

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สารนิพนธ์  
ของ  
สุจิตรา ศรีสละ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
มีนาคม 2554

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สารนิพนธ์  
ของ  
สุจิตรา ศรีสละ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ  
ของ  
สุจิตรา ศรีสละ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
มีนาคม 2554

สุจิตรา ศรีสละ. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล.

การวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อน และหลังการทดลอง และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t – test for Dependent Sample และ t – test one group

ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF USING K-W-D-L LEARNING TECHNIQUE ON LINEAR INEQUALITY  
IN ONE VARIABLE WORD PROBLEMS ON MATHAYOMSUKSA III STUDENTS'  
MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND COMMUNICATION ABILITIES

AN ABSTRACT  
BY  
SUCHITTRA SRISALA

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Master of Education Degree in Secondary Education  
at Srinakharinwirot University  
March 2011

Suchitra Srisala. (2011). *The Effect of Using K-W-D-L Learning Technique on Linear Inequality in One Variable Word Problems on Mathayomsuksa III Students' Mathematics Problem Solving and Communication Abilities*. Master's Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor : Asst. Prof. Chaisak Leelajaruskul.

The purposes of this study were to compare the ability of mathematical solving problem and communication of Mathayomsuksa III students before and after learning by using K-W-D-L technique and to compare the ability of mathematical solution and communication of Mathayomsuksa III students being taught by K-W-D-L with the 60 percent criterion

The subjects were 50 Mathayomsuksa III students in the first semester of 2010 academic year from Rattanakosinsomphotlatkrabang School. They were selected by using Cluster Random Sampling and the class was a Sampling Unit. The One Group Pretest – Posttest Design was used for the study and the data were analyzed by using t- test for Dependent sample and t-test One Group.

The findings were as follows :

1. The Mathayomsuksa III students' mathematical solving problem ability after being taught by using K-W-D-L Technique on linear inequality in one variable word problems was statistically higher than before providing the K-W-D-L Technique at the .01 level of significance.

2. The Mathayomsuksa III students' mathematical communication ability after being taught by using K-W-D-L Technique on linear inequality in one variable word problems was statistically higher than before providing the K-W-D-L Technique at the .01 level of significance.

3. The Mathayomsuksa III students' mathematical solving problem ability after being taught by using K-W-D-L Technique on linear inequality in one variable word problems was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance.

4. The Mathayomsuksa III students' mathematical communication ability after being taught by using K-W-D-L Technique on linear inequality in one variable word problems was statistically higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ  
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการ  
เชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของ สุจิตรา ศรีสละ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์  
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยพัฒน์)

วันที่ เดือน มีนาคม พ.ศ. 2554

## ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดีด้วยความกรุณาในการให้คำปรึกษา ข้อเสนอแนะแนวคิด ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาอย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ และรองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และขอกราบขอบพระคุณ เป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ไพโรจน์ น่วมน่ม อาจารย์สุรัช อินทสังข์ และอาจารย์ธัญสินี ฐานา ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำในเรื่องแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารวิชาการ และคณะครู กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ทุกท่านที่ให้ความร่วมมือ และอำนวยความสะดวกในการทดลองคุณภาพเครื่องมือ ตลอดจนทำการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ปีการศึกษา 2553 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองหาคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และทุกคนในครอบครัว ที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจที่ดี ตลอดจนขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจจนทำให้สารนิพนธ์ครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์นี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครูอาจารย์ ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สุจิตรา ศรีสละ



## สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b> .....	1
ภูมิหลัง .....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า .....	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า .....	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า .....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	4
กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า .....	8
สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า .....	8
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค K-W-D-L .....	9
ความหมายเทคนิค K-W-D-L .....	10
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L .....	10
งานวิจัยเกี่ยวกับเทคนิค K-W-D-L .....	15
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	19
ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	19
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	21
องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	24
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	27
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ .....	32
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	37
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	39
ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	39
ความสำคัญและประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	40
องค์ประกอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	43
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	44
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ .....	49

## สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
<b>3</b>	<b>วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า</b> ..... 52
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ..... 52
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ..... 53
	การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ..... 53
	แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ..... 57
	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้าและการเก็บรวบรวมข้อมูล ..... 58
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 58
<b>4</b>	<b>ผลการวิเคราะห์ข้อมูล</b> ..... 62
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 62
	การวิเคราะห์ข้อมูล ..... 62
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 63
<b>5</b>	<b>สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ</b> ..... 66
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า ..... 66
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า ..... 66
	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า ..... 67
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ..... 67
	การดำเนินการศึกษาค้นคว้า ..... 68
	การวิเคราะห์ข้อมูล ..... 68
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า ..... 69
	อภิปรายผล ..... 69
	ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า ..... 72
	ข้อเสนอแนะ ..... 73
<b>บรรณานุกรม</b>	..... 74

## สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก .....	82
ภาคผนวก ก .....	83
ภาคผนวก ข .....	95
ภาคผนวก ค .....	108
ภาคผนวก ง .....	155
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์ .....	157

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แผนผัง K-W-D-L .....	6
2 แผนผัง KWDL : โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ .....	14
3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	56
4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	57
5 แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest Posttest Design .....	58
6 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว .....	63
7 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว .....	64
8 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ .....	64
9 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ .....	65
10 การประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้เชี่ยวชาญ แบบอัตนัย .....	84
11 ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร Whitney and Sabers	85
12 ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร Whitney and Sabers .....	86
13 ค่า $x$ และ $x^2$ ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ - Coefficient ) ...	87

## บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง		หน้า
14	ค่า $s_1^2$ ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ - Coefficient) .....	90
15	ค่า $x$ และ $x^2$ ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ - Coefficient) ....	91
16	ค่า $s_1^2$ ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ - Coefficient) .....	93
17	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 .....	96
18	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 .....	99
19	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 .....	102
20	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 .....	105

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า .....	8
2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ .....	28
3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต .....	29

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งเป็นทรัพยากรที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาประเทศ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544: บทนำ) ดังจะเห็นได้จากการปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้รู้ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยเน้นให้มีทักษะกระบวนการและเจตคติที่ดีทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กรมวิชาการ. 2545: 1)

แต่จากการรายงานการประเมินคุณภาพการศึกษาที่ผ่านมายังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ดังจะเห็นได้จากการรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระดับเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 2 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2549, 2550 และ 2551 (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 2. 2552ข: 66) ผลปรากฏว่ามีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ วิชาคณิตศาสตร์ เป็น 36.13, 39.52 และ 36.46 ตามลำดับ เห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และจากการสรุปคะแนนสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (O-NET) ประจำปีการศึกษา 2551 (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 2. 2552ก: 60) พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ป.6, ม.3 และ ม.6 คือ 43.76, 32.66 และ 36.08 ตามลำดับ เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา พบว่า มีหลายประการ อาทิ เช่น การนำหลักสูตรไปใช้ ครูผู้สอนยังขาดความเข้าใจ และความต้องการของหลักสูตร ไม่เข้าใจผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และยังยึดติดกับการสอนแบบเดิม โดยครูส่วนใหญ่สนใจเพียงการสอน และวัดผลประเมินผล โดยเน้นที่ตัวคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหามากกว่าวิธีการหรือเทคนิคในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนพบกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีสถานการณ์ในปัญหาที่ต่างจากที่เคยเรียนจึงไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ดังนั้นถือเป็นหน้าที่สำคัญของครูที่จะต้องนำวิธีการต่างๆ มาใช้ในการจัดสภาพการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดคุณภาพสูงสุดทางการศึกษา จากข้อมูลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจถึงสาเหตุของปัญหาที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ว่ามีสาเหตุจากอะไรและจะมีแนวทางแก้ไขปัญหที่เกิดขึ้นอย่างไร

เทคนิคการสอนแบบ K-W-D-L เป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเทคนิค K-W-D-L (Know-Want-Do-Learned) พัฒนาจากแนวคิด KWL ของโอเกิล (Shaw; & ; et al. 1997: 482 - 486) โดยครูสามารถนำมาใช้ในการ

จัดการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาการเรียนรู้ เนื่องจากวิธีการสอนแบบ K-W-D-L เป็นเทคนิคที่ฝึกให้นักเรียน คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างหลากหลาย อันจะเป็นผลให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ต่างๆ ในชีวิตประจำวันของตนเองได้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ K (What we know) นักเรียนรู้ อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง เป็นขั้นที่นักเรียนต้องอ่านอย่างวิเคราะห์ โดยอาจต้องใช้ความรู้เดิมที่เรียนไปแล้ว W (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ ต้องการทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้ และต้องการค้นหาจากแหล่งข้อมูลอื่นๆ เพื่อที่จะหาคำตอบ และข้อมูลเหล่านั้น D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้าง มีวิธีใดบ้าง เพื่อหา คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้ โดยดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนและขั้นตอน ที่วางไว้ ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และเรียนรู้ขั้นตอนวิธีการแก้ ปัญหาอย่างกระจ่างชัด L (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นขั้นที่นักเรียนต้องตอบ คำถามได้ว่าโจทย์ต้องการอะไร คำตอบที่ได้คืออะไร ได้มาอย่างไร ถูกต้องหรือไม่ โดยเขียนเป็น ประโยคสัญลักษณ์ให้ได้รวมถึงขั้นการวางแผนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ จากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนแรก จากการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนดังกล่าว จะเห็นได้ว่านักเรียนได้ฝึกกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างหลากหลาย รู้จักการคิดวิเคราะห์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง หลากหลายวิธีมากยิ่งขึ้น

ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของ วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผล ของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่าคะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่า นักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และนักเรียน ฟังพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ระดับมาก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย ของ นิยม เกียรติทาทราย (2548: 90 - 91) ที่ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดย จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL พบว่า ผลการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ ระดับ 0.05 และนักเรียนมีความคิดเห็นต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL โดย ภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง และด้านประโยชน์ที่ได้รับเห็นว่าทำให้นักเรียนมีการช่วยเหลือ ฟังพาทอาศัยกัน ฝึกคิดวิเคราะห์หรืออย่างเป็นขั้นตอน มีความรับผิดชอบในหน้าที่ ด้านการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย ด้านบรรยากาศในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และมีความสุขสนุกสนานในการเรียนรู้ และจาก งานวิจัยของ จิรากร สำเร็จ (2551: 72) ที่ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน ผลการวิจัยสรุปว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์



(STAD) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 มีผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้ 2 วิธีกับระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำต่อความสามารถในการสื่อสารในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัย จึงมีความสนใจที่จะทดลองจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ว่าส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยเลือกศึกษาค้นคว้าเรื่องโจทย์ปัญหาสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

### ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อนและหลังการทดลอง
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อนและหลังการทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

### ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นแนวทางให้ครู และผู้เกี่ยวข้องกับการศึกษาใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น อีกทั้งยังเป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์นำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มาพัฒนาและปรับปรุงให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นในการใช้จัดการเรียนรู้

### ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 600 คน

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน 50 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

### ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาในการทดลอง 8 ชั่วโมง โดยทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง ทำการสอนจริง 6 ชั่วโมง โดยแบ่งหัวข้อไว้ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง
2. การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน 1 ชั่วโมง
3. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า (<) และน้อยกว่าหรือเท่ากับ ( $\leq$ ) 2 ชั่วโมง
4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายมากกว่า (>) และมากกว่าหรือเท่ากับ ( $\geq$ ) 2 ชั่วโมง
5. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายไม่เท่ากับ ( $\neq$ ) 1 ชั่วโมง
6. ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

### เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. เทคนิค **K-W-D-L** หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้ ที่นำการอ่านมาเป็นแนวทางช่วยในการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (What we want to know) เราหาสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ว่าเป็นอะไรและมีวิธีการอย่างไร

ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) เราจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรที่เราสรุปได้เป็นความรู้

**2. การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L** หมายถึง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ทบทวนความรู้เดิม

1.2 แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

1.3 แนะนำแผนผัง K-W-D-L

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอเนื้อหาและนำเสนอโจทย์

2.2 นักเรียนร่วมกันอ่าน วิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาตามแผนผัง K-W-D-L ดังนี้

## ตาราง 1 แผนผัง K-W-D-L

1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง	โจทย์บอก 1. .... 2. ....
2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง	โจทย์ให้หา ..... วิธีการ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้ 1. .... 2. .... สร้างสมการ .....
3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตามกระบวนการ	วิธีทำ ..... ..... .....
4. ชั้น L (What we learned) คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร	ตอบ ..... วิธีคิด 1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้ ..... ..... 2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นสมการ .....

ชั้นที่ 3 ชั้นฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน

ชั้นที่ 4 ชั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปสาระสำคัญการเรียนรู้

4.2 ครูประเมินผลการเรียนรู้จาก การตรวจแบบฝึกหัด และแบบทดสอบประจำหน่วย

**3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์บอก สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาหรือมีวิธีการคิดอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง และการดำเนินการตามกระบวนการ โดยที่นักเรียนแต่ละคนต้องใช้พื้นฐานความรู้ ความเข้าใจประสบการณ์เดิมมาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากคะแนนที่ได้ในการแสดงวิธีทำแบบทดสอบในขั้น K-W-D ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

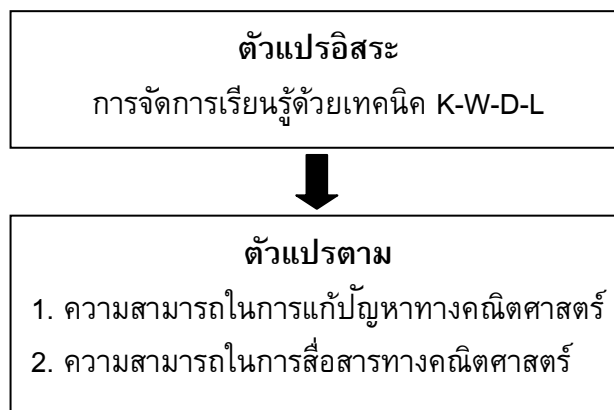
**4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** หมายถึง การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากการอธิบายวิธีคิดคำตอบที่ได้ว่ามีวิธีการอย่างไร อาศัยหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบาย บรรยายวิธีการแก้ปัญหาและการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ในการศึกษา ค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยจะวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งวัดได้จากผลงานการเขียนอธิบาย ขั้นตอน วิธีการคิดคำตอบที่ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม จากการทำแบบทดสอบ ในขั้น L (What we learned) และการสังเกตของผู้วิจัย

**5. เกณฑ์** หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์ การตัดสินผลการเรียนรู้ ของเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551:18) ดังนี้

80 – 100	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ดีเยี่ยม
75 – 79	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ดีมาก
70 – 74	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ดี
65 – 69	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ก่อนข้างดี
60 – 64	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ปานกลาง
55 – 59	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ พอใช้
50 – 54	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
0 – 49	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

## กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งเป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเทคนิค K-W-D-L (Know-Want-Do-Learned) พัฒนาจากแนวคิด KWL ของโอเกิล (Shaw; & ; et al. 1997: 482 - 486) ซึ่งมีกรอบแนวคิดของการวิจัยดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

## สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค K-W-D-L
  - 1.1 ความหมายเทคนิค K-W-D-L
  - 1.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L
  - 1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค K-W-D-L
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ความสำคัญและประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 องค์ประกอบของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

#### 1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค K-W-D-L

จากการศึกษาเอกสารของนักการศึกษาต่างประเทศและในประเทศไทย พบว่า มีการเขียนชื่อเทคนิคที่แตกต่างกัน เช่น เทคนิค K-W-D-L หรือ เทคนิค KWDL แต่ผู้วิจัยขอใช้เทคนิค K-W-D-L

จัดการเรียนรู้เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค KWL ของโอเกิล (Ogel, 1986: 564 - 570) ที่ต้องอาศัยทักษะการอ่านเป็นพื้นฐาน นั่นคือ นักเรียนต้องมีความสามารถในการอ่านก่อนจึงจะสามารถพัฒนาทักษะการอ่านให้มีคุณภาพมากขึ้น ด้วยเทคนิค KWL, KWDL และKWL plus วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคหรือกระบวนการ K-W-D-L มีขั้นตอนการดำเนินการเช่นเดียวกับ KWL เพียงแต่เพิ่ม ชั้น D ขึ้นมาอีกหนึ่งชั้น

### 1.1 ความหมายเทคนิค K-W-D-L

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของเทคนิค K-W-D-L ไว้ดังต่อไปนี้

ขอ แชมเบลส และ เซสชิน (Shaw; Chambless; & Chessin. 1997: 482 - 486) ได้ให้ความหมาย เทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. K (What we know) เรารู้อะไรบ้าง
2. W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (What we do to find out) เราทำอะไรไปบ้างแล้ว
4. L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

จากการศึกษาความหมายของเทคนิค K-W-D-L ที่นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547: 13) นิยม เกรียท่าทราย (2548: 11) พิมพากรณ์ สุขพ่วง (2548: 16) และวัชรา เล่าเรียนดี (2548: 149) ซึ่งได้ให้ความหมาย สรุปได้ดังนี้

เทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ขึ้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน คือ

1. K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากที่โจทย์กำหนดให้
2. W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (What we do to find out) เราทำอะไร อย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง
4. L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรที่สรุปได้เป็นความรู้

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า เทคนิค K-W-D-L หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้ ที่นำการอ่านมาเป็นแนวทางช่วยในการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบ มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 4 ขั้นตอน ดังนี้

- |         |   |  |
|---------|---|--|
| ขั้นที่ | 1 | K (What we know) เรารู้อะไรบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้                             |
| ขั้นที่ | 2 | W (What we want to know) เราหาสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ว่าเป็นอะไรและมีวิธีการอย่างไร |

ขั้นที่	3	D (What we do to find out) เราจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ
---------	---	--

- |         |   |  |
|---------|---|--|
| ขั้นที่ | 4 | L (What we learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรที่เราสรุปได้เป็นความรู้ |
|---------|---|--|

### 1.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ไว้ดังนี้

ขอ แชมเบลส และ เซสชิน (Shaw; Chambless; & Chessin. 1997: 482 - 486) กำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เทคนิค K-W-D-L ไว้ดังนี้

**K** คือ รู้อะไรบ้างอยู่แล้ว

ในขั้นตอนนี้ ผู้อ่านระดมความคิดเกี่ยวกับเรื่องที่ย่านว่ารู้ อะไรอยู่บ้างแล้วครู



ทำหน้าที่บันทึกคำตอบและช่วยนักเรียนจัดหมวดหมู่ ของข้อมูลเหล่านั้น ช่วยอธิบายความเข้าใจที่อาจคลาดเคลื่อน หรือ ช่วยอธิบายให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาเป็นกลุ่ม ขั้นตอน 'K' จะเกี่ยวข้องกับการอ่านโจทย์ปัญหา ตีความ ถกเถียงเกี่ยวกับข้อมูลที่ให้มาอาจรวมทั้งกระบวนการอื่น เช่น ลงมือปฏิบัติตามที่ปัญหากำหนด วาดรูปทำแผนภูมิ เพื่อนักเรียนจะได้เข้าใจปัญหาและรู้ว่าตนรู้อะไรบ้างแล้วเกี่ยวกับปัญหานั้น

### **W คือ ต้องการจะรู้อะไร**

ด้วยการชี้แนะจากครู นักเรียนจะบอกสิ่งที่พวกเขาต้องการเรียนรู้ได้บ่อยครั้ง นักเรียนจะมีคำถามที่ยังไม่ได้ตอบในเรื่องที่อ่าน หรือนักเรียนอาจยกหัวข้อที่ยังไม่ได้ถกเถียงกันขึ้นมา และต้องค้นหาจากแหล่งความรู้อื่น เพื่อที่จะหาคำตอบและข้อมูลเหล่านั้น

สำหรับการแก้โจทย์ปัญหานั้น ขั้นตอน "W" จะเกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามของนักเรียนในเรื่องที่โจทย์ถามว่าคำถามคืออะไร และคำถามนั้น หมายความว่าอะไรส่วนขั้นตอนที่ว่าต้องการรู้อะไรนั้นอาจเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจของนักเรียนในการวางแผนจะแก้ปัญหาพวกเขาอาจตกลงกันว่าจำเป็นต้องไปหาข้อมูล และต้องตัดสินใจว่าจะไปหาแหล่งข้อมูลที่ไหน หรือบางครั้งอาจต้องทำโพล หรืออาจต้องไปคุยกับใครๆ หรืออาจต้องทำการวัด ทำการทดลองหรือต้องไปค้นคว้าจากหนังสืออุเทศต่างๆ

### **L คือ ได้เรียนรู้อะไร**

ขั้นตอนนี้ของ Ogle (1986: 564 - 570) ให้นักเรียนอ่านในใจและบันทึกว่าได้รู้อะไรบ้าง แล้วนำมาเล่าสู่กันฟัง แล้วบันทึกไว้ ขั้นตอนนี้ช่วยให้ผู้เรียนได้จัดเวลาและขยายความคิดเห็นทั้งกระบวนการอ่านและกระบวนการเขียน

ในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอน "L" นี้ประสงค์ให้ผู้เรียนบอกคำตอบรวมทั้งอธิบายและชี้แจงถึงขั้นตอนของการดำเนินการแก้ปัญหา พวกเขาอาจให้ผู้อื่นช่วยตรวจสอบเพื่อความแน่ใจ หรือพวกเขาอาจพูดกันถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบของพวกเขาเอง กลุ่มนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมให้เห็นผลสะท้อนและได้เขียนเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปที่ได้เรียนรู้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งอาจเขียนและพูดเกี่ยวกับเรื่องวิธีการวาดภาพช่วยได้อย่างไร หรือการที่พวกเขาได้ใช้กระบวนการวิธีใด และตรวจสอบอย่างไร เป็นต้น

นอกเหนือจากขั้นตอนของ Ogle (1986:564-570) แล้วในทางคณิตศาสตร์ได้เพิ่มขั้นตอนตอน "D" อีก 1 ขั้นตอนโดยจัดไว้ในลำดับที่ 3 ก่อนขั้นตอน "L"

### **D คือ ได้ทำอะไรไปแล้วบ้าง**

สมาชิกของกลุ่ม ได้ใช้แบบบันทึกไปด้วยขณะที่ช่วยกันแก้ปัญหา ขั้นตอน "รู้อะไรบ้างแล้ว" และ "ต้องการจะรู้อะไร" นั้นได้ช่วยให้พวกเขาเข้าใจปัญหา แล้ววางแผนที่จะหาวิธีแก้ แล้วจึงประเมินคำตอบส่วนการบรรยายว่า "ได้ทำอะไรไปแล้วบ้าง" แล้วบันทึกไว้นั้นช่วยให้นักเรียนคิดอย่างมีสติถึงแผนและกระบวนการดำเนินงานที่พวกเขาได้ใช้ในขณะทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหา

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: 6) นำเทคนิค KWDL มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำมาบูรณาการกับการเรียนแบบร่วมมือกัน (Cooperative Learning) ด้วยการปรับรูปแบบการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือ เกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอนใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอน แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน

1) หาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 - 5 คน ให้นักเรียนร่วมกันระดมสมองหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2) นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาความสัมพันธ์ของโจทย์ที่กำหนดให้และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

3) ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา โดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ หากคำตอบ และตรวจคำตอบที่ได้

4) สรุปสิ่งที่ได้จากการเรียน ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอรูปแบบ และแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นวัดและประเมินผล สังเกตการร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานกลุ่ม และแบบฝึกหัด

น้ำทิพย์ ชังเกตู (2547: 9) นำเทคนิค KWDL มาบูรณาการกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยการปรับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับกระบวนการและวิธีแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนแจ้งจุดประสงค์
2. ขั้นนำเสนอบทเรียนทั้งชั้นใช้เทคนิค KWDL
3. ขั้นกิจกรรมกลุ่มย่อยใช้เทคนิค KWDL (แผนผัง KWDL)
  - 1) K นักเรียนร่วมกันค้นหาสิ่งที่โจทย์กำหนด
  - 2) W นักเรียนร่วมกันค้นหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ
  - 3) D นักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา
  - 4) L นักเรียนเสนอผลการแก้โจทย์ปัญหา
4. ขั้นสรุปวัดและประเมินผลการทดสอบย่อย
5. ขั้นคิดคะแนนรายบุคคลและกลุ่ม
6. ขั้นยกย่องให้รางวัลกลุ่มที่ประสบความสำเร็จ

นรินทร์ แสงกุหลาบ (2547: 52 – 53) นำเทคนิค K-W-D-L มาปรับรูปแบบการเรียนการสอน และกิจกรรมให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ทบทวนความรู้เดิมโดยการยกสถานการณ์ปัญหาในเรื่องที่เรียนมาแล้ว  
สนทนาซักถามนักเรียนให้ร่วมกันตอบคำถาม

1.2 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และบทบาทการทำงานกลุ่ม

1.3 ไร่ความสนใจ โดยใช้เกมคณิตศาสตร์

## 2. ชั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้นแล้วให้นักเรียน  
ร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง K-W-D-L ดังนี้

K ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบหรือสิ่งที่รู้เกี่ยวกับ  
โจทย์

W ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้  
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พร้อมทั้งเลือกทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดพร้อมให้เหตุผลประกอบ

D ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตาม  
แผนที่ได้วางไว้

L ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหาและอธิบายตามแผนที่ได้วางไว้

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำ ด้วยการแบ่งนักเรียน  
เป็นกลุ่มๆ ละ 4 - 5 คน ร่วมกันปฏิบัติตามบัตรกิจกรรม K-W-D-L

## 3. ชั้นฝึกทักษะโดยอิสระ

3.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 - 5 คน (อาจใช้กลุ่มเดิมหรือจัดกลุ่มใหม่  
ก็ได้)

3.2 ให้นักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโดยตรง และ  
ในสถานการณ์อื่นๆ ที่แตกต่างๆ จากตัวอย่าง เพื่อฝึกทักษะการนำไปใช้ จากแบบฝึกที่ครูสร้างขึ้น

3.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันประเมินการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มของสมาชิก  
ในกลุ่มตนเอง

## 4. ชั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระสำคัญของการเรียนรู้

4.2 ครูประเมินผลการเรียนรู้ในด้านความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ และ  
ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบประจำหน่วย

4.3 นักเรียนเสนอแนวทางในการพัฒนาปรับปรุงกระบวนการทำงานร่วมกัน  
เพื่อประสิทธิภาพการพัฒนาการทำงานกลุ่ม

วิชาเรียนดี (2547: 96 - 97) กล่าวถึง การใช้เทคนิค KWDL ในการสอน  
คณิตศาสตร์ครูต้องเตรียมแผนผัง KWDL เช่นเดียวกับเทคนิค KWL ในตอนเริ่มต้นบทเรียนที่ครูอธิบาย  
โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจ ซึ่งต้องมีแผนผัง KWDL ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วย  
การฝึกทำแบบฝึกหัดแบบมีส่วนร่วม นักเรียนจะต้องมีแผนผัง KWDL ของตัวเอง เพื่อเติมข้อความ  
ด้วยเช่นกัน ตัวอย่างแผนผัง KWDL

ตาราง 2 แผนผัง KWDL : โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

K	W	D	L
โจทย์บอกอะไรบ้าง	โจทย์ให้หาอะไร W/ มีวิธีการอย่างไรใช้วิธีอะไรได้บ้าง	ดำเนินการตามกระบวนการ	คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบอย่างไร
1. ....	1. ....	แสดงวิธีทำ .....	คำตอบ .....
2. ....	2. ....	วิธีที่ 1	
3. ....	3. ....	วิธีที่ 2	สรุปขั้นตอน
4. ....	4. ....	วิธีที่ 3	

ที่มา : วัชรา เล่าเรียนดี. (2547). เทคนิคการจัดการเรียนรู้สำหรับครูมืออาชีพ. หน้า 97.

วัชรา เล่าเรียนดี (2548: 165) ได้กำหนดขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชำนาญ
  - 1.1 ทบทวนความรู้เดิม
  - 1.2 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
  - 1.3 รัความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์
2. ชำสอนเนื้อหาใหม่
  - 2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้นแล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง KWDL ดังนี้
    - K ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ
    - W ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    - D ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    - L ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหา
  - 2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำด้วยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 - 5 คน ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม KWDL

3. ชั้นฝึกทักษะโดยอิสระนักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น โดยเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่นๆ

4. ชั้นสรุปทบทวนและประเมินผลนักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียน มีการซ่อมเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจ

จากที่ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ทบทวนความรู้เดิม

1.2 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้

1.3 แนะนำแผนผัง K-W-D-L

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอเนื้อหาและนำเสนอโจทย์

2.2 นักเรียนร่วมกันอ่าน วิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาตามแผนผัง K-W-D-L

ขั้นที่ 3 ชั้นฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน

ขั้นที่ 4 ชั้นสรุปทบทวนและประเมินผล

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปสาระสำคัญการเรียนรู้

4.2 ครูประเมินผลการเรียนรู้จาก การตรวจแบบฝึกหัด และแบบทดสอบ

ประจำหน่วย

### 1.3 งานวิจัยเกี่ยวกับเทคนิค K-W-D-L

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ควิโอโซ (Quiocho. 1997: 450 - 454) ศึกษาพฤติกรรมการพัฒนาการเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจในเนื้อหาประเภทวิชาการ ผลปรากฏว่าการสอนแบบ KWL สามารถพัฒนาความเข้าใจในการอ่านเรื่องของนักเรียนได้ดีขึ้น

ชอ แชมเบลส และ เซสชิน (Shaw; Chambless; & Chessin. 1997: abstract) ได้ทำการอบรมครูผู้สอนเกรด 4 การร่วมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L และให้นำกลับไปทดลองสอนกับนักเรียน แล้วนำผลไปเปรียบเทียบกับนักเรียนที่เรียนปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L สามารถเขียนคำตอบ และละเอียดมาก นอกจากนี้นักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L มีเจตคติด้านบวกกับคณิตศาสตร์

ชาจโกว์สกี (Czajkowski. 2001: 1779 - A) ได้ทำการศึกษาเพื่อกำหนดว่าหนังสือภาพมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจในห้องเรียนด้านเนื้อหาของผู้เรียนคนหนึ่งซึ่งอายุมากกว่าคนอื่นในห้องเรียนหรือไม่ ในการศึกษาได้สอนห้องเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

จำนวน 2 ห้องเรียน ในหน่วยการเรียนรู้การอพยพเข้าประเทศในชั้นเรียนวิชาสังคมศึกษาห้องเรียนหนึ่งได้รับการเสริมด้วยหนังสือภาพจำนวน 7 เล่ม ในการสอนและอีกห้องหนึ่งไม่ได้รับหนังสือภาพใดๆเลย ทั้งสองห้องเรียนได้รับการขอร้องให้บอกความชอบเทคนิคการสอนที่ครูใช้ตลอดหน่วยการเรียนรู้นั้นทำการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้เครื่องมือต่างกัน 5 ชนิด คือแบบทดสอบย่อย 2 ฉบับ ๑ละ 20 คะแนน วิธีการเติมคำที่หายไป 1 ฉบับ 10 คะแนน ตัวอย่างการเขียน 1 ฉบับ และแผนภูมิหมวดเพิ่มการเรียนรู้ในแบบเพิ่มรู้ ต้องการรู้และการเรียน (KWL) ผลการศึกษาพบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างห้องเรียน 2 ห้องที่ระดับ 0.05 ก่อนสิ้นสุดหน่วยการเรียนรู้ที่ใช้เวลา 15 วัน เรื่องการอพยพเข้าประเทศ ห้องเรียนที่ใช้หนังสือภาพทำคะแนนได้สูงกว่าในตัวอย่างการเขียน การทดสอบย่อยท้ายบทเรียนและแผนภูมิการรู้ ต้องการรู้และการเรียน (KWL) ทำการประเมินเครื่องมือเหล่านี้หลังจากห้องเรียนที่ใช้หนังสือภาพได้รับหนังสือทั้ง 7 เล่ม เพื่อเป็นการเสริมแล้วทำการวิเคราะห์การจูงใจโดยใช้ส่วนต้องการรู้ของแผนภูมิรู้ ต้องการรู้ และการเรียน และใช้แบบสำรวจ 14 คำถาม พบว่าไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างสองห้องเรียนในเครื่องมือใดๆ ใช้รายการตรวจสอบเพื่อวิเคราะห์ความชอบของนักเรียนที่มีต่อเทคนิคการสอนแบบต่างๆ พบว่าทั้งสองห้องเรียนให้อันดับ ซึ่งให้ครูอ่านที่สูงกว่าเทคนิคการสอนแบบปกติ

อัล ชาย (Al-Shaye. 2003 : 2777-A) ได้ศึกษาถึงประสิทธิภาพของกลยุทธ์ในการสอนเพื่อการตระหนักในการคิดที่มีต่อการอ่านเพื่อความเข้าใจและกลยุทธ์เพื่อความเข้าใจของนักเรียนเกรด 11 ในโรงเรียนมัธยมปลายควายติ ในรายวิชาภาษาอังกฤษ โดยใช้รูปแบบการอ่านเพื่อตระหนักในการคิด 2 อย่าง คือ K-W-L Plus และ SQ3R และเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติ โดยใช้แบบทดสอบการอ่านเพื่อความเข้าใจและกลยุทธ์เพื่อความเข้าใจ (RCCS) ที่สร้างโดยนักวิจัยช่วงแรกของคำถามเป็นการอ่านเพื่อจับใจความ (ข้อ 1-15) และช่วงหลัง(ข้อ 16-46) เป็นคำถามที่สัมพันธ์กับเนื้อหาที่อ่าน ผลการศึกษาพบว่ากลยุทธ์การสอนเพื่อการตระหนักในการคิดส่งผลต่อการอ่านเพื่อความเข้าใจดีกว่าการเรียนการสอนตามปกติและพบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างการสอนทั้งสองกลุ่ม แต่ไม่พบความแตกต่างระหว่างการสอนเพื่อการตระหนักในการคิด (K-W-L Plus และ SQ3R) และพบว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนเพื่อการตระหนักในการคิดทำคะแนนได้ดีกว่าการสอนแบบปกติ ในการทดสอบทั้ง 2 อย่าง

สตาล (Stahl. 2008: abstract) ได้ศึกษาถึงผลกระทบของการใช้วิธีการสอน 3 วิธี ในการอ่านเพื่อความเข้าใจและความเข้าใจเนื้อหา ของนักเรียนเกรด 2 จำนวน 31 คน แบ่งเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มทดลอง 3 กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบ DRTA, KWL และ PW และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า การสอนแบบ PW และ DRTA มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ DRTA ยังส่งผลต่อการอ่านเพื่อความเข้าใจและความรู้ทางวิทยาศาสตร์ด้วย KWL มีผลต่อแรงจูงใจ แต่ไม่มีความแตกต่างเมื่อวัดความเข้าใจ

### งานวิจัยภายในประเทศ

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (KWDL) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัย พบว่า คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยเทคนิค KWDL กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามปกติ แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และ นักเรียนพึงพอใจต่อการสอน โดยใช้เทคนิคการสอน KWDL อยู่ในระดับมาก

น้ำทิพย์ ชังเกตุ (2547: 96 - 98) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัย พบว่า ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ระดับปานกลาง

นิยม เกียรติทำทราญ (2548: 90 - 91) การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL (THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING OUTCOMES ON AREA AND VOLUME WORD PROBLEMS OF NINTH GRADE STUDENTS TAUGHT BY KWDL TECHNIQUE) ผลการวิจัย พบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นอันดับ 1 คือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับ โดยเห็นว่าทำให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยกัน ฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน ทำให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในหน้าที่รองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา และลำดับสุดท้าย คือ ด้านบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และมีความสนุกสนานในการเรียนรู้

พิมพาภรณ์ สุขพ่วง (2548: 114 - 115) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัย พบว่า ผลการเรียนรู้ เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนมีผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนสูงสุดและโจทย์

ปัญหาการหารเศษส่วนมีผลการเรียนรู้ต่ำสุด ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก

ปาริชาติ สมใจ (2549: 97 - 98) การพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยผลการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน พฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยภาพรวมมีการปฏิบัติในระดับมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อพบว่า การพูดชมเชยให้กำลังใจเพื่อน อยู่ในลำดับที่ 1 รองลงมา คือ การร่วมเสนอแนวคิดและปฏิบัติด้วยความเต็มใจ การยอมรับความคิดเห็นของเพื่อน และการพูดสนับสนุนกันและกันตามลำดับความคิดเห็นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นอันดับที่ 1 รองลงมาคือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และด้านบรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามลำดับ

จิรากร สำเร็จ (2551: 72) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 มีผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้ 2 วิธีกับระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่อความสามารถในการสื่อสารในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนกลุ่มทดลองทั้งในกลุ่มที่มีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง และระดับต่ำ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยจะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L กับความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และยังพบอีกว่านักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L



## 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์ มีการแก้ปัญหาที่เป็นหัวใจสำคัญยิ่งต่อการเรียน ในทุกระดับชั้น เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมที่จะเรียนรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีผู้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อดัมส์ เอลลิส และ บีสัน (Adams, Ellis; & Beeson. 1977: 173 - 174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหามองคั่นคั่นว่า จะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ครูลิก และ รีส์ (Krulik; & and Reys. 1980: 3 - 4) ได้อ้างถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่า ทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงถึงว่าจะแก้ปัญหายังไง ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจะสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหานั้น เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนคติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

โพลยา (Polya. 1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

บลังกา (Branca. 1980: 3 - 8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ สิ่งทีถือว่าสำคัญที่สุด เมื่อมีการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่างๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้ จึงเป็นสาระสำคัญและเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหา ที่ทุกคนต้องเรียนรู้และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 52) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ ชิ้นงานที่ทำโดยยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ในการหาคำตอบนักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่เหล่านั้นเพื่อนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนบ่อยๆ เพื่อที่จะพัฒนาและทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายในการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ขึ้นอยู่กับวิธีการของการกระทำให้ได้มาของคำตอบ นักเรียนจะต้องหาโอกาส ฝึกฝนอยู่เป็นประจำรวมทั้งได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วย

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 72) ให้ความหมายการแก้ปัญหา คือ กระบวนการโดยให้ตอบคำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อสำหรับบุคคลหนึ่ง อาจเป็นเรื่องปกติและการคำนวณที่คล่องแคล่วสำหรับอีกบุคคลหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องการสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ๆ หรือที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และการได้มาซึ่งความรู้ใหม่ที่เป็นไปได้เกี่ยวกับสถานการณ์นั้นๆ กระบวนการนี้อาจจะยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการต้องการสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 122) ให้ความหมายการแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ต้องการอาศัยสติปัญญา ความรู้ ความเข้าใจ ความคิดแบบวิเคราะห์ ความพร้อมในการที่จะคิดแก้ปัญหาทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ ทั้งด้านเนื้อหาและวิธีการ เป็นทักษะที่สำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนโดยใช้ประสบการณ์เดิมทั้งทางตรงและทางอ้อม และการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ และกระบวนการแก้ปัญหาเป็นการดำเนินการที่มีแบบแผนและขั้นตอน

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2541: 103) ให้ความหมายการแก้ปัญหา หมายถึง การคิดพิจารณาไตร่ตรองอย่างพินิจพิเคราะห์ถึงสิ่งต่างๆ ที่เป็นประเด็นสำคัญของเรื่องราวที่สร้างความขำนาญ ความยุ่งยากสับสน ความวิตกกังวล และหาหนทางขจัดปัดเป่าสิ่งที่เป็นปัญหาให้หมดไปอย่างมีขั้นตอน

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 103) ให้ความหมายการแก้ปัญหา หมายถึงสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วยปัญหาทางคณิตศาสตร์มีมากมายหลายชนิด เช่นปัญหาที่ปรากฏในหนังสือ ปัญหาที่พบในหนังสือต่างๆ ไปปัญหาให้ค้นหา ปัญหาให้พิสูจน์

สิริพร ทิพย์คง (2545: 112) ให้ความหมายการแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของหลายๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาก็ต้องมี การวางแผนการรวบรวมข้อมูลต่างๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และทดสอบการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป การแก้ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป

จากการศึกษาความหมายการแก้ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์บอก สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาหรือมีวิธีการคิดอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง และการดำเนินการตามกระบวนการ โดยที่นักเรียนแต่ละคนต้องใช้พื้นฐานความรู้ ความเข้าใจประสบการณ์เดิมมาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์จากคะแนนที่ได้ในการแสดงวิธีทำแบบทดสอบในขั้น K-W-D ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## 2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957: 23 - 29) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาเพื่อให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ลักษณะของปัญหาจะประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการให้หา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาประเภทนี้ ประกอบไปด้วย 2 ส่วนคือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐานสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

ชาร์ล และ เลสเตอร์ (Charles; & Lester. 1982: 6 - 10) ได้จำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และ

ความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนา ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 11 - 36) แบ่งประเภทปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่พบเห็นทั่วไป (Routine Problem) เป็นปัญหาที่พบเห็นคุ้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา อาจพบเห็นในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาก็ทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด ข้อมูลที่ให้มาจะมีแต่เฉพาะที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะปัญหาประเภทนี้มักจะพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็น (No routine Problem) เป็นปัญหาที่จะต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ให้มามีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธี คำตอบอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62 - 63) แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการคำอธิบายเหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และ ความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองหาความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจากที่กล่าวมาจะเห็นว่านักวิชาการได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่างๆ ที่แตกต่างกัน แต่โดยสรุปแล้วจะเห็นว่ามี การแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดากับปัญหาที่ไม่ธรรมดา โดยปัญหาธรรมดาจะเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยมาก่อน ข้อมูลที่ให้มาในปัญหามีความเพียงพอและจำเป็นในการหาคำตอบ ส่วนปัญหาไม่ธรรมดาจะเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนมีโครงสร้างที่ซับซ้อนต้องใช้ความสามารถในการวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ ความรู้หลักการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างพร้อมๆ กัน มาช่วยในการแก้ปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 126) แบ่งประเภทของปัญหาไว้ ดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากจุดประสงค์ แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนสำคัญของปัญหาให้ค้นหาประกอบด้วย สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้ ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์อยู่ในรูปตัว  $p$  แล้ว  $q$  คือสิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน ( $p$ ) และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป ( $q$ )

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากผู้แก้ปัญหและโครงสร้างของปัญหาแบ่งเป็น

