

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2556

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2556

วรารุช บุตรรัตน์. (2556). ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินท์งานพิมพ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสชะโร.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. (3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน จำนวน 40 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอนทั้งหมด 17 ชั่วโมง เมื่อสิ้นสุดการสอนแล้วผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น (2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

INSTRUCTIONAL ACTIVITY PACKAGE ON CONIC SECTIONS BY USING C.a.R.
PROGRAM FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of Requirement for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

May 2013

Waravut Butrat. (2013). *Instructional Activity Package on Conic Sections by Using C.a.R. Program for Mathayomsuksa IV Students*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
Advisor Committee: Dr. Sayun Sotaro.

The purposes of this study were (1) to construct instructional activity package on conic sections by using C.a.R. software. (2) to determine the effect of such activity package in terms of students' achievement, and (3) to evaluate the students' attitude toward instructional activity package.

The study was conducted during the second semester of the 2012 academic year with Mathayomsuksa IV students at Krasungpittayakom School in Amphor Krasung, Buriram Province. The experiment group with 40 students was using multi-stage sampling approach and an instructional activity package was designed to teach by researcher. The researcher taught them a total of 17 hours. At the end of the instruction, an achievement test was given to measure their performance on conic sections. To find out their preference toward this kind of instruction activity package a questionnaire involving their attitude was also given to each student in the experimental group.

The results showed that (1) more than 60% of the experimental groups passed the instruction at .01 level of significant. In sum, Mathayomsuksa IV students have ability to learn on conic sections by the instructional activity package on conic sections by using C.a.R. program as designed by the researcher. And (2) the scores on questionnaire involving their attitude showed an average satisfaction of the experimental group toward this instructional at a high level.

ปริญญาานิพนธ์
เรื่อง
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
วราวุธ บุตรรัตน์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณะบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่ เดือน พ.ศ. 2556

คณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสชะโร)

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสชะโร)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.กาญจนา สุจินะพงษ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดี
ยิ่งจาก อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสชะโร ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ อาจารย์ชัญชัย ภูอุดม
ผศ.ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร และอาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย ซึ่งทั้งสี่ท่านได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์
ช่วยเหลือ พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจ
แก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย ที่กรุณาเป็นประธานกรรมการสอบ
ปากเปล่า และอาจารย์ ดร.กาญจนา สุจินะพงษ์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า รวมทั้งให้
ข้อคิดที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและ
ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้รับความกรุณาจาก อาจารย์ชัญชัย ภูอุดม อาจารย์
ดร.ขวัญ เพ็ญชัย และผศ.ดวงใจ ลิ้มอำไพ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ
ในการวิจัย รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็น
อย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนกระสังพิทยาคม
ที่ได้ให้ความสะดวกต่างๆ ในระหว่างดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคมที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนสูงเนินพิทยาคม ที่ได้
ให้ความสะดวกต่างๆ สำหรับการทดลองนำร่องเพื่อพัฒนาเครื่องมือและขอขอบใจนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสูงเนินพิทยาคม ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ละเอียด บรรณชาติ ที่ท่านได้คอยสอบถามเรื่องงานวิจัยและเป็น
กำลังใจด้วยดีเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ภรรยาและบุคคลในครอบครัว รวมทั้งญาติมิตรทุกท่าน
ที่สนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอขอบคุณ พี่ เพื่อน น้องนิสิตปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ทุกคน ที่
ให้คำแนะนำและกำลังใจด้วยดีตลอดระยะเวลาในการทำวิจัยเรื่องนี้

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชา พระคุณบิดามารดา
และครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

วราวุธ บุตรรัตน์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	4
ตัวแปรที่ศึกษา	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมติฐานของการวิจัย	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	7
ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	7
ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	9
จิตวิทยาที่นำมาใช้ในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	11
องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	13
ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน	15
งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์	18
เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย	19
จุดประสงค์ของเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวย	19
งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย	20
เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต	23
เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์	23
เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต(C.a.R.)	24
งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์	26

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน	30
ความหมายของความพึงพอใจ	30
ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน	31
งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน	32
3 วิธีดำเนินการวิจัย	34
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	34
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	34
การเก็บรวบรวมข้อมูล	42
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล	43
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	45
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	52
ความมุ่งหมายของการวิจัย	52
สมมติฐานของการวิจัย	52
วิธีดำเนินการวิจัย	52
สรุปผลการวิจัย	54
อภิปรายผล	55
ข้อเสนอแนะ	57
บรรณานุกรม	59
ภาคผนวก	68
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล	69
ภาคผนวก ข คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	84
ภาคผนวก ค แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	110

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก (ต่อ)	
ภาคผนวก ง บางส่วนของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	171
ภาคผนวก จ แบบทดสอบย่อยเรื่องวงกลมและวงรี หลังการเรียนชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้ที่ 2-3 และแบบ ทดสอบย่อยเรื่องพาราโบลาและไฮเพอร์โบลา หลังการเรียนชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5	201
ภาคผนวก ฉ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	204
ภาคผนวก ช เฉลยบางส่วนของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. แบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	211
ภาคผนวก ซ แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	248
ภาคผนวก ฌ รายนามผู้เชี่ยวชาญ	252
ประวัติย่อผู้วิจัย	254

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบย่อยเรื่องภาคตัดกรวยแบบ อัตนัย	38
2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องภาคตัดกรวย แบบอัตนัย	40
3 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจาก การทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	46
4 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจาก การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง	46
5 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	47
6 คำร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม	47
7 การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีจำนวนมากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด	48
8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	49
9 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย	70
10 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มนำร่อง	72
11 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และค่าความเชื่อมั่นของ แบบวัดความพึงพอใจ	74

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
12	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.ของนักเรียนกลุ่มนำร่อง สรุปรวมแต่ละด้าน	76
13	คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย และหลัง การเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	76
14	การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อยเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	78
15	การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	78
16	ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	78
17	ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน ที่ได้จากใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	79
18	คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วย ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้ โปรแกรม C.a.R.	80
19	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียน การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.	82

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ตัวอย่างสารบัญหลักของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	37
2 ตัวอย่างสารบัญย่อยของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	37
3 ตัวอย่างกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	38



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ และมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อมนุษย์ ไม่ว่าจะเป็นอดีต ปัจจุบันและอนาคต ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เนื่องจากคณิตศาสตร์มีส่วนในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถ่องแท้ รอบคอบ คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์และอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชน ที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ โดยมีการกำหนดสาระหลักที่จำเป็นต่อผู้เรียนทุกคนไว้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551: 1) ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์และความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังกล่าว เรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานทุกระดับชั้น โดยเรขาคณิตเป็นคณิตศาสตร์แขนงหนึ่ง ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมมากกว่าแขนงอื่น และเรขาคณิตเป็นพื้นฐานเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์แขนงอื่นและเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น และยังเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญในการเรียนสาขาอื่นที่ต้องเกี่ยวข้องกับงานเชิงโครงสร้าง นอกจากนี้เรขาคณิตยังช่วยพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงตรรกศาสตร์ การคิดเชิงมิติสัมพันธ์ ช่วยในการอ่าน การตีความและการอ้างเหตุผล ทำให้มีความเข้าใจสิ่งต่างๆที่อยู่รอบตัว จากที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญไม่ยิ่งหย่อนไปกว่าคณิตศาสตร์แขนงอื่นๆ แต่อย่างไรก็ตาม ทำให้มีการบรรจุวิชาเรขาคณิตไว้เป็นส่วนหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเสมอมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน (นวลศรี ชำนาญกิจ, 2549: 1)

ภาคตัดกรวยเป็นเนื้อหาหนึ่งในเรขาคณิต ซึ่งมีเนื้อหาวิชาและสูตรต่างๆ ที่จำเป็นในการเรียนรู้เป็นอย่างมากในเวลาเรียนที่จำกัด ลักษณะของกิจกรรมที่ครูผู้สอนส่วนใหญ่จะจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนปฏิบัติซึ่งยังเน้นให้ผู้เรียนท่องจำ สูตร บทนิยาม ทฤษฎีบทในหนังสือเรียนแล้วอธิบายที่มา ยกตัวอย่างสาธิตแก้โจทย์ปัญหา พร้อมทั้งบอกเทคนิควิธีการนำสิ่งที่ผู้เรียนท่องจำมาใช้ ซึ่งเป็นเพียงการบอกคณิตศาสตร์กับผู้เรียน โดยไม่เปิดโอกาสให้ได้เรียนรู้อย่างแท้จริง โดยในเรื่องภาคตัดกรวยนั้น ลักษณะของกิจกรรมที่ผู้สอนจัดให้ผู้เรียนได้แก่ การศึกษาบทนิยาม ซึ่งแสดงภาพประกอบคำอธิบายเป็นภาพหนึ่งประกอบใบความรู้และบนกระดานถึงที่มาต่างๆ ของสมการใน

เรื่องภาคตัดกรวย การเขียนกราฟบนกระดาษไม่สมมาตรตามจริงทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ง่าย ต้องใช้เวลามากในการเขียนกราฟซ้ำเติมหลาย ๆ ครั้งและไม่มี การเคลื่อนไหว ทำให้เกิดความเบื่อหน่ายไม่เกิดแรงจูงใจ กิจกรรมที่นำเสนอเพื่อหาข้อสรุปในที่สุดผู้เรียนต้องให้ครูบอกแทน การสำรวจ การสืบเสาะหาด้วยตนเอง แล้วนำข้อสรุปนั้นไปใช้อย่างไม่เข้าใจเงื่อนไขหรือผลที่ได้มา ข้อบกพร่องเหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งของผู้เรียนในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยไม่เข้าใจเท่าที่ควร (รัตมี พรหมแสลง. 2552: 1-3) โดยเนื้อหาที่สำคัญในบทเรียนประกอบด้วย วงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา ซึ่งเป็นพื้นฐานต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นที่สูงขึ้นเช่น แคลคูลัส เวกเตอร์ เป็นต้น นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในศาสตร์อื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ และ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามมาตรฐานการเรียนรู้ในเรื่องนี้ ต้องการให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจความคิดรวบยอดของภาคตัดกรวย สามารถเขียนสมการของภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดรูปกราฟให้และสามารถเขียนรูปกราฟเมื่อกำหนดสมการของภาคตัดกรวยมาให้ได้ (สสวท. 2544: 156)

จากเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังข้างต้น ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยและสอบถามจากสภาพปัญหาจริง เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวย โดยสรุปพบว่า ปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย คือนักเรียนขาดความเข้าใจในบทนิยาม รวมถึงไม่เข้าใจในความคิดรวบยอดแต่ละเรื่องของภาคตัดกรวยอย่างเพียงพอ อีกทั้งไม่สามารถเขียนสมการของภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดรูปกราฟให้ และไม่สามารถเขียนรูปกราฟเมื่อกำหนดสมการของภาคตัดกรวยมาให้ได้ นักเรียนไม่เข้าใจการเลื่อนกราฟ(ทัศนีย์ กาศะโล. 2547: 2) ครูขาดสื่อการเรียนการสอน ครูเน้นการบรรยายซึ่งไม่เอื้อต่อการให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จากสภาพปัญหาของการจัดการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยได้พยายามหาวิธีในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหา เพื่อครูผู้สอนจะได้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้นักเรียนได้เรียนรู้ โดยกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นนั้นควรเป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง และมีครูเป็นเพียงผู้ชี้แนวทางและดูแลนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม (สุภัทรา เกิดมงคล. 2550: 2) ซึ่งการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการจัดการเรียนการสอนก็เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปในบทเรียนต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น(อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 2)

ปัจจุบันความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีทำให้การจัดการเรียนการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ได้เข้ามามีบทบาทในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้น มีซอฟต์แวร์ทางคอมพิวเตอร์มากมายที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านเรขาคณิต พีชคณิต จำนวนและการดำเนินการ โดยเฉพาะในส่วนของเรขาคณิต ซึ่งซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิตและวัดขนาดความยาวส่วนของเส้นตรง ความยาวส่วนโค้ง และมุมได้อย่างรวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอแล้วสามารถพลิก เลื่อน หมุน ย่อ ขยาย เพื่อเรียนรู้มโนทัศน์ต่างๆ ทางเรขาคณิตได้รวดเร็ว และสามารถทดลองสร้างรูปเรขาคณิตหรือกราฟ ในลักษณะต่างๆ ได้หลายครั้ง ซึ่งนำไปสู่การค้นหาลักษณะสมบัติต่างๆ ของรูปเรขาคณิต

นักเรียนสามารถสำรวจตั้งข้อคาดการณ์และสืบเสาะตรวจค้นรูปต่างๆ ในหลายลักษณะเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเองส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผลและเพิ่มพูนความรู้ ซึ่งการเรียนรู้เรขาคณิตในลักษณะดังกล่าว จะทำให้นักเรียนมองสิ่งต่างๆ รอบตัวได้อย่างมีความหมายมากขึ้น(วรรณวิภา สุทธิเกียรติ. 2542: 3-4)

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้นำซอฟต์แวร์ทางคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวกับเรขาคณิตแบบพลวัต โดยซอฟต์แวร์ดังกล่าวคือโปรแกรม C.a.R. ย่อมาจาก Compass and Ruler, Construct and Rule ซึ่งเป็นโปรแกรมซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดย เรอเน่ กรอธมันน์(Prof Dr. Rene Grothmann) ในเวอร์ชัน 11.0 ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถสร้างบทเรียนที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่างๆ รูปสามมิติ สามารถเลื่อน หมุน ย่อ ขยาย และเคลื่อนไหวได้ รวมถึงการคำนวณสูตรทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถสืบเสาะ ค้นหา และคาดเดา และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเองได้ อีกทั้งยังคงรักษาสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปนั้นไว้ สาเหตุที่ผู้วิจัยเลือกโปรแกรม C.a.R. มาใช้ในการวิจัยเพราะเป็นโปรแกรมที่มีความสามารถในการใช้งานทางเรขาคณิตและพีชคณิต จุดเด่นของโปรแกรม C.a.R. คือ พัฒนาจากโปรแกรมภาษา JAVA สามารถแปลงเป็นแฟ้มงาน HTML ได้ แก้ไขแฟ้มงานได้ง่าย เขียนคำสั่งในโปรแกรมได้ ทั้งการคลิกเมาส์และลากเมาส์หรือการเขียนคำสั่งโดยตรง รวมถึงสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบได้ มีความสามารถทำการเคลื่อนไหวในลักษณะการสร้างภาพเคลื่อนไหวได้ (Animation) อีกทั้งยังเป็นโปรแกรมที่ได้รับอนุญาตให้ทำการเผยแพร่โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์

ด้วยความสำคัญและเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำโปรแกรม C.a.R. เข้ามาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสังเกต สำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์และสืบเสาะหาเหตุผลด้วยตนเองได้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับจากการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ได้แนวทางการพัฒนาสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับครูและบุคลากรทางการศึกษา

3. ได้แนวทางการสร้างความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอน โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มเครือข่ายมัธยมศึกษาอำเภอกระสัง สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 จังหวัดบุรีรัมย์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน(Multi-Stage Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 523 คน ซึ่งโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสะดวกของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ได้ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยใช้เวลาเรียนจำนวน 17 ชั่วโมง เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 2 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดความพึงพอใจ จำนวน 20 นาที รวมเวลาทั้งหมดที่ใช้วิจัยครั้งนี้ คือ 19 ชั่วโมง 20 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องภาคตัดกรวย ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1. บทนำ	1 ชั่วโมง
2. วงกลม	4 ชั่วโมง
3. วงรี	4 ชั่วโมง
4. พาราโบลา	4 ชั่วโมง
5. ไฮเพอร์โบลา	4 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การสอนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ตัวแปรตาม คือ

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.2 ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. โปรแกรม C.a.R. หมายถึง โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ชื่อ C.a.R. ย่อมาจาก Compass and Ruler ที่สามารถสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน ซึ่งสามารถเลื่อน หมุน ย่อ ขยาย และเคลื่อนไหวได้ รวมถึงการคำนวณสูตรทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง อีกทั้งยังคงรักษาสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปนั้นไว้

2. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

หมายถึง ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งในการเรียนแต่ละหัวข้อประกอบด้วยใบกิจกรรมและกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้เรียนจะได้ทำการสำรวจ วิเคราะห์ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์ สร้าง ตรวจสอบคำตอบ และสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองจากการทำงานที่หลากหลาย ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนั้นนักเรียนสามารถตอบสนองกับโปรแกรม C.a.R. ได้ทันทีที่นักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะมีการตอบสนองว่า Well Done ซึ่งวิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนนำความรู้ที่เคยเรียนมา ตอบคำถามกิจกรรมการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีสร้าง และชุดกิจกรรมจะมีสีสันสวยงาม สามารถยืด ย่อ ขยาย หมุน คลี่ เคลื่อนไหว ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน ตลอดจนฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ในเรื่องภาคตัดกรวยโดยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

2.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 ใบกิจกรรมสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน โดยมีการแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 5 หน่วย และในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย เนื้อหาตัวอย่าง กิจกรรม แบบฝึกหัด และแฟ้มคำสั่งภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R. ซึ่งหน่วยการเรียนรู้ในใบกิจกรรม ประกอบด้วย

1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ
2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม
3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงรี
4. หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พาราโบลา
5. หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ไฮเพอร์โบลา

2.3 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย มีทั้งหมด 5 แผน ใช้เวลาการเรียนรู้ 17 ชั่วโมง และสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการวัดผลดังนี้

3.1 การวัดผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อย มีน้ำหนักคะแนนรวมคิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนทั้งหมด ซึ่งพิจารณาจาก

3.1.1 การปฏิบัติจากใบกิจกรรม ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

3.1.2 การวัดผลจากแบบทดสอบย่อย ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

3.2 การวัดผลหลังเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีน้ำหนักคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

4. เกณฑ์ หมายถึง ค่าร้อยละ 70 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้านักเรียนได้คะแนนรวมจากการประเมินผลระหว่างเรียนและหลังเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ถือว่าผู้นั้นผ่านเกณฑ์

5. ความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. หมายถึง ความรู้สึกพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยการตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย 4 ด้านคือ ด้านเนื้อหา ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านสื่อการเรียนการสอน ด้านการวัดและประเมินผล

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- 1.1 ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.2 ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.3 จิตวิทยาที่นำมาใช้ในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.4 องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.5 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.6 งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์

2. เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย

- 2.1 เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย
- 2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย

3. เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

- 3.1 เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์
- 3.2 เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต(C.a.R.)
- 3.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์

4. เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

- 4.1 ความหมายของความพึงพอใจ
- 4.2 ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน
- 4.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

1. เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1.1 ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น ชุดการสอน ชุดการเรียน การสอน ชุดการเรียนสำเร็จรูป ชุดการสอนรายบุคคล ชุดการเรียนด้วยตนเอง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอใช้คำว่า “ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน” แทนชื่อต่างๆ ที่กล่าวข้างต้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้ต่างๆ กันดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 185) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นระบบการผลิตและการนำสื่อ การเรียนหลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน

สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อการสร้างความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหาและอีกอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจอันลึกซึ้งและป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกประการหนึ่ง สื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 212) ได้ให้ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นรายบุคคลว่า เป็นชุดกิจกรรมที่นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดกิจกรรมจะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลยและบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดกิจกรรมนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อมเพื่อที่นักเรียนจะใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้นๆ

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95) ได้ให้ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง สื่อการเรียนหลายอย่างประกอบกันจัดเข้าไว้เป็นชุด เรียกว่า สื่อประสม (Multimedia) เพื่อมุ่งให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ นอกจากจะใช้สำหรับผู้เรียนเป็นรายบุคคลแล้วยังใช้ประกอบการสอนอื่น เช่น ประกอบการบรรยาย ใช้สำหรับการเรียนเป็นกลุ่มย่อย สำหรับการเรียนเป็นกลุ่มย่อยจะจัดออกเป็นแบบศูนย์การเรียนรู้ เพื่อให้รักเรียนได้เรียนรู้หมุนเวียนเป็นกลุ่ม

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542: 27) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน คือ กิจกรรมการเรียนรู้อันได้รับการออกแบบและจัดอย่างเป็นระบบ ประกอบด้วยจุดมุ่งหมาย เนื้อหาและวัสดุอุปกรณ์ โดยกิจกรรมต่างๆ ดังกล่าว ได้รับการรวบรวมไว้เป็นระเบียบในกล่องเพื่อเตรียมไว้ให้นักเรียนได้ศึกษาจากประสบการณ์ทั้งหมด

สุธาวัฒน์ ไผ่พงศาวงศ์(2543: 52) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมคือ ชุดการเรียน หรือ ชุดการสอน ซึ่งหมายถึง สื่อการสอนที่ครูเป็นผู้สร้างประกอบด้วยวัสดุอุปกรณ์หลายชนิด และองค์ประกอบอื่น เพื่อให้ผู้เรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง เกิดจากการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ และมีการนำหลักทางจิตวิทยามาใช้ประกอบการเรียนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับความสำเร็จ

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2545: 91) ได้ให้ความหมายชุดกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง สื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (หมายถึง การใช้สื่อการสอนตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปรวมกัน) เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้ตามที่ต้องการ สื่อที่นำมาใช้ร่วมกันนี้จะช่วยเสริมประสบการณ์ซึ่งกันและกันตามลำดับขั้นที่จัดเอาไว้ ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการจะให้นักเรียนได้รับ โดยจัดเอาไว้เป็นชุดๆ บรรจุอยู่ในซอง กล่อง หรือกระเป๋า

จากการศึกษาความหมายต่างๆ ของชุดกิจกรรมผู้วิจัยได้รวบรวมและได้สรุปความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ไว้ดังนี้ ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง ระบบการผลิตโดยครูผู้สอนและการนำสื่อการเรียนหลายๆ อย่างประสมผสมผสานกันหรือเรียกว่าสื่อประสม (Multi Media) โดยจัดอย่างเป็นระบบ ประกอบด้วยจุดมุ่งหมาย เนื้อหา แบบฝึกหัดและวัสดุอุปกรณ์

ประกอบการเรียน สำหรับการเรียนรู้เป็นรายบุคคลหรือการเรียนเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้สัมฤทธิ์ผลทางการเรียนตามเป้าหมาย นักเรียนจะเรียนไปตามอัตราความสามารถและความต้องการของตนเองทำให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.2 ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคนอื่นๆ (2523: 118) ได้แบ่งชุดกิจกรรมออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้ คือ

1. ชุดกิจกรรมประกอบการบรรยาย เป็นชุดกิจกรรมที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการสอนให้ครูประกอบการสอนแบบบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทให้ครูพูดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดกิจกรรมประกอบการบรรยายมุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลง และให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ชุดกิจกรรมแบบบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรม
2. ชุดกิจกรรมแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งให้นักเรียนได้ประกอบกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน นักเรียนจะสามารถช่วยเหลือกันและกันได้เองระหว่างประกอบกิจกรรมการเรียน หากมีปัญหา นักเรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ
3. ชุดกิจกรรมเอกัตภาพหรือชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อมุ่งให้นักเรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองตามลำดับความสามารถของแต่ละคน เพื่อให้นักเรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจ และความพร้อมของนักเรียน
4. ชุดกิจกรรมทางไกล เป็นชุดกิจกรรมที่ผู้สอนกับนักเรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้นักเรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนซ่อมเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดกิจกรรมทางไกล มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช นอกจากนี้ยังมีชุดการฝึกอบรม ชุดกิจกรรมของผู้ปกครอง ชุดกิจกรรมทางไปรษณีย์

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 250-251) ได้แบ่งชุดกิจกรรมการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดกิจกรรมที่จัดให้ครูโดยเฉพาะมีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู
2. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน เป็นชุดกิจกรรมสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดชุดกิจกรรมให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดกิจกรรมนี้จะฝึกการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดกิจกรรมนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดกิจกรรมแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล โดยกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงให้นักเรียนดู หรือบางกิจกรรมนักเรียนต้องเรียนรู้ด้วยตนเอง ชุดกิจกรรมแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 174–175) ได้แบ่งชุดกิจกรรมตามลักษณะของการใช้ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดกิจกรรมสำหรับการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ชุดการเรียนสำหรับครูใช้ คือเป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับกำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบการบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้น้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนการสอนนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดกิจกรรมสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนการสอนนี้มุ่งเน้นที่ตัวนักเรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนการสอนในรูปแบบศูนย์การเรียน ชุดการเรียนการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจะต้องขอความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มต้นเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้วนักเรียนสามารถช่วยเหลือ ซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหา นักเรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้ว นักเรียนอาจจะสนใจการเรียนรู้เสริมเพื่อเจาะลึกสิ่งที่เรียนรู้ได้อีกจากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยผู้อื่น

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละคน เมื่อศึกษาครบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้า และศึกษาชุดการเรียนการสอนชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหา นักเรียนจะปรึกษากันได้ในระหว่างเรียน และผู้สอนพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทาง การเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนนี้จัดเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปจนเต็มสุดขีดความสามารถโดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น ชุดการเรียนการสอนแบบนี้บางครั้งเรียกว่าบทเรียนโมดูล

บุญเกื้อ ควรรหาเวช (2545: 94–95) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. ชุดกิจกรรมการสอนประกอบคำบรรยาย เป็นชุดการเรียนสำหรับผู้สอนจะใช้สอนนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ หรือการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้นักเรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจในเวลาเดียวกัน มุ่งในการขยายเนื้อหาสาระให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชุดการเรียนแบบนี้จะช่วยให้ผู้สอนลดการพูดให้น้อยลงและใช้สื่อการเรียนที่มีความพร้อมอยู่ในชุดการเรียนในการเสนอเนื้อหามากขึ้น สื่อที่ใช้อาจได้แก่ รูปภาพ แผนภูมิ สไลด์ ฟิล์มสคริป ภาพยนตร์ เป็นต้น ข้อสำคัญคือสื่อที่จะนำมาใช้นี้ต้องให้นักเรียนได้เห็นอย่างชัดเจนทุกคน ชุดการเรียนชนิดนี้บางคนอาจเรียกว่าชุดการเรียนสำหรับครู

2. ชุดกิจกรรมการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการสอนสำหรับให้นักเรียนเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ประมาณ 5-7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุดการสอนแต่ละชุด มุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาวิชาที่เรียนและให้นักเรียนมีโอกาสร่วมกัน ชุดการสอนชนิดนี้มักจะใช้ในการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น

3. ชุดกิจกรรมการสอนแบบรายบุคคลหรือชุดการสอนตามเอกัตภาพ เป็นชุดการสอนสำหรับเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือ นักเรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจของตนเองอาจจะเรียนที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ ส่วนมากมักจะมุ่งให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนเพิ่มเติม นักเรียนสามารถจะประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย ชุดการสอนชนิดนี้อาจจะจัดในลักษณะของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดูลก็ได้

จากการศึกษาเรื่องประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยได้ทำรวบรวมและได้สรุปประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ 3 ประเภทดังนี้ ประเภทที่ 1 ชุดกิจกรรมประกอบการบรรยาย หรือ ชุดการสอนสำหรับครู ลดบทบาทครู ใช้กิจกรรมให้มากขึ้น ประเภทที่ 2 ชุดกิจกรรมแบบกลุ่มกิจกรรมหรือชุดการสอนที่ครูและนักเรียนร่วมกันทำ แต่ละชุดกิจกรรมอาจมีกิจกรรมย่อยลงไปอีก และประเภทที่ 3 ชุดกิจกรรมแบบเอกัตภาพ หรือชุดสอนรายบุคคล โดยครูมีหน้าที่คอยแนะนำดูแลให้ความช่วยเหลือนักเรียน

สำหรับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจัดอยู่ในประเภทชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนบางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยายอธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง

1.3 จิตวิทยาที่นำมาใช้ในชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

บรูเนอร์ (สฺรารค์ ไคว้ตระกูล. 2541: 31; อ้างอิงจาก Bruner. 1960, 1966, 1971: The Relevance of Education) บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม และเขาเชื่อว่าการรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือรับรู้ขึ้นกับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้นๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็นซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ ซึ่งบรูเนอร์ได้แบ่งเครื่องมือในการค้นพบความรู้ออกเป็น 3 วิธี

1. ชั้นเอนแอคทีฟ (Enactive Mode) ซึ่งเป็นวิธีที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยการสัมผัสจับต้องด้วยมือ เช่น การพลิก การดึง รวมทั้งการที่เด็กใช้ปากกับวัตถุสิ่งของที่ถูกรอบๆ ตัว ข้อสำคัญที่สุดคือการกระทำของเด็กเอง

2. ชั้นไอคอนนิค (Iconic Mode) เมื่อเด็กสามารถที่จะสร้างจินตนาการหรือ

มโนภาพ(Imagery) ขึ้นในใจได้ ก็จะสามารถที่จะรู้จักโลกโดยวิธีไอคอนนิค เด็กวัยนี้จะใช้รูปภาพแทนของจริงโดยไม่จำเป็นจะต้องแตะต้องหรือสัมผัสของจริง นอกจากนี้เด็กจะสามารถรู้จักสิ่งของจากภาพ แม้ว่าจะมีขนาดและสีเปลี่ยนไป

3. ขั้นใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Mode) วิธีการนี้ผู้เรียนจะใช้ในการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนมีความสามารถที่จะเข้าใจในสิ่งที่เป็นามธรรม หรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรม จึงสามารถที่จะสร้างสมมติฐาน และพิสูจน์ว่าสมมติฐานถูกหรือผิดได้

ไชยยศ เรื่องสุวรรณ (2526: 199) กล่าวถึงการสร้างชุดกิจกรรมว่ามีหลักการและทฤษฎี ดังนี้

1. ทฤษฎีที่เกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ชุดกิจกรรมนี้เป็นสื่อและกิจกรรมการเรียนรู้ จัดทำขึ้นเพื่อสนองความสามารถ ความสนใจ และความต้องการของนักเรียน เป็นสำคัญ ทฤษฎีที่ว่าด้วยความแตกต่างระหว่างบุคคลจึงนำมาใช้เป็นทฤษฎีพื้นฐานในการจัดทำและใช้ชุดกิจกรรม

2. หลักการเกี่ยวกับสื่อประสมชุดกิจกรรม ซึ่งหมายถึง การใช้สื่อหลาย ๆ อย่างที่เสริมซึ่งกันและกันอย่างมีระบบ มาใช้เป็นแนวทางการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสื่อ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ ชุดกิจกรรมเป็นสื่อการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข็งขัน และได้รับข้อมูลย้อนกลับอย่างฉับพลัน อีกทั้งได้รับประโยชน์แห่งความสำเร็จหรือการเสริมแรง มีการเรียนเป็นขั้นตามความสามารถของนักเรียน

4. หลักการวิเคราะห์ระบบ ชุดกิจกรรมจัดทำโดยอาศัยวิธีวิเคราะห์ระบบมีการทดลองสอน และปรับปรุงแก้ไขจนเป็นที่น่าเชื่อถือได้ จึงนำออกใช้และเผยแพร่กิจกรรม การเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม ทั้งนี้เพื่อให้กิจกรรมการเรียนการสอนดำเนินไปอย่างสัมพันธ์กัน

นอกจากนี้การใช้ชุดกิจกรรมจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อ ได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ดังกล่าวต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรม
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุด
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

จากการศึกษาเรื่องจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการจัดทำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้ทำรวบรวมและได้สรุปแนวคิดหลักในการนำจิตวิทยาที่ควรคำนึงมาใช้ ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล ต้องจัดทำขึ้นเพื่อสนองความสามารถ ความสนใจ และความต้องการของนักเรียนเป็นสำคัญ
2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ และมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับครู

3. การเสริมแรงในทางบวกที่ทำให้นักเรียนภาคภูมิใจในสิ่งที่ได้ทำถูก แต่ไม่ควรทำบ่อยๆ เพราะจะทำให้นักเรียนมองเห็นเป็นเรื่องปกติ

1.4 องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526: 114–116) ได้กล่าวว่า ชุดกิจกรรมมีหลายประเภทต่างๆ กัน อย่างไรก็ตามก็จัดชุดกิจกรรมประเภทต่างๆ นี้ มีส่วนที่เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่คล้ายคลึงกัน 7 ประการ คือ

1. หัวเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยงานออกเป็นส่วนย่อยให้นักเรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น ซึ่งหัวเรื่องนี้ต้องตรงกับความต้องการของนักเรียนและผู้สอนอีกทั้งมีคุณค่าแก่การเรียนการสอนตามหลักสูตร

2. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม เป็นสิ่งที่จำเป็นมากซึ่งผู้ใช้ชุดกิจกรรมนั้นจะศึกษาจากคู่มือเป็นอันดับแรกดังนั้นคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมจึงประกอบด้วย

2.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียนและจำนวนนักเรียน

2.2 เนื้อหา สาระสำคัญจากรายละเอียดของเนื้อเรื่องทั้งหมด ควรจะบรรยายเนื้อหาอย่างสั้นๆ

2.3 ความคิดรวบยอด (Concept) กล่าวถึงหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้น

2.4 วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่มุ่งจะให้
นักเรียนได้รับ

2.5 สื่อการเรียนหรือวัสดุประกอบการเรียน ระบุรายการศึกษาค้นคว้า และ
ที่ผู้สอนจะใช้ประกอบการสอน

2.6 กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน และการ
ใช้อุปกรณ์

2.7 การประเมินผล

3. วัสดุประกอบการเรียนหรือสื่อ รายการที่ระบุไว้ในคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมจะต้องมีไว้ในชุดกิจกรรมจริงๆ และต้องระบุรายการวัสดุอุปกรณ์ หรือสื่อที่มีอยู่ด้วยหมายเลขให้แน่ชัด

4. การประเมินผล แบบประเมินผลเพื่อดูพฤติกรรมของนักเรียน อาจเป็นลักษณะของแบบทดสอบ หรือการให้แสดงผลงาน ซึ่งจะต้องกำหนดให้ชัดเจนและออกแบบมาให้เข้าใจ

5. สิ่งที่ใช้บรรจุ ขนาดรูปแบบของชุดกิจกรรม ไม่ควรจะใหญ่เกินไป ต้องคำนึงถึงความสะดวกในการขนย้ายและการนำไปใช้

6. กิจกรรมสำรอง ถ้าเป็นชุดกิจกรรมแบบกลุ่มกิจกรรม ควรจะจัดกิจกรรมสำรองไว้ สำหรับนักเรียนบางคนที่ทำเสร็จก่อนผู้อื่นได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ

7. ทดลองใช้ เพื่อปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำออกใช้ประกอบการสอน

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95) กล่าวว่าชุดกิจกรรมมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดกิจกรรมศึกษาและปฏิบัติตามเพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วยแผนการสอน สิ่งที่ครูต้องเตรียมก่อนสอนบทบาทของนักเรียน และการจัดชั้นเรียน

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้นักเรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลความก้าวหน้าของนักเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดกิจกรรมจบแล้วนักเรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนต่างๆ เป็นสื่อสำหรับนักเรียนได้ศึกษามีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์

จากการศึกษาเรื่ององค์ประกอบของชุดกิจกรรมการสอนที่ผู้วิจัยได้ทำรวบรวมและได้สรุปองค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่อธิบายการใช้ชุดกิจกรรม
2. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรม
3. แผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 3.1 ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม
 - 3.2 จุดประสงค์การเรียนรู้
 - 3.3 สารการเรียนรู้
 - 3.4 กิจกรรมการเรียนการสอน ที่ระบุกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้
 - 3.5 สื่อการเรียนรู้ ได้แก่ บทเรียนที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.
4. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย
 - 4.1 ใบกิจกรรม เป็นส่วนที่บอกให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแต่ละอย่างตามขั้นตอนที่กำหนดไว้
 - 4.2 กิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R. มีลักษณะดังนี้
 - 4.2.1 กิจกรรมที่เป็นแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแล้วโปรแกรม C.a.R. จะตอบสนองว่า Well Done ในทันทีเมื่อนักเรียนสร้างได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถนำความรู้ทางเรขาคณิตที่ได้เรียนมาใช้ในการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีในการสร้าง
 - 4.2.2 กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจและสังเกตจากการเคลื่อนไหวของภาพ แล้วตั้งข้อคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดต่างๆ ของภาคตัดกรวยด้วยตนเอง

4.3 แบบฝึกหัด เป็นส่วนที่ฝึกให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องภาคตัดกรวย โดยไม่ใช้โปรแกรม C.a.R.

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.5 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 176–178) ได้วางแนวทางในการสร้างชุดกิจกรรมไว้ดังนี้

1. เลือกเรื่อง เรื่องที่จะทำจะต้องรู้สึกว่ามีปัญหาในการสอนด้วยวิธีอื่น ๆ จึงจะมีคุณค่าพอสำหรับการสร้าง
 2. พัฒนาเรื่องให้เป็นปัญหา เพื่อยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสงสัยในคำตอบการพัฒนาหัวข้อเรื่องให้เป็นปัญหา เช่น วิธีเร้าความสนใจในการเรียนแก่นักเรียนได้ดีข้อสำคัญปัญหานั้นจะต้องสัมพันธ์กับจุดสำคัญที่ครูต้องการสอน
 3. เนื้อหาสาระ ครูกำหนดเนื้อหาสาระจากการศึกษาขอบเขตในหลักสูตร การศึกษาหลักสูตรจะทำให้ครูรู้ระยะเวลาของการสอนว่าควรเน้นย้ำรายละเอียดเพียงใด เช่น ไม่สอนทุกสิ่งทุกอย่างที่หลักสูตรกำหนดให้สอนในเวลา 10 ชั่วโมง โดยใช้ชุดการเรียนเพียง 2-3 ชั่วโมง
 4. เขียนสังกัป (Concept) หรือหลักการ (Generalization) ของเรื่องเพื่อเป็นหลักในการจัดกิจกรรมและการตั้งคำถามของครู ครูที่สอนโดยคำนึงถึงหลักการและสังกัปของเรื่องเท่ากับส่งเสริมให้นักเรียนคิดเป็นด้วย
 5. เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วเรียงลำดับโดยเริ่มจากสิ่งที่จะต้องสอนก่อน
 6. ระบุวิชาที่จะนำมาสัมพันธ์หรือบูรณาการกันได้ จะช่วยให้การคิดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูส่งเสริมความคิดของนักเรียนให้กว้างขวางออกไปในเชิงบูรณาการ
 7. คำนึงถึงจิตวิทยาพัฒนาการของนักเรียน นักเรียนแต่ละระดับมีช่วงเวลาความสนใจต่างกัน ลักษณะกิจกรรมที่จัดจะต้องคำนึงถึงวัยนักเรียนที่จะเป็นผู้ลงมือกระทำกิจกรรมนั้นด้วย
 8. วิเคราะห์งาน โดยนำจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อมาวิเคราะห์กิจกรรมที่ครูและนักเรียนจะต้องทำ ตลอดจนกำหนดสื่อที่จำเป็น แล้วเรียงลำดับกิจกรรมดังกล่าว
- การกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน จะต้องระบุชัดเจนว่าใครทำอะไร ที่ไหน อย่างไร เมื่อไร และเขียนเป็นประโยคบอกเล่าไม่ใช่คำอธิบายเชิงคำถาม วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ประกอบให้วงเล็บหมายเลขไว้
9. รายการอุปกรณ์ เอกสาร ประกอบการเรียน ควรมีหมายเลขกำกับเพื่อสะดวกต่อการหยิบใช้ สิ่งของที่หาได้จากตำราวิทยาศาสตร์ หรือลำบากในการบรรจุเข้าแฟ้ม เช่น ชั้นน้ำ ขวด

ควรระบุไว้เป็นอุปกรณ์ส่วนที่ครูต้องหามาเพิ่มเติมก่อนสอนแผนภูมิแผ่นใหญ่ๆ ควรคิดวิธีพับเก็บให้เรียบร้อย

10. การวัดผล ไม่ว่าจะเป็นการวัดก่อนหรือหลังการเรียน จะต้องใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นหลัก วัดพฤติกรรมที่คาดหวังเป็นสำคัญ พยายามออกแบบการวัดผลให้นักเรียนวัดกันเองและตรวจคำตอบเองได้

11. กิจกรรมสำรอง จัดไว้สำหรับซ่อมพื้นฐานที่จำเป็นของเด็กเรียนอ่อนและเสริมความรู้ของเด็กที่เรียนเร็ว สิ่งเหล่านี้มีผลต่อการรักษาวินัยของห้องเรียนด้วย

12. คู่มือการใช้ชุดการเรียน

13. แฟ้มสำหรับบรรจุชุดการเรียน ควรมีขนาดมาตรฐานเพื่อสะดวกในการจัดวางและการใช้ โดยถือหลักประโยชน์ ประหยัด คงทน สะดวก และภูมิฐาน

14. การทดลองใช้ ปรับปรุง แก้ไข ทดลอง เมื่อสร้างเสร็จควรได้มีการทดลองใช้กับนักเรียนในระดับที่ต้องการก่อน เพื่อการแก้ไขปรับปรุง ก่อนนำไปใช้จริง ในคู่มือครูควรมีแบบบันทึกผลการใช้ไว้ให้ครูบันทึกข้อดี ข้อบกพร่องในการใช้แต่ละครั้งไว้ด้วย

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 99–100) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. วิเคราะห์ภารกิจการเรียนสำหรับเนื้อหาวิชาที่จะสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดจุดประสงค์ทั่วไป จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และจำแนกเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อยๆ สำหรับสอนแต่ละคาบเวลา

2. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ตามลักษณะของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน และทฤษฎีที่เป็นพื้นฐานและหลักการเรียนการสอนที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยมีส่วนประกอบดังนี้

- 2.1 ข้อเสนอแนะในการใช้จุดประสงค์ของบทเรียน
- 2.2 กิจกรรมของนักเรียนและผู้สอน
- 2.3 เอกสารสำหรับนักเรียนและผู้สอน
- 2.4 สื่อการเรียนการสอนต่างๆ
- 2.5 การประเมินผล

3. ทบทวนและปรับปรุง

4. ให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนาหลักสูตร ด้านเนื้อหาสาระ ด้านสื่อการสอน พิจารณาให้ข้อเสนอแนะ ผู้สร้างปรับปรุงตามข้อเสนอแนะนั้นๆ

5. ทดลองใช้และปรับปรุง โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายของการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

5.1 ทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง โดยนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ไปทดลองใช้กับนักเรียนหนึ่งคน ทำการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างเรียน จับเวลาที่ใช้ในการเรียน สัมภาษณ์หรือให้นักเรียนเขียนวิจารณ์ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น แล้วนำเอาข้อสังเกตต่างๆ ที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

5.2 ทดลองกับกลุ่มย่อย โดยนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วในข้อ 5.1 ไปทดลองใช้กับนักเรียนจำนวน 10 คน โดยจะมีการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แล้วนำคะแนนจากการทดสอบมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 นำเอาผลมาปรับปรุงกิจกรรม เนื้อหาสาระและสื่อต่างๆ ตามข้อสนเทศที่ได้รับ

5.3 ทดลองกับกลุ่มใหญ่ หลังจากทดลองและปรับปรุงแก้ไขชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ทั้งสองครั้งแล้ว นำเอาชุดกิจกรรมการเรียนการสอน นี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนหนึ่งห้องเรียน แล้วนำผลการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาหาประสิทธิภาพของบทเรียนตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542: 78) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดกิจกรรม มีขั้นตอนที่ต้องดำเนิน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การวิเคราะห์เนื้อหา

การวิเคราะห์เนื้อหา หมายถึง การจำแนกเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยแยกย่อยลงไปจนถึงหน่วยระดับบทเรียน ซึ่งเป็นหน่วยที่ใช้สอนได้ 1 ครั้ง ชุดการสอนที่ผลิตขึ้นจึงเป็นชุดการสอนประจำหน่วยระดับบทเรียน คือ 1 ชุดการสอนสำหรับการสอนแต่ละครั้ง

ขั้นที่ 2 วางแผนการสอน

การวางแผนการสอนเป็นการคาดการณ์ล่วงหน้าว่า เมื่อครูเริ่มสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมจะต้องทำอะไรบ้างตามลำดับก่อนหลัง

ขั้นที่ 3 ผลิตสื่อการสอน

ขั้นที่ 4 ทดสอบประสิทธิภาพชุดกิจกรรม

เป็นการประเมินผลคุณภาพชุดการสอน ด้วยการนำชุดกิจกรรมไปทดลองใช้แล้วปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวย ผู้วิจัยจึงได้แบ่งเนื้อหาในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นออกเป็น 5 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่

- 1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ
- 1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม
- 1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงรี
- 1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พาราโบลา
- 1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ไฮเพอร์โบลา

2. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

- 2.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
- 2.2 แผนการจัดการเรียนรู้
- 2.3 บทเรียนที่ใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน ได้แก่

2.3.1 ไบกิจกรรม

2.3.2 กิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.

2.3.3 แบบฝึกหัด

2.3.4 แบบทดสอบ

3. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาความเที่ยงตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

4. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง เพื่อหาข้อบกพร่องของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยนำข้อบกพร่องที่พบมาปรับปรุงแก้ไขชุดกิจกรรมการเรียนการสอนก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.6 งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

สุตารัตน์ ไผ่พงศาวงศ์ (2543: 98-101) ได้ทำการศึกษาพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดทรงธรรม โรงเรียนวิสุทธิกษัตริ์ และโรงเรียนอานวยวิทย์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 128 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 คิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL อยู่ในระดับ เห็นด้วย

พรศรี บุญรอด (2545: 66-67) ได้ทำการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนป้อมพระจุลจอมเกล้า อำเภอพระสมุทรเจดีย์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน ผลการศึกษาพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนป้อมพระจุลจอมเกล้า โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิวหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ผ่องศรี หวานเสียง (2547: 93-96) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการเรียนแบบซิปปาเรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านป่าสักสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงราย เขต 2 จำนวน 25 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการเรียนแบบ

ชิปปาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการเรียนแบบชิปปา เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 80/80 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 65 นักเรียนมีเจตคติในเชิงบวกต่อการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์

เปียทิพย์ เขาไข่แก้ว (2551: 56-58) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และได้ทำการศึกษา ผลการเรียนรู้หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้น การให้เหตุผล และได้ศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎี จำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นได้ และเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและ กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอน สรุปได้ว่าการนำชุด กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีคุณภาพมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นผลดีต่อการจัดการ เรียนการสอนการเรียนรู้ของนักเรียน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือแม้กระทั่งเจตคติของนักเรียนที่มี ต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน และด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจสร้างชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย

2.1 จุดประสงค์ของเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวย

เนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยตามหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นเนื้อหา ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อต่อไปนี้

1. บทนำ มีจุดประสงค์เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจประวัติความเป็นมาของภาคตัดกรวย ความหมายของภาคตัดกรวย ภาคตัดกรวยลดรูป บอกลักษณะของเส้นโค้งที่ได้จากระนาบตัดกรวย กลม เข้าใจการประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวยในสาขาวิชาอื่นๆ ได้

2. วงกลม มีจุดประสงค์เพื่อให้ให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของ วงกลม เข้าใจส่วนประกอบของวงกลม หาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ และจุด (h, k) ได้หาจุดศูนย์กลางของวงกลมและรัศมีวงกลมโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์เมื่อกำหนดสมการ รูปแบบมาตรฐานได้ เขียนกราฟวงกลม เมื่อกำหนดสมการของวงกลมให้ได้ หาสมการของวงกลม ในรูปแบบทั่วไปและเขียนกราฟวงกลมได้ และหาสมการของเส้นสัมผัสวงกลม เมื่อกำหนดจุดสัมผัส ให้ได้

3. วงรี มีจุดประสงค์เพื่อนักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี บอกความสัมพันธ์ของความเยื้องศูนย์กลางของวงรี หาส่วนประกอบของวงรีเมื่อกำหนดสมการของวงรีให้ได้ เขียนกราฟของวงรีเมื่อกำหนดสมการของวงรี หาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดหรือจุด (h, k) พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการของวงรีนั้น

4. พาราโบลา มีจุดประสงค์เพื่อนักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา บอกส่วนประกอบต่างๆของกราฟพาราโบลาได้ หาสมการของพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่ $(0, 0)$ และเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไขได้ หาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่ (h, k) และเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไข และหาสมการของพาราโบลาที่มีรูปแบบทั่วไปและเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไขได้

5. ไฮเพอร์โบลา มีจุดประสงค์เพื่อนักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา บอกส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาได้ หาสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ เขียนกราฟสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ เขียนกราฟสมการของไฮเพอร์โบลามุมฉาก และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ได้

2.2 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย

กัญญา เลิศสามัตถิยกุล (2539: 63) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า 1) ได้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวยที่มีประสิทธิภาพ 80.91/81.58 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติ และนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

มันตกานท์ โคตรชาลี (2545: 98-103) ได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ พบว่า การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ มีหลักการและเป้าหมาย เพื่อให้ให้นักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตัวนักเรียนและช่วยเหลือกันเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้ 1) ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เป็นการชี้แจงจุดประสงค์และทบทวนความรู้เดิม 2) ชี้นสอนประกอบด้วย (1) การทำความเข้าใจและหาแนวทางแก้ปัญหา (2) การดำเนินกิจกรรมไต่ตรองระดับกลุ่ม (3) การดำเนินไต่ตรองกิจกรรมระดับชั้น 3) ชี้นสรุป เป็นการสรุปมโนคติความรู้หรือหลักการต่างๆ

ที่ได้เรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง 4) ชั้นพัฒนาทักษะและไปใช้ เป็นการพัฒนาทักษะโดยนักเรียนเข้ากลุ่มย่อย ทำบัตรกิจกรรมเป็นสื่อกลาง เพื่อช่วยให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียนรู้ และตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลย นำเอาสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่โดยการทำแบบฝึกทักษะ และนักเรียนที่ได้รับการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ร้อยละ 50 คือ คิดเป็นร้อยละ 60.65 และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ดังกล่าวคิดเป็น ร้อยละ 82.50

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547: 30) ได้ทำการวิจัย ผลของการใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) ที่ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

พินดา รุ่งเดช (2548: 73)การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI (TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION) เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ 2 อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ที่ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย โดยวิธีจับสลากมา 1 ห้อง จากทั้งหมด 3 ห้อง จำนวน 27 คน ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 24 คาบ ๆ ละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เตือนใจ มีสุข (2549: 75)การพัฒนาบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแกจังหวัดประจวบคีรีขันธ์ จำนวน 32 คน ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องพาราโบลา มีประสิทธิภาพ 94/90 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กัญมณี กาศีชา (2550: 117-119)ได้ทำการวิจัย การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) พบว่าการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความรู้ความเข้าใจตามกรอบทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาการเรียนการสอนเรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) จำนวน 3 แผน คือ เรื่องนิยามของวงกลม เรื่องสมการวงกลม และเรื่องรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม ส่วนคุณลักษณะที่สำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาได้คือ เน้นให้นักเรียนสืบเสาะหาความสัมพันธ์ของสถานการณ์ที่ครูจัดเตรียมไว้ในโปรแกรม

จีเอสพี(GSP) โดยนักเรียนสามารถกระทำต่อเมฆคำสั่งของโปรแกรมและมีการตอบสนองจากตัวโปรแกรมมีการสนับสนุนให้นักเรียนต้องใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนและโปรแกรมจีเอสพี (GSP) เป็นตัวช่วยสร้างความเข้าใจในการทำกิจกรรมการเรียนการสอนครูมีบทบาทในการเตรียมสถานการณ์และโปรแกรมจีเอสพี (GSP) และคำสั่งในใบกิจกรรมที่จะกำหนดขั้นตอนในการทำกิจกรรม คำถามจะนำนักเรียนสู่การสังเกต ผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจของนักเรียนที่แสดงออกจากการปฏิบัติการเรียนการสอนสามารถแบ่งความเข้าใจออกเป็น 3 ระดับคือ ระดับความเข้าใจจากการกระทำ (Action Conceptual Understanding) คือนักเรียนสามารถทำตามคำสั่ง เช่น เลือจุดหรือพิกัด วาดรูปวงกลม หาระยะทางระหว่างจุด หรือกระจายรูปสมการมาตรฐานให้อยู่ในรูปสมการทั่วไปได้ ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) คือนักเรียนสามารถสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ที่ครูเตรียมให้เช่นเมื่อเลื่อนจุดศูนย์กลางจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงพิกัดต่าง ๆ ในสมการวงกลม ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding) คือนักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดต่าง ๆ และค่า h , k และ r ในรูปสมการมาตรฐานของวงกลมและค่า D , E และ F ในรูปสมการทั่วไปของวงกลม

สันติ อธิพจนานาวกุล (2550: 91) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 85.94/86.64 ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เรื่อง ภาคตัดกรวยสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เรื่องภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ธิดารัตน์ ลือโลก (2554: 105) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียเรื่อง ภาคตัดกรวยเพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถเชิงปริภูมิของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีอ่างทอง จำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 86.02/84.72 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถเชิงปริภูมิของนักเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนภาคตัดกรวย จะพบว่า มีงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้วิธีการสอนต่างๆ เพื่อหาวิธีการสอนที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงได้แนวทางในการจัดการเรียนการสอน คือ สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยและความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียน ซึ่งจะเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยให้มีประสิทธิภาพต่อไป

3. เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

3.1 เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์

การพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว โดยปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในด้านการเรียนการสอนมากขึ้น โดยการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอนนี้มีประโยชน์สำคัญๆ ดังนี้ (ศรีศักดิ์ จามรมาน. 2535: 10)

1. ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้มีความสนใจและความกระตือรือร้นมากขึ้น
2. ทำให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีเรียนได้หลายแบบ ทำให้ไม่เบื่อหน่าย
3. ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ลดการท่องจำ
4. ทำให้ปรับปรุง เปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน
5. ทำให้นักเรียนมีอิสระในการเรียน
6. ทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักการ

การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วย มี 3 ลักษณะ

1. พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น พัฒนาโดยใช้ภาษา Basic, Fortran, Visual C, Visual Basic, Maple เป็นต้น ปัญหาที่พบในกรณีนี้คือ ผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูงและใช้เวลาในการพัฒนามาก
2. พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์บนภาพกราฟิก มีรูปแบบตัวอักษรต่างๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่างๆ นำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการทำงาน การสร้างภาพและเสียงประกอบคำถาม และการฝึกปฏิบัติ แต่ปัญหาที่พบคือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างบทเรียนสั้นๆ แต่การพัฒนารูปภาพทางเรขาคณิตประกอบการคำนวณต้องใช้เวลามากและต้องเรียนรู้เชื่อมโยงโปรแกรมเข้าด้วยกัน
3. พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูป ที่มีจำหน่ายทั่วไป ที่เหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น Microsoft Excel เหมาะกับการคำนวณในลักษณะของแถวหรือหลัก Microsoft Word เหมาะกับการทำเอกสาร Mathematica Mathcad และ Matlab ทั้งสามโปรแกรมนี้เหมาะสมกับการคำนวณ

ทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ในแง่ของสัญลักษณ์ การเขียนกราฟและฟังก์ชัน การคำนวณของ แคลคูลัสขั้นสูง (วรรณวิภา สุทธิเกียรติ. 2542: 28)

เวอร์ไทเมอร์ (Wertheimer. 1990: 315) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า การใช้คอมพิวเตอร์เป็น เครื่องมือเพื่อส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง จะช่วยให้ เกิดกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีคุณสมบัติ ดังต่อไปนี้

1. ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการสำรวจ สืบเสาะ ตั้งข้อาคาดเดา สร้างสรรค์ ค้นพบหลักการและตั้งข้อาคาดเดาทั่วไป
2. ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
3. ช่วยให้นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนได้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้มากกว่าการเรียนปกติ
4. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์
5. ช่วยสนับสนุนให้ผู้สอนเป็นผู้จัดกิจกรรมเพื่อเอื้ออำนวยให้นักเรียนเกิด กระบวนการเรียนรู้
6. ช่วยทำให้ครูผู้สอนเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคลว่า นักเรียนคนใดต้องการ ความช่วยเหลือเป็นพิเศษ หรือนักเรียนคนใดมีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

3.2 เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นโปรแกรมด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูป เรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน แต่มีลักษณะปฏิสัมพันธ์ ผู้ใช้สามารถสร้าง รูปและเคลื่อนย้ายรูปได้ โดยการเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย และการ เคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติที่ร่วมกันของรูปนั้นไว้เสมอ ทำให้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต เหมาะสำหรับการเรียนรู้เรขาคณิตโดยทดลองสร้างและสำรวจสมบัติหรือค้นหาความจริงในเชิง เรขาคณิตจากรูปหลายๆ ลักษณะ (สุจินันท์ บุญพัฒนาภรณ์. 2549: 18)

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีในปัจจุบันมีสมบัติพื้นฐานของการสร้างและการ เคลื่อนย้ายจุด เส้นตรง วงกลม มุม พร้อมทั้งเครื่องมืออำนวยความสะดวกเบื้องต้น เช่น ความยาว ขนาดมุม คล้ายคลึงกัน ซึ่งสามารถจำแนกตามลักษณะการเผยแพร่ได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. โปรแกรมที่ใช้ในเชิงธุรกิจ เช่น
 - 1.1 Cabri (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)
 - 1.2 Cinderella (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)
 - 1.3 GSP (<http://www.keypress.com/sketchpad/>)
 - 1.4 GEUP (<http://www.geup.net/en/index.htm>)
 - 1.5 Cabri 3D (<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>)

1.6 Geometry Expressions (<http://www.geometryexpressions.com>)

2. โปรแกรมแบบ General Public License (GPL) คือโปรแกรมที่ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์ เช่น

2.1 C.a.R. (<http://www.z-u-l.de/>)

2.2 CaRMetal (http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_en.html)

2.3 Eukleides (<http://www.eukleides.org/>)

2.4 GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)

2.5 GeoProof (<http://home.gna.org/geoproof/>)

2.6 GeoView (<http://www-sop.inria.fr/lemme/geoview/geoview.html>)

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยสนใจเลือกใช้โปรแกรม C.a.R. (Compass and Ruler) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่มีสมบัติเบื้องต้นของโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตพอเพียง และสามารถเพิ่มเติมเครื่องมือโดยผู้ใช้งานด้วยการสร้างคำสั่งมาโคร (Macro) ซึ่งโปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดย ศาสตราจารย์ ดร. เรอเน่ กรอธมันน์ (Prof. Dr. Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาขึ้นไป เพื่อนำมาใช้ในทางคณิตศาสตร์ การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์และลากเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง สำหรับโปรแกรม C.a.R. มีลักษณะเด่นดังนี้

1. การสร้างแฟ้มงานแบบ HTML

โปรแกรม C.a.R. สามารถแปลงแฟ้มงานจากแฟ้มงานของ C.a.R. ให้เป็นแฟ้มงานแบบ HTML โดยที่ยังคงคุณสมบัติต่างๆ ของโปรแกรมเสมือนอยู่ในแฟ้มงานของ C.a.R. และสามารถเลือกเครื่องมือที่เคยใช้งานในโปรแกรม C.a.R. เฉพาะที่จำเป็นมาใช้งานในแฟ้มงานแบบ HTML ได้

2. การสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบการสร้าง

โปรแกรม C.a.R. มีความสามารถในการสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบการสร้างได้ หมายความว่าครูผู้สอนสามารถที่จะกำหนดคำตอบหรือวิธีการของกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสร้างนั้นๆ ได้ ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนั้นนักเรียนสามารถตอบสนองกับโปรแกรม C.a.R. ได้ทันทีที่นักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะมีการตอบสนองว่า Well Done ซึ่งวิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนนำความรู้ที่เคยเรียนมา ตอบคำถามกิจกรรมการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีสร้าง

3. การสร้างภาพเคลื่อนไหว

โปรแกรม C.a.R. สามารถสร้างภาพหรือข้อความที่เคลื่อนไหวได้ ซึ่งการเห็นความเคลื่อนไหว จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นการเปลี่ยนแปลง นำไปสู่การสำรวจ สังเกต และตั้งข้อคาดการณ์ เป็นแนวทางการเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ดีขึ้น

3.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: 85-86) ได้พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์ และสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ที่ตั้งไว้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตได้แก่ นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้และมีลักษณะตามที่กำหนด

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542: 51-52) ได้เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตและไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.5 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้าย แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.5

อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ (2542: 61-63) ได้ศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการวิชาเรียนคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ นักเรียนที่มีผลระดับการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้มีร้อยละ 100, 63.64 และ 25 ตามลำดับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.5 และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และ

ต่ำ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนเพิ่มขึ้นจาก ก่อนเรียนคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.30, 30.00, และ 26.39 ตามลำดับ

