

การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริม  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
มีนาคม 2557

การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริม  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2557

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริม  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
มีนาคม 2557

วรรณวิสา จันท์สุนทรภาพร. (2557). การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา: อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์, รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์ที่กำหนด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนสุคนธ์วีรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จากนักเรียนจำนวน 3 ห้องเรียน คือ ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ ได้นักเรียนห้อง 4 ระยะเวลาทดลองจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 82.49/84.44
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.40 คะแนน คิดเป็น ร้อยละ 83.50

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการ เรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.71 คะแนน คิดเป็น ร้อยละ 78.57



THE DEVELOPMENT OF INQUIRY LEARNING ACTIVITIES ON “SIMILARITY” TO  
PROMOTE MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND CONNECTION ABILITIES OF  
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS



AN ABSTRACT  
BY  
WANWISA CHANSUNTARAPORN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Master of Education Degree in Secondary Education  
at Srinakharinwirot University

March 2014

Wanwisa Chansuntaraporn. (2014). *The Development of Inquiry Learning Activities on "Similarity" to Promote Mathematical Problem Solving and Connection Abilities of Mathayomsuksa III students*. Master's thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Dr. Sunisa Sumirattana, Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The proposes of this research were to develop Inquiry learning activities on "Similarity" to promote mathematical problem solving and connection abilities of Mathayomsuksa III students, in order to achieve the standard efficiency: 80/80; to compare mathematical problem solving and connection abilities between those before and after learning; and to compare mathematical problem solving and connection abilities between after learning with the specified criterion.

The subjects of this study were 35 Mathayomsuksa III students in the first semester of academic year 2013 at Sukhondheerawith School, Nakhon Pathom. They were randomly selected by using Cluster Random Sampling. The experiment lasted for 20 periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The research instruments included the lesson plans on inquiry learning about "Similarity", mathematical problem solving ability test about "Similarity", and mathematical connection ability test about "Similarity". The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

1. The efficiency of Inquiry learning ability on "Similarity" was higher than the 80/80 criterion, with an average of 82.49/84.44.
2. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after inquiry learning was statistically higher than that before inquiry learning at the .01 level of significance.
3. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after inquiry learning was statistically higher than the criteria of 70 percent at the .01 level of significance. The average scores were 33.40 or 83.50 percent.
4. The mathematical connection ability of Mathayomsuksa III students after inquiry learning was statistically higher than that before inquiry learning at the .01 level of significance.

5. The mathematical connection ability of Mathayomsuksa III students after inquiry learning was statistically higher than the criteria of 70 percent at the .01 level of significance. The average scores were 15.71 or 78.57 percent.





ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

วรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. 2557

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษาหลัก

.....ประธาน

(อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์)

(อาจารย์ ดร. สอนทอง ทองป่าน)

.....ที่ปรึกษาร่วม

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษา และแนวทางในการทำวิจัยจาก อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์ และรองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไข ข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร. สมอง ทองปาน และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกทราบบ้างและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์รัตนภรณ์ สมกิตติธรรม และอาจารย์ปิยะวรรณ จันทร์สมบูรณ์ ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งได้แก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ พร้อมทั้งให้กำลังใจ เป็นผู้ให้คำปรึกษาและช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร. ปรางศรี พณิชยกุล ผู้รับใบอนุญาต อาจารย์แฉ่ง น้อย ตราชู ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ จังหวัด นครปฐม ทุกท่าน ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลเป็นอย่างดี ขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่คอยเป็นกำลังใจ และช่วยเหลือผู้วิจัยทุกอย่างในระหว่างเก็บข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ จังหวัดนครปฐม ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองอย่างเต็มที่ จนทำให้ การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้ความรัก ความเข้าใจ คอยเป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนด้านการศึกษาตลอดมา

ขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ทุกคนที่ร่วมทุกข์ร่วมสุข และให้ความช่วยเหลือเกื้อกูลกันมาโดยตลอด ซึ่งเป็นผลทำให้ผู้วิจัยสำเร็จการศึกษาครั้งนี้ได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาและครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

วรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร

## สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b>	<b>1</b>
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
กรอบแนวคิดการวิจัย	10
สมมติฐานของการวิจัย	11
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b>	<b>12</b>
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3)	13
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	13
คุณภาพผู้เรียน	16
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการ สืบเสาะหาความรู้	17
ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะ หาความรู้	17
หลักจิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะ หาความรู้	19
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้	19
ประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้	25
บ่งชี้แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้	27

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
ประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะ หาความรู้.....	30
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะ หาความรู้.....	34
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์.....	36
ความสำคัญของการแก้ปัญหา.....	36
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	38
ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	39
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	41
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43
องค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	45
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	47
การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา.....	53
การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์...	56
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..	59
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์.....	62
ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	62
ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	63
ประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	64
การวัดและการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์...	68
การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์...	69
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์...	71

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	74
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	74
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	75
สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	76
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	88
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	96
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	96
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	96
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	97
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	101
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	101
สมมติฐานของการวิจัย.....	101
วิธีดำเนินการวิจัย.....	102
สรุปผลการวิจัย.....	105
อภิปรายผล.....	105
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	109
ข้อเสนอแนะ.....	110
บรรณานุกรม.....	112
ภาคผนวก.....	122
ภาคผนวก ก.....	123
ภาคผนวก ข.....	143
ภาคผนวก ค.....	158
ภาคผนวก ง.....	213
ภาคผนวก จ.....	243

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	246



## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตารางแบบรูปของจำนวนงานและซามทั้งหมดที่ใช้ในงานเลี้ยงโต๊ะจีน.....	51
2 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้เคียง/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม.....	70
3 การวิเคราะห์รายละเอียดของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย.....	81
4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก.....	82
5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย.....	82
6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย.....	87
7 แบบแผนการทดลองแบบ One-group pretest-posttest design.....	88
8 ค่าประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	97
9 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย.....	98
10 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์.....	99
11 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย.....	99
12 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์.....	100
13 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย.....	124

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
14 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	125
15 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย.....	126
16 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย.....	126
17 ค่า $\sum x$ และ $\sum x^2$ ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า $S_t^2$ เพื่อใช้ แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย.....	128
18 ค่า p และ q ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย.....	130
19 ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	132
20 ค่า $\sum x$ และ $\sum x^2$ ของแบบทดสอบแต่ละข้อที่ใช้ในการหาค่า $S^2$ เพื่อใช้ แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	134
21 ค่า $\sum x$ และ $\sum x^2$ ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า $S_t^2$ เพื่อใช้ แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	134
22 ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	137
23 ค่า $\sum x$ และ $\sum x^2$ ของแบบทดสอบแต่ละข้อที่ใช้ในการหาค่า $S^2$ เพื่อใช้ แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	139



## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
24	ค่า $\sum x$ และ $\sum x^2$ ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า $S_t^2$ เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย.....	139
25	คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน.....	144
26	คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน.....	146
27	คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 3 การนำไปใช้.....	148
28	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย.....	150
29	คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย.....	154

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดการวิจัย.....	11
2 การเรียนรู้แบบวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle).....	21
3 วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ที่เกิดจากการประยุกต์ใช้.....	22
4 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	48
5 ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบ และเกณฑ์การวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	79
6 ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบ และเกณฑ์การวัด ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	85



# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญต่อโลกในปัจจุบันในด้านของวิทยาการสาขาต่างๆ เศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี รวมทั้งการดำเนินชีวิตในแต่ละวัน คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 56) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง จากการฝึกปฏิบัติ ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนต้องผสมผสานสาระทั้งเนื้อหาและทักษะกระบวนการ ซึ่งการเรียนรู้เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็น หรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย นักเรียนสามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจตรงแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง อันจะส่งผลทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป (อัมพร ม้าคนอง. 2547: 101)

แม้วิชาคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใด แต่ก็ยังพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ยังไม่ตระหนักถึงความสำคัญของวิชานี้ อาจเป็นเพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีส่วนขอความเป็นนามธรรมสูง และมักจะถูกนำเสนอในลักษณะที่เข้าใจยาก ทำให้ผู้เรียนรู้สึกแห้งแล้ง ทั้งขาดบทประยุกต์ที่น่าสนใจ สิ่งเหล่านี้เป็นกำแพงกั้นคนส่วนใหญ่ไม่ให้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์เท่าที่ควร (จิณดิษฐ์ ละออปกฤษณ; และ รตินันท์ บุญเคลือบ. 2552: คำนิยม; อ้างอิงจาก รจิต วัฒนสินธุ์. 2552) ซึ่งสอดคล้องกับผลของการประเมินระดับชาติของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) (สทศ) ปีการศึกษา 2555 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนสามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เพียง 26.95 คะแนน ซึ่งลดลงจากคะแนนเฉลี่ยในปีการศึกษา 2554 (32.08 คะแนน) นอกจากนี้ยังพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่ากลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นๆ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2557. ออนไลน์) ซึ่งการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่ครูมักเป็นผู้อธิบาย ทำให้นักเรียนไม่ได้คิด

ในการแก้ปัญหาที่ปฏิบัติอยู่เป็นเพียงการทำโจทย์แบบฝึกหัด ซึ่งเป็นรายบุคคล ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสนับปฏิบัติกิจกรรมและฝึกการแก้ปัญหาพร้อมกันน้อยมาก ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงควรมีการเปลี่ยนแปลง เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของสภาพสังคม และปัญหาอุปสรรคที่ต้องพบในแต่ละวัน ซึ่งปริชา เนาว์เย็นผล (2537: 5-6) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ดังนี้ ประการที่ 1 การแก้ปัญหาถือเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานที่มนุษย์ทุกคนพึงมี ประการที่ 2 การแก้ปัญหาก็ทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ เกิดจากความพยายามในการแก้ปัญหา และประการที่ 3 การแก้ปัญหาก็เป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล แสดงความคิดออกมาชัดเจนมีระเบียบและรัดกุม

นอกจากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่นักเรียนพึงมี การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีได้หลายแบบ ได้แก่ การเชื่อมโยงกันในตัวของคณิตศาสตร์เอง การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ประกอบกับคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่ความต่อเนื่อง จำเป็นต้องอาศัยความรู้จากเรื่องหนึ่งไปสู่อีกเรื่องหนึ่ง จึงทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องใหม่ โดยการโยงความรู้เก่าไปสู่ความรู้ใหม่ ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจำเป็นต้องส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี รู้จักการนำทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ หรือนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง และผู้เรียนต้องเป็นผู้ใช้กระบวนการเรียนรู้สร้างความรู้ของตนเอง (พจนานา ททรัพย์สมาน. 2549: คำนำ)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวทางของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ ครูผู้สอนต้องเปลี่ยนบทบาทตนเอง จากการทำหน้าที่เป็นผู้สอน ผู้ให้ความรู้ จัดการสอนโดยใช้ตนเองเป็นแหล่งความรู้ สอนเน้นเนื้อหา ยึดตำราและแบบฝึกหัดเป็นหลัก มาเป็นบทบาทของผู้อำนวยความสะดวก ส่งเสริมสนับสนุนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองจากประสบการณ์จริง เพื่อค้นพบความรู้ด้วยตนเองเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง (พจนานา ททรัพย์สมาน. 2549: 4) ซึ่งสอดคล้องกับสิปปนนท์ เกตุทัต (พจนานา ททรัพย์สมาน. 2549: 3; อ้างอิงจาก สิปปนนท์ เกตุทัต. 2541) ที่ว่าการเรียนรู้ที่ผู้เรียนแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง มีความสุขและภาคภูมิใจในตนเอง สอดคล้องกับความเชื่อว่าทุกคนมีศักยภาพในการเรียนรู้ และการเรียนรู้มิใช่ถูกสอนอยู่ตลอดเวลา ควรให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการเรียนรู้ในการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการซักถาม พุดคุยคิดหาเหตุผล

ดังนั้นการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติ เติบโตตามศักยภาพ (พจนานุกรมศัพท์พจนานุกรม. 2549: 3; อ้างอิงจาก สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542)

การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้หนึ่งที่เน้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการเรียนรู้สร้างความรู้ของตนเอง (พจนานุกรมศัพท์พจนานุกรม. 2549: 2) มุ่งเน้นให้เกิดการใช้และการเรียนรู้เนื้อหาที่ช่วยพัฒนากระบวนการประมวลผลและทักษะการแก้ปัญหา โดยมีนักเรียนเป็นศูนย์กลาง และมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ และเน้นย้ำว่า “เรารู้ได้อย่างไร” มากกว่า “เรารู้อะไร” นักเรียนจะได้เรียนรู้มโนทัศน์ของความรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้เรียนรู้จากการคิดและปฏิบัติจริง ใช้กระบวนการคิดเชื่อมโยงสรุปสิ่งที่เรียนรู้ สามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่นๆ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (พจนานุกรมศัพท์พจนานุกรม. 2549: 35) โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี นำแนวคิดทฤษฎีการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ออกเผยแพร่ (สมบัติ การจนารักษ์พงศ์. 2549: 5) ซึ่ง ทิศนา ขัมมณี (2548: 141) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ว่า เป็นการดำเนินการเรียนการสอน โดยผู้สอนกระตุ้นให้นักเรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือแสวงหาความรู้ เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่างๆ ให้แก่นักเรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่งความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปข้อมูล การอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการ และการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546ข: 219-220) ได้แก่ ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) และขั้นประเมิน (Evaluation) จากลำดับขั้นตอนดังกล่าวผู้เรียนสามารถสร้างความรู้โดยผ่านกระบวนการคิดด้วยตนเอง มีการกำหนดประเด็นปัญหาหรือตั้งสมมติฐานขึ้นตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ แล้วทดลองเพื่อตรวจสอบหรือสืบค้นหาคำตอบตามสมมติฐานนั้น

ในการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ทำให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการต่างๆ ทั้งกระบวนการคิดและกระบวนการปฏิบัติ คิดเป็น ทำได้ แก้ปัญหาเป็น สามารถนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ประโยชน์ในการเรียนและแก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้ เช่น สามารถวางแผน คิดแก้ปัญหา วิเคราะห์วิจารณ์ และสรุป ตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล (พจนานุกรมศัพท์พจนานุกรม. 2549: 37) อีกทั้งยังส่งเสริมกระบวนการคิดเชื่อมโยงสรุปสิ่งที่เรียนรู้ และนำเสนอความรู้และกระบวนการเรียนรู้ของตนได้เป็นรูปธรรม การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้จึงถือเป็นการจัดการเรียนการสอนสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 4) ที่ว่ามุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงศึกษาการพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลมากยิ่งขึ้นต่อไป

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายของการวิจัยไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ร้อยละ 70
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้เรื่อง ความคล้าย
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

## ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบถึงประสิทธิภาพและผลของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อนำไปพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จากกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

## ขอบเขตของการวิจัย

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสุคนธ์วีรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม จำนวน 5 ห้อง จำนวนนักเรียน 200 คน โดยทางโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบเรียงตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงไปหาต่ำ 2 ห้องเรียน คือห้อง 1 และ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้อง 3 , 4 และ 5 มีการจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนสุคนธ์วีรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จากนักเรียนจำนวน 3 ห้องเรียน คือ ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ ได้นักเรียนห้อง 4 จำนวน 35 คน

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มที่ 1 เรื่อง ความคล้าย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยใช้เวลาดำเนินการ 20 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็นการทดลอง ดังนี้

- |                             |    |     |
|-----------------------------|----|-----|
| 1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) | 2  | คาบ |
| 2. ดำเนินการสอน             | 16 | คาบ |

2.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	2	คาบ
2.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	6	คาบ
2.3 การนำไปใช้	8	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	2	คาบ

### ตัวแปรที่ศึกษา

#### 1. การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

ตัวแปรที่ศึกษา คือ ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

#### 2. การศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

2.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### นิยามศัพท์เฉพาะ

#### 1. การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ หมายถึง

กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และมีครูเป็นผู้อำนวยการเรียนการสอน การเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ของผู้เรียน เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยนำแนวคิดของสถาบันการส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2546ข: 219-220) สมบัติ การจรรยาภงค์ (2549: 6-7) และฉันท ชาติทอง (2554: 33-34) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ประกอบด้วย

1.1 การใช้คำถาม โดยครูผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ใครู้

1.2 ใช้สถานการณ์ เป็นการนำสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในสังคมหรือเรื่องที่กำลังอยู่ในความสนใจของนักเรียนมาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดความสนใจ



1.3 ใช้กรณีตัวอย่าง เป็นการยกตัวอย่างที่อาจเป็นทั้งเรื่องจริงหรือเรื่องที่สมมุติขึ้น แล้วผู้เรื่องให้มีความสลับซับซ้อน ทำให้เกิดความสนใจอยากค้นหาคำตอบ

1.4 ใช้ผลผลิตที่เกิดจากสิ่งที่จะเรียนรู้ เป็นการบอกผลที่จะเกิดขึ้นกับผู้เรียน เป็นการสร้างความตระหนักและความสนใจที่มีต่อผู้เรียน

1.5 ร่วมกันสรุปประเด็นที่น่าสนใจ จากการนำเสนอ พูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แล้วสรุปประเด็น พร้อมทั้งจัดลำดับความสำคัญ เพื่อค้นหาคำตอบ

## 2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) ประกอบด้วย

2.1 ทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้

2.2 วางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจ ตรวจสอบ ตั้งสมมุติฐานกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้

2.3 ลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน

2.4 บันทึกผลลงในแบบบันทึกผล

2.5 เน้นย้ำคุณลักษณะที่พึงประสงค์ และขอให้ทุกคนปฏิบัติอย่างจริงจัง

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นตอนหลังจากได้ข้อมูลเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว ประกอบด้วย

3.1 นำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม

3.2 การวิเคราะห์ สังเคราะห์ อธิบาย ให้เหตุผล

3.3 การเชื่อมโยงคำตอบกับคำถาม สถานการณ์ตัวอย่าง และผลที่จะเกิดขึ้น

3.4 สรุปความรู้ที่ได้ ทั้งในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตารางหรือวาดรูป ฯลฯ

## 4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) ประกอบด้วย

4.1 ครูใช้คำถามหรืออาจใช้คำถามที่ผู้เรียนตั้งคำถามขึ้นในขณะที่เรียนเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและขยายความรู้

4.2 ใช้กรณีตัวอย่าง สถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่นๆ

4.3 นำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับเหตุการณ์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

ชีวิตประจำวัน

5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ประกอบด้วย

5.1 ประเมินความเข้าใจที่คงทน (Enduring Understanding)

5.2 ประเมินความรู้ ตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดชั้นปี และผลการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคการประเมินอย่างหลากหลาย

5.3 ประเมินมาตรฐานการปฏิบัติได้ โดยเน้นสมรรถนะสำคัญ  
ความสามารถและทักษะที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติได้

5.4 ประเมินด้วยคำถามสำคัญ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่ได้รับ และ  
เพิ่มเติมสาระสำคัญตามความเหมาะสม

5.5 ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเน้นด้านคุณธรรม จริยธรรม  
และคุณลักษณะของผู้เรียนตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ นั้น ๆ

## 2. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหา

**ความรู้** หมายถึง คุณภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ใน  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เมื่อได้นำไปจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้แล้ว ทำให้นักเรียนบรรลุ  
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในกิจกรรม  
การจัดการเรียนรู้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนคิดเป็นร้อยละ  
80 ของคะแนนทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบ  
เสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ถือค่าความแปรปรวน 2.5%  
คือ ประสิทธิภาพของกิจกรรมไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5 % (ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2557.  
ออนไลน์)

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถและ  
ความชำนาญในการใช้ความรู้ ความคิด การเข้าใจปัญหา กระบวนการต่างๆ และประสบการณ์  
เดิม เพื่อหาคำตอบในสถานการณ์หรือคำถามใหม่ที่กำหนดเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี  
การดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการ  
แก้ปัญหา โดยยึดกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1945: online) ซึ่งประกอบด้วย  
ขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการ  
พิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a Plan) เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธี  
ใด โดยใช้สิ่งที่กำหนดให้ในปัญหา ร่วมกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นการลงมือปฏิบัติ  
ตามแผนที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา และเป็นการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อตรวจสอบว่ามีวิธีการแก้ปัญหาอื่นหรือไม่

ความสามารถนี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ โดยแบบทดสอบแบบอัตนัย มีเกณฑ์ในการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic rubric)

**4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ ความคิดรวบยอด กระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงระหว่างภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาในศาสตร์อื่นๆ ทั้งนี้เพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้ที่มีความหมายและให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

ความสามารถนี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยแบบทดสอบแบบอัตนัย มีเกณฑ์ในการให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric)

**5. เกณฑ์ (Criteria)** หมายถึง การเปรียบเทียบคะแนนที่ได้แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานโดยวิเคราะห์จากคะแนนจากแบบทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ แล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ

โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2552: 19) ให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ โดยมีแนวการให้ระดับผลการเรียนดังนี้

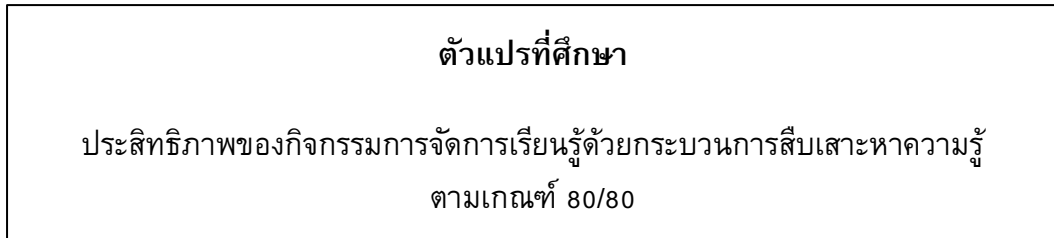
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80-100	หมายถึง	ดีเยี่ยม	ระดับผลการเรียน 4
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75-79	หมายถึง	ดี	ระดับผลการเรียน 3.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70-74	หมายถึง	ดี	ระดับผลการเรียน 3

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65-69	หมายถึง	ดี	ระดับผลการเรียน 2.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60-64	หมายถึง	ดี	ระดับผลการเรียน 2
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55-59	หมายถึง	ผ่าน	ระดับผลการเรียน 1.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50-54	หมายถึง	ผ่าน	ระดับผลการเรียน 1
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0-49	หมายถึง	ไม่ผ่าน	ระดับผลการเรียน 0
ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70			

### กรอบแนวคิดการวิจัย

การศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ตามแนวคิดของสถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) (2546ข: 219-220) สมบัติ การจรรักษ์พงศ์ (2549: 6-7) และฉันท ชาติทอง (2554: 33-34) ซึ่งเป็นแนวคิดที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่างๆ ของผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้อย่างแท้จริง (พจนา ทรัพย์สมาน. 2549: 35) สามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ และนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ใน การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จึงกำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพประกอบ 1

## การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้



## การศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

### สมมติฐานของการวิจัย

1. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70
4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้
5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวข้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3)

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

1.2 คุณภาพผู้เรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.2 หลักจิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.4 ประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.5 ตัวอย่างที่แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.6 ประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหา

ความรู้

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์

3.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหา

3.2 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.5 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.6 องค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.8 การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

3.9 การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.2 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.3 ประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 4.4 การวัดและการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์
- 4.5 การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์
- 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### 1. เอกสารเกี่ยวข้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3)

#### 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 64-91) ได้กำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลัก และมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน สาระหลักประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 สาระ และมาตรฐานการเรียนรู้ 14 มาตรฐาน ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

#### สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.3/1 หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.3/2 หาปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.3/3 เปรียบเทียบหน่วยความจุ หรือหน่วยปริมาตรในระบบเดียวกันหรือต่างระบบ และเลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.3/4 ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตัวชี้วัด ค 3.1 ม.3/1 อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

### สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.3/2 เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.3/3 เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.3/4 อ่านและแปลความหมายกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟอื่นๆ

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.3/5 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด ค 5.1 ม.3/1 กำหนดประเด็น และเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม



ตัวชี้วัด ค 5.1 ม.3/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของ  
ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จาก  
การนำเสนอ

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการ  
คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด ค 5.2 ม.3/1 หาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม  
ที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์  
ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการ  
ตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น  
ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ

ตัวชี้วัด ค 5.3 ม.3/2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้ จาก  
การนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

### สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร  
การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทาง  
คณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์  
และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง  
เหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการ  
สื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำ  
ความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## 1.2 คุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กล่าวเกี่ยวกับคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 60-61)

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการ และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## 2. เอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

### 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Method) เป็นวิธีหนึ่งที่มุ่งให้ผู้เรียนได้สืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ สรุปได้ดังนี้

คาร์น (Carin. 1993: 86) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ว่าเป็นกระบวนการที่เมื่อพบปัญหาแล้วมีการตั้งสมมติฐานหรือหาคำตอบที่เป็นไปได้ทดสอบสมมติฐานนั้นด้วยข้อมูลที่รวบรวมได้ แล้วพยายามที่จะประยุกต์ข้อสรุปนั้นมาเป็นความรู้ใหม่ โดยมีประเด็นหลักอยู่ที่กระบวนการ (Process) มากกว่าผลผลิต (product)

แมททิว (Matthews. 1994: 146) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ (Inquiry learning) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้วิธีการหลากหลายในการแสวงหาความรู้ เช่น การอภิปราย การสำรวจตรวจสอบ การบรรยาย หรือการโต้วาที ครูทำหน้าที่เสนอประเด็นที่จะศึกษา สำรวจ และยอมรับความผิดพลาด ส่งเสริมให้นักเรียนฟัง สร้างความหมายและพัฒนาโมโนมติ กิจกรรมในชั้นเรียน ได้แก่ การทดลอง การสะท้อนความคิดเห็น การสร้างความหมาย และการประเมินซึ่งเป็นวิธีการที่สอดคล้องกับการสอนตามทฤษฎีสรคณนิยม

มัวร์และเชอรี (Moore; & Cheri. 1994: 212) ให้ความหมายของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ว่าเป็นการเรียนรู้ที่มุ่งมั่นเพื่อแก้ปัญหา โดยอาศัยกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบ

ซันด์และโทรวบริดจ์ (Sund; & Trowbridge. 1973: 62-68) ได้สรุปลักษณะของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้

1.1.1 เป็นการสอนที่มีนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

1.1.2 การเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นการสร้างมโนมติโดยตัวผู้เรียนเอง

1.1.3 ระดับความคาดหวังของนักเรียนเพิ่มสูงขึ้น หลังจากที่ได้ประสบ  
ความสำเร็จในการสืบเสาะหาความรู้ในระดับหนึ่งแล้ว

1.1.4 การเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นพัฒนาความสามารถด้านต่าง ๆ  
ของนักเรียน เช่น ความสามารถทางวิชาการ ทางสังคม ความคิดสร้างสรรค์ ฯลฯ ซึ่งต้องอาศัย  
ความเป็นอิสระและให้นักเรียนมีโอกาสคิด

1.1.5 การเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้จะหลีกเลี่ยงการเรียนรู้อัตโนมัติ  
วาทะหรือการบรรยาย แต่จะเน้นการทดลอง เพื่อให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง

1.1.6 การเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้จะกำหนดเวลาสำหรับการเรียนรู้  
สัวด์มัท นิชมคัม (2531: 502) กล่าวเกี่ยวกับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ โดย  
สรุปว่า เป็นการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นผู้ค้นหา หรือสืบเสาะหาความรู้เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง  
ที่ไม่เคยรู้มาก่อนโดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ต่างๆ

ภพ เลหาไพบูลย์ (2537: 119) กล่าวว่า การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นการ  
สอนที่เน้นกระบวนการแสวงหาความรู้ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบความจริงต่างๆ ด้วยตนเอง  
ให้นักเรียนได้ประสบการณ์ตรงในการเรียนรู้เนื้อหาวิชา โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์  
เป็นเครื่องมือในการสืบเสาะหาความรู้ การสอนแบบนี้เน้นการใช้คำถามเป็นสื่อสำคัญ

พิมพันธ์ เตชะคุปต์ (2544: 56) กล่าวว่า วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ หมายถึง  
การจัดการเรียนการสอนโดยวิธีให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้  
ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก เพื่อให้นักเรียน  
บรรลุเป้าหมายวิธีสืบเสาะหาความรู้จะเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญของการเรียน

ทิตนา แซมมณี (2548: 141) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบสืบเสาะว่า เป็น  
การดำเนินการเรียนการสอน โดยผู้สอนกระตุ้นให้นักเรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือ  
แสวงหาความรู้ เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วย  
อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่างๆ ให้นักเรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่ง  
ความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปข้อมูล การอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการ และการ  
ทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

พจนานุกรมศัพท์ (2549: 2-3) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วย  
กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ว่า เป็นการที่ผู้เรียนใช้กระบวนการเรียนรู้สร้างความรู้ของตนเอง  
จากการคิดและปฏิบัติจริงตามลำดับขั้น เพื่อวิเคราะห์ความสำคัญจำเป็นของสิ่งที่จะเรียนรู้  
วางแผนกำหนดขอบเขตวิธีการเรียนรู้ ลงมือเรียนรู้ตามแผน นำเสนอข้อมูลที่ได้จากการเรียนรู้  
วิเคราะห์หรืออภิปรายสรุปความรู้ ข้อคิดแนวทางปฏิบัติ จัดทำผลงานรายงานผลการเรียนรู้และ  
วิธีการเรียนรู้ของตนในรูปแบบต่างๆ ตามความถนัดความสนใจ

จากการศึกษาความหมายของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหา  
ความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้เป็นการจัดการ

เรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่างๆ ของผู้เรียน

## 2.2 หลักจิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

การเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ มีรากฐานจากจิตวิทยาพัฒนาการทางสมองของเพียเจต์ (ลัตตา ศุขปริดี. 2523: 57; อ้างอิงจาก Piaget. 1962: 61) สรุปได้ว่า คนมีกระบวนการคิดอยู่สองประการ คือ มีโครงสร้างความคิดเดิม จึงสามารถนำเอาความคิดเดิมมาเป็นแนวคิดให้เกิดความรู้ใหม่ได้ แต่ถ้าสิ่งที่รับไปใหม่ไม่สัมพันธ์กับโครงสร้างความคิดเดิม ก็ปรับปรุงโครงสร้างนั้น เพื่อรับรู้ความรู้ใหม่ได้ ดังนั้นโครงสร้างของกระบวนการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้จึงมี 2 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 Assimilative Structure เป็นการเร้าให้นักเรียนนำความรู้เดิมมาใช้เป็นแนวทางในการคิดเพื่อแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 Accommodative Structure เป็นการปรับปรุงหรือขยายแนวคิดเดิมเพื่อจะรับความรู้ใหม่ๆ เข้าใจประสบการณ์ใหม่ๆ ให้กว้างขึ้น เพราะถ้าไม่มีการเปลี่ยนแปลงหรือปรับปรุงความรู้เดิมก็จะทำให้ไม่สามารถรับความรู้ใหม่ได้

สมบัติ การจนาร์กพงศ์ (2549: 5) การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้แบบสรรค์สร้างความรู้ (Constructivism) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนเอง โดยครูเป็นผู้กระตุ้น ผู้อำนวยความสะดวก ชักถาม และจัดสถานการณ์ให้เหมาะสมกับความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและเชื่อมโยงความรู้เองจนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย เก็บไว้ในหน่วยความจำระยะยาว

จากการศึกษาหลักจิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้แบบสรรค์สร้างความรู้ (Constructivism) และทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ โดยเป็นการเร้าให้นักเรียนนำความรู้เดิมมาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา การปรับปรุง หรือขยายแนวคิดเดิม เพื่อให้รับความรู้ใหม่ได้ โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นและจัดสถานการณ์ให้เหมาะสมกับความรู้เดิมของผู้เรียน

## 2.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

กระบวนการเรียนการสอนที่ใช้ในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีหรือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546ข: 219-220) มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)** เป็นการนำสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นจากเรื่องที่สนใจ ซึ่งเกิดขึ้นเองจากความสนใจ ซึ่งเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายภายในกลุ่ม เรื่องที่สนใจ อาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีความสนใจ ครูอาจให้ศึกษาจากสื่อต่างๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการเสนอประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็นหรือคำถามที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะใช้ศึกษา เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจ และนักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการศึกษาร่วมกันกำหนดขอบเขตและแจกแจงรายละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจรวมถึงการรวบรวมความรู้ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่างๆ ที่จะช่วยนำไปสู่ความเข้าใจเรื่องหรือประเด็นที่จะศึกษามากยิ่งขึ้นและมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

2. **ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)** เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐานกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อรวบรวมข้อมูล ข้อสังเกต หรือปรากฏการณ์ต่างๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น การทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างพอเพียงที่จะใช้ในขั้นต่อไป

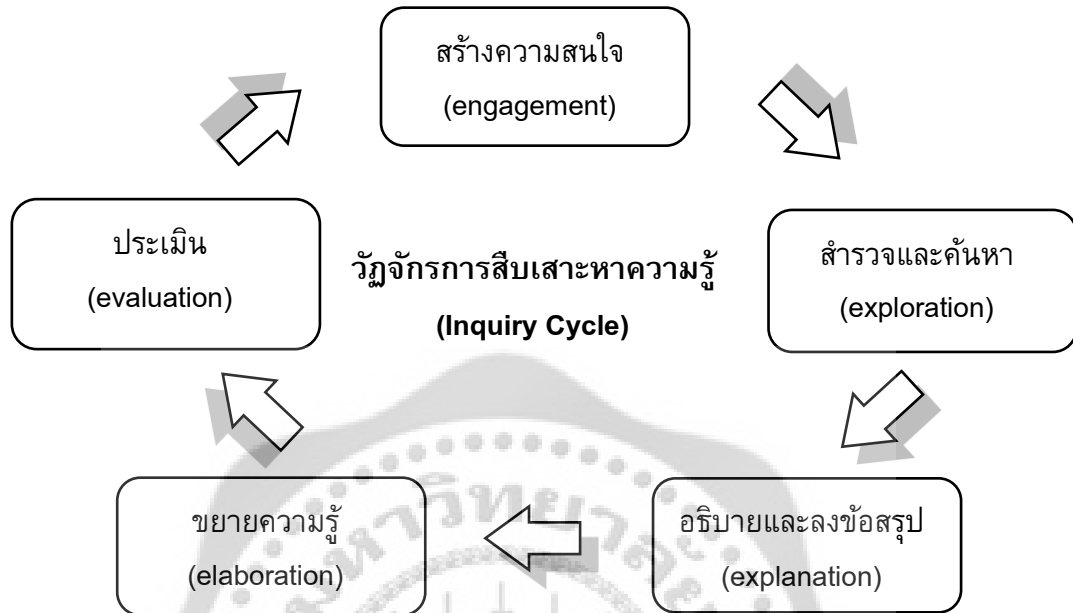
3. **ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เมื่อได้ข้อมูลเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้วจึงนำข้อมูล ข้อสังเกต ที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่างๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้ โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ตั้งไว้ แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

4. **ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)** เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายในสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่นๆ ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่างๆ ได้มาก ก็แสดงว่าข้อจำกัดมีน้อย ซึ่งก็จะให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่างๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

5. **ขั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ว่านักเรียนมีความรู้ะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่นๆ

การนำความรู้หรือแบบจำลองไปใช้อธิบายหรือประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์หรือเรื่องอื่นๆ จะนำไปสู่ข้อโต้แย้งหรือข้อจำกัดซึ่งจะก่อให้เกิดเป็นประเด็นหรือคำถาม หรือปัญหาที่

จะต้องสำรวจตรวจสอบต่อไป ทำให้เกิดเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปเรื่อยๆ จึงเรียกว่า Inquiry Cycle ดังภาพประกอบ 2

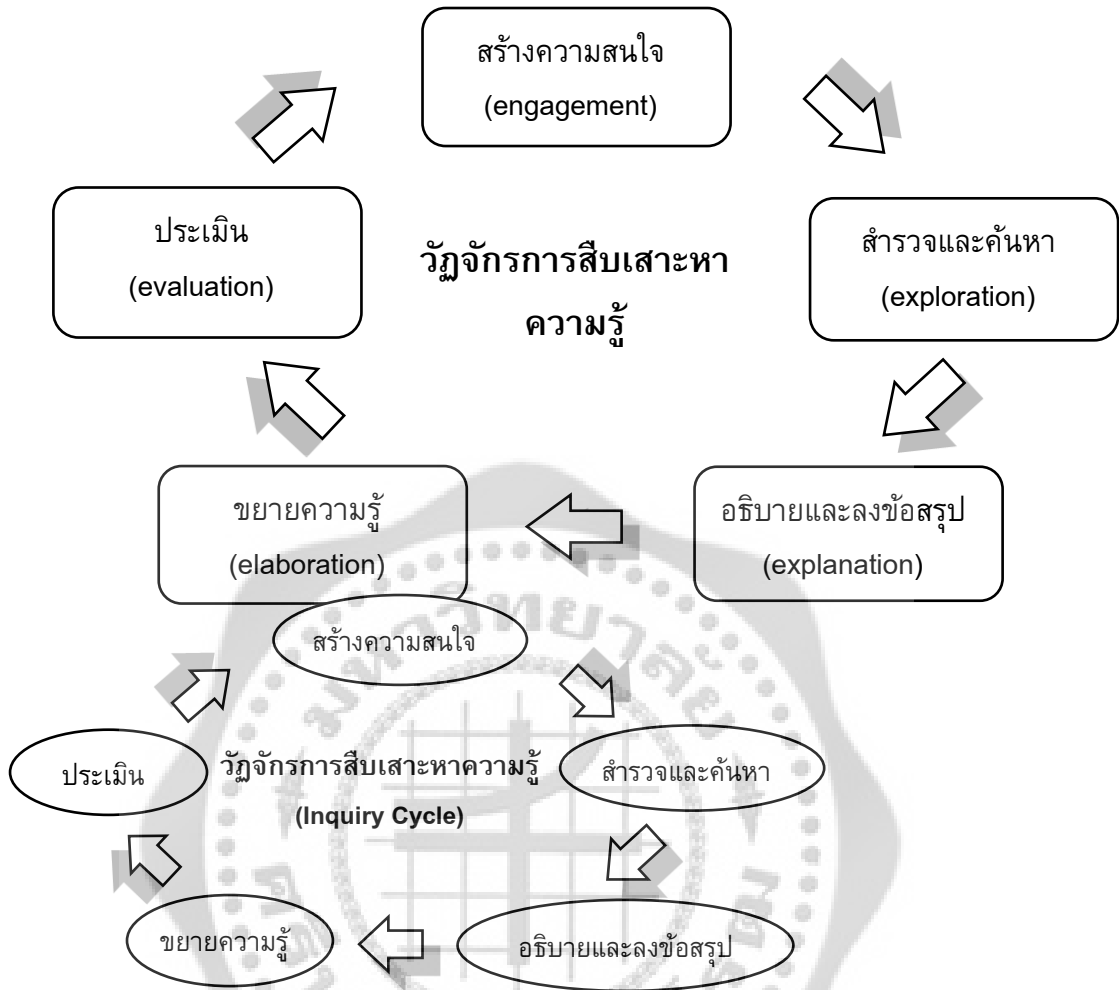


ภาพประกอบ 2 การเรียนรู้แบบวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle)

ที่มา: สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546ข). *คู่มือวัดผลประเมินผล วิทยาศาสตร์*. หน้า 220.

สมบัติ การจนารักพงศ์ (2549: 6-7) ได้กล่าวว่าวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ เมื่อสิ้นสุดการประเมินแล้วครูและนักเรียนก็สามารถเข้าสู่วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ใหม่ได้ต่อไป เหตุผลเพราะในชีวิตจริงมีเรื่องราวหรือสิ่งที่ชวนสงสัย น่าศึกษาต่อเนื่องตลอดเวลาไม่สิ้นสุด หากทั้งครูและนักเรียนมีความใฝ่รู้ใฝ่เรียนตลอดเวลา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E จึงเป็นวัฏจักรต่อเนื่องไป

อีกประการหนึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนี้ แม้ดำเนินขั้นตอนไปยังไม่ครบวัฏจักรก็สามารถขึ้นต้นวัฏจักรใหม่ เพื่อสืบเสาะเรื่องใหม่ซ่อนอยู่ในวัฏจักรเดิมได้อีก เช่น เมื่อครูจัดกิจกรรมอยู่ในขั้นขยายความรู้ ครูไม่ใช้วิธีการบรรยาย แต่ครูต้องการจัดกิจกรรมอื่นแทน ดังนั้นครูอาจสร้างความสนใจเพื่อให้นักเรียนสงสัยต่อแล้วสำรวจและค้นหาเพิ่มเติมต่อไป ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ที่เกิดจากการประยุกต์ใช้

ที่มา: สมบัติ การจนารักษ์พงศ์. (2549). เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 7.