2.1 ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่คุ้นเคยหรือนำมาเป็นแบบฝึกหัด

2.2 ปัญหาที่ไม่เป็นธรรมดา คือ ปัญหาที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ตลอดจนความสามารถมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้คำตอบ

วิชัย พาณิชย์สวาย (2546: 10 - 12) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard Textbook Problems)

เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ คือ สามารถหาคำตอบด้วยวิธี และลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาจำเจ (Routine Problems)

โจทย์ปัญหาจำเจ (Routine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เด็กเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิมๆ โดยที่ผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาจำเจนี้อาจเป็นโจทย์ชั้นเดียว หรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้ Polya (1985) ได้แจงรายละเอียดของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ว่าเป็นโจทย์ปัญหารูปแบบเดิมที่นักเรียนเคยเรียน เคยหาคำตอบมาก่อน แม้ข้อมูลที่เป็นตัวเลขจะเปลี่ยนไป โจทย์ปัญหาประเภทนี้ผู้เรียนหาคำตอบได้โดยไม่ต้องใช้ความสามารถใดๆ ที่แปลกใหม่ไปจากเดิม

## 2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process Problems)

โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาเป็นโจทย์ที่ไม่จำเจ (Nonvoting Problems) ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิม แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนคิดหากลวิธี (Strategies) มาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากการศึกษาประเภทของปัญหาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ อาจแบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

### 1. ปัญหาที่พิจารณาจากจุดประสงค์ ได้แก่

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้หาคำอธิบายเหตุผล เพื่อค้นหาคำตอบหรือสิ่งที่ต้องการ ซึ่งลักษณะของปัญหาประกอบด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการหา และเงื่อนไขที่เชื่อมระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลของข้อความ เพื่ออธิบายว่าข้อความเป็นจริงหรือเท็จ

### 2. ปัญหาที่พิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ได้แก่

2.1 ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยในวิธีการ หรือลักษณะของปัญหา ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอในการหาคำตอบปัญหาลักษณะนี้มุ่งเน้นเพื่อฝึกทักษะ

2.2 ปัญหาที่มีความซับซ้อน เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยในวิธีการ หรือลักษณะของปัญหา ข้อมูลที่โจทย์ให้มาไม่เพียงพอในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนจะต้องให้พื้นฐานความรู้มาประยุกต์ใช้ประกอบการหาคำตอบ

## 2.3 องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไฮเมอร์ และ ทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1997: 31 - 32) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ภาษาหรือถ้อยคำ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เทคนิค
2. ความสามารถเกี่ยวกับการคำนวณ
3. การรวบรวมข้อมูลความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลของความสมเหตุสมผลตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
6. ความสามารถในการเลือกการดำเนินการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการรองรับข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

สุวร กาญจนมยุร (2532: 3 - 4) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา ได้แก่ ต้องดูว่าคำ และความหมายของคำต่างๆ ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อว่ามีความหมายอย่างไร ตอนใดเป็นส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ทั้งหมดนั้น มีความเกี่ยวพันเชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กันอย่างไร

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความ และแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีใด

3. องค์ประกอบเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ในขั้นนี้นักเรียนต้องมีทักษะการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบเกี่ยวกับการย่อความและสรุปความ ครูผู้สอนต้องฝึกทักษะให้นักเรียนย่อความจากโจทย์แต่ละตอนโดยเขียนสั้นๆ รัดกุมและมีความชัดเจนตามโจทย์ปัญหาและฝึกการสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้ทั้งหมดมาเป็นความรู้ใหม่ด้วย

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนต้องฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนตั้งแต่ง่ายไปหายาก กล่าว คือ เริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความและฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 81 - 82) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง โดยแยกแยะประเด็นสำคัญว่าปัญหาคำหนดอะไรมาให้ และต้องการให้ทำอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นต้องรู้ศัพท์ นิยาม มโนมติ และข้อเท็จจริง และนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

2. ทักษะในการแก้ปัญห เกิดจากการฝึกทักษะการแก้ปัญหาย่อยๆ จนกระทั่งมีความชำนาญกับรูปแบบการแก้ปัญหานั้น เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง เพื่อพิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานั้น ถ้านักเรียนมีความสามารถด้านนี้ นักเรียนจะมีทักษะในการแก้ปัญหและสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหได้อย่างรวดเร็ว

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล แม้ว่าผู้เรียนจะแก้ปัญหได้แล้วแต่ถ้าการคำนวณผิดพลาดก็ถือว่าการแก้ปัญหานั้นไม่ประสบผลสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ต้องอาศัยความสามารถสูง ดังนั้น ผู้เรียนจึงต้องอาศัยแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ อึดมโนทัศน์ หรือแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญห

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดรูปแบบที่คุ้นเคย ยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ เพราะความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยการบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา แรงขับที่มีอยู่จะเชื่อมโยงกับสถานการณ์ใหม่สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่

ชยศักดิ์ ลีลาจรสกุล (2539: 131) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหา คือ

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วยทักษะการอ่านและการฟัง ปัญหาที่ได้จากการอ่านและการฟัง ในรูปของข้อความที่เป็นตัวอักษร นักเรียนจะต้องอ่าน และทำความเข้าใจ โดยแยกประเด็นของปัญหาให้ออกว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง และปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและข้อมูลใดที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะจะเกิดขึ้นต้องฝึกฝนบ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาอยู่สม่ำเสมอ ก็ จะเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล เริ่มแรกด้วยการทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหา แล้วขั้นต่อไปคือลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาที่พบบ่อยมักเป็นปัญหาที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ทันที

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาในขั้นนี้จะต้องมีความยืดหยุ่น ในความคิดจะต้องไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนคุ้นเคย

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542: 107) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ เช่น องค์ประกอบทางด้านสติปัญญา นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ตีความ แยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณ

จากการศึกษาองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 5 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตีความและแปลความหมายจากโจทย์ โดยนักเรียนต้องมีความเข้าใจในภาษา ซึ่งต้องอาศัยทักษะการอ่านและการฟังข้อความจากโจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร แล้วนำความสัมพันธ์มาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

2. ทักษะการแก้ปัญหา เกิดขึ้นจากการฝึกฝน การทำโจทย์ปัญหาเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่มีความซับซ้อนและโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนจนเกิดความชำนาญ สามารถวางแผนในการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว

3. การคิดคำนวณและการให้เหตุผล

3.1 การคำนวณเป็นสิ่งสำคัญในการหาคำตอบ เพราะถ้าหากวิเคราะห์โจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง แต่คำนวณผิดพลาดคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง ถือว่าการแก้ปัญหาไม่ประสบผลสำเร็จ



3.2 การให้เหตุผลเป็นการพิสูจน์ หรืออธิบายคำตอบว่าข้อความที่โจทย์กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ โดยอาศัยทักษะการเขียนและการพูดและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. แรงขับ เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความแตกต่างกัน ดังนั้นนักเรียนต้องมีเจตคติที่ดี ความสนใจหรือแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

5. ความยืดหยุ่น ในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนักเรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิดหาคำตอบไม่ยึดติดกับวิธีการที่คุ้นเคยและนักเรียนต้องปรับกระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการใหม่ ๆ

#### 2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้พื้นฐานรวมถึงประสบการณ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ ซึ่งมีนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya. 1957: 16 - 17) เป็นผู้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

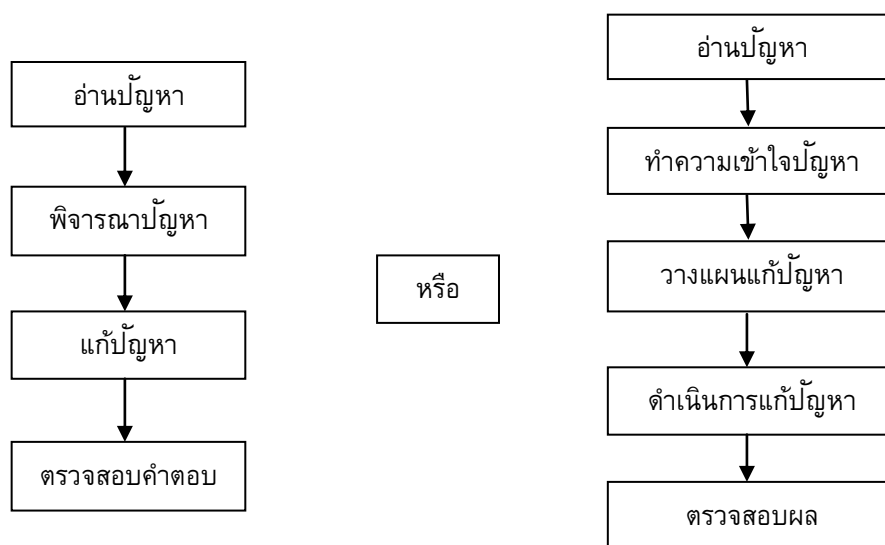
ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา โดยพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรบ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจ ปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ซึ่งขั้นวางแผนแก้ปัญหานี้ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหากำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่กำหนดไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน มีการเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา โดยมีการพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ และพิจารณาปรับปรุงการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน เหมาะสม ขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหามาขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60 - 62) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง ดังนี้



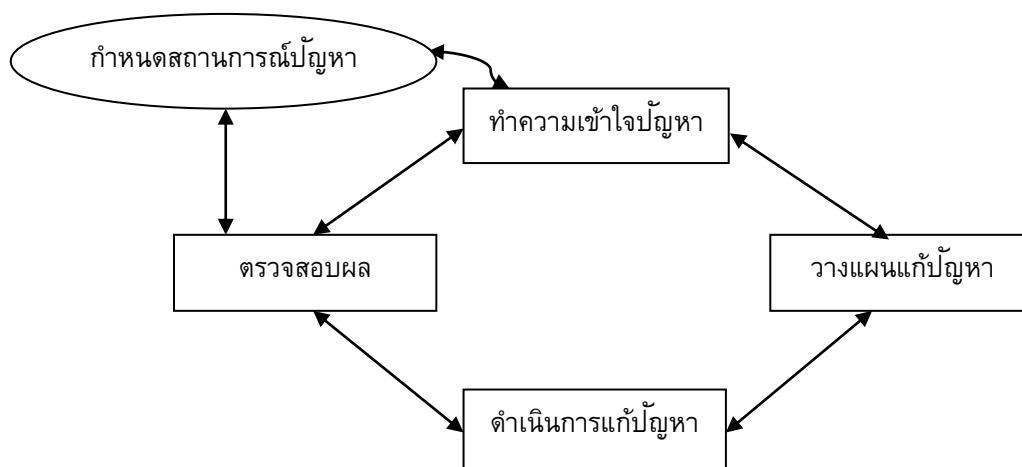
ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์

ที่มา: Wilson; Fernandez; & Hadaway. (1993). p. 61.

จากภาพประกอบ 2 เป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาตาเวย์ มองว่ามีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาคือเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึก และต้องกระทำซ้ำๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบเดียว

จากข้อบกพร่องดังกล่าว วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาตาเวย์ ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหที่แสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: Wilson; Fernandez; & Hadaway. (1993: 62). p. 62.

จากภาพประกอบ 3 ลูกศรเป็นการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการดำเนินการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปตามเดิม หากมีปัญหหรือข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงตามรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นแรกคือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วดำเนินการไปสู่ขั้นวางแผนระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผน ที่วางไว้ แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจกลับไปเริ่มต้นวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอ

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 129) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจ เป็นขั้นตอนในการหาแบบจำลอง การนิยามศัพท์ข้อมูลที่จำเป็นเข้ามาเกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาว่าต้องการให้หาอะไร
2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นนี้ต้องอาศัยขั้นตอนที่ 1 นำไปสู่การวางแผนการแก้ปัญหาด้วยการทดลอง ด้วยการลองผิด-ลองถูก เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หารูปแบบ
3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้ต้องใช้เทคนิคที่เคยเรียน และทักษะที่มีอยู่มาแก้ปัญหาตามแผน

4. ชั้นตรวจสอบ หรือ มองย้อนหลัง ชั้นนี้พิจารณาว่าปัญหาที่แก้เรียบร้อยแล้วหรือไม่ คำตอบที่ได้เป็นไปได้หรือไม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 191 - 192) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ยังอาศัยทักษะอื่นๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรารู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดคะเนคำตอบประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ทำได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

กรมวิชาการ (2545: 195 - 196) กล่าวว่าในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษาซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรารู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การ

เขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ทำได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

วัฒนาพร ระบุว่าทูกซ์ (2545: 114) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่ปัญหา เป็นการศึกษาถึงสภาพของปัญหาว่า เป็นอย่างไรปัญหาเกิดจากอะไรบ้าง เป็นการค้นพบปัญหาที่อาจจะเป็นไปได้
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นการศึกษาวิเคราะห์ วิพากษ์ให้รู้ว่าเป็นปัญหาที่แท้จริงคืออะไร และอะไรบ้างที่ไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริง
3. ขั้นระบุปัญหา เป็นการนำเอาปัญหาที่เป็นสาเหตุที่แท้จริงมาเป็นประเด็นสำคัญในการศึกษา รวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง
4. ขั้นกำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดเป้าหมาย เพื่อการแก้ปัญหานั้นว่าจะให้ผลสัมฤทธิ์ทางด้านใด เป็นปริมาณมากน้อยเพียงใด มีคุณค่าสูงต่ำเพียงใด
5. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นการเสนอแนวทางวิธีการในการแก้ปัญหาให้ตรงกับสาเหตุที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ
6. ขั้นทดลองหรือทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำวิธีแก้ปัญหานั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา
7. ขั้นสรุป
8. ขั้นนำไปใช้

ทิศนา แคมมณี (2548: 124 - 125) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น
2. การวิเคราะห์ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา
3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหามากมาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน
4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงาน และบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก
5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปแบบของรายงาน

จากขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (ขั้น K) นักเรียนต้องตีความ และแปลความหมายจากโจทย์ โดยพิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา (ขั้น W) โดยพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยกระบวนการใด วิธีการหรือใช้ยุทธวิธีใดช่วยในการหาคำตอบหรืออธิบายสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (ขั้น D) ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อหาคำตอบหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ การตรวจสอบผลลัพธ์หรือคำตอบ ซึ่งเป็นการพิจารณาว่าผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ มีความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือปัญหาที่โจทย์กำหนดหรือไม่

## 2.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์นั้น เป็นสิ่งสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991: 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับ และเห็นคุณค่าของแนวคิดวิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้อเวลาในการสำรวจแนวคิดในทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหา และสร้างข้อ

คาดเดา

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลส (Gonzales. 1994: 74) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่าบรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา จะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวดเอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้นครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน เวลานั้นว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่ง ในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหา แต่ละคนต้องการเวลาในการแก้ปัญหาไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนนวม (2533: 126 – 133) เสนอแนะเทคนิคบางประการในการสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ ครูควรจัดโจทย์ปัญหาไว้หลายระดับความรู้ความสามารถ และประสบการณ์ของเด็กแต่ละคน เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความคับข้องใจ หรือขาดแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหา ในขณะที่เด็กก็พบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อสร้างแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน
2. ฝึกเขียนโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ เป็นการฝึกความสามารถในการแปลความหมายของโจทย์ ซึ่งอยู่ในรูปของประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
3. แสดงบทบาทสมมติ การแสดงบทบาทสมมติจะช่วยให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาแลดูเป็นจริงเป็นจังมากขึ้น จะช่วยให้เด็กมองเห็นเงื่อนไข แนวคิด และความสัมพันธ์ต่างๆ ในโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
4. เขียนภาพ เป็นการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา ช่วยลดความเป็นนามธรรม ให้น้อยลง และช่วยให้มองเห็นลู่ทางในการแก้โจทย์ปัญหา
5. ฝึกสร้างโจทย์ปัญหา เป็นการฝึกสร้างโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น สร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน สร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์และสร้างโจทย์ปัญหาโดยอิสระ
6. ใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลขเป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา และการเลือกวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหา โดยไม่ต้องพะวงถึงตัวเลข
7. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบ เพียงแต่ต้องการหาวิธีการในการหาคำตอบเป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
8. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือเกินความจำเป็น โจทย์ปัญหาเหล่านี้จะช่วย ให้เด็กรู้จักการศึกษาข้อมูลอย่างพินิจพิจารณามากขึ้นก่อนลงมือแก้ปัญหา สิ่งที่ต้องเน้น คือ การทำให้เด็กสนใจในรายละเอียดของข้อมูลให้มาก
9. ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ เป็นการฝึกความสามารถในการพิจารณาคำตอบว่าน่าจะเป็นไปได้เพียงใด โดยใช้ทักษะต่างๆ เช่น ทักษะการกะประมาณ เพราะจะช่วยให้สามารถประมาณคำตอบได้ว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่ หากคลาดเคลื่อนไปมากจะได้ตรวจสอบวิธีทำใหม่
10. อ่านโจทย์ให้ฟังสำหรับเด็กที่มีปัญหาในการอ่าน ซึ่งจะทำให้เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหา ทั้งที่มีความสามารถที่จะแก้โจทย์ปัญหาได้ ครูอาจใช้เทคนิคการอ่านโจทย์ให้ฟัง หรือให้ฟังเทป
11. พัฒนาทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา เนื่องจากภาษาทางคณิตศาสตร์ มีความแตกต่างไปจากภาษาเขียนอื่นๆ หากเด็กมีปัญหาในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ครูควร ฝึกทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา เช่น อ่านรวดเดียวให้จบ เพื่อให้เข้าใจคำถาม อ่านข้อมูลที่ละส่วนช้าๆ อ่านทบทวนในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ ขณะอ่านถามตัวเองไปด้วยว่าโจทย์ข้อนี้ถามเกี่ยวกับอะไร นอกจากนี้ ครูอาจฝึกให้เด็กทำพจนานุกรมคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยรวบรวมคำศัพท์คณิตศาสตร์ตลอดจน สัญลักษณ์ต่างๆ ไว้ พร้อมกับเขียนคำอธิบายโดยใช้สำนวนภาษาของตนเองสำหรับใช้เป็นคู่มือช่วยจำ

อาภา ถนัดช่วง (2534: 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการสอนแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนไว้ ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออก เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น ทั้งในแง่ของสติปัญญา และ อารมณ์หรือปมทางจิตต่าง ๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การจะให้เด็กสามารถคิดและแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้นจะต้องอาศัยสิ่งเร้า หรือ การกระตุ้นที่ดีคือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดท้าทาย น่าสนใจ และเหมาะสมกับวัยของเด็ก

3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้ แต่ในขั้นของการตัดสินใจ ครูควรให้นักเรียนได้ตัดสินใจด้วยตัวเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66 - 74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา มาเป็นวิธีการพัฒนาดังนี้

#### 1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่านโดยการวิเคราะห์ความสำคัญความเข้าใจในปัญหา เป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ก็ได้

#### 1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล จะช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรม ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อเน้นโครงสร้างของปัญหา มีความชัดเจนขึ้นโดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

#### 1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

#### 1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจ โดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลได้ไม่ได้ใช้หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับชีวิตประจำวันที่บางครั้งมีข้อมูลมากมาย ที่ผู้เรียนจะต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ ในบางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอ ผู้เรียนจะต้องแสวงหาความรู้ให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ถ้าโจทย์กับปัญหามีความซับซ้อน ควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเหมือนการวางแผนในการแก้ปัญหามา ถ้าผู้เรียนฝึกฝนสม่ำเสมอทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทาง ดังนี้



2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนหาคำตอบ ถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของผู้เรียนจะช่วยให้แผนการการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมามากๆ (Think Aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบว่าตนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจคนเดียว การคิดออกมามากๆ อาจอยู่ในรูปของการสนทนา หรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหา ประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหาเพื่อป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้ผู้เรียนฝึกทักษะควรเป็นปัญหาที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนและประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ ประเด็นแรก ตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการ รวมทั้งยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา โดยสร้างสรรค์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนาดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ (ความเป็นไปได้)

5. สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ให้ผู้เรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนจากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าในแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถปฏิบัติได้ตามแนวทางต่อไปนี้

5.1 ระบุพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาที่ชัดเจน

5.2 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาอยู่เสมอๆ

5.3 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

5.4 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

5.5 ส่งเสริมให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

5.6 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์

5.7 ฝึกความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

5.8 ใช้เวลาในการแก้ปัญหาอย่างเต็มที่

5.9 ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกความสามารถในการวิเคราะห์ การใช้กลยุทธ์ การวางแผน ในการดำเนินงาน การดำเนินการให้เป็นกระบวนการและฝึกการตรวจสอบข้อคำตอบ

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้เทคนิค K-W-D-L มาเป็นแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งจากการศึกษาเอกสารข้างต้น สรุปแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกทักษะการอ่าน เพื่อเป็นการฝึกการวิเคราะห์ความเข้าใจจากโจทย์ปัญหา และฝึกการเขียนภาษาคณิตศาสตร์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (ขั้น K) และสิ่งที่โจทย์ถามนำมาเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมเข้าใจมากยิ่งขึ้น

