมินความสามารถในการสรุปใจความ หาความสัมพันธ์หรือส่วนย่อยในเหตุการณ์หรือเนื้อหา บทความนั้นๆ คำอธิบายเป็นไปได้หรือถูกต้อง มองเห็นความสัมพันธ์และการถ่ายโยงความสัมพันธ์ใช้ในการพิจารณาสร้างข้อสรุปในการตัดสินใจ

3. วิเคราะห์หลักการ เป็นการประเมินความสามารถเหตุผลเชิงตรรกะ ใช้เหตุผลอย่างมีวิจารณญาณ ตรรกะเชิงจำนวน มองเห็นแบบรูปที่สัมพันธ์กันโดยทำความเข้าใจจากข้อมูลหรือความรู้เดิม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับเหตุและผล

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

งานวิจัยต่างประเทศ

โรสแมน (Rosman.1966 : 2126-2131) ได้ศึกษาการคิดแบบวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 คิดแบบวิเคราะห์มากกว่าชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และยังพบต่อไปอีกว่า การคิดแบบวิเคราะห์มีความสัมพันธ์ในทางลบกับแบบทดสอบวัดสติปัญญาของเวชเลอร์ (Wechsler Intelligence Scale for Children) ในฉบับเติมภาพให้สมบูรณ์ (Picture Completion) การจัดเรียงรูป (Picture Arrangement) แต่ไม่มีความสัมพันธ์กับแบบทดสอบที่เกี่ยวกับด้านภาษา (Verbal test) นอกจากนั้นการคิดแบบวิเคราะห์

ยังมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นตามอายุและมีความสัมพันธ์กับความพร้อม การเรียนรู้ และแรงจูงใจอีกด้วย

ลัมพ์คิน (Lumpkin. 1991 : Abstract) ศึกษาผลการสอนทักษะการคิดวิเคราะห์ที่มีต่อความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในเนื้อหาวิชาสังคมของนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ผลการศึกษาพบว่า เมื่อได้สอนทักษะการคิดวิเคราะห์แล้ว นักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่างกัน นักเรียนเกรด 5 ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในเนื้อหาวิชาสังคมไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนเกรด 6 ที่เป็นกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในเนื้อหาวิชาสังคมศึกษาสูงกว่ากลุ่มควบคุม

บอลตัน (Blanton. 1988 : Abstract) ได้ศึกษาผลของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มีผลต่อทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ ความรู้ที่ได้รับ อัตมโนทัศน์ และทัศนคติของนักเรียนระดับ 8 ของโรงเรียนในมลรัฐมิสซิสซิปปี โดยการศึกษาวิชาประวัติศาสตร์สหรัฐอเมริกา พบว่า กลุ่มทดลองที่สอนแบบสืบสวนสอบสวน และกลุ่มควบคุมไม่มีความแตกต่างของทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ ความรู้ที่ได้รับ อัตมโนทัศน์ และทัศนคติ

วอร์ด (Ward. 1980: 1356-A) ได้ศึกษาผลของความกังวลในการเรียนรู้ทักษะการคิดวิเคราะห์ โดยใช้เนื้อหาต่างกันผ่านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ในวิชาเลข ภาษา และการดูแลปฏิบัติภายในเพื่อระดับ .025 ไม่พบความกังวลในการทดสอบสาระวิชาเลข และภาษา ส่วนการดูแลปฏิบัติภายในมีค่าเป็น F ต่อสภาวะความกังวล (วัดโดยคอมพิวเตอร์) เนื้อหาสาระของภาษา และผลงานในการทดสอบการดูแลปฏิบัติภายในมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005 แต่สาระของภาษาลดความกังวลในช่วงกระบวนการปฏิสัมพันธ์ระหว่างสาระที่ได้รับ และความกังวลวัดผ่านคอมพิวเตอร์มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .025 การเรียนรู้ทักษะการคิดเชิงวิเคราะห์ สาระเนื้อหาและความกังวลมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสถิติที่ระดับ .025

งานวิจัยในประเทศ

ดาวนภา ฤทธิ์แก้ว (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดแตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามุกดาหาร ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดแตกต่างกัน มีความสามารถด้านการวิเคราะห์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนด้านตัวเลข มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่มีความถนัดทางการ

เรียนด้านความจำ ส่วนนักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนด้านอื่น ๆ มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่างกัน

นิพล อินนอก (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร สัมพันธภาพระหว่างบุคคล และการคิดวิเคราะห์ระหว่างกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนบ้านว่านเขื่อนค้อ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือและกลุ่มนักเรียนที่เรียนตามแบบคู่มือครู มีการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือ มีการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามแบบคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ดุลย์ สีมา (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแปลงเรขาคณิต และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT) กับแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มหนึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ และกลุ่มหนึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เรณุวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยเม็กวิทยาคม อำเภอห้วยเม็ก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 2 ผลวิจัยปรากฏดังนี้นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาและความสามารถในการคิดเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปาณิตา อาจวงษ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนชุมชนจระเข้หิน

อำเภอครบุรี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 3 ผลวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT แต่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน

จากการค้นคว้าเอกสารงานวิจัยเกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นได้ว่าการคิดวิเคราะห์นั้นเป็นการคิดที่ต้องมีพื้นฐานมาจากความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ ใคร่ครวญรอบครอบ จำแนกแยกแยะองค์ประกอบความสัมพันธ์ ใช้กระบวนตรรกวิทยาอย่างสมเหตุสมผล เพื่อการตัดสินใจและแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ผลการวิจัยการคิดวิเคราะห์นี้ส่งผลให้ผลการเรียนสูงขึ้น มีการคิดวิจารณญาณในการตัดสินใจแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวมไปถึงในชีวิตประจำวัน ทั้งในการรับรู้สื่อต่างๆ สามารถจำแนกถึงข้อเท็จจริง สมมติฐาน ข้อคิดเห็นได้ พร้อมทั้งวิเคราะห์ถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นการคิดคำนวณหรือการพิสูจน์

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร มีจำนวน 3 ห้องเรียน จำนวน 97 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนวัดสังเวช เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังนี้

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2	คาบ
2. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ	2	คาบ
3. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน	2	คาบ
4. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่	3	คาบ

5. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ 4 คาบ

6. โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว 3 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 20 คาบ คาบละ 50 นาที ใช้เวลาทดลอง 16 คาบ ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 2 คาบ ทดสอบหลังเรียน (Post-test) 2 คาบ รวม 20 คาบ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย 5 ข้อ

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย 5 ข้อ

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่ผู้วิจัยไปทำวิจัยครั้งนี้

1.2 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551เกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.3 ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 2 แผน จำนวน 16 คาบ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ 2 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน 2 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ 3 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ 4 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว 3 คาบ

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

1.4.2 สาระสำคัญ

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.3.1 ด้านความรู้

1.4.3.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

1.4.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.4 สาระการเรียนรู้

1.4.5 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

1.4.5.1 ขั้นนำ

1.4.5.2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม

1.4.5.3 ขั้นสรุป

1.4.5.4 ขั้นประเมินผล

1.4.6 ชิ้นงาน/ภาระงาน

1.4.7 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1.4.8 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.9 บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ผลการสอน ปัญหาอุปสรรค ข้อเสนอแนะและแนวทางแก้ไข

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่เสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์พิจารณา หลังจากนั้นนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดกับกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้องเพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

1.6 แก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะต่างๆ และนำแผนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบทดสอบแบบตัวเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที มีขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ศึกษาจุดประสงค์มาตรฐานการเรียนรู้ตามตัวชี้วัด และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่สอดคล้องกับเนื้อหา การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2 ศึกษาแบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยสร้างให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แล้วนำแบบทดสอบเสนออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์พิจารณาแล้วปรับปรงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.4 แก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 3 คน

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม สอดคล้องและครอบคลุมเนื้อหา พิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 40 ข้อ

2.5 แก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน ที่เคยเรียน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.6 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกในข้อเดียวกัน

2.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952: 6-32) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210-212) แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (EVANA) จากนั้นเลือกแบบทดสอบจำนวนหนึ่งเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป คัดเลือกตามเกณฑ์ได้ 25 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.22 – 0.76 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.18 – 0.93 และคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ มีค่าความยากง่าย (p) 0.22 – 0.76 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.24 – 0.93

2.8 นำแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกมาแล้วจำนวน 20 ข้อ หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 215) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.96 นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 4 ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผมสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อสอบ	ระดับพฤติกรรม
ข้อ 0. "มะลิต้องการซื้อเก้าอี้ 5 ตัว ตัวละ 70 บาท แต่มะลิมีเงินอยู่ในกระเป๋า 300 บาท" พิจารณาข้อความใดต่อไปนี้***ถูกต้อง*** ก. มะลิสามารถซื้อเก้าอี้นี้ได้ 5 ตัว ข. เก้าอี้ 5 ตัวมีมูลค่าน้อยกว่า 300 บาท ค. มะลิสามารถซื้อเก้าอี้นี้ได้ 4 ตัวเท่านั้น ง. เก้าอี้ 4 ตัวมีมูลค่าน้อยกว่า 300 บาท	ความรู้ความจำ ด้านการคิดคำนวณ คำตอบ ข้อ ค.
ข้อ 00. ปุ๊กมีจำนวนธนบัตรฉบับละหนึ่งร้อยบาทจำนวนหนึ่งซึ่งมากกว่าจำนวนธนบัตรฉบับละห้าร้อยบาทอยู่ 3 ใบ ถ้านับจำนวนเงินธนบัตรฉบับละห้าร้อยบาทได้ 1,500 บาท ธนบัตรฉบับละร้อยบาทมีกี่ใบ ก. 5 ใบ ข. 6 ใบ ค. 7 ใบ ง. 8 ใบ	ความเข้าใจ คำตอบ ข้อ ข.
ข้อ 000. กระดาษแผ่นหนึ่งมีความยาวรอบรูป 64 เซนติเมตร ถ้ากระดาษแผ่นนี้มีความกว้างสั้นกว่าความยาว 8 เซนติเมตร แล้วกระดาษแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร ก. 180 ข. 209 ค. 240 ง. 273	นำไปใช้ คำตอบ ข้อ ค.
ข้อ 0000. เอซื้อกระเป๋าชนิดเดียวกันมา 2 ใบ ใบแรกขายได้กำไร 100 บาท ใบที่สองขายได้กำไร 800 บาท ถ้าอัตราส่วนของราคาขายกระเป๋าใบแรกต่อราคาขายกระเป๋าใบที่สองเป็น 3: 4 แล้วเอซื้อกระเป๋ามาราคาใบละกี่บาท ก. 1,800 ข. 1,900 ค. 2,000 ง. 2,400	การวิเคราะห์ คำตอบ ข้อ ค.

3. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ให้คะแนนเป็นด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อละ 4 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 168-208) แล้วนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์มาตรฐานการเรียนรู้ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แบบเรียน คู่มือครู

หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดและการประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

3.2 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 61-62) และวาสนา กิ่มเทิ้ง (2553: 91-92)

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่สร้างขึ้น จำนวน 10 ข้อพร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 10 ข้อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

3.4 แก้ไขแบบวัดทดสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 10 ข้อ ตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาควบคุมปริญญานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

3.5 นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน และเคยเรียนเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิง

จาก Whitney; & Sabers. 1970) โดยเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความง่าย (P_E) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.37 – 0.84 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.37 – 0.74

3.6 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ หาความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากัน คือ 0.97 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

3.7 นำแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218) แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเท่ากับ 0.68 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.8 นำแบบดสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 6 ตัวอย่างแนวทางการให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อ 0. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี จงหาอายุของบุตรทั้งสามคน

แนวคำตอบ	คะแนน	ผลที่ปรากฏให้เห็น
สิ่งที่โจทย์กำหนด ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี *สิ่งที่โจทย์ถาม* อายุของบุตรทั้งสามคน *แนวทางการแก้ปัญหา* สมมติ x แทนอายุบุตรคนเล็ก บุตรคนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี ดังนั้น บุตรคนกลางมีอายุ x + 4 ปี บุตรคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี ดังนั้น บุตรคนโตมีอายุ x + 10 ปี ครอบครัวนี้มีบุตร 3 คน เมื่อรวมอายุกันเป็น 44 ปี เขียนสมการได้ คือ $x + (x+4) + (x+10) = 44$ $3x + 14 = 44$ $3x + 14 - 14 = 44-14$ $3x = 30$ $\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$ $x = 10$ ตอบ บุตรคนเล็กมีอายุ 10 ปี บุตรคนกลางมีอายุ 14 ปี บุตรคนโตมีอายุ 20 ปี	4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
สิ่งที่โจทย์กำหนด ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี *สิ่งที่โจทย์ถาม* อายุของบุตรทั้งสามคน *แนวทางการแก้ปัญหา* สมมติ x แทนอายุบุตรคนเล็ก บุตรคนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี ดังนั้น บุตรคนกลางมีอายุ x + 4 ปี บุตรคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี ดังนั้น บุตรคนโตมีอายุ x + 10 ปี	3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จมีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง

ตาราง 6 (ต่อ)

แนวคำตอบ	คะแนน	ผลที่ปรากฏให้เห็น
ครอบครัวนี้มีบุตร 3 คน เมื่อรวมอายุกันเป็น 44 ปี เขียนสมการได้ คือ $x + (x+4) + (x+10) = 44$ $3x + 14 = 44$ $3x + 14 - 14 = 44-14$ $3x = 30$ $\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$ $x = 10$ ตอบ อายุ 10 ปี		
สิ่งที่โจทย์กำหนด ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี *สิ่งที่โจทย์ถาม* อายุของบุตรทั้งสามคน *แนวทางการแก้ปัญหา* บุตรคนเล็ก อายุ x ปี บุตรคนกลางมีอายุ x + 4 ปี บุตรคนโตมีอายุ x + 10 ปี ครอบครัวนี้มีบุตร 3 คน เมื่อรวมอายุกันเป็น 44 ปี $3x + 14 = 44$ $3x + 14 = 44-14$ $3x = 30$ $x = 27$ ตอบ อายุ 27 ปี	2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
สิ่งที่โจทย์กำหนด ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี *สิ่งที่โจทย์ถาม* อายุของบุตรทั้งสามคน *แนวทางการแก้ปัญหา* บุตรคนเล็ก อายุ x ปี บุตรคนกลางมีอายุ x + 4 ปี บุตรคนโตมีอายุ x + 10 ปี ครอบครัวนี้มีบุตร 3 คน เมื่อรวมอายุกันเป็น 44 ปี	1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
	0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ให้คะแนนเป็นด้านความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ข้อละ 4 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 168-208) แล้วนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

4.1 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์มาตรฐานการเรียนรู้ตามตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แบบเรียน คู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการคิดวิเคราะห์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

4.3 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแนวคิดของบลูม (Bloom) และเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ วิษณุ นภาพันธ์ (2551: 12-14)

4.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ด้านการเขียนที่สร้างขึ้น จำนวน 10 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 10 ข้อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

ตาราง 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์

คะแนน	ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ปรากฏให้เห็น
4	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ นำส่วนทั้งหมดตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับเหตุและผลได้

ตาราง 7 (ต่อ)

คะแนน	ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ปรากฏให้เห็น
3	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตและหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ ตรวจคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ หาคำตอบและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง
1	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง ไม่สามารถหาคำตอบและตรวจคำตอบได้
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการวิเคราะห์

4.4 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ตามข้อเสนอแนะจากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

4.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 100 คน และเคยเรียน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970) โดยเลือกแบบทดสอบ เฉพาะข้อที่มีค่าความง่าย (P_E) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 9 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.42 – 0.62 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.36 – 0.97 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.35 – 0.62 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.36 – 0.76

4.6 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ หาความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจให้คะแนน

แบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์เท่ากัน คือ 0.98 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

4.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218) แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเท่ากับ 0.71 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.8 นำแบบดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 8 ตัวอย่างแนวทางการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

<u>ข้อที่ 0.</u> เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานเป็นระยะทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง จงหาระยะทางในแต่ละช่วง

แนวคำตอบ	**คะแนน**
<u>*สิ่งที่โจทย์กำหนด*</u> เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง <u>*สิ่งที่โจทย์ถาม*</u> ระยะทางในแต่ละช่วง <u>*แปลงโจทย์*</u> สมมติ a แทนระยะทางช่วงแรกที่เขาขี่จักรยานได้ ช่วงที่สองที่เขาขี่จักรยานได้ทาง 57 – a กิโลเมตร เขาขี่จักรยานช่วงแรก 12 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง (ใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงแรก a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{a}{12}$ ชั่วโมง (เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 16 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง	4

ตาราง 8 (ต่อ)

แนวคำตอบ	คะแนน
(ใช้อัตราเร็วช่วงหลัง 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 57 – a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{57-a}{16}$ ชั่วโมง (เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาใช้เวลาตลอดการเดินทางรวม 4 ชั่วโมง เขียนสมการได้ คือ $\frac{a}{12}+\frac{57-a}{16}=4$ ชั่วโมง *หาคำตอบ* $4a+3(57-a)=192$ (นำ 48 มาคูณตลอดสมการ จาก ค.ร.น. ของ 12 และ 16) $4a+171-3a=192$ (สมบัติการแจกแจง) $a+171=192$ $a+171-171=192-171$ (นำ 171 มาลบทั้งสองข้างของสมการ) $a=21$ นั่นคือ ระยะทางที่เขาขี่จักรยานได้ในช่วงแรก 21 กิโลเมตร และช่วงหลัง 36 กิโลเมตร *ตรวจคำตอบ* แทน a = 21 ใน $\frac{a}{12}+\frac{57-a}{16}=4$ จะได้ $\frac{21}{12}+\frac{57-21}{16}=4$ $\frac{7}{4}+\frac{9}{4}=4$ $\frac{16}{4}=4$ 4 = 4 เป็นจริง	

ผลที่ปรากฏให้เห็น	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ นำส่วนทั้งหมดตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับเหตุและผลได้

แนวคำตอบ	คะแนน
สิ่งที่โจทย์กำหนด เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง *สิ่งที่โจทย์ถาม* ระยะทางในแต่ละช่วง *แปลงโจทย์* สมมติ a แทนระยะทางช่วงแรกที่เขาขี่จักรยานได้ ช่วงที่สองที่เขาขี่จักรยานได้ทาง 57 – a กิโลเมตร เขาขี่จักรยานช่วงแรก 12 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง	3

ตาราง 8 (ต่อ)

แนวคำตอบ	คะแนน
(ใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงแรก a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{a}{12}$ ชั่วโมง (เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 16 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง (ใช้อัตราเร็วช่วงหลัง 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 57 – a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{57-a}{16}$ ชั่วโมง (เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาใช้เวลาตลอดการเดินทางรวม 4 ชั่วโมง เขียนสมการได้ คือ $\frac{a}{12}+\frac{57-a}{16}=4$ ชั่วโมง *หาคำตอบ* $4a+3(57-a)=192$ (นำ 48 มาคูณตลอดสมการ จาก ค.ร.น. ของ 12 และ 16) $4a+171-3a=192$ (สมบัติการแจกแจง) $a+171=192$ $a+171-171=192-171$ (นำ 171 มาลบทั้งสองข้างของสมการ) $a=21$ *ตรวจคำตอบ* ระยะทางที่ขี่จักรยานในช่วงแรกได้ระยะทาง 21 กิโลเมตร	
ผลที่ปรากฏให้เห็น	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตและหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ ตรวจคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง	

แนวคำตอบ	คะแนน
สิ่งที่โจทย์กำหนด เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง *สิ่งที่โจทย์ถาม* ระยะทางในแต่ละช่วง *แปลงโจทย์* สมมติ a แทนระยะทางช่วงแรกที่เขาขี่จักรยานได้ ช่วงที่สองที่เขาขี่จักรยานได้ทาง 57 – a กิโลเมตร เขาขี่จักรยานช่วงแรก 12 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง (ใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงแรก a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{a}{12}$ ชั่วโมง	2

ตาราง 8 (ต่อ)

แนวคำตอบ	คะแนน
(เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 16 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง (ใช้อัตราเร็วช่วงหลัง 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง) ดังนั้น เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 57 – a กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{57-a}{16}$ ชั่วโมง (เวลา = ระยะทาง/อัตราเร็ว) เขาใช้เวลาตลอดการเดินทางรวม 4 ชั่วโมง เขียนสมการได้ คือ $\frac{a}{12}+\frac{57-a}{16}=4$ ชั่วโมง *หาคำตอบ* 4a + 3(57 - a) = 192 4a + 171 - a = 192	
ผลที่ปรากฏให้เห็น	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ หาคำตอบและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง	