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547: 96-97) ได้ทำการศึกษาผลของการพัฒนาโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โรงเรียนสุนทรวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา ปีการศึกษา 2547 จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ใช้เวลาทั้งหมด 5 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 นักเรียนมีโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีโมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลางมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีเจตคติก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุชินันท์ บุญพัฒนาภรณ์ (2549: 49-50) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนศึกษานารี เขตธนบุรี จังหวัดกรุงเทพฯ 1 ห้องเรียน จำนวน 57 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากประชากรทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 680 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตได้มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สุภัทรา เกิดมงคล (2550: 42-43) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมบัติของวงกลม ไม่แตกต่างกัน และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

บุญพล จันท์ผอย (2551: 77-78) ได้ทำการวิจัยโดยสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551: 54-55) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับมาก

อนุวัฒน์ เดชไชสง (2553: 63-64) ได้ทำการศึกษาวิจัยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมมิตรวิทยาคาร อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

งานวิจัยต่างประเทศ

พอลเลทา (Foletta. 1995: 2311-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนการสอนเรื่องการสำรวจพื้นที่โดยแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนเกรด 9 และ 10 ของรัฐไอโอวา สหรัฐอเมริกา ปี ค.ศ. 1994 ผลการวิจัยพบว่า การวาดการวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดจากการผลักดันและแนะนำจากครู ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในส่วนที่เพิ่มเติมจากการใช้กระดาษและดินสอ การสืบเสาะโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิต

แบบพลวัตสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถทำได้ดี แต่จะต้องมีขั้นตอนมากกว่า และนักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้ตั้งแต่เมื่อเริ่มใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการสืบเสาะ

เฟอร์กิง (Frerking. 1995: 3772-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวน ฮีลี ผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อความคาดการณ์ในการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยในการตั้งข้อความคาดการณ์สมบัติของรูปเรขาคณิต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการตั้งข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบข้อความคาดการณ์นั้นสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับระดับชั้นของแวน ฮีลี

เลสเตอร์ (Lester. 1996) ได้ศึกษาวิจัยผลของการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1996 ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์และวงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังการเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

โยเซฟ (Yousif. 1997: 1631-A) ได้ศึกษาวิจัยผลการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายโรงเรียนเซาท์เวสเทิน รัฐโอไฮโอ สหรัฐอเมริกา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้กระดาษและดินสอ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เมลซาร์เรค (Melczarek. 1998: 2611-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-directed learning) โดยมุ่งประเด็นศึกษาเฉพาะผลของกิจกรรมแก้ปัญหาโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่มีต่อความพร้อมในการเรียนรู้ด้วยตนเองและทัศนคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีความสัมพันธ์ทางบวกกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

มอสส์ (Moss. 2001: 4317-A) ได้ทำการวิจัยเพื่ออธิบายธรรมชาติของซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ซึ่งใช้เป็นเครื่องมือในการสำรวจในวิชาเรขาคณิตสมัยใหม่ (Modern Geometry) สำหรับนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย โดยข้อมูลเก็บมาจากการสำรวจในห้องเรียน การสัมภาษณ์ผู้สอน หลักสูตรของนักเรียน แบบฝึกหัดเรขาคณิตที่ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน และการใช้คอมพิวเตอร์ทั่วไป ผลการวิจัยพบว่า ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตไม่เพียงแต่พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตเท่านั้น แต่ยังพัฒนาทักษะการใช้คอมพิวเตอร์ทั่วไปด้วย

บาฮาร์วานด์ (Baharvand. 2002: 552-A) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเทียบกับการสอนของครูแบบปกติโดยใช้กระดาษ

ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย โดยกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ให้ได้รับการสอนของครูแบบปกติ และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน ให้เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนซึ่งเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์/เรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสอนคณิตศาสตร์ พบว่า โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นสิ่งที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในการสำรวจ การตั้งข้อคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่ตั้งไว้ รวมทั้งยังส่งผลให้เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นไปในทางบวกด้วย ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรม C.a.R. มาสร้างเป็นสื่อในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง

4. เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

4.1 ความหมายของความพึงพอใจ

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ดังนี้

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2539: 130) อธิบายถึงความพึงพอใจว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกรวมของบุคคลที่มีต่อการทำงานในทางบวกที่เป็นความสุขของบุคคลที่เกิดจากการปฏิบัติงานที่ได้รับผลตอบแทนคือผลที่เป็นความพึงพอใจที่ทำให้บุคคลเกิดความรู้สึกกระตือรือร้นมีความมุ่งมั่นที่จะทำ

ลักขณา สรีวัฒน์ (2539: 132) อธิบายถึงความพึงพอใจว่า ความพึงพอใจหมายถึง พฤติกรรมที่สนองความต้องการของมนุษย์และเป็นพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ประสาธ อิศรปริดา (2541: 300) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่าหมายถึง พลังที่เกิดจากพลังทางจิตที่มีผลไปสู่เป้าหมายที่ต้องการและหาสิ่งที่ต้องการมาตอบสนอง

แอปเปิลไวท์ (Applewhite. 1965 : 6) อธิบายถึงความพึงพอใจว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกส่วนตัวของบุคคลในการปฏิบัติงาน ซึ่งมีความหมายรวมไปถึง ความพึงพอใจในสภาพแวดล้อมทางกายภาพในที่ทำงานด้วย ได้แก่การมีความสุข ได้ทำงานร่วมกับเพื่อนร่วมงานที่เข้ากันได้ มีเจตคติที่ดีต่องาน และมีความพอใจกับสิ่งที่ได้รับ

วอลเลอร์สแตน (Wallerstein. 1971: 256) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และอธิบายว่าความพึงพอใจ เป็นการกระทำทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจนแต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกต

พฤติกรรมเท่านั้น การที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจนั้น

กู๊ด (Good. 1973: 320) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่าหมายถึง คุณภาพหรือระดับความพอใจซึ่งเป็นผลจากความสนใจต่างๆ และทัศนคติของบุคคลต่อกิจกรรม

รีเบอร์ (Reber. 1985: 83) ให้ความหมายเกี่ยวกับความพึงพอใจไว้ว่าหมายถึง สภาวะทางอารมณ์ (Emotional State) ของบุคคลที่นำไปสู่เป้าหมายความสำเร็จ

ดังนั้น ความพึงพอใจในการเรียนรู้ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือเจตคติ ความชอบหรือไม่ชอบของนักศึกษาที่มีต่อการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นการชอบใจในการมีส่วนร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทางด้านเนื้อหา ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านสื่อการเรียนการสอน และด้านการวัดผลและประเมินผล

4.2 ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน

ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจมีหลายทฤษฎี ทฤษฎีที่ผู้วิจัยจะนำเสนอ คือ ทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ (Maslow's Hierarchy of Needs) ซึ่งมาสโลว์เห็นว่ามนุษย์ถูกกระตุ้นจากความปรารถนาที่จะได้ครอบครองความต้องการเฉพาะอย่าง โดยได้ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับความต้องการของบุคคล ดังนี้ (พรรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 262–273)

1. บุคคลย่อมมีความต้องการอยู่เสมอและไม่สิ้นสุด ขณะที่ความต้องการใดได้รับการตอบสนองแล้ว ความต้องการอย่างอื่นก็จะเกิดขึ้นอีกไม่มีวันจบสิ้น
2. ความต้องการที่ได้รับการตอบสนองแล้วจะไม่เป็นสิ่งจูงใจของพฤติกรรมอื่นๆ ต่อไป ความต้องการที่ยังไม่ได้รับการตอบสนองจึงเป็นสิ่งจูงใจกับพฤติกรรมของคนนั้น
3. ความต้องการของบุคคล จะเรียงเป็นลำดับขั้นตอนความสำคัญเมื่อความต้องการระดับต่ำได้รับการตอบสนองแล้ว บุคคลก็จะให้ความสนใจกับความต้องการระดับสูงต่อไป ลำดับความต้องการของบุคคลมี 5 ลำดับขั้น ดังนี้

3.1 ความต้องการทางร่างกาย (Physiological Needs) เป็นความต้องการเบื้องต้นเพื่อความอยู่รอดของชีวิต เช่น ความต้องการในเรื่องของอาหาร น้ำ อากาศ เครื่องนุ่งห่ม ยารักษาโรค ที่อยู่อาศัย ความต้องการทางเพศ ความต้องการทางด้านร่างกายจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของตน ก็ต่อเมื่อความต้องการทั้งหมดของคนยังไม่ได้รับการตอบสนอง

3.2 ความต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคง (Social or Blogging Needs) ถ้าหากความต้องการทางด้านร่างกายได้รับการตอบสนองตามสมควรแล้วมนุษย์จะต้องการในขั้นสูงขึ้นไป คือ เป็นความรู้สึกที่ต้องการความปลอดภัยหรือมั่นคงในปัจจุบันและอนาคต ซึ่งรวมถึงความก้าวหน้าและความอบอุ่นใจ

3.3 ความต้องการทางสังคม (Social or Belonging Needs) ภายหลังจากที่คนได้รับการตอบสนองในสองขั้นดังกล่าวก็จะมีความต้องการที่สูงขึ้นคือ ความต้องการทางสังคม เป็นความต้องการที่จะเข้าร่วมและได้รับการยอมรับในสังคม ความเป็นมิตรและความรักจากเพื่อน

3.4 ความต้องการที่จะได้รับการยกย่องนับถือ (Esteem Needs) เป็นความต้องการให้คนอื่นยกย่อง ให้เกียรติ และเห็นความสำคัญของตน อยากเด่นในสังคม รวมถึงความสำเร็จ ความรู้ความสามารถ ความเป็นอิสระและเสรี

3.5 ความต้องการความสำเร็จในชีวิต (Self Actualization) เป็นความต้องการระดับสูงสุดของมนุษย์ ที่อยากจะเป็น อยากจะให้ ตามความคิดของตน หรือต้องการจะเป็นมากกว่าที่ตัวเองเป็นอยู่ในขณะนี้

จากแนวคิดทฤษฎีนี้ สามารถสรุปได้ว่า การจัดกระบวนการเรียนการสอนเป็นสิ่งสำคัญจะต้องคำนึงถึงการจัดบรรยากาศและสถานการณ์ รวมถึงสื่ออุปกรณ์ที่เอื้ออำนวยต่อการเรียน เพื่อตอบสนองความพึงพอใจของผู้เรียนให้มีแรงจูงใจในการทำกิจกรรมจนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

4.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน งานวิจัยในประเทศ

วนิสา นิรมาน (2545) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการศึกษาค้นคว้ากลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จากโรงเรียนอัสสัมชัญ กรุงเทพฯ ซึ่งเป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษ อย่างละ 1 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวมจำนวน 100 คน ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.10/85.67 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความพึงพอใจของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ อยู่ในระดับมาก และความพึงพอใจของนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ อยู่ในระดับมาก

พัลลภ คงนุรัตน์ (2547) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ มัลติมีเดียเรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนสายน้ำทิพย์ กรุงเทพฯ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 39 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ มัลติมีเดียมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียมีความพึงพอใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรพงษ์ บรรจจุสุข (2547:127) ได้ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้แผนการเรียนรู้อันประกอบด้วยวิธีสอนแบบกลุ่มร่วมมือกันเรียนรู้ (Team Assisted Individualization) พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยแผนการเรียนรู้อันประกอบด้วยวิธีสอนแบบกลุ่มร่วมมือกันเรียนรู้หลังการทดลอง อยู่ในระดับปานกลาง

งานวิจัยต่างประเทศ

ไลดิก (Leidig. 1992) ได้ศึกษาถึงผลสัมฤทธิ์และความพึงพอใจของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบไฮเปอร์เทกซ์เพื่อการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนรู้อื่นๆไม่ก่อให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติ วิธีการนำเสนอทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และระดับความพึงพอใจของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ความสามารถในการมองภาพและตีความหมายจากภาพ มีผลทำให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เกี่ยวกับความพึงพอใจในบทเรียนและปัญหาในการเข้าสู่เนื้อหาในไฮเปอร์เทกซ์ และมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบในการเรียนและวิธีการนำเสนอ ในส่วนที่เกี่ยวกับทัศนคติของนักเรียน แต่ไม่มีปฏิสัมพันธ์ในส่วนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียนระหว่างการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์บนคอมพิวเตอร์กับการเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลของงานวิจัยพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์บนคอมพิวเตอร์มากกว่าการเรียนโดยการสอนแบบปกติ ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้วิจัยสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มเครือข่ายมัธยมศึกษาอำเภอกระสัง สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 จังหวัดบุรีรัมย์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 523 คน โดยโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบลดความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้

ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักการมาตรฐานการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยจากหนังสือต่อไปนี้

2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2553: 169-234)

2.2 สุดยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด ค 012 ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. 2545: 1-132)

2.3 คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ช่วงชั้นที่ 4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (ชัยชนก ตั้งวัชรพงศ์. 2550: 1-134)

2.4 คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2 (สมัย เหล่าวานิชย์. 2547: 240-360)

2.5 Textbook of Conic Section (A.k. Sharma. 2005: 1-200)

2.6 Exploring conic section with the Geometer 's Sketchpad (Daniel Scher.2012: 1-96)

2.7 Conic Section,Treated (William Henry Besant.2009: 1-276)

2.8 Algebraic Geometry:A New Treatise On Analytical Conic Section (William Martin Baker.2007: 1-356)

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

4. กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 5 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 17 ชั่วโมง และทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 2 ชั่วโมง ได้แก่

4.1. บทนำ	1 ชั่วโมง
4.2. วงกลม	4 ชั่วโมง
4.3. วงรี	4 ชั่วโมง
4.4. พาราโบลา	4 ชั่วโมง
4.5. ไฮเพอร์โบลา	4 ชั่วโมง
4.6 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์	2 ชั่วโมง

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

1. กำหนดกรอบเนื้อหา โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหาแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1.1. บทนำ	1 ชั่วโมง
ชั่วโมงที่ 1 บทนำ	

1.2. วงกลม 4 ชั่วโมง

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของวงกลม

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

ชั่วโมงที่ 4 สมการของเส้นสัมผัสวงกลม

1.3. วงรี 4 ชั่วโมง

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k)

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการวงรี

1.4. พาราโบลา 4 ชั่วโมง

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่จุด $(0, 0)$

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่จุด (h, k)

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา

1.5. ไฮเพอร์โบลา 4 ชั่วโมง

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k)

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลามุมฉาก

2. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย ประกอบด้วย

2.1 ชื่อเรื่อง

2.2 ระยะเวลาที่ใช้

2.3 ความคิดรวบยอด

2.4 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

2.5 สารการเรียนรู้

2.6 กิจกรรมการเรียนการสอน มีขั้นตอนดังนี้

2.6.1 ครูแนะนำเข้าสู่บทเรียน

2.6.2 นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ตามใบกิจกรรม

โดยนักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 1 คนต่อ 1 เครื่อง

2.6.3 นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายสรุปผลการเรียนรู้

2.7 สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้ ประกอบด้วย

2.7.1 แฟ้มคำสั่งที่ใช้โปรแกรม C.a.R.

2.7.2 ใบกิจกรรม

2.8 การวัดและประเมินผล

3. สร้างใบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง กิจกรรม แบบฝึกหัด และแฟ้มคำสั่งภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R. ซึ่งโครงสร้างของกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์จะอยู่ในรูปแบบของ HTML เพื่อให้เกิดความสะดวกในการเรียกใช้ในแต่ละกิจกรรม โดยมีโครงสร้างดังนี้

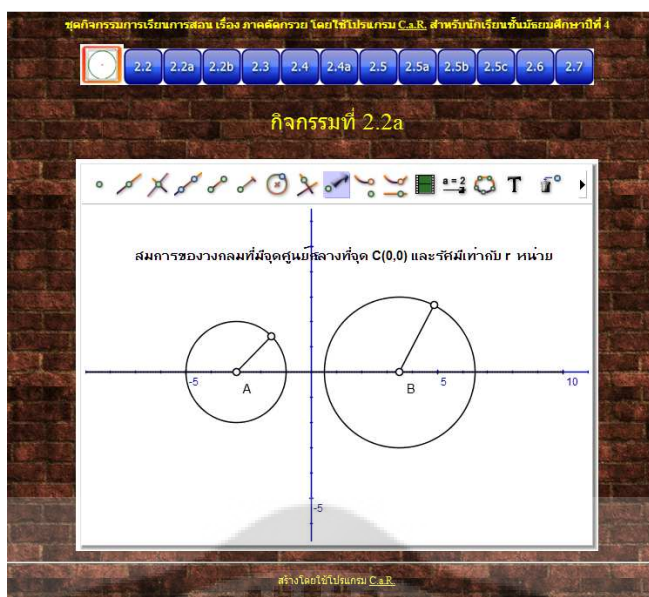
1. สารบัญหลัก
2. สารบัญย่อย
3. กิจกรรม (ตั้งภาพประกอบ)



ภาพประกอบ 1 สารบัญหลัก



ภาพประกอบ 2 สารบัญย่อย



ภาพประกอบ 3 กิจกรรม

4. กำหนดการวัดผลของนักเรียน โดยแบ่งการวัดผลของนักเรียนออกเป็นดังนี้

4.1 การวัดผลระหว่างเรียน ครูผู้สอนประเมินจากการสรุป และคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อยมีน้ำหนักคะแนนรวมคิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนทั้งหมดโดยแบ่งเป็น

4.1.1 การปฏิบัติจากใบกิจกรรม ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด มีเกณฑ์ให้คะแนนในแต่ละข้อ คือ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

4.1.2 การวัดผลจากแบบทดสอบย่อย ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 72-74) โดยผู้วิจัยปรับให้เหมาะสมกับแบบทดสอบในแต่ละข้อ ดังนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบย่อย เรื่องภาคตัดกรวย แบบอัตนัย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5 คะแนน	- การแสดงวิธีทำชัดเจน สรุปผลสมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
4 คะแนน	- การแสดงวิธีทำชัดเจน ขาดการสรุปผลที่สมบูรณ์ แต่คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3 คะแนน	- การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน
2 คะแนน	- การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
1 คะแนน	- การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง
0 คะแนน	- ไม่มีร่องรอยการดำเนินการใดๆ

4.2 การวัดผลหลังเรียน ครูผู้สอนประเมินจากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

5. สร้างคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครูและนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

6. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรม และความเหมาะสมกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

7. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของ คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์มาทดลองสอนกับ นักเรียนซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสูงเนินพิทยาคมอำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 40 คน โดยให้นักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 1 คนต่อ 1 เครื่อง

8. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วเสนอ ต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบ อีกครั้งหนึ่ง

9. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใน กลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นที่ 3 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังการเรียน ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จาก หนังสือเทคนิคการเขียนแบบทดสอบของชวาล แพร์ตกุล (2520: 1-40) การวัด การวิเคราะห์ และการประเมินผลทางการศึกษาเบื้องต้นของกังวล เทียนกันต์เทศน์ (2540: 92-112) และเทคนิค การวัดผลการเรียนรู้ของล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 196-198)

2. วิเคราะห์เนื้อหา ความคิดรวบยอด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาที่ใช้ ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ให้ครอบคลุม เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ โดยแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและ
ผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่า
แบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหรือไม่ โดยใช้หลักเกณฑ์
การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับแบบทดสอบที่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

คะแนน 0 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

คะแนน -1 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ที่ได้รับการ
ตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์มา
คำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบ
ปรนัยจำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 7 ข้อ

6. นำแบบทดสอบจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียน
กลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนและคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียน
การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการสอบในข้อ 6 มาตรวจ
ให้คะแนน ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

7.1 แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก มีเกณฑ์ให้คะแนนในแต่ละข้อ คือ ข้อที่
ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

7.2 แบบทดสอบอัตนัยข้อละ 4 คะแนน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 72-74) โดยผู้วิจัยปรับให้เหมาะสมกับ
แบบทดสอบในแต่ละข้อ ดังนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องภาคตัดกรวย แบบอัตนัย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4 คะแนน	- การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3 คะแนน	- การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน
2 คะแนน	- การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
1 คะแนน	- การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง
0 คะแนน	- ไม่มีร่องรอยการดำเนินการใดๆ

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจ
จำแนก (r) เป็นรายข้อ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า แบบทดสอบแบบปรนัยมีความยากง่ายตั้งแต่

0.28-0.73 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.05-0.55 แบบทดสอบแบบอัตนัยมีความยากง่ายตั้งแต่ 0.29-0.73 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.49-0.65 โดยจะคัดเลือกแบบทดสอบปรนัยและอัตนัย เฉพาะข้อที่มีความยากง่ายในช่วง 0.20-0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ และ 5 ข้อ ตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย สำหรับทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 8 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ผลการวิเคราะห์ ปรากฏว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัยเท่ากับ 0.77 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยเท่ากับ 0.88 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับเท่ากับ 0.87

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นที่ 4 การสร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีจำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความพึงพอใจจากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้างแบบวัดความพึงพอใจ แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจตามวิธีการของลิเคอร์ท (Likert)

2. สร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 20 ข้อ แบ่งเป็น 4 ด้าน คือ ด้านเนื้อหา ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านสื่อการเรียนการสอน ด้านการวัดและประเมินผล โดยปรับปรุงจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน จากสุภัทรา เกิดมงคล (2550: 180–182) และ วรพรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551: 274-276) ซึ่งลักษณะของแบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อมติของความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
มาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
น้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

3. นำแบบวัดความพึงพอใจที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญา นิตพจน์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาและเสนอแนะเกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อให้มีความ ชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น

4. นำแบบวัดความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3 ไปทดลองกับ นักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

5. นำผลที่ได้จากข้อ 4 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจ โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งผลการวิเคราะห์ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบ วัดความพึงพอใจเท่ากับ 0.89

6. นำแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้ เวลาเรียนจำนวน 17 ชั่วโมง เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 2 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดความ พึงพอใจจำนวน 20 นาที รวมเวลาทั้งหมดที่ผู้วิจัยครั้งนี้ คือ 19 ชั่วโมง 20 นาที โดยการเรียน การสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อวัดผลระหว่างเรียน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ	1 ชั่วโมง
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม	4 ชั่วโมง
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงรี	4 ชั่วโมง
1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พาราโบลา	4 ชั่วโมง
1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ไฮเพอร์โบลา	4 ชั่วโมง
1.6 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	2 ชั่วโมง

2. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนและการทดสอบแล้วให้นักเรียนตอบแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เวลา 20 นาที

3. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

3.1 คะแนนจากใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย คิดเป็นร้อยละ 40 ของ คะแนนทั้งหมด โดยแบ่งเป็น

3.1.1 คะแนนการปฏิบัติจากใบกิจกรรม ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

3.1.2 คะแนนจากการประเมินผลระหว่างเรียนด้วยแบบทดสอบย่อย ร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

3.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย คิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด โดยแบ่งเป็น

3.2.1 คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนทั้งหมด

3.2.2 คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion) ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองมีดังนี้

3.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยใช้สูตร IOC

3.1 การหาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก

3.1 การวิเคราะห์แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำเสนอให้นักคิดโดยใช้การประเมินค่าความคิดเห็นของประชากรสูงสุด (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุดหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลางหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับ
น้อยที่สุดหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม
C.a.R.



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อยระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
5. การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 6 การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 40 คน ซึ่งข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พิจารณาจาก คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม คะแนนจากแบบทดสอบย่อย และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และคะแนนความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อการสอนโดยใช้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

**1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
ใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง** ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
ใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

คะแนน ระหว่างเรียน	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต \bar{x}	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
ใบกิจกรรม	40	20	16.85	84.25	1.12
แบบทดสอบย่อย	40	20	16.80	84.00	1.16
รวมคะแนน	40	40	33.65	84.13	1.59

จากตาราง 3 พบว่า คะแนนรวมที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบ
ย่อย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 33.65 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 84.13 ของ
คะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.59 คะแนน

**2. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนด้วย
ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.**
ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต \bar{x}	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	40	60	40.95	68.25	2.87

จากตาราง 4 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องภาคตัดกรวย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 40.95 คะแนนคิดเป็นร้อยละ 68.25 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.87 คะแนน

3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	100	74.60	74.60	3.18

จากตาราง 5 พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 74.60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.60 ของคะแนนรวมทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.18 คะแนน

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ปรากฏผลดังตาราง 6

ตาราง 6 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	35	87.50

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม มีจำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม	สถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	35	3.614**	2.326

** นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 7 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 คน หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

6 การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละระดับ ดังนี้

- มากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน
- มาก ให้คะแนน 4 คะแนน
- ปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน
- น้อย ให้คะแนน 2 คะแนน
- น้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวม ซึ่งเป็นผลจากความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับใช้เกณฑ์การประเมินของประคอง กรรณสูต (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ปรากฏผลดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. แบบรายข้อ

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย (\bar{x})	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความพึง พอใจ
ด้านเนื้อหา			
1. เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เหมาะสมกับระดับความรู้ความเข้าใจของข้าพเจ้า	3.88	0.75	มาก
2. การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเกิดทักษะในการเขียนกราฟของภาคตัดกรวยได้ดีขึ้น	3.75	0.83	มาก
3. การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าสามารถให้เหตุผล ตั้งข้อความคาดการณ์ และสรุปความรู้ที่ได้อย่างชัดเจน	4.10	0.66	มาก
4. การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาและสามารถใช้งานโปรแกรมได้คล่องแคล่วและรวดเร็วมากขึ้น	3.65	0.65	มาก

ตาราง 8 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย - (\bar{x})	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความพึง พอใจ
5. ข้าพเจ้ามีมโนคติของภาคตัดกรวยและเข้าใจเนื้อหาชัดเจนมากยิ่งขึ้น	3.98	0.61	มาก
รวมเฉลี่ยด้านเนื้อหา	3.87	0.73	มาก
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน			
6. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยและปฏิบัติตามแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์ได้มากขึ้น	4.08	0.69	มาก
7. การจัดลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรม มีความต่อเนื่องและชัดเจน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย	4.28	0.71	มาก
8. การออกแบบจอภาพสวยงาม และการใช้ภาพเคลื่อนไหวประกอบกิจกรรมทำให้กิจกรรมน่าสนใจมากขึ้น	4.10	0.77	มาก
9. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนน่าสนใจ ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	4.23	0.79	มาก
10. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	3.93	0.72	มาก
รวมเฉลี่ยด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	4.13	0.74	มาก
ด้านสื่อการเรียนการสอน			
11. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีความสุข เพลิดเพลิน และกระตือรือร้นกับการเรียนมากขึ้น	3.98	0.69	มาก
12. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย ใช้ได้สะดวกและง่ายตรงตามความต้องการของข้าพเจ้า	3.98	0.72	มาก
13. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง	4.20	0.87	มาก
14. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย ช่วยพัฒนาทักษะการคิดและการเชื่อมโยงของข้าพเจ้า	3.98	0.65	มาก

ตาราง 8 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย (\bar{x})	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความพึง พอใจ
15. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเห็นรูปธรรมจากการเขียนกราฟตามเงื่อนไขชัดเจนมากขึ้น	3.85	0.73	มาก
รวมเฉลี่ยด้านสื่อการเรียนรู้การสอน	4.00	0.76	มาก
ด้านวัดผลและประเมินผล			
16. ข้าพเจ้ารู้สึกมั่นใจต่อตนเองและกล้าแสดงออก ต่อการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.	3.85	0.79	มาก
17. ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกและมีส่วนร่วมกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและหลังเรียน	3.98	0.76	มาก
18. ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและร่วมกันสรุปกับเพื่อนมากขึ้น	3.98	0.61	มาก
19. ข้าพเจ้าชอบกิจกรรมที่มีการโต้ตอบกับผู้เรียน ทำให้ข้าพเจ้ามีปฏิสัมพันธ์ทางบวกกับการทำแบบฝึกหัดพร้อมเฉลยเมื่อทำได้ถูกต้อง	3.85	0.85	มาก
20. ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	3.80	0.78	มาก
รวมเฉลี่ยด้านวัดผลและประเมินผล	3.90	0.77	มาก
รวมเฉลี่ยทั้งฉบับ	3.97	0.75	มาก

จากตาราง 8 แสดงให้เห็นว่าคะแนนระดับความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อรายด้าน นักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับมาก โดยเฉพาะในด้านกิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีค่าเฉลี่ย 4.13 โดยที่คะแนนระดับความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อข้อคำถามทั้งหมด นักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.97 แสดงว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 523 คน โดยโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้เครื่องมือกับกลุ่มนาร่อง ประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2 ใบกิจกรรมสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 5 หน่วย และในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วยเนื้อหาตัวอย่าง ใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่มีลักษณะเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย มีทั้งหมด 5 แผน ใช้เวลาเรียน 17 ชั่วโมง และสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้กับกลุ่มนักร้อง แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ และตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

3. แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาเรียนจำนวน 17 ชั่วโมง เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 2 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดความพึงพอใจจำนวน 20 นาที รวมเวลาทั้งหมดที่ผู้วิจัยครั้งนี้ คือ 19 ชั่วโมง 20 นาที โดยการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ	1 ชั่วโมง
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 วงกลม	4 ชั่วโมง
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงรี	4 ชั่วโมง
1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 พาราโบลา	4 ชั่วโมง
1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ไฮเพอร์โบลา	4 ชั่วโมง
1.6 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	2 ชั่วโมง

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเป็นแบบรายบุคคล ผู้วิจัยจะนำใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ สำหรับใบกิจกรรมแบบรายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวมทั้งหมด และดำเนินการทดสอบย่อย คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวมทั้งหมด

2. เมื่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างปฏิบัติกิจกรรมครบทุกหน่วยการเรียนในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. แล้วเสร็จ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

2.1 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ประกอบด้วย ตอนที่ 1 แบบปรนัย 20 ข้อ และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 5 ข้อ

2.2 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
3. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
4. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
5. ทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 6 ประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. ความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดความพึงพอใจทั้ง

ฉบับ พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. พบว่า นักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1.1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ใช้โปรแกรม C.a.R.

ประกอบกรเรียนการสอน โดยโปรแกรม C.a.R. นี้ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพ ทำการสำรวจ สร้าง และสังเกตความแตกต่างของเนื้อหาในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยจากนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น เช่น การสร้างกราฟของภาพตัดกรวย การโต้ตอบกับผู้เรียนเมื่อผู้เรียนทำแบบฝึกหัดนั้นถูก ซึ่งสอดคล้องกับที่บรูเนอร์ (สจวร์ต ไคว์ตระกูล. 2541: 31; อ้างอิงจาก Bruner. 1960, 1966, 1971: *The Relevance of Education*) การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็นซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมการเรียนรู้

1.2 โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สามารถสร้างรูปได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้งสามารถทำภาพเคลื่อนไหวได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจ การสังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปเหตุผล จึงทำให้นักเรียนมองเห็นภาพในลักษณะเป็นรูปธรรมมากขึ้น และเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับภาคตัดกรวยได้ง่ายขึ้น นักเรียนยังมีความกระตือรือร้น สนใจอยากเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับ ศรีศักดิ์ จามรมาน (2535: 10) ที่กล่าวว่า การนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้น เกิดความเข้าใจและมองเห็นสิ่งที่เป็นามธรรมให้เป็นรูปธรรม นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ออกแบบชุดกิจกรรมให้นักเรียนสามารถทำการสำรวจ การสร้าง การสังเกต และการเคลื่อนไหวได้อย่างอิสระ พร้อมเน้นให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนโดยมีการตอบสนองทันทีที่นักเรียนปฏิบัติได้ถูกต้อง เช่น กิจกรรมการสร้างกราฟวงรี เป็นกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนสร้างกราฟวงรี เมื่อนักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะแสดงว่า Well Done ให้ทราบ ในการสร้างนักเรียนสามารถหาได้หลายวิธี ก่อให้เกิดการแข่งขันกันเพื่อหาผลลัพธ์ ส่งผลให้บรรยากาศในการเรียนการสอนมีความสนุกสนาน ไม่น่าเบื่อและไม่เครียด

1.3 ในใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ได้กำหนด

จุดประสงค์ให้นักเรียนทราบทุกกิจกรรม ทำให้นักเรียนทราบแนวทางการเรียนรู้และแนวทางการวัดผลในแต่ละใบกิจกรรม เมื่อนักเรียนเรียนจบแต่ละกิจกรรมแล้วจะให้ทำแบบฝึกหัดโดยไม่ใช้โปรแกรม C.a.R. จากนั้นครูจะตรวจคำตอบและส่งคืนให้นักเรียนทราบคำตอบและวิธีการทำที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับยุพิน พิพิธกุล (2530: 14-15) ที่กล่าวว่า นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ที่เรียน

จะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนของบทเรียน การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดควรฝึกไปที่ละเรื่องเมื่อจบบทเรียนหนึ่ง และควรมีการตรวจแบบฝึกหัดในแต่ละครั้ง เพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน ตลอดจนประเมินผลการสอนของครู

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น จะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้คำแนะนำของครู ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 145) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง และให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง สอดคล้องกับผลการวิจัยของเฟอร์กิง(Frerking. 1995) และ แฮน (Han. 2007) ที่พบว่าการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

1.5 เอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียงลำดับจากง่ายไปยาก ในแต่ละเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย เนื้อหาและใบกิจกรรม สำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่แจกให้นักเรียนนั้น นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติไปพร้อม ๆ กับผู้วิจัย และตัวอย่างมีการนำเสนอละเอียดทุกขั้นตอน ซึ่งนักเรียนสามารถลงมือปฏิบัติควบคู่ไปกับตัวอย่างได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยคอยตั้งคำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผล และการสำรวจ

1.6 ใบกิจกรรมที่แจกในแต่ละคาบ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ใบกิจกรรมมีทั้งให้นักเรียนได้ปฏิบัติแบบรายบุคคลและแบบกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน คนเก่งช่วยแนะนำคนอ่อน ผู้วิจัยคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม นอกจากนี้ใบกิจกรรมยังสอดคล้องกับเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถปฏิบัติงานในใบกิจกรรมได้ และเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ และนำมาคืนให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้อง และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม ให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย พร้อมทั้งชี้แนะข้อผิดพลาดให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้นำไปแก้ไขปรับปรุง

1.7 ผู้วิจัยจัดให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2-3 เสร็จ และทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เสร็จ การให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในเรียนรู้อยู่ตลอดเวลา นักเรียนมีความสนใจในการเรียนเพิ่มมากขึ้น เพื่อเป็นการสร้างความพร้อมให้กับตัวนักเรียนเอง

2. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งประเมินผลจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากเรียนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. นักเรียนสามารถทำการสำรวจสังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปด้วยตนเอง และสามารถทำการสำรวจ สังเกตซ้ำๆ กันได้หลายครั้ง ทำให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถ ความถนัดและความสนใจของนักเรียน จึงรู้สึกสนุก ไม่เกิดความเครียดในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนเกิดความพึงพอใจหลังเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สอดคล้องกับผลการวิจัยของสุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์ (2549), สุภัทรา เกิดมงคล (2550), วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551) และบุญยพล จันทร์ฝอย (2551) ที่พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

สำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์การเรียน นั้นเป็นผลมาจากนักเรียนไม่ให้ความสนใจในการปฏิบัติกิจกรรมตามที่ผู้วิจัยแนะนำ ไม่ว่าจะผู้วิจัยจะปฏิบัติอย่างไรนักเรียนก็ไม่ให้ความร่วมมือแต่อย่างใด อีกทั้งใบกิจกรรมรายบุคคลที่ผู้วิจัยได้มอบหมายให้นักเรียนปฏิบัติในชั้นเรียน นักเรียนกลุ่มนี้ก็ไม่ได้ให้ความร่วมมือใดๆ ทั้งสิ้น จึงเป็นผลทำให้ค่าเฉลี่ยของคะแนนใบกิจกรรมทั้งห้องนั้นค่อนข้างต่ำ ซึ่งสาเหตุที่ผู้วิจัยคิดว่าสิ่งที่ทำให้นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือเพราะนักเรียนอาจจะไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์หรือเป็นเพราะชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไม่เหมาะกับระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มนี้ จึงเป็นผลให้นักเรียนไม่สนใจและไม่ผ่านเกณฑ์การเรียนในที่สุด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ครูควรมีผู้ช่วยในการสอนเพื่อจะได้ให้คำแนะนำนักเรียนได้อย่างทั่วถึงและรวดเร็ว

1.2 ควรมีเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีการติดตั้งโปรแกรมซอฟต์แวร์ JAVA ตั้งแต่เวอร์ชัน 1.4 ขึ้นไป และชุดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ประจำห้องคอมพิวเตอร์ของโรงเรียน และตรวจสอบการใช้งานก่อนชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ครูควรอธิบายให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเรียนก่อนเริ่มต้นเรียนจะทำให้นักเรียนทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยความตั้งใจและความกระตือรือร้นในการเรียนมากกว่ามอบสื่อการเรียนให้นักเรียนไปศึกษาเอง และต้องดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อให้คำแนะนำและตอบคำถามเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา

1.4 นักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนและมีทักษะการใช้คอมพิวเตอร์พอสมควร ซึ่งจะส่งผลกับการเรียน โดยใช้โปรแกรม C.a.r.

2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

2.1 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการนำโปรแกรม C.a.R. ไปใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเชิงเรขาคณิตหรือพีชคณิต ในเรื่องอื่นๆ เช่น เส้นขนาน, พื้นฐานทางเรขาคณิต, ทฤษฎีกราฟ และการสร้างกราฟของฟังก์ชันต่างๆ เป็นต้น

2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบระหว่างการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่างๆ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. กับการสอนแบบปกติ

2.3 ควรนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองซ้ำกับนักเรียนที่แบ่งออกเป็นกลุ่มหรือนักเรียนกลุ่มตัวอย่างอื่นๆ ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้นต่อไป

2.4 ควรนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น อัปโหลดขึ้นอินเทอร์เน็ตเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองได้ตลอดเวลา





บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กฏุมพี กาสิชา.(2550). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้. ปรินญาณิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- กัญญา เลิศสามัตถิยกุล. (2539).ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). วิธีสอนทั่วไป และ ทักษะการสอน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กองพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). เทคนิคการเขียนกิจกรรมการเรียนการสอนในชุดวิชา. กรุงเทพฯ: กองพัฒนาการศึกษานอกโรงเรียน.
- คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย. (2524). ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2545). สุดยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด ค 012 ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพฯ: เรืองแสงการพิมพ์.
- ชวาล แพรัตกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ: คุรุสภากรุงเทพฯ.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์; และคนอื่นๆ. (2523). เอกสารการสอนชุดวิชา เทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา. นนทบุรี: สำนักเทคโนโลยีการศึกษา. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช. ถ่ายเอกสาร.
- เดือนใจ มีสุข. (2549). การพัฒนาบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องพาราโบลา ระดับช่วงชั้นที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- ทัศนีย์ กาดะโล. (2547). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- ธัญชัย ภูอุดม. (2551). การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ธัญชนก ตั้งวัชรพงศ์. (2550). คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ช่วงชั้นที่ 4 หลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- ธิดารัตน์ ลือโลก.(2554). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียเรื่องภาคตัดกรวยเพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถเชิงปริภูมิของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2549). การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์ในทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญเกื้อ ควรหาเวช. (2545). นวัตกรรมการศึกษา. กรุงเทพฯ: SR Printing.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). การพัฒนาการสอน. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.
- ประคอง วรรณสุด. (2538). สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือ ดร.ศรีสง่า.
- ประสาธ อิศรปริดา. (2541). สารัตถะจิตวิทยาการศึกษา. มหาสารคาม: ภาควิชาจิตวิทยา การศึกษาและการแนะแนว คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2539). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: สหมิตรออฟเซต.
- บุญยพล จันท์ฝอย. (2551). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เปี้ยทิพย์ เขียวไขแก้ว. (2551). ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เป็รื่อง กุมุท. (2519). เทคนิคการเขียนบทเรียนโปรแกรม. กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- พัลลภ คงนุรัตน์. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พรรณณี ชุทัย เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: เมธีทีปส์.
- พินิดา รุ่งเดช. (2548). การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI (TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION) เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณีพนธ์ ครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน. ฉะเชิงเทรา: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิราวุฒวิทยาลัย.
- พรศรี บุญรอด. (2545). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ผ่องศรี หวานเสียง. (2547). ผลการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการเรียนแบบชิปปา เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์). เชียงราย: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. บัณฑิตวิทยาลัย. (2548). คู่มือการจัดทำปรินญาณีพนธ์และสารนิพนธ์. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2530). เอกสารการสอนชุดวิชา คณิตศาสตร์ 4 (Mathematics) หน่วยที่ 8. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยฯ. ถ่ายเอกสาร.
- (2542). ชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา หน่วยที่ 13. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยฯ. ถ่ายเอกสาร.
- มันตกานท์ โคตรชาติ. (2545). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้. ปรินญาณีพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2536). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ยุพิน พิพิธกุล; และอรพรรณ ต้นบรรจง. (2531). สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัศมี พรหมแสนปิง. (2552). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ GSP สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกุมภวาปี จังหวัดอุดรธานี. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. ถ่ายเอกสาร
- ลักขณา สิริวัฒน์. (2539). จิตวิทยาเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ โอเดียนสโตร์.

- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วนิสานี นิลมาณ. (2545). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรรณวิภา สุทศเกียรติ. (2542). *การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรวรรณ กฤตยากรนพวงศ์. (2551). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วาสนา ชาวหา. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: อักษรสยามการพิมพ์. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *การพัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒนาพร ระเบียบทุกข์. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: แอล ที เพรส.
- (2545). *เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- ศรียศศักดิ์ จามรมาร. (2535). *การพัฒนาและ การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน*. วารสารรวมคำแหง. 15(3): 10.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2540). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2550). *ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2544). *กิจกรรมพัฒนาผู้เรียนคณิตศาสตร์ (ศึกษาบทบาทของครูและนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรม)*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ อภิบาลศรี. (2537). *การผลิตชุดการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 1. ภาควิชาเทคโนโลยีและนวัตกรรมทางการศึกษา คณะครุศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (2547). *คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2*. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์.
- สมชาย ชูชาติ. (2529, กันยายน-ตุลาคม). *คอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. *วารสารคณิตศาสตร์*. 8-18.
- . (2542, กันยายน). *ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์*. *วารสารบัณฑิตศึกษา*. 3(3): 77-78.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). *ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. *วารสารวิชาการ*. 1(9): 72.
- สุจิตรา มุสิกะเจริญ. (2542). *การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุทินันท์ บุญพัฒนาภรณ์. (2548). *กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุดารัตน์ ไผ่พงสาวงค์. (2543). *การพัฒนาชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนแบบ Cippa Model เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุภัทรา เกิดมงคล. (2549). *กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุมานิน รุ่งเรืองธรรม. (2526). *กลวิธีสอน*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุรพงษ์ บรรจจุสุข. (2547). *ความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลังการใช้แผนการเรียนรู้โดยวิธีสอนแบบกลุ่มร่วมมือกันเรียนรู้ (Team Assisted) เรื่อง ลำดับและอนุกรม*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2548). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สันต์ ภิบาลสุข; และพิมพ์ใจ ภิบาลสุข. (2525). *การใช้สื่อการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สันติ อิทธิพลนาวกุล. (2550). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์. (2542). *ผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประกอบกิจกรรม การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อนุวัฒน์ เดชไธสง. (2553). *ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องวงเคอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อำนาจ เชื้อบ่อคา. (2547). *ผลการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- A.k. Sharma. (2005). *Textbook of Conic Section*. Dissertation Abstracts International. Discovery Publishing house.
- Baharvand, Mohsen. (2002, June). *A Comparison of the Effectiveness of Computer-Assisted Instruction versus Traditional Approach to Teaching Geometry*. *Dissertation Abstracts International*. 40(3): 552-A.
- Bruner, Jerome. (1963). *The Process of Education*. Harvard: Harvard University Press.
- Bull, Michael Porter. (1993, January). *Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth-grade Students that are Taught Problem-solving through a Four-step Method that Addresses the Perceptual Strengths of Each Student*. *Dissertation Abstract International*.
- Daniel Scher. (2012). *Exploring conic section with the Geometer 's Sketchpad*. Dissertation Abstracts International.

- Foletta, Gina Marie. (1995, February). Technology and Guided Inquiry: Understanding of Students' Thinking while Using a Cognitive Computer Tool, The Geometer's Sketchpad in a Geometry Class. *Dissertation Abstracts International*. 55(8): 2311-A.
- Frerking, Bonnie Giddens. (1995, June). *Conjecturing and Proof-Writing in Dynamic Geometry*. Dissertation Abstracts International.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Grothmann, Rene. (2007). *Download Program Compass and Ruler (C.a.R.)*. Retrieved May 13, 2012, from www.z-u-l.de.
- Gubrud, Allarm Roy. (1971, June). The Effect of an Advance Organizer and a concrete Experience on Learning the Concept of Vectors in Junior and Senior High School. *Dissertation Abstracts International*.
- Harry F. Davis; & Arthur David Snider. (1995). *Introduction to vector analysis*. Dubuque, IA: Wm. C. Brown.
- Leidig, Paul Marvin. (1992). *The Relationship Between Cognitive Style and Mental Maps in Hypertext Assisted Learning*. Dissertation Virginia: Graduate School Virginia Commonwealth University. Photocopied.
- Lester, Margaret Lynn. (1996, December). *The Effects of The Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students*. *Dissertation Abstracts International*.
- Melczarek, Robert Jan. (1998, January). *The Effects of Problem-Solving Activities Using Dynamic Geometry Computer Software on Readiness for Self-Directed Learning*. Dissertation Abstracts International.
- Moss, Laura Jean. (2001, May). *The Use of Dynamic Geometry Software as a Cognitive Tool*. Dissertation Abstracts International.
- Reber, Arthur S. (1985). *The Penguin Dictionary of Psychology*. New York: Penguin.
- Wallerstein, Harvey. (1971). *Dictionary of Psychology*. Maryland: Penguin Book Inc.
- Wertheimer, R. (1990). *The Geometry Proof Tutor: An Intelligent Computer-Based Tutor in The Classroom*. National Council of Teachers of Mathematics. 308-317.
- William Henry Besant. (2009). *Conic Section, Treated geometric*. Dissertation Abstracts International.
- William Martin Baker. (2007). *Algebraic Geometry: A New Treatise On Analytical Conic Section*. Dissertation Abstracts International.

Yousif, Adil Eltayeb. (1997, November). *The Effects of The Geometer's Sketchpad on The Attitude Toward Geometry of High School Students*. Dissertation Abstracts International.







ตาราง 9 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง
ภาคตัดกรวย

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 9 (ต่อ)

ตอนที่ 1 แบบปรนัย	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2		
29	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
33	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
35	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
39	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย					
ข้อที่					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ	+1	หมายถึง	แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
	0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
	-1	หมายถึง	แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ตาราง 10 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มนำร่อง

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	p	r
1	0.63	0.45
2	0.53	0.55
3	0.73	0.45
4	0.60	0.10
5	0.53	0.05
6	0.55	0.50
7	0.63	0.35
8	0.55	0.30
9	0.45	0.40
10	0.65	0.50
11	0.55	0.10
12	0.38	0.15
13	0.30	0.10
14	0.63	0.55
15	0.53	0.45
16	0.58	0.25
17	0.53	0.35
18	0.33	0.25
19	0.73	0.30
20	0.48	0.45
21	0.53	0.55
22	0.55	0.40
23	0.50	0.40
24	0.48	0.45
25	0.38	0.15
26	0.53	0.35
27	0.28	0.15
28	0.65	0.40

ตาราง 10 (ต่อ)

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	p	r
29	0.73	0.25
30	0.58	0.35
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย ข้อที่		
1	0.73	0.52
2	0.31	0.61
3	0.40	0.65
4	0.53	0.75
5	0.58	0.60
6	0.31	0.62
7	0.29	0.49

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าความเชื่อมั่นโดยพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 แบบปรนัย เท่ากับ 0.77
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 แบบอัตนัย เท่ากับ 0.88
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ เท่ากับ 0.87

ตาราง 11 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มนำร่อง ทั้งฉบับ

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{x}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
เนื้อหา								
1	17.50% (7 คน)	37.50% (15 คน)	42.50% (17 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.70	0.78	มาก
2	10.00% (4 คน)	42.50% (17 คน)	47.50% (19 คน)	-	-	3.63	0.66	มาก
3	12.50% (5 คน)	35.00% (14 คน)	52.50% (21 คน)	-	-	3.60	0.70	มาก
4	20.00% (8 คน)	37.50% (15 คน)	42.50% (17 คน)	-	-	3.78	0.76	มาก
5	7.50% (3 คน)	47.50% (19 คน)	42.50% (17 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.60	0.66	มาก
กิจกรรม								
6	20.00% (8 คน)	45.00% (18 คน)	30.00% (12 คน)	5.00% (2 คน)	-	3.80	0.81	มาก
7	15.00% (6 คน)	47.50% (19 คน)	35.00% (14 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.75	0.73	มาก
8	22.50% (9 คน)	32.50% (13 คน)	45.00% (18 คน)	-	-	3.78	0.79	มาก
9	20.00% (8 คน)	50.00% (20 คน)	30.00% (12 คน)	-	-	3.90	0.70	มาก
10	17.50% (7 คน)	57.70% (23 คน)	25.00% (10 คน)	-	-	3.93	0.65	มาก
สื่อ								
11	15.00% (6 คน)	52.50% (21 คน)	32.50% (13 คน)	-	-	3.83	0.67	มาก
12	22.50% (9 คน)	55.00% (22 คน)	22.50% (9 คน)	-	-	4.00	0.67	มาก

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{x}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
สื่อ								
13	10.00% (4 คน)	50.00% (20 คน)	40.00% (16 คน)	-	-	3.70	0.64	มาก
14	10.00% (4 คน)	45.00% (18 คน)	42.50% (17 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.63	0.70	มาก
15	12.50% (5 คน)	35.00% (14 คน)	50.00% (20 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.58	0.74	มาก
วัดผล								
16	17.50% (7 คน)	37.50% (15 คน)	45.00% (18 คน)	-	-	3.73	0.74	มาก
17	22.50% (9 คน)	35.00% (14 คน)	42.50% (17 คน)	-	-	3.80	0.78	มาก
18	17.50% (7 คน)	42.50% (17 คน)	40.00% (16 คน)	-	-	3.78	0.72	มาก
19	22.50% (9 คน)	35.00% (14 คน)	42.50% (17 คน)	-	-	3.80	0.78	มาก
20	20.00% (8 คน)	25.00% (10 คน)	55.00% (22 คน)	-	-	3.65	0.79	มาก

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มนักร้องทั้งฉบับ (α)
เท่ากับ 0.89

ตาราง 12 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มนำร่อง สรุปรวมแต่ละด้าน

ด้าน	\bar{x}	S.D.	แปลผล
ด้านเนื้อหา	3.67	0.71	มาก
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	3.83	0.74	มาก
ด้านสื่อการเรียนการสอน	3.75	0.68	มาก
ด้านวัดผลและประเมินผล	3.75	0.76	มาก
รวมเฉลี่ย	3.75	0.72	มาก

ตาราง 13 คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย และหลังการเรียนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คนที่	คะแนนระหว่างเรียน			รวมคะแนนระหว่างเรียน (คะแนน)	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (คะแนน)	รวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (คะแนน)
	ใบกิจกรรม (คะแนน)	แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 1 (คะแนน)	แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 2 (คะแนน)			
1	18	10	8	36	38	74
2	17	8	8	33	41	74
3	18	10	7	35	34	69
4	16	6	6	28	40	68
5	17	8	8	33	40	73
6	15	9	8	32	41	73
7	18	9	9	36	42	78
8	16	7	9	32	43	75
9	17	9	8	34	40	74
10	18	8	8	34	41	75
11	15	9	9	33	40	73
12	15	8	7	30	35	65
13	16	9	8	33	41	74

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	คะแนนระหว่างเรียน			รวมคะแนน ระหว่างเรียน (คะแนน)	แบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ (คะแนน)	รวมคะแนน ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน (คะแนน)
	ใบกิจกรรม (คะแนน)	แบบทดสอบ ย่อยครั้งที่ 1 (คะแนน)	แบบทดสอบ ย่อยครั้งที่ 2 (คะแนน)			
14	16	8	9	33	40	73
15	18	9	9	36	48	84
16	18	8	7	33	43	76
17	15	9	7	31	43	74
18	17	10	8	35	45	80
19	18	8	8	34	42	76
20	16	9	8	33	44	77
21	18	7	8	33	41	74
22	16	8	9	33	34	67
23	17	9	9	35	42	77
24	18	8	8	34	38	72
25	16	8	10	34	41	75
26	18	9	8	35	37	72
27	19	9	9	37	45	82
28	16	8	8	32	42	74
29	17	9	6	32	40	72
30	17	8	6	31	43	74
31	17	9	9	35	43	78
32	16	10	8	34	44	78
33	17	8	8	33	47	80
34	18	9	9	36	42	78
35	18	7	9	34	40	74
36	17	9	9	35	43	78
37	18	9	8	35	40	75
38	15	9	9	33	36	69
39	18	10	8	36	37	73
40	17	10	8	35	42	77

ตาราง 14 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก
ใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อยเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	40	33.65	84.13	1.59

ตาราง 15 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	60	40.95	68.25	2.87

ตาราง 16 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	40	100	74.60	74.60	3.18

ตาราง 17 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
ใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อย	40	33.65	84.13	1.59
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	60	40.25	68.25	2.87
รวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	100	74.60	74.60	3.18

การทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

$$\text{สมมติฐาน } H_0 : p \leq 0.6$$

$$H_1 : p > 0.6$$

$$\text{สถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ \hat{p} คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ต้องการ ทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

$$\text{เพราะว่า } \hat{p} = \frac{35}{40} = 0.88, p_0 = 0.6 \text{ และ } n = 40$$

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.88 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(0.4)}{40}}} = 3.614$$

เนื่องจาก $Z_{0.01} = 2.326$

ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z > Z_{0.01}$

จะได้ว่า $3.614 > 2.326$ ซึ่งตกอยู่ในขอบเขตวิกฤต

เพราะฉะนั้น จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตาราง 18 คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	3	3	4	4	4	4	5	5	4	4	3	4	5	4	3	5	4	3	5	4
2	4	3	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	5	4	3	5	3	4	5	5
3	4	2	5	5	3	4	5	4	4	4	4	4	5	4	4	4	3	4	5	5
4	3	4	5	4	4	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	3	4	4	4	3
5	4	4	5	4	4	3	5	3	4	5	5	4	5	3	3	4	4	4	5	4
6	4	4	4	4	4	3	5	4	5	5	5	4	3	3	5	3	4	4	4	5
7	5	4	3	4	4	5	5	5	5	5	5	4	3	5	3	2	3	4	5	3
8	3	4	5	4	4	4	5	5	5	5	5	5	4	4	5	4	3	4	5	4
9	5	4	4	4	4	4	5	4	4	3	5	3	3	5	3	3	3	4	5	5
10	3	4	5	3	4	3	5	3	5	3	2	3	3	4	4	5	3	4	5	4
11	5	4	4	3	5	4	5	5	3	3	3	5	4	5	4	4	4	5	3	3
12	5	3	3	4	5	4	4	4	5	5	2	5	3	4	2	4	4	5	2	4
13	3	3	4	4	4	3	4	4	5	5	4	5	4	3	4	3	4	5	2	4
14	4	3	5	4	4	5	5	5	4	4	5	5	3	3	4	4	4	5	4	4
15	4	3	4	3	3	5	3	5	3	4	4	5	4	4	4	2	5	4	4	4
16	4	3	3	4	4	5	4	5	4	4	4	5	5	4	4	4	5	4	4	3
17	4	4	5	5	3	5	4	3	5	3	4	4	5	3	3	4	4	4	3	4
18	4	4	4	4	3	5	4	3	5	3	4	4	5	4	3	4	4	4	3	2
19	5	4	4	4	4	5	4	3	5	3	4	4	5	4	3	4	5	4	3	4
20	3	4	3	4	4	5	3	4	5	4	4	5	5	4	3	4	5	4	4	4
21	3	4	4	4	3	5	3	4	5	4	4	5	5	4	4	4	5	4	4	4
22	4	3	4	3	3	5	5	3	5	4	3	5	5	4	4	5	5	4	5	5
23	5	3	3	2	3	4	5	3	5	4	4	4	5	4	4	5	5	4	4	5

ตาราง 18 (ต่อ)

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
24	3	5	4	3	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	4	3	5
25	4	4	5	3	4	4	5	5	4	3	4	3	4	5	4	4	5	4	4	3
26	5	2	5	3	4	4	3	5	5	3	3	4	5	4	4	3	5	3	5	3
27	3	3	5	3	4	4	3	5	5	3	4	4	5	4	4	4	3	3	4	3
28	4	4	4	3	4	4	4	4	4	5	4	3	5	5	4	4	3	3	3	3
29	4	4	4	4	3	4	4	4	5	4	4	3	5	3	4	3	3	3	4	3
30	5	2	3	5	4	4	4	4	5	4	4	3	5	3	5	4	4	3	3	4
31	4	5	4	4	4	4	3	4	3	3	4	3	3	3	5	4	4	4	4	4
32	4	5	4	4	4	5	4	4	3	4	3	3	3	3	5	3	4	5	3	4
33	3	5	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	4	5	4	4	4	4	2
34	3	5	4	4	4	3	4	3	3	4	4	3	4	5	5	4	2	5	3	3
35	3	4	4	4	4	3	4	3	3	4	5	4	3	5	4	5	4	4	4	3
36	3	4	5	3	5	3	5	4	3	4	5	4	5	5	4	5	4	5	3	4
37	5	5	4	3	5	4	4	5	5	3	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4
38	4	5	3	3	5	4	4	5	4	5	3	4	5	4	3	3	4	4	3	4
39	4	3	4	3	5	4	4	5	4	4	5	4	3	4	3	3	4	3	4	4
40	3	4	4	3	5	3	4	5	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4

ตาราง 19 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน
 กลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย
 โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{x}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
เนื้อหา								
1	22.50% (9 คน)	42.50% (17 คน)	35.00% (14 คน)	-	-	3.88	0.75	มาก
2	17.50% (7 คน)	47.50% (19 คน)	27.50% (11 คน)	-	-	3.75	0.83	มาก
3	27.50% (11 คน)	55.00% (22 คน)	17.50% (7 คน)	-	-	4.10	0.67	มาก
4	7.50% (3 คน)	52.50% (21 คน)	37.50% (15 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.65	0.65	มาก
5	17.50% (7 คน)	62.50% (25 คน)	20.00% (8 คน)	-	-	3.98	0.61	มาก
กิจกรรม								
6	27.50% (11 คน)	52.50% (21 คน)	20.00% (8 คน)	-	-	4.08	0.69	มาก
7	42.50% (17 คน)	42.50% (17 คน)	15.00% (6 คน)	-	-	4.28	0.50	มาก
8	35.00% (14 คน)	40.00% (16 คน)	25.00% (10 คน)	-	-	4.10	0.77	มาก
9	45.00% (18 คน)	32.50% (13 คน)	22.50% (9 คน)	-	-	4.23	0.79	มาก
10	22.50% (9 คน)	47.50% (19 คน)	30.00% (12 คน)	-	-	3.93	0.72	มาก
สื่อ								
11	22.50% (9 คน)	52.50% (21 คน)	25.00% (10 คน)	-	-	3.98	0.69	มาก
12	25.00% (10 คน)	47.50% (19 คน)	27.50% (11 คน)	-	-	3.98	0.72	มาก

ตาราง 19 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					\bar{x}	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
ข้อ								
13	50.00% (20 คน)	20.00% (8 คน)	30.00% (12 คน)	-	-	4.20	0.87	มาก
14	20.00% (8 คน)	57.50% (23 คน)	22.50% (9 คน)	-	-	3.98	0.65	มาก
15	17.50% (7 คน)	52.50% (21 คน)	27.50% (11 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.85	0.73	มาก
วัดผล								
16	20.00% (8 คน)	50.00% (20 คน)	25.00% (10 คน)	5.00% (2 คน)	-	3.85	0.79	มาก
17	25.00% (10 คน)	50.00% (20 คน)	22.50% (9 คน)	2.50% (1 คน)	-	3.98	0.76	มาก
18	17.50% (7 คน)	62.50% (25 คน)	20.00% (8 คน)	-	-	3.98	0.61	มาก
19	25.00% (10 คน)	40.00% (16 คน)	30.00% (12 คน)	5.00% (2 คน)	-	3.85	0.85	มาก
20	17.50% (7 คน)	50.00% (20 คน)	27.50% (11 คน)	5.00% (2 คน)	-	3.80	0.78	มาก
รวมเฉลี่ย						3.97	0.75	มาก



ภาคผนวก ข
คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน



คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย
โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



