

ผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2556

ผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



ปริญญานิพนธ์
ของ
อศวิณ พุ่มมรินทร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อัศวิน พุ่มมรินทร์. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

เรื่องลำดับและอนุกรมที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการ

สื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กต.ม.

(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) และเปรียบเทียบกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองทดลอง 18 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



THE EFFECTS OF CIPPA MODEL ON PROBLEM SOLVING AND
MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITIES IN SEQUENCE AND SERIES
OF MATHAYOMSUKSA V STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2013

Ausawin Pummarin. (2013). *The Effects of CIPPA MODEL on Problem Solving and Mathematical Communication Abilities in Sequences and Series of Mathayomsuksa V Students*. Master's Thesis, M.Ed. (Secondary Education).
Bankok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare ability of mathematical problems solving and communication of Matthayomsuksa V students before and after learning by using CIPPA MODEL instruction and compare all the aspects to the criterion.

The subjects of this study were 32 Mathayomsuksa V students in the second semester of the 2012 academic year at Bangsaiwitthaya School, Bangsai, Phanakhon Sri Ayutthaya. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 18 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The instruments used in data collection were the CIPPA MODEL lesson plans and mathematical problems solving ability test and mathematical communication ability test. The data were statistically analyzed by using t-test for Dependent Samples and t-test for One Sample.

The findings were as follows:

1. The mathematical problems solving ability of the experimental group after learning by CIPPA MODEL on sequence and series was higher than before learning at the .01 level of significance.
2. The mathematical problems solving ability of the experimental group after learning by CIPPA MODEL on sequence and series higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance.
3. The mathematical communication ability of the experimental group after learning by CIPPA MODEL on sequence and series was higher than before learning at the .01 level of significance.

4. The mathematical communication ability of the experimental group after learning by CIPPA MODEL on sequence and series higher than the 60 percent criterion at the .01 level of significance.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ของ

อศวิณ พุ่มมรินทร์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ เดือน พ.ศ. 2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล อาจารย์ศุภวรรณ สัจพิบูล อาจารย์วันเพ็ญ ประทุมทอง และอาจารย์สุณิสสา สุมิตรณะ คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.แสน สมนึก อาจารย์พีระ รัตมีสว่าง และอาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ที่ได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ขอขอบพระคุณอาจารย์สุรรัตน์ กลีบโกมุท ที่ให้คำแนะนำในการเขียนบทคัดย่อภาษาอังกฤษและให้กำลังใจระหว่างการทำวิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนบางไทรวิทยาทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวก เป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือในการเก็บข้อมูลให้ผู้วิจัยทำการวิจัยในครั้งนี้จนสำเร็จ ขอขอบพระคุณอาจารย์สุนันทา เลอสุวรรณควารี ที่กรุณาอุทิศเวลาเป็นผู้ช่วยในการวิจัยในครั้งนี้ และขอชื่นชมนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือและดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ สมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ผู้เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยตลอดมา และขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจ และให้ความช่วยเหลือตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

อศวิน พุ่มรินทร์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
สมมุติฐานในการวิจัย.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL).....	10
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทาคณิตศาสตร์.....	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	51
3 วิธีดำเนินการวิจัย	79
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	79
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	80
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	91
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	92

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	95
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	95
สมมุติฐานในการวิจัย.....	95
วิธีดำเนินการวิจัย.....	95
สรุปผลการวิจัย.....	97
อภิปรายผล.....	98
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	100
ข้อเสนอแนะ.....	101
บรรณานุกรม	104
ภาคผนวก	115
ภาคผนวก ก.....	116
ภาคผนวก ข.....	134
ภาคผนวก ค.....	143
ภาคผนวก ง.....	162
ภาคผนวก จ.....	173
ประวัติผู้วิจัย	174

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	83
2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	84
3 แบบแผนการวิจัย.....	85
4 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	92
5 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60).....	93
6 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม	93
7 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับ เกณฑ์ (ร้อยละ 60).....	94
8 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 15 ข้อ.....	119
9 ค่าความง่าย (PE) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและ อนุกรม จำนวน 15 ข้อ.....	120
10 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	121

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
11	ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	121
12	ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหา ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	122
13	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	125
14	ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหา ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	129
15	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	132
16	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและ อนุกรม (คะแนนเต็ม 40 คะแนน).....	137
17	คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและ อนุกรม (คะแนนเต็ม 40 คะแนน).....	141

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.....	14
3 แนวดำเนินกิจกรรมของครูผู้สอน.....	18
4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	34
5 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต.....	35
6 ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา.....	36
7 กระบวนการแก้ปัญหา.....	37