แนวคำตอบ	คะแนน
สิ่งที่โจทย์กำหนด เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง *สิ่งที่โจทย์ถาม* ระยะทางในแต่ละช่วง *แปลงโจทย์* ระยะทางช่วงแรก a กิโลเมตร ช่วงที่สองที่เขาขี่จักรยานได้ทาง 57 – a กิโลเมตร ขี่จักรยานช่วงแรก ใช้เวลา 12a ชั่วโมง เขาขี่จักรยานช่วงหลัง 16 กิโลเมตร ใช้เวลา 16(57-a) ชั่วโมง เขียนสมการได้ คือ $12a = 16(57 - a)$ ชั่วโมง	1
ผลที่ปรากฏให้เห็น	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตไม่ชัดเจนละไม่ถูกต้อง ไม่สามารถหาคำตอบและตรวจคำตอบได้	

ตาราง 8 (ต่อ)

แนวคำตอบ		คะแนน
		0
ผลที่ปรากฏให้เห็น	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการวิเคราะห์	

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งดำเนินการตามแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 249) โดยมีแผนภาพดังตาราง 9

ตาราง 9 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

T_1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำการทดลอง (Pre-test)

T_2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง (Post-test)

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนเพื่อทำการวิจัย โดยระดับชั้นที่ผู้วิจัยเลือกนั้น คือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชี้แจงกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้นักเรียนรับทราบและให้ความร่วมมือ

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ไป

ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน

3. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เมื่อครบชั่วโมงเรียนที่ได้วางแผนแล้ว ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นอีกครั้ง แล้วบันทึกผลให้เป็นคะแนนหลังเรียน ตรวจให้คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3 เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4 เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 33)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

X แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952: 6-52) แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (EVANA) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210-212)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย

R แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูก

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$r_{p.bis} = \frac{\overline{X}_p - \overline{X}_f}{s_t} \cdot \sqrt{pq}$$

เมื่อ $r_{p.bis}$ แทน ค่าอำนาจจำแนก

$\overline{X}_p$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นถูก

$\overline{X}_f$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นผิด

s_t แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

p แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก

q แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นผิด หรือ $1-p$

2.3 หาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส ซึ่งแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความง่าย

S_U แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร KR- 20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson)(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 215)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2}\right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1-p$

σ^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$\sigma^2 = \frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n^2}$$

เมื่อ $\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.5 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $$s_i^2 = \frac{N\sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ $$s_t^2 = \frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 312)

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r แทน ความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR โดยใช้ค่าสถิติแบบ t-test for Dependent Samples (Ferguson. 1981: 180)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{n-1}}} \quad ; \; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t-test for One Sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 134)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad ; \; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$\overline{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One-Group Pretest - Posttest Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 10

ตาราง 10 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	35	20	6.69	1.59	26.22**
หลังการทดลอง	35	20	16.20	1.35	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 10 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 11

ตาราง 11 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	35	20	16.20	1.35	14	9.67**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)}$ = 2.441)

จากตาราง 11 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81

3. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 12

ตาราง 12 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	35	20	3.69	2.25	21.38**
หลังการทดลอง	35	20	17.37	2.95	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)}$ = 2.441)

จากตาราง 12 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 13

ตาราง 13 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	35	20	17.37	2.95	14	6.76**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)}$ = 2.441)

จากตาราง 13 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 14

ตาราง 14 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อน และหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	35	20	4.26	1.90	27.58**
หลังการทดลอง	35	20	16.37	2.70	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)}$ = 2.441)

จากตาราง 14 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 15

ตาราง 15 การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	$\bar{X}$	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	35	20	16.37	2.70	14	5.19**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 15 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์

3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์

5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR กับเกณฑ์

สมมุติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

5. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR

6. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย 5 ข้อ

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย 5 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตั้งแต่วันที่ 1 – 24 กุมภาพันธ์ 2555

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น จำนวน 20 ข้อ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดสังเวช แขวงวัดสามพระยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 30 นาที วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 35 นาที และวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 35 นาที รวมเวลา 100 นาที

4. ดำเนินการจัดการเรียนด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เวลาการสอน 16 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ อีกครั้ง และบันทึกผลการทดลองให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 30 นาที วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 35 นาที และวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 35 นาที รวมเวลา 100 นาที

6. ตรวจให้คะแนน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81

3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85

5. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เป็นการจัดการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอน โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ของการแก้ปัญหา และในขั้นตอนของกลวิธี STAR พัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ นาเจล, ชูเมคเกอร์และเดสเชอร์ (Nagel; Schumaker; & Deshler. 1986: online) ได้กล่าวว่า กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) คือ การออกแบบเพื่อช่วยพฤติกรรมของนักเรียนดีขึ้นในสถานการณ์ทดสอบ และสอดคล้องกับ แมคซินี และเกตนัน (Maccini ; & Gagnon. 2011: online) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญ เช่น เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีที่ใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบถ้อยคำจากตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้น และขั้นตอนของกลวิธีใช้ถ้อยคำที่คุ้นเคย ง่าย สั้นกะทัดรัด ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ และสอดคล้องกับ แกตนัน และครูเมน (Gagnon; & Krezmien. 2011:

online) กล่าวว่าสำหรับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้น การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้ และสอดคล้องกับ นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 36) ได้กล่าวว่า ในการวิจัยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในขั้นที่ 2 การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงแสดงความหมายของโจทย์สอดคล้องกับขั้นการกระทำ (Enactive mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ การใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมายสอดคล้องกับขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ และการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิตสอดคล้องกับขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ บัตเลอร์ และคณะ (Butler; & et al. 2003: 99) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ และใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร RA ตามลำดับ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

1.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เป็นการจัดการเรียนรู้โดยที่ครูจะคอยเป็นผู้กระตุ้นการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีกระตุ้นรายบุคคล การให้ผู้เรียนได้ทำงานหรือกิจกรรมที่ได้รับมอบหมายมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกัน คนที่เก่งกว่าช่วยคนที่อ่อนกว่า ซึ่งสอดคล้องกับ ประสาท อิศรปรีดา (2523: 134-139) ได้กล่าวว่า เด็กแต่ละคนมีลักษณะสำคัญประการหนึ่ง คือ จะเกิดความรู้ ความคิดรวบยอดหรือการคิดต่อสิ่งรอบๆ ตัว ด้วยการจัดระเบียบโครงร่างต่างๆ ขึ้นมาด้วยตัวเอง ด้วยเหตุนี้ถ้าหากครูได้เข้าใจถึงธรรมชาติของการสร้างความคิดรวบยอดต่อสิ่งรอบๆ ตัวของเด็ก ก็ย่อมจะเป็นพื้นฐานสำคัญเบื้องแรกที่ครูจะนำมาใช้ในการเริ่มสอนความรู้ใหม่ๆ ให้สอดคล้องกับความคิดข้างต้นได้ และสอดคล้องกับ เดวิลสัน (Davidson. 1990: 4)

ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ซักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวคิดและมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้นตลอดจนได้สร้างความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ อังคณา แก้วไชย (2549: 132) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการใช้เหตุผล และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI และการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเป็นรายบุคคล TAI มีความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 17.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.85 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เป็นการจัดการเรียนรู้โดยเป็นลำดับขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยจะใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองในการใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ แมคชินี และเกตนัน (Maccini ; & Gagnon. 2011: online) ได้กล่าวว่า กลวิธี STAR เป็นขั้นตอนกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกลวิธี STAR ใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองใช้ความสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น ตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่ และสอดคล้องกับ พรรณี ช. เจนจิต (2528: 218-219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการเรียนแบบแก้ปัญหา ความคิดเห็นของกลุ่ม “Cognitive – field” ในการเรียนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า “Active” หรือ “Interactive” ดังนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำถามหรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ แมคชินี และฮู๊ส (Maccini; &Hughes. 2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และ

สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถของการแสดงความหมายและการหาคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้นในแต่ละลำดับการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้องและ 6) ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียน ปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับ วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

2.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ครูผู้สอนจะมีกิจกรรมให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ และให้ร่วมทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเพื่อช่วยให้ผู้เรียนที่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้เรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว และร่วมกันวางแผนในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ กาเย่ (Gagne.1985: 186-187) ได้กล่าวว่า การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถใน การตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ และสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 191-195) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ / กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ท้าท้ายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนการควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน

หรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนหาคำตอบได้ หลังจากนั้นให้ปัญหาต่อๆ ไป ผู้สอนจึงค่อยๆ ลดประเด็นคำถามลงไปจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้นำก็ได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ มาเลียม พินิจรอบ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการสอนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

3.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เป็นการจัดการเรียนรู้โดยในขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้ สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต ในขั้นตอนนี้เป็นส่วนหนึ่งของการคิดวิเคราะห์ซึ่งนักเรียนจะต้องแยกแยะข้อมูลใช้เหตุผลในการแปลงข้อมูล ซึ่งสอดคล้องกับ บลูม (Bloom; & et al. 1956) นิยามของการวิเคราะห์ (Analysis) คือ เข้าใจส่วนประกอบแต่ละส่วนสามารถแยกแต่ละส่วนออกจากกันได้อย่างมีเหตุผล และรู้ว่าส่วนประกอบทั้งหมดรวมกันอยู่ได้อย่างไร และสอดคล้องกับล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2539: 149-154) การวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คือ การวัดความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยๆ ของเหตุการณ์ เรื่องราวหรือเนื้อหาต่างๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีจุดมุ่งหมายหรือประสงค์สิ่งใด เกี่ยวพันโดยอาศัยหลักการใด จะเห็นว่าสมรรถภาพด้านการคิดวิเคราะห์จะเต็มไปด้วยการหาเหตุและผลมาเกี่ยวข้องกันเสมอ การวิเคราะห์จึงต้องอาศัยพฤติกรรมด้านความจำความเข้าใจ และด้านการนำไปใช้ มาประกอบการพิจารณา และสอดคล้องกับ สมนึก ภัททิยธนี

(2549 : 144 – 146) ได้กล่าวว่า การวัดการคิดวิเคราะห์ เป็นการใช้วิจารณญาณเพื่อไตร่ตรอง การแยกแยะพิจารณาดูรายลเอียดของสิ่งต่าง ๆ หรือเรื่องต่าง ๆ ว่ามีชิ้นส่วนใดสำคัญที่สุด ของชิ้นส่วนใดสัมพันธ์กันมากที่สุด และชิ้นส่วนเหล่านั้นอยู่รวมกันได้ หรือทำงานได้เพราะอาศัยหลักการใด การพิจารณาหรือจำแนกว่า ชิ้นใด ส่วนใด เรื่องใด ตอนใดสำคัญที่สุด หรือหาจุดเด่น จุดประสงค์สำคัญ สิ่งที่ซ้อนเร้น ค้นหาความเกี่ยวข้องระหว่างคุณลักษณะสำคัญของเรื่องราว หรือสิ่งต่าง ๆ ว่าสองชิ้นส่วนใดสัมพันธ์กัน

3.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ส่งผลให้ผู้เรียนได้ใช้การคิดวิเคราะห์ ใช้เหตุผลในการตอบคำถามโดยครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดวิเคราะห์ให้นักเรียนสามารถอธิบายเป็นเหตุผลได้ แยกแยะ จำแนก หาสิ่งที่แตกต่างของโจทย์และแก้ปัญหาโดยนำข้อมูลมาสัมพันธ์กันอย่างเป็นขั้นตอนตามกลวิธี STAR ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นิพล อินนอก (2549: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร สัมพันธภาพระหว่างบุคคล และการคิดวิเคราะห์ ระหว่างกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือครู ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือและกลุ่มนักเรียนที่เรียนตามแบบคู่มือครู มีการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือ มีการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามแบบคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับ ปาณิตา อาจวงษ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT ผลวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT แต่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ครูผู้สอนจะต้องอธิบายถึงแต่ละขั้นตอนให้เข้าใจผู้เรียนอย่างชัดเจนในคาบแรก และในกิจกรรมขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the

problem : T) ครูผู้สอนต้องให้เวลาในการเริ่มแปลงข้อมูลตาม CSA เพื่อให้ผู้เรียนได้มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์

2. ครูต้องทบทวนเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งให้แบบฝึกทักษะเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพิ่มเติม

3. เนื่องจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มผู้เรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบแสดงความคิดเห็น ครูผู้สอนจะต้องเข้าไปแนะนำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งคอยชักจูงและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในระหว่างการทำกิจกรรมให้มาก และยังเป็นการทำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งรู้จักการเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ และช่วยเหลือผู้อื่น

4. การใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ไปตามลำดับ และทำให้นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดให้ผู้เรียนน้อยลง

5. ในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ถ้าครูผู้สอนมีรางวัลให้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นเป็นพิเศษ และเพิ่มความสนุกสนานในการทำกิจกรรมยิ่งขึ้น

6. การทำกิจกรรมกลุ่มควรให้ผู้เรียนออกมานำเสนอผลงาน ในระยะแรกผู้เรียนยังไม่กล้าแสดงออกเท่าที่ควร อาจจะต้องสุ่มให้ผู้เรียนออกมานำเสนอ และหลังจบการนำเสนอครูต้องกล่าวชมเชย และให้คำแนะนำกับผู้เรียนที่ออกมานำเสนอแล้วมีสิ่งที่ผิดพลาดด้วยน้ำเสียงที่อ่อนโยนมีเมตตา

7. ในใบกิจกรรมบ้างกิจกรรมโจทย์ปัญหาอาจจะเยอะเกินไปควรตัดโจทย์ปัญหาให้พอดีกับเวลาที่นักเรียนทั้งห้องสามารถทำเสร็จในคาบเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูผู้สอนควรอธิบายถึงขั้นตอนของกลวิธี STAR ให้กับผู้เรียนอย่างชัดเจนพร้อมทั้งยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถูกต้อง

2. ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวไปสอนเป็นอย่างดี เพื่อประโยชน์แก่ผู้เรียนและครูผู้สอน

3. ในการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนครูควรให้ความใส่ใจให้ทั่วถึงในชั้นเรียน ให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม และครูจะต้องใช้น้ำเสียงที่อ่อนโยนเวลาให้คำปรึกษาและน้ำเสียงที่สนุกสนานเวลาที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมในชั้นเรียน

4. ครูผู้สอนควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมต่างๆ อย่างพอเหมาะ มิฉะนั้นจะทำให้กิจกรรมใช้เวลามากจนเกินไป

5. ครูผู้สอนพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนเป็นฝ่ายตั้งคำถาม เพื่อพัฒนาทางการคิดวิเคราะห์ และต้องระมัดระวังในการให้รางวัลอาจจะทำให้นักเรียนเห็นแก่ตัวไม่ยอมช่วยเหลือเพื่อนที่ไม่เข้าใจได้

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรให้มีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น ระบบสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง อสมการ ความน่าจะเป็น เศษส่วนของพหุนาม ฯลฯ

2. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR โดยศึกษาตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ เป็นต้น

3. ควรมีการนำกลวิธี STAR ไปใช้กับการเรียนการสอนในรูปแบบอื่นๆ เช่น การจัดการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษา การสอนแบบบูรณาการ เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2544ก). *คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

_____. (2544ข). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพันสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). *การคิดเชิงวิเคราะห์.* พิมพ์ครั้งที่5. กรุงเทพฯ: ซัคเซสมีเดีย.

ขนิษฐา ราศรี. (2552). *การสร้างแบบทดสอบวัดการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 4.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การวัดและประเมินผลการศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

จุมพต ขำวีระ. (2538). *การพัฒนาชุดการสอน เพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.* วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

จุฬา ทองดี. (2551). *ผลการใช้ e-Learning ประกอบการเรียนการสอนเรื่อง การวัดการกระจายที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.* สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2542). *“การแก้ปัญหา” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สาขามัธยมการศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์). คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชญานิษฐ์ พุกเถื่อน. (2536). *การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.

ชัยยุทธ บุญธรรม. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ชัยรัตน์ สุลำนาจ. (2547). *ผลการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงงานคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2539). *การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน.* กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.

_____. (2542). *ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุป แมเนจเม้นท์.

_____. (2543). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชำนาญ เอี่ยมสำอาง. (2539). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเชิงนิติศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย.* พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์ โปรเกรสซิฟ.

เชี่ยวชาญ เทพกุศล. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนแบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องทศนิยมและเศษส่วน.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

โชคสุวิชัย สุภาพาส. (2554). *ผลการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ณัฏฐพงษ์ เจริญพิทย์. (2523). *เอกสารประกอบการเรียนวิชา การประเมินผลทางการศึกษา.* คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ณัฐธยาน์ สงคราม. (2547). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง.*

ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ดลยา แตงสมบูรณ์. (2550). *การศึกษาผลการพัฒนาการคิดวิเคราะห์โดยใช้กิจกรรมการแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเองประกอบการประเมินตามสภาพจริง สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคณะ. (2547). *ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

_____. (2547). *จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องการวัด สู่การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

ดอกอ้อ มิมะละ. (2552). *การศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยบทเรียนบูรณาการ การอ่าน การคิดวิเคราะห์ และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

ดาวนภา ฤทธิ์แก้ว. (2548). *การเปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความถนัดทางการเรียนแตกต่างกันในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาจังหวัดมุกดาหาร.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

ดุลย์ สีมา. (2550). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงเรขาคณิต และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4 MAT) และกลุ่มที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). *การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอคนิชั่นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหา*

คณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ค.ด. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ทิวัตถ์ มณีโชติ. (2549). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน.* นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

ทิวาพร สกุลฮูฮา. (2552). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

ทิศนา แขมมณี. (2545). *ศาสตร์การสอน:องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธนเดช เกียรติมงคล. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดศรัทธาธรรมที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กับวิธีสอนตามคู่มือครู*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). ราชบุรี: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง. ถ่ายเอกสาร.

นภารัตน์ หวังสุขกลาง. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบการสอนตามวัฏจักรการเรียนรู้ 7 ขั้น เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นิพล อินนอก. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรสัมพันธภาพระหว่างบุคคลและการคิดวิเคราะห์ระหว่างนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

นุตริยา จิตตารมย์. (2548). *ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี.* วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). *ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). อกรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: บริษัท 2020 เวิลด์มีเดีย.

_____. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น.* พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

บุญชู ชลัษเฐียร. (2539). *การพัฒนาการวัดความสามารถด้านเหตุผลเชิงวิเคราะห์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การทดสอบและวัดผลกรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บุศรา อิ่มทรัพย์. (2551). *ผลการใช้สื่อประสมเรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต" ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ประสาท อิศรปรีดา. (2523). *จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน.* กรุงเทพฯ: กราฟิคอาร์ต.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). *"หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์," ใน ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปาณิตา อาจวงษ์. (2552). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลุ่ม TAI กับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4MAT.*

วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรการสอน). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

พรรณทิภา ทองนวล. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พรรณี ช. เจนจิต. (2528). *จิตวิทยาการเรียนการสอน (จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน).* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: อมรินทร์การพิมพ์.

มณีรัตน์ สิงหเดช. (2549). *เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ แรงจูงใจในการเรียน และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนโดยวิธีร่วมมือกันเรียนรู้ กับการสอนตามคู่มือครู.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

มาลินี ศิริจารี. (2545). *การเปรียบเทียบความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์และความสามารถทางเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยบทเรียนไฮเปอร์เท็กซ์และบทเรียนสื่อประสมในวิชาโครงงานวิทยาศาสตร์.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

มาเลียม พินิจรอบ. (2549). *ผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะคุรุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เรณุวัฒน์ พงษ์อุทธา. (2550). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติ.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

_____. (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

_____. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ละออ กองรส. (2550). *การศึกษาเปรียบเทียบผลการคิดเอกนัยทางภาษา 6 แบบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ต่างกัน.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ลักขณา สริวัฒน์. (2549). *การศึกษารายกรณี Case Study.* กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์

วลีพร เดชเดชา. (2547). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์ มโนทัศน์ทางเรขาคณิต.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). *เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.* กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.

วาสนา กิ่มเทิ้ง. (2553). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based Learning) ที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิษณุ นภาพันธ์. (2551). *การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศิริพร คำภักดี. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและพหุนาม ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของ*

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบเทคนิคกลุ่มแข่งขัน (TGT)กับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). *การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ. (2541). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาอันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2553). *การสอบ o-net ป.6,ม.3 และม.6 ปีการศึกษา 2552 (กุมภาพันธ์ 2553) และการสอบ GAT/PAT ครั้งที่ 1/2553 (มีนาคม 2553).* สืบค้นเมื่อ 24 มิถุนายน 2553, จาก http://www.niets.or.th/upload-files/uploadfile/5/3769af89754662a4c094a60f4895a12b.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.