โดย

นายวรารุณ บุตรรัตน์

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หลักการและเหตุผล

เรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4(ม.4 – ม.6) โดยเรขาคณิตเป็นคณิตศาสตร์แขนงหนึ่ง ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมมากกว่า พีชคณิต และการวิเคราะห์ เรขาคณิตมีความสำคัญกล่าวคือ เป็นพื้นฐานเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์แขนงอื่นและเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น และยังเป็นทักษะที่มีความสำคัญในการเรียนสาขาอื่นที่ต้องเกี่ยวข้องกับงานเชิงโครงสร้าง นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงตรรกศาสตร์ การคิดเชิงมิติสัมพันธ์ ช่วยในการอ่าน การตีความและการอ้างเหตุผล ทำให้มีความเข้าใจสิ่งต่างๆที่อยู่รอบตัว จะเห็นได้ว่าเรขาคณิตมีความสำคัญไม่ยิ่งหย่อนไปกว่าคณิตศาสตร์แขนงอื่นๆแต่อย่างใด ทำให้มีการบรรจุวิชาเรขาคณิตไว้เป็นส่วนหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเสมอมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

การที่เรขาคณิตมีความสำคัญดังกล่าวข้างต้น กลับพบว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร โดยเฉพาะเรื่องภาคตัดกรวย ได้ถูกจัดไว้ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งเป็นเนื้อหาวิชาทางเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ประกอบด้วย วงกลม วงรี พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา เป็นเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ที่สำคัญ และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นที่สูงขึ้น เช่น แคลคูลัส นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในศาสตร์อื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามมาตรฐานการเรียนรู้ในเรื่องนี้ คือนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนคติของภาคตัดกรวย สามารถเขียนสมการของภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดรูปกราฟให้และสามารถเขียนรูปกราฟเมื่อกำหนดสมการของภาคตัดกรวยมาได้ ซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของเรขาคณิตวิเคราะห์ จากเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังข้างต้น ผู้วิจัยได้ศึกษา งานวิจัยและสอบถามจากสภาพปัญหาจริง เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวย พบว่าปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวยมีดังนี้

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยของนักเรียน ซึ่งมีเนื้อหาค่อนข้างจะเป็นนามธรรม พบว่านักเรียนมีปัญหาข้อผิดพลาดมากที่สุด 3 ส่วน คือ

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ
2. นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง
3. ครูขาดสื่อการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนสังเกต สืบค้น ตั้งข้อคาดการณ์และ

สืบเสาะหาเหตุผลด้วยตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพเหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

สำหรับปัญหาดังกล่าวนี้ผู้วิจัยเห็นว่าวิธีการสอนโดยการใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนที่สามารถแก้ไขปัญหาได้ ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันว่าการใช้คอมพิวเตอร์ในการสอนช่วยพัฒนาทักษะและมโนทัศน์ของนักเรียนในสิ่งที่ได้เรียนรู้ไป ในการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอน สามารถใช้ได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ เช่น ใช้เพื่อเป็นโปรแกรมในการฝึกและทบทวน ใช้เป็นเครื่องมือศึกษาเนื้อหา ใช้แสดงความคิดและกระบวนการ เป็นต้น สำหรับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ มีผู้พยายามนำคอมพิวเตอร์มาใช้ประโยชน์ ทั้งในลักษณะที่ใช้เพื่อเรียนรู้เนื้อหา สำรวจ ตรวจสอบ วิเคราะห์ แนวความคิดและกระบวนการ ตลอดจนการใช้เพื่อทบทวนและทดสอบ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (Dynamic Geometry) เข้ามาประกอบการเรียนการสอน เพราะว่าโปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับการสร้างรูปเรขาคณิต มีความสามารถในการสร้างรูปเรขาคณิตได้เสมือนกับการใช้สันตรงและวงเวียน โปรแกรม C.a.R. มีความสามารถในการสร้างทางเรขาคณิตและจัดกระทำกับวัตถุ เช่น สร้างรูปเรขาคณิต สร้างกราฟ เคลื่อนที่วัตถุ และสร้างภาพเคลื่อนไหว เป็นต้น เครื่องมือต่างๆ ที่มีอยู่ในโปรแกรม C.a.R. สามารถใช้ออกแบบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มองเห็นภาพในลักษณะที่เห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนสามารถทำกิจกรรมต่างๆ โดยใช้การสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และการสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดที่สำคัญต่างๆ เกี่ยวกับภาคตัดกรวย เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้นำไปใช้ในการเรียนเรื่องวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา อีกทั้งยังใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เนื้อหา

ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย 5 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยที่ 1 บทนำ	เวลา 1 ชั่วโมง
หน่วยที่ 2 วงกลม	เวลา 4 ชั่วโมง
หน่วยที่ 3 วงรี	เวลา 4 ชั่วโมง
หน่วยที่ 4 พาราโบลา	เวลา 4 ชั่วโมง
หน่วยที่ 5 ไฮเพอร์โบลา	เวลา 4 ชั่วโมง

แนวทางการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

1. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
2. คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.
3. แผนการจัดการเรียนรู้
4. สื่อการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย
 - 4.1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย
 - 4.2. ใบกิจกรรม
 - 4.3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
 - 4.4. โปรแกรม C.a.R.
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย
6. แบบวัดความพึงพอใจ

การใช้กิจกรรมต่างๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้และฝึกทักษะตามใบกิจกรรม โดยแต่ละกิจกรรมจะใช้แฟ้มคำสั่งร่วมกับใบกิจกรรมที่สร้างขึ้น เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนการสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

โครงการสอน

แผนการจัดการเรียนรู้	เรื่อง	จำนวนคาบ (คาบ)
1	ชั่วโมงที่ 1 บทนำ	1
2	ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของวงกลม ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม ชั่วโมงที่ 4 สมการของเส้นสัมผัสวงกลม	4
3	ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการวงรี	4

แผนการจัดการเรียนรู้	เรื่อง	จำนวนคาบ (คาบ)
4	<p>ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา</p> <p>ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่ $(0, 0)$</p> <p>ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่ (h, k)</p> <p>ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา</p>	4
5	<p>ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา</p> <p>ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$</p> <p>ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k)</p> <p>ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลามุมฉาก</p>	4

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเรื่องภาคตัดกรวย

หน่วยการเรียนรู้	เรื่อง	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
1	บทนำ	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของเส้นโค้งที่ได้จากระนาบตัดกรวยกลมได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถเข้าใจการประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวยในสาขาวิชาอื่นๆได้
2	วงกลม	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 3. นักเรียนสามารถหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 4. นักเรียนสามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมและรัศมีวงกลมโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์เมื่อกำหนดสมการรูปแบบมาตรฐานได้ 5. นักเรียนสามารถหาสมการของวงกลมในรูปแบบทั่วไปที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 6. นักเรียนสามารถเปลี่ยนสมการของวงกลมรูปแบบมาตรฐานเป็นสมการวงกลมรูปแบบทั่วไปได้ 7. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสวงกลม เมื่อกำหนดจุดสัมผัสให้ได้

หน่วย การเรียนรู้	เรื่อง	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
3	วงรี	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีได้ 2. นักเรียนสามารถหาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 3. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของความเยื้องศูนย์กลางกับสมการของวงรีได้ 4. นักเรียนสามารถหาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 5. นักเรียนสามารถหาส่วนประกอบของวงรีเมื่อกำหนดสมการของวงรีให้ได้ 6. นักเรียนสามารถเปลี่ยนสมการของวงรีในรูปแบบมาตรฐานเป็นรูปแบบทั่วไปได้
4	พาราโบลา	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลาได้ 2. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 3. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่ (h, k) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 4. นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบต่างๆของกราฟพาราโบลาได้ 5. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบทั่วไป ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 6. นักเรียนสามารถเปลี่ยนสมการของพาราโบลาในรูปแบบมาตรฐานเป็นรูปแบบทั่วไปได้
5	ไฮเพอร์โบลา	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลาได้ 2. นักเรียนสามารถหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 3. นักเรียนสามารถหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 4. นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาได้

หน่วย การเรียนรู้	เรื่อง	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
5	ไฮเพอร์โบล่า	5. นักเรียนสามารถหาสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก ที่สอดคล้องกับ เงื่อนไขต่าง ๆ พร้อมทั้งเขียนกราฟได้ 6. นักเรียนสามารถเปลี่ยนสมการของไฮเพอร์โบล่าในรูปแบบ มาตรฐานเป็นรูปแบบทั่วไปได้

คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสำหรับครู

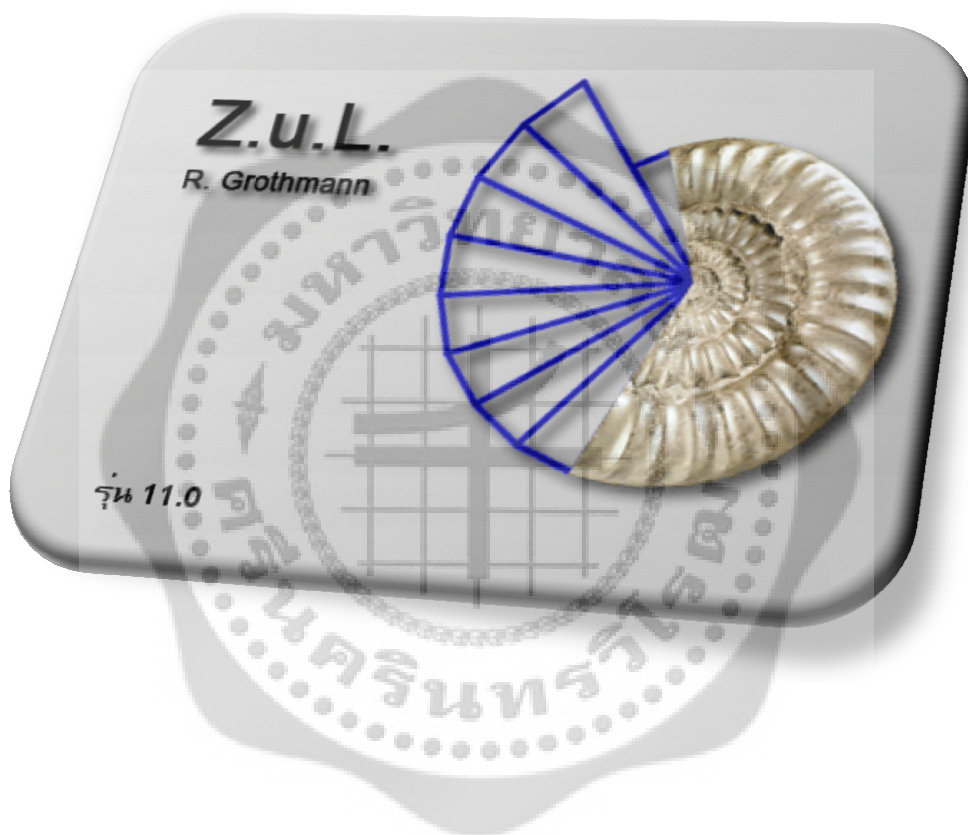
1. ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครูควรศึกษาเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ รวมทั้งไปกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน และศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยอย่างละเอียด ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน บางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง อาศัยการสำรวจ การสังเกต และการตั้งข้อคำถาม รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้คำแนะนำของครู โดยครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยความตั้งใจ ตอบข้อซักถาม และช่วยให้นักเรียนสรุปแนวคิดได้ชัดเจนขึ้น

3. ในการวัดและประเมินผล ควรวัดผลให้เกิดความเที่ยงตรงมากที่สุด เช่น ในการทำใบกิจกรรมทุกครั้งควรให้นักเรียนทำด้วยตนเองและให้เสร็จภายในชั่วโมงที่เรียนทุกครั้ง ส่วนการประเมินผลหรือการทดสอบทุกครั้ง ครูควรแจ้งข้อมูลกลับแก่นักเรียนทันที เพื่อให้นักเรียนทราบคำตอบและวิธีการทำที่ถูกต้อง ควรมีการเสริมแรงทางบวกแก่นักเรียนด้วย เพื่อเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนในครั้งต่อไป



คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.



จัดทำโดย

นายวรารุณ บุตรรัตน์

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.

บทนำ

โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมซึ่งอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย และมีสมบัติเบื้องต้นของซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัตเพียงพอ โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดยศาสตราจารย์ ดร.เรอเน่ โกรธมันน์ (Prof.Dr.Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาขึ้นไป การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์และลากเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถออกแบบการบ้านให้นักเรียนสร้าง โดยโปรแกรมจะแจ้งให้รู้เมื่อทำได้ถูกต้อง จุดเด่นอีกประการหนึ่งคือสามารถนำเสนอในรูปแบบ HTML ได้สะดวกเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่พัฒนาด้วยภาษา JAVA

การติดตั้งโปรแกรม C.a.R.

ในที่นี้ผู้วิจัยขอแนะนำเสนอการติดตั้งโปรแกรม เพื่อเป็นประโยชน์ต่อคุณ นักเรียนและผู้ที่จะศึกษาโปรแกรม C.a.R. ในการสร้างสื่อการเรียนการสอน และนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ติดตั้งโปรแกรมควรมีคุณสมบัติ คือ

1. มีระบบปฏิบัติการ Microsoft Window xp หรือรุ่นใหม่กว่า
2. มีฮาร์ดดิสก์ (Hard Disk) ขนาดไม่น้อยกว่า 4 GB.
3. สนับสนุนโปรแกรม JAVA ตั้งแต่เวอร์ชัน 1.4 ขึ้นไป (สามารถ Download ได้ที่

<http://www.java.com/en/download/index.jsp>)

ในการติดตั้งโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เข้าเว็บไซต์ <http://zirkel.sourceforge.net/> จะปรากฏภาพหน้าจอ ดังรูป



C.a.R. / Z.u.L.

C.a.R.



C.a.R. (Compass and Ruler) is dynamic geometry program simulating compass and ruler constructions on a computer written by René Grothmann at the University of Eichstätt, Germany.

To access The English pages, click the following link.

- [English pages](#)

Z.u.L.



Z.u.L. (Zirkel und Lineal) ist ein Geometrieprogramm, das Konstruktionen mit Zirkel und Lineal auf dem Computer simuliert. Das Programm wurde von René Grothmann von der Universität Eichstätt erstellt.

Die deutschen Seiten finden Sie unter dem folgenden Link.

- [Deutsche Seiten](#)



ขั้นตอนที่ 2 คลิกเลือกหัวข้อ English pages เพื่อเลือกภาษาผลปรากฏหน้าจอดังรูป

C.a.R. - Dynamic Geometry

zirkel.sourceforge.net/doc_en/index.html

C.a.R.
**Compass and Ruler
Construct and Rule**

C.a.R. is dynamic geometry program simulating compass and ruler constructions and much more on a computer.

For more information, download, documentation, demos, reference, tutorials and applications refer to the following pages.

- Overview, Information, Download
- Documentation, Reference
- Applications, Examples
- Demos
- Tutorials

C.a.R. has been translated in many languages. Some translations contain only the menu and dialog items, other come with a full documentation, and there web pages for C.a.R. in some languages. For more information look [here](#).

The author of the software maintains the English and the German pages. For the German pages visit the following link.

[German Pages - Deutsche Seiten](#)

For a short introduction in Interlingua see [here](#).

ขั้นตอนที่ 3 คลิกเลือกหัวข้อ Information ผลปรากฏหน้าจอดังรูป

C.a.R. - Information

zirkel.sourceforge.net/doc_en/information.html

C.a.R.
**Compass and Ruler
Construct and Rule**

C.a.R. is dynamic geometry program simulating compass and ruler constructions on a computer. But on a computer, much more is possible.

- Ruler and compass constructions can be changed by dragging one of the basic construction points. The student can check the correctness of the construction and gain new insights.
- Tracks of points and animated constructions can help to understand geometric relations. Tracks can be used as new objects to explore.
- With the macros of C.a.R. very complicated constructions become possible. Macros are also a way to organize the geometric thinking
- Hiding construction details and using colors make constructions clearer to read. In C.a.R., lines and circles can also be reduced to the relevant points.
- Arithmetic computations, numerical solutions, curves and functions go beyond classical constructions. It is even possible to construct in 3D using advanced macros.
- Other geometries, hyperbolic or elliptic, can be explored.

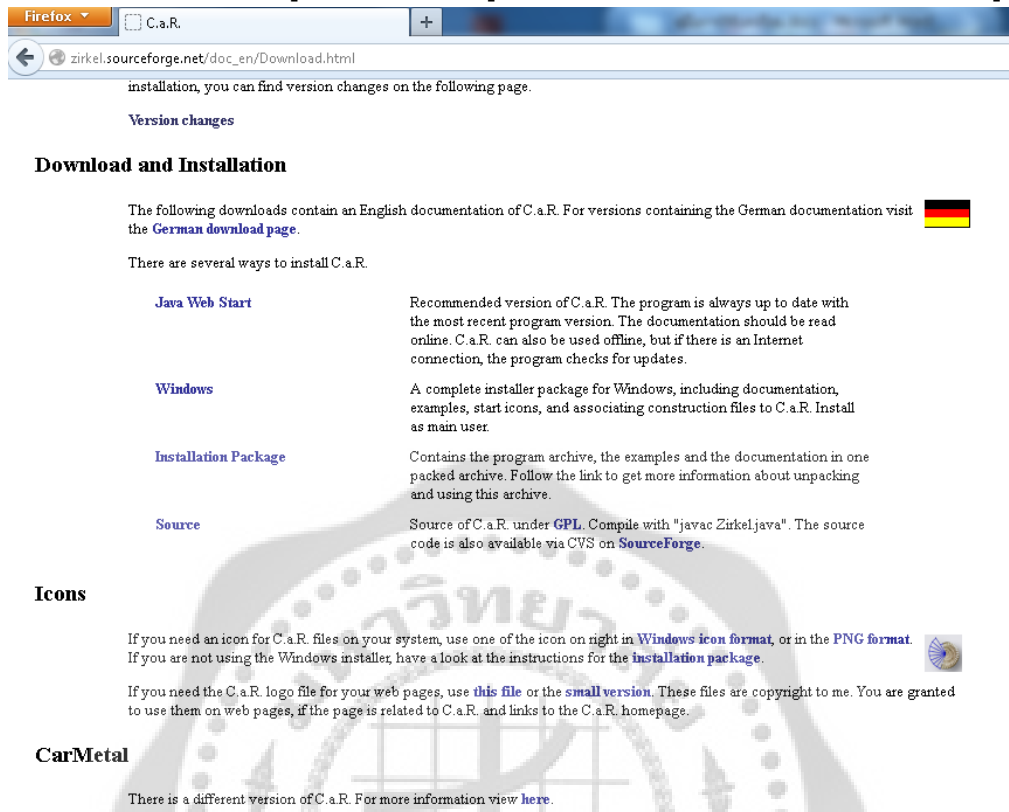
C.a.R. works on all modern platforms. Constructions and assignments can be embedded into web pages easily. C.a.R. has been translated in many languages.

C.a.R. can be used free of charge, and the source is available under the GPL license.

To keep informed about changes in C.a.R., you can follow the feed on my [software blog](#).

R. Grothmann
ImPRESSum

ขั้นตอนที่ 4 คลิกเมนู Download ที่อยู่ด้านซ้ายของหน้าจอ ผลปรากฏหน้าจอ ดังรูป



installation, you can find version changes on the following page.

Version changes

Download and Installation

The following downloads contain an English documentation of C.a.R. For versions containing the German documentation visit the [German download page](#).

There are several ways to install C.a.R.

- Java Web Start** Recommended version of C.a.R. The program is always up to date with the most recent program version. The documentation should be read online. C.a.R. can also be used offline, but if there is an Internet connection, the program checks for updates.
- Windows** A complete installer package for Windows, including documentation, examples, start icons, and associating construction files to C.a.R. Install as main user.
- Installation Package** Contains the program archive, the examples and the documentation in one packed archive. Follow the link to get more information about unpacking and using this archive.
- Source** Source of C.a.R. under GPL. Compile with "javac Zirkel.java". The source code is also available via CVS on [SourceForge](#).

Icons

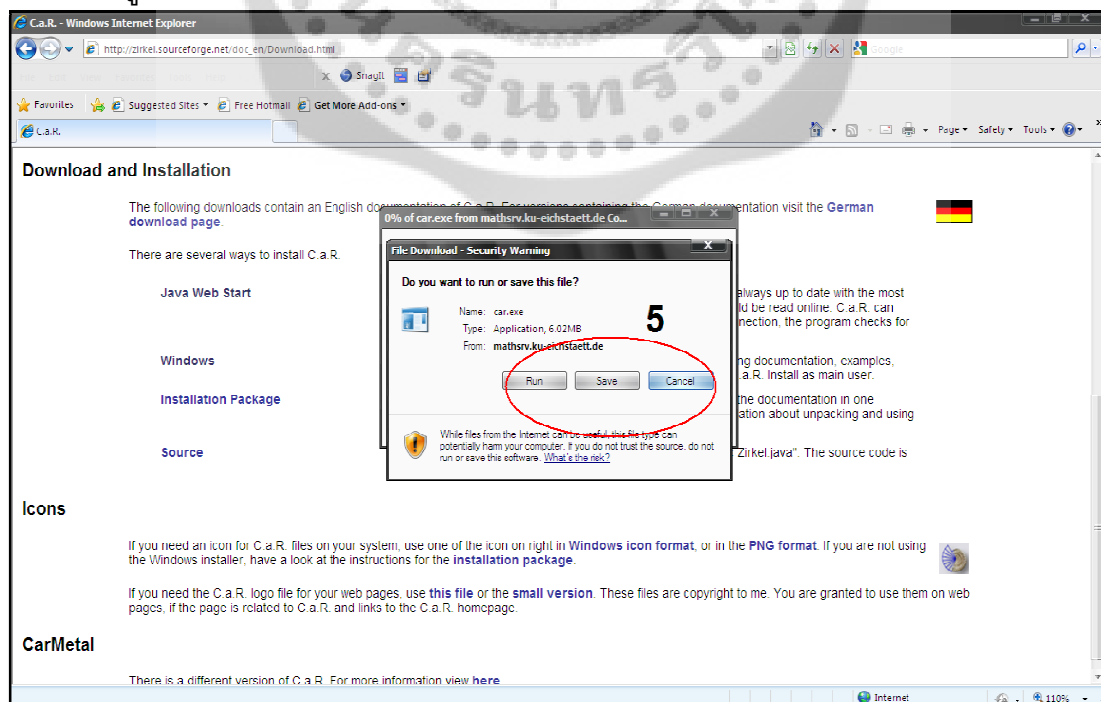
If you need an icon for C.a.R. files on your system, use one of the icon on right in [Windows icon format](#), or in the [PNG format](#). If you are not using the Windows installer, have a look at the instructions for the [installation package](#).

If you need the C.a.R. logo file for your web pages, use [this file](#) or the [small version](#). These files are copyright to me. You are granted to use them on web pages, if the page is related to C.a.R. and links to the C.a.R. homepage.

CarMetal

There is a different version of C.a.R. For more information view [here](#).

ขั้นตอนที่ 5 คลิกที่ Windows ในหัวข้อหลัก Download and Installation ผลปรากฏหน้าจอ ดังรูป



Download and Installation

The following downloads contain an English documentation of C.a.R. For versions containing the German documentation visit the [German download page](#).

There are several ways to install C.a.R.

- Java Web Start**
- Windows**
- Installation Package**
- Source**

Icons

CarMetal

File Download - Security Warning

Do you want to run or save this file?

Name: car.exe
Type: Application, 6.02MB
From: mathsrv.ku-eichstaett.de

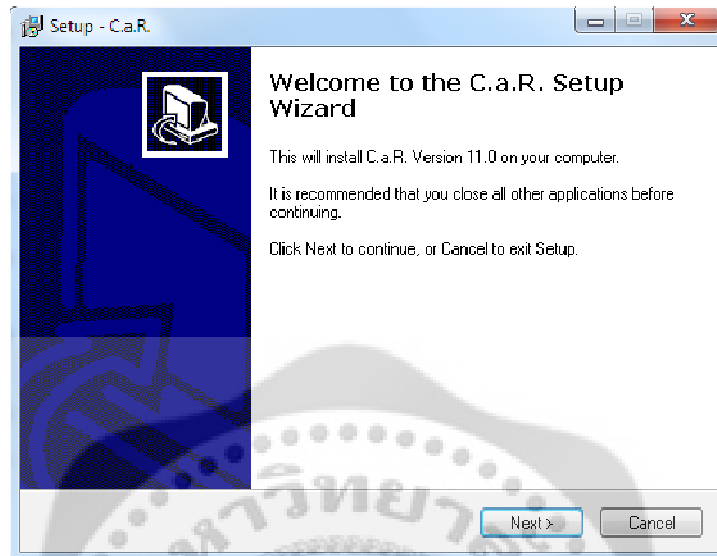
Run Save Cancel

While files from the Internet can be useful, they can potentially harm your computer. If you do not trust the source, do not run or save this software. [What's the risk?](#)

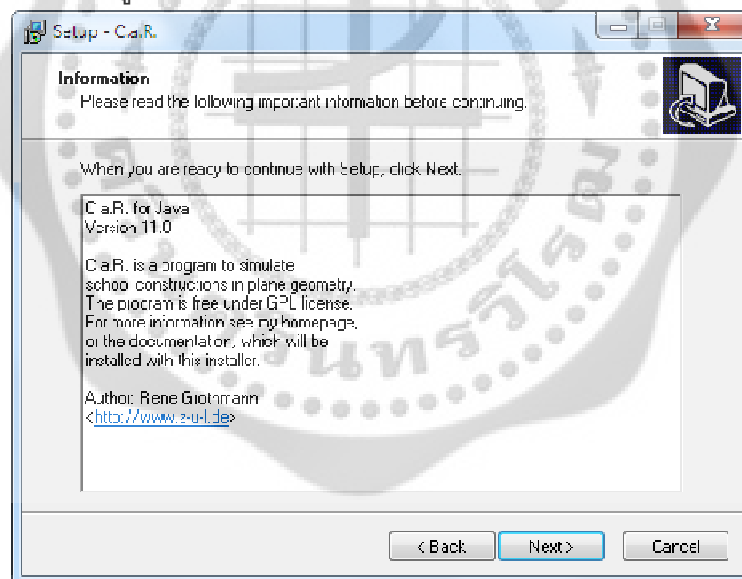
ขั้นตอนที่ 6 คลิกเลือก Run เพื่อลงโปรแกรม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนการลงโปรแกรม

ต่อไป

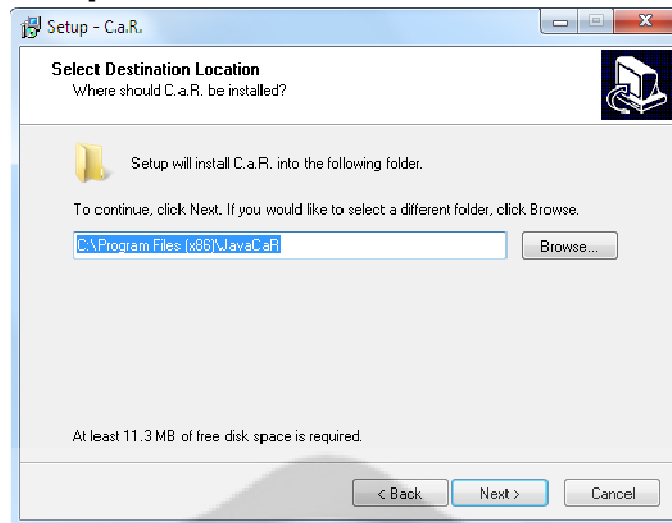
ขั้นตอนที่ 7 จากรูปด้านล่างคลิก Next



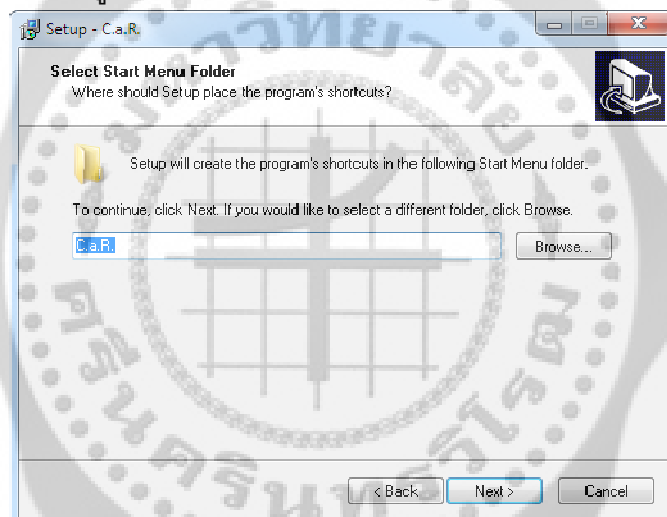
ขั้นตอนที่ 8 จากรูปด้านล่างคลิก Next



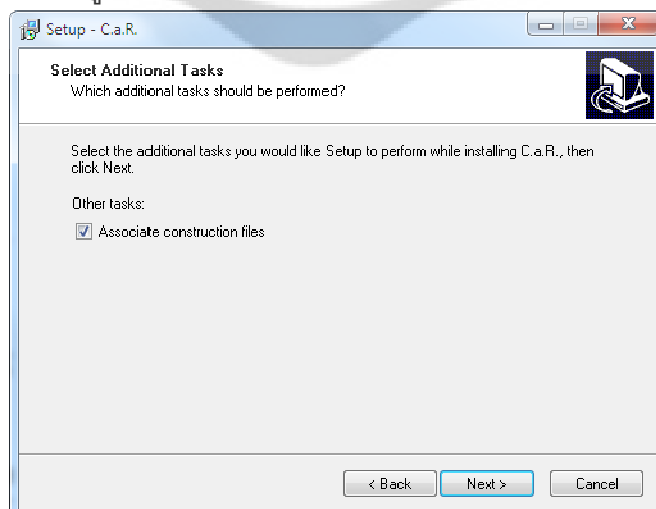
ขั้นตอนที่ 9 จากรูปด้านล่างคลิก Next



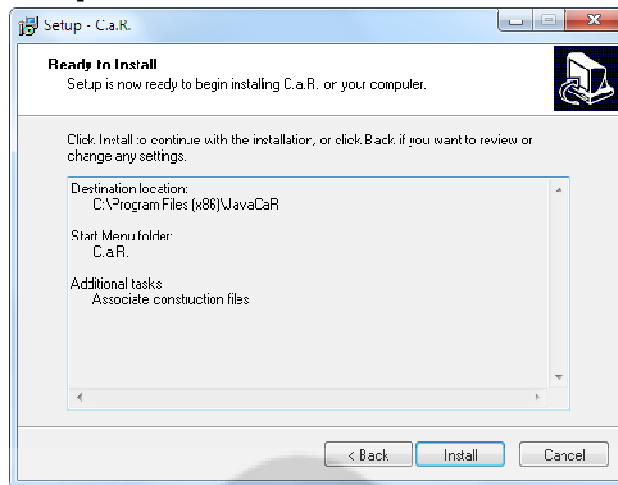
ขั้นตอนที่ 10 จากรูปด้านล่างคลิก Next



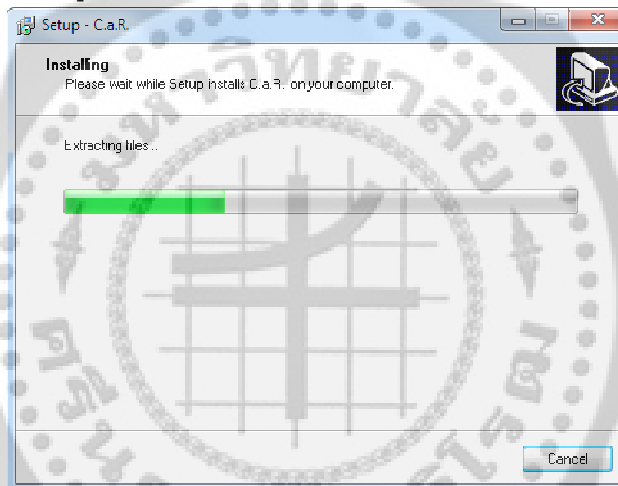
ขั้นตอนที่ 11 จากรูปด้านล่างคลิก Next



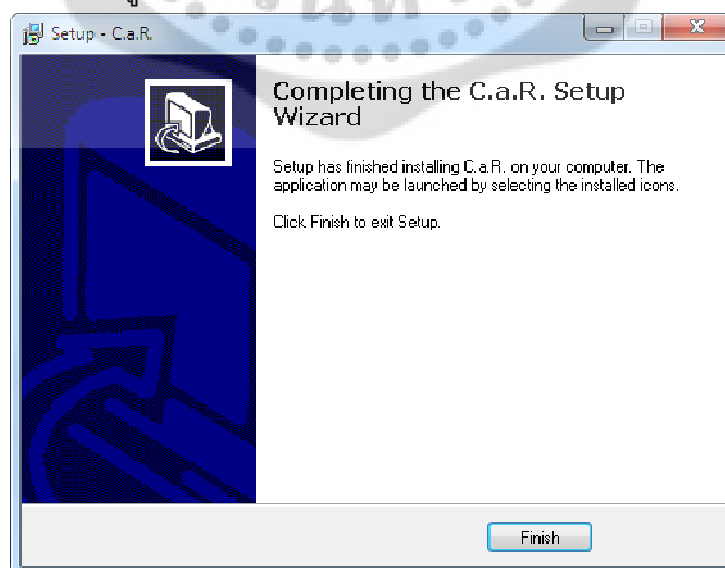
ขั้นตอนที่ 12 จากรูปด้านล่างคลิก Install



ขั้นตอนที่ 13 จากรูปด้านล่าง กำลังเริ่มต้นกระบวนการติดตั้งโปรแกรม



ขั้นตอนที่ 14 จากรูปด้านล่าง คลิก Finish เสร็จสิ้นการติดตั้งโปรแกรม

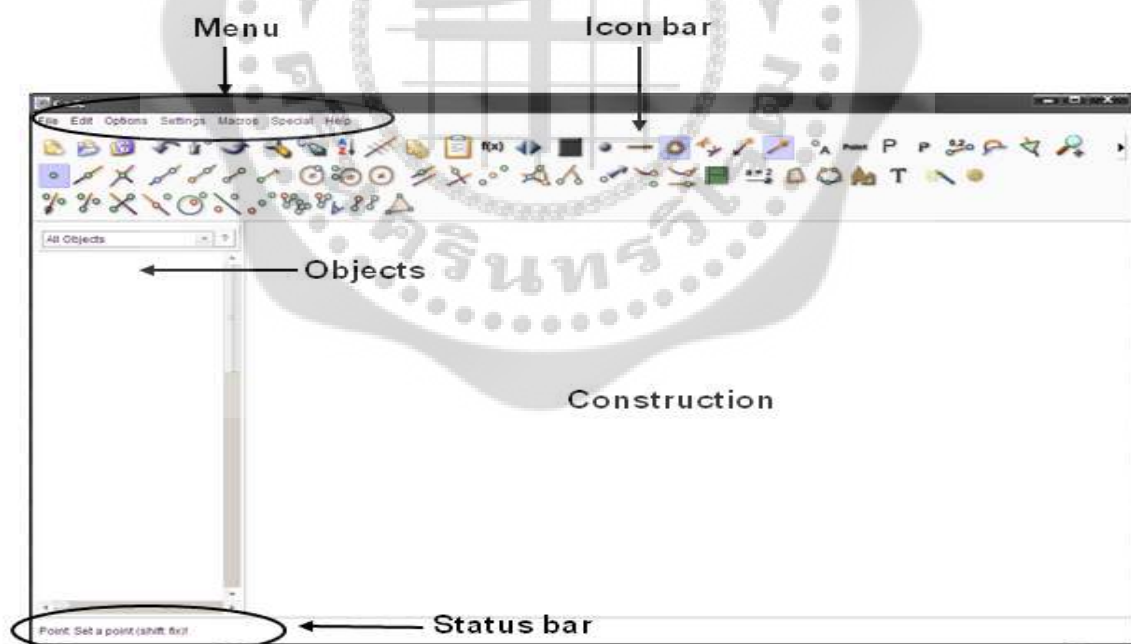


ขั้นตอนที่ 15 ที่หน้าจอ Desktop จะปรากฏ shortcut โปรแกรมดังรูป



วิธีการใช้โปรแกรม C.a.R.

ส่วนประกอบของโปรแกรม



เครื่องมือในการสร้างโปรแกรม C.A.R.

ส่วนที่ 1 เครื่องมือที่ใช้ในการสร้าง

1. หมวดเครื่องมือพื้นฐาน

ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
1		จุดอิสระ สามารถเคลื่อนที่ได้ แต่ถ้าต้องการจุดอิสระที่เคลื่อนที่ไม่ได้ให้กดแป้น "shift" ค้างไว้พร้อมกับกดปุ่ม จุด (p)
2		จุดบนวงกลม หรือ เส้นตรง(ส่วนของเส้นตรง หรือรังสี)(5)
3		จุดตัดระหว่างเส้นตรงสองเส้น, เส้นตรงและวงกลม, วงกลมสองวง อย่างไรก็ตาม ออบเจกต์สองออบเจกต์ใด ๆ (โดยทั่วไปจะเกิดจุดตัด) หรือ มีจุดตัดหนึ่งจุด(จากสองจุด)ที่สามารถเลือกจุดตัดได้(i)
4		เส้นตรงผ่านจุดสองจุด(g)
5		รังสีจากจุดหนึ่งผ่านอีกจุดหนึ่ง(r)
6		ส่วนของเส้นตรงระหว่างจุดสองจุด(s)
7		วงกลมรอบจุด โดยมีจุดๆหนึ่งเป็นจุดศูนย์กลางและ จุดหนึ่งบนเส้นรอบวง(c)
2. หมวดเครื่องมือทางลัด		
8		เส้นขนาน สร้างเส้นขนานให้ขนานกับเส้นตรงและผ่านจุดที่ต้องการ(1)
9		เส้นตั้งฉาก สร้างเส้นตั้งฉากกับเส้นตรงและผ่านจุดที่ต้องการ(2)
10		วงกลมรอบจุด ที่กำหนดรัศมีเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดสองจุด โดยที่จุดศูนย์กลางจะกำหนดเป็นจุดสุดท้าย(3)
11		จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด(4)
3. หมวดออบเจกต์ถาวร		
12		ส่วนของเส้นตรงระหว่างจุดสองจุด ที่มีความยาวคงที่ โดยมีจุดปลายจุดหนึ่งสามารถเคลื่อนย้ายส่วนของเส้นตรงนี้ได้ และสามารถกำหนดความยาวโดยใช้สูตรได้(#)
13		วงกลมรอบจุดๆหนึ่ง โดยมีรัศมีคงที่(ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปได้เมื่อสร้างแล้ว)(.)
14		มุมที่มีขนาดคงที่ กำหนดจุดสองจุดและด้านหนึ่งมาให้ โดยที่จุดที่สองจะเป็นจุดยอดมุมของมุมนี้(.)










ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
4. หมวดออบเจกต์เคลื่อนที่		
15		ใช้สำหรับเคลื่อนที่จุด(m)
16		สร้างรอยจุด เมื่อต้องการให้จุดเคลื่อนที่ สิ่งแรกคือเลือกประเภทของรอยทางเดิน (จุดหรือเส้นตรง) จากนั้นลองเคลื่อนที่จุดโดยการคลิกเมาส์ซ้ายค้างไว้แล้วลากจุดนั้น(t)
17		สร้างรอยจุดแบบอัตโนมัติ เห็นรอยทางเดินของจุดทันที เมื่อเราต้องการให้จุดเคลื่อนที่ไปบนออบเจกต์(เส้นตรงหรือวงกลม) สิ่งแรกคือเลือกประเภทของรอยทางเดิน(จุดหรือเส้นตรง) เส้นตรงหรือวงกลมจะไม่ขึ้นอยู่กับเคลื่อนที่ของจุด ถ้าต้องการหยุดการเคลื่อนที่ให้คลิกเมาส์ซ้ายหนึ่งครั้ง(o)
18		การเคลื่อนไหว(แอนิเมชัน) เป็นการสร้างการเคลื่อนที่ของจุดหนึ่งจุดตามลำดับของออบเจกต์(วงกลมหรือส่วนของเส้นตรง) ออบเจกต์สุดท้ายเป็นออบเจกต์ที่จบการเคลื่อนที่ ต้องการหยุดการเคลื่อนไหวคลิกเมาส์ซ้ายหนึ่งครั้ง()
5. หมวดออบเจกต์ตกแต่ง		
19		มุมผ่านจุดสามจุด จุดตรงกลางเป็นจุดยอดมุม(a)
20		สร้างสูตรหรือสไลเดอร์(x)
21		รูปหลายเหลี่ยมเต็มสี่ภายใน จุดสุดท้ายจะเป็นจุดที่ทับกับจุดที่ต้องการปิดรูปเหลี่ยมนั้น(0)
22		สร้างข้อความ หลายบรรทัด ข้อความสามารถแก้ไขได้จากเครื่องมือของโปรแกรม(b)
23		สร้างรูปวงรี วงกลม พาราโบลา ไฮเปอร์โบลา จากจุด 5 จุด(\$)
24		โหลดรูปภาพ(_)
6. หมวดเครื่องมืออื่น ๆ		
25		ซ่อนหรือไม่ซ่อนออบเจกต์(h)
26		สร้างมาโคร  เลือกพารามิเตอร์ และ  นำเข้าตำแหน่งที่ต้องการสร้าง (7,8,ctrl-5)
27		กำหนดฟังก์ชัน หรือเส้นโค้ง ถ้าผู้ใช้ต้องนิยามฟังก์ชันด้วยตนเองโดยกดแป้น "Ctrl"

ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
7. หมวดแม่โคร		
28		แบ่งครึ่งมุมโดยเส้นตรง(8)
29		แบ่งครึ่งมุมโดยรังสี(9)
30		แบ่งครึ่งเส้นตรงและสร้างตั้งฉากตรงจุดที่แบ่งครึ่ง(1)
31		สร้างจุดที่อยู่บนเส้นตั้งฉากกับเส้นที่กำหนดให้(2)
32		สร้างจุดภายนอกที่สะท้อนกับจุดที่อยู่ภายในวงกลม(6)
33		สร้างจุดสองจุดที่อยู่คนละด้านกับเส้นตรงที่สะท้อนซึ่งกันและกันด้วยระยะห่างเท่ากัน(5)
34		สร้างจุดสองจุดที่สะท้อนกันกับจุดที่กำหนดให้หรือสร้างขึ้นใหม่ด้วยระยะห่างเท่ากัน(7)
35		การสร้างรูปที่เกิดจากการหมุน(10)
36		การสร้างมุมเป็นองศาเมื่อกำหนดจุดสองจุดมาให้(11)
37		การสะท้อนจุดสองจุดออกไปเป็นระยะทางที่ต้องการ(12)
38		สร้างรูปสามเหลี่ยมใด ๆ(34)

ส่วนที่ 2 เครื่องมือที่ใช้ในการตั้งค่าโปรแกรมและช่วยเหลือ

ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
1. หมวดการลบ เลิกทำ และทำซ้ำ		
39		เลิกทำย้อนหลังลงไปทีละขั้นตอน(<-)
40		ลบออบเจกต์ต่าง ๆ โดยทันที(Del)
41		ทำซ้ำกลับมาสู่ค่าปัจจุบัน(Ctrl-z)
2. หมวดการตั้งค่าต่าง ๆ ของออบเจกต์		
42		สี มีอยู่ด้วยกัน 6 สี คือสีดำ สีเขียว สีน้ำเงิน สีน้ำตาล สีฟ้าอ่อน สีแดง(Ctrl-1,2,3,4)
43		ประเภทของจุดมี 6 ประเภทคือ และ ปรับจุดให้ใหญ่ขึ้น(Ctrl-5,6,7,8,9,0)

ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
44		ความหนาของเส้น บาง หนา เส้นประ และโปร่งใส  (Alt-5,6,7)
45		ยังไม่มีคำอธิบาย
46		วงกลมบางส่วน(Ctrl-F9)
47		เส้นตรงบางส่วน (Ctrl-F10)
48		ส่วนของเส้นตรงที่เป็นเวกเตอร์ (Ctrl-F11)
49		ชื่อของออบเจกต์(Ctrl-F6)
50		ออบเจกต์มีชื่อยาว(Point 1 แทนด้วย P1)(Ctrl-F8)
51		ใช้ฟอนท์ขนาดใหญ่
52		ใช้ฟอนท์ที่ตัวหนา
53		ออบเจกต์แสดงความยาวหรือค่าของออบเจกต์นั้น(Ctrl-F7)
54		เพิ่มมุมกลับ หรือมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 180 องศา(Ctrl-F12)
55		ไม่ใช่ออบเจกต์ที่มีลักษณะโปร่งใส
ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
3. หมวดเครื่องมือเพิ่มและแก้ไข		
56		สร้างชิ้นงานใหม่(Ctrl-n)
57		เปิดชิ้นงานที่สร้างไว้แล้ว(Ctrl-o)
58		บันทึกการสร้างชิ้นงาน(Ctrl-s)
59		แก้ไขออบเจกต์ที่ถูกเลือก(e)
60		สร้างลายเส้นหรือเขียนโดยใช้เมาส์
61		เปลี่ยนชื่อออบเจกต์เป็น A ถึง Z
62		แทนที่ออบเจกต์หนึ่งกับอีกออบเจกต์หนึ่ง
4. หมวดการแสดงผล		
63		แสดงออบเจกต์ที่ซ่อนไว้ทั้งหมดหรือไม่แสดง(F9)
64		แสดงเฉพาะออบเจกต์ตามสีที่กำหนดให้เท่านั้น(Alt-1,2,3,4)

ที่	สัญลักษณ์	คำอธิบาย
5. หมวดการตั้งค่าอื่น ๆ		
65		ซูมเข้าและออกโดยใช้เมาส์(%)
66		แสดงกริด หรือ แกน x และแกน y (F12)
67		ล้างพื้นหลังชั้นงาน
68		เข้าสู่การแก้ไขโดยใช้เมาส์ หรือ พิมพ์คำสั่งโดยตรงได้เท่าที่นั้นไม่สามารถใช้เมาส์สร้างได้
69		เมนูช่วยเหลือ
70		แสดงหรือแก้ไขเนื้อหาที่อธิบายการสร้างต่าง ๆ(F10)
71		ดูขั้นตอนการสร้างทีละขั้นตอน
72		แสดงการหยุดการเคลื่อนไหวแอนิเมชันของออบเจกต์
73		การรันมาโครที่ต้องการหรือสร้างเสร็จแล้ว คลิก "Ctrl" รันอย่างรวดเร็ว(9)

นอกจากเครื่องมือในการสร้างต่าง ๆที่ได้มาแล้วในส่วนสำคัญของโปรแกรมที่ช่วยเสริมความสามารถของโปรแกรมมากขึ้น

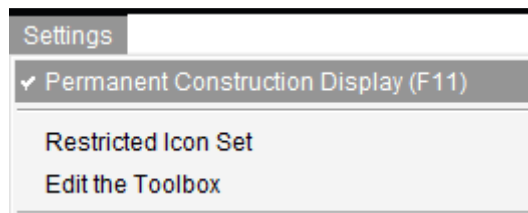
โปรแกรม C.a.R. จะตั้งค่าหน้าจอโปรแกรมตามค่าปกติของ ระบบปฏิบัติการ windows พื้นที่ส่วนใหญ่จะเป็นพื้นที่สำหรับสร้างผลงาน เมื่อคุณสร้างออบเจกต์ต่าง ๆลงในพื้นที่การสร้าง นักเรียนสามารถใช้ คีย์ลูกศรซ้าย,ขวา,บน และล่าง ในการเคลื่อนย้ายออบเจกต์ต่าง ๆได้ทั้งหน้าจอ และสามารถปรับขนาดออบเจกต์ให้ใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง โดยใช้ เครื่องหมาย + , -

อย่างไรก็ตามคุณสมารถที่จะใช้เครื่องมือ ซูมเพื่อเปลี่ยนมุมมองในลักษณะต่าง ๆ หรือ อาจใช้เมาส์คลิกขวาค้างไว้แล้วลากออบเจกต์ได้รอบทิศทาง

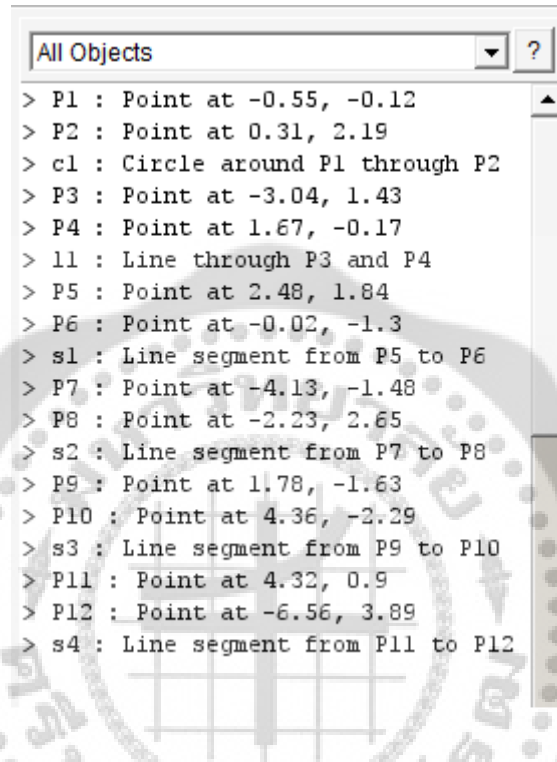
ในการสร้างงานของคุณนั้นสามารถที่จะค้นหาได้จาก ปุ่มต่าง ๆที่แสดงอยู่ทางด้านบนของโปรแกรม เมื่อนำเมาส์ไปวางไว้ที่ปุ่มใดก็ตามจะมีข้อความปรากฏขึ้นประมาณ 2 วินาที ข้อความนี้จะอธิบายคุณลักษณะของปุ่มนั้น ๆ นอกจากนี้คุณสมารถที่จะใช้คีย์บอร์ดในการช่วยในการสร้างได้ง่ายขึ้นด้วย ซึ่งได้ใส่ไว้ด้านหลังของคำอธิบายข้างต้น

4. ส่วนแสดงข้อมูลขั้นตอนการสร้าง

ในส่วนนี้จะอยู่ด้านข้างซ้ายของพื้นที่การสร้าง ซึ่งสามารถเลือกให้มีหรือไม่มีก็ได้จากเมนู ดังนี้



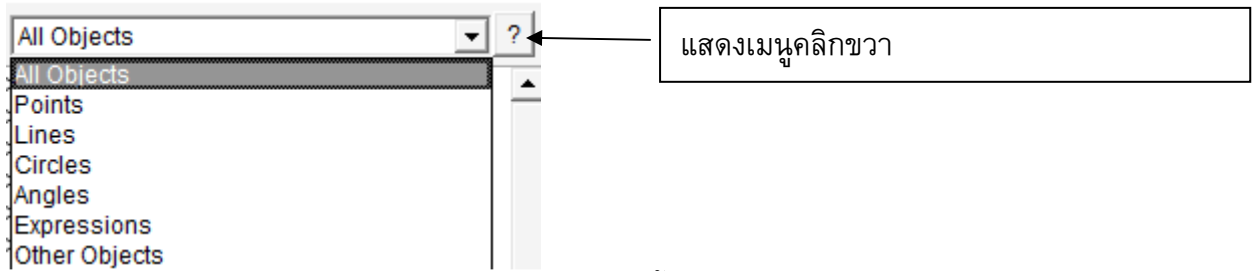
ตัวอย่าง



จากตัวอย่างเมื่อเราคลิกขวาที่ขั้นตอนการสร้าง จะปรากฏเมนูดังรูป

Edit Object	←	แก้ไขออบเจกต์
Edit Conditions	←	แก้ไขเงื่อนไขพิเศษ
Hide or Show (Alt-Ctrl-4)	←	ซ่อนหรือแสดง
Super Hide (Alt-Ctrl-5)	←	ซ่อนพิเศษ
Delete selected Objects	←	ลบออบเจกต์ที่เลือก
✓ Show Description (Alt-Ctrl-1)	←	แสดงคำอธิบาย
Show Size or Coordinates (Alt-Ctrl-2)	←	แสดงขนาดหรือพิกัด
Show Formula (Alt-Ctrl-3)	←	แสดงรูปแบบและสมการที่สร้าง
Copy to Clipboard	←	คัดลอกลงคลิปบอร์ด
✓ Visible Objects (Alt-Ctrl-9)	←	ซ่อนหรือแสดงออบเจกต์ทั้งหมด
✓ Sorted by Order of Construction (Alt-Ctrl-0)	←	เรียงหรือไม่เรียงตามลำดับการสร้าง

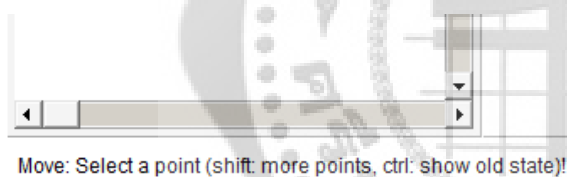
และการแสดงผลออบเจกต์มีดังนี้



All Objects	แสดงออบเจกต์ทั้งหมด
Points	แสดงเฉพาะจุด
Lines	แสดงเฉพาะเส้น
Circles	แสดงเฉพาะวงกลม
Angles	แสดงเฉพาะมุม
Expressions	แสดงสูตรการคำนวณ สไลเดอร์
Other Objects	แสดงออบเจกต์อื่นๆ

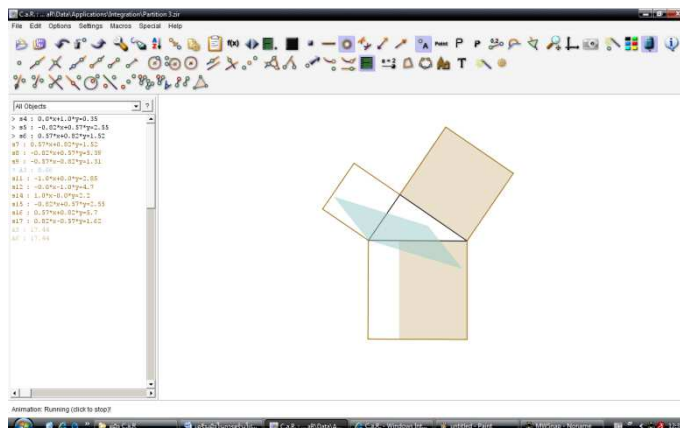
5. ส่วนแสดงช่วยเหลืออธิบายออบเจกต์ในขณะการสร้าง

ในส่วนนี้จะอยู่ด้านล่างของโปรแกรมขณะทำการสร้างออบเจกต์ต่างๆของโปรแกรม ซึ่งได้อธิบายไว้แล้วในบทนำ เป็นส่วนที่ช่วยเหลือขณะทำการสร้างให้เข้าใจความหมายของปุ่มการทำงานนั้นได้ดียิ่งขึ้น




6. ส่วนกระดานการสร้างหรือพื้นที่ที่ใช้สำหรับสร้างงาน

ในส่วนนี้ถือว่าสำคัญที่สุดในการสร้างไฟล์งานเพราะผลงานของเราจะนำเสนอขึ้นมาได้เป็นรูปร่างต้องอาศัยส่วนนี้เมื่อคลิกขวาที่พื้นที่การทำงานจะเป็นส่วนของแมโครที่ช่วยในการสร้างอีกแบบหนึ่ง



การเข้าสู่บทเรียน

การเข้าสู่บทเรียนเรื่องภาคตัดกรวย มีขั้นตอนดังนี้

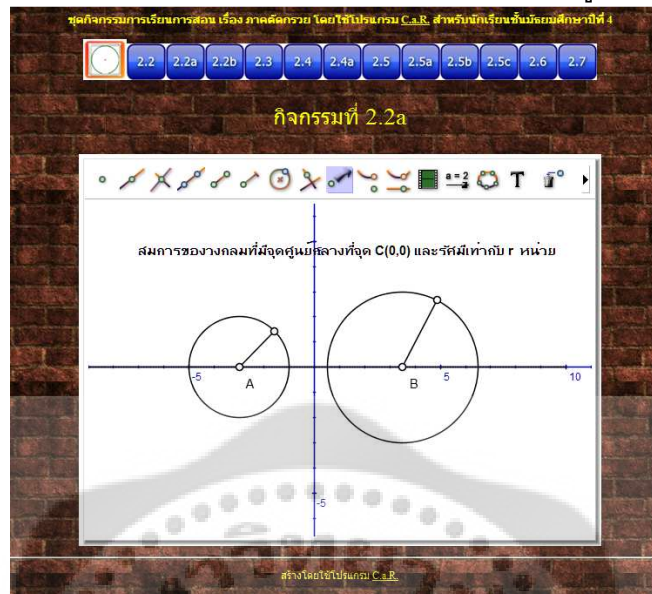
1. ใส่แผ่น CD ที่มีแฟ้มคำสั่งเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวย
2. ดับเบิลคลิกที่ **My Computer**
3. ดับเบิลคลิกที่ไดรฟ์ **E: /ConicSections** จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป
4. ดับเบิลคลิกที่  **หน้าหลัก** จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



5. ในที่นี้ให้นักเรียนลองคลิกที่หน่วยการเรียนรู้ **วงกลม** จากเมนูทางซ้าย เพื่อเข้าสู่กิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องวงกลม จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



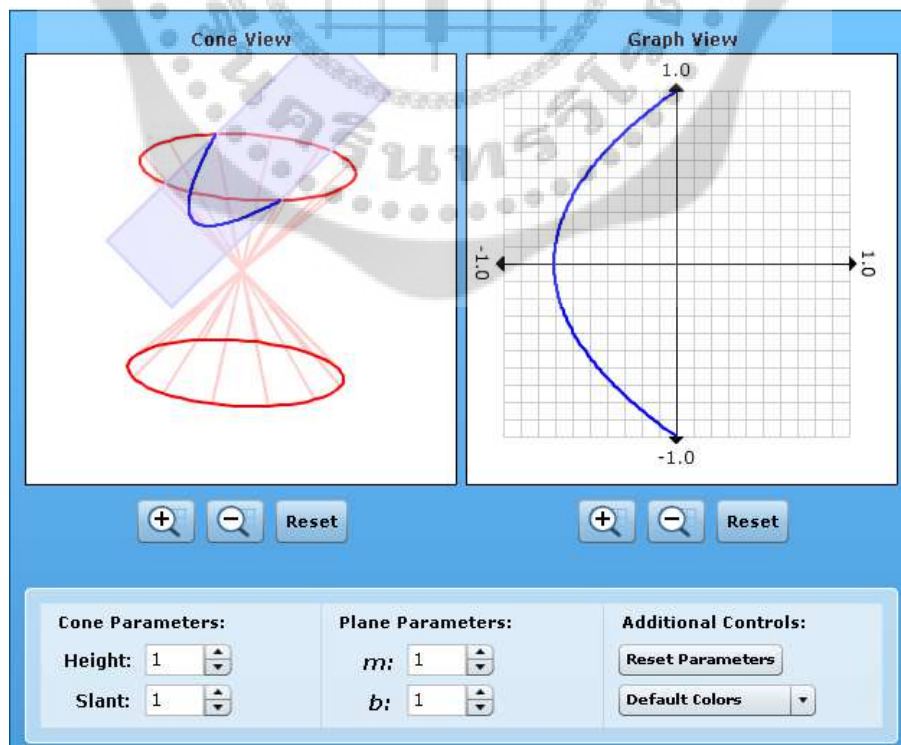
6. คลิกเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมตามลำดับจนครบทุกกิจกรรม เช่น กิจกรรมที่ 2.11 เรื่องสมการของเส้นสัมผัสวงกลม จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



7. เมื่อศึกษาจนครบทุกกิจกรรมแล้วคลิกเลือกเมนูกลับหน้าหลัก เพื่อทำการศึกษาในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป จนครบทุกหน่วยการเรียนรู้

คำแนะนำการใช้เครื่องมือสำรวจภาคตัดกรวย

คำชี้แจง ใช้เครื่องมือด้านล่างนี้ในการสำรวจภาคตัดกรวยตามใบกิจกรรม




ส่วนการควบคุม

Cone Parameters:	Plane Parameters:	Additional Controls:
Height: 1 <input type="text"/>	m : 1 <input type="text"/>	<input type="button" value="Reset Parameters"/>
Slant: 1 <input type="text"/>	b : 1 <input type="text"/>	<input type="button" value="Default Colors"/>

1. Height → เพิ่มและลด ความสูงของกรวย
2. Slant → เพิ่มและลด ความกว้างของกรวย
3. m → เพิ่มและลด การเปลี่ยนมุมของระนาบ
4. b → เพิ่มและลดการเปลี่ยนระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของกรวยและระนาบ
5. Reset Parameters → ปรับเปลี่ยนค่าเริ่มต้นใหม่เป็น 1

ส่วนของกรวยกลม(Cone View)

1. คลิกและลากเพื่อเปลี่ยนมุมมอง หมุน พลิกแบบ Perspective

2. คลิกที่  เพื่อซูมเข้า, ซูมออก หรือกลับสู่ค่าเริ่มต้น

ส่วนของการเขียนกราฟ(Graph View)

1. คลิกและลากเพื่อเปลี่ยนจุดศูนย์กลางของกราฟ

2. คลิกที่  เพื่อซูมเข้า, ซูมออก หรือกลับสู่ค่าเริ่มต้น



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ภาคตัดกรวย

เวลา 1 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

ภาคตัดกรวย คือ รูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวย ภาคตัดกรวยที่ศึกษาเกิดจากระนาบที่ไม่ผ่านจุดยอดของกรวย เมื่อระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงกลม(circle) เมื่อระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวยขนาดใหญ่กว่า α ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียวได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงรี(ellipse) เมื่อระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวยระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า พาราโบลา(parabola) และเมื่อระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้างได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า ไฮเพอร์โบลา(hyperbola)

