

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2557

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2557

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2557

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach)

ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา: อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์,

รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คนได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ใช้เวลาในการทดลอง 14 ชั่วโมง โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF OPEN APPROACH INSTRUCTION ACTIVITIES ON PROBLEM SOLVING
ABILITY AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY ON MATHEMATICAL PROCESS
SKILLS OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

March 2014

Tatima Thipjindachaikul. (2014). *The Effect of Open Approach Instruction Activities on Problem Solving Ability and Mathematical Reasoning Ability on Mathematical Process Skills of Mathayomsuksa III students*. Master's Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Dr.Sunisa Sumirattana, Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare the before and after problem solving ability and mathematical reasoning ability on “mathematical process skills” of Mathayomsuksa III students.

The subjects of this study were 44 Mathayomsuksa III students in the second semester of academic year 2013 at St. Francis Xavier Convent School, Bangkok. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 14 periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for this study. The instruments used in the data collection were the lesson plans on mathematical, mathematical problem solving ability test and mathematical reasoning ability test. The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

1. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after learning by Open Approach instruction activities was statistically higher than that before learning at the .01 level of significance.

2. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after learning by Open Approach instruction activities instruction was statistically higher than the criteria of 70 percent at the .01 level of significance.

3. The mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa III students after learning by Open Approach instruction activities was statistically higher than that before learning at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ เดือน พ.ศ. 2557

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา

.....ประธาน

(อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตน์)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

.....ที่ปรึกษาร่วม

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ และรองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญาานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อให้ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ อาจารย์อังคณา อุทัยรัตน์และอาจารย์เสาวณีย์ อากานันท์ ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ พร้อมทั้งให้กำลังใจ เป็นผู้ที่ให้คำปรึกษาและช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณท่านอธิการเซอร์สแตลลา นิลเขต และคณะครูโรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ทุกท่านที่ได้อำนวยความสะดวกในการให้ข้อมูลเบื้องต้น และการเก็บข้อมูล ขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่คอยเป็นกำลังใจ และช่วยเหลือผู้วิจัยทุกอย่างในระหว่างการเก็บข้อมูล และขอขอบคุณนักเรียนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ผู้วิจัยขอโน้มระลึกถึงพระคุณของคุณพ่อ คุณแม่และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนด้านการศึกษาและเป็นกำลังใจตลอดมาและขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและให้กำลังใจตลอดมาในการทำปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จสมบูรณ์

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาและครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
สมมติฐานในการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด (Open Approach)	9
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด.....	18
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	29
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	51
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	68
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	68
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	69
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	75
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	75
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	82

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5	
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	85
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	85
สมมุติฐานในการวิจัย.....	85
การดำเนินการวิจัย.....	85
สรุปผลการวิจัย.....	87
อภิปรายผล.....	87
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	90
ข้อเสนอแนะ.....	91
บรรณานุกรม.....	93
ภาคผนวก.....	102
ภาคผนวก ก.....	103
ภาคผนวก ข.....	119
ภาคผนวก ค.....	125
ภาคผนวก ง.....	144
ภาคผนวก จ.....	152
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	154

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา...	47
2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles; & Lester.....	48
3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	49
4 เกณฑ์การทำข้อสอบประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย.....	63
5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล.....	63
6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของจินดิษฐ์ ละออบปักซิณ.....	64
7 แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design.....	75
8 คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	82
9 คะแนนเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ (ร้อยละ70).....	83
10 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	84
11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	104
12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	104

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
13 ค่าความยากง่าย (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	105
14 ค่าความยากง่าย (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	108
15 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X^2_i$ และค่า S^2_i เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	111
16 ค่า $\sum X$ และ $\sum X^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	111
17 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X^2_i$ และค่า S^2_i เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	115
18 ค่า $\sum X$ และ $\sum X^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	115
19 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง.....	120
20 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง.....	123

บัญชีภาพประกอบ

ตาราง	หน้า
1 รูปแบบและขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิด.....	13
2 ลักษณะที่สำคัญที่เกิดขึ้นในห้องเรียนที่ใช้การสอนโดยวิธีแบบเปิด.....	15
3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของวิลสัน เพอร์มันเดซและฮาดาเวย์.....	23
4 การสร้างปัญหาปลายเปิด.....	25
5 แสดงสถานการณ์การสอนโดยวิธีการแบบเปิด (Open – Approach Method).....	36
6 ลำดับขั้นการคิดของครูลิกและรูดนิค.....	52
7 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย.....	57



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษามีบทบาทในการพัฒนาคนให้มีคุณภาพ ดังปรากฏในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่มุ่งจัดการศึกษาให้เป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข โดยเฉพาะหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้น จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้ 1) ความสามารถในการสื่อสาร 2) ความสามารถในการคิด 3) ความสามารถในการแก้ปัญหา 4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต 5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 6-7)

คณิตศาสตร์ เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 56) ในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีเรื่องการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาปรากฏอยู่อย่างชัดเจนในสาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 13)

ซึ่งในการที่จะพัฒนาคนในประเทศให้เก่งคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องเริ่มจากการพัฒนาความสามารถในการคิดให้เหตุผลและการแก้ปัญหา เพราะเป็นเป้าหมายหลักในการเรียนคณิตศาสตร์ (รุจิรัตน์ พรหมรักษ์. 2553: 1) โดยหลักสูตรกำหนดให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยส่งเสริมทักษะคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนโดยตรง ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาและ

ความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิด การมีระดับขั้นตอนในการคิดมีเหตุผล จะเป็นประโยชน์ต่อชีวิตประจำวันของผู้เรียน

แต่การเรียนการสอนในโรงเรียนพบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่มักถูกฝึกให้คิดหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวด้วยวิธีการที่ปฏิบัติซ้ำแล้วซ้ำอีก ตั้งแต่เริ่มเข้าโรงเรียนจนจบปริญญาตรี ครูทดสอบผู้เรียนด้วยข้อสอบที่ต้องการคำตอบเดียวตลอดมา ผู้เรียนถูกฝึกเกี่ยวกับการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น การหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวอาจเหมาะสมกับบางปัญหาในบางวิชา เช่น คณิตศาสตร์ เป็นต้น แต่ปัญหาก็คือ ในชีวิตจริงคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวอาจจะไม่เพียงพอ เพราะในชีวิตจริงยังมีความจำเป็นที่ต้องการคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ จึงจะสามารถเลือกใช้กับปัญหาได้ หากครูฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิดค้นหาคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือหลายๆคำตอบ ก็จะช่วยให้ผู้เรียนคุ้นเคยเกิดทักษะคิดหาทางเลือกที่เป็นไปได้หลายๆทาง ผู้เรียนก็จะเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการตอบคำถาม และสามารถเลือกนำไปใช้ให้เหมาะสมในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (อารี พันธุ์ณี, 2544: 41) จากสภาพปัญหาดังกล่าว ครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่ง ที่จะต้องปรับเปลี่ยนวิธีสอนของตนเองให้เข้ากับยุคใหม่ โดยให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน (ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล, 2543: 266) โดยครูผู้สอนต้องหาวิธีการแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ มีรูปแบบในการจัดกิจกรรมที่หลากหลายเน้นทักษะกระบวนการ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตื่นตัวอยู่ตลอดเวลา มีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชากับชีวิตจริง (จิราภรณ์ ศิริทวี, 2551: 35)

วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นวิธีการสอนหนึ่งที่ใช้กิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนได้เปิดการใช้วิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จำเป็นต้องสร้างกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีคิดทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ถูกเปิดออกมาอย่างชัดเจน (Nohda, 1986: 125) จุดมุ่งหมายวิธีแบบเปิด คือ การช่วยให้กิจกรรมที่มีความสร้างสรรค์และวิธีคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เกิดขึ้นพร้อมๆกัน กล่าวคือ ทั้งกิจกรรมของนักเรียนและวิธีคิดทางคณิตศาสตร์ จะต้องถูกนำออกมาใช้อย่างเต็มความสามารถ ต้องให้นักเรียนแต่ละคนมีอิสระในการพัฒนาความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาตามความสามารถและความสนใจของตน สิ่งสุดท้ายต้องปล่อยให้ให้นักเรียนได้พัฒนาความฉลาดทางคณิตศาสตร์ของเขา จึงต้องสร้างกิจกรรมห้องเรียนที่จะส่งเสริมวิธีคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าก็สามารถที่จะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายและนักเรียนที่มีความสามารถด้อยกว่าก็ยังคงสนุกสนานกับกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ตามความสามารถของตน การทำเช่นนี้เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสการสืบเสาะด้วยวิธีการที่ตนเชื่อมั่นและนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนสูงขึ้น ผลที่เกิดขึ้น

มีความเป็นไปได้ที่นักเรียนจะเกิดการพัฒนาศักยภาพสูงขึ้นไปที่จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา และในขณะที่เดียวกันยังเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้นักเรียนแต่ละคนด้วย (Nohda. 1986: 120-124) ซึ่งสอดคล้องกับนุชนาฏ ม่วงมุลตรีและคณะ (2549: 22) ที่ทำการสำรวจความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด พบว่า นักเรียนมีโอกาสทำกิจกรรมกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และได้แสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลาย

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเกิดความสนใจที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื่องจากรูปแบบการเรียนการสอนดังกล่าว ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล และใช้เนื้อหาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่เอื้อต่อการที่จะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนดีขึ้น และเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยในครั้งนี้สามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดและเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 199 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการที่จัดทำโดยกระทรวงศึกษาธิการ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยกิจกรรมที่ทำการสอน มีดังนี้

- | | |
|--------------------------------|-------------|
| - กิจกรรม “ก่ตัวกันแน่” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ชนต่างชาติ” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ตะกร้าขามแง่มุง” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ใครคือใจ ใครคือใคร” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “แบ่งปัน 11 ส่วนดี” | จำนวน 2 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ใช้เวลาในการทดลอง 14 คาบ โดยทำการทดสอบก่อนทดลอง 2 คาบ ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ 10 คาบ และทำการทดสอบหลังทดลอง 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach)
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนนำเสนอให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาในการแสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลาย โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน ซึ่งลักษณะปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้เลือกใช้คละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด มี 3 ชนิด คือ

1.1 กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาต้นกำเนิดให้ได้้อย่างหลากหลาย

1.2 ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

1.3 แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่ได้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว ผู้เรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม

2. การเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง รูปแบบหรือวิธีการเรียนรู้แบบหนึ่งที่น่าให้ผู้เรียนทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับผู้เรียน ซึ่งกิจกรรมที่นำมาใช้จะเป็นกิจกรรมที่หลากหลายทั้งเกม กรณีตัวอย่าง บทความ ข่าว ฯลฯ ทั้งนี้ การเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดยึดหลักการ 3 ประการ คือ

2.1 เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับความเป็นอิสระของผู้เรียน

2.2 เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะในเชิงวิวัฒนาการและเชิงบูรณาการ

2.3 เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับการตัดสินใจที่มีประโยชน์ของผู้สอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด หมายถึง รูปแบบของการจัดการเรียนการสอนกลุ่มย่อย 4-6 คน เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันใช้กระบวนการคิดที่หลากหลายซึ่งจะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดของผู้เรียนแต่ละบุคคล อาจอยู่ในรูปของการแสดงความคิดเห็น การกำหนดปัญหาแนวทางการแก้ปัญหาหรือการตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหา โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน ลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหานั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้สอนว่าจะกำหนดปัญหาให้ผู้เรียนแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหาปลายเปิดชนิดใด

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาวิธีที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาโดยผู้เรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล แล้วนำมาอภิปรายในกลุ่มย่อย ถึงแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสมกับสถานการณ์หรือไม่เพียงใด พร้อมทั้งนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นที่สุด

ขั้นที่ 3 การขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ขั้นตอนใหม่ โดยพิจารณาจากขั้นตอนที่ 2 และอาศัยฐานจากปัญหาเดิม

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจ กระบวนการขั้นตอนแก้ปัญหา และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนประสบการณ์เดิม และทักษะพื้นฐานต่างๆที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน โดยพิจารณาจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของการคิดในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ หรือเป็นการอธิบายการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์และแสดงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้น ซึ่งพิจารณาจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนที่กำหนดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15) ดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80 – 100 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75 – 79 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70 – 74 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65 – 69 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60 – 64 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับน่าพอใจ

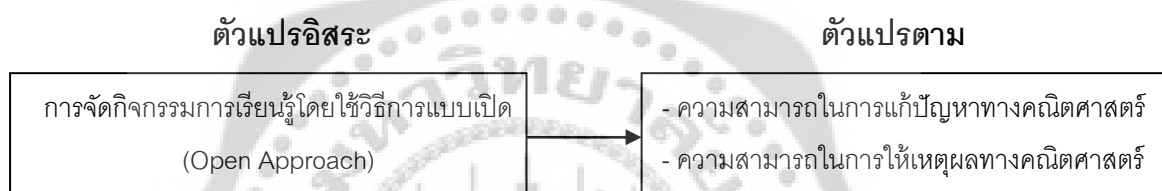
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55 – 59 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50 – 54 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการกิจกรรม
การเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ได้ศึกษาแนวคิดของโนบุชิโกะ โนดะ (Nohda. 2000:
41-42) และศึกษาตัวแปรตาม โดยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใช้แนวคิดของโนบุชิโกะ
โนดะ (Nohda. 2000: 41-42; อ้างอิงจาก ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2547: 33-35) และความสามารถในการ
ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใช้ทฤษฎีของโอดาฟเฟออร์ (O'Daffer. 1990: 378)



สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการกิจกรรมการ
เรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการ
เรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการกิจกรรมการ
เรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด (Open Approach)

1.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด

1.2 ความสำคัญของวิธีการแบบเปิด

1.3 ขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

1.4 สถานการณ์การสอนซึ่งเกิดจากการใช้วิธีการแบบเปิด (Teaching Situation by Open - approach Method)

1.5 การประเมินแนวทางคำตอบของนักเรียน (Evaluation of Students' Responses)

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

2.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด

2.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

2.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

3.4 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.5 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.6 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.7 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.8 แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.5 การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด (Open - Approach)

1.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด (Open - Approach)

โนบุชิโกะ โนดะ (Nohda, 1986: 21) ได้ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการสอนหนึ่งที่ใช้กิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนได้เปิดการใช้วิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จำเป็นต้องสร้างกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีคิดทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมแก้ปัญหาให้นักเรียนได้ถูกเปิดออกมาอย่างชัดเจนสามารถอธิบายได้ 3 ลักษณะ คือ

1. มีการพัฒนากิจกรรมของเด็ก เพื่อวิธีการสอนแบบเปิดโดยเฉพาะ
2. ปัญหาที่กำหนดในวิธีการแบบเปิดต้องอาศัยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วย
3. วิธีการแบบเปิดควรสอดคล้องกันในกิจกรรมสัมพันธ์ระหว่างข้อ 1 กับข้อ 2

ในปี ค.ศ. 2000 โนบุชิโกะ โนดะ ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการแบบเปิดไว้ในที่ประชุมระดับนานาชาติของจิตวิทยาการศึกษาคณิตศาสตร์ (PME) เรื่อง "Teaching by Open Approach Method in Japanese Mathematics Classroom" และได้เสนอความหมายของวิธีการแบบเปิดว่าเป็นวิธีการสอนแบบหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญเป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นความรู้และลงมือปฏิบัติหรือกระทำจริงทุกขั้นตอน จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง และเป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการแสวงหาความรู้ ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้และเทคนิควิธีการสอนหลายรูปแบบ วิธีการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมีหลากหลายวิธี

นุชนาฏ ม่วงมูลตรีและคณะ (2549: 19) ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิด หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่อาศัยทักษะกระบวนการคิดค่อนข้างมากทั้งของครูผู้สอนและของนักเรียน ซึ่งจะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดของผู้เรียนได้คิดกว้าง คิดหลากหลาย และคิดสร้างสรรค์มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ตามบริบทของเนื้อหา ดังนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะนำมาใช้นี้จะเป็นกิจกรรมที่หลากหลายทั้งเกม กรณีตัวอย่าง บทความ ข่าว ฯลฯ

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547: 30) การสอนแบบเปิด หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาแบบเปิดกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่าวิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการจัดการเรียนการสอนที่ใช้กิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ กิจกรรมที่ใช้จะต้องเป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีและคำตอบที่หลากหลาย ผู้เรียนจะแสวงหาความรู้และลงมือปฏิบัติหรือกระทำจริง จนเกิดความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งกิจกรรมที่นำมาใช้จะเป็นกิจกรรมที่หลากหลายทั้งเกม กรณีตัวอย่าง บทความข่าว ฯลฯ

1.2 ความสำคัญของวิธีการแบบเปิด (Open - Approach)

โนฮูชิโกะ โนตะ (Nohda. 2000: 41-42) กล่าวว่า กิจกรรมทางการศึกษาทั้งหมด ควรจะเป็นไปเพื่อทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนในปัจจุบันเปิดทางไปสู่การเรียนรู้ในอนาคต ในขณะที่เดี๋ยวนี้ นักเรียนก็สามารถที่จะได้มาซึ่งคุณสมบัติที่จำเป็นที่จะทำให้ชีวิตของพวกเขาประสบผลสำเร็จ หรือแม้กระทั่งในบริบทของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็เช่นเดียวกัน เราควรที่จะต้องพิจารณาว่าทำอย่างไรจะกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนค้นหาแนวทางชีวิตสำหรับตัวเอง มุ่งมั่นที่ดีทั้งทางกายและใจในการสนับสนุน ชุมชนที่เขาดำรงอยู่อย่างเต็มแรงเต็มพลังโดยอาศัยแนวคิด ทักษะ ความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น เราจะต้องพยายามอย่างเต็มที่ที่จะทำให้เกิดความเชื่อมั่นว่า กิจกรรมทางการศึกษาทุกชนิดเป็นสภาพแวดล้อมที่ดีที่สุดสำหรับการเรียนรู้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้สูงสุดเต็มตามศักยภาพ ความชัดเจนอย่างหนึ่งสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือ นักเรียนส่วนมากที่สามารถเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมต้นได้ด้วยตนเอง เมื่อถึงขั้นมัธยมปลายกลับรู้สึกว่าจะไม่มีความจำเป็นที่จะต้องเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกินระดับมัธยม ซึ่งสิ่งนี้น่าจะเป็นผลมาจากลักษณะของคณิตศาสตร์ที่มันยาก ไม่ว่าจะเรียนความเป็นโครงสร้าง ความเป็นนามธรรม หรือความที่ต้องมีกฎเกณฑ์มากมาย

เมื่อกล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไป ครูได้รับการคาดหวังว่ามีหน้าที่คอยช่วยเหลือให้นักเรียนเข้าใจ รวมทั้งมีหน้าที่ขยายความเพิ่มเติมรายละเอียดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ เพื่อหวังให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์และเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และรวมทั้งเรื่องอื่นๆ ด้วย แต่การสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวซึ่งดำเนินไปตามแนวทางการแบบเดิมของครูไม่สามารถที่จะเปิดใจของนักเรียนได้ ถึงแม้ว่ากระบวนการและผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์จะน่าสนใจสำหรับครูอย่างยิ่งในเชิงคณิตศาสตร์ แต่ในทางตรงกันข้าม การสอนที่ขึ้นชมนกับแนวคิดของนักเรียนมากเกินไปก็ไม่สามารถนำไปสู่การสิ้นสุดกิจกรรมที่มีคุณภาพทางคณิตศาสตร์และในที่สุดก็ไม่สามารถเปิดใจนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ได้

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547: 30-32) ได้กล่าวว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมีเป้าหมาย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองของความสามารถของพวกเขาควบคู่ไปกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้ของพวกเขา และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ หรือกล่าวได้ว่าครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการสอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ขึ้นไปอยู่ในระดับสูงขึ้น โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้การเจรจาต่อรองความหมายกับนักเรียนคนอื่น หรือโดยอาศัยการชี้แนะของครู นอกจากนี้ครูที่ใช้วิธีการแบบเปิดต้องพยายามสนับสนุนให้นักเรียนได้มีการบริหารจัดการตนเอง เพื่อขยายต่อกิจกรรมในเชิงคณิตศาสตร์ การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมุ่งเน้นที่จะเปิดใจของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์มากกว่าเน้นการสอนเนื้อหาให้ครบ

การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดยึดหลักการ 3 ประการ ดังนี้