ชนัท ธาตุทอง (2554: 33-34) กล่าวถึงการสอนแบบ 5E ว่าเป็นการฝึกให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ใครู้ (Engagement) สำรวจ ค้นหา (Exploration) อธิบาย (Explanation) ขยายความรู้ (Elaboration) และประเมิน (Evaluation) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) ประกอบด้วย

1. การใช้คำถาม โดยคุณครูตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนสงสัย ใครู้ มีความสนใจในผลดี ผลเสีย ผลกระทบที่เกิดขึ้นหรือจะเกิดขึ้น



2. ใช้สถานการณ์ การที่นำสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในสังคม ที่เป็นปัจจุบันทันด่วน หรือเป็นเรื่องที่กำลังอยู่ในความสนใจ (Hot-issue) ของนักเรียนและบุคคลทั่วไป ย่อมเป็นการสร้างความสนใจได้เป็นอย่างดี

3. ใช้กรณีตัวอย่าง การใช้กรณีตัวอย่างที่อาจเป็นทั้งเรื่องจริง หรือเรื่องที่สมมุติขึ้นนั้น เป็นการผูกเรื่องที่มีความสลับซับซ้อน ชวนให้อยากค้นหาคำตอบ

4. ใช้ผลผลิตที่เกิดจากสิ่งที่จะเรียนรู้ เป็นการบอกถึงผลที่ได้รับ รวมทั้งผลกระทบทั้งในทางที่ดีและไม่ดี ที่เกิดกับผู้เรียนนั้น เป็นการสร้างความตระหนักและความสนใจที่มีต่อผู้เรียน เนื่องจากเป็นสิ่งที่ได้รับโดยตรงที่สามารถนำไปใช้ได้จริง

5. ร่วมกันสรุปประเด็นที่น่าสนใจ จากการนำเสนอพูดคุย แลกเปลี่ยน ประเด็น เรื่องราว สถานการณ์ต่างๆ แล้ว จะต้องมีการสรุปประเด็นที่น่าสนใจ โดยมีการจัดลำดับความสำคัญ และเลือกที่จะสำรวจข้อมูลเพื่อนำมาผสมผสานและค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) ประกอบด้วย

1. ชี้แจง ทำความเข้าใจ กระบวนการ ขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
2. แนะนำสื่อ อุปกรณ์ที่ใช้ และข้อควรระวัง
3. ปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน
4. บันทึกผลลงในแบบบันทึกผล
5. เน้นย้ำคุณลักษณะที่พึงประสงค์ และขอให้ทุกคนได้เคร่งครัดปฏิบัติ

อย่างจริงจัง

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและสรุป (Explanation) ประกอบด้วย

1. การนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม
2. การวิเคราะห์ สังเคราะห์ อธิบาย ให้เหตุผล
3. การเชื่อมโยงคำตอบกับคำถาม สถานการณ์ กรณีตัวอย่าง และผลที่จะ

เกิดขึ้น (จากขั้นที่ 1)

4. สรุปความรู้ที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) ประกอบด้วย

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและขยายความรู้
2. ใช้กรณีตัวอย่าง
3. ใช้คำถามสำคัญจากที่คุ้นเคยเตรียมไว้ และจากที่นักเรียนตั้งคำถามขึ้น

ในขณะที่เรียน

4. มีการเชื่อมโยงกับเหตุการณ์และสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

### ขั้นที่ 5 ขั้นประเมิน (Evaluation) ประกอบด้วย

1. ประเมินความเข้าใจที่คงทน (Enduring Understanding) ที่ผู้เรียนจะต้องมีติดตัวออกไปใช้ให้เป็นประโยชน์
2. ประเมินความรู้ ตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดชั้นปี และผลการเรียนรู้ว่าบรรลุตามที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยใช้เทคนิคการประเมินอย่างหลากหลาย เช่น การซักถาม การสังเกต การตรวจการบ้าน การประเมินโครงงาน การประเมินชิ้นงาน/ภาระงาน แฟ้มสะสมงาน การใช้แบบทดสอบ เป็นต้น
3. ประเมินมาตรฐานการปฏิบัติได้ โดยเน้นสมรรถนะสำคัญ ความสามารถและทักษะที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติได้ ว่าเป็นไปตามที่กำหนดได้หรือไม่ อย่างไร
4. ประเมินด้วยคำถามสำคัญ ที่ได้ใช้ในการเรียนการสอน เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่ได้รับ และเพิ่มเติมสาระสำคัญตามความเหมาะสม
5. ประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยเน้นด้านคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะของผู้เรียนตามกลุ่มสาระการเรียนรู้ หรือตามที่สถานศึกษากำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ข้างต้นสรุปได้ว่า ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่น่าสนใจ ประกอบด้วย
  - 1.1 การใช้คำถาม โดยครูผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดควมสงสัย ใ้รู้
  - 1.2 ใช้สถานการณ์ เป็นการนำสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในสังคมหรือเรื่องที่กำลังอยู่ในความสนใจของนักเรียนมาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดความสนใจ
  - 1.3 ใช้กรณีตัวอย่าง เป็นการยกตัวอย่างที่อาจเป็นทั้งเรื่องจริงหรือเรื่องที่สมมุติขึ้น แล้วผูกเรื่องให้มีความสลับซับซ้อน ทำให้เกิดความสนใจอยากค้นหาคำตอบ
  - 1.4 ใช้ผลผลิตที่เกิดจากสิ่งที่จะเรียนรู้ เป็นการบอกผลที่จะเกิดขึ้นกับผู้เรียน เป็นการสร้างความตระหนักและความสนใจที่มีต่อผู้เรียน
  - 1.5 ร่วมกันสรุปประเด็นที่น่าสนใจ จากการนำเสนอ พูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แล้วสรุปประเด็น พร้อมทั้งจัดลำดับความสำคัญ เพื่อค้นหาคำตอบ
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) ประกอบด้วย
  - 2.1 ทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้
  - 2.2 วางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจ ตรวจสอบ ตั้งสมมุติฐานกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้
  - 2.3 ลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน

- 2.4 บันทึกผลลงในแบบบันทึกผล
- 2.5 เน้นย้ำคุณลักษณะที่พึงประสงค์ และขอให้ทุกคนปฏิบัติอย่างจริงจัง
3. **ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)** เป็นขั้นตอนหลังจากได้ข้อมูลเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว ประกอบด้วย
- 3.1 นำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม
- 3.2 การวิเคราะห์ สังเคราะห์ อธิบาย ให้เหตุผล
- 3.3 การเชื่อมโยงคำตอบกับคำถาม สถานการณ์ตัวอย่าง และผลที่จะเกิดขึ้น
- 3.4 สรุปความรู้ที่ได้ ทั้งในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตารางหรือวาดรูป ฯลฯ
4. **ชั้นขยายความรู้ (Elaboration)** ประกอบด้วย
- 4.1 ครูใช้คำถามหรืออาจใช้คำถามที่ผู้เรียนตั้งคำถามขึ้นในขณะที่เรียนเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและขยายความรู้
- 4.2 ใช้กรณีตัวอย่าง สถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่นๆ
- 4.3 นำความรู้ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับเหตุการณ์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน
5. **ชั้นประเมิน (Evaluation)** เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่างๆ ประกอบด้วย
- 5.1 ประเมินความเข้าใจที่คงทน (Enduring Understanding)
- 5.2 ประเมินความรู้ ตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดชั้นปี และผลการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคการประเมินอย่างหลากหลาย
- 5.3 ประเมินมาตรฐานการปฏิบัติได้ โดยเน้นสมรรถนะสำคัญ ความสามารถและทักษะที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติได้
- 5.4 ประเมินด้วยคำถามสำคัญ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่ได้รับ และเพิ่มเติมสาระสำคัญตามความเหมาะสม
- 5.5 ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเน้นด้านคุณธรรม จริยธรรม และคุณลักษณะของผู้เรียนตามกลุ่มสาระการเรียนรู้

#### 2.4 ประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

นักการศึกษาหลายท่านได้จัดประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้

ทาโฝยาและคณะ (Tafoya; et. al. 1980: 43-48) ได้แบ่งการสอนแบบสืบเสาะที่อาศัยการทำปฏิบัติการ ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การสืบเสาะแบบมีโครงสร้าง (Structure Inquiry) เป็นการสืบเสาะที่ครูเป็นผู้กำหนดปัญหาให้กับนักเรียน กำหนดขั้นตอนในการทดลอง และการจัดกระทำข้อมูล นักเรียนเป็นผู้แปลความหมายและสรุปด้วยตนเอง

2. การสืบเสาะแบบนำ (Guided Inquiry) เป็นการสืบเสาะที่ครูกำหนดปัญหาให้ ครูให้คำปรึกษาหารือ หรือแนะนำวิธีการทดลองและการจัดกระทำข้อมูลนักเรียน นักเรียนเป็นผู้แปลความหมาย และสรุปด้วยตนเอง

3. การสืบเสาะแบบเปิดกว้าง (Open Inquiry) เป็นการสืบเสาะที่นักเรียนเป็นผู้กำหนดปัญหา วิธีการแก้ปัญหา การจัดกระทำข้อมูล ตลอดจนการแปลความหมายข้อมูลและสรุปด้วยตนเอง นักเรียนทำการสืบเสาะคล้ายกับการศึกษาค้นคว้าของนักวิทยาศาสตร์

คารินและซันด์ (พิมพันธ์ เตชะคุปต์. 2544: 58-59; อ้างอิงจาก Carin; & Sun. 1970) ได้แบ่งประเภทของการสอนแบบสืบเสาะ โดยใช้บทบาทของครูและนักเรียนเป็นเกณฑ์ ดังนี้ คือ

แบบที่ 1 การค้นพบแบบนำ (Guided discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนทำงานหรือปฏิบัติการทดลอง วิธีนี้ครูและนักเรียนมีบทบาทเท่าเทียมกัน วิธีนี้ครูเป็นผู้กำหนดปัญหา วางแผนการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูล เตรียมอุปกรณ์ เครื่องมือไว้เรียบร้อย นักเรียนมีหน้าที่ปฏิบัติการทดลองทำ กิจกรรมตามแนวทางที่กำหนดไว้ ซึ่งอาจเรียกว่าเป็นวิธีสืบสอบที่มีคำแนะนำ ปฏิบัติการหรือกิจกรรมสำเร็จรูป

แบบที่ 2 การค้นพบแบบกึ่งนำ (Less guided discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้วางแผน วิธีนี้ครูมีบทบาทลดลงเมื่อเทียบกับวิธีที่ 1 นักเรียนมีบทบาทมากขึ้น ซึ่งเป็นวิธีที่ครูเป็นผู้กำหนดปัญหาแต่ให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยเริ่มตั้งแต่การตั้งสมมติฐาน วางแผนการทดลองทำ การทดลองจนถึงสรุปผลการทดลอง โดยมีครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก ซึ่งอาจเรียกรูปแบบนี้ว่า วิธีสอนแบบไม่กำหนดแนวทาง

แบบที่ 3 การค้นพบแบบอิสระ (Free discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นผู้วางแผนเองวิธีนี้นักเรียนจะมีบทบาทมากที่สุด ครูมีบทบาทน้อยหรือไม่มีเลย ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียนเป็นผู้กำหนดปัญหาเอง วางแผนการทดลองเอง เก็บข้อมูล ดำเนินการทดลอง เก็บข้อมูล ตลอดจนสรุปผลด้วยตนเอง วิธีนี้ให้อิสระกับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้กระตุ้นเท่านั้น อาจเรียกว่า วิธีสืบสอบแบบอิสระ

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (สุวิทย์ มูลคำ; และ อรทัย มูลคำ. 2545: 137; อ้างอิงจาก วีรยุทธ วิเชียรโชติ. 2524) ได้แบ่งประเภทของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การสืบเสาะแบบทางเดียว (Passive Inquiry) การสอนแบบนี้ผู้สอนจะเป็นผู้ถามนำโดยมีนักเรียนเป็นฝ่ายตอบเป็นส่วนใหญ่แต่ผู้สอนก็จะพยายามกระตุ้นเตือนให้นักเรียนได้ตั้งคำถามอยู่เสมอ สรุปคือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถามร้อยละ 90 นักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม

ร้อยละ 10 การสอนประเภทนี้ เหมาะสำหรับการเริ่มสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นครั้งแรก หรือ ในช่วง 3 เดือนแรก เพราะนักเรียนในระบบการศึกษาไทยยังไม่คุ้นเคยกับการเป็นผู้ซักถาม

2. การสืบเสาะแบบผสมผสาน (Combined Inquiry) การสอนแบบนี้ทั้งผู้สอน และนักเรียนจะเป็นผู้ถามคำถาม คือผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 50% และนักเรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 50% การสอนชนิดนี้ใช้ในโอกาสที่นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการซักถามผู้สอนมากขึ้น ซึ่งจะเป็นช่วงที่ผู้สอนได้ฝึกนักเรียนให้ตั้งคำถามแบบสืบสวนสอบสวนมานานประมาณ 3 เดือน ข้อควรระวังในการส่งเสริมให้นักเรียนตั้งคำถาม คือให้นักเรียนคิดก่อนการถามผู้สอนและหลักสำคัญคือ ผู้สอนพยายามไม่ให้คำตอบแต่จะส่งเสริมหรือถามต่อ เพื่อให้นักเรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่

3. การสืบเสาะแบบกระตือรือร้น (Active Inquiry) การสอนแบบนี้นักเรียนจะเป็นผู้ถามและตอบเป็นส่วนใหญ่ ผู้สอนมีหน้าที่แนะแนวหรือเน้นจุดสำคัญที่นักเรียนมองข้ามไป โดยไม่ต้องอธิบายอย่างเพียงพอ การสอนชนิดนี้นักเรียนมีความชำนาญในการใช้คำถามแบบสืบสวนสอบสวนแล้ว นักเรียนจึงสามารถตั้งคำถามและหาคำตอบด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่

จากการศึกษาประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทของการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. การค้นพบแบบนำ (Guided discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนและครูมีบทบาทเท่ากัน โดยครูเป็นผู้กำหนดปัญหา วางแผน เตรียมอุปกรณ์ และนักเรียนมีหน้าที่ปฏิบัติการตามกิจกรรมที่กำหนดไว้

2. การค้นพบแบบกึ่งนำ (Less guided discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูมีบทบาทน้อยกว่านักเรียน ครูเป็นผู้วางแผน กำหนดปัญหาและเป็นผู้อำนวยความสะดวก แล้วให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

3. การค้นพบแบบอิสระ (Free discovery) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นผู้วางแผนเอง จึงมีบทบาทมากที่สุด โดยจะกำหนดปัญหา วางแผน ทดลอง เก็บข้อมูล และสรุปผลเอง ครูทำหน้าที่เป็นเพียงผู้กระตุ้นเท่านั้น

ซึ่งผู้วิจัยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ทั้ง 3 ประเภท

## 2.5 ตัวบ่งชี้แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

เพื่อให้ครูผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้พัฒนาตัวบ่งชี้ที่แสดงถึงการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะไว้ดังนี้

แอส และคลูเกอร์ (ปิยะรัตน์ คัญทัพ. 2545: 42-43; อ้างอิงจาก Ash; & Kluger Bell. 1999) ได้สรุปลักษณะของห้องเรียนที่มีลักษณะส่งเสริมให้เกิดการเรียนการสอนแบบ

สืบเสาะว่าต้องประกอบด้วยตัวบ่งชี้ (Indicators) ที่สำคัญ 3 ด้าน คือ ตัวบ่งชี้เกี่ยวกับ ครู  
สภาพแวดล้อม และนักเรียน

### 1. ตัวบ่งชี้เกี่ยวกับครู

- 1.1 ครูเป็นแบบอย่างที่ดีในกระบวนการสืบเสาะ
- 1.2 ครูช่วยเหลือนักเรียนในด้านเนื้อหาที่จำเป็นในกระบวนการสืบเสาะ
- 1.3 ครูมีวิธีการประเมินที่หลากหลาย
- 1.4 ครูคอยเป็นผู้อำนวยความสะดวกตลอดกระบวนการ

### 2 ตัวบ่งชี้เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมในการเรียน

2.1 ห้องเรียนมีการจัดสถานที่ที่เอื้ออำนวยต่อการทำงานเป็นกลุ่มย่อย และมีอุปกรณ์อำนวยความสะดวกในการค้นคว้า และมีสถานที่พอเพียงให้นักเรียนได้จัดแสดงสิ่งที่ค้นพบ เพื่อการนำเสนอ

2.2 การจัดการเรียนการสอน เน้นที่การสื่อสารสิ่งที่นักเรียนค้นพบกับเพื่อนร่วมชั้นอาจเป็นการทำงานเป็นคู่ งานกลุ่ม หรืองานทั้งชั้นเรียน ตามความเหมาะสม

2.3 ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ให้ผลป้อนกลับ (Feedback) กับงานของเพื่อน และในขณะเดียวกันก็ยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนร่วมชั้นที่มีต่องานของตนเช่นกัน

### 3 ตัวบ่งชี้เกี่ยวกับนักเรียน

3.1 นักเรียนเป็นผู้อยากรู้อยากเห็น และสามารถตั้งคำถามที่นำไปสู่กระบวนการสืบเสาะได้

3.2 นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต

3.3 นักเรียนลงมือกระทำการสืบเสาะและค้นคว้าด้วยตนเอง

3.4 นักเรียนมีความพร้อมที่จะสำรวจ ตามแนวความคิดของตนเองอยู่ตลอดเวลา

3.5 นักเรียนสามารถวางแผนการสืบเสาะและลงมือสืบเสาะด้วยตนเอง

3.6 นักเรียนนำเสนอสิ่งที่ค้นพบด้วยวิธีที่หลากหลาย

3.7 นักเรียนสามารถอธิบายสิ่งที่ค้นพบ และเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา

3.8 นักเรียนสามารถประเมินการทำงานและผลงานของตนเองได้

พิมพันธ์ เตชะคุปต์ (2544: 58) ได้สรุปตัวบ่งชี้คุณภาพของวิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้

1. สร้างสถานการณ์หรือปัญหาให้สอดคล้องกับเรื่องที่จะสอน โดยการสนทนาสาริตและใช้อุปกรณ์ประกอบการสอน เพื่อนำไปสู่ประเด็นให้มีการอภิปรายเป็นการนำเข้าสู่บทเรียน

2. ครูอธิบายวัตถุประสงค์ของเรื่องที่จะศึกษา โดยเฉพาะกรณีที่ครูกำหนด ปัญหาและวางแผนการทดลองให้ สำหรับกรณีที่นักเรียนเป็นผู้กำหนดปัญหาเอง ครูควรอธิบาย วัตถุประสงค์ทั่วไปของเรื่องที่จะศึกษา

3. ครูใช้เทคนิคการถามคำถาม เพื่อให้ได้มีการอภิปรายหาคำตอบที่จะเป็น แนวทางการตั้งสมมติฐานตลอดจนการสรุปผล

4. กระตุ้นให้นักเรียนถามคำถาม หรือพยายามเชื่อมโยงคำตอบของนักเรียน ไปสู่คำถามใหม่เพื่อช่วยขยายแนวคิด หรือขยายคำตอบเดิมให้ชัดเจนและสมบูรณ์ขึ้น

5. ระหว่างนักเรียนทำการทดลอง ครูควรสังเกตให้ความช่วยเหลือ

6. ครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี และใช้ทักษะ กระบวนการวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา

7. วิธีการแนะนำของครูในการแก้ปัญหาด้วยนักเรียนเอง เริ่มจากวิธีง่ายไปยัง วิธีการที่สลับซับซ้อนขึ้น

8. การใช้วิธีให้นักเรียนสืบสอบเองนั้นเหมาะสมกับประสบการณ์เดิม และ ความสามารถของนักเรียน

9. ครูใช้เทคนิคการสอนอื่นๆ เช่น การเสริมแรง การสร้างความสนใจ สื่อการสอน กระตุ้นให้นักเรียนสนใจอยากสืบเสาะหาความรู้

ทิตินา แชมมณี (2548: 141) ได้สรุปตัวบ่งชี้ของการจัดการเรียนการสอนโดยเน้น กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ดังนี้

1. ผู้สอนมีกระบวนการสอน/กิจกรรมการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิด ความคิดวิเคราะห์ในเรื่องที่เรียน จนสามารถตั้งคำถามที่ต้องการจะสืบเสาะหาคำตอบด้วย ตนเองได้

2. ผู้สอนมีเอกสาร วัสดุ หรือสื่อที่นักเรียนสามารถใช้ประกอบการคิดวิเคราะห์ หรือการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ในเรื่องที่เรียน

3. นักเรียนมีการศึกษาค้นคว้าหาความรู้/คำตอบ โดยใช้กระบวนการแสวงหา ความรู้ที่เหมาะสม

4. ผู้สอนมีการช่วยพัฒนาทักษะที่จำเป็นสำหรับนักเรียนในการศึกษา วิเคราะห์ และสรุปข้อมูล หรือสร้างความรู้ที่มีความหมายต่อตัวนักเรียน เช่น ทักษะการสืบ ค้นหาแหล่งความรู้/แหล่งข้อมูลการอ่าน การวิเคราะห์สิ่งที่อ่าน การสังเคราะห์ข้อมูล การสรุป ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การอภิปรายและโต้แย้งทางวิชาการ และการทำงานกลุ่ม เป็นต้น

5. ผู้สอนมีการวัดและประเมินผลการเรียนทั้งทางด้านเนื้อหาสาระและ กระบวนการสืบสอบความรู้

จากการศึกษาตัวบ่งชี้แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหา ความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า ตัวบ่งชี้คุณภาพของวิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ประกอบด้วย

1. สร้างสถานการณ์หรือปัญหาให้สอดคล้องกับเรื่องที่จะสอน โดยใช้เทคนิคการสนทนา สาธิต หรืออุปกรณ์ สื่อ เพื่อนำไปสู่การอภิปรายเป็นการนำเข้าสู่บทเรียน
2. ครูใช้เทคนิคการถามคำถาม เพื่อเป็นแนวทางในการตั้งสมมุติฐาน
3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนถามคำถาม หรือพยายามเชื่อมโยงคำตอบของนักเรียนไปสู่คำถามใหม่ เพื่อช่วยขยายความคิด หรือคำตอบ
4. ขณะทำการทดลองหรือดำเนินกิจกรรม ครูควรสังเกตและให้ความช่วยเหลือ
5. ครูมีวิธีการวัดและประเมินผลการเรียนทั้งทางด้านเนื้อหาสาระและกระบวนการสืบสอบความรู้

## 2.6 ประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการแบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้อย่างแท้จริง คือได้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ตนเองเป็นผู้เผชิญสถานการณ์ผ่านกระบวนการคิด กระบวนการปฏิบัติจนตกผลึกเกิดเป็นความรู้ใหม่ของตนเอง กิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวย่อมจะมีคุณค่าเหนือกว่าผู้เรียน ซึ่งเป็นผู้รับผลประโยชน์โดยตรงจากการพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนรู้ และผู้สอนซึ่งเป็นผู้ปฏิบัติ (พจนา ทรัพย์สมาน. 2549: 35) ดังนี้

### 1. คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน

ภพ เลาหไพบูลย์ (2542: 156-157) ได้กล่าวถึงคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียนไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีโอกาสได้พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจึงมีความอยากรู้ตลอดเวลา

2. ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีจัดระบบความคิด และวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถาวรโยงการเรียนรู้ได้ กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นาน และนำไปใช้สถานการณ์ใหม่อีกด้วย

ไสว พักขาว (2544: 103-104) ได้กล่าวถึงคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียนไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมคิดหาเหตุผล และสรุปผลความรู้ด้วยตนเอง

2. ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา

3. ส่งเสริมการแสดงออกของผู้เรียน

พจนา ทรัพย์สมาน (2549: 35-40) ได้กล่าวถึงคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียนไว้ดังนี้

1. การแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการคิดและปฏิบัติจริงตามลำดับขั้น โดยผู้เรียนเป็นผู้เรียนเป็นผู้วิเคราะห์คุณค่าความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้อย่าง



วางแผนกำหนดขอบเขตแนวทางการเรียนรู้ของตนเอง ลงมือเรียนรู้ด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย ตามความสามารถ ความถนัดความสนใจ ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสค้นพบศักยภาพที่แท้จริงของตนเอง รู้จักและเข้าใจตนเองมากยิ่งขึ้น

2. การเรียนรู้จากการคิดและปฏิบัติจริง เพื่อแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนได้รับข้อมูลความรู้จากประสบการณ์ตรง แล้วใช้กระบวนการคิดเชื่อมโยงสรุปสิ่งที่เรียนรู้ และทำชิ้นงานนำเสนอความรู้และกระบวนการเรียนรู้ของตนได้เป็นรูปธรรมทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง รู้เข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ สามารถพูดได้ อธิบายได้ชัดเจน เห็นคุณค่าความสำคัญ มีค่านิยมที่เหมาะสม มีทักษะในการปฏิบัติ ปฏิบัติได้ถูกต้องคล่องแคล่ว สามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่นๆ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

3. การมีโอกาสได้ฝึกทักษะกระบวนการต่างๆ ด้วยการเรียนรู้จากการคิด ปฏิบัติจริงตามลำดับขั้น เพื่อวางแผนการเรียนรู้ ลงมือเรียนรู้ตามแผน นำเสนอข้อมูลการเรียนรู้ วิเคราะห์อภิปรายสรุปความรู้ ประเมินและปรับปรุงข้อมูลการเรียนรู้และวิธีการเรียนรู้ จัดทำรายงานผลการเรียนรู้และวิธีการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ทำให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการด้านต่างๆ ทั้งกระบวนการคิดและกระบวนการปฏิบัติ คิดเป็น ทำได้ แก้ปัญหาเป็น สามารถนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ประโยชน์ในการเรียนและแก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้ เช่น สามารถคิดวางแผน คิดแก้ปัญหา วิเคราะห์วิจารณ์ และสรุป ตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล มีทักษะกระบวนการปฏิบัติ ปฏิบัติงานอย่างมีแผน เป็นระบบ มีขั้นตอน มีการประเมินพัฒนาปรับปรุงผลงาน มีทักษะในการสื่อสารทั้งการฟัง พูด อ่าน เขียน มีทักษะการแสวงหาความรู้ ฯลฯ

4. การจัดการเรียนรู้โดยผู้เรียนแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสเป็นเจ้าของกระบวนการเรียนรู้ของตนเอง คิดและปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อแสวงหาค้นพบและสร้างสรรค์ความรู้ของตน คิดและปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อแสวงหาค้นพบและสร้างสรรค์ความรู้ของตน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าคุณค่าความสำคัญได้รับการยอมรับ มีความสุขและเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง

5. การที่ผู้เรียนถูกฝึกให้รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ด้วยการคิดและทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างต่อเนื่อง มีผลต่อการพัฒนาลักษณะนิสัยที่ดีงาม เกิดพฤติกรรมที่พึงประสงค์ เช่น มีความรับผิดชอบ ขยันอดทน มีคารวะธรรม ปัญญาธรรม สามัคคีธรรม ฯลฯ นอกจากนี้การเรียนรู้ด้วยการคิดและทำงานร่วมกันด้วยระบบกลุ่มทำให้ผู้เรียนมีทักษะทางสังคม ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุขได้ทั้งผลงานและความรู้สึกที่ดีต่อกัน

## 2. คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับครูผู้สอน

พจนานุกรม (2549: 35-40) ได้กล่าวถึงคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับครูผู้สอนไว้ดังนี้

1. มีโอกาสได้พัฒนาตนเองทั้งด้านความรู้ ความคิด จิตใจ ทักษะกระบวนการ เพราะการจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ครูผู้สอนไม่ได้ทำหน้าที่เพียงแต่ถ่ายทอดความรู้ แต่ทำหน้าที่อำนวยความสะดวกให้เกิดการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ของตนเองได้ การฝึกฝนพัฒนาผู้เรียนย่อมหมายถึง การพัฒนาตนเองของครูผู้สอนด้วย เพราะการสอนต้องใช้ศาสตร์และศิลป์ที่เกี่ยวข้องมาก มีสิ่งใหม่ๆ ให้คิดทำและแก้ปัญหา ตลอดเวลา ด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาวิชาต่างกัน และความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนในทุกๆ ด้าน ทำให้ครูผู้สอนต้องศึกษาเรียนรู้และพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้สามารถออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนคิด ปฏิบัติจริงได้เหมาะสมกับธรรมชาติของเนื้อหาวิชา วัย ความสนใจ ความสามารถของผู้เรียน ลงมือจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สังเกตและประเมินผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนและปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของตนเองอย่างต่อเนื่อง ย่อมมีผลทำให้ผู้สอนพัฒนาทั้งความรู้ความคิด เจตคติ และทักษะกระบวนการตามลำดับ

2. การทำหน้าที่จัดการเรียนรู้ได้สมบูรณ์จนปรากฏผลอย่างชัดเจนว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริงมีพัฒนาการรอบด้าน ครูผู้สอนจะรู้สึกว่าคุณภาพความสำเร็จในวิชาชีพครู มีความสุขและภาคภูมิใจในตนเอง รักและศรัทธาในอาชีพครู รักเด็ก รักโรงเรียน มีจิตสำนึกรับผิดชอบต่อผู้เรียนและโรงเรียนมากขึ้น

3. การจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนคิดและปฏิบัติจริงจนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง เป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เคารพในศักดิ์ศรีความเป็นมนุษย์ของผู้เรียน ยึดหลักการที่เชื่อมั่นว่า ทุกคนเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ทุกคนมีความสามารถ ใฝ่ดีและปรารถนาความสุขความสำเร็จในชีวิต ผู้เรียนมีหน้าที่ต้องเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนมิใช่ผู้บอกความรู้ แต่เป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ ผู้เรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลาย มีกิจกรรมการคิดและปฏิบัติกับเพื่อนๆ อย่างมีความสุข ครูผู้สอนทำหน้าที่เพียงคอยช่วยเหลือดูแล ใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและทำงานตามลำดับขั้น ให้การเสริมแรงเพื่อสนับสนุนและให้กำลังใจและประทับประกองการเรียนรู้ของผู้เรียนสู่ความสำเร็จ บรรยากาศการเรียนรู้ข้างต้นทำให้ช่องว่างระหว่างครูผู้สอนกับผู้เรียนแคบลง มีความสนิทสนมเป็นกันเองมากขึ้น ด้วยความรักและความปรารถนาดีที่มีต่อกัน ก่อให้เกิดบรรยากาศการเรียนรู้ที่มีลักษณะเป็นกัลยาณมิตร ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นไว้วางใจ รักเคารพศรัทธาครูผู้สอนมากขึ้น พร้อมทั้งจะเรียนรู้ และร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้การจัดการเรียนรู้ดียิ่งขึ้น

4. การจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามแนวทางการปฏิรูปการเรียนรู้ การที่ผู้สอน

ได้ศึกษาเรียนรู้ ฝึกปฏิบัติพัฒนาตนเองจนสามารถจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มีคุณภาพตามเป้าหมายย่อมได้รับเกียรติ ยกย่องจากหน่วยงานจาก ผู้บังคับบัญชา เพื่อนร่วมงานและผู้เกี่ยวข้อง เพราะได้ชื่อว่าเป็นผู้ยกระดับวิชาชีพครูให้เป็น วิชาชีพชั้นสูง ทำให้สังคมยกย่องวิชาชีพครู

5. การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกิดการเรียนรู้ที่แท้จริงมี พัฒนาการรอบด้าน เป็นคนดี คนเก่งและมีความสุข ครูผู้สอนนับว่ามีส่วนสำคัญในการ สร้างสรรค์จรรโลงสังคมไทยให้เจริญก้าวหน้าและน่าจะได้ชื่อว่ามีคุณภาพการต่อประเทศชาติอย่าง ใหญ่หลวง เพราะการพัฒนาคนคือการพัฒนาชาติ ครูที่สามารถพัฒนาเยาวชนของชาติให้มีความรู้ คู่คุณธรรมได้นับว่าเป็นคนผู้กู้แผ่นดินอย่างแท้จริง

6. ครูผู้สอนที่ปฏิบัติหน้าที่จัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นการ เรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นสำคัญจะมีความก้าวหน้าในวิชาชีพ เพราะการพัฒนาการปฏิบัติหน้าที่การ สอนจากแบบเดิมที่ครูผู้สอนใช้ตนเองเป็นแหล่งความรู้ สอนแบบเน้นการอ่านจำเรื่องหรือการ สอนแบบบอกความรู้ตรงๆ เป็นการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนคิดและปฏิบัติจริงจนสามารถสร้าง ความรู้ด้วยตนเอง เป็นการพัฒนาการสอนที่สอดคล้องกับแนวดำเนินการจัดกระบวนการเรียนรู้ ตามแนวทางของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรฐานระดับการศึกษาขั้น พื้นฐานของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ จุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ การศึกษาขั้นพื้นฐานตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และแนวนโยบาย ปฏิรูปการเรียนรู้ของหน่วยงานทุกระดับ การพัฒนางานในหน้าที่การสอนได้สอดคล้องกับ แนวทางดังกล่าว ย่อมก่อให้เกิดผลดีต่อตัวผู้สอนเองและต่อโรงเรียนในการรายงานผลการ ปฏิบัติงานหรือรับการประเมินผลการปฏิบัติงานระดับต่างๆ เช่น การประเมินภายนอกของ สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา การประเมินมาตรฐานโรงเรียนของ ต้นสังกัด การประเมินผลการปฏิบัติงานเพื่อการปรับปรุงกำหนดตำแหน่งให้สูงขึ้น เป็นต้น

จากการศึกษาประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหา ความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน ได้แก่

1. ผู้เรียนมีโอกาสค้นพบศักยภาพที่แท้จริงของตน รู้จักและเข้าใจตนเองมากขึ้น
2. ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง รู้เข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ มีทักษะในการปฏิบัติ และนำประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
3. ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการต่างๆ ด้วยการเรียนรู้จากการคิดปฏิบัติจริงตามลำดับขั้น เกิดทักษะกระบวนการด้านต่างๆ ทั้งกระบวนการคิดและกระบวนการปฏิบัติ และมีทักษะการแสวงหาความรู้

4. ผู้เรียนเป็นเจ้าของกระบวนการเรียนรู้ของตนเอง คิดและปฏิบัติด้วยตนเอง ทำให้รู้สึกว่าคุณค่า ได้รับการยอมรับ และเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง

5. ผู้เรียนถูกฝึกให้เกิดความรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ด้วยการคิดและการทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างต่อเนื่อง มีผลต่อการพัฒนาพฤติกรรมที่พึงประสงค์

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับครูผู้สอน ได้แก่

1. ครูผู้สอนได้พัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง ด้วยการศึกษารเรียนรู้ มีสิ่งใหม่ๆ ให้คิดและแก้ปัญหาตลอดเวลา และการสอนต้องใช้ทั้งศาสตร์และศิลป์ ในการออกแบบการเรียนรู้

2. เมื่อจัดการเรียนรู้ได้สมบูรณ์ ทำให้ครูเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง รักและศรัทธาในอาชีพครู เกิดจิตสำนึกรับผิดชอบต่อผู้เรียนและโรงเรียน

3. ครูเป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ และยึดหลักการที่ว่า ทุกคนเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้

4. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามแนวทางการปฏิรูปการเรียนรู้

5. ครูปฏิบัติหน้าที่จัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเน้นให้ผู้เรียนคิดและปฏิบัติจริงจนสร้างความรู้ด้วยตนเองได้

## 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ได้มีนักวิชาการ และนักวิจัยได้ศึกษา ดังนี้

ลัมพ์คิน (สุภัทรรตรา กุลยะ. 2551: 48; อ้างอิงจาก Lumpkin. 1991: Abstract) ศึกษาผลการสอนทักษะการคิดวิเคราะห์ที่มีต่อความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในเนื้อหาวิชาสังคมของนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ผลการศึกษาพบว่า เมื่อได้สอนทักษะการคิดวิเคราะห์แล้ว นักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่างกัน นักเรียนเกรด 5 ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในเนื้อหาวิชาไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนเกรด 6 ที่เป็นกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในเนื้อหาวิชาสังคมศึกษาสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ทอมสัน (ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ. 2553: 37; อ้างอิงจาก Thomson. 2000: Abstract) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้ตัวแทนในการสืบเสาะหาความรู้ วิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย โดยมีจุดมุ่งหมายการศึกษาเพื่อ 1) เปรียบเทียบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ร่วมกับวิธีการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย 2) ห้องเรียน และ 2) เพื่อศึกษาลักษณะทั่วไปของการใช้ตัวแทนในการสืบเสาะหาความรู้ ศึกษา

โดยการสังเกตการสอนจากครูและนักเรียน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนในห้องปฏิบัติการวิชาแคลคูลัสสำหรับวิทยาศาสตร์ในชีวิต โดยดูจากสภาพต่างๆ ไปในห้องเรียน และทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีการบันทึกเทปและวิดีโอ และสัมภาษณ์ครู 1 คนกับนักเรียน 6 คน และศึกษาการเขียนรายงานการทดลองของนักเรียนผลการศึกษา พบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลามีผลต่อการพัฒนาการสืบเสาะหาความรู้การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้งสองห้อง เมื่อมีเวลามาก การดำเนินการของห้องจะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการพัฒนาการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมหัวข้อต่างๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์น้อย นักเรียนทั้งสองกลุ่มจะคงไว้ซึ่งกระบวนการความคิดรวบยอดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถประยุกต์วิธีการได้ แต่นักเรียนจะมีความเชื่อมั่นในการบอกครูในเรื่องความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

โควารวซิค (ณัฐกฤตา ปัตตลาโป. 2553: 37-38; อ้างอิงจาก Kowalczyk. 2003: 146) ได้ศึกษารายงานความเชื่อของครูประถมศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ บทบาท และความสำคัญของการสอนแบบ Direct Instruction , การสอนแบบค้นพบ (Discovery Method) และการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Method) ในการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ในชั้นเรียนของพวกเขา โดยครูจำนวน 82 คน กรอกแบบสอบถามเกี่ยวกับความเชื่อ , ความคิดเห็น ประโยชน์ และความคิดเห็นเกี่ยวกับการสอนทั้ง 3 แบบ พบว่ารายงานของครูส่วนใหญ่ที่ใช้การสอนทั้ง 3 แบบมีความแตกต่างกันมากในชั้นเรียนของพวกเขา ครูส่วนมากยังเชื่อว่าการสอนทั้ง 3 แบบมีผลตอบรับทางยุทธศาสตร์ได้ดีในการสอนวิทยาศาสตร์ในระดับประถมศึกษา แต่ในขณะที่ความบริสุทธิ์ของการค้นพบมีน้อยมาก ครูยังคงรายงานอยู่ในระดับกลางของความเชื่อมั่นในการสอนวิทยาศาสตร์ แต่ระดับวุฒิภาวะของผู้เรียน รูปแบบการเรียนรู้และเวลา ตารางเรียน เป็นตัวกำหนดบทบาทในการเลือกวิธีการสอนของครูอยู่เสมอ

ณัฐกฤตา ปัตตลาโป (2553: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีรัตนนพบุรีบางใหญ่ (นันทกิจพิศาล) ได้กลุ่มตัวอย่างจากการสุ่มแบบกลุ่ม จำนวน 41 คน พบว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

นุชจรินทร์ รื่นรมย์ (2554: 19) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคognition เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยม โดย

ใช้วิธีสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านดอนบม จังหวัดขอนแก่น ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 33 คน พบว่านักเรียนมีคะแนนเมตาคognition ทุกชั้นตอนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 70 และนักเรียนจำนวนร้อยละ 75.76 ของนักเรียนทั้งหมดมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 76.48 ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ศิริภรณ์ ตันนะลา (2554: 138) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชุมชนบ้านนาบอน จังหวัดเลย ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 23 คน พบว่าการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาในด้าน การคิดแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ การคิดการแสดงออกสามารถเชื่อมเป็นกระบวนการเดียวกันได้ การแสดงความคิดเห็น การอภิปรายลงข้อสรุป การยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 78.26 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 70 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์มีทั้งหมด 17 คน คิดเป็นร้อยละ 73.91 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 70

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เมื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอน นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาเพิ่มเติมมากขึ้น มีการใช้คำถาม และการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระเข้าด้วยกัน

### 3. เอกสารเกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหา

ความสำคัญของการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่มนุษย์ควรเรียนรู้และพัฒนาให้ เกิดเป็นทักษะ เพื่อนำไปปรับใช้ในการดำเนินชีวิตในสังคม ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ครูลิค และรีส์ (Krulik; & Reys. 1980: 3-4) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาพอสรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง (Problem Solving as a Goal) มักมีคำถามว่าทำไมจึงต้องสอนคณิตศาสตร์ หรือเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คืออะไร ทั้งนักการศึกษา นักคณิตศาสตร์และบุคคลที่เกี่ยวข้องมักเข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทาง

คณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือต้องคำนึงว่า จะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรก สำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษาข้อพิจารณาที่มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมดและมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการอันหนึ่ง (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้เห็นได้อย่างชัดเจนในการตอบปัญหาของนักเรียน ตลอดจนกระบวนการหรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาคือ วิธีการ กระบวนการ และยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่สำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา และเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานอันหนึ่ง (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความลักษณะนี้จะพิจารณาเฉพาะเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหว่าเป็นทักษะพื้นฐานจึงมีส่วนช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งต้องประกอบด้วยการสอนทักษะ มโนคติ และการแก้ปัญหา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 5-8) อธิบายว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา ซึ่งความสำคัญของการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

2. การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจะพบว่าความคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สัจพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะคิดแก้ปัญหา จะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิด เป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ

3. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน  
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 181) กล่าวว่าในชีวิตประจำวันของมนุษย์ต้องเผชิญกับปัญหาต่างๆ มากมาย มนุษย์ต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การแก้ปัญหามีความสำคัญ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ซึ่งมนุษย์ต้องใช้อยู่เสมอในการปรับตัวอยู่ในสังคม
2. การแก้ปัญหาทำให้เกิดความรู้ใหม่ ทั้งในส่วนที่เป็นคำตอบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยอาศัยศาสตร์แขนงต่างๆ และในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

จากการศึกษาความสำคัญของการแก้ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ที่จำเป็นต้องใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน เพื่อให้ดำรงอยู่ในสังคมได้ โดยการแก้ปัญหาจำเป็นต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

### 3.2 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการเกี่ยวกับปริมาณ โดยการใช้วิธีการต่างๆ เพื่อหาคำตอบของปัญหา

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ โพลยา (Polya. 1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่สิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

ชาร์ลีส และเลสเตอร์ (Charles; & Lester. 1982: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การที่จะถือว่าเป็นปัญหา เมื่อบุคคลนั้นต้องการหรืออยากที่จะหาคำตอบ และต้องมีความมานะพยายามในการหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 181) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้เป็นข้อๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรืออธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้และอุปกรณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 127) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีลักษณะเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการคำตอบ คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้อง



กับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีมากมายหลายชนิด เช่น ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือเรียน ปัญหาที่พบในหนังสือทั่วๆ ไป ปัญหาให้ค้นหา ปัญหาให้พิสูจน์

วิชัย พาณิชย์สวย (2546: 9) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจ และทักษะต่างๆ ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา หรือสถานการณ์นั้นอย่างเป็นทางการ

จากการศึกษาความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่สามารถตอบได้ในทันที และปัญหานั้นจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ และทักษะต่างๆ ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการ

### 3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่ได้เรียนมา เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya. 1980: 311) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งยุ่งยากออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 72) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการโดยให้ตอบคำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อสำหรับบุคคลหนึ่ง อาจเป็นเรื่องปกติและการคำนวณที่คล่องแคล่วสำหรับอีกบุคคลหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้การสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ๆ หรือที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และการได้มาซึ่งความรู้ใหม่ที่เป็นไปได้เกี่ยวกับสถานการณ์นั้นๆ กระบวนการนี้อาจจะยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้ และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 181) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 130) กล่าวว่า การคิดเป็นส่วนสำคัญในการแก้ปัญหา การคิดแบบวิเคราะห์จะทำให้ให้นักเรียนมองเห็นจุดเริ่มต้นในการแก้ปัญหา รู้ข้อเท็จจริง

สามารถแยกแยะและวิเคราะห์สถานการณ์ เมื่อพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่จะช่วยในการแก้ปัญหาได้บ้าง นอกจากนี้แล้วจะทำให้หาความสัมพันธ์และวางแผนในการแก้ปัญหานั้นได้

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2544: 8-9) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญเป็นพิเศษในการเรียนคณิตศาสตร์ เป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลายในวงกว้าง สิ่งที่เป็นปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่ง แต่ขอให้ปัญหานั้นท้าทายความอยากรู้อยากเห็นและนำไปสู่การคิดค้น ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ กัน และท้ายที่สุดจะได้รับประสบการณ์และความพึงพอใจในการแก้ปัญหา สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) ได้กำหนดเกณฑ์สำหรับโรงเรียนข้อหนึ่ง ให้มุ่งเน้นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนและให้เหตุผลไว้ 5 ประการดังนี้