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ขั้นตอนนี้เป็นการวางแผนแก้ปัญหา โดยนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาว่ามีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง (ขั้น W) ขั้นนี้นักเรียนควรฝึกเป็นประจำ จะทำให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่วในการแก้ปัญหา กรณีที่โจทย์มีความซับซ้อนควรฝึกให้นักเรียนเขียนภาษาคณิตศาสตร์และเรียบเรียงให้เป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วเขียนลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ซึ่งมีแนวทางพัฒนาความสามารถในการวางแผน ดังนี้

2.1 ครูเสริมสร้างลักษณะนิสัยให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการวางแผนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นการเน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.2 ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้ปัญหาเป็นประจำโดยจัดปัญหาให้เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียนแต่ละคน

2.3 ครูไม่บอกวิธีแก้ปัญหาโดยตรง แต่ควรใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบ หรือเป็นการถามแล้วให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อทำให้เกิดการอธิบายขั้นตอนการคิด และเป็นการอภิปรายเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.4 ครูส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามกระบวนการ (ขั้น D) นักเรียนต้องฝึกขยายความจากประโยคสัญลักษณ์นำไปแสดงวิธีคิดตามลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ ครูต้องส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบโดยการกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบความเป็นไปได้ของคำตอบและการสรุปขั้นตอนการหาคำตอบ

## 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### งานวิจัยต่างประเทศ

ไมเคิลส์ (Michaels. 2002: 63 – 03A.) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่นและแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล(พิจารณาจากความสามารถความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายชอบแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างเพศในด้านความเชื่อมั่นทางคณิตศาสตร์

วิลเลียม (William. 2003: 185 – 187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดลองทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจกิจกรรมการเขียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

บัลลาร์ด (Ballard. 2007: Abstracts) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ของการรวมระบบการเรียน (ILS; Integrated Learning System) เพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนประถมเกรด 3 ถึงเกรด 6 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยนำเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มาใช้ร่วมในการศึกษาโดยเปรียบเทียบกับเด็กที่เรียนจากโรงเรียนที่จัดพิเศษโดยเฉพาะ ผลปรากฏว่า ไม่พบข้อแตกต่างระหว่างเด็กทั้งสองกลุ่มในด้านพัฒนาการของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ และพบว่า นักเรียนจำนวน 10 คน จาก 56 คน มีคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสัมพันธ์กับด้านทักษะทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างโดดเด่น เมื่อเรียนโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เข้ามาร่วมในการเรียนรู้ร่วมกับการได้รับการแนะนำจากครู

### งานวิจัยภายในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 91 – 92 ) ได้ทำการศึกษาพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือเพื่อที่จะพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร กลุ่มตัวอย่างจำนวน 154 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการ

ทดลองปรากฏว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมนั้น มีศักยภาพทางด้านคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยเฉพาะในด้านการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารนั้นนักเรียนกลุ่มทดลองมีการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารได้ดีขึ้นตามลำดับ

อนันต์ โพธิกุล (2543: 87 - 88) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู ผลปรากฏว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 72) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษา พบว่า ชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 86.03/76.51 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 70/70 และความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549: 110 - 111) ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระดับที่ 1 ถึงระดับที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงาน และแบบฝึกหัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเต็ม (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการศึกษา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และยังพบอีกว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนคือ วิธีการสอนและเทคนิคการสอนของครู

### 3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) ได้ให้ความหมาย ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการตั้งสถานการณ์ ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) ได้ให้ความหมาย การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่าเป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่ป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

รีส์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2001: 83) ได้ให้ความหมาย การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนว ความคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งผู้เรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่นการสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 80) ได้ให้ความหมาย การสื่อสารคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนไม่เป็นเพียงเกี่ยวกับการเรียนรู้สัญลักษณ์และศัพท์เฉพาะ ที่อยู่ในคำสั่งการตอบสนองอย่างเหมาะสมถึงคำถามของครู ทักษะการสื่อสารในคณิตศาสตร์เป็นจริงหรือเกี่ยวกับการฝึกฝนที่มีผลต่อการอ่าน การเขียน การพูด การฟัง และการแสดงออก เช่นเดียวกันกับการแสดงด้วยภาพที่เป็นสัญลักษณ์ และการเป็นตัวแทนที่เป็นไปได้ นักเรียนจะต้องเรียนและอ่าน เขียน คณิตศาสตร์ และต้องเข้าใจในสิ่งที่ตนเองอ่านในตำรา แบบทดสอบ หรือในหนังสือพิมพ์ ซึ่งการแสดงออกจะช่วยนักเรียนในสถานการณ์ต่างๆ ไป หรือสถานการณ์ที่เข้าใจง่าย ดังนั้นมันจึงสามารถเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นๆ ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286) ได้ให้ความหมาย กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทักษะในการสื่อสาร (Communication Skills) หมายถึง การให้หรือแลกเปลี่ยนความรู้และแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

สิริพร ทิพย์คง (2545: 100) ได้ให้ความหมาย การสื่อความหมาย และการนำเสนอว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำเสนอข้อมูลในรูปแบบภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง ตาราง กราฟจากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอจึงหมายถึง ความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์สัญลักษณ์ รูปภาพ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบาย

แนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

อัมพร ม้าคอง (2547: 102 - 103) ได้ให้ความหมาย การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของผู้เรียนในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ เช่น การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย การอธิบายลำดับขั้นตอนของการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ การใช้ตาราง กราฟ หรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณา จากการอธิบายวิธีคิดคำตอบที่ได้ว่ามีวิธีการอย่างไร อาศัยหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบ การอธิบาย บรรยายวิธีการแก้ปัญหาและการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยจะวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งวัดได้จากผลงานการเขียนอธิบายขั้นตอน วิธีการคิด คำตอบที่ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม จากการทำแบบทดสอบในชั้น L (What we learned) และการสังเกตของผู้วิจัย

### 3.2 ความสำคัญและประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์จะประสบผลสำเร็จได้เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียน ซึ่งครูจะต้องจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมแต่ละครั้ง ครูต้องมีทักษะในการสื่อสารที่ดีกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียน ดังที่มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญและประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 21) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรม และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญ ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และไต่ระดับความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนเกี่ยวกับการสื่อสารในคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการเขียน การพูด หรือภาพต่าง ๆ

3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์

มัมมี และ เชฟเพอร์ต (Mumme; & Shepherd. 1993: 7 - 11) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารไว้ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ดังนั้น ครูจำเป็นต้องส่งเสริมการสื่อสารให้มากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ครูต้องให้นักเรียนมีการพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถามแล้วให้นักเรียนตอบคำถามโดยการพูด การเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือ การพูด และการฟังบุคคลอื่นในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เป็นวิธีที่ทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ ออกมา การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะทำให้นักเรียนมีความสุขสนุกสนานในการเรียน เป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน ครูจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของนักเรียนเป็นอย่างมากโดยการฟัง การอธิบาย และการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกทักษะการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2 – 99) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และแสดงแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรงและรัดกุม

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) กล่าวว่า จากสภาพสังคมในยุคสังคมสารสนเทศ (Information Society) ที่เป็นยุคของข้อมูลข่าวสารการใช้เทคโนโลยีขั้นสูงดังนั้น ผู้เรียนที่จะออกสู่สังคมจะต้องเป็นผู้ที่มีพื้นฐานการใช้ทักษะการสื่อสารแนวความคิดของตนเองร่วมกับคนอื่น ๆ ในการทำงานและในบางครั้งอาจจะต้องสื่อสารผ่านเทคโนโลยีต่างๆ เช่น เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ ที่เป็นเครื่องมือที่ต้องอาศัยคำสั่งการทำงานจากมนุษย์อย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนที่ชัดเจนจึงจะสามารถปฏิบัติงานได้ และจากลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ประการหนึ่ง คือ คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีความหมาย เป็นภาษาเฉพาะ รัดกุม สามารถสื่อสารและนำมาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน และมีบทบาทในการเรียนการสอน คือ เป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างความคิดนามธรรมกับรูปธรรม โดยใช้รูปภาพ กราฟ

สัญลักษณ์ ตัวอักษร กล่าวได้ว่าการสื่อสารนั้นช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

รีส์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารว่าการสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายรวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพการแสดงท่าทาง การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

ยูพิน พิพิธกุล (2539: 1 - 2) กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิดของมนุษย์ โดยมนุษย์สร้างสัญลักษณ์ขึ้นมาแทนความคิด และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน ดังนั้นคณิตศาสตร์ จึงเป็นภาษาหนึ่งที่มีภาษาเฉพาะเป็นของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ โดยมีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจตรงกัน ซึ่งสอดคล้องกับที่บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2 - 99) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นภาษาที่ใช้แทนความคิดและสื่อสารแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรงและรัดกุม

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 44 - 45) กล่าวถึงลักษณะของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารในลักษณะต่างๆ ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิด และมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดอันเนื่องมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ดังที่ ฮอยเลส (Hoyles. 1985: 206 - 207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายทำให้เกิดการผสมผสานความรู้ได้อย่างดี แต่ละคนสามารถขยายแนวคิดของกันและกันช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน

2. การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่งแต่ยังไม่ค่อยได้รับการฝึกฝนมากนักในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนช่วยให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหา และช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น (Lappan and Schram. 1989: 16)

3. การอ่านนับว่าเป็นการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องประสบส่วนใหญ่อยู่ในรูปของหนังสือ เอกสาร หรือสิ่งพิมพ์ต่างๆ นักเรียนจึงควรได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram. 1989: 17)

4. การนำเสนอแนวคิด (Representing) เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกันให้มีการแปลแผนภาพแผนภูมิ หรือรูปภาพทางกายภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (NCTM. 1989: 27)



จากการศึกษาความสำคัญและประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นภาษาเฉพาะที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์โดยมีตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิดทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านภาษาคณิตศาสตร์ได้เข้าใจตรงกัน ดังนั้น การสื่อสารคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดซึ่งเป็นการขยายแนวคิดที่จะนำไปสู่การวางแผนแก้ปัญหาที่เหมาะสม
2. การเขียนช่วยให้นักเรียน มีความชัดเจนในการแสดงแนวความคิดกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการนำเสนอความคิดไปสู่ขั้นตอนการดำเนินการตามแผนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ
3. การอ่านเป็นการฝึกให้นักเรียนทำความเข้าใจถี่วิเคราะห์ และเป็นการฝึกการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
4. การนำเสนอแนวความคิดโดยการเชื่อมโยงความคิดจากนามธรรมให้เป็นรูปธรรมโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น

### 3.3 องค์ประกอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ทิตนา แคมมณี (2545: 44) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารมีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้ที่ส่งสารที่ต้องการให้ผู้อื่นได้รับทราบโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับสารที่ผู้ส่งสารมาให้ไม่ว่าจะเป็นโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
3. สารหรือข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาหรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร
4. สื่อ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ติดต่อสื่อสาร เพื่อช่วยในการส่งหรือรับสารเป็นไปอย่างสะดวกและชัดเจน
5. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะสื่อสารความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสารและผู้รับสารขณะสื่อความหมายกันอยู่ เช่น เสียง แสง กลิ่น กิจกรรมต่างๆ เป็นต้น
6. สภาพแวดล้อมภายในขณะสื่อความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสาร และผู้รับสารขณะสื่อความหมาย เช่น สภาวะทางอารมณ์ จิตใจ ความกังวล ความกลัว ประห่าความเครียด หรือสภาวะร่างกาย เช่น ความเจ็บป่วย ความล้า เป็นต้น

ปราณี รามสูตร และ จำรัส ดั่งสุวรรณ (2545: 155 - 156) กล่าวถึงองค์ประกอบของการติดต่อสื่อสารมีอยู่ 4 ประการ ดังนี้

1. ผู้ส่ง (Sender) หรือแหล่งที่มาของสาร
2. ผู้รับ (Receiver) หรือจุดหมายปลายทางที่ต้องการให้สารนั้นไปถึง
3. สารหรือข้อมูลที่ส่ง (Message) ซึ่งอาจเป็นข้อมูลเรื่องราวต่างๆ ได้แก่ ความคิด ความต้องการ อารมณ์ เจตคติ ฯลฯ

4. สื่อสำหรับส่ง (Media) โดยอาจเป็นคำพูด โทรศัพท์ เพลง กลอน ภาษาเขียน เป็นคำสั่งประกาศ แจ้งความ ภาษากาย ที่อาจจะเป็นกิริยาท่าทาง สายตา สีหน้า หรืออาจจะเป็น สัญลักษณ์รูปภาพ ระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ ฯลฯ

คมเพชร ฉัตรศุกกุล (2546: 132-133) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ได้แก่

1. ผู้พูด (Speaker) หรือผู้ส่งข่าวสาร (Transmitter) หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอด ข่าวสารในการพูด การเขียน หรือด้วยวิธีการอื่นๆ

2. ผู้ฟัง (Audience) หรือผู้รับ (Receiver) หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับ ข้อมูลต่างๆ ไม่ว่าจะด้วยการฟัง การอ่าน

3. ข่าวสาร (Message) หมายถึง ข่าวสาร เรื่องราวต่างๆ ข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ถ่ายทอด ต้องการจะส่ง

4. วิธีการสื่อสาร บางตำราเรียกว่า ช่องทางการสื่อสาร (Channel) เช่น สื่อสาร โดยการพูดผู้รับก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียน ก็จะต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดข้อมูลให้ผู้รับสารรับทราบโดยการพูด การเขียนสัญลักษณ์ท่าทาง หรือด้วยวิธีการอื่นๆ

2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับทราบข้อมูลต่างๆ เช่น การฟัง การอ่านหรือด้วยวิธีการอื่นๆ

3. ข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาเรื่องราวต่างๆหรือข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ส่งสารต้องการจะ ถ่ายทอดให้ผู้รับสาร

4. วิธีการสื่อสาร เช่น สื่อสารโดยการพูดผู้รับสารก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับสารก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียนผู้รับสารก็ต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

### 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มุ่งพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจ ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในการพัฒนา นักเรียนให้บรรลุผลตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งมีนักการศึกษากล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

โรวาน และ มอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9 - 11) ได้เสนอแนวทางในการ พัฒนาการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสิ่งที่เป็นรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาหรืออธิบายถึงสิ่งที่พบเห็น
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการ ที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมลักษณะนี้จะช่วยให้นักเรียน ได้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้อง

และใกล้ตัวของนักเรียนจะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม ต้องเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด และฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพราะการเขียนสื่อสารแนวคิดมีความสำคัญ จะทำให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and Collaborative Group) และการให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเองนั้นไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย แต่การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มซึ่งเป็นวิธีการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (Overt and Covert Clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน ควรชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

บรัชแมน (Buschman. 1995: 324 - 329) ได้เสนอกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาการสื่อสารไว้ว่าควรฝึกให้นักเรียนเขียนวารสาร ฝึกแต่งโจทย์ปัญหาเอง ให้ร่วมกิจกรรมเก้าอี้ของนักคณิตศาสตร์ มีกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือและเขียนหนังสือพิมพ์ โดยในกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้นควรให้นักเรียนมีการแก้ปัญหาาร่วมกัน ให้อธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา มีการพูดแสดงประสิทธิภาพ การแก้ปัญหาของกลุ่ม มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาของสมาชิก เน้นการพูดคุยกับเพื่อน ซึ่งมีความสำคัญมาก โดยเฉพาะกับเด็กเล็ก เด็กๆ จะรู้สึกสะดวกสบายใจที่จะพูดคุยกับเพื่อนมาก ทำให้สื่อความคิดได้มีประสิทธิภาพกว่า และได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการสื่อสารไว้ 14 แนวทาง ดังนี้

1. เสนอปัญหาและคำตอบ แล้วให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ

2. เสนอปัญหาที่แก้แบบผิดๆ แล้วให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น

3. เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูลและเงื่อนไขหนึ่งปัญหา ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ พร้อมทั้งอธิบายความยากง่ายในการแก้ปัญหาแต่ละข้อ

4. เสนอปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาต่อให้เสร็จและให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาใหม่ และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น

5. เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องกับคำตอบ ให้นักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้นและเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

6. เสนอปัญหาให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้เพียงคำสั้นๆ

7. หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างกันไปแต่ให้คงโครงสร้างของปัญหาเดิม

8. เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไปแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาและบอกว่าพบคำตอบได้อย่างไร

9. เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่น่าเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางเหล่านั้น

10. เสนอแนวโน้มหรือตัวอย่างข้อมูลแก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนทำนายโดยใช้ข้อมูลเหล่านั้นและเขียนเรื่องที่ประกอบด้วยข้อมูลเหล่านั้น

11. เสนอปัญหาจริงที่พบในชั้นเรียนแก่นักเรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องอาศัยการใช้วัตถุจริงๆ ร่วมกันแล้วให้นักเรียนคิดแผนการใช้วัตถุเหล่านั้นด้วยกัน และตรวจสอบแผนการที่คิดขึ้น

12. ให้นักเรียนเขียนจดหมายที่มีปัญหาอยู่ พร้อมทั้งคำเชิญชวนให้ผู้ที่ได้รับจดหมายแสดงวิธีแก้ปัญหา

13. เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

14. ให้นักเรียนเขียนนิยายหรือเล่าเรื่องใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลข เพื่อใช้เป็นแหล่งสร้างโจทย์ปัญหา

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 270 - 272) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับเกรด 6 - 8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาคำตอบร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูการให้คำแนะนำมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงาน (Tasks) ที่ประกอบไปด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนแสดงความคิด (Representations) ได้อย่างหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล และการคาดเดา ในการแก้ปัญหา

การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่ม และรับฟังคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน

การพูดและการเขียนเป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ใหม่ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล

5. การให้เหตุผลของการคาดเดา

6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว (Justifications)

กรมวิชาการ (2544: 197 - 199) กล่าวถึง การพัฒนาทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ว่า การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องการฝึกวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ผู้เรียนต้องฝึกทักษะการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่างๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในวิชาพีชคณิตเป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหาสามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปแบบของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดแล้วดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเองโดยผู้สอนช่วย

ชี้แนะแนวทางการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่องโดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดอยู่ตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตารางหรือ กราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

**ตัวอย่าง** การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอกำหนดสถานการณ์ดังนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อย และจิด โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงานชั่วโมงละ 100 , 110 , 120 บาท ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่าง คือ a , b และ c จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a, b และ c คือ 7.5, 8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่น้อยทำงาน a, b และ c คือ 6, 8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ และ จำนวนชั่วโมงที่จิดทำงาน a, b และ c คือ 6.5, 7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างใดที่สามารถทำงานนั้นเสร็จและจ่ายเงินน้อยที่สุด และ ถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้งสามอย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายน้อยที่สุด

ในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย ข้อมูลที่กำหนดให้ ดังต่อไปนี้

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
a	7.5	6	6.5
b	8	8.5	7
c	4.5	5	3.5

จากนั้นผู้เรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง ดังต่อไปนี้

งาน	จำนวนงานที่นายจ้างต้องจ่าย		
	แดง	น้อย	จิต
a	750	600	780
b	800	935	840
c	450	550	420
รวม	2,000	2,145	2,040

ผู้เรียนสามารถใช้ตารางนำเสนอคำตอบดังนี้  
 ควรจ้างน้อยทำงาน a เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด  
 ควรจ้างแดงทำงาน b เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด  
 ควรจ้างจิตทำงาน c เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

และควรจ้างแดงทำงานทั้ง 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมทั้ง 3 อย่างน้อยที่สุด

ที่มา: กรมวิชาการ. (2544). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 201 - 203.

จากการศึกษาการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าครูเป็นผู้ที่มีความสำคัญในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูต้องจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ และการอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูต้องกำหนดชิ้นงานหรือโจทย์ปัญหาที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ใกล้ตัวนักเรียน กิจกรรมลักษณะนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้อง และใกล้ตัวของนักเรียนจะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
2. มีแนวทางในการดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบได้หลากหลายวิธี
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนสื่อสารแนวคิดของตนเองได้อย่างหลากหลายวิธี

### 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

โรดิเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000: 61 – 03A.) ได้ทำการศึกษา กรณีศึกษา ระหว่างนักศึกษาครูและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบางอย่างจะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครูเป็นอย่างมากโดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โควิงตัน (Covington. 2001: 61 – 12A.) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษาเพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมืองโดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่ง คือ การเปรียบเทียบรูปแบบการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียนของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนปกติ รูปแบบของการวิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลทั้งด้านเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิจัยเชิงปริมาณจะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 700 คน ที่เรียนอยู่ในปีการศึกษา 1999 – 2000 โดยใช้คะแนนมาตรฐานของรัฐเป็นเกณฑ์ (State Basic Standards : BST) ส่วนด้านการศึกษาวิจัยเชิงคุณภาพ ทำโดยการสำรวจจากประสบการณ์ของผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัยตั้งแต่เริ่มต้น ครูและนักเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่ารูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนในโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติมีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุปนักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวกจากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

### งานวิจัยภายในประเทศ

วัชรีย์ ชันเชื้อ (2545: 126 - 127) ได้ศึกษาและพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะกระบวนการพูดและการเขียนของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ มีความสามารถตามเกณฑ์ ร้อยละ 70 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมดและมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

ชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549: 77) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 86.04/82.16 นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมี ค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

สนฤดี ศรีสวัสดิ์ (2551: 129) การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ โดยเฉลี่ย 87.23/86.58 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



จิตติมา ชอบเอียด (2551: 91) การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญอีกทักษะหนึ่งที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้นและยังเป็นการส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียนหรือระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นอกจากนี้การสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนนั้นได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ และการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการที่จะทำให้การสื่อสารคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพได้นั้นขึ้นอยู่กับเทคนิคการสอนหรือวิธีการสอนของครูผู้สอน ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยเทคนิค K-W-D-L ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. กำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ
4. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้าและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

###### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 600 คน

###### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน 50 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

###### ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาในการทดลอง 8 ชั่วโมง โดยแบ่งหัวข้อไว้ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง
2. การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน 1 ชั่วโมง
3. การแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า

(<) และเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ ( $\leq$ ) 2 ชั่วโมง

4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายมากกว่า (>) และเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ ( $\geq$ ) 2 ชั่วโมง
5. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายไม่เท่ากับ ( $\neq$ ) 1 ชั่วโมง
6. ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

### เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค23101 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## 2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L
2. แบบทดสอบวัดความสามารถทางในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

## 3. การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

### 3.1 การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สอนด้วยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L
3. วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ดังนี้
  - 3.1 สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา
  - 3.2 สาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาและมาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. ดำเนินการเขียนแผนจัดการเรียนรู้โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ดังนี้

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1.1 ทบทวนความรู้เดิม
- 1.2 แจงจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.3 แนะนำแผนผัง K-W-D-L

### ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

- 2.1 ครูนำเสนอเนื้อหาและนำเสนอโจทย์
- 2.2 นักเรียนร่วมกันอ่านวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาตามแผนผัง K-W-D-L

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน

### ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

- 4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปสาระสำคัญการเรียนรู้
- 4.2 ครูประเมินผลการเรียนรู้จาก การตรวจแบบฝึกหัด และแบบทดสอบ

ประจำหน่วย

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา และความสอดคล้องของวิธีการจัดการเรียนรู้ จากนั้น นำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขดังนี้ ปรับภาษาในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีความกระชับ เข้าใจง่าย พร้อมทั้งปรับโจทย์ในตัวอย่างให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการทดลอง จำนวน 50 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับผู้เรียนกลุ่มตัวอย่าง

### 3.2 การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถทางในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถทางในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหา ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง

3. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ตามแผนผัง K-W-D-L ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้โดยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้น K-W-D และวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในขั้น L

4. นำแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ศึกษาระดับปริญญาโทและปริญญาตรี จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหากับตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปตรวจสอบความเที่ยงตรงของแบบทดสอบโดยใช้สูตร IOC และคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอมารับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณา IOC มีค่าตั้งแต่ 0.67 – 1.00

5. นำแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

6. นำแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มาตรวจให้คะแนน โดยกำหนดคะแนนเต็ม 10 คะแนน ซึ่งมีเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนดังนี้

**เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric) ดังนี้

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
K (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้บางส่วน
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
W (What we want to know) 1.เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
2.กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ โจทย์ให้	3	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ ถูกต้องสมบูรณ์
	2	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้เกือบ สมบูรณ์(กำหนดได้ครบแต่มีผิดเล็กน้อย)
	1	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ บางส่วน(กำหนดไม่ครบแต่ถูกต้อง)
	0	ไม่กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้หรือ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
3. สร้างสมการ	1	เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ เป็นสมการได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสมการหรือเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลที่กำหนดให้เป็นสมการผิด
D (What we do to find out)	3	แสดงวิธีทำคำนวณได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	แสดงวิธีทำมีการคำนวณผิดพลาดเล็กน้อยเกือบ สมบูรณ์
	1	แสดงวิธีทำมีการคำนวณผิดพลาดบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีทำ

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารโดยใช้ภาษาเขียน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric) ดังนี้

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
L(What we learned) อธิบายคำตอบ	2	เขียนอธิบายคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายคำตอบได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
อธิบายกระบวนการคิด	3	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้สมบูรณ์
	2	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้เกือบสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิด

7. นำผลการทดสอบวิเคราะห์รายชื่อเพื่อหาค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของวิทนีย์ และซาเบอร์ส (ลัวน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 199 - 201) เลือกเฉพาะที่มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิจัยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.46 - 0.59 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.64 - 0.75 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.33 - 0.54 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.54 - 0.69 โดยคัดเลือกแบบวัดที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ไว้จำนวน 5 ข้อ

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ มาหาความเชื่อมั่นของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (ลัวน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 200) ซึ่งผลการวิจัยของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.80 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.78 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

#### 4. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยเทคนิค K-W-D-L ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัย One - Group Pretest – Posttest Design (ลัวัน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 249) ซึ่งมีลักษณะของแบบแผนของวิจัย ดังตาราง 5

ตาราง 5 แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest Posttest Design

กลุ่มทดลอง	ทดสอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	ทดสอบหลัง
E	T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

เมื่อ	E	แทน	กลุ่มทดลอง
	X	แทน	การจัดกระทำ (Treatment)
	T <sub>1</sub>	แทน	การสอบก่อนการจัดกระทำ (Pretest)
	T <sub>2</sub>	แทน	การสอบหลังการจัดกระทำ (Posttest)

## 5. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้าและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าในเดือนกันยายน ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มทดลองทราบถึง การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
3. ดำเนินการทดลอง โดยทำการสอนกลุ่มทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เวลา 6 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน (Posttest) โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

## 6. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยเทคนิค



K-W-D-L ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลแบบ t- test (Dependent Sample)

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนข้อมูล

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 79)

$$s = \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	x	แทน	คะแนนแต่ละตัวในกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum x$	แทน	ผลรวมคะแนนแต่ละตัวในกลุ่มตัวอย่าง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
	N-1	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ(Degrees of freedom)

#### 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 หาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง โจทย์ปัญหาหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนเป็นผู้พิจารณา (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2539: 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องของความเห็นผู้เชี่ยวชาญ
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาดัชนีค่าความง่าย( $P_E$ ) และดัชนีค่าอำนาจจำแนก( $D$ )ของแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบทดสอบอัตนัยของ วิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2539: 199 – 201)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2N X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$P_E$	แทน	ดัชนีค่าความง่าย
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	รวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	รวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$n$	แทน	จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
	$s_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	$s_t^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

3.1 ใช้ค่าสถิติ t-test แบบ Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเปรียบเทียบคะแนนความสามารถ ในการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้ t-test (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 179)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 ใช้ค่าสถิติ t – test เพื่อวิเคราะห์หาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 134)

$$\text{สูตร } t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	$\mu_0$	แทน	ค่าคะแนนเกณฑ์ ( $\mu_0 \geq 60\%$ )
	s	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ค่าขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	จำนวนคะแนนเต็ม
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่
$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
N - 1	แทน	ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับชั้น ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ ร้อยละ 60
4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ ร้อยละ 60

## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยคำนวณความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t – test dependent ปรากฏในตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การทดสอบ	N	$\bar{X}$	s	$\sum D$	$\sum D^2$	t
ก่อนเรียน	50	15.34	4.01			
				1058	23104	39.12**
หลังเรียน	50	36.50	6.78			

$$t_{(.01 ; df 49)} = 2.660$$

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 6 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยคำนวณความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t – test dependent ปรากฏในตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การทดสอบ	N	$\bar{X}$	s	$\sum D$	$\sum D^2$	t
ก่อนเรียน	50	5.28	1.49			
				725	10687	54.34**
หลังเรียน	50	19.78	2.36			

$$t_{(.01 ; df 49)} = 2.660$$

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 7 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ โดยใช้ t – test One Sample ปรากฏในตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	s	$\mu(60\%)$	t
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	50	50	36.50	6.78	30	6.77**

$$t_{(.01 ; df 49)} = 2.660$$

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมี คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 73

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ โดยใช้ t – test One Sample ปรากฏในตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์

การทดสอบ	n	k	$\bar{x}$	s	$\mu(60\%)$	t
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	50	25	19.78	2.36	15	14.48**

$$t_{(.01 ; df 49)} = 2.660$$

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 79

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษารั้ครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีความมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถ ในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการ จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสรุปสาระสำคัญ และผลการศึกษาได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อนและหลังการทดลอง
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อนและหลังการทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

#### สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง จากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง จากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง จากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง จากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60



## วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 600 คน

#### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน 50 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

#### ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาในการทดลอง 8 ชั่วโมง โดยทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง ทำการสอนจริง 6 ชั่วโมง โดยแบ่งหัวข้อไว้ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง
2. การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน 1 ชั่วโมง
3. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า ( $<$ ) และน้อยกว่าหรือเท่ากับ ( $\leq$ ) 2 ชั่วโมง
4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายมากกว่า ( $>$ ) และมากกว่าหรือเท่ากับ ( $\geq$ ) 2 ชั่วโมง
5. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายไม่เท่ากับ ( $\neq$ ) 1 ชั่วโมง
6. ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

#### เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

2. แบบทดสอบวัดความสามารถทางการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 5 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) และค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ ) ตามลำดับดังนี้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.46 – 0.59 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.64 – 0.75 ได้ค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ ) เท่ากับ 0.80 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.33 – 0.54 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.54 – 0.69 ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.78 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.80 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### การดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมาทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน โดยใช้เวลา 60 นาที

2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างในเดือนกันยายน พ.ศ. 2553 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นระยะเวลารวม 6 ชั่วโมง

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน โดยใช้เวลา 60 นาที

### การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้สถิติการวิเคราะห์แบบ  $t - test$  for Dependent Samples

2. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้สถิติการวิเคราะห์แบบ  $t - test$  for Dependent Samples

3. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติวิเคราะห์ แบบ  $t - test$  One Sample

4. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติวิเคราะห์ แบบ  $t - test$  One Sample

### สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

### อภิปรายผล

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เห็นได้จากการที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามขั้นตอนดังนี้ ขั้น K ซึ่งในขั้นนี้เป็นขั้นเตรียมความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่อ่านว่ารู้อะไรบ้างแล้ว ขั้น W เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้คำแนะนำช่วยเหลือเพื่อหาคำตอบ ซึ่งในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนในการตัดสินใจวางแผนแก้ปัญหา ขั้น D เป็นขั้นตอนแสดงวิธีทำเพื่อที่จะหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ซึ่งในขั้นนี้จะช่วยให้นักเรียนนำข้อมูลที่วิเคราะห์หามาเป็นลำดับขั้นตอนจากขั้น K และขั้น W มาแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในขั้น D จึงส่งผลให้นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ถูกกระตุ้นให้คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ (2545: 195 – 196) กล่าวว่าในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอน

จะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้  
 ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ นิยม เกียรติทรา (2548 : 90 - 91) ที่ทำการวิจัยการพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลางและเห็น ว่าเป็นการทำให้ให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยกัน ฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน ทำให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในหน้าที่ รองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยเทคนิค KWDL ทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและร่วมอภิปรายเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหา เช่นเดียวกับงานวิจัยของ พิมพาภรณ์ สุขพ่วง (2548: 114 - 115) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาผลการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการ วิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เห็นได้จากการที่นักเรียนอธิบายความคิดทั้งกระบวนการอ่านและการเขียนโดยการนำการวางแผนอย่างเป็นระบบเพื่อแก้โจทย์ปัญหาตามขั้น K ขั้น W และขั้น D มาจัดระบบข้อมูลแล้วเขียนสรุปถึงวิธีการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในขั้น L ส่งผลให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของน้ำทิพย์ ชังเกต (2547: 96 - 98) ได้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ระดับปานกลาง ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เป็นการฝึกให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนตามขั้น K-W-D-L จากการแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละข้อมีการ

อ่านและวิเคราะห์โจทย์ ทำไปที่ละขั้นตอนซึ่งจะเห็นได้ว่าแต่ละขั้นตอนมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้จึงส่งผลให้นักเรียนมีความมั่นใจ ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นอกจากนี้เมื่อนักเรียนไม่มีความมั่นใจในการทำแบบฝึกหัด ก็ร่วมกับเพื่อน ในห้องเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน พร้อมอธิบายถึงเหตุผลในการ หาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำ การวิจัยผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (KWDL) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียนด้วยเทคนิค KWDL กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามปกติแตกต่างกันอย่างมี นัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และ นักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน KWDL อยู่ในระดับ มาก ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงเกณฑ์ ร้อยละ 60

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง ได้รับการสอนด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4 อาจเนื่องมาจากการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในขั้น L เป็นขั้นตอนที่นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอน กระบวนการคิดหาคำตอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งเป็นการนำการวางแผนวิธีการคิดอย่างเป็น ระบบ ในขั้น K ขั้น W และขั้น D มาเรียบเรียงทำให้นักเรียนเกิดการสื่อสารโดยวิธีการเขียนได้ดี ยิ่งขึ้น จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อความหมายและสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้สูงกว่า เกณฑ์ ซึ่งตรงกับแนวคิดของ Ogle (1986: 564 - 570) ให้นักเรียนอ่านในใจและบันทึกว่าได้รู้ อะไรบ้าง แล้วนำมาเล่าสู่กันฟัง แล้วบันทึกไว้ ขั้นตอนนี้ช่วยให้ผู้เรียนได้ขัดเกลาและขยายความ คิดเห็นทั้งกระบวนการอ่านและกระบวนการเขียน ในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอน "L" นี้ประสงค์ให้ ผู้เรียนบอกคำตอบรวมทั้งอธิบายและชี้แจงถึงขั้นตอนของการดำเนินการแก้ปัญหา และสอดคล้องกับ งานวิจัย ของ ซอ; แชมเบลส; และเชสชิน (Shaw; Chambless; & Chessin. 1997: abstract) ได้ทำการ อบรมครูผู้สอนเกรด 4 การร่วมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L และให้นำ กลับไปทดลองสอนกับนักเรียน แล้วนำผลไปเปรียบเทียบกับนักเรียนที่เรียนปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค K-W-D-L สามารถเขียนคำตอบและละเอียด มาก นอกจากนี้นักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L มีเจตคติด้านบวกกับ คณิตศาสตร์และเช่นเดียวกับ งานวิจัยของ จิรากร สำเร็จ (2551: 72) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDLที่มีต่อความสามารถในการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนกลุ่มทดลองทั้งในกลุ่มที่

มีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลางและระดับต่ำ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงเกินร้อยละ 60

### ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ดังนี้

1. ในช่วงเวลาที่ 1 – 3 ครูต้องอธิบายการทำแบบฝึกหัดตามขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่เป็นไปตามแผนที่วางไว้

2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยไม่เขียนในชั้น L เนื่องจากไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ซึ่งนักเรียนจะคุ้นเคยกับการทำแบบฝึกหัดที่เป็นโจทย์ปัญหาที่เขียนอสมการแล้วแสดงวิธีทำและตอบเลย โดยไม่ต้องอธิบายว่าได้สมการมาอย่างไร จึงทำให้นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการอธิบายวิธีการคิด

3. หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ 3 ชั่วโมง นักเรียนมีความคุ้นเคยกับการทำแบบฝึกหัดตามขั้นตอน K-W-D-L โดยนักเรียนมีการซักถามเป็นระยะโดยครูเป็นเพียงผู้แนะนำ

4. นักเรียนที่มีผลการเรียนอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ – พอใช้ ไม่กล้าซักถามครู แต่ไปซักถามเพื่อนทำให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกันและเกิดการยอมรับทางสังคมระหว่างเพื่อนภายในห้องเรียน

5. นักเรียนที่สามารถอธิบายแบบฝึกหัดให้กับเพื่อนในชั้นเรียนได้ส่วนใหญ่แล้วเขียนสื่อสารในชั้น L อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้สมบูรณ์

6. นักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดในชั้น L ได้มีความมั่นใจในการอธิบายแบบฝึกหัดให้เพื่อนที่ไม่เข้าใจฟังได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

7. นักเรียนทำแบบฝึกหัดขั้น K-W-D ได้ถูกต้องแต่เมื่อนำมาเขียนคำตอบส่วนใหญ่จะตอบผิด

8. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ แม้ว่านักเรียนส่วนใหญ่จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ - พอใช้

### ข้อเสนอแนะ

#### 1. ข้อเสนอแนะเพื่อการนำไปใช้

1.1 ครูควรชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบที่ 1 ถึง คาบที่ 3 ครูควรพูดเน้นย้ำความหมายของขั้น K ขั้น W ขั้น D และขั้น L ว่าแต่ละขั้นต้องเขียนอะไรบ้าง

1.3 ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และฝึกให้นักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยเริ่มจากการอภิปรายแล้วเขียนสรุปจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น

1.4 ควรให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่โจทย์มีความหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องรวดเร็ว

1.5 ครูควรใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่สูงกว่าร้อยละ 60 เช่น ร้อยละ 70 หรือร้อยละ 80

## 2. ข้อเสนอแนะในการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ในเนื้อหาและระดับชั้นอื่นๆ เช่น เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ฯลฯ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ทั้งนี้จะเป็นประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

2.2 ควรศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อตัวแปรอื่นเพิ่มเติม เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง หรือ เจตคติต่อการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L ของผู้เรียน ฯลฯ

บรรณานุกรม



## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- คมเพชร ฉัตรสุภกุล. (2546). กิจกรรมกลุ่มในโรงเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ธนวิซการพิมพ์.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิรากร สำเร็จ. (2551). ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2539). การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- ชานนท์ ศรีผ่องงาม. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division: STAD) เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิต กิจอินเตอร์โปรเกรสซิฟ.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์.
- ทีศนา แคมมณี. (2545). กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: นิชนแอตเวอร์ไทซิง กรุ๊ป.
- (2548). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- นิยม เกียรติทำทราญ. (2548). การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการนิเทศ). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- นิรันดร์ แสงกุหลาบ. (2547). การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ ด้วยเทคนิค K-W-D-L และตามแนวสสวท. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการนิเทศ). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- น้ำทิพย์ ชังเกตู. (2547). การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการนิเทศ). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2541). กระบวนการกลุ่มในทฤษฎีการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม:ต้นแบบการเรียนรู้ทางด้านหลักทฤษฎีและแนวปฏิบัติ. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- ปราณี งามสูตร; และจรัส ดวงสุวรรณ. (2545). พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาคน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ธารการพิมพ์.
- ปรีชา เหนวีเย็นผล. (2537. พฤศจิกายน – ธันวาคม). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434 – 435): 62 – 74.
- ปาริชาติ สมใจ. (2549). การพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการนิเทศ). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง. (2548). การพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกับแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการนิเทศ). นครปฐม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช. (2537). สารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยฯ.
- มะลิวรรณ ผ่องราษี. (2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโท กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรโศภ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วัชรรา เล่าเรียนดี. (2547). *เทคนิคการจัดการเรียนการสอนและการนิเทศ*. นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- (2548). *เทคนิคและยุทธวิธีพัฒนาทักษะการคิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- วัชรีย์ ชันเชื้อ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นโดยใช้ กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). *เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- วิชัย พาณิชย์สว. (2546). *สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- วีระศักดิ์ เลิศโสภา. (2544). *ผลของการใช้เทคนิคการสอน KWDL ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). *การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพรรณ ศรีอุทธา. (2548). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตสำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). *มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- สนฤดี ศรีสวัสดิ์. (2551). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากทมมหานคร เขต 2. (2552ก). รายงานการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานปีการศึกษา 2551. กรุงเทพฯ: กลุ่มนิเทศติดตามและประเมินผลการจัดการศึกษา สำนักงานฯ.
- . (2552ข). รายงานการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโรงเรียนในเขตพื้นที่การศึกษากทมมหานคร เขต 2 ปีการศึกษา 2551 (ทุกสังกัด). กรุงเทพฯ: กลุ่มนิเทศติดตามและประเมินผลการจัดการศึกษา สำนักงานฯ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). เอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานฯ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุวรร กาญจนมยุร. (2532). เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เล่ม 3. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- อนันต์ โพธิกุล. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการรับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรชร ภูบุญเต็ม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation). สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 94 – 107. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- อาภา ถนัดช่าง. (2534). การสอนแบบแก้ปัญหา. วารสารแนะแนว. 25(135): 15 – 23.
- Adams, Sam, Leslie Ellis and B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis On the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row Publishers.
- Al-Shaye, Shaye Saud. (2003, February). The Effectiveness of Metacognitive Strategies on Reading Comprehension and Comprehension Strategies of Eleventh Grade Students in Kuwaiti High School, *Dissertation Abstracts International*. 63(8) : 2777-A.
- Ballard, Katherine D. (2007, December). The Effects of Integrated Systems on Mathematics Skill Development for Children with Performance Deficits in

- Mathematics Achievement. *Dissertation Abstracts International*. 68(6): Retrieved October, 10, 2009, from [http://proquest.umi.com/pqdweb? did=1372007641&sid=9&Fmt=2& client=61839&RQT=309&VName=PQD](http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1372007641&sid=9&Fmt=2&client=61839&RQT=309&VName=PQD).
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving Reasoning, and Communicating, K-8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Branca, Nicholas A. (1980). Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. in *Problem Solving in School Mathematics 1980 Yearbook*. pp. 3 – 8. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Buschman, Larry. (1995, February). Communicating in the Language of Mathematics. *Teaching Children Mathematics*. 1(6):324 – 329. Retrieved October, 10, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did>
- Charles, Randall; Rank, F C.; & Lester, L. (1982). *Teaching Problem Solving : What Why & How*. Dale Seymour Publications.
- Covington, C.L.M. (2001, April). *The Effects of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement*. *Dissertation Abstracts Online*. 49 (12): 61 – 12A.
- Czajkowski, Tracey L. (2001, November). The Influences Picture books have on older Learners' Achievement and Motivation in Content area Classes. *Dissertation Abstracts International*. 62(1) : 1779 – A.
- Dossey, John A.; et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades..* Pacific Grove: Brooks/Cole.
- Gonzales, Nancy A. (1994, February). Problem Posing : A Neglected Component in Mathematics Courses for Prospective Elementary and Middle School Teachers. *School Science and Mathematics*. 94(2):78 – 84. Retrieved October, 10, 2009, from [http://ssmj.tamu.edu/abstract/abs\\_feb94.html#abstracts](http://ssmj.tamu.edu/abstract/abs_feb94.html#abstracts).
- Heimer, R.T. ; & Trueblood, C.R. (1997). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York: Addison Wesley Publishing.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children' Learning of Mathematics 1994*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Krulik Stephen and Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Michaels, Rosemaie. (2002). The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attribution Style in Third – grade Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 63 – 03A.