1. มีความสัมพันธ์กับความเป็นอิสระของกิจกรรมของนักเรียน นั่นคือ เราจะต้องตระหนักในคุณค่าของกิจกรรมของนักเรียนโดยที่จะพยายามไม่เข้าไปสอดแทรกโดยไม่จำเป็น
2. มีความสัมพันธ์กับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะในเชิงวิวัฒนาการและเชิงบูรณาการ เนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ เป็นระบบและมีความเป็นทฤษฎี เพราะฉะนั้นความรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่มีความสำคัญมากเท่าใด ก็ยิ่งทำให้เกิดความรู้ที่มีความรู้ที่มีลักษณะเชิงอุปมา มีความพิเศษ และความเป็นลักษณะต่างๆ ไปมากขึ้นเท่านั้น อุปมาเทียบได้กับว่า ความรู้ที่มีความสำคัญมาก ก็ยิ่งจะรู้ได้ล่วงหน้าว่าสามารถเปิดประตูสู่โลกแห่งความกว้างได้มาก ในขณะที่ความรู้อันหนึ่งที่มีความสำคัญก็จะได้รับการสะท้อนอีกหลายๆ ครั้งต่อมาบนเส้นทางของวิวัฒนาการเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ การได้มีโอกาสไตร่ตรองหลายๆ ครั้งเกี่ยวกับความรู้ต้นกำเนิดนั้น จะเป็นแรงผลักดันให้ก้าวเข้าไปสู่ประตูของโลกแห่งความกว้างที่กล่าวมา
3. มีความสัมพันธ์กับการตัดสินใจที่มีประโยชน์ของครูในห้องเรียนคณิตศาสตร์ มีบ่อยครั้งที่ครูต้องเผชิญกับแนวคิดของนักเรียนที่ครูไม่ได้คาดมาก่อน ในลักษณะนี้ครูจะต้องมีบทบาทสำคัญในการที่จะทำให้แนวคิดเหล่านั้นได้มีบทบาทอย่างเต็มที่ในชั้นเรียน และพยายามอย่างจริงจังว่าทำอย่างไรนักเรียนคนอื่นจะสามารถเข้าใจได้แท้จริงเกี่ยวกับแนวคิดที่ไม่ได้คาดมาก่อน

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดนั้นจะเน้นการเรียนคณิตศาสตร์ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละบุคคลได้ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามศักยภาพ เพื่อสนองตอบความสามารถที่แตกต่างระหว่างบุคคล โดยอาศัยการช่วยเหลือของครูผู้สอนที่จะให้คำปรึกษา แนะนำ ตลอดจนสนับสนุนให้ผู้เรียนได้มีการบริหารจัดการตนเอง เพื่อขยายต่อกิจกรรมในเชิงคณิตศาสตร์

1.3 ขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

โนฮูซึโกะ โนดะ (Nohda. 2000: 41-42; อ้างอิงจาก 'ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2547: 33-35) ได้เสนอขั้นตอนการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดว่ามี 3 ขั้นตอน ดังนี้

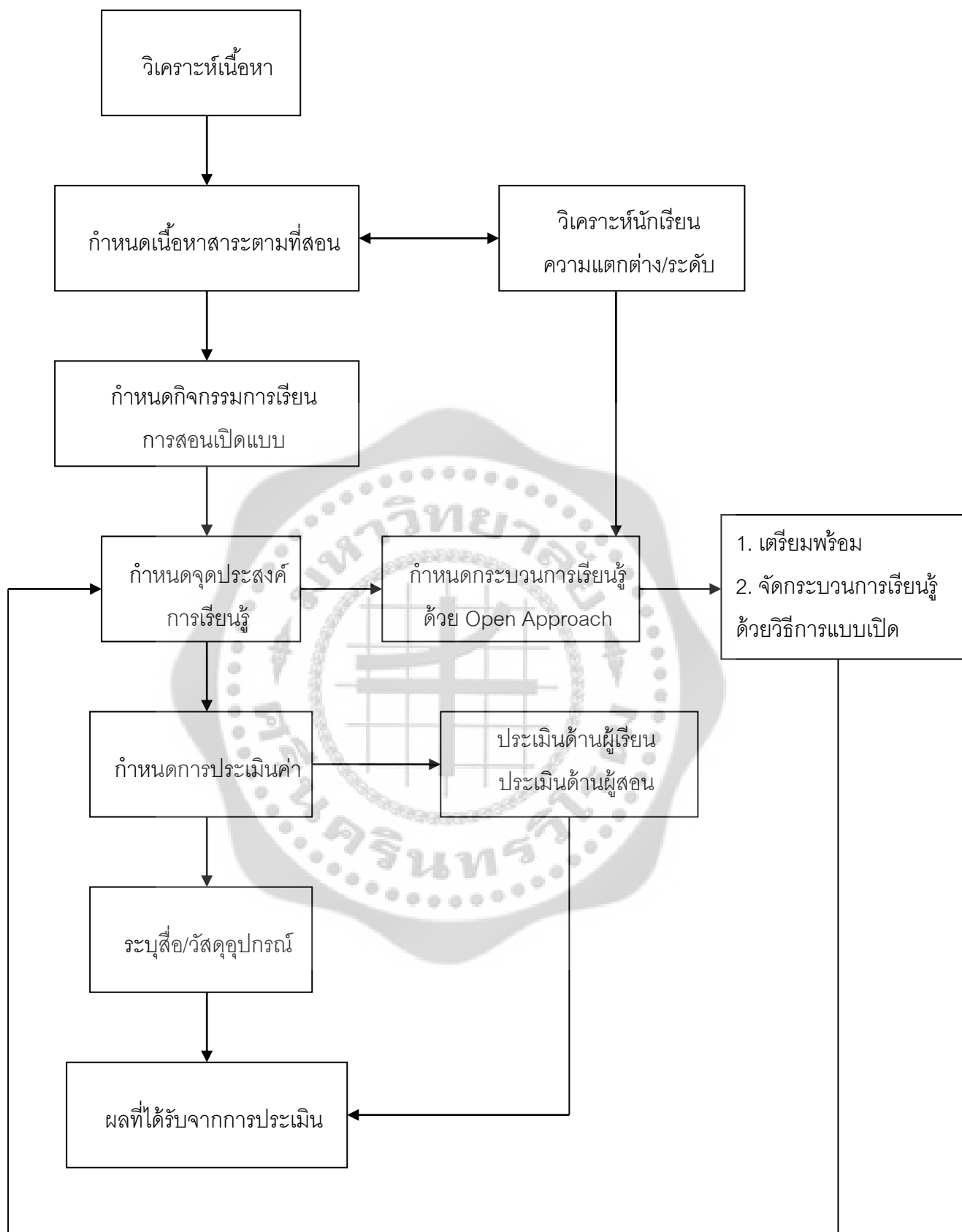
1. กำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้ผู้เรียนได้เผชิญ โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหานั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูว่าตั้งใจจะกำหนดปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเป็น ปัญหาปลายเปิดชนิดใด ซึ่งชนิดของปัญหาปลายเปิดมี 3 ชนิด คือ 1) กระบวนการเปิด คือ มีวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหลายทาง

2) ผลลัพธ์เปิด คือ มีคำตอบถูกหลายคำตอบ 3) แนวทางการพัฒนาเปิด คือ สามารถที่จะพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลาย โดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะ หรือวิธีคิดที่ครูต้องการให้นักเรียนนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาที่มีวิธี และปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนสร้างขึ้นจากปัญหาเดิมเป็นประเภทใด

2. แก้ปัญหา เป็นขั้นตอนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองที่แตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล และครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายถึงความเกี่ยวข้องกันของแต่ละวิธีและนำมาบูรณาการเข้าด้วยกัน

3. ขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ขั้นตอนใหม่ โดยอาศัยฐานจากปัญหาเดิม และพิจารณาจากขั้นตอนการแก้ปัญหา

ลัดดา ศิลาน้อย (2549: 27) ได้สังเคราะห์ผลจากทฤษฎีการสอนโดยใช้วิธีแบบเปิดและประสบการณ์จากการฝึกอบรมที่ผ่านมาได้สรุปเป็นรูปแบบของกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีแบบเปิดดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 1 รูปแบบและขั้นตอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ที่มา : ลัดดา ศิลาอ่อน. (2549, มกราคม-มีนาคม). ปัญหาปลายเปิด Open Approach ใน
นวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. **วารสารศึกษาศาสตร์**
มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 29(1): 24-34.

จากการศึกษาขั้นตอนในการจัดกิจกรรมโดยใช้วิธีการแบบเปิดข้างต้น ผู้วิจัยสรุปขั้นตอน
ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ได้โดยแบ่งออกเป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และ
ขั้นสรุป โดยในขั้นสอนจะนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากเนื้อหา
ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด จากนั้นให้นักเรียน
แก้ปัญหาปลายเปิด จะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนว
ทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem-Solving Method)
ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้ผู้เรียนได้
เผชิญปัญหา โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน ลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของ
สถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหานั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นจะ
ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้สอนว่าจะกำหนดปัญหาให้ผู้เรียนแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหา
ปลายเปิดชนิดใด

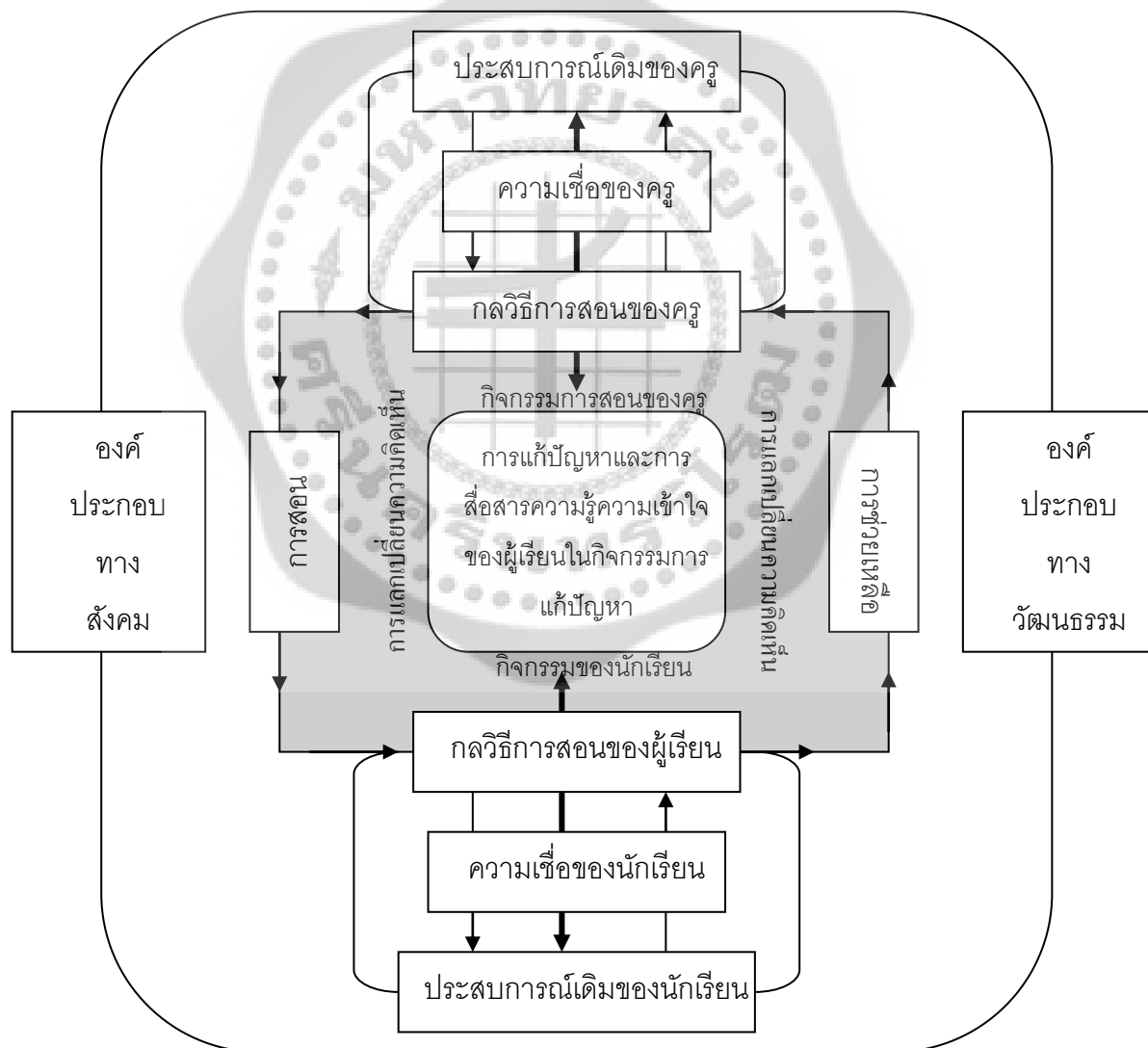
ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนหาวิธีที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาโดย
ผู้เรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิม
ของแต่ละบุคคล แล้วนำมาร่วมกันอภิปรายในกลุ่มย่อย ถึงแนวทางแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสมกับ
สถานการณ์หรือไม่เพียงใด พร้อมทั้งนำเสนอวิธีการแก้ปัญหานั้นหน้าชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกัน
อภิปรายถึงวิธีแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นที่สุด

ขั้นที่ 3 การขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ขั้นตอนใหม่ โดยพิจารณาจาก
ขั้นตอนที่ 2 และอาศัยฐานจากปัญหาเดิม

1.4 สถานการณ์การสอนซึ่งเกิดจากการใช้วิธีการแบบเปิด (Teaching Situation by Open - approach Method)

การสอนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดดำเนินไปอย่างไร แผนภาพต่อไปนี้
แสดงให้เห็นถึงลักษณะของการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในญี่ปุ่น ซึ่งสร้างขึ้นจากการศึกษา
กระบวนการสอนของแฮร์บาร์ต แผนภาพนี้แสดงให้เห็นถึงลักษณะหลายอย่างของชั้นเรียนญี่ปุ่นที่ใช้
สถานการณ์ปัญหานั้นเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญแก่นักเรียน นักเรียนได้ร่วมมือเผชิญกับ
ความท้าทายของสถานการณ์ปัญหาเพื่อไปถึงแนวทางคำตอบของพวกเขา ในชั้นเรียนปกติแล้วเป็น

เรื่องยากที่จะสร้างกระบวนการให้เกิดขึ้นสำหรับนักเรียนในชั้นสูงๆ ที่นักเรียนมีความสามารถและความเชื่อแตกต่างกันมาก แต่ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดมุ่งที่จะเตรียมให้นักเรียนได้เข้าถึงสถานการณ์ที่ท้าทาย โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีศักยภาพที่จะสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งในเรื่องของความสามารถและความสนใจ แลเพื่อสนับสนุนการพัฒนาแนวทางการคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเพื่อสนับสนุนกระบวนการสืบเสาะหาแนวทางในการแก้ปัญหาและสร้างปัญหาใหม่ขึ้นมาด้วยตัวเอง โดยอาศัยกิจกรรมที่กล่าวมา นักเรียนได้รับการคาดหวังว่าจะได้เรียนรู้เฉพาะแต่ความรู้คณิตศาสตร์ แต่ได้เรียนรู้พื้นฐานที่สำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่นแนวทางในการคิดคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความรู้เกี่ยวกับความตระหนักรู้ในการคิด (Metacognitive - knowledge) ว่า “คนเราเรียนรู้ได้อย่างไร”



ภาพประกอบ 2 ลักษณะที่สำคัญที่เกิดขึ้นในห้องเรียนที่ใช้การสอนโดยวิธีแบบเปิด

ที่มา : Nohda. (2000, July). Teaching by Open Approach Method in Japanese Mathematics Classroom. In : T. Nakahara & M. Kayama (Eds.). *Proceeding of the 24th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. 1: 39–53.

1.5 การประเมินแนวทางคำตอบของนักเรียน (Evaluation of Students' Responses)

โนฮูชิโกะ โนดะ (Nohda. 2000: unpagued; อ้างอิงจากเจริญ ราคาแก้ว. 2551: 33) ได้เสนอการประเมินกิจกรรมของนักเรียนในการสอนที่ใช้วิธีการแบบเปิดว่า เป็นสิ่งที่มีคุณค่าที่จะกล่าวถึง เพราะว่า เป้าหมายของวิธีการแบบเปิดไม่ใช่เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องแต่เพียงอย่างเดียว แต่เพื่อส่งเสริมแนวทางในการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน

การประเมินแนวทางของคำตอบของนักเรียน สามารถพิจารณาได้จากเกณฑ์

ดังต่อไปนี้

- Fluency จำนวนของคำตอบหรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้นมี
อย่างน้อยเพียงใด
- Flexibility ความแตกต่างของแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแต่ละคนค้นพบ
มีอย่างน้อยเพียงใด
- Originality ระดับความเป็นต้นแบบหรือแนวคิดริเริ่มของนักเรียนอยู่ในระดับ
ไหน
- Elegance ระดับของการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนมีความชัดเจนและง่าย
เพียงใด

เกณฑ์เหล่านี้จำเป็นต้องมีการประเมินทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสองเกณฑ์แรก ครูสามารถประเมินจากรับของจำนวนของแนวทางคำตอบของนักเรียนได้

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด (Open - Approach)

งานวิจัยต่างประเทศ

ทูกอว์ (Tougaw. 1994: 2934–A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนโดยใช้ การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิด (Open approach) ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรม การแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาโดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มี

เจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มีมาก่อนทักษะ และวิธีการคิดมาบูรณาการเข้าด้วยกัน เบกเกอร์เชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีปฏิบัติ ซึ่งอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

งานวิจัยในประเทศ

ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ (2548: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาการสอนโดยใช้การสอนแบบเปิด และผลของการสอนที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้การสอนแบบเปิด ทำให้นักเรียนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตสูงขึ้น และให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตไม่แตกต่างกับการสอนแบบปกติ

เจริญ ราคาแก้ว (2551: 121-124) ได้ศึกษาเจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า ในภาพรวมนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งรายการที่นักเรียนมีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วยอย่างยิ่ง คือ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้ เขาอยากให้อุครมาอธิบายชี้แนะ รองลงมาคือ ถ้านักเรียนทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและแก้ปัญหาสำเร็จ นักเรียนรู้สึกว่ามันจะเป็นสิ่งที่มีประโยชน์สำหรับตัวเขามาก ส่วนรายการที่นักเรียนมีความคิดเห็นในระดับเห็นด้วย คือ การที่มีกิจกรรมคณิตศาสตร์แปลกๆใหม่ๆ ทำให้นักเรียนรู้สึกตื่นเต้นและอยากทำกิจกรรม รองลงมาคือ นักเรียนรู้สึกภาคภูมิใจที่ได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม และนักเรียนคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากสำหรับการนำไปใช้ในการประกอบอาชีพที่เราต้องการ

ไพโรจิตร บ้านเหล่า (2551: 137) ได้พัฒนาทักษะการคิดโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด (Open Approach) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การวิจัยครั้งนี้ใช้แบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ซึ่งมีวงจรปฏิบัติ 3 วงจร คือ วงจรปฏิบัติการที่ 1 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 วงจรปฏิบัติการที่ 2 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 วงจรปฏิบัติการที่ 3 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-9 หลังจากทดลองกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จสิ้นลงในแต่ละวงจรปฏิบัติการจะทำการทดสอบย่อย เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้การสอนแบบเปิด ทำให้นักเรียนมีทักษะการคิดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาสูงขึ้น

ทศวรรษ เล็งตามตี (2552: 79-80) ได้ศึกษาการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด ลักษณะที่พบ คือ นักเรียนยอมรับปัญหาแสดงให้เห็นจากการที่นักเรียนสังเกตเห็นสื่อที่ครูแสดงหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาลายเปิด ลักษณะที่พบ คือ นักเรียนเสนอแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาใหม่หลังจากสังเกตเห็นและทำความเข้าใจปัญหา จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาร่วมกัน

ขั้นที่ 4 นักเรียนสรุปผลการเรียนรู้ร่วมกัน โดยมีการสรุปจำนวนวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด (Open - Approach) จะเห็นได้ว่าการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ทำให้ผู้เรียนทำทหายมีประสบการณ์ที่แตกต่างไปจากเดิม เนื่องจากลักษณะของปัญหาเป็นปัญหาปลายเปิด เปิดกว้างให้ผู้เรียนได้ค้นหาวิธีการที่เหมาะสมและมีการอภิปรายถึงวิธีการแก้ปัญหาร่วมกัน จึงมีการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ซึ่งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ของผู้เรียนดีขึ้น

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัญหาลายเปิด

2.1 ความหมายของปัญหาลายเปิด

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 28) ได้ให้ความหมายของปัญหาลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาจากคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างระดับกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาได้ด้วยความสามารถของเขา โดยการตั้งสมมติฐานคำตอบ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตัวของเขาเอง

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker & Shimada. 1997: 1) ให้ข้อสังเกตว่า ปัญหาที่ใช้อยู่ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนตามปกติที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่ง คือ มักมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด สำหรับปัญหาอีกประเภทหนึ่งเป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลาย

คำตอบเรียกว่า ปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนตามปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้ถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 8) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่า เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการในการหาคำตอบมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่า เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ (มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ) หรือมีวิธีการหาคำตอบ มีแนวทางในการเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่เปิดกว้างในการแสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลาย ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เรียน และเป็นปัญหาที่กระตุ้นความสนใจ ส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

โนดะ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 6-8; อ้างอิงจาก Nohda, 1983: 43-45) ได้จำแนกปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