1. การแก้ปัญหเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์ ซึ่งจัดว่าเป็นแก่นสารของวิชามากกว่าจะเป็นเพียงชุดของแบบฝึก และทักษะการคิดคำนวณ
2. คณิตศาสตร์ถูกนำไปประยุกต์ใช้มากมาย ซึ่งบ่อยครั้งที่คณิตศาสตร์จะเป็นตัวแทนปัญหาสำคัญๆ ในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ถูกนำไปใช้ในการทำงาน ความเข้าใจ และการสื่อสารภายในวิชาอื่นๆ
3. มีแรงจูงใจภายในฝังอยู่ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะกระตุ้นความสนใจ และความกระตือรือร้นของนักเรียน
4. การแก้ปัญหเป็นสันตนาการอย่างหนึ่ง พวกเราหลายคนทำใจหทัยคณิตศาสตร์ต่อเพียงเพราะความรู้สึกสนุกสนาน
5. การแก้ปัญหามองอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนได้พัฒนาศิลปะของการแก้ปัญหา ศิลปะนี้เป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญต่อความเข้าใจ การเห็นในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องเป็นเป้าหมายของการสอน

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งต้องใช้ความรู้ ความคิด วิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบ รวมทั้งประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา โดยมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน มีการหาความสัมพันธ์และวางแผน เพื่อแก้ปัญหานั้น

### 3.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้  
ชาร์ลส์ และเลสเตอร์ (Charles; & Lester. 1982: 6-10) แบ่งประเภทของปัญหาตามลักษณะและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น  
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียว มุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผน การแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ แนวคิด และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ แนวคิดและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิด

สร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 260-261) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาและทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดไว้ในปัญหาประเภทนี้ มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Non-routine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

เรย์ส และลินด์ควิสต์ (Reys; & Lindquist. 1995: 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สลับซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างสลับซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา  
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 182) ได้จำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

วิชัย พาณิชย์สวอย (2546: 9-10) แบ่งโจทย์ปัญหาเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard Textbook Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ คือสามารถหาคำตอบด้วยวิธีและลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาจำเจ (Routine Problems)

โจทย์ปัญหาจำเจ (Routine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เด็กเคยเห็นเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์

เดิมๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณหาคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาจำเจนี้อาจเป็นโจทย์ปัญหาชั้นเดียว หรือโจทย์ปัญหาหลายชั้นตอนก็ได้

2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process Problems) โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่จำเจ (Nonroutine Problems) ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิมๆ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนคิดหากลวิธี (Strategies) มาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากการศึกษาประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้าง ทำให้ทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีใด มักพบปัญหาประเภทนี้ในหนังสือเรียน
2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

### 3.5 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กาเย (Gagné, R. M. 1985: 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน
2. ลักษณะของปัญหา (Problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ ข้อมูลนี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ
3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีทางคิด (cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

กรมวิชาการ (2531: 10-18) กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า คือกระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

อัมพร ม้าคอง (2553: 39-40) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่เชื่อว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
6. บรูณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน
7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

จากการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถและความชำนาญในการใช้ความรู้ ความคิด การเข้าใจปัญหา กระบวนการต่างๆ และประสบการณ์เดิม เพื่อหาคำตอบในสถานการณ์หรือคำถามใหม่ที่กำหนดเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา โดยในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ยึดกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1985: online) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a Plan) เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญห ด้วยวิธีใด โดยใช้สิ่งที่กำหนดให้ในปัญหา ร่วมกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา และเป็นการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อตรวจสอบว่ามีวิธีการแก้ปัญหาอื่นหรือไม่

### 3.6 องค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบไว้ดังนี้

บาร์ดูดี (Baroody, 1993: 2-8-2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective Factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับ ในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายาม หรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) ของตนเองในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

ปรีชา เหนวีเย็นผล (2537: 213) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวกับนักเรียนซึ่งส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้แก่

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถในด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกการคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย เมื่อพบกับปัญหาใหม่จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถที่จะต้องได้รับการฝึกหัด เพราะส่งผลโดยตรงต่อการแก้ปัญหา

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องใช้พลังความคิดมาก ซึ่งต้องอาศัยแรงขับที่จะต้องสร้างพลังความคิด แรงขับนี้เกิดขึ้นจากความสามารถทางจิตพิสัย

5. ความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการปัจจัยต่างๆ เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ที่สามารถปรับใช้ เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กรมวิชาการ (2541: 2) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคือมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคือรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหามีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลกๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีความแข็งแรงสร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาคือต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่นๆ และวิธีการใหม่ๆ

8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 131) กล่าวว่าในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ เช่น องค์ประกอบทางด้านสติปัญญา นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ตีความ แยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณ องค์ประกอบต่างๆ เหล่านี้ควรจะได้รับส่งเสริมและพัฒนาให้ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาองค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญ ได้แก่

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) เป็นความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ได้แก่ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการให้เหตุผล และความคิดยืดหยุ่นในการคิด

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective Factor) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหา ซึ่งเกิดจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายาม หรือความตั้งใจ



3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา โดยการวิเคราะห์ และสังเคราะห์ปัญหา แล้วจึงโยงความคิดเข้าด้วยกัน

### 3.7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้กระบวนการที่เหมาะสม โดยผู้เรียนต้องใช้ความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya. 1945: online) ได้เสนอแนวคิดของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

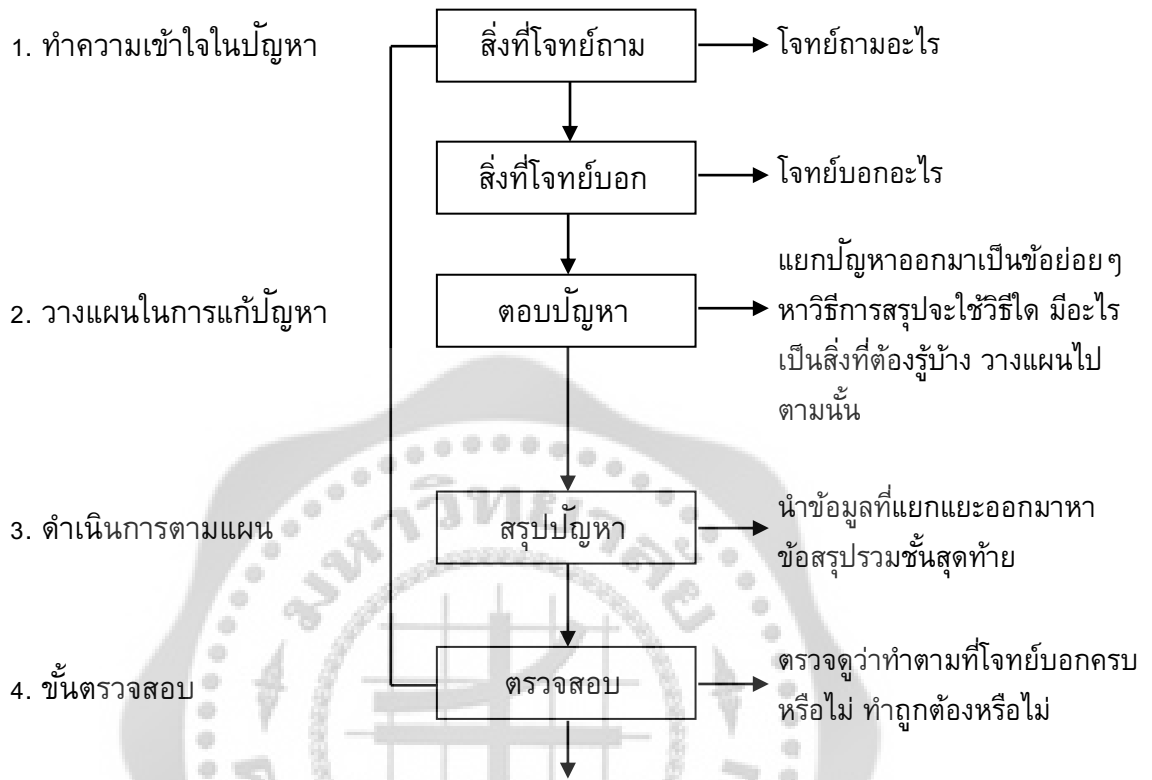
ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่า ปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ เขียนสาระปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a Plan) เป็นลำดับขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด แก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ซึ่งขั้นวางแผนแก้ปัญหานี้เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปของแผน มีการเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปทีขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการแก้ปัญหา โดยมีการพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญห่อื่นอีกหรือไม่ และพิจารณาปรับปรุงการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา แสดงไว้ดังแผนภูมิต่อไปนี้



ภาพประกอบ 4 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

ที่มา: Polya, G. (1985). *How To Solve It*. P.87.

ดิวอี้ (สுகนธ์ สินธพานนท์; และคณะ. 2551: 108; อ้างอิงจาก Dewey. 1976: 130) ได้เสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ (Preparation) หมายถึง การรับรู้และเข้าใจปัญหา เมื่อมีปัญหากเกิดขึ้น ผู้ประสบปัญหาจะต้องรับรู้และเข้าใจตัวปัญหาก่อนว่า ปัญหากที่แท้จริงของเหตุการณ์นั้นคืออะไร
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (Analysis) เป็นการพิจารณาว่าสิ่งใดบ้างเป็นสาเหตุที่สำคัญของปัญหา กล่าวคือ มีการระบุและแจกแจงลักษณะของปัญหาที่เกิดขึ้น จะมีลักษณะแตกต่างกัน ระดับความยากง่ายที่จะแก้ไขต่างกัน โดยพิจารณาจากสิ่งต่อไปนี้
  - 2.1 มีตัวแปรหรือองค์ประกอบอะไรบ้าง
  - 2.2 มีอะไรบ้างที่ต้องทำให้เกิดปัญหา

2.3 จัดการมองปัญหาในวงกว้างออกไป โดยให้มองเฉพาะสิ่งที่เกิดขึ้น เพื่อที่จะแก้ปัญหาไปที่ละขั้นตอน

2.4 รู้จักถามคำถามที่จะเป็นกุญแจนำไปสู่การแก้ปัญหา

2.5 พยายามดูเฉพาะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาจริงๆ

3. ขั้นเสนอแนวทางการแก้ปัญหา (Production) หมายถึง การหาวิธีการให้ตรงกับสาเหตุของปัญหา แล้วออกมาในรูปแบบของวิธีการรวบรวมข้อเท็จจริงเกี่ยวกับปัญหา เพื่อการตั้งสมมติฐาน

3.1 จะมีวิธีการหาข้อเท็จจริงเกี่ยวกับปัญหาอย่างไร ใครเป็นผู้ให้ข้อมูลนั้น

3.2 สร้างสมมติฐาน หรือคำถามที่อาจเป็นไปได้ เพื่อช่วยแก้ปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบผล (Verification) หมายถึง การเสนอเกณฑ์เพื่อการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการเสนอวิธีแก้ปัญหา ถ้าผลที่ได้รับไม่ถูกต้อง ก็เสนอวิธีแก้ปัญหาใหม่จนกว่าจะได้วิธีการที่ดีที่สุดหรือถูกต้องที่สุด

5. ขั้นการนำไปประยุกต์ใหม่ (Reapplication) หมายถึง การนำวิธีแก้ปัญหานั้น ถูกต้องไปใช้ในโอกาสข้างหน้า เมื่อพบกับเหตุการณ์คล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาแล้ว

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 138) กล่าวว่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการทางปัญญาเป็นพื้นฐานนั้น พบว่า แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหามีกระบวนการภายใน 4 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ความสามารถพื้นฐาน (Intellectual Skills) เป็นขั้นที่มีกฎเกณฑ์ มีความคิดรวบยอดไว้ล่วงหน้า ถ้าไม่มีแล้วนักเรียนจะเรียนรู้ต่อไปในเรื่องนั้นๆ ไม่ได้

ขั้นที่ 2 เห็นแนวทางแก้ปัญหา (Problem Schemata) เป็นการให้ความรู้สอดคล้องกับโครงสร้างการแก้ปัญหของนักเรียนที่ว่า นักเรียนจะต้องสามารถรู้กฎหรือแนวดำเนินการคณิตศาสตร์จะมีวิธีดำเนินการใหญ่ๆ ในแต่ละข้อ ข้อคิดที่ได้ก็คือ นักเรียนอาจจะไม่ค้นพบวิธีดำเนินการใหญ่ๆ ครูจะช่วยให้ได้อย่างไร

ขั้นที่ 3 วางแผนดำเนินการ (Planning Strategy) คือการที่นักเรียนรู้วิธีดำเนินการ รู้ว่ามีขั้นตอนดำเนินการอย่างไร ควรทำอะไรก่อนอะไรหลัง

ขั้นที่ 4 สามารถตรวจสอบผล (Validation) เมื่อได้คำตอบแล้วควรตรวจสอบได้ว่าถูกผิดอย่างไร ถ้าครูให้คำแนะนำนักเรียนจะรู้ว่า คำตอบที่ได้นั้นถูกหรือผิดเพราะอะไร

อรพรรณ พรสีมา (2543: 44-45) ได้เสนอขั้นตอนของการคิดแก้ปัญหา ดังนี้

1. การระบุปัญหา ปัญหาควรมีลักษณะชัดเจน น่าสนใจ มีความสำคัญและเหมาะสมต่อผู้แก้ปัญหา และควรเป็นคำถามที่ทำทลายความรู้ความสามารถ

2. การระดมสมอง เป็นการฝึกการคิด และการทำงานเป็นกลุ่ม โดยกระตุ้นให้แต่ละคนคิดเกี่ยวกับวิธีหรือแนวทางแก้ปัญหาที่อาจเป็นไปได้ ฝึกการฟังและการเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น การจดบันทึกความคิดเห็น

3. การเลือกแนวทางแก้ปัญหา เป็นการร่วมกันพิจารณาข้อดี-ข้อจำกัด ของแนวคิดในข้อ 2 แล้วเลือกแนวปฏิบัติที่ดีว่าดีที่สุด

4. การทดลองและนำไปใช้ รวบรวมวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการปฏิบัติตามแนวทางที่เลือก ทดลองปฏิบัติทำบันทึกเกี่ยวกับกิจกรรมที่ได้ปฏิบัติ

5. ประเมินผลการปฏิบัติงาน ร่วมกันสังเกตอภิปรายว่า แนวทางที่ปฏิบัติ ประสบผลสำเร็จเพียงใด ถ้ายังไม่เหมาะสมมีอะไรที่ควรปรับปรุง ถ้าเหมาะสมดีแล้วจะทดลองทางเลือกอื่นๆ อีกหรือไม่ เพื่อเปรียบเทียบผลของทางเลือกแต่ละแนวทางว่าต่างกันอย่างไร

สิริพร ทิพย์คง (2544: 41-44) ตัวอย่างการดำเนินการแก้ไขปัญหาคาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ในงานเลี้ยงโต๊ะจีนแห่งหนึ่ง มีจานและชามอาหารที่เสิร์ฟในงานเลี้ยงทั้งหมด 65 ใบ ถ้าแขกที่มาในงานร่วมกันรับประทานอาหาร โดยมีเงื่อนไขดังนี้ แขกทุก 2 คนแบ่งข้าวจานเดียวกัน แขกทุก 3 คน แบ่งแกงจืดชามเดียวกัน และแขกทุก 4 คน แบ่งเนื้อไก่จานเดียวกัน อยากทราบว่างานเลี้ยงนี้เชิญแขกมาทั้งหมดกี่คน

ดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา

มีจานอาหารทั้งหมดกี่ใบ (65 ใบ)

มีการรับประทานอาหารร่วมกันอย่างไร สำหรับข้าว (2 คนต่อ 1 จาน)

แกงจืด (3 คนต่อ 1 ชาม) และเนื้อไก่ (4 คนต่อ 1 จาน)

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

ถ้ามีคน 6 คน จะรับประทานอาหารร่วมกันได้อย่างไร (ข้าว 3 จาน แกงจืด 2 ชาม)

ถ้ามีคน 8 คน จะรับประทานเนื้อไก่ได้กี่จาน (2 จาน)

ดังนั้นควรทำตารางแสดงจำนวนแขก จำนวนจานชามของอาหารแต่ละชนิด

3. การดำเนินการตามแผน

ทำตารางแล้วดูแบบรูปของจำนวนที่เกิดขึ้น

ตาราง 1 ตารางแบบรูปของจำนวนงานและชามทั้งหมดที่ใช้ในงานเลี้ยงโต๊ะจีน

จำนวนแขก	ข้าว (จาน)	แกงจืด (ชาม)	เนื้อไก่ (จาน)	จำนวนงานและชาม ทั้งหมด (ใบ)
1	1	1	1	3
2	1	1	1	3
3	2	1	1	4
4	2	2	1	5
5	3	2	2	7
6	3	2	2	7
7	4	3	2	9
8	4	3	2	9
9	5	3	3	11
10	5	4	3	12
11	6	4	3	13
12	6	4	3	13
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
60	30	20	15	$30 + 20 + 15 = 65$

ที่มา: สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับ  
ประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.  
หน้า 42.

จากตารางจะพบว่า มีแขกมาในงานทั้งหมด 60 คน

4. การตรวจสอบผล คำตอบที่ได้มีความเป็นไปได้และถูกต้อง

การตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีแขกมาในงานทั้งหมด 60 คน ถูกต้อง  
หรือไม่นั้น ทำได้โดยตรวจสอบว่าแขก 60 คน รับประทานข้าวที่จาน แกงจืดที่ชาม และเนื้อไก่ที่  
จาน ซึ่งจะได้

ข้าว  $60 \div 2 = 30$  จาน แกงจืด  $60 \div 3 = 20$  ชาม และเนื้อไก่  $60 \div 4 = 15$  จาน นำจานและชามทั้งหมดมารวมกันได้  $30 + 20 + 15 = 65$  ใบ แสดงว่าคำตอบ “มีแขกมาในงานทั้งหมด 60 คน” ถูกต้อง

สำหรับโจทย์ปัญหาข้อนี้อาจจะใช้ความรู้เรื่อง ค.ร.น. ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อหาว่าจะมีแขกมาในงานอย่างน้อยที่สุดกี่คน ถ้าแขกทุก 2 คน แบ่งข้าวจานเดียวกัน แขกทุก 3 คน แบ่งแกงจืดชามเดียวกัน และแขกทุก 4 คน แบ่งเนื้อไก่จานเดียวกัน นั่นคือ การหา ค.ร.น. ของ 2, 3 และ 4 ในขั้นการดำเนินการตามแผน นักเรียนหา ค.ร.น. โดยวิธีการแยกตัวประกอบหรือโดยวิธีการหาร ดังนี้

โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$2 = 2 \times 1$$

$$3 = 3 \times 1$$

$$4 = 2 \times 2$$

โดยวิธีการหาร

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \ 3 \ 4} \\ \underline{1 \ 3 \ 2} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

∴ ค.ร.น. ของ 2, 3 และ 4 คือ  $2 \times 3 \times 2 = 12$

ดังนั้น จะมีแขกมาในงานอย่างน้อยที่สุด 12 คน

แต่แขก 12 คน จะรับประทาน ข้าว  $12 \div 2 = 6$  จาน

แกงจืด  $12 \div 3 = 4$  ชาม

และเนื้อไก่  $12 \div 4 = 3$  จาน

ดังนั้นจะใช้จานและชามทั้งหมด  $6 + 4 + 3 = 13$  ใบ

แต่โจทย์กำหนดให้มีจานและชามอาหารที่เสิร์ฟในงานเลี้ยงทั้งหมด 65 ใบ

แสดงว่าจำนวนจานและชามต้องเพิ่มขึ้นเป็น 5 เท่า เพราะ  $5 \times 13 = 65$

ดังนั้น จำนวนแขกก็ต้องเพิ่มขึ้น 5 เท่าด้วย จึงมีแขกมาในงานทั้งหมด

$$5 \times 12 = 60 \text{ คน}$$

สิริพร ทิพย์คง (2545: 97) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณหลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบผลสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ และการวิเคราะห์โจทย์ ซึ่งในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร
  2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตารางแผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย
  3. การดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์
  4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ
- จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น ดังนี้
- ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง
  - ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a Plan) เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด โดยใช้สิ่งที่กำหนดให้ในปัญหา ร่วมกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา
  - ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้
  - ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา และเป็นการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อตรวจสอบว่ามีวิธีการแก้ปัญหาอื่นหรือไม่

### 3.8 การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

นักวิชาการหลายท่านได้ให้แนวคิดในการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

สมบูรณ ชิตพงศ์ (ม.ป.ป.: 56-57) ให้แนวคิดว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ไม่ได้มุ่งหวังที่จะตรวจสอบว่า ผลที่ได้จากพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่บุคคลจะเลือกกระทำ หรือปฏิบัตินั้นถูกหรือผิด แต่มุ่งหวังว่าบุคคลจะเลือกกระทำหรือปฏิบัติในพฤติกรรม หรือคุณลักษณะที่มีประสิทธิภาพสูงต่อการที่จะจัดการกับปัญหาต่างๆ หรือสถานการณ์ที่ต้องเผชิญเท่านั้น ส่วนการที่บุคคลจะสามารถกระทำ หรือปฏิบัติตามพฤติกรรม หรือคุณลักษณะที่ตนเลือกหรือไม่นั้น เป็นเรื่องของความสามารถที่ต้องฝึกฝนกันไป

สมมติว่า มีปัญหาที่ต้องการหาทางออก การแก้ปัญหานั้นไม่ได้แสดงว่าบุคคลผู้นั้นไม่มีความสามารถในการแก้ปัญหาก็หรือสถานการณ์นั้น ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหามีอยู่ 2 ลักษณะเป็นอย่างน้อย คือ

1. การแก้ปัญหาไม่ถูกหรือหาคำตอบไม่ได้ เพราะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นที่ไม่ถูกต้องหรือวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เลือกใช้ เป็นวิธีที่ไม่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา
2. แก้ปัญหาไม่ถูกทั้งๆ ที่เลือกใช้วิธีการที่มีประสิทธิภาพแล้ว คือรู้ว่าจะต้องแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จได้โดยวิธีใด แต่ขาดความสามารถที่จะใช้วิธีการนั้นในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จได้

การที่นักเรียนจะทำสิ่งใดไม่สำเร็จหรือแก้ปัญหานั้นไม่ได้ อาจบ่งชี้ว่าในลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะที่สองก็ได้ แต่จากการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ถ้าผลการสอบปรากฏว่านักเรียนตอบไม่ได้ก็จะบอกได้แต่เพียงว่า นักเรียนไม่มีความสามารถ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าการไม่มีความสามารถของนักเรียนนั้นบ่งชี้ตามลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะที่สอง ทั้งนี้เพราะเจตนาในการวัดผลสัมฤทธิ์นั้นต้องการดูผลเบ็ดเสร็จ ซึ่งจะเป็นทั้งผลของการเลือกวิธีการที่ถูกหรือผิด หรือเลือกใช้วิธีการที่ถูก แต่ขาดความสามารถในการใช้วิธีการนั้นให้ได้ผลสำเร็จ ดังนั้น การสอบวัดที่ก่อให้เกิดประโยชน์ในการศึกษาอย่างแท้จริงนั้น ต้องสามารถใช้ผลการทดสอบวัด เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของบุคคลได้สำเร็จ จึงจะถือว่าการสอบวัดนั้นมีคุณค่า ถ้าหากการสอบวัดนั้นทราบเพียงแต่ว่าบุคคลนั้นตอบผิด ซึ่งจากวิธีการสอบไม่สามารถชี้แนะได้ว่าผิดเพราะเหตุใด จะเป็นการยากต่อการแก้ปัญหาคำถามของบุคคลได้ถูกต้องจริงอยู่อาจแก้ปัญหานี้ได้โดยการตรวจสอบผลการสอบใหม่ โดยตรวจสอบว่าบุคคลนั้นเลือกตอบตัวลงในข้อสอบแต่ละข้อ ก็อาจจะช่วยให้ทราบได้ว่าบุคคลนั้นบ่งชี้บ่งชี้อะไร แต่โดยความเป็นจริงแล้วการเลือกตรวจสอบตัวลงก็สามารถบอกสาเหตุว่าบุคคลนั้นบ่งชี้บ่งชี้ ในลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะที่สอง เพราะการที่บุคคลเลือกตอบตัวลง (ตอบผิด) อาจเกิดจากความบกพร่องในลักษณะการใช้วิธีการที่ผิดหรือไม่รู้จักใช้วิธีการนั้น

สิริพร ทิพย์คง (2544: 111-114) กล่าวว่า การประเมินความสามารถของนักเรียน นอกจากการใช้แบบทดสอบเลือกตอบ ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบแบบเติมคำตอบและแบบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถาม สามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย

ตัวอย่างการประเมินความสามารถของนักเรียนโดยใช้คำถาม

ปัญหาข้อที่ 1 มานะและมิ่งมี เงินในกระเป๋ารวมกันได้ 500 บาท ต่อมาจ่ายเงินซื้อหนังสือ และค่าอาหารกลางวัน 280 บาท แล้วแต่ละคนรับเงินที่เหลือไปคนละครึ่งหนึ่งของเงินที่เหลือทั้งหมด



จงพิจารณาว่าคำถามใดต่อไปนี้เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบ

- หนังสือราคากี่บาท
- ขนมราคาเท่าไร
- มานะและมังมีได้รับเงินไปคนละกี่บาท
- เงินที่เหลือจากการซื้อหนังสือและค่าอาหารกลางวันครั้งแรก สามารถนำไปจ่าย

เป็นค่าหนังสือและอาหารกลางวันได้อีกหรือไม่

- มานะและมังมีจะสามารถซื้อหนังสือได้อีกกี่เล่ม

ปัญหาข้อที่ 2 คุณแม่ซื้อส้มโอ 3 ลูก ราคา 90 บาท ส้มโอราคาลูกละกี่บาท

จงพิจารณาว่าคำถามใดต่อไปนี้เป็นวิธีการแก้ปัญหาเหมือนกับการแก้ปัญหา

ข้อที่ 2

- ดินสอ 1 แท่ง ราคา 3 บาท ดินสอ 90 แท่ง ราคาเท่าไร
- ในขวดมีลูกแก้ว 90 ลูก ถ้าใส่ลูกแก้วในขวดอีก 3 ลูก จะมีลูกแก้วในขวด

ทั้งหมดกี่ลูก

- ซื้อถุงมือ 3 คู่ คิดเป็นเงิน 90 บาท ถุงมือแต่ละคู่อะไร
- มีมะนาว 90 ลูก ในตะกร้า แม่ค้าหยิบมะนาวที่เสียออก 3 ลูก จะมีมะนาว

เหลืออยู่ในตะกร้ากี่ลูก

- เสื้อนักเรียนราคาตัวละ 90 บาท ถ้าซื้อเสื้อ 3 ตัว คิดเป็นเงินเท่าไร

เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหา

1. ความเข้าใจปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการเข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมาก หรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียน

ประโยคคณิตศาสตร์ถูก

- 1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่

ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

- 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูก
- 0 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

#### 4. การตอบ

- 2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
- 1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553: 173-174) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การแก้ปัญหาได้ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการกับปัญหา
2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่ เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี
4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด
5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไป การเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

จากการศึกษาการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจใช้แบบทดสอบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ หรือใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถาม

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยแบบทดสอบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

#### 3.9 การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาเสนอความคิดเห็นไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2536: 165-167) ได้เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหา ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอนั้นครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีช้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้นักเรียน
5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้นๆ หรือไม่ โดยการถามว่า โจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพ หรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้นๆ ออกเป็นปัญหาย่อยๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำ ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน
10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

พรทิพย์ ยาวะประภาษ (2534: 24) ได้เสนอแนะว่าในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูจำเป็นต้องนำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างๆ มาใช้เพื่อ

1. สาธิตให้เข้าใจถึงสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์
  2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้
  3. สรุปลักษณะการทางคณิตศาสตร์
  4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่างๆ
  5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
  6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของนักเรียนให้ดีขึ้น
  7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 66-67) ได้เสนอวิธีการสอนของครู เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4

ขั้นตอน ของโพลยา และนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

### 1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

- ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอน ก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

- ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

- ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

### 2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

- ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่างๆที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

- ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมาดังๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

- ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

- ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อยๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ทำหยาและน่าสนใจ

- ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

### 3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

- ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไป

ได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหาหนึ่งๆ หรือไม่

#### 4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

- ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้  
เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่อง  
จากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

- ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมาย  
สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

- ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่ง  
วิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้ั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

จากการศึกษาการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา โดยการพัฒนาทักษะ  
การอ่าน ส่งเสริมความเข้าใจและใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีกระตุ้นให้  
นักเรียนคิดด้วยตนเอง ส่งเสริมให้รู้จักใช้ทริคในการแก้ปัญหา และจัดปัญหามาให้นักเรียน  
ฝึกบ่อยๆ พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน โดยฝึกให้นักเรียนลง  
มือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ โดยกระตุ้นให้เห็น  
ความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบ และส่งเสริมให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้  
วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี

### 3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

วิลเลียมส์ (มนทัย ชาญธัญกรรม. 2554: 51; อ้างอิงจาก Williams. 2003;  
185-187) ได้ศึกษาถึงการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาว่า สามารถช่วยส่งเสริม  
การทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน  
แบ่งกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยการเขียนตาม  
ขั้นตอนองกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหามาตามขั้นตอนแต่ไม่  
ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถ  
ทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาช่วยให้

นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอน ตามกระบวนการการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียน และนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

ซิน (มนหทัย ชาญธัญกรรม. 2554: 51; อ้างอิงจาก Xin. 2003; 4276-A) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนด้วยการแก้ปัญหา ซึ่งศึกษาความแตกต่างของวิธีการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบ คือ วิธีการสอนแบบ SBI (Expilcit Schema – Based Problem Solving Instructional Strategy) และวิธีการสอนแบบ TI (Traditional General Heuristic Instructional Strategy) ทั้งสองกลุ่มมีการทดสอบความรู้ความเข้าใจทั้งก่อนเรียน-หลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ SBI และ TI มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ซึ่งวิธีการสอนแบบ TI มีการทดสอบก่อนเรียน-ขณะเรียน (ดำเนินการ 1-2 สัปดาห์) และทำการทดสอบครั้งสุดท้าย (ดำเนินการ 3 สัปดาห์ – 3 เดือน) กลุ่มนักเรียนที่เรียน โดยใช้วิธีการสอนแบบ SBI กับนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธี TI มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกำหนดแผนการสอนจะเน้นให้มีการถ่ายโยงการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา (วิธีการสอนทั้ง 2 แบบนี้ มีโครงสร้างที่เหมือนกัน)

แอนนาเบิล (มนหทัย ชาญธัญกรรม. 2554: 51; อ้างอิงจาก Annable. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในนักเรียนระดับเกรด 6 การศึกษานี้ เป็นการวิเคราะห์เชิงคุณภาพของประสบการณ์ลักษณะของห้องพักครู ถึงการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอนของครูและการตอบสนองของนักเรียนที่จะเปลี่ยนแปลงนี้ ข้อมูลถูกรวบรวมจากแหล่งที่มาที่แตกต่างกัน รวมทั้งการตรวจสอบเจตคติของนักเรียน การทดสอบการคิดวิเคราะห์ การบันทึกการแก้ปัญหาชิ้นงานการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ การบันทึกภาคสนาม สมุดบันทึกประจำวันของนักเรียน และการสัมภาษณ์ นอกเหนือจากหลักสูตรสถานศึกษา ทั้งนักเรียนและครูก็เผชิญหน้าอย่างท้าทาย ในการปรับตัวถึงแนวทางใหม่ของลักษณะวิชาคณิตศาสตร์ การตอบสนองถึงวิธีการสอนทั้งหมดที่ต่างจากนักเรียนถึงนักเรียน แต่มันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้และเวลาของการเติบโต

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชบพิศ จังหวัดกรุงเทพมหานคร ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 98 คน พบว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ และไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กษมา วุฒิสารวัฒนา (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน พบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์มีความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการ แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการคิดอย่างมี วิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็ก โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เรื่องการประยุกต์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสามเสนนอก กรุงเทพมหานคร ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 34 คน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังจากเรียนด้วยหนังสือเรียนเล่ม เล็ก สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ณัฐ สิทธิกร (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ กระดานตะปูในกิจกรรมตามความสนใจคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 29 คน พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ กระดานตะปู มีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความ สนใจต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปูสูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นต่อการ เรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนให้ ได้ฝึกการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอ โดยใช้เทคนิค วิธีการสอน รูปแบบการสอนที่หลากหลาย

## 4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### 4.1 ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 81-83) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ที่ส่วนหนึ่งเคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยง มโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้นนอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหา มโนคติหรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เราเคยแยกวิชาคณิตศาสตร์เป็น วิชาย่อยๆ เช่น เรียน Pre-Algebra แล้วมาเรียนพีชคณิต และเรขาคณิต ตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าคอร์สเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมทางคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนสร้างความรู้สึกรู้สึก (Sense) และเป็นการสร้างรากฐานอันแข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

กรมวิชาการ (2545: 203) กล่าวถึงประโยชน์ของทักษะการเชื่อมโยงว่ามีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในวัยบั้นปลายของชีวิต

อัมพร ม้าคนอง (2547: 101) กล่าวว่า การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้

อัมพร ม้าคนอง (2553: 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น ตลอดจนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่



เป็นเพียงวิชาที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียน  
อีกต่อไป

จากการศึกษาความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยการนำไปใช้กับศาสตร์อื่นหรือชีวิตประจำวัน

#### 4.2 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ว่า คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้เนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

อัมพร ม้าคอง (2553: 60) กล่าวถึงความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ โดยผู้เรียนต้องมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. เชื่อมโยงและสัมพันธ์ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ

2. ใช้คณิตศาสตร์ในสาขาวิชาอื่น เช่น ศิลปะ ดนตรี จิตวิทยา วิทยาศาสตร์ ธุรกิจ และในชีวิตประจำวัน

3. เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาหรือหัวข้อคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย รวมถึงการใช้งานของเนื้อหาหรือหัวข้อเหล่านั้น และมองเห็นคณิตศาสตร์เป็นภาพรวมของการบูรณาการ

4. วิเคราะห์ปัญหาและอธิบายผลโดยใช้กราฟ ตัวเลข วัตถุ ภาษา แบบจำลอง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

5. ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์อื่น และความคิดในศาสตร์อื่น

6. เชื่อมโยงวิธีการที่แตกต่างกันที่ใช้ในการแสดงมโนทัศน์เดียวกัน และที่ใช้ในการนำเสนออย่างเดียวกัน

7. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสังคมและวัฒนธรรมของตนเอง

8. ใช้และเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อต่างๆ ของคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ ความคิดรวบยอด กระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงระหว่างภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาในศาสตร์อื่นๆ ทั้งนี้เพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้ที่มีความหมายและให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหา หลักการ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

#### 4.3 ประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และทิปปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194-198) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ว่า นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ เข้ากับกระบวนการในการรวมเนื้อหาและวิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และจะต้องเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่เป็นรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวอย่างเช่น ครูสอนการเชื่อมโยงกับนักเรียนเกรด 3 โดยเชื่อมโยงระหว่าง คูกี้กับการเขียนเศษส่วน นักเรียนในห้องก็จะได้เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงด้วยปัญหาหาคูกี้

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และชีวิตจริงมีมากมาย ครูสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคม ศิลปะ งานคหกรรม และกิจกรรมในสาขาวิชาต่างๆ

ตัวอย่างวิธีที่ครูเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และสิ่งรอบๆ ตัว ด้วย  
การทำกิจกรรมในชั้นเรียนทั้งเป็นงานเดี่ยว หรือเป็นกลุ่มย่อยดังนี้

คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การบันทึกอุณหภูมิ, ความเร็วลม, และความกดอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะ

จักรวาล

คณิตศาสตร์กับสังคม

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในอียิปต์
- การศึกษาของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ในอเมริกาเกี่ยวกับ  
พรม ชาม และตะกร้า โดยใช้สมมาตรและ เทสเซลเลชันในการออกแบบ

- แยกประเภทอาชีพ ที่มีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย,  
นักบริการ, คนงานในโรงงาน, ทหาร, เกษตรกร

- การเปรียบเทียบจุดที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดบนพื้นดิน เช่น ส่วนที่สูงที่สุด  
บนพื้นโลกกับส่วนที่ลึกที่สุดในน้ำทะเล

คณิตศาสตร์กับศิลปะ

- การวัดกระดาษเพื่อตัดผนัง หรือการตัดกระดาษเพื่อจะขึ้นเป็นโครงใน

การระบายสี

- การกำหนดฉากในการเล่นละคร การวัดและการเตรียมกระดาษที่ใช้

สำหรับฉาก

- การระบายสี วาดรูปทิวทัศน์
- การสร้างโอริกามิในญี่ปุ่น

คณิตศาสตร์กับสุขภาพ

- การวัดส่วนสูงของนักเรียน บันทึกผลลงตารางและกราฟ
- หาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากในข้อมูลโภชนาการ, การเรียนรู้

เรื่องระดับโคเลสเตอรอล

คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะภาษา

- การมองรูปแบบของคำ แยกคำคล้องจองและไม่คล้องจอง การมองวลี  
ของประโยค

- วิจัยรากศัพท์ทางคณิตศาสตร์
- วิจัยและเขียนเรื่องราวเกี่ยวกับนักคณิตศาสตร์

- จำนวน และความงามของตัวเลข
- การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

#### คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

- การนับจำนวนรอบในขณะกระโดดเชือก
- การตัดสินใจว่า กีฬาโอลิมปิกมีขนาดใหญ่หรือไม่
- วางพื้นที่การเล่น
- การจับเวลา

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันสามารถจะเชื่อมโยงในหลายๆ ทาง ทั้งจากหนังสือพิมพ์ นิตยสารซึ่งประกอบไปด้วยธุรกิจ แนวนิยมเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษในด้านบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทาง เรือ รถไฟ สนามบิน ล้วนให้ข้อมูลในเรื่องคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาด้านนิเวศวิทยา เช่น การกำจัดขยะมูลฝอยจากรถยนต์และโรงงาน เหล่านี้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตได้ ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

ซูลทซ์ (อนันตนิจ โพรธีถาวร. 2547: 17-18; อ้างอิงจาก Schulthz. 1999) ได้กล่าวไว้เกี่ยวกับการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการประกอบอาชีพว่า การซื้อขายอาคารบ้านเรือนเป็นตัวอย่างหนึ่งที่เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง เช่น การประมาณราคาการก่อสร้าง มโนทัศน์ในการบูรณาการคณิตศาสตร์เป็นหน้าที่หนึ่งของโรงเรียนที่ต้องจัดการสอนคณิตศาสตร์ให้สัมพันธ์โดยตรงกับการประกอบอาชีพ เพราะนักเรียนไม่ควรเรียนรู้เฉพาะทักษะในการประกอบอาชีพ แต่นักเรียนต้องเรียนรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับอาชีพที่นักเรียนเลือก ตัวอย่างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการประกอบอาชีพ มีดังนี้

1. การเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับรถยนต์เกียร์อัตโนมัติ เช่น การให้นักเรียนคำนวณการไหลของน้ำมันในคาร์บูเรเตอร์ ระบบการฉีดเชื้อเพลิง กฎของโอห์ม และระบบไฟฟ้าในรถยนต์
2. การเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการขายอาคารบ้านเรือน เช่น การให้นักเรียนคำนวณราคาค่าแรงและวัสดุ การคำนวณรูปทรง การคำนวณมุมและพื้นที่
3. การเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการช้อปปิ้งส่วนที่ชำรุดเสียหาย เพื่อเป็นการประมาณค่าซ่อมและราคาโดยเฉลี่ย

โคล คินไทร์ และมัวร์ (อนันตนิจ โพรธีถาวร. 2547: 25-26; อ้างอิงจาก Kyle, Cintyre; & Moore. 2001: 80-81) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยนำข้อมูลที่ได้จากการเข้าไปเยี่ยมชมครอบครัวของนักเรียน เพื่อศึกษารูปแบบของสิ่งที่ครอบครัวของนักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติงานของแต่ละครอบครัว ซึ่งเกี่ยวกับขั้นตอนการทำงานเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร

หลังจากนั้นได้นำข้อมูลที่ได้พัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน

ตัวอย่างการตั้งสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม จากคำถามที่กำหนดให้ เช่น

รายการอาหาร	ปริมาณที่ต้องการ
คุกกี้น้ำตาล	$\frac{1}{4}$ ถ้วย
คุกกี้เฮอ์เมท	1 ถ้วย
คุกกี้โนเบค	$\frac{1}{2}$ ถ้วย
เค้กชูลา	$\frac{1}{2}$ ถ้วย
ฟรุ้ทครั้นท์	$\frac{1}{2}$ ถ้วย

1. ถ้าต้องการทำอาหารทุกอย่าง นักเรียนต้องใช้เนยเท่าไร
2. ถ้ามีเนยเพียง  $1\frac{1}{2}$  ถ้วย นักเรียนจะทำอาหารชนิดใดได้บ้าง ให้

นักเรียนร่วมกันแสดงรายการอาหารที่จะเป็นไปได้ทั้งหมด

อัมพร ม้าคนอง (2553: 181) กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงหรือแสดงความสัมพันธ์กันของเนื้อหา สาระ องค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการแสดงความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องเดียวกันหรือเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งใกล้ตัว หรือสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

จากการศึกษาประเภทของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงกับเนื้อหาสาระ องค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

#### 4.4 การวัดและการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์

ในการวัดและประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษากำหนดเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ถนอมเกียรติ งานสกุล (2545: 54) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ให้ 4 คะแนน นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 2 หลักการขึ้นไป ไปเชื่อมโยงกับเรื่องที่เรียน และมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษาไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่นๆ ได้อย่างเหมาะสมและน่าสนใจ

ให้ 3 คะแนน นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 1 หลักการขึ้นไป ไปเชื่อมโยงกับเรื่องที่เรียน และมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษาไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่นๆ ได้อย่างน่าสนใจ

ให้ 2 คะแนน นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 1 หลักการขึ้นไป ไปเชื่อมโยงกับเรื่องที่เรียน แต่ยังไม่มีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้าง และมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ศึกษาไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่นๆ แต่ยังไม่สอดคล้องและสมบูรณ์นัก

ให้ 1 คะแนน มีการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง แต่ยังไม่นำมาใช้ไม่ถูกต้อง และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 1 หลักการขึ้นไป ไปเชื่อมโยงกับเรื่องที่เรียน แต่ยังไม่ใช้ไม่ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อไม่เชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไม่แสดงถึงการนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา

สุรางคณา ยาหทัย (2549: 101) ได้กำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ให้ 4 คะแนน (ดีมาก) เมื่อนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ สาระอื่นๆ หรือนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้อย่างสอดคล้องเหมาะสม

3 คะแนน (ดี) เมื่อนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ สาระอื่นๆ หรือนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน

2 คะแนน (พอใช้) เมื่อนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ ได้บางส่วน

1 คะแนน (ปรับปรุง) เมื่อนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม

0 คะแนน (ไม่พยายาม) เมื่อนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ ไม่เหมาะสม

อัมพร ม้าคนอง (2553: 181) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ส่วนใหญ่ประเมินการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องกับการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า นักวิชาการทางการศึกษาได้กำหนดเกณฑ์ให้คะแนนเป็นแบบองค์รวม (Holistic rubric) ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบ ประกอบด้วยแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

#### 4.5 การพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NTCM, 2000: 277) กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนในเกรด 6-8 ดังนี้ ครูต้องมีบทบาทในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอกหลักสูตร รวมถึงการช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และพัฒนาแนวคิดใหม่

วารภรณ์ มีหนัก (2545: 35) ได้นำเสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยพัฒนา/ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์อื่น ๆ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่า มีความเป็นไปได้ หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2547: 101-102) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน ดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการให้จัดตั้งจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ในการประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจอยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ในขณะที่บางกลุ่มเชื่อว่าความใกล้/ไกลจากจุดตรวจไม่ใช่ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเกิดอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจท้องที่ โดยได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม

จำนวนกิโลเมตรที่จุดเกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตร
1-5	13
6-10	14
มากกว่า 10	16

ที่มา: อัมพร ม้าคอง. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 102.