ถ้าระนาบผ่านจุดยอดของกรวย รอยตัดของระนาบกับกรวยจะเป็นจุด หรือเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน ซึ่งเรียกลักษณะดังกล่าวว่า ภาคตัดกรวยลดรูป

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของเส้นโค้งที่ได้จากระนาบตัดกรวยกลมได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถเข้าใจการประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวยในสาขาวิชาอื่นๆได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น แสวงหาความรู้ และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

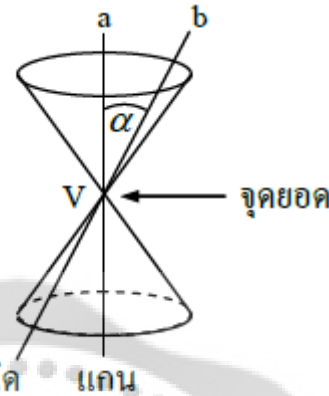
ทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

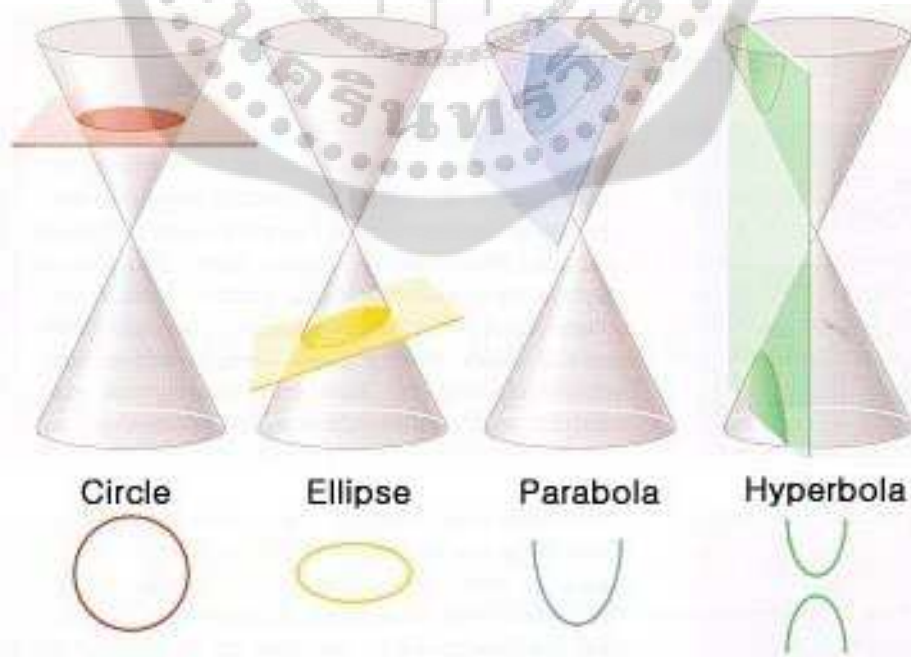
กรวยเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีวิธีสร้างในเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

ให้ a และ b เป็นเส้นตรงใดๆ สองเส้นที่ตัดกันที่จุด V เป็นมุมแหลม α ให้เส้นตรง a และจุด V ตั้งอยู่กับที่ ผิวนที่เกิดจากการหมุนเส้นตรง b รอบเส้นตรง a (โดยหมุน α ระหว่างเส้นตรง a และ b มีขนาดคงตัว) เรียกว่า กรวยกลมตรง (right circular cone) ในที่นี้จะศึกษาเฉพาะกรวยกลม

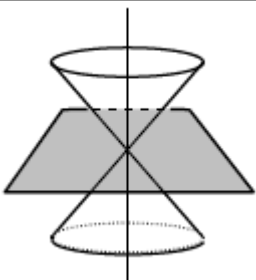
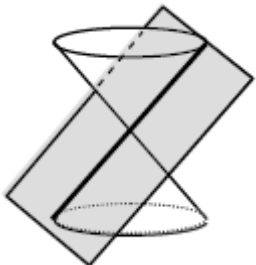
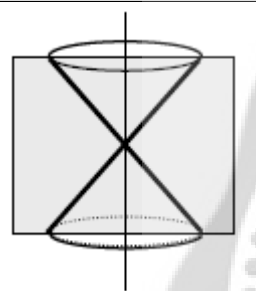
ตรงเท่านั้นและเรียกสั้นๆ ว่า **กรวย** เส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่ เรียกว่า **แกน(axis)** ของกรวย จุด V เรียกว่า **จุดยอด (vertex)** และเส้นตรง b ที่ผ่านจุด V ทำมุม α กับแกนของกรวย เรียกว่า **ตัวก่อกำเนิด (generator)** ของกรวย จุดยอด V แบ่งกรวยออกเป็นสองข้าง(nappes) ซึ่งอยู่คนละข้างของจุดยอด ดังรูป



ภาคตัดกรวย คือ รูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวย ภาคตัดกรวยที่ศึกษากันเกิดจากระนาบที่ไม่ผ่านจุดยอดของกรวย เมื่อระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **วงกลม(circle)** เมื่อระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวยขนาดใหญ่กว่า α ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียวได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **วงรี(ellipse)** เมื่อระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวยระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **พาราโบลา(parabola)** และเมื่อระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้างได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **ไฮเพอร์โบลา(hyperbola)**



ถ้าระนาบผ่านจุดยอดของกรวย รอยตัดของระนาบกับกรวยจะเป็นจุด หรือเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน ซึ่งเรียกลักษณะดังกล่าวว่า **ภาคตัดกรวยลดรูป**

	<p>ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับแกนของกรวยจะได้ จุด 1 จุด</p>
	<p>ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดตัวก่อกำเนิดของกรวยจะได้เส้นตรง 1 เส้น</p>
	<p>ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดทับแกนของกรวยจะได้เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน</p>

การประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวย

การประยุกต์ใช้งานของวงกลม

นักวิทยาศาสตร์ที่ศึกษาเรื่องเกี่ยวกับแผ่นดินไหว สามารถหาตำแหน่งของศูนย์กลางแผ่นดินไหว โดยหาจุดตัดของวงกลม 3 วง รัศมีของวงกลมแต่ละวงแทนระยะห่างจากศูนย์กลางแผ่นดินไหวถึงสถานีรับสัญญาณแต่ละแห่ง จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ ตำแหน่งของสถานีรับสัญญาณ

การประยุกต์ใช้งานของพาราโบลา

สมบัติทางเรขาคณิตของพาราโบลานำไปใช้งานได้หลายอย่าง เช่น ถ้านำแหล่งกำเนิดแสงไปวางไว้ที่ตำแหน่งโฟกัสของตัวสะท้อนแสงรูปพาราโบลา รังสีสะท้อนของแสงจะขนานกับแกนของพาราโบลา ตัวอย่างเช่น แสงจากสปอร์ตไลท์ หรือไปจากแฟลชกล้องถ่ายรูป ในกระบวนการกลับกัน ถ้าวัดรังสีของแสงในระยะไกลขนานกับแกนของพาราโบลา เมื่อกระทบกับผิวสะท้อนมารวมกันที่โฟกัส ถ้าวัดสะท้อนนี้ใช้กับแสงอาทิตย์ เมื่อนำวัตถุไปวางที่ตำแหน่งโฟกัส จะทำให้วัตถุมีอุณหภูมิสูงขึ้น นอกจากนี้ตัวสะท้อนพาราโบายังใช้ในจานรับสัญญาณดาวเทียม เพื่อรับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าจากดาวเทียม

การประยุกต์ใช้งานของวงรี

วงรีมีสมบัติที่สำคัญคือ การนำไปใช้เป็นตัวสะท้อนแสงและคลื่นเสียงแสงหรือสัญญาณใด ๆ ก็ตามที่มีจุดกำเนิดที่จุดโฟกัสหนึ่งของวงรี จะถูกสะท้อนไปรวมกันที่โฟกัสอีกจุดหนึ่ง

การประยุกต์ใช้งานของวงรี เช่น การใช้อ่างวงรีในการสลายนิวไนด์ โดยไม่ต้องมีการผ่าตัด โดยวิธีการนี้จะใช้สมบัติการสะท้อนของวงรี ถ้าส่งคลื่นออกจากโฟกัสหนึ่ง ด้วยจุดเด่นข้อนี้ ช่วยให้นักวิทยาศาสตร์พัฒนาเครื่องสลายนิวด้วยคลื่นกระแทก(shock wave) คลื่นกระแทกจะถูกสร้างขึ้นที่โฟกัสหนึ่งและสะท้อนไปชนนิวไนด์ซึ่งอยู่ในตำแหน่งโฟกัสที่สอง

หลักการสะท้อนของวงรีสามารถนำไปใช้สร้างห้องกระซิบ โดยการออกแบบสร้างห้องที่มีเพดานเป็นรูปวงรี ผู้ที่นั่งอยู่ที่โฟกัสหนึ่งจะได้ยินผู้ที่อยู่ใกล้ๆอีกโฟกัสหนึ่งคุยกัน

การประยุกต์ใช้งานของไฮเพอร์โบล่า

เมื่อเครื่องบินบินด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียงจะทำให้เกิดความเปลี่ยนแปลงความดันอากาศรอบๆ ตัวเครื่องบินเป็นสาเหตุให้เกิดคลื่นกระแทก รูปร่างของหน้าคลื่นกระแทกจะมีลักษณะเป็นกรวยกลม และเมื่อหน้าคลื่นกระแทกไปตัดกับระนาบของพื้นดินจะเกิดเป็นส่วนหนึ่งของไฮเพอร์โบล่า คลื่นกระแทกนี้จะกระทบทุกจุดที่อยู่บนโค้งนี้ในเวลาเดียวกัน ดังนั้น คนที่อยู่ในที่ต่างๆบนพื้นดินในแนวเส้นโค้งจะได้ยินเสียงคลื่นกระแทกในเวลาเดียวกัน

ถ้ามีแหล่งกำเนิดคลื่นวงกลม 2 แหล่ง ส่งคลื่นวงกลมที่มีความถี่เท่ากันออกมาพร้อมกันตำแหน่งที่คลื่นจากแหล่งกำเนิดคลื่นทั้งสองพบกันจะสัมพันธ์กับไฮเพอร์โบล่า ซึ่งหลักการนี้ได้นำไปใช้ในระบบการค้นหาตำแหน่งวัตถุด้วยคลื่นวิทยุระบบนี้ เรียกว่า Loran (Long Range Navigation)

Loran เป็นระบบค้นหาตำแหน่งซึ่งประกอบด้วย สถานีส่งสัญญาณที่รู้ตำแหน่งแน่นอนตั้งแต่ 2 สถานีขึ้นไป ส่งสัญญาณคลื่นวิทยุที่มีความถี่เท่ากันออกมาพร้อมกันไปยังตัวรับสัญญาณที่เคลื่อนที่ ตัวรับสัญญาณ Loran จะวัดความแตกต่างของเวลาของสัญญาณที่มาถึงของสถานีต่างๆ ความแตกต่างคงตัวของเวลาที่มาถึงของสัญญาณจากสถานีส่งคู่หนึ่งจะกำหนดเป็นเส้นโค้งไฮเพอร์โบล่า ซึ่งตัวรับสัญญาณจะต้องอยู่บนเส้นโค้งนี้ โดยปกติสถานีส่งสัญญาณจะใช้ตั้งแต่ 3 สถานีขึ้นไปเพื่อขจัดความไม่แน่นอนของตำแหน่งของตัวรับสัญญาณ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

บทนำ

1. ครูเล่าประวัติของภาคตัดกรวยให้นักเรียนฟังพอสังเขป
2. ครูนำเสนอภาพกรวยจากเครื่องมือเครื่องใช้ต่างๆที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ประกอบการถามตอบเกี่ยวกับความรู้เรื่องกรวยในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนช่วยกันบอกส่วนประกอบของกรวย สูตรการหาปริมาตร การหาพื้นที่ผิวของกรวย และกล่าวถึงประโยชน์ของกรวยมาใช้ในชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งประวัติความเป็นมาของภาคตัดกรวย

ขั้นสอน

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่องภาคตัดกรวย แจงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม

4. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องภาคตัดกรวย กิจกรรมที่ 1.1

5. ครูให้นักเรียนสำรวจภาพการตัดกรวยด้วยระนาบในรูปแบบต่างๆโดยใช้เครื่องมือสำรวจภาคตัดกรวยในใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่องการสำรวจภาคตัดกรวย โดยเป็นเครื่องมือของ <http://illuminations.nctm.org> ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมองเห็นภาพการตัดกรวยด้วยระนาบ

6. หลังจากที่นักเรียนได้สำรวจภาพการตัดกรวยด้วยระนาบในรูปแบบต่างๆ แล้วให้นักเรียนได้ตอบคำถามลงในใบกิจกรรมที่ 1.1 และภาพที่ได้จากโปรแกรม C.a.R. เพื่อเพิ่มเติมความเข้าใจมากขึ้น

7. นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับการใช้ระนาบต่างๆตัดกรวย ภาพหน้าตัดที่เกิดขึ้นจะได้อุปที่มีลักษณะอย่างไรและชื่อเรียกอย่างไรบ้าง และหาความหมายของภาคตัดกรวย(คำตอบที่หลากหลาย) โดยครูและนักเรียนช่วยกันเรียบเรียงข้อความใหม่

8. ขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย กิจกรรมที่ 1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับภาคตัดกรวย ครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

9. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.2 เรื่องประโยชน์ของภาคตัดกรวย แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม

10. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย กิจกรรมที่ 1.2 ประโยชน์ของภาคตัดกรวย พร้อมให้นักเรียนศึกษาจากวีดิทัศน์ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ ขณะฟังการบรรยายจากวีดิทัศน์

11. ครูและนักเรียนร่วมกัน สรุปความรู้ที่ได้จากกิจกรรมที่ 1.1 และใบกิจกรรมที่ 1.2

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย
2. ใบกิจกรรมที่ 1.1 – 1.2 เรื่องภาคตัดกรวย
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.
5. วีดิทัศน์ เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้วงกลม วงรี พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา
6. เครื่องมือสำรวจภาพตัดกรวยจาก NCTM

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องภาคตัดกรวย
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องภาคตัดกรวย
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่..... เดือน..... พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง วงกลม

เวลา 4 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม (circle) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด \odot หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว ที่ตรึงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง** (center) ของวงกลม และระยะทางคงตัว เรียกว่า **รัศมี** (radius) ของวงกลม

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย คือ

$$x^2 + y^2 = r^2$$

2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ และมีรัศมี $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$ หน่วย หรือ $r = \sqrt{\left(-\frac{D}{2}\right)^2 + \left(-\frac{E}{2}\right)^2 - F}$

สมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

$$1. \text{ ความชันของ CP} = m = \frac{y_1 - k}{x_1 - h}$$

$$2. \text{ จะได้ความชันของเส้นตรง L} = -\frac{1}{m} \quad [\because m \left(-\frac{1}{m}\right) = -1]$$

$$3. \text{ จะได้สมการเส้นสัมผัส L คือ } y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$

กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตามวิธีดังนี้

1. จัดสมการให้อยู่ในรูป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ และเส้นตรง L สัมผัสวงกลมที่จุด $P(x_1, y_1)$

$$2. \text{ จะได้สมการเส้นตรง L คือ } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลมได้
2. นักเรียนสามารถหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ และจุด (h, k) ได้
3. นักเรียนสามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมและรัศมีวงกลมโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์เมื่อกำหนดสมการรูปแบบมาตรฐานได้
4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟวงกลม เมื่อกำหนดสมการวงกลมให้ได้
5. นักเรียนสามารถหาสมการวงกลมในรูปแบบทั่วไปและเขียนกราฟวงกลมได้
6. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสวงกลม เมื่อกำหนดจุดสัมผัสให้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

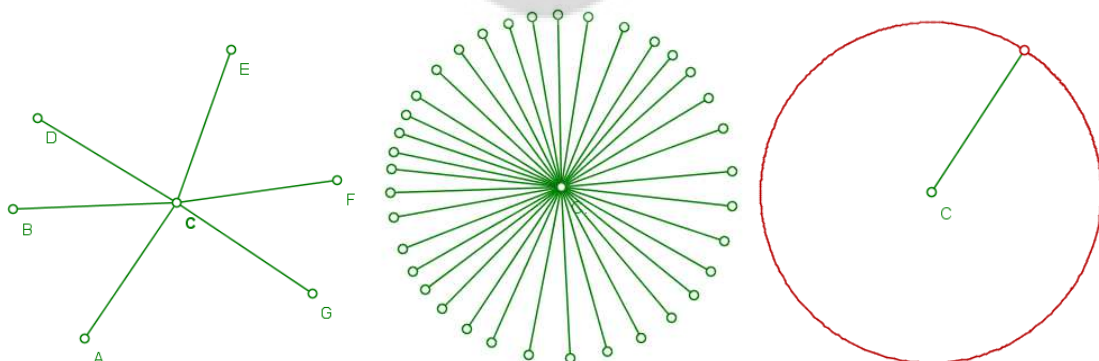
1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น แสวงหาความรู้ และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

ทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

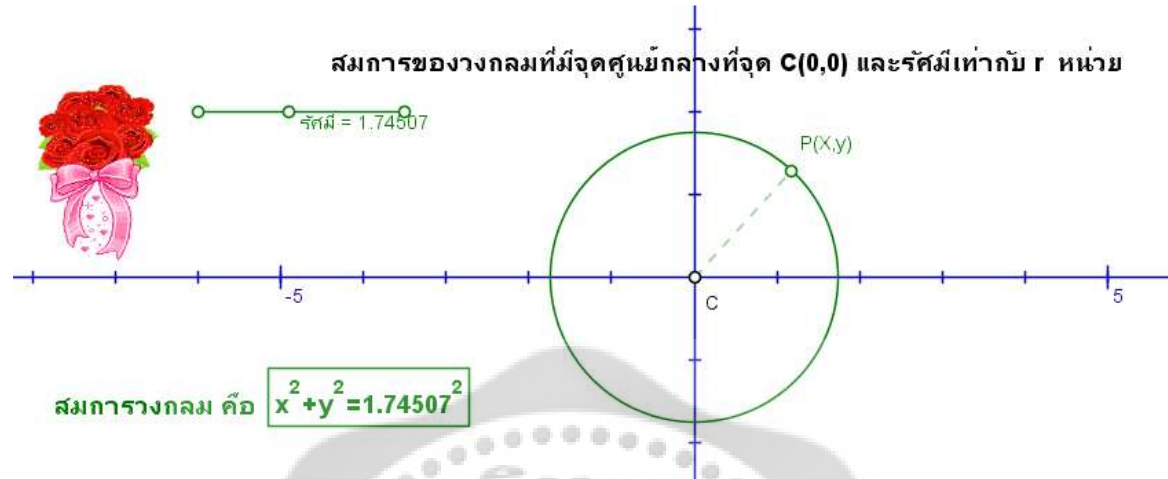
บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม (circle) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตั้งอยู่ภายในระยะทางคงตัว ที่ตั้งอยู่กับที่นี้ เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง (center)** ของวงกลม และระยะทางคงตัวเรียกว่า **รัศมี (radius)** ของวงกลม



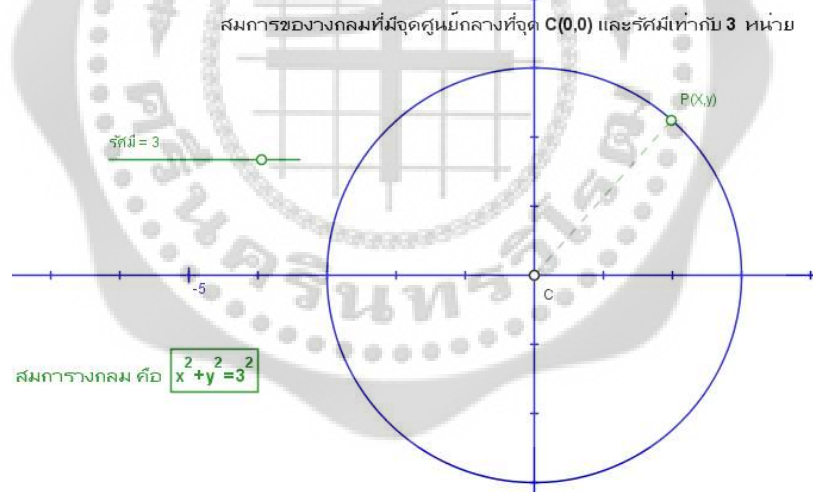
รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$



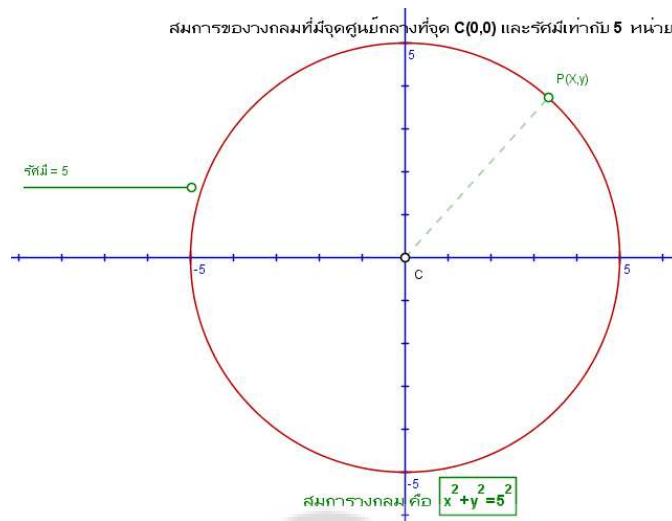
ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จะได้สมการเป็น $x^2 + y^2 = 3^2$ หรือมีสมการเป็น $x^2 + y^2 = 9$

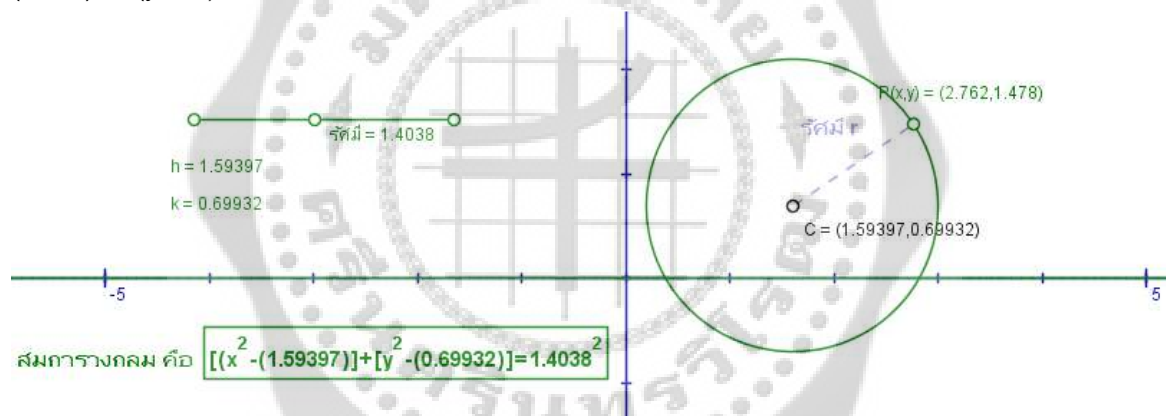


ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และรัศมียาว 5 หน่วย

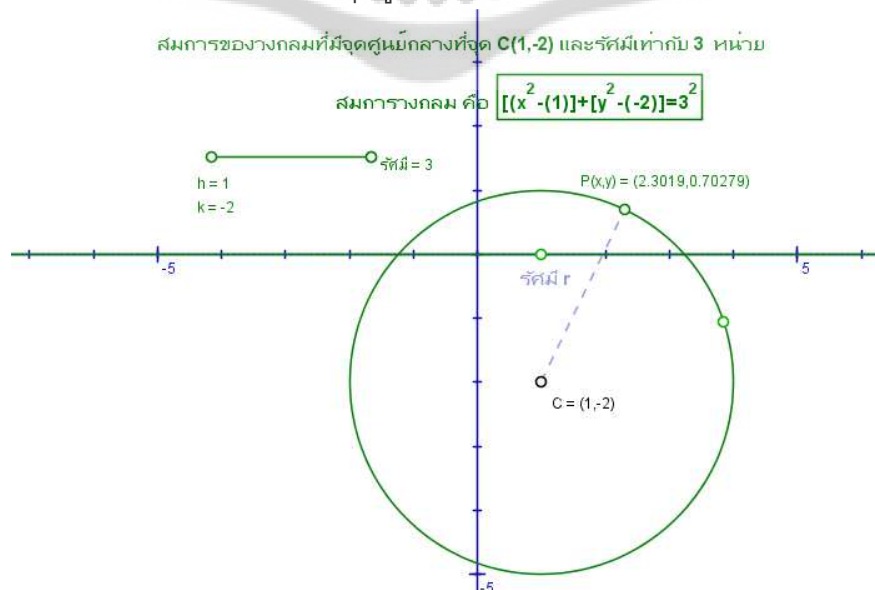
วิธีทำ จะได้สมการเป็น $x^2 + y^2 = 5^2$ หรือมีสมการเป็น $x^2 + y^2 = 25$



2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$



ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (1, -2) และมีรัศมี 3 หน่วย



วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = (1, -2)$ ซึ่ง $h = 1, k = -2$ และ $r = 3$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ สมการวงกลม} \quad (x - 1)^2 + (y + 2)^2 &= 3^2 \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= 9 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

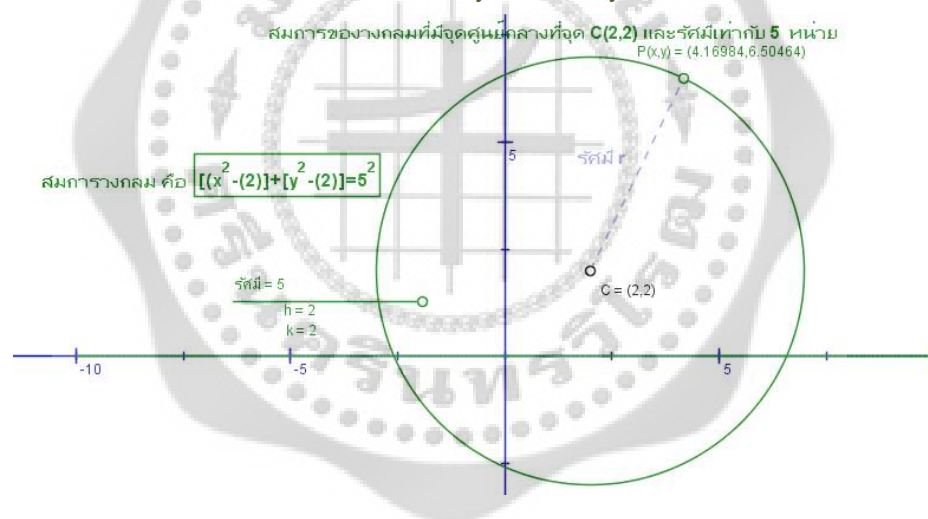
ตัวอย่างที่ 4 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 2)$ และมีรัศมี 5 หน่วย

วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = (2, 2)$ ซึ่ง $h = 2, k = 2$ และ $r = 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ สมการวงกลม} \quad (x - 2)^2 + (y - 2)^2 &= 5^2 \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 &= 25 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 &= 0 \end{aligned}$$

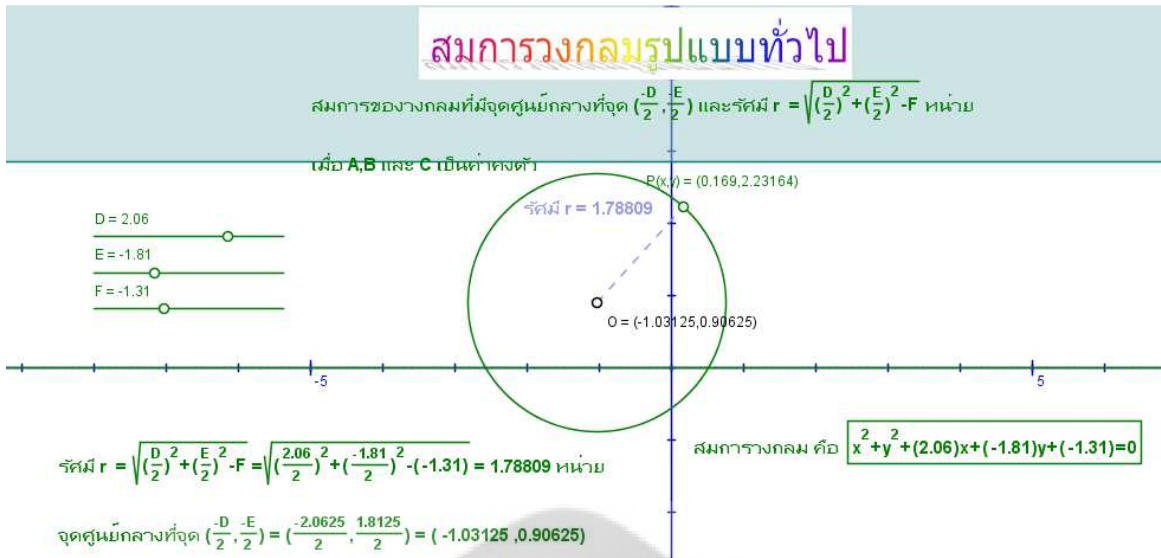
ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$



รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่

$$\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) \text{ และมีรัศมี } r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F} \text{ หน่วย หรือ } r = \sqrt{\left(-\frac{D}{2}\right)^2 + \left(-\frac{E}{2}\right)^2 - F}$$



ตัวอย่างที่ 5 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ ซึ่ง D = -6, E = 4 และ F = -3

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}) = (-\frac{6}{2}, -\frac{4}{2}) = (3, -2)$

และรัศมี

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + 4^2 - 4(-3)}$$

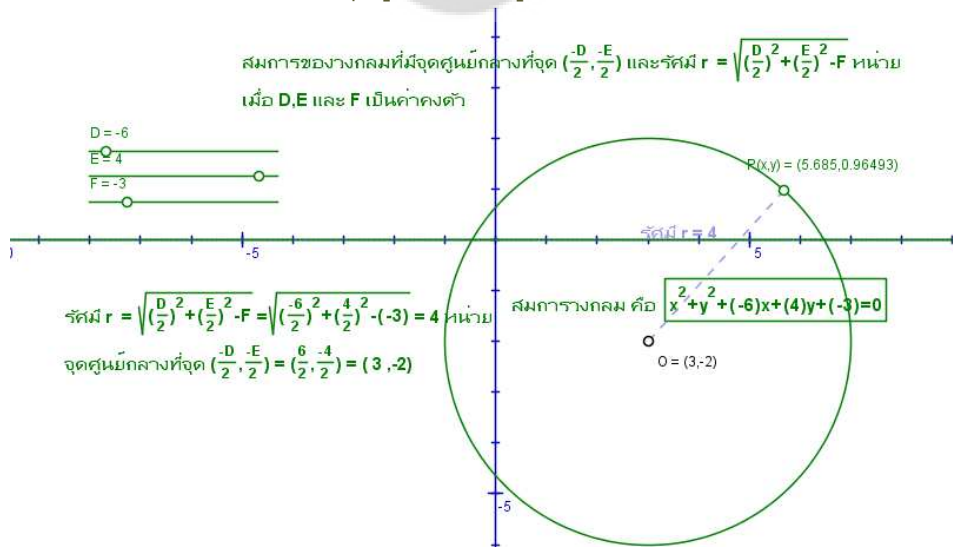
$$= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16 + 12}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{64}$$

$$= \frac{1}{2} (8)$$

$$= 4$$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (3, -2) และรัศมียาว 4 หน่วย



ตัวอย่างที่ 6 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 3 = 0$

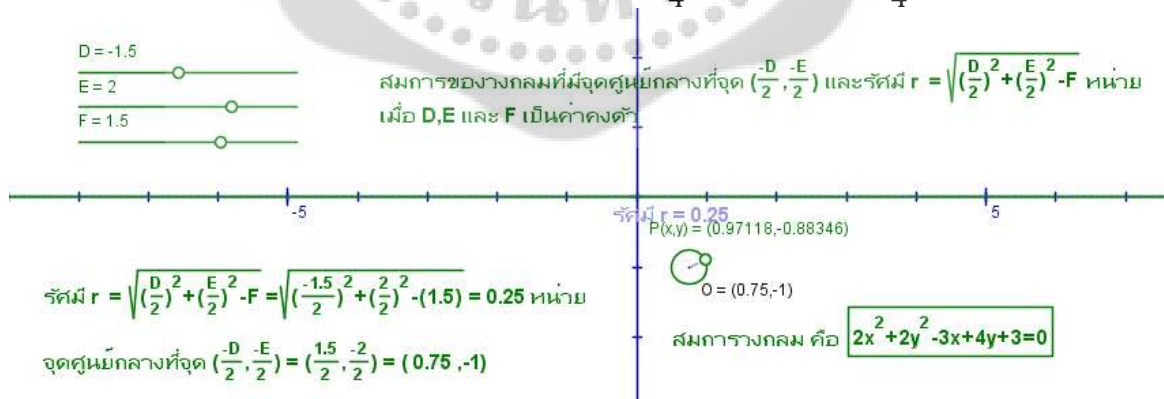
$$\text{นำ 2 มาหารตลอด จะได้ } x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y + \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{ซึ่ง } D = -\frac{3}{2}, E = 2 \text{ และ } F = \frac{3}{2}$$

$$\text{จุดศูนย์กลางอยู่ที่ } \left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right) = \left(-\frac{-\frac{3}{2}}{2}, -\frac{2}{2}\right) = \left(\frac{3}{4}, -1\right)$$

$$\begin{aligned} \text{และรัศมี } r &= \sqrt{D^2 + E^2 - 4F} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (-1)^2 - \frac{3}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{9}{16} + 1 - \frac{3}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{9 + 16 - 24}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\left(\frac{3}{4}, -1\right)$ และรัศมียาว $\frac{1}{4}$ หน่วย



สมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

1. ความชันของ CP = $m = \frac{y_1 - k}{x_1 - h}$
2. จะได้ความชันของเส้นตรง L = $-\frac{1}{m}$ [$\because m \left(-\frac{1}{m}\right) = -1$]
3. จะได้สมการเส้นสัมผัส L คือ $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $C(-2, 7)$ โดยสัมผัสที่จุด $P(1, 3)$

วิธีทำ จากโจทย์ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $C(-2, 7)$ และเส้นตรงสัมผัสกับวงกลมที่จุด $P(1, 3)$

จะได้ ความชันของรัศมี CP = $\frac{3-7}{1+2} = -\frac{4}{3}$ \therefore ความชันของเส้นสัมผัส = $\frac{3}{4}$

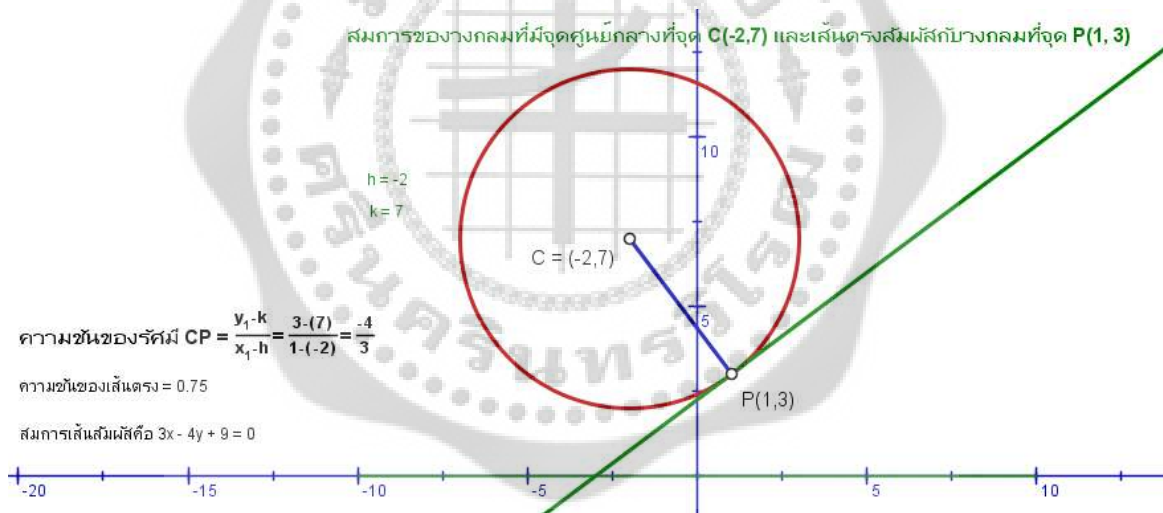
จากสมการเส้นสัมผัส $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$ ซึ่ง $x_1 = 1, y_1 = 3$ และ $-\frac{1}{m} = \frac{3}{4}$

จะได้สมการเส้นสัมผัสคือ $y - 3 = \frac{3}{4}(x - 1)$

$$4y - 12 = 3x - 3$$

$$3x - 4y + 9 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $3x - 4y + 9 = 0$



กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตาม

วิธีดังนี้

1. จัดสมการให้อยู่ในรูป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ และเส้นตรง L สัมผัสวงกลมที่จุด

$P(x_1, y_1)$

2. จะได้สมการเส้นตรง L คือ $(x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$

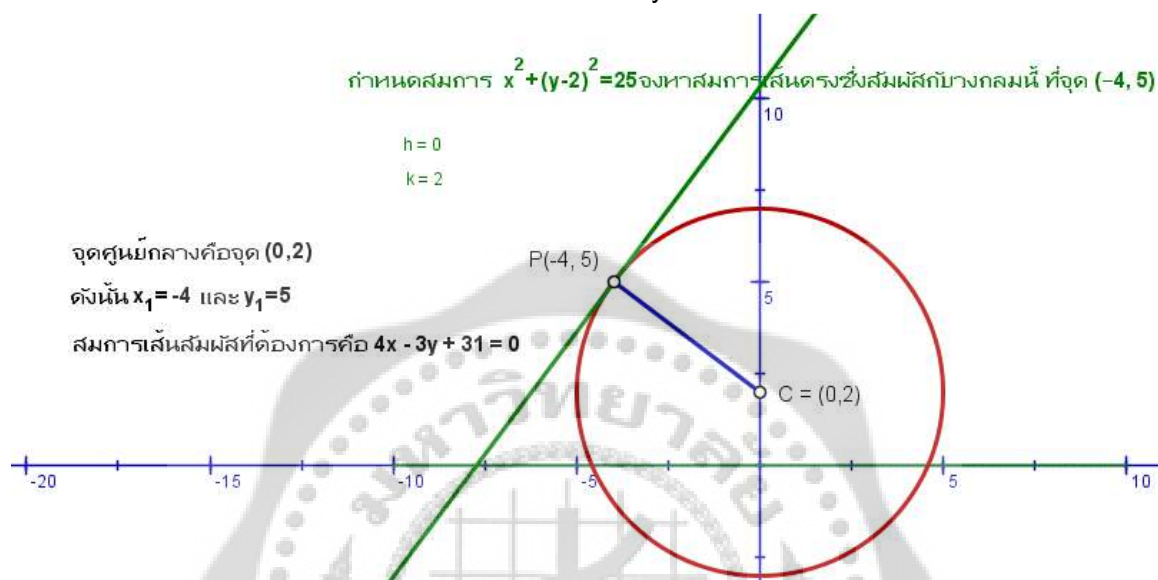
ตัวอย่างที่ 8 กำหนดสมการ $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมนี้ ที่จุด $(-4, 5)$

วิธีทำ จากโจทย์สมการวงกลม $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 2)$

และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(-4, 5)$ จะได้ $h = 0, k = 2, x_1 = -4, y_1 = 5$ และ $r^2 = 25$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) &= r^2 \\ \text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (-4 - 0)(x - 0) + (5 - 2)(y - 2) &= 25 \\ -4x + 3y - 6 &= 25 \\ 4x - 3y + 31 &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $4x - 3y + 31 = 0$



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องภาคตัดกรวย
2. ครูสรุปสูตรที่เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในเรื่องของ ระบบพิกัดฉาก ระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม กิจกรรมที่ 2.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต ตรวจสอบ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. นักเรียนทำกิจกรรมในตอนที่ 2 การสร้างเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

7. นักเรียนทำกิจกรรมในตอนที่ 3 การสำรวจเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม
2. นักเรียนสำรวจส่วนประกอบของวงกลมรูปแบบมาตรฐาน

ขั้นสอน

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

3. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม กิจกรรมที่ 2.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตสำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

5. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

6. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างกราฟวงกลมจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงกลม โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของวงกลม

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสำรวจส่วนประกอบของสมการวงกลมในรูปแบบทั่วไป

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม กิจกรรมที่ 2.3 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึก

ปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สืบถาม การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

6. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างกราฟวงกลมจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงกลม โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของวงกลมในรูปแบบทั่วไป

ชั่วโมงที่ 4 การหาสมการของเส้นสัมผัสของวงกลม

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม
2. ทบทวนสมการของเส้นตรง ความชันของเส้นตรง และจุดสัมผัสเมื่อสัมผัสวงกลม

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม กิจกรรมที่ 2.4 การหาสมการของเส้นสัมผัสของวงกลม โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สืบถาม การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการหาสมการของเส้นสัมผัสของวงกลม เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างเส้นสัมผัสของวงกลมจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงกลม โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบเส้นสัมผัสของวงกลม

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงกลม
2. ใบกิจกรรมที่ 2.1 – 2.4 เรื่องวงกลม
3. แฟ้มคำสั่งกิจกรรม/คอมพิวเตอร์
4. แฟ้มคำสั่งแบบฝึกหัด (Assignment)
5. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องวงกลม
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องวงกลม
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป
 2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
- 4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง วงรี

เวลา 4 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี

วงรี คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่ มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า **โฟกัส (focus)** ของวงรี

รูปแบบมาตรฐานของสมการของวงรี

1. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน X สมการรูปแบบ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$

2. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน Y สมการรูปแบบ

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$

3. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X สมการรูปแบบ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$

4. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y สมการรูปแบบ

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$

บทนิยามของความเยื้องศูนย์กลาง

สำหรับวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ หรือ $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ เมื่อ $a > b > 0$ ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีแทนด้วย e คืออัตราส่วนของ c ต่อ a หรือ $e = \frac{c}{a}$ เมื่อ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีมีค่าระหว่าง 0 และ 1 นั่นคือ $0 < e < 1$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีได้
2. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของความเยื้องศูนย์กลางของวงรีได้
3. นักเรียนสามารถหาส่วนประกอบของวงรีเมื่อกำหนดสมการของวงรีให้ได้
4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของวงรีเมื่อกำหนดสมการของวงรีให้ได้

5. นักเรียนสามารถหาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดหรือจุด (h, k) พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการของวงรีนั้นได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

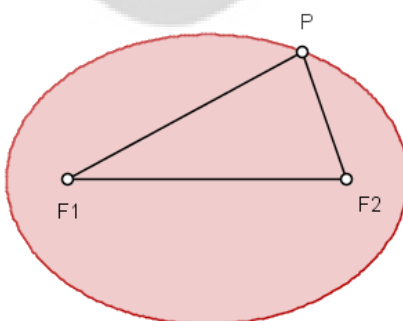
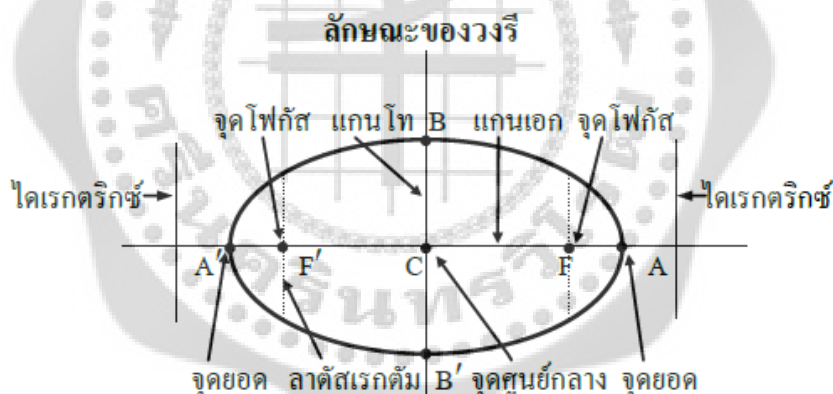
1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น แสวงหาความรู้ และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

ทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี

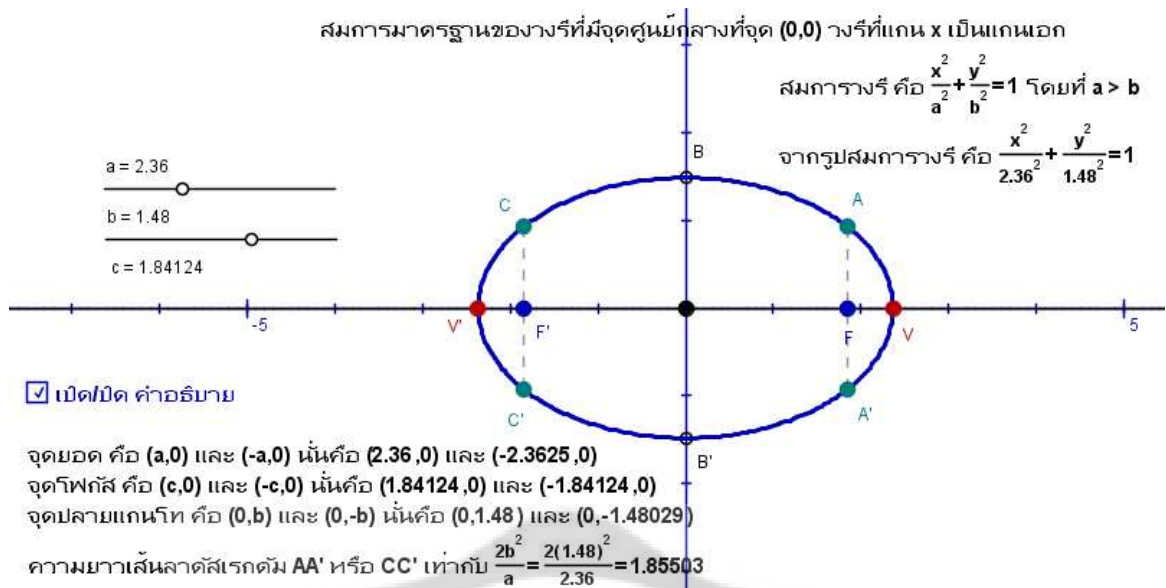
วงรี คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า **โฟกัส (focus)** ของวงรี



รูปแบบมาตรฐานของสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

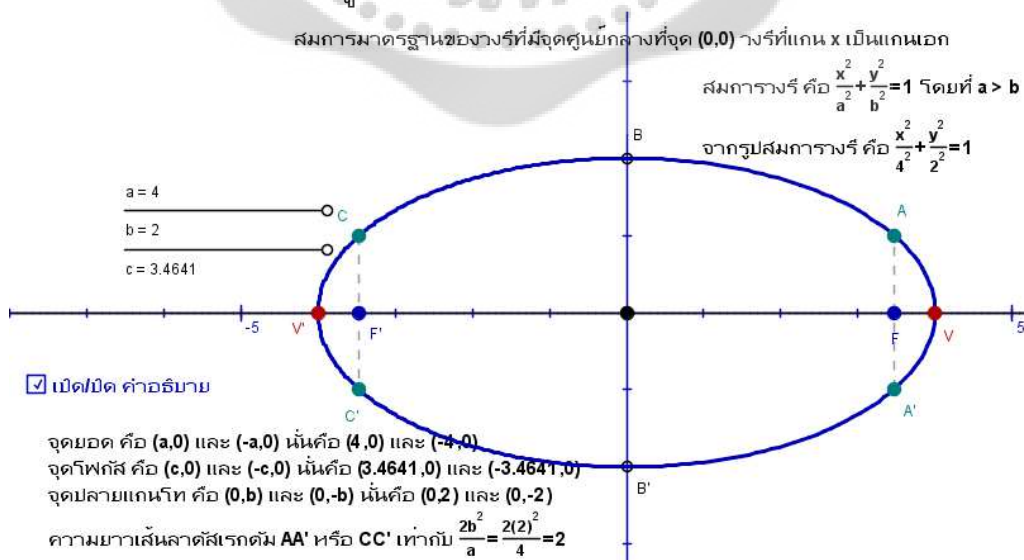
1. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน X สมการรูปแบบ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$



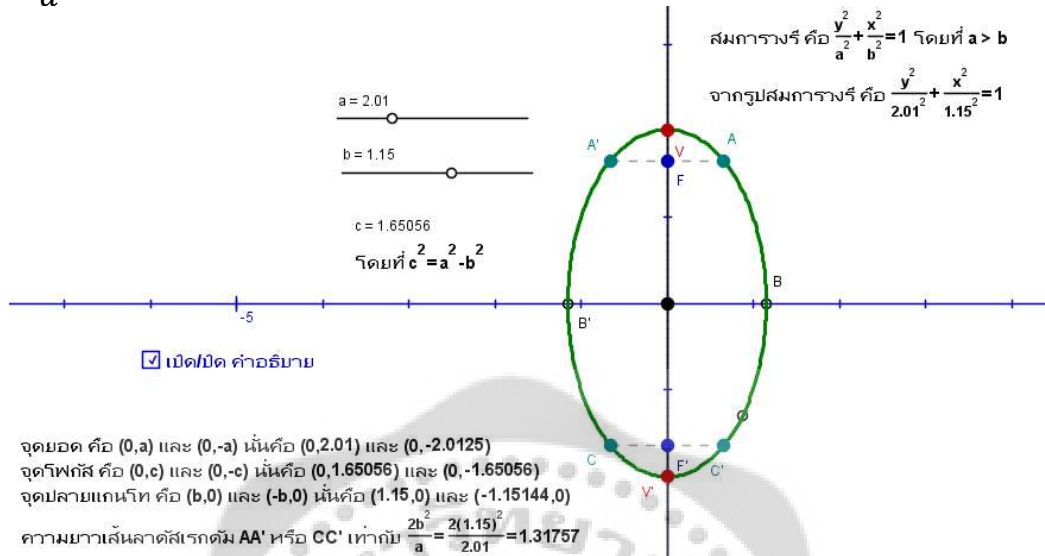
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของวงรี วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ และหาโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอกและแกนโท

วิธีทำ เนื่องจากตัวหารของ x^2 มีค่ามากกว่า ตัวหารของ y^2 ดังนั้นวงรีมีแกนเอกอยู่บนแกน x ในที่นี้ $a^2 = 16$ และ $b^2 = 4$ จาก $c^2 = a^2 - b^2$ จะได้ $c^2 = 16 - 4 = 12$ ดังนั้น $a = 4$ $b = 2$ และ $c = \sqrt{12}$
 โฟกัสของวงรีคือ $(\pm\sqrt{12}, 0)$
 จุดยอดคือ $(\pm 4, 0)$
 ความยาวของแกนเอก เท่ากับ 8
 ความยาวของแกนโท เท่ากับ 4
 กราฟของวงรีแสดงได้ดังรูป



2. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและแกนเอกอยู่บนแกน Y สมการรูปแบบ

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \text{ โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของวงรี วงรีรูปหนึ่งที่มีสมการเป็น $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$ และหาโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอกและแกนโท

วิธีทำ เนื่องจากตัวหารของ y^2 มีค่ามากกว่า ตัวหารของ x^2 ดังนั้นวงรีมีแกนเอกอยู่บนแกน Y ในที่นี้ $a^2 = 25$ และ $b^2 = 9$ จาก $c^2 = a^2 - b^2$ จะได้ $c^2 = 25 - 9 = 16$ ดังนั้น $a = 5$

$b = 3$ และ $c = 4$

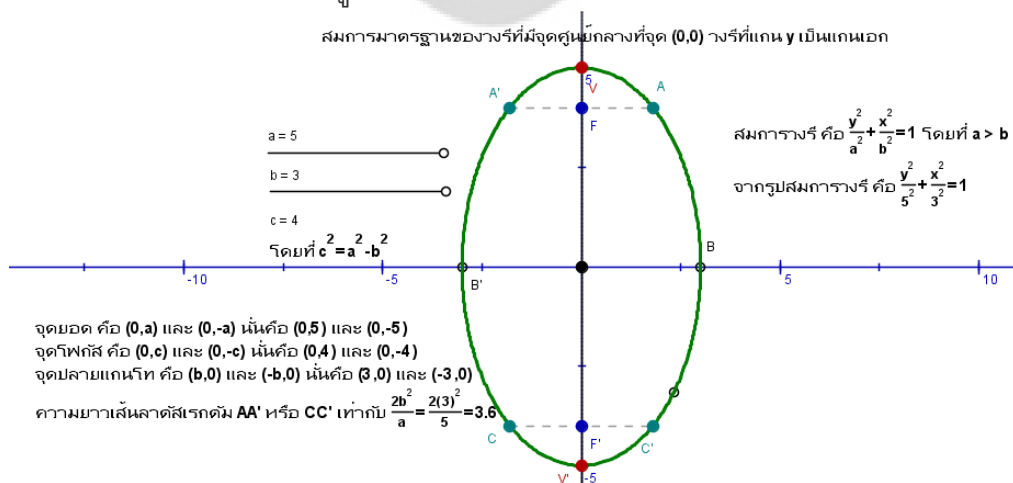
โฟกัสของวงรีคือ $(0, \pm 4)$

จุดยอดคือ $(0, \pm 5)$

ความยาวของแกนเอก เท่ากับ 6

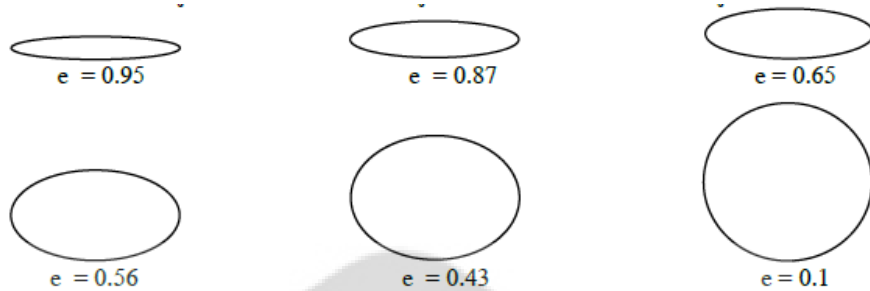
ความยาวของแกนโท เท่ากับ 10

กราฟของวงรีแสดงได้ดังรูป



บทนิยามของความเยื้องศูนย์กลาง

สำหรับวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ หรือ $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ เมื่อ $a > b > 0$ ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีแทนด้วย e คืออัตราส่วนของ c ต่อ a หรือ $e = \frac{c}{a}$ เมื่อ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ความเยื้องศูนย์กลางของวงรีมีค่าระหว่าง 0 และ 1 นั่นคือ $0 < e < 1$



ถ้า e มีค่าใกล้ 1 หรือ c มีค่าเกือบจะเท่ากับ a แล้ววงรีมีความยาวรีมาก (มีรูปร่างเรียวยาว) แต่ถ้า e มีค่าใกล้ 0 แล้ววงรีมีความรีน้อย (รูปร่างเกือบจะกลม) ดังรูป ซึ่งแสดงวงรีที่มีความเยื้องศูนย์กลางต่าง ๆ กัน

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(4, 0)$ และ $(-4, 0)$ และมีความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ $\frac{8}{13}$

วิธีทำ โฟกัสอยู่ที่จุด $(4, 0)$ และ $(-4, 0)$ แสดงจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ แกนเอกอยู่บนแกน X

และ $c = 4$ และมีความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ $\frac{8}{13}$ หรือ $e = \frac{8}{13}$

จาก $e = \frac{c}{a}$ จะได้

$$\frac{8}{13} = \frac{4}{a}$$

$$8a = 52$$

$$a = \frac{13}{2}$$

จาก $c^2 = a^2 - b^2$ จะได้

$$4^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - b^2$$

$$16 = \frac{169}{4} - b^2$$

$$b^2 = \frac{169}{4} - 16$$

$$= \frac{169 - 64}{4}$$

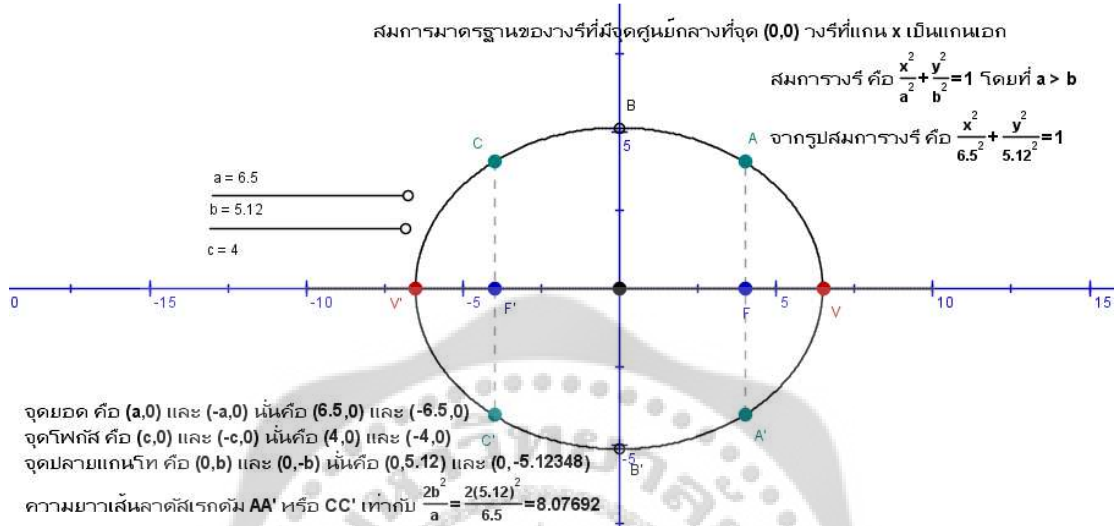
$$= \frac{105}{4}$$

$$b = \frac{\sqrt{105}}{2}$$

สมการอยู่ในรูป $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

จะได้ $\frac{x^2}{\frac{169}{4}} + \frac{y^2}{\frac{105}{4}} = 1$

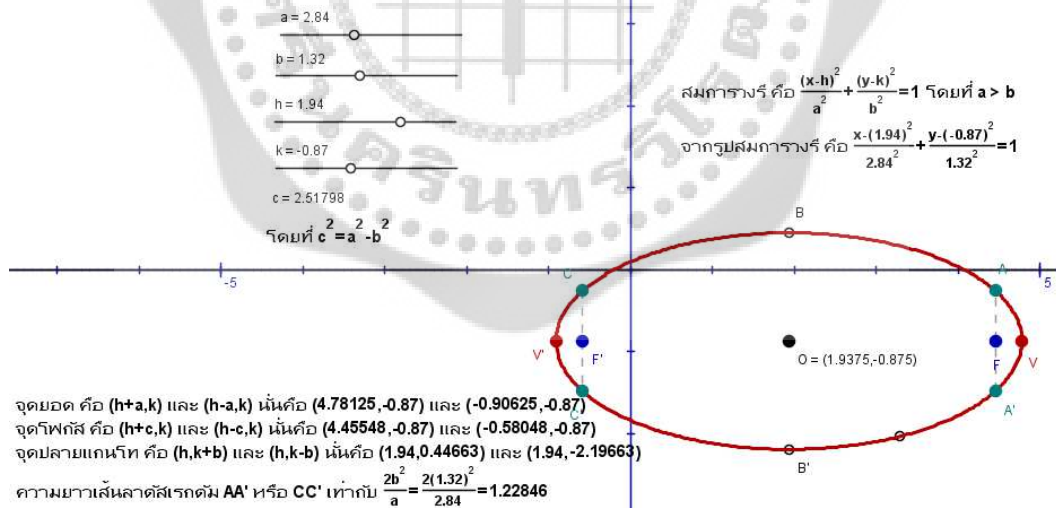
นั่นคือ $\frac{4x^2}{169} + \frac{4y^2}{105} = 1$
 ดังนั้น สมการวงรีที่ต้องการคือ $\frac{4x^2}{169} + \frac{4y^2}{105} = 1$
 และสามารถเขียนกราฟได้เป็น



รูปแบบมาตรฐานของสมการของวงรีมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน X สมการรูปแบบ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$



ตัวอย่างที่ 4 จากสมการวงรี $7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$ จงหาจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด จุดปลายแกนโท ลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง

วิธีทำ จากสมการ $7x^2 + 16y^2 - 14x - 64y - 41 = 0$ จัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned} (7x^2 - 14x) + (16y^2 - 64y) &= 41 \\ 7(x^2 - 2x) + 16(y^2 - 4y) &= 41 \\ 7(x^2 - 2x + 1) + 16(y^2 - 4y + 4) &= 41 + 7 + 64 \end{aligned}$$

$$7(x - 1)^2 + 16(y - 2)^2 = 112$$

นำ 112 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{7} = 1$$

จะได้ $h = 1, k = 2$

$$a^2 = 16 \therefore a = 4$$

$$b^2 = 7 \therefore b = \sqrt{7}$$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{จะได้ } c^2 = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore c = 3$$

(1) แกนเอกขนานกับแกน X อยู่บนเส้นตรง $y = 2$ (อยู่บนเส้นตรง $y = k$)

(2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $C(h, k) = C(1, 2)$

(3) จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h + c, k) = F(1 + 3, 2) = F(4, 2)$