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สังคมไทยมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว เป็นผลสืบเนื่องมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่าง ๆ สังคมปัจจุบันจึงเป็นสังคมที่ใช้วิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและเป็นสังคมของข้อมูลข่าวสารหรือสังคมสารสนเทศมากขึ้น ระบบการศึกษาปัจจุบันช่วยพัฒนามนุษย์ให้เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถ รู้จักติดตามข้อมูล ข่าวสาร วิทยาการใหม่ๆ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย รู้จักคิดวิเคราะห์ ตัดสินใจ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้มีความคิดสร้างสรรค์และใฝ่รู้ใฝ่เรียน มีความสามารถและทักษะในการติดต่อสื่อสารกับบุคคลอื่นคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ. 2544: 1)

คณิตศาสตร์จึงเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา และยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาขั้นสูงและวิทยาการสาขาต่าง ๆ และความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ล้วนแต่อาศัยความรู้คณิตศาสตร์ แต่นักเรียนส่วนมากไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 123) ซึ่งส่วนหนึ่งเกิดจากผู้สอนมักจะสอนโดยมุ่งเน้นที่เทคนิคของวิธีสอนมากกว่าแก่นสำคัญของวิธีสอน เนื่องจากเทคนิคต่าง ๆ นั้นเห็นเด่นชัดมากกว่าแก่นซึ่งมักจะซ่อนอยู่ภายใน การสอนขาดประสิทธิภาพ เนื่องจากผู้สอนไม่ทราบหรือไม่เข้าใจถึงแก่นคือองค์ประกอบและขั้นตอนที่ขาดไม่ได้ของวิธีนั้น ๆ (ทิศนา แคมมณี. 2542: 324) ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2539: 3-8) ได้เคยกล่าวถึงปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวครูไว้ว่า ครูใช้วิธีการสอนแบบเก่า ซึ่งเป็นการบรรยายและฝึกเนื้อหา ครูเป็นผู้กำหนดรูปแบบการเรียนให้ผู้เรียนการสอนจะเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลางไม่คำนึงถึงผู้เรียนและความแตกต่างระหว่างบุคคล ดังนั้นครูจึงเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ครูจึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาให้มีความรู้ความสามารถยิ่งขึ้นเพราะครูที่มีสมรรถภาพสูงย่อมมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพซึ่งจะมีผลให้นักเรียนได้มีการพัฒนาเป็นไปตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ (วราภรณ์ มีหนัก. 2545: 58-59)

สำหรับความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งจำเป็นในการดำรงชีวิตของคนทุกวัย และทุกสังคม นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรมีความเห็นสอดคล้องกันว่าความสามารถในการแก้ปัญหาในการคิดแก้ปัญหาควรจะเป็นจุดมุ่งหมายที่

สำคัญในหลักสูตร ดังที่ สาโรช บัวศรี (2518: 7 – 8) ได้กล่าวว่า “ความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหาควรเป็นจุดหมายปลายทางที่สำคัญของการจัดการศึกษา” และจากสมาคมศึกษานิเทศก์คณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Supervisors of Mathematics [NCTM]) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับนักเรียนที่จะเติบโตไปสู่สังคมชาวสวารว่าจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (NCTM. 1989: 471) ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติและหลักการต่างๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่นๆ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาทั่วไปได้ (Bell. 1978: 311) การแก้ปัญหาเป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์เดิมกับความรู้ความเข้าใจและการดำเนินการโดยใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจในปัญหาและวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้อง ตลอดจนความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya.1957: xvi – xvii) เมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องอาศัยความสามารถในการสื่อสารเพราะนอกจากการอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบแล้วยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อคาดการณ์ ตลอดจนการแสดงวิธีทำและการให้เหตุผล อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นนามธรรม ที่ต้องใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เข้ามาช่วยในการสื่อสารให้ความรู้ที่มีความกะทัดรัดและชัดเจน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 65)

การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ก็เป็นอีกรูปแบบหนึ่งที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญซึ่งมีหลัก 5 ประการ คือ 1 การให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Construct) 2 การให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน (Interaction) 3 การให้ผู้เรียนมีบทบาทและส่วนร่วมในการเรียนรู้ให้มากที่สุด (Participation) 4 การให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการ (Process) และ 5 การให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Application) (ทิศนา ขัมมณี. 2545: 280) โมเดลชิปปาเป็นรูปแบบการจัดการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ภายใต้การทำงานของกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาและค้นพบคำตอบในบทเรียน ซึ่งลักษณะการเรียนของโมเดลชิปปาจะสอดคล้องกับกระบวนการในการสอนการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ (ปกาศิต ปลั่งกลาง. 2545: 3) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของศศิธร แก้วรักษา (2547), และวนิดา พรชัย (2548) การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) จึงน่าจะเป็นรูปแบบการสอนที่เหมาะสมรูปแบบหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาหลักการและงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น นับว่าการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เป็นวิธีสอนที่มีประสิทธิภาพอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งน่าจะใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ โดยผู้วิจัยได้นำมาใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องลำดับและอนุกรม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสม เพื่อใช้ในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด ตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้อยู่แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อยู่แบบซิปปา (CIPPA MODEL) กับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้อยู่แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อยู่แบบซิปปา (CIPPA MODEL) กับเกณฑ์ร้อยละ 60

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนรู้อยู่แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับและอนุกรมที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้อยู่ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนทั้งหมด 80 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 32 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้คือ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งมีเนื้อหาดังนี้

- | | |
|---------------------------------|-------|
| 1. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด | 2 คาบ |
| 2. ลำดับเลขคณิต | 3 คาบ |
| 3. ลำดับเรขาคณิต | 3 คาบ |
| 4. อนุกรมเลขคณิต | 3 คาบ |
| 5. อนุกรมเรขาคณิต | 3 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 18 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 14 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 2 คาบ และทำการสอบหลังเรียน จำนวน (Post-test) 2 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL)

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง มีทักษะและกระบวนการในการเรียนรู้ รวมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมทั้งทางร่างกาย สติปัญญา อารมณ์และสังคม และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งคำว่า CIPPA มีความหมายดังนี้

C มาจากคำว่า Construct หมายถึง การให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยกระบวนการแสวงหาข้อมูล ทำความเข้าใจ คิดวิเคราะห์ ตีความ แปลความ สร้างความหมายสังเคราะห์ข้อมูลและสรุปเป็นข้อความรู้

I มาจากคำว่า Interaction หมายถึง การให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน เรียนรู้จากกันและกัน แลกเปลี่ยนข้อมูลความคิดและประสบการณ์แก่กันและกัน

P มาจากคำว่า Physical Participation หมายถึง การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้งในด้านร่างกาย อารมณ์ ปัญญา และสังคม ในการเรียนรู้ให้มากที่สุด และมีโอกาสเคลื่อนไหวร่างกาย โดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่างๆ

P มาจากคำว่า Process Learning หมายถึง การให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่างๆ ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต และมีผลงานจากการเรียนรู้

A มาจากคำว่า Application หมายถึง การให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม 7 ขั้นตอนดังนี้ (ทิตินา แซมมณี, 2545: 281)

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นการดึงความรู้ของผู้เรียนในเรื่องที่เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน
2. ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นนี้เป็นการแสวงหาข้อมูล ความรู้ใหม่ ที่ผู้เรียนยังไม่มีจากแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่าง ๆ
3. ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นนี้เป็น ขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษา และทำความเข้าใจกับข้อมูล/ความรู้ที่หามาได้ผู้เรียนจะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ประสบการณ์ใหม่ๆโดยใช้กระบวนการต่างๆด้วยตนเอง
4. ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือ ในการตรวจสอบ ความรู้ความเข้าใจของตนกับผู้อื่น
5. ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่และจัดสิ่งที่เรียนรู้ให้มีระบบระเบียบ
6. ขั้นการแสดงผลงาน ขั้นนี้เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนต่อย้ำหรือตรวจสอบความเข้าใจของตน และช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์

7. **ชั้นการประยุกต์ใช้ความรู้** ชั้นนี้เป็นชั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่าง ๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหา ตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาให้ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา โดยยึดกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957: 16-17) ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้น ได้แก่

2.1 **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา** เป็นขั้นที่ผู้เรียนพิจารณาและทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะต่างๆ ในการแยกแยะได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2.2 **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคำถามด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหายังไงเป็นการนำความรู้หรือหลักการต่างๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

2.3 **ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา** เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยอาศัยทักษะการคิดคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์ การอธิบาย รวมถึงการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา

2.4 **ขั้นตรวจสอบ** เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่า ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลกับปัญหาหรือไม่

ประเมินได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากการอธิบายวิธีคิดคำตอบที่ได้ว่ามีวิธีการอย่างไร อาศัยหลักการความรู้ ทางคณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบาย บรรยายวิธีการแก้ปัญหาและการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ในการศึกษา ค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยจะวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งวัดได้จาก ผลงานการเขียนอธิบาย ขั้นตอน วิธีการคิดคำตอบที่ได้ถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