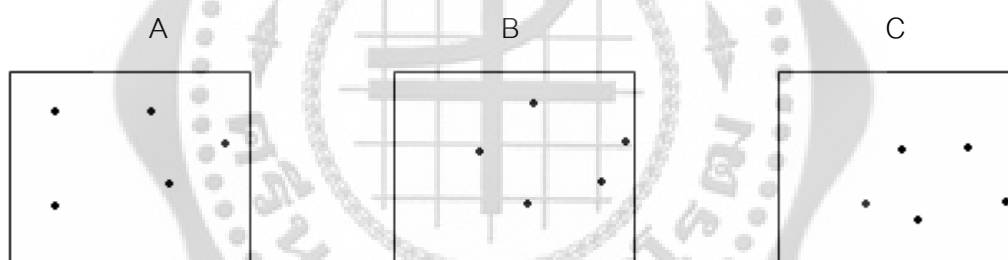
1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาต้นกำเนิดให้ได้อย่างหลากหลาย แน่นนอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างก็เป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ อย่างไรก็ตามประเด็นที่น่าสนใจก็คือ โดยทั่วไปปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะเน้นการพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียว รวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิงกระบวนการของปัญหาตัวอย่างของปัญหาที่เป็นชนิดของกระบวนการเปิด ได้แก่

นักเรียน 37 คน ต้องการทำการ์ดวันเกิดสำหรับครู ในที่ประชุมตกลงกันว่า ทุกคนจะช่วยกันทำการ์ด โดยพวกเขาจะทำการ์ดขนาดเล็ก (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดยาว 15 ซม. และกว้าง 10 ซม.) จากกระดาษแผ่นใหญ่ (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดยาว 45 ซม. และกว้าง 35 ซม.) ปัญหาก็คือ จะทำการ์ดแผ่นเล็กจากกระดาษแผ่นใหญ่ได้กี่แผ่น

สำหรับปัญหานี้ นักเรียนอาจจะใช้วิธีแบ่งแผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหนดให้ออกเป็นการ์ดขนาดเล็ก แล้วลองเรียงกันให้ได้ดังรูป หรือนักเรียนอาจใช้วิธีคำนวณ $(35 \times 45) \div (15 \times 10)$ ได้คำตอบเป็น 10.5 หรือบางคนอาจคำนวณจาก $(7 \times 9) \div (3 \times 2)$ โดยการใช้อัตราส่วน

แนวทางคำตอบที่หลากหลายทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย โดยชิมะตะและเพื่อนร่วมงานของเขาได้พัฒนาวิธีแบบของปัญหานี้ขึ้น (e.g., Shimada, 1977) ในยุโรป คริสตันเซน; และวอลเตอร์ (Christansen; & Walter, 1986) ได้ศึกษาถึงความสำคัญของปัญหาแบบสืบเสาะ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่มีผลลัพธ์เปิดที่กล่าวถึงอยู่นี้ตัวอย่างปัญหาปลายเปิดเรื่อง “ปัญหาก้อนหิน” รู้จักกันดีในฐานะที่เป็นตัวแทนของปัญหาแบบปลายเปิด



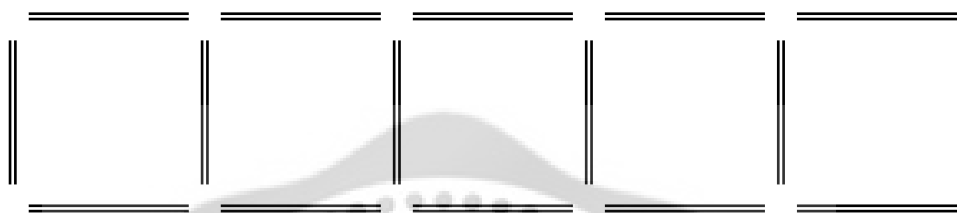
รูปนี้แสดงการกระจายของก้อนหินที่โยนโดยนักเรียน 3 คน นักเรียน A นักเรียน B นักเรียน C ในเกมนี้ นักเรียนคนใดที่มีก้อนหินกระจายน้อยที่สุดจะเป็นผู้ชนะ จากรูปจะเห็นว่าพิสัยของการกระจายจาก A ถึง C นั้นจะเข้าใจได้ง่าย ถ้าใช้ตัวเลขกำหนดดีกรีของการกระจาย ให้นักเรียนลองพิจารณามุมมองที่หลากหลาย เพื่อกำหนดดีกรีของการกระจายให้ได้มากที่สุด จากนั้นอธิบายว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุดสำหรับนักเรียน เพราะเหตุใด

เพื่อแก้ปัญหานี้นักเรียนบางคนอาจคิดว่า “การวัดพื้นที่ของรูปทรงหลายเหลี่ยม” เป็นวิธีการที่ดีในการกำหนดของการกระจาย “การวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งหมด” หรือบางคนก็อาจใช้ “การวัดรัศมีของวงกลมที่เล็กที่สุดที่รวมจุดทั้งหมดของการกระจาย” วิธีต่างๆเหล่านี้มีทั้งข้อดีและข้อเสีย ครูควรจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นทั้งข้อดีและข้อเสีย เพื่อพัฒนาไปสู่แนวทางคำตอบที่เป็นกรณีทั่วไปจากแนวทางต่างๆ ที่นักเรียนเสนอขึ้นมา

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือ

องค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้ซึ่งเรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” (Takeuchi; & Sawada. 1984) ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ตัวอย่างของปัญหาปลายเปิดนี้ได้แก่เรื่อง ปัญหาไม้ขีดไฟ (Mathstic problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่ใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบเรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของอเมริกาและญี่ปุ่น (Miwa. 1992)

“สร้างรูปสี่เหลี่ยมโดยใช้ไม้ขีดไฟดังรูปข้างล่างนี้ ถ้าต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวน 8 รูป จะต้องใช้ไม้ขีดไฟจำนวนเท่าใด”



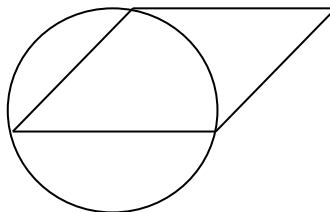
- 1) ให้นักเรียนเขียนแนวทางของการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาข้างต้น
- 2) ให้นักเรียนสร้างปัญหาของตนเองให้คล้ายกับปัญหาข้างต้นโดยสร้างปัญหาที่หลากหลายเท่าที่นักเรียนจะทำได้ โดยที่ไม่จำเป็นต้องหาคำตอบที่ตัวเองสร้างขึ้น
- 3) ให้นักเรียนเลือกปัญหาที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุดจากปัญหาที่สร้างไว้ข้างต้น โดยระบุข้อที่เลือกแล้วให้เหตุผลว่าทำไมจึงคิดว่าเป็นปัญหาที่ดีที่สุด

นักเรียนอาจพัฒนาปัญหาขึ้นมาโดยการเปลี่ยนจำนวนของสี่เหลี่ยม หรือนักเรียนบางคนอาจเปลี่ยนเงื่อนไขจาก “สี่เหลี่ยม” เป็น “สามเหลี่ยม” หรือ “สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” หรือบางคนอาจพัฒนาปัญหาที่ถามเกี่ยวกับจำนวนสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดจำนวนด้านไม้ขีดไฟด้วยแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกสนานกับการตั้งปัญหาด้วยตัวเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อนๆ นักเรียนสามารถอภิปรายถกเถียงกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้

เบกเกอร์; และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น “จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม”
2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่างๆกัน ซึ่งอาจนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น “รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่สามารถแนบในวงกลมได้ดังรูป ให้นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงว่ามีรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่สามารถแนบใน

วงกลมได้”



3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่างๆหรือสถานการณ์ (Measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใดๆที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา เช่น

สมมติว่าในวันเกิดของท่านคือวันที่ 30 เมษายน และลุงเศรษฐีของท่านคนหนึ่งจะให้ของขวัญโดยให้เลือกระหว่าง

- 1) ให้เงินสด 1,000,000 ดอลลาร์
- 2) ให้ 0.01 ดอลลาร์ในวันที่ 1 เมษายน ให้ 0.02 ดอลลาร์ในวันที่ 2 เมษายน ให้ 0.04 ดอลลาร์ในวันที่ 3 เมษายน ให้ 0.08 ดอลลาร์ในวันที่ 4 เมษายน และให้ในลักษณะนี้ไปจนครบถึงวันเกิดของท่าน ท่านจะเลือกรับของขวัญแบบใด จงอธิบายเหตุผล และพิสูจน์ความถูกต้อง

กรมวิชาการ (2545: 206-207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ
2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

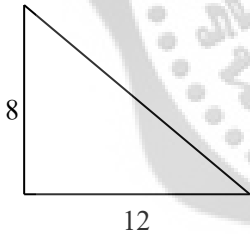
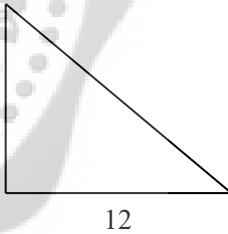
จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดก็เพื่อให้ผู้เรียนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยผู้เรียนจะมีแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้ง 3 ประเภทละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในการวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้
อย่างหลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่ง
คำตอบ
3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียน
ได้แก้ปัญหาไปแล้ว ผู้เรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือ

องค์ประกอบของปัญหาเดิมซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น

2.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

แดเนียล; และแอนจิลเลอริ (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544: 27; อ้างอิงจาก Daniels; & Anglilleri. 1995: 112-113) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิดโดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหาดังตัวอย่างต่อไปนี้

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. $(2+6) - 3 = [\quad]$ 2. $3 \times 5 = [\quad]$ 3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ... 4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม 	1. สร้างจำนวนใดก็ได้บ้างจาก 2, 3 และ 6 2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15 3. จงอธิบายว่าจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ... ควรจะเป็นจำนวนใด 4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้ 
5. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร 6. จงเขียนกราฟของ 1) $y = 3x + 5$ 2) $y = 2x + 1$ 3) $y = 7 - x$ 7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้กี่ถุง	5. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้างจากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น 6. จงศึกษากราฟของ $y = ax + b$ สำหรับค่าต่างๆของ a และ b 7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่าๆกันได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว

ภาพประกอบ 3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

ที่มา : ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร. หน้า 28.

เบกเกอร์; และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) กล่าวว่า โดยทั่วไปเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกันผลจากการวิจัยซ้ำหลายครั้ง ทำให้ได้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์จริงเชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ ถ้า P แล้ว Q ” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง ” โดยต้องกำหนดคำว่า “สิ่งต่างๆ” ให้เฉพาะเจาะจง
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มต้นด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆรูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเอง ซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่างๆ ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้างๆกับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่นๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลายๆตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi-Mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างกระจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่างๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์

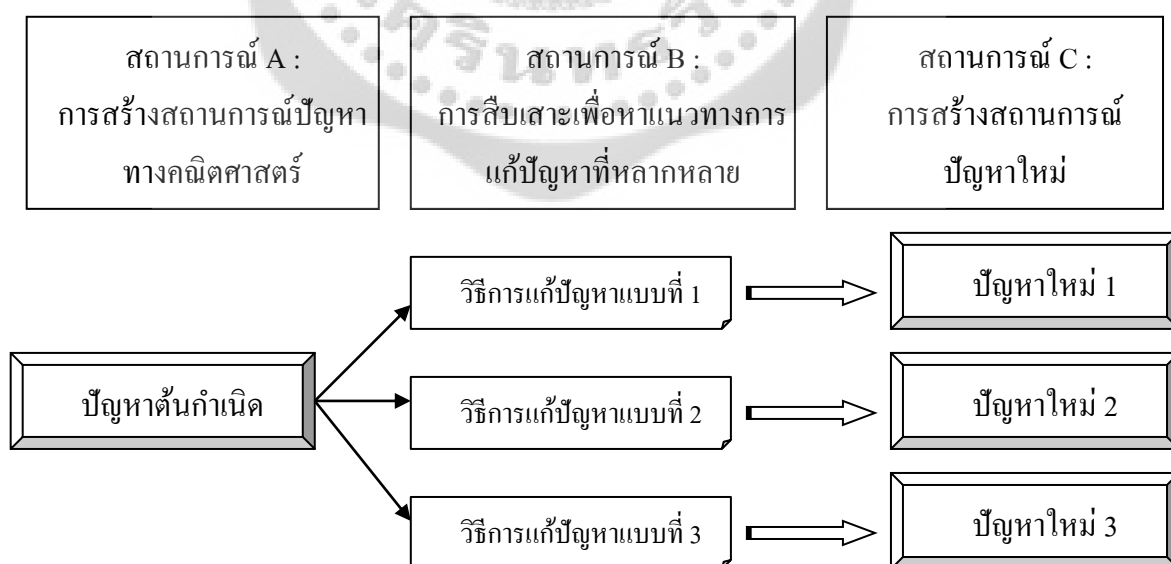
8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่ม โดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหาทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง

โนมุชิโกะ โนตะ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547: 27; อ้างอิงจาก Nohda, 2000: 41-42) กล่าวว่า การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดประกอบด้วยสถานการณ์ 3 สถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์ A เป็นเรื่องของกำหนัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหา บทบาทของครูคือนำสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาคำถามกำเนิดนำมาเสนอในชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นให้ได้แนวทางหรือคำตอบที่หลากหลาย บทบาทของนักเรียนคือ พยายามคิดหาคำตอบหรือแนวทาง หรือสร้างปัญหาสถานการณ์ขึ้นมา เพื่อตอบสนองในปัญหาคำถามกำเนิดที่ได้รับการกระตุ้นทำให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้ที่กว้างขวาง

สถานการณ์ B เป็นช่วงของการสืบเสาะหาข้อมูลเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตน โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่ ส่วนบทบาทของครูคือ เป็นผู้ชี้แนะให้เกิดการอภิปรายอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับแนวคิดอื่นๆ ที่หลากหลายที่จะได้มาเพื่อสามารถบูรณาการคำตอบที่อาจจะเห็นว่าไม่เกี่ยวข้องกันให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันเป็นความรู้ใหม่ที่สูงกว่าความรู้ที่มีอยู่เดิม

สถานการณ์ C เป็นการเน้นสถานการณ์ใหม่ที่พัฒนาขึ้นมากกว่าที่มีอยู่เดิม นักเรียนพยายามที่จะสร้างสถานการณ์ B และจากการที่ได้แก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนจะสามารถหาคำตอบที่มีลักษณะโดยทั่วไปมากขึ้น ดังแสดงในแผนภาพ



ภาพประกอบ 4 แสดงสถานการณ์การสอนโดยวิธีการแบบเปิด (Open – Approach Method)

ที่มา : ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547, กรกฎาคม-ธันวาคม). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education* 2(5): 30-35.

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า แนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรตั้งจุดประสงค์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ พร้อมทั้งศึกษาวิธีการแก้ปัญหาให้มีความน่าสนใจ เพื่อกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ซึ่งช่วยให้เข้าใจความหมายของปัญหาได้ง่ายขึ้น ทั้งนี้ผู้สอนควรใช้เวลาแก่ผู้เรียนในการศึกษาหาคำตอบของปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนสามารถค้นหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยทำการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดประกอบด้วยสถานการณ์ 3 สถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์ A เป็นเรื่องของข้อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

สถานการณ์ B เป็นช่วงของการสืบเสาะหาข้อมูลเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตน โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่

สถานการณ์ C เป็นการเน้นสถานการณ์ใหม่ที่พัฒนาขึ้นมากกว่าที่มีอยู่เดิม

2.4 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

เบคเกอร์และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดจะทำให้ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการทำคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆ ได้อีก รวมทั้งการทำท่ายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนทักษะและวิธีการเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้นและขยายปัญหาจากปัญหาเดิม

โนบุชิโกะ โนดะ (ศิริมาศ ศรีลำดวน. 2546 : 24 ; อ้างอิงจาก Nohda. 2000 : unpagged) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถและความสนใจและในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนที่มีความสามารถมาก จะมีส่วนร่วมในหลายๆแบบ ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำยังคงมีความสุขสนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดนี้
2. ช่วยในกระบวนการสืบค้นการกำหนดและแก้ปัญหาของนักเรียนปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้นักเรียนคนอื่นๆ คิดหาคำตอบอื่นๆ ที่เหลืออยู่สำหรับปัญหา

ที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่างแม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้เห็นให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลายๆอย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่ง เป็นสิ่งที่มีคุณค่ามากกว่าการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

กรมวิชาการ (2545: 205-207) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่า บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกันการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆแนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำให้ผู้เรียนยอมรับแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้สร้างปัญหาขึ้นเองจากปัญหาเดิม ซึ่งจะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง ทำให้ผู้เรียนได้เห็นมุมมองใหม่ๆของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยต่างประเทศ

เบกเกอร์; และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มีมาก่อนทักษะ และวิธีการคิดบูรณาการเข้าด้วยกัน เบกเกอร์เชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหา

คอนเวย์ (Conway. 1999: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยสามารถทราบความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากการวัดลักษณะการคิด 3 ลักษณะได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม รวมทั้งพิจารณาจากการแสดงกลุ่มหรือหมวดหมู่ของคำตอบที่เป็นไปได้จากการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยสามารถวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการวิจัยพบว่าสามารถวัดทักษะในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้จากลักษณะการคิดทั้ง 3 ลักษณะ

โลวและเชน (Loe; & Chen. 2004: 1-5) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพบว่าหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจจากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยในประเทศ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 120-122) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 ในช่วงแรกนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างการเรียนครูต้องให้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แต่ในช่วงสุดท้ายของการสอนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการวางแผนแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง สำหรับด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับต้องแก้ไข หลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีถึงดีมาก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียนที่ตั้งไว้ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

รุจิภาภา รุจิยาปนนท์ (2550: 55-56) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคลแล้วบันทึกคะแนนในแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบได้ทำการสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50

ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

จิตติมา ชอบเอียด (2551: 91-92) ได้ศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด จะเห็นได้ว่า การนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม โดยนักเรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายวิธีจากการบูรณาการความรู้ทักษะและวิธีการคิดแก้ปัญหา ทั้งนี้ครูผู้สอนมีส่วนสำคัญในการใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาที่ดีขึ้น นอกจากนี้การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นยังสามารถพัฒนาทักษะของนักเรียนได้ในหลายด้าน เช่น ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ รวมไปถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

แอนเดอร์สัน; และพิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973: 228) ได้กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้ตอบอาจจะทำได้ก็ต้องมีวิธีที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ

อดัมส์ (Adams. 1977: 176) ได้กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์โดยสรุปเป็นข้อๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้ประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้สถานการณ์

ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่บุคคลคงที่หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

เอนก จันทจรูญ (2545: 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยหาคำตอบของคำถามหรือสถานการณ์นั้นๆ

เยาวลักษณ์ ศรีกล้า (2547: 28) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณ จำนวน การพิสูจน์ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันหรือคำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด จะต้องใช้ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ ตลอดจนวิธีการที่หลากหลายประมวลเข้าด้วยกันปัญหาสำหรับคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้

อรชร ภูบุญเต็ม (2550: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ จำนวน วิธีการ คำอธิบายหรือการให้เหตุผล โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ทักษะความรู้ การตัดสินใจ และประสบการณ์หลายๆอย่างเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบหรือข้อสรุปนั้นได้

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณ จำนวน การพิสูจน์ หรือแม้แต่ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่สามารถตอบได้ทันที อาจต้องใช้ประสบการณ์ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นๆ

3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1957: 154) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือสมมติฐาน

หรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

ชาร์ลส; และเลสเตอร์ (Charles; & Lester. 1982: 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problems) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือ ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์คณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problems) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ
5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problems) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผลและแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะกระบวนการมโนมติ และผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าทางคณิตศาสตร์
6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม เป็นปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

รีย์ส และคณะ (Reys; et al. 1992: 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามักต้องใช้ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์; และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards; & Bitter. 1993: 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาคำตอบ หรือ ไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62-63) กล่าวถึงประเภทของปัญหาพอสรุปได้ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือหาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามักต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ซึ่งสอดคล้องกับการพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหามอง รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ ที่แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทได้แก่ ปัญหาที่คุ้นเคย และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Rungfa Janjaruporn. 2005: 10; citing Lester. 2001: 570; Mayer; & Hegarty. 1996: 32; NCTM. 1989: 76)

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นในหนังสือเรียน ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบในหนังสือเรียน เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาเหล่านี้ นักเรียนต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ซึ่งปัญหาประเภทนี้ถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ในการแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ขึ้นอยู่กับการพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาหรือพิจารณาจากผู้เรียนที่แก้ปัญหา ซึ่งมีความซับซ้อนของปัญหา การสอนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาที่แตกต่างกัน อาศัยความรู้และประสบการณ์ของผู้เรียน ผู้วิจัยมีความเห็นว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบในหนังสือเรียน เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบหรือพิสูจน์ตามกฎ นิยาม สูตรและทฤษฎี มาใช้ในการแก้ปัญหา
2. ปัญหาไม่ธรรมดา หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบในชีวิตประจำวัน เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ ต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์และทักษะต่างๆในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นๆ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