- จากข้อมูลดังกล่าว ท่านคิดว่าที่ประชุมควรสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด
  - มีบางคนในที่ประชุมพยายามใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อให้ข้อสรุปเชื่อถือได้มากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร
- การทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวันและเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพื่อจะตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม การเชื่อมโยงในปัญหานี้ ผู้เรียนจะต้องคิดว่า จะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อะไรที่ตนมีอยู่ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างนี้แตกต่างจากข้อมูลประเภทเดียวกันที่เคยพบในหนังสือเรียนหรือหรือที่ผู้สอนสมมติขึ้น ผู้เรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ เพื่อจะได้อธิบายข้อมูลอย่างเป็นเหตุเป็นผล และได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ



อัมพร ม้าคนอง (2553: 61) กล่าวถึงสิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงคือ ผู้เรียนต้องมีความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่จะนำไปใช้เชื่อมโยงเป็นอย่างดี มีประสบการณ์ในการมองเห็นความเกี่ยวข้องของสัมพันธ์กันของสิ่งที่จะเชื่อมโยง และมีทักษะในการเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงจึงไม่ควรแยกเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกจากกัน แต่ควรสอนรวมกันไป เช่น สอนทั้งจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ อันจะทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ผู้สอนต้องตระหนักถึงประเด็นนี้ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

จากการศึกษาการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ครูผู้สอนอาจเริ่มต้นจากง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้ว เชื่อมโยงให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ หรือเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน โดยใช้สิ่งที่อยู่ใกล้ตัวผู้เรียนหรือสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวัน

#### 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เบนโก (Benko, Palma, 2006: online) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการพัฒนาความคิดเกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียน งานวิจัยนี้ได้อธิบายว่านักเรียนจะสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดเบื้องต้นของความน่าจะเป็นได้อย่างไร ดังนั้นจึงมีการสำรวจว่านักเรียนเกิดความคิดอะไรเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในขณะแก้ปัญหาเกี่ยวกับเกมและมีความคิดเกี่ยวกับโอกาสการแพ้ชนะในการเล่นเกมน้อยๆ และสำรวจว่านักเรียนมีการนำเสนอความคิดของเขาอย่างไร ตลอดจนสำรวจว่านักเรียนมีการใช้เหตุผลและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ขณะแก้ปัญหาหรือไม่ โดยทำการสำรวจเป็นเวลานานหลายปี งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพซึ่งได้มีการวิเคราะห์จากวีดิโอเทปที่เก็บรวบรวมได้จากการศึกษาระยะยาว โดยได้ทุนสนับสนุนการวิจัยจากกองทุนวิทยาศาสตร์นานาชาติ (National Science Foundation) กลุ่มคนเหล่านี้ได้ถูกบันทึกเทปในขณะที่ทำการสำรวจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 12 โดยที่แฟ้มสะสมงานที่เป็นภาพเคลื่อนไหว (video portfolio) ประกอบด้วย วีดิโอเทปของนักเรียนขณะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ งานเขียนของนักเรียน และบันทึกของผู้วิจัย การวิเคราะห์การทำงานของนักเรียนชี้ให้เห็นว่านักเรียนสามารถเข้าใจและตัดสินใจเหตุการณ์และผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออะไร และนักเรียนสามารถตัดสินใจว่าเกมนั้นมีความยุติธรรมหรือไม่ โดยที่จำนวนผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นและจำนวนของเหตุการณ์ไม่จำเป็นต้องถูกแบ่งอย่างเท่าๆ กันระหว่างผู้เล่น และสมมติให้ผลลัพธ์แต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน นักเรียนได้แสดงวิธีการหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นด้วยวิธีการที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนค้นพบกฎการนับของ

การคูณ เพื่ออธิบายผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ และอธิบายว่าทำไมกฎนี้จึงใช้ได้ ดังนั้นนักเรียนสามารถหาจำนวนของผลลัพธ์สำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อนได้โดยเริ่มจากปัญหาง่ายๆ ก่อน โดยที่นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์การแก้ปัญหาก่อนหน้านี้โดยการสร้างโมเดลง่ายๆ ก่อนใช้กฎการนับของการคูณ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น ในขณะที่พวกเขาทำกิจกรรมร่วมกัน ภายใต้เงื่อนไขที่ให้นักเรียนได้สำรวจปัญหาที่หลากหลาย ได้ทำงานร่วมกัน และให้เหตุผลที่เหมาะสมเกี่ยวกับคำตอบของพวกเขา และได้มีโอกาสได้คิดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับความคิดของนักเรียนก่อนที่พวกเขาจะได้รับคำแนะนำที่ถูกต้องในเรื่องของความน่าจะเป็น

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg, 2007: online) กล่าวว่าคณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพความเป็นจริงในห้องเรียนว่ามีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งนัก และทำอย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสองถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทำอย่างไรที่ครูจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจและการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จุดมุ่งหมายของงานวิจัยคือ การสร้างการเชื่อมโยงในการสอน และปัจจัยที่สนับสนุนและผลักดันให้มีการฝึกฝนการเชื่อมโยง ผู้วิจัยสังเกตครู 5 คนในการใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันภายในห้องเรียนและติดตามผลโดยการสัมภาษณ์ครู ผลการวิจัยพบว่าการสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันเป็นสิ่งสำคัญซึ่งเป็นดังที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวกับจะอย่างไรในการช่วยเหลือนักเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

ลิลลา ดลภาค (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยาหยี (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านนาหายก “นายกพิทยากร” จังหวัดนครนายก ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 44 คน พบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัด เพชรบุรี ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 28 คน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการ สอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการสอนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

อรุณนีย์ ชูช่วยสุวรรณ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบทดสอบวัด ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษารุงเทพมหานคร เขต 1 ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 374 คน พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ภายในวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 71.39

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นหรือส่งเสริมความสามารถในการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยง ความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการ สอนที่ได้รับการเรียนการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงนั้นจะพัฒนา ความสามารถในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริม ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ควรมีการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย มีการบูรณา การความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน และควรสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ซับซ้อนหรือ สถานการณ์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชา คณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียน สுகนครวิทย์ อำเภอสามพราณ จังหวัดนครปฐม จำนวน 5 ห้อง จำนวนนักเรียน 200 คน โดยทางโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบเรียงตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงไปหาต่ำ 2 ห้องเรียน คือห้อง 1 และ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ

##### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียน สுகนครวิทย์ อำเภอสามพราณ จังหวัดนครปฐม โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จากนักเรียนจำนวน 3 ห้องเรียน คือ ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ ได้นักเรียนห้อง 4 จำนวน 35 คน

##### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มที่ 1 เรื่อง ความคล้าย ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยใช้เวลายังจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็นการทดลอง ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	2	คาบ
2. ดำเนินการสอน	16	คาบ
2.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	2	คาบ
2.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	6	คาบ
2.3 การนำไปใช้	8	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	2	คาบ

### ตัวแปรที่ศึกษา

1. การพัฒนาทักษะการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
ตัวแปรที่ศึกษา คือ ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
2. การศึกษาผลของการพัฒนาทักษะการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
  - 2.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
  - 2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่
    - 2.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.2.2 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

## การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย มีขั้นตอนในการสร้าง 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ศึกษาหลักการการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสุนทรวิทย์ ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มที่ 1 เรื่อง ความคล้าย โดยศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน กิจกรรมการเรียนรู้ และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3. ดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มที่ 1 เรื่อง ความคล้าย จำนวน 16 คาบ ซึ่งประกอบด้วย

3.1 กลุ่มสาระการเรียนรู้/รหัสวิชา/ช่วงชั้น/ภาคเรียน/ปีการศึกษา/ชื่อหน่วยการเรียนรู้/ชื่อเรื่อง/เวลาที่ใช้

3.2 มาตรฐานการเรียนรู้

3.2.1 สาระ

3.2.2 มาตรฐานการเรียนรู้

3.2.3 ตัวชี้วัด

3.3 สาระสำคัญ

3.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

3.4.1 ด้านความรู้ (K)

3.4.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ (P)

3.4.3 ด้านคุณลักษณะ (A)

3.5 สาระการเรียนรู้

3.6 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

3.7 ความเข้าใจที่คงทน

3.8 ชิ้นงานหรือภาระงาน

3.9 คำถามที่ท้าทาย

- 3.10 กิจกรรมการเรียนรู้
  - 3.10.1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement)
  - 3.10.2 ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration)
  - 3.10.3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)
  - 3.10.4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration)
  - 3.10.5 ขั้นประเมิน (Evaluation)
- 3.11 การจัดบรรยากาศเชิงบวก
- 3.12 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้
- 3.13 การวัดและประเมินผล
  - 3.13.1 วิธีการวัด
  - 3.13.2 เครื่องมือ
  - 3.13.3 เกณฑ์การประเมิน
- 3.14 บันทึกหลังสอน
  - 3.14.1 ผลการจัดการเรียนการสอน
  - 3.14.2 ปัญหาและอุปสรรค
  - 3.14.3 แนวทางการแก้ไข

โดยผู้วิจัยแบ่งเนื้อหา เรื่อง ความคล้าย จำนวน 8 แผน แผนละ 2 คาบ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน จำนวน 2 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จำนวน 6 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 – 8 เรื่อง การนำไปใช้ จำนวน 8 คาบ

#### 4. นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบ

เสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญา นินท์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของมาตรฐานการเรียนรู้ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดและประเมินผล ตลอดจนความถูกต้องของภาษาที่ใช้ เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

#### 5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบ

เสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญา นินท์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย พร้อมทั้งจะนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพ

**ขั้นที่ 2** การหาประสิทธิภาพแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ผู้วิจัยดำเนินการหาประสิทธิภาพแผนการเรียน เรื่อง ความคล้าย ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80

1. การหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 3)

ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ทั้งหมด 8 แผน ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 3 คน แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด และสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับภารกิจกรรม และสื่อต่างๆ ที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้

2. การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 9)

ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้รับการปรับปรุงจากขั้นการทดลองข้อ 1 แล้ว นำมาทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่นักเรียนในข้อ 1 จำนวน 9 คน โดยให้ปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ มาปรับปรุงแก้ไข

3. ดำเนินการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม (1 : 30)

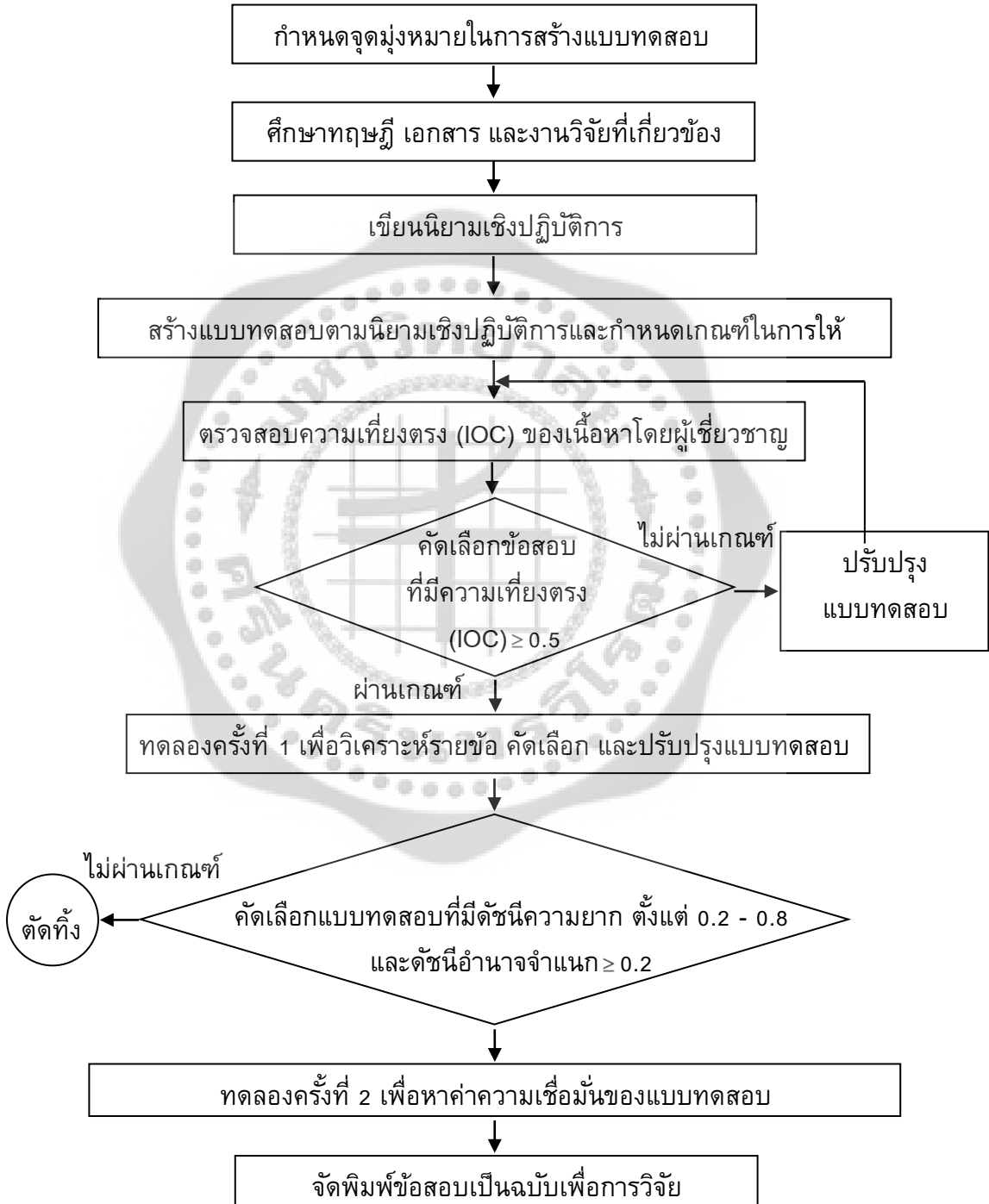
ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้แก้ไขตามข้อ 2 แล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่นักเรียนในข้อ 1 และ 2 จำนวน 30 คน เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ พบว่าได้ประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 82.49/84.44

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้แก้ไขตามข้อ 3 แล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนสุคนธ์วิทย์ เพื่อยืนยันประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ตามเกณฑ์ 80/80



## 2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบ และเกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยแบบทดสอบปรนัย จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวมทั้งหมด 22 ข้อ ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามภาพประกอบ 5 ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2 เพื่อนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไปใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการเข้าร่วมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เขียนนิยามเชิงปฏิบัติการแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. การวางแผนสร้างแบบทดสอบ

4.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก แบบทดสอบอัตนัย และเกณฑ์การให้คะแนน ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.3 สร้างตารางวิเคราะห์รายละเอียดของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดสาระการเรียนรู้ที่จะนำมาสร้างแบบทดสอบ คือ เรื่อง ความคล้าย และนิยามขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ

ตาราง 3 การวิเคราะห์รายละเอียดของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

จุดประสงค์การเรียนรู้	ขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				รวม
	ทำความเข้าใจปัญหา	วางแผน	ดำเนินการตามแผน	ตรวจสอบ	
ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา	5 (7)	5 (8)	5 (8)	5 (7)	20 (30)

หมายเหตุ ตัวเลขนอกวงเล็บ หมายถึง จำนวนข้อสอบที่ต้องการ  
ตัวเลขในวงเล็บ หมายถึง จำนวนข้อสอบที่สร้างขึ้น เพื่อหาคุณภาพจากการทดลอง  
สอบ

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามตารางวิเคราะห์รายละเอียด โดยสร้างแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ และเกณฑ์ในการให้คะแนน

4.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย แบบทดสอบอัตนัย และเกณฑ์ในการให้คะแนน ไปให้ประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าคุณลักษณะของโจทย์สอดคล้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ -1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่า คุณลักษณะของโจทย์ไม่สอดคล้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และให้คะแนน 0 คะแนน เมื่อไม่แน่ใจว่าคุณลักษณะของโจทย์สอดคล้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถ้าผู้เชี่ยวชาญให้ 0 หรือ -1 ให้ใส่ข้อเสนอแนะในช่องที่กำหนด แล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC และคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งได้แบบทดสอบปรนัยที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยที่มีค่า IOC เท่ากับ 1 จำนวน 4 ข้อแล้วนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

### เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสาร ตำรา และปรับปรุงจากอัมพร ม้าคนอง (2553: 173-174) และสิริพร ทิพย์คง (2544: 111-114) ดังนี้

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก

คะแนน	การตอบ
1	ตอบคำถามหรือเลือกคำตอบได้ถูกต้อง
0	ตอบคำถามหรือเลือกคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบคำถาม หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ

ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
แบบอัตนัย

	คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ความเข้าใจ ปัญหา	2	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบทั้งหมด
	1	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบถูกต้องบางส่วน
	0	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบไม่ถูกต้อง
การวางแผน	2	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูกต้อง
	1	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบถูก แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

ตาราง 5 (ต่อ)

	คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ดำเนินการตามแผน	4	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจนหรือสมบูรณ์และมีแนวทางที่ถูกต้อง ครบถ้วน
	3	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบายสื่อพอให้เข้าใจได้ครบถ้วน และมีแนวทางที่ถูกต้อง
	2	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบายสื่อให้เข้าใจได้บางส่วน แต่มีแนวทางที่ถูกต้อง
	1	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบายสื่อให้เข้าใจได้บางส่วน และมีแนวทางที่ไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อไม่มีการแสดงวิธีการแก้ปัญหา
ตรวจสอบ	2	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
	0	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ ไม่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง

4.6 นำแบบทดสอบและเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญมาพิมพ์เป็นแบบทดสอบ แล้วนำไปทดลองสอบครั้งที่ 1 (try out 1) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งได้เคยเรียนเรื่อง ความคล้ายแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน

4.7 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.6 ทั้ง 50 คน มาตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนด

4.8 นำคะแนนจากข้อ 4.7 มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ โดยการหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก เป็นรายข้อแบบอิงเกณฑ์ โดยใช้เทคนิค 25% คัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป โดยพิจารณาความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้แบบทดสอบปรนัยที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.42 – 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.23 – 0.69 จำนวน 20 ข้อ และได้แบบทดสอบอัตนัยที่มีความยากง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.67 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.56 – 0.70 จำนวน 2 ข้อ รวมทั้งสิ้น 22 ข้อ

4.9 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.8 ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ที่ได้คัดเลือกแล้ว ไปทดลองสอบครั้งที่ 2 (try out 2) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่อง ความคล้าย แล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง และไม่ใช้นักเรียนในข้อ 4.6 จำนวน 80 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability)

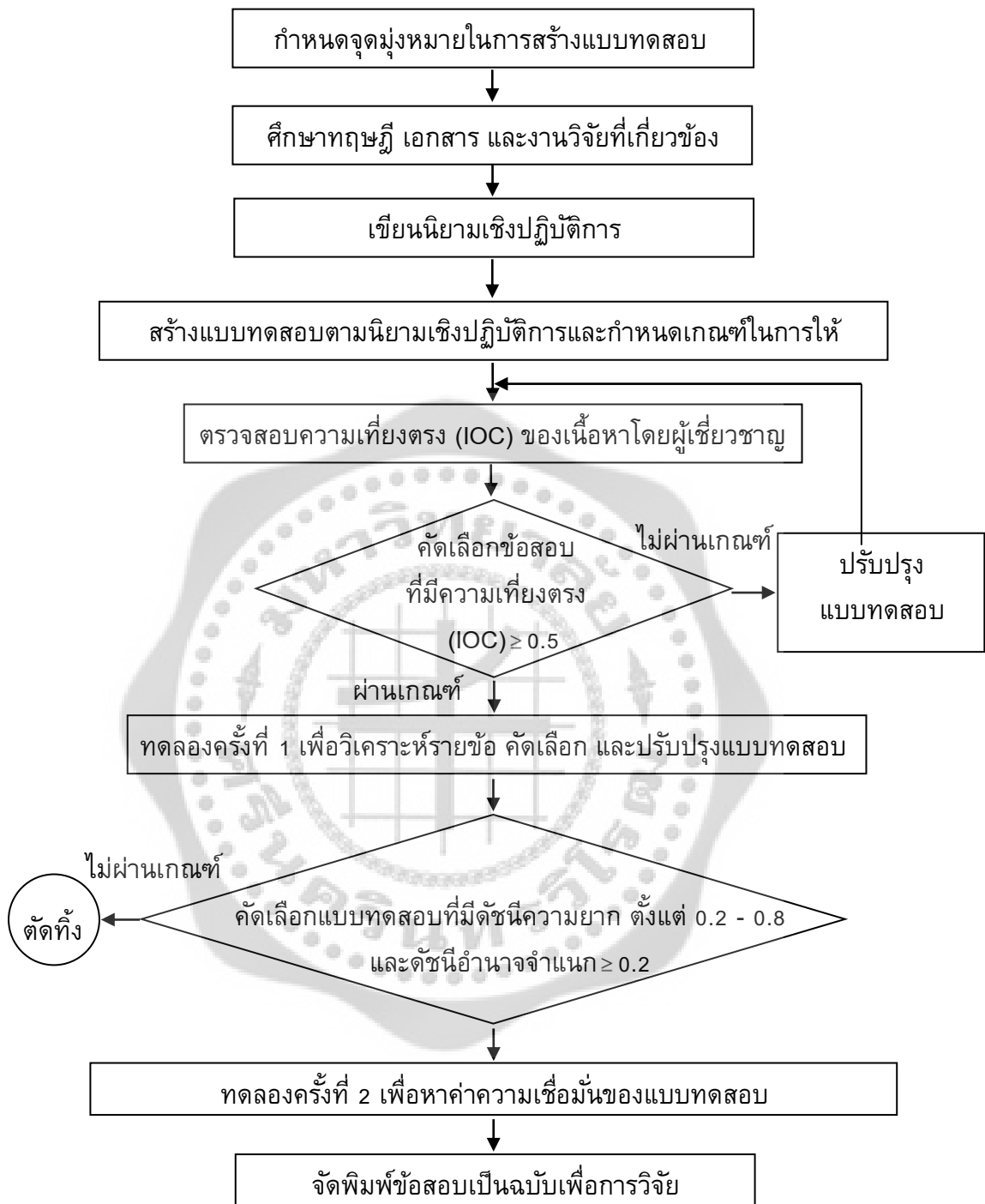
4.10 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.9 ทั้ง 80 คน มาตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนด

4.11 นำคะแนนจากข้อ 4.10 จากแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson-20) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ ) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83

4.12 พิมพ์แบบทดสอบเป็นฉบับจริง เพื่อนำไปทดลองสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

### 3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้



ภาพประกอบ 6 ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบ และเกณฑ์การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามแผนผังข้างต้น ดังรายการต่อไปนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1.1 เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2 เพื่อนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไปใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

2. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3. เขียนนิยามเชิงปฏิบัติการแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4. การวางแผนสร้างแบบทดสอบ

4.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบอัตนัย และเกณฑ์การให้คะแนน ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามตารางวิเคราะห์รายละเอียด โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ และเกณฑ์ในการให้คะแนน

4.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย แบบทดสอบอัตนัย และเกณฑ์ในการให้คะแนน ไปให้ประธานและกรรมการควบคุมปริญญาฯ ให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าคุณลักษณะของโจทย์สอดคล้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ได้ -1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่า คุณลักษณะของโจทย์ไม่สอดคล้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และให้คะแนน 0 คะแนน เมื่อไม่แน่ใจว่าคุณลักษณะของโจทย์สอดคล้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ถ้าผู้เชี่ยวชาญให้ 0 หรือ -1 ให้ใส่ข้อเสนอแนะในช่องที่กำหนด แล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC และคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป 0.67 – 1.00 จำนวน 8 ข้อ แล้วนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข



### เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสาร ตำรา และปรับปรุงจาก ถนอมเกียรติ งานสกุล และสุรางคณา ยาหยี ดังนี้

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่น

4.5 นำแบบทดสอบและเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญมาพิมพ์เป็นแบบทดสอบ แล้วนำไปทดลองสอบ ครั้งที่ 1 (try out 1) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน

4.6 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.5 ทั้ง 50 คน มาตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนด

4.7 นำคะแนนจากข้อ 4.6 มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ โดยการหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก เป็นรายข้อแบบอิงเกณฑ์ โดยใช้เทคนิค 25% มีค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 มีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป โดยพิจารณาความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้แบบทดสอบอัตนัยที่มีความยากง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.44 – 0.60 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.54 – 0.88 จำนวน 5 ข้อ

4.8 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.7 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่ได้คัดเลือกแล้ว ไปทดลองสอบครั้งที่ 2 (try out 2) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และไม่ใช่นักเรียนในข้อ 4.5 จำนวน 80 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability)

4.9 นำแบบทดสอบของนักเรียน ในข้อ 4.8 ทั้ง 80 คน มาตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนด

4.10 นำคะแนนจากข้อ 4.9 จากแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ ) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโท

4.11 พิมพ์แบบทดสอบเป็นฉบับจริง เพื่อนำไปทดลองสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

### การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

#### แบบแผนการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบ One-group pretest-posttest design (ล้วนสายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 248-249) ซึ่งมีลักษณะแบบแผนของการศึกษาค้นคว้าดังนี้

ตาราง 7 แบบแผนการทดลองแบบ One-group pretest-posttest design

การกำหนดเข้ากลุ่ม	สอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
$E$	$T_1$	X	$T_2$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการศึกษาค้นคว้า

$E$  แทน กลุ่มตัวอย่าง

X แทน การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

$T_1$  แทน การทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

$T_2$  แทน การทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

### วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ติดต่อโรงเรียนโรงเรียนสุนทรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม ในช่วงเดือนมิถุนายน 2557 เพื่อขอใช้กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาทำวิจัยครั้งนี้ จัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 2 คาบ
3. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นระยะเวลา 16 คาบ
4. ทำการทดสอบหลังเรียน เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คาบ
5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐานการวิจัย โดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

### การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
2. ค่าสถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าความเที่ยงตรง (IOC) , ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) , ดัชนีความยากของแบบทดสอบ (แบบปรนัย และแบบอัตนัย) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
3. ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ได้แก่  $E_1/E_2$  , t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

#### 1. สถิติพื้นฐาน

- 1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550:

33)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยใช้สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	$s$	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

## 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 การหาค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยใช้ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดมุ่งหมายของกิจกรรม
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 การวัดความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538: 144)

$$P = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยาก
	$R_h$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	$R_l$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	$n_h$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	$n_l$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

2.3 การวัดความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$P_E$	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 การหาค่าอำนาจจำแนกเพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538: 144)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$R_h$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	$R_l$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	$n_h$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

2.5 การหาค่าอำนาจจำแนกเพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบ อัตนัยโดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.6 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร KR-20 (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 197-199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$n$	แทน	จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่ง ๆ นั่นคือสัดส่วน ของคนทำถูก กับคนทั้งหมด
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $1 - p$
	$s_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนั้น

2.7 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตโนมัติ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum s^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$s^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$S_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย

3.1 สถิติที่ใช้ในการทดสอบว่าแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยคำนวณจากสูตร ( $E_1/E_2$ ) (เลิศ อานันท์นะ; และคนอื่นๆ. 2537: ออนไลน์) ดังนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

เมื่อ	$E_1$	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
	$\sum x$	แทน	คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน
	$N$	แทน	จำนวนผู้เรียนทั้งหมด
	$A$	แทน	คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\sum Y}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไป  
ในตัวผู้เรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้  
ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย)  
คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำ  
แบบทดสอบหลังเรียน

$\sum Y$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$B$  แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

3.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างของความสามารถในการแก้ปัญหา  
และ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้  
ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ คำนวณจากสูตร t-test for Dependent Samples (ล้วน  
สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = N - 1$$

เมื่อ  $\sum D$  แทน ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนน  
ทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการ  
สืบเสาะหาความรู้

$\sum D^2$  แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่าง  
คะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วย  
กระบวนการสืบเสาะหาความรู้

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง



3.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ผ่านเกณฑ์ คือได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไป คำนวณจากสูตร t-test for One Sample โดยทดสอบสมมติฐานในการผ่านเกณฑ์โดยใช้สูตร t-test for One Sample (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

เมื่อ	$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
	$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 70)
	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

$n$	แทน	จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
$S$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$E_1$	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
$E_2$	แทน	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียน) หลังจากการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ร้อยละ 70
$k$	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับขั้นดังนี้

1. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

4. การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

5. การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่องความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยที่	เรื่อง	เกณฑ์ 80/80	
		E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>
1	รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	86.33	86.67
2	รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	83.57	85.56
3	การนำไปใช้	82.00	83.33
	ค่าเฉลี่ย	82.49	84.44

จากตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 82.49/84.44 และเมื่อพิจารณาเป็นราย

หน่วยทั้ง 3 หน่วย ได้แก่ รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน, รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และการนำไปใช้ พบว่าทุกหน่วยมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	S	$\sum D$	$\sum D^2$	t
ก่อน	35	40	13.03	3.29	713	14575	99.21**
หลัง	35	40	33.40	2.99			

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{0.1,34} = 2.44$ )

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 10

ตาราง 10 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์

การทดสอบ	n	k	$\mu_0$ (70%)	$\bar{X}$	S	t
คะแนน	35	40	28	33.40	2.99	10.69**

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{0.01,34} = 2.44$ )

จากตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.50

4. การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 11

ตาราง 11 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	S	$\sum D$	$\sum D^2$	t
ก่อน	35	20	4.69	2.18	386	4290	66.26**
หลัง	35	20	15.71	1.76			

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{0.01,34} = 2.44$ )

จากตาราง 11 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ .01 แสดงว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

5. การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 12

ตาราง 12 การเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์

การทดสอบ	n	k	$\mu_0$ (70%)	$\bar{X}$	S	t
คะแนน	35	20	14	15.71	1.76	5.75**

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{0.01,34} = 2.44$ )

จากตาราง 12 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.71 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.57

## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา โดยมีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ศึกษาและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สามารถสรุปผลได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายของการวิจัยไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้เรื่อง ความคล้าย
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

#### สมมติฐานของการวิจัย

1. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

## วิธีดำเนินการวิจัย

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสุคนธ์วีรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม จำนวน 5 ห้อง จำนวนนักเรียน 200 คน โดยทางโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบเรียงตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงไปหาต่ำ 2 ห้องเรียน คือห้อง 1 และ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียนสุคนธ์วีรวิทย์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จากนักเรียนจำนวน 3 ห้องเรียน คือ ห้อง 3, 4 และ 5 ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ ได้นักเรียนห้อง 4 จำนวน 35 คน

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่มที่ 1 เรื่อง ความคล้าย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โดยใช้เวลาจำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็นการทดลอง ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	2	คาบ
2. ดำเนินการสอน	16	คาบ
2.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	2	คาบ
2.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	6	คาบ
2.3 การนำไปใช้	8	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	2	คาบ

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

### วิธีดำเนินการทดลอง

1. การหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (การประเมินครั้งที่ 1)  
ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ทั้งหมด 8 แผน ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 3 คน แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด และสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม และสื่อต่างๆ ที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้
2. การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (การประเมินครั้งที่ 2)  
ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้รับการปรับปรุงจากขั้นการทดลองข้อ 1 แล้ว นำมาทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่นักเรียนในข้อ 1 จำนวน

9 คน โดยให้ปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ มาปรับปรุงแก้ไข

### 3. การหาประสิทธิภาพภาคสนาม (การประเมินครั้งที่ 3)

ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้แก้ไขตามข้อ 2 แล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุคนธ์วิทย ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่นักเรียนในข้อ 1 และ 2 จำนวน 30 คน เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ พบว่าได้ประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 82.49/84.44

### 4. การนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ที่ได้แก้ไขตามข้อ 3 แล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนสุคนธ์วิทย เพื่อยืนยันประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ตามเกณฑ์ 80/80

### การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร  $E_1/E_2$  เพื่อทดสอบหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
2. ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
3. ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for One Sample เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
4. ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
5. ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for One Sample เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์

## สรุปผลการวิจัย

1. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 82.49/84.44 และเมื่อพิจารณาเป็นรายหน่วยทั้ง 3 หน่วย ได้แก่ รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน, รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และการนำไปใช้ พบว่าทุกหน่วยมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.50

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.71 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.57

## อภิปรายผล

1. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 82.49/84.44 และเมื่อพิจารณาเป็นรายหน่วยทั้ง 3 หน่วย ได้แก่ รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน, รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และการนำไปใช้ พบว่าทุกหน่วยมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของสถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546ข: 219-220), สมบัติ การจนาธิภพภัก (2549: 6-7) และหนังสือ ชาติทอง (2554: 33-34) มาปรับใช้และได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไขและตรวจสอบความถูกต้องจากผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์และด้านการวัดผลและประเมินผล โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้มีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านการสังเกตและกระตุ้นความสนใจให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียนในการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นหา ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านการคิดแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ช่วยพัฒนานักเรียนในการอธิบายให้เหตุผลประกอบคำตอบ และสรุปความรู้ที่ได้ในรูปทางคณิตศาสตร์ แต่ในระยะแรก นักเรียนยังเรียบเรียงได้ไม่ดีนัก ครูต้องคอยเป็นผู้ช่วยชี้แนะแนวทางให้

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้ ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ในการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม แต่ในขั้นตอนนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้และพัฒนาในทางที่ดีขึ้นเมื่อผ่านการจัดการเรียนรู้ไประยะหนึ่ง

ขั้นที่ 5 ขั้นประเมิน ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนทุกครั้ง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการตั้งคำถามด้วยตนเอง ทำให้สามารถวัดความเข้าใจที่คงทนได้

1.2 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้เน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสในการพัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจากการคิดและปฏิบัติจริงตามลำดับขั้น ได้เรียนรู้วิธีจัดระบบความคิดและวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้ออกมาและสามารถนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับพจนานุกรม (2549: 35-40) ที่กล่าวถึงคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียนไว้ว่าการเรียนรู้จากการคิดและปฏิบัติจริง เพื่อแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนได้รับข้อมูลความรู้จากประสบการณ์ตรง แล้วใช้กระบวนการคิดเชื่อมโยงสรุปสิ่งที่เรียนรู้ และทำชิ้นงานนำเสนอความรู้และกระบวนการเรียนรู้ของตนได้เป็นรูปธรรม ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง รู้เข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ สามารถพูดได้ อธิบายได้ชัดเจน เห็นคุณค่า ความสำคัญ มีค่านิยมที่เหมาะสม มีทักษะในการปฏิบัติ ปฏิบัติได้ถูกต้องคล่องแคล่ว สามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ผู้วิจัยได้มุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya. 1985: online) มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาว่า ปัญหาต้องการอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด โดยใช้สิ่งที่กำหนดไว้ในปัญหา ร่วมกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์และความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหา และเป็นการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อตรวจสอบว่ามีวิธีการแก้ปัญหาอื่นหรือไม่ ประกอบกับผู้วิจัยได้สร้างตัวอย่าง แบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยจากง่ายไปหายาก โดยให้นักเรียนเริ่มต้นจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม และทำแบบฝึกหัดในแต่ละคาบเรียน และในท้ายคาบเรียน นักเรียนได้ฝึกการทำแบบทดสอบย่อยทุกครั้ง และในบางคาบเรียน นักเรียนได้ฝึกการสร้างโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเอง พร้อมทั้งเฉลยคำตอบด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2553: 39-40) ที่กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการสร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น ทำให้นักเรียนต้องมีความเข้าใจอย่างแท้จริง

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.50 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

3.1 ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด แบบทดสอบย่อย และให้นักเรียนสร้างโจทย์ด้วยตนเอง วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง อีกทั้งยังมีกิจกรรมภาคปฏิบัติที่เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ภายนอกห้องเรียน ซึ่งนักเรียนต้องแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสถานการณ์นั้นๆ โดยอาศัยความรู้เดิมสอดคล้องกับแนวคิดของปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 181) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

3.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย ช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด เพราะนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่คงทน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของภพ เลหาไพบุลย์ (2542: 156-157) ที่กล่าวว่า ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีจัดระบบความคิด และวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถ่ายโยงการเรียนรู้

ได้ กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นาน และนำไปใช้สถานการณ์ใหม่อีกด้วย และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของศิริภรณ์ ต้นนะลา (2554: บทคัดย่อ) พบว่าการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ (5Es) นักเรียนจำนวน 17 คน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 73.91 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ซึ่งสอดคล้องกับประภัสสร แก้วพิลาธมย์ (2554: บทคัดย่อ) พบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 73.66 โดยมีนักเรียนจำนวนร้อยละ 76.00 ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย มุ่งเน้นให้นักเรียนได้คิดและลงมือค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนต้องเชื่อมโยงความรู้เดิมให้เข้ากับความรู้ใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของพจนาน พทรัพย์สมาน (2549: 35-40) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้จากการคิดและปฏิบัติจริง เพื่อแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนได้รับข้อมูลความรู้จากประสบการณ์ตรง แล้วใช้กระบวนการคิดเชื่อมโยงสรุปสิ่งที่เรียนรู้ และทำชิ้นงานนำเสนอความรู้และกระบวนการเรียนรู้ของตนได้เป็นรูปธรรมทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง รู้เข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ สามารถพูดได้ อธิบายได้ชัดเจน เห็นคุณค่าความสำคัญ มีค่านิยมที่เหมาะสม มีทักษะในการปฏิบัติ ปฏิบัติได้ถูกต้องคล่องแคล่ว สามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาอื่นๆ และใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.71 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.57 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้วิจัยได้มีการจัดกิจกรรมภายนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และได้เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์จริง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2553: 60) ที่กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น ตลอดจนมองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้

ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป

### ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในคาบแรกๆ นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม นักเรียนบางคนไม่สนใจตอบคำถามในใบกิจกรรม เนื่องจากเพื่อนในกลุ่มช่วยคิดและตอบคำถามให้ ครูผู้สอนจึงแก้ปัญหาด้วยการชี้แจงและอธิบายวิธีการทำใบกิจกรรมอีกครั้ง และอธิบายเพิ่มเติมว่าทุกครั้งที่ทำใบกิจกรรมสมาชิกแต่ละกลุ่มต้องส่งตัวแทนออกมาอธิบายที่มาจากคำตอบ โดยจะต้องผลัดเปลี่ยนหมุนเวียนกันไปเรื่อยๆ จนครบทุกคน ทำให้นักเรียนที่ไม่ค่อยสนใจเรียนต้องตั้งใจทำใบกิจกรรมมากขึ้น

2. นักเรียนให้ความกระตือรือร้นในการเรียนและให้ความร่วมมือในการเรียนเป็นอย่างดี ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่ค่อยกล้าแสดงออกได้แสดงความคิดเห็นมากยิ่งขึ้น ประกอบกับเมื่อนักเรียนให้ความร่วมมือในการตอบคำถามหรือซักถาม ผู้วิจัยจะให้การเสริมแรงทางบวก เช่น ให้รางวัล คำชื่นชม หรือปรบมือ และหากตอบคำถามไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจะให้คำปลอบใจทุกครั้ง

3. การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือหรือเสนอแนะ นักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วจะทำกิจกรรมไปเรื่อยๆ ส่วนนักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้าจะกล้าซักถามครูผู้สอนมากยิ่งขึ้น เพราะไม่จำเป็นต้องถามต่อหน้าเพื่อนในชั้นเรียน แต่สามารถเรียกครูผู้สอนมาถามใกล้ๆ ได้ สามารถอธิบายนักเรียนที่ไม่เข้าใจหรือพบปัญหาในขณะที่ทำกิจกรรมได้เป็นรายบุคคล

4. การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้มีการวัดและประเมินผลในทุกกิจกรรม ทำให้ครูผู้สอนทราบว่านักเรียนแต่ละคนมีความรู้ความเข้าใจอยู่ในระดับใด เมื่อพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ทำให้ครูผู้สอนต้องปรับแก้แผนการจัดการเรียนรู้ นั้นและเตรียมความพร้อมในการสอนครั้งต่อไปอย่างไร และมีนักเรียนคนใดบ้างที่ควรเอาใจใส่เป็นพิเศษ

5. กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ภาคปฏิบัตินอกห้องเรียน พบปัญหาคือ เมื่อถึงกำหนดวันที่ต้องลงมือปฏิบัติ กลับมีแสงแดดไม่เข้มมากพอ ทำให้ต้องเลื่อนวันออกไป และต้องเลือกช่วงเวลาที่เหมาะสม คือ ในช่วงเวลาสายหรือบ่ายๆ

6. กิจกรรมภาคปฏิบัตินักเรียนให้ความสนใจและร่วมมือเป็นอย่างดี มีนักเรียนบางคนวัดความยาวเงาของวัตถุอยู่หลายครั้ง เนื่องจากไม่แน่ใจกับค่าที่ได้ ครูจึงช่วยชี้แนะวิธีการวัดความยาวเงาที่ถูกต้องให้ นักเรียนบางคนเลือกใช้อุปกรณ์การวัดที่ไม่เหมาะสม ครูจึงช่วยชี้แนะอุปกรณ์ที่เหมาะสมให้ ในขณะที่ทำกิจกรรม นักเรียนเรียนรู้อย่างสนุกสนาน และนักเรียนส่วนใหญ่ชอบที่จะเรียนรู้จากภายนอกเรียนไปพร้อมกับการลงมือปฏิบัติจริง

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ครูผู้สอนต้องทราบความรู้เดิมของนักเรียนก่อน โดยการทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการเรียน ถ้าไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
2. ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ครูผู้สอนต้องเตรียมความพร้อมในการสอนมาเป็นอย่างดี เพื่อส่งเสริมให้บรรยากาศในการเรียนเป็นไปด้วยดี ไม่ควรอ่านคำถามที่เตรียมมา
3. การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นในการตอบคำถามอย่างอิสระ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบทุกครั้ง
4. การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและขยายความรู้ และเมื่อนักเรียนให้ความร่วมมือในการตอบคำถาม ครูผู้สอนควรเสริมแรงทางบวก เช่น การปรบมือ การกล่าวคำชมเชย เป็นต้น เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น
5. ก่อนให้นักเรียนลงมือในกิจกรรมภาคปฏิบัติ ครูผู้สอนต้องอธิบายหลักการวัดความยาวเงาให้ชัดเจน รวมทั้งอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเวลากับความยาวเงาว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

### ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเพื่อพัฒนาการจัดการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ที่ส่งเสริมทักษะกระบวนการอื่นทางคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผล, การสื่อสาร, การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น



2. ควรนำแนวทางการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ไปใช้กับเนื้อหาอื่น ๆ เช่น พื้นที่ผิวและปริมาตร, ความน่าจะเป็น เป็นต้น

3. ควรมีการวิจัยเพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนหลังการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้





## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2531). รายงานผลการวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการคิดและความรู้สึก โครงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทางด้านความรู้ความคิด. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศาสนา.
- \_\_\_\_\_. (2541). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: CURS ภาลาตพรวัว.
- \_\_\_\_\_. (2544). การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: CURS ภาลาตพรวัว.
- \_\_\_\_\_. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: CURS ภาลาตพรวัว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. กรุงเทพฯ: ชุมชนุสสหกรณการเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กษมา วุฒิสารพัฒนา. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- กิตติกร นาคประสิทธิ์; และ โกสุม กรีทอง. (2550). คณิตศาสตร์มหัศจรรย์ (*The magic of mathematics*). กรุงเทพฯ: สารคดี.
- กิติมา ปรีดีดิกลง. (2529). ทฤษฎีการบริหารองค์การ. กรุงเทพฯ: ธนะการพิมพ์.
- บุญชูรี คำชาย. (2540). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา.
- พนัท ชาติทอง. (2554). สอนคิด: การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.
- จินดาภรณ์ ช่วยสุข. (2549). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็กโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม. สารนิพนธ์ คศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิตติษฐ์ ละออบปักษิณ; และ รตินันท์ บุญเคลือบ. (2552). หนึ่งวันผจญภัยในดินแดนคณิตศาสตร์มหัศจรรย์. กรุงเทพฯ: สาราเด็ก.

- ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. (2557). การทดสอบประสิทธิภาพชุดการสอน. สืบค้นเมื่อ 30 มกราคม 2555, จาก <http://www.nana-bio.com/Research/image%20research/research%20work/evaluation%20the%20series.html>
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). ปกิณกะคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2544). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- \_\_\_\_\_. (2550). เทคนิคการเขียนเค้าโครงการวิจัย: แนวทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชาริษา พลสา. (2553). การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยการใช้ชุดกิจกรรมวิทยาศาสตร์ แบบสืบเสาะหาความรู้ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐ สิทธิกร. (2551). ผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปูในกิจกรรมตามความสนใจคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐกฤตา ปัตตลาโป. (2553). ผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องการวัด สู่การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนใน บทประมวลความหลักการและแนวทางการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ถนอมเกียรติ งานสกุล. (2545). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเมืองกลาง จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ทิสนา แหมมณี. (2548). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธิดาสิริ ภัทรากาญจน์; และคนอื่นๆ. (2546). *คณิตคิดคำนึง: ฟังสนุกข้อเท็จจริง*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นาคนิมิตร อรรถคีวร. (2549). *ความคิดเห็นของผู้เข้าร่วมกิจกรรมต่อการจัดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์*. จันทบุรี: มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี.
- นุชจรินทร์ รื่นรมย์. (2554, เมษายน-มิถุนายน). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคognition เรื่องโจทย์ปัญหา ทศนิยม โดยใช้วิธีสอนแบบ 5Es สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. *วารสารศึกษาศาสตร์*. 5(2): 19.
- บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). *ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บัวบาน วัฒนาศีล. (2552). *ผลการจัดกิจกรรมค่ายพุทธคณิตเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปภัสนรณี แก้วพิลากรมย์. (2554). *การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5Es ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปรีชา เนาว้เย็นผล. (2537). *หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. ประมวลสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. นนทบุรี: บัณฑิตวิทยาลัย สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- \_\_\_\_\_. (2538). *การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา สหาคคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปิยะรัตน์ คัญทัฬ. (2545). *รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบเว็บเควสทในระดับประถมศึกษา กรณีศึกษาโรงเรียนนานาชาติเกศินี*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ด. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- พจนา ททรัพย์สมาน. (2549). *การจัดการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนแสวงหาและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- พรทิพย์ ยาวะประภาษ. (2534, พฤษภาคม-สิงหาคม). เทคนิคการสอนการแก้โจทย์ปัญหา  
คณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์ปริทัศน์. 8(2): 24.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.  
กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). การเรียน การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: พัฒนา  
คุณภาพวิชาการ (พว.).
- ภพ เลหาไพบูลย์. (2537). แนวการสอนวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.  
\_\_\_\_\_. (2542). แนวการสอนวิทยาศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- มนท์ชัย ชาญชัยกรรม. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams)  
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง  
โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์  
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. คณะศึกษาศาสตร์. (2537). ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะ  
และวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in  
Mathematics). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2524). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์.  
\_\_\_\_\_. (2542, กุมภาพันธ์-เมษายน). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสาร  
คณิตศาสตร์. 12: 5-11.
- รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. (2545). ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการ  
ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ  
ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- รัชฎา ศิลมน์. (2552). การประยุกต์ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E เพื่อพัฒนาสมรรถนะทาง  
วิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา 69 (คลอง  
หลวง) จังหวัดปทุมธานี. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา).  
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ลัดดา ศุขปรีดี. (2523). เทคโนโลยีทางการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

- ลิลลา ดลภาค. (2549). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.  
ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2.  
กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วารภรณ์ มีหนัก. (2545, พฤษภาคม-กรกฎาคม). การตั้งคำถาม “ยุทธศาสตร์การจัดการ  
เรียนการสอน. *วารสารคณิตศาสตร์*. 46(524-526): 38.
- วิชัย พาณิชย์สวาย. (2546). *สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ:  
พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- ศิริภรณ์ ตันนะลา. (2554, เมษายน-มิถุนายน). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบ  
การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสาร  
ศึกษาศาสตร์*. 5(2): 138.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2557). *ระบบประกาศและรายงาน  
ผลสอบโอเน็ต*. สืบค้นเมื่อ 3 มกราคม 2557, จาก  
<http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546ก). *มาตรฐานครุคณิตศาสตร์*.  
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ครุสภา.
- \_\_\_\_\_. (2546ข). *คู่มือวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการ  
สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. (2545). *เทคนิคการสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิด*. กรุงเทพฯ:  
ธารอักษร.
- \_\_\_\_\_. (2549). *เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิด  
ขั้นสูง: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ธารอักษร.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้น  
พื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ “แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้”*.  
กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สมบูรณ์ ชิตพงศ์. (ม.ป.ป.). *การวัดผลและประเมินผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สาราณุกรม  
ศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- สิริพร ทิพย์คง. (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522. ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์.  
กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.  
ถ่ายเอกสาร
- \_\_\_\_\_. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และระดับ  
มัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนา  
หนังสือ.
- \_\_\_\_\_. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.  
สุคนธ์ สินธพานนท์; และคณะ. (2551). พัฒนาทักษะการคิด-พิชิตการสอน. กรุงเทพฯ:  
ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- สุภัทตรา กุลยะ. (2551). ผลการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์แบบสืบ  
เสาะหาความรู้โดยครูใช้โมเดลรูปตัววีที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และ  
ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ขั้นบูรณาการของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา  
ปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ:  
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุวัฒน์ นิยมคำ. (2531). ทฤษฎีและทางปฏิบัติในการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้  
เล่ม 1 และ 2. กรุงเทพฯ: เจเนอรัลบุ๊คเซนเตอร์.
- สุวิทย์ คงภักดี. (2553). ผลของการสอนดาราศาสตร์แบบสืบเสาะโดยใช้นวัตกรรมแบบจำลอง  
ระบบโลก ดวงจันทร์ ดวงอาทิตย์ (EMS- Model). ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด.  
(วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
ถ่ายเอกสาร.
- สุวิทย์ คำมูล. (2547). กลยุทธ์-การสอนคิดแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ; และ อรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด.  
กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุรางคณา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการ  
เชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.  
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
ถ่ายเอกสาร.
- ไสว พักขาว. (2544). หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.
- อนันตนิจ โปธิ์ถาวร. (2547). ผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริง ที่มีต่อ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อม ในการเรียนรู้ของ  
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์).  
กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.



- อรพรรณ พรสีมา. (2543). *การคิด*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรจรรย์ ชูช่วยสุวรรณ. (2552). *การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.  
(การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคอง. (2547). *การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน ประมวล  
บทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*.  
กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- \_\_\_\_\_. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*.  
กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Anderson, K.B.; & Pingry, R.E. (1973). *Problem Solving in Mathematics: It's Theory  
and Practice*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of  
Mathematics.
- Barell, John. (2012). *How does it differ from the traditional approach?*. Retrieved  
February 25, 2012, from  
[http://www.thirteen.org/edonline/concept2class/inquiry/index\\_sub2.html](http://www.thirteen.org/edonline/concept2class/inquiry/index_sub2.html)
- Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping  
Children Think Mathematically*. New York: Merrill.
- Bell, F.H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics in Secondary School*.  
Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publisher.
- Benko, Palma. (2006). *Study of the development of students' ideas in probability*.  
Retrieved March 6, 2014, from  
<http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1147178781&sid=5&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&Vname=PQD>
- Carin, A.A. (1993). *Teaching Science through Discovery*. 7th ed. Macmillan Publishing  
Company.
- Charles, Randall.; & Frank K., Lester. (1982). *Teaching Problem Solving. What Why &  
How*. Dale Seymour Publications.
- Cruze, W.W. (1974). *Educational Psychology*. New York: The Ronald Press.
- Day, A.J. (1997). *Personal and industrial psychology*. New York: McGraw-Hill Book.

- Dossey, John A.; et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom ; A Contemporary Approach to Teaching Grade 7-12*. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.
- Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. 4th ed. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Gainsburg, Julie. (2007). *Real-world connections in secondary mathematics teaching. Dissertation*. Retrieved March 6, 2014, from <http://www.springerlink.com/content/lx36jh65500033l4/?p=4dbc516f60cb4d7fab44a9ca7391050d&pi=0>
- Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.
- Herberg, Frederick; Manusner, Bernard; & Snyderman, Babary Block. (1959). *The Motivation to work*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.
- Kaplan, R.M. (1965, May). Is it the Cognitive or the Behavioral Component Which Makes Cognitive Behavior Modification Affective in Test Anxiety. *Journal of Counseling Psychology*. 26(11): 371-377.
- Kennedy; & Tipps. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont, CA: Wadsworth Publishing.
- Krulik, Stephen; & Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Matthews, M. (1994). *Science Teaching: The Role of History and Philosophy of Science*. New York: Routledge.
- Moore, K. D.; & Cheri, Q. (1994). *Secondary Instructional Methods*. Wm. C. Brown: Communications.
- Morse, Nancy C. (1995). *Satisfaction in the White Collar Job*. Michigan: University of Michigan.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Auther.
- Polya, G. (1945). *Polya's Problem Solving Techniques*. Retrieved June 13, 2010, from <http://math.berkeley.edu/~gmelvin/math110sp14/polya.pdf>
- \_\_\_\_\_. (1980). *Year Book*. Virginia: The National Council of teacher of Teacher of Mathematics.

- \_\_\_\_\_. (1985). *How To Solve It*. New Jersey: Princeton University Press.
- Rauzen, S.A.; & Kaser. J.S. (1989). Assessing Science Learning in Elementary School: Why, What and How. *Phi Delta Kappan*. 70(9): 718-722.
- Reys, Suydam and Lindquist. (1995). *Helping Children Learn Mathematics*. 4th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Shaw, J.E.; & Wright, J.M. (1967). *Scale for the Measurement of Attitudes*. New York: McGraw-Hill.
- Skinner, B.F. (1972). *Beyond Freedom and Dignity*. New York: Alfred A. Knopf.
- Sund, R.B.; & L.W., Trowbridge. (1973). *Teaching Science by Inquiry in the Secondary School*. Ohio: Charles and Merrill Publishing, Co.
- Tafoya, E.D.; Sunal, W.; & Knecht. P. (1980). Assessing Inquiry Potential: A Tool for Curriculum Decision Making. *School Science and Mathematics*. 80(1): 43-48.
- Wallerstein, Harvey. (1971). *Dictionary of Psychology*. Mary land: penguin Book.
- Wolman, Benjamin B. (1973). *Dictionary of Behavioral Science*. Von Nostrand: Rein Company.



ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

### ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย
2. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย
3. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย
4. ค่าความยากง่าย ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย
5. ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย
6. ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ตาราง 13 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ  
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความเที่ยงตรง ของเนื้อหา (IOC)	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้
11	1	1	1	1	ใช้ได้
12	1	1	1	1	ใช้ได้
13	1	1	1	1	ใช้ได้
14	1	1	1	1	ใช้ได้
15	1	1	1	1	ใช้ได้
16	1	1	1	1	ใช้ได้
17	1	1	1	1	ใช้ได้
18	1	0	1	1	ใช้ได้
19	0	1	1	0.67	ใช้ได้
20	1	1	1	0.67	ใช้ได้
21	1	1	1	1	ใช้ได้
22	1	1	1	1	ใช้ได้
23	0	1	1	1	ใช้ได้
24	1	1	1	0.67	ใช้ได้
25	1	1	1	1	ใช้ได้
26	1	1	1	1	ใช้ได้
27	1	1	1	1	ใช้ได้

ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความเที่ยงตรง ของเนื้อหา (IOC)	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
28	1	1	1	1	ใช้ได้
29	1	1	1	1	ใช้ได้
30	1	1	1	1	ใช้ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย แบบปรนัย ข้อมีค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1 จึงได้แบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ

ตาราง 14 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความเที่ยงตรง ของเนื้อหา (IOC)	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย แบบอัตนัย ข้อมีค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 จึงได้แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

ตาราง 15 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ  
ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความเที่ยงตรง ของเนื้อหา (IOC)	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	0	1	1	0.67	ใช้ได้
6	0	1	1	0.67	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย แบบอัตนัย ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงของเนื้อหา (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1 จึงได้แบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ  
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.46	0.15	ใช้ไม่ได้
2	0.88	0.23	ใช้ไม่ได้
3	0.65	0.69	ใช้ได้
4	0.46	0.62	ใช้ได้
5	0.92	0.15	ใช้ไม่ได้
6	0.35	0.38	ใช้ได้
7	0.50	0.69	ใช้ได้
8	0.46	0.31	ใช้ได้
9	0.65	0.69	ใช้ได้
10	0.54	0.62	ใช้ได้



ตาราง 16 (ต่อ)

ข้อ	p	r	ผลการพิจารณา
11	0.62	0.62	ใช้ได้
12	0.73	0.23	ใช้ได้
13	0.42	0.23	ใช้ได้
14	0.50	0.38	ใช้ได้
15	0.58	0.54	ใช้ได้
16	0.50	0.69	ใช้ได้
17	0.81	0.23	ใช้ไม่ได้
18	0.69	0.31	ใช้ได้
19	0.69	0.31	ใช้ได้
20	0.73	0.23	ใช้ได้
21	0.65	0.38	ใช้ได้
22	0.69	0.15	ใช้ไม่ได้
23	0.62	0.31	ใช้ได้
24	0.54	0.15	ใช้ไม่ได้
25	0.62	0.31	ใช้ได้
26	0.65	0.69	ใช้ได้
27	0.65	0.54	ใช้ได้
28	0.58	0.38	ใช้ได้
29	0.54	0.46	ใช้ได้
30	0.81	0.23	ใช้ไม่ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย เฉพาะข้อมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.42 – 0.69 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.23 – 0.69 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ได้แก่ ข้อ 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 27, 28 และ 29

ตาราง 17 ค่า  $\sum x$  และ  $\sum x^2$  ของแบบทดสอบทั้งหมดที่ใช้ในการหาค่า  $S_t^2$  เพื่อใช้แทนค่า  
ในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย

คนที่	x	x <sup>2</sup>	คนที่	x	x <sup>2</sup>
1	9	81	27	7	49
2	16	256	28	7	49
3	10	100	29	10	100
4	10	100	30	18	324
5	9	81	31	9	81
6	17	289	32	9	81
7	17	289	33	11	121
8	14	196	34	8	64
9	20	400	35	6	36
10	19	361	36	13	169
11	18	324	37	11	121
12	8	64	38	6	36
13	14	196	39	13	169
14	19	361	40	12	144
15	7	49	41	10	100
16	10	100	42	7	49
17	10	100	43	5	25
18	9	81	44	16	256
19	13	169	45	12	144
20	9	81	46	10	100
21	10	100	47	9	81
22	13	169	48	12	144
23	12	144	49	9	81
24	10	100	50	12	144
25	5	25	51	20	400
26	9	81	52	12	144

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	x	x <sup>2</sup>	คนที่	x	x <sup>2</sup>
53	9	81	67	12	144
54	12	144	68	7	49
55	20	400	69	9	81
56	13	169	70	20	400
57	11	121	71	20	400
58	20	400	72	6	36
59	11	121	73	13	169
60	11	121	74	11	121
61	20	400	75	8	64
62	20	400	76	9	81
63	5	25	77	20	400
64	10	100	78	20	400
65	12	144	79	6	36
66	9	81	80	20	400
				$\sum x = 955$	$\sum x^2 = 12997$

ตาราง 18 ค่า p และ q ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	p	q	pq	ข้อ	p	q	pq
1	0.41	0.59	0.2423	11	0.54	0.46	0.2486
2	0.60	0.40	0.2400	12	0.66	0.34	0.2236
3	0.59	0.41	0.2423	13	0.65	0.35	0.2275
4	0.64	0.36	0.2311	14	0.63	0.38	0.2344
5	0.63	0.38	0.2344	15	0.65	0.35	0.2275
6	0.65	0.35	0.2275	16	0.63	0.38	0.2344
7	0.68	0.33	0.2194	17	0.64	0.36	0.2311
8	0.54	0.46	0.2486	18	0.55	0.45	0.2475
9	0.54	0.46	0.2486	19	0.58	0.43	0.2444
10	0.56	0.44	0.2461	20	0.60	0.40	0.2400
				$\sum pq = 4.7393$			

หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย โดยคำนวณจากสูตร KR-20 (Kuder-Richardson) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 197-199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum pq}{s_i^2} \right)$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	n	แทน	จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่งๆ นั่นคือสัดส่วนของคนทำถูกกับคนทั้งหมด
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1 - p$
	$S_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนั้น

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S) (Standard Deviation) ใช้สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 17 จะได้  $\sum x^2 = 12997$ ,  $\sum x = 955$  และ  $n = 80$

แทนค่า

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{\frac{80(12997) - 955^2}{80(80-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{127735}{6320}} \\
 S^2 &= \frac{127735}{6320} \\
 &= 20.2112 = S_t^2
 \end{aligned}$$

จากตาราง 18 จะได้  $n = 20$ ,  $\sum pq = 4.7393$  และ  $S_t^2 = 20.21$

แทนค่า

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{20}{19} \left( 1 - \frac{4.7393}{20.2112} \right) \\
 &= 0.81
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัย เรื่อง ความคล้าย เท่ากับ 0.81

ตาราง 19 ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	ผลรวม คะแนน กลุ่มเก่ง ( $S_U$ )	ผลรวม คะแนน กลุ่มอ่อน ( $S_L$ )	คะแนน สูงสุด ( $X_{max}$ )	คะแนน ต่ำสุด ( $X_{min}$ )	$P_E$	D	ผลการ พิจารณา
1	125	59	10	1	0.68	0.56	ใช้ได้
2	130	72	10	0	0.78	0.45	ใช้ได้
3	127	72	10	1	0.74	0.47	ใช้ได้
4	123	50	10	0	0.67	0.70	ใช้ได้

จากตาราง 19 การคำนวณหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D)  
คำนวณจากสูตร (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199–200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	$P_E$	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

และสูตร (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ข้อ 1 จากตาราง 19 จะได้  $S_U = 125$  ,  $S_L = 59$  ,  $X_{\max} = 10$  ,  $X_{\min} = 1$  และ  $N = 13$

$$\text{แทนค่า} \quad P_E = \frac{125 + 59 - 2(13)(1)}{2(13)(10 - 1)}$$

$$= \frac{158}{234}$$

$$= 0.68$$

$$\text{และ แทนค่า} \quad D = \frac{125 - 59}{13(10 - 1)}$$

$$= \frac{66}{117}$$

$$= 0.56$$

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.67 – 0.68 ซึ่งมีค่าความยากง่ายพอเหมาะ และมีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.56 – 0.70 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 2 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1 และ 4

ตาราง 20 ค่า  $\sum x$  และ  $\sum x^2$  ของแบบทดสอบแต่ละข้อที่ใช้ในการหาค่า  $S^2$  เพื่อใช้แทนค่า

ในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ (เดิม)	ข้อ (ใหม่)	$\sum x$	$\sum x^2$	$S^2$
1	1	573	4351	3.1252
4	2	281	1279	3.6960

$$\underline{\underline{\sum S^2 = 6.8212}}$$

ตาราง 21 ค่า  $\sum x$  และ  $\sum x^2$  ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $S_t^2$  เพื่อใช้แทนค่า  
ในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

คนที่	x	$x^2$	คนที่	x	$x^2$
1	18	324	16	6	36
2	17	289	17	7	49
3	10	100	18	8	64
4	12	144	19	10	100
5	18	324	20	10	100
6	15	225	21	13	169
7	13	169	22	12	144
8	15	225	23	16	256
9	10	100	24	12	144
10	8	64	25	9	81
11	7	49	26	9	81
12	9	81	27	9	81
13	11	121	28	8	64
14	7	49	29	10	100
15	8	64	30	6	36

ตาราง 21 (ต่อ)



คนที่	x	x <sup>2</sup>	คนที่	x	x <sup>2</sup>
31	7	49	56	12	144
32	8	64	57	12	144
33	11	121	58	11	121
34	12	144	59	8	64
35	8	64	60	7	49
36	20	400	61	11	121
37	8	64	62	20	400
38	6	36	63	12	144
39	7	49	64	10	100
40	12	144	65	10	100
41	5	25	66	6	36
42	6	36	67	10	100
43	11	121	68	12	144
44	13	169	69	14	196
45	11	121	70	14	196
46	11	121	71	13	169
47	12	144	72	12	144
48	13	169	73	10	100
49	12	144	74	6	36
50	13	169	75	10	100
51	20	400	76	13	169
52	8	64	77	7	49
53	10	100	78	6	36
54	12	144	79	9	81
55	11	121	80	9	81
				$\sum x =$	$\sum x^2 = 10040$
				854	

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบัค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum S^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$S^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$S_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

และ

$$S_t^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	$S_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกตัวอย่างกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนคน

จากตาราง 21 จะได้  $\sum x = 854$  ,  $\sum x^2 = 10040$  และ  $N = 80$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad S_t^2 &= \frac{80(10040) - 854^2}{80(80-1)} \\ &= 11.6905 \end{aligned}$$

จากตาราง 20 จะได้  $\sum S^2 = 6.8212$  ,  $S_t^2 = 11.6905$  และ  $n = 2$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad \alpha &= \frac{2}{2-1} \left( 1 - \frac{6.8212}{11.6905} \right) \\ &= 0.83 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย เท่ากับ 0.83

ตาราง 22 ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ	ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่ง ( $S_U$ )	ผลรวมคะแนนกลุ่มอ่อน ( $S_L$ )	คะแนนสูงสุด ( $X_{max}$ )	คะแนนต่ำสุด ( $X_{min}$ )	$P_E$	$D$	ผลการพิจารณา
1	40	26	4	2	0.27	0.54	ใช้ได้
2	52	29	4	2	0.56	0.88	ใช้ได้
3	49	26	4	2	0.44	0.88	ใช้ได้
4	52	31	4	2	0.60	0.81	ใช้ได้
5	52	34	4	1	0.77	0.46	ใช้ได้
6	43	22	4	1	0.50	0.54	ใช้ได้
7	52	36	4	2	0.69	0.62	ใช้ได้
8	52	33	4	2	0.63	0.73	ใช้ได้

จากตาราง 22 การคำนวณหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199–200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	$P_E$	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

และสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ข้อ 1 จากตาราง 22 จะได้  $S_U = 40$  ,  $S_L = 26$  ,  $X_{\max} = 4$  ,  $X_{\min} = 2$  และ  $N = 13$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad P_E &= \frac{40 + 26 - 2(13)(2)}{2(13)(4 - 2)} \\ &= \frac{158}{234} \\ &= 0.27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad \text{แทนค่า} \quad D &= \frac{40 - 26}{13(4 - 2)} \\ &= \frac{14}{26} \\ &= 0.54 \end{aligned}$$

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.44 – 0.63 ซึ่งมีค่าความยากง่ายพอเหมาะ และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.54 – 0.88 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ ได้แก่ ข้อ 2, 3, 4, 6 และ 8

ตาราง 23 ค่า  $\sum x$  และ  $\sum x^2$  ของแบบทดสอบแต่ละข้อที่ใช้ในการหาค่า  $s^2$  เพื่อใช้แทนค่า  
ในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

ข้อ (เดิม)	ข้อ (ใหม่)	$\sum x$	$\sum x^2$	$s^2$
2	1	211	653	1.2214
3	2	175	489	1.3441
4	3	228	748	1.2430
6	4	181	527	1.4872
8	5	239	801	1.1011

$$\sum s^2 = 6.3968$$

ตาราง 24 ค่า  $\sum x$  และ  $\sum x^2$  ของแบบทดสอบทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $s_t^2$  เพื่อใช้แทนค่า  
ในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย

คนที่	x	$x^2$	คนที่	x	$x^2$
1	20	400	14	9	81
2	13	169	15	11	121
3	18	324	16	10	100
4	16	256	17	18	324
5	12	144	18	7	49
6	18	324	19	3	9
7	13	169	20	17	289
8	9	81	21	8	64
9	12	144	22	17	289
10	18	324	23	8	64
11	11	121	24	10	100
12	5	25	25	19	361
13	15	225	26	7	49

ตาราง 24 (ต่อ)

คนที่	x	x <sup>2</sup>	คนที่	x	x <sup>2</sup>
27	16	256	54	17	289
28	14	196	55	10	100
29	6	36	56	19	361
30	14	196	57	3	9
31	19	361	58	15	225
32	9	81	59	16	256
33	5	25	60	18	324
34	16	256	61	11	121
35	12	144	62	16	256
36	5	25	63	15	225
37	9	81	64	6	36
38	18	324	65	16	256
39	4	16	66	18	324
40	15	225	67	18	324
41	15	225	68	8	64
42	15	225	69	16	256
43	13	169	70	11	121
44	17	289	71	15	225
45	14	196	72	16	256
46	3	9	73	18	324
47	15	225	74	2	4
48	8	64	75	15	225
49	9	81	76	14	196
50	18	324	77	18	324
51	7	49	78	12	144
52	15	225	79	18	324
53	16	256	80	14	196
				$\sum x = 1026$	$\sum x^2 = 14930$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum S^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$S^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$S_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

และ

$$S_t^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	$S_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกตัวอย่างกำลังสอง
	$N$	แทน	จำนวนคน

จากตาราง 24 จะได้  $\sum x = 1026$  ,  $\sum x^2 = 14930$  และ  $N = 80$

แทนค่า	$S_t^2 = \frac{80(14930) - 1026^2}{80(80-1)}$ $= \frac{141724}{6320}$ $= 22.4247$
--------	---

จากตาราง 23 จะได้  $\sum S^2 = 6.3968$  ,  $S_t^2 = 22.4247$  และ  $n = 5$

$$\begin{aligned}\text{แทนค่า} \quad \alpha &= \frac{5}{5-1} \left( 1 - \frac{6.3968}{22.4247} \right) \\ &= 0.89\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง ความคล้าย เท่ากับ 0.89







## ภาคผนวก ข

### คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

1. คะแนนระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยใช้สูตร  $E_1/E_2$
2. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย
3. คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย

ตาราง 25 คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการ  
การเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 1 รูปเรขาคณิต  
ที่คล้ายกัน

คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (10 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (8 คะแนน)	คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (10 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (8 คะแนน)
1	8	7	16	9	7
2	8	7	17	10	8
3	8	7	18	8	7
4	10	8	19	8	6
5	8	6	20	8	6
6	9	7	21	8	6
7	9	7	22	9	7
8	8	7	23	7	6
9	10	8	24	8	6
10	10	8	25	9	7
11	9	7	26	7	6
12	9	8	27	8	6
13	10	8	28	8	6
14	9	7	29	9	7
15	9	8	30	9	7
				$\sum X = 259$	$\sum Y = 208$

หาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ได้จากสูตร ( $E_1/E_2$ ) (เลิศ อานันท์นะ; และ  
คนอื่นๆ. 2537: ออนไลน์) ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$\sum x$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$A$  แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum Y}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum Y$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$B$  แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

จากตาราง 25 จะได้  $\sum x = 259$  ,  $N = 30$  และ  $A = 10$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad E_1 &= \frac{259}{10} \times 100 \\ &= 86.33 \end{aligned}$$

จากตาราง 25 จะได้  $\sum Y = 208$  ,  $N = 30$  และ  $B = 8$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad E_2 &= \frac{208}{8} \times 100 \\ &= 86.67 \end{aligned}$$

ดังนั้นกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 86.33/86.67

ตาราง 26 คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัดการ  
การเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 2 รูปสามเหลี่ยม  
ที่คล้ายกัน

คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (14 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (24 คะแนน)	คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (14 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (24 คะแนน)
1	11	19	16	12	22
2	11	21	17	14	21
3	12	22	18	12	21
4	13	22	19	13	20
5	12	20	20	13	21
6	12	21	21	12	18
7	11	21	22	12	19
8	10	21	23	11	18
9	13	21	24	10	19
10	13	22	25	11	21
11	12	21	26	10	19
12	11	22	27	12	21
13	11	23	28	12	18
14	11	21	29	11	19
15	11	23	30	12	19
				$\sum X = 351$	$\sum Y = 616$

หาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ได้จากสูตร ( $E_1/E_2$ ) (เลิศ อานันท์นะ;  
และคนอื่นๆ. 2537: ออนไลน์) ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$\sum x$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$A$  แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum Y}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum Y$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$B$  แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

จากตาราง 26 จะได้  $\sum x = 351$  ,  $N = 30$  และ  $A = 14$

$$\text{แทนค่า} \quad E_1 = \frac{351}{14} \times 100$$

$$= 83.57$$

จากตาราง 26 จะได้  $\sum Y = 616$  ,  $N = 30$  และ  $B = 24$

$$\text{แทนค่า} \quad E_2 = \frac{616}{24} \times 100$$

$$= 85.56$$

ดังนั้นกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย  
หน่วยที่ 2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 83.57/85.56

ตาราง 27 คะแนนระหว่างเรียนและหลังเรียน เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการจัด  
การเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 3 การนำไปใช้

คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (110 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (40 คะแนน)	คนที่	คะแนน ระหว่างเรียน (X) (110 คะแนน)	คะแนน หลังเรียน (Y) (40 คะแนน)
1	87	32	16	94	35
2	90	34	17	84	34
3	99	36	18	84	33
4	89	32	19	103	38
5	98	34	20	80	31
6	99	35	21	86	32
7	86	32	22	86	33
8	103	34	23	90	35
9	95	32	24	92	35
10	87	32	25	89	35
11	86	33	26	86	31
12	102	36	27	86	33
13	89	31	28	82	31
14	93	35	29	89	33
15	89	33	30	83	30
				$\sum X = 2706$	$\sum Y = 1000$

หาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 3 การนำไปใช้ ได้จากสูตร ( $E_1/E_2$ ) (เลิศ อานันท์นะ; และคนอื่นๆ.  
2537: ออนไลน์) ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$\sum x$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$A$  แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum Y}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum Y$  แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$B$  แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

จากตาราง 27 จะได้  $\sum x = 2706$  ,  $N = 30$  และ  $A = 110$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad E_1 &= \frac{2706}{110} \times 100 \\ &= 82.00 \end{aligned}$$

จากตาราง 27 จะได้  $\sum Y = 1000$  ,  $N = 30$  และ  $B = 40$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad E_2 &= \frac{1000}{40} \times 100 \\ &= 83.33 \end{aligned}$$

ดังนั้นกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย หน่วยที่ 3 การนำไปใช้ มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 82.00/83.33

ตาราง 28 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้  
ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย

คนที่	$X_1$	$X_2$	$X_2^2$	D	$D^2$
1	7	30	900	23	529
2	6	29	841	23	529
3	12	32	1024	20	400
4	17	38	1444	21	441
5	10	28	784	18	324
6	12	32	1024	20	400
7	7	29	841	22	484
8	15	35	1225	20	400
9	15	35	1225	20	400
10	14	34	1156	20	400
11	19	40	1600	21	441
12	17	38	1444	21	441
13	9	30	900	21	441
14	14	35	1225	21	441
15	16	38	1444	22	484
16	8	30	900	22	484
17	13	33	1089	20	400
18	14	33	1089	19	361
19	10	30	900	20	400
20	17	36	1296	19	361
21	17	37	1369	20	400
22	18	37	1369	19	361
23	15	36	1296	21	441
24	15	34	1156	19	361
25	14	33	1089	19	361



ตาราง 28 (ต่อ)

คนที่	$x_1$	$x_2$	$x_2^2$	D	$D^2$
26	12	31	961	19	361
27	16	35	1225	19	361
28	12	33	1089	21	441
29	12	31	961	19	361
30	11	32	1024	21	441
31	14	35	1225	21	441
32	10	31	961	21	441
33	13	32	1024	19	361
34	14	35	1225	21	441
35	11	32	1024	21	441
รวม		1169	39349	713	14575

เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยคำนวณจากสูตร t-test for Dependent Samples (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = N - 1$$

เมื่อ  $\sum D$  แทน ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

$\sum D^2$  แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 28 จะได้  $\sum D = 713$  ,  $\sum D^2 = 14575$  และ  $n = 35$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad t &= \frac{713}{\sqrt{\frac{35(14575) - 713^2}{35 - 1}}} \\ &= \frac{713}{\sqrt{51.6471}} \\ &= 99.21 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.44 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 35 - 1 = 34$ )

เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยคำนวณจากสูตร t-test for One Sample (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
	$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 70)
	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

หาค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 33)

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum x}{N} \\ \text{แทนค่า} \quad &= \frac{1169}{35} \\ &= 33.40 \end{aligned}$$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

แทนค่า

$$= \sqrt{\frac{35(39349) - 1169^2}{35(35-1)}}$$

$$= 2.99$$

จาก  $\bar{X} = 33.40$ ,  $S = 2.99$ ,  $\mu_0 = 28$  และ  $n = 35$

แทนค่า

$$t = \frac{33.40 - 28}{\frac{2.99}{\sqrt{35}}}$$

$$= \frac{5.40}{0.5054}$$

$$= 10.69$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.44 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 35 - 1 = 34$ )

ตาราง 29 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้  
ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย

คนที่	$X_1$	$X_2$	$X_2^2$	D	$D^2$
1	2	14	196	12	144
2	2	16	256	14	196
3	5	16	256	11	121
4	7	17	289	10	100
5	5	15	225	10	100
6	6	16	256	10	100
7	3	14	196	11	121
8	2	14	196	12	144
9	7	17	289	10	100
10	4	15	225	11	121
11	7	18	324	11	121
12	3	14	196	11	121
13	3	14	196	11	121
14	7	17	289	10	100
15	7	19	361	12	144
16	4	16	256	12	144
17	6	17	289	11	121
18	1	14	196	13	169
19	3	14	196	11	121
20	6	17	289	11	121
21	9	20	400	11	121
22	8	19	361	11	121
23	6	16	256	10	100
24	8	18	324	10	100
25	8	18	324	10	100

ตาราง 29 (ต่อ)

คนที่	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub> <sup>2</sup>	D	D <sup>2</sup>
26	4	14	196	10	100
27	3	15	225	12	144
28	4	14	196	10	100
29	3	14	196	11	121
30	2	14	196	12	144
31	5	15	225	10	100
32	2	14	196	12	144
33	6	16	256	10	100
34	3	15	225	12	144
35	3	14	196	11	121
รวม		550	8748	386	4290

เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย โดยคำนวณจากสูตร สูตร t-test for Dependent Samples (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \text{ df} = N - 1$$

เมื่อ  $\sum D$  แทน ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

$\sum D^2$  แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนทดสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 29 จะได้  $\sum D = 386$  ,  $\sum D^2 = 4290$  และ  $n = 35$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad t &= \frac{386}{\sqrt{\frac{35(4290) - 386^2}{35 - 1}}} \\ &= \frac{386}{\sqrt{33.9412}} \\ &= 66.26 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.44 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 35 - 1 = 34$ )

เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยคำนวณจากสูตร t-test for One Sample (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
	$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 70)
	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

หาค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

แทนค่า

$$= \frac{550}{35}$$

$$= 15.71$$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทาง  
คณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง ความคล้าย จาก  
สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$SD = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

แทนค่า

$$= \sqrt{\frac{35(8748) - 550^2}{35(35-1)}}$$

$$= 1.76$$

จาก  $\bar{X} = 15.71$  ,  $S = 1.76$  ,  $\mu = 14$  และ  $n = 35$

แทนค่า

$$t = \frac{15.71 - 14}{\frac{1.76}{\sqrt{35}}}$$

$$= \frac{1.71}{0.2975}$$

$$= 5.75$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.44 ที่ระดับ  
นัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 35 - 1 = 34$ )



ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้  
เรื่อง ความคล้าย



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 23101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ความคล้าย (รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน)

จำนวน 2 คาบ

\*\*\*\*\*

### 1. มาตรฐานการเรียนรู้

**มาตรฐานการเรียนรู้ : ค 3.2** ใช้การนิกภาพ (visualization) ให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด : ค 3.2 ม.3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

**มาตรฐานการเรียนรู้ : ค 6.1** มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 2.1 ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

2.1.1 อธิบายบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันได้

2.1.2 บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตคู่ใดคล้ายกัน

#### 2.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

2.2.1 วิเคราะห์ได้ว่ารูปหลายเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน

2.2.2 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

2.2.3 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

2.2.4 เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

### 2.3 ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน

- 2.3.1 มีความรับผิดชอบ
- 2.3.2 มีระเบียบวินัย
- 2.3.3 ทำงานอย่างเป็นระบบ

### 3. สาระสำคัญ

ผู้เรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน โดยการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้สามารถนำความรู้เรื่องรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันไปประยุกต์ใช้กับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้ โดยวิธีการเรียนรู้ด้วยรูปแบบวงจรการเรียนรู้ 5E

### 4. สาระการเรียนรู้

#### รูปที่คล้ายกัน

รูปที่คล้ายกัน คือ รูปที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่ขนาดต่างกัน เช่น ตึกตาดูของรัสเซีย งานชุดเดียวกันแต่ขนาดต่างกัน เป็นต้น หรือรูปที่มีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบ หรือต่างจากรูปต้นแบบ นั่นคือ รูปที่เกิดจากการย่อหรือขยายจากการถ่ายเอกสาร

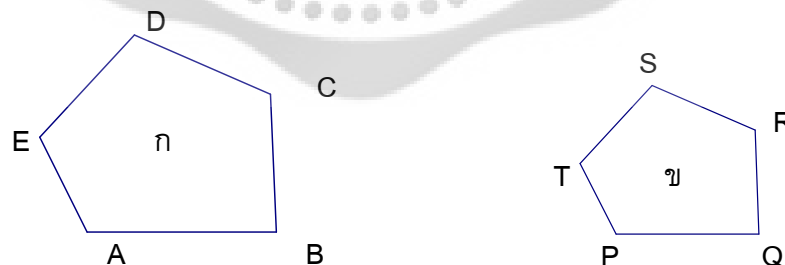
**บทนิยาม :** รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

และ 

2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

\* รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน เช่น รูป ก คล้ายกับรูป ข ดังรูป



รูป ABCDE คล้ายกับ รูป PQRST เขียนแทนด้วย รูป ABCDE  $\sim$  รูป PQRST

หมายถึง

1. มุมคู่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ตามลำดับ คือ

$$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R}, \hat{D} = \hat{S} \text{ และ } \hat{E} = \hat{T}$$

2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DE}{ST} = \frac{EA}{TP}$$

## 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

5.1 ความสามารถในการสื่อสาร

5.2 ความสามารถในการคิด

## 6. ความเข้าใจที่คงทน (Enduring Understanding)

นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

## 7. ชิ้นงานหรือภาระงาน

- สร้างภาพเหมือนในกระดาษ 100 ปอนด์ ขนาด A4

## 8. คำถามท้าทาย

นักเรียนคิดว่า

- นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมีความยาวแต่ละด้านเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

- นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

## 9. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) (10 นาที)

1) ครูให้นักเรียนสังเกตภาพตัวอย่างที่มีขนาดแตกต่างกัน แต่มีรูปร่างลักษณะเหมือนกันดังนี้



ครูถามนักเรียนว่า เมื่อพิจารณาภาพที่กำหนดให้ นักเรียนคิดว่าภาพมีลักษณะเหมือนหรือต่างกัน อย่างไร (แนวการตอบ เป็นรูปหมีแพนด้าเหมือนกัน มีรูปร่างเหมือนกัน แต่มีขนาดแตกต่างกัน)

2) ครูนำชุดจานชาม บีกเกอร์ที่มีขนาดแตกต่างกัน แล้วให้นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบความเหมือนหรือความแตกต่าง พร้อมทั้งถามนักเรียนว่า ชุดจาน หรือบีกเกอร์ที่มีขนาดแตกต่างกัน นักเรียนคิดว่าแต่ละใบมีสิ่งใดที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันบ้าง (แนวการตอบ ชุดจาน และบีกเกอร์ มีสีและลวดลายเหมือนกัน แต่ต่างกันในขนาด)

### ขั้นที่ 2 สำรวจและค้นหา (Exploration) (35 นาที)

1) ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน และแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ใครคล้ายกัน !!  
2) ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นก่อนทำกิจกรรม โดยครูถามคำถามก่อนทำกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมีความยาวแต่ละด้านเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

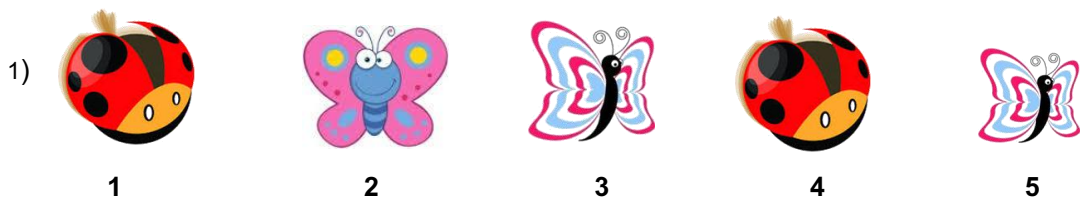
2.2) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3) ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ใครคล้ายกัน !!