และ $F'(h - c, k) = F(1 - 3, 2) = F(-2, 2)$

(4) จุดยอดอยู่ที่ $A(h + a, k) = A(1 + 4, 2) = A(5, 2)$

และ $A'(h - a, k) = A'(1 - 4, 2) = A'(-3, 2)$

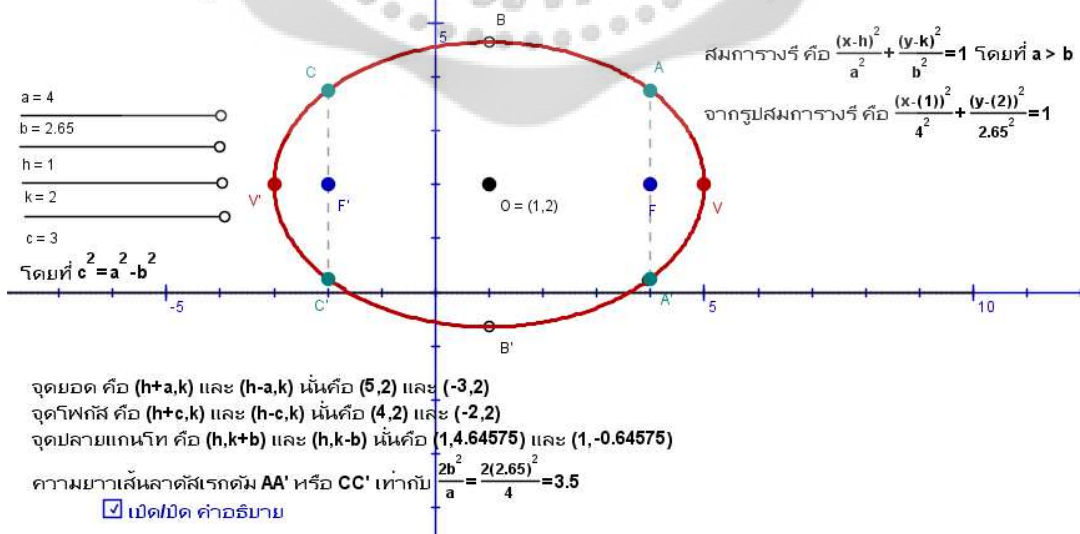
(5) จุดปลายแกนโทอยู่ที่ $B(h, k + b) = B(1, 2 + \sqrt{7})$

และ $B'(h, k - b) = B'(1, 2 - \sqrt{7})$

(6) ลาดัสเรกต์มียาวเท่ากับ $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(7)}{4} = \frac{7}{2}$

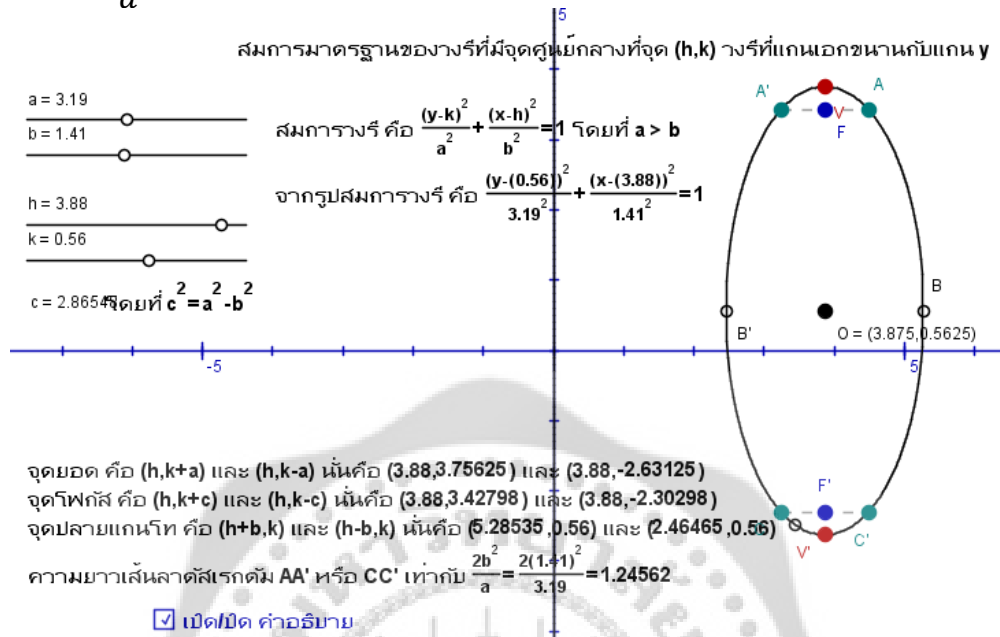
(7) ความเยื้องศูนย์กลาง $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$

สมการมาตรฐานของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) วงรีที่แกนเอกขนานกับแกน y



2. วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และแกนเอกขนานกับแกน Y สมการรูปแบบ

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a > b > 0 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$



ตัวอย่างที่ 5 จากสมการวงรี $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$ จงหาจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด จุดปลายแกนโท ลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง

วิธีทำ จากสมการ $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$ จัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$(25x^2 + 100x) + (21y^2 - 42y) = 404$$

$$25(x^2 + 4x) + 21(y^2 - 2y) = 404$$

$$25(x^2 + 4x + 4) + 21(y^2 - 2y + 1) = 404 + 100 + 21$$

$$25(x+2)^2 + 21(y-1)^2 = 525$$

นำ 525 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{(x+2)^2}{21} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

$$\text{จะได้ } h = -2, k = 1$$

$$a^2 = 25 \therefore a = \sqrt{25} = 5$$

$$b^2 = 21 \therefore b = \sqrt{21}$$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{จะได้ } c^2 = 25 - 21 = 4 \therefore c = \sqrt{4} = 2$$

(1) แกนเอกขนานกับแกน Y อยู่บนเส้นตรง $x = -2$ (อยู่บนเส้นตรง $x = h$)

(2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $C(h, k) = C(-2, 1)$

(3) จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h, k + c) = F(-2, 1 + 2) = F(-2, 3)$

และ $F'(h, k - c) = F'(-2, 1 - 2) = F'(-2, -1)$

(4) จุดยอดอยู่ที่ $A(h, k + a) = A(-2, 1 + 5) = A(-2, 6)$

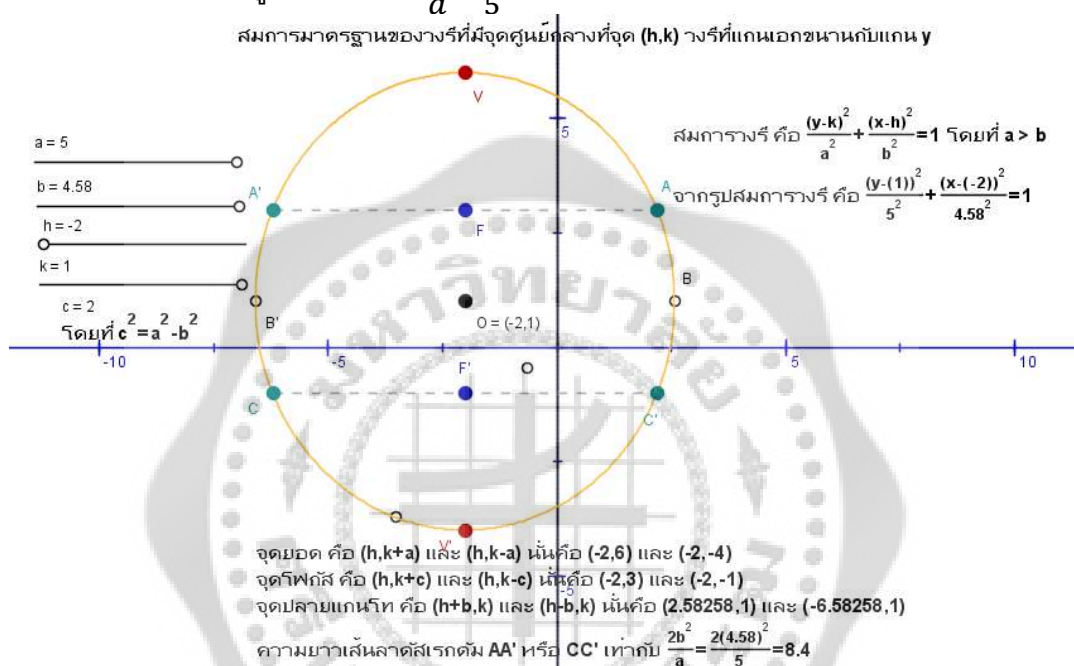
และ $A'(h, k - a) = A'(-2, 1 - 5) = A'(-2, -4)$

(5) จุดปลายแกนโทอยู่ที่ $B(h + b, k) = B(-2 + \sqrt{21}, 1)$

และ $B'(h - b, k) = B'(-2 - \sqrt{21}, 1)$

(6) ลาดัสเรกตัมยาวเท่ากับ $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(21)}{5} = \frac{42}{5}$

(7) ความเยื้องศูนย์กลาง $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{5}$



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องวงกลม
2. ครูเล่าถึงประโยชน์ของวงรีกับชีวิตประจำวัน

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี กิจกรรมที่ 3.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. นักเรียนทำกิจกรรมในตอนที่ 2 การสร้างรูปวงรีด้วยโปรแกรม C.a.R. และตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี แกนเอกอยู่บนแกน x

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรี
2. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับส่วนประกอบของวงรี แกนเอกอยู่บนแกน x

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี กิจกรรมที่ 3.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี แกนเอกอยู่บนแกน x โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตสำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปวงรีจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงรี โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของวงรี

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี แกนเอกอยู่บนแกน Y

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี
2. ครูให้นักเรียนศึกษาส่วนประกอบของวงรี แกนเอกอยู่บนแกน Y

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี กิจกรรมที่ 3.3 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี แกนเอกอยู่บนแกน Y โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตสำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบทั่วไปของสมการวงรี เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปวงรีจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงรี โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของวงรี

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k)

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี
2. ครูให้นักเรียนศึกษาเรื่องความเยื้องศูนย์กลางของวงรีและอธิบายให้ชัดเจน

ขั้นสอน

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

3. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี กิจกรรมที่ 3.4 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตสำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการวงรี จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปวงรีจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟวงรี โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของวงรี

8. หลังนักเรียนเรียนเรื่องวงรี เสร็จแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เรื่องวงกลมและวงรี เพื่อเก็บคะแนนระหว่างเรียน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องวงรี
2. ใบกิจกรรมที่ 3.1 – 3.4 เรื่องวงรี
3. แฟ้มคำสั่งกิจกรรม/คอมพิวเตอร์
4. แฟ้มคำสั่งแบบฝึกหัด(Assignment)
5. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องวงรี
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องวงรี
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป
 2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
- 4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่..... เดือน..... พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง พาราโบลา

เวลา 4 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุด F ที่ตั้งอยู่อยู่กับที่ จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตั้งอยู่อยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดที่ตั้งอยู่อยู่กับที่นั้น เรียกว่า โฟกัส และเส้นตรงที่ตั้งอยู่อยู่กับที่นั้นเรียกว่า เส้นบังคับหรือไดเรกตริกซ์ (directrix) ของพาราโบลา

รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0)

1. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) จุดโฟกัสอยู่ที่ (c, 0) ไดเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $x = -c$ และมีแกน X เป็น แกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4cx$

2. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) จุดโฟกัสอยู่ที่ (0, c) ไดเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $y = -c$ และมีแกน Y เป็นแกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $x^2 = 4cy$

รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

1. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน X สมการของพาราโบลา คือ $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

2. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน Y สมการของพาราโบลา คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

รูปแบบทั่วไปของพาราโบลา

1. กำหนดให้ A, B และ C เป็นค่าคงตัวใดๆ รูปทั่วไปของสมการของพาราโบลา เมื่อแกนของพาราโบลาคือแกน y สมการทั่วไปของพาราโบลา คือ $x^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ $B \neq 0$

2. กำหนดให้ A, B และ C เป็นค่าคงตัวใดๆ รูปทั่วไปของสมการของพาราโบลา เมื่อแกนของพาราโบลาคือแกน x สมการทั่วไปของพาราโบลา คือ $y^2 + Ay + Bx + C = 0$ เมื่อ $A \neq 0$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลาได้
2. นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบต่างๆของกราฟพาราโบลาได้

3. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่ $(0, 0)$ และเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไขได้

4. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบมาตรฐานมีจุดยอดที่ (h, k) และเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไขได้

5. นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีรูปแบบทั่วไปและเขียนกราฟพาราโบลาตามเงื่อนไขได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

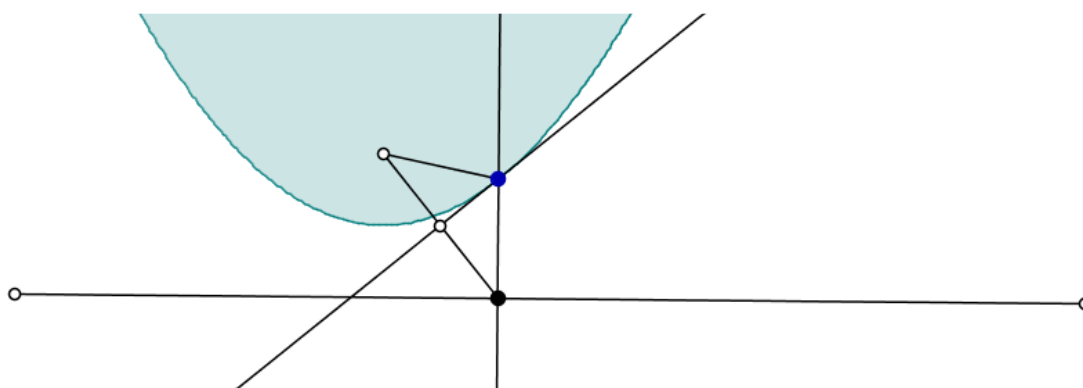
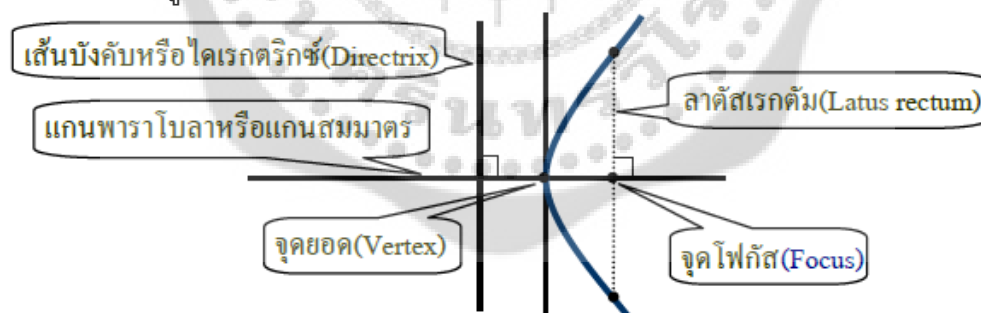
1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น แสวงหาความรู้ และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

ทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

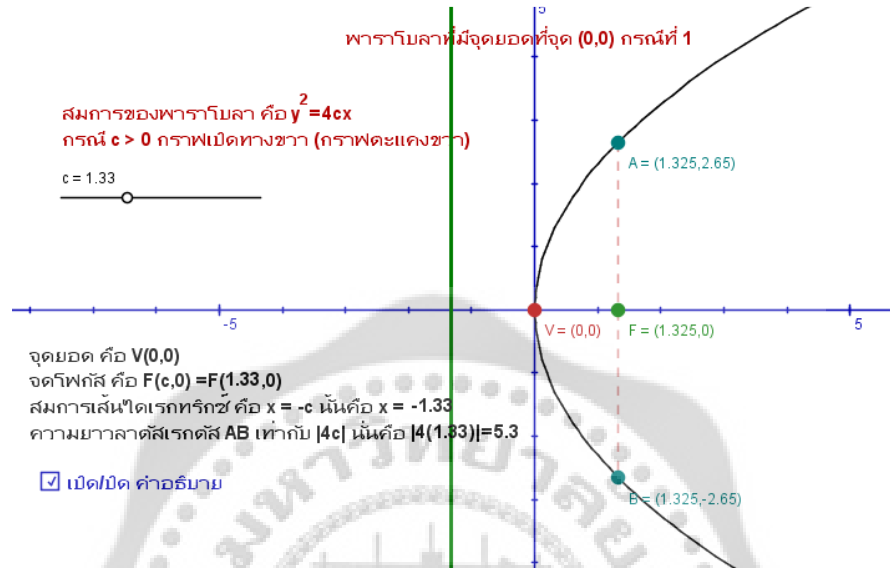
บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุด F ที่ตั้งอยู่อยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตั้งอยู่อยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดที่ตั้งอยู่อยู่กับที่นั้น เรียกว่า โฟกัส และเส้นตรงที่ตั้งอยู่อยู่กับที่นั้นเรียกว่า เส้นบังคับหรือไดเรกตริกซ์ (directrix) ของพาราโบลา



รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด(0, 0)

1. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) จุดโฟกัสอยู่ที่ (c, 0) ไตเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $x = -c$ และมีแกน X เป็น แกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4cx$ เมื่อ $c > 0$ เปิดทางขวา



ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดโฟกัสอยู่ที่ (5, 0) และจุดยอดอยู่ที่ (0, 0)

วิธีทำ จากโจทย์ จุดโฟกัสอยู่ที่ (5, 0) และจุดยอดอยู่ที่ (0, 0)

แสดงว่าแกนพาราโบลา คือ แกน X (เส้นตรง $y = 0$)

$c = 5$ เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางขวา

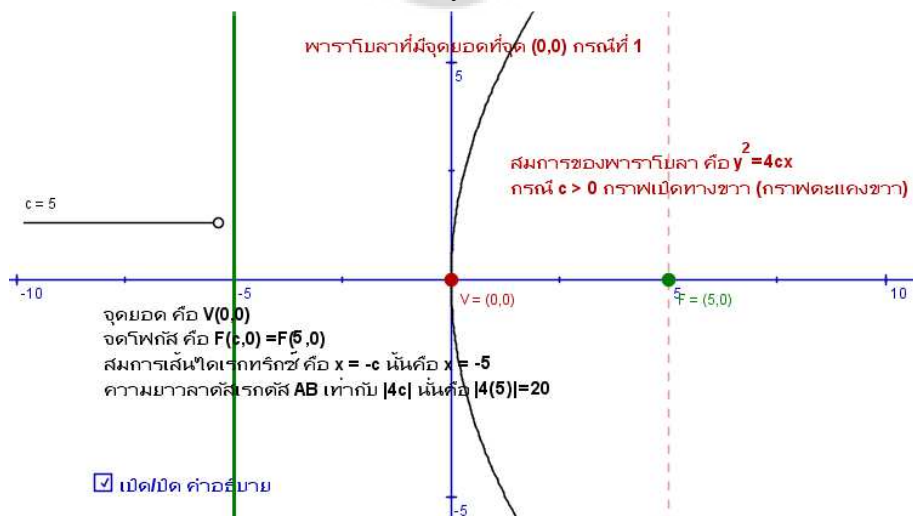
ไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = -5$

ลาตัสเรกตัสยาว $|4(5)| = 20$ หน่วย

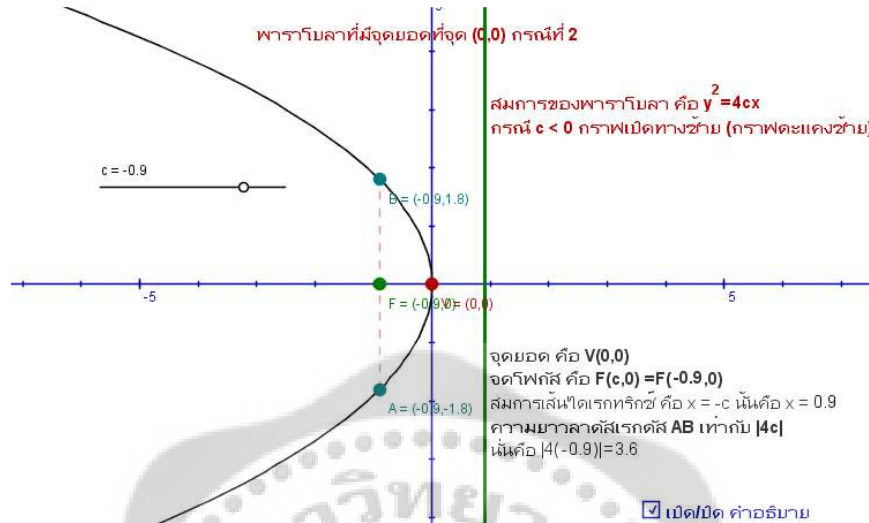
สมการอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$

จะได้ สมการ $y^2 = 4(5)x$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $y^2 = 20x$



2. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0, 0) จุดโฟกัสอยู่ที่ (c, 0) ไตเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $x = -c$ และมีแกน X เป็น แกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4cx$ เมื่อ $c < 0$ เปิดทางซ้าย



ตัวอย่างที่ 2 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดโฟกัสอยู่ที่ (-3, 0) และไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = 3$

วิธีทำ จากโจทย์ จุดโฟกัสอยู่ที่ (-3, 0) และไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = 3$

แสดงว่าแกนพาราโบลา คือ แกน X (เส้นตรง $y = 0$)

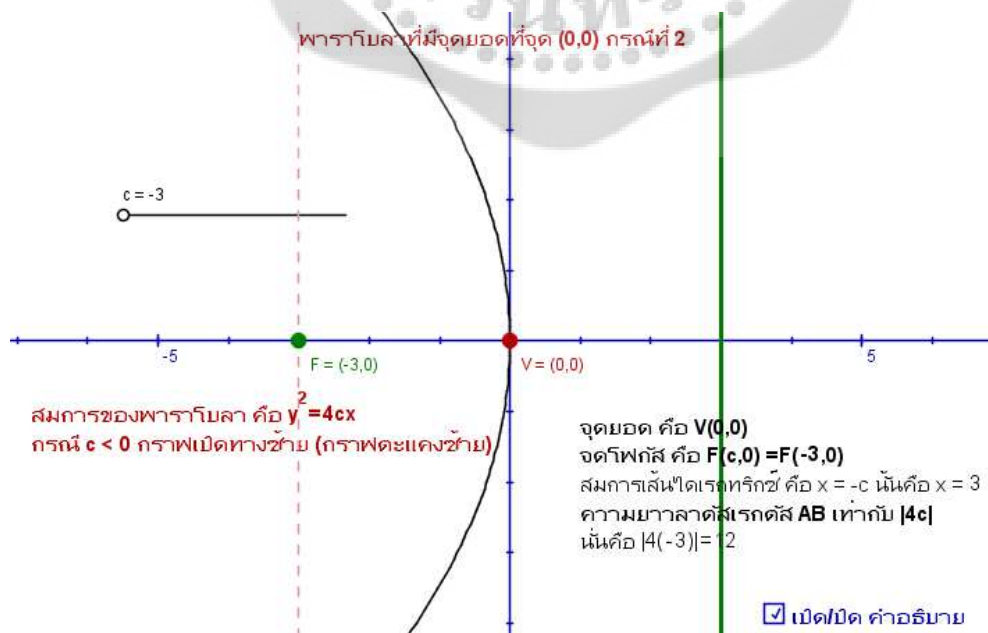
$c = -3$ เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางซ้าย

จุดยอดอยู่ที่ (0, 0) ลาตัสเรกตัมยาว $|4(-3)| = 12$ หน่วย

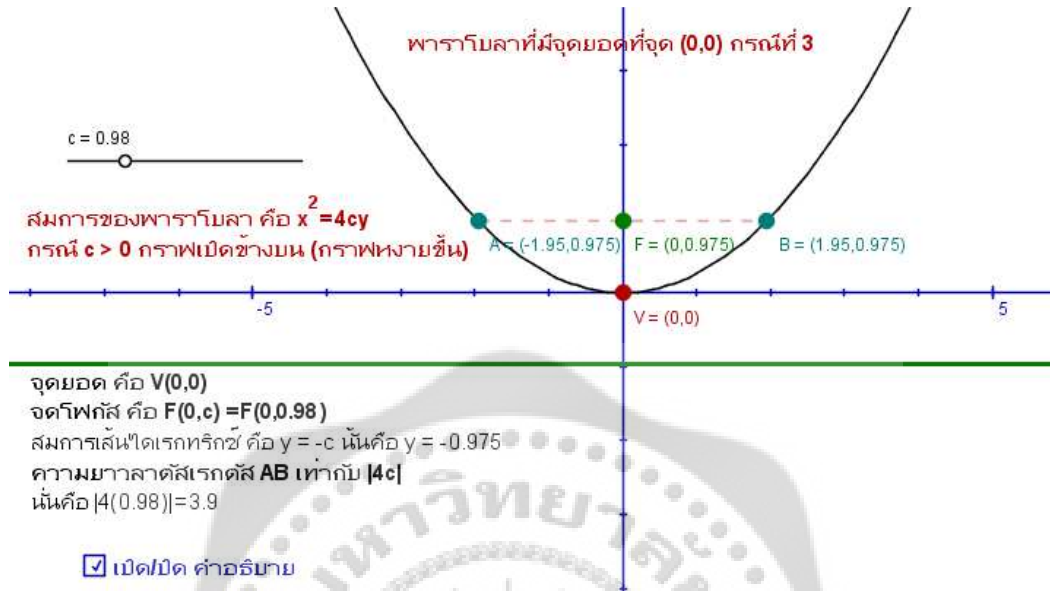
สมการอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$

จะได้ สมการ $y^2 = 4(-3)x$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $y^2 = -12x$



3. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$ จุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, c)$ ไตเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $y = -c$ และมีแกน Y เป็นแกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $x^2 = 4cy$ เมื่อ $c > 0$ กราฟหงายขึ้น



ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, 5)$ และจุดยอดอยู่ที่ $(0, 0)$

วิธีทำ จากโจทย์ จุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, 5)$ และจุดยอดอยู่ที่ $(0, 0)$

แสดงว่าแกนพาราโบลา คือ แกน Y (เส้นตรง $x = 0$)

$c = 5$ เป็นกราฟพาราโบลาหงายขึ้น

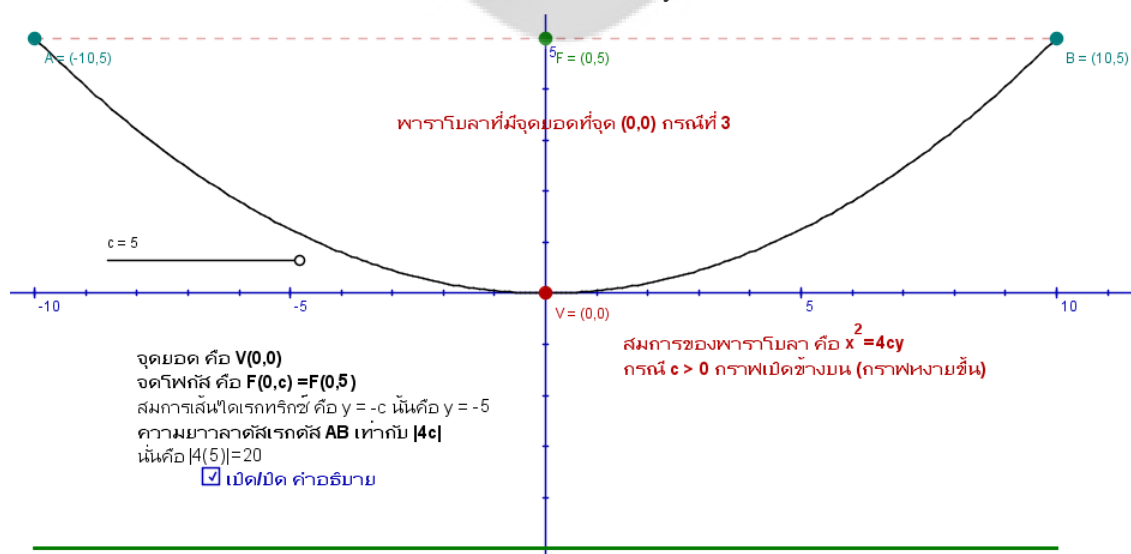
ไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = -5$

ลาตัสเรกตัสยาวเท่ากับ $|4(5)| = 20$ หน่วย

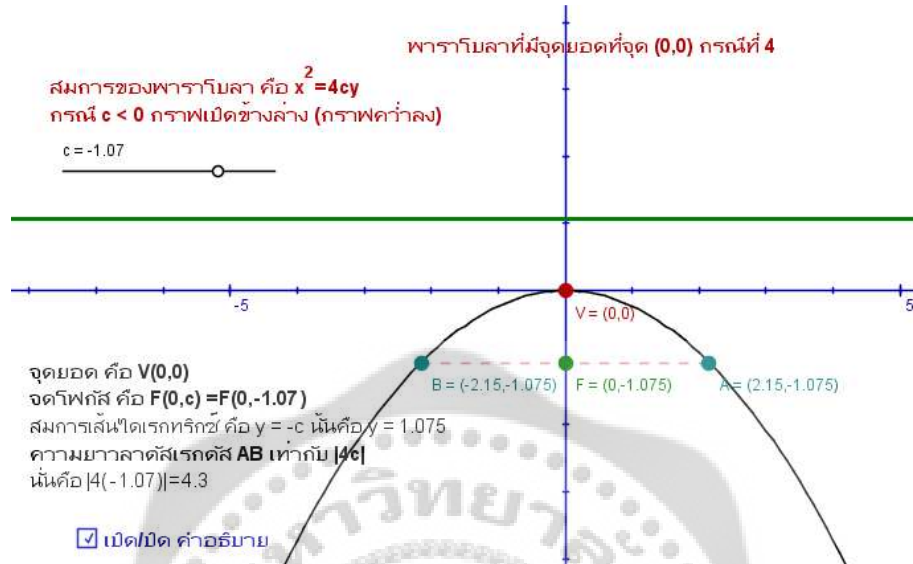
สมการอยู่ในรูป $x^2 = 4cy$

จะได้ สมการ $x^2 = 4(5)y$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $x^2 = 20y$



4. พาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(0, 0)$ จุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, c)$ ไตเรกตริกซ์คือ เส้นตรง $y = -c$ และมีแกน Y เป็นแกนของพาราโบลา สมการของพาราโบลา คือ $x^2 = 4cy$ เมื่อ $c < 0$ กราฟคว่ำลง



ตัวอย่างที่ 4 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, -3)$ และไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = 3$

วิธีทำ จากโจทย์ จุดโฟกัสอยู่ที่ $(0, -3)$ และไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = 3$

แสดงว่าแกนพาราโบลา คือ แกน Y (เส้นตรง $x = 0$)

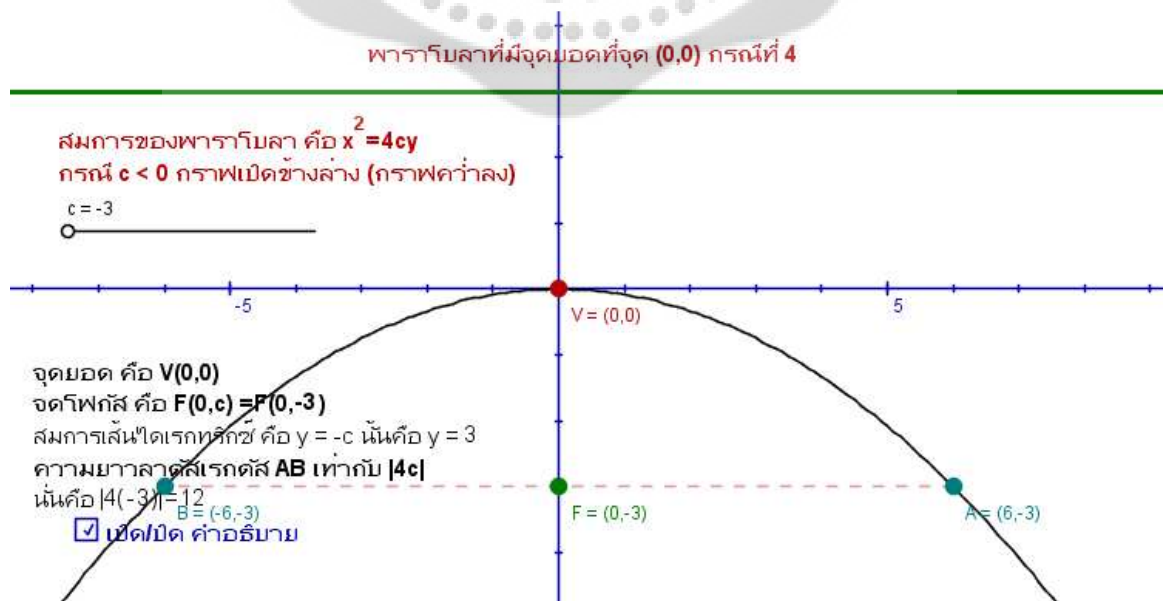
$c = -3$ เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำลง จุดยอดอยู่ที่ $(0, 0)$

ลาตัสเรกตัสยาวเท่ากับ $|4(-3)| = 12$ หน่วย

สมการอยู่ในรูป $x^2 = 4cy$

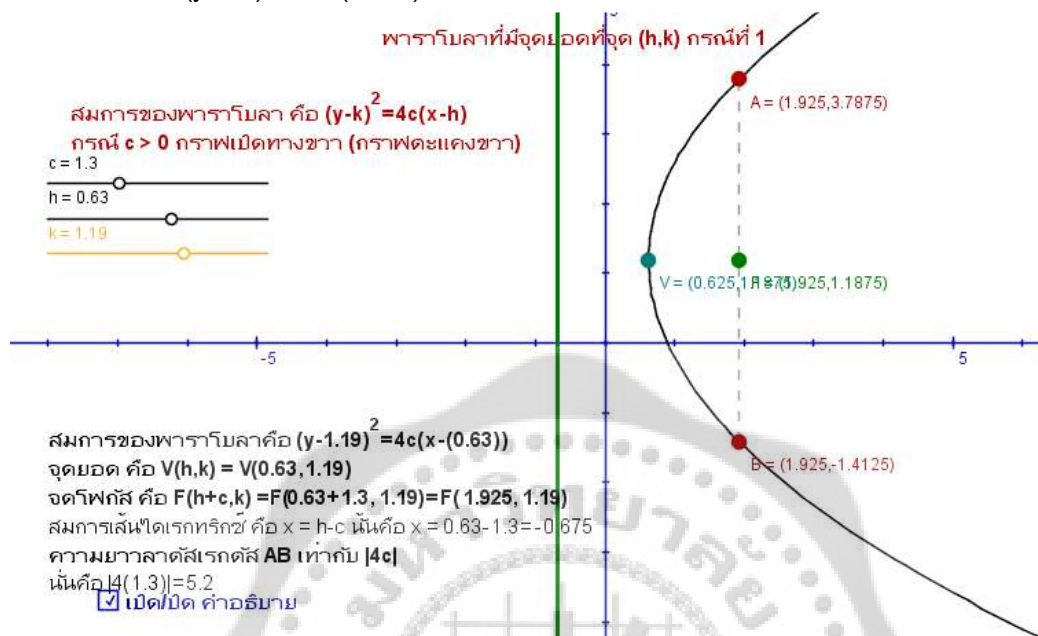
จะได้ สมการ $x^2 = 4(-3)y$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $x^2 = -12y$



รูปแบบมาตรฐานของพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

1. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน X สมการของพาราโบลา คือ $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เมื่อ $c < 0$ เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางขวา



ตัวอย่างที่ 5 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดยอดอยู่ที่ (-2, 3) และจุดโฟกัสอยู่ที่ (1, 3)

วิธีทำ จากโจทย์ จุดยอดอยู่ที่ $V(-2, 3) = V(h, k)$ จะได้ $h = -2$, $k = 3$

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h + c, k) = F(1, 3)$

จะได้ $h + c = 1$ ซึ่ง $-2 + c = 1 \therefore c = 3$

แกนพาราโบลาคขนานกับ X คือ เส้นตรง $y = 3$ ($\therefore y = k$)

ไวดเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = -5$ ($\therefore x = h - c = -2 - 3 = -5$)

เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางขวา ($\therefore c > 0$)

ลาตัสเรกตัสยาวเท่ากับ $|4(3)| = 12$ หน่วย

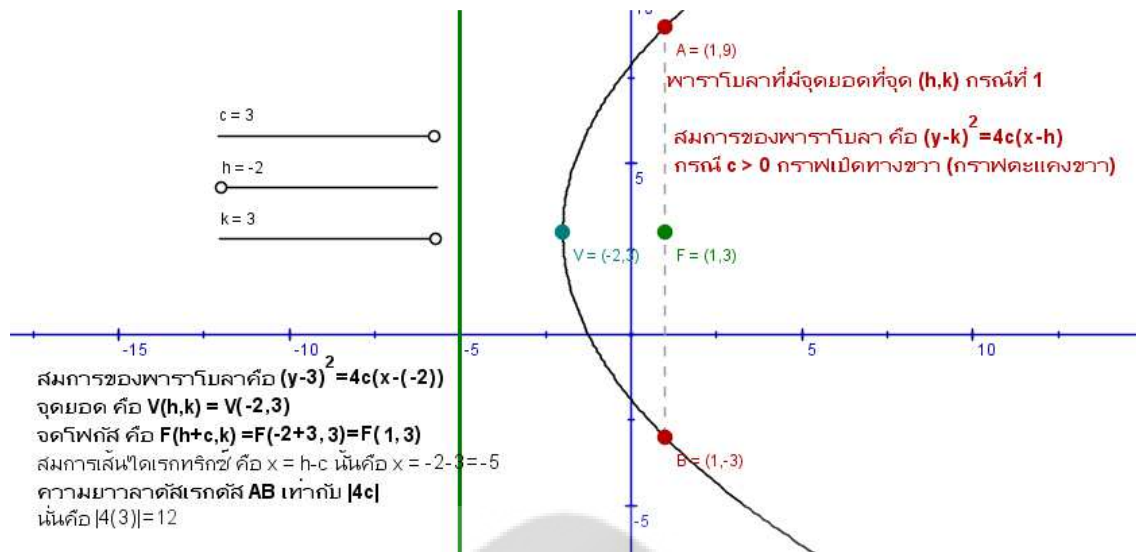
สมการอยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

จะได้ สมการ $(y - 3)^2 = 4(3)(x + 2)$

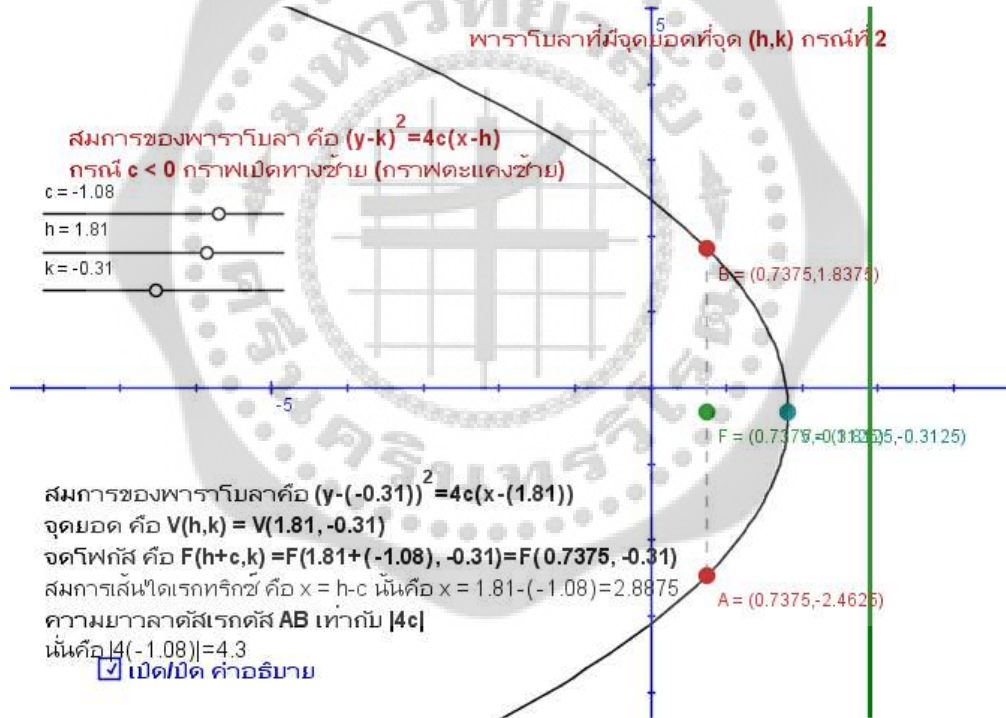
$$y^2 - 6y + 9 = 12x + 24$$

$$y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$



2. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน X สมการของพาราโบลา คือ $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เมื่อ $c < 0$ เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางซ้าย



ตัวอย่างที่ 6 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดยอดอยู่ที่ $(-3, -4)$ และไทดเรกทริกซ์คือเส้นตรง $x = 2$

วิธีทำ จากโจทย์ จุดยอดอยู่ที่ $V(-3,-4) = V(h, k)$ จะได้ $h = -3, k = -4$

ไทดเรกทริกซ์คือเส้นตรง $x = 2$

จะได้ $h - c = 2$ ดังนั้น $-3 - c = 2 \therefore c = -5$

แกนพาราโบลาคู่ขนานกับแกน X คือ เส้นตรง $y = -4$ ($\therefore y = k$)

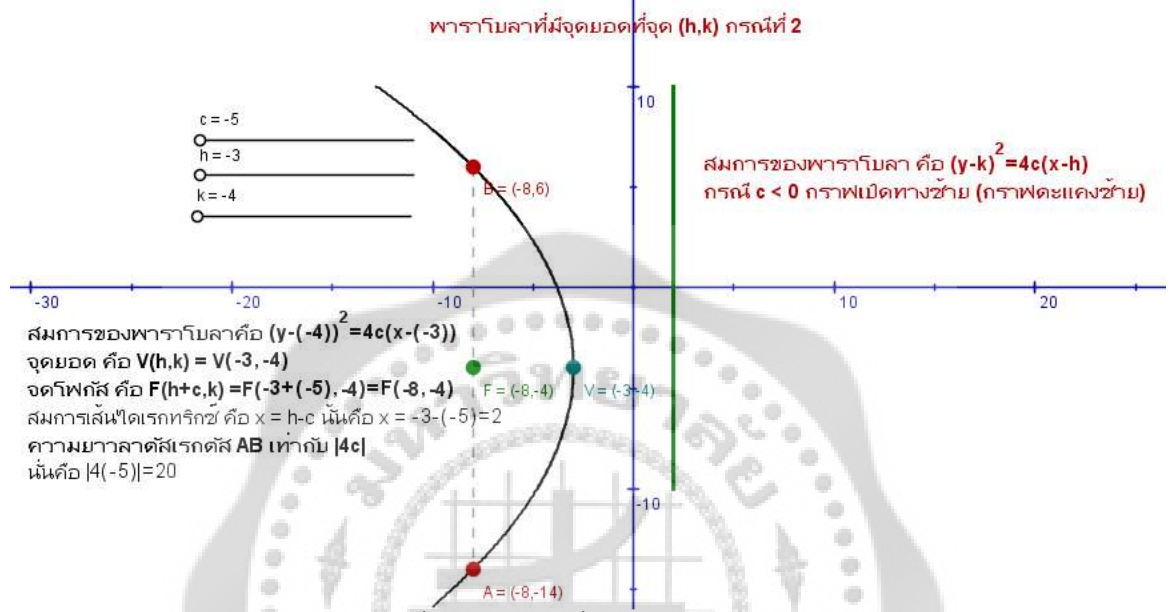
เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางซ้าย ($\therefore c < 0$)

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h + c, k) = F(-3 - 5, -4) = F(-8,-4)$

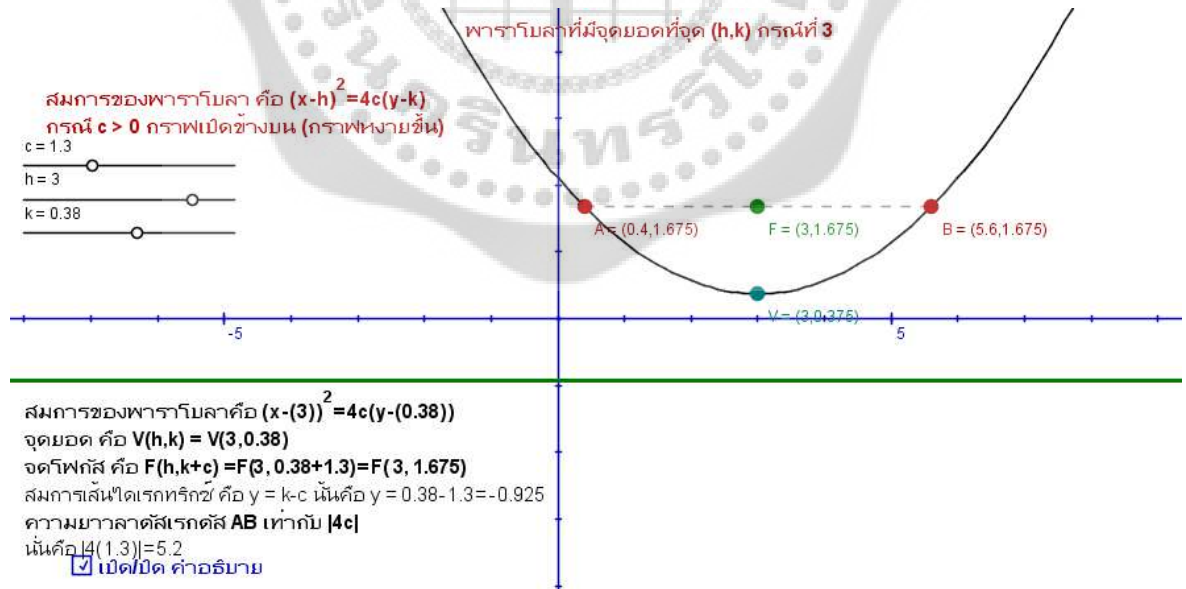
ลาตัสเรกตัมยาวเท่ากับ $|4(-5)| = 20$ หน่วย

สมการอยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$
 จะได้ สมการ $(y + 4)^2 = 4(-5)(x + 3)$
 $y^2 + 8y + 16 = -20x - 60$
 $y^2 + 8y + 20x + 76 = 0$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $y^2 + 8y + 20x + 76 = 0$



3. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน Y สมการของพาราโบลา คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เมื่อ $c > 0$ เป็นกราฟพาราโบลาหงายขึ้น



ตัวอย่างที่ 7 จงหาสมการพาราโบลา เมื่อจุดยอดอยู่ที่ (-2, 3) และจุดโฟกัสอยู่ที่ (-2, 7)

วิธีทำ จากโจทย์ จุดยอดอยู่ที่ $V(-2, 3) = V(h, k)$ จะได้ $h = -2$, $k = 3$

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(-2, 7) = F(h, k + c)$ จะได้ $k + c = 7$ ซึ่ง $-3 + c = 7 \therefore c = 4$

แกนพาราโบลขนานกับ Y คือ เส้นตรง $x = -2$ ($\therefore x = h$)

ไทรแอกทริกซ์คือเส้นตรง $y = -1$ ($\because y = k - c = 3 - 4 = -1$)

เป็นกราฟพาราโบลาหงายขึ้น ($\because c > 0$)

ลาดส์เรกต์มยาวเท่ากับ $|4(4)| = 16$ หน่วย

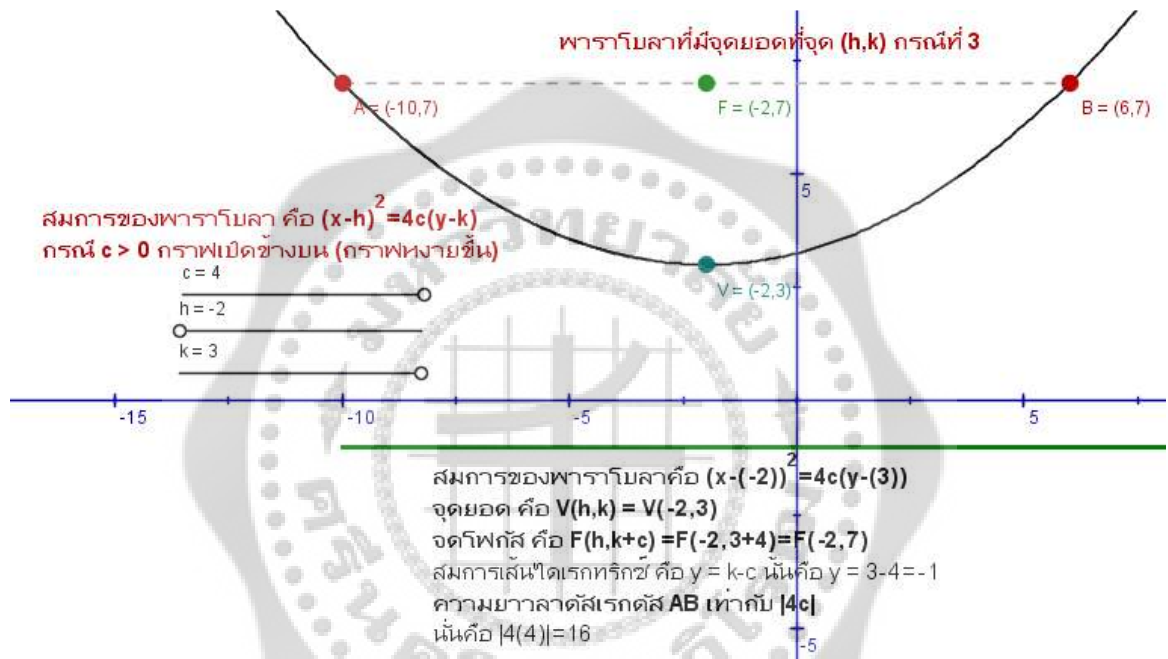
สมการอยู่ในรูป $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

จะได้ สมการ $(x + 2)^2 = 4(4)(y - 3)$

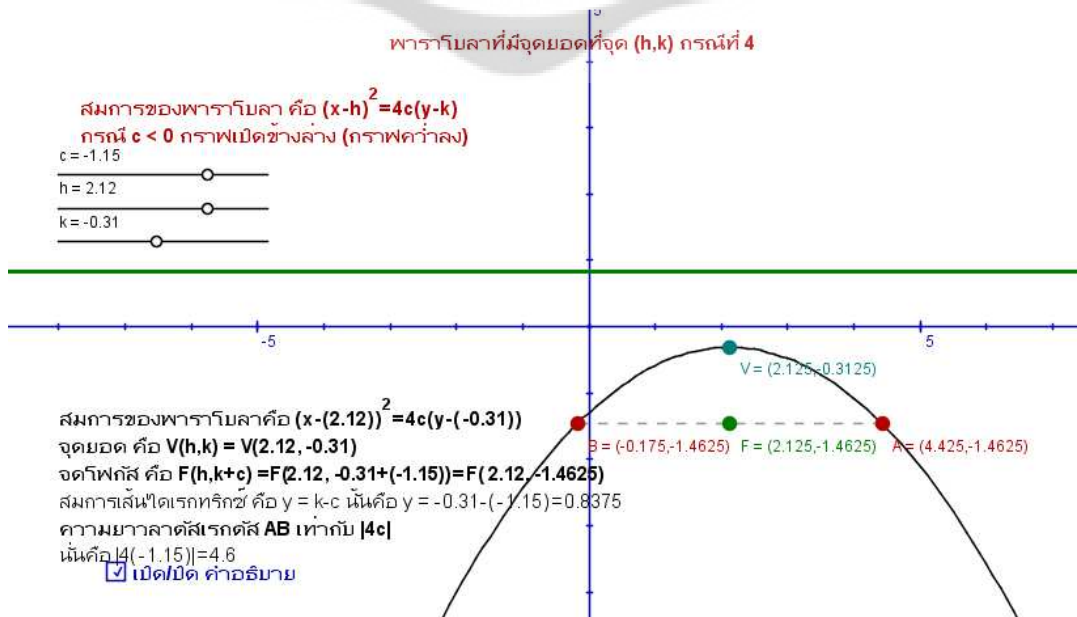
$$x^2 + 4x + 4 = 16y - 48$$

$$x^2 + 4x - 16y + 52 = 0$$

ดังนั้น สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ $x^2 + 4x - 16y + 52 = 0$



4. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และมีแกนขนานกับแกน Y สมการของพาราโบลา คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เมื่อ $c < 0$ เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำลง



ตัวอย่างที่ 8 จงหาสมการพาราโบลาว่า เมื่อจุดยอดอยู่ที่ (4, -3) แกนของพาราโบลาคือ เส้นตรง $x = 4$ และลัดัสเรกต์มียาว 8 หน่วย

วิธีทำ จากโจทย์ จุดยอดอยู่ที่ $V(4,-3) = V(h, k)$ จะได้ $h = 4$ และ $k = -3$

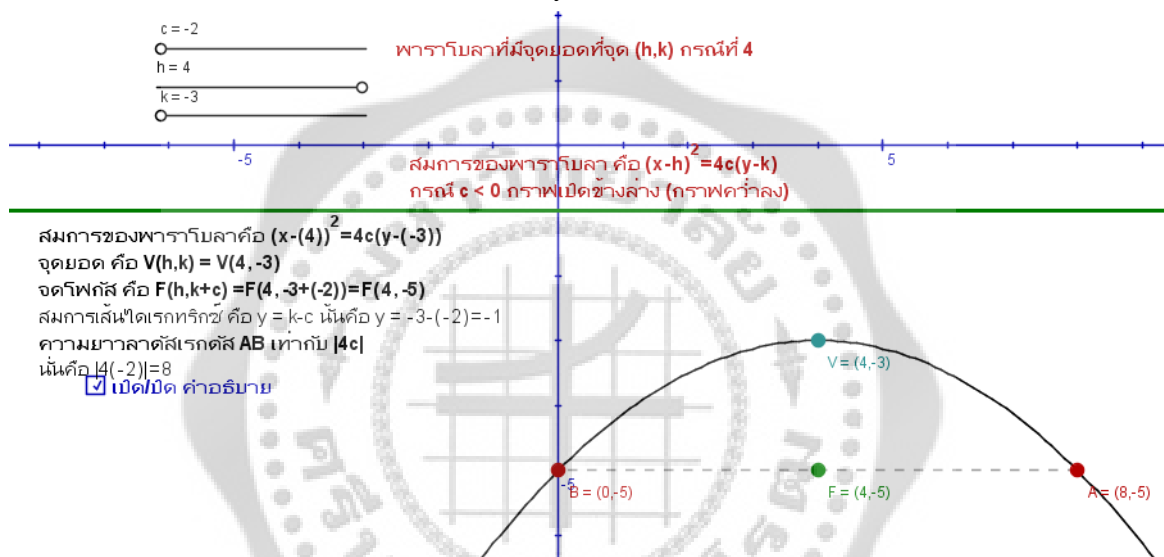
และลัดัสเรกต์มียาว 8 หน่วย จะได้ $|4c| = 8 \therefore c = -2$ (เพราะ ต้องการพาราโบลาว่า) แกนพาราโบลานานกับแกน Y คือ เส้นตรง $x = 4$

สมการอยู่ในรูป $(x - 4)^2 = 4(-2)(y + 3)$

$$x^2 - 8x + 16 = -8y - 24$$

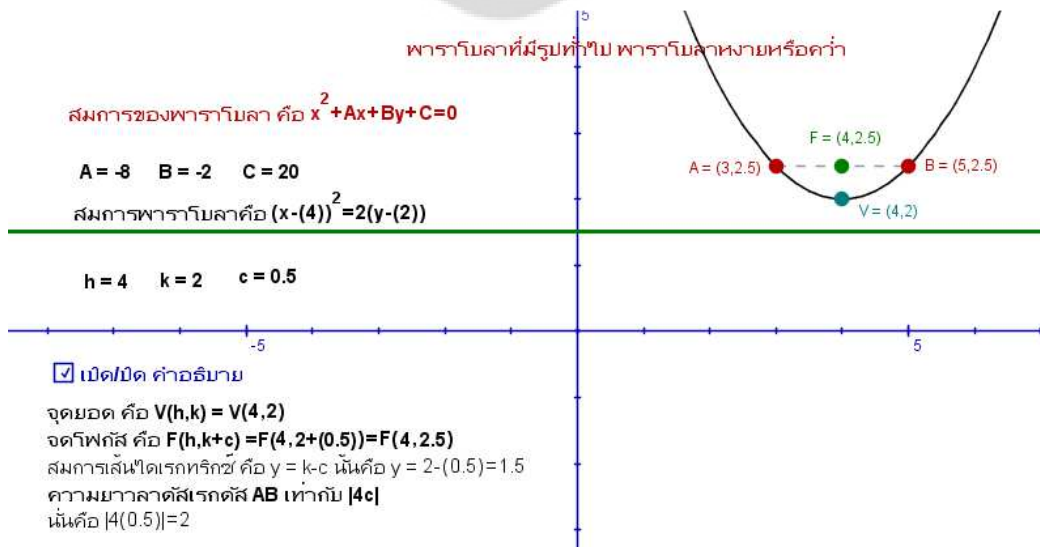
$$x^2 - 8x + 8y + 40 = 0$$

ดังนั้น สมการที่ต้องการคือ $x^2 - 8x + 8y + 40 = 0$



รูปแบบทั่วไปของพาราโบลา

1. กำหนดให้ A, B และ C เป็นค่าคงตัวใดๆ รูปแบบทั่วไปของสมการของพาราโบลา เมื่อ แกนของพาราโบลานานกับแกน y สมการทั่วไปของพาราโบลา คือ $x^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ $B \neq 0$



ตัวอย่างที่ 9 จงหาจุดยอด โฟกัส ไตเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟ จากสมการพาราโบลา $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $x^2 - 4x + 20y - 56 = 0$

$$\text{จะได้ } x^2 - 4x = -20y + 56$$

$$x^2 - 4x + 4 = -20y + 56 + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = -20y + 60$$

$$(x - 2)^2 = 4(-5)(y - 3)$$

ดังนั้น จะได้ $h = 2$, $k = 3$ และ $c = -5$ เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำลง

จุดยอดอยู่ที่ $V(h, k) = V(2, 3)$

แกนพาราโบลานานกับแกน Y คือ เส้นตรง $x = 2$ ($\because x = h$)

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h, k + c) = F(2, 3 - 5) = F(2, -2)$

ไตเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = 8$ ($\because y = k - c = 3 - (-5) = 8$)

ลาตัสเรกตัมยาวเท่ากับ $|4(-5)| = 20$ หน่วย

พาราโบลาที่มีรูปทั่วไป พาราโบลานอนหรือคว่ำ สมการของพาราโบลา คือ $x^2 + Ax + By + C = 0$

$$A = -4$$

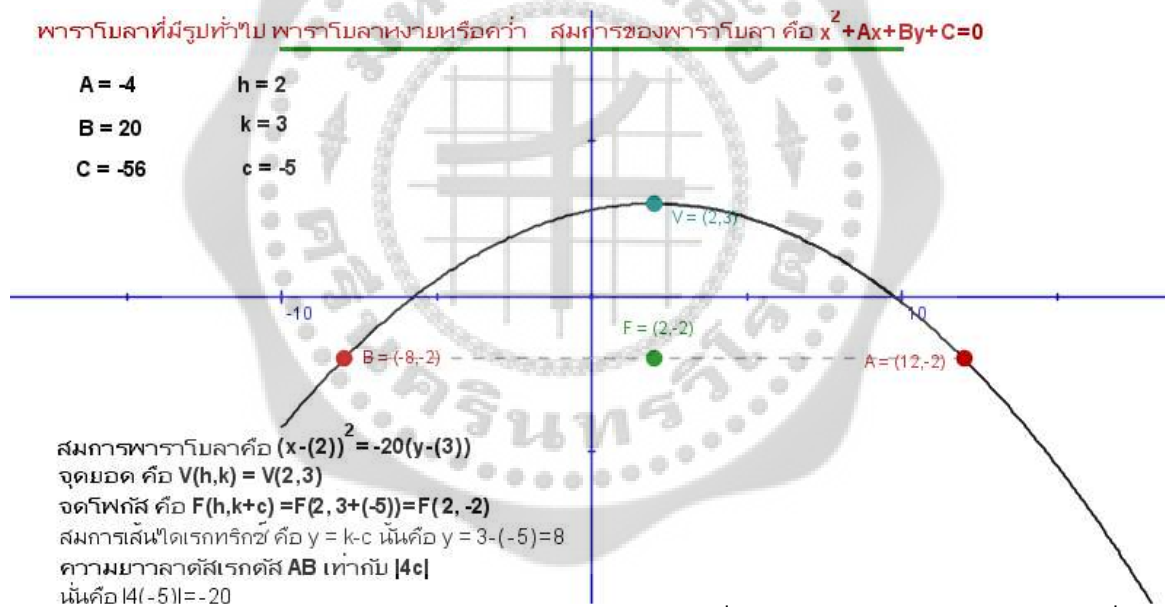
$$h = 2$$

$$B = 20$$

$$k = 3$$

$$C = -56$$

$$c = -5$$



สมการพาราโบลา คือ $(x - 2)^2 = -20(y - 3)$

จุดยอด คือ $V(h, k) = V(2, 3)$

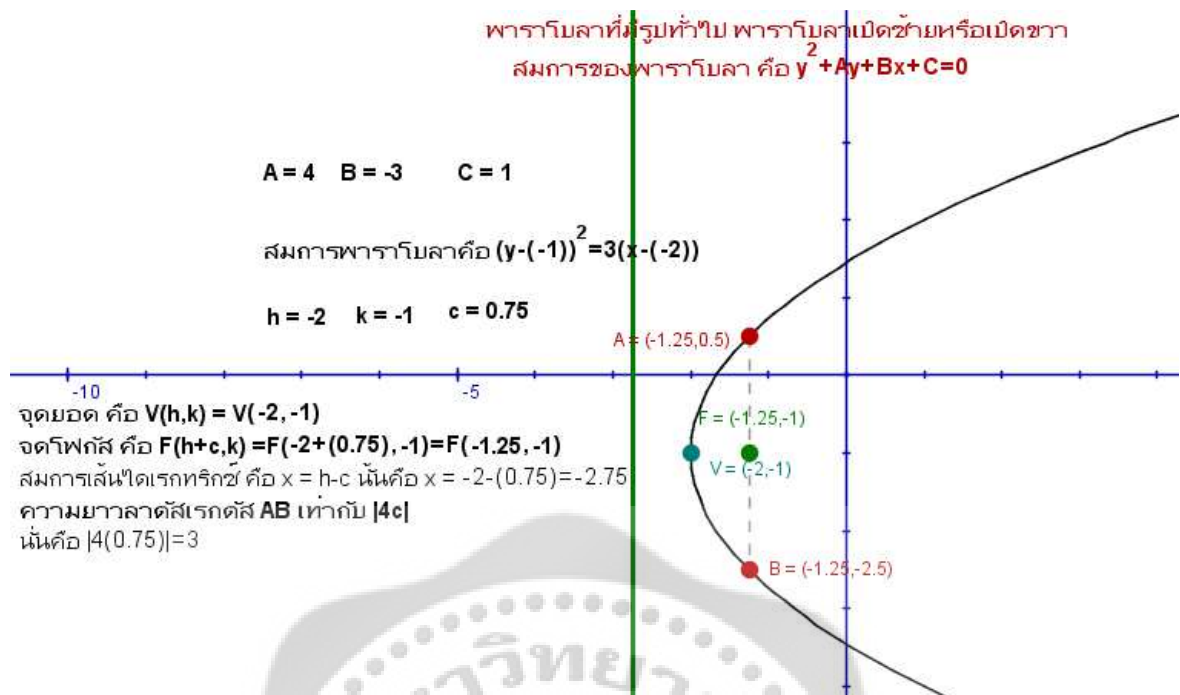
จุดโฟกัส คือ $F(h, k + c) = F(2, 3 + (-5)) = F(2, -2)$