3.3 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

ครุวิค; และรูนิค (Kruklik; & Rudnick. 1993 : 10-11) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้อย่างน้อย 1 ข้อ ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์
3. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสสำหรับการอธิบายและมุ่งให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความเข้าใจด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ทักษะทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ทำให้ได้หลักการทางคณิตศาสตร์และสามารถอ้างอิงไปยังสถานการณ์อื่นๆได้
6. เป็นปัญหาที่มีประโยชน์กับปัญหาอื่นๆอีก และมีคำตอบหรือสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

สิริพร ทิพย์คง (2544: 18) ได้สรุปลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้องสามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือไม่ง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีต้องมีความทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้ภาพวาดลายเส้นแทนแผนภาพไดอะแกรม หรือใช้แผนภูมิในการ

แก้ปัญหา

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. เป็นปัญหาแปลกใหม่กระตุ้นความสนใจ
2. เป็นปัญหาที่เหมาะสมและท้าทายความสามารถของผู้เรียน
3. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา
4. เป็นปัญหาที่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธีหรือมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ
5. เป็นปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของผู้เรียน

3.4 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เคนเนดี (จุฑารัตน์ จันทะนาม. 2543: 17-19; อ้างอิงจาก Kennedy.1984: 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 5) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการ

แก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบ โดยอาศัยความรู้ ความเข้าใจ กระบวนการขั้นตอนแก้ปัญหา และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนประสบการณ์เดิมและทักษะพื้นฐานต่างๆที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

3.5 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่นักเรียนจะต้องฝึกฝนพัฒนาให้เกิดขึ้น แต่มีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร หรือมีกระบวนการแก้ปัญหอย่างไร เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957: 5-19) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

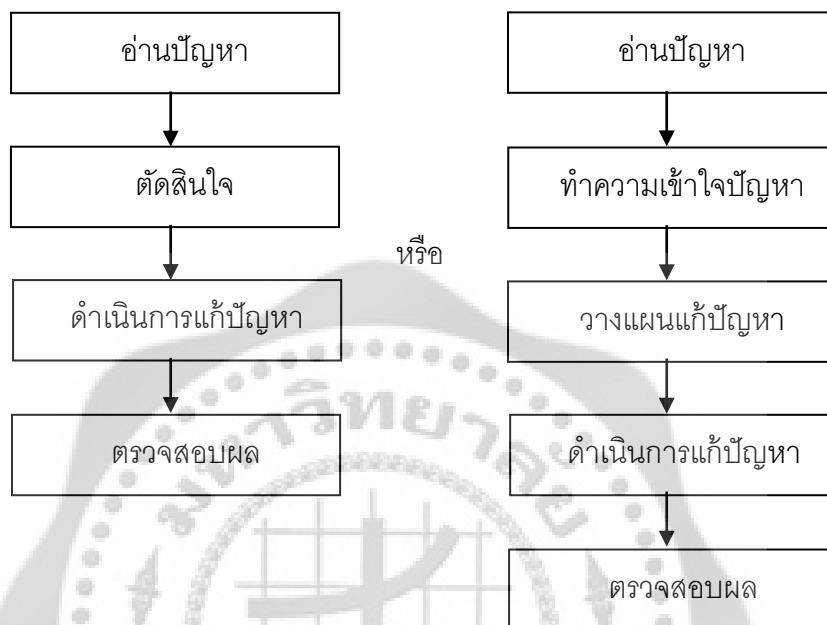
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพการเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้แล้ว พิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหอย่างอื่นอีกหรือไม่เนื่องจากคนส่วนใหญ่มองว่า กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนเป็นแนวเส้นตรง โดยไม่มีการกระทำย้อนกลับ

วิลสัน เฟอร์นันเดซ; และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez; & Hadaway. 1993: 60-62) กล่าวถึงกระบวนการการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่ามักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรงดังนี้



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของวิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาดาเวย์

ที่มา : Wilson, Fernandez & Hadaway. (1993). **Mathematics Problem Solving.** Research Ideas for the Classroom : High School Mathematic. New York : Macmillan Pubishing Company. P. 61.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537: 72) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจในปัญหาจากโจทย์
 - 1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์ให้มา
 - 1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา
 - 1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
 - 1.4 การระบุนาค่าที่ยากต่อการเข้าใจ

2. การสร้างตัวแทนของปัญหา

- 2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดให้
- 2.2 การสร้างแผนภูมิหรือแผนภาพ
- 2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆแทนข้อความในโจทย์
- 2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
- 2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่

3. การวางแผนในการแก้ปัญหา

- 3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
- 3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
- 3.3 การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา
- 3.4 การจัดลำดับขั้นตอน
- 3.5 การประมาณค่าของคำตอบ
- 3.6 การระบุปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด

4. การลงมือแก้ปัญหา

- 4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนด
- 4.2 การใช้ทักษะด้านพีชคณิต และเรขาคณิต
- 4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ
- 4.4 การระบุความถูกต้องในการคำนวณ

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 75) ได้สรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหว่าข้อมูลต่างๆที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำ กฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณแก้สมการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา/สถานการณ์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องอ่าน เพื่อวิเคราะห์โจทย์/สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา เพื่อค้นหาความเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ผู้แก้ปัญหาก็จะสามารถเขียนสิ่งเหล่านี้ออกมาเป็นความสัมพันธ์ในรูปแบบของสมการได้ โดยนำกฎ สูตร ทฤษฎีต่างๆ มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้

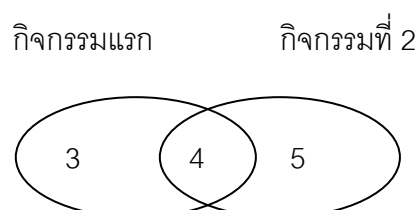
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล เป็นขั้นตรวจสอบคำตอบที่ได้ตามโจทย์/สถานการณ์ที่กำหนด

3.6 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี (จุฑารัตน์ จันทะนาม. 2543: 17-19; อ้างอิงจาก Kennedy. 1984: 82-83) ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูล เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปแบบทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (Triangular numbers)

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา “ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาว่าจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง” เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ข้างต้นได้ ดังนี้

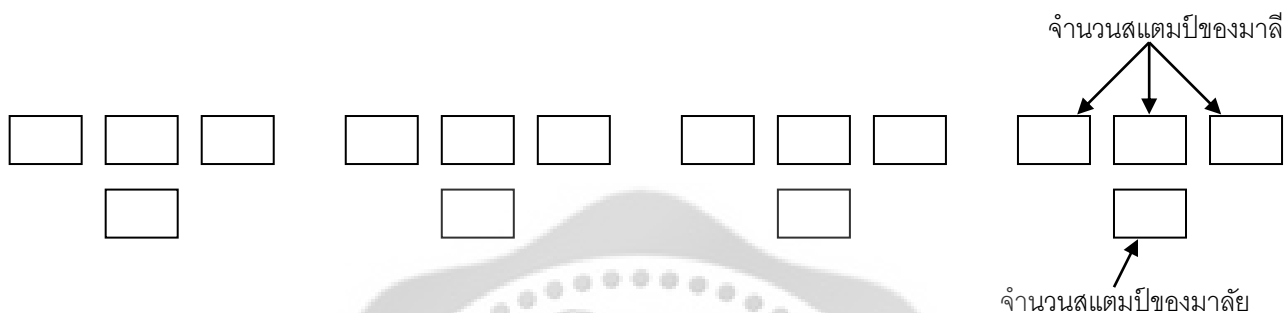


จากแผนภาพ จะได้ว่า

กิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน

กิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

3. สร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “มาลีมีแสดมปีเป็นสามเท่าของมาลัย ถ้ามาลัยมีแสดมปีมากกว่าที่มีอยู่เดิม 8 ดวง เขาทั้งสองจะมีแสดมปีเท่ากัน จงหาว่ามาลีมีแสดมปีกี่ดวง” จัดรูปแบบได้ดังนี้



จะได้ว่า มาลีมีแสดมปี 12 ดวง

มาลัยมีแสดมปี 4 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลอย่างง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่นๆ

5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบอีกครั้ง จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่ายแต่อาจใช้ยุทธวิธีมากกว่ายุทธวิธีอื่นๆ

6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุนข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาที่เล็กลงให้ง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำ

ผลการแก้ปัญหาบ่อยๆนี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องการทำตามขั้นตอนทีละขั้นตอน

แฮทฟิลด์ เอดเวิร์ดส์; และบิลเทอร์ (Hartfield, Edwards; & Bilter. 1993: 55-60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ประมาณและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นยุทธวิธีหนึ่งในการเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใด คำตอบที่สันนิษฐานไว้ต้องสัมพันธ์กับคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา และการประมาณคำตอบสามารถทำได้เป็นประจำในชั้นเรียน
2. ค้นหารูปแบบ (Looking for Patterns) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียว คือ การหารูปแบบได้จากข้อมูลที่ให้มา
3. พิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) ในบางครั้งข้อมูลที่ให้มานั้นไม่เพียงพอคือ บางส่วนหายไปจากโจทย์ปัญหา
4. วาดภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Pictures, Graph and Table) การวาดภาพ กราฟ และตารางช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากข้อมูลที่เป็นตัวเลขได้ กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที
5. ตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) โจทย์ปัญหาบางโจทย์ปัญหาให้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนจะต้องตัดข้อมูลที่ไมจำเป็นออก เพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคบลง แทนที่จะใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย
6. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formulas and Writing Equation) การสร้างสูตรมีประโยชน์ต่อการเอาจำนวนมาใส่ในสูตร เพื่อคำนวณให้ได้คำตอบ
7. สร้างแบบจำลอง (Modeling) เป็นหนทางที่ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ครูซึ่งมีความเข้าใจถึงไมโครคอมพิวเตอร์สามารถใช้การสร้างแบบจำลองได้ดี
8. วิธีย้อนกลับ (Working Backwards) ในการพิสูจน์เรขาคณิตใช้ยุทธวิธีนี้เพื่อพิจารณาการเขียนพิสูจน์
9. เขียนผังงาน (Flowcharting) ขั้นตอนการดำเนินงานการเขียนผังงานจะช่วยให้มองเห็นกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่างๆที่ต้องการก่อนที่จะไปถึงทางแก้ปัญหา
10. เทียบเคียงปัญหาอื่น (Acting out the Problem) การมองปัญหาว่าเป็นสถานการณ์ที่เคยพบมาก่อน ทำให้เห็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ง่ายขึ้น

11. ทำให้เป็นปัญหาอย่างง่าย (Simplifying the Problem) ในโจทย์ปัญหาบางโจทย์ มีการคิดคำนวณที่ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากๆ การนำตัวเลขที่มีค่าน้อยกว่าสามารถช่วยคำนวณได้อย่างรวดเร็วและสามารถนำมาแทนที่จำนวนที่มีค่ามากๆนั้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบอย่างมีเหตุผลได้ก่อนที่จะแก้โจทย์ที่กำหนดให้

ปรีชา เนาวีเย็นผล (2537: 25-79) ได้เสนอกลวิธีแก้โจทย์ปัญหาไว้ 10 กลวิธี ได้แก่

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีนี้เป็นกลวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาย่อยเสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหได้ในกรณีที่มีการแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลามากหรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลังๆต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูลจากการเดาครั้งต้นๆ

2. กลวิธีการเขียนภาพ แผนภาพ และสร้างแบบจำลอง กลวิธีการเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลองช่วยให้มองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความรู้สึกว่าได้สัมผัสกับปัญหานั้นอย่างแท้จริง ช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจกับปัญหาได้ง่ายขึ้น สามารถกำหนดแนวทางวางแผนแก้ปัญหได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. กลวิธีสร้างตาราง การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีสร้างตารางนี้มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

3.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ทั้งหมด

3.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี

3.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด

3.4 สร้างตารางเพื่อค้นหารูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์

4. กลวิธีใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบค่า เป็นวิธีการแก้ปัญหอย่างหนึ่งที่ใช้กันในวิชาคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหามีการสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปสมการได้ ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 2 ลักษณะ คือ

4.1 ใช้ตัวแปรสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและพิจารณาคำตอบของปัญหาจากข้อความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นนั้น

4.2 สร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆของปัญหาในรูปแบบการเท่ากันสามารถสร้างสมการที่สอดคล้องกับปัญหานั้นได้การหาคำตอบทำโดยแก้สมการหรือพิจารณาคำตอบจากสมการนั้น

5. กลวิธีการค้นหารูปแบบ กลวิธีการค้นหารูปแบบเป็นกลวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ต้องศึกษา

ปัญหาที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้น และคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกันข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนอาจพบปัญหาที่แตกต่างกันก็ได้

6. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี โจทย์ปัญหาหลายปัญหาสามารถแก้ปัญหได้ง่ายขึ้น เมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณีซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้นเมื่อแก้ปัญหของทุกกรณีได้แล้วให้พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกันจะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. กลวิธีการใช้เหตุผลตรง กลวิธีการใช้เหตุผลตรงนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญหา โดยผู้แก้มักใช้ร่วมกับกลวิธีอื่นๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การใช้การให้เหตุผลตรงในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้ว ให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ปัญหาที่ใช้กลวิธีนี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ แต่เป็นการเน้นให้เหตุผล

8. กลวิธีการใช้เหตุผลทางอ้อม โจทย์ปัญหาบางปัญหาไม่ง่ายนักที่จะแก้ปัญหโดยใช้การให้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้การใช้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิธีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้การให้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์ สำหรับปัญหาให้ค้นหาจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. กลวิธีย้อนกลับ โจทย์ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้าย แล้วย้อนมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลวิธีทำย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

10. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจทำได้ยากการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิมแล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหใหม่ที่สร้างขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการเริ่มต้นการแก้ปัญหที่มีอยู่ ปัญหาที่สร้างขึ้นใหม่อาจสร้างให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้ ซึ่งสามารถแยกกล่าวได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

10.1 กลวิธีนี้ถึงปัญหาที่สัมพันธ์กัน

10.2 กลวิธีแก้ปัญหที่ง่ายกว่า

10.3 กลวิธีกำหนดเป้าหมายรอง

ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ (2542: 36-38) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนดอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไร ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างๆ ข้อมูลมีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อเป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานั้นในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานั้นแล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาเดิมมาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1 + 2 + \dots + 100$ หนุ่มน้อย Frederick Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ $1+100 = 2 + 99 = \dots 101$ ความเข้าใจยังรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่ายๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่ายๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งปัญหาย่อยๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะทำง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นตอนของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างโดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์หรือในโลกแห่งความจริงนั้นถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect prove) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ Contraposition ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึก และการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญห จงค้นหาวิธีหลายวิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูปและระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 10-21) ได้กล่าวไว้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหามี ดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง
4. การสร้างตาราง
5. การเดาและตรวจสอบ
6. แจกกรณีที่เป็นไปได้
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 7-10) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภูมิและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
6. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง
7. ยุทธวิธีย้อนกลับ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาใหม่ สามารถแยกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

8.1 ยุทธวิธีนี้ถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน

8.2 ยุทธวิธีแก้ปัญหาย่อยกว่า

8.3 ยุทธวิธีกำหนดเป้าหมายตรง

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องให้ผู้เรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหให้เหมาะสมกับปัญหา และในการสอนของครูผู้สอนจะต้องมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดอยู่เสมอ เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหของผู้เรียน และยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการได้เสนอคล้ายคลึงกัน มีดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
3. ยุทธวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ ตารางและสร้างแบบจำลอง
4. ยุทธวิธีเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
5. ยุทธวิธีแจกกรณีที่เป็นไปได้
6. ยุทธวิธีย้อนกลับ

3.7 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 26) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 2 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย
 - 1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์
 - 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและ

ทักษะทางคณิตศาสตร์

- 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการ

แก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

- 1.6 ความมั่นใจในตนเองที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย
 - 2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
 - 2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการ

เรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ทำทลายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

สิริพร ทิพย์คง (2544: 106-107) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง
5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนรู้ว่าจะต้องทำอะไรก่อน และขั้นตอนต่อไป

ทำอย่างไร

6. ข้อมูลที่กำหนดให้มีเพียงพอต่อการแก้ปัญหา
7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาดifferent ๆ
8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหที่หลากหลาย

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่าง เพื่อช่วยให้การคิดแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบต่างๆ ที่มีส่วนช่วยในการคิดแก้ปัญหควรได้รับการสอนและฝึกฝนพัฒนา ซึ่งอาจขึ้นอยู่กับตัวผู้เรียน ความรู้ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอน เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3.8 แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านที่ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังต่อไปนี้

โพลยา (Polya.1973: 5-40) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

ตาราง 1 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจในปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ขั้นตรวจคำตอบ	และทักษะการคำนวณ การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ชาร์ลส์; และเลสเตอร์ (Charles; & Lester.1982: 11-12) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง
 - 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน
 - 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง
2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
 - 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน
 - 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)
3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
 - 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

ตาราง 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles; & Lester

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาผิดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	1
	เขียนผิด คำนวณผิด	2
	คำตอบถูกต้อง	3

กรมวิชาการ (2546: 121-123) ได้ให้เกณฑ์การวัดและการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้แก้ปัญหานั้นไม่ชัดเจน
2	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอนอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวไม่ชัดเจน
1	การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน อธิบายวิธีการไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ตามความสามารถในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้ยึดหลักเกณฑ์การให้คะแนนตามรูปแบบของ Charles; & Lester เนื่องจากมีการเสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้อย่างชัดเจน โดยให้คะแนนจากพฤติกรรมที่แสดงการแก้ปัญหา ซึ่งพิจารณาจากถึงความสามารถ 3 ประการ คือ ความเข้าใจในปัญหา การแก้ปัญหาและการตอบปัญหา

3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เวียสท์ (Wiest. 1997: 5091-A) ได้ศึกษาถึงบทบาทของปัญหาแปลกใหม่และปัญหาในชีวิตจริง ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยที่นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาลดต่ำ ผลการศึกษาพบว่า มีนักเรียนเกรด 4 จำนวน 58% ที่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และนักเรียนเกรด 6 ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม 76% ของปัญหาที่ทำการแก้

วิลเลียม (Williams. 2003: 185-187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การ

แก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนรู้และนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

งานวิจัยในประเทศ

รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์โดยมีรูปแบบการวิจัยแบบมีกลุ่มควบคุมและทดสอบหลังเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ จำนวน 26 คนแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีความสามารถใกล้เคียงกันกลุ่มละ 13 คนและมี 3 คนในกลุ่มทดลองเป็นนักศึกษาเป้าหมายเพื่อใช้เป็นกรณีศึกษา ผลการวิจัยพบว่า

- (1) คะแนนมัธยฐานในด้านศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
- (2) คะแนนมัธยฐานในด้านความเชื่อที่เหมาะสมเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหของ กลุ่มทดลองไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
- (3) บรรทัดฐานทางสังคมที่เกี่ยวกับการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนได้แก่บรรทัดฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการหาผลเฉลยที่สมเหตุสมผลการนำเสนอที่สง่างามการอธิบายและการให้เหตุผลที่ยอมรับได้
- (4) นักศึกษาที่มีประสบการณ์ในโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาสามารถพัฒนาศักยภาพ

อรชร ภูบุญเต็ม (2550: 67-71) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) จำนวน 60 คน ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน (Representation) ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 วิธี คือ การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อีกทั้งศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนและมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สามารถส่งเสริมและพัฒนาขึ้นได้ ซึ่งขึ้นอยู่กับครูผู้สอนว่าจะเสนอปัญหาแปลกใหม่ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน หากนักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็จะมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น สามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและการค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง อีกทั้งมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษา ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer, 1990: 378) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

ครูลิค; และรูดนิค (Krulik; & Rudnick, 1993: 3) ได้กล่าวว่าการคิด หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่ได้ โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ

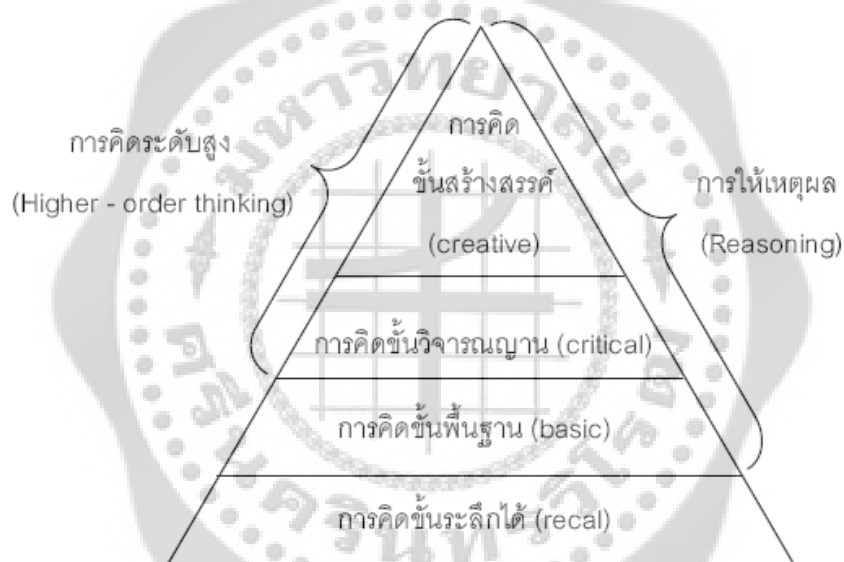
1. การคิดขั้นระลึก (Recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2. การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วยการจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

4. การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

ส่วนของการให้เหตุผลครูลึกและรูดนิคมองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิด นอกเหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแสดงให้เห็นในภาพประกอบ 2 ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 6 ลำดับชั้นการคิดของครูลึกและรูดนิค

ที่มา : Krulik; & Rudnick, J. A. (1993). Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers. Boston : Allyn and Bacon. P. 3.

ครูลึกและรูดนิคอธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพมิได้แยกจากกันทีเดียว จะเห็นได้ว่า “การให้เหตุผล” เป็นส่วนที่รวมขั้นตอนตั้งแต่การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ และสำหรับการคิดในระดับสูง (Higher order thinking) เป็นการคิดที่อยู่ในขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดสร้างสรรค์

ทศนา แชมมณี (2545: 114) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550: 46-60) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แยกแยะความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกว่า การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Reasoning) มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ หรือเป็นการอธิบายการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์และแสดงข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลที่ยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้น

4.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000: 29) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ

4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆในการวิเคราะห์สถานการณ์ทาง
คณิตศาสตร์

5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5-8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้นักเรียน

สามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้

สมพงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็น
สำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจ ต้องอาศัยเหตุผลประกอบ
หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานการศึกษาหา
ความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

กรมวิชาการ (2545: 25) ได้กล่าวถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้กำหนด
ความสำคัญในการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดย
กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ช่วง
ชั้นที่ 1-4 ดังนี้

ช่วงชั้นที่ 1 และ 2

- ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ช่วงชั้นที่ 3

- สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล หรือข้อเท็จจริงหรือสร้าง

แผนภาพ

ช่วงชั้นที่ 4

-นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุปและช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (ม.ป.ป.: 1) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ๆได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการกำหนดจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ผู้เรียนเข้าใจหลักการในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. ผู้เรียนสร้าง ตรวจสอบข้อคาดการณ์และยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. ผู้เรียนแสดงเหตุผลประกอบการตัดสินใจและข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
4. ผู้เรียนตัดสินใจเท็จจริงด้วยเหตุและผลได้
5. ผู้เรียนประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้
6. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990: 378) กล่าวว่ามิตักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆกัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุสามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหาคกรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

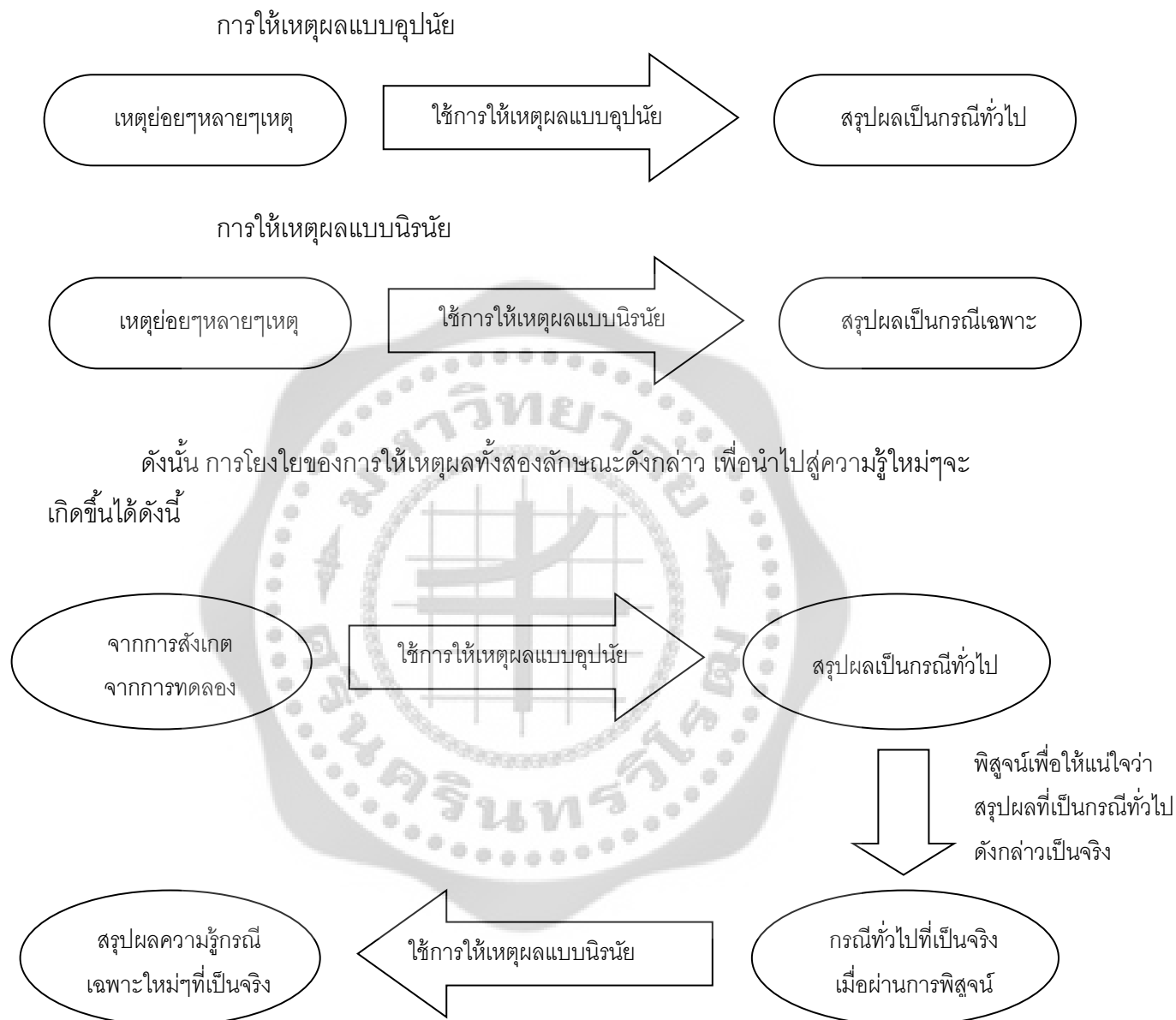
ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ และคนอื่นๆ (2545: 69-70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผล มี 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริง นั่นคือ เหตุที่ตั้งขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล จะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อยๆหลายๆตัวอย่างหรือการคาดคะเนในการสรุปผล นั่นคือเหตุที่จะตั้งขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุป ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

สมัย เหล่าวานิชย์; และพัชรพรรณ เหล่าวานิชย์ (2546: 157) ได้กล่าวว่าในปัจจุบันการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมีความสำคัญอย่างยิ่งในการนำไปสู่ความรู้ใหม่ๆถึงแม้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่สวนทางกัน กล่าวคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ใช้กรณีเฉพาะ

เป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งต้องตรวจสอบต่อไปว่า ผลสรุปดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย ใช้กรณีทั่วไปเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีเฉพาะ



ภาพประกอบ 7 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

ที่มา : สมัย เหล่าวานิชย์และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. (2546). **คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน+เพิ่มเติม** ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6). กรุงเทพฯ : ไซแอ็ดพับลิชชิ่ง. หน้า 157.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 46-60) ได้แบ่งการให้เหตุผล เป็น 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากประสบการณ์ที่ตนมีอยู่
2. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตขั้นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดเดา แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป
3. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้วหรือที่เรียกว่าเหตุจากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถได้แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต่องน่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุดแต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่ค้นพบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

4.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เบรนท์ (สิริพร ทิพย์คง, 2545: 111-112; อ้างอิงจาก Brandt, 1984: 3) กล่าวถึงการคิดกับการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้นได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 4 ทาง คือ

1. การสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชาการโดยการสร้างสิ่งแวดล้อมภายในห้องเรียนและโรงเรียน เช่น การสร้างห้องสมุดที่มีหนังสือ แหล่งความรู้ คอมพิวเตอร์ Internet ที่นักเรียนสามารถสืบค้นหาความรู้ สนับสนุนการคิด ทำให้เกิดการพัฒนาการทางด้านสติปัญญาและนักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการคิด
2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองเป็นการปลูกฝังทักษะการคิดโดยตรง เนื้อหาที่นำมาสอนอาจจะไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่

นักเรียนเรียนอยู่ในโรงเรียน แต่การเรียนเนื้อหานั้นจะทำให้นักเรียนได้ใช้การคิดเชิงตรรกะ การคิด วิเคราะห์และสังเคราะห์ การตัดสินใจและการสื่อสาร

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่เน้นการใช้ทักษะการคิด ทำให้นักเรียนตระหนักในกระบวนการคิดของตนเอง เกิดทักษะกระบวนการคิดที่เรียกว่า metacognition โดยนักเรียนทราบว่าตนรู้อะไร ต้องการทราบอะไร และยังไม่รู้อะไร สามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้และแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องนั้น

4. การสอนด้วยการคิด (Teaching with thinking) เป็นการสอนที่เน้นการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative learning) โดยให้นักเรียนได้ร่วมในงานที่ได้รับมอบหมายได้ช่วยกันคิดช่วยกันทำ ทำให้ได้เรียนรู้ซึ่งกันและกัน มีความชำนาญในการคิดมากขึ้น และการสอนด้วยวิธีนี้ยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมด้วย

นภเนตร ธรรมบวร (2544: 69) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ครูผู้สอนต้องเริ่มจากการพัฒนากระบวนการคิดของเด็ก ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถทำได้ทุกที่มีความสำคัญ และจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดของเด็กอย่างต่อเนื่อง ครูผู้สอนถือเป็นบทบาทสำคัญในการสนับสนุนและส่งเสริมพัฒนาการทั้งด้านความคิดของเด็ก ในการเรียนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต้องมีความหมายให้กับตัวเด็ก กล่าวคือ ครูส่งเสริมให้เด็กได้สำรวจให้เหตุผลและคิดแก้ปัญหามากกว่าการเรียนรู้โดยการจำกฎเกณฑ์ต่างๆทางคณิตศาสตร์เท่านั้น เด็กจำเป็นต้องสร้าง (Construct) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการคิดด้วยตนเอง และการค้นหาคำตอบซึ่งมีความหมายสำหรับตัวเขา

จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล” (NCTM. 1989: 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody. 1993: 2-25) เพื่อให้ นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริงจำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้เวลาจากประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น (NCTM. 1989: 81)

สำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล กิลฟอร์ด; และฮอฟเนอร์ (Guilford; & Hoepfner. 1971: 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 194-195) ที่กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและ

ให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆด้วย นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

ด้วยเหตุนี้ครูจึงมีบทบาทในการจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15-18) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักในสิ่งต่อไปนี้

1.1 การเรียนคณิตศาสตร์ให้เรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่วไปมักจะมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากเรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ โดยไม่รู้ว่าทำไมจึงทำเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้จึงทำให้เป้าวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่ายาก

1.2 ให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

1.3 ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่าครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อเด็กสามารถหรือมีการให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำได้หลายวิธี ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อยๆและใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

- นักเรียนคิดว่าต่อไปจะเป็นอย่างไร เพราะอะไร
- แบบรูปจะเป็นอย่างไร เพราะอะไร
- นักเรียนเชื่อไหม เพราะอะไร
- นักเรียนคิดว่าวิธีไหนดีกว่า เพราะอะไร
- มีคำตอบอื่นอีกไหม มีวิธีอื่นอีกไหม
- ทำไมคิดว่าถูกต้อง
- ทำไมคิดว่าจะเป็นจริง
- ที่สรุปนี้จะเป็นจริงเสมอไปไหม หรือเป็นจริงเพียงบางกรณี
- สัมพันธ์กันอย่างไร

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดา บนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

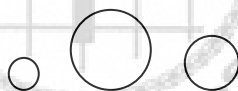
5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดาโดยอาศัยเหตุผล เช่น ข้อคาดเดาที่ว่าผลคูณของจำนวนบวกสองจำนวนจะมากกว่าตัวตั้งและตัวคูณ อาจปรับแต่งเป็นการคูณจำนวนหนึ่งด้วยตัวคูณที่เป็นจำนวนที่มากกว่า 1 ผลคูณจะมากกว่าจำนวนนั้น แต่ถ้าตัวคูณเป็นจำนวนบวกที่น้อยกว่า 1 ผลคูณจะน้อยกว่าจำนวนนั้น โดยนักเรียนตัดสินใจปรับเองด้วยเหตุผลไม่ใช่จากครูบอก

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง เช่น 2,4,6,8, ...

7. ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่าง สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้นอย่าง

มีเหตุผล เช่น

ตัวอย่าง



ไม่เป็นตัวอย่าง



สรุป สิ่งที่กำลังกล่าวถึง คือ วงกลม

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด เช่น แก้วต้องการซื้อหนังสือเล่มละ 30 บาท ปากกาด้ามละ 10 บาท ทอफीเม็ดละ 2 บาท ถ้าแก้วมีเงิน 50 บาท จะมีเงินพอซื้อของเหล่านี้ได้ทั้งหมดหรือได้มากน้อยเพียงใด

9. ให้มีการอภิปรายหน้าชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ทำทนายให้นักเรียนคิดและทำกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียนและให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟัง

ทำความเข้าใจเหตุผลผู้อื่นและประเมินว่าเหตุผลเชื่อถือได้หรือไม่

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ใจเวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกฎแจ้ไปสู่การบอกวิธีการ เช่น มีคำ “รวม” ให้ทำวิธีบวก

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติตติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง

16. ครูควรใช้ภาษาทางตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่วไป ให้นักเรียนคุ้นเคย เช่น

- ให้นักเรียนหยิบทั้งดินสอและปากกา
- ถ้านักเรียนตีมนมหมด แล้วนักเรียนมีเวลาไปวิ่งเล่น
- มีนักเรียนบางคนชอบเล่นฟุตบอล
- นักเรียนทุกคนออกไปเข้าแถว

17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้นักเรียนทำหรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะบรรลุผลได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับบทบาทของครูผู้สอนเป็นสำคัญ โดยเริ่มจากการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล คิดด้วยตนเองเพื่อเป็นการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างถาวร รวมถึงการจัดบรรยากาศในชั้นเรียนหรือกิจกรรมที่สนับสนุนให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนเหตุผลในการแก้ปัญหาร่วมกัน

4.5 การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 121-123) ได้กล่าวไว้ในการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียน ดังนี้

1. ข้อสอบอัตนัย มีเกณฑ์การให้คะแนนแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 4 เกณฑ์การทำข้อสอบประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย

คะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบที่ปรากฏให้เห็น
4 : ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3 : ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
2 : พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ
1 : ควรแก้ไข	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
0 : ต้องปรับปรุง	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์

2. ทักษะการให้เหตุผล มีเกณฑ์การให้คะแนนแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 : ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 : ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 : พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 : ควรแก้ไข	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 : ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จิณดิษฐ์ ละออบปักษิณ (2550: 183) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของจิตินธิษฐ์ ละออบักษิณ

ระดับ	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
3	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
2	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงสาระสำคัญได้ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
1	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลเฉพาะบางกรณี แต่ไม่ได้แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
0	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 199-201) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบรีคเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น ตลอดจนการให้คะแนนแบบรูบรีคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองแล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้ดียิ่งขึ้นด้วยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบรีคที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์หรือแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหาในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปประมวลคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือ

ใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนแบบบูรณาการที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือ พฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดไม่ต้องแยกเป็นด้านๆ ในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อ ตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการ ประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้างๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้างๆ และจะมี ประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี เกณฑ์การให้คะแนน เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียน คล้ายคลึงกัน ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของจิณดิษฐ์ ละออบักษิณ เนื่องจากมีเกณฑ์การให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมที่ปรากฏให้ เห็นด้านการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ลอดีเยน (Laudien. 1999: 3384-A) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในตำรา เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยนำตำราเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 และเกรด 8 ที่ขายตามร้าน หนังสือ (Commercial) และชุดตำราเรียนทดลอง (Experimentla serier) เกรด 7 และเกรด 8 มา วิเคราะห์เพื่อหาตำราเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 และเกรด 8 ที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียน ทั้ง สองแบบนี้มีการแสดงการให้เหตุผลและการพิสูจน์อย่างไร โดยพิจารณาจากปัญหาที่ให้การให้ วิธีการให้เหตุผลอุปนัย การใช้วิธีการให้เหตุผลนิรนัยและวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา ผลการศึกษาแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างตำราเรียนที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียนทดลองและจากตำรา เรียนเกรด 7 และเกรด 8

ทั้งที่ขายตามร้านหนังสือกับชุดตำราเรียน ทดลองควรจะมีการเพิ่มการให้เหตุผลแบบนิรนัยตามลำดับ

ดริกกี (Drickey. 2000: Online) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความเหมือนกันของการ สอนสิ่งที่เป็นกายภาพกับสิ่งที่เสมือนจริงในการสอนเรื่องมองเห็นและการให้เหตุผลเชิงปริภูมิของ นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมต้น โดยจัดนักเรียนเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ที่มีการจัด สิ่งแวดล้อมทางกายภาพ เปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มควบคุมโดยใช้ครูคอยอธิบายเป็นแนวทางไม่ใช่

การจับต้องหรือการสัมผัส สิ่งที่น่าสนใจศึกษาคือ ผลของการใช้การจับต้องหรือการสัมผัสมีผลต่อการมอง และทักษะการให้เหตุผลเกี่ยวกับระยะและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีครู 3 คน ในโรงเรียน ระดับกลางเดียวกันสอนเรขาคณิต 4-5 สัปดาห์ให้นักเรียนในระดับเกรด 6 จำนวน 219 คน โดยใช้สิ่งที่จับต้องได้ทางกายภาพสิ่งที่จับต้องได้เชิงปริภูมิ หรือจับต้องไม่ได้ ในระหว่างการสอน ครูแต่ละคนใช้แต่ ละการปฏิบัติทั้ง 3 แบบ ไปถึงในแบบใดแบบหนึ่งหรือมากกว่านั้นในห้องเรียน ด้วยการจัดให้นักเรียน กลุ่มทดลองเรียนใช้การทดสอบหลังเรียนกึ่งการทดลอง และไม่เหมือนกับกลุ่มควบคุม ข้อสอบก่อน เรียนและหลังเรียน รวมถึงการมองและทักษะการให้เหตุผลและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การเก็บ รวบรวมข้อมูลจากแบบสอบถามของครู การสังเกตในชั้นเรียน การสำรวจนักเรียนและการเก็บข้อมูล ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองทั้ง 3 กลุ่มมีคะแนนสอบหลังเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทาง สถิติพอๆกับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และเจตคติทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

เพอไรน์ (Perrine, 2001: Online) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานใน การสอนคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลเกี่ยวกับเศษส่วนของครูการพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วน มีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจเพื่อดึงดูดผู้เรียน ทำให้เข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้นเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาในการเรียน 1 ภาคเรียนจะต้อง มีการเก็บคะแนนซึ่งการเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไปมีผู้เข้าร่วมในการเรียน คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 187 คนมีวิทยากรจำนวน 6 ท่านหนึ่งในนั้นเป็นครู ประจำชั้นซึ่งมาสามารถแก้ปัญหาต่างๆในชั้นเรียนได้ใน 187 คนนี้เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คนประสบปัญหาในการสอบปลายภาคและในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการ แก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลมีนัยสำคัญทางสถิติการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษา วิชาคณิตศาสตร์ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่นักเรียนไม่เคยเจอมาก่อน

งานวิจัยในประเทศ

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 91) ได้ศึกษาเรื่องการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริม ทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผล การศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูง กว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

นิตยา ธรรมมิกะกุล. (2550: 71). พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ ต่างกัน ของโรงเรียนในกลุ่มศรีนครินทร์ กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษา

ปีที่ 6 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01 สำหรับนักเรียนหญิงมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนชาย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนนักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ระดับสูง มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ระดับปานกลางและระดับต่ำ และนักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ระดับปานกลางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ระดับต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 มีผลปฏิสัมพันธ์ที่เกิดจากตัวแปรระดับชั้นเรียนกับระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลร่วมกันต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ไม่พบการเกิดปฏิสัมพันธ์ในกรณีอื่นๆ และพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นจากชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สู่อันดับประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 ตามลำดับ ทั้งนักเรียนชายและนักเรียนหญิงและนักเรียนที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ทุกระดับ