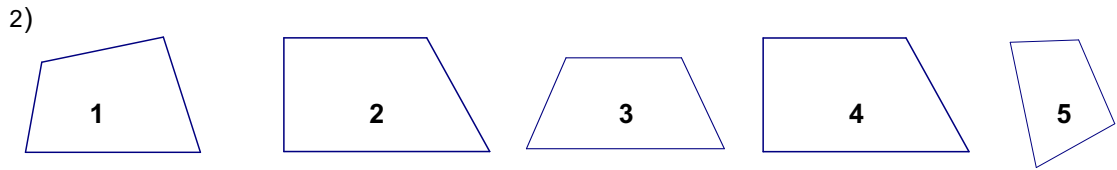
### ขั้นที่ 3 อธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) (25 นาที)

1) ครูสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเขียนผลการทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ใครคล้ายกัน !! ที่กระดานหน้าห้องเรียน ดังนี้

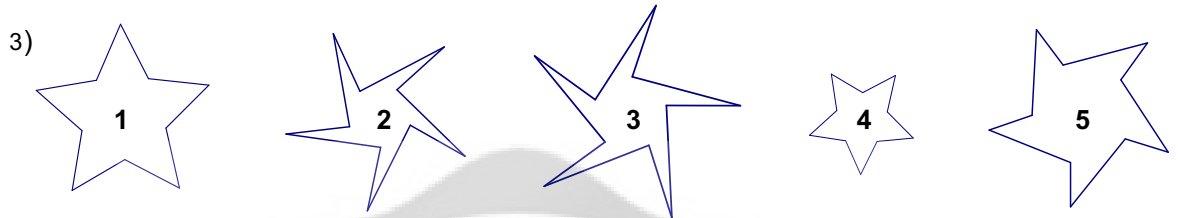
ตอนที่ 1 รูปเรขาคณิตในแต่ละข้อต่อไปนี้ คู่ใดเป็นรูปที่คล้ายกัน



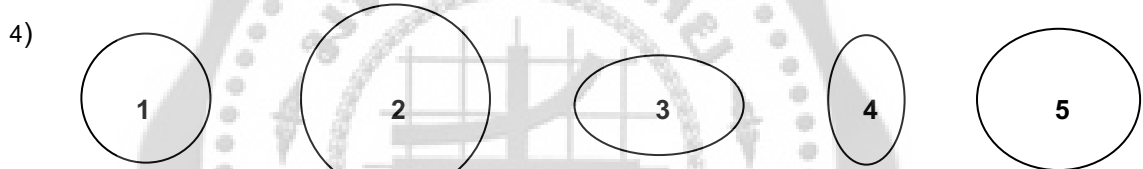
ตอบ    รูปที่ 1 และ 4 , รูปที่ 3 และ 5



ตอบ รูปที่ 1 และ 5 , รูปที่ 2 และ 4



ตอบ รูปที่ 1 และ 4 , รูปที่ 2 และ 3



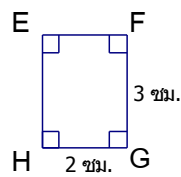
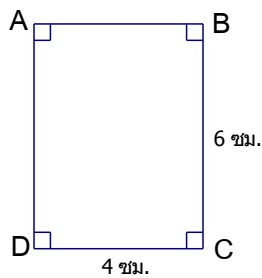
ตอบ รูปที่ 1 และ 2 , รูปที่ 3 และ 4



ตอบ รูปที่ 1 และ 5 , รูปที่ 2 และ 4

ตอนที่ 2

1) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD และรูปสี่เหลี่ยม EFGH ดังรูป



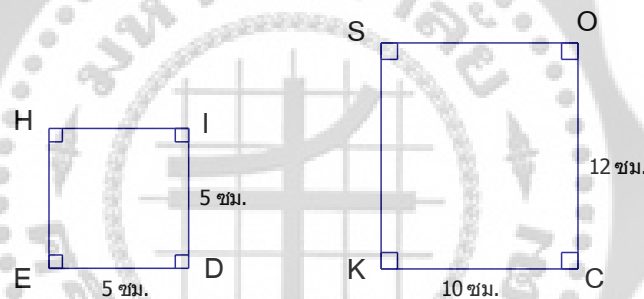
มุมที่สมนัยกันจะต้อง  
มีด้านที่สมนัยกัน  
เป็นแขนของมุม



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{A}$  กับ  $\hat{E}$ ,  $\hat{B}$  กับ  $\hat{I}$ ,  $\hat{C}$  กับ  $\hat{G}$  และ  $\hat{D}$  กับ  $\hat{H}$
- 1.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{A} = \hat{E}$ ,  $\hat{B} = \hat{I}$ ,  $\hat{C} = \hat{G}$  และ  $\hat{D} = \hat{H}$
- 1.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\overline{AB}$  กับ  $\overline{EF}$ ,  $\overline{BC}$  กับ  $\overline{FG}$ ,  $\overline{CD}$  กับ  $\overline{GH}$  และ  $\overline{DA}$  กับ  $\overline{HE}$
- 1.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{AB}{EF}$ ,  $\frac{BC}{FG}$ ,  $\frac{CD}{GH}$  และ  $\frac{DA}{HE}$
- 1.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 1.4)  $\frac{AB}{EF} = \frac{4}{2} = 2$ ,  $\frac{BC}{FG} = \frac{6}{3} = 2$ ,  
 $\frac{CD}{GH} = \frac{4}{2} = 2$  และ  $\frac{DA}{HE} = \frac{6}{3} = 2$

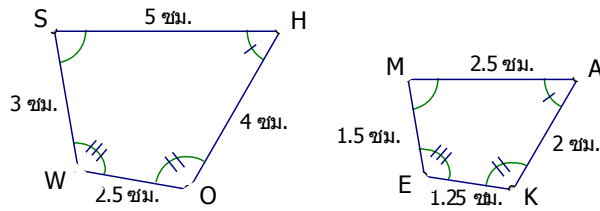
2) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม HIDE และรูปสี่เหลี่ยม SOCK ดังรูป



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 2.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{H}$  กับ  $\hat{S}$ ,  $\hat{I}$  กับ  $\hat{O}$ ,  $\hat{D}$  กับ  $\hat{C}$  และ  $\hat{E}$  กับ  $\hat{K}$
- 2.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{H} = \hat{S}$ ,  $\hat{I} = \hat{O}$ ,  $\hat{D} = \hat{C}$  และ  $\hat{E} = \hat{K}$
- 2.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\overline{HI}$  กับ  $\overline{SO}$ ,  $\overline{ID}$  กับ  $\overline{OC}$ ,  $\overline{DE}$  กับ  $\overline{CK}$  และ  $\overline{EH}$  กับ  $\overline{KS}$
- 2.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{HI}{SO}$ ,  $\frac{ID}{OC}$ ,  $\frac{DE}{CK}$  และ  $\frac{EH}{KS}$
- 2.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 2.4)  $\frac{HI}{SO} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{ID}{OC} = \frac{5}{12}$ ,  
 $\frac{DE}{CK} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  และ  $\frac{EH}{KS} = \frac{5}{12}$

3) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม SHOW และรูปสี่เหลี่ยม MAKE ดังรูป



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{S}$  กับ  $\hat{M}$ ,  $\hat{H}$  กับ  $\hat{A}$ ,  $\hat{O}$  กับ  $\hat{K}$  และ  $\hat{W}$  กับ  $\hat{E}$

3.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{S} = \hat{M}$ ,  $\hat{H} = \hat{A}$ ,  $\hat{O} = \hat{K}$  และ  $\hat{W} = \hat{E}$

3.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\overline{SH}$  กับ  $\overline{MA}$ ,  $\overline{HO}$  กับ  $\overline{AK}$ ,  $\overline{OW}$  กับ  $\overline{KE}$  และ  $\overline{WS}$  กับ  $\overline{EM}$

3.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{SH}{MA}$ ,  $\frac{HO}{AK}$ ,  $\frac{OW}{KE}$  และ  $\frac{KS}{EM}$

3.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 3.4)  $\frac{SH}{MA} = \frac{5}{2.5} = 2$ ,  $\frac{HO}{AK} = \frac{4}{2} = 2$ ,  $\frac{OW}{KE} = \frac{2.5}{1.25} = 2$  และ  $\frac{KS}{EM} = \frac{3}{1.5} = 2$

2) ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับผลการทำกิจกรรม โดยครูใช้คำถามหลังกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1) ในข้อที่ 1.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ได้  
(ถ้าเขียนได้) เช่น  $\hat{A}$  กับ  $\hat{H}$ ,  $\hat{B}$  กับ  $\hat{G}$ ,  $\hat{C}$  กับ  $\hat{F}$  และ  $\hat{D}$  กับ  $\hat{E}$

2.2) ในข้อที่ 2.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ได้  
(ถ้าเขียนได้) เช่น  $\hat{H}$  กับ  $\hat{K}$ ,  $\hat{I}$  กับ  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$  กับ  $\hat{O}$  และ  $\hat{E}$  กับ  $\hat{S}$

2.3) ในข้อที่ 3.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ไม่ได้

2.4) นักเรียนคิดว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปหลายเหลี่ยมสอง

รูปนั้นมี 1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

และ 2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่

เท่ากัน

2.5) รูปสี่เหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปที่คล้ายกัน ข้อที่ 1 และ 3

3) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ตามประเด็นดังนี้ ด้วยการใช้การเรียนรู้แบบ

ร่วมมือ (think – pair – share)

3.1) ถ้าขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ แล้วรูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

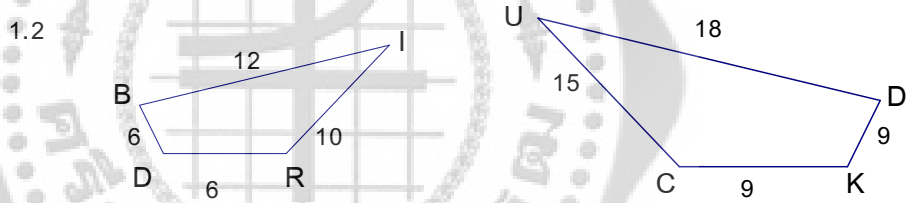
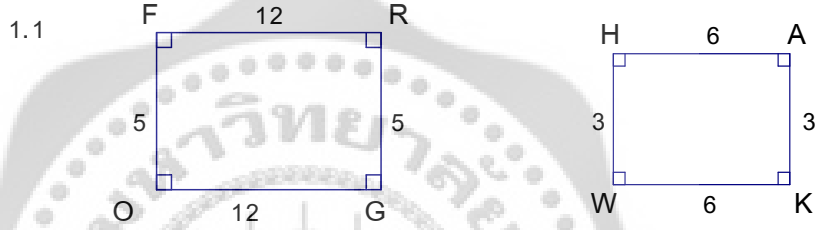
3.2) ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.3) รูปหลายเหลี่ยมคล้ายกัน เมื่อใด

**ขั้นที่ 4 ขยายความรู้ (Elaboration) (20 นาที)**

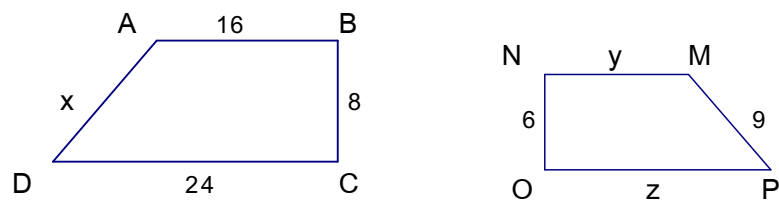
1) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม จำนวน 3 ข้อ ดังนี้

1. จากรูป รูปสี่เหลี่ยมในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด



2. จากรูป กำหนดให้รูป  $\square$  ABCD คล้ายกับรูป  $\square$  MNOP จงหา

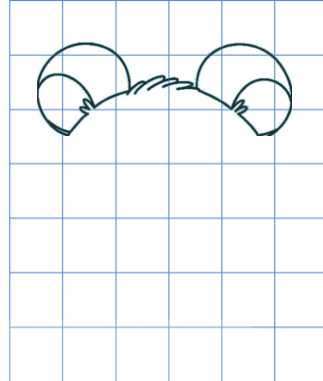
- 2.1 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน
- 2.2 ค่า  $x$  ,  $y$  และ  $z$
- 2.3 ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป
- 2.4 อัตราส่วนของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป



พร้อมทั้งให้นักเรียนสร้างข้อสอบอัตนัยคนละ 1 ข้อ เกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกัน



2) ครูให้นักเรียนสร้างภาพเหมือนที่เกิดจากการย่อหรือขยายรูปภาพที่ชื่นชอบ โดยวาดในกระดาษ 100 ปอนด์ ขนาด A4 ส่งในสัปดาห์หน้า ดังตัวอย่าง



นำรูปภาพ (รูปต้นแบบ) ที่ต้องการวาดมา  
หนึ่งรูป แล้วตีตารางจัตุรัสขนาดพอสมควร  
บนรูปนั้น

ตีตารางจัตุรัสเป็นตารางย่อ หรือตารางขยายตามที่  
ต้องการ แล้วลากเส้นเลียนแบบไปตามรูปต้นแบบ โดย  
พิจารณารูปร่างในแต่ละช่องตารางให้คล้ายกันกับรูปร่าง  
ของรูปต้นแบบ

### ขั้นที่ 5 ประเมินผล (Evaluation) (10 นาที)

ครูประเมินการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนี้

1) สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะเข้าร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม การทำ  
กิจกรรม และสังเกตการตอบคำถามในใบกิจกรรม

2) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (QUIZ) จำนวน 2 ข้อ ดังนี้

- ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุ  
ใด

(แนวการตอบ คล้ายกัน เพราะมุมแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาดมุมแต่  
ละมุมเท่ากับ 60 องศา ทำให้มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทั้งสามคู่ และมีด้านทั้งสามด้าน  
ยาวเท่ากัน ทำให้อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน)

2.) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(แนวการตอบ คล้ายกัน เพราะมุมแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีขนาด 90 องศา  
ทำให้มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทั้งสี่คู่ และมีด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน ทำให้อัตราส่วนของ  
ความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน)

## 10. การจัดบรรยากาศเชิงบวก

นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการถามหรือตอบคำถาม ได้ฝึกกระบวนการให้เหตุผล (ในการตอบคำถาม) ได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เกิดจากความเข้าใจของตนเอง และรู้จักการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาที่เรียนให้เข้ากับชีวิตประจำวัน และเนื้อหาวิชาอื่น

## 11. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

### 11.1 สื่อการเรียนรู้

- 11.1.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1
- 11.1.2 ภาพรูปที่คล้ายกัน ได้แก่ รูปหมีแพนด้า
- 11.1.3 ชุดจานชาม ปีกเกอร์ที่มีขนาดแตกต่างกัน
- 11.1.4 ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ไครคล้ายกัน !!
- 11.1.5 แบบฝึกหัดเพิ่มเติม จำนวน 3 ข้อ
- 11.1.6 แบบทดสอบย่อย (QUIZ) จำนวน 2 ข้อ

### 11.2 แหล่งการเรียนรู้

- 11.2.1 ห้องสมุด
- 11.2.2 <http://www.youtube.com/watch?v=vHkjU-YSHz4>

## 12. การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>1. ด้านความรู้ (K)</b> - อธิบายบทนิยามของรูป-หลายเหลี่ยมที่คล้ายกันได้ - บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตคู่ใดคล้ายกัน	ประเมินพฤติกรรม โดยการซักถาม และ การตอบคำถาม จากใบกิจกรรม	คำถาม และ ใบกิจกรรม	ทำถูกต้อง ร้อยละ 80 ขึ้นไป
<b>2. ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)</b> - วิเคราะห์ได้ว่ารูปหลายเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน - ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ - แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ - เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้	ประเมินพฤติกรรม โดยการสังเกต การซักถาม และ การตอบคำถามจาก ใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติม และแบบทดสอบย่อย (QUIZ)	ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด เพิ่มเติม และ แบบทดสอบ ย่อย (QUIZ)	ทำถูกต้อง ร้อยละ 80 ขึ้นไป
<b>3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)</b> - มีความรับผิดชอบในการทำงาน - มีระเบียบวินัย - ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้	สังเกตจากการร่วม กิจกรรมการเรียนรู้	แบบประเมิน พฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ ในระดับดี

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านต่าง ๆ

## ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

	คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ความเข้าใจ ปัญหา	2	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบทั้งหมด
	1	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบถูกต้องบางส่วน
	0	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบไม่ถูกต้อง
การวางแผน	2	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยค คณิตศาสตร์ถูกต้อง
	1	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบถูก แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ ถูกต้อง
	0	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
ดำเนินการ ตามแผน	4	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจนหรือสมบูรณ์และมี แนวทางที่ถูกต้อง ครบถ้วน
	3	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อพอให้เข้าใจได้ครบถ้วน และมีแนวทางที่ถูกต้อง
	2	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อให้เข้าใจได้บางส่วน แต่มีแนวทางที่ถูกต้อง
	1	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อให้เข้าใจได้บางส่วน และมีแนวทางที่ไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อไม่มีการแสดงวิธีการแก้ปัญหา
ตรวจสอบ	2	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ ถูกต้อง
	0	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ ไม่อยู่ ในแนวทางที่ถูกต้อง

### ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน และทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
3 ดี	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน
2 พอใช้	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุปแต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง
1 ปรับปรุง	เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุปบ้าง แต่ยังไม่ได้ข้อสรุป
0 ไม่พยายาม	เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลหรือไม่เขียนข้อความใด ๆ

### ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่น

### เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะ

#### คุณลักษณะ : มีความรับผิดชอบ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย และ แนะนำให้ผู้อื่นปฏิบัติตาม
2 ดี	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผล เพียงพอ - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

#### คุณลักษณะ : ความมีระเบียบวินัย

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม มีความสะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้ทุกครั้ง
2 ดี	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้เป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม ไม่ค่อยสะอาดหรือเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้เป็นบางครั้ง โดย ต้องมีการแนะนำอยู่บ่อยครั้ง

**คุณลักษณะ : การทำงานร่วมกับผู้อื่น**

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมายด้วยความเต็มใจ และช่วยเหลือหรือแสดงความคิดเห็นเสมอและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี
2 ดี	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมาย และช่วยเหลือหรือแสดงความคิดเห็นเป็นบางครั้งไม่สม่ำเสมอ และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดีพอสมควร
1 พอใช้	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมาย และแสดงความคิดเห็นเป็นบางครั้ง และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ไม่ดีเท่าที่ควร โดยต้องอาศัยการแนะนำอยู่บ่อยครั้ง

**13. บันทึกหลังสอน**

**- ผลการจัดการเรียนการสอน**

---



---



---



---

**- ปัญหาและอุปสรรค**

---



---



---

**- แนวทางการแก้ไข**

---



---



---

(นางสาววรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร)

ครูผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ใครคล้ายกัน !!

รายชื่อสมาชิก	1 .....	เลขที่ .....	}	ชั้น ม. 3 / .....
	2 .....	เลขที่ .....		
	3 .....	เลขที่ .....		
	4 .....	เลขที่ .....		

**คำชี้แจง :** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติ ดังนี้

- 1) ตอบคำถามก่อนทำกิจกรรม
- 2) ทำกิจกรรมและบันทึกผล
- 3) ตอบคำถามหลังทำกิจกรรม

**คำถามก่อนทำกิจกรรม**

1) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมีความยาวแต่ละด้านเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

2) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

**สมมุติฐาน**

รูปที่คล้ายกัน มีลักษณะ

.....

.....

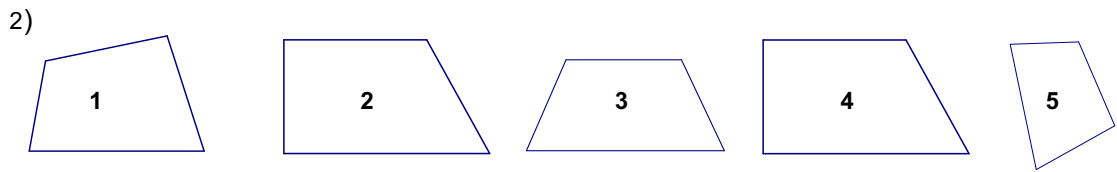
**บันทึกผลการทำกิจกรรม**

**ตอนที่ 1** รูปเรขาคณิตในแต่ละข้อต่อไปนี้ คู่ใดเป็นรูปที่คล้ายกัน

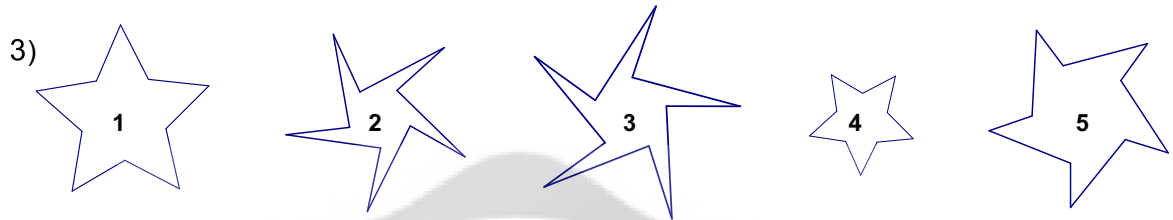


ตอบ .....

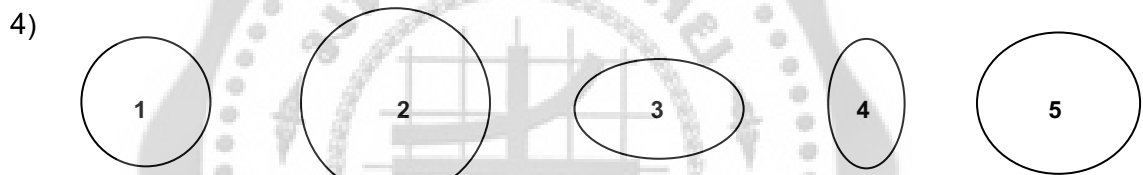




ตอบ .....



ตอบ .....



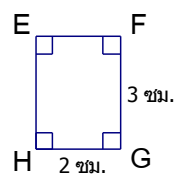
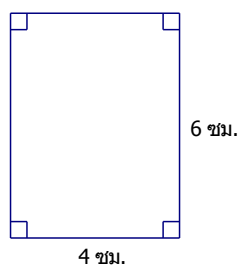
ตอบ .....



ตอบ .....

ตอนที่ 2

1) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD และรูปสี่เหลี่ยม EFGH ดังรูป



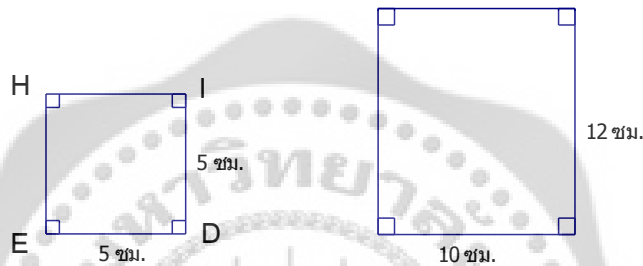
มุมที่สมนัยกันจะต้อง  
มีด้านที่สมนัยกัน  
เป็นแขนของมุม



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 1.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 1.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 1.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 1.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 1.4) .....

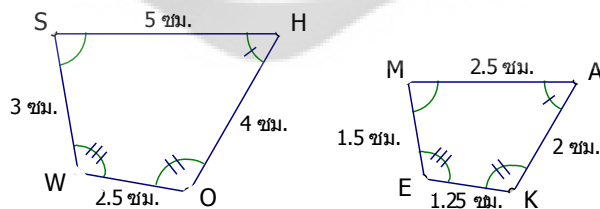
2) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม HIDE และรูปสี่เหลี่ยม SOCK ดังรูป



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 2.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 2.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 2.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 2.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 2.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 2.4) .....

3) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม SHOW และรูปสี่เหลี่ยม MAKE ดังรูป



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 3.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 3.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน .....
- 3.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 3.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน .....
- 3.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 3.4) .....

**คำถามหลังทำกิจกรรม**

- 1) ในข้อที่ 1.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ .....  
(ถ้าเขียนได้) เช่น .....
- 2) ในข้อที่ 2.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ .....  
(ถ้าเขียนได้) เช่น .....
- 3) ในข้อที่ 3.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ .....  
(ถ้าเขียนได้) เช่น .....
- 4) นักเรียนคิดว่า รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ .....  
.....  
.....
- 5) รูปสี่เหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปที่คล้ายกัน .....



### เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ใครคล้ายกัน !!

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติ ดังนี้

- 1) ตอบคำถามก่อนทำกิจกรรม
- 2) ทำกิจกรรมและบันทึกผล
- 3) ตอบคำถามหลังทำกิจกรรม

#### คำถามก่อนทำกิจกรรม

1) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมีความยาวแต่ละด้านเท่ากัน แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด **ไม่** เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีความยาวแต่ละด้านเท่ากัน ดังรูป



เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก แต่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีทั้งมุมแหลมและมุมป้าน ทำให้รูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปไม่เป็นรูปที่คล้ายกัน

2) นักเรียนคิดว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด **ไม่** เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก ดังรูป



เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน แต่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวและด้านกว้าง ซึ่งยาวไม่เท่ากัน ทำให้รูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปไม่เป็นรูปที่คล้ายกัน

#### สมมุติฐาน

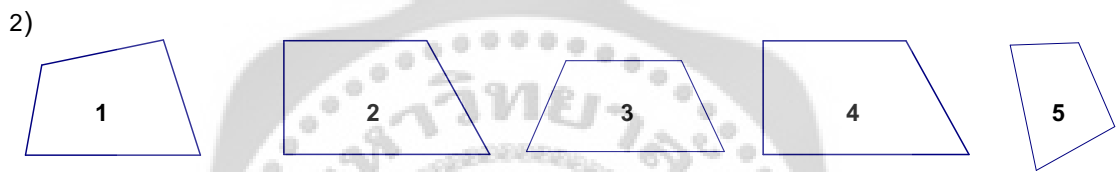
รูปที่คล้ายกัน มีลักษณะ มีรูปร่างเหมือนกัน แต่ขนาดเท่ากัน หรือต่างกัน โดยมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

บันทึกผลการทำกิจกรรม

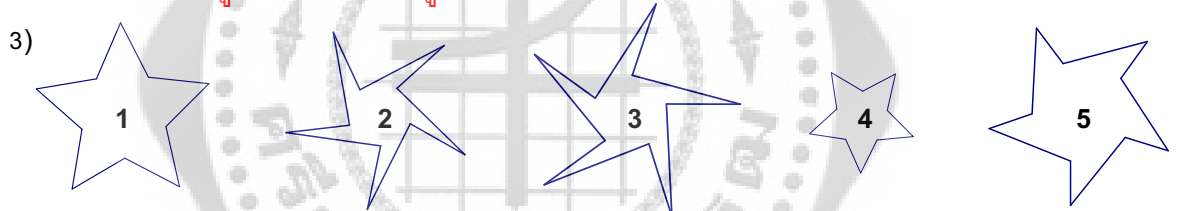
ตอนที่ 1 รูปเรขาคณิตในแต่ละข้อต่อไปนี้ คู่ใดเป็นรูปที่คล้ายกัน



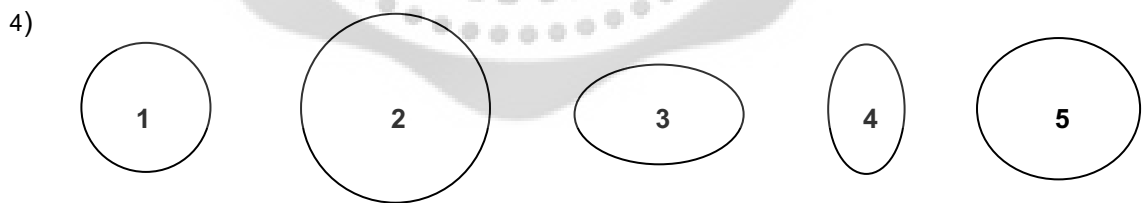
ตอบ รูปที่ 1 และ 4 , รูปที่ 3 และ 5



ตอบ รูปที่ 1 และ 5 , รูปที่ 2 และ 4



ตอบ รูปที่ 1 และ 4 , รูปที่ 2 และ 3



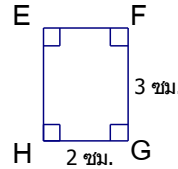
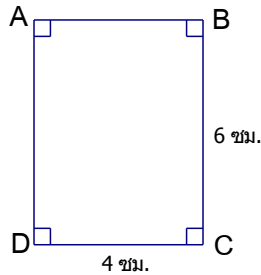
ตอบ รูปที่ 1 และ 2 , รูปที่ 3 และ 4



ตอบ รูปที่ 1 และ 5 , รูปที่ 2 และ 4

## ตอนที่ 2

1) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD และรูปสี่เหลี่ยม EFGH ดังรูป



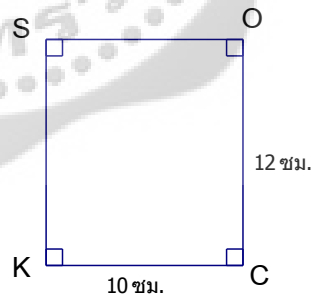
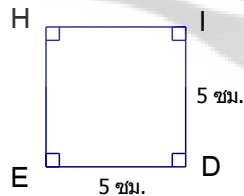
มุมที่สมนัยกันจะต้อง  
มีด้านที่สมนัยกัน  
เป็นแขนของมุม



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{A}$  กับ  $\hat{E}$ ,  $\hat{B}$  กับ  $\hat{F}$ ,  $\hat{C}$  กับ  $\hat{G}$  และ  $\hat{D}$  กับ  $\hat{H}$
- 1.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{A} = \hat{E}$ ,  $\hat{B} = \hat{F}$ ,  $\hat{C} = \hat{G}$  และ  $\hat{D} = \hat{H}$
- 1.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $AB$  กับ  $EF$ ,  $BC$  กับ  $FG$ ,  $CD$  กับ  $GH$  และ  $DA$  กับ  $HE$
- 1.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{AB}{EF}$ ,  $\frac{BC}{FG}$ ,  $\frac{CD}{GH}$  และ  $\frac{DA}{HE}$
- 1.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 1.4)  $\frac{AB}{EF} = \frac{4}{2} = 2$ ,  $\frac{BC}{FG} = \frac{6}{3} = 2$ ,  $\frac{CD}{GH} = \frac{4}{2} = 2$  และ  $\frac{DA}{HE} = \frac{6}{3} = 2$

2) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม HIDE และรูปสี่เหลี่ยม SOCK ดังรูป

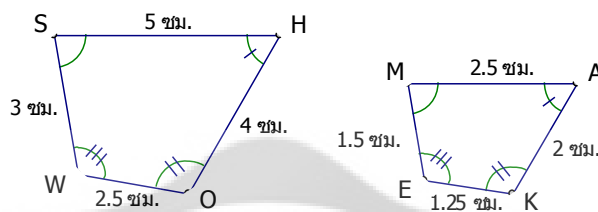


ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 2.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{H}$  กับ  $\hat{S}$ ,  $\hat{I}$  กับ  $\hat{O}$ ,  $\hat{D}$  กับ  $\hat{C}$  และ  $\hat{E}$  กับ  $\hat{K}$
- 2.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{H} = \hat{S}$ ,  $\hat{I} = \hat{O}$ ,  $\hat{D} = \hat{C}$  และ  $\hat{E} = \hat{K}$
- 2.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $HI$  กับ  $SO$ ,  $ID$  กับ  $OC$ ,  $DE$  กับ  $CK$  และ  $EH$  กับ  $KS$
- 2.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{HI}{SO}$ ,  $\frac{ID}{OC}$ ,  $\frac{DE}{CK}$  และ  $\frac{EH}{KS}$

2.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 2.4)  $\frac{HI}{SO} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  ,  $\frac{ID}{OC} = \frac{5}{12}$  ,  
 $\frac{DE}{CK} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  และ  $\frac{EH}{KS} = \frac{5}{12}$

3) กำหนดรูปสี่เหลี่ยม SHOW และรูปสี่เหลี่ยม MAKE ดังรูป



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) เขียนมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{S}$  กับ  $\hat{M}$  ,  $\hat{H}$  กับ  $\hat{A}$  ,  $\hat{O}$  กับ  $\hat{K}$  และ  $\hat{W}$  กับ  $\hat{E}$

3.2) เปรียบเทียบขนาดของมุมคู่ที่สมนัยกัน  $\hat{S} = \hat{M}$  ,  $\hat{H} = \hat{A}$  ,  $\hat{O} = \hat{K}$  และ  $\hat{W} = \hat{E}$

3.3) เขียนด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\overline{SH}$  กับ  $\overline{MA}$  ,  $\overline{HO}$  กับ  $\overline{AK}$  ,  $\overline{OW}$  กับ  $\overline{KE}$  และ  $\overline{WS}$  กับ  $\overline{EM}$

3.4) หาอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน  $\frac{SH}{MA}$  ,  $\frac{HO}{AK}$  ,  $\frac{OW}{KE}$  และ  $\frac{KS}{EM}$

3.5) เปรียบเทียบอัตราส่วนในข้อ 3.4)  $\frac{SH}{MA} = \frac{5}{2.5} = 2$  ,  $\frac{HO}{AK} = \frac{4}{2} = 2$  ,  
 $\frac{OW}{KE} = \frac{2.5}{1.25} = 2$  และ  $\frac{KS}{EM} = \frac{3}{1.5} = 2$

คำถามหลังทำกิจกรรม

1) ในข้อที่ 1.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ได้

(ถ้าเขียนได้) เช่น  $\hat{A}$  กับ  $\hat{H}$  ,  $\hat{B}$  กับ  $\hat{G}$  ,  $\hat{C}$  กับ  $\hat{F}$  และ  $\hat{D}$  กับ  $\hat{E}$

2) ในข้อที่ 2.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ได้

(ถ้าเขียนได้) เช่น  $\hat{H}$  กับ  $\hat{K}$  ,  $\hat{I}$  กับ  $\hat{C}$  ,  $\hat{D}$  กับ  $\hat{O}$  และ  $\hat{E}$  กับ  $\hat{S}$

3) ในข้อที่ 3.1) นักเรียนสามารถเขียนมุมคู่ที่สมนัยกันคู่อื่นได้หรือไม่ ไม่ได้

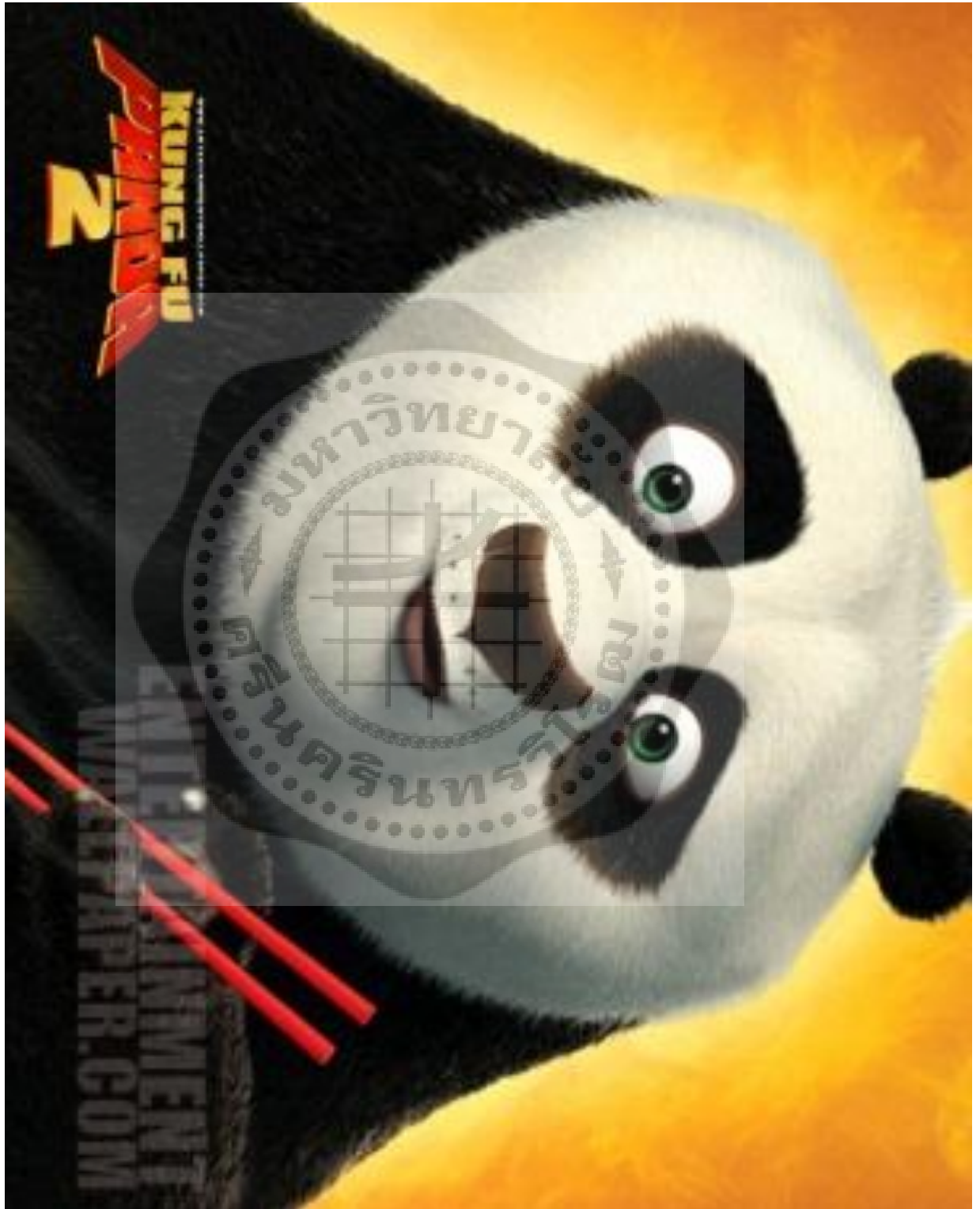
4) นักเรียนคิดว่า รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

และ 2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

5) รูปสี่เหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปที่คล้ายกัน ข้อที่ 1 และ 3

สื่อ (ภาพรูปที่คล้ายกัน)





สื่อ (ภาพรูปที่คล้ายกัน)



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 23101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
เรื่อง ความคล้าย (การนำรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ในชีวิตประจำวัน 2) จำนวน 2 คาบ

\*\*\*\*\*

### 1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้: ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด : ค 3.2 ม.3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้: ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

ตัวชี้วัด : ค 6.1 ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 2.1 ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

2.1.1 อธิบายวิธีการหาความยาวหรือระยะทาง โดยใช้ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้

#### 2.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

2.2.1 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตได้

2.2.2 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ และพีชคณิตได้

2.2.3 เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางในชีวิตประจำวันได้

### 2.3 ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน

2.3.1 มีความรับผิดชอบ

2.3.2 มีระเบียบวินัย

### 3. สาระสำคัญ

ผู้เรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยนำไปช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณหาระยะทางหรือความสูง ซึ่งไม่สามารถวัดได้โดยตรง หรือยากต่อการวัด โดยสามารถคำนวณหาระยะทางหรือความสูงจาก

การใช้กระจกเงา , ไม้มุมการวัด และเงาของวัตถุ เป็นต้น โดยวิธีการเรียนรู้ด้วยรูปแบบวงจรการเรียนรู้ 5E

### 4. สาระการเรียนรู้

#### รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

**บทนิยาม :** รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่

และ 2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่เป็นอัตราส่วนที่

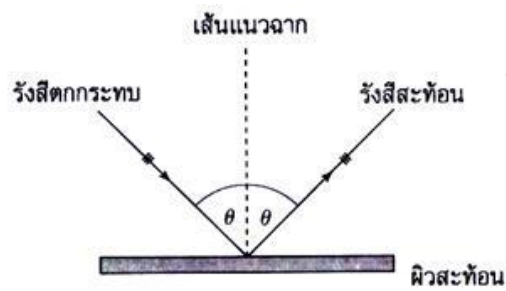
เท่ากัน

**บทนิยาม :** รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่

**ทฤษฎีบท :** ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

#### กฎของสเนลล์ (Snell's Law)

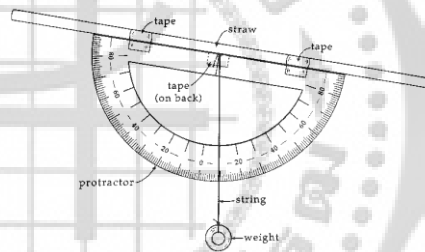
แสงตกกระทบ แสงสะท้อน และเส้นปกติ ที่เกิดขึ้น ณ จุดตกกระทบที่รอยต่อของตัวกลางทั้งสองจะอยู่ในระนาบเดียวกัน มุมตกกระทบจะเท่ากับมุมสะท้อนเสมอ



### แสงและเงา

- ดวงอาทิตย์ขึ้นในทิศตะวันออก แล้วเงาของวัตถุจะทอดยาวในทิศตะวันตก (ทิศทางตรงข้าม) ในทางกลับกัน ดวงอาทิตย์ตกในทิศตะวันตก แล้วเงาของวัตถุจะทอดยาวในทิศตะวันออก
- ในเวลาใกล้เที่ยงวันหรือหลังจาก 12.00 น. เล็กน้อย เงาของวัตถุจะสั้นมาก และสั้นมากที่สุดในเวลาเที่ยงวัน (12.00 น.)