- Mumme, Judith; & Shepherd, Nancy. (1993). Communication in Mathematics. *in Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standard*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Virginia: The National council of teachers of Teachers of Mathematics.
- . (1991). *Professional Standards for Teaching*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- . (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Virginia: NCTM.
- Ogle, Donna. (1986, February). K-W-L : A Teaching Model That Develops Active Reading of Expository Text. *Reading Teacher*. 39: 564 – 70.
- Polya, G. (1957). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday and Company.
- . (1980). *On Solving Mathematics* ; 1980 Yearbook. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.
- Quiocho, Alice. (1997, March). The Quest to Comprehended Expository Text : Applied Classroom Research. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*. 40(6): 450 – 455. Retrieved October, 10 , 2009, form <http://www.eric.ed.gov/RICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?>
- Reys, Robert E.; et al. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.
- Rodeheaver, L.R. (2000). A Case Study of Communication between Secondary Mathematics Student Teachers and the Cooperative Teacher. *Dissertation Abstracts*. 61 – 03A.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards : Reading from the Arithmetic Teacher*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Shaw, Jean M.; Chambless, Martha S.; & Chessin, Debby A. (1997, May). *Cooperative Problem Solving : Using K-W-D-L as an Organization Technique*. Retrieved April 23, 2009, from [http://vnweb.hwwilsonweb.com/hww/results/results\\_single\\_ftPES](http://vnweb.hwwilsonweb.com/hww/results/results_single_ftPES).
- Stahl, Katherine; & Dougherty, A. (2008). The Effect of Three Instructional Method on Reading Comprehension and Content Acquisition of Novice Reader. *Journal of Literacy Research*. 40(3): 359 – 393.
- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston: Allyn and Bacon.

- William, Kenneth M. (2003, March). Writing about the Problem – Solving Process to Improve Problem – Solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3).
- Wilson, James W.; Fernandez Maria L.; & Hadaway Nelda. (1993). Mathematical Problem Solving. in *Research Ideas for the Classroom, High School*. pp 57 – 78. New York: Macmillan.

ภาคผนวก



## ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. การประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้เชี่ยวชาญ
2. ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย
3. ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย
4. ค่า  $x$  และ  $x^2$  ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)
5. ค่า  $x$  และ  $x^2$  ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)
6. ค่า  $S_i^2$  ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย
7. ค่า  $S_i^2$  ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย

ตาราง 10 การประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้เชี่ยวชาญ แบบอัตนัย

ข้อสอบข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
2	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
10	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้

ตาราง 11 ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร Whitney and Sabers.

ข้อที่	ค่าดัชนีความง่าย ( $P_E$ )	ค่าอำนาจจำแนก (D)
1	0.59	0.64
2	0.62	0.58
3	0.58	0.56
4	0.59	0.69
5	0.62	0.54
6	0.52	0.71
7	0.53	0.75
8	0.48	0.71
9	0.46	0.79
10	0.46	0.74

#### หมายเหตุ

เกณฑ์การคัดเลือก

ค่าความง่าย ( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8

ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

เมื่อได้ค่าความง่าย( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก(D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังกล่าวมาแล้วจึงนำค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบมาพิจารณาประกอบกับค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน เพื่อคัดเลือกข้อสอบไว้ จำนวน 5 ข้อ ซึ่งได้พิจารณาเลือกข้อสอบข้อ 1, 4, 6, 7 และ 10 ไว้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตาราง 12 ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร Whitney and Sabers.

ข้อที่	ค่าดัชนีความง่าย ( $P_E$ )	ค่าอำนาจจำแนก (D)
1	0.33	0.65
2	0.48	0.42
3	0.35	0.69
4	0.35	0.69
5	0.58	0.50
6	0.54	0.54
7	0.52	0.54
8	0.67	0.51
9	0.49	0.51
10	0.47	0.64

**หมายเหตุ** เกณฑ์การคัดเลือก  
 ค่าความง่าย( $P_E$ ) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8  
 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

เมื่อได้ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังกล่าวมาแล้วจึงนำค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบมาพิจารณาประกอบกับค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน เพื่อคัดเลือกข้อสอบไว้ จำนวน 5 ข้อ ซึ่งได้พิจารณาเลือกข้อสอบข้อ 1, 4, 6, 7 และ 10 ไว้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตาราง 13 ค่า  $x$  และ  $x^2$  ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบ  
อัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ							ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ						
	1	2	3	4	5	x	$x^2$		1	2	3	4	5	x	$x^2$
1	8	8	9	9	9	43	1849	26	6	7	7	5	7	32	1024
2	8	9	8	10	8	43	1849	27	7	8	6	8	8	37	1369
3	10	9	10	9	10	48	2304	28	7	6	8	8	8	37	1369
4	8	10	9	10	10	47	2209	29	8	9	9	10	9	45	2025
5	8	8	8	6	8	38	1444	30	6	8	8	7	6	35	1225
6	7	8	9	8	8	40	1600	31	9	10	8	10	9	46	2116
7	7	8	9	10	6	40	1600	32	9	8	9	10	9	45	2025
8	5	6	8	5	4	28	784	33	9	8	9	10	9	45	2025
9	6	6	8	4	5	29	841	34	10	9	9	10	9	47	2209
10	6	8	4	3	6	27	729	35	9	8	9	9	9	44	1936
11	6	7	8	6	5	32	1024	36	10	8	8	9	8	43	1849
12	6	8	8	8	5	35	1225	37	6	7	8	6	8	35	1225
13	8	7	8	6	6	35	1225	38	10	8	10	9	9	46	2116
14	6	8	6	5	5	30	900	39	10	9	8	9	8	44	1936
15	5	8	6	5	6	30	900	40	8	8	8	10	8	42	1764
16	5	8	8	8	6	35	1225	41	8	9	8	9	6	40	1600
17	8	7	3	8	6	32	1024	42	9	8	9	10	8	44	1936
18	8	9	6	8	8	39	1521	43	8	8	8	9	6	39	1521
19	7	8	5	8	7	35	1225	44	9	8	9	10	8	44	1936
20	9	8	8	10	9	44	1936	45	10	10	9	10	8	47	2209
21	9	8	9	9	9	44	1936	46	10	9	8	8	6	41	1681
22	8	7	8	9	8	40	1600	47	8	9	8	8	8	41	1681
23	6	9	9	8	7	39	1521	48	10	8	9	9	6	42	1764
24	8	7	8	9	8	40	1600	49	10	9	10	10	9	48	2304
25	8	8	8	9	7	40	1600	50	8	7	7	6	6	34	1156

ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ							ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ							
	1	2	3	4	5	x	x <sup>2</sup>		1	2	3	4	5	x	x <sup>2</sup>	
51	10	8	9	10	8	45	2025	76	9	8	7	8	8	40	1600	
52	9	8	10	9	9	45	2025	77	10	7	6	8	8	39	1521	
53	10	8	9	9	9	45	2025	78	10	9	7	7	6	39	1521	
54	9	8	10	10	9	46	2116	79	9	9	8	8	9	43	1849	
55	8	6	8	8	9	39	1521	80	9	8	8	9	5	39	1521	
56	9	7	8	8	8	40	1600	81	10	8	8	9	9	44	1936	
57	8	8	8	7	8	39	1521	82	9	9	8	9	9	44	1936	
58	9	8	7	8	6	38	1444	83	9	9	8	10	9	45	2025	
59	10	8	8	7	8	41	1681	84	9	10	8	10	9	46	2116	
60	8	8	9	8	6	39	1521	85	8	10	7	8	9	42	1764	
61	7	8	6	6	8	35	1225	86	9	8	7	8	8	40	1600	
62	8	5	7	8	5	33	1089	87	8	8	6	8	6	36	1296	
63	7	5	4	5	5	33	1089	88	9	8	9	8	8	42	1764	
64	9	8	9	8	7	41	1681	89	10	9	8	8	8	43	1849	
65	8	6	8	7	6	35	1225	90	8	8	9	8	8	41	1681	
66	7	8	8	7	8	38	1444	91	9	8	9	8	8	42	1764	
67	8	7	8	8	8	39	1521	92	10	9	10	9	9	47	2209	
68	9	8	6	7	6	36	1296	93	8	8	9	9	8	42	1764	
69	8	9	6	7	8	38	1444	94	9	8	10	8	9	44	1936	
70	8	8	8	9	9	42	1764	95	10	8	9	9	8	44	1936	
71	8	9	7	8	9	41	1681	96	6	8	8	7	8	37	1369	
72	7	8	7	7	7	36	1296	97	9	8	8	8	8	41	1681	
73	9	8	7	7	8	39	1521	98	8	8	8	8	8	40	1600	
74	9	7	7	8	8	39	1521	99	10	9	10	10	8	47	2209	
75	9	7	8	7	4	35	1225	100	10	8	9	8	6	41	1681	
								$\sum x$							3994	161888

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

$$\begin{aligned}
 S_t^2 &= \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \\
 S_t^2 &= \frac{100(161888) - (3994)^2}{100(99)} \\
 &= \frac{16188800 - 15952036}{9900} \\
 &= \frac{236764}{9900} \\
 &= 23.92
 \end{aligned}$$

ตาราง 14 ค่า  $s_i^2$  ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตรา โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient)

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	$s_i^2$
1	830	7064	1.77
2	801	6507	0.92
3	795	6491	1.72
4	812	6812	2.21
5	756	5906	1.93
			$\sum s_i^2 = 8.54$

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{5}{5-1} \left[ 1 - \frac{8.54}{23.92} \right] \\
 &= \frac{5}{4} \left[ 1 - \frac{8.54}{23.92} \right] \\
 &= \frac{5}{4} (1 - 0.36) \\
 &= \frac{5}{4} (0.64) \\
 &= 0.80
 \end{aligned}$$



ตาราง 15 ค่า  $x$  และ  $x^2$  ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาหอสถกการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ							ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ						
	1	2	3	4	5	x	$x^2$		1	2	3	4	5	x	$x^2$
1	3	2	3	3	3	14	196	26	2	2	2	1	2	9	81
2	3	3	2	4	3	15	225	27	2	2	2	3	2	11	121
3	3	3	4	3	3	16	256	28	2	2	2	3	2	11	121
4	2	3	3	4	3	15	225	29	3	3	3	3	3	15	225
5	2	3	2	2	2	11	121	30	2	3	2	2	2	11	121
6	2	3	3	3	2	12	144	31	3	4	3	3	3	16	256
7	2	3	3	3	2	13	169	32	3	3	3	3	3	15	225
8	1	2	2	1	1	7	49	33	3	3	3	4	3	16	256
9	2	2	2	1	1	8	64	34	3	3	3	4	3	16	256
10	2	2	1	1	2	8	64	35	3	3	3	3	3	15	225
11	2	2	2	2	2	10	100	36	3	3	2	3	2	13	169
12	2	3	2	2	2	11	121	37	2	2	3	2	2	11	121
13	2	2	2	2	2	10	100	38	3	3	3	3	3	15	225
14	2	2	2	1	1	8	64	39	2	3	3	3	2	13	169
15	1	2	2	1	2	8	64	40	3	3	2	3	2	13	169
16	1	3	2	2	2	10	100	41	3	3	2	3	2	13	169
17	2	2	1	2	2	9	81	42	3	2	3	3	2	13	169
18	2	3	2	2	3	12	144	43	3	2	2	3	2	12	144
19	2	2	2	2	2	10	100	44	3	2	3	3	3	14	196
20	3	3	3	4	3	16	256	45	3	4	3	4	2	16	256
21	3	2	3	3	3	14	196	46	4	3	3	2	2	14	196
22	2	2	2	3	3	12	144	47	2	3	3	2	2	12	144
23	2	3	3	2	2	12	144	48	3	2	3	3	2	13	168
24	3	2	2	3	3	13	169	49	3	3	3	4	3	16	256
25	3	2	2	3	2	12	144	50	2	2	2	2	2	10	100

ตาราง 15 (ต่อ)

ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ							ข้อ ที่	คะแนนในแต่ละข้อ						
	1	2	3	4	5	x	x <sup>2</sup>		1	2	3	4	5	x	x <sup>2</sup>
51	3	3	3	3	2	14	196	76	3	3	3	2	2	13	169
52	3	3	4	3	3	16	256	77	3	2	3	2	2	12	144
53	3	3	3	3	3	15	225	78	3	3	3	2	2	13	169
54	3	2	3	3	3	14	196	79	3	3	3	2	3	14	196
55	3	2	2	3	3	13	169	80	3	2	3	3	1	12	144
56	3	2	3	3	2	13	169	81	3	3	3	3	3	15	225
57	3	2	3	2	2	12	144	82	3	3	3	3	3	15	225
58	3	2	2	2	2	11	121	83	3	3	4	3	3	16	256
59	3	3	2	2	2	12	144	84	3	3	4	3	3	16	256
60	3	2	3	2	2	12	144	85	3	3	3	3	3	15	225
61	2	2	2	2	2	10	100	86	3	3	3	2	2	13	169
62	2	2	2	2	2	10	100	87	3	3	2	3	2	13	169
63	2	2	1	1	2	8	64	88	3	3	3	2	2	13	169
64	3	3	3	2	2	13	169	89	3	3	3	2	2	13	169
65	2	2	2	2	2	10	100	90	2	2	3	3	2	12	144
66	2	2	3	2	2	11	121	91	3	2	3	3	2	13	169
67	2	2	3	2	2	11	121	92	3	3	4	3	3	16	256
68	3	3	2	2	2	12	144	93	2	2	3	3	2	12	144
69	3	3	2	2	2	12	144	94	3	2	3	3	3	14	196
70	2	3	4	3	3	15	225	95	3	3	3	3	3	15	225
71	3	3	3	3	3	15	225	96	2	3	2	2	2	11	121
72	2	3	3	2	2	12	144	97	3	2	2	2	2	11	121
73	3	2	2	2	2	11	121	98	2	2	2	2	2	10	100
74	3	2	3	3	2	13	169	99	3	3	4	3	3	16	256
75	3	2	3	2	1	11	121	100	3	2	3	3	2	13	169
								$\sum x$						1261	16397

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

$$\begin{aligned}
 s_t^2 &= \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \\
 s_t^2 &= \frac{100(16397) - (1261)^2}{100(99)} \\
 &= \frac{1639700 - 1590121}{9900} \\
 &= \frac{49579}{9900} \\
 &= 5.00
 \end{aligned}$$

ตาราง 16 ค่า  $s_i^2$  ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient)

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	$s_i^2$
1	260	708	0.32
2	255	679	0.29
3	264	740	0.43
4	253	693	0.53
5	229	555	0.31
			$\sum s_i^2 = 1.89$

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$  - Coefficient)

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\ &= \frac{5}{5-1} \left[ 1 - \frac{1.89}{5} \right] \\ &= \frac{5}{4} \left[ 1 - \frac{1.89}{5} \right] \\ &= \frac{5}{4} (1 - 0.38) \\ &= \frac{5}{4} (0.62) \\ &= 0.78\end{aligned}$$

## ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ตารางคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. ตารางคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. ตารางคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน (50 คะแนน)	หลังเรียน (50 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D <sup>2</sup>
1	10	35	25	625
2	15	40	25	625
3	18	45	27	729
4	16	40	24	576
5	22	48	26	676
6	20	45	25	625
7	12	35	23	529
8	26	50	24	576
9	10	27	17	289
10	14	35	21	441
11	22	40	18	324
12	16	30	14	196
13	13	35	22	484
14	10	30	20	400
15	18	37	19	361
16	12	30	18	324
17	14	35	21	441
18	15	36	21	441
19	16	37	21	441
20	10	25	15	225
21	14	30	16	256
22	12	28	16	256
23	13	25	12	144
24	11	28	17	289
25	10	27	17	289

ตาราง 17 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน (50 คะแนน)	หลังเรียน (50 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D <sup>2</sup>
26	15	35	20	400
27	20	42	22	484
28	12	28	16	256
29	12	30	18	324
30	15	38	23	529
31	14	35	21	441
32	12	30	18	324
33	10	30	20	400
34	14	35	21	441
35	20	40	20	400
36	22	45	23	529
37	14	38	24	576
38	20	46	26	676
39	17	45	28	784
40	16	40	24	576
41	18	45	27	729
42	25	48	23	529
43	12	30	18	324
44	14	35	21	441
45	18	45	27	729
46	15	35	20	400
47	12	32	20	400
48	17	45	28	784
49	14	35	21	441
50	20	45	25	625
ผลรวม	767	1825	1058	23104

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{1,058}{\sqrt{\frac{50(23,104) - (1,058)^2}{50-1}}} \\
 &= \frac{1,058}{\sqrt{\frac{1,155,200 - 1,119,364}{49}}} \\
 &= \frac{1,058}{\sqrt{\frac{35,836}{49}}} \\
 &= \frac{1,058}{\sqrt{731.34}} \\
 &= 39.12
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.660 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ  $df = 50-1 = 49$ )



ตาราง 18 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน (25 คะแนน)	หลังเรียน (25 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D <sup>2</sup>
1	5	17	12	144
2	5	20	15	225
3	6	22	16	256
4	4	19	15	225
5	8	21	13	169
6	8	20	12	122
7	5	18	13	169
8	6	20	14	196
9	4	25	21	441
10	5	20	15	225
11	6	22	16	256
12	4	20	16	256
13	5	20	15	225
14	4	18	14	196
15	5	20	15	225
16	4	18	14	196
17	5	18	13	196
18	5	20	15	225
19	5	22	17	289
20	3	16	13	169
21	3	18	15	225
22	4	16	12	144
23	4	15	11	121
24	4	18	14	196
25	5	18	13	169

ตาราง 18 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน (25 คะแนน)	หลังเรียน (25 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D <sup>2</sup>
26	6	20	14	196
27	8	25	17	289
28	4	18	14	196
29	4	18	14	196
30	5	20	15	225
31	5	22	17	289
32	4	18	14	196
33	4	16	12	144
34	3	20	17	289
35	8	25	17	289
36	8	25	17	289
37	6	20	14	196
38	8	22	14	196
39	8	23	15	225
40	6	18	12	144
41	8	20	12	144
42	7	20	13	169
43	4	18	14	196
44	5	20	15	225
45	7	22	15	225
46	5	18	13	169
47	5	18	13	169
48	4	20	16	256
49	4	22	18	324
50	6	20	14	196
ผลรวม	264	989	725	10687

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{725}{\sqrt{\frac{50(10,687) - (725)^2}{50-1}}} \\
 &= \frac{725}{\sqrt{\frac{534,350 - 525,625}{49}}} \\
 &= \frac{725}{\sqrt{\frac{8,725}{49}}} \\
 &= \frac{725}{\sqrt{178.06}} \\
 &= 54.34
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.660 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ  $df = 50-1 = 49$ )

ตาราง 19 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอน โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นักเรียนคนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 50 )	$X^2$
1	35	1225
2	40	1600
3	45	2025
4	40	1600
5	48	2304
6	45	2025
7	35	1225
8	50	2500
9	27	729
10	35	1225
11	40	1600
12	30	900
13	35	1225
14	30	900
15	37	1369
16	30	900
17	35	1225
18	36	1296
19	37	1369
20	25	625
21	30	900
22	28	784
23	25	625
24	28	784
25	27	729

ตาราง 19 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 50 )	$X^2$
26	35	1225
27	42	1764
28	28	784
29	30	900
30	38	1444
31	35	1225
32	30	900
33	30	900
34	35	1225
35	40	1600
36	45	2025
37	38	1444
38	46	2116
39	45	2025
40	40	1600
41	45	2025
42	48	2304
43	30	900
44	35	1225
45	45	2025
46	35	1225
47	32	1024
48	45	2025
49	35	1225
50	45	2025
ผลรวม	1825	68869

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n-1$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } s &= \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{50(68,869) - (1,825)^2}{50(50-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{3,443,450 - 3,330,625}{50(49)}} \\ &= \sqrt{\frac{112,825}{2,450}} \\ &= 6.78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } t &= \frac{36.5 - 30}{\frac{6.78}{\sqrt{50}}} ; df = n-1 \\ &= \frac{6.5}{0.96} \\ &= 6.77 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.660 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ  $df = 50-1 = 49$ )