_____. (2546). *คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น.การพิมพ์.

_____. (2551). *ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ส เจริญการพิมพ์.

สภาพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2549). *แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10.* กรุงเทพฯ: สภาพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* ปริญญานิพนธ์. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมนึก ภัททิยธนี. (2549). *การวัดผลการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 5. กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมฤดี ดุกหลิ่ม. (2552). *การพัฒนาชุดการเรียนแบบโยนิโสมนสิการ เรื่อง อสมการ เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ ด้านการตระหนักรู้ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2548). *สานฝัน....ด้วยการคิด.* ศูนย์บริหารโครงการหนึ่งอำเภอ หนึ่งโรงเรียนในฝัน.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน. (2545). *รายงานการศึกษาสภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ของโรงเรียนเอกชนประเภทสามัญศึกษา.* กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา(องค์การมหาชน). (2548). *มาตรฐานการศึกษา ตัวบ่งชี้ และเกณฑ์การพิจารณาเพื่อการประเมินคุณภาพภายนอกระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน : ประถมและมัธยมศึกษารอบที่สอง (พ.ศ.2549-2553).* สืบค้นเมื่อ 22 กรกฎาคม 2553, จาก http://www.act.ac.th/group_department/act_criterion/cri2.pdf

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). *รายงานการวิจัย การวิเคราะห์กระบวนการพัฒนาการศึกษาของโรงเรียนภายหลังการประเมินภายนอกรอบแรก.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้. (2550). *การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน.* กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2547). *แนวทางการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาแบบอิงมาตรฐาน.* กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

_____. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

_____. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).

สิริวรรณ จันทร์งาม. (2548). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า (ADVANCE ORGANIZER MODEL) เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุกัลยา อุบลรัตน์. (2554). *ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงวิธีการซึ่งสอดคล้องกับความสามารถทางพหุปัญญาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุคนธ์ธา ธรรมพุทโธ. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการที่เน้นกระบวนการกลุ่มเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที 3*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุนันท์ ศลโกสุม. (2525). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุพินญา คำขจร. (2550). *การเปรียบเทียบผลการเรียนด้วย CIPPA และ TAI ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถการคิดวิเคราะห์และความพึงพอใจ ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(หลักสูตรและการสอน). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

สุวร การจนมยูร. (2542). *เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่ม 3*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์การสอนคิดวิเคราะห์*. พิมพ์ครั้งที่2. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

อังคณา แก้วไชย. (2549). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบ TAI และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครู*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(หลักสูตรและการสอน). มหาสารคาม : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.

อัจฉรา สุขารมณ์; และ อรพินท์ ชูชม. (2530). *การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถ กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ*. รายงานวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อัญชนา โพธิพลากร. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์. กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *เอกสารคำสอนรายวิชา 2704688 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คณะคุรุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารีย์ คงสวัสดิ์. (2544). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Ausubel, David P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View.* New York: Holt Rinehart and Winstion, Inc.

Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically.* New York: Macmillan Publishing Company.

Blanton, James Anthony. (1988). *The Effect of Inquiry Strategies on the Critical Think Skills, Content Acquisition, Self Concept, and Attitude of Eighth – Grade United States History Students in a Public School District in the Mississippi Delta. Ed.* Mississippi : Delta State University.

Bloom. Benjamin S. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New york:Mc Graw-hill Book Company.

Bloom, Benjamin S. and others. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives: Handbook 1. Cognitive Domain.* New York: McKay.

Bowers, Patricia Shane. (1987). *The Effect of the 4MAT System on Achievement and Attitudes in Science.* ERIC-Education Resources Information Center. Retrieved May 12, 2011, from http://eric,ed.gov/ERICWebportal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExSearch_Se

Butler, F. M; & et al. (2003). *Fraction instruction for students with mathematics disabilities: Comparing two teaching sequences*. Learning disabilities research & practice. 18(2): 99-111.

Carroll, John B. (1963, May). *A Model of School Learning.* Teachers College Record. 64(8): 723-733.

Davidson, Neil. (1990). Small-Group Cooperative Learning in Mathematics. In *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*. Thomas J. Cooney and Chriatian R. Hirsch. pp.52-61. Boston, Virginia: NCTM.

Dossey, John A; & et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12.* Pacific Grove: Brooks/Cole.

Fan, Chung-Teh. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service.

Ferguson, George A. (1981). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 5th ed. Tokyo: McGraw-Hill.

Gaeddert, Terri J. (2001). *Using Accelerated Math to Enhance Student Achievement in High School Mathematics Courses*. Educational Resourced Information Center. Retrieved May 14, 2011, from http://www.proquest.umi.com/ ERIC:ED463177

Gagne; R. M. (1985). *The Condition of Learning.* New York: CBS College Publishing.

Gagnon, J. C.; & Krezmien, M. (2011). *Effective instructional strategies for correctional education programs.* Retrieved May 14, 2011, from http://www.edjj.org/conf/ cdEDJJ%20Conference%20(D)/ Effecttive%20Instruction.ppt

Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3 rd.ed., Newyork : Mc Graw-hill Book Company.

Hatfield, Mary M.; Edwards, Nancy T.; & Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. 2 nd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Heimer, R. T.; & C.R. Trueblood. (1997). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York: Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Huntington, D. J. (1995). *Instruction in concrete, semi-concrete, and abstract representation as an aid to the solution of relational problems by adolescents with learning disabilities.* Doctoral dissertation, University of Georgia. Dissertation Abstracts International. 56 (2): 512 A.

Kelley, Louetta Anne. (1993, November). *Making The Unfamiliar Familiar: Problem Solving Heuristics as a Means of Confronting Students Misconceptions Algebra.* Dissertation Abstracts International. 54(5): 1713-A.

Kennedy, L.M.; & et al. (1994). *Guilding Children's Learning of Mathematics*. 7 th ed. Belmont California : Wadsworth.

Konold, K. B. (2005). *Using the concrete-representational-abstract teaching sequence to increase algebra problem solving skills*. Doctoral dissertation, University of Nevada, 2004. Dissertation Abstracts International. 65 (8): 2949 A.

Lester, Margaret Lynn. (1996). *The Effects of the Geometer' Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students*. Dissertation Abstracts International. 57(6) : 2343-A.

Lumpkin, Cynthia Rolen. (1991). *Effect of Teaching Critical Thinking skill on the Critical Thinking Ability, Achievement,and Retention of Social Studies content by Fifth and Sixth-graders.* Dissertation Abstracts International. 51(11) : 3694- A.

Maccini, P.; & Gagnon, J. (2011). *Mathematics strategy instruction (SI) for middle school students with learning disabilities*. Retrieved May 14, 2011, from http://www.k8accesscenter.org/training_resources/massini.asp

Maccini, P.; & Hughes, C. A. (2000). *Effects of a problem solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities*. Learning disabilities research & practice. 15(1): 10-21.

Maccini, P.; & Ruhl, K. L. (2000). *Effects of a graduated instructional sequence on the algebraic subtraction of integers by secondary students with learning disabilities.* Education and treatment of children. 23(4): 465-489.

Michaels, Rosemarie. (2000). *The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attributional Style in Third-grade Mathematics*. Dissertation Abstracts International. 63(03): 5677-A.

Moyer, Todd O. (2004). *An Investigation of The Geometer's Sketchpad and van Hiele Levels*. Dissertation Abstracts International. 64(11) : 3987-A.

Nagel D. R.; Schumaker J. B.; & Deshler D. D. (1986, May). *FIRST-Letter Mnemonic Strategy.* Retrieved May 10, 2011, from http://www2.ku.edu/~onlineacademy/academymodules/a304/support/xpages/a304b0_20900.html.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston. Va: NCTM

Oas, B. K.; Schumaker, J. B.; & Deshler, D. D. (2011). *Learning strategies: Tools for learning to learn in middle and high schools.* Retrieved May 10, 2011, from http://www.cals.ncsu.edu:8050/agexed/leap/aee535/learn.htm

Perveen, Kousar. (2010, March). *Effect of The Problem-Solving Approach on Academic Achievement of Students in Mathematics at The Secondary Level.* Contemporary Issues In Education Research. 3(3): 9-13. Retrieved March 14, 2010, from http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?hid=8&sid=b08f797f-2b46-4e4f-9360-a9346ec55517%40sessionmgr10&vid=5

Polya, George. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method.* Garden City, New York: Doubleday Company.

_____. (1980). "On Solving Mathematical Problems in High School," *Problem Solving in School Mathematics : 1980 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

_____. (1985). *How to Solve It.*2^{nd} ed. Princeton : University Press.

Prescott, Daniel A. (1961). *Report of Conference on Child Student.* Education Bulletin. Bangkok: Faculty of Education, Chulalongkorn University.

Reys, Robert E.; & et al. (2003, January). *Assessing the Impact of Standards-Based Middle Grades Mathematics Curriculum Materials on Student Achievement.* Journal for Research in Mathematics Education. 34(1): 74-95.

Rosman, Bernice L. (1966). *Analytic Cognitive Style in Children dissertation Abstract International.* 27 : 2126-2131.

Sternberg, R.J. (1986). *Intelligence Applied*. New York: Harcourt Brace Jovanovich. Publisher.

Ulep, Soledad Asuncion. (1990). *Strategies Preserves Secondary Mathematics Teachers Use in Solving Problems Involving Uncertainty*. Dissertation Abstracts International. 51(1): 105-A.

Ward, Donna Lynd. (1980, October). *Effect of Anxiety on Learning Analytical Thinking*. Retrieved May 14, 2011, from http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/f1070358

Williams, Kenneth M. (2003, Mach). *Writing about the Problem–Solving Process to Improve Problem–Solving Performance.* Mathematics Teacher. 96(3): 185–187

Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Bloom, Benjamin S. pp. 643-649. New York: McGraw-Hill, Inc.

Wilson, James W.; Fenandez, Maria.; & Hadaway, Nelda. (1993). *Mathematical Problem Solving, in Research Ideas for the Classroom, High School*. New York: Macmilan Publishing Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตาราง 16 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
1	1	0	1	0.67
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	0	1	1	0.67
6	0	1	1	0.67
7	1	1	1	1
8	0	1	1	0.67
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	1	1	1	1
13	1	1	0	0.67
14	1	1	1	1
15	1	1	0	0.67
16	1	1	0	0.67
17	1	1	1	1
18	1	1	0	0.67
19	1	1	1	1
20	1	1	0	0.67
21	0	1	1	0.67
22	1	1	1	1
23	1	1	0	0.67
24	1	1	0	0.67
25	0	1	1	0.67
26	1	1	1	1
27	0	1	1	0.67
28	1	0	1	0.67

ตาราง 16 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
29	1	1	0	0.67
30	1	1	0	0.67
31	1	1	0	0.67
32	1	1	0	0.67
33	1	0	1	0.67
34	1	1	1	1
35	1	1	1	1
36	1	1	1	1
37	1	1	1	1
38	1	1	1	1
39	1	1	1	1
40	1	1	1	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จึงเลือกทั้ง 40 ข้อ

ตาราง 17 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	0	0.67
7	1	1	0	0.67
8	1	1	0	0.67
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จึงเลือกทั้ง 10 ข้อ

ตาราง 18 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	0	0.67
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	0	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จึงเลือกทั้ง 10 ข้อ

ตาราง 19 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Evana

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.53	0.89	คัดเลือก
2	0.48	-0.92	คัดออก
3	0.58	-0.49	คัดออก
4	0.67	-0.08	คัดออก
5	0.50	0.34	คัดเลือก
6	0.38	0.61	คัดเลือก
7	0.28	0.80	คัดเลือก
8	0.32	0.72	คัดเลือก
9	0.87	0.63	คัดออก
10	0.33	-0.08	คัดออก
11	0.42	-0.49	คัดออก
12	0.26	-0.18	คัดออก
13	0.87	0.63	คัดออก
14	0.74	0.79	คัดเลือก
15	0.74	0.79	คัดเลือก
16	0.50	0.87	คัดเลือก
17	0.71	0.18	คัดเลือก
18	0.76	0.24	คัดเลือก
19	0.59	0.56	คัดเลือก
20	0.33	0.84	คัดเลือก
21	0.25	0.78	คัดเลือก
22	0.50	0.93	คัดเลือก
23	0.60	0.53	คัดเลือก
24	0.68	0.65	คัดเลือก
25	0.87	0.63	คัดออก
26	0.87	0.63	คัดออก
27	0.87	0.63	คัดออก

ตาราง 19 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
28	0.76	0.24	คัดเลือก
29	0.53	0.89	คัดเลือก
30	0.50	0.93	คัดเลือก
31	0.52	0.58	คัดเลือก
32	0.22	0.75	คัดเลือก
33	0.87	0.63	คัดออก
34	0.87	0.63	คัดออก
35	0.83	0.69	คัดออก
36	0.74	0.79	คัดเลือก
37	0.25	0.78	คัดเลือก
38	0.50	0.82	คัดเลือก
39	0.28	0.80	คัดเลือก
40	0.08	0.52	คัดออก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ได้ 25 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.22 – 0.76 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.18 – 0.93 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ และคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ มีค่าความยากง่าย (p) 0.22 – 0.76 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.24 – 0.93 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ คือ ข้อ 5 , 6 , 7 , 8 , 14 , 15 , 16 , 19 , 20 , 21 , 22 , 23 , 24 , 29 , 30 , 31 , 32 , 37 , 38 , 39

ตาราง 20 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	29	841	29	22	484
2	25	625	30	22	484
3	17	289	31	40	1600
4	25	625	32	12	144
5	17	289	33	40	1600
6	19	361	34	19	361
7	25	625	35	22	484
8	40	1600	36	10	100
9	20	400	37	29	841
10	10	100	38	25	625
11	12	144	39	22	484
12	30	900	40	17	289
13	32	1024	41	19	361
14	22	484	42	22	484
15	22	484	43	25	625
16	26	676	44	12	144
17	27	729	45	22	484
18	23	529	46	19	361
19	26	676	47	22	484
20	29	841	48	17	289
21	26	676	49	12	144
22	22	484	50	29	841
23	32	1024	51	10	100
24	22	484	52	22	484
25	22	484	53	25	625
26	27	729	54	40	1600
27	32	1024	55	17	289
28	19	361	56	32	1024

ตาราง 20 (ต่อ)

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
57	25	625	79	31	961
58	26	676	80	19	361
59	12	144	81	29	841
60	29	841	82	26	676
61	19	361	83	29	841
62	22	484	84	27	729
63	26	676	85	22	484
64	12	144	86	25	625
65	22	484	87	31	961
66	22	484	88	26	676
67	17	289	89	29	841
68	29	841	90	31	961
69	32	1024	91	26	676
70	19	361	92	17	289
71	26	676	93	19	361
72	32	1024	94	27	729
73	17	289	95	29	841
74	31	961	96	26	676
75	25	625	97	29	841
76	22	484	98	29	841
77	27	729	99	31	961
78	29	841	100	19	361
				$\sum X = 2{,}401$	$\sum X^2 = 61{,}939$

ตาราง 21 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
5	0.570	0.430	0.245	22	0.340	0.660	0.224
6	0.440	0.560	0.246	23	0.690	0.310	0.214
7	0.270	0.730	0.197	24	0.810	0.190	0.154
8	0.490	0.510	0.250	29	0.720	0.280	0.202
14	0.660	0.340	0.224	30	0.720	0.280	0.202
15	0.720	0.280	0.202	31	0.450	0.550	0.248
16	0.290	0.710	0.	32	0.400	0.600	0.240
19	0.500	0.500	0.250	37	0.300	0.700	0.210
20	0.610	0.390	0.238	38	0.740	0.260	0.192
21	0.500	0.500	0.250	39	0.430	0.570	0.245
					รวม		4.439

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร KR – 20 (Kuder – Richardson)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2}\right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1-p$

σ^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $\sigma^2 = \frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n^2}$

เมื่อ σ^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 20 จะได้ $\sum X$ = 2,401 , $\sum X^2$ = 61,939 , n = 100

$$\sigma^2 = \frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n^2}$$

$$= \frac{100(61{,}939) - (2{,}401)^2}{10{,}000}$$

$$= 42.91$$

จากตาราง 21 จะได้ n = 20 , $\sum pq$ = 4.439 , σ^2 = 42.91

ดังนั้น $r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2}\right\}$

$$= \frac{20}{20-1}\left\{1 - \frac{4.439}{42.91}\right\}$$

$$= \frac{20}{19}\left\{\frac{42.91-4.439}{42.91}\right\}$$

$$= 0.96$$

ตาราง 22 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.62	0.77	คัดเลือก
2	0.58	0.84	คัดเลือก
3	0.56	0.56	คัดเลือก
4	0.61	0.74	คัดเลือก
5	0.61	0.59	คัดเลือก
6	0.69	0.52	คัดเลือก
7	0.63	0.72	คัดเลือก
8	0.55	0.37	คัดเลือก
9	0.63	0.56	คัดเลือก
10	0.61	0.73	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.37 – 0.84 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 ซึ่งเป็นความยากพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.37 – 0.74 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ ได้แก่ ข้อ 3, 4, 5, 7 และ 9 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 23 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.56	0.88	คัดเลือก
2	0.59	0.64	คัดเลือก
3	0.36	0.72	คัดเลือก
4	0.54	0.36	คัดเลือก
5	0.36	0.72	คัดเลือก
6	0.51	0.97	คัดเลือก
7	0.62	0.76	คัดเลือก
8	0.28	0.16	คัดออก
9	0.35	0.76	คัดเลือก
10	0.42	0.84	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 9 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.42 – 0.62 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.36 – 0.97 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.35 – 0.62 ซึ่งเป็นความยากพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.36 – 0.76 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ ได้แก่ ข้อ 2, 3, 5, 7 และ 9 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 24 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
3	182	518	1.89
4	221	741	2.55
5	200	666	2.69
7	303	1,073	1.56
9	283	945	1.46
			$\sum s_i^2 = 10.15$

ตาราง 25 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
2	301	1075	1.71
3	316	1074	0.76
5	177	477	1.65
7	339	1257	1.09
9	183	493	1.60
			$\sum s_i^2 = 6.81$

ตาราง 26 ค่า $\sum X, \sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	18	324	29	10	100
2	19	361	30	9	81
3	17	289	31	7	49
4	20	400	32	5	25
5	17	289	33	7	49
6	15	225	34	9	81
7	19	361	35	9	81
8	16	256	36	10	100
9	20	400	37	11	121
10	17	289	38	5	25
11	19	361	39	7	49
12	18	324	40	12	144
13	15	225	41	11	121
14	20	400	42	9	81
15	20	400	43	5	25
16	18	324	44	9	81
17	13	169	45	7	49
18	8	64	46	11	121
19	12	144	47	8	64
20	18	324	48	10	100
21	10	100	49	12	144
22	17	289	50	9	81
23	16	256	51	11	121
24	17	289	52	8	64
25	20	400	53	9	81
26	18	324	54	11	121
27	17	289	55	5	25
28	20	400	56	9	81

ตาราง 26 (ต่อ)

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
57	9	81	79	10	100
58	12	144	80	20	400
59	10	100	81	12	144
60	12	144	82	9	81
61	9	81	83	20	400
62	5	25	84	9	81
63	7	49	85	7	49
64	8	64	86	11	121
65	12	144	87	5	25
66	9	81	88	12	144
67	8	64	89	20	400
68	11	121	90	10	100
69	9	81	91	9	81
70	12	144	92	20	400
71	10	100	93	10	100
72	8	64	94	20	400
73	5	25	95	9	81
74	7	49	96	11	121
75	11	121	97	5	25
76	12	144	98	10	100
77	9	81	99	7	49
78	20	400	100	9	81
				$\sum X = 1{,}189$	$\sum X^2 = 16{,}331$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ $s_t^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 26 จะได้ $\sum X = 1{,}189$, $\sum X^2 = 16{,}331$, $N = 100$

$$s_t^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{100(16{,}331) - (1{,}189)^2}{100(100-1)}$$

$$= \frac{1{,}633{,}100 - 1{,}413{,}721}{9{,}900}$$

$$= \frac{219{,}379}{9{,}900}$$

$$= 22.16$$

จากตาราง 24 จะได้ k = 5 , $\sum s_i^2$ = 10.15 , s_t^2 = 22.16

ดังนั้น

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

$$= \frac{5}{5-1}\left\{1 - \frac{10.15}{22.16}\right\}$$

$$= \frac{5}{4}\left\{\frac{22.16 - 10.15}{22.16}\right\}$$

$$= \frac{5}{4}\left(\frac{12.01}{22.16}\right)$$

$$= 0.68$$

ตาราง 27 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	18	16	324	256	288
2	19	18	361	324	342
3	17	15	289	225	255
4	20	19	400	361	380
5	17	16	289	256	272
6	15	14	225	196	210
7	19	18	361	324	342
8	16	15	256	225	240
9	20	19	400	361	380
10	17	15	289	225	255
11	19	15	361	225	285
12	18	14	324	196	252
13	15	13	225	169	195
14	20	16	400	256	320
15	20	16	400	256	320
16	18	16	324	256	288
17	13	9	169	81	117
18	8	8	64	64	64
19	12	12	144	144	144
20	18	16	324	256	288
21	10	10	100	100	100
22	17	16	289	256	272
23	16	15	256	225	240
24	17	14	289	196	238
25	20	16	400	256	320
26	18	15	324	225	270
27	17	14	289	196	238