ระพีพัฒน์ แก้วอ้อ. (2553: 46-48) ได้ศึกษาเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันในระดับค่อนข้างมากด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 99 และนักเรียนมีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาได้ในทุกระดับชั้น เมื่อมีการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหา ดังนั้นครูผู้สอนควรมีวิธีการสอนที่แปลกใหม่ สถานการณ์หรือปัญหาปลายเปิดและการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดให้ใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 199 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารรถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการที่จัดทำโดยกระทรวงศึกษาธิการ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยกิจกรรมที่ทำการสอน มีดังนี้

- | | |
|---------------------------------|-------------|
| - กิจกรรม “ก๊อตัวกันแน่” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ชนต่างชาติ” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ตะกร้าขาแมงมุง” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “ใครคือโจร โจรคือใคร” | จำนวน 2 คาบ |
| - กิจกรรม “แบ่งปัน 11 ส่วนดี” | จำนวน 2 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ใช้เวลาในการทดลอง 14 คาบ โดยทำการทดสอบก่อนทดลอง 2 คาบ ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ 10 คาบ และทำการทดสอบหลังทดลอง 2 คาบ

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มัธยมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 2 (ม.1-ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 2 (ม.1-ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการแบบเปิด

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์แนวคิดการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 5 แผน จำนวน 10 ชั่วโมง ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 กิจกรรม “กึ่งตัวกันแน”	จำนวน 2 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 กิจกรรม “ชนต่างชาติ”	จำนวน 2 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 กิจกรรม “ตะกร้าชาแมงมุง” จำนวน 2 คาบ
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 กิจกรรม “ใครคือใจจอร์จใครคือใคร” จำนวน 2 คาบ
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 กิจกรรม “แบ่งปัน 11 ส่วนดี” จำนวน 2 คาบ
 ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.4.1 สารระ

1.4.2 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.3 ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1.4.4 สารระสำคัญ

1.4.5 จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้
- ด้านทักษะ/กระบวนการ
- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.6 สารระการเรียนรู้

1.4.7 กิจกรรมการเรียนรู้ (โดยใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การสอนแบบเปิด)

1.4.8 สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1.4.9 ภาระงาน/ชิ้นงาน

1.4.10 การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

1.4.10 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- ผลการสอน (แบบบันทึกพฤติกรรมของครูและนักเรียน)
- ปัญหาและอุปสรรค
- ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดผลประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ 30 คะแนน ใช้เวลา 60 นาที มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาเนื้อหาและตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ (สสวท.) เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.5 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำ

2.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมถึงความครอบคลุมของคำถาม โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00

2.7 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว จำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแล้ว เพื่อหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตาม

รูปแบบของชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles; & Lester.1982 :11-12)

**เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์**

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาผิดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	1
	เขียนผิด คำนวณผิด	2
	คำตอบถูกต้อง	3

2.9 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายชื่อโดยพิจารณาจากค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) พร้อมกับคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตามเกณฑ์ ตั้งแต่ .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก(D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการวิเคราะห์ได้ค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.52 – 0.73 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.68 – 0.74

2.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 3 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบัค (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 200) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.97 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ 6 คะแนน ใช้เวลา 40 นาที มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาเนื้อหาและตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ (สสวท.) เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทพิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

3.5 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำ

3.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมถึงความครอบคลุมของคำถาม โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.67 - 1.00

3.7 แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว จำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแล้ว เพื่อหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล โดยยึดตามเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของจิลินดิษฐ์ ละออง ปักษิน (2550: 183)

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับ	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
3	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
2	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงสาระสำคัญได้ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
1	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลเฉพาะบางกรณี แต่ไม่ได้แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
0	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

3.9 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยพิจารณาจากค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) พร้อมกับคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตามเกณฑ์ ตั้งแต่ .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการวิเคราะห์ได้ค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.62

3.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 2 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เคยเรียนเรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้ใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (ลัวน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 200) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.84 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 249) โดยมีแผนภาพดังตาราง 7

ตาราง 7 แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
- T₁ แทน การประเมินก่อนการจัดกระทำทดลอง (Pre-test)
- T₂ แทน การประเมินหลังการจัดกระทำทดลอง (Post-test)

4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test dependent sample
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test dependent sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2549: 105-106)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S)(Standard deviation) โดยใช้สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2549: 106)

$$S = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียน

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 248-249; อ้างอิงจาก Rovinelli; & Hambleton. 1977)

$$IOC = \frac{\Sigma R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้
	ΣR	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา

2.2 การหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 199-200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าความยากง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 การหาค่าอำนาจจำแนก เพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบ
	S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	S_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย

3.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 104)

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n D}{\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n D^2 - \left(\sum_{i=1}^n D\right)^2}{n-1}}}; df = N - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าพิจารณาใน t – Distribution
	D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

- s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
n แทน จำนวนนักเรียน



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลอง ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ผลการวิเคราะห์คะแนนเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์คะแนนผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test Dependent Sample ดังปรากฏในตาราง 8

ตาราง 8 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การทดสอบ	N	k	\bar{X}	s	t
ก่อนทดลอง	44	30	10.20	5.68	29.59**
หลังทดลอง	44	30	22.61	3.75	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.01,43)} = 2.416$)

จากตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

2. ผลการวิเคราะห์คะแนนเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ดังปรากฏในตาราง 9

ตาราง 9 คะแนนเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

คะแนน	N	k	\bar{x}	s	$\mu_0(70\%)$	t
ความสามารถในการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	44	30	22.61	3.75	21	2.82**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01,43)} = 2.416$)

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 22.61 คิดเป็นร้อยละ 75.37 แสดงว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

3. ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test Dependent Sample ดังปรากฏในตาราง 10

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การทดสอบ	N	k	\bar{x}	s	t
ก่อนทดลอง	44	6	1.34	1.10	22.08**
หลังทดลอง	44	6	4.82	0.87	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.01,43)} = 2.416$)

จากตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการ แบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบ เปิด ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ระหว่าง 0.52 – 0.73 ค่าอำนาจจำแนก (D) ระหว่าง 0.68 – 0.74 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.97

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ระหว่าง 0.56 – 0.69 ค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.62 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.84

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อเป็นแนวทางในการปฏิบัติได้ถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดลองครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนทดลอง (Pre-test)
4. ดำเนินการทดลองโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 44 คนโดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง
5. ทำการทดสอบหลังทดลอง (Post-test) โดยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นชุดเดียวกับชุดแรกแล้วบันทึกผลคะแนนหลังทดลอง
6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบและแบบบันทึกพฤติกรรมนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีทางสถิติต่อไป

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test for Dependent Samples

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

1. จากผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นวิธีการเรียนรู้แบบหนึ่งที่น่าให้ ผู้เรียนทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับผู้เรียน กิจกรรมที่น่าให้ ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีและคำตอบที่หลากหลาย ผู้เรียนได้แสวงหาความรู้และลงมือปฏิบัติหรือกระทำจริง จนเกิดความรู้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547: 30-32) ได้กล่าวว่า การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดมีเป้าหมาย เพื่อให้ นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของพวกเขาควบคู่ไปกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการ เรียนรู้ของพวกเขา และสามารถขยายหรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ได้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดจึงต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้และ เทคนิควิธีการสอนหลายรูปแบบ และวิธีการสอนที่น่าให้ ผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543: 266) ได้กล่าวว่า ครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่ง ที่จะต้องปรับเปลี่ยน วิธีสอนของตนเองให้เข้ากับยุคใหม่ โดยให้ ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

1.2 กิจกรรมที่น่าใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้กำหนด ปัญหาทางคณิตศาสตร์และจัดบรรยากาศในการเรียนการสอน เพื่อช่วย ให้ ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตาม เป้าหมาย โดยให้ ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแสดงคำตอบหรือวิธีการอย่าง หลากหลาย เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือมีวิธีการในการหาคำตอบ มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าเสนอ นั้นนอกจากจะส่งเสริมให้ ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแล้ว ในแผนการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยยังได้เพิ่มเติมความรู้ต่างๆ เช่น พระราชกรณียกิจของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว ภูมิปัญญาชาวบ้านที่น่าวัตุดิบที่มีอยู่มาแปรสภาพเพื่อสร้างรายได้ ชาวและเหตุการณ์ในปัจจุบัน ตลอดจนสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม การ นำเสนอในลักษณะนี้กระตุ้นให้ ผู้เรียนเกิดความสนใจ และสร้างความท้าทายให้ ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วย ตนเอง รวมทั้งเป็นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้อง กับเบคเกอร์และชิมาดา (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดจะทำให้ นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการทำคำตอบ เปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆ ได้อีก รวมทั้งการทำท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ

1.3 ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่เน้นกระบวนการกลุ่ม ผู้เรียนสามารถใช้ วิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผ่านทางกระบวนการทำงานกลุ่มย่อย 4 – 6 คน ซึ่งช่วยปลูกฝัง

ให้นักเรียนมีความรับผิดชอบและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ มีการวิเคราะห์ปัญหา มีการปรึกษาหารือกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยมีเป้าหมายคือความสำเร็จของกลุ่ม ดังนั้นสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีการ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซักถาม อภิปรายเกี่ยวกับกิจกรรมแบบฝึกทักษะที่กำลังทำอยู่ เกิดช่วยเหลือ กันในการเรียนรู้ภายในกลุ่ม โดยนักเรียนในกลุ่มคนใดเข้าใจก่อนหรือทำกิจกรรมได้ก็ช่วยอธิบายให้กับ สมาชิกในกลุ่มคนอื่นๆ ที่ยังไม่เข้าใจหรือทำกิจกรรมไม่สำเร็จ ทำให้สมาชิกในกลุ่มมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับบุชนาฏ ม่วงมุลตรีและคณะ (2549: 22) ที่ทำการสำรวจความคิดเห็นของนักเรียน ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด พบว่า นักเรียนมีโอกาสทำกิจกรรมกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และได้แสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลาย และยังสอดคล้องกับแนวคิดของชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543: 258) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการกลุ่มจะก่อให้เกิดความ สัมฤทธิ์ผลทางการเรียนได้อย่างสูงสุด เพราะการศึกษาโดยใช้กิจกรรมกลุ่มจะเป็นการศึกษาจาก ประสบการณ์จริง โดยที่ผู้เรียนได้มีการศึกษาเรียนรู้โดยการปฏิบัติจริง ตลอดจนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกับ คนอื่น จะทำให้การเรียนรู้ต่าง ๆ เต็มไปด้วยความสนุกสนาน เป็นผลให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่าง ซาบซึ้งและจดจำนาน ตลอดจนสามารถฝึกนิสัยให้สามารถเข้าสังคมและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี

2. จากการวิจัย พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ตัดสินใจเลือก วิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ที่มีหลากหลายวิธีการแก้ปัญหา หลากหลายคำตอบ ซึ่งเป็นการ ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลที่เป็นระบบ ซึ่งมีความสำคัญอย่างมากในชีวิตประจำวัน สอดคล้อง กับรุจิรัตน์ พรหมรักษ์ (2553 : 1) กล่าวว่า โดยหลักสูตรกำหนดให้ผู้เรียนมีความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยส่งเสริมทักษะคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนโดยตรง ทำให้ผู้เรียนเกิด ความสนใจและตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิด การมีระเบียบขั้นตอนในการคิดมีเหตุผล จะเป็นประโยชน์ต่อชีวิตประจำวันของผู้เรียน และยัง สอดคล้องกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง กิจกรรมการเรียน การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการ ทดลองพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระตาม แนวคิดของตนเองและพฤติกรรมการแก้ปัญหาทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมาก

2.2 กิจกรรมที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้กำหนด ปัญหาทางคณิตศาสตร์และจัดบรรยากาศในการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตาม เป้าหมาย เน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง เปิดกว้างให้อิสระในการแก้ปัญหา ซึ่งช่วย กระตุ้นความสนใจให้แก่ผู้เรียน ก่อให้เกิดความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมต่างๆต่อไป ซึ่งผู้เรียน สามารถแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนกับสมาชิกคนอื่นๆภายในและนอกกลุ่มได้ โดย การให้เหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบที่ถูกต้องของตน อีกทั้งยอมรับฟังวิธีการ คำตอบและ ความคิดเห็นของสมาชิกคนอื่นๆด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเบกเกอร์และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 23) ที่กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดว่าเป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันวิธีหนึ่ง จากการที่นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเอง และนำมาอภิปรายร่วมกัน นักเรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่นๆได้จากเพื่อนร่วมชั้นได้ ซึ่งนับเป็นข้อดี ของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นการช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจาก การวิจัยและจากแบบบันทึกพฤติกรรมของครูและนักเรียน ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการเรียนการสอนในคาบเรียนแรก ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถดำเนินกิจกรรมการ เรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่เข้าใจและไม่คุ้นเคยในกระบวนการจัดการ เรียนรู้ ที่ผู้เรียนต้องศึกษา ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนและตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหา/คำตอบ ด้วยตนเอง ผู้วิจัยจึงอธิบายและให้คำแนะนำ ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างล้าช้า เมื่อทำ การชี้แจงการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด ทำให้ ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น ทำทนายและสนใจเรียนมากขึ้น

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ที่เน้นกระบวนการกลุ่มย่อย 4-6 คน พบว่าในคาบแรกๆ ผู้เรียนที่เรียนอ่อนไม่ค่อยแสดงความคิดเห็นกับสมาชิกคนอื่นๆภายในกลุ่ม ผู้เรียนที่ เรียนเก่งจะเป็นคนคิดและทำกิจกรรมเสียส่วนใหญ่ ผู้วิจัยต้องกระตุ้นให้แสดงความคิดเห็นและเสริมแรง ทางบวก เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม

3. บรรยากาศของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยสร้าง บรรยากาศในชั้นเรียนให้เอื้อต่อการแสดงความคิดเห็น โดยมีปฏิสัมพันธ์ที่เป็นกันเองกับผู้เรียน ทำให้

ผู้เรียนลดความกังวล กล้าแสดงความคิดเห็นตามความเข้าใจของผู้เรียนและมีส่วนร่วมภายในกลุ่มมากยิ่งขึ้น

4. ในการทำกิจกรรมนอกจากผู้เรียนต้องทำความเข้าใจและแก้ปัญหาแล้ว ผู้เรียนควรอธิบายสนับสนุนเหตุผลยุทธวิธีในการแก้ปัญหาของตนเอง ถือเป็น การตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน หากมีข้อผิดพลาดควรให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันคิดและแสวงหาแนวทางการแก้ไข โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำปรึกษา

5. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดต้องใช้คาบเรียนที่ติดกันจำนวน 2 คาบ ซึ่งทางโรงเรียนมักจัดคาบเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นจำนวน 1 คาบเรียน ซึ่งไม่เพียงพอกับการดำเนินกิจกรรม จึงทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่ต่อเนื่อง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด ควรมีการชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดและแจ่มจูงหมายในการจัดการเรียนการสอนอย่างชัดเจน
2. ในบทบาทครูผู้สอนต้องเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคล จึงต้องมีความอดทน ไม่ใจร้อนสรุปกิจกรรม เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงศักยภาพอย่างเต็มที่ ซึ่งทำให้ได้วิธีการและคำตอบที่สมบูรณ์ที่สุด
3. ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับเวลาให้สอดคล้องกัน เพื่อให้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อพัฒนาความสามารถ/ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการสื่อสาร และการนำเสนอ ทักษะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ และทักษะความคิดสร้างสรรค์
2. ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับผู้เรียนในระดับชั้นอื่นๆ โดยเฉพาะระดับชั้นประถมศึกษา เนื่องจากการใช้วิธีการแบบเปิด เป็นหนึ่งวิธีที่สามารถช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดความสามารถ/ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. ควรจะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอื่นๆ เช่น การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนแบบแก้ปัญหา การสอนแบบการสร้าง องค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นต้น





บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). **เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.**
กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2546). **การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.**
กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2551). **เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543). **การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- จิณดิษฐ์ ลออปักษิน. (2550). **การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.**
ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิตติมา ชอบเอียด. (2551). **การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- จิราภรณ์ ศิริทวี. (2551). **กลยุทธ์การพัฒนาผู้เรียน : ประสบการณ์จากการปฏิบัติจริง = Student development strategies : experience from practice.** กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมและพัฒนาพลังแผ่นดินเชิงคุณธรรม (ศูนย์คุณธรรม) สำนักงานบริหารและพัฒนาองค์ความรู้ (องค์การมหาชน).
- เจริญ ราคาแก้ว. (2551). **เจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. ขอนแก่น :**
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เสวตมาलय. (2542). **“การแก้ปัญหา,” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมคณิตศาสตร์.**

กรุงเทพฯ : สาขามัธยมศึกษาการศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์). คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- _____ (2544). **ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์และคนอื่นๆ. (2545). **ชุดปฏิรูปการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4-ม.6**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). **การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (ม.ป.ป.). **โครงการคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- _____ (2542). **ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : บริษัท เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้น จำกัด.
- _____ (2543). **เอกสารคำสอนรายวิชาหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา**. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2544). **เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : เทพเนรมิตการพิมพ์.
- _____ (2549). **เทคนิคการเขียนเค้าโครงการวิจัย : แนวทางสู่ความสำเร็จ**. กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). **การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคognition ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทศวรรณ เล็งตามดี. (2552). **การสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา. ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ. (2548). **การพัฒนาการสอนโดยใช้การสอนแบบเปิด และผลของการสอนที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทศนา แชมมณี. (2545). **กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน**. กรุงเทพฯ :

นิซิน แอดเวอร์ไทซิงกรุ๊ป.

นภเนตร ธรรมบวร. (2544). **การพัฒนากระบวนการคิดในเด็กปฐมวัย**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นิตยา ธรรมมิกะกุล. (2550). **พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีระดับการรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ต่างกันของโรงเรียน ในกลุ่มศรีนครินทร์ กรุงเทพมหานคร**. ปริญญาานิพนธ์ กศม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นุชนาฏ ม่วงมุลตรีและคณะ (2549, กันยายน-ธันวาคม). การพัฒนาแผนการเรียนรู้ด้วยวิธี LESSON STUDY กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้นวัตกรรมแบบ OPEN APPROACH. **นวัตกรรมการเรียนการสอน Journal of Learning and Teaching Innovation**. 3(3) : 16-24

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (ม.ป.ป.). **การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา**. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ : ม.ป.พ. อัดสำเนา.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). **การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ประสาธ อิศรปริดา. (2547). **สารัตถะจิตวิทยาการศึกษา**. ขอนแก่น : โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). “หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์,” **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15**. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

_____. (2537, พฤศจิกายน – ธันวาคม). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์. **วารสารคณิตศาสตร์**. 38(434-435) : 62-74.

_____. (2544). **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

ไพโรจิตร์ บ้านเหล่า. (2551). **การพัฒนาทักษะการคิดโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด (Open Approach) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตร

มหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน. ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547, มกราคม-มิถุนายน). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียน ญี่ปุ่น.

KKU Journal of Mathematics Education 1(1) : 1-9.

_____. (2547, กรกฎาคม-ธันวาคม). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. KKU

Journal of Mathematics Education 2(5) : 30-35.

_____. (2549). **โครงการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น**

มัธยมศึกษา ด้วยยุทธวิธีปัญหาปลายเปิด. ขอนแก่น : ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

เยาวลักษณ์ ศรีกล้า. (2547). **การศึกษามผลการเรียนแบบร่วมมือโดยกระบวนการแก้ปัญหาที่**

เป็นพลวัตที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น

ประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ. (2553). **กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง**

ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.

(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

รุจิรัตน์ พรหมรักษ์. (2553). **การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผล**

ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครปฐม เขต 1.

ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์. (2550). **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา**

ปลายเปิด เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับ

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ :

บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ :

ชมรมเด็ก.

ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). **ปัญหาปลายเปิด Open Approach ในนวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการ**

เรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. วารสารศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

29(1) : 24-34.

- ศิริมาส ศรีลำดวน. (2546). การประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์เนื้อหาด้านเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการวิเคราะห์โปรโตคอล. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา). ขอนแก่น : มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- _____. (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : หน่วยการพิมพ์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บริษัททรากรักษ์จำกัด.
- _____. (2550). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543). การแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2544). การให้เหตุผล. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : Learn and Play Mathgroup.
- สมัย เหล่าวานิชย์; และ พัวพรรณ เหล่าวานิชย์. (2546). คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน+เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6). กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- _____. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- อรรชร ภูบุญเต็ม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation). สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อารี พันธุ์มณี. (2544). การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์สู่ความเป็นเลิศ. กรุงเทพฯ : พัฒนาศึกษา
- เอนก จันทจรูญ. (2545). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Adam, S; et al. (1977). Teaching Mathematics with Emphasis on Diagnostic Approach. New York : Harper & Row.
- Anderson, K.B.; & Pingry, R.E. (1973). Problem-Solving in Mathematics. The Learning Mathematics : It,s Theory and Practice. Washington. D.C. : The National Council of Teachers and Mathematics.