ตาราง 20 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดย  
ใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 3

นักเรียนคนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 25 )	$X^2$
1	17	289
2	20	400
3	22	484
4	19	361
5	21	441
6	20	400
7	18	324
8	20	400
9	25	625
10	20	400
11	22	484
12	20	400
13	20	400
14	18	324
15	20	400
16	18	324
17	18	324
18	20	400
19	22	484
20	16	256
21	18	324
22	16	256
23	15	225
24	18	324
25	18	324

ตาราง 20 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 25 )	$X^2$
26	20	400
27	25	625
28	18	324
29	18	324
30	20	400
31	22	484
32	18	324
33	16	256
34	20	400
35	25	625
36	25	625
37	20	400
38	22	484
39	23	529
40	18	324
41	20	400
42	20	400
43	18	324
44	20	400
45	22	484
46	18	324
47	18	324
48	20	400
49	22	484
50	20	400
ผลรวม	989	19837



สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n-1$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } s &= \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{50(19,837) - (989)^2}{50(50-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{991,850 - 978,121}{50(49)}} \\ &= \sqrt{\frac{13,729}{2,450}} \\ &= 2.36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } t &= \frac{19.78 - 15}{\frac{2.36}{\sqrt{50}}} ; df = n-1 \\ &= \frac{4.78}{0.33} \\ &= 14.48 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.660 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ  $df = 50-1 = 49$ )

#### ภาคผนวก ค

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค K-W-D-L เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค23101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 ชั่วโมง

เกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า

### 1.สาระ

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

### 2.มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

### 3.ตัวชี้วัด

ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ

### 4.จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แก้อสมการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่าได้ (K)

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการแก้ปัญหา ( $P_1$ )

2. ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ( $P_2$ )

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีระเบียบวินัย ( $A_1$ )

2. มีความรับผิดชอบ ( $A_2$ )

## 5.สาระการเรียนรู้

ระบุเครื่องหมายน้อยกว่า (<) เมื่อพบประโยค “น้อยกว่า” “ไม่ถึง” ในโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นสมการ

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า(<)โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันสำหรับการบวก การลบ การคูณและการหาร

มีขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

### ขั้นที่ 1 K (What we know)

เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

### ขั้นที่ 2 W (What we want to know)

- เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้
- กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นสมการ

### ขั้นที่ 3 D (What we do to find out)

- ดำเนินการแก้สมการโดยใช้สมบัติการไม่เท่ากัน

### ขั้นที่ 4 L (What we learned)

- เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอน

ตัวอย่างที่ 1 พLOYมีไก่มากกว่าสี่เท้าของจำนวนเป็ดอยู่ 14 ตัว ถ้าพLOYมีไก่อ้อยกว่า 70 ตัว จงหาว่า พLOYมีเป็ดอย่างมากที่สุดกี่ตัว

<p>1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p>โจทย์บอก</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ไก่มากกว่าสี่เท้าของเป็ดอยู่ 14 ตัว</li> <li>ไก่อ้อยกว่า 70 ตัว</li> </ol>
<p>2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p>โจทย์ให้หา</p> <p>มีเป็ดอย่างมากที่สุดกี่ตัว</p> <p>วิธีการ</p> <p>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>เป็ด <math>x</math> ตัว</li> <li>ไก่ <math>4x+14</math> ตัว</li> </ol> <p>สร้างอสมการ</p> $4x+14 < 70$
<p>3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p>วิธีทำ</p> $4x+14 < 70$ $4x+14-14 < 70-14$ $4x < 56$ $\frac{4x}{4} < \frac{56}{4}$ $x < 14$
<p>4. ชั้น L (What we learned) คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร</p>	<p>ตอบ</p> <p>มีเป็ดอย่างมากที่สุด 13</p> <p>วิธีคิด</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>กำหนดให้เป็ด <math>x</math> ตัว</li> <li>ไก่อีกกว่าสี่เท้าของจำนวนเป็ดอยู่ 14 ตัว ดังนั้นไก่เป็น <math>4x+14</math> ตัว</li> </ul> </li> <li>เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ <ul style="list-style-type: none"> <li>จำนวนไก่อีกกว่าสี่เท้าของจำนวนเป็ดอยู่ 14 ตัว มีไก่อ้อยกว่า 70 ตัว</li> </ul> </li> </ol> <p>เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้</p> $4x+14 < 70$
<p>4. ชั้น L (What we learned) คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร</p>	<p>3. แสดงวิธีการแก้สมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x &lt; 14</math> แสดงว่าพLOYมีเป็ดอย่างมากที่สูดน้อยกว่า 14 ตัว นั่นคือ พLOYมีเป็ดอย่างมากที่สูด 13 ตัว</p>

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนเต็มสามจำนวนซึ่งมีค่าเรียงกัน ผลรวมของจำนวนทั้งสามจำนวนมีค่าน้อยกว่า 114 จำนวนกลางมีค่าอย่างมากที่สุดเท่าไร

<p>1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p>โจทย์บอก</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จำนวนเต็มสามจำนวนมีค่าเรียงกัน</li> <li>ผลรวมของจำนวนทั้งสามจำนวนมีค่าน้อยกว่า 114</li> </ol>
<p>2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p>โจทย์ให้หา</p> <p>จำนวนกลางมีค่าอย่างมากที่สุดเท่าไร</p> <p>วิธีการ</p> <p>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จำนวนน้อยเป็น <math>x</math></li> <li>จำนวนกลางเป็น <math>x+1</math></li> <li>จำนวนมากเป็น <math>x+2</math></li> </ol> <p>สร้างสมการ</p> $x+x+1+x+2 < 114$
<p>3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตามกระบวนการ</p>	<p>วิธีทำ</p> $x+x+1+x+2 < 70$ $3x+3 < 114$ $3x+3-3 < 114-3$ $3x < 111$ $\frac{3x}{3} < \frac{111}{3}$ $x < 37$
<p>4. ชั้น L (What we learned) คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร</p>	<p>ตอบ</p> <p>จำนวนกลางมีค่าอย่างมากที่สุด 37</p> <p>วิธีคิด</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้ <ul style="list-style-type: none"> <li>กำหนดให้จำนวนน้อยเป็น <math>x</math></li> <li>จำนวนกลางเป็น <math>x+1</math></li> <li>จำนวนมากเป็น <math>x+2</math></li> </ul> </li> <li>เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นสมการ <ul style="list-style-type: none"> <li>ผลรวมของจำนวนทั้งสามจำนวนมีค่าน้อยกว่า 114 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้ <math>x+x+1+x+2 &lt; 114</math></li> </ul> </li> </ol>

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร</p>	<p><b>3. แสดงวิธีการแก้สมการโดยใช้สมบัติของสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x &lt; 37</math> แสดงว่าจำนวนกลางเป็น</p> $x+1 = 36+1$ $= 37$ <p>นั่นคือ จำนวนกลางมีค่ามากที่สุดเป็น 37</p>
--	--

**ตัวอย่างที่ 3** ร้านขายเสื้อแห่งหนึ่งมีเสื้อจำนวน 9,000 ตัว ขายเสื้อถึงสิ้นปีเจ้าของร้านสำรวจเสื้อที่ยังไม่ได้ขายปรากฏว่าเหลือเสื้อไม่ถึงสามในห้าของจำนวนเสื้อที่ขายไป จงหาว่าร้านขายเสื้อได้อย่างน้อยกี่ตัว

<p style="text-align: center;"><b>1. ชั้น K</b> <b>(What we know)</b> โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p><b>โจทย์บอก</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. มีเสื้อจำนวน 9,000 ตัว</li> <li>2. สิ้นปีเหลือเสื้อไม่ถึงสามในห้าที่ขายไป</li> </ol>
<p style="text-align: center;"><b>2. ชั้น W</b> <b>(What we want to know)</b> โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p><b>โจทย์ให้หา</b></p> <p>ขายเสื้อได้อย่างน้อยกี่</p> <p><b>วิธีการ</b></p> <p>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เสื้อที่ขายได้เป็น <math>x</math> ตัว</li> <li>2. เสื้อที่เหลือเป็น <math>9,000 - x</math></li> </ol> <p><b>สร้างสมการ</b></p> $9,000 - x < \frac{3}{5}(x)$
<p style="text-align: center;"><b>3. ชั้น D</b> <b>(What we do to find out)</b> ดำเนินการตามกระบวนการ</p>	<p><b>วิธีทำ</b></p> $9,000 - x < \frac{3}{5}(x)$ $9,000 - x + x < \frac{3x}{5} + x$ $9,000 < \frac{3x}{5} + \frac{5x}{5}$ $9,000 < \frac{8x}{5}$ $9,000(5) < \frac{8x}{5}(5)$ $45,000 < 8x$ $\frac{45,000}{8} < \frac{8x}{8}$ $5,625 < x$

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบ อย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b> ขายเสื้อได้อย่างน้อย 5,626 ตัว</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา ดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้เสื้อที่ขายได้เป็น <math>x</math> ตัว</li> <li>- เสื้อที่เหลือจึงเป็น <math>x+1</math></li> <li>- สามในห้าของเสื้อที่ขายไปเป็น <math>\frac{3}{5}(x)</math></li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เสื้อเหลือไม่ถึงสามในห้าของที่ขายไปเขียนเป็นอสมการได้ดังนี้</li> </ul> $9,000 - x < \frac{3}{5}(x)$ <p><b>3. แสดงวิธีการแก้อสมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้อสมการได้ค่า <math>5,625 &lt; x</math> แสดงว่าร้านขายเสื้อได้มากกว่า 5,625 ตัว นั่นคือ ขายเสื้อได้อย่างน้อย 5,626 ตัว</p>
--	---

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ครูทบทวนสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องกับเครื่องหมายอสมการ (K) ดังนี้

- เครื่องหมาย  $<$  ใช้แทน “น้อยกว่า” “ไม่ถึง”
- เครื่องหมาย  $\leq$  ใช้แทน “ไม่เกิน” “ไม่น้อยกว่า” “อย่างมาก”
- เครื่องหมาย  $>$  ใช้แทน “มากกว่า” “เกิน”
- เครื่องหมาย  $\geq$  ใช้แทน “ไม่ต่ำกว่า” “อย่างน้อย”
- เครื่องหมาย  $\neq$  ใช้แทน “ไม่เท่ากับ”

1.2 ครูทบทวนวิธีการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (K) โดยให้นักเรียนร่วมกัน

อธิบาย

1.3 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

1.4 ครูทบทวนแผนผัง K-W-D-L โดยนักเรียนร่วมกันบอกความหมายของอักษรแต่ละ

ตัว ดังนี้ (K)

K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

W(What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ว่าเป็นอะไรและมี

วิธีการอย่างไร



D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องดำเนินการอย่างไรเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

L (What we learned) อะไรที่นักเรียนสรุปได้เป็นความรู้

### ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 ตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 3 โดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์จากตัวอย่างตามลำดับ (K)

2.2 นักเรียนร่วมกันอ่านวิเคราะห์โจทย์ (K) และครูถามนักเรียน ดังนี้

- โจทย์บอกอะไรบ้างแล้วครูเขียนลงในแผนผัง K-W-D-L ในขั้น K
- โจทย์ให้หาอะไรแล้ว นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้แล้วสร้างอสมการโดยครูเป็นผู้ชี้แนะเมื่อนักเรียนทำไม่ถูกแล้วครูเขียนลงในแผนผัง K-W-D-L ในขั้น W

2.3 นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันแสดงวิธีทำ ( $P_1, P_2$ ) โดยครูเป็นผู้เขียนลงในแผนผัง K-W-D-L ในขั้น D

2.4 ครูเขียนคำตอบที่ได้และให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาคำตอบลงในแผนผัง K-W-D-L ในขั้น L (K,  $P_1, P_2$ )

### ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาอสมการ

3.1 ครูแจกแบบฝึกหัด เรื่องโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่า (<) ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามแผนผัง K-W-D-L (K,  $P_1, P_2$ )

3.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วส่ง ( $A_1, A_2$ )

### ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยเทคนิค K-W-D-L (K) ดังนี้

ขั้นที่ 1 K สิ่งที่โจทย์บอก

ขั้นที่ 2 W โจทย์ต้องการรู้อะไรและมีวิธีการโดยกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้แล้วสร้างอสมการ

ขั้นที่ 3 D แก้อสมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 L วิธีคิดการแก้ปัญหา

1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา
2. ระบุเครื่องหมายน้อยกว่า (<) เมื่อพบประโยค “น้อยกว่า” “ไม่ถึง” ในโจทย์แล้วเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ
3. แสดงวิธีทำแก้อสมการโดยใช้สมบัติการไม่เท่ากันของการบวก การลบ การคูณ และการหาร แล้วนำค่าที่ได้มาพิจารณาหาคำตอบ

4.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วส่งครู ( $A_1, A_2$ )

4.3 ครูประเมินผลการเรียนรู้จาก การตรวจแบบฝึกหัด

## 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2
2. แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2
3. หนังสือชุดกิจกรรมพัฒนาการคิดวิเคราะห์คณิตศาสตร์
4. <http://www.bangkapi.ac.th>
5. <http://edltv.thai.net>
6. <http://www.Kruduangporn.com/test33101.htm>
7. <http://www.sahavicha.com>
8. <http://www.school.obec.go.th>
9. <http://www.thepun.ac.th>
10. [http://202.143.159.117/learnsquare/courses/1/Unit15\\_11.htm](http://202.143.159.117/learnsquare/courses/1/Unit15_11.htm)

## 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัดและประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	ปฏิบัติกิจกรรมได้ ถูกต้องอย่างน้อย ร้อยละ 80
ด้านทักษะ/กระบวนการ	ตรวจแบบฝึกหัด อภิปรายผล การสังเกต	แบบฝึกหัด	ปฏิบัติกิจกรรมได้ ถูกต้องอย่างน้อย ร้อยละ 80
ด้านคุณลักษณะ ที่พึงประสงค์	สังเกตการร่วมกิจกรรม	แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	พฤติกรรมผ่านเกณฑ์ ระดับคุณภาพดี

**9. บันทึกผลหลังการสอน**

**ผลการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ .....

(นางสุจิตรา ศรีสละ)

## แบบประเมินทักษะ/กระบวนการ

คำชี้แจง ให้ผู้สอนตรวจแบบฝึกหัดโดยให้ระดับคะแนนลงในตาราง

เลขที่	ชื่อ - สกุล	การแก้ปัญหา				การสื่อสาร
		K	W	D	รวม	L
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน  
(นางสุจิตรา ศรีสละ)

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
<b>K</b> (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้บางส่วน
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
<b>W</b> (What we want to know) 1. เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ โจทย์ให้	3	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้เกือบสมบูรณ์ (กำหนดได้ครบแต่มีผิดเล็กน้อย)
	1	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้บางส่วน (กำหนดไม่ครบแต่ถูกต้อง)
	0	ไม่กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้หรือ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
3. สร้างสมการ	1	เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็น สมการได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสมการหรือเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ กำหนดให้เป็นสมการผิด
<b>D</b> (What we do to find out)	3	แสดงวิธีหาคำถามได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	แสดงวิธีหาคำถามผิดพลาดเล็กน้อยเกือบสมบูรณ์
	1	แสดงวิธีหาคำถามผิดพลาดบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีทำ

## เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
<b>L(What we learned)</b>		
อธิบายคำตอบ	2	เขียนอธิบายคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายคำตอบได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
อธิบายกระบวนการคิด	3	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้สมบูรณ์
	2	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้เกือบสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิด

## แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างเรียน  
โดยให้ระดับคะแนนลงในตารางที่ตรงกับพฤติกรรมของผู้เรียน

ที่	ชื่อ - สกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์						รวมคะแนน	ผลการประเมิน
		มีระเบียบวินัย			มีความรับผิดชอบ				
		3	2	1	3	2	1		
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน  
(นางสุจิตรา ศรีสละ)

### เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คุณลักษณะด้าน	ระดับคะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
มีระเบียบวินัย	3 (ดีมาก)	- สมุดและแบบฝึกหัด สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ทุกครั้ง
	2 (ดี)	- สมุดและแบบฝึกหัด ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้เป็นส่วนใหญ่
	1 (พอใช้)	- สมุดและแบบฝึกหัด ไม่ค่อยสะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้เป็นบางครั้ง ต้อง แนะนำ
มีความรับผิดชอบ	3 (ดีมาก)	- ส่งงานก่อนหรือตรงเวลาที่กำหนดทุกครั้ง - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็น นิสัย และแนะนำชักชวนเพื่อนให้ปฏิบัติได้
	2 (ดี)	- ส่งงานตรงเวลาที่กำหนดเป็นส่วนใหญ่ - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็น นิสัย
	1 (พอใช้)	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องได้รับการชี้แนะ แนะนำและตักเตือน













**เฉลยแบบฝึกหัด**

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำลงแผนผัง K-W-D-L

1. แม่ค้าตั้งราคาขายส้มแพงกว่าเงาะ 10 บาท และอุนราคาเป็นสามเท่าของเงาะ ถ้าราคาเงาะ ส้มและอุนรวมกันถูกกว่า 120 บาท จงหาว่าแม่ค้าตั้งราคาขายอุนไม่เกินกี่บาท

<p><b>1. ชั้น K</b> <b>(What we know)</b> โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p><b>โจทย์บอก</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ส้มแพงกว่าเงาะ 10 บาท</li> <li>2. อุนราคาเป็นสามเท่าของเงาะ</li> </ol> <p>ส้มและอุนราคา รวมถูกกว่า 120 บาท</p>
<p><b>2. ชั้น W</b> <b>(What we want to know)</b> โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p><b>โจทย์ให้หา</b> แม่ค้าตั้งราคาขายอุนไม่เกินกี่บาท</p> <p><b>วิธีการ</b> กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เงาะราคา <math>x</math> บาท</li> <li>2. ส้มราคา <math>x+10</math> บาท</li> <li>3. อุนราคา <math>3x</math> บาท</li> </ol> <p><b>สร้างสมการ</b> <math>x+x+10+3x &lt; 120</math></p>
<p><b>3. ชั้น D</b> <b>(What we do to find out)</b> ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p><b>วิธีทำ</b></p> $x+x+10+3x < 120$ $5x+10 < 120$ $5x+10-10 < 120-10$ $5x < 110$ $\frac{5x}{5} < \frac{110}{5}$ $x < 22$

<p style="text-align: center;">4. ชั้น L (What we learned) คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b>        อนุรักษ์ราคาไม่เกิน 66 บาท</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้เงาะราคา <math>x</math> บาท</li> <li>- ส้มราคาแพงกว่าเงาะ 10 บาท ดังนั้นส้มราคาเป็น <math>x+10</math> บาท</li> <li>- อนุรักษ์ราคาเป็นสามเท่าของเงาะ ดังนั้นอนุรักษ์ราคา เป็น <math>3x</math> บาท</li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เงาะ ส้มและอนุรักษ์ราคารวมถูกกว่า 120 บาท เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>x+x+10+3x \leq 120</math></li> </ul> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้สมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x &lt; 22</math> แสดงว่าอนุรักษ์ราคา</p> $3x = 3(22)$ $= 66$ <p>นั่นคือ อนุรักษ์ราคาไม่เกิน 66 บาท</p>
--	--

2. ถ้าผลบวกของจำนวนเต็มคู่สามจำนวน ซึ่งมีค่าเรียงกันน้อยกว่า 480 จำนวนกลางมีค่าน้อยกว่าเท่าไร

<p>1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p>โจทย์บอก ผลบวกของจำนวนเต็มคู่สามจำนวน ซึ่งมีค่าเรียงกันน้อยกว่า 480</p>
<p>2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p>โจทย์ให้หา จำนวนกลางมีค่าน้อยกว่าเท่าไร วิธีการ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้ 1. จำนวนเต็มคู่จำนวนน้อยเป็น <math>x</math> 2. จำนวนเต็มคู่จำนวนกลางเป็น <math>x+2</math> 3. จำนวนเต็มคู่จำนวนมากเป็น <math>x+4</math> สร้างสมการ <math>x+x+2+x+4 &lt; 480</math></p>
<p>3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p>วิธีทำ <math>x+x+2+x+4 &lt; 480</math> <math>3x+6 &lt; 480</math> <math>3x+6-6 &lt; 480-6</math> <math>3x &lt; 474</math> <math>\frac{3x}{3} &lt; \frac{474}{3}</math> <math>x &lt; 158</math></p>

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b></p> <p style="text-align: center;"><b>(What we learned)</b></p> <p style="text-align: center;">คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>จำนวนเต็มคู่จำนวนกลางมีค่าน้อยกว่า 160 บาท</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้จำนวนเต็มคู่จำนวนน้อยเป็น <math>x</math></li> <li>- จำนวนเต็มคู่จำนวนกลางเป็น <math>x+2</math></li> <li>- จำนวนเต็มคู่จำนวนมากเป็น <math>x+4</math></li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ผลบวกของจำนวนเต็มคู่สามจำนวน ซึ่งมีค่าเรียงกันน้อยกว่า 480</li> </ul> <p>เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>x+x+2+x+4 \leq 480</math></p> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้สมการโดยใช้สมบัติของอสมการ ดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x &lt; 158</math> แสดงว่าจำนวนกลางเป็น</p> $x+2 = 158+2$ $= 160$ <p>นั่นคือ จำนวนเต็มคู่จำนวนกลางมีค่าน้อยกว่า 160 บาท</p>
--	--



## กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### แบบทดสอบเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

#### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบ

1.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L

2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 15 คะแนน ดังนี้

2.1 ข้อที่ 1

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่าได้

ระดับการวัด การนำไปใช้

2.2 ข้อที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับได้

ระดับการวัด การนำไปใช้

2.3 ข้อที่ 3

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายมากกว่าได้

ระดับการวัด การนำไปใช้

2.4 ข้อที่ 4

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับได้

ระดับการวัด การนำไปใช้

2.5 ข้อที่ 5

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเครื่องหมายไม่เท่ากับได้

ระดับการวัด การนำไปใช้

3. วิธีการตรวจให้คะแนนแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบในขั้น K-W-D (10 คะแนน) มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
<b>K</b> (What we know)	2	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้บางส่วน
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
<b>W</b> (What we want to know) 1. เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้	1	เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือ เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ โจทย์ให้	3	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้เกือบสมบูรณ์ (กำหนดได้ครบแต่มีผิดเล็กน้อย)
	1	กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ได้บางส่วน (กำหนดไม่ครบแต่ถูกต้อง)
	0	ไม่กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้หรือ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ผิด
3. สร้างสมการ	1	เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็น สมการได้ถูกต้อง
	0	ไม่เขียนสมการหรือเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ กำหนดให้เป็นสมการผิด
<b>D</b> (What we do to find out)	3	แสดงวิธีทำคำนวณได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	แสดงวิธีทำมีการคำนวณผิดพลาดเล็กน้อยเกือบ สมบูรณ์
	1	แสดงวิธีทำมีการคำนวณผิดพลาดบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีทำ

3.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบในชั้น L (5 คะแนน) มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การประเมิน
L(What we learned)		
อธิบายคำตอบ	2	เขียนอธิบายคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายคำตอบได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
อธิบายกระบวนการคิด	3	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้สมบูรณ์
	2	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดเป็นลำดับขั้นตอนได้เกือบสมบูรณ์
	1	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิดได้บางส่วน
	0	เขียนอธิบายขั้นตอนกระบวนการคิด

4. เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง



<p><b>4. ชั้น L</b></p> <p><b>(What we learned)</b></p> <p>คำตอบที่ได้ และคิด</p> <p>คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>.....</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			



<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	ตอบ
	.....
	วิธีคิด
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....
	.....