ตาราง 27 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
28	20	16	400	256	320
29	10	8	100	64	80
30	9	7	81	49	63
31	7	7	49	49	49
32	5	4	25	16	20
33	7	7	49	49	49
34	9	7	81	49	63
35	9	7	81	49	63
36	10	8	100	64	80
37	11	9	121	81	99
38	5	4	25	16	20
39	7	7	49	49	49
40	12	12	144	144	144
41	11	9	121	81	99
42	9	7	81	49	63
43	5	4	25	16	20
44	9	7	81	49	63
45	7	7	49	49	49
46	11	9	121	81	99
47	8	8	64	64	64
48	10	8	100	64	80
49	12	12	144	144	144
50	9	7	81	49	63
51	11	9	121	81	99
52	8	8	64	64	64
53	9	7	81	49	63
54	11	9	121	81	99
55	5	4	25	16	20

ตาราง 27 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
56	9	7	81	49	63
57	9	7	81	49	63
58	12	12	144	144	144
59	10	8	100	64	80
60	12	12	144	144	144
61	9	7	81	49	63
62	5	4	25	16	20
63	7	7	49	49	49
64	8	8	64	64	64
65	12	12	144	144	144
66	9	7	81	49	63
67	8	8	64	64	64
68	11	9	121	81	99
69	9	7	81	49	63
70	12	12	144	144	144
71	10	8	100	64	80
72	8	8	64	64	64
73	5	4	25	16	20
74	7	7	49	49	49
75	11	8	121	64	88
76	12	11	144	121	132
77	9	7	81	49	63
78	20	15	400	225	300
79	10	8	100	64	80
80	20	15	400	225	300
81	12	12	144	144	144
82	9	7	81	49	63
83	20	16	400	256	320

ตาราง 27 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
84	9	7	81	49	63
85	7	7	49	49	49
86	11	9	121	81	99
87	5	4	25	16	20
88	12	12	144	144	144
89	20	16	400	256	320
90	10	8	100	64	80
91	9	7	81	49	63
92	20	16	400	256	320
93	10	8	100	64	80
94	20	16	400	256	320
95	9	7	81	49	63
96	11	9	121	81	99
97	5	4	25	16	20
98	10	8	100	64	80
99	7	7	49	49	49
100	9	7	81	49	63
รวม	1189	1023	16331	12123	14005

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 27 จะได้ $\sum X = 1{,}189$, $\sum Y = 1{,}023$, $\sum X^2 = 16{,}331$,

$\sum Y^2 = 12{,}123$, $\sum XY = 14{,}005$, $N = 100$

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{(100 \times 14{,}005) - (1{,}189 \times 1{,}023)}{\sqrt{[(100 \times 16{,}331) - (1{,}189)^2] \times [(100 \times 12{,}123) - (1{,}023)^2]}}$$

$$= \frac{1{,}400{,}500 - 1{,}216{,}347}{\sqrt{[1{,}633{,}100 - 1{,}413{,}721] \times [1{,}212{,}300 - 1{,}046{,}529]}}$$

$$= \frac{184{,}153}{\sqrt{219{,}379 \times 165771}}$$

$$= 0.97$$

ตาราง 28 ค่า $\sum X, \sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	16	256	29	19	361
2	14	196	30	6	36
3	14	196	31	7	49
4	12	144	32	10	100
5	12	144	33	19	361
6	16	256	34	16	256
7	13	169	35	10	100
8	16	256	36	19	361
9	16	256	37	15	225
10	16	256	38	19	361
11	16	256	39	12	144
12	12	144	40	6	36
13	10	100	41	19	361
14	15	225	42	8	64
15	13	169	43	12	144
16	14	196	44	19	361
17	18	324	45	16	256
18	6	36	46	10	100
19	14	196	47	15	225
20	19	361	48	12	144
21	15	225	49	10	100
22	17	289	50	16	256
23	15	225	51	6	36
24	13	169	52	16	256
25	14	196	53	19	361
26	12	144	54	10	100
27	12	144	55	16	256
28	17	289	56	12	144

ตาราง 28 (ต่อ)

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
57	16	256	79	16	256
58	16	256	80	6	36
59	8	64	81	10	100
60	15	225	82	19	361
61	6	36	83	8	64
62	9	81	84	16	256
63	12	144	85	15	225
64	19	361	86	14	196
65	9	81	87	8	64
66	16	256	88	16	256
67	16	256	89	19	361
68	12	144	90	6	36
69	8	64	91	9	81
70	9	81	92	19	361
71	16	256	93	6	36
72	8	64	94	9	81
73	9	81	95	14	196
74	16	256	96	15	225
75	10	100	97	8	64
76	15	225	98	19	361
77	8	64	99	14	196
78	10	100	100	16	256
				$\sum X = 1{,}316$	$\sum X^2 = 18{,}890$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ $s_t^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 28 จะได้ $\sum X = 1{,}316$, $\sum X^2 = 18{,}890$, $N = 100$

$$s_i^2 = \frac{N\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{100(18{,}890) - (1{,}316)^2}{100(100-1)}$$

$$= \frac{1{,}889{,}000 - 1{,}731{,}856}{9{,}900}$$

$$= \frac{157{,}144}{9{,}900}$$

$$= 15.87$$

จากตาราง 25 จะได้ k = 5 , $\sum s_i^2$ = 6.81 , s_t^2 = 15.87

ดังนั้น $$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

$$= \frac{5}{5-1}\left\{1 - \frac{6.81}{15.87}\right\}$$

$$= \frac{5}{4}\left\{\frac{15.87 - 6.81}{15.87}\right\}$$

$$= \frac{5}{4}\left(\frac{9.06}{15.87}\right)$$

$$= 0.71$$

ตาราง 29 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	16	14	256	196	224
2	14	12	196	144	168
3	14	13	196	169	182
4	12	12	144	144	144
5	12	11	144	121	132
6	16	14	256	196	224
7	13	11	169	121	143
8	16	14	256	196	224
9	16	14	256	196	224
10	16	15	256	225	240
11	16	15	256	225	240
12	12	11	144	121	132
13	10	9	100	81	90
14	15	14	225	196	210
15	13	12	169	144	156
16	14	13	196	169	182
17	18	16	324	256	288
18	6	5	36	25	30
19	14	12	196	144	168
20	19	17	361	289	323
21	15	15	225	225	225
22	17	17	289	289	289
23	15	15	225	225	225
24	13	13	169	169	169
25	14	14	196	196	196
26	12	12	144	144	144
27	12	12	144	144	144

ตาราง 29 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
28	17	17	289	289	289
29	19	19	361	361	361
30	6	6	36	36	36
31	7	7	49	49	49
32	10	10	100	100	100
33	19	19	361	361	361
34	16	16	256	256	256
35	10	10	100	100	100
36	19	19	361	361	361
37	15	15	225	225	225
38	19	19	361	361	361
39	12	12	144	144	144
40	6	6	36	36	36
41	19	19	361	361	361
42	8	8	64	64	64
43	12	12	144	144	144
44	19	19	361	361	361
45	16	16	256	256	256
46	10	10	100	100	100
47	15	15	225	225	225
48	12	12	144	144	144
49	10	10	100	100	100
50	16	16	256	256	256
51	6	6	36	36	36
52	16	16	256	256	256
53	19	19	361	361	361
54	10	10	100	100	100
55	16	16	256	256	256

ตาราง 29 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
56	12	12	144	144	144
57	16	16	256	256	256
58	16	16	256	256	256
59	8	8	64	64	64
60	15	15	225	225	225
61	6	6	36	36	36
62	9	9	81	81	81
63	12	12	144	144	144
64	19	19	361	361	361
65	9	9	81	81	81
66	16	16	256	256	256
67	16	16	256	256	256
68	12	12	144	144	144
69	8	8	64	64	64
70	9	9	81	81	81
71	16	16	256	256	256
72	8	7	64	49	56
73	9	8	81	64	72
74	16	15	256	225	240
75	10	9	100	81	90
76	15	14	225	196	210
77	8	7	64	49	56
78	10	9	100	81	90
79	16	14	256	196	224
80	6	5	36	25	30
81	10	9	100	81	90
82	19	17	361	289	323
83	8	7	64	49	56

ตาราง 29 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
84	16	15	256	225	240
85	15	14	225	196	210
86	14	13	196	169	182
87	8	7	64	49	56
88	16	14	256	196	224
89	19	17	361	289	323
90	6	5	36	25	30
91	9	8	81	64	72
92	19	18	361	324	342
93	6	5	36	25	30
94	9	8	81	64	72
95	14	13	196	169	182
96	15	14	225	196	210
97	8	7	64	49	56
98	19	18	361	324	342
99	14	12	196	144	168
100	16	13	256	169	208
รวม	1316	1252	18890	17216	18004

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 27 จะได้ $\sum X = 1{,}316$, $\sum Y = 1{,}252$, $\sum X^2 = 18{,}890$,

$\sum Y^2 = 17{,}216$, $\sum XY = 18{,}004$, $N = 100$

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{(100 \times 18{,}004) - (1{,}316 \times 1{,}252)}{\sqrt{[(100 \times 18{,}890) - (1{,}316)^2] \times [(100 \times 17{,}216) - (1{,}252)^2]}}$$

$$= \frac{1{,}800{,}400 - 1{,}647{,}632}{\sqrt{[1{,}889{,}000 - 1{,}731{,}856] \times [1{,}721{,}600 - 1{,}567{,}504]}}$$

$$= \frac{152{,}768}{\sqrt{157{,}144 \times 154{,}096}}$$

$$= 0.98$$

ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตาราง 30 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
1	6	18	324	12	144
2	5	17	289	12	144
3	5	16	256	11	121
4	6	16	256	10	100
5	5	15	225	10	100
6	8	17	289	9	81
7	9	19	361	10	100
8	7	18	324	11	121
9	4	16	256	12	144
10	8	15	225	7	49
11	6	16	256	10	100
12	9	15	225	6	36
13	6	18	324	12	144
14	9	17	289	8	64
15	9	15	225	6	36
16	8	17	289	9	81
17	8	17	289	9	81
18	8	18	324	10	100
19	7	14	196	7	49
20	5	18	324	13	169
21	5	16	256	11	121
22	5	17	289	12	144
23	9	15	225	6	36
24	7	16	256	9	81
25	5	15	225	10	100
26	9	15	225	6	36
27	8	15	225	7	49

ตาราง 30 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
28	7	14	196	7	49
29	6	15	225	9	81
30	5	18	324	13	169
31	5	17	289	12	144
32	5	15	225	10	100
33	7	14	196	7	49
34	5	16	256	11	121
35	8	17	289	9	81
		$\sum X = 567$	$\sum X^2 = 9,247$	$\sum D = 333$	$\sum D^2 = 3,325$

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \text{ ; df = n-1}$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 30 จะได้ $\sum D = 333$, $\sum D^2 = 3{,}325$, $n = 35$

ดังนั้น $$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{333}{\sqrt{\frac{(35 \times 3{,}325) - (333)^2}{35-1}}}$$

$$= \frac{333}{\sqrt{\frac{116{,}375 - 110{,}889}{34}}}$$

$$= 26.22$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$= \frac{567}{35}$$

$$= 16.2$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2-(\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{35(9247)-(567)^2}{35(35-1)}}$$

$$= 1.346$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 16.2$, $\mu_o = 14$, $s = 1.346$, $n = 35$

$$t = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{16.2-14}{\frac{1.346}{\sqrt{35}}}$$

$$= 9.670$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

ตาราง 31 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
1	6	20	400	14	196
2	0	14	196	14	196
3	4	14	196	10	100
4	5	16	256	11	121
5	5	12	144	7	49
6	3	17	289	14	196
7	1	17	289	16	256
8	1	11	121	10	100
9	0	19	361	19	361
10	2	19	361	17	289
11	0	18	324	18	324
12	5	20	400	15	225
13	3	18	324	15	225
14	5	20	400	15	225
15	3	20	400	17	289
16	4	19	361	15	225
17	6	19	361	13	169
18	4	20	400	16	256
19	8	19	361	11	121
20	5	17	289	12	144
21	5	9	81	4	16
22	7	20	400	13	169
23	3	20	400	17	289
24	5	12	144	7	49
25	4	20	400	16	256
26	8	14	196	6	36
27	7	18	324	11	121

ตาราง 31 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
28	4	15	225	11	121
29	3	18	324	15	225
30	5	18	324	13	169
31	0	20	400	20	400
32	1	19	361	18	324
33	2	18	324	16	256
34	2	19	361	17	289
35	3	19	361	16	256
		$\sum X = 608$	$\sum X^2 = 10,858$	$\sum D = 479$	$\sum D^2 = 7,043$

เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad ; \ df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 31 จะได้ $\sum D = 479$, $\sum D^2 = 7,043$, $n = 35$

ดังนั้น $$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{479}{\sqrt{\frac{(35\times7,043) - (479)^2}{35-1}}}$$

$$= \frac{479}{\sqrt{\frac{246,505 - 229,441}{34}}}$$

$$= 21.381$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ของคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$= \frac{608}{35}$$

$$= 17.371$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{35(10{,}858) - (608)^2}{35(35-1)}}$$

$$= 2.951$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 17.371$, $\mu_o = 14$, $s = 2.951$, $n = 35$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{17.371 - 14}{\frac{2.951}{\sqrt{35}}}$$

$$= 6.758$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

ตาราง 32 คะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
1	5	14	196	9	81
2	0	11	121	11	121
3	4	12	144	8	64
4	5	14	196	9	81
5	4	12	144	8	64
6	4	13	169	9	81
7	0	17	289	17	289
8	2	14	196	12	144
9	5	19	361	14	196
10	3	14	196	11	121
11	2	17	289	15	225
12	5	19	361	14	196
13	4	14	196	10	100
14	5	20	400	15	225
15	5	17	289	12	144
16	4	18	324	14	196
17	5	20	400	15	225
18	3	17	289	14	196
19	5	18	324	13	169
20	3	16	256	13	169
21	5	12	144	7	49
22	10	20	400	10	100
23	3	20	400	17	289
24	4	12	144	8	64
25	5	17	289	12	144
26	5	18	324	13	169
27	5	16	256	11	121

ตาราง 32 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2	D	D^2
28	5	17	289	12	144
29	4	17	289	13	169
30	5	16	256	11	121
31	8	19	361	11	121
32	7	20	400	13	169
33	2	17	289	15	225
34	3	18	324	15	225
35	5	18	324	13	169
		$\sum X = 573$	$\sum X^2 = 9,629$	$\sum D = 424$	$\sum D^2 = 5,3663$

เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 32 จะได้ $\sum D = 424$, $\sum D^2 = 5,366$, $n = 35$

ดังนั้น $$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{424}{\sqrt{\frac{(35\times5,366)-(424)^2}{35-1}}}$$

$$= \frac{479}{\sqrt{\frac{187,810-179,776}{34}}}$$

$$= 27.583$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

เปรียบเทียบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$= \frac{573}{35}$$

$$= 16.371$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาได้จากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{35(9{,}629) - (573)^2}{35(35-1)}}$$

$$= 2.702$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 16.371$, $\mu_o = 14$, $s = 2.702$, $n = 35$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{16.371 - 14}{\frac{2.702}{\sqrt{35}}}$$

$$= 5.193$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ df = 35 – 1 = 34)

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- แบบประเมินทักษะกระบวนการ
- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 2 คาบ

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

ค ๔.๒ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. สาระสำคัญ

การแก้สมการ

การแก้สมการเป็นการหาคำตอบของสมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันช่วยการแก้สมการ และสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการมีดังต่อไปนี้

สมบัติสมมาตร

ให้ a และ b แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว b = a

สมบัติถ่ายทอด

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b และ b = c แล้ว a = c

สมบัติการบวก

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว a+c = b+c

สมบัติการคูณ

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว ac = bc

สมบัติการแจกแจง

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

การนำไปใช้

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เป็นโจทย์สมการที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้*กลวิธี STAR* ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพหรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1) เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาได้
2) แก้โจทย์สมการเชิงตัวแปรเดียวได้
3) ตรวจสอบคำตอบกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1) การแก้ปัญหา
2) การคิดวิเคราะห์
3) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1) มีความรับผิดชอบ
2) ความกระตือรือร้น
3) ความร่วมมือ

4. สาระการเรียนรู้

การแก้สมการ

สมบัติสมมาตร

ให้ a และ b แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว b = a

ตัวอย่าง ถ้า $a = 7$ แล้ว $7 = a$

ถ้า $6x - 3 = 15$ แล้ว $15 = 6x - 3$

สมบัติถ่ายทอด

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b และ b = c แล้ว a = c

ตัวอย่าง ถ้า $8 = x$ และ $x = y$ แล้ว $8 = y$

ถ้า $2x + 10 = 30$ และ $30 = 4x - 10$ แล้ว $2x + 10 = 4x - 10$

สมบัติการบวก

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว a+c = b+c

ตัวอย่าง ถ้า $x = 4$ แล้ว $x+9=4+9$

ถ้า $5y - 6 = 19$ แล้ว $5y - 6 - 12x = 19 - 12x$

สมบัติการคูณ

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า a = b แล้ว ac = bc

ตัวอย่าง ถ้า $r = 5$ แล้ว $r \times 6 = 5 \times 6$

ถ้า $4t = 16$ แล้ว $4t \times \frac{1}{4} = 16 \times \frac{1}{4}$

สมบัติการแจกแจง

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

ตัวอย่าง $e \times (4 + 6) = 4e + 6e$

$2x(4y + 6) = 8xy + 12x$

การนำไปใช้

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เป็นโจทย์สมการที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้*กลวิธี STAR* ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพหรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงกัน (เช่น 3,4,5) ให้ผลบวกของจำนวนทั้งสามเป็น 108

วิธีคิด ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงกัน

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนทั้งสามรวมกันเท่ากับ 108

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) : สามารถใช้การคิดคำนวณจากสิ่งที่โจทย์กำหนดมา โดยลองใช้จำนวนต่างๆ เรียงติดกันสามจำนวนมาบวกให้ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 108

- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) : สามารถเขียนตารางแสดงจำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงกัน ดังนี้

จำนวนที่หนึ่ง	จำนวนที่สอง	จำนวนที่สาม	ผลรวมของสามจำนวน
1	1+1 = 2	1+2 = 3	1+2+3 = 6
2	2+1 = 3	2+2 = 4	2+3+4 = 9
3	3+1 = 4	3+2 = 5	3+4+5 = 12
4	4+1 = 5	4+2 = 6	4+5+6 = 15
⋮	⋮	⋮	⋮
x	x+1	x+2	x+(x+1)+(x+2) = 108

- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) : สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อที่จะช่วยในการหาคำตอบ

สมมติให้ x แทนจำนวนที่เรียงติดกันจำนวนแรก

x+1 แทนจำนวนที่เรียงติดกันจำนวนที่สอง

x+2 แทนจำนวนที่เรียงติดกันจำนวนที่สาม

ผลบวกของจำนวนทั้งสามเป็น 108

เขียนสมการได้ คือ x+(x+1)+(x+2) = 108

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

x+(x+1)+(x+2) = 108

$$3x + 3 = 108$$

สมบัติการบวก นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$3x + 3 + (-3) = 108 + (-3)$$

$$3x = 105$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$3x \times \frac{1}{3} = 105 \times \frac{1}{3}$$

$$x = 35$$

ดังนั้น จำนวนที่หนึ่ง คือ 35 จำนวนที่สอง คือ 35+1 = 36

และจำนวนที่สาม คือ 35+2 = 37

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

นำจำนวนทั้งสามบวกกัน 35 + 36 + 37 = 108 สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ดังนั้นจำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงกัน และมีผลบวกเท่ากับ 108 คือ 35 , 36 และ 37

ตัวอย่างที่ 2 ป้ามีเงินอยู่ 500 บาท ลุงให้มาอีกจำนวนหนึ่งรวมกับของป้าแล้วแบ่งให้หลาน 5 คน จะได้รับคนละ 150 บาท ลุงให้เงินป้ากี่บาท

วิธีคิด ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : จำนวนเงินที่ลุงให้ป้า

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : เดิมป้ามีเงิน 500 บาท เมื่อรวมเงินกับลุง แบ่งให้หลาน 5 คน คนละ 150 บาท

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) : สามารถใช้ธนบัตรมาแก้โจทย์ปัญหานี้ได้

- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) : สมมติโดยการวาดรูปตามที่โจทย์กำหนด

ป้ามีเงิน 500 บาท ลุงให้เงินมาอีกจำนวนหนึ่ง

นำมาแบ่งให้หลาน 5 คน คนละ 150 บาท โดยจะคิดว่าหลานทั้ง 5 คนนั้นรวมกันเป็นจำนวนเงินเท่าไร