### ไม้มุมการวัด (Protractor)



### 5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 5.1 ความสามารถในการสื่อสาร
- 5.2 ความสามารถในการคิด

### 6. ความเข้าใจที่คงทน (Enduring Understanding)

นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

### 7. ชิ้นงานหรือภาระงาน

- ให้นักเรียนจับคู่กัน และเตรียมอุปกรณ์การวัดความยาว เช่น ไม้เมตร , ตลับเมตร , สายวัดตัว , ไม้บรรทัด เป็นต้น , ดินน้ำมัน (ขนาดราคา 5 บาท) 1 ก้อน , กระจกเงา และไม้มุมการวัดที่นักเรียนเคยประดิษฐ์

## 8. คำถามท้าทาย

- นักเรียนคิดว่า เราสามารถนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับแสง โดยกฎของสเนลล์มาประยุกต์ใช้กับเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้อย่างไร (แนวการตอบ ใช้เมื่อต้องการวัดความยาวของวัตถุที่อยู่ไกลออกไปและไม่สามารถวัดความยาวได้โดยตรง โดยอาศัยมุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อนที่ตามองเห็นวัตถุนั้น)
- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าดวงอาทิตย์ขึ้นในทิศใด (แนวการตอบ ตะวันออก) แล้วเงาของวัตถุที่พบก่อนเวลา 12.00 น. ทอดไปในทิศทางใด (แนวการตอบ ตะวันตก) และเงาของวัตถุจะยาวมากที่สุดเมื่อเวลาช่วงใด (แนวการตอบ ช่วงเวลาเช้าหรือช่วงเวลาเย็นมาก ๆ) เพราะเหตุใดนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น (แนวการตอบ ดวงอาทิตย์ทำมุมกับพื้นโลกน้อยที่สุดในช่วงเวลาเช้า หรือทำมุมกับพื้นโลกมากที่สุดในช่วงเวลาเย็น)
- นักเรียนคิดว่า เราสามารถนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับแสงและเงามาประยุกต์ใช้เกี่ยวกับเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้อย่างไร (แนวการตอบ เปรียบเทียบอัตราส่วนความยาวของเงาของวัตถุสองชิ้นที่วัด ณ เวลาเดียวกัน)

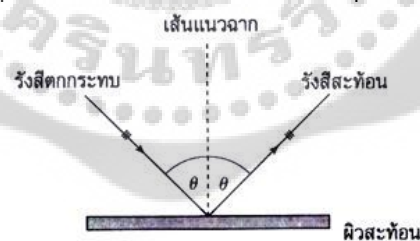
## 9. กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) (10 นาที)

#### 1) ครูตั้งคำถามกระตุ้นความสนใจนักเรียน ดังนี้

- “นักเรียนทราบหรือไม่ว่ากฎของสเนลล์ (เกี่ยวกับแสง) กล่าวไว้ว่าอย่างไร”

(แนวการตอบ ขนาดของมุมตกกระทบเท่ากับขนาดของมุมสะท้อน)



- นักเรียนคิดว่า เราสามารถนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับแสง โดยกฎของ สเนลล์มาประยุกต์ใช้กับเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้อย่างไร (แนวการตอบ ใช้เมื่อต้องการวัดความยาวของวัตถุที่อยู่ไกลออกไปและไม่สามารถวัดความยาวได้โดยตรง โดยอาศัยมุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อนที่ตามองเห็นวัตถุนั้น)
- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าดวงอาทิตย์ขึ้นในทิศใด (แนวการตอบ ตะวันออก) แล้วเงาของวัตถุที่พบก่อนเวลา 12.00 น. ทอดไปในทิศทางใด (แนวการตอบ ตะวันตก) และเงาของวัตถุจะยาวมากที่สุดเมื่อเวลาช่วงใด (แนวการตอบ ช่วงเวลาเช้าหรือช่วงเวลาเย็นมาก ๆ) เพราะเหตุใด

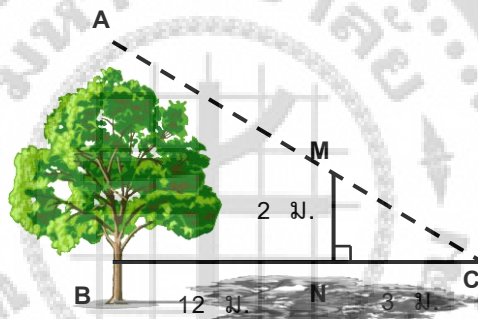
นักเรียนจึงคิดเช่นนั้น (แนวการตอบ ดวงอาทิตย์ทำมุมกับพื้นโลกน้อยที่สุดในช่วงเวลาเช้า หรือ ทำมุมกับพื้นโลกมากที่สุดในช่วงเวลาเย็น)

- นักเรียนคิดว่า เราสามารถนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับแสงและเงามาประยุกต์ใช้เกี่ยวกับเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้อย่างไร (แนวการตอบ เปรียบเทียบอัตราส่วน ความยาวของเงาของวัตถุสองชิ้นที่วัด ณ เวลาเดียวกัน)

### ขั้นที่ 2 สำรวจและค้นหา (Exploration) (35 นาที)

1) ครูยกตัวอย่าง 2 ข้อบนกระดานหน้าห้องเรียน แล้วให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น พร้อมทั้งสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีหาคำตอบ 3 คน

ตัวอย่างที่ 1 จากภาพต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร



**วิธีทำ** 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้  $MN = 2$  เมตร ,  $BN = 12$  เมตร และ  $NC = 3$  เมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม ความสูงของต้นไม้

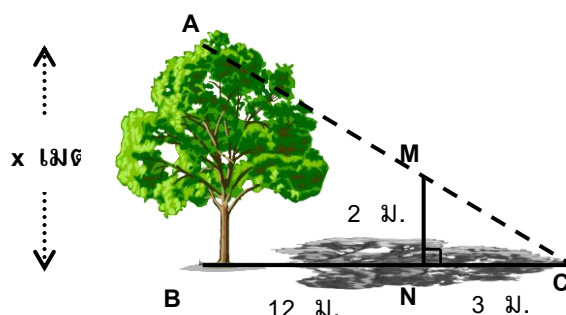
2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

1. กำหนดให้ต้นไม้สูง  $x$  เมตร

2. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัย แล้วแทนค่าเพื่อหาคำตอบ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

1. กำหนดให้ต้นไม้สูง  $x$  เมตร



2. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัย แล้วแทนค่าเพื่อหาคำตอบ  
จากรูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม MNC

จะได้ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน จะได้ว่า  $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$

$$\frac{x}{2} = \frac{15}{3} = \frac{CA}{CM}$$

จาก  $\frac{x}{2} = \frac{15}{3}$

$$x = 5 (2)$$

$$x = 10 \text{ เมตร}$$

$\therefore$  ต้นไม้สูง 10 เมตร

#### 4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

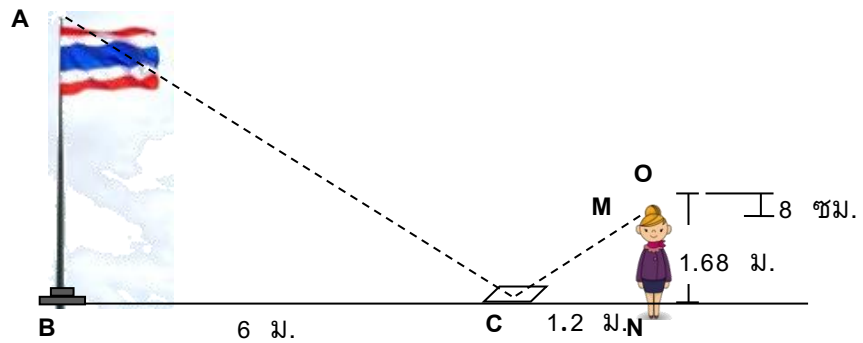
แทนค่า x ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{CA}{CM}$$

$$5 = 5 \quad \text{จริง}$$

ตัวอย่างที่ 2 น้ามนต์คิดวิธีหาความสูงของเสาธงโดยใช้กระจกเงา น้ามนต์วางกระจกเงาหงายในแนวราบบนสนามหญ้า แล้วเดินไปยืนที่จุด ๆ หนึ่ง ซึ่งมองเห็นยอดเสาธงในกระจกเงา ดังรูป ถ้าน้ามนต์สูง 1.68 เมตร ระดับของดวงตาอยู่ต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร กระจกเงาวางห่างจากโคนเสาธง 6 เมตร และน้ามนต์ยืนห่างจากกระจกเงา 1.2 เมตร เสาธงจะสูงกี่เมตร



**วิธีทำ**

**1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้  $ON = 1.68$  เมตร ,  $OM = 8$  เซนติเมตร ,  
 $CN = 1.2$  เมตร,  $BC = 6$  เมตร และ  $NC = 3$  เมตร

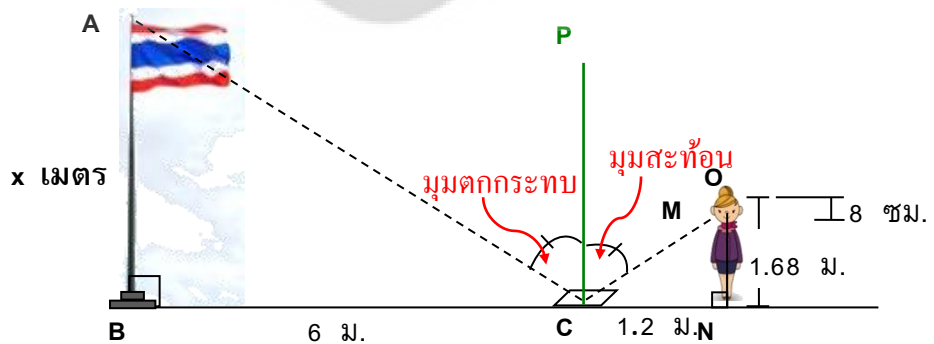
สิ่งที่โจทย์ถาม ความสูงของเสาธง

**2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

1. กำหนดให้เสาธงสูง  $x$  เมตร
2. พิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$
3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัย แล้วแทนค่าเพื่อหาคำตอบ

**3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)**

1. กำหนดให้เสาธงสูง  $x$  เมตร
2. พิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$   
 จากกฎของสเนลล์จะได้ว่า มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน ดังภาพ



- 1)  $\angle ACP = \angle PCO$  (จากกฎของสเนลล์ : มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน)
- 2)  $\angle ABC = \angle MNC$  (มุมฉาก)



3)  $\widehat{ACB} = \widehat{MCN}$  (รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดของมุมเท่ากัน  
สองคู่แล้วมุมที่เหลือย่อมมีขนาดเท่ากัน)

3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัย แล้วแทนค่าเพื่อหาคำตอบ  
จากรูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม MNC

จะได้ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน จะได้ว่า  $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$

$$\frac{x}{1.6} = \frac{6}{1.2} = \frac{CA}{CM}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{x}{1.6} &= \frac{6}{1.2} \\ x &= 5 (1.6) \\ x &= 8 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

$\therefore$  เสาธงสูง 8 เมตร

4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

แทนค่า  $x$  ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\frac{8}{1.6} = \frac{6}{1.2} = \frac{CA}{CM}$$

$$5 = 5 \quad \text{จริง}$$

2) ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้าง ๆ พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง In Real Life 2 !! แล้วให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 7

### ขั้นที่ 3 อธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) (25 นาที)

1) ครูสุ่มนักเรียนแต่ละคู่จำนวน 3 คู่ ออกมาเขียนผลการทำกิจกรรมที่ 7 เรื่อง In Real Life 2 !! ที่กระดานหน้าห้องเรียน ดังนี้

1. เงามต้นไม้พาดยาว 20 ฟุต ในขณะที่ไม้ต้นหนึ่งสูง 2 ฟุต ทอดเงายาวได้ 4 ฟุต แล้วต้นไม้สูงกี่ฟุต

#### วิธีทำ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

เงาต้นไม้ยาว 20 ฟุต , ไม้ต้นหนึ่งสูง 2 ฟุต ทอดเงายาวได้ 4 ฟุต

สิ่งที่โจทย์ถาม

ความสูงของต้นไม้

#### 2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

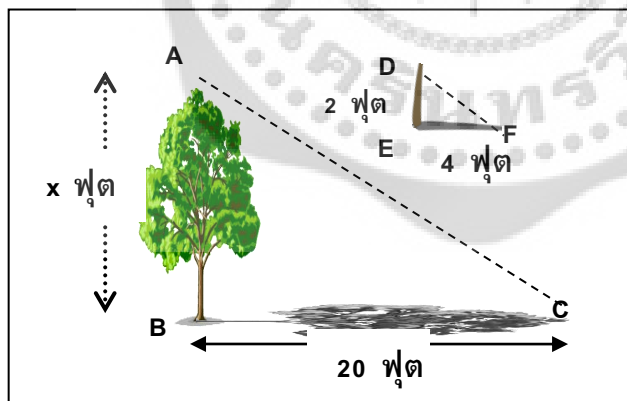
1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ให้ต้นไม้สูง  $x$  ฟุต

3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้

สมการหาความสูงของต้นไม้

#### 3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)



ให้  $x$  แทนความสูงของต้นไม้ (ฟุต)

$$\text{จาก } \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

แทนค่า ;  $\frac{x}{2} = \frac{20}{4} = \frac{CA}{FD}$

จาก  $\frac{x}{2} = \frac{20}{4}$

$$x = (5)(2)$$

$$x = 10 \text{ ฟุต}$$

∴ ต้นไม้สูง 10 ฟุต

#### 4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

แทนค่า x ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{CA}{FD}$$

$$5 = 5 \quad \text{จริง}$$

2. เด็กคนหนึ่งสูง 1.50 เมตร ยืนห่างจากเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งซึ่งมีดวงไฟอยู่ที่ยอดเสา 5 เมตร เขาสังเกตเห็นเงาของตัวเองทอดยาว 3 เมตร แล้วเสาไฟฟ้านี้สูงกี่เมตร

#### วิธีทำ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

เด็กสูง 1.50 เมตร ยืนห่างจากเสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟอยู่ที่ยอดเสา 5 เมตร

เงาของเด็กทอดยาว 3 เมตร

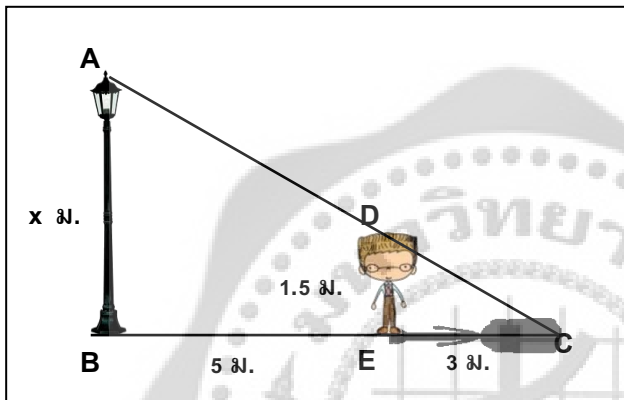
สิ่งที่โจทย์ถาม

ความสูงของเสาไฟฟ้า

## 2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
2. ให้เสาไฟฟ้าสูง  $x$  เมตร
3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้สมการหาความสูงของเสาไฟฟ้า

## 3. ขั้นตอนดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)



ให้  $x$  แทนความสูงของเสาไฟฟ้า (เมตร)

จาก  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

แทนค่า ;  $\frac{x}{1.5} = \frac{8}{3} = \frac{CA}{CD}$

จาก  $\frac{x}{1.5} = \frac{8}{3}$

$$x = \frac{8}{3} (1.5)$$

$$x = 4 \text{ เมตร}$$

$\therefore$  เสาไฟฟ้่าต้นนี้สูง 4 เมตร

#### 4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

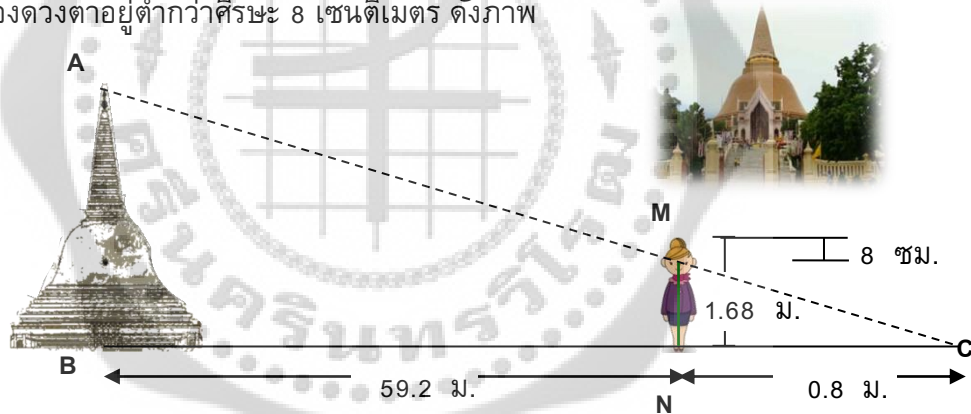
แทนค่า  $x$  ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

$$\frac{4}{1.5} = \frac{8}{3} = \frac{CA}{CD}$$

$$\frac{4}{1.5} = \frac{8}{3} \quad \text{จริง}$$

3. มาร์กี้ต้องการวัดความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์ จึงใช้ไม้มุมการวัด (Protractor) เล็งไปที่ยอดองค์พระปฐมเจดีย์ โดยยืนถอยหลังจนมองเห็นยอดองค์พระปฐมเจดีย์ แล้ววัดระยะทางจากองค์พระปฐมเจดีย์ถึงจุดที่มาร์กี้ยืนอยู่ได้ 59.2 เมตร ถ้ามาร์กี้สูง 1.68 เมตร และระดับของดวงตาดูต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร ดังภาพ



#### วิธีทำ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มาร์กี้สูง 1.68 เมตร และระดับของดวงตาดูต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร

ยืนห่างจากองค์พระปฐมเจดีย์ 59.2 เมตร และ  $NC = 0.8$  เมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

ความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์

#### 2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ให้องค์พระปฐมเจดีย์สูง  $x$  เมตร

3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้

สมการหาความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์

### 3. ขั้นตอนการตามแผน (4 คะแนน)

ให้  $x$  แทนความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์ (เมตร)

จาก  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\text{แทนค่า ; } \frac{x}{1.68} = \frac{60}{0.8} = \frac{CA}{CM}$$

$$\text{จาก } \frac{x}{1.68} = \frac{60}{0.8}$$

$$x = \frac{60}{0.8} (1.6)$$

$$x = 120 \text{ เมตร}$$

$\therefore$  องค์พระปฐมเจดีย์สูง 120 เมตร

### 4. ขั้นตอนตรวจสอบ (2 คะแนน)

แทนค่า  $x$  ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\frac{120}{1.68} = \frac{60}{0.8} = \frac{CA}{CM}$$

$$75 = 75 \quad \text{จริง}$$

2) ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละข้อ

3) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ตามประเด็นดังนี้ ด้วยการใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ (think – pair – share)

3.1) ทำไมจึงไม่จำเป็นต้องมีการวัดความสูงจากระดับสายตาถึงศีรษะในข้อ 2 (แนวการตอบ เนื่องจากในข้อ 2 ใช้ความยาวของเงาในการคำนวณ ซึ่งความยาวของเงานี้ต้องวัดจากศีรษะถึงเท้า จึงไม่ใช้ความยาวจากระดับสายตาถึงศีรษะ)

3.2) นักเรียนคิดว่าช่วงเวลาใดเหมาะกับการวัดความยาวของเงาวัดตุ้มมากที่สุด (แนวการตอบ ช่วงเวลาสาย หรือ ช่วงเวลาบ่าย เนื่องจากช่วงเวลาที่อื่นแสงแดดอาจจะไม่เข้มพอ ทำให้เห็นเงาไม่ชัดเจน หรือความยาวเงาของวัตถุมากเกินไป หรือสั้นเกินไปยากต่อการวัด)

#### ขั้นที่ 4 ขยายความรู้ (Elaboration) (20 นาที)

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม จำนวน 3 ข้อ ดังนี้

1. อาคารหลังที่หนึ่งสูง 10 เมตร มีเงาทอดไปทางทิศตะวันตกตอนเช้า 15 เมตร และอาคารหลังที่สองมีเงาทอดไปทางทิศตะวันตกเช่นเดียวกันยาว 30 เมตร แล้วอาคารหลังที่สองสูงกี่เมตร

2. เสาไม้สองต้นปักตั้งฉากกับพื้นดินที่มีระดับเดียวกัน เสาทั้งสองสูงจากพื้นดิน 8 เมตร และ 12 เมตร และอยู่ห่างกัน 4 เมตร เด็กคนหนึ่งเล็งปลายเสาทั้งสองต้นที่พื้นดินเห็นปลายเสาอยู่ในแนวเดียวกัน จุดที่เด็กคนนี้เล็งจะอยู่ห่างจากเสาต้นสูงกี่เมตร

3. อัตราส่วนของรัศมีของรูปวงกลม 2 วง ซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกันเป็น  $1 : 3$  ถ้า AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมใหญ่ BC เป็นคอร์ดของรูปวงกลมใหญ่ ซึ่งสัมผัสรูปวงกลมเล็ก และ  $AB = 12$  หน่วย แล้วรูปวงกลมใหญ่มีรัศมีกี่หน่วย

พร้อมทั้งให้นักเรียนสร้างข้อสอบอัตนัยคนละ 1 ข้อ เกี่ยวกับการนำรูปสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ในชีวิตประจำวัน

2. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน พร้อมทั้งแจ้งให้นักเรียนทราบว่าในคาบหน้าเราจะเรียนภาคปฏิบัติกลางสนามโรงเรียน ให้เตรียมอุปกรณ์การวัดความยาว เช่น ไม้เมตร , ตลับเมตร , สายวัดตัว , ไม้บรรทัด ฯลฯ , ดินน้ำมัน (ขนาดราคา 5 บาท) 1 ก้อน , กระดาษ และไม้มุมการวัดที่นักเรียนเคยประดิษฐ์ โดยให้นำอุปกรณ์มาในคาบถัดไป

#### ขั้นที่ 5 ประเมินผล (Evaluation) (10 นาที)

ครูประเมินการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนี้

1. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะเข้าร่วมกิจกรรม การตอบคำถาม การทำกิจกรรม และสังเกตการตอบคำถามในใบกิจกรรม

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (QUIZ) จำนวน 1 ข้อ ดังนี้

- มาม่าสูง 4 ฟุต โดยมีเงาทอดยาว 7 ฟุต 4 นิ้ว ถ้าไวไวสูง 6 ฟุต แล้วเงาของไวไวจะทอดยาวกี่ฟุต

## 10. การจัดบรรยากาศเชิงบวก

นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการถามหรือตอบคำถาม ได้ฝึกกระบวนการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เกิดจากความเข้าใจของตนเอง และรู้จักการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาที่เรียนให้เข้ากับชีวิตประจำวัน และเนื้อหาวิชาอื่น

## 11. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

### 11.1 สื่อการเรียนรู้

- 11.1.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา-  
ปีที่ 3 เล่ม 1
- 11.1.2 ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง In Real Life 2 !!
- 11.1.3 แบบฝึกหัดเพิ่มเติม จำนวน 3 ข้อ
- 11.1.4 แบบทดสอบย่อย (QUIZ) จำนวน 1 ข้อ

### 11.2 แหล่งการเรียนรู้

- 11.2.1 ห้องสมุด
- 11.2.2 ห้องวิชาการ
- 11.2.3 [http://www.skr.ac.th/link/web\\_education/web\\_teacher/matt/  
chinawat/kaey/kear.html](http://www.skr.ac.th/link/web_education/web_teacher/matt/chinawat/kaey/kear.html)



## 12. การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>1. ด้านความรู้ (K)</b> - อธิบายวิธีการหาความยาวหรือระยะทาง โดยใช้ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้	ประเมินพฤติกรรม โดยการซักถาม และการตอบคำถามจากใบกิจกรรม	คำถาม และ ใบกิจกรรม	ทำถูกต้อง ร้อยละ 80 ขึ้นไป
<b>2. ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)</b> - ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตได้ - แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการ และพีชคณิตได้ - เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางในชีวิตประจำวันได้	ประเมินพฤติกรรม โดยการสังเกต การซักถาม และการตอบคำถามจากใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติม และแบบทดสอบย่อย (QUIZ) และแบบทดสอบย่อย (QUIZ)	ใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติม และแบบทดสอบย่อย (QUIZ)	ทำถูกต้อง ร้อยละ 80 ขึ้นไป
<b>3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)</b> - มีความรับผิดชอบในการทำงาน - มีระเบียบวินัย	สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	แบบประเมินพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านต่าง ๆ

## ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

	คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ความเข้าใจ ปัญหา	2	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบทั้งหมด
	1	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบถูกต้องบางส่วน
	0	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาและสิ่งที่โจทย์ให้ หาคำตอบไม่ถูกต้อง
การวางแผน	2	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยค คณิตศาสตร์ถูกต้อง
	1	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบถูก แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ ถูกต้อง
	0	เมื่อเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
ดำเนินการ ตามแผน	4	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจนหรือสมบูรณ์และมี แนวทางที่ถูกต้อง ครบถ้วน
	3	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อพอให้เข้าใจได้ครบถ้วน และมีแนวทางที่ถูกต้อง
	2	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อให้เข้าใจได้บางส่วน แต่มีแนวทางที่ถูกต้อง
	1	เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ อธิบาย สื่อให้เข้าใจได้บางส่วน และมีแนวทางที่ไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อไม่มีการแสดงวิธีการแก้ปัญหา
ตรวจสอบ	2	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ ถูกต้อง
	0	เมื่อแสดงวิธีตรวจคำตอบได้ไม่ชัดเจนหรือสมบูรณ์ ไม่อยู่ ในแนวทางที่ถูกต้อง

### ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน และทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
3 ดี	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน
2 พอใช้	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุปแต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง
1 ปรับปรุง	เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุปบ้าง แต่ยังไม่ได้ข้อสรุป
0 ไม่พยายาม	เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลหรือไม่เขียนข้อความใด ๆ

### ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่น

### เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะ

#### คุณลักษณะ : มีความรับผิดชอบ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย และ แนะนำให้ผู้อื่นปฏิบัติตาม
2 ดี	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผล เพียงพอ - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

#### คุณลักษณะ : ความมีระเบียบวินัย

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม มีความสะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้ทุกครั้ง
2 ดี	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้เป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	- สมุดงาน ชี้นงาน และใบกิจกรรม ไม่ค่อยสะอาดหรือเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามกฎและกติกา (ข้อตกลง) ที่กำหนดให้เป็นบางครั้ง โดย ต้องมีการแนะนำอยู่บ่อยครั้ง

**คุณลักษณะ : การทำงานร่วมกับผู้อื่น**

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมายด้วยความเต็มใจ และช่วยเหลือหรือแสดงความคิดเห็นเสมอและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี
2 ดี	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมาย และช่วยเหลือหรือแสดงความคิดเห็นเป็นบางครั้งไม่สม่ำเสมอ และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดีพอสมควร
1 พอใช้	- ปฏิบัติตามงานที่ได้รับมอบหมาย และแสดงความคิดเห็นเป็นบางครั้ง และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ไม่ดีเท่าที่ควร โดยต้องอาศัยการแนะนำอยู่บ่อยครั้ง

**13. บันทึกหลังสอน**

**- ผลการจัดการเรียนการสอน**

---



---



---



---



---

**- ปัญหาและอุปสรรค**

---



---



---



---

**- แนวทางการแก้ไข**

---



---



---



---

(นางสาววรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร)

ครูผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง In Real Life 2 !!

ชื่อ - นามสกุล ..... ชั้น ม. 3 / ..... เลขที่ .....

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เงามต้นไม้พาดยาว 20 ฟุต ในขณะที่ไม้ต้นหนึ่งสูง 2 ฟุต ทอดเงายาวได้ 4 ฟุต แล้วต้นไม้สูงกี่ฟุต

วิธีทำ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

.....

.....

.....

2. เด็กคนหนึ่งสูง 1.50 เมตร ยืนห่างจากเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งซึ่งมีดวงไฟอยู่ที่ยอดเสา 5 เมตร เขาสังเกตเห็นเงาของตัวเองทอดยาว 3 เมตร แล้วเสาไฟฟ้านี้สูงกี่เมตร

**วิธีทำ** 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

.....

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

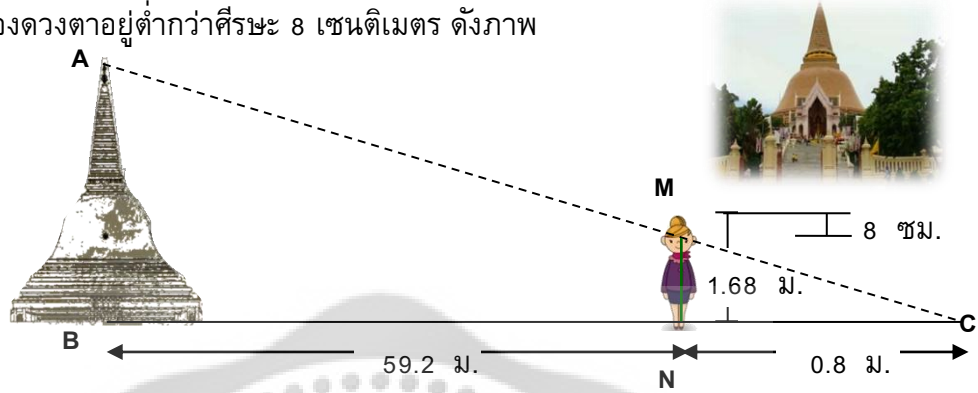
4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

.....

.....

.....

3. มาร์กี้ต้องการวัดความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์ จึงใช้ไม้มุมการวัด (Protractor) เล็งไปที่ยอดองค์พระปฐมเจดีย์ โดยยืนถอยหลังจนมองเห็นยอดองค์พระปฐมเจดีย์ แล้ววัดระยะทางจากองค์พระปฐมเจดีย์ถึงจุดที่มาร์กี้ยืนอยู่ได้ 59.2 เมตร ถ้ามาร์กี้สูง 1.68 เมตร และระดับของดวงตาดูต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร ดังภาพ



**วิธีทำ** 1. **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**  
 สิ่ง โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สิ่งที่ โจทย์ถาม

.....

.....

2. **ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

.....

.....

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)**

.....

.....

.....

4. **ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)**

.....

.....

.....



### เฉลยใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง In Real Life 2 !!

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

- เงาต้นไม้พาดยาว 20 ฟุต ในขณะที่ไม้อันหนึ่งสูง 2 ฟุต ทอดเงายาวได้ 4 ฟุต แล้วต้นไม้สูงกี่ฟุต

**วิธีทำ** 1. **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

เงาต้นไม้ยาว 20 ฟุต , ไม้อันหนึ่งสูง 2 ฟุต ทอดเงายาวได้ 4 ฟุต

สิ่งที่โจทย์ถาม

ความสูงของต้นไม้

2. **ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

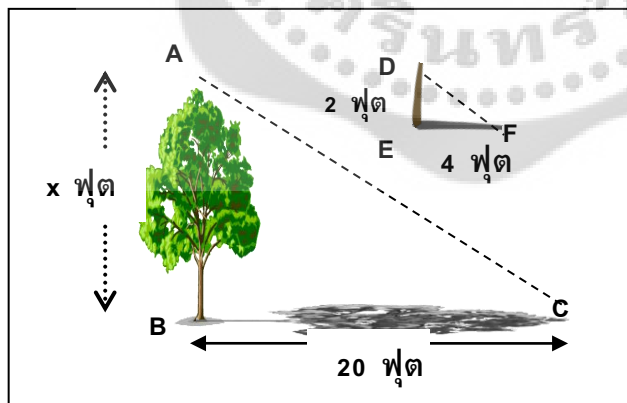
1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ให้ต้นไม้สูง  $x$  ฟุต

3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้

สมการหาความสูงของต้นไม้

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)**



ให้  $x$  แทนความสูงของต้นไม้ (ฟุต)

$$\text{จาก } \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

แทนค่า ;  $\frac{x}{2} = \frac{20}{4} = \frac{CA}{FD}$

จาก  $\frac{x}{2} = \frac{20}{4}$

$$x = (5)(2)$$

$$x = 10 \text{ ฟุต}$$

∴ ต้นไม้สูง 10 ฟุต

#### 4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

แทนค่า x ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{CA}{FD}$$

$$5 = 5 \quad \text{จริง}$$

2. เด็กคนหนึ่งสูง 1.50 เมตร ยืนห่างจากเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งซึ่งมีดวงไฟอยู่ที่ยอดเสา 5 เมตร เขาสังเกตเห็นเงาของตัวเองทอดยาว 3 เมตร แล้วเสาไฟฟ้านี้สูงกี่เมตร

**วิธีทำ** 1. **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

เด็กสูง 1.50 เมตร ยืนห่างจากเสาไฟฟ้าที่มีดวงไฟอยู่ที่ยอดเสา 5 เมตร  
เงาของเด็กทอดยาว 3 เมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

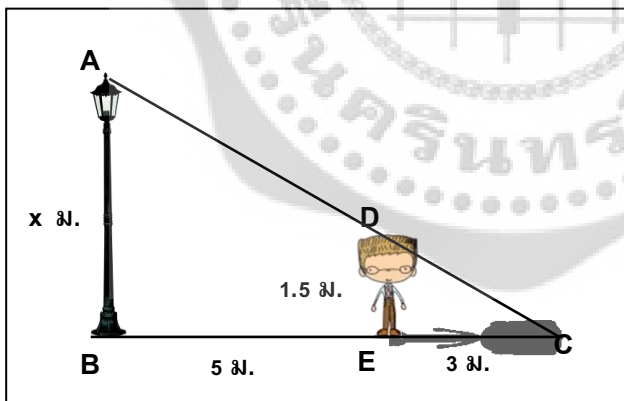
ความสูงของเสาไฟฟ้า

2. **ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

- วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- ให้เสาไฟฟ้าสูง  $x$  เมตร
- เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้สมการ

หาความสูงของเสาไฟฟ้า

3. **ขั้นตอนการตามแผน (4 คะแนน)**



ให้  $x$  แทนความสูงของเสาไฟฟ้า (เมตร)

จาก  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

แทนค่า ;  $\frac{x}{1.5} = \frac{8}{3} = \frac{CA}{CD}$

จาก  $\frac{x}{1.5} = \frac{8}{3}$

$x = \frac{8}{3} (1.5)$

$x = 4$  เมตร

∴ เสาไฟฟ้าต้นนี้สูง 4 เมตร

4. **ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)**

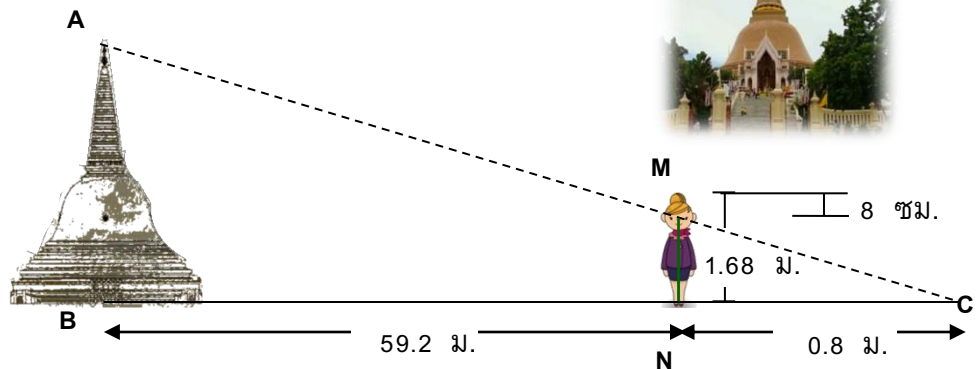
แทนค่า x ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{CA}{CD}$$

$$\frac{4}{1.5} = \frac{8}{3} = \frac{CA}{CD}$$

$$\frac{4}{1.5} = \frac{8}{3} \quad \text{จริง}$$

3. มาร์กี้ต้องการวัดความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์ จึงใช้ไม้มุมการวัด (Protractor) เล็งไปที่ยอดองค์พระปฐมเจดีย์ โดยยืนถอยหลังจนมองเห็นยอดองค์พระปฐมเจดีย์ แล้ววัดระยะทางจากองค์พระปฐมเจดีย์ถึงจุดที่มาร์กี้ยืนอยู่ได้ 59.2 เมตร ถ้ามาร์กี้สูง 1.68 เมตร และระดับของดวงตาดูต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร ดังภาพ



**วิธีทำ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มาร์กีสสูง 1.68 เมตร และระดับของดวงตาดูต่ำกว่าศีรษะ 8 เซนติเมตร

ยืนห่างจากองค์พระปฐมเจดีย์ 59.2 เมตร และ  $NC = 0.8$  เมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

ความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์

**2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ให้องค์พระปฐมเจดีย์สูง  $x$  เมตร

3. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้

สมการหาความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์

**3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)**

ให้  $x$  แทนความสูงขององค์พระปฐมเจดีย์ (เมตร)

จาก  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\text{แทนค่า ; } \frac{x}{1.68} = \frac{60}{0.8} = \frac{CA}{CM}$$

$$\text{จาก } \frac{x}{1.68} = \frac{60}{0.8}$$

$$x = \frac{60}{0.8} \quad (1.6)$$

$$x = 120 \text{ เมตร}$$

$\therefore$  องค์พระปฐมเจดีย์สูง 120 เมตร

**4. ขั้นตอนตรวจสอบ (2 คะแนน)**

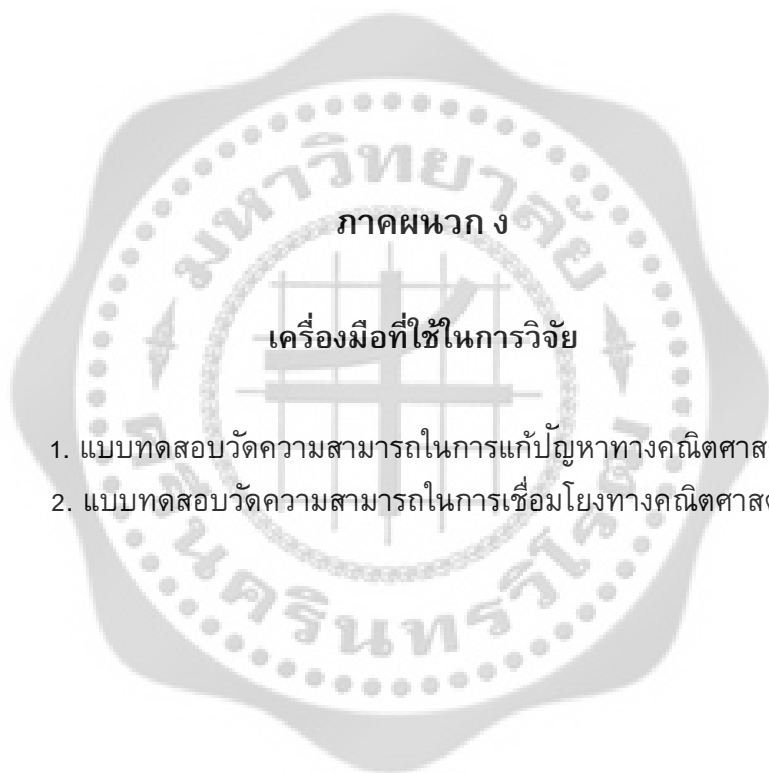
แทนค่า  $x$  ลงในอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{NM} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

$$\frac{120}{1.68} = \frac{60}{0.8} = \frac{CA}{CM}$$

$$75 = 75 \quad \text{จริง}$$





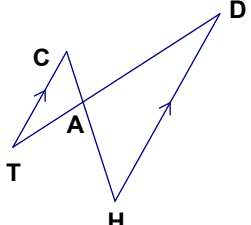
ภาควิชาคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

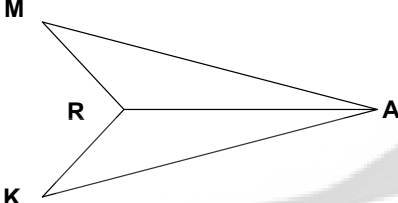




4.  จากรูป  $\triangle CAT \sim \triangle HAD$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

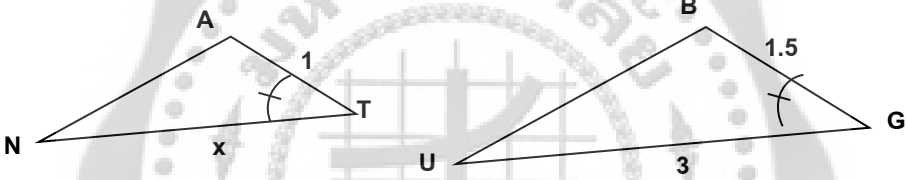
ก.  $\widehat{TC A} = \widehat{A H D}$  (มุมแย้ง)                      ข.  $\widehat{C T A} = \widehat{A D H}$  (มุมแย้ง)

ค.  $\widehat{C A T} = \widehat{D A H}$  (มุมร่วม)                      ง.  $\frac{CA}{HA} = \frac{AT}{AD} = \frac{TC}{DH}$

5.  จากรูป  $\triangle MAR \sim \triangle KAR$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก.  $\frac{MA}{KA} = \frac{RM}{RK}$                       ข.  $\frac{MR}{KA} = \frac{RK}{RA}$

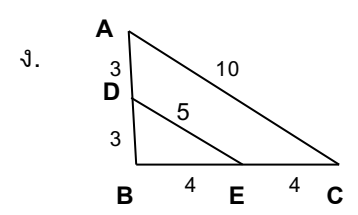
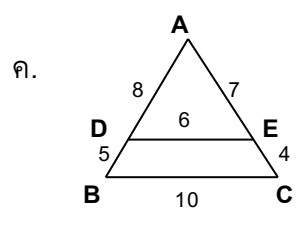
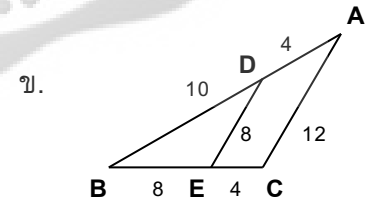
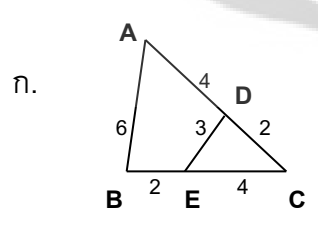
ค.  $\frac{RA}{KA} = \frac{RA}{RK}$                       ง.  $\frac{KA}{MA} = \frac{RM}{RA}$

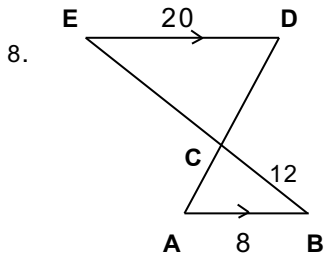
6.  จากรูป  $\triangle ANT \sim \triangle BUG$  แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 1.5                      ข. 2

ค. 2.5                      ง. 4.5

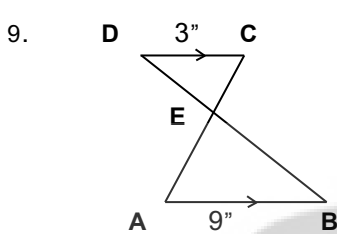
7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดคล้ายกัน





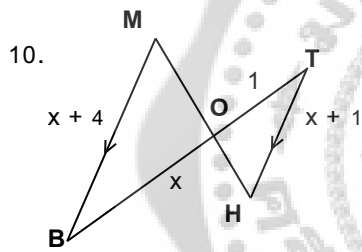
ความยาวของ  $\overline{DC}$  เท่ากับข้อใด

- ก. 11 หน่วย
- ข. 12 หน่วย
- ค. 18 หน่วย
- ง. 24 หน่วย



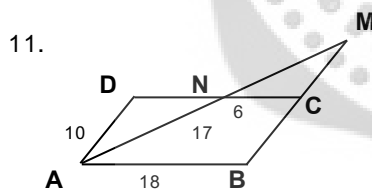
ถ้า  $\overline{AC}$  ยาว 16 นิ้ว แล้ว  $\overline{AE}$  ยาวกี่นิ้ว

- ก.  $\frac{16}{3}$  นิ้ว
- ข. 10 นิ้ว
- ค. 12 นิ้ว
- ง. 48 นิ้ว



จากรูป จงหาความยาวของ  $\overline{MB}$

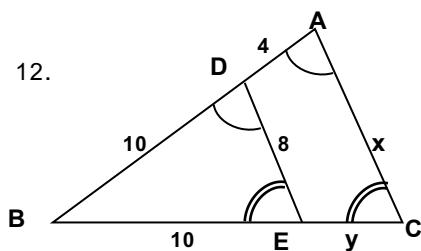
- ก. 2 หน่วย
- ข. 5 หน่วย
- ค. 5.5 หน่วย
- ง. 6 หน่วย



จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

แล้วเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม CMN ยาวกี่หน่วย

- ก. 15
- ข. 19.5
- ค. 33
- ง. 60

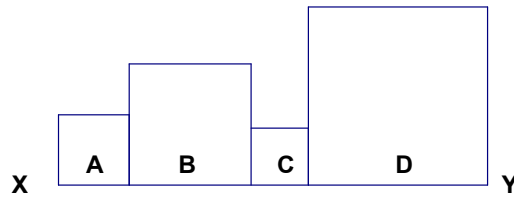


ข้อใดไม่สามารถหาคำตอบได้จากรูปที่กำหนดให้

- ก. x
- ข. ความยาวรอบรูป  $\triangle ABC$
- ค. y
- ง. ปริมาตรของรูป  $\triangle ABC$



19.