สมการเส้นไตเรกตริกซ์ คือ $y = k - c$ นั่นคือ $y = 3 - (-5) = 8$

ความยาวลาตัสเรกตัม AB เท่ากับ $|4c|$

นั่นคือ $|4(-5)| = -20$

2. กำหนดให้ A, B และ C เป็นค่าคงตัวใดๆ รูปทั่วไปของสมการของพาราโบลา เมื่อแกนของพาราโบลานานกับแกน X สมการทั่วไปของพาราโบลา คือ $y^2 + Ay + Bx + C = 0$ เมื่อ $A \neq 0$



ตัวอย่างที่ 10 จงหาจุดยอด โฟกัส ไดเรกทริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟ จากสมการพาราโบลา $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y^2 - 6y &= 20x - 109 \\ y^2 - 6y + 9 &= 20x - 109 + 9 \\ y^2 - 6y + 9 &= 20x - 100 \\ (y - 3)^2 &= 20(x - 5) \\ (y - 3)^2 &= 4(5)(x - 5) \end{aligned}$$

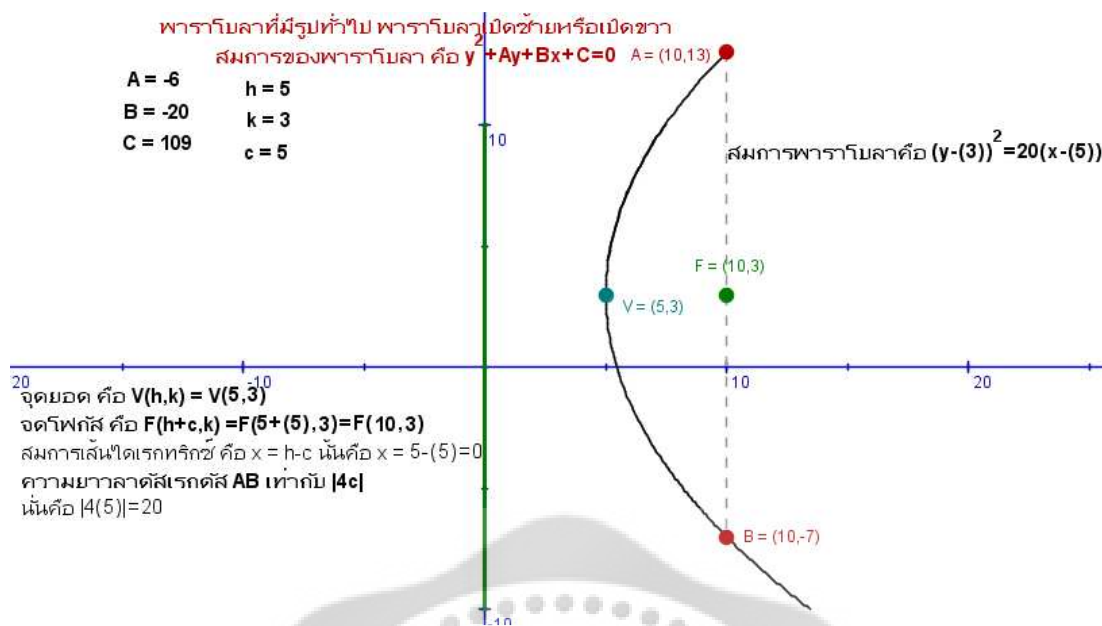
ดังนั้น จะได้ $h = 5$, $k = 3$ และ $c = 5$ เป็นกราฟพาราโบลาเปิดทางขวา
จุดยอดอยู่ที่ $V(h, k) = V(5, 3)$

แกนพาราโบลานานกับแกน X คือ เส้นตรง $y = 3$ ($\because y = k$)

จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(h + c, k) = F(5 + 5, 3) = F(10, 3)$

ไดเรกทริกซ์คือ เส้นตรง $x = 0$ คือ แกน Y ($\because x = h - c = 5 - 5 = 0$)

ลาตัสเรกตัมยาวเท่ากับ $|4(5)| = 20$ หน่วย



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องวงรี
2. ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้พาราโบลาในชีวิตประจำวัน

ขั้นสอน

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา กิจกรรมที่ 4.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตสำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง
5. นักเรียนทำกิจกรรมในตอนที่ 2 การสร้างเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา และตอนที่ 3 การสำรวจเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา จุดยอดที่จุด $(0, 0)$

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบลา
2. ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้และศึกษาด้วยตนเองเกี่ยวกับส่วนประกอบของพาราโบลา

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา กิจกรรมที่ 4.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา จุดยอดที่จุด $(0, 0)$ โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการทำงาน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปพาราโบลาจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟพาราโบลา โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของพาราโบลา

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k)

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา
2. ครูให้นักเรียนศึกษาส่วนประกอบของพาราโบลาที่มีจุดยอด (h, k)

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา กิจกรรมที่ 4.3 รูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปพาราโบลา จากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟพาราโบลา โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของพาราโบลา

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการพาราโบลา
2. ครูให้นักเรียนศึกษาส่วนประกอบที่สำคัญของพาราโบลา พร้อมอธิบายที่มาของแต่ละส่วนประกอบที่สำคัญ

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องพาราโบลา กิจกรรมที่ 4.4 รูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบทั่วไปของสมการพาราโบลา เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปพาราโบลาจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟพาราโบลา โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของพาราโบลา

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้พาราโบลา
2. ใบกิจกรรมที่ 4.1 – 4.4 เรื่องพาราโบลา
3. แฟ้มคำสั่งกิจกรรม/คอมพิวเตอร์
4. แฟ้มคำสั่งแบบฝึกหัด(Assignment)
5. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจสอบกิจกรรมเรื่องพาราโบลา
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องพาราโบลา
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ไฮเพอร์โบลา

เวลา 4 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา

ไฮเพอร์โบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุด F_1 และ F_2 ที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุด F_1 และ F_2 ดังกล่าวนี้ เรียกว่า โฟกัส ของไฮเพอร์โบลา

รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

- สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน X

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$

- สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน Y

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$

รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

- สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน X

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$ และ $0 < a < c$

- สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน Y

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$ และ $0 < a < c$

รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลามุมฉาก

ไฮเพอร์โบลามุมฉาก คือ ไฮเพอร์โบลาที่มีความยาวของแกนตามขวางเท่ากับความยาวของแกนสังยุค

- สมการไฮเพอร์โบลาที่อยู่ในรูป $xy = a$ เมื่อ $a > 0$

- สมการไฮเพอร์โบลาที่อยู่ในรูป $xy = a$ เมื่อ $a < 0$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

- นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลาได้

- นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาได้

3. นักเรียนสามารถหาสมการไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ได้

4. นักเรียนสามารถเขียนกราฟสมการไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ได้

5. นักเรียนสามารถเขียนกราฟสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก และเขียนกราฟเมื่อกำหนดสมการมาให้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

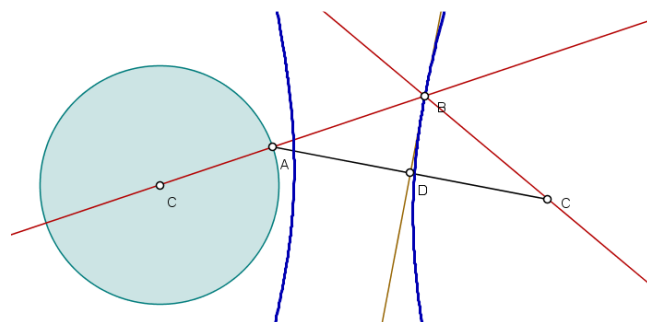
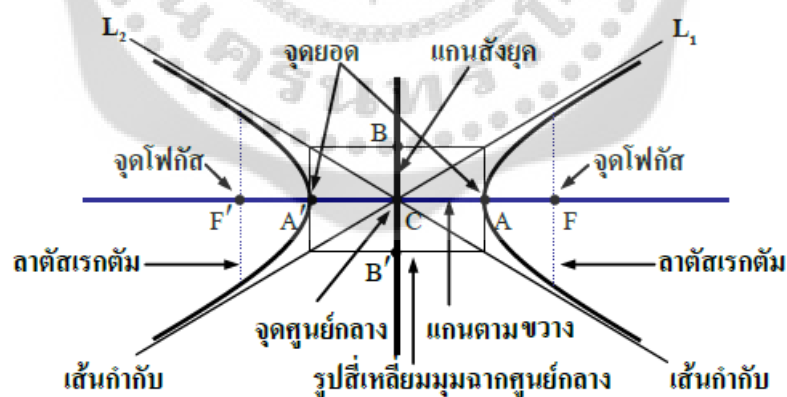
1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น แสวงหาความรู้ และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

ทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบล่า

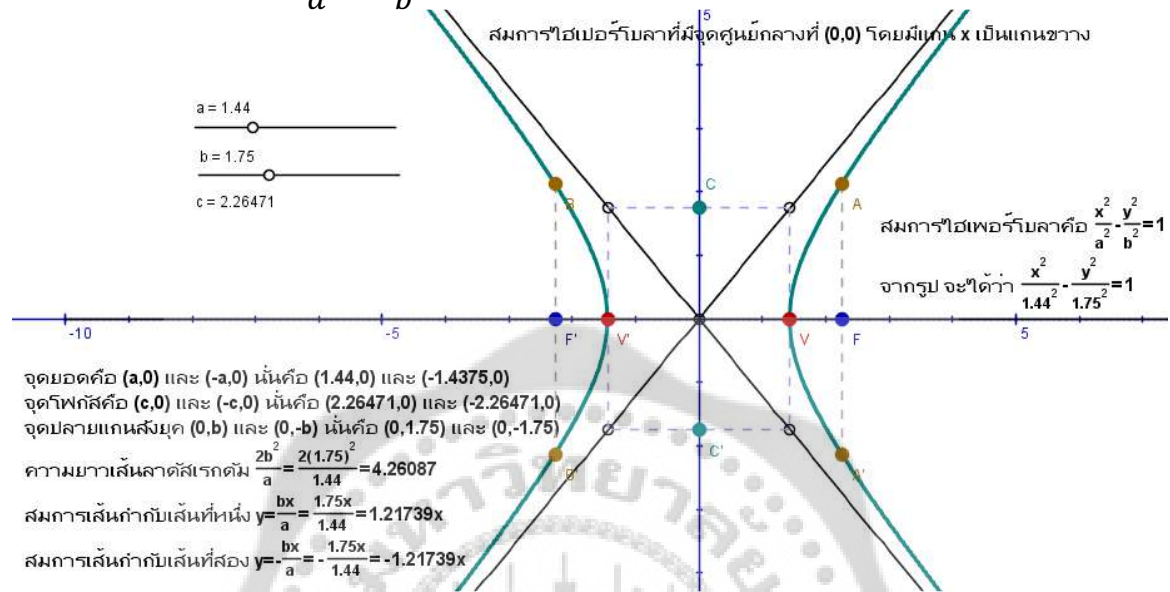
ไฮเพอร์โบล่า คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุด F_1 และ F_2 ที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุด F_1 และ F_2 ดังกล่าวนี้ เรียกว่า โฟกัส ของไฮเพอร์โบล่า



รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด

1. สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน X

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$



ตัวอย่างที่ 1 จากสมการไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนสมมุติ สมการเส้นกำกับ ความยาวลัดสี่เรกติม ความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จากสมการ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ เป็นสมการไฮเพอร์โบลาแกนตามขวางอยู่บนแกน X

$$\text{จะได้ } a^2 = 16 \therefore a = 4 \text{ และ } b^2 = 9 \therefore b = 3$$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2 \text{ จะได้ } c^2 = 16 + 9 = 25 \therefore c = \sqrt{25} = 5$$

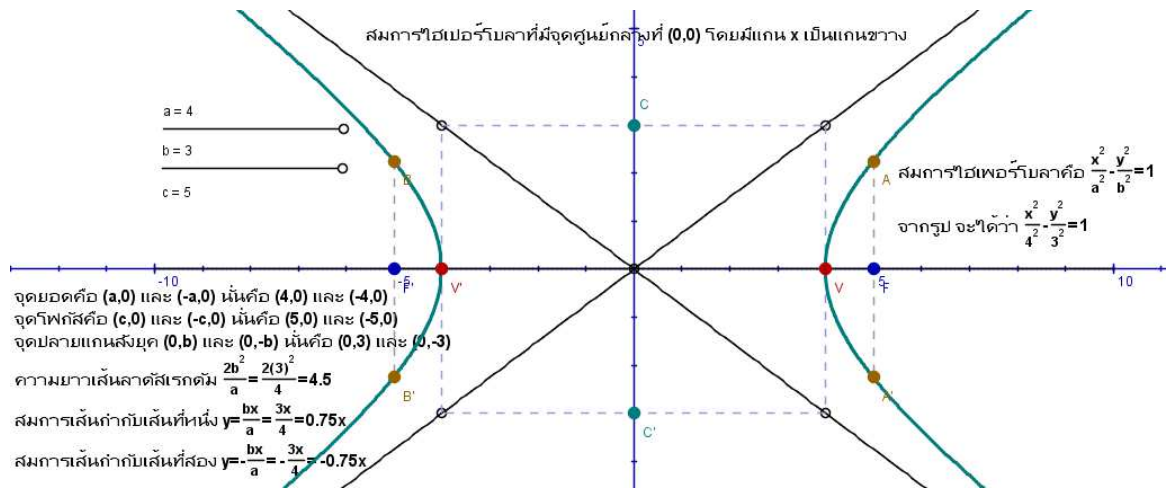
1. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$
2. จุดยอดอยู่ที่ $V(4, 0)$ และ $V'(-4, 0)$
3. จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(5, 0)$ และ $F'(-5, 0)$
4. จุดปลายแกนสมมุติอยู่ที่ $C(0, 3)$ และ $C'(0, -3)$

$$5. \text{ สมการเส้นกำกับคือ } y = \pm \frac{3}{4} x$$

$$3x + 4y = 0 \text{ หรือ } 3x - 4y = 0$$

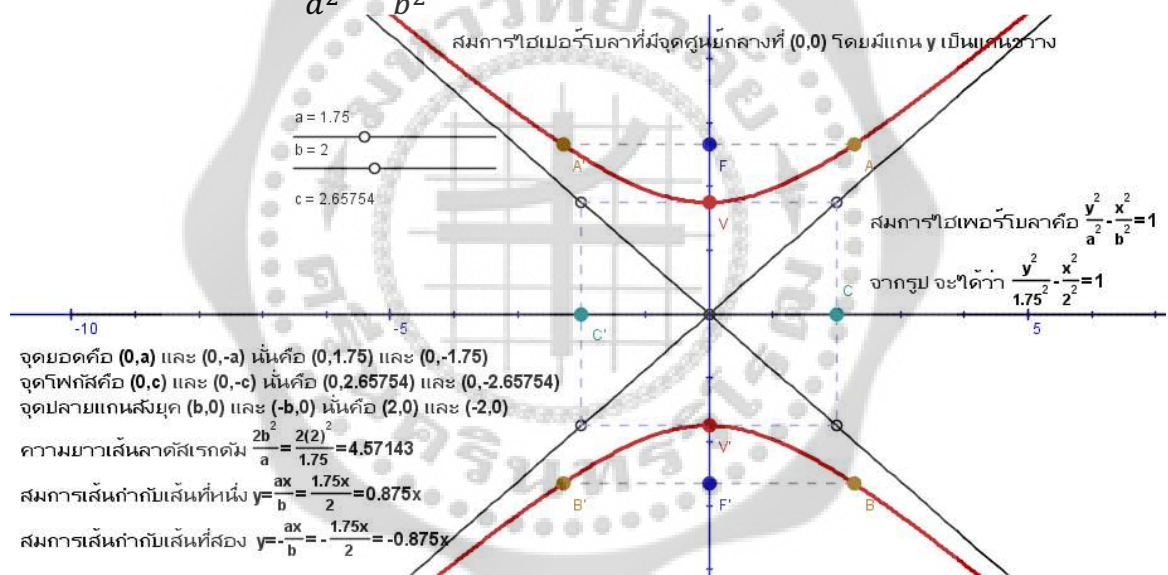
$$6. \text{ ลัดสี่เรกติมยาวเท่ากับ } \frac{2(3)^2}{4} = \frac{9}{2} \text{ หน่วย}$$

$$7. \text{ ความเยื้องศูนย์กลาง } e = \frac{5}{4}$$



2. สมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0, 0) แกนตามขวางอยู่บนแกน Y

สมการไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$



ตัวอย่างที่ 2 จากสมการไฮเพอร์โบลา $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนส่งยุค สมการเส้นกำกับ ความยาวลาดชันเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จากสมการ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ เป็นสมการไฮเพอร์โบลาแกนตามขวางอยู่บนแกน Y

จะได้ $a^2 = 9 \therefore a = 3$ และ $b^2 = 16 \therefore b = 4$

จาก $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ $c^2 = 9 + 16 = 25 \therefore c = \sqrt{25} = 5$

1. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0)
2. จุดยอดอยู่ที่ V(0, 3) และ V'(0, -3)
3. จุดโฟกัสอยู่ที่ F(0, 5) และ F'(0, -5)

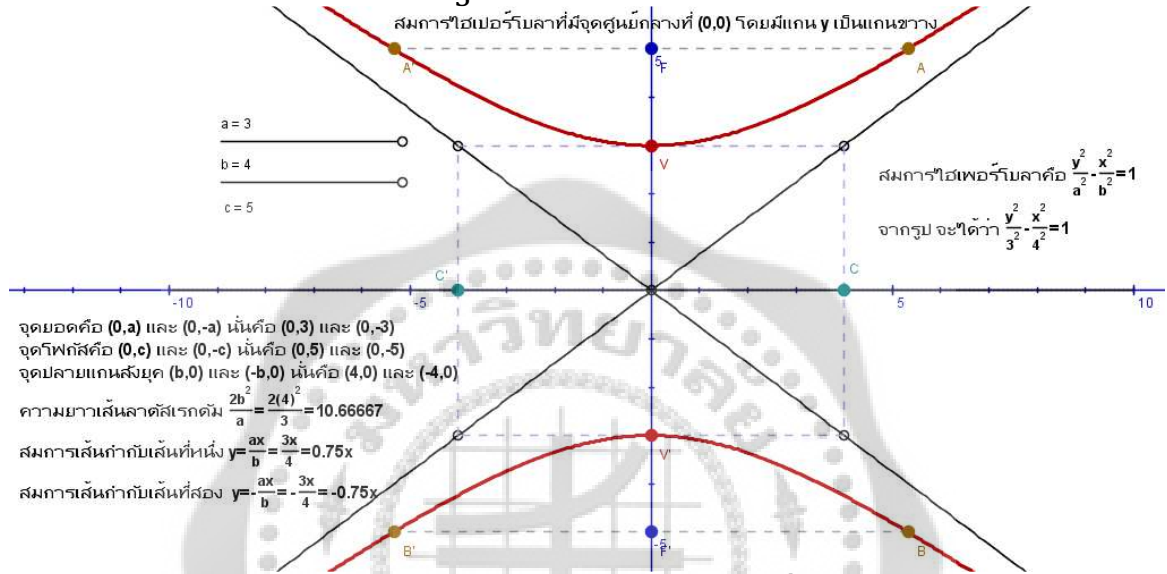
4. จุดปลายแกนส่งยุคอยู่ที่ C(4, 0) และ C' (-4,0)

5. สมการเส้นกำกับคือ $y = \pm \frac{3}{4}x$

$$3x + 4y = 0 \text{ หรือ } 3x - 4y = 0$$

6. ลาดัสเรกตั้มยาวเท่ากับ $\frac{2(4)^2}{3} = \frac{32}{3}$ หน่วย

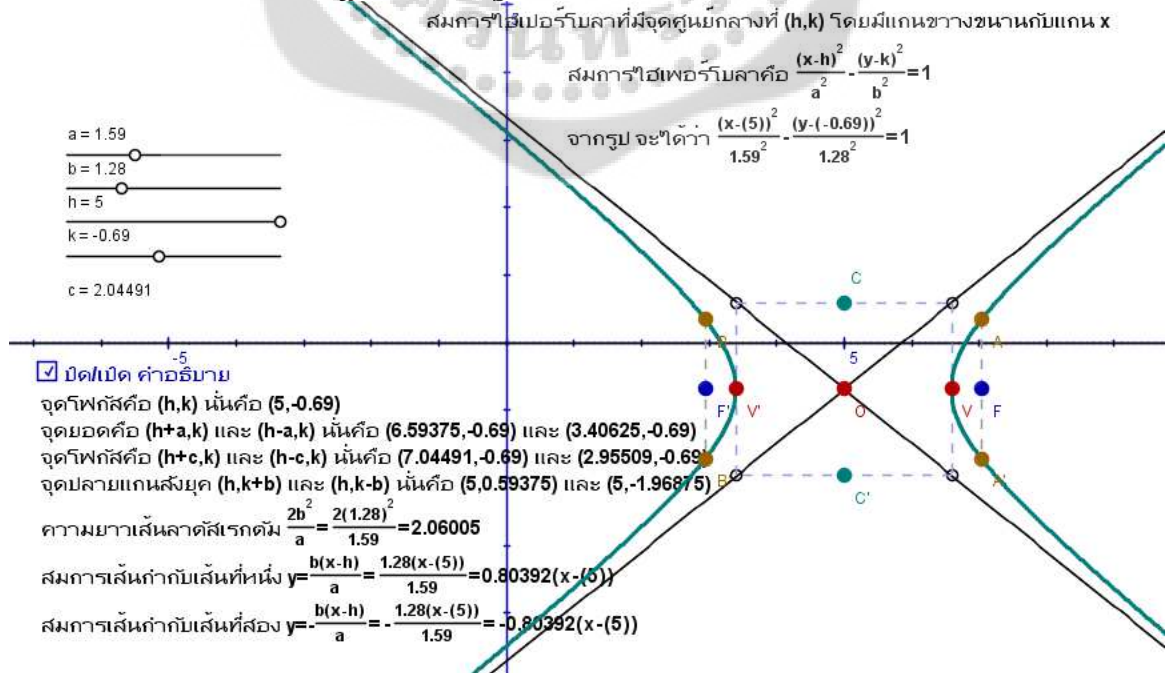
7. ความเยื้องศูนย์กลาง e = $\frac{5}{3}$



รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลาคือ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. สมการของไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน X

สมการไฮเพอร์โบลาคือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$ และ $0 < a < c$



ตัวอย่างที่ 3 จากสมการไฮเพอร์โบลา $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+6)^2}{9} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนสังยุค สมการเส้นกำกับ ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จาก $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+6)^2}{9} = 1$ จะได้ $h = 2, k = -6$

จาก $a^2 = 16$ จะได้ $a = 4$ และ $b^2 = 9$ จะได้ $b = 3$

จาก $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ $c^2 = 16 + 9 = 25 \therefore c = 5$

1. แกนตามขวางขนานกับแกน X อยู่บนเส้นตรง $y = -6$

2. จุดศูนย์กลางที่จุด $(h, k) = (2, -6)$

3. จุดโฟกัสอยู่ที่จุด $F(h + c, k) = F(2 + 5, -6) = F(7, -6)$

และ $F'(h - c, k) = F'(2 - 5, -6) = F'(-3, -6)$

4. จุดยอดอยู่ที่จุด $V(h + a, k) = V(2 + 4, -6) = A(6, -6)$

และ $V'(h - a, k) = V'(2 - 4, -6) = V'(-2, -6)$

5. จุดปลายแกนสังยุคอยู่ที่จุด $C(h, k + b) = C(2, -6 + 3) = C(2, -3)$

และ $C'(h, k - b) = C'(2, -6 - 3) = C'(2, -9)$

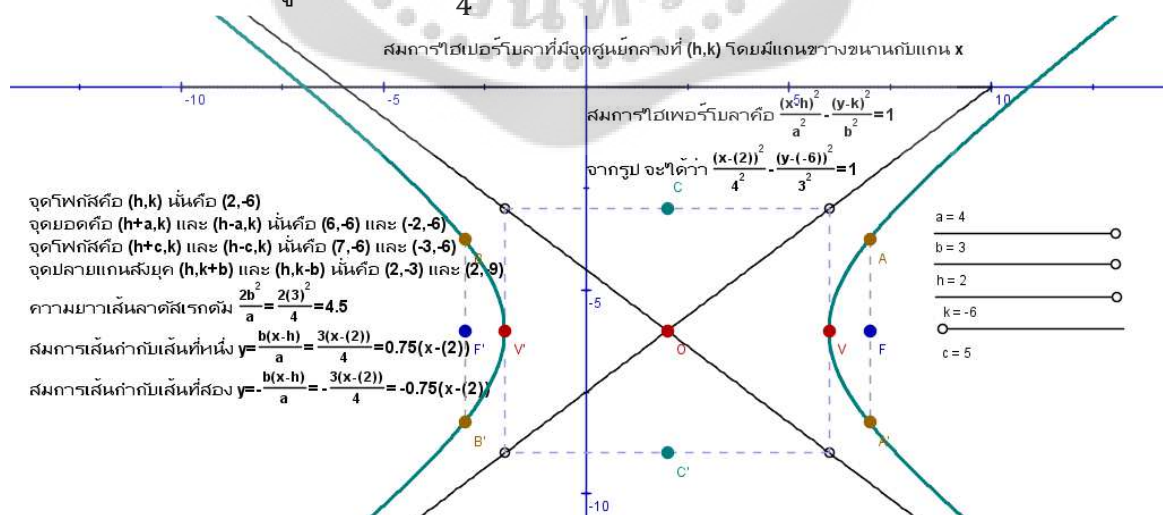
6. สมการเส้นกำกับคือ $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$

$$y + 6 = \pm \frac{3}{4}(x - 2)$$

จะได้ $3x + 4y + 18 = 0$ กับ $3x - 4y - 30 = 0$

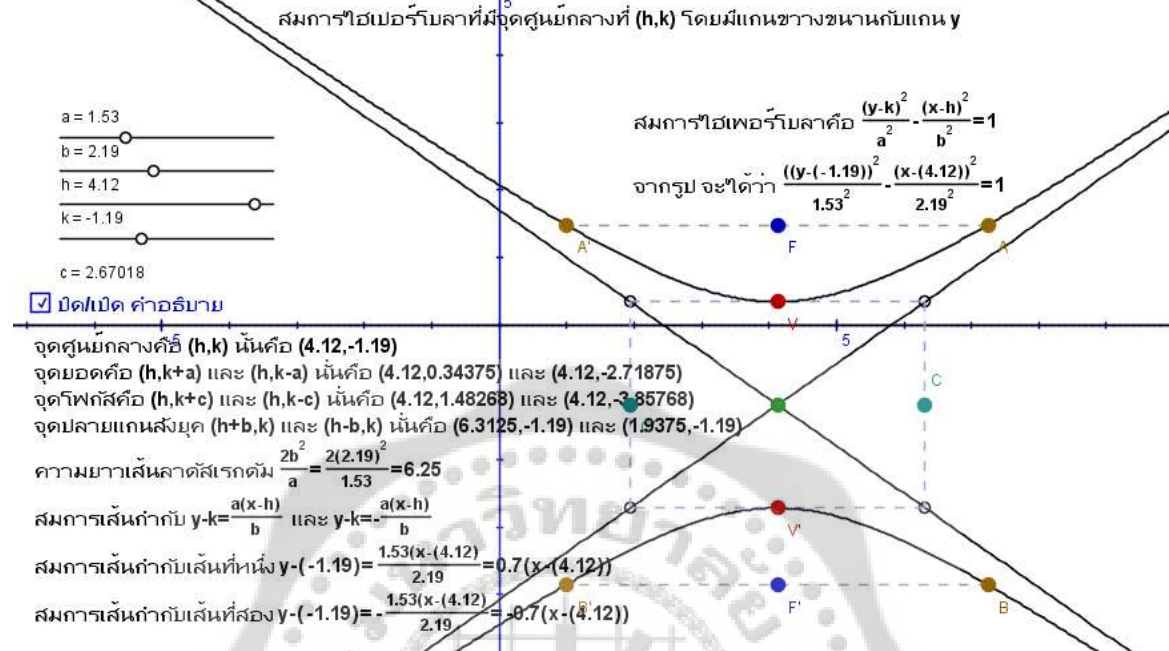
7. ลาตัสเรกตัมยาวเท่ากับ $\frac{2(9)}{4} = \frac{9}{2}$ หน่วย

8. ความเยื้องศูนย์กลาง $e = \frac{5}{4}$



2. สมการของไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน Y

สมการไฮเพอร์โบลาคือ $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $b^2 = c^2 - a^2$ และ $0 < a < c$

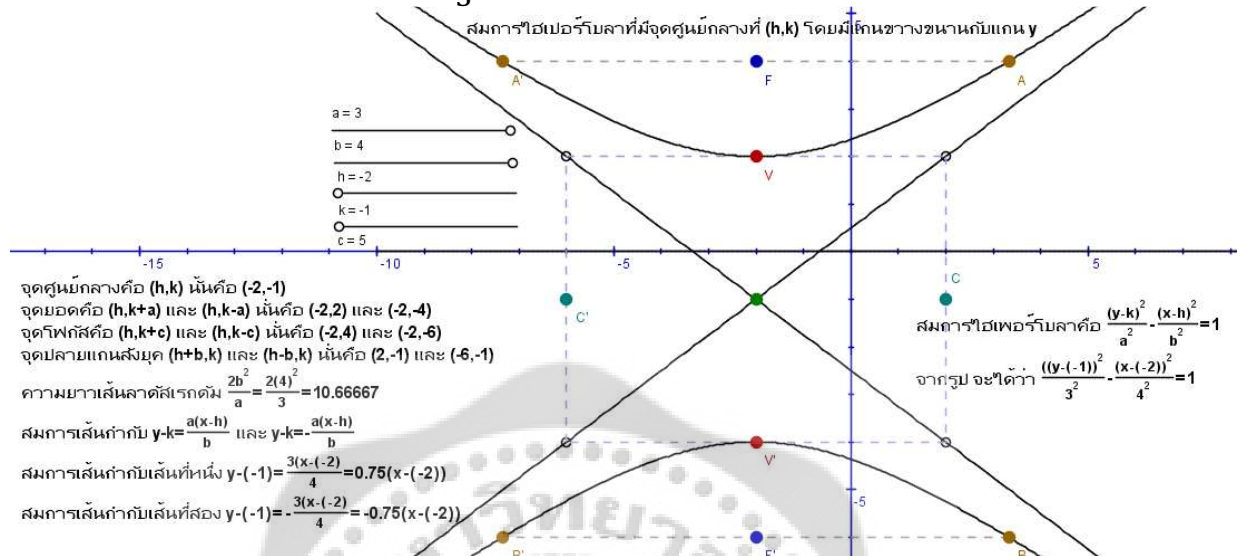


ตัวอย่างที่ 4 จากสมการไฮเพอร์โบลาคือ $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$ จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนส่งยุค สมการเส้นกำกับ ความยาวลาดชันที่สุด ความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

- วิธีทำ** จาก $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$ จะได้ $h = -2, k = -1$
 จาก $a^2 = 9$ จะได้ $a = 3$ และ $b^2 = 16$ จะได้ $b = 4$
 จาก $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ $c^2 = 9 + 16 = 25 \therefore c = 5$
1. แกนตามขวางขนานกับแกน Y อยู่บนเส้นตรง $x = -2$
 2. จุดศูนย์กลางที่จุด $C(h, k) = C(-2, -1)$
 3. จุดโฟกัสอยู่ที่จุด $F(h, k + c) = F(-2, -1 + 5) = F(-2, 4)$
 และ $F'(h, k - c) = F'(-2, -1 - 5) = F'(-2, -6)$
 4. จุดยอดอยู่ที่จุด $V(h, k + a) = V(-2, -1 + 3) = V(-2, 2)$
 และ $V'(h, k - a) = V'(-2, -1 - 3) = V'(-2, -4)$
 5. จุดปลายแกนส่งยุคอยู่ที่จุด $C(h + b, k) = C(-2 + 4, -1) = C(2, -1)$
 และ $C'(h - b, k) = C'(-2 - 4, -1) = C'(-6, -1)$
 6. สมการเส้นกำกับคือ $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$
 $y + 1 = \pm \frac{3}{4}(x + 2)$
 จะได้ $3x + 4y + 10 = 0$ กับ $3x - 4y + 2 = 0$

7. ลาดัสแรกตั้ยาวเท่ากับ $\frac{2(16)}{3} = \frac{32}{3}$ หน่วย

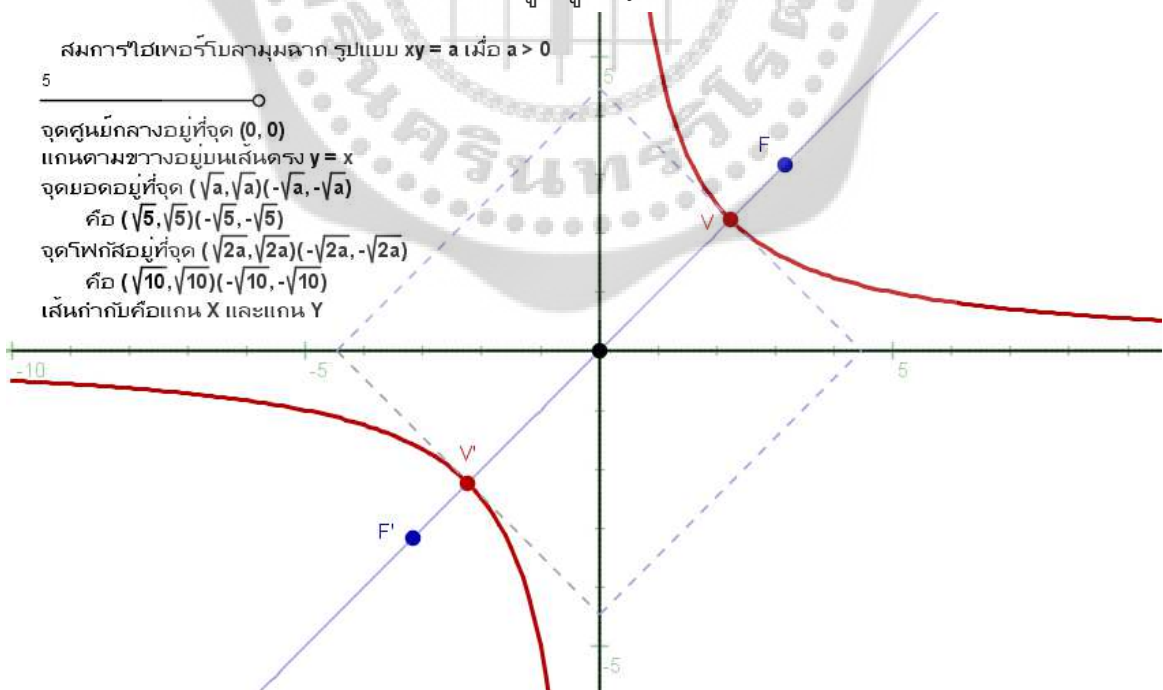
8. ความเยื้องศูนย์กลาง $e = \frac{5}{3}$



รูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลามุมฉาก

ไฮเพอร์โบลามุมฉาก คือ ไฮเพอร์โบลามีความยาวของแกนตามขวางเท่ากับความยาวของแกนตั้งยุค

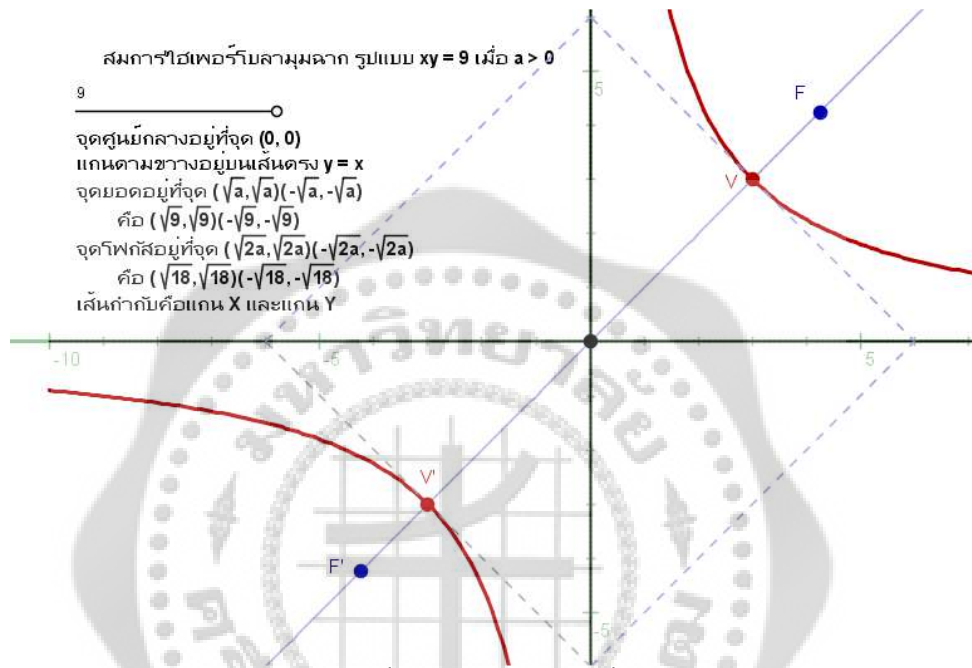
1. สมการไฮเพอร์โบลาคืออยู่ในรูป $xy = a$ เมื่อ $a > 0$



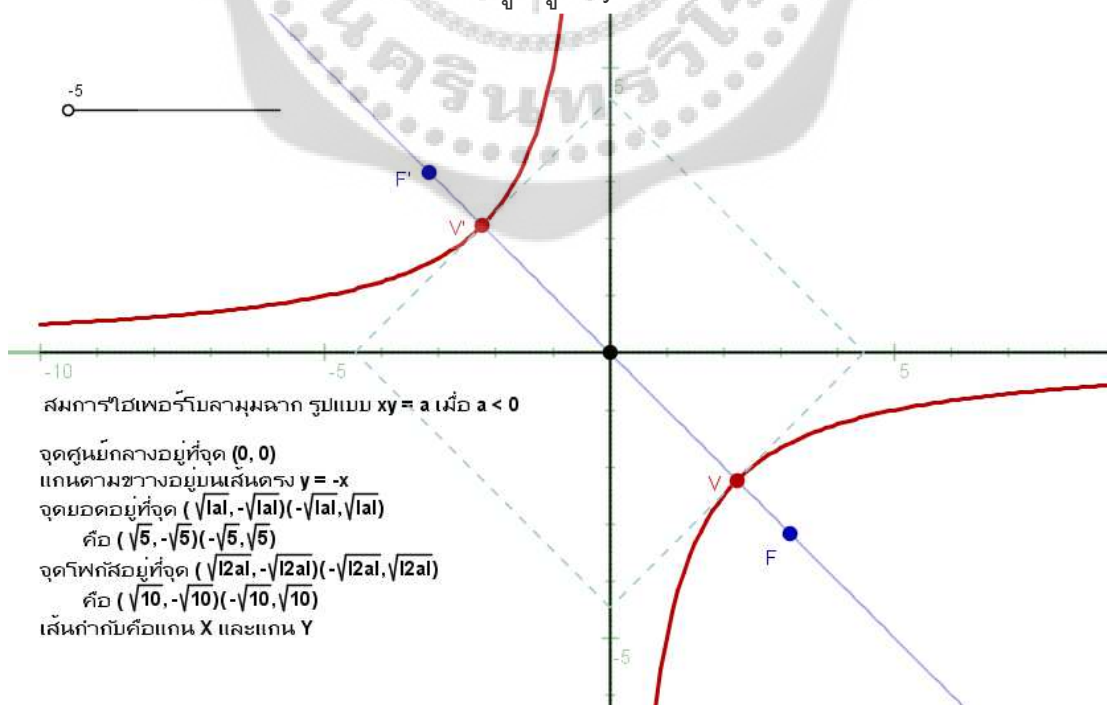
ตัวอย่างที่ 5 จงอธิบายส่วนประกอบของกราฟจากสมการไฮเพอร์โบลาคือ $xy = 9$

1. เป็นกราฟไฮเพอร์โบลามุมฉาก
2. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0)

3. แกนตามขวางอยู่บนเส้นตรง $y = x$
4. จุดยอดอยู่ที่จุด $(\sqrt{a}, \sqrt{a}) = (\sqrt{9}, \sqrt{9}) = (3, 3)$
และ $(-\sqrt{a}, -\sqrt{a}) = (-\sqrt{9}, -\sqrt{9}) = (-3, -3)$
5. จุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(\sqrt{2a}, \sqrt{2a}) = (\sqrt{2 \times 9}, \sqrt{2 \times 9}) = (3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$
และ $(-\sqrt{2a}, -\sqrt{2a}) = (-\sqrt{2 \times 9}, -\sqrt{2 \times 9}) = (-3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$
6. เส้นกำกับคือ แกน X และ แกน Y

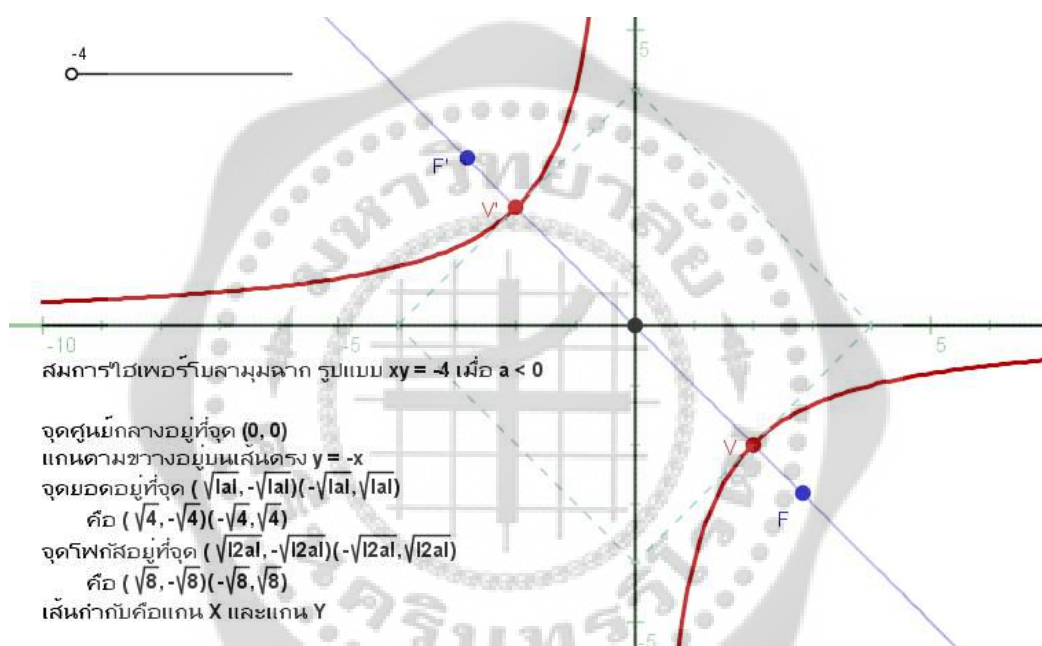


2. สมการไฮเพอร์โบล่าที่อยู่ในรูป $xy = a$ เมื่อ $a < 0$



ตัวอย่างที่ 6 จงอธิบายส่วนประกอบของกราฟจากสมการไฮเพอร์โบลา $xy = -4$

1. เป็นกราฟไฮเพอร์โบลามุมฉาก
2. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$
3. แกนตามขวางอยู่บนเส้นตรง $y = -x$
4. จุดยอดอยู่ที่จุด $(\sqrt{|a|}, -\sqrt{|a|}) = (\sqrt{|-4|}, -\sqrt{|-4|}) = (2, -2)$
และ $(-\sqrt{|a|}, \sqrt{|a|}) = (-\sqrt{|-4|}, \sqrt{|-4|}) = (-2, 2)$
5. จุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(\sqrt{|2a|}, -\sqrt{|2a|}) = (\sqrt{|2(-4)|}, -\sqrt{|2(-4)|}) = (2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$
และ $(-\sqrt{|2a|}, \sqrt{|2a|}) = (-\sqrt{|2(-4)|}, \sqrt{|2(-4)|}) = (-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
6. เส้นกำกับคือ แกน X และ แกน Y



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั่วโมงที่ 1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องพาราโบลา
2. ครูบอกถึงประโยชน์ของไฮเพอร์โบลาเมื่อนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา กิจกรรมที่ 5.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้

นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต
สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา
เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับบทนิยามเชิง
เรขาคณิตของไฮเพอร์โบลาและตอนที่ 3 สำรวจการสร้างไฮเพอร์โบลาตามบทนิยามเชิงเรขาคณิต
พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2 รูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลา
2. ครูให้นักเรียนศึกษาเกี่ยวกับส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลา

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่อง
ไฮเพอร์โบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการ
เรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา
กิจกรรมที่ 5.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด โดยครูคอย
ดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วย
ตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุด
ศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้
ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการทำงาน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปไฮเพอร์โบลาจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จาก
ใบกิจกรรมการเขียนกราฟไฮเพอร์โบลา โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหา
ส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลา

ชั่วโมงที่ 3 รูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา
2. ครูอธิบายถึงส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k)

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา กิจกรรมที่ 5.3 รูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปไฮเพอร์โบลาจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟไฮเพอร์โบลา โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลา

ชั่วโมงที่ 4 รูปแบบทั่วไปของสมการไฮเพอร์โบลาและรูปแบบมาตรฐานของไฮเพอร์โบลามุมฉาก

บทนำ

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องรูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลา
2. ครูอธิบายถึงไฮเพอร์โบลามุมฉากที่นักเรียนควรรู้และข้อแตกต่างจากไฮเพอร์โบลาในรูปแบบมาตรฐาน

ขั้นสอน

3. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนที่คาดหวังของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

4. นักเรียนทำกิจกรรมในแฟ้มคำสั่งคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบลา กิจกรรมที่ 5.4 รูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก โดยครูคอยดูแล ให้คำแนะนำ กระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกต สำรวจ การให้เหตุผลจากข้อคาดการณ์ในใบกิจกรรมที่กำหนดให้

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาอย่างชัดเจนและถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมแต่ละตอนแล้วและทำแบบฝึกหัด จากนั้นให้ร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด หากทำไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน

7. นักเรียนฝึกปฏิบัติการสร้างรูปไฮเพอร์โบล่าจากโปรแกรม C.a.R. ด้วยตนเอง จากใบกิจกรรมการเขียนกราฟไฮเพอร์โบล่า โดยมีครูช่วยแนะนำการสร้างตามขั้นตอน และหาส่วนประกอบของไฮเพอร์โบล่า

8. หลังนักเรียนเรียนเรื่องไฮเพอร์โบล่าเสร็จแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 2 เรื่องพาราโบล่าและไฮเพอร์โบล่า เพื่อเก็บคะแนนระหว่างเรียน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย หน่วยการเรียนรู้เรื่องไฮเพอร์โบล่า
2. ใบกิจกรรมที่ 5.1 – 5.4 เรื่องไฮเพอร์โบล่า
3. แฟ้มคำสั่งกิจกรรม/คอมพิวเตอร์
4. แฟ้มคำสั่งแบบฝึกหัด(Assignment)
5. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องไฮเพอร์โบล่า
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องพาราโบล่า
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไป
 2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
- 4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....
 ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่..... เดือน.....พ.ศ.



ภาคผนวก ก
บางส่วนของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง ภาคตัดกรวย

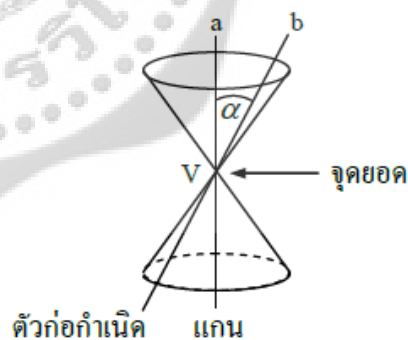
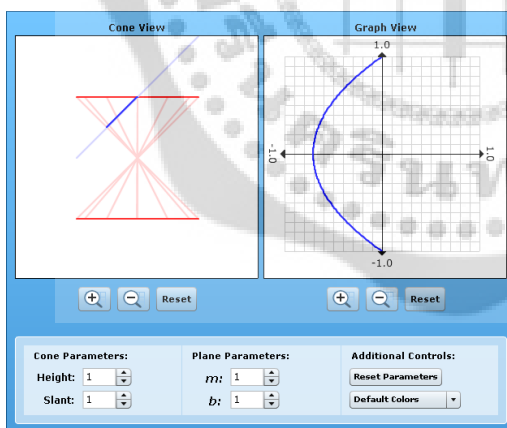
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของเส้นโค้งที่ได้จากระนาบตัดกรวยกลมได้ถูกต้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 สำรวจภาคตัดกรวย

1. นักเรียนสำรวจภาพสิ่งของเครื่องใช้ต่างๆในชีวิตประจำวันที่น่าลักษณะของกรวยมาประยุกต์ใช้มีอะไรบ้าง.....
.....
2. บอกส่วนประกอบต่างๆของกรวย.....
.....
3. บอกสูตรการหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของกรวยคือ.....
.....
4. สำรวจภาคตัดกรวย โดยนักเรียนเปิดกิจกรรมที่ 1.1 เพิ่มคำสั่ง การสำรวจภาคตัดกรวยด้วยเครื่องมือจาก NCTM



- 4.1 เมื่อนักเรียนคลิกดูรูปในส่วนของ Cone View แล้วลากเพื่อหมุนรูปเป็นแบบสามมิติรูปกรวยกลมเป็นอย่างไร.....
.....
- 4.2 เมื่อนักเรียนคลิกดูรูปในส่วนของ Graph View แล้วลากเพื่อเลื่อนรูปกราฟมีการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร.....
.....
- 4.3 คลิกเปลี่ยนค่า Height เป็นค่าอื่นรูปกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....
กราฟของภาคตัดกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....

4.4 คลิกเปลี่ยนค่า Slant เป็นค่าอื่น

รูปกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....

กราฟของภาคตัดกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....

4.5 สํารวจ ค่า m คือ.....สํารวจ ค่า b คือ.....4.6 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวยและระนาบตัดกรวยข้างเดียว
ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....

4.7 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบทำมุมแหลมกับแกนกรวยขนาดใหญ่กว่ามุม α และ
ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....

4.8 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย และระนาบตัดกรวย
ข้างเดียว ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....

4.9 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้าง
ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....

4.10 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับแกนของกรวย
ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟที่ได้ คือ.....

4.11 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดตัวก่อกำเนิดของกรวย
ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

กราฟที่ได้ คือ.....

4.12 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดทับแกนของกรวย
ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร.....

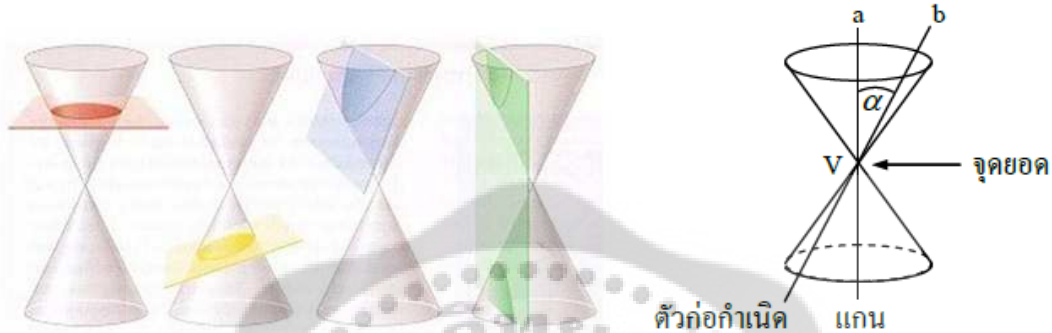
กราฟที่ได้ คือ.....

5. สรุปการสำรวจภาพตัดกรวย

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

5.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่ภาคตัดกรวย แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1.1 พิมพ์คำสั่งที่ 1.1

5.2 ให้นักเรียนทำการสรุปการศึกษารูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวยและตอบคำถาม



5.3 เมื่อนำระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูปอะไร.....

5.4 เมื่อระนาบทำมุมแหลมกับแกนกรวยขนาดใหญ่กว่ามุม α ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูป.....

5.5 เมื่อนำระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูป.....

5.6 เมื่อนำระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้าง รูปหน้าตัดจะได้รูป.....

6. นักเรียนให้ความหมายของ ภาคตัดกรวย คือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. ภาคตัดกรวยลดรูป ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับแกนของกรวยจะได้.....

8. ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดตัวก่อกำเนิดของกรวยจะได้.....

9. ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดทับแกนของกรวยจะได้.....

ใบกิจกรรมที่ 1.2 เรื่อง การประยุกต์ใช้งานภาคตัดกรวย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถเข้าใจการประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวยในสาขาวิชาอื่นๆได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูวีดิทัศน์ เรื่อง การประยุกต์ใช้งานภาคตัดกรวยแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. การประยุกต์ใช้งานของวงกลม

.....

.....

.....

.....

.....

2. การประยุกต์ใช้งานของวงรี

.....

.....

.....

.....

.....

3. การประยุกต์ใช้งานของพาราโบลา

.....

.....

.....

.....

.....

4. การประยุกต์ใช้งานของไฮเพอร์โบลา

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

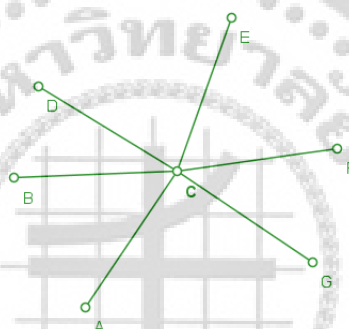
1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลมได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

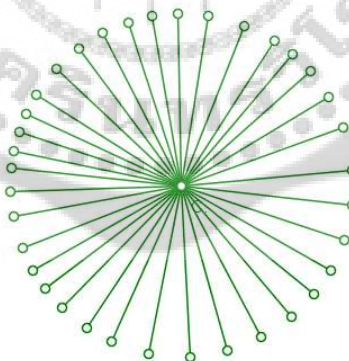
ตอนที่ 1 ศึกษาจากรูปที่สร้างขึ้นในแฟ้มคำสั่ง

1. ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

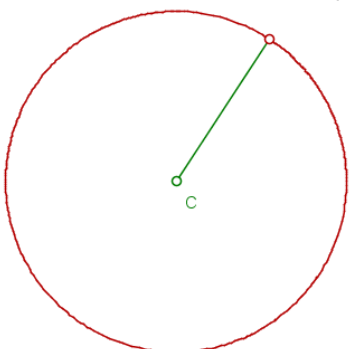
1.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่วงกลม แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2.1 แล้วตอบคำถาม



- 1.2 จากรูป สำนวระยะห่างจากจุดใดๆ กับจุดคงที่พบว่า.....



- 1.3 จากรูปจุดใดๆบนระนาบที่ห่างจากจุด C มีระยะเท่าๆกันมี.....จุด



- 1.4 จากในข้อ 3 นำมาเขียนเป็นกราฟจะได้รูป.....
- 1.5 ให้นักเรียนเขียนบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม.....

.....

.....

.....

จุดคงที่เรียกว่า

ระยะที่เท่ากันเรียกว่า

ตอนที่ 2 การสร้างรูปวงกลมจากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

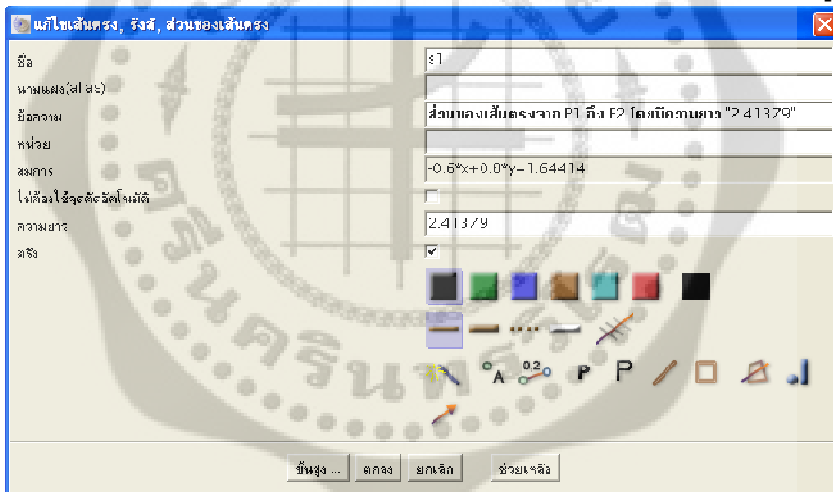
2.1 ให้นักเรียนเปิดแฟ้มงานใหม่จากโปรแกรม C.a.R. หรือฝึกการสร้างจากแฟ้มคำสั่ง 2.1

ตอนที่ 2

2.2  และคลิกบนกระดานงาน

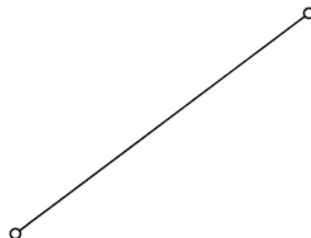
2.3  และคลิกบนจุดในข้อ 2.2

2.4 ลากส่วนของเส้นตรงออกไปยาวพอสมควร จะมีกล่องโต้ตอบเกิดขึ้นดังรูป



ให้นักเรียนกำหนด ความยาว เป็น 4 หน่วย จะได้ผลดังรูป

ความยาว



ใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง


1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ และเขียนกราฟของวงกลมได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

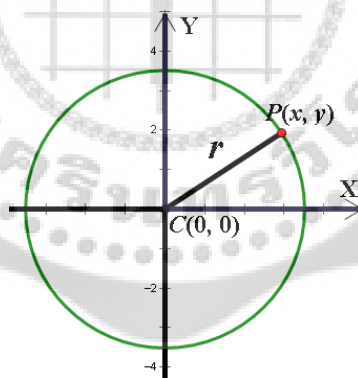
1.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่วงกลม แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2.2 แล้วตอบคำถาม

1.2 ให้นักเรียนทำการศึกษสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$

โดยใช้คำสั่ง  เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนรัศมี

1.3 ให้นักเรียนสังเกตสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ แล้วตอบคำถาม
ตอนที่ 1 ส้ารวจวงกลมเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

1. หาสมการของวงกลม



รูปที่ 1

จากรูปที่ 1 กำหนดให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใดจุดบนวงกลม

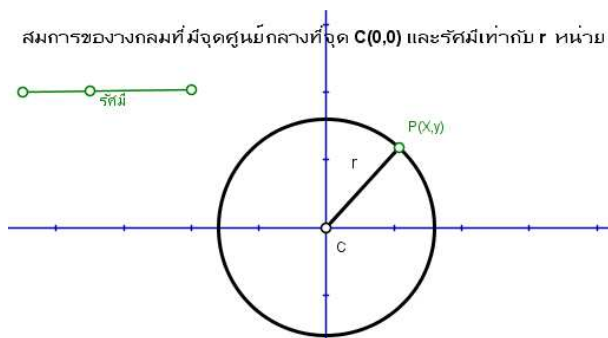
จากบทนิยาม จะได้ $CP = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $CP = \sqrt{x^2 + y^2}$

ดังนั้น $\sqrt{x^2 + y^2} = \dots\dots\dots$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้ สมการวงกลมคือ $\dots\dots\dots$

2. ส้ารวจสมการของวงกลม เปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.2

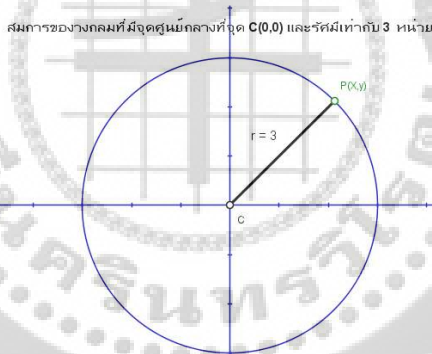


รูปที่ 2

จากรูปที่ 2 จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ.....
 รัศมีของวงกลม คือ
 สมการวงกลม คือ.....
 เมื่อเลื่อนรัศมีของวงกลมไปทางขวา กราฟของวงกลมมีลักษณะ.....