ซึ่งหลาน 5 คนรวมเงินกันแล้ว คิดเป็น $5 \times 150 = 750$

- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) : สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อที่จะช่วยในการหาคำตอบ

สมมติให้ y แทนจำนวนเงินที่ลุงให้ป้า

ป้ามีเงินอยู่ 500 บาท ลุงให้มาอีกจำนวนหนึ่ง

เขียนประโยคสัญลักษณ์ y + 500 หรือ 500 + y

ป้ามีเงินอยู่ 500 บาท ลุงให้มาอีกจำนวนหนึ่งรวมกับของป้าแล้วแบ่งให้หลาน 5 คน

เขียนประโยคสัญลักษณ์ $(y+500)\div 5$

ป้ามีเงินอยู่ 500 บาท ลุงให้มาอีกจำนวนหนึ่งรวมกับของป้าแล้วแบ่งให้หลาน 5 คน จะได้รับคนละ 150 บาท

เขียนประโยคสัญลักษณ์ $(y+500)\div 5 = 150$

จะได้สมการคือ $(y+500)\div 5 = 150$

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

เมื่อพิจารณาจากภาพแล้วเราสามารถหาคำตอบได้ว่าลุงให้เงินป้าเป็นจำนวนเท่าไร

$$(y+500)\div 5 = 150$$

นำ 5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$y+500 = 750$$

นำ 500 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$y = 250$$

ดังนั้น ลุงให้เงินป้าเป็นจำนวน 250 บาท

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

ตรวจคำตอบ $(250 + 500) \div 5 = 150$

$$750 = 750$$

ดังนั้น ลุงให้เงินป้า 250 บาท

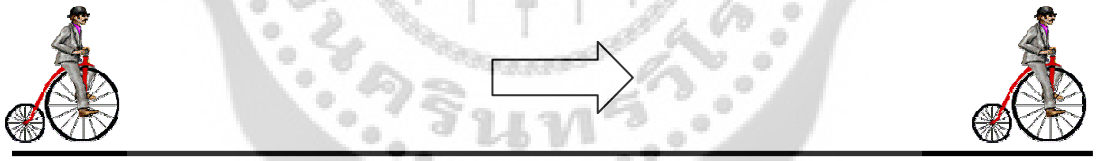
ตัวอย่างที่ 3 เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ระยะทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเด็กคนนี้ใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง จงหาระยะทางและเวลาที่ขี่จักรยานของแต่ละช่วง

วิธีคิด ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : ระยะทางและเวลาที่ขี่จักรยานในแต่ละช่วง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : ช่วงแรกขี่ด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ช่วงที่สองขี่ด้วยอัตราเร็ว 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ขี่มา 4 ชั่งโมงได้ระยะทาง 57 กิโลเมตร

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)



ระยะทาง 57 กิโลเมตร ขี่จักรยาน 4 ชั่วโมง

จากสูตร $v = \frac{s}{t}$ หน่วยเป็น m/s

v คือ อัตราเร็ว

s คือ ระยะทางทั้งหมดที่เคลื่อนที่ได้ หน่วยเป็นเมตร (m)

t คือ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ หน่วยเป็นวินาที (s)

ต้องการทราบเวลา จะได้ $t = \frac{s}{v}$

ช่วงแรกขี่ด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง นั่นคือ v = 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ในช่วงแรกขี่ได้ระยะทาง x กิโลเมตร

ดังนั้น ในช่วงแรกใช้เวลาในการขี่ $t = \frac{x}{12}$ ชั่วโมง

ช่วงที่สองขี่ด้วยอัตราเร็ว 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง นั่นคือ v = 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ขี่ได้ระยะทาง 57 กิโลเมตร

ดังนั้น ในช่วงที่สองขี่ได้ระยะทาง 57 – x กิโลเมตร

นั่นคือ ในช่วงที่สองใช้เวลาในการขี่ $t = \frac{57-x}{16}$ ชั่วโมง

เด็กคนนี้ใช้เวลาในการขี่จักรยานได้ 4 ชั่วโมง

เขียนสมการได้ คือ $\frac{x}{12} + \frac{57-x}{16} = 4$

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

$$\frac{x}{12} + \frac{57-x}{16} = 4$$

สมบัติการคูณ นำ 48 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{x}{12} \times 48\right) + \left(\frac{57-x}{16} \times 48\right) = 4 \times 48$$

$$4x + 3(57 - x) = 192$$

สมบัติการแจกแจง

$$4x + 171 - 3x = 192$$

$$x + 171 = 192$$

สมบัติการบวก นำ -171 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x + 171 + (-171) = 192 + (-171)$$

$$x = 21$$

ดังนั้น ระยะทางที่ขี่ได้ในช่วงแรก คือ 21 กิโลเมตร

เวลาที่ขี่ในช่วงแรก $\frac{21}{12} = 1\frac{3}{4}$ ชั่วโมง

ระยะทางขี่ได้ในช่วงที่สอง คือ 57 – 21 = 36 กิโลเมตร

เวลาที่ขี่ในช่วงที่สอง $\frac{36}{16} = 2\frac{1}{4}$ ชั่วโมง

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานได้ระยะทาง 57 กิโลเมตร และขี่ใช้เวลา 4 ชั่วโมง

ช่วงที่ 1 ใช้อัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 45 นาที เป็นระยะทาง 21 กิโลเมตร

ช่วงที่ 1 ใช้อัตราเร็ว 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลา 2 ชั่วโมง 15 นาที เป็นระยะทาง 36 กิโลเมตร

ดังนั้น ทั้งสองช่วงรวมกันจะได้เวลาที่ขี่จักรยาน $1.75 + 2.25 = 4$ ชั่วโมง

ทั้งสองช่วงรวมกันจะได้ระยะทางที่ขี่จักรยาน $21 + 36 = 57$ กิโลเมตร

5. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ

ครูสนทนากับนักเรียนเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เคยเรียนผ่านมาพร้อมยกตัวอย่างในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติต่าง ๆ โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยกลวิธี STAR พร้อมทั้งอธิบายแต่ละขั้นตอนแก้ปัญหากลวิธี STAR โดยเปรียบเทียบกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของ $\frac{2(4y+12)}{7}=100$

- ครูอธิบายการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR มีขั้นตอนดังนี้

วิธีทำ **ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : $\frac{2(4y+12)}{7}=100$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : y

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)

$$\frac{2(4y+12)}{7}=100$$

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

- ครูซักถามนักเรียนในขั้นตอนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาควรใช้สมบัติอะไรในการแก้สมการ

(ตอบ สมบัติการคูณ โดยนำ $\frac{7}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ)

$$\frac{2(4y+12)}{7}\times\frac{7}{2}=100\times\frac{7}{2}$$

$$4y+12=350$$

(ตอบ สมบัติการบวก โดยนำ -12 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ)

$$4y+12+(-12)=350+(-12)$$

$$4y=338$$

(ตอบ สมบัติการคูณ โดยนำ $\frac{1}{4}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ)

$$4y\times\frac{1}{4}=338\times\frac{1}{4}$$

$$y=84.5$$

- ครูถามนักเรียนถึงคำตอบที่เราได้แก้สมการหาคำตอบในขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) นักเรียนสามารถแสดงคำตอบนั้นว่าถูกต้องจริงหรือไม่ได้อย่างไร (ตอบ ต้องมีการตรวจคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

ตรวจคำตอบ แทนค่า $y = 84.5$ ในสมการ

$$\frac{2(4y + 12)}{7} = 100$$
$$\frac{2(4(84.5) + 12)}{7} = 100$$
$$\frac{2(338 + 12)}{7} = 100$$
$$\frac{2(350)}{7} = 100$$
$$\frac{700}{7} = 100$$
$$100 = 100 \quad \text{เป็นจริง}$$

ตอบ คำตอบของสมการนี้คือ y = 84.5

ขั้นปฏิบัติกิจกรรม

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มจำนวนเท่าๆ กัน แล้วให้ตัวแทนกลุ่มออกมารับอุปกรณ์และใบกิจกรรมให้กับสมาชิกในกลุ่ม ครูอธิบายกิจกรรมนี้นักเรียนจะต้องช่วยกันระดมสมองในกลุ่มของตนเองเพื่อช่วยกันหาคำตอบของโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในใบกิจกรรมที่ 1.1 “ปิงปองเจ้าปัญหา” ใช้หลักการแก้ปัญหาโดยกลวิธี STAR แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอวิธีคิดแก้ปัญหาแต่ละกลุ่ม โดยอุปกรณ์ที่ให้ไปนั้นจะมีลูกปิงปองและปากกาไว้เขียนแทนจำนวนแต่ละลูกของปิงปองอย่างอิสระ

2. ครูได้อธิบายตัวอย่างในใบกิจกรรมที่ 1.1 นี้ โดยใช้กลวิธี STAR เป็นขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

- ครูให้นักเรียนอ่านศึกษาโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน และกาเครื่องหมายลงในช่องว่าง

- ครูซักถามนักเรียนให้ช่วยกันตอบว่าอ่านโจทย์แล้ว โจทย์ได้กำหนดอะไรมาให้บ้าง? **[แนวคำตอบ** ฤดีมีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง แบ่งให้ยุภา 7 ลูก ฤดีเหลือลูกปิงปอง 5 ลูก**]** โจทย์ต้องการทราบสิ่งใด? **[แนวคำตอบ** เดิมฤดีมีปิงปองกี่ลูก**]**

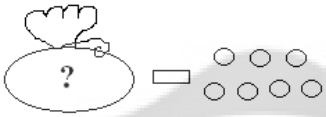
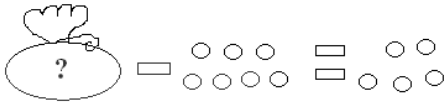
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)

- ครูอธิบายถึงการแปลงโจทย์นั้นมี 3 ลักษณะด้วยกัน คือ

สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง เช่น ครูได้ใช้ลูกปิงปองจริงๆ ในการหาคำตอบ โดยสิ่งที่โจทย์ต้องการนั่นคือ “เดิมฤดีมีลูกปิงปอง” หรือ “ฤดีมีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง”

ครูสมมติว่าตนเองเป็นฤดี มีลูกปิงปองไม่ทราบจำนวน แต่งแบ่งให้ยุภาไป 7 ลูก ครูหยิบลูกปิงปอง 7 ลูก และครูจะต้องเหลือลูกปิงปองอยู่ 5 ลูก ครูซักถามนักเรียนว่าฤดีหรือครูในบทบาทสมมติ เดิมมีลูกปิงปองเท่าไร **[แนวคำตอบ** 12 ลูก**]**

สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพหรือเขียนตารางแสดงความหมาย ครูได้ใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหา ให้◯ แทนลูกปิงปอง 1 ลูก แล้วให้ทำกระบวนการเพื่อหาคำตอบ

ฤดีมีลูกปิงปองจำนวนหนึ่งแทน	ฤดีแบ่งลูกปิงปองให้ยุภา 7 ลูก	ฤดีเหลือลูกปิงปอง 5 ลูก
		

สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

สมมติให้ x แทน เดิมฤดีมีลูกปิงปอง หรือ ฤดีมีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง

ฤดีแบ่งลูกปิงปองให้ยุภา 7 ลูก

เขียนประโยคสัญลักษณ์ x - 7

ฤดีแบ่งลูกปิงปองให้ยุภา 7 ลูก ฤดีเหลือลูกปิงปอง 5 ลูก

เขียนประโยคสัญลักษณ์ x – 7 = 5

จะได้สมการ คือ x – 7 = 5

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) หาคำตอบโดยแก้สมการ

$$x - 7 = 5$$

สมบัติการบวก นำ 7 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x - 7 + 7 = 5 + 7$$

$$x = 12$$

ดังนั้น ฤดีเดิมมีลูกปิงปอง หรือ ฤดีมีลูกปิงปองอยู่ 12 ลูก

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

ตรวจคำตอบ แทนค่า x = 12 แทนในสมการ x – 7 = 5 จะได้

x – 7 = 5

12 – 7 = 5

5 = 5 เป็นจริง

ดังนั้น ฤดีเดิมมีลูกปิงปองอยู่ 12 ลูก

3. ครูให้นักเรียนซักถามสิ่งที่สงสัยก่อนให้นักเรียนลงมือทำใบกิจกรรมที่ 1 ปิงปองเจ้าปัญหา ทั้ง 3 ข้อ เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนส่งตัวแทนของแต่ละกลุ่มมาทำเสนอ โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนที่เหลือคอยตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR จากการทำใบกิจกรรม 1.1 ปิงปองเจ้าปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพหรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

2. ครูแจกใบฝึกทักษะที่ 1 พร้อมมอบหมายให้นักเรียนส่งตามวันและเวลาที่กำหนด

ขั้นประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนซักถามเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

2. ครูแจกแบบฝึกทักษะที่ 1 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

3. ครูตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจใน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน

คาบที่ 2

ขั้นนำ

ครูทบทวนเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR พร้อมทั้งเฉลยแบฝึกทักษะที่ 1 ในข้อที่นักเรียนสงสัย

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T) โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพหรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไปนำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)

ขั้นปฏิบัติกิจกรรม

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.2 ยกโจทย์ปัญหาจากใบกิจกรรมพร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR เป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหา

โทรทัศน์ และ โทรศัพท์

ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งหนึ่ง นับจำนวนโทรทัศน์และโทรศัพท์ที่มีอยู่ในร้าน เมื่อนับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง เมื่อนับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งนี้มีโทรทัศน์และโทรศัพท์อย่างละกี่เครื่อง

ครูถามนักเรียน “เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วจะเริ่มขั้นตอนในการแก้ปัญหาด้วยกลวิธี STAR ในขั้นตอน S (Search the word problem : S) นักเรียนต้องทราบอะไรบ้างในโจทย์ปัญหา” **[แนวคำตอบ]**

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนโทรทัศน์และโทรศัพท์ที่มีอยู่ในร้าน เมื่อนับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง เมื่อนับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง

สิ่งที่โจทย์ถาม : ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งนี้มีโทรทัศน์และโทรศัพท์อย่างละกี่เครื่อง

ครูขี้แจงนักเรียน “ในขั้นตอน T (Translate the problem : T) นักเรียนสามารถเลือกใช้ CSA เป็นการแปลงข้อมูลในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่งได้ ในโจทย์นี้ครูจะให้นักเรียนลองแปลงโจทย์ปัญหาด้วยสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หรือสมการเชิงพีชคณิต” ครูอธิบายเพิ่มเติมดังนี้

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิตดังนี้

นับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง

นั่นคือ จำนวนโทรทัศน์*น้อยกว่า*จำนวนโทรศัพท์

และจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าจำนวนโทรศัพท์ 13 เครื่อง

แสดงว่า ถ้าให้จำนวนโทรทัศน์*เพิ่ม* 13 เครื่อง เท่ากับจำนวนโทรศัพท์

สมมติ x แทนจำนวนโทรศัพท์ นำไปแทนในประโยคข้างต้น จะได้

จำนวนโทรทัศน์*เพิ่ม*13 เครื่อง เท่ากับจำนวนโทรศัพท์ x เครื่อง

ดังนั้นเราสามารถทราบจำนวนโทรทัศน์ได้จากประโยคข้างต้น

ด้วยการนำสมบัติการบวก นำ -13 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้

จำนวนโทรทัศน์*เพิ่ม* 13 เครื่อง และลดไป 13 เครื่อง เท่ากับจำนวนโทรศัพท์ x + (-13) เครื่อง

ดังนั้น โทรทัศน์มีจำนวน x – 13 เครื่อง

นั่นคือ นับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง

เมื่อแทนโทรทัศน์จำนวน x – 13 เครื่อง และโทรศัพท์จำนวน x เครื่อง จะได้สมการ

$$(x - 13) + x = 77$$

2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย พร้อมทั้งครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแก้สมการในขั้นตอน A (Answer the problem : A) พร้อมทั้งแสดงวิธีขั้นตอน R (Review the solution : R)

[แนวคำตอบ]

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$(x - 13) + x = 77$$

$$2x – 13 = 77$$

สมบัติการบวก นำ 13 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2x – 13 + 13 = 77 + 13$$

$$2x = 90$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2x \times \frac{1}{2} = 90 \times \frac{1}{2}$$

$$x = 45$$

เมื่อ x แทนจำนวนโทรศัพท์ เพราะฉะนั้น โทรศัพท์มีจำนวน 45 เครื่อง

และ x – 13 แทนจำนวนโทรทัศน์ โทรทัศน์มีจำนวน 45 – 13 = 32 เครื่อง

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

แทน x = 45 ใน 2x – 13 = 77 จะได้

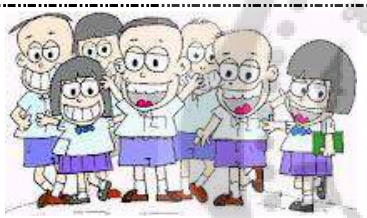
$$2x - 13 = 77$$

$$2(45) - 13 = 77$$

$$90 - 13 = 77$$

$$77 = 77 \quad \text{เป็นจริง}$$

3. ครูให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไป พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นความคิดและให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาแก้โจทย์ปัญหาด้วยกลวิธี STAR



โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่าจำนวนนักเรียนหญิงอยู่ 7 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แห่งนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนกี่คน

ครูถามนักเรียน “ขั้นตอน S (Search the word problem : S) : โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง” **[แนวคำตอบ]**

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่าจำนวนนักเรียนหญิงอยู่ 7 คน

สิ่งที่โจทย์ถาม : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แห่งนี้นักเรียนหญิงจำนวนกี่คน

ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาร่วมแก้โจทย์ปัญหาในขั้นตอน T (Translate the problem : T) พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมในส่วนการแปลงข้อมูลโดย A (Abstract application: A) ดังนี้

ขั้นตอน T (Translate the problem : T)

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิต ดังนี้

สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิงอยู่ 7 คน

แสดงว่าถ้า 2 เท่าของนักเรียนชาย<u>ลด</u>ไป 7 คน เท่ากับนักเรียนหญิง

สมมติให้ y แทนจำนวนนักเรียนชาย (หรือจะแทนจำนวนนักเรียนหญิงก็ได้)

ดังนั้น นักเรียนหญิงมีจำนวน 2y – 7 คน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน

นั่นคือ จำนวนนักเรียนชายรวมจำนวนนักเรียนหญิงเท่ากับ 113 คน

เมื่อแทนจำนวนนักเรียนชาย y คน และจำนวนนักเรียนหญิง 2y – 7 คน จะได้

$$y + (2y - 7) = 113$$

4. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามสิ่งที่สงสัย และครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแก้โจทย์ปัญหาในขั้นตอน A (Answer the problem : A) และขั้นตอน R (Review the solution : R) **[แนวคำตอบ]**

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$y + (2y - 7) = 113$$

$$3y – 7 = 113$$

สมบัติการบวก นำ 7 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$3y – 7 + 7 = 113 + 7$$

$$3y = 120$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$3y \times \frac{1}{3} = 120 \times \frac{1}{3}$$

$$y = 40$$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนชาย 40 คน

และนักเรียนหญิงมีจำนวน 2y – 7 = 2(40) – 7 = 73 คน

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

แทน y = 40 ใน y + (2y - 7) = 113 จะได้

$$y + (2y - 7) = 113$$

$$40 + [2(40) - 7] = 113$$

$$40 + [80 - 7] = 113$$

$$40 + 73 = 113$$

$$113 = 113$$ เป็นจริง

5. ครูให้นักเรียนจับคู่ร่วมกันระดมสมองทำใบกิจกรรมที่ 1.2 ที่เหลือ และครูสุ่มแต่ละคู่ออกมาเฉลยบนกระดานและให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูตอบข้อซักถามกับนักเรียนที่ยังสงสัย

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกับการแปลงข้อมูลให้เป็นสมการเชิงพีชคณิต กับประโยคที่มักจะเจอในโจทย์ปัญหา เช่น “...น้อยกว่า...” หรือ “...มากกว่า...” นักเรียนสามารถแปลงเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ตัวอย่าง “มะม่วงน้อยกว่ามะนาวอยู่ 10”

ถ้าต้องการให้มะม่วงเท่ากับมะนาวจะต้องเพิ่มมะม่วงไป 10 ผล

หลังจากนั้นให้สมมติตัวแปรในฝั่งของสมการที่มีการบวกลบหรือคูณหาร

<u>กรณีที่ 1</u> ที่นี้จะสมมติ ให้ a แทนมะม่วงเพื่อง่ายต่อการสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้เร็วขึ้น

a + 10 เท่ากับจำนวนมะนาว

ดังนั้น มะม่วงมี a ผล มะนาวมี a + 10 ผล

<u>กรณีที่ 2</u> สามารถให้สมมติตัวแปรอยู่อีกฝั่งหนึ่งได้ เช่น สมมติ b แทนมะนาว จะได้