- Balka, D.S. (1974). Creative Ability in Mathematics. *Arithmetic Teacher*. 21(7) : 333-363.
- Baroody, Arthur J. (1993). **Problem Solving, Reasoning, and Communication, K-8. Helping Children Think Mathematically**. New York : Macmilan PublishingCompany.
- Becker, J.P; & Shimada, S. (1997). **The Open-Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics**. Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.
- Brandt, Ron. (1984, September). Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking. **Educational Leadership**. 42(1) : 3.
- Charles, Randall; & Lester Frank K.(1982). **Teaching Problem Solving. What Why & How**. Dale Seymour Pulications.
- Conway, K. D. (1996). **The Effects of the "Open Approach" to Teaching Mathematics on Elementary Preservice Teachers' Problem Solving Performance, Attitudes toward Mathematics, and Beliefs about Mathematics**. Dissertation Thesis, Ph. D. (Curriculum and Instruction). Illinois : Southern Illinois University at Carbondale. Photocopied.
- _____. (1999). **Assessing Open-Ended Problems**. Retrieved August 15, 2011, from <http://wilsontxt.hwwilson.com/pdfhtml/05891/2QVB6/USJ.html>.
- Drickey, Nancy Ann. (2000). **A Comparison of Virtual and Physical Manipulatives in Teaching Visualization and Spatial Reasoning to Middle School Mathematics Students**. Retrieved August 11, 2011, from <http://wwwlib.umi.com/dissertation/fullcit/3004011>.
- Guilford, J.P.; & Hoepfner, Ralph. (1971). **The Analysis of Human Intelligence**. New York : McGraw-Hill.
- Hatfield, Mary M.; Noney T. Edwards; & Gury G. Bilter. (1993). **Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools**. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Krulik, S.; & Rudnick, J. A. (1993). **Resoning and Problem Solving : Handbook for elementary school teacher**. Boston : Allyn and Bacon.
- Laudien, Renate Christine. (1999, March). **Mathematics Resoning in Middle School Curriculum Materals**. Dissertation Abstracte International. 59(09) : 3384-A
- Loe,Q.J.; & Chen, C. X. (2004). **The Open-ended Approach in Referring Tradional Teaching**. Paper Presented at the 10 th International Congress on Mathematics Education. Retrieved August 15, 2011, from www.icmeorganiers.dk/tsg14/#paper.

- Nohda, N. (1986, August). A STUDY OF "OPEN-APPROACH" METHOD IN SCHOOL MATHEMATICS TEACHING FOCUSING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ACTIVITIES. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. 5 : 19-31
- _____. (2000, July). Teaching by Open Approach Method in Japanese Mathematics Classroom. In : T. Nakahara & M. Kayama (Eds.). *Proceeding of the 24th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. 1 : 39-53.
- O'Daffer, Phares G. (1990, May). "Inductive and Deductive Reasoning". *Mathematics Teacher*. 84(5) : 378-380.
- Perrine, Vicki. (2001). *Effect of a Problem-Solving-Based Mathematics Course on the Proportional Reasoning of Preservice Teachers*. Retrieved August 11, 2011, from <http://www.lib.umi.com/dissertation/fullcit/3006601>.
- Polya, George. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York: Doubleday Company. Reys, Robert E., Marilyn N. _____ (1973). *How to Solve It*. New Jersey : Princeton University Press.
- _____. (1980). "On Solving Mathematical Problems in High School," *Problem Solving in School Mathematics : 1980 Yearbook*. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.
- _____. (1985). *How to Solve it*. 2nd ed. Princeton : University Press.
- Ray, Charles Lear. (1979, December). A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Questions on Students' Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two Non-Direction High School Chemistry Classrooms. *Dissertation Abstract International*. 40 : 3220 – A.
- Reys, Robert E., Marityn N. Suydum & Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston : Allyn And Bacon, Inc.
- Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Photocopied.

The National Council of Teacher of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic**. Virginia : National Council of Teacher of Mathematics.

_____. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. United states of America : Inc.

Tougaw, Paul Willium. (1994, February). A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary Scholl Student. **Dissertation Abstracts International**. 54(8) : 2934-A.

Wiest, Lynda R. (1997,June). The Role of Fantasy and Real World Problem Contexts In Fourth and Sixth Grade Students Mathematical Problem-Solving, **Dissertation Abstracts International**. 57(12) : 5091-A

Williams, Kenneth M. (2003, Mach). Writing about the Problem–Solving Process to Improve Problem–Solving Performance, **Mathematics Teacher**. 96(3) : 185–187

Wilson, James E., Maria L. Fernandez & Nelda Hadaway. (1993). **Mathematics Problem Solving**. Research Ideas for the Classroom : High School Mathematic. New York : Macmillan Pubishing Company.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ค่าความยาก (P_e) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. ค่าอำนาจจำแนก (t-test) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC)	ผลการพิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	คัดเลือก
2	1	1	1	1	คัดเลือก
3	1	1	1	1	คัดเลือก
4	1	1	1	1	คัดเลือก
5	1	1	1	1	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 จึงได้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ

ตาราง 12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC)	ผลการพิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	คัดเลือก
2	1	1	1	1	คัดเลือก
3	1	1	1	1	คัดเลือก
4	1	1	1	1	คัดเลือก
5	0	1	1	0.67	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 - 1.00 จึงได้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	ผลรวม คะแนน กลุ่มเก่ง (S_U)	ผลรวม คะแนน กลุ่มอ่อน (S_L)	คะแนน สูงสุด (X_{max})	คะแนน ต่ำสุด (X_{min})	P_E	D	ผลการ พิจารณา
1	119	66	10	4	0.52	0.68	คัดเลือก
2	130	82	10	4	0.69	0.62	คัดออก
3	122	85	10	3	0.71	0.41	คัดออก
4	130	45	10	1	0.64	0.73	คัดเลือก
5	130	44	10	1	0.73	0.74	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 – 1 โดยคัดเลือกแบบทดสอบให้ครอบคลุมจุดประสงค์นี้จำนวน 3 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1, 4 และ 5 ซึ่งเป็นข้อที่มีความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป และจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งออกจากกันได้ โดยข้อที่คัดเลือกมีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.52 – 0.73 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.68 – 0.74

จากตาราง ตัวอย่างการหาค่าความยากง่าย (P_E) ข้อ 1

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าความยากง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

แทนค่า

$$P_E = \frac{119+66-(2 \times 13 \times 4)}{2 \times 13(10-4)}$$

$$= \frac{81}{156}$$

$$= 0.52$$

จากตาราง ตัวอย่างการหาค่าอำนาจจำแนก (D) ข้อ 1

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

แทนค่า

$$D = \frac{119 - 66}{13(10-4)}$$

$$= \frac{53}{78}$$

$$= 0.68$$

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	ผลรวม คะแนน กลุ่มเก่ง (S_U)	ผลรวม คะแนน กลุ่มอ่อน (S_L)	คะแนน สูงสุด (X_{max})	คะแนน ต่ำสุด (X_{min})	P_E	D	ผลการ พิจารณา
1	39	25	3	1	0.73	0.54	คัดออก
2	39	23	3	1	0.69	0.62	คัดเลือก
3	39	22	3	0	0.78	0.44	คัดออก
4	34	10	3	0	0.56	0.62	คัดเลือก
5	37	11	1	0	1.85	2.00	คัดออก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (P_E) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 – 1 โดยคัดเลือกแบบทดสอบให้ครอบคลุมจุดประสงค์นี้จำนวน 2 ข้อ ได้แก่ ข้อ 2 และ 4 ซึ่งเป็นข้อที่มีความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป และจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งออกจากกันได้ โดยข้อที่คัดเลือกมีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.56 – 0.69 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.62

จากตาราง ตัวอย่างการหาค่าความยากง่าย (P_E) ข้อ 1

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าความยากง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

$$\begin{aligned}
 \text{แทนค่า } P_E &= \frac{39+25-(2 \times 13 \times 1)}{2 \times 13(3-1)} \\
 &= \frac{38}{52} \\
 &= 0.73
 \end{aligned}$$

จากตาราง ตัวอย่างการหาค่าอำนาจจำแนก (D) ข้อ 1

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

แทนค่า

$$D = \frac{39 - 25}{13(3-1)}$$

$$= \frac{14}{26}$$

$$= 0.54$$

ตาราง 15 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ และค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	358	2698	2.75
2	339	2641	6.99
3	335	2593	7.11
			$\sum S_i^2 = 16.85$

ตาราง 16 ค่า $\sum X$ และ $\sum X^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	คะแนน (X)	X^2	คนที่	คะแนน (X)	X^2
1	30	900	13	28	784
2	30	900	14	26	676
3	30	900	15	26	676
4	29	841	16	26	676
5	29	841	17	26	676
6	29	841	18	26	676
7	29	841	19	26	676
8	29	841	20	24	576
9	29	841	21	23	529
10	29	841	22	22	484
11	29	841	23	22	484
12	29	841	24	21	441

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (X)	X ²	คนที่	คะแนน (X)	X ²
25	20	400	38	16	256
26	19	361	39	16	256
27	19	361	40	16	256
28	19	361	41	16	256
29	19	361	42	15	225
30	19	361	43	13	169
31	19	361	44	13	169
32	19	361	45	13	169
33	18	324	46	11	121
34	18	324	47	11	121
35	18	324	48	9	81
36	17	289	49	8	64
37	16	256	50	8	64
				$\sum X=1,032$	$\sum X^2=23,634$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อสอบ
 S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ

$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 16 จะได้ $\sum X = 1,032$, $\sum X^2 = 23,634$ และ $N = 50$

$$\begin{aligned} s_t^2 &= \frac{50(23,634) - (1,032)^2}{50(50 - 1)} \\ &= \frac{116,676}{2,450} \\ &= 47.62 \end{aligned}$$

จากตาราง 15 จะได้ $\sum s_i^2 = 16.85$, $s_t^2 = 47.62$ และ $n = 3$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{3 - 1} \left\{ 1 - \frac{16.85}{47.62} \right\} \\ &= \frac{3}{2} \left(\frac{47.62 - 16.85}{47.62} \right) \\ &= \frac{92.31}{95.24} \\ &= 0.97 \end{aligned}$$

ตาราง 17 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ และค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	119	301	0.36
2	92	198	0.59
			$\sum S_i^2 = 0.95$

ตาราง 18 ค่า $\sum X$ และ $\sum X^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	คะแนน (X)	X^2	คนที่	คะแนน (X)	X^2
1	6	36	13	5	25
2	6	36	14	5	25
3	6	36	15	5	25
4	6	36	16	5	25
5	6	36	17	5	25
6	6	36	18	5	25
7	6	36	19	5	25
8	6	36	20	5	25
9	5	25	21	5	25
10	5	25	22	5	25
11	5	25	23	5	25
12	6	36	24	4	16

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (X)	X ²	คนที่	คะแนน (X)	X ²
25	4	16	38	4	16
26	4	16	39	3	9
27	4	16	40	3	9
28	4	16	41	3	9
29	4	16	42	3	9
30	4	16	43	3	9
31	4	16	44	3	9
32	4	16	45	3	9
33	4	16	46	3	9
34	4	16	47	3	9
35	4	16	48	3	9
36	4	16	49	1	1
37	4	16	50	1	1
				$\sum X=211$	$\sum X^2=971$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ด้วยวิธีการของครอนบาค (Cronbach) สูตรที่ใช้คือ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อสอบ
 S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ

$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 18 จะได้ $\sum X = 211$, $\sum X^2 = 971$ และ $N = 50$

$$\begin{aligned} s_t^2 &= \frac{50(971) - (211)^2}{50(50 - 1)} \\ &= \frac{4,029}{2,450} \\ &= 1.64 \end{aligned}$$

จากตาราง 17 จะได้ $\sum s_i^2 = 0.95$, $s_t^2 = 1.64$ และ $n = 2$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2}{2 - 1} \left\{ 1 - \frac{0.95}{1.64} \right\} \\ &= 2 \left(\frac{1.64 - 0.95}{1.64} \right) \\ &= \frac{1.38}{1.64} \\ &= 0.84 \end{aligned}$$



ภาคผนวก ข

คะแนนและผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. คะแนนเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 19 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนการทดลอง (X_1) และหลังการทดลอง (X_2)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2	คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
1	18	26	676	8	64	23	17	27	729	10	100
2	12	23	529	11	121	24	6	20	400	14	196
3	2	17	289	15	225	25	2	18	324	16	256
4	15	27	729	12	144	26	17	24	576	7	49
5	6	20	400	14	196	27	15	26	676	11	121
6	4	18	324	14	196	28	2	16	256	14	196
7	16	24	576	8	64	29	20	29	841	9	81
8	19	28	784	9	81	30	14	26	676	12	144
9	3	19	361	16	256	31	13	24	576	11	121
10	10	25	625	15	225	32	4	20	400	16	256
11	13	25	625	12	144	33	1	16	256	15	225
12	15	24	576	9	81	34	10	24	576	14	196
13	10	19	361	9	81	35	14	24	576	10	100
14	14	26	676	12	144	36	2	19	361	17	289
15	12	24	576	12	144	37	15	27	729	12	144
16	17	26	676	9	81	38	3	16	256	13	169
17	13	25	625	12	144	39	5	20	400	15	225
18	14	22	484	8	64	40	6	23	529	17	289
19	16	26	676	10	100	41	2	18	324	16	256
20	10	21	441	11	121	42	10	23	529	13	169
21	14	26	676	12	144	43	11	26	676	15	225
22	7	23	529	16	256	44	0	15	225	15	225
						Σ	995	23,105	546	7,108	

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n D}{\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n D^2 - \left(\sum_{i=1}^n D\right)^2}{n-1}}} ; df = N - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าพิจารณาใน t – Distribution
	D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง จะได้ $\sum D = 546$, $\sum D^2 = 7,108$ และ $N = 44$

แทนค่า

$$t = \frac{546}{\sqrt{\frac{44(7,108) - (546)^2}{44-1}}} ; df = N - 1$$

$$= \frac{546}{\sqrt{\frac{312,752 - 298,116}{43}}}$$

$$= \frac{546}{18.45}$$

$$= 29.59$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\bar{X} = 22.61$, $\mu_0 = 21$, $S = 3.75$ และ $n = 44$

แทนค่า

$$t = \frac{22.61 - 21}{\frac{3.75}{\sqrt{44}}}$$

$$t = \frac{1.61}{\frac{3.75}{6.63}}$$

$$t = \frac{1.61}{0.57}$$

$$t = 2.82$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)

ตาราง 20 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนการทดลอง (X_1) และหลังการทดลอง (X_2)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2	คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
1	2	6	36	4	16	23	2	5	25	3	9
2	0	4	16	4	16	24	0	5	25	5	25
3	2	5	25	3	9	25	0	5	25	5	25
4	1	4	16	3	9	26	2	4	16	2	4
5	1	6	36	5	25	27	2	4	16	2	4
6	2	4	16	2	4	28	1	4	16	3	9
7	0	4	16	4	16	29	2	6	36	4	16
8	0	4	16	4	16	30	4	6	36	2	4
9	0	6	36	6	36	31	1	5	25	4	16
10	3	6	36	3	9	32	2	6	36	4	16
11	3	6	36	3	9	33	0	4	16	4	16
12	2	6	36	4	16	34	0	4	16	4	16
13	2	6	36	4	16	35	1	4	16	3	9
14	1	4	16	3	9	36	2	5	25	3	9
15	0	6	36	6	36	37	3	5	25	2	4
16	2	4	16	2	4	38	0	5	25	5	25
17	4	6	36	2	4	39	1	5	25	4	16
18	2	6	36	4	16	40	2	4	16	2	4
19	2	5	25	3	9	41	0	4	16	4	16
20	1	4	16	3	9	42	1	4	16	3	9
21	1	4	16	3	9	43	1	4	16	3	9
22	1	4	16	3	9	44	0	4	16	4	16
							Σ	212	1054	153	579

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n D}{\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n D^2 - \left(\sum_{i=1}^n D\right)^2}{n-1}}} \quad ; df = N - 1$$


เมื่อ	t แทน	ค่าพิจารณาใน t – Distribution
	D แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
	$\sum D$ แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่
	$\sum D^2$ แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	N แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง จะได้ $\sum D = 153$, $\sum D^2 = 579$ และ $N = 44$

แทนค่า

$$\begin{aligned} t &= \frac{153}{\sqrt{\frac{44(579) - (153)^2}{44-1}}} \quad ; df = N - 1 \\ &= \frac{153}{\sqrt{\frac{25,476 - 23,409}{43}}} \\ &= \frac{153}{6.93} \\ &= 22.08 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.416 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 44 - 1 = 43$)



ภาคผนวก ค
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด
เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด

วิชา คณิตศาสตร์	รหัสวิชา ค23102	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
ชื่อกิจกรรม	กัตัวกันแน	เวลา 2 คาบ

1. สาระ

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ตัวชี้วัด

ค 6.1 ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

ค 6.1 ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. สาระสำคัญ

การแก้ปัญหา เป็นการหาคำตอบซึ่งผู้เรียนสามารถหาวิธีที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ขั้นตอนที่สำคัญก็คือ การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา เพื่อค้นหาความเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ผู้แก้ปัญหาก็จะสามารถเขียนสิ่งเหล่านี้ออกมาเป็นความสัมพันธ์ในรูปของสมการได้ โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดมาช่วยในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งอาจจะใช้การเดาและตรวจสอบ ค้นหารูปแบบ เขียนภาพ แผนภูมิ ตารางและสร้างแบบจำลอง เขียนเป็นประโยค ทางคณิตศาสตร์ แจกกรณีที่เป็นไปได้ หรือแม้แต่วิธีการย้อนกลับ เป็นต้น

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย และนำไปประยุกต์ใช้ในเหตุการณ์หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้
3. สื่อสารทางคณิตศาสตร์และนำเสนอได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานเป็นระบบ
3. ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

6. สาระการเรียนรู้

กิจกรรม “ก๊อตกันแน่” มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที เป็นปัญหาปลายเปิดแบบกระบวนการเปิด (Process is open) ที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาต้นกำเนิดให้ได้อย่างหลากหลาย ถือเป็นกิจกรรมที่สามารถสอดแทรกความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่อยู่บนพื้นฐานความคิดและประสบการณ์ของนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรม ได้แก่ ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีสร้างตาราง และยุทธวิธีการเขียนสมการ โดยครูผู้สอนจะเป็นผู้สานต่อความคิด และขยายแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น เพื่อสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆในชีวิตประจำวันได้

7. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1-2

ขั้นนำ

1. ครูสนทนากับนักเรียนถึงสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน โดยยกตัวอย่างสถานการณ์ แล้วให้นักเรียนเสนอวิธีการหาคำตอบ เพื่อทบทวนความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร จากโปรแกรม PowerPoint ดังต่อไปนี้

1.1 ถ้าต้องการทราบจำนวนขาโต๊ะเรียนทั้งหมดในห้องเรียน นักเรียนจะทำอย่างไร (นักเรียนควรตอบได้ว่า นับจำนวนโต๊ะเรียนทั้งหมดในห้องเรียน แล้วคูณด้วย 4 เนื่องจากโต๊ะเรียนหนึ่งตัวมี 4 ขา)

1.2 ถ้าต้องการทราบจำนวนนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งทุกคนถอดรองเท้าวางไว้ที่ชั้นวางรองเท้าหน้าห้อง นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่ามีนักเรียนกี่คนโดยไม่ต้องเข้าไปนับในห้องเรียน (นักเรียนควรตอบได้ว่า นับจำนวนรองเท้าว่ามีกี่ข้าง แล้วหารด้วย 2 หรือนับจำนวนรองเท้าว่ามีกี่คู่ ซึ่งจะเท่ากับจำนวนนักเรียนในห้องเรียน)

ขั้นสอน

2. นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 6 คน
3. ตัวแทนกลุ่มรับใบกิจกรรม “กึ่งตัวกันแน่” แล้วให้นักเรียนภายในกลุ่มศึกษาคำชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาจากใบกิจกรรม
4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ให้คำปรึกษาแนะนำ
5. ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน ในขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา กิจกรรม “กึ่งตัวกันแน่” โดยวิธีการคิดอาจมีมากกว่า 1 วิธี
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มระดมความคิดในกิจกรรมที่ได้รับ และร่วมกันหาคำตอบของปัญหา โดยครูให้อิสระในการคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายให้ได้มากที่สุด
7. นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปความรู้จากการทำงานกลุ่ม และเตรียมการนำเสนอผลงาน

ขั้นสรุป

8. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา และคำตอบของปัญหา
9. นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา และคำตอบของปัญหา
10. ครูแนะนำให้นักเรียนจดบันทึกแนวคิด/วิธีทำของกลุ่มอื่นๆ ที่แตกต่างจากกลุ่มของตนเอง

11. นักเรียนแต่ละคนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคลในใบกิจกรรม “การขยายปัญหา” โดยให้นักเรียนสร้างปัญหาในทำนองเดียวกับปัญหา “กีดกันแน่” แล้วให้เขียนแสดงแนวคิด/วิธีทำในการหาคำตอบของปัญหา และคำตอบของปัญหา และให้เพื่อนๆในกลุ่มช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

8. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม “กีดกันแน่”
2. ใบกิจกรรม “การขยายปัญหา”
3. โปรแกรม PowerPoint สำหรับกิจกรรม “กีดกันแน่”

9. ภาระงาน / ชิ้นงาน

1. ใบกิจกรรม “การขยายปัญหา”

10. การวัดและประเมินผล

ประเมินด้าน	วิธีการประเมิน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
1. ความรู้	-ความถูกต้องในการทำกิจกรรม -สังเกตจากการทำกิจกรรม	-ใบกิจกรรม “กีดกันแน่” -ใบกิจกรรม “การขยายปัญหา”	ทำกิจกรรม “กีดกันแน่” และกิจกรรม “การขยายปัญหา” ให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles ; & Lester 70 % ขึ้นไปของคะแนนรวม
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ			
3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	-สังเกตจากการทำกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	เกณฑ์ขั้นต่ำจากการประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพไม่ต่ำกว่า 70%

11. บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

- บันทึกพฤติกรรมของครู

.....