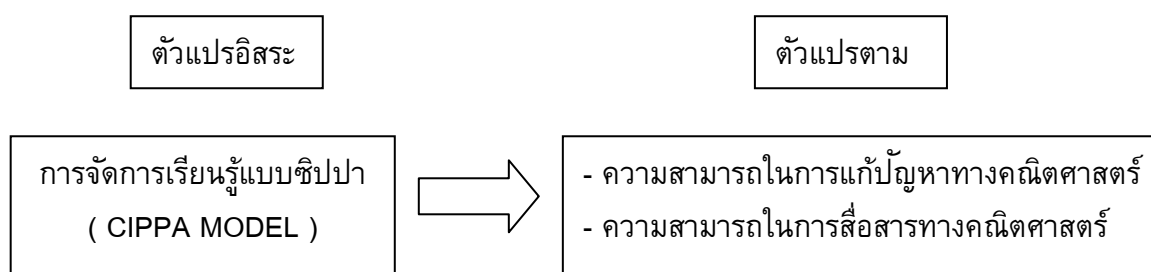
4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัย ใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์ การตัดสินผลการเรียนรู้ ของเอกสาร หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551: 18) ดังนี้

- 80 – 100 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม
- 75 – 79 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีมาก
- 70 – 74 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
- 65 – 69 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ค่อนข้างดี
- 60 – 64 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ปานกลาง
- 55 – 59 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ พอใช้
- 50 – 54 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
- 0 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ของทิศนา แคมมณี ซึ่งเป็นวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่เน้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง มีทักษะและกระบวนการในการเรียนรู้ ที่จะส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิดของการวิจัยดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
 - 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
 - 1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
 - 1.3 หลักการออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
 - 1.4 ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
 - 1.5 บทบาทของครูผู้สอนและผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา(CIPPA MODEL)
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL)
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการสื่อสาร
 - 3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
 - 3.3 ประเภทของการสื่อสาร
 - 3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร
 - 3.5 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร
 - 3.6 ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

1.1 ความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

ทีศนา แชมมณี (2542: 10-11) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) คือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญรูปแบบหนึ่งที่มีหลักในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางเพื่อเป็นการจัดให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความคิด และการตัดสินใจอย่างเป็นระบบ ซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งทางร่างกาย สติปัญญา สังคม และอารมณ์ตามหลักการของโมเดลชิปปา ดังนี้

C มาจากคำว่า Construct ซึ่งหมายถึง การสร้างความรู้ตามแนวคิดของ Constructivism กล่าวคือ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเองซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

I มาจากคำว่า Interaction ซึ่งหมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีจะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคล และจะทำให้ได้รับความรู้ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางสังคม

P มาจากคำว่า Physical Participation การให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกาย โดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางกาย

P มาจากคำว่า Process Learning ซึ่งหมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น

A มาจากคำว่า Application หมายถึง การนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียน ได้รับประโยชน์จากการเรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเรื่อย ๆ

ทีศนา แชมมณี (2542: 11) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) เป็น การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญแบบประสาน 5 แนวคิดหลัก คือ

1. แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างความรู้ (Constructivism)
2. แนวคิดเรื่องกระบวนการกลุ่มและการเรียนแบบร่วมมือ (Group Process and Cooperative Learning)
3. แนวคิดเกี่ยวกับความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning Readiness)
4. แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้กระบวนการ (Process Learning)
5. แนวคิดเกี่ยวกับการถ่ายโอนความรู้ (Transfer of Learning)

กรมวิชาการ (สุพล วังสินธ์. 2542: 41; อ้างอิงจาก กรมวิชาการ. 2539: 1-2) ได้กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) คือ การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมีรายละเอียดดังนี้ คือ

C หมายถึง Construct คือ การให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยกระบวนการแสวงหาข้อมูล ทำความเข้าใจ คิดวิเคราะห์ ตีความ แปลความ สร้างความหมาย สังเคราะห์ข้อมูลและสรุปเป็นข้อความรู้

I หมายถึง Interaction คือ การให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน เรียนรู้จากกันและกัน แลกเปลี่ยนข้อมูลความคิดและประสบการณ์แก่กันและกัน

P หมายถึง Participation คือ การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้งในด้านร่างกาย อารมณ์ ปัญญา และสังคม ในการเรียนรู้ให้มากที่สุด

P หมายถึง Process and Product คือ การให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการ และมีผลงานจากการเรียนรู้

A หมายถึง Application คือ การให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน จากการศึกษาความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) คือ การจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง มีทักษะและกระบวนการในการเรียนรู้ รวมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมทั้งทางร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และสังคม และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