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			





<b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> <b>คำตอบที่ได้ และคิด</b> <b>คำตอบอย่างไร</b>	<b>ตอบ</b> .....
	<b>วิธีคิด</b> .....

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			







<p><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> <b>คำตอบที่ได้ และคิด</b> <b>คำตอบอย่างไร</b></p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>.....</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	---

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

### เฉลยแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. แदनมีเงินเก็บอยู่จำนวนหนึ่ง และพี่ชายให้เงินอีกสามเท่าของเงินที่แदनมีอยู่ วันต่อมา แदनนำเงินไปจ่ายค่าน้ำเป็นเงิน 105 บาทและซื้อแตงโม 20 บาท เมื่อกลับถึงบ้านแदनนับเงินที่เหลือปรากฏว่า มีเงินเหลือไม่ถึง 35 บาท จงหาว่าเดิมแदनมีเงินเก็บอยู่อย่างมากที่สุดกี่บาท (ตอบเป็นจำนวนเต็มบวก)

<p><b>1. ชั้น K</b> <b>(What we know)</b> โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p><b>โจทย์บอก</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. พี่ชายให้เงินสามเท่าของที่มีอยู่</li> <li>2. จ่ายค่าน้ำ 105 บาท</li> <li>3. จ่ายค่าผลไม้ 20 บาท</li> <li>4. แदनเหลือเงินไม่ถึง 35 บาท</li> </ol>
<p><b>2. ชั้น W</b> <b>(What we want to know)</b> โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p><b>โจทย์ให้หา</b> เดิมแदनมีเงินอย่างมากที่สุดเท่าไร</p> <p><b>วิธีการ</b> กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เดิมแदनมีเงินเป็น <math>x</math> บาท</li> <li>2. พี่ชายให้อีกเป็น <math>3x</math> บาท</li> </ol> <p><b>สร้างสมการ</b></p> $x+3x-105-20 < 35$
<p><b>3. ชั้น D</b> <b>(What we do to find out)</b> ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p><b>วิธีทำ</b></p> $x+3x-105-20 < 35$ $4x-125 < 35$ $4x-125+125 < 35+125$ $4x < 160$ $\frac{4x}{4} < \frac{160}{4}$ $x < 40$

<p>4. ชั้น L</p> <p>(What we learned)</p> <p>คำตอบที่ได้ และคิด</p> <p>คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>เดิมนั้นมีเงินอย่างมากที่สุด 39 บาท</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้เดิมนั้นมีเงินเป็น <math>x</math> บาท</li> <li>- พี่ชายให้เงินสามเท่าของที่มีอยู่เป็น <math>3x</math> บาท</li> <li>- เดิมนั้นมีเงินทั้งหมดเป็น <math>x+3x</math></li> </ul> <p>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นำเงินไปจ่ายค่าน้ำเป็นเงิน 105 บาทและจ่ายค่าผลไม้ 20 บาท ทำให้เดิมนั้นเหลือเงินไม่ถึง 35 บาท เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้</li> </ul> $x+3x-105-20 \leq 35$ <p>3. แสดงวิธีทำการแก้สมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x &lt; 40</math> แสดงว่าเดิมนั้นมีเงินน้อยกว่า 40 บาท นั่นคือ เดิมนั้นมีเงินอย่างมากที่สุด 39 บาท</p>
---	---

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

2. อ้อมมีธนบัตรห้าสิบบาทจำนวนมากกว่าธนบัตรยี่สิบบาทอยู่ 10 ฉบับ โดยธนบัตรห้าสิบบาทมีมูลค่ามากกว่าธนบัตรยี่สิบบาทไม่เกิน 1,010 บาท จงหาว่าอ้อมมีธนบัตรยี่สิบบาทเป็นจำนวนอย่างมากที่สุดกี่ฉบับ

<p><b>1. ชั้น K</b> <b>(What we know)</b> โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p><b>โจทย์บอก</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.ธนบัตรห้าสิบบาทจำนวนมากกว่าธนบัตรยี่สิบบาท 10 ฉบับ</li> <li>2.ธนบัตรห้าสิบบาทมูลค่ามากกว่าธนบัตรยี่สิบบาทไม่เกิน 1,010 บาท</li> </ol>
<p><b>2. ชั้น W</b> <b>(What we want to know)</b> โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p><b>โจทย์ให้หา</b></p> <p>ธนบัตรยี่สิบบาทอย่างมากที่สุดกี่ฉบับ</p> <p><b>วิธีการ</b></p> <p>กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ธนบัตรยี่สิบบาท x ฉบับ</li> <li>2. มูลค่าธนบัตรยี่สิบบาท 20x บาท</li> <li>3. ธนบัตรห้าสิบบาท x+10 ฉบับ</li> <li>4. มูลค่าธนบัตรห้าสิบบาท 50(x+10)</li> </ol> <p><b>สร้างสมการ</b></p> $50(x+10) - 20x \leq 1,010$
<p><b>3. ชั้น D</b> <b>(What we do to find out)</b> ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p><b>วิธีทำ</b></p> $50(x+10) - 20x \leq 1,010$ $50x + 500 - 20x \leq 1,010$ $30x + 500 \leq 1,010$ $30x + 500 - 500 \leq 1,010 - 500$ $30x \leq 510$ $\frac{30x}{30} \leq \frac{510}{30}$ $x \leq 17$



<p><b>4. ชั้น L</b></p> <p><b>(What we learned)</b></p> <p>คำตอบที่ได้ และคิดคำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>ธนบัตรยี่สิบบาทอย่างมากที่สุด 17 ฉบับ</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้ธนบัตรยี่สิบบาท <math>x</math> ฉบับ</li> <li>- ถ้าธนบัตรยี่สิบบาท <math>x</math> ฉบับ ดังนั้นมูลค่าธนบัตรยี่สิบบาทเป็น <math>20x</math> บาท</li> <li>- ธนบัตรห้าสิบบาทจำนวนมากกว่าธนบัตรยี่สิบบาท 10 ฉบับ ดังนั้นธนบัตรห้าสิบบาทมีจำนวน <math>x+10</math> ฉบับ</li> <li>- ถ้าธนบัตรห้าสิบบาทมี <math>x+10</math> ฉบับ ดังนั้นมูลค่าธนบัตรห้าสิบบาทเป็น <math>50(x+10)</math> บาท</li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <p>ธนบัตรห้าสิบบาทมากกว่าธนบัตรยี่สิบบาทไม่เกิน 1,010 บาท เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>50(x+10) - 20x \leq 1,010</math></p> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้อสมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้อสมการได้ค่า <math>x \leq 17</math> แสดงว่าธนบัตรยี่สิบบาทมีน้อยกว่าหรือเท่ากับ 17ฉบับ นั่นคือ ธนบัตรยี่สิบบาทอย่างมากที่สุด 17 ฉบับ</p>
---	---

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

3. จำนวนเต็มคี่สามจำนวน ซึ่งมีค่าเรียงกัน ถ้าห้าเท่าของจำนวนคี่ที่มีค่ามากกว่าสามเท่าของจำนวนคี่ที่มีค่าน้อยมากกว่า 270 จงหาว่าจำนวนคี่น้อยมีค่าที่เป็นไปได้มากกว่าเท่าไร

<p>1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p>โจทย์บอก</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จำนวนคี่สามจำนวนซึ่งมีค่าเรียงกัน</li> <li>ห้าเท่าของจำนวนมากกว่าสามเท่าของจำนวนน้อยกว่า 270</li> </ol>
<p>2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p>โจทย์ให้หา จำนวนคี่น้อยมีค่าที่เป็นไปได้มากกว่าเท่าไร</p> <p>วิธีการ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>จำนวนน้อยเป็น <math>x</math></li> <li>จำนวนกลางเป็น <math>x+2</math></li> <li>จำนวนมากเป็น <math>x+4</math></li> </ol> <p>สร้างสมการ</p> $5(x+4)-3x > 270$
<p>3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p>วิธีทำ</p> $5(x+4)-3x > 270$ $5x+20-3x > 270$ $2x+20-20 > 270-20$ $2x > 250$ $\frac{2x}{2} > \frac{250}{2}$ $x > 125$

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b></p> <p style="text-align: center;"><b>(What we learned)</b></p> <p style="text-align: center;">คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b></p> <p>จำนวนคี่น้อยมีค่าที่เป็นไปได้มากกว่า 125</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้จำนวนคี่ที่น้อยสุดเป็น <math>x</math></li> <li>- จำนวนคี่ถัดไปจำนวนกลางเป็น <math>x+2</math></li> <li>- จำนวนคี่ถัดไปจำนวนมากเป็น <math>x+4</math></li> <li>- ห้าเท่าของจำนวนมากเป็น <math>5(x+4)</math></li> <li>- สามเท่าของจำนวนน้อยเป็น <math>3x</math></li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <p>ห้าเท่าของจำนวนมากมากกว่าสามเท่าของจำนวนน้อยมากกว่า 270 เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>5(x+4) - 3x &gt; 270</math></p> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้อสมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้อสมการได้ค่า <math>x &gt; 125</math> แสดงว่าจำนวนคี่ที่มีค่าน้อยมีค่ามากกว่า 125 นั่นคือ จำนวนคี่น้อยมีค่าที่เป็นไปได้มากกว่า 125</p>
--	--

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

4. ในปี พ.ศ. 2552 อ้ม มีอายุมากกว่าอ้อม 5 ปี ซึ่งในปี พ.ศ. 2546 อายุของอ้อมไม่น้อยกว่า  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุอ้อม ในปี พ.ศ. 2560 จงหาว่า ในปี พ.ศ. 2552 อ้ม มีอายุไม่ต่ำกว่ากี่ปี

<p>1. ชั้น K (What we know) โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p>โจทย์บอก</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ปีพ.ศ.2552 อายุของอ้อมมากกว่าอายุของอ้อม 5 ปี</li> <li>ปีพ.ศ.2546 อายุของอ้อมไม่น้อยกว่า <math>\frac{3}{5}</math> เท่าของอายุอ้อม ในปี พ.ศ. 2560</li> </ol>
<p>2. ชั้น W (What we want to know) โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p>โจทย์ให้หา ปีพ.ศ.2552 อ้อมมีอายุไม่ต่ำกว่ากี่ปี</p> <p>วิธีการ กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ปีพ.ศ.2552 อ้อมอายุ <math>x</math> ปี</li> <li>ปีพ.ศ.2552 อ้อมอายุ <math>x+5</math> ปี</li> <li>ปีพ.ศ.2546 อ้อมอายุ <math>x-5</math> ปี</li> <li>ปีพ.ศ.2560 อ้อมอายุ <math>x+13</math> ปี</li> </ol> <p>สร้างสมการ</p> $x-5 \geq \frac{3}{5}(x+13)$
<p>3. ชั้น D (What we do to find out) ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p>วิธีทำ</p> $x-5 \geq \frac{3}{5}(x+13)$ $5(x-5) \geq 5\left(\frac{3}{5}(x+13)\right)$ $5x-25 \geq 3x+39$ $5x-25-3x \geq 3x+39-3x$ $2x-25+25 \geq 39+25$ $2x \geq 64$ $\frac{2x}{2} \geq \frac{64}{2}$ $x \geq 32$

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b> ปีพ.ศ.2552 อัมอายุไม่ต่ำกว่า 37 ปี</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้ปีพ.ศ.2552 อัมอายุ <math>x</math> ปี</li> <li>- ปีพ.ศ.2552 อายุของอัมมากกว่าอายุของอุม 5 ปี ดังนั้นอัมอายุเป็น <math>x+5</math> ปี</li> <li>- เนื่องจากปีพ.ศ.2552 อัมมีอายุ <math>x</math> ปี ดังนั้น ปี 2546 อัมอายุ <math>x-5</math> ปี</li> <li>- เนื่องจากปีพ.ศ.2552 อัมมีอายุ <math>x+5</math> ปี ดังนั้น ปีพ.ศ.2560 อัมมีอายุ <math>x+13</math> ปี</li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b></p> <p>ปี พ.ศ. 2546 อายุของอัมไม่น้อยกว่า <math>\frac{3}{5}</math> เท่าของอายุอัม ในปีพ.ศ. 2560</p> <p>เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>x-5 \geq (x+13)</math></p> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้อสมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการลบไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการคูณไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้อสมการได้ค่า <math>x \geq 32</math> แสดงว่าปีพ.ศ.2552 อัมอายุมากกว่าหรือเท่ากับ 32 ปี ดังนั้นปีพ.ศ.2552 อัมอายุ</p> $x+5 = 32+5 \text{ ปี}$ $= 37$ <p>นั่นคือ ปีพ.ศ.2552 อัมมีอายุไม่ต่ำกว่า 37 ปี</p>
--	--

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

5. ถ้าร้านขายรองเท้าแห่งหนึ่งซื้อรองเท้าสองแบบ โดยซื้อรองเท้าแบบที่สองเป็นจำนวนสามเท่าของแบบแรกแต่พบว่ารองเท้าแบบแรกชำรุด 5 คู่ และรองเท้าแบบที่สองชำรุด 10 คู่ ต่อมาทางร้านได้ขายรองเท้าแบบแรกคู่ละ 120 บาท และรองเท้าแบบที่สองคู่ละ 175 บาท จากการขายรองเท้าทั้งสองแบบได้เงินรวมไม่เท่ากับ 4,735 บาท จงหาว่าร้านขายรองเท้าเหลือรองเท้าแบบแรกกี่คู่

<p style="text-align: center;"><b>1. ชั้น K</b> <b>(What we know)</b> โจทย์บอกอะไรบ้าง</p>	<p><b>โจทย์บอก</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ซื้อรองเท้าแบบที่สองเป็นจำนวนสามเท่าของแบบแรก</li> <li>2. รองเท้าแบบแรกชำรุด 5 คู่</li> <li>3. รองเท้าแบบสองชำรุด 10 คู่</li> <li>4. ขายรองเท้าแบบแรกคู่ละ 120 บาท</li> <li>5. ขายรองเท้าแบบที่สองคู่ละ 175 บาท</li> <li>6. ขายรองเท้าได้เงินรวมไม่เท่ากับ 4,735 บาท</li> </ol>
<p style="text-align: center;"><b>2. ชั้น W</b> <b>(What we want to know)</b> โจทย์ให้หาอะไร / มีวิธีการอย่างไรใช้ วิธีอะไรได้บ้าง</p>	<p><b>โจทย์ให้หา</b> เหลือรองเท้าแบบแรกกี่คู่</p> <p><b>วิธีการ</b> กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. รองเท้าแบบแรก <math>x</math> คู่</li> <li>2. รองเท้าแบบที่สอง <math>3x</math> คู่</li> <li>3. เหลือรองเท้าแบบแรก <math>x-7</math> คู่</li> <li>4. เหลือรองเท้าแบบสอง <math>3x-5</math> คู่</li> <li>5. ขายรองเท้าแบบแรก <math>120(x-7)</math></li> <li>6. ขายรองเท้าแบบสอง <math>175(3x-5)</math></li> </ol> <p><b>สร้างสมการ</b></p> $120(x-7)+175(3x-5) \neq 4,735$
<p style="text-align: center;"><b>3. ชั้น D</b> <b>(What we do to find out)</b> ดำเนินการตาม กระบวนการ</p>	<p><b>วิธีทำ</b></p> $120(x-7)+175(3x-5) \neq 4,735$ $120x-840+525x-875 \neq 4,735$ $645x - 1,715 \neq 4,735$ $645x-1,715+1,715 \neq 4,735 +1,715$ $\frac{645x}{645} \neq \frac{6,450}{645}$ $x \neq 10$

<p style="text-align: center;"><b>4. ชั้น L</b> <b>(What we learned)</b> คำตอบที่ได้ และคิด คำตอบอย่างไร</p>	<p><b>ตอบ</b> เหล็กรองเท้าแบบแรก <math>\neq 3</math> คู่</p> <p><b>วิธีคิด</b></p> <p><b>1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- กำหนดให้รองเท้าแบบแรกเป็น <math>x</math> คู่</li> <li>- ถ้าแบบแรก <math>x</math> คู่ ดังนั้นซื้อรองเท้าแบบที่สองจำนวนสองเท่าของแบบแรกเป็น <math>3x</math> คู่</li> <li>- ถ้ารองเท้าแบบแรกซื้อมา 5 คู่ ดังนั้นเหล็กรองเท้าแบบแรก <math>x-7</math> คู่</li> <li>- รองเท้าแบบสองซื้อมา 10 คู่ ดังนั้นเหล็กรองเท้าแบบที่สอง <math>3x-5</math> คู่</li> <li>- เหล็กรองเท้าแบบแรก <math>x-7</math> คู่ ดังนั้นขายรองเท้าแบบแรกคู่ละ 120 บาท เป็น <math>120(x-7)</math></li> <li>- ถ้าเหล็กรองเท้าแบบที่สอง <math>3x-5</math> คู่ ดังนั้นขายรองเท้าแบบสองคู่ละ 175 บาท เป็น <math>175(3x-5)</math></li> </ul> <p><b>2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นอสมการ</b> ขายรองเท้าได้เงินรวมไม่เท่ากับ 4,735 บาท เขียนเป็นอสมการได้ดังนี้ <math>120(x-7)+175(3x-5) \neq 4,735</math></p> <p><b>3. แสดงวิธีทำการแก้สมการโดยใช้สมบัติของอสมการดังนี้</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สมบัติการบวกไม่เท่ากัน</li> <li>- สมบัติการหารไม่เท่ากัน</li> </ul> <p>จากการแก้สมการได้ค่า <math>x \neq 10</math> แสดงว่ารองเท้าแบบแรกมีไม่เท่ากับ 10 คู่ ดังนั้นเหล็กรองเท้าแบบแรก</p> $x-7 = 10 - 7$ $= 3$ <p>นั่นคือ เหล็กรองเท้าแบบแรก <math>\neq 3</math> คู่</p>
--	--

คะแนน			
ความสามารถในการแก้ปัญหา		ความสามารถในการสื่อสาร	
ชั้น K		ชั้น L	
ชั้น W			
ชั้น D			
รวม			

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อาจารย์ไพโรจน์ นวมนุ้ม

อาจารย์

คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อาจารย์สุรัช อินทสังข์

อาจารย์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยรามคำแหง

อาจารย์ฉัญสิณี ฐานา

ครู คศ. 3

โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า

กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

## ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสุจิตรา ศรีสละ
วันเดือนปีเกิด	30 เมษายน 2519
สถานที่เกิด	จังหวัดอุบลราชธานี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	19/31 หมู่ 11 หมู่บ้านพนาสนธิ์การ์เด็นโฮม 2 แขวงโคกแฝด เขตหนองจอก กรุงเทพฯ 10530
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาการมัธยมศึกษา เขต 2
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2537	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนปทุมพิทยาคม
พ.ศ. 2542	ศึกษาศาสตร์บัณฑิต (ศษ.บ.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2554	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