มะม่วงเพิ่ม 10 ผล เท่ากับจำนวนมะนาว b ผล

ต้องจัดมะม่วงให้อยู่ในรูปของเทอม b หรือต้องหาว่ามะม่วงมีกี่ผล

สมบัติการบวก นำ -10 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

มะม่วงเพิ่ม 10 ผล และลดไป10 ผล เท่ากับมะนาว b + (-10) ผล

จำนวนมะม่วง เท่ากับ b – 10 ผล

ดังนั้น มะนาวมี b ผล มะม่วงมี b – 10 ผล

ขั้นประเมินผล

1. ครูให้นักเรียนซักถามเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

2. ครูตรวจใบกิจกรรมที่ 1.2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจใน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน

6. ชิ้นงาน / ภาระงาน

แบบฝึกทักษะที่ 1

7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1.1 และใบกิจกรรมที่ 1.2

2. แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการ	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้	ตรวจจากใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ	-ใบกิจกรรมที่ 1.1 , 1.2 -แบบฝึกทักษะที่ 1	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านทักษะ/กระบวนการ 1) การแก้ปัญหา 2) การคิดวิเคราะห์ 3) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	ตรวจจากใบกิจกรรม , แบบฝึกทักษะ และพฤติกรรมระหว่างเรียน	-ใบกิจกรรมที่ 1.1 , 1.2 -แบบฝึกทักษะที่ 1 -แบบประเมินทักษะกระบวนการ	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี
ด้านคุณลักษณะ 1) มีความรับผิดชอบ 2) ความกระตือรือร้น 3) ความร่วมมือ	ประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียนและหลังการเรียนรู้	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

คาบที่ 1

ผลการจัดการเรียนรู้

นักเรียนให้ความสนใจในกลวิธี STAR และร่วมทำกิจกรรมในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี มีความรับผิดชอบและมีความกระตือรือร้นทั้งชั้นเรียนอยู่ในระดับดี และนักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการทำใบกิจกรรมที่ 1.1 ดีมาก นักเรียนในห้องเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้และหาคำตอบไม่สำเร็จ มีการแยกแยะสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์ต้องการ (ขั้นตอน S : Search the word problem)ได้เป็นส่วนใหญ่ แต่ยังไม่สามารถแปลงข้อมูล(ขั้นตอน T : Translate the problem)ได้อย่างชัดเจน นักเรียนบางส่วนสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับหลักการ และเนื้อหาในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนส่วนใหญ่ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ นักเรียนทั้งชั้นเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์อยู่ในระดับพอใช้ถึงดี

ปัญหาและอุปสรรค

จากการทำใบกิจกรรมที่ 1.1 นักเรียนมีปัญหาในการปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหาด้วยกลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นตอน T : Translate the problem นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแปลงโจทย์ โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) เพื่อหาคำตอบได้ สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวาดภาพในการแปลงโจทย์ได้ แต่ยังไม่สามารถแปลงข้อมูลโดยสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)ได้อย่างชัดเจน ทำให้ครูต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นและคอยให้คำปรึกษา

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ขั้นตอน R (Review the solution : R) นักเรียนยังไม่สามารถตรวจคำตอบได้

ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข

นักเรียนที่ยังไม่สามารถแปลงข้อมูล(ขั้นตอน T : Translate the problem)ได้อย่างชัดเจน โดยสื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) ครูจะคอยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิด พร้อมทั้งยกตัวอย่างอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนแปลงข้อมูล(ขั้นตอน T : Translate the problem)ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น โดยครูยกตัวอย่างให้นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาวาดภาพแทนวัตถุจริงหรือเขียนตารางตามสิ่งที่

โจทย์กำหนดให้แต่ละประโยค พร้อมทั้งแนะให้นักเรียนแปลงข้อมูลจากสิ่งที่นักเรียนได้วาดรูปหรือตารางเป็นสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) นักเรียนที่ยังไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ ครูจะเข้าไปให้คำแนะนำในการแก้สมการโดยใช้สมบัติจำนวนจริง

ขั้นตอน R (Review the solution : R) ครูให้คำแนะนำโดยให้ให้นักเรียนลองนำคำตอบที่ได้กลับไปแทนในโจทย์เป็นจริงหรือไม่ หรือนำคำตอบที่ได้ไปแทนค่าในสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่แปลงข้อมูลในขั้นตอน T (Translate the problem : T)

คาบที่ 2

ผลการจัดการเรียนรู้

นักเรียนให้ความร่วมมือและมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมดีมาก นักเรียนส่งแบบฝึกทักษะที่ 1 ก่อนเวลาและตรงเวลาทุกคน ในการทำใบกิจกรรมที่ 1.2 นักเรียนร่วมกันตอบคำถามเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาและร่วมกันระดมสมอง นักเรียนทั้งหมดสามารถทำในขั้นตอน S (Search the word problem : S) ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสามารถแยกแยะสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างชัดเจนและถูกต้อง ในขั้นตอน T (Translate the problem : T) มีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและชัดเจน ในขั้นตอน A (Answer the problem : A) นักเรียนส่วนหนึ่งยังมีปัญหาในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และในขั้นตอน R (Review the solution : R) ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถแปลงโจทย์ได้ นักเรียนส่วนใหญ่ที่ตอบคำถามจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อยู่ในระดับพอใช้ นักเรียนเริ่มแก้โจทย์ปัญหาที่ได้มากขึ้นจากการทำใบกิจกรรมที่ 1.1 และนักเรียนจะใช้เวลาในการทำโจทย์แต่ละข้อน้อยลง การระดมสมองช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้หลากหลายยิ่งขึ้น พร้อมทั้งนักเรียนสามารถเรียงลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

ปัญหาและอุปสรรค

จากการทำใบกิจกรรมที่ 1.2 นักเรียนมีปัญหาในการปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) เนื่องจากในการทำใบกิจกรรมที่ 1.2 นี้ ในขั้นตอนการแปลงข้อมูลจะใช้แค่เพียง 2 แบบ คือ สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพแผนภาพและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มแปลงข้อมูลโดยการวาดภาพแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือเขียนตาราง นักเรียนยังเขียนตารางได้อย่างไม่ชัดเจน ทำให้แปลงเป็นสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หรือสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) นักเรียนที่ยังไม่สามารถแก้สมการได้ในคาบที่แล้ว ยังมีบางส่วนที่ยังไม่สามารถแก้สมการได้

ขั้นตอน R (Review the solution : R) นักเรียนบางส่วนในคาบที่แล้วยังตรวจคำตอบได้อย่างไม่มั่นใจในการทำกระบวนการนี้ว่าถูกต้องหรือไม่

ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข

ในขั้นตอน T (Translate the problem : T) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) ครูให้คำแนะนำในการเขียนแบบรูปความสัมพันธ์ในส่วนสุดท้ายของการตาราง เพื่อให้นักเรียนแปลงข้อมูลมาเป็นสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) โดนครูจะคอยเป็นที่ปรึกษาและชี้แนะให้นักเรียน

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) และขั้นตอน R (Review the solution : R) ครูให้นักเรียนยังไม่สามารถแก้สมการได้ทั้งหมด มาจับคู่กับนักเรียนที่สามารถแก้สมการได้ โดยครูจะคอยให้คำปรึกษาอยู่สำหรับนักเรียนที่ต้องการถามในสิ่งที่ยังสงสัย

นางสาวอังคณา อุทัยรัตน์

ผู้จัดการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 1.1 ปิงปองเจ้าปัญหา

จงเติมข้อความลงไปในช่องว่างให้ถูกต้องและละเอียด

ตัวอย่าง ฤดีมีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง ฤดีแบ่งให้ยุภา 7 ลูก ฤดีเหลือลูกปิงปอง 5 ลูก เดิมฤดีมีลูกปิงปองกี่ลูก (โดยใช้กลวิธี STAR)

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)	
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)	
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	

1. A มีลูกปิงปอง 3 ลูก เพื่อนนำลูกปิงปองมาให้อีกจำนวนหนึ่งรวมกันแล้วได้ 12 ลูก อยากทราบว่าเพื่อนนำลูกปิงปองมาให้กี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

2. B มีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปแบ่งให้เพื่อน 3 คน คนละ 7 ลูก หลังจากแบ่งลูกปิงปองแล้ว B เหลือลูกปิงปองอีก 10 ลูก เดิม B มีลูกปิงปองทั้งหมดกี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

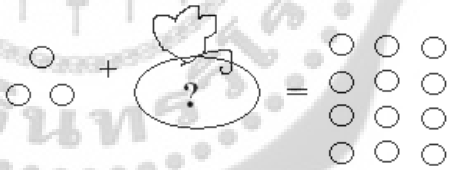
3. C มีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง ซึ่ง 5 เท่าของจำนวนลูกปิงปองของ C เท่ากับ 15 C มีลูกปิงปองกี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

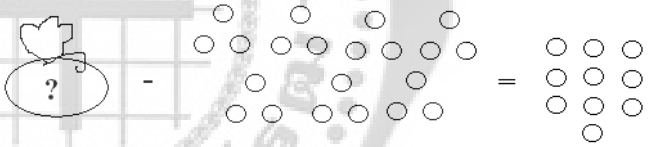
เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 ปิงปองเจ้าปัญหา

จงเติมข้อความลงไปในช่องว่างให้ถูกต้องและละเอียด

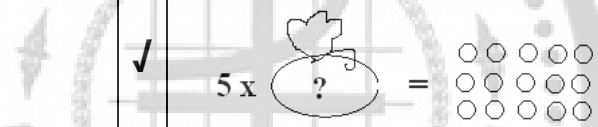
1. A มีลูกปิงปอง 3 ลูก เพื่อนนำลูกปิงปองมาให้อีกจำนวนหนึ่งรวมกันแล้วได้ 12 ลูก อยากทราบว่าเพื่อนนำลูกปิงปองมาให้กี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	A มีลูกปิงปอง 3 ลูก เพื่อนนำลูกปิงปองมาให้อีกจำนวนหนึ่งรวมกันแล้วได้ 12 ลูก
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	เพื่อนนำลูกปิงปองมาให้กี่ลูก
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) นำเอาลูกปิงปองมา 3 ลูกและเพิ่มลูกปิงปองให้ได้ 12 ลูก ได้คำตอบว่าเพื่อนนำลูกปิงปองมาเพิ่ม 8 ลูก
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ x แทนจำนวนลูกปิงปองที่เพื่อนนำมาเพิ่ม A มีลูกปิงปอง 3 ลูก เพื่อนนำลูกปิงปองมาให้อีกจำนวนหนึ่ง รวมกันแล้วได้ 12 ลูก ประโยคสัญลักษณ์ 3 + x = 12
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	3 + x = 12 (สมบัติการบวก นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ) 3 + x +(-3) = 12 + (-3) x = 8
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทนค่า x = 8 ในสมการ 3 + x = 12 จะได้ : 3 + 8 = 12 12 = 12 เป็นจริง

2. B มีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปแบ่งให้เพื่อน 3 คน คนละ 7 ลูก หลังจากแบ่งลูกปิงปองแล้ว B เหลือลูกปิงปองอีก 10 ลูก เดิม B มีลูกปิงปองทั้งหมดกี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	B มีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปแบ่งให้เพื่อน 3 คน คนละ 7 ลูก หลังจากแบ่งลูกปิงปองแล้ว B เหลือลูกปิงปองอีก 10 ลูก
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	เดิม B มีลูกปิงปองทั้งหมดกี่ลูก
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) นำลูกปิงปองมากองไว้กองละ 3 ลูก 7 กอง และเพิ่มไป 10 ลูก แล้วนำจำนวนว่ามีลูกปิงปองทั้งหมด 31 ลูก
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ y แทนจำนวน B มีลูกปิงปองทั้งหมด B มีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปแบ่งให้เพื่อน 3 คน คนละ 7 ลูก เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ $y-(3\times 7)$ B มีลูกปิงปองอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปแบ่งให้เพื่อน 3 คน คนละ 7 ลูก หลังจากแบ่งลูกปิงปองแล้ว B เหลือลูกปิงปองอีก 10 ลูก เขียนประโยคสัญลักษณ์ $y-(3\times 7)=10$
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	$y-(3\times 7)=10$ $y-21=10$ สมบัติการบวก นำ 21 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $y-21+21=10+21$ $y=31$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทน $y=31$ ใน $y-21=10$ จะได้ $31-21=10$	$10=10$ เป็นจริง

3. C มีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง ซึ่ง 5 เท่าของจำนวนลูกปิงปองของ C เท่ากับ 15 C มีลูกปิงปองกี่ลูก

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	C มีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง ซึ่ง 5 เท่าของจำนวนลูกปิงปองของ C เท่ากับ 15
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	C มีลูกปิงปองกี่ลูก
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) นำลูกปิงปอง 15 ลูกแจกให้เพื่อน 5 คน คนละเท่าๆ กัน จะได้คำตอบว่า เดิม C มีลูกปิงปอง 3 ลูก
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ a แทนจำนวนลูกปิงปองของ C 5 เท่าของจำนวนลูกปิงปองของ C เขียนประโยคสัญลักษณ์ 5a C มีลูกปิงปองจำนวนหนึ่ง ซึ่ง 5 เท่าของจำนวนลูกปิงปองของ C เท่ากับ 15 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ 5a = 15
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	5a = 15 สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการ $5a \times \frac{1}{5} = 15 \times \frac{1}{5}$ $a = 3$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทน a = 3 ใน 5a = 15 จะได้ 5(3) = 15 15 = 15 เป็นจริง

แบบฝึกทักษะที่ 1.1

1. สุมีส้มอยู่จำนวนหนึ่งจำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียน 10 ผล สุเหลือส้มอยู่ 25 ผล เดิมสุมีส้มกี่ผล

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)	
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)	
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	

2.ญาญ่ามีอายุมากกว่าสองเท่าของกิ๊บอยู่ 5 ปี ถ้าญาญ่าอายุ 25 ปี กิ๊บและญาญ่าจะมีอายุห่างกันกี่ปี

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

3. นักเรียนในห้องหนึ่งมี 34 คน ถ้าจำนวนนักเรียนหญิงน้อยกว่าสองเท่าของนักเรียนชายอยู่ 8 คน อยากทราบว่านักเรียนห้องนี้เป็นหญิงกี่คน

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

4. มายามีเก้าอี้มากกว่าสามเท่าของจำนวนเก้าอี้ของปลาอยู่ 75 ตัว ถ้ามายามีเก้าอี้ 300 ตัว ปลาจะมีเก้าอี้กี่ตัว

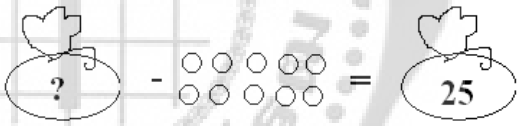
คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?		
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?		
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?		
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)		
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)		
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)		
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)		
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)		

5. A สอบวิชาภาษาไทยและคณิตศาสตร์ ผลต่างของสี่เท่าของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนสอบภาษาไทย หารด้วย 5 มีค่าเท่ากับคะแนนวิชาภาษาไทย ถ้า A สอบวิชาภาษาไทยได้ 8 คะแนน วิชาคณิตศาสตร์ได้กี่คะแนน

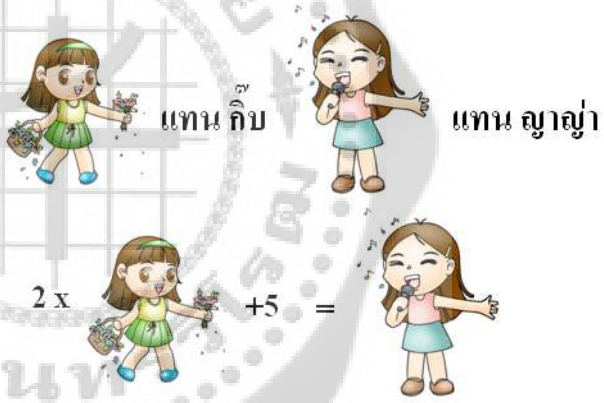
คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)	
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)	
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

1. สุมีส้มอยู่จำนวนหนึ่งจำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียน 10 ผล สุเหลือส้มอยู่ 25 ผล เดิมสุมีส้มกี่ผล

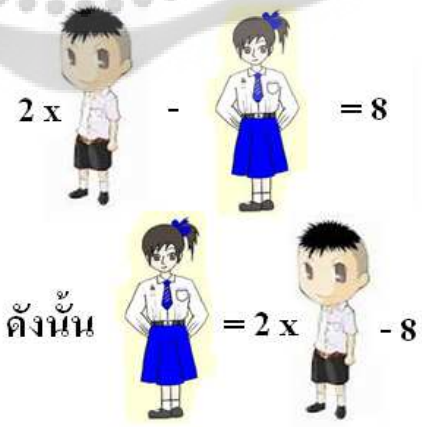
คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	สุมีส้มอยู่จำนวนหนึ่งจำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียน 10 ผล สุเหลือส้มอยู่ 25 ผล
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	เดิมสุมีส้มกี่ผล
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) สมมติให้ลูกปิงปองแทนส้ม แล้วนับจำนวนส้มที่แจก 10 ผล รวมกับส้ม 25 ผล ดังนั้น เดิมสุมีส้ม 35 ผล
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ x แทนจำนวนส้มของสุเดิม สุมีส้มอยู่จำนวนหนึ่งจำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียน 10 ผล สุเหลือส้มอยู่ 25 ผล เขียนประโยคสัญลักษณ์ $x - 10 = 25$
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	$x - 10 = 25$ สมบัติการบวก นำ 10 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $x - 10 + 10 = 25 + 10$ $x = 35$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทน $x = 35$ ใน $x - 10 = 25$ จะได้ $35 - 10 = 25$ $25 = 25$ เป็นจริง

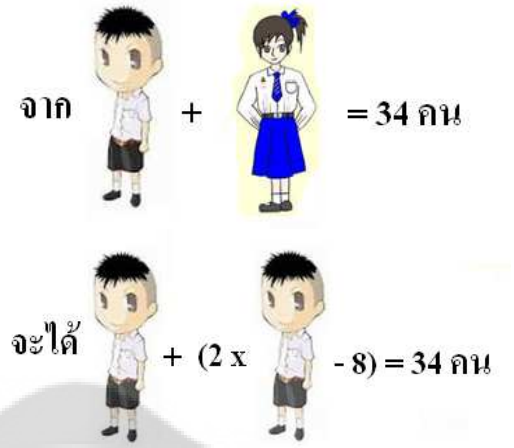
2.ญาญ่ามีอายุมากกว่าสองเท่าของกิ๊บอยู่ 5 ปี ถ้าญาญ่าอายุ 25 ปี กิ๊บและญาญ่าจะมีอายุห่างกันกี่ปี

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	ญาญ่ามีอายุมากกว่า 2 เท่าของกิ๊บอยู่ 5 ปี ถ้าญาญ่าอายุ 25 ปี
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	กิ๊บและญาญ่าจะมีอายุห่างกันกี่ปี
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) สมมติให้เพื่อน 2 คน แทนญาญ่าและกิ๊บ แล้วหาคำตอบของโจทย์
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ y แทนอายุของกิ๊บ ญาญ่ามีอายุมากกว่า 2 เท่าของกิ๊บอยู่ 5 ปี เขียนประโยคสัญลักษณ์ 2y – 5 ปี ญาญ่ามีอายุมากกว่า 2 เท่าของกิ๊บอยู่ 5 ปี ถ้าญาญ่าอายุ 25 ปี เขียนประโยคสัญลักษณ์ 2y + 5 = 25
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	2y + 5 = 25 สมบัติการบวก นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ 2y + 5 + (-5) = 25 + (-5) 2y = 20 สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $2y \times \frac{1}{2} = 20 \times \frac{1}{2}$ $y = 10$

คำถามแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง	
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทนค่า y = 10 ใน 2y + 5 = 25 จะได้ 2(10) + 5 = 25 25 = 25 เป็นจริง

3. นักเรียนในห้องหนึ่งมี 34 คน ถ้าจำนวนนักเรียนหญิงน้อยกว่าสองเท่าของนักเรียนชายอยู่ 8 คน อยากทราบว่านักเรียนห้องนี้เป็นหญิงกี่คน

คำถามแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	√	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	√	นักเรียนในห้องหนึ่งมี 34 คน ถ้าจำนวนนักเรียนหญิงน้อยกว่า 2 เท่าของนักเรียนชายอยู่ 8 คน
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	√	นักเรียนห้องนี้เป็นหญิงกี่คน
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	√	(แนวคำตอบ) สมมติให้จำนวนนักเรียนในห้องเรียนมี 34 คน และแก้ปัญหาตามสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	√	(แนวคำตอบ) 

คำถามแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (√) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง	
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) (ต่อ)	√	
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	√	สมมติ y แทนจำนวนนักเรียนผู้ชาย จำนวนนักเรียนหญิงน้อยกว่า 2 เท่าของนักเรียนชายอยู่ 8 คน ดังนั้น นักเรียนผู้หญิง 2y – 8 คน นักเรียนในห้องหนึ่งมี 34 คน นั้นคือ y + (2y - 8) = 34 คน
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	√	y + (2y - 8) = 34 สมบัติการบวก นำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ y + (2y – 8) + 8 = 34 + 8 3y = 42 สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $3y \times \frac{1}{3} = 42 \times \frac{1}{3}$ $y = 14$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	√	แทน y = 14 ใน y + (2y - 8) = 34 จะได้ 14 + (2(14) - 8) = 34 14 + 20 = 34 34 = 34 เป็นจริง

4. มายามีเก้าอี้มากกว่าสามเท่าของจำนวนเก้าอี้ของปลาอยู่ 75 ตัว ถ้ามายามีเก้าอี้ 300 ตัว ปลาจะมีเก้าอี้กี่ตัว

<table>
<tr><th>คำถามแต่ละขั้นตอน</th><th colspan="2">ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง</th></tr>
<tr><td>ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?</td><td>✓</td><td></td></tr>
<tr><td>- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?</td><td>✓</td><td>มายามีเก้าอี้มากกว่า 3 เท่าของจำนวนเก้าอี้ของปลาอยู่ 75 ตัว
มายามีเก้าอี้ 300 ตัว</td></tr>
<tr><td>- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?</td><td>✓</td><td>ปลาจะมีเก้าอี้กี่ตัว</td></tr>
<tr><td>ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)</td><td>✓</td><td>(แนวคำตอบ) สมมติให้เพื่อน 2 คน เป็นปลาและมายา เอาเก้าอี้มาแก้โจทย์ปัญหา</td></tr>
<tr><td>- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)</td><td>✓</td><td>(แนวคำตอบ)
<table>
<tr><th>เก้าอี้ของปลา (ตัว)</th><th>3 เท่าของจำนวนเก้าอี้ของปลา (ตัว)</th><th>+ 75 ตัว</th><th>เก้าอี้ของมายา (300 ตัว)</th></tr>
<tr><td>5</td><td>15</td><td>90</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>10</td><td>30</td><td>105</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>⋮</td><td>⋮</td><td>⋮</td><td></td></tr>
<tr><td>70</td><td>210</td><td>285</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>72</td><td>216</td><td>291</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>73</td><td>219</td><td>294</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>74</td><td>222</td><td>297</td><td>ไม่จริง</td></tr>
<tr><td>75</td><td>225</td><td>300</td><td>เป็นจริง</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)</td><td>✓</td><td>สมมติ a แทน จำนวนเก้าอี้ของปลา
มายามีเก้าอี้มากกว่า 3 เท่าของจำนวนเก้าอี้ของปลาอยู่ 75 ตัว
ดังนั้น มายามีเก้าอี้ 3a + 75 ตัว
มายามีเก้าอี้ 300 ตัว
ประโยคสัญลักษณ์ 3a + 75 = 300 ตัว</td></tr>
<tr><td>ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)</td><td>✓</td><td>3a + 75 = 300
สมบัติการบวก นำ -75 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ
3a + 75 +(-75) = 300 +(-75)
3a = 225
สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ</td></tr>
</table>

คำถามแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง	
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A) (ต่อ)	✓	$3a \times \frac{1}{3} = 225 \times \frac{1}{3}$ $a = 75$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	✓	แทน a = 75 ใน 3a + 75 = 300 จะได้ 3(75) + 75 = 300 225 + 75 = 300 300 = 300 เป็นจริง

5. A สอบวิชาภาษาไทยและคณิตศาสตร์ ผลต่างของสี่เท่าของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนสอบภาษาไทย หารด้วย 5 มีค่าเท่ากับคะแนนวิชาภาษาไทย ถ้า A สอบวิชาภาษาไทยได้ 8 คะแนน วิชาคณิตศาสตร์ได้กี่คะแนน

คำถามแต่ละขั้นตอน	ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง	
ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem : S)		
- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ?	✓	
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ?	✓	ผลต่างของ 4 เท่าของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนสอบภาษาไทย หารด้วย 5 มีค่าเท่ากับคะแนนวิชาภาษาไทย A สอบวิชาภาษาไทยได้ 8 คะแนน
- สิ่งที่โจทย์ต้องการ ?	✓	วิชาคณิตศาสตร์ได้กี่คะแนน
ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the problem : T)		
- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)	✓	(แนวคำตอบ) สมมติให้เพื่อนเป็น A เขียนป้ายกระดาษคะแนนทั้ง 2 วิชา แล้วแก้โจทย์ปัญหา
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)	✓	(แนวคำตอบ)

คะแนนวิชาคณิต	((4 x คะแนนวิชาคณิต) – 8) / 5	มีค่าเท่ากับ 8 คะแนน
3	0.8	ไม่จริง
4	1.6	ไม่จริง
5	2.4	ไม่จริง
⋮	⋮	
11	7.2	ไม่จริง
12	8	จริง

คำถามแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องสี่เหลี่ยมเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเติมข้อความให้ถูกต้อง**	
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)	✓	สมมติ b แทนคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของ A สี่เท่าของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนสอบภาษาไทย หารด้วย 5 มีค่าเท่ากับคะแนนวิชาภาษาไทย A สอบวิชาภาษาไทยได้ 8 คะแนน ประโยคสัญลักษณ์ $\frac{4b-8}{5} = 8$ คะแนน
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem : A)	✓	$\frac{4b-8}{5} = 8$ สมบัติการคูณ นำ 5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $\frac{4b-8}{5} \times 5 = 8 \times 5$ $4b - 8 = 40$ สมบัติการบวก นำ 8 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ $4b - 8 + 8 = 40 + 8$ $4b = 48$ สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{4}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $4b \times \frac{1}{4} = 48 \times \frac{1}{4}$ $b = 12$
ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution : R)	✓	แทน b = 12 ใน $\frac{4b-8}{5} = 8$ จะได้ $\frac{4(12)-8}{5} = 8$ $\frac{48-8}{5} = 8$ 8 = 8 เป็นจริง

ใบกิจกรรมที่ 1.2

จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

โทรทัศน์ และ โทรศัพท์

ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งหนึ่ง นับจำนวนโทรทัศน์และโทรศัพท์ที่มีอยู่ในร้าน เมื่อนับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง เมื่อนับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งนี้มีโทรทัศน์และโทรศัพท์อย่างละกี่เครื่อง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

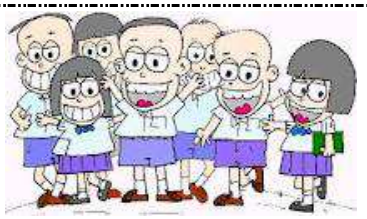
.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิงอยู่ 7 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แห่งนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนเท่าไร

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

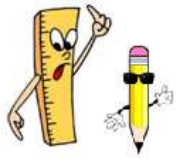
……

……

……

……

……



พิทยาต้องการซื้อของขวัญให้กับนักเรียน โดยซื้อไม้บรรทัดมากกว่าดินสออยู่ 35 อัน เมื่อนับทั้งไม้บรรทัดและดินสอรวมกันแล้ว 205 ชิ้น อยากทราบว่าดินสอที่พิทยาซื้อมามีทั้งหมดกี่แท่ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

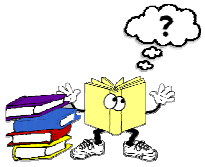
.....

.....

.....

.....

.....



สาลี่มีหนังสืออยู่สองเล่ม เมื่อนับจำนวนหน้าหนังสือปรากฏว่าจำนวนหน้าหนังสือเล่มหนึ่งน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนหน้าหนังสืออีกเล่มหนึ่งอยู่ 526 หน้า ถ้านำจำนวนหน้าของหนังสือทั้งสองเล่มมารวมกันได้ 1,829 หน้า อยากทราบว่าหนังสือของสาลี่ทั้งสองเล่มมีเล่มละกี่หน้า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ฟาร์มสัตว์เลี้ยงแห่งหนึ่งมีลูกแมว ลูกสุนัข และลูกนกอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อนับดูแล้ว ลูกสุนัขมากกว่าลูกแมวอยู่ 6 ตัว สามเท่าของลูกนกมากกว่าลูกสุนัขอยู่ 3 ตัว และถ้านับจำนวนขาทั้งหมดได้ 134 ขา อยากทราบว่าลูกแมว ลูกสุนัข และลูกนกมีอยู่อย่างละกี่ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.2

จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

โทรทัศน์ และ โทรศัพท์

ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งหนึ่ง นับจำนวนโทรทัศน์และโทรศัพท์ที่มีอยู่ในร้าน เมื่อนับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง เมื่อนับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง ร้านขายเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งนี้มีโทรทัศน์และโทรศัพท์อย่างละกี่เครื่อง

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนโทรทัศน์และโทรศัพท์ที่มีอยู่ในร้าน เมื่อนับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง เมื่อนับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิตดังนี้

นับแล้วจำนวนโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์อยู่ 13 เครื่อง นักเรียน

นั่นคือ โทรทัศน์ < โทรศัพท์ และโทรทัศน์น้อยกว่าโทรศัพท์ 13 เครื่อง

แสดงว่า ถ้าให้โทรทัศน์*เพิ่ม* 13 เครื่อง จะมีจำนวนเท่ากับโทรศัพท์

โทรทัศน์ + 13 = โทรศัพท์

สมมติ x แทนจำนวนโทรศัพท์ นำไปแทนในประโยคข้างต้น จะได้

โทรทัศน์ + 13 = x

ดังนั้นเราสามารถทราบจำนวนโทรทัศน์ได้จากประโยคข้างต้น

ด้วยการนำสมบัติการบวก นำ -13 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้

โทรทัศน์ + 13 + (-13) = x + (-13)

โทรทัศน์ = x -13

ดังนั้น โทรทัศน์มีจำนวน x – 13 เครื่อง

นับทั้งโทรทัศน์และโทรศัพท์รวมกันได้ 77 เครื่อง

นั่นคือ โทรทัศน์ + โทรศัพท์ = 77 เครื่อง

เมื่อแทนโทรทัศน์จำนวน x – 13 เครื่อง และโทรศัพท์จำนวน x เครื่อง จะได้สมการ

(x - 13) + x = 77

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$(x - 13) + x = 77$$

$$2x - 13 = 77$$

สมบัติการบวก นำ 13 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2x - 13 + 13 = 77 + 13$$

$$2x = 90$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2x \times \frac{1}{2} = 90 \times \frac{1}{2}$$

$$x = 45$$

เมื่อ x แทนจำนวนโทรศัพท์ เพราะฉะนั้น โทรศัพท์มีจำนวน 45 เครื่อง

และ x – 13 แทนจำนวนโทรทัศน์ โทรทัศน์มีจำนวน 45 – 13 = 32 เครื่อง

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

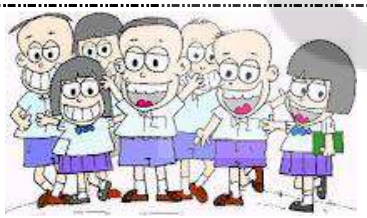
แทน x = 45 ใน 2x – 13 = 77 จะได้

$$2x - 13 = 77$$

$$2(45) - 13 = 77$$

$$90 - 13 = 77$$

$$77 = 77$$ เป็นจริง



โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิงอยู่ 7 คน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แห่งนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนเท่าไร

ครูถามนักเรียน “ขั้นตอน S (Search the word problem : S) : โจทย์ได้ให้อะไรบ้าง” **[แนวคำตอบ]**

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิงอยู่ 7 คน

สิ่งที่โจทย์ถาม : นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แห่งนี้นักเรียนหญิงจำนวนเท่าไร

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิต ดังนี้

สองเท่าของจำนวนนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิงอยู่ 7 คน

นั่นคือ 2 x นักเรียนชาย > นักเรียนหญิง อยู่ 7 คน

แสดงว่าถ้า 2 เท่าของนักเรียนชาย<u>ลด</u>ไป 7 คน เท่ากับนักเรียนหญิง

2 x นักเรียนชาย – 7 = นักเรียนหญิง

สมมติให้ y แทนจำนวนนักเรียนชาย (หรือจะแทนจำนวนนักเรียนหญิงก็ได้)

จากประโยค 2 x นักเรียนชาย – 7 = นักเรียนหญิง จะได้

2y – 7 = นักเรียนหญิง

ดังนั้น นักเรียนหญิงมีจำนวน 2y – 7 คน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คน นั่นคือ นักเรียนชาย + นักเรียนหญิง = 113 คน

เมื่อแทนจำนวนนักเรียนชาย y คน และจำนวนนักเรียนหญิง 2y – 7 คน จะได้

y + (2y - 7) = 113

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

y + (2y - 7) = 113

3y – 7 = 113

สมบัติการบวก นำ 7 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

3y – 7 + 7 = 113 + 7

3y = 120

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$3y \times \frac{1}{3} = 120 \times \frac{1}{3}$

y = 40

ดังนั้น จำนวนนักเรียนชาย 40 คน

และนักเรียนหญิงมีจำนวน 2y – 7 = 2(40) – 7 = 73 คน

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

แทน y = 40 ใน y + (2y - 7) = 113 จะได้

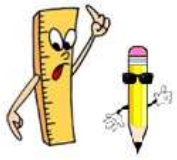
y + (2y - 7) = 113

40 + [2(40) - 7] = 113

40 + [80 - 7] = 113

40 + 73 = 113

113 = 113 เป็นจริง



พิทยาต้องการซื้อของขวัญให้กับนักเรียน โดยซื้อไม้บรรทัดมากกว่าดินสออยู่ 35 อัน เมื่อนับทั้งไม้บรรทัดและดินสอรวมกันแล้ว 205 ชิ้น อยากทราบว่าดินสอที่พิทยาซื้อมามีทั้งหมดกี่แท่ง

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : ซื้อไม้บรรทัดมากกว่าดินสออยู่ 35 อัน เมื่อนับทั้งไม้บรรทัดและดินสอรวมกันแล้ว 205 ชิ้น

สิ่งที่โจทย์ถาม : อยากทราบว่าดินสอที่พิทยาซื้อมามีทั้งหมดกี่แท่ง

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

C สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) : นำไม้บรรทัดและดินสอมาแก้ปัญหา และทำให้เป็นไปตามเงื่อนไขในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

S สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) : สามารถเขียนออกมาเป็นตารางระหว่างจำนวนไม้บรรทัดและดินสอ

จำนวนดินสอ	**จำนวนไม้บรรทัด**	**รวม**
1	1+35=36	1+36=37
2	2+35=37	2+37=39
3	3+35=38	3+38=41
4	4+35=39	4+39=43
⋮	⋮	⋮
a	a+35	a+(a+35)=205

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิต ดังนี้

สมมติ a แทนจำนวนดินสอ

ไม้บรรทัดมากกว่าดินสออยู่ 35 อัน

นั่นคือ ไม้บรรทัดมี a + 35 อัน

เมื่อนับทั้งไม้บรรทัดและดินสอรวมกันแล้ว 205 ชิ้น

ดังนั้น มีทั้งหมด a + (a + 35) = 205 ชิ้น

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$a + (a + 35) = 205$$

$$2a + 35 = 205$$

สมบัติการบวก นำ -35 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2a + 35 + (-35) = 205 + (-35)$$

$$2a = 170$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2a \times \frac{1}{2} = 170 \times \frac{1}{2}$$

$$a = 85$$

ดังนั้น พิทยาซื้อดินสอมา 85 แท่ง

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

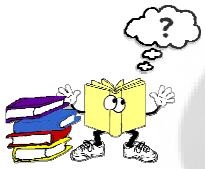
แทน a = 85 ใน 2a + 35 = 205 จะได้

$$2a + 35 = 205$$

$$2(85) + 35 = 205$$

$$170 + 35 = 205$$

$205 = 205$ เป็นจริง



สาลี่มีหนังสืออยู่สองเล่ม เมื่อนับจำนวนหน้าหนังสือปรากฏว่าจำนวนหน้าหนังสือเล่มหนึ่งน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนหน้าหนังสืออีกเล่มหนึ่งอยู่ 526 หน้า ถ้านำจำนวนหน้าของหนังสือทั้งสองเล่มมารวมกันได้ 1,829 หน้า อยากทราบว่าหนังสือของสาลี่ทั้งสองเล่มมีเล่มละกี่หน้า

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนหน้าหนังสือเล่มหนึ่งน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนหน้าหนังสืออีกเล่มหนึ่งอยู่ 526 หน้า ถ้านำจำนวนหน้าของหนังสือทั้งสองเล่มมารวมกันได้ 1,829 หน้า

สิ่งที่โจทย์ถาม : หนังสือของสาลี่ทั้งสองเล่มมีเล่มละกี่หน้า

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

C สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) : นำหนังสือ 2 เล่มที่เป็นไปตามเงื่อนไขของโจทย์และแก้ปัญหา

S สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) : สามารถเขียนเป็นตารางแสดงหนังสือ 2 เล่ม

จำนวนหน้าหนังสือเล่มแรก	สองเท่าของจำนวนหน้าหนังสือเล่มที่สอง	จำนวนหน้าหนังสือเล่มที่สอง	รวม
2	526+2=528	264	266
4	526+4=530	265	269
6	526+6=532	266	272

จำนวนหน้าหนังสือเล่มแรก	สองเท่าของจำนวนหน้าหนังสือเล่มที่สอง	จำนวนหน้าหนังสือเล่มที่สอง	รวม
8	526+8=534	267	275
⋮	⋮	⋮	⋮
h	526+h	$\frac{526+h}{2}$	$h+\frac{526+h}{2}=1,829$

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิต ดังนี้

สมมติ h แทนจำหนวนหน้าของหนังสือเล่มแรก

จำนวนหน้าหนังสือเล่มหนึ่งน้อยกว่า 2 เท่าของจำนวนหน้าหนังสืออีกเล่มหนึ่งอยู่ 526 หน้า

ดังนั้น หนังสือเล่มที่ 2 มีจำนวนหน้า $\frac{h+526}{2}$ หน้า

ถ้านำจำนวนหน้าของหนังสือทั้งสองเล่มมารวมกันได้ 1,829 หน้า

จะได้ $h+\frac{h+526}{2}=1,829$ หน้า

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$h+\frac{h+526}{2}=1,829$$

สมบัติการคูณ นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2h+h+526=3,658$$

$$3h+526=3,658$$

สมบัติการบวก นำ -526 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$3h+526+(-526)=3,658+(-526)$$

$$3h=3,132$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$3h\times\frac{1}{3}=3,132\times\frac{1}{3}$$

$$h=1,044$$

ดังนั้น หนังสือเล่มแรกมี 1,044 หน้า

และหนังเล่มที่สองมี $\frac{h+526}{2}=\frac{1,044+526}{2}=785$ หน้า

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

แทน h = 1,044 ใน 3h + 526 = 3,658 จะได้

$$3h+526=3,658$$

$$3(1,044)+526=3,658$$

$$3,132+526=3,658$$

$$3,658=3,658$$ เป็นจริง

ฟาร์มสัตว์เลี้ยงแห่งหนึ่งมีลูกแมว ลูกสุนัข และลูกนกอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อนับดูแล้ว ลูกสุนัขมากกว่าลูกแมวอยู่ 6 ตัว สามเท่าของลูกนกมากกว่าลูกสุนัขอยู่ 3 ตัว และถ้านับจำนวนขาทั้งหมดได้ 134 ขา อยากทราบว่าลูกแมว ลูกสุนัข และลูกนกมีอยู่อย่างละกี่ตัว

ขั้นตอน S (Search the word problem : S) :

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : ลูกสุนัขมากกว่าลูกแมวอยู่ 6 ตัว สามเท่าของลูกนกมากกว่าลูกสุนัขอยู่ 3 ตัว และถ้านับจำนวนขาทั้งหมดได้ 134 ขา

สิ่งที่โจทย์ถาม : ลูกแมว ลูกสุนัข และลูกนกมีอยู่อย่างละกี่ตัว

ขั้นตอน T (Translate the problem : T) :

C สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) : นำเอาแมว สุนัข นก มาแก้ปัญหาที่เป็นไปตามเงื่อนไขของโจทย์

S สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) : สามารถแสดงเป็นตารางดังนี้

ลูกแมว		ลุกสุนัข		สามเท่าของลูกนก	ลูกนก		รวม	
ตัว	ขา	ตัว	ขา		ตัว	ขา	ตัว	ขา
7-6=1	4x1=4	7	4x7=28	7+3=10	10/3	20/3	-	-
8-6=2	4x2=8	8	4x8=32	8+3=11	11/3	22/3	-	-
9-6=3	4x3=12	9	4x9=36	9+3=12	4	8	16	56
10-6=4	4x4=16	10	4x10=40	10+3=13	13/3	26/3	-	-
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
y-6	4(y-6)	y	4y	y+3	$\frac{y+3}{3}$	$2\left(\frac{y+3}{3}\right)$	$(y-6)+y+\left(\frac{y+3}{3}\right)$	$4(y-6)+4y+2\left(\frac{y+3}{3}\right)=134$