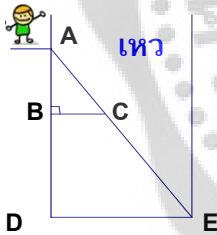
จากรูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A, B, C และ D ตั้งอยู่บน  $\overline{XY}$  ซึ่งยาว 29 หน่วย รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส C มีพื้นที่ 4 ตารางหน่วย และอัตราส่วนระหว่างพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A, B และ D เป็น 4 : 9 : 16 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A
2. ผลบวกพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส B และ D
3. ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูป

ข้อใดไม่สามารถหาคำตอบได้

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| ก. ข้อ 1 เท่านั้น  | ข. ข้อ 2 เท่านั้น   |
| ค. ทั้งข้อ 1 และ 2 | ง. หาคำตอบได้ทุกข้อ |

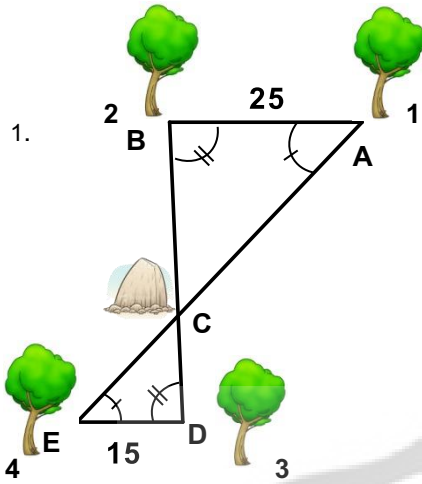
20.



ชายคนหนึ่งต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงใช้รูปสามเหลี่ยม ABC ช่วยในการวัดความลึกของเหว ความยาวของส่วนของเส้นตรงในข้อใดไม่จำเป็นต้องทราบ สำหรับการหาความลึกของเหว

- |       |       |
|-------|-------|
| ก. AB | ข. BC |
| ค. DE | ง. CE |

จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด



ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่หนึ่งกับต้นที่สองเท่ากับ 25 ฟุต  
 ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สามกับต้นที่สี่เท่ากับ 15 ฟุต  
 ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สองกับต้นที่สามเท่ากับ 74 ฟุต  
 แล้วระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สองเท่ากับกี่ฟุต

**วิธีทำ** 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

.....

.....

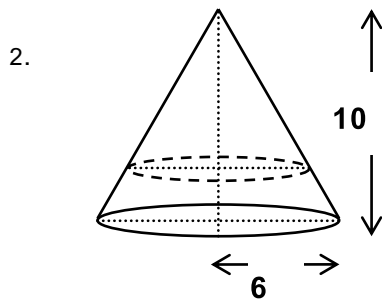
.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

.....

.....



กรวยกลมใบหนึ่งมีรัศมีที่ฐานยาว 6 นิ้ว และมีส่วนสูง 10 นิ้ว จงหาว่า ณ จุดซึ่งสูงจากฐาน 2 นิ้ว ฐานของกรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกี่นิ้ว

วิธีทำ 1. **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)**  
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

2. **ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

.....

.....

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. **ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)**

.....

.....

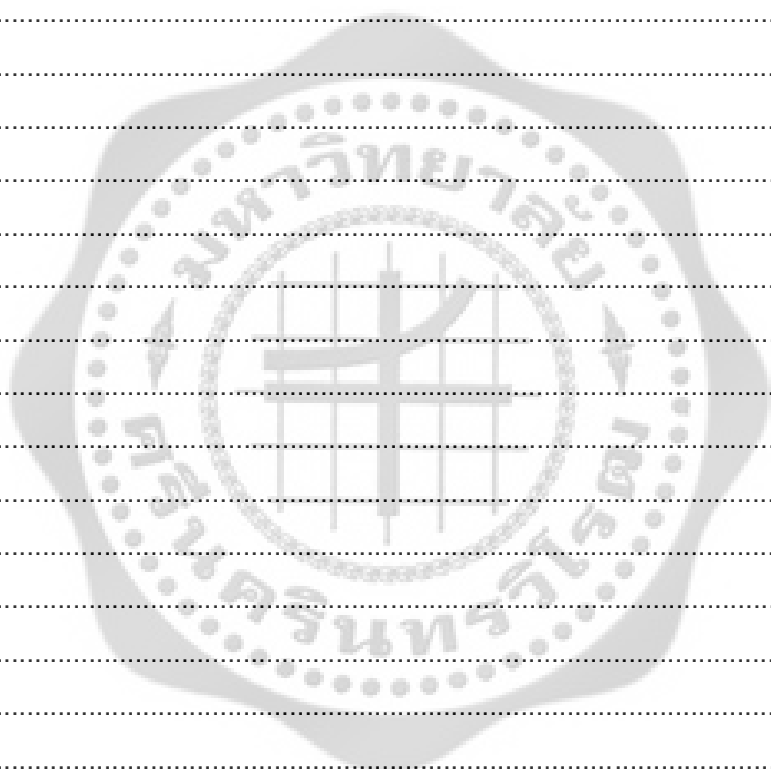






3. ใจดีต้องการหาความสูงของต้นไม้ จึงนำกระดาษแผ่นหนึ่งมาวางบนพื้นระหว่างต้นไม้กับตัวเธอ โดยให้กระดาษอยู่ห่างจากต้นไม้ 10 เมตร เมื่อเธออยู่ห่างจากกระดาษ 5 เมตร เธอจะมองเห็นยอดไม้ในกระจกพอดี จงหาความสูงของต้นไม้ ถ้าวัดความสูงจากเท้าถึงตาเธอได้ 1.5 เมตร

วิธีทำ .....



4. ในช่วงสายของวันหนึ่ง เม่เม่อยากทราบความสูงเสาธงหน้าอาคารเรียน จึงได้วัดความยาว  
เงาของเสาธงได้ 15 เมตร และในขณะนั้นวัดความยาวเงาของเพื่อนของม่ม่ได้ 3 เมตร ถ้า  
เพื่อนม่ม่สูง 150 เซนติเมตร หลังจากที่ม่ม่คำนวณหาความสูงของเสาธง ปรากฏว่าครู  
บอกม่ม่ว่าเสาธงต้นนี้สูง 7.68 เมตร อยากทราบว่าม่ม่วัดความยาวเงาแล้วคำนวณ  
พลาดเคลื่อนกี่เซนติเมตร

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

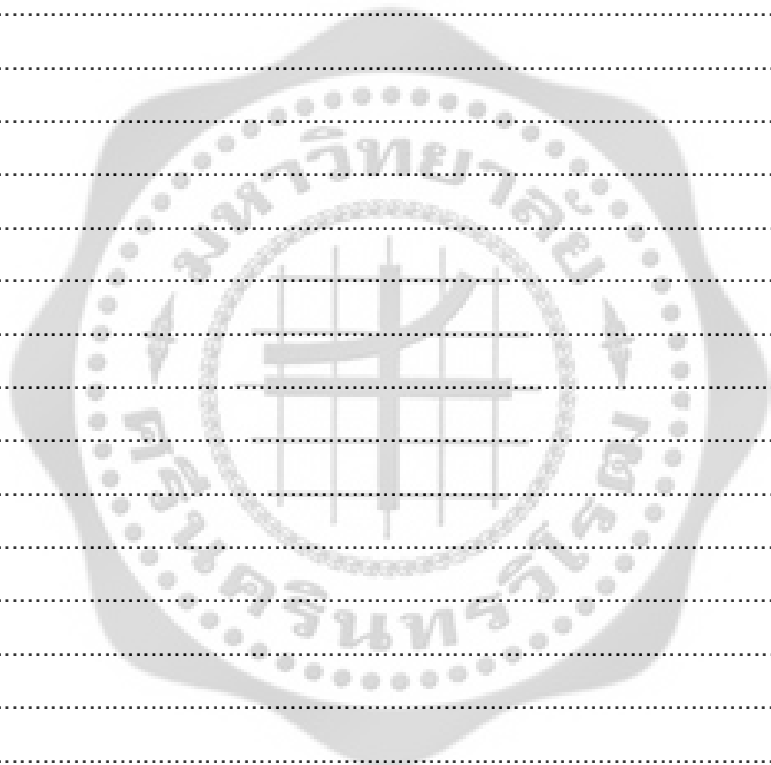
.....

.....

.....

.....

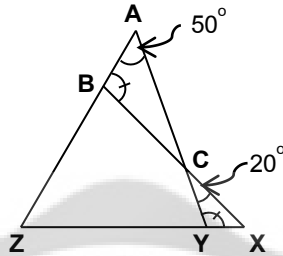
.....





เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความคล้าย

1. กำหนดให้  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$  จงหาค่าของ  $\angle ZY + \angle YXC$



ก. 70

ข. 110

ค. 130

ง. 160

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ข.

วิธีคิด จาก  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ ,  $\angle B = \angle Y$ ,  $\angle C = \angle X = 20^\circ$

จะได้ว่า  $\angle BAC = \angle XYZ = 50^\circ$  และ จาก  $\angle BZX + \angle ZXB + \angle XBZ = 180^\circ$

$$\angle BZX + \angle ZXB = 180^\circ - \angle XBZ$$

$$\angle BZX + \angle ZXB = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\angle BZX + \angle ZXB = 110^\circ$$

$$\angle ZY + \angle YXC = 110^\circ$$

2. ข้อสรุปใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปคล้ายกัน แล้วสามเหลี่ยม 2 รูปนี้ มีมุมเท่ากันทั้ง 3 มุม  
แบบมุมต่อมุม

ข. ถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูป มีมุมเท่ากันทั้ง 3 มุม แล้วรูปสามเหลี่ยม 2 รูปนี้คล้ายกัน

ค. ถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปคล้ายกัน แล้วรูปสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ง. ถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นเท่ากันทุกประการ แล้วรูปสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นคล้ายกัน

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ค.

วิธีคิด ถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปคล้ายกัน แล้วรูปสามเหลี่ยม 2 รูปนั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

ทุกประการ เช่น กำหนดให้  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  ดังรูป



จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปไม่เท่ากันทุกประการ

3. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูปใด ๆ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 2 รูปใด ๆ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
3. รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า 2 รูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน
4. รูปสี่เหลี่ยมมุมเท่า 2 รูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน

ข้อสรุปใดถูกต้อง

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| ก. ข้อ 2 ถูกเพียงข้อเดียว | ข. ข้อ 2 และ 3 ถูก    |
| ค. ข้อ 1, 2 และ 3 ถูก     | ง. ข้อ 2, 3 และ 4 ถูก |

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ก.

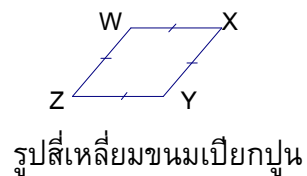
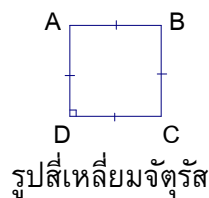
วิธีคิด

ข้อ 1. ผิด เช่น

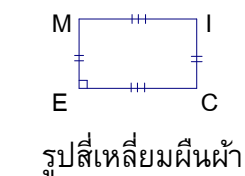


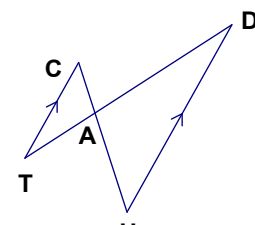
ข้อ 2. ถูก เช่น เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาดมุมแต่ละมุมเท่ากับ 60 องศา และด้านทุกด้านยาวเท่ากัน นั่นคือรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ข้อ 3. ผิด เช่น



ข้อ 4. ผิด เช่น



4.  จากรูป  $\triangle CAT \sim \triangle HAD$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก.  $\angle TCA = \angle AHD$  (มุมแย้ง)      ข.  $\angle CTA = \angle ADH$  (มุมแย้ง)

ค.  $\angle CAT = \angle DAH$  (มุมร่วม)      ง.  $\frac{CA}{HA} = \frac{AT}{AD} = \frac{TC}{DH}$

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ข.

วิธีคิด เพราะ  $\angle CAT = \angle DAH$  เนื่องจากเป็นมุมตรงข้าม


5.  จากรูป  $\triangle MAR \sim \triangle KAR$  ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก.  $\frac{MA}{KA} = \frac{RM}{RK}$       ข.  $\frac{MR}{KA} = \frac{RK}{RA}$

ค.  $\frac{RA}{KA} = \frac{RA}{RK}$       ง.  $\frac{KA}{MA} = \frac{RM}{RA}$

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ก.

วิธีคิด ข้อ ก. ถูก เพราะ จาก  $\triangle MAR \sim \triangle KAR$  จะได้ว่า  $\frac{MA}{KA} = \frac{AR}{AR} = \frac{RM}{RK}$

6.  จากรูป  $\triangle ANT \sim \triangle BUG$  แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใด

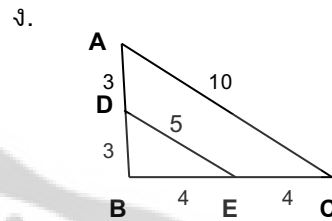
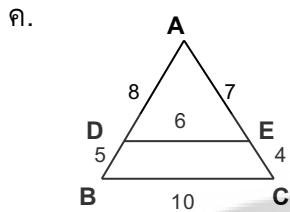
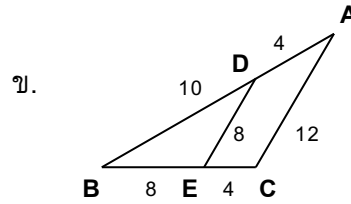
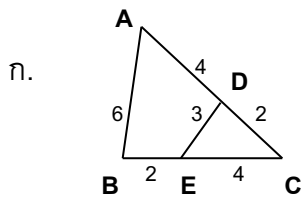
ก. 1.5      ข. 2

ค. 2.5      ง. 4.5

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ข.

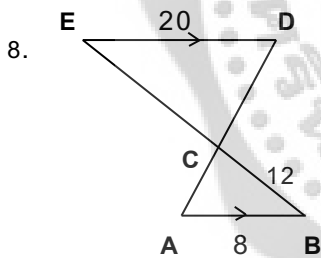
วิธีคิด จาก  $\frac{1}{1.5} = \frac{x}{3}$   
 $x = 2$

7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดคล้ายกัน



เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

วิธีคิด อัตราส่วนความยาวด้าน  $AB : BC : CA = 6 : 8 : 10$  แต่อัตราส่วนความยาวด้าน  $DB : BE : ED = 3 : 4 : 5$  และเมื่อนำมาเปรียบเทียบอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน ไม่เท่ากันทุกคู่ คือ  $\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5}$  หรือ  $2 : 2 : 2$

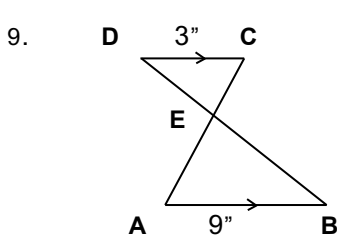


ความยาวของ DC เท่ากับข้อใด

- ก. 11 หน่วย
- ข. 12 หน่วย
- ค. 18 หน่วย
- ง. 24 หน่วย

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

วิธีคิด จาก  $\frac{EC}{12} = \frac{20}{8}$  แล้ว  $EC = 30$  หน่วย

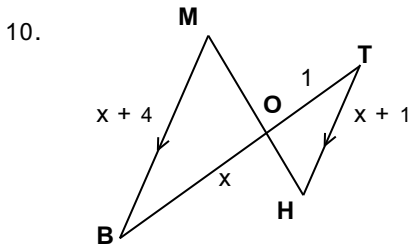


ถ้า  $\overline{AC}$  ยาว 16 นิ้ว แล้ว  $\overline{AE}$  ยาวกี่นิ้ว

- ก.  $\frac{16}{3}$  นิ้ว
- ข. 10 นิ้ว
- ค. 12 นิ้ว
- ง. 48 นิ้ว

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ค.

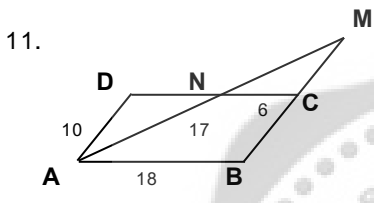
วิธีคิด จาก  $\frac{16-AE}{AE} = \frac{3}{9}$  แล้ว  $AE = 12$  นิ้ว



10. จากรูป จงหาความยาวของ  $\overline{MB}$   
 ก. 2 หน่วย                      ข. 5 หน่วย  
 ค. 5.5 หน่วย                    ง. 6 หน่วย

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

วิธีคิด จาก  $\frac{x+4}{x+1} = \frac{x}{1}$  แล้ว  $x = 2$  จะได้ว่า  $MB = 6$  หน่วย

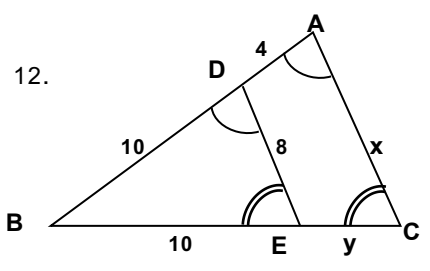


11. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
 แล้วเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม CMN ยาวกี่หน่วย  
 ก. 15                              ข. 19.5  
 ค. 33                                ง. 60

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ข.

วิธีคิด จากรูป  $\triangle AMB \sim \triangle NMC$  จะได้  $\frac{AM}{NM} = \frac{MB}{MC} = \frac{BA}{CN}$   
 $\frac{17+NM}{NM} = \frac{10+MC}{MC} = \frac{18}{6} = 3$   
 จาก  $\frac{17+NM}{NM} = 3$  และ  $\frac{10+MC}{MC} = 3$   
 $17+NM = 3NM$                        $10+MC = 3MC$   
 $2NM = 17$                                $2MC = 10$   
 $NM = 8.5$                                  $MC = 5$

$\therefore$  เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม CMN ยาว  $6 + 8.5 + 5 = 19.5$  หน่วย



12. ข้อใดไม่สามารถหาคำตอบได้จากรูปที่กำหนดให้  
 ก. x                                  ข. ความยาวรอบรูป  $\triangle ABC$   
 ค. y                                  ง. ปริมาตรของรูป  $\triangle ABC$

เฉลย คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

วิธีคิด เพราะ รูปที่กำหนดให้เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ไม่มีปริมาตร





16. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีพื้นที่ 12 ตารางเซนติเมตร ต้องการตัดยอดของรูปสามเหลี่ยมนี้ออก โดยให้รอยตัดขนานกับฐานและให้ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมที่ตัดออกเป็น 0.25 ของส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมเดิม แล้วรูปสามเหลี่ยมที่ถูกตัดออกมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร
- |         |       |
|---------|-------|
| ก. 0.75 | ข. 3  |
| ค. 9    | ง. 48 |

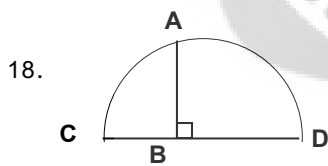
**เฉลย** คำตอบที่ถูกต้อง คือ ก.

**วิธีคิด** จาก  $(0.25)(0.25)(12) = 0.75$  ตารางเซนติเมตร

17. ชายคนหนึ่งยืนอยู่ห่างจากเสาไฟฟ้า 12.60 เมตร เขาสังเกตเห็นเงาของตัวเองซึ่งเกิดจากดวงไฟปลายเสาทอดออกไปยาว 2.40 เมตร ถ้าชายคนนั้นสูง 1.60 เมตร เสาไฟฟ้าต้นนี้สูงกี่เมตร
- |         |       |
|---------|-------|
| ก. 0.75 | ข. 3  |
| ค. 10   | ง. 48 |

**เฉลย** คำตอบที่ถูกต้อง คือ ค.

**วิธีคิด** จาก  $\frac{x}{1.60} = \frac{15}{2.40}$  จะได้ว่า  $x = 10$  เมตร



จากรูป ส่วนโค้ง CAD เป็นครึ่งวงกลมและ AB ตั้งฉากกับ CD ถ้า  $BC = 3$  และ  $BD = 4$  แล้ว  $\overline{AB}$  ยาวกี่หน่วย

- |         |                |
|---------|----------------|
| ก. 0.75 | ข. $2\sqrt{3}$ |
| ค. 3.5  | ง. 7           |

**เฉลย** คำตอบที่ถูกต้อง คือ ข.

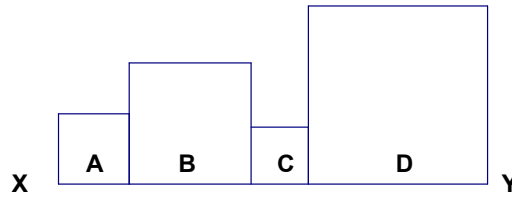
**วิธีคิด** จาก

$$\frac{3}{AB} = \frac{AB}{4}$$

$$AB^2 = 12$$

$$AB = \pm 2\sqrt{3}$$

19.



จากรูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A, B, C และ D ตั้งอยู่บน  $\overline{XY}$  ซึ่งยาว 29 หน่วย รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส C มีพื้นที่ 4 ตารางหน่วย และอัตราส่วนระหว่างพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A, B และ D เป็น

4 : 9 : 16 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A
2. ผลบวกพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส B และ D
3. ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูป

ข้อใดไม่สามารถหาคำตอบได้

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| ก. ข้อ 1 เท่านั้น  | ข. ข้อ 2 เท่านั้น   |
| ค. ทั้งข้อ 1 และ 2 | ง. หาคำตอบได้ทุกข้อ |

**เฉลย** คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

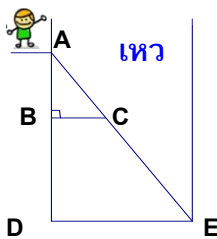
**วิธีคิด** ข้อ 1. หาคำตอบได้ เพราะ รูป A มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางหน่วย

ข้อ 2. หาคำตอบได้ เพราะ รูป B และ D มีพื้นที่เท่ากับ 81 และ 144 ตารางหน่วย

ตามลำดับ

ข้อ 3. หาคำตอบได้ เพราะ ความยาวเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A, B, C และ D เท่ากับ 24, 36, 8 และ 48 หน่วย ตามลำดับ

20.



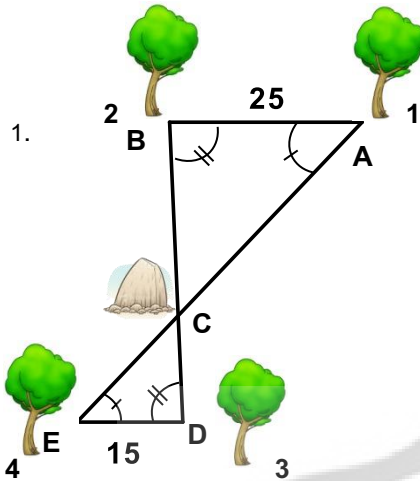
ชายคนหนึ่งต้องการวัดความลึกของเหว เขาจึงใช้รูปสามเหลี่ยม ABC ช่วยในการวัดความลึกของเหว ความยาวของส่วนของเส้นตรงในข้อใดไม่จำเป็นต้องทราบ สำหรับการหาความลึกของเหว

- |       |       |
|-------|-------|
| ก. AB | ข. BC |
| ค. DE | ง. CE |

**เฉลย** คำตอบที่ถูกต้อง คือ ง.

**วิธีคิด** เพราะ CE เป็นส่วนหนึ่งของด้านตรงข้ามมุมฉาก ซึ่งไม่ต้องใช้ในการคำนวณหาความลึกของเหว

จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด



ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่หนึ่งกับต้นที่สองเท่ากับ 25 ฟุต  
 ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สามกับต้นที่สี่เท่ากับ 15 ฟุต  
 ระยะระหว่างต้นไม้ต้นที่สองกับต้นที่สามเท่ากับ 74 ฟุต  
 แล้วระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สองเท่ากับกี่ฟุต

เฉลย

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

$AB = 25$  ฟุต ,  $BD = 74$  ฟุต ,  $DE = 15$  ฟุต ,  $\angle ABC = \angle CDE$  และ  $\angle BAC = \angle CED$

สิ่งที่โจทย์ถาม

ระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สอง

2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)

1. ให้ระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สอง เท่ากับ  $x$  ฟุต
2. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้สมการหา

ความยาว

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

ให้ ระยะระหว่างก้อนหินกับต้นไม้ต้นที่สอง เท่ากับ  $x$  ฟุต

จาก  $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{CA}{CE}$$

แทนค่า ;  $\frac{25}{15} = \frac{x}{74-x} = \frac{CA}{CE}$

จาก  $\frac{25}{15} = \frac{x}{74-x}$

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{74-x}$$

$$\begin{aligned} 5(74 - x) &= 3x \\ 370 - 5x &= 3x \\ 370 &= 8x \\ x &= 46.25 \end{aligned}$$

**4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)**

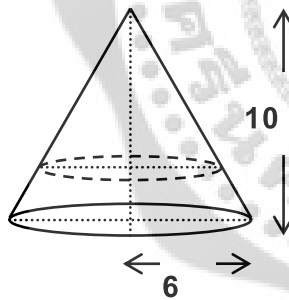
แทนค่า  $x = 46.25$  ในสมการ  $\frac{25}{15} = \frac{x}{74-x}$

จะได้  $\frac{25}{15} = \frac{46.25}{74-46.25}$

$$\frac{25}{15} = \frac{46.25}{27.75}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{จริง}$$

2.



กรวยกลมใบหนึ่งมีรัศมีที่ฐานยาว 6 นิ้ว และมีส่วนสูง 10 นิ้ว จงหาว่า ณ จุดซึ่งสูงจากฐาน 2 นิ้ว ฐานของกรวยมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกี่นิ้ว

**เฉลย**

**1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา(1 คะแนน)**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

$$AG = 10 \text{ นิ้ว} , FG = 2 \text{ นิ้ว} , GE = 6 \text{ นิ้ว}$$

สิ่งที่โจทย์ถาม

ความยาวของ  $\overline{DE}$

**2. ขั้นวางแผน (2 คะแนน)**

1. ให้  $FE = x$  นิ้ว ,  $DE = 2x$  นิ้ว

2. เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน แล้วแทนค่า เพื่อแก้สมการหา

ความยาว

### 3. ขั้นตอนการตามแผน (4 คะแนน)

ให้  $FE = x$  นิ้ว และ  $DE = 2x$  นิ้ว

จาก  $\triangle AFE \sim \triangle AGC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AF}{AG} = \frac{FE}{GC} = \frac{EA}{CA}$$

แทนค่า ;  $\frac{8}{10} = \frac{x}{6} = \frac{EA}{CA}$

จาก  $\frac{8}{10} = \frac{x}{6}$

$$x = 0.8 (6)$$

$$x = 4.8$$

### 4. ขั้นตรวจสอบ (2 คะแนน)

แทนค่า  $x = 4.8$  ในสมการ  $\frac{8}{10} = \frac{x}{6}$

จะได้  $\frac{8}{10} = \frac{4.8}{6}$

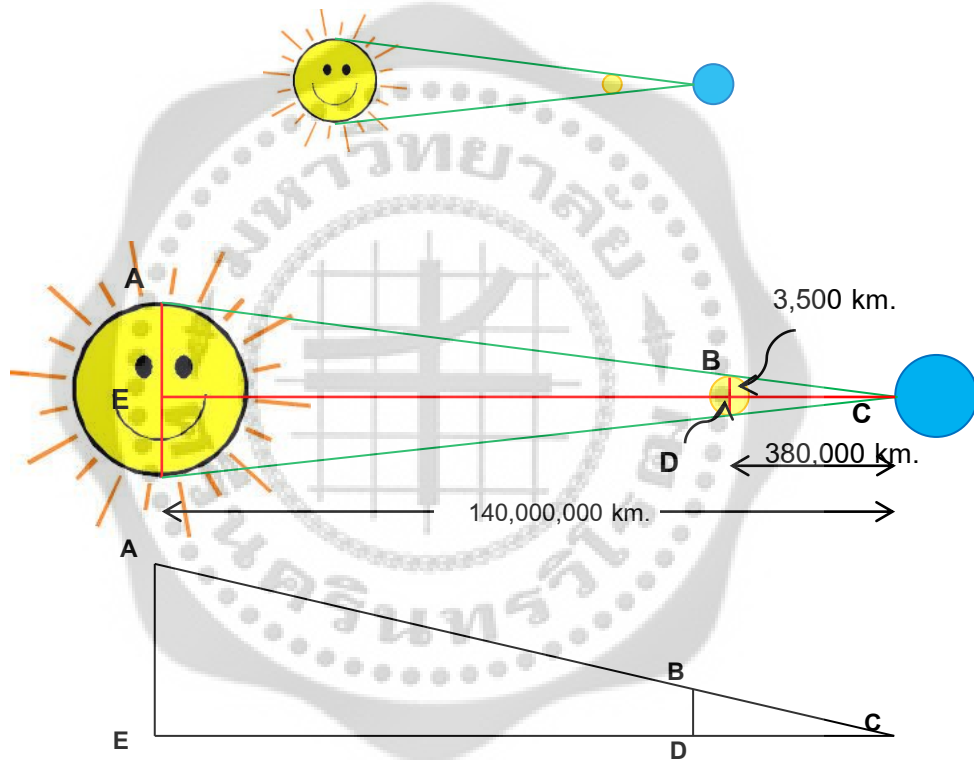
$$0.8 = 0.8 \quad \text{จริง}$$

## เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย

จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

- เมื่อโลก ดวงจันทร์และดวงอาทิตย์โคจรมาอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป เราเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า สุริยุปราคา ถ้าดวงจันทร์และดวงอาทิตย์อยู่ห่างจากโลกประมาณ 385,000 กิโลเมตร และ 140,000,000 กิโลเมตร ตามลำดับ ดวงจันทร์มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 3,500 กิโลเมตร จงหาว่าดวงอาทิตย์มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณกี่กิโลเมตร

เฉลย



ให้ ดวงอาทิตย์มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว  $2AE$  กิโลเมตร

จากรูป จะได้ว่า  $\triangle ACE \sim \triangle BCD$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AC}{BC} = \frac{CE}{CD} = \frac{EA}{DB}$$

แทนค่า ; 
$$\frac{AC}{BC} = \frac{140,000,000}{385,000} = \frac{EA}{\frac{3,500}{2}}$$

จาก 
$$\frac{140,000,000}{385,000} = \frac{EA}{\frac{3,500}{2}}$$

$$\frac{7,000}{19} = \frac{2EA}{3,500}$$

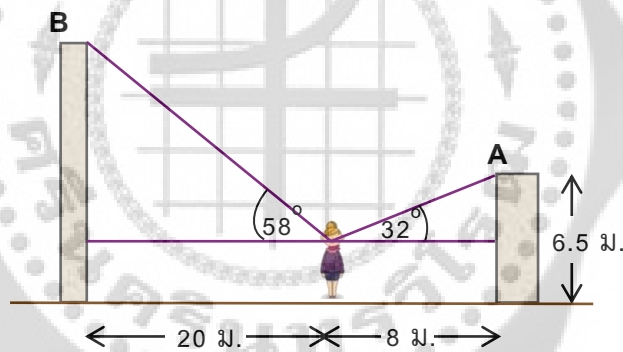
$$2AE = \frac{7,000}{19} (3,500)$$

$$2AE \approx 1,289,473.68$$

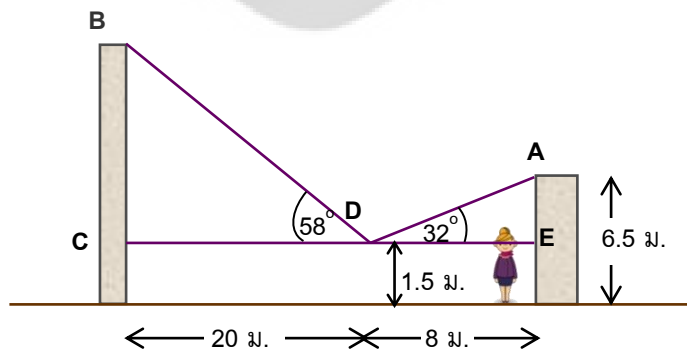
∴ ดวงอาทิตย์มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวประมาณ 1,289,473.68 กิโลเมตร

**ตอบ** ประมาณ 1,289,473.68 กิโลเมตร

2. น้ำใสยืนอยู่กลางสนามมองยอดอาคาร A เป็นมุมเงย 32 องศา กับระดับสายตา เมื่อหันหลังกลับมองเห็นยอดอาคาร B เป็นมุมเงย 58 องศา จุดที่ยืนห่างจากอาคาร B เป็นระยะทาง 20 เมตร และห่างจากอาคาร A เป็นระยะทาง 8 เมตร ดังรูป ถ้าอาคาร A สูง 6.5 เมตร และความสูงจากเท้าถึงตาของน้ำใสเป็น 1.5 เมตร จงหาความสูงของอาคาร B



**เฉลย**





**วิธีทำ**

ให้ อาคาร B สูง  $BC + 1.5$  เมตร

จากรูป จะได้ว่า  $\triangle AED \sim \triangle BCD$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AE}{BC} = \frac{ED}{CD} = \frac{DA}{DB}$$

แทนค่า ;  $\frac{6.5-1.5}{BC} = \frac{8}{20} = \frac{EA}{CA}$

จาก  $\frac{6.5-1.5}{BC} = \frac{8}{20}$

$$\frac{5}{BC} = \frac{2}{5}$$

$$BC = (5) \left( \frac{5}{2} \right)$$

$$BC = 12.5$$

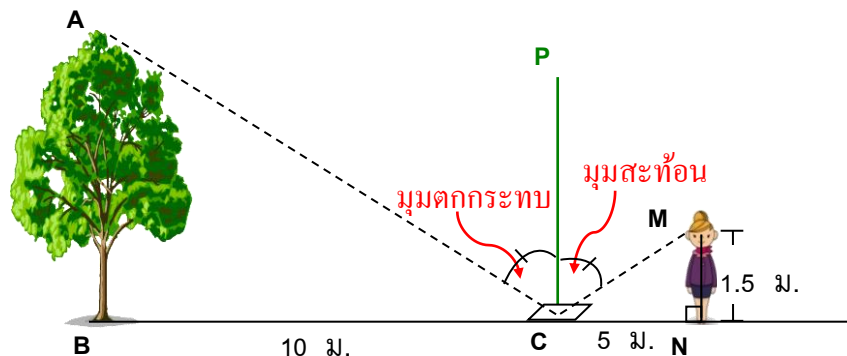
$\therefore$  อาคาร B สูง  $12.5 + 1.5 = 14$  เมตร

**ตอบ** 14 เมตร

3. ใจดีต้องการหาความสูงของต้นไม้ จึงนำกระจกแผ่นหนึ่งมาวางบนพื้นระหว่างต้นไม้กับตัวเธอ โดยให้กระจกอยู่ห่างจากต้นไม้ 10 เมตร เมื่อเธออยู่ห่างจากกระจก 5 เมตร เธอจะมองเห็นยอดไม้ในกระจกพอดี จงหาความสูงของต้นไม้ ถ้าวัดความสูงจากเท้าถึงตาเธอได้ 1.5 เมตร

**เฉลย**

จากกฎของสเนลล์จะได้ว่า มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน ดังภาพ



**วิธีทำ**

ให้ ต้นไม้ สูง AB เมตร

จากรูป จะได้ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle MNC$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NC} = \frac{CA}{CM}$$

แทนค่า ;  $\frac{AB}{1.5} = \frac{10}{5} = \frac{CA}{CM}$

จาก  $\frac{AB}{1.5} = \frac{10}{5}$

$$AB = 1.5 (3)$$

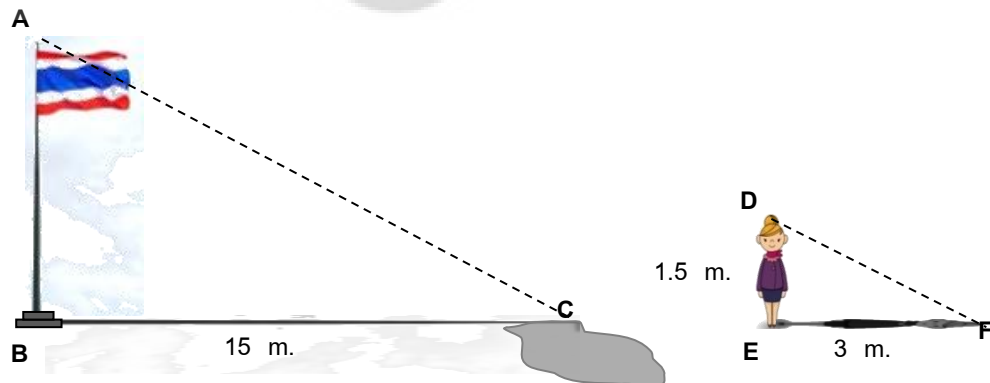
$$AB = 3$$

$\therefore$  ต้นไม้สูง 3 เมตร

**ตอบ** 3 เมตร

4. ในช่วงสายของวันหนึ่ง เมเม่อยากทราบความสูงเสาธงหน้าอาคารเรียน จึงได้วัดความยาวเงาของเสาธงได้ 15 เมตร และในขณะนั้นวัดความยาวเงาของเพื่อนของเมเม่ได้ 3 เมตร ถ้าเพื่อนเมเม่สูง 150 เซนติเมตร หลังจากที่เมเม่คำนวณหาความสูงของเสาธง ปรากฏว่าครูบอกเมเม่ว่าเสาธงต้นนี้สูง 7.68 เมตร อยากทราบว่าเมเม่วัดความยาวเงาแล้วคำนวณคลาดเคลื่อนกี่เซนติเมตร

**เฉลย**



**วิธีทำ**

ให้ เสาธง สูง AB เมตร

จากรูป จะได้ว่า  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

แทนค่า ;  $\frac{AB}{1.5} = \frac{15}{3} = \frac{CA}{FD}$

จาก  $\frac{AB}{1.5} = \frac{15}{3}$

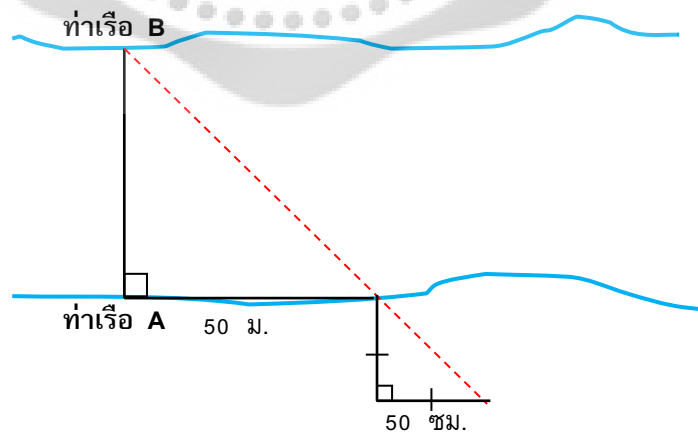
$$AB = 5 (1.5)$$

$$AB = 7.5$$

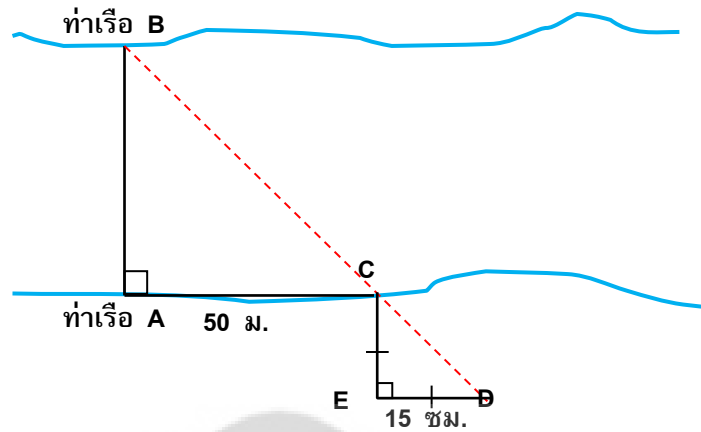
$\therefore$  ความสูงของเสาธงที่เมเม่คำนวณได้ เท่ากับ 7.5 เมตร  
 แต่เนื่องจากความสูงที่แท้จริงของเสาธง เท่ากับ 7.68 เมตร  
 ดังนั้น เมเม่คำนวณคลาดเคลื่อนไป  $7.68 - 7.5 = 0.18$  เมตร = 18 เซนติเมตร

**ตอบ** 18 เซนติเมตร

5. จงหาความกว้างของแม่น้ำในช่วงท่าเรือ A กับท่าเรือ B เมื่อเดินจากท่าเรือ A ไปได้ ระยะทาง 50 เมตร แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมคล้ายให้มีด้านประกอบมุมฉากยาว 15 และ 15 เซนติเมตร ตามลำดับ



เฉลย



### วิธีทำ

โจทย์กำหนดให้เดินจากท่าเรือ A ไปได้ระยะทาง 50 เมตร แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมคล้ายให้มีด้านประกอบมุมฉากยาว 15 และ 15 เซนติเมตร

ให้ ความกว้างของแม่น้ำในช่วงท่าเรือ A กับท่าเรือ B เท่ากับ AB เมตร

จากรูป จะได้ว่า

$$\triangle ABC \sim \triangle ECD$$

เขียนอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันได้ว่า

$$\frac{AB}{EC} = \frac{BC}{CD} = \frac{CA}{DE}$$

แทนค่า ; 
$$\frac{AB}{0.15} = \frac{BC}{CD} = \frac{50}{0.15}$$

จาก 
$$\frac{AB}{0.15} = \frac{50}{0.15}$$

$$AB = \left(\frac{50}{0.15}\right) (0.15)$$

$$AB = 50$$

$\therefore$  ความกว้างของแม่น้ำในช่วงท่าเรือ A กับท่าเรือ B เท่ากับ 50 เมตร

ตอบ 50 เมตร



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. ดร. สุณิสา สุมิรัตน์  
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รัตนาภรณ์ สมกิตติธรรม  
ข้าราชการบำนาญ คณะครุศาสตร์  
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
3. อาจารย์ปิยะวรรณ จันทร์สมบูรณ์  
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ คศ. 3  
โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา อ. สามพราน จ. นครปฐม





ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาววรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร
วันเดือนปีเกิด	2 มิถุนายน 2528
สถานที่เกิด	เขตบางกอกน้อย กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	39/2 หมู่ 4 ตำบลบ้านใหม่ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม 73110
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	ครูผู้ช่วย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม 73000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2547	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนนาคนาคประสิทธิ์ อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม
พ.ศ. 2551	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2552	ประกาศนียบัตรบัณฑิต (วิชาชีพครู) จาก มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
พ.ศ. 2557	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชา การมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