 เมื่อเลื่อนรัศมีของวงกลมไปทางซ้าย กราฟของวงกลมมีลักษณะ.....

ตอนที่ 2 ศึกษาสมการของวงกลมจากตัวอย่าง

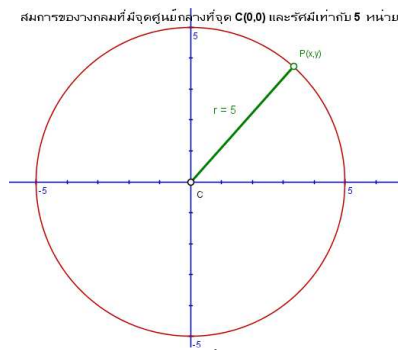


รูปที่ 3

จากรูปที่ 3 เปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.3

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการของวงกลมซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด.....
 รัศมียาว.....
 จะได้สมการเป็น
 เมื่อเลื่อนจุด $P(x,y)$ รัศมีจะมีความยาว.....



รูปที่ 4

จากรูปที่ 4 เปิดแฟ้มคำสั่ง 2.4

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด.....
 รัศมียาว.....
 จะได้สมการเป็น
 เมื่อเลื่อนจุด $P(x, y)$ รัศมีจะมีความยาว.....

ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

1. จงเขียนสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 4 หน่วย

.....

1.2 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 5 หน่วย

.....

1.3 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 3 หน่วย

.....

1.4 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 10 หน่วย

.....

1.5 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 7 หน่วย

.....

1.6 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 12 หน่วย

.....

1.7 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 16 หน่วย

.....

1.8 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(1, 4)$

.....

.....

1.9 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(-2, 3)$

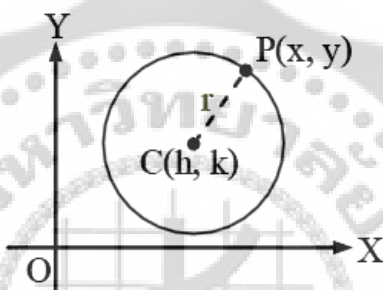
.....

1.10 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(-4, 2)$

.....

ตอนที่ 5 สักรวงกลมเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. สมการวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)



รูปที่ 5

จากรูปที่ 5 กำหนดให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใดจุดบนวงกลม
 จากบทนิยาม จะได้ $CP =$

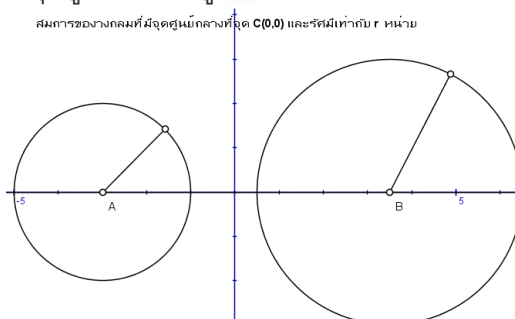
เนื่องจาก $CP =$

เนื่องจาก $r =$

ดังนั้น $r^2 =$

จะได้ สมการวงกลมคือ

2. สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน X จากเพิ่มคำสั่ง 2.2a



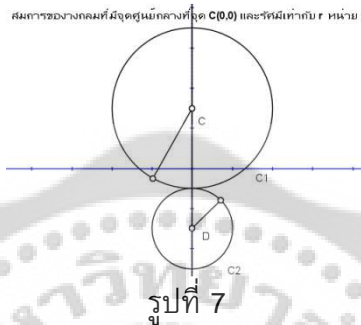
รูปที่ 6

จากรูปที่ 6 **ลักษณะของกราฟ** เมื่อเคลื่อนที่จุด A
 สักรค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_1 พบว่า
ค่า h เปลี่ยนไปตามระยะแกน X ค่า k และ r คงที่.....

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด B
 สำหรับค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_2 พบว่า

.....
 ดังนั้นพบว่า จุดศูนย์กลางวงกลมคือ.....
 สรุปได้ว่า สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน x คือ

3. สำหรับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y จากแฟ้มคำสั่ง 2.2b

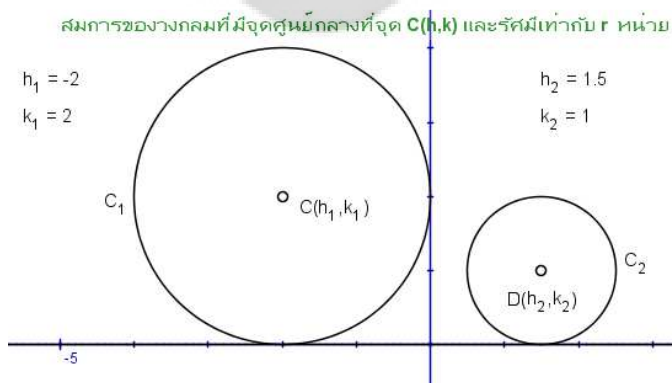


จากรูปที่ 7 **ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด C**
 สำหรับค่า h,k,r ของวงกลมที่ C_1 พบว่า

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด D
 สำหรับค่า h,k,r ของวงกลมที่ C_2 พบว่า

.....
 ดังนั้นพบว่า จุดศูนย์กลางวงกลมคือ.....
 สรุปได้ว่า สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y คือ

4. สำหรับวงกลมที่สัมผัสแกน X จากแฟ้มคำสั่ง 2.5a



รูปที่ 8

จากรูปที่ 8 นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ที่วงกลม C_1

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส A

จุดสัมผัสแกน X คือ (h_1, \dots)

สำรวจจุดสัมผัสแกน X ของวงกลม C_1 เมื่อเคลื่อนที่จุด C พบว่า

.....

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ที่วงกลม C_2

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด D

สำรวจค่า h_2, k_2, r_2 ของวงกลม C_2 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส B

จุดสัมผัสแกน X คือ (h_2, \dots)

สำรวจจุดสัมผัสแกน X ของวงกลม C_2 เมื่อเคลื่อนที่จุด D พบว่า

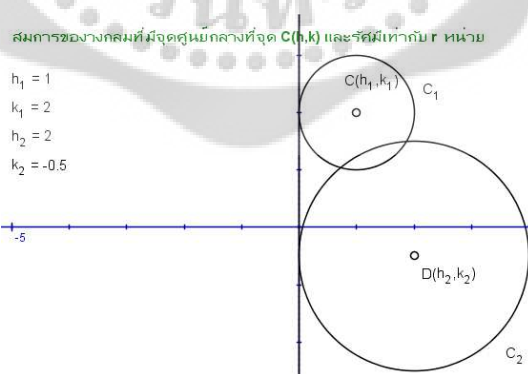
.....

ดังนั้นวงกลมที่สัมผัสแกน X จะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า k และ r คือ.....

.....

สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน X มีสมการของวงกลมคือ

5. สำรวจวงกลมที่สัมผัสแกน Y จากแฟ้มคำสั่ง 2.5b



รูปที่ 9

จากรูปที่ 9 นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ที่วงกลม C_1

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส A

จุดสัมผัสแกน Y คือ (\dots, k_1)

สำรวจจุดสัมผัสแกน Y ของวงกลม C_1 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ที่วงกลม C_2

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด D

สำรวจค่า h_2, k_2, r_2 ของวงกลม C_2 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส B

จุดสัมผัสแกน Y คือ (\dots, k_2)

สำรวจจุดสัมผัสแกน Y ของวงกลม C_2 พบว่า

.....

ดังนั้นวงกลมที่สัมผัสแกน Y จะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า K และ r คือ.....

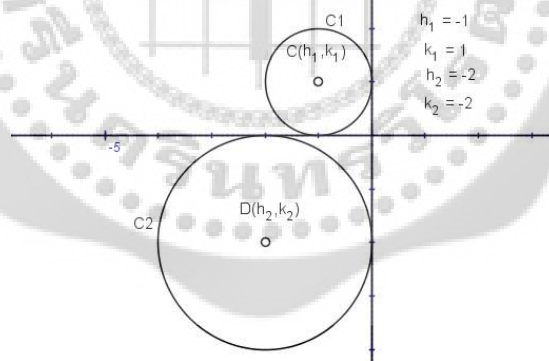
.....

สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน Y คือ

.....

6. สำรวจวงกลมที่สัมผัสแกน X และ แกน Y จากแฟ้มคำสั่ง 2.5c

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h,k)$ และรัศมีเท่ากับ r หน้าย



รูปที่ 10

จากรูปที่ 10 นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ของวงกลม C_1

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

.....

สร้างจุดสัมผัส E บนแกน X คือ.....

สร้างจุดสัมผัส F บนแกน Y คือ.....

สำรวจจุดสัมผัส E และจุด F ของวงกลม C_1 พบว่า

.....

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ของวงกลม C_2
 ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด D

สำรวจค่า h, k, r ของวงกลม C_2 พบว่า

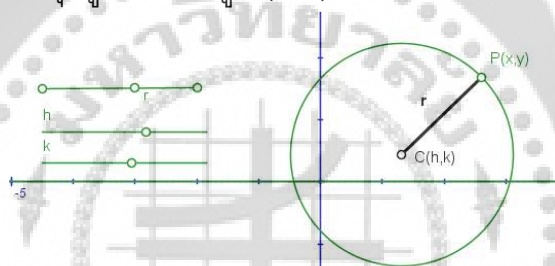
.....
 สร้างจุดสัมผัส G บนแกน X คือ.....

สร้างจุดสัมผัส H บนแกน Y คือ.....

สำรวจจุดสัมผัส G และ H ของวงกลม C_2 พบว่า

.....
 สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน X และ แกน Y ได้สมการของวงกลมคือ

7. สำรวจวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) จากแฟ้มคำสั่ง 2.5



รูปที่ 11

จากรูปที่ 11 สำรวจค่า h เมื่อเคลื่อนที่จุด h ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....
 สำรวจค่า k เมื่อเคลื่อนที่จุด k ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....
 สำรวจค่า r เมื่อเคลื่อนที่จุด r ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....
 จุด (h, k) เรียกว่า.....

r เรียกว่า

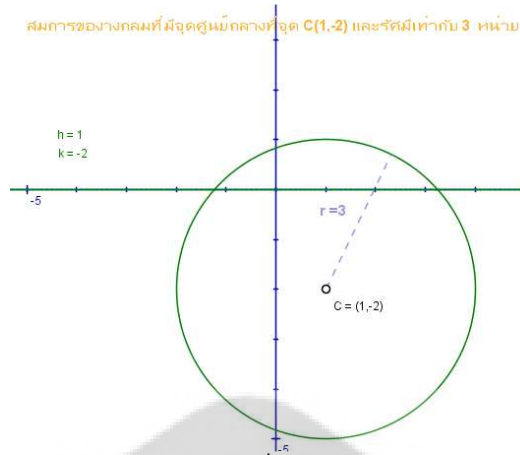
ดังนั้น สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน คือ.....

8. สรุปกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ หรือ จุด (h, k)

สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน	
1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย คือ
2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ

ตอนที่ 6 ตัวอย่างสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k)

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(1, -2)$ และมีรัศมี 3 หน่วย



รูปที่ 12

จากรูปที่ 12 นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.6 ให้เขียนสมการของวงกลมที่ถูกต้องลงในแฟ้มคำสั่ง

วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = \dots\dots\dots$ ซึ่ง $h = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

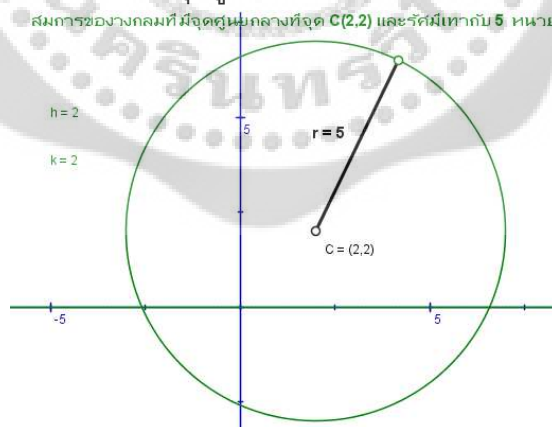
จะได้ สมการวงกลม

กระจายได้

รูปทั่วไปคือ

ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 2)$ และมีรัศมี 5 หน่วย



รูปที่ 13

จากรูปที่ 13 นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.7 ให้เขียนสมการของวงกลมที่ถูกต้องลงในแฟ้มคำสั่ง

วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = \dots\dots\dots$ ซึ่ง $h = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

จะได้ สมการวงกลม

กระจายได้

รูปทั่วไปคือ

ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ

ตอนที่ 7 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. จงเขียนสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, -1)$ และรัศมียาว 2 หน่วย

.....

1.2 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, 3)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

.....

1.3 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1, -5)$ และผ่านจุด $(-2, -6)$

.....

1.4 จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือ $(-1, 3)$ และ $(7, -5)$

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(1, -5)$ และเส้นรอบวงยาว 8π หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

1.6 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-1, 5)$ และสัมผัสแกน X

.....

.....

.....

.....

.....

1.7 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-2, 3)$ และผ่านจุด $(4, 2)$

.....

.....

.....

.....

1.8 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-4, 2)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

.....

.....

.....

 2. จงหาจุดศูนย์กลาง และรัศมีของสมการวงกลมต่อไปนี้

2.1 $(x + 7)^2 + (y - 6)^2 = 25$

2.2 $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 45$

2.3 $(x - 5)^2 + y^2 = 16$

2.4 $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

2.5 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$

2.6 $x^2 + (y + 1)^2 = 1$

3. จงจัดรูปสมการวงกลมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป

3.1 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

3.2 $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 9$

3.3 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 - 16 = 0$

3.4 $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 16$

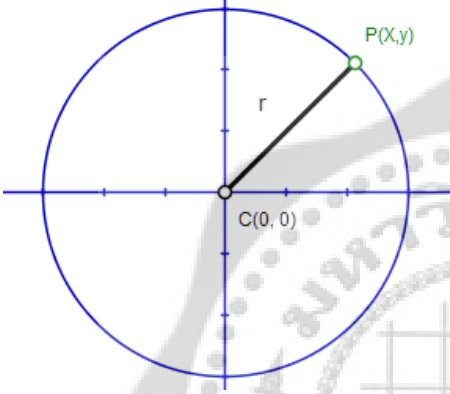
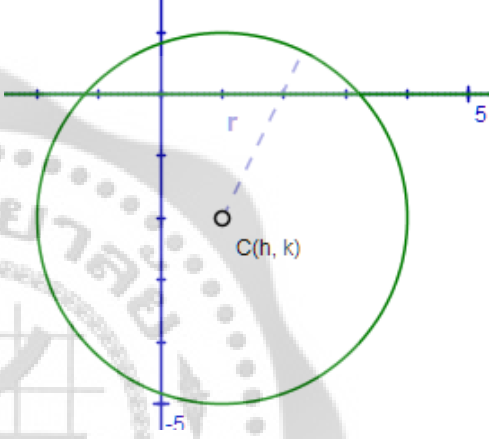
ตอนที่ 8 สรุปความรู้ที่ได้จากชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

8.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม คือ

.....

8.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย	สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย
 <p>สมการวงกลม คือ</p>	 <p>สมการวงกลม คือ</p>

ใบกิจกรรมที่ 2.3 เรื่อง รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของสมการของวงกลมที่มีรูปแบบทั่วไปและเขียนกราฟของวงกลมได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่วงกลม แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2.8 แล้วตอบคำถาม

1.2 ให้นักเรียนทำการศึกษสมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$



โดยใช้คำสั่ง

เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด D, E และ F

1.3 ให้นักเรียนสังเกตสมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ แล้วตอบ

คำถาม

ตอนที่ 1 สํารวจสมการวงกลมรูปแบบทั่วไป

1. สํารวจสมการวงกลมรูปแบบทั่วไป

พิจารณาสมการ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

กระจายได้ในรูป = r^2

..... = 0

เมื่อ $D = -2h$, $E = -2k$, $F = h^2 + k^2 - r^2$

จะได้สมการวงกลมในรูป.....

เรียกสมการวงกลมในรูปนี้ว่า สมการทั่วไปในรูปวงกลม

ดังนั้น ความสัมพันธ์ของรูปวงกลม คือ

2. การหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมรูปแบบทั่วไป

สมการซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ

.....

จากสมการ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

จะได้รูปทั่วไปเมื่อกระจายแล้วคือ

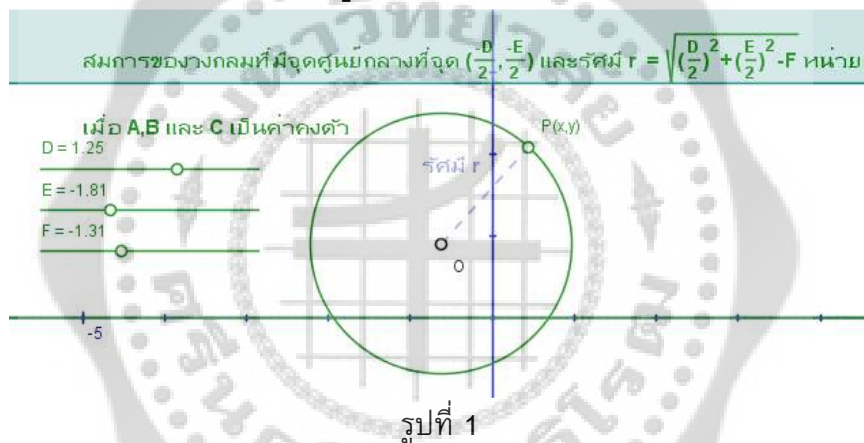
เนื่องจาก h, k, r เป็นค่าคงตัว

กำหนดให้ $D = -2h$, $E = -2k$, $F = h^2 + k^2 - r^2$ เมื่อ D, E, F เป็นค่าคงตัว

ดังนั้นจะได้สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ

จาก $-2h = D$ จะได้ $h = \dots\dots\dots$
 และ $-2k = E$ จะได้ $E = \dots\dots\dots$
 จะได้จุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) คือ.....
 และจาก $F = h^2 + k^2 - r^2$ จะได้ $r^2 = \dots\dots\dots$
 จาก $r^2 = \dots\dots\dots$ (แทนค่า h และ k)
 $r^2 = \dots\dots\dots$
 $r^2 = \dots\dots\dots$
 ดังนั้น $r = \dots\dots\dots$
 นั่นคือ สมการวงกลมที่อยู่ในรูป สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
 มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่และมีรัศมี $r = \dots\dots\dots$
 หน่วย หรือ $r = \dots\dots\dots$

ตอนที่ 2 พิจารณาจากกราฟวงกลมในรูปแบบทั่วไป แฟ้มคำสั่งที่ 2.8



จากรูปที่ 1 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่.....
 และมีรัศมี $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$ หน่วย หรือ $r = \dots\dots\dots$
 เลื่อนจุด D ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....
 เลื่อนจุด D ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....
 เลื่อนจุด E ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....
 เลื่อนจุด E ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....
 เลื่อนจุด F ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....
 เลื่อนจุด F ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....

ตอนที่ 3 ตัวอย่างสมการของวงกลมรูปแบบทั่วไป

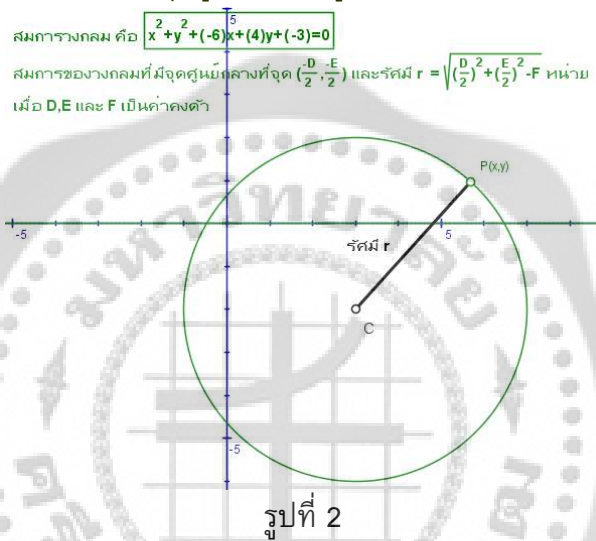
นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.9

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการ ซึ่ง $D = \dots\dots\dots$, $E = \dots\dots\dots$ และ $F = \dots\dots\dots$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 และรัศมี $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\dots\dots\dots$ และรัศมียาว $\dots\dots\dots$ หน่วย



นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.10

ตัวอย่างที่ 6 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $\dots\dots\dots$

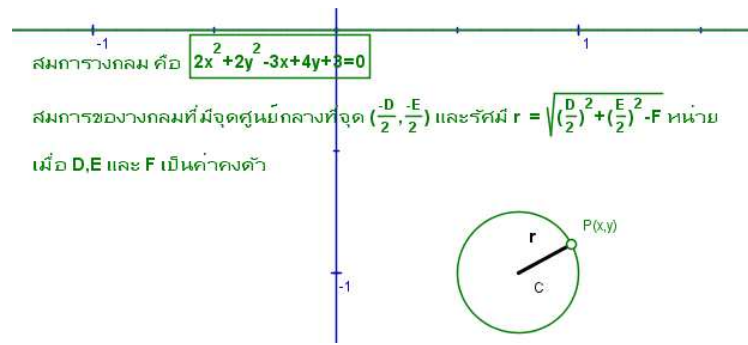
นำ 2 มาหารตลอด จะได้ $\dots\dots\dots$

ซึ่ง $D = \dots\dots\dots, E = \dots\dots\dots$ และ $F = \dots\dots\dots$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

และรัศมี $r = \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$
 = $\dots\dots\dots$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\dots\dots\dots$ และรัศมียาว $\dots\dots\dots$ หน่วย



รูปที่ 3

ตอนที่ 4 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบทั่วไปของวงกลม

1. จงจัดรูปสมการวงกลมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

1.1 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$

.....

.....

.....

1.2 $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 25 = 0$

.....

.....

.....

1.3 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$

.....

.....

.....

1.4 $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$

.....

.....

.....

2. จงพิจารณาสมการต่อไปนี้เป็นกราฟอะไร เส้นตรง วงกลม จุด หรือวาดไม่ได้

2.1 $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0$

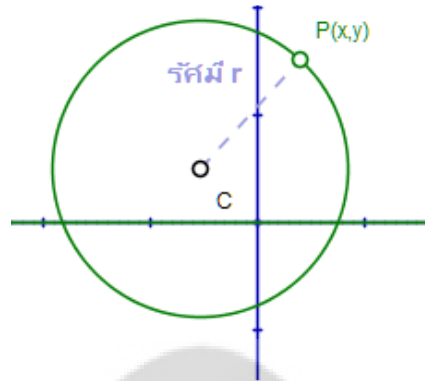
.....

.....

.....

ตอนที่ 5 สรุปทเรียนที่ได้จากการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) คือ



รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม คือ

จุดศูนย์กลาง คือ

รัศมี คือ หรือ



ใบกิจกรรมที่ 2.4 เรื่อง การหาสมการของเส้นสัมผัสวงกลม


ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสเมื่อทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส
2. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสเมื่อทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

1. ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่วงกลม แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2.11 แล้วตอบคำถาม

1.2 ให้นักเรียนทำการศึกษาสมการเส้นสัมผัสวงกลม โดยใช้คำสั่ง  เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนรัศมี

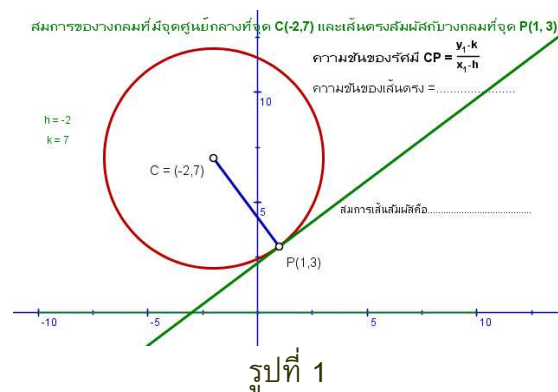
1.3 ให้นักเรียนสังเกตสมการเส้นสัมผัสวงกลมแล้วตอบคำถาม

ตอนที่ 1 สืบรวจเกี่ยวกับสมการเส้นสัมผัสของวงกลม สมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

1. ความชันของ CP = $m = \frac{y_1 - k}{x_1 - h}$
2. จะได้ความชันของเส้นตรง L = $-\frac{1}{m}$ [$\because m \left(-\frac{1}{m}\right) = -1$]
3. จะได้สมการเส้นสัมผัส L คือ $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ C(-2, 7) โดยสัมผัสที่จุด P(1, 3)



นักเรียนเปิดเพิ่มคำสั่งที่ 2.11

วิธีทำ จากโจทย์ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ และเส้นตรงสัมผัสกับวงกลมที่จุด
 จะได้ ความชันของรัศมี $CP = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ ∴ ความชันของเส้นสัมผัส =
 จากสมการเส้นสัมผัส $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$ ซึ่ง $x_1 = \dots\dots, y_1 = \dots\dots$ และ $-\frac{1}{m} = \dots\dots$
 จะได้สมการเส้นสัมผัสคือ

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ

กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตามวิธี

ดังนี้

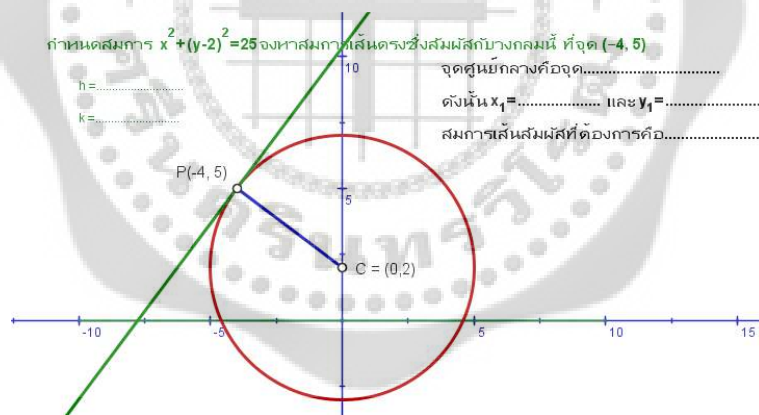
1. จัดสมการให้อยู่ในรูป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ และเส้นตรง L สัมผัสวงกลมที่จุด

$P(x_1, y_1)$

2. จะได้สมการเส้นตรง L คือ $(x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดสมการ $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมนี้ ที่จุด $(-4, 5)$

นักเรียนเปิดเพิ่มคำสั่งที่ 2.12



วิธีทำ จากโจทย์สมการวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่จุด
 และจุดสัมผัสอยู่ที่ จะได้ $h = \dots\dots, k = \dots\dots, x_1 = \dots\dots, y_1 = \dots\dots$ และ $r^2 = \dots\dots$
 จากสมการเส้นสัมผัส $(x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$
 จะได้สมการเส้นสัมผัส

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $4x - 3y + 31 = 0$

ตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

1. จงหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมเมื่อกำหนดจุดสัมผัส

1.1 $x^2 + (y + 1)^2 = 16$ จุดสัมผัส (1, 3)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$ จุดสัมผัส (1, -2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$ จุดสัมผัส (3, 4)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 19 = 0$ จุดสัมผัส (1, 2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 3 สรุปทเรียนที่ได้จากการเรียนชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

การหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตามวิธีดังนี้

.....


.....

.....

.....

.....





ภาคผนวก จ
แบบทดสอบย่อยเรื่องวงกลมและวงรี หลังการเรียนรู้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
การสอนเรื่องภาคตัดกรวยหน่วยการเรียนรู้ที่ 2-3 และแบบทดสอบย่อยเรื่อง
พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา หลังการเรียนรู้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนเรื่อง
ภาคตัดกรวยหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5



ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
 - ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **X** ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวและแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

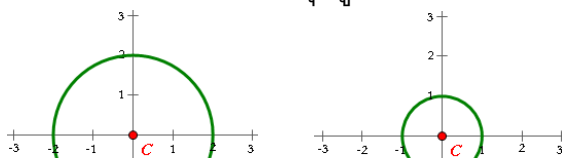
1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**เกี่ยวกับภาคตัดกรวย

- ก. เมื่อระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้างได้ภาคตัดกรวย เรียกว่า ไฮเพอร์โบลา
- ข. เมื่อระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวยระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า พาราโบลา
- ค. เมื่อระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยทั้งสองข้าง ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงกลม
- ง. เมื่อระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวยขนาดใหญ่กว่ามุมแหลม (α) ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียวได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงรี

2. ข้อใดกล่าวถึงบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลมได้ถูกต้อง

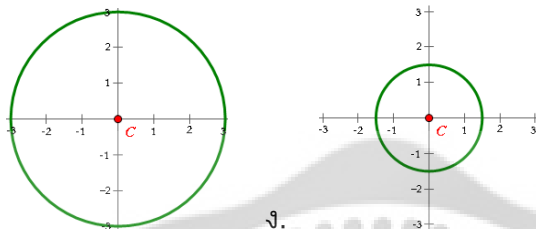
- ก. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง
- ข. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง
- ค. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน
- ง. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว

3. ข้อใดเป็นกราฟของสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 4 หน่วย



ก.

ข.



ค.

ง.

4. วงกลมที่มีจุด $(4, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง และสัมผัสกับแกน Y เป็นกราฟของสมการในข้อใด

ก. $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 1 = 0$

ข. $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 1 = 0$

ค. $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 1 = 0$

ง. $x^2 + y^2 + 6x - 10y - 1 = 0$

5. จงหาสมการของเส้นตรงที่สัมผัสทั้งวงกลม $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ และวงกลม $(x - 5)^2 + y^2 = 9$

ก. $y = \frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$ และ $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$

ข. $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}(x + 4)$ และ $y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}(x + 4)$

ค. $y = \frac{1}{\sqrt{5}}(2x - 1)$ และ $y = -\frac{1}{\sqrt{5}}(2x - 1)$

ง. $y = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + \sqrt{3})$ และ $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}(x + \sqrt{3})$

6. ข้อใดกล่าวถึงบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงรีได้ถูกต้อง

ก. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง

ข. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง

ค. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน

ง. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดใด ๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว

7. ข้อใดเป็นสมการของวงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0, 5) และ (0, -5) โดยวงรีนี้ผ่านจุด (3, 3)

ก. $\frac{25x^2}{16} + \frac{y^2}{225} = 1$ ข. $\frac{16x^2}{225} + \frac{y^2}{25} = 1$

ค. $\frac{x^2}{225} + \frac{16y^2}{25} = 1$ ง. $\frac{x^2}{16} + \frac{25y^2}{225} = 1$

8. วงรีมีจุดยอดจุดหนึ่ง คือ (5, -6) แกนโทยาว 2 หน่วย และจุดศูนย์กลางของวงรีอยู่บนเส้นตรง $y = 2$ จะมีสมการของวงรีตามข้อใด

ก. $64x^2 + y^2 - 640x - 4y + 1540 = 0$

ข. $64x^2 + y^2 - 4y + 640x + 1540 = 0$

ค. $64x^2 + y^2 - 640y - 4x + 1540 = 0$

ง. $64x^2 + y^2 - 10x - 256y - 217 = 0$

9. กำหนดสมการ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (3,0) กับ (-3,0)

2. กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีจุดปลายแกนโทอยู่ที่จุด $(\sqrt{3}, 0)$ กับ $(-\sqrt{3}, 0)$

3. กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(\sqrt{6}, 0)$ กับ $(-\sqrt{6}, 0)$

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. มีข้อถูก 1 ข้อ

ข. มีข้อถูก 2 ข้อ

ค. ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ผิดทั้ง 3 ข้อ

10. รูปแบบทั่วไปของสมการวงรี $\frac{(x-5)^2}{3} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$ คือข้อใด

ก. $4x^2 + y^2 + 8x + 6y + 50 = 0$

ข. $25x^2 + 9y^2 + 100x - 18y - 116 = 0$

ค. $9x^2 + 4y^2 + 36x + 24y + 36 = 0$

ง. $4x^2 + 3y^2 - 40x + 12y + 100 = 0$

11. ข้อใดกล่าวถึงบทนิยามเชิงเรขาคณิตของพาราโบล่าได้ถูกต้อง

ก. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง

ข. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง

ค. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน

ง. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว

12. สมการพาราโบลาที่มีแกนอยู่บนแกน X มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี $4x^2 + 3y^2 - 16x + 4 = 0$ คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

- ก. $y^2 = x$ ข. $y^2 = 4x$
 ค. $2y^2 = x$ ง. $8y^2 = x$

13. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- พาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(1, 0)$ และสมการของไดเรกทริกซ์คือ $x = 0$ มีสมการเป็น $y^2 = 4x + 1$
- สมการของพาราโบลา ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด โฟกัสอยู่บนเส้นตรง $2x + y - 4 = 0$ และมีแกน X เป็นแกนสมมาตร คือ $y^2 = 4x$
- ถ้า $ax^2 + by = 0$ เป็นสมการพาราโบลาแล้ว โฟกัสของพาราโบลา คือ $(0, \frac{-b}{4a})$ เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$

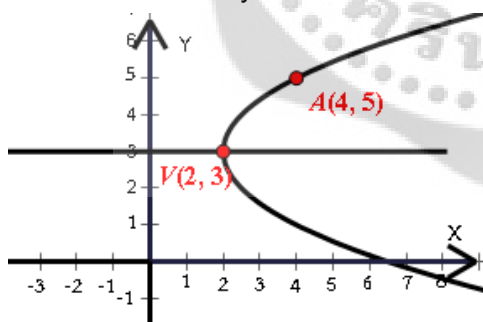
ข้อความใดต่อไปนี้ เป็นจริง

- ก. ข้อ 1, 2 และ 3 ถูกทุกข้อ
 ข. ข้อ 1, 2 และ 3 ถูกเพียง 2 ข้อ
 ค. ข้อ 1, 2 และ 3 ถูกเพียง 1 ข้อ
 ง. ข้อ 1, 2 และ 3 ผิดทุกข้อ

14. จงหาสมการของพาราโบลารูปแบบทั่วไป ซึ่งผ่านจุด $A(1, 2)$, $B(2, 8)$ และ $C(-3, 18)$ โดยพาราโบลามีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y

- ก. $3y^2 - 2y + 9x - 3 = 0$ ข. $3y^2 - 2x = 0$
 ค. $x^2 - 6x + 4y + 1 = 0$ ง. $2x^2 - y = 0$

15.



จากรูป ข้อใดต่อไปนี้คือสมการของพาราโบลารูปแบบทั่วไป

- ก. $y^2 - 6y - 2x + 13 = 0$
 ข. $y^2 + 6y - 72x + 361 = 0$
 ค. $2x^2 + 2x + 6y - 6 = 0$
 ง. $x^2 - 6x - 8y + 3 = 0$

16. ข้อใดคือสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและจุดยอดจุดหนึ่งคือ $V(0, 5)$ และมีจุด $P(3, 0)$ เป็นปลายข้างหนึ่งของแกนสังยุค

ก. $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$ ข. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$
 ค. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ ง. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$

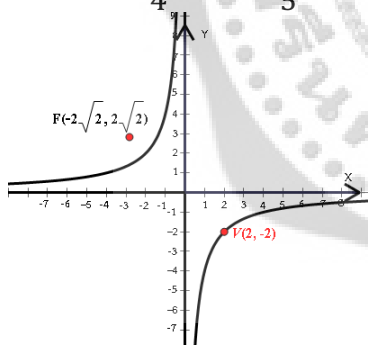
17. ข้อใดกล่าวถึงบทนิยามเชิงเรขาคณิตของไฮเพอร์โบลาได้ถูกต้อง

- ก. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรงอยู่กันที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรงอยู่กันทั้งสอง
 ข. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดสองจุดที่ตรงอยู่กันที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรงอยู่กันทั้งสอง
 ค. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดที่ตรงอยู่กันที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรงอยู่กันที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน
 ง. เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตรงอยู่กันที่เป็นระยะทางคงตัว

18. จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(4, -5)$ โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $(4, -2)$ และความยาวของแกนตามขวางเท่ากับ 4

ก. $\frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y-3)^2}{4} = 1$ ข. $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{20} = 1$
 ค. $\frac{(y+5)^2}{4} - \frac{(x-4)^2}{5} = 1$ ง. $\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{4} = 1$

19.



จากรูปกราฟที่กำหนดให้ ข้อใดเขียนสมการของไฮเพอร์โบลามุมฉากได้ถูกต้อง

ก. $xy = 4$ ข. $xy = -4$
 ค. $(x-2)(y+2) = 4$ ง. $(x+2)(y-2) = -4$


20. รูปแบบทั่วไปของสมการไฮเพอร์โบลา $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ คือข้อใด

ก. $9x^2 - 16y^2 + 64y + 54x + 161 = 0$
 ข. $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$
 ค. $4y^2 - 9x^2 - 16y - 54x - 101 = 0$
 ง. $3y^2 - 5x^2 + 12y + 10x - 13 = 0$

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ

21. ให้นักเรียนเขียนบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา
22. จงหาสมการของวงกลมในรูปแบบทั่วไป เมื่อกำหนดให้ จุด(1, 4) กับจุด (-3, 1) เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม พร้อมทั้งเขียนกราฟ
23. กำหนดให้ จุด $F_1(-4, 2)$ และ $F_2(6, 2)$ เป็นจุดโฟกัส และกราฟผ่านจุด $P(4, 6)$ จงหาสมการวงรี จุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดปลายแกนโท ความยาวของแกนเอกและแกนโท ลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ
24. จงหาสมการพาราโบลาที่มีจุดโฟกัสอยู่ที่ $(4, 7)$ และสมการเส้นไดเรกตริกซ์คือ $y - 13 = 0$ พร้อมทั้งหาจุดยอด แกนสมมาตร และความยาวลาตัสเรกตัม
25. จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ $(3, 2)$ และ $(3, 4)$ โฟกัสจุดหนึ่งที่ $(3, -6)$ พร้อมทั้งหาจุดศูนย์กลาง จุดปลายแกนสังยุค ความยาวของแกนสังยุค สมการเส้นกำกับ จุดโฟกัสอีกจุดหนึ่ง ความยาวลาตัสเรกตัม และเขียนกราฟ





ภาคผนวก ช
เฉลยบางส่วนของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย
โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง ภาคตัดกรวย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของเส้นโค้งที่ได้จากระนาบตัดกรวยกลมได้ถูกต้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 สำรวจภาคตัดกรวย

1. นักเรียนสำรวจภาพสิ่งของเครื่องใช้ต่างๆในชีวิตประจำวันที่น่าลักษณะของกรวยมาประยุกต์ใช้มีอะไรบ้าง.....กรวยจราจร,กรวยเติมน้ำมัน,กรวยตวง,กรวยกระดาษ,กรวยไอศกรีม, นาฬิกา,จานดาวเทียม.

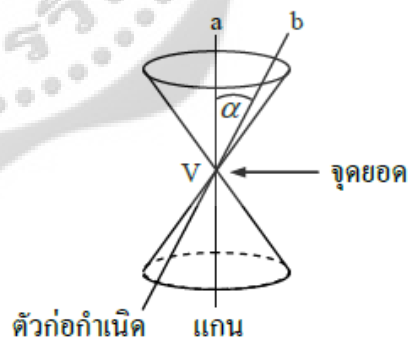
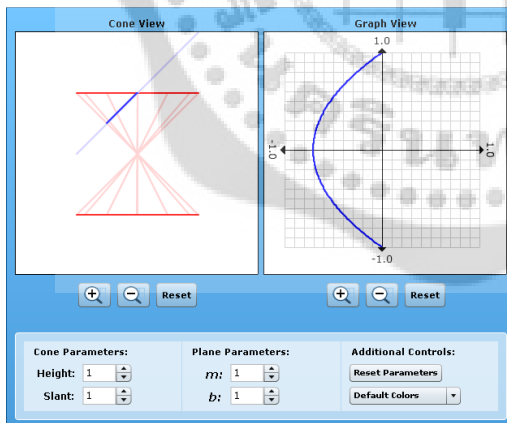
2. บอกส่วนประกอบต่างๆของกรวย.....ยอด,ส่วนสูง,สูงเอียง,ฐาน,แกน,รัศมีกรวยกลม

3. บอกสูตรการหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของกรวยคือ

$$\text{พื้นที่ผิวของกรวย} = \pi r l + \pi r^2$$

$$\text{ปริมาตรของกรวย} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

4. สำรวจภาคตัดกรวย โดยนักเรียนเปิดกิจกรรมที่ 1.1 เพิ่มคำสั่ง การสำรวจภาคตัดกรวยด้วยเครื่องมือจาก NCTM



4.1 เมื่อนักเรียนคลิกรูปในส่วนของ Cone View แล้วลากเพื่อหมุนรูปเป็นแบบสามมิติ รูปกรวยกลมเป็นอย่างไร.....กรวยกลมจะหมุนตามการลากเมาส์.....

4.2 เมื่อนักเรียนคลิกรูปในส่วนของ Graph View แล้วลากเพื่อเลื่อนรูปกราฟมีการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร.....กราฟจะเลื่อนตาม.....

4.3 คลิกเปลี่ยนค่า Height เป็นค่าอื่น

รูปกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....กรวยมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง.....

กราฟของภาคตัดกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....คงที่ไม่เปลี่ยนแปลง.....

- 4.4 คลิกเปลี่ยนค่า Slant เป็นค่าอื่น
 รูปกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....กรวยมีรัศมีที่ลดลง.....
 กราฟของภาคตัดกรวยเปลี่ยนแปลงคือ.....กราฟมีการเปลี่ยนแปลงใหญ่ขึ้น....
- 4.5 ส้ารวจ ค่า m คือ...ความชันของระนาบในปริภูมิสามมิติ.....
 ส้ารวจ ค่า b คือ...ค่าที่ได้จากการเลื่อนระนาบในปริภูมิสามมิติ.....
- 4.6 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวยและระนาบตัดกรวยข้างเดียว
 ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $m = 0, b > 0$ หรือ $b < 0$
 กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....วงกลม.....
- 4.7 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบทำมุมแหลมกับแกนกรวยขนาดใหญ่กว่ามุม α และ
 ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $-1 < m < 0$ หรือ $0 < m < 1, b > 0$ หรือ
 $b < 0$
 กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....วงรี.....
- 4.8 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย และระนาบตัดกรวย
 ข้างเดียว ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $m = 1$ หรือ $m = -1, b > 0$ หรือ $b < 0$
 กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....พาราโบลา.....
- 4.9 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้าง
 ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $m > 1$ หรือ $m < -1, b > 0$ หรือ $b < 0$
 กราฟของภาคตัดกรวย คือ.....ไฮเพอร์โบลา.....
- 4.10 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับแกนของกรวย
 ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $-1 < m < 1, b = 0$
 กราฟที่ได้ คือ.....จุด 1 จุด.....
- 4.11 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดตัวก่อกำเนิดของกรวย
 ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $m = 1$ หรือ $m = -1, b = 0$
 กราฟที่ได้ คือ.....เส้นตรง 1 เส้น.....
- 4.12 คลิกค่า m และ b ให้ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดทับแกนของกรวย
 ค่า m และ b ควรเป็นอย่างไร..... $m < -1$ หรือ $m > 1, b = 0$
 กราฟที่ได้ คือ.....เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน.....
5. สรุปการสำรวจภาพตัดกรวย
 ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้
- 5.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่
 ภาคตัดกรวย แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1.1 แฟ้มคำสั่งที่ 1.1
- 5.2 ให้นักเรียนทำการสรุปการศึกษารูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับ
 กรวยและตอบคำถาม



5.3 เมื่อนำระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูปอะไร.....วงกลม.....

5.4 เมื่อนำระนาบทำมุมแหลมกับแกนกรวยขนาดใหญ่กว่ามุม α ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูป.....วงรี.....

5.5 เมื่อนำระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว รูปหน้าตัดจะเป็นรูป.....พาราโบลา.....

5.6 เมื่อนำระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้าง รูปหน้าตัดจะได้รูป.....ไฮเพอร์โบลา.....

6. นักเรียนให้ความหมายของ ภาคตัดกรวย คือ ..รูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวย ภาคตัดกรวยที่ศึกษากันเกิดจากระนาบที่ไม่ผ่านจุดยอดของกรวย เมื่อนำระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงกลม(circle) เมื่อนำระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวยขนาดใหญ่กว่า α ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียวได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า วงรี(ellipse) เมื่อนำระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า พาราโบลา(parabola) และเมื่อนำระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้างได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า ไฮเพอร์โบลา(hyperbola)

7. ภาคตัดกรวยลดรูป ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตั้งฉากกับแกนของกรวยจะได้.....จุด.....

8. ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดตัวก่อกำเนิดของกรวยจะได้.....เส้นตรง 1 เส้น..

9. ระนาบที่ตัดกรวยผ่านจุดยอดและตัดทับแกนของกรวยจะได้.....เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน.

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1.2 เรื่อง การประยุกต์ใช้งานภาคตัดกรวย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถเข้าใจการประยุกต์ใช้ภาคตัดกรวยในสาขาวิชาอื่นๆ ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนดูวีดิทัศน์ เรื่อง การประยุกต์ใช้งานภาคตัดกรวยแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. การประยุกต์ใช้งานของวงกลม

ในทางคณิตศาสตร์ ถือว่าวงกลมเป็นเส้นโค้งที่สมบูรณ์ เครื่องใช้ต่างๆ ของเรามักมีลักษณะเป็นวงกลม เช่น ขันตักน้ำ หน้าปัดนาฬิกา จานข้าว ถาด กระโถน เงินเหรียญ แก้วน้ำ ท่านลองตรวจสอบใช้รอบ ๆ ภาย และทั่ว ๆ ไป จะเห็นว่าการใช้ของที่มีลักษณะเป็นวงกลมนั้นให้ความสะดวก มากที่สุด ลองนึกดูว่าถ้าล้อเกวียน ล้อจักรยานยนต์ ล้อรถยนต์ ไม่มีลักษณะ เป็นวงกลมแล้ว การเคลื่อนที่จะลำบากสักเพียงใด

2. การประยุกต์ใช้งานของวงรี

ยามค่าคืนถ้าได้มีโอกาสสังเกตบนฟากฟ้าจะพบเห็นดาวที่สุกสว่างมีแสงเจิดจ้า ซึ่งได้แก่ดาวเคราะห์ และหากสังเกตต่อเนื่องไปหลาย ๆ วัน และอาจถึงหลายเดือนจะพบเห็นการเคลื่อนที่ผ่านกลุ่มดาวฤกษ์ ในทางดาราศาสตร์ พบว่าทางเดินของโลกและดาวเคราะห์ต่าง ๆ ที่เดินรอบดวงอาทิตย์ต่างก็ล้วนมีเส้นทางเป็นรูปวงรี โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดโฟกัสของวงรีแต่ละวง ดวงจันทร์ซึ่งเป็นดาวบริวารของดาวเคราะห์ก็เดิน ทางรอบดาวเคราะห์เป็นวงรี แมื่อดาวเทียมที่มนุษย์ประดิษฐ์ขึ้นก็หมุนรอบโลก เป็นวงรี นักวิทยาศาสตร์ ยังได้พบว่าแม้แต่ในปรมาณูของธาตุต่าง ๆ เช่น อิเล็กตรอนก็เดินทางเป็นวงรีรอบนิวเคลียสของปรมาณุนั้นๆ เราอาจนำเส้นโค้งแบบวงรีไปออกแบบเป็นเครื่องใช้ก็ได้ เช่น จานเพล ถังเพล เป็นต้น เราจะสังเกตเห็นว่ารถบรรทุกน้ำมันมักจะมีตัวถัง เป็นรูปทรงกระบอกซึ่งมีหน้าตัดเป็นรูปวงรี สนามกีฬาที่มีลู่วิ่งแข่งกันก็มีลักษณะ เกือบเป็นวงรี

3. การประยุกต์ใช้งานของพาราโบลา

เทคโนโลยีการสื่อสารดาวเทียมประกอบด้วยจานรับสัญญาณ ตัวจานรับสัญญาณมีผิวโค้ง เพื่อรับสัญญาณที่ส่งตรงมาจากดาวเทียม และสะท้อนรวมกันที่จุดรับสัญญาณ เพื่อให้มีสัญญาณที่แรงขึ้น น้ำพุที่มนุษย์ประดิษฐ์ขึ้น เป็นเส้นโค้งพาราโบลา หรือเมื่อเราใช้ไฟฉายส่องเดินทาง สังเกตว่ามีกระจกสะท้อนแสงเพื่อรวมลำแสงให้พุ่งเป็นลำตรง โดยหลักการตามกฎการสะท้อนของแสง มุมตกกระทบย่อมเท่ากับมุมสะท้อน จุดที่รวมกันบนผิวระนาบโค้งนี้เรียกว่าจุดโฟกัส ผิวโค้งที่ทำให้มุมตกกระทบและสะท้อนมารวมกันที่จุดโฟกัส เรียกว่า ผิวโค้งพาราโบลา

4. การประยุกต์ใช้งานของไฮเพอร์โบลา

ภาคตัดกรวยนั้นได้มีความสำคัญต่อดาราศาสตร์ โดย วงโคจรของวัตถุสองชิ้นซึ่งมีแรงดึงดูดกระทำต่อกัน ตามกฎของนิวตัน นั้นจะมีรูปร่างเป็นภาคตัดกรวย หากจุดศูนย์กลางมวล (center of mass) ร่วมของทั้งสองวัตถุอยู่นิ่ง หากทั้งสองนั้นถูกดึงดูดอยู่ด้วยกัน ทางเดินของทั้งสองนั้นจะเป็นรูปวงรี หากวัตถุทั้งสองวิ่งออกจากกัน ทางเดินจะเป็นรูปพาราโบลา หรือ ไฮเพอร์โบลา

ใบกิจกรรมที่ 2.1 เรื่อง บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

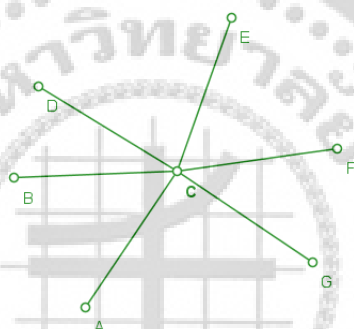
1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลมได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

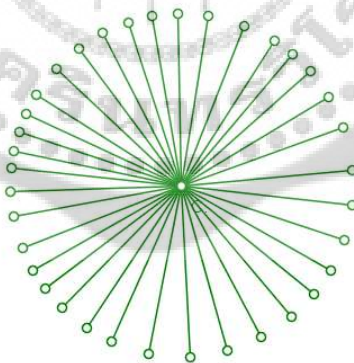
ตอนที่ 1 ศึกษาจากรูปที่สร้างขึ้นในแฟ้มคำสั่ง

1. ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

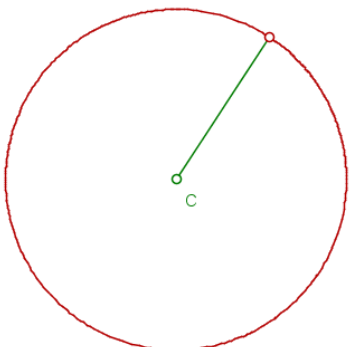
1.1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยเข้าไปที่วงกลม แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2.1 แล้วตอบคำถาม



- 1.2 จากรูป ส้ารวจระยะห่างจากจุดใดๆ กับจุดคงที่พบว่า.....มีระยะห่างเท่ากัน.....



- 1.3 จากรูปจุดใดๆบนระนาบบนระนาบที่ห่างจากจุด C มีระยะเท่าๆกันมี.....36.....จุด



1.4 จากในข้อ 3 นำมาเขียนเป็นกราฟจะได้รูป.....วงกลม.....

1.5 ให้นักเรียนเขียนบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม (circle) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตั้งเรียงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัวที่ตรงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า จุดศูนย์กลาง (center) ของวงกลม และระยะทางคงตัวเรียกว่า รัศมี (radius) ของวงกลม

จุดคงที่เรียกว่า จุดศูนย์กลาง


ระยะที่เท่ากันเรียกว่า รัศมี

ตอนที่ 2 การสร้างรูปวงกลมจากบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

2.1 ให้นักเรียนเปิดแฟ้มงานใหม่จากโปรแกรม C.a.R. หรือฝึกการสร้างจากแฟ้มคำสั่ง 2.1

ตอนที่ 2

2.2  และคลิกบนกระดานงาน

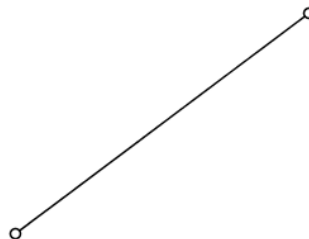
2.3  และคลิกบนจุดในข้อ 2.2


2.4 ลากส่วนของเส้นตรงออกไปยาวพอสมควร จะมีกล่องโต้ตอบเกิดขึ้นดังรูป

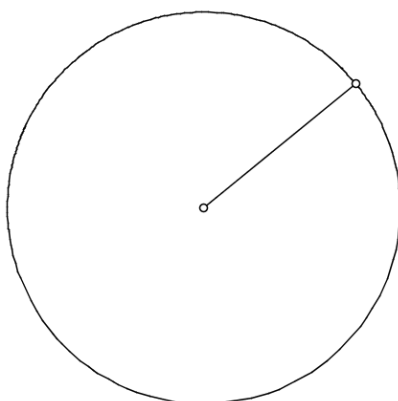


ให้นักเรียนกำหนด ความยาว เป็น 4 หน่วย จะได้ผลดังรูป

ความยาว



2.5  กำหนดจุดปลายของส่วนของเส้นตรงและเลื่อนจุดปลายของส่วนของเส้นตรงจะปรากฏเป็นรูปวงกลมสังเกตผลที่ได้



2.6 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้ร่วมกันและสรุปผลที่ได้ในการเรียน
วงกลม (circle) คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตั้งเรียงอยู่กับที่เป็น
 ระยะทางคงตัวที่ตั้งเรียงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง (center)** ของวงกลม และระยะทางคงตัว
 เรียกว่า **รัศมี (radius)** ของวงกลม

จุดคงที่เรียกว่า จุดศูนย์กลาง

ระยะที่เท่ากันเรียกว่า รัศมี

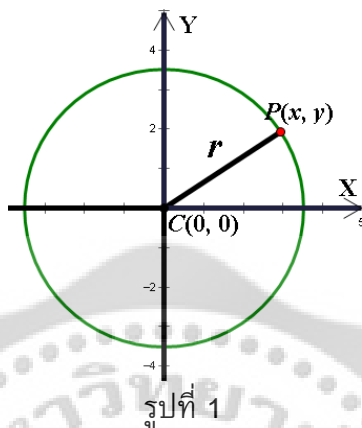


เฉลยใบกิจกรรมที่ 2.2 เรื่อง

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

ตอนที่ 1 สํารวจวงกลมเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0)

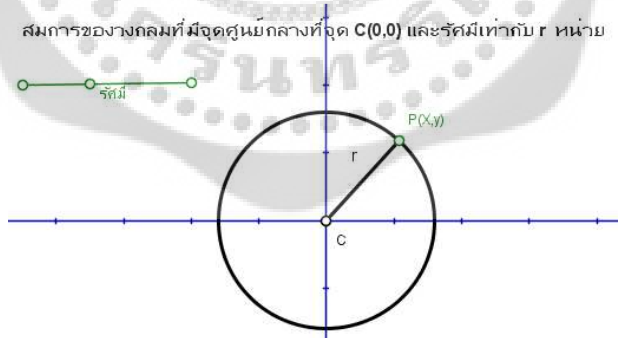
1. หาสมการของวงกลม



รูปที่ 1

จากรูปที่ 1 กำหนดให้ P(x, y) เป็นจุดใดจุดบนวงกลม
 จากบทนิยาม จะได้ $CP = \dots\dots\dots r \dots\dots\dots$
 เนื่องจาก $CP = \sqrt{x^2 + y^2}$
 ดังนั้น $\sqrt{x^2 + y^2} = \dots\dots\dots r \dots\dots\dots$
 ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้ สมการวงกลมคือ ... $x^2 + y^2 = r^2$

2. สํารวจสมการของวงกลม เปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.2



รูปที่ 2

จากรูปที่ 2 จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ.....จุด C(0, 0).....
 รัศมีของวงกลม คือr.....
 สมการวงกลม คือ..... $x^2 + y^2 = r^2$

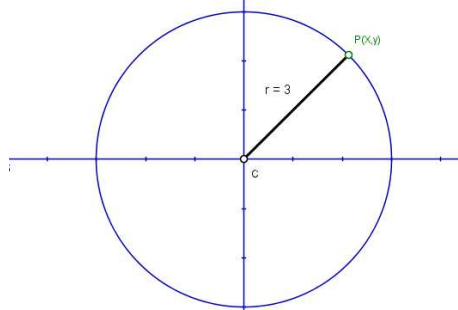
เมื่อเลื่อนรัศมีของวงกลมไปทางขวา กราฟของวงกลมมีลักษณะ.....
วงกลมจะมีรัศมีเพิ่มขึ้นและวงกลมจะใหญ่ขึ้น.....

เมื่อเลื่อนรัศมีของวงกลมไปทางซ้าย กราฟของวงกลมมีลักษณะ.....

.....วงกลมจะมีรัศมีลดลงและวงกลมมีขนาดเล็กลง.....

ตอนที่ 2 ศึกษาสมการของวงกลมจากตัวอย่าง

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด C(0,0) และรัศมีเท่ากับ 3 หน่วย



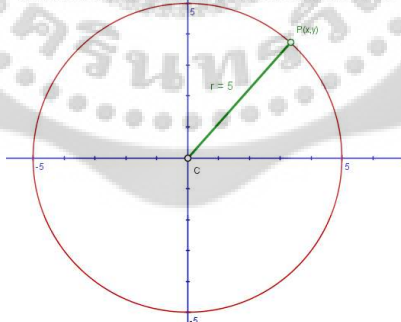
รูปที่ 3

จากรูปที่ 3 เปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.3

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการของวงกลมซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0) และรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด.....C(0, 0).....
 รัศมียาว.....3 หน่วย.....
 จะได้สมการเป็น $x^2 + y^2 = 3^2$
 เมื่อเลื่อนจุด P(x,y) รัศมีจะมีความยาว.....เท่าเดิม.....

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด C(0,0) และรัศมีเท่ากับ 5 หน่วย



รูปที่ 4

จากรูปที่ 4 เปิดแฟ้มคำสั่ง 2.4

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0) และรัศมียาว 5 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด..... C(0, 0).....
 รัศมียาว.....5 หน่วย.....
 จะได้สมการเป็น $x^2 + y^2 = 5^2$

เมื่อเลื่อนจุด $P(x,y)$ รัศมีจะมีความยาว.....เท่าเดิม.....

ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$

1. จงเขียนสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 4 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 16$

1.2 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 5 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 25$

1.3 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 3 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 9$

1.4 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 10 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 100$

1.5 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ รัศมียาว 7 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 49$

1.6 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 12 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 36$

1.7 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 16 หน่วย

..... $x^2 + y^2 = 64$

1.8 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(1, 4)$

..... $x^2 + y^2 = 17$

1.9 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(-2, 3)$

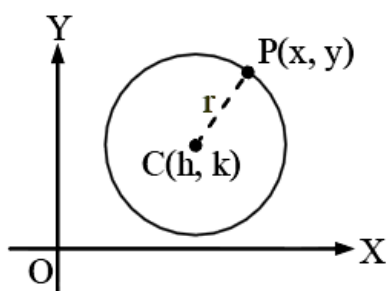
..... $x^2 + y^2 = 13$

1.10 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ และผ่านจุด $(-4, 2)$

..... $x^2 + y^2 = 20$

ตอนที่ 5 สัรรวจวงกลมเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. สมการวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)



รูปที่ 5

จากรูปที่ 5 กำหนดให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใดจุดบนวงกลม

จากบทนิยาม จะได้ $CP = \dots\dots\dots r \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $CP = \dots\dots\dots \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} \dots\dots\dots$

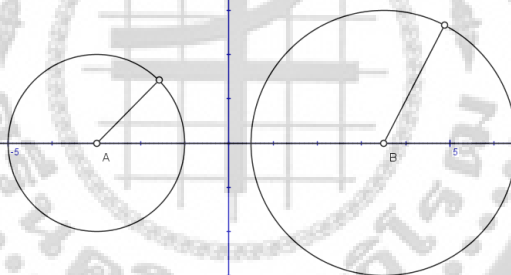
จะได้ $r = \dots\dots\dots \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} \dots\dots\dots$

ดังนั้น $r^2 = \dots\dots\dots (x-h)^2 + (y-k)^2 \dots\dots\dots$

จะได้ สมการวงกลมคือ $\dots\dots\dots (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \dots\dots\dots$

2. สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน X จากแฟ้มคำสั่ง 2.2a

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(0,0)$ และรัศมีเท่ากับ r หน่วย



รูปที่ 6

จากรูปที่ 6 **ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด A**

สำรวจค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_1 พบว่า

$\dots\dots$ ค่า h เปลี่ยนไปตามระยะแกน X ค่า k และ r คงที่ $\dots\dots\dots$

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด B

สำรวจค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_2 พบว่า

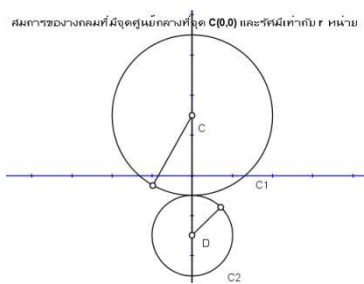
$\dots\dots$ ค่า h เปลี่ยนไปตามระยะแกน X ค่า k และ r คงที่ $\dots\dots\dots$

ดังนั้นพบว่า จุดศูนย์กลางวงกลมคือ $\dots\dots$ จุด A และ จุด B $\dots\dots\dots$

สรุปได้ว่า สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน x คือ

$\dots\dots\dots (x-h)^2 + y^2 = r^2 \dots\dots\dots$

3. สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y จากแฟ้มคำสั่ง 2.2b



รูปที่ 7

จากรูปที่ 7 **ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด C**

สำรวจค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_1 พบว่า

.....ค่า k เปลี่ยนไปตามระยะแกน Y ค่า h และ r คงที่.....

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด D

สำรวจค่า h, k, r ของวงกลมที่ C_2 พบว่า

.....ค่า k เปลี่ยนไปตามระยะแกน Y ค่า h และ r คงที่.....

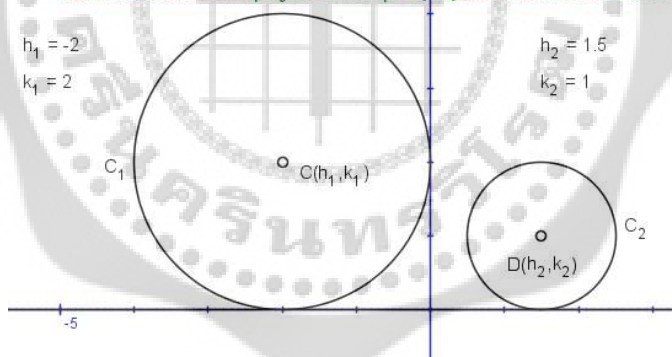
ดังนั้นพบว่า จุดศูนย์กลางวงกลมคือ.....จุด C และ จุด D

สรุปได้ว่า สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y คือ

..... $x^2 + (y - k)^2 = r^2$

4. สำรวจวงกลมที่สัมผัสแกน X จากแฟ้มคำสั่ง 2.5a

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h, k)$ และรัศมีเท่ากับ r หน่วย



รูปที่ 8

จากรูปที่ 8 **นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ที่วงกลม C_1**

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

.....ค่า h_1 เปลี่ยนไปตามระยะแกน X ค่า k และ r คงที่.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส A

จุดสัมผัสแกน X คือ $(h_1, 0..)$

สำรวจจุดสัมผัสแกน X ของวงกลม C_1 เมื่อเคลื่อนที่จุด C พบว่า

.....จุดสัมผัสเคลื่อนที่ไปตามแนวแกน X

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ที่วงกลม C_2

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่ จุด D

สำรวจค่า h_2, k_2, r_2 ของวงกลม C_2 พบว่า

.....ค่า h_2 เปลี่ยนไปตามระยะแกน X ค่า k และ r คงที่.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส B

จุดสัมผัสแกน X คือ $(h_2, 0..)$

สำรวจจุดสัมผัสแกน X ของวงกลม C_2 เมื่อเคลื่อนที่จุด D พบว่า

.....จุดสัมผัสเคลื่อนที่ไปตามแนวแกน X.....

ดังนั้นวงกลมที่สัมผัสแกน X จะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า k และ r คือ.....

$$.....r = |k|.....$$

สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน X มีสมการของวงกลมคือ

$$.....(x-h)^2 + (y-r)^2 = r^2, r = |k|.....$$

5. สำรวจวงกลมที่สัมผัสแกน Y จากแฟ้มคำสั่ง 2.5b

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h,k)$ และรัศมีเท่ากับ r หน่วย

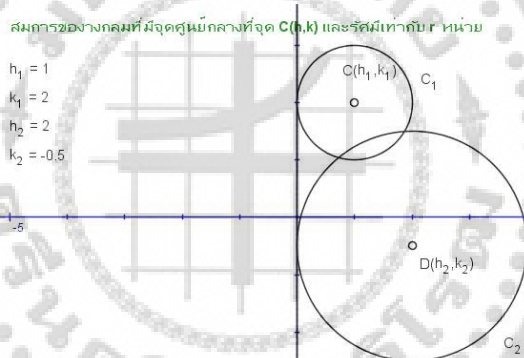
$$h_1 = 1$$

$$k_1 = 2$$

$$h_2 = 2$$

$$k_2 = -0.5$$

-5



รูปที่ 9

จากรูปที่ 9 นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ที่วงกลม C_1

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

.....ค่า k_1 เปลี่ยนไปตามระยะแกน Y ค่า h และ r คงที่.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส A

จุดสัมผัสแกน Y คือ $(..0..,k_1)$

สำรวจจุดสัมผัสแกน Y ของวงกลม C_1 เมื่อเคลื่อนที่จุด C พบว่า

.....จุดสัมผัสเคลื่อนที่ไปตามระยะในแนวแกน Y.....

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ที่วงกลม C_2

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด D

สำรวจค่า h_2, k_2, r_2 ของวงกลม C_2 พบว่า

.....ค่า k_2 เปลี่ยนไปตามระยะแกน Y ค่า h และ r คงที่.....

นักเรียนสร้างจุดสัมผัส B

จุดสัมผัสแกน Y คือ $(0, k_2)$

สำรวจจุดสัมผัสแกน Y ของวงกลม C_2 เมื่อเคลื่อนจุด D พบว่า

.....จุดสัมผัสเคลื่อนที่ไปตามระยะในแนวแกน Y.....

ดังนั้นวงกลมที่สัมผัสแกน Y จะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า K และ r คือ.....

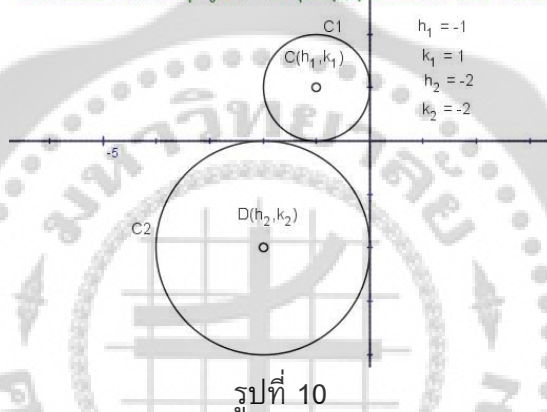
..... $|h| = r$

สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน Y คือ

..... $(x - r)^2 + (y - k)^2 = r^2, r = |h|$

6. สำรวจวงกลมที่สัมผัสแกน X และ แกน Y จากเพิ่มคำสั่ง 2.5c

สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h,k)$ และรัศมีเท่ากับ r หน่วย



จากรูปที่ 10 นักเรียนสร้างรัศมี r_1 ของวงกลม C_1

ลักษณะของกราฟเมื่อเคลื่อนที่จุด C

สำรวจค่า h_1, k_1, r_1 ของวงกลม C_1 พบว่า

..... $|h| = |k|$ ค่า h คงที่ แต่ k เปลี่ยนแปลง

สร้างจุดสัมผัส E บนแกน X คือ..... $(h_1, 0)$

สร้างจุดสัมผัส F บนแกน Y คือ..... $(0, k_1)$

สำรวจจุดสัมผัส E และจุด F ของวงกลม C_1 พบว่า

.....จุดสัมผัส E อยู่บนแกน X และจุดสัมผัส F อยู่บนแกน Y.....

นักเรียนสร้างรัศมี r_2 ของวงกลม C_2

ลักษณะของกราฟ เมื่อเคลื่อนที่จุด D

สำรวจค่า h_2, k_2, r_2 ของวงกลม C_2 พบว่า

..... $|h| = |k|$ ค่า h คงที่ แต่ k เปลี่ยนแปลง.....

สร้างจุดสัมผัส G บนแกน X คือ..... $(h_2, 0)$

สร้างจุดสัมผัส H บนแกน Y คือ..... $(0, k_2)$

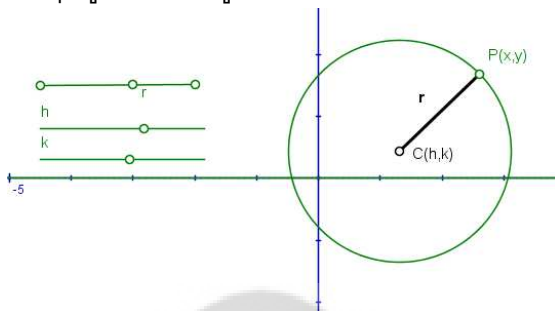
สำรวจจุดสัมผัส G และ H ของวงกลม C_2 พบว่า

.....จุดสัมผัส G อยู่บนแกน X และจุดสัมผัส H อยู่บนแกน Y

สรุปได้ว่าวงกลมที่สัมผัสแกน X และ แกน Y ได้สมการของวงกลมคือ

..... $(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2, r = |h| = |k|$

7. สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) จากแฟ้มคำสั่ง 2.5



รูปที่ 11

จากรูปที่ 11 สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....วงกลมจะเคลื่อนที่ไปตามแนวแกน X

สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....วงกลมจะเคลื่อนที่ไปตามแนวแกน Y

สักรวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) ผลที่ได้วงกลมจะเป็นอย่างไร

.....วงกลมจะมีขนาดใหญ่หรือขนาดเล็ก.....

จุด (h, k) เรียกว่า.....จุดศูนย์กลาง.....

r เรียกว่า.....รัศมีของวงกลม.....

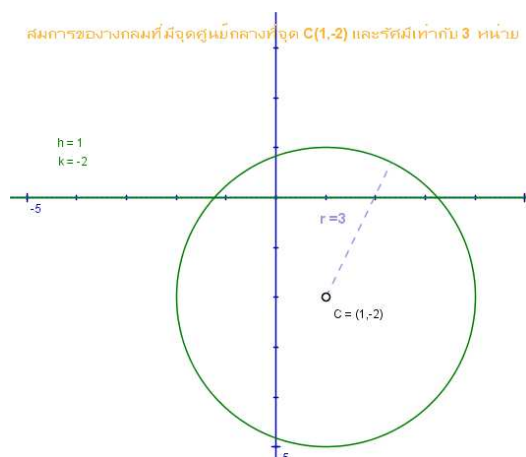
ดังนั้น สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน คือ.....

8. สักรกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 0)$ หรือ จุด (h, k)

สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน	
1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$
2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

ตอนที่ 6 ตัวอย่างสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k)

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(1, -2)$ และมีรัศมี 3 หน่วย



รูปที่ 12

จากรูปที่ 12 นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.6 ให้เขียนสมการของวงกลมที่ถูกต้องลงในแฟ้มคำสั่ง

วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ ... $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$..

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = ..(1, -2)...$ ซึ่ง $h = ..1.....$, $k = ...-2...$ และ $r = ...3....$

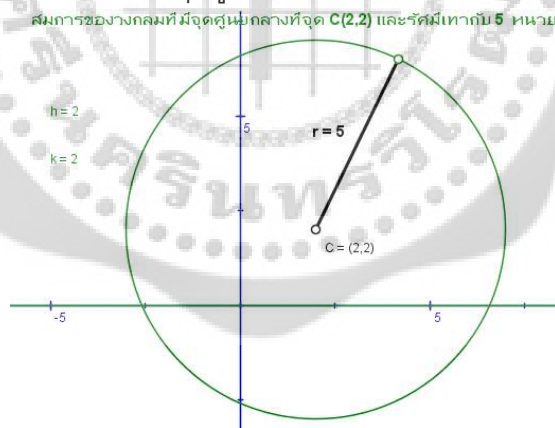
จะได้ สมการวงกลม $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

กระจายได้ $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 - 9 = 0$

รูปทั่วไปคือ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 2)$ และมีรัศมี 5 หน่วย



รูปที่ 13

จากรูปที่ 13 นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.7 ให้เขียนสมการของวงกลมที่ถูกต้องลงในแฟ้มคำสั่ง

วิธีทำ สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) รัศมี r หน่วย คือ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

จากโจทย์ จะได้ $(h, k) = ..(2, 2)$ ซึ่ง $h = ...2....$, $k = ..2..$ และ $r =5.....$

จะได้ สมการวงกลม $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 25$

กระจายได้ $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 - 25 = 0$

รูปทั่วไปคือ $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$

ดังนั้น สมการวงกลมที่ต้องการคือ $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 17 = 0$

ตอนที่ 7 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

1. จงเขียนสมการวงกลมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (2, -1) และรัศมียาว 2 หน่วย

$$\dots\dots (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4 \dots\dots\dots$$

1.2 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (2, 3) และรัศมียาว 3 หน่วย

$$\dots\dots (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9 \dots\dots\dots$$

1.3 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (1, -5) และผ่านจุด (-2, -6)

$$\dots\dots (x-1)^2 + (y+5)^2 = 10 \dots\dots\dots$$

1.4 จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือ (-1, 3) และ (7, -5)

$$\text{จุดแบ่งครึ่งคือ } \left(\frac{-1+7}{2}, \frac{3+(-5)}{2} \right) = (3, -1)$$

ระยะห่างระหว่างจุด (-1, 3) กับ (3, -1)

$$\text{จะได้ } \sqrt{(-1-3)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

ดังนั้นสมการวงกลมคือ $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 32$

1.5 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (1, -5) และเส้นรอบวงยาว 8π หน่วย

จากเส้นรอบวงเท่ากับ $2\pi r$

เนื่องจากเส้นรอบวงยาว 8π หน่วย ดังนั้น $2\pi r = 8\pi$

$$r = 4$$

ดังนั้นสมการของวงกลมคือ $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 16$

1.6 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-1, 5) และสัมผัสแกน X

วงกลมสัมผัสแกน X ที่จุด (-1, 0)

แสดงว่าจะได้รัศมีวงกลมคือ 5 หน่วย

$$\text{สมการของวงกลมคือ } (x+1)^2 + (y-5)^2 = 25$$

1.7 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-2, 3) และผ่านจุด (4, 2)

ระยะห่างระหว่างจุด (-2, 3) กับ (4, 2)

$$\text{จะได้ } \sqrt{(-2-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

สมการของวงกลมคือ $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 37$

1.8 จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (-4, 2) และรัศมียาว 3 หน่วย

$$(x+4)^2 + (y-2)^2 = 9$$

2. จงหาจุดศูนย์กลาง และรัศมีของสมการวงกลมต่อไปนี้

$$2.1 (x+7)^2 + (y-6)^2 = 25$$

จุดศูนย์กลาง คือ (-7, 6) รัศมี 5 หน่วย

$$2.2 (x+1)^2 + (y+3)^2 = 45$$

จุดศูนย์กลาง คือ (-1, -3) รัศมี $\sqrt{45}$ หน่วย

$$2.3 (x-5)^2 + y^2 = 16$$

จุดศูนย์กลาง คือ (5, 0) รัศมี 4 หน่วย

2.4 $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$

จุดศูนย์กลาง คือ $(-2, 3)$ รัศมี 3 หน่วย

2.5 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$

จุดศูนย์กลาง คือ $(1, -2)$ รัศมี $\sqrt{3}$ หน่วย

2.6 $x^2 + (y + 1)^2 = 1$

จุดศูนย์กลาง คือ $(0, -1)$ รัศมี 1 หน่วย

3. จงจัดรูปสมการวงกลมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป

3.1 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

3.2 $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 9$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 4y + 4 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 20 = 0$$

3.3 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 - 16 = 0$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 16 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$$

3.4 $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 16$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1 - 16 = 0$$

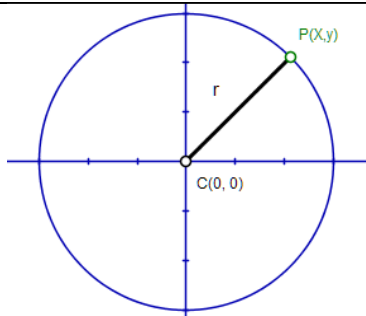
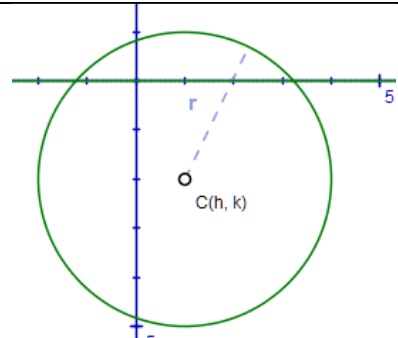
$$x^2 + y^2 - 10x + 2y + 10 = 0$$

ตอนที่ 8 สรุปความรู้ที่ได้จากชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

8.1 บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตั้งเรียงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัวที่ตั้งเรียงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า จุดศูนย์กลาง (center) ของวงกลม และระยะทางคงตัวเรียกว่า รัศมี (radius) ของวงกลม

8.2 รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมียาว r หน่วย	สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย
	
สมการวงกลม คือ $x^2 + y^2 = r^2$	สมการวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2.3 เรื่อง รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

ตอนที่ 1 สํารวจสมการวงกลมรูปแบบทั่วไป

1. สํารวจสมการวงกลมรูปแบบทั่วไป

$$\text{พิจารณาสมการ } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\text{กระจายได้ในรูป } x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

$$\text{เมื่อ } D = -2h, E = -2k, F = h^2 + k^2 - r^2$$

$$\text{จะได้สมการวงกลมในรูป } x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

เรียกสมการวงกลมในรูปนี้ว่า สมการทั่วไปในรูปวงกลม

ดังนั้น ความสัมพันธ์ของรูปวงกลม คือ $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0\}$

2. การหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมรูปแบบทั่วไป

สมการซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ

$$\dots\dots\dots (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{จากสมการ } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

จะได้รูปทั่วไปเมื่อกระจายแล้วคือ

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

เนื่องจาก h, k, r เป็นค่าคงตัว

กำหนดให้ $D = -2h, E = -2k, F = h^2 + k^2 - r^2$ เมื่อ D, E, F เป็นค่าคงตัว

ดังนั้นจะได้สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

$$\text{จาก } -2h = D \text{ จะได้ } h = \frac{-D}{2}$$

$$\text{และ } -2k = E \text{ จะได้ } k = \frac{-E}{2}$$

จะได้จุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) คือ $\left(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2}\right)$

และจาก $F = h^2 + k^2 - r^2$ จะได้ $r^2 = h^2 + k^2 - F$

$$\text{จาก } r^2 = \left(\frac{-D}{2}\right)^2 + \left(\frac{-E}{2}\right)^2 - F \text{ (แทนค่า } h \text{ และ } k)$$

$$r^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - F$$

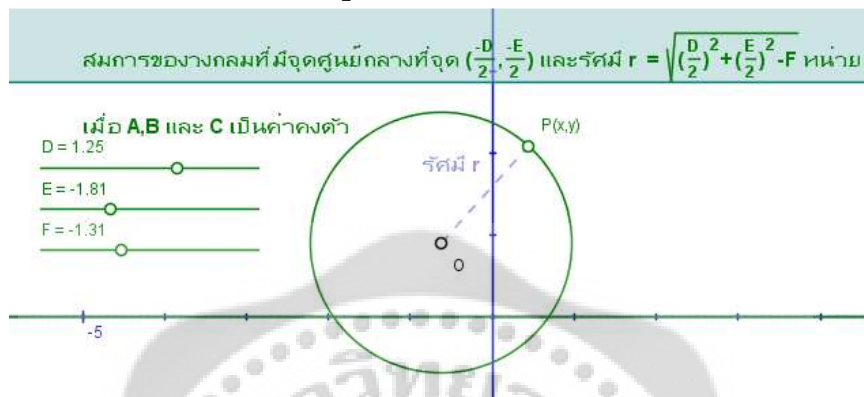
$$\text{ดังนั้น } r = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - F}$$

นั่นคือ สมการวงกลมที่อยู่ในรูป สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$ และมีรัศมี $r = \sqrt{(\frac{D}{2})^2 + (\frac{E}{2})^2 - F}$

หน่วย หรือ $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

ตอนที่ 2 พิจารณาจากกราฟวงกลมในรูปแบบทั่วไป แฟ้มคำสั่งที่ 2.8



รูปที่ 1

จากรูปที่ 1 รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม

สมการวงกลมที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$

) และมีรัศมี $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$ หน่วย หรือ $r = \sqrt{(\frac{D}{2})^2 + (\frac{E}{2})^2 - F}$

- เลื่อนจุด D ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....เลื่อนไปทางขวา รัศมีมากขึ้น.....
- เลื่อนจุด D ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....เลื่อนไปทางซ้าย รัศมีมากขึ้น.....
- เลื่อนจุด E ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....เลื่อนขึ้นบน รัศมีมากขึ้น.....
- เลื่อนจุด E ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....เลื่อนลงล่าง รัศมีมากขึ้น.....
- เลื่อนจุด F ไปทางซ้าย วงกลมมีลักษณะ.....จุดศูนย์กลางคงที่ รัศมีมากขึ้น.....
- เลื่อนจุด F ไปทางขวา วงกลมมีลักษณะ.....จุดศูนย์กลางคงที่ รัศมีลดลง.....

ตอนที่ 3 ตัวอย่างสมการของวงกลมรูปแบบทั่วไป

นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.9

ตัวอย่างที่ 5 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

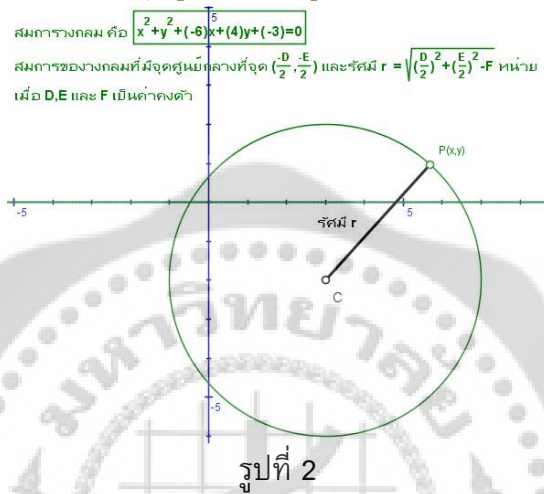
วิธีทำ จากสมการ $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ ซึ่ง $D = \dots -6, E = \dots 4$ และ $F = \dots -3$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}) = (-\frac{-6}{2}, -\frac{4}{2}) = \dots (3, -2)$

และรัศมี $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + 4^2 - 4(-3)}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \sqrt{36+16-12} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{64} \\
 &= \frac{1}{2} (8) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ ... (3, -2)... และรัศมียาว ... 4... หน่วย



นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.10

ตัวอย่างที่ 6 จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 3 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 3 = 0$

นำ 2 มาหารตลอด จะได้ $x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y + \frac{3}{2} = 0$

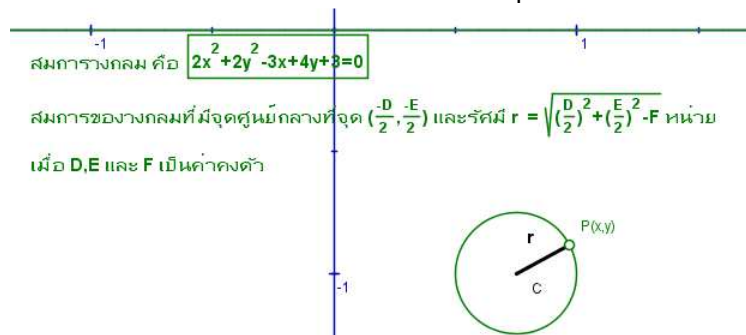
ซึ่ง $D = \dots \frac{-3}{2} \dots$, $E = \dots 2 \dots$ และ $F = \frac{3}{2}$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}) = (\frac{-(-\frac{3}{2})}{2}, \frac{-2}{2}) = \dots (\frac{3}{4}, -1) \dots$

และรัศมี $r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \sqrt{(\frac{-3}{2})^2 + 2^2 - 4(\frac{3}{2})} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{4} + 4 - 6} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{4} - 2} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} (\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น กราฟของวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(\frac{3}{4}, -1)$ และรัศมียาว $\frac{1}{4}$ หน่วย



รูปที่ 3

ตอนที่ 4 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับรูปแบบทั่วไปของวงกลม

1. จงจัดรูปสมการวงกลมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

1.1 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$

$$x^2 - 2x + y^2 + 6y - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 - 6 - 1 - 9 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 - 16 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$$

1.2 $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 25 = 0$

$$x^2 + 10x + y^2 - 6y + 25 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 + y^2 - 6y + 9 + 25 - 25 - 9 = 0$$

$$(x+5)^2 + (y-3)^2 - 9 = 0$$

$$(x+5)^2 + (y-3)^2 = 9$$

1.3 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$

$$x^2 + 2x + y^2 + 2y - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 - 2 - 1 - 1 = 0$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 - 4 = 0$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$$

1.4 $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$

$$x^2 - 6x + y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 - 12 - 9 - 4 = 0$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$$

2. จงพิจารณาสมการต่อไปนี้ว่าเป็นกราฟอะไร เส้นตรง วงกลม จุด หรือวาดไม่ได้

$$2.1 \quad x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 6y = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 - 6 - 1 - 9 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$$

$$2.2 \quad x^2 + y^2 + 4x - 6y + 17 = 0$$

$$x^2 + 4x + y^2 - 6y + 17 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 + 17 - 4 - 9 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = -4$$

วาดกราฟไม่ได้

$$2.3 \quad x^2 + y^2 - 10x + 2y + 26 = 0$$

$$x^2 - 10x + y^2 + 2y + 26 = 0$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 + 2y + 1 + 26 - 25 - 1 = 0$$

$$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 0$$

จุด (5, -1)

$$2.4 \quad x^2 = y^2$$

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$(x-y)(x+y) = 0$$

จะได้ $x=y$ หรือ $x=-y$ กราฟเส้นตรง

3. จงหาสมการวงกลม จากเงื่อนไขที่กำหนดให้

3.1 รัศมี 3 หน่วย และสัมผัสกับแกน Y ที่จุด (0, 2)
 จะได้ว่า มีวงกลมสองวงที่ตรงเงื่อนไขคือวงกลมที่มี
 จุดศูนย์กลาง $C_1(3,2)$ และวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $C_2(-3,2)$
 สมการวงกลมทั้งสองคือ

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$$

3.2 วงกลมผ่านจุด (1, 0) , (0, -6) , (3, 4)

จากรูปแบบทั่วไป $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

ผ่านจุด (1, 0) $1^2 + 0^2 + a + c = 0$ สมการ 1

$$a + c = -1$$

ผ่านจุด (0, -6) $0 + (-6)^2 + (-6)b + c = 0$ สมการ 2

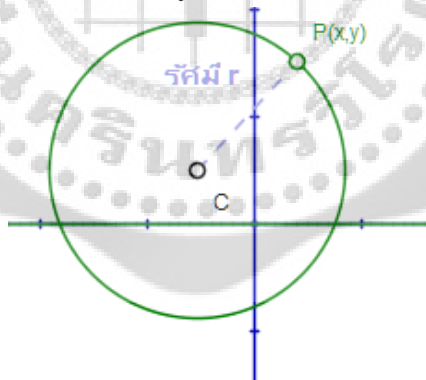
$$-6b + c = -36$$

ผ่านจุด (3, 4)	$3^2 + 4^2 + 3a + 4b + c = 0$	สมการ 3
	$3a + 4b + c = -25$	
นำสมการ 1 – สมการ 2 จะได้	$a + 6b = 35$	สมการ 4
นำสมการ 2 – สมการ 3 จะได้	$-3a - 10b = -11$	สมการ 5
นำสมการ 3 x สมการ 4	$3a + 18b = 105$	สมการ 6
นำสมการ 5 + สมการ 6	$8b = 94$	
	$b = \frac{47}{4}$	
นำ b แทนใน 2 จะได้	$c = \frac{69}{2}$	
นำ c แทนใน 1 จะได้	$a = \frac{-71}{2}$	
ดังนั้นสมการของวงกลมคือ	$x^2 + y^2 - \frac{71}{2}x + \frac{47}{4}y + \frac{69}{2} = 0$	
	$4x^2 + 4y^2 - 142x + 47y + 138 = 0$	

ตอนที่ 5 สรุปบทเรียนที่ได้จากการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



รูปแบบทั่วไปของสมการวงกลม คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

จุดศูนย์กลาง คือ $(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2})$

รัศมี คือ $\sqrt{(\frac{D}{2})^2 + (\frac{E}{2})^2 - F}$ หรือ $\frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$

ใบกิจกรรมที่ 2.4 เรื่อง การหาสมการของเส้นสัมผัสวงกลม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสเมื่อทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส
2. นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นสัมผัสเมื่อทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

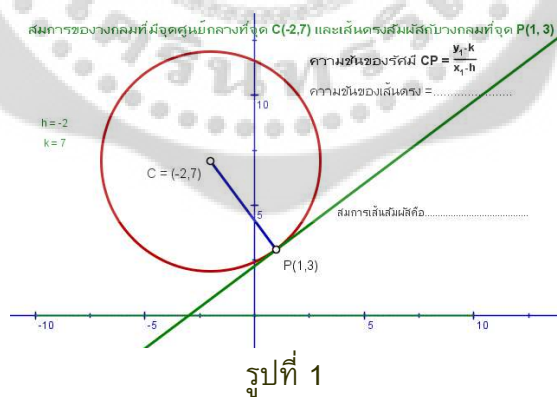
ตอนที่ 1 สืบรวจเกี่ยวกับสมการเส้นสัมผัสของวงกลม

สมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

1. ความชันของ CP = $m = \frac{y_1 - k}{x_1 - h}$
2. จะได้ความชันของเส้นตรง L = $-\frac{1}{m}$ [$\because m \left(-\frac{1}{m}\right) = -1$]
3. จะได้สมการเส้นสัมผัส L คือ $y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $C(-2, 7)$ โดยสัมผัสที่จุด $P(1, 3)$



นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.11

วิธีทำ จากโจทย์ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $C(-2, 7)$ และเส้นตรงสัมผัสกับวงกลมที่จุด $P(1, 3)$

$$\text{จะได้ ความชันของรัศมี CP} = \frac{3-7}{1+2} = -\frac{4}{3} \quad \therefore \text{ความชันของเส้นสัมผัส} = \frac{3}{4}$$

$$\text{จากสมการเส้นสัมผัส } y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1) \text{ ซึ่ง } x_1 = 1, y_1 = 3 \text{ และ } -\frac{1}{m} = \frac{3}{4}$$

$$\text{จะได้สมการเส้นสัมผัสคือ } y - 3 = \frac{3}{4}(x - 1)$$

$$4y - 12 = 3x - 3$$

$$3x - 4y + 9 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $3x - 4y + 9 = 0$

กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตามวิธี
ดังนี้

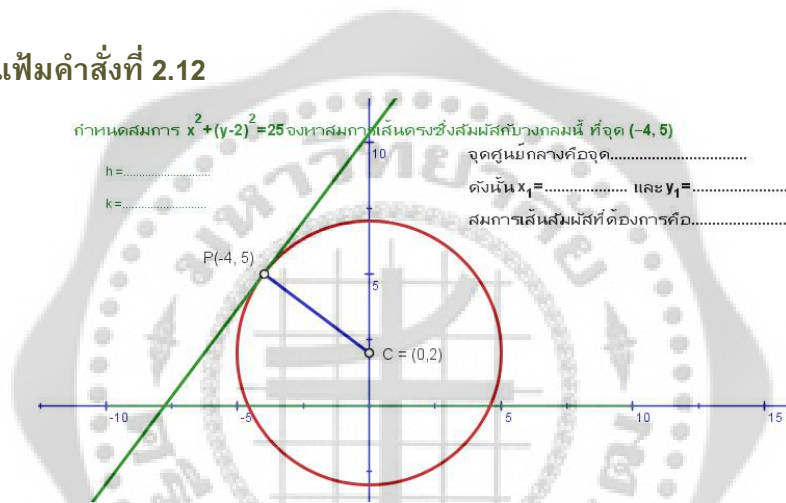
1. จัดสมการให้อยู่ในรูป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ และเส้นตรง L สัมผัสวงกลมที่จุด

$P(x_1, y_1)$

2. จะได้สมการเส้นตรง L คือ $(x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดสมการ $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ จงหาสมการเส้นตรงซึ่งสัมผัสกับวงกลมนี้ ที่จุด $(-4, 5)$

นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งที่ 2.12



วิธีทำ จากโจทย์สมการวงกลม $x^2 + (y - 2)^2 = 25$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, 2)$
และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(-4, 5)$ จะได้ $h = 0, k = 2, x_1 = -4, y_1 = 5$ และ $r^2 = 25$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) &= r^2 \\ \text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (-4 - 0)(x - 0) + (5 - 2)(y - 2) &= 25 \\ -4x + 3y - 6 &= 25 \\ 4x - 3y + 31 &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $4x - 3y + 31 = 0$

ตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

1. จงหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมเมื่อกำหนดจุดสัมผัส

1.1 $x^2 + (y + 1)^2 = 16$ จุดสัมผัส $(1, 3)$

จากโจทย์สมการวงกลม $x^2 + (y + 1)^2 = 16$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0, -1)$

และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(1, 3)$ จะได้ $h = 0, k = -1, x_1 = 1, y_1 = 3$ และ $r^2 = 16$

$$\text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

$$\text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (1 - 0)(x - 0) + (3 - (-1))(y - (-1)) = 16$$

$$x + 4y + 4 - 16 = 0$$

$$x + 4y - 12 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $x + 4y - 12 = 0$

$$1.2 (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9 \text{ จุดสัมผัส } (1, -2)$$

จากโจทย์สมการวงกลม $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(3, -4)$

และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(1, -2)$ จะได้ $h = 3, k = -4, x_1 = 1, y_1 = -2$ และ $r^2 = 9$

$$\text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

$$\text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (1 - 3)(x - 3) + (-2 - (-4))(y - (-4)) = 9$$

$$-2x + 2y + 6 + 8 - 9 = 0$$

$$-2x + 2y + 5 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $-2x + 2y + 5 = 0$

$$1.3 (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10 \text{ จุดสัมผัส } (3, 4)$$

จากโจทย์สมการวงกลม $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(4, 1)$

และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(3, 4)$ จะได้ $h = 4, k = 1, x_1 = 3, y_1 = 4$ และ $r^2 = 10$

$$\text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

$$\text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (3 - 4)(x - 4) + (4 - 1)(y - 1) = 10$$

$$-x + 3y + 4 - 3 - 10 = 0$$

$$-x + 3y - 9 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $-x + 3y - 9 = 0$

$$1.4 x^2 + y^2 + 6x + 4y - 19 = 0 \text{ จุดสัมผัส } (1, 2)$$

จากโจทย์สมการวงกลม $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 19 = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-3, -2)$

และจุดสัมผัสอยู่ที่ $(1, 2)$ จะได้ $h = -3, k = -2, x_1 = 1, y_1 = 2$ และ $r^2 = 32$

$$\text{จากสมการเส้นสัมผัส } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

$$\text{จะได้สมการเส้นสัมผัส } (1 - (-3))(x - (-3)) + (2 - (-2))(y - (-2)) = 32$$

$$4x + 4y + 12 + 8 - 32 = 0$$

$$4x + 4y - 12 = 0$$

$$x + y - 3 = 0$$

ดังนั้น สมการเส้นสัมผัสที่ต้องการ คือ $x + y - 3 = 0$

ตอนที่ 3 สรุปทฤษฎีที่ได้จากการเรียนชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

การหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

กรณีที่ 1 ทราบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดสัมผัส เราสามารถหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมได้ดังนี้

$$1. \text{ ความชันของ } CP = m = \frac{y_1 - k}{x_1 - h}$$

$$2. \text{ จะได้ความชันของเส้นตรง } L = -\frac{1}{m} \quad [\because m \left(-\frac{1}{m} \right) = -1]$$

$$3. \text{ จะได้สมการเส้นสัมผัส } L \text{ คือ } y - y_1 = -\frac{1}{m}(x - x_1)$$

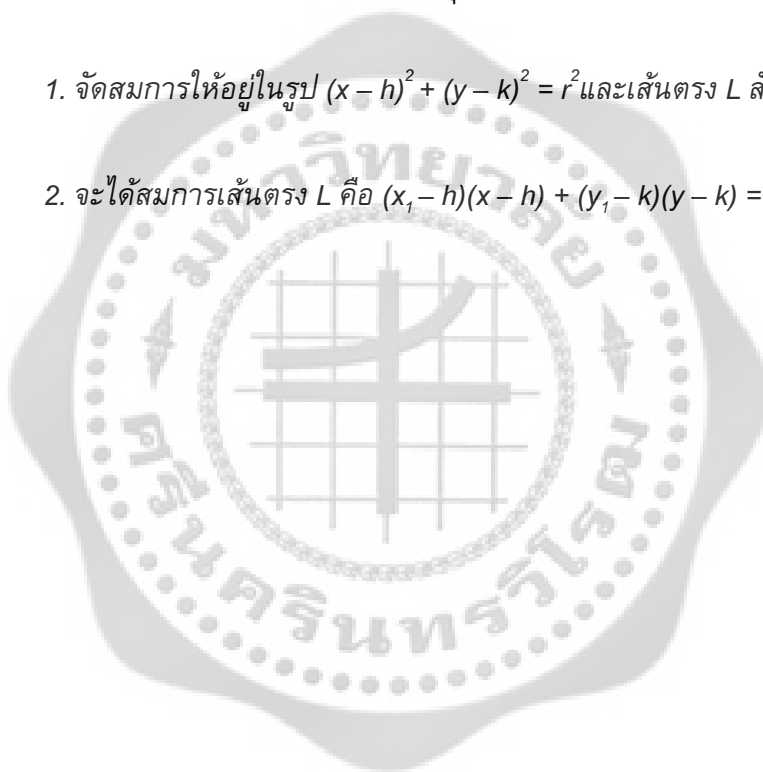
กรณีที่ 2 ทราบสมการของวงกลม และจุดสัมผัส สามารถหาสมการเส้นสัมผัสได้ตาม

วิธีดังนี้

$$1. \text{ จัดสมการให้อยู่ในรูป } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \text{ และเส้นตรง } L \text{ สัมผัสวงกลมที่จุด}$$

$P(x_1, y_1)$

$$2. \text{ จะได้สมการเส้นตรง } L \text{ คือ } (x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$



เฉลยแบบทดสอบย่อย ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมและวงรี
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด(10 คะแนน)

1. จงหาสมการของวงกลมที่มีจุด $(-2, -2)$ เป็นจุดศูนย์กลาง และวงกลมผ่านจุดที่เส้นตรง $3x - 4y - 12 = 0$ ตัดแกน y พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ $(-2, -2)$ ดังนั้น $h = -2, k = -2$

หาจุดที่เส้นตรง $3x - 4y - 12 = 0$ ตัดแกน y

โดยแทนที่ $x = 0$ จะได้ $3(0) - 4y - 12 = 0$

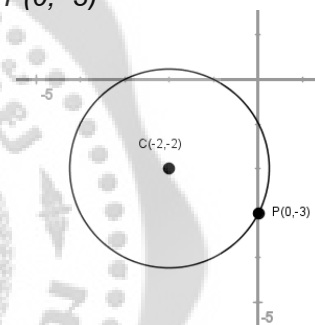
$$y = -3$$

จะได้จุดตัดแกน Y ของเส้นตรงดังกล่าวคือ $(0, -3)$

ต่อไป หารัศมีซึ่งหาได้จากระยะห่างระหว่างจุด $C(-2, -2)$ กับจุด $P(0, -3)$

$$\begin{aligned} r &= |CP| \\ &= \sqrt{(-2-0)^2 + (-2-(-3))^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + 1} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

สมการของวงกลม คือ $(x+2)^2 + (y+2)^2 = (\sqrt{5})^2$
 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 5$



2. จงหาสมการของวงรี ที่มีจุดยอด $A(1, 7)$ และ $B(1, -3)$ โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $F_1(1, -1)$ พร้อมทั้งหาโฟกัสอีกจุดหนึ่ง ความยาวของแกนเอกและแกนโท จุดปลายของแกนโท ความยาวของลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลาง และเขียนกราฟของวงรีแสดงคำตอบ

วิธีทำ จากจุดยอด $A(1, 7)$ และ $B(1, -3)$ จะได้ $h = 1$

$$\text{ซึ่งทำให้ได้ว่า } k+a = 7 \quad \dots(1)$$

$$k-a = -3 \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2) \quad 2a = 10$$

$$a = 5$$

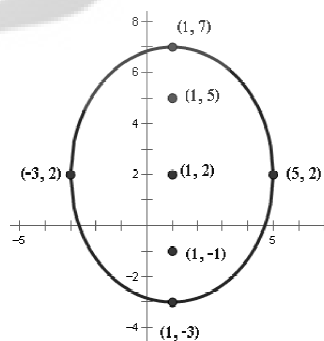
นำ $a = 5$ แทนใน (1) จะได้ว่า $k = 2$

จุดศูนย์กลางของวงรีคือ $(1, 2)$

จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $F_1(1, -1)$ ดังนั้นจะได้ว่า $k-c = -1$

$$2-c = -1$$

$$c = 3$$



จาก $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$ ดังนั้น $b = 4$

สมการของวงรี คือ $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

โฟกัสอีกจุดหนึ่งคือ $(1, 5)$ ความยาวแกนเอก = $2(5) = 10$ หน่วย

ความยาวแกนโท = $2(4) = 8$ หน่วย

จุดปลายแกนโท คือ $(5, 2)$ และ $(-3, 2)$

ความยาวของลาตัสเรกตัม = $\frac{2(16)}{5} = \frac{32}{5}$ หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ $\frac{3}{5}$



เฉลยแบบทดสอบย่อย ชุดที่ 2 เรื่อง พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด(10 คะแนน)

1. กำหนดให้ พาราโบลาที่มีสมการเป็น $9y^2 - 72x + 6y + 361 = 0$ จงหาจุดยอด โฟกัส สมการเส้นไตเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา ความยาวของลาตัสเรกตัม พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จากสมการพาราโบลา จะได้ว่า

$$9y^2 - 72x + 6y + 361 = 0$$

$$9y^2 + 6y = 72x - 361$$

$$9\left(y^2 + \frac{6}{9}y + \frac{1}{9}\right) = 72x - 361 + 1$$

$$9\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 72x - 360$$

$$9\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 72(x - 5)$$

$$\left(y + \frac{1}{3}\right)^2 = 4(18)(x - 5)$$

ดังนั้น $h = 5$ $k = -\frac{1}{3}$ $c = 2$ จุดยอดคือ $\left(5, -\frac{1}{3}\right)$

จุดโฟกัส คือ $\left(7, -\frac{1}{3}\right)$

สมการเส้นไตเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง $x = 3$ แกนของพาราโบลาขนานกับแกน X

อยู่บนเส้นตรง $y = -\frac{1}{3}$ ความยาวลาตัสเรกตัม คือ $|4 \times 2| = 8$ หน่วย

2. กำหนดให้ ไฮเพอร์โบลามีสมการเป็น $16x^2 - 9y^2 - 64x + 18y - 89 = 0$ จงหาจุด ศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส จุดปลายแกนสังยุค สมการเส้นกำกับ ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้อง ศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จากสมการไฮเพอร์โบลามีสมการเป็น

$$16x^2 - 9y^2 - 64x + 18y - 89 = 0$$

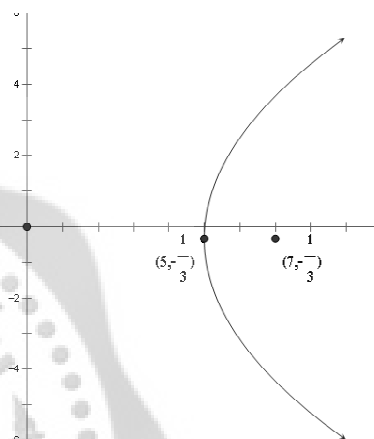
$$16x^2 - 64x - 9y^2 + 18y = 89$$

$$16(x^2 - 4x) - 9(y^2 - 2y) = 89$$

$$16(x^2 - 4x + 4) - 9(y^2 - 2y + 1) = 89 + 4 - 9$$

$$16(x - 2)^2 - 9(y - 1)^2 = 144$$

$$\frac{(x - 2)^2}{9} - \frac{(y - 1)^2}{16} = 1$$



จุดศูนย์กลางคือ $(2,1)$ ดังนั้น $h=2$ $k=1$

$a^2 = 9$ จะได้ $a = 3$ และ $b^2 = 16$ จะได้ $b = 4$

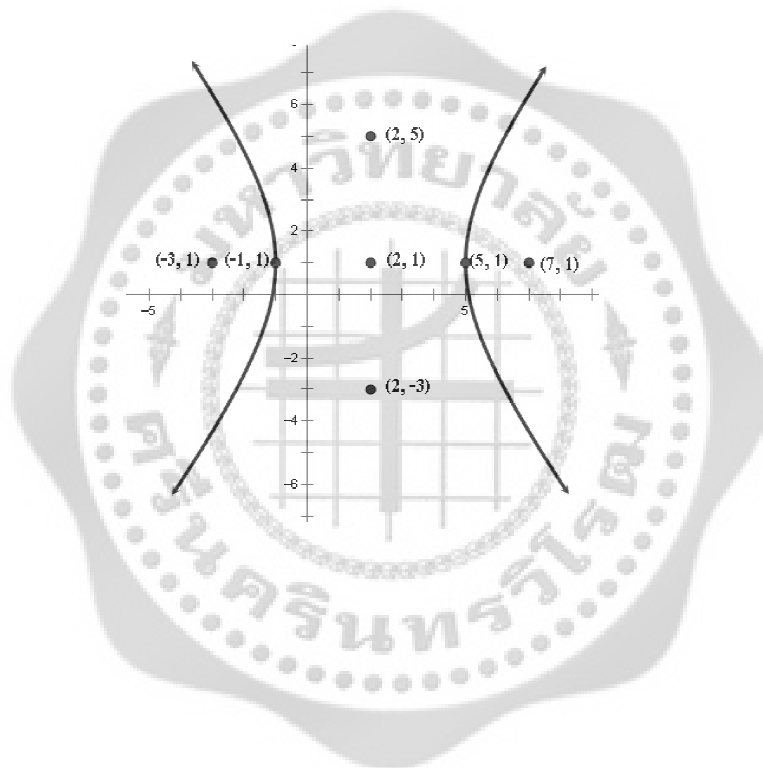
จาก $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$ ดังนั้น $c = 5$

จุดยอดคือ $(5, 3)$ และ $(-1, 1)$ จุดโฟกัสคือ $(7, 1)$ และ $(-3, 1)$

จุดปลายแกนสังยุค $(2,5)$ และ $(2,-3)$

สมการเส้นกำกับ คือ $y - 1 = \pm \frac{4}{3}(x - 2)$ ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ $\frac{2(16)}{3} = \frac{32}{3}$ หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ $\frac{5}{3}$



**เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

ตอนที่ 1 แบบปรนัย

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (ค) | 2. (ง) | 3. (ก) | 4. (ก) | 5. (ข) |
| 6. (ก) | 7. (ข) | 8. (ก) | 9. (ข) | 10. (ง) |
| 11. (ค) | 12. (ค) | 13. (ค) | 14. (ง) | 15. (ก) |
| 16. (ก) | 17. (ข) | 18. (ค) | 19. (ข) | 20. (ข) |

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

21. ให้นักเรียนเขียนบทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา

ตอบ วงกลม คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัวที่ตรึงอยู่กับที่นี้ เรียกว่า จุดศูนย์กลาง (center) ของวงกลม และระยะทางคงตัว เรียกว่า รัศมี (radius) ของวงกลม

วงรี คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัวและค่าคงตัวนี้มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุดสองจุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า โฟกัส (focus) ของวงรี

พาราโบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุด F ที่ตรึงอยู่กับที่จุดหนึ่งและเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่เส้นหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน จุดที่ตรึงอยู่กับที่นั้น เรียกว่า โฟกัส และเส้นตรงที่ตรึงอยู่กับที่นั้นเรียกว่า เส้นบังคับหรือไดเรกตริกซ์ (directrix) ของพาราโบลา

ไฮเพอร์โบลา คือ เซตของจุดทั้งหมดในระนาบซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ ไปยังจุด F_1 และ F_2 ที่ตรึงอยู่กับที่มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวน้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ที่ตรึงอยู่กับที่ทั้งสอง จุด F_1 และ F_2 ดังกล่าวนี เรียกว่า โฟกัส ของไฮเพอร์โบลา

22. จงหาสมการของวงกลมในรูปแบบทั่วไป เมื่อกำหนดให้ จุด(1, 4) กับจุด (-3, 1) เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ กำหนดให้ จุด $A(1, 4)$ กับจุด $B(-3, 1)$ เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้นคือจะได้ว่า จากสมการวงกลมรูปแบบมาตรฐานจะได้ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

ระยะห่างระหว่างสองจุดคือ $\sqrt{(1-(-3))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

ดังนั้น $r = \frac{5}{2}$

พิจารณาสมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน

จุดศูนย์กลางคือ จุดกึ่งกลางระหว่างจุด A กับจุด B เท่ากับ $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

$$= \left(\frac{1+(-3)}{2}, \frac{4+1}{2} \right) = \left(-1, \frac{5}{2} \right)$$

เพราะฉะนั้น สมการวงกลม คือ $(x+1)^2 + (y-\frac{5}{2})^2 = (\frac{5}{2})^2$

23. กำหนดให้ จุด $F_1(-4, 2)$ และ $F_2(6, 2)$ เป็นจุดโฟกัส และกราฟผ่านจุด $P(4, 6)$ จงหาสมการวงรี จุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดปลายแกนโท ความยาวของแกนเอกและแกนโท ลาดัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ กำหนดให้ จุด $F_1(-4, 2)$ และ $F_2(6, 2)$ เป็นจุดโฟกัส นั่นคือ $k=2$

จะได้ว่า แกนเอกขนานกับแกน X อยู่บนเส้นตรง $y = 2$

ดังนั้น $h - c = -4 \quad \dots(1)$

$$h + c = 6 \quad \dots(2)$$

นำ (1) + (2) $2h = 2$

$$h = 1$$

แทนค่า $h = 1$ ใน (1) จะได้ $c = 5$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(1, 2)$

เนื่องจากกราฟวงรี ผ่านจุด $P(4, 6)$

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงรีคือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{(4-1)^2}{a^2} + \frac{(6-2)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{9}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

จาก $b^2 = a^2 - c^2$ จะได้ $b^2 = a^2 - 25$ นำค่านี้แทนสมการด้านบนจะได้ว่า

$$\frac{9}{a^2} + \frac{16}{a^2 - 25} = 1$$

$$9(a^2 - 25) + 16a^2 = a^2(a^2 - 25)$$

$$9a^2 - 225 + 16a^2 = a^4 - 25a^2$$

$$25a^2 - 225 = a^4 - 25a^2$$

$$a^4 - 25a^2 - 25a^2 - 225 = 0$$

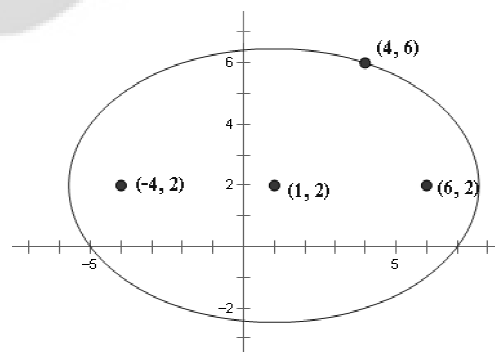
$$a^4 - 50a^2 - 225 = 0$$

จะได้ $a^2 = 45$ ทำให้ $b^2 = 20$

จุดยอดคือ $(1+3\sqrt{5}, 2)$ และ $(1-3\sqrt{5}, 2)$

ความยาวแกนเอก = $6\sqrt{5}$ หน่วย ความยาวแกนโท = $4\sqrt{5}$ หน่วย

จุดปลายแกนโทคือ $(1, 2+2\sqrt{5})$ และ $(1, 2-2\sqrt{5})$



ความยาวลาตัสเรกตัม คือ $\frac{40}{3\sqrt{5}} = \frac{40\sqrt{5}}{15} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$ หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง คือ $\frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

สมการของวงรีคือ $\frac{(x-1)^2}{45} + \frac{(y-2)^2}{20} = 1$

24. จงหาสมการพาราโบลาที่มีจุดโฟกัสอยู่ที่ (4, 7) และสมการเส้นไทรเรกตริกซ์คือ $y - 13 = 0$

พร้อมทั้งหาจุดยอด แกนสมมาตร และความยาวลาตัสเรกตัม

วิธีทำ สมการเส้นไทรเรกตริกซ์คือ $y - 13 = 0$ หรือ $y = 13$ นั่นคือ แกนพาราโบลานานกับแกน Y ไทรเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = k - c$ ดังนั้น $k - c = 13$ แต่มีจุดโฟกัสอยู่ที่ (4, 7) นั่นคือ จุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(h, k+c)$ จะได้ $h = 4$ และ $k+c = 7$

ดังนั้น พิจารณา $k - c = 13$ (1)

$$k + c = 7 \quad \dots(2)$$

(1) + (2) จะได้ $2k = 20$

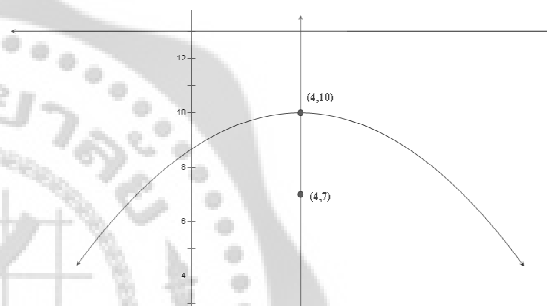
$$k = 10$$

นำ k แทนใน (1) จะได้ $c = -3$

จุดยอดอยู่ที่ (4, 10) แกนพาราโบลานานกับแกน Y อยู่บนเส้นตรง $x = 4$

ความยาวลาตัสเรกตัมคือ 12 หน่วย

สมการของพาราโบลา คือ $(x - 4)^2 = -12(y - 10)$



25. จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ (3, 2) และ (3, 4) โฟกัสจุดหนึ่งที่ (3, -6) พร้อมทั้งหาจุดศูนย์กลาง จุดปลายแกนสังยุค ความยาวของแกนสังยุค สมการเส้นกำกับ จุดโฟกัสอีกจุดหนึ่ง ความยาวลาตัสเรกตัม และเขียนกราฟ

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ว่า แกนตามขวางขนานกับแกน Y โดย

สมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ (3, 2) และ (3, 4) นั่นคือ $h = 3$ ทำให้ได้ว่า

$$k + a = 4 \quad \dots(1)$$

$$k - a = 2 \quad \dots(2)$$

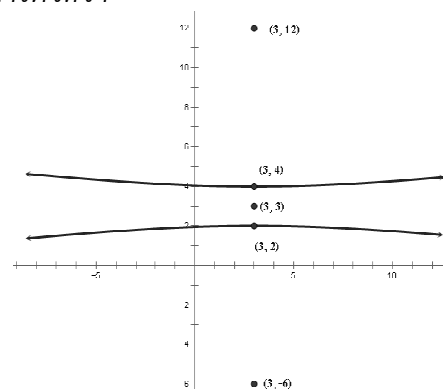
$$(1) - (2) \quad 2a = 2$$

$$a = 1$$

แทน $a = 1$ ใน (1) จะได้ $k = 3$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (3, 3)

โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ (3, -6) นั่นคือ $k - c = -6$ จะได้ $3 - c = -6 \therefore c = 9$



จุดโฟกัสอีกจุดหนึ่งมาจาก $k + c = 3 + 9 = 12$ จุดโฟกัสคือ $(3, 12)$

จาก $b^2 = c^2 - a^2 = 9^2 - 1^2 = 81 - 1 = 80$ ดังนั้น $b = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

จะได้ จุดปลายแกนส่งยุคอยู่ที่จุด $(3 + 4\sqrt{5}, 3)$ และ $(3 - 4\sqrt{5}, 3)$

สมการเส้นกำกับ(asymptotes) คือ $y - 3 = \pm \frac{1}{4\sqrt{5}}(x - 3)$

ลาตัสเรกต์มยาวเท่ากับ $\frac{2(80)}{1} = 160$ หน่วย

สมการของไฮเพอร์โบลา คือ $\frac{(y-3)^2}{1} - \frac{(x-3)^2}{80} = 1$





แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คำชี้แจง

1. แบบวัดความพึงพอใจฉบับนี้เป็นแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวน 20 ข้อ

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องทางขวามือหลังข้อความที่ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนเพียงช่องเดียว คำตอบที่นักเรียนตอบนั้นไม่มีผลต่อการให้คะแนน

3. ในแต่ละช่องที่แสดงความพึงพอใจ มีความหมายดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมากที่สุด

พึงพอใจมาก หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมาก

พึงพอใจปานกลาง หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นปาน

กลาง

พึงพอใจน้อย หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อย

พึงพอใจน้อยที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เหมาะสมกับระดับความรู้ ความเข้าใจของข้าพเจ้า		✓			

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1. ด้านเนื้อหา						
1	เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เหมาะสมกับระดับความรู้ ความเข้าใจของข้าพเจ้า					
2	การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเกิดทักษะในการเขียนกราฟของภาคตัดกรวยได้ดีขึ้น					
3	การเรียนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าสามารถให้เหตุผล ตั้งข้อความคาดการณ์ และสรุปความรู้ที่ได้อย่างชัดเจน					
4	การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาและสามารถใช้งานโปรแกรมได้คล่องแคล่วและรวดเร็วมากขึ้น					
5	ข้าพเจ้ามีโมติเวชันของภาคตัดกรวยและเข้าใจเนื้อหาชัดเจนมากยิ่งขึ้น					
2. ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน						
6	จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยและปฏิบัติตามเพิ่มคำสั่งคอมพิวเตอร์ได้มากขึ้น					
7	การจัดลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรม มีความต่อเนื่องและชัดเจน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย					
8	การออกแบบจอภาพสวยงาม และการใช้ภาพเคลื่อนไหวประกอบกิจกรรมทำให้กิจกรรมน่าสนใจมากขึ้น					
9	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนน่าสนใจ ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น					
10	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง					

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
3. ด้านสื่อการเรียนการสอน						
11	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีความสุข เพลิดเพลิน และกระตือรือร้นกับการเรียนมากขึ้น					
12	เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย ใช้ได้สะดวกและง่ายตรงตามความต้องการของข้าพเจ้า					
13	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
14	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย ช่วยพัฒนาทักษะการคิดและการเชื่อมโยงของข้าพเจ้า					
15	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเห็นรูปธรรมจากการเขียนกราฟตามเงื่อนไขชัดเจนมากขึ้น					
4. ด้านการวัดผลและประเมินผล						
16	ข้าพเจ้ารู้สึกมั่นใจต่อตนเองและกล้าแสดงออก ต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R.					
17	ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกและมีส่วนร่วมกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและหลังเรียน					
18	ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและร่วมกันสรุปกับเพื่อนมากขึ้น					
19	ข้าพเจ้าชอบกิจกรรมที่มีการโต้ตอบกับผู้เรียน ทำให้ข้าพเจ้ามีปฏิสัมพันธ์ทางบวกกับการทำแบบฝึกหัดพร้อมเฉลยเมื่อทำได้ถูกต้อง					
20	ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์					



ภาคผนวก ฅ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและความเหมาะสมของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้การสอน ความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และการใช้ภาษาในแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีดังนี้

1. อาจารย์ธนูชัย ภูอุดม
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ผศ.ดวงใจ ลิ้มอำไพ
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏจังหวัดบุรีรัมย์





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายวราวุธ บุตรรัตน์
วันเดือนปีเกิด	6 ธันวาคม 2521
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	357/135 ซ.3/5 หมู่ 17 ตำบลอิสาน อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์
ตำแหน่งหน้าที่งานปัจจุบัน	ครู (คศ.1)
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านทุ่งสว่าง อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2533	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนบ้านไร่ดอน จังหวัดเพชรบุรี
พ.ศ. 2536	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จาก โรงเรียนคงคาราม จังหวัดเพชรบุรี
พ.ศ. 2539	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนคงคาราม จังหวัดเพชรบุรี
พ.ศ. 2543	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2556	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