A (Abstract application: A) : จะได้สมการเชิงพีชคณิต ดังนี้

สมมติ y แทนจำนวนลูกสุนัข นั่นคือ ลูกสุนัขมี 4y ขา

ลูกสุนัขมากกว่าลูกแมวอยู่ 6 ตัว

ดังนั้น ลูกแมวมี y – 6 ตัว นั่นคือ ลูกแมวมี 4(y - 6) ขา

สามเท่าของลูกนกมากกว่าลูกสุนัขอยู่ 3 ตัว

ดังนั้น ลุกนกมี $\frac{y+3}{3}$ ตัว นั่นคือ ลูกนกมี $2\left(\frac{y+3}{3}\right)$ ขา

นับจำนวนขาทั้งหมดได้ 134 ขา

จะได้ $4y + 4(y - 6) + 2\left(\frac{y+3}{3}\right) = 134$ ขา

ขั้นตอน A (Answer the problem : A) : แก้สมการได้ดังนี้

$$4y + 4(y - 6) + 2\left(\frac{y+3}{3}\right) = 134$$

สมบัติการคูณ นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$12y + 12(y - 6) + 2(y + 3) = 402$$

สมบัติการแจกแจง

$$12y + 12y - 72 + 2y + 6 = 402$$

$$26y - 66 = 402$$

สมบัติการบวก นำ 66 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$26y - 66 + 66 = 402 + 66$$

$$26y = 468$$

สมบัติการคูณ นำ $\frac{1}{26}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$26y \times \frac{1}{26} = 468 \times \frac{1}{26}$$

$$y = 18$$

ดังนั้น ลูกสุนัขมี 18 ตัว

ลูกแมวมี $y - 6 = 18 - 6 = 12$ ตัว

และลูกนกมี $\frac{y+3}{3} = \frac{18+3}{3} = 7$ ตัว

ขั้นตอน R (Review the solution : R) :

แทน $y = 18$ ใน $26y - 66 = 402$ จะได้

$$26y - 66 = 402$$

$$26(18) - 66 = 402$$

$$428 - 66 = 402$$

$$402 = 402$$ เป็นจริง

แบบประเมินทักษะกระบวนการ

ที่	ชื่อ – สกุล	รายการประเมิน												รวม
		การแก้ปัญหา				การคิดวิเคราะห์				การเชื่อมโยง				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	9
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														

แบบประเมินทักษะกระบวนการ

ที่	ชื่อ – สกุล	รายการประเมิน												รวม
		การแก้ปัญหา				การคิดวิเคราะห์				การเชื่อมโยง				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	9
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะกระบวนการ

1. การแก้ปัญหา

คะแนน / ความหมาย	การแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2 / ดี	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1 / พอใช้	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
0 / ควรปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

2. การคิดวิเคราะห์

คะแนน / ความหมาย	การคิดวิเคราะห์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้อง แปลงข้อมูลจากโจทย์ พร้อมทั้งในกระบวนการหาคำตอบใช้สมบัติจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบ คำตอบและตรวจคำตอบได้ชัดเจนถูกต้อง
2 / ดี	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้อง แปลงข้อมูลจากโจทย์ได้ หาคำตอบและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง
1 / พอใช้	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้อง แปลงข้อมูลจากโจทย์ไม่ชัดเจนละไม่ถูกต้อง ไม่สามารถหาคำตอบและตรวจคำตอบได้
0 / ควรปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการคิดวิเคราะห์

3. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างเหมาะสม
2 / ดี	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
1 / พอใช้	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการที่ไม่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา
0 / ควรปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การแปลผลแบบประเมินทักษะกระบวนการ

ใช้เกณฑ์ดังนี้

ช่วงคะแนน	ผลการประเมิน
8 - 9	ดีมาก
6 - 7	ดี
4 - 5	พอใช้
0 - 3	ปรับปรุง

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ที่	ชื่อ – สกุล	รายการประเมิน												รวม
		มีความรับผิดชอบ				ความกระตือรือร้น				ความร่วมมือ				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	9
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ที่	ชื่อ – สกุล	รายการประเมิน												รวม
		มีความรับผิดชอบ				ความกระตือรือร้น				ความร่วมมือ				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	9
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีความรับผิดชอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ส่งงานก่อนหรือตรงตามกำหนดเวลาที่นัดหมาย
2 / ดี	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเวลาที่นัดหมาย แต่มีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1 / พอใช้	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเวลาที่นัดหมาย และไม่มีเหตุผล
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงานเลย

2. ความกระตือรือร้น

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมทันทีที่ได้รับมอบหมาย
2 / ดี	ลงมือปฏิบัติค่อนข้างช้า แต่มีเหตุผลพอรับฟังได้
1 / พอใช้	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมค่อนข้างช้า ต้องมีคนคอยกระตุ้นหรือแนะนำ
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ปฏิบัติงานเลย

3. ความร่วมมือ

คะแนน / ความหมาย	การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมสำเร็จด้วยดี
2 / ดี	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมสำเร็จด้วยดีเป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมสำเร็จด้วยบางเวลา
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็นและไม่ร่วมปฏิบัติกิจกรรมใด ๆ

การแปลผลแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ใช้เกณฑ์ดังนี้

ช่วงคะแนน	**ผลการประเมิน**
8 - 9	ดีมาก
6 - 7	ดี
4 - 5	พอใช้
0 - 3	ปรับปรุง

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 3 หน้า มีข้อสอบทั้งหมด 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 30 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว เมื่อนักเรียนเลือกได้แล้วให้กากบาท (×) ลงในช่อง 1, 2, 3 หรือ 4 ในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้างล่างนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0				×

กรณีที่ต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับลงบนเครื่องหมายกากบาทเดิม แล้วกากบาทเลือกข้อใหม่ เช่น เปลี่ยนจากตัวเลือก ง เป็น ข

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0		×		= ×

3. คำถามในแต่ละข้อมีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ถ้าตอบเกินหนึ่งคำตอบ หรือไม่ตอบเลย ถือว่าไม่ได้คะแนนในข้อนั้น
4. ห้ามขีดเขียนหรือทำสัญลักษณ์ใดๆ ลงในข้อสอบ
5. เมื่อสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งกระดาษคำตอบ และแบบทดสอบที่กรรมการคุมสอบ

1. “มาลีอายุมากกว่าฉัตร 12 ปี” พิจารณาข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็น***เท็จ***

ก. อายุของมาลีมากกว่าอายุของฉัตร

ข. อายุของมาลีไม่เท่ากับอายุของฉัตร

ค. อายุของมาลี 12ปีข้างหน้า เท่ากับอายุของฉัตร

ง. อายุของมาลี 12ปีที่แล้ว เท่ากับอายุของฉัตร

2. “ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 3 คน โดยคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 8 ปี คนกลางมีอายุเป็นสองเท่าของคนเล็กเมื่อ 11 ปีที่แล้ว” เมื่อคนเล็กมีอายุ x ปี คนกลางจะมีอายุกี่ปี

ก. 2(x-11) ปี ข. 2x-11 ปี

ค. 2(x-8) ปี ง. 2x+8 ปี

3. ถ้าปัจจุบัน พ.ศ.2554 บิดามีอายุเป็น 5 เท่าของบุตรเมื่อ 10 ปีที่แล้ว ถ้า พ.ศ.2560 บิดามีอายุมากกว่าสองเท่าของอายุบุตรอยู่ 4 ปี ปัจจุบันบุตรมีอายุกี่ปี

ก. 23 ปี ข. 22 ปี

ค. 21 ปี ง. 20 ปี

4. เมื่อ 6 ปีที่แล้วต้นสนมีอายุเป็นสามเท่าของอายุต้นไทร ปัจจุบันอายุเฉลี่ยของต้นไม้ทั้งสอง 34 ปี อีก 10 ข้างหน้าต้นไทรจะมีอายุกี่ปี

ก. 58 ปี ข. 48 ปี

ค. 20 ปี ง. 30 ปี

5. A ซื้อกางเกงมาตัวหนึ่งราคา 1,000 บาท อยู่มาไม่นาน A ได้ขายกางเกงตัวนี้ให้ B โดยขายในราคา 1,200 บาท A ได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

ก. กำไร 1,200 บาท ข. กำไร 200 บาท

ค. ขาดทุน 200 บาท ง. ขาดทุน 1,000 บาท

6. ลำดวนมีธนบัตรฉบับละยี่สิบบาทและธนบัตรฉบับละห้าบาท รวมกันแล้ว 20 ฉบับ เมื่อธนบัตรยี่สิบบาทมี y ฉบับ ธนบัตรฉบับละห้าสิบบาทมีกี่ฉบับ

ก. 20-y ฉบับ ข. y-20 ฉบับ

ค. 50y-20 ฉบับ ง. 20+y ฉบับ

7. สุมาลีนำเงินไปฝากธนาคารแห่งหนึ่ง โดยธนาคารให้ดอกเบี้ย 5% ต่อปี เมื่อสิ้นปีสุมาลีได้ดอกเบี้ยจากธนาคารเป็นเงิน 1,710 บาท สุมาลีจะมีเงินทั้งหมดกี่บาท

ก. 38,910 บาท ข. 35,910 บาท

ค. 37,910 บาท ง. 36,910 บาท

8. สุชาติแจกเงินให้แก่เด็กๆ ถ้าแจกคนละ 70 บาท จะเหลือเงิน 100 บาท ถ้าแจกเงินเด็กคนละ 90 บาท จะขาดเงิน 100 บาท ดังนั้นเงินที่สุชาตินำมาแจกเด็กๆ เป็นจำนวนเงินกี่บาท

ก. 800 บาท ข. 850 บาท

ค. 900 บาท ง. 1,000 บาท

9. “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปมีด้านกว้างเท่ากัน แต่ความยาวรูปที่หนึ่งยาวกว่ารูปที่สอง” พิจารณาข้อความต่อไปนี้ข้อใด***ถูกต้อง***

ก. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองมีพื้นที่เท่ากัน

ข. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปที่ 1 น้อยกว่าพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปที่ 2

ค. ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองไม่เท่ากัน พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองจึงไม่เท่ากัน

ง. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปที่ 1 มากกว่าพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปที่ 2

10. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง ด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้านมีความยาวรวมกัน 14 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว y หน่วย รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

ก. $\frac{y(y-14)}{2}$ ตารางหน่วย
ข. $\frac{y(14-y)}{2}$ ตารางหน่วย
ค. $\frac{y(y+14)}{2}$ ตารางหน่วย
ง. $\frac{y(14+y)}{2}$ ตารางหน่วย

11. กระดาษแผ่นหนึ่งมีความยาวรอบรูป 64 เซนติเมตร ถ้ากระดาษแผ่นนี้มีความกว้างสั้นกว่าความยาว 8 เซนติเมตร แล้วกระดาษแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

ก. 180 ข. 209
ค. 240 ง. 273

12. ในสวนผลไม้แห่งหนึ่งจันทร์เจ้าสังเกตเห็นว่าต้นมะม่วงและต้นมะพร้าวคู่หนึ่งสูงเท่ากัน โดยที่ต้นมะม่วงสูงกว่า 2 เท่าของความสูงจันทร์เจ้า 10 เซนติเมตร และต้นมะพร้าวสูงกว่า 3 เท่าของตะกร้อสอยผลไม้อยู่ 10 เซนติเมตร โดยที่ตะกร้อสอยผลไม้สูงน้อยกว่าจันทร์เจ้า 50 เซนติเมตร อยากทราบว่าจันทร์เจ้าสูงกี่เซนติเมตร

ก. 100 ข. 120
ค. 150 ง. 170

13. จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับสถานที่ท่องเที่ยวในประเทศไทยที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชอบมากที่สุด ปรากฏว่ามีนักเรียน 55% ชอบไปทะเลตรัง 30% ชอบไปเขาใหญ่ และ 15% ชอบไปภูกระดึง พิจาณาข้อมูลต่อไปนี้ข้อใด***ถูกต้อง***

ก. ชอบไปทะเลตรังมากกว่าชอบไปภูกระดึง 40%
ข. ชอบไปเขาใหญ่มากกว่าชอบไปภูกระดึง 20%
ค. ชอบไปทะเลตรังน้อยกว่าชอบไปเขาใหญ่ 20%
ง. ชอบไปภูกระดึงมากกว่าชอบไปเขาใหญ่ 15%

14. อัตราส่วนของจำนวนเงินที่ซื้อไข่ไก่ต่อไข่เป็ดเป็น 2 : 5 ถ้าซื้อไข่ไก่ 8 โหล จะซื้อไข่เป็ดกี่โหล

ก. 10 โหล ข. 14 โหล
ค. 18 โหล ง. 20 โหล

15. จากการสำรวจโรงเรียนแห่งหนึ่งพบว่ามีโต๊ะที่ชำรุด 50 ตัว คิดเป็น 40% ของจำนวนโต๊ะทั้งหมด โต๊ะของโรงเรียนที่ใช้ประโยชน์ได้มีกี่ตัว

ก. 75 ข. 70
ค. 60 ง. 85

16. เอซื้อกระเป๋าชนิดเดียวกันมา 2 ใบ ใบแรกขายได้กำไร 100 บาท ใบที่สองขายได้กำไร 800 บาท ถ้าอัตราส่วนของราคาขายกระเป๋าใบแรกต่อราคาขายกระเป๋าใบที่สองเป็น 3: 4 แล้วเอซื้อกระเป๋ามาราคาใบละกี่บาท

ก. 1,800 บาท ข. 1,900 บาท
ค. 2,000 บาท ง. 2,400 บาท

17. “มิ้นเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยรถกระบะใช้เวลา 30 นาที แต่ถ้ามิ้นเดินทางด้วยรถจักรยานยนต์ใช้เวลา 45 นาที” พิจารณาข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็น***<u>เท็จ</u>***

ก. เดินทางด้วยรถกระบะใช้ความเร็วช้ากว่ารถจักรยานยนต์

ข. เดินทางด้วยรถจักรยานยนต์ใช้ความเร็วช้ากว่ารถกระบะ

ค. ถ้าเดินทางไปโรงเรียนด้วยรถกระบะทำใช้เวลาเดินทางเร็วกว่ารถจักรยานยนต์ 15 นาที

ง. ระยะทางจากบ้านไปโรงเรียนใกล้กว่าเดิมทำให้ใช้เวลาเดินทางน้อยลง

18. ผกาต้องเดินทางไปชุมพรโดยขับรถด้วยอัตราเร็ว 85 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ผกาใช้เวลาเดินทาง 3 ชั่วโมงถึงชุมพร ระยะทางที่ต้องเดินทางกี่กิโลเมตร

ก. 250 ข. 255

ค. 260 ง. 265

19. เอ กับ บี วิ่งแข่งกัน โดยเอให้บีวิ่งไปก่อน 30 นาที เอวิ่งได้ 40 เมตรต่อนาที บีจะวิ่งได้ 25 เมตรต่อนาที เอจะวิ่งทันบีในเวลากี่นาที

ก. 20 ข. 30

ค. 40 ง. 50

20. ปุ๊กลุ๊คจะต้องเดินทางจากจังหวัด A ไปยังจังหวัด B มีระยะทาง 520 กิโลเมตร โดยขับรถยนต์ในช่วงกลางวันเป็นเวลา 5 ชั่วโมง และช่วงค่ำ 2 ชั่วโมง และในช่วงค่ำวิ่งด้วยความเร็วลดลงกว่ากลางวัน 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อัตราเร็วเฉลี่ยของรถในช่วงกลางวันเป็นกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ก. 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ข. 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ค. 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ง. 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณและแสดงแนวทางที่ทำให้ได้คำตอบอย่างละเอียดและเป็นขั้นตอน โดยอาศัยแนวคิด ความรู้ หลักการทางวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

ข้อสอบข้อที่ 1 ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน มีอายุรวมกันเป็น 44 ปี คนเล็กอายุน้อยกว่าคนกลาง 4 ปี และคนโตอายุมากกว่าคนเล็ก 10 ปี จงหาอายุของบุตรทั้งสามคน

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

.....

ข้อสอบข้อที่ 2 วนาลีเก็บเงินใส่กระปุกออมสินไว้เป็นเงิน 145 บาท 75 สตางค์ เมื่อนับเงินในกระปุกออมสินปรากฏว่ามีเหรียญ 3 ชนิด คือ เหรียญห้าบาท เหรียญบาทและเหรียญยี่สิบห้าสตางค์ เป็นเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญบาท 12 เหรียญ เหรียญยี่สิบห้าสตางค์น้อยกว่าเหรียญบาท 7 เหรียญ จงหาว่ามีเหรียญทั้งสามอย่างละกี่เหรียญ

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

.....

ข้อสอบข้อที่ 3 ด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 เซนติเมตร ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนี้ยาว 102 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

.....

ข้อสอบข้อที่ 4 จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า รายวิชาที่นักเรียนชอบเรียนเป็นอันดับแรก มีดังนี้ ชอบเรียนวิทยาศาสตร์ 60% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์เป็น 30% ของนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ที่เหลือเป็นนักเรียนที่ชอบเรียนภาษาอังกฤษ 88 คน จงหาจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีทั้งหมดกี่คน

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

.....

ข้อสอบข้อที่ 5 พรดีขับรถจากเมือง A ไปยังเมือง B ถ้าเขาขับรถด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงปลายทางช้ากว่าขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงอยู่ 2 ชั่วโมง จงหาเวลาที่ต้องขับรถระหว่างเมือง A และเมือง B

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

แนวทางการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ทักษะการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จได้ เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการแสดงคำตอบได้ไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	ดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน แสดงคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน หาคำตอบไม่สำเร็จ
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณและแสดงแนวทางที่ทำให้ได้คำตอบอย่างละเอียดและเป็นขั้นตอน โดยเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้อง แปลงข้อมูลจากโจทย์พร้อมทั้งในกระบวนการหาคำตอบใช้สมบัติจำนวนจริงเพื่อหาคำตอบ คำตอบและตรวจคำตอบได้ชัดเจนถูกต้อง

ข้อสอบข้อที่ 1 อีก 4 ปีข้างหน้าทองเอกจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุเขาเมื่อ 10 ปีมาแล้ว ปัจจุบันทองเอกอายุเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนด.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

แปลงโจทย์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 2 มะขามป้อมแบ่งเงิน 80,000 บาท นำไปฝากธนาคารสองแห่ง คือ ธนาคาร A และธนาคาร B ธนาคาร A ให้ดอกเบี้ย 12% ต่อปี ธนาคาร B ให้ดอกเบี้ย 13% ต่อปี เมื่อสิ้นปีปรากฏว่ารับดอกเบี้ยเท่ากัน เขานำเงินไปฝากธนาคาร A และธนาคาร B เท่าใด

สิ่งที่โจทย์กำหนด.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

แปลงโจทย์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 3 สระว่ายน้ำแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวมากกว่าสองเท่าของความกว้างอยู่ 3 เมตร ถ้าสระว่ายน้ำนี้มีความยาวรอบสระ 66 เมตร สระว่ายน้ำแห่งนี้มีความยาวและความกว้างกี่เมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนด.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

แปลงโจทย์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 4 ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{4}{5}$ ถัง ตักใช้ไป 210 ลิตร จะเหลือน้ำครึ่งถังพอดี จงหาว่าถังใบนี้จุน้ำกี่ลิตร

สิ่งที่โจทย์กำหนด.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

แปลงโจทย์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสอบข้อที่ 5 เด็กคนหนึ่งขี่จักรยานเป็นระยะทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง จงหาระยะทางในแต่ละช่วง

สิ่งที่โจทย์กำหนด.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

แปลงโจทย์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

คะแนน	ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ที่ปรากฏให้เห็น
4	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ นำส่วนทั้งหมดตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องสอดคล้องกับเหตุและผลได้
3	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตและหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ ตรวจคำตอบไม่ชัดเจนและไม่ถูกต้อง
2	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตได้อย่างมีเหตุผลและสัมพันธ์กันได้ หาคำตอบและตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง
1	จำแนกส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถามได้ สามารถแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดออกจากกันเพื่อแปลงข้อมูลเป็นสมการเชิงพีชคณิตไม่ชัดเจนละไม่ถูกต้อง ไม่สามารถหาคำตอบและตรวจคำตอบได้
0	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการวิเคราะห์

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์

1. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย
   ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ
   ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ.3
   โรงเรียนสตรีวิทยา เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร

3. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา
   ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ.4
   โรงเรียนวัดราชบพิธ เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ขื่อสกุล	นางสาวอังคณา อุทัยรัตน์
วันเดือนปีเกิด	24 กันยายน 2528
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดพังงา
ที่อยู่ปัจจุบัน	78 ถ.รัษฎา ต.กันตัง อ.กันตัง จ.ตรัง 92110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2545	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนกันตังพิทยากร อำเภอกันตัง จังหวัดตรัง
พ.ศ.2549	การศึกษาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยทักษิณ
พ.ศ.2555	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