.....

- บันทึกพฤติกรรมของนักเรียน

.....

.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ..... ผู้จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

(นางสาวตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล)

ประเด็นคำถามกระตุ้นเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน ในขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหากิจกรรม
“กีดตัวกันแน่”

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. เกษตรกรเลี้ยงสัตว์อะไรบ้าง
2. ปัญหาที่ต้องการทราบอะไร
3. จากปัญหากำหนดข้อมูลอะไรบ้าง
4. นักเรียนคิดว่าต้องใช้ข้อมูลใดในการหาคำตอบ
5. จำนวนหัวของสัตว์มีความสัมพันธ์กับจำนวนตัวสัตว์อย่างไร
6. จำนวนหัวของสัตว์มีความสัมพันธ์กับจำนวนตัวสัตว์อย่างไร
7. สมมติว่า ในฟาร์มมีไก่ 46 ตัว จะมีแกะกี่ตัว และจะมีจำนวนขาทั้งหมดกี่ขา
8. จากข้อ 7 จำนวนขาที่ได้มากกว่าหรือน้อยกว่า 118 ขา เพื่อให้มีจำนวนขาใกล้เคียง 118 ขา ในการสมมติครั้งต่อไปควรเพิ่มหรือลดจำนวนไก่
9. นักเรียนจะมีวิธีการแสดงแนวคิดในการหาคำตอบของข้อ 7 และข้อ 8 ให้เป็นระเบียบได้อย่างไร
10. หลังจากนักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบแล้ว นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง
11. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีอื่นได้หรือไม่ อย่างไร

จงเสนอวิธีการหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. ถ้าต้องการทราบจำนวนนักเรียนทั้งหมดในห้องเรียน
นักเรียนจะทำอย่างไร



สไลด์กิจกรรม"คีตวกันแน" 1

2. ถ้าต้องการทราบจำนวนนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งทุกคน
ถอดรองเท้าวางไว้ที่ชั้นวางรองเท้าหน้าห้อง นักเรียนจะ
ทราบได้อย่างไรว่ามีนักเรียนกี่คนโดยไม่ต้องเข้าไปในห้องเรียน



สไลด์กิจกรรม"คีตวกันแน" 2

ก๊อตัวกันแน่ว!

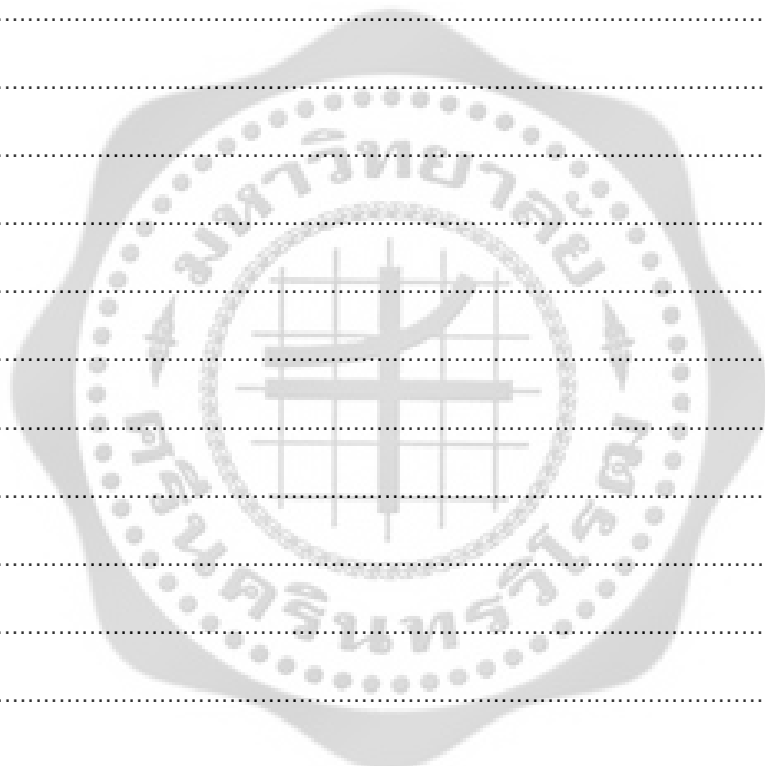
เกษตกรคนหนึ่งเลี้ยงไก่และแกะในฟาร์มของเขา วันหนึ่ง
เขาจับจำนวนไก่และแกะได้ 47 หัว ถ้าจำนวนขาของไก่และขาของ
แกะรวมกันได้ 118 ขา จงหาจำนวนไก่และแกะในฟาร์ม



สไลด์กิจกรรม "ก๊อตัวกันแน่ว" 3



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งแนวคิด/วิธีดำเนินการ
หาคำตอบของปัญหา และคำตอบของปัญหา จากนั้นให้นักเรียนจดบันทึกแนวคิด/วิธีทำของกลุ่มอื่นๆ
ที่แตกต่างจากกลุ่มของตนเองที่สนใจ



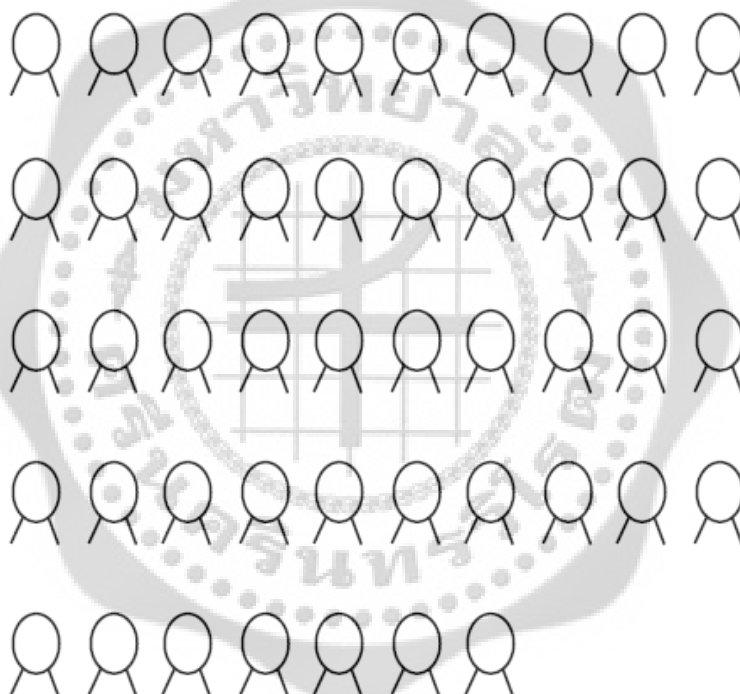
เจลยไบกิจกรรม “กัตัวกันแน่”

ปัญหา : เกษตรกรคนหนึ่งเลี้ยงไก่และแกะในฟาร์มของเขา วันหนึ่งเขานับจำนวนไก่และแกะได้ 47 หัว ถ้านับขาของไก่และขาของแกะรวมกันได้ 118 ขา จงหาจำนวนไก่และแกะในฟาร์ม

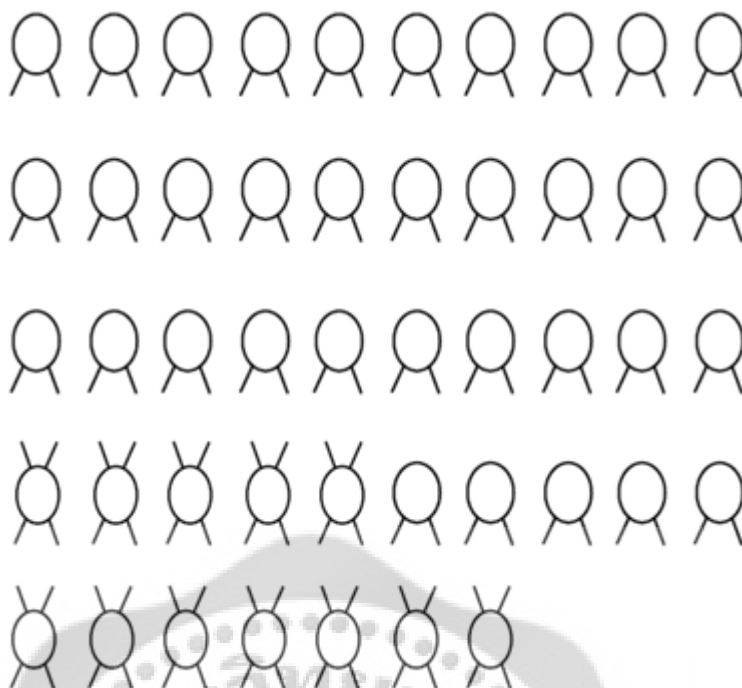
แนวคิด/วิธีทำ

แนวคิดที่ 1 ใช้การเขียนภาพหรือแผนภาพ

โดย  กำหนดแทนไก่ 1 ตัว  และรูปแทนแกะ 1 ตัว



โดยวาดขาเพิ่มภาพละ 2 ขา เพื่อแทนแกะ 1 ตัว จนนับจำนวนขาได้ครบตามที่กำหนดให้



ดังนั้นมีแคะ 12 ตัว และมีไม้เท้า 35 ตัว

แนวคิดที่ 2 ใช้การสร้างตาราง

จำนวน แคะ	จำนวนไม้เท้า	จำนวนหัว			จำนวนขา		
		แคะ	ไม้เท้า	รวม	แคะ	ไม้เท้า	รวม
1	46	1	46	47	4	92	96
2	45	2	45	47	8	90	98
3	44	3	44	47	12	88	100
4	43	4	43	47	16	86	102
5	42	5	42	47	20	84	104
6	41	6	41	47	24	82	106
7	40	7	40	47	28	80	108
8	39	8	39	47	32	78	110
9	38	9	38	47	36	76	112
10	37	10	37	47	40	74	114
11	36	11	36	47	44	72	116
12	35	12	35	47	48	70	118

ดังนั้นมีแคะ 12 ตัว และมีไม้เท้า 35 ตัว

แนวคิดที่ 3 ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแก้โจทย์ปัญหา

ให้เกษตรกรเลี้ยงไก่ x ตัว

ดังนั้น เลี้ยงแกะ $47 - x$ ตัว

ไก่ x ตัว มีขา $2x$ ขา

แกะ $47 - x$ ตัว มีขา $4(47 - x)$ ขา

จากโจทย์กำหนดให้ไก่และแกะมีขารวมกัน 118 ขา

ดังนั้น สมการคือ $2x + 4(47 - x) = 118$

$$2x + 188 - 4x = 118$$

$$2x - 4x = 118 - 188$$

$$-2x = -70$$

$$x = 35$$

แสดงว่าเกษตรกรเลี้ยงไก่ 35 ตัว

เลี้ยงแกะ $47 - 35 = 12$ ตัว

แนวคิดที่ 4 ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแก้โจทย์ปัญหา

ให้เกษตรกรเลี้ยงไก่ x ตัว

และเลี้ยงแกะ y ตัว

มีไก่และแกะรวมกัน 47 ตัว

ดังนั้น เขียนสมการได้คือ $x + y = 47$ -----(1)

ไก่ x ตัว มีขา $2x$ ขา

แกะ y ตัว มีขา $4y$ ขา

ไก่และแกะมีขารวมกัน 118 ขา

ดังนั้น เขียนสมการได้คือ $2x + 4y = 118$ -----(2)

แก้ระบบสมการ ดังนี้

$$x + y = 47 \text{ -----(1)}$$

$$2x + 4y = 118 \text{ -----(2)}$$

ตัวแปรที่ต้องการกำจัดคือ x

ค.ร.น. ของ 1 และ 2 คือ 2

$$(1) \times 2; \quad 2x + 2y = 94 \quad \text{-----}(3)$$

$$(2) - (3) \quad (2x + 4y) - (2x + 2y) = 118 - 94$$

$$2x + 4y - 2x - 2y = 24$$

$$2y = 24$$

$$y = 12$$

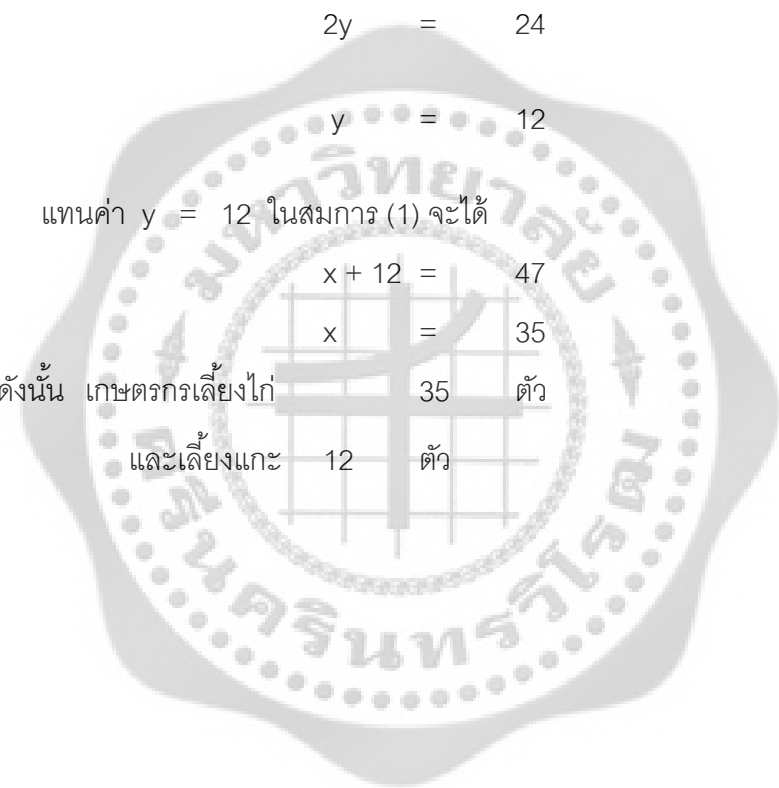
แทนค่า $y = 12$ ในสมการ (1) จะได้

$$x + 12 = 47$$

$$x = 35$$

ดังนั้น เกษตรกรเลี้ยงไก่ 35 ตัว

และเลี้ยงแกะ 12 ตัว



แบบประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

หน่วยที่..... ชื่อกิจกรรม..... ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ที่	ชื่อ-สกุล	มีความ รับผิดชอบ			ทำงาน เป็น ระบบ			ทำงาน ร่วมกับ ผู้อื่น			รวม	สรุปผล การประเมิน	
		3	2	1	3	2	1	3	2	1		ผ่าน	ไม่ผ่าน

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(.....)

...../...../.....

- หมายเหตุ
- 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี
- 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้
- 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

1. มีความรับผิดชอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย เป็นระบบ และแนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติ
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ


2. ทำงานเป็นระบบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรมอย่างเป็นระบบ - ปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน - เรียงลำดับความสำคัญได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรม - ปฏิบัติกิจกรรมไม่ตรงตามขั้นตอน และผิดพลาดบ้าง - เรียงลำดับความสำคัญได้เป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรม - ปฏิบัติกิจกรรมไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข - ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

3. ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือผู้อื่นในการทำงานอย่างเต็มใจ - มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์ - รับฟังความคิดเห็นของคนอื่นและติชมอย่างสร้างสรรค์
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือผู้อื่นในการทำงาน - ส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น - ส่วนใหญ่รับฟังความคิดเห็นของคนอื่น
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือผู้อื่นในการทำงานบ้าง - มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นบ้าง - รับฟังความคิดเห็นของคนอื่นบ้าง

หมายเหตุ : เกณฑ์การประเมินฉบับนี้ใช้สำหรับทุกแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด



ภาคผนวก ง
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

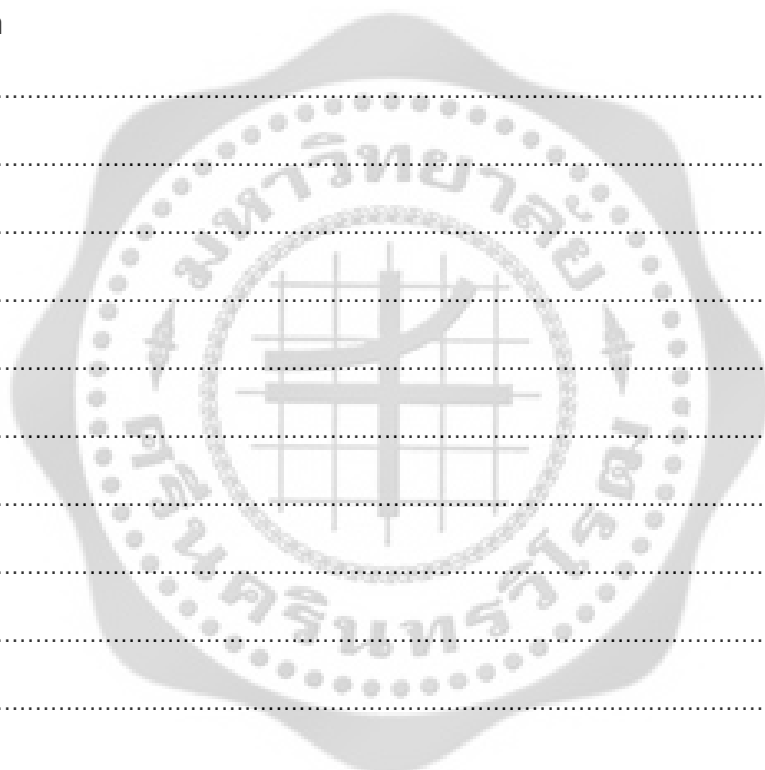
1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดย เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลา 75 นาที
3. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการคิดในการแก้ปัญหาอย่างละเอียด
4. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
5. แสดงยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดมาช่วยในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งอาจจะใช้การเดาและตรวจสอบ ค้นหารูปแบบ เขียนภาพ แผนภูมิ ตารางและสร้างแบบจำลอง เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ แจกกรณีที่เป็นไปได้ หรือแม้แต่วิธีการย้อนกลับ เป็นต้น เพื่อให้เห็นแนวความคิดและขั้นตอนการคำนวณ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน

ชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่

ข้อที่ 1 ปริศนาในบ้านร้าง

กรองแก้วเสียใจที่คุณชายหม่อมมีคู่หมั้นที่ผู้ใหญ่ได้เลือกไว้แล้ว เธอจึงหนีคุณชายหม่อมไป ซ่อนตัวในบ้านร้างแห่งหนึ่ง เมื่อกรองแก้วเข้าไปในบ้านพบว่า ในบ้านร้างหลังนี้มีแมงมุมและตุ๊กแกอยู่ เป็นจำนวนมาก กรองแก้วนับแมงมุมและตุ๊กแกรวมกันได้ทั้งหมดจำนวน 13 ตัว และนับขาของแมงมุมและตุ๊กแกรวมกันได้ทั้งหมด 84 ขา อยากทราบว่าในบ้านร้างหลังนี้ มีแมงมุมและตุ๊กแกอยู่อย่าง ละกี่ตัว

แนวคิด/วิธีทำ



แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดย เพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลา 45 นาที
3. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการคิดในการให้เหตุผลอย่างละเอียด
4. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการให้เหตุผลเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
5. ในการแสดงเหตุผลอาศัยการคิดในรูปแบบต่างๆ อาทิ เช่น การเขียนบรรยาย การเขียนรูปภาพ กราฟ ตาราง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เพื่อให้เห็นแนวความคิดและขั้นตอนการคำนวณ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์สุณิสา สุมิตรณะ

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์อังคณา อุทัยรัตน์

โปรแกรมหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้ สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา

3. อาจารย์เสาวณีย์ อากานันท์

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ คศ.3

โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย อ.เมือง จ.นครปฐม





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล
วันเดือนปีเกิด	18 กันยายน 2527
สถานที่เกิด	เขตธนบุรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	134/650 หมู่บ้าน The Pleno ซอยสุขสวัสดิ์ 30 ถนนสุขสวัสดิ์ แขวงบางปะกอก เขตราชบุรีบูรณะ กรุงเทพฯ 10140
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2545	มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดอินทาราม เขตธนบุรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2552	การศึกษาระดับบัณฑิต (คณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2557	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