1.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบของชิปปา (CIPPA MODEL)

ทิตนา แคมมณี (2545: 281) ได้กล่าวว่า ชิปปา (CIPPA) เป็นหลักการที่สามารถนำไปใช้เป็นหลักในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ให้ผู้เรียน การจัดการกระบวนการเรียนการสอนตามหลัก CIPPA นี้ สามารถใช้วิธีและกระบวนการที่หลากหลาย ซึ่งอาจจัดเป็นแผนได้หลายรูปแบบ รูปแบบหนึ่งที่ได้นำเสนอไว้และได้มีการนำไปทดลองใช้แล้วได้ผลดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นการดึงความรู้ของผู้เรียนในเรื่องที่เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน
2. ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นนี้เป็นการแสวงหาข้อมูล ความรู้ใหม่ ที่ผู้เรียนยังไม่มีจากแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งครูอาจเตรียมมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อผู้เรียนไปแสวงหาก็กได้
3. ขั้นการศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นนี้เป็น ขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษา และทำความเข้าใจกับข้อมูล/ความรู้ที่หามาได้ผู้เรียนจะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ประสบการณ์ใหม่ๆโดยใช้กระบวนการต่างๆด้วยตนเองเช่นใช้

กระบวนการคิดและกระบวนการกลุ่มในการอภิปรายและสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ซึ่งอาจจำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม

4. ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือ ในการตรวจสอบ ความรู้ความเข้าใจของตนกับผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ความเข้าใจของผู้อื่น ไปพร้อม ๆ กัน

5. ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่และจัดสิ่งที่เรียนรู้ให้มีระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

6. ขั้นการแสดงผลงาน ขั้นนี้เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตน และช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์

7. ขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำเป็นในเรื่องนั้น ๆ

ขั้นตอนตั้งแต่ขั้นที่ 1-6 เป็นกระบวนการของการสร้างความรู้ (construction of knowledge) ซึ่งครูสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน (interaction) และฝึกฝนทักษะกระบวนการต่าง ๆ (process learning) อย่างต่อเนื่อง เนื่องจากขั้นตอนแต่ละขั้นตอนช่วยให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมหลากหลายที่มีลักษณะให้ผู้เรียนได้มีการเคลื่อนไหวทางกาย ทางสติปัญญา ทางอารมณ์ และทางสังคม อย่างเหมาะสม อันช่วยให้ผู้เรียนตื่นตัว (active) สามารถรับรู้และเรียนรู้ได้อย่างดี จึงกล่าวได้ว่าขั้นตอนทั้ง 6 มีคุณสมบัติตามหลักการ CIPP ส่วนขั้นตอนที่ 7 เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ (application) จึงทำให้รูปแบบนี้มีคุณสมบัติครบตามหลัก CIPPA

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) นั้นเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ต้องมีการวางแผนการเรียนรู้ เป็นขั้นตอนที่ชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติและเกิดการเรียนรู้ได้จริง ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้น คือ ขั้นทบทวนความรู้เดิม ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นแสดงผลงาน และขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในครั้งนี้

1.3 หลักการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนแบบ (CIPPA MODEL)

จากแนวความคิด นำไปสู่การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ดังนี้ (ทิศนา แคมมณี. 2542: 2-5)

1. เป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา สังคมและอารมณ์ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสเข้าร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างทั่วถึงและมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ การที่ผู้เรียนมีบทบาทเป็นผู้กระทำจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมและกระตือรือร้นที่จะเรียนอย่างมีชีวิตชีวา กิจกรรมที่จัดจึงควรเป็นกิจกรรมที่มีลักษณะดังนี้

1.1 ช่วยให้ผู้เรียนได้เคลื่อนไหวในลักษณะใดลักษณะหนึ่งเป็นระยะ ๆ เหมาะสมกับวัย และความสนใจของผู้เรียน

1.2 มีประเด็นที่ท้าทายให้ผู้เรียนได้คิด เป็นประเด็นที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะสมกับวัยและความสามารถของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดหรือลงมือทำเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

1.3 ช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากบุคคลหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว

1.4 ส่งผลต่ออารมณ์ความรู้สึกของผู้เรียน เกี่ยวข้องกับชีวิต ประสบการณ์และความเป็นจริงของผู้เรียน

2. ยึดกลุ่มเป็นแหล่งความรู้ที่สำคัญ โดยให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มได้ พูดคุย ปรึกษาหารือ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ข้อมูลต่างๆ เหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับพฤติกรรมของตนเองและผู้อื่น และจะปรับตัวให้สามารถอยู่ในสังคมกับผู้อื่นได้

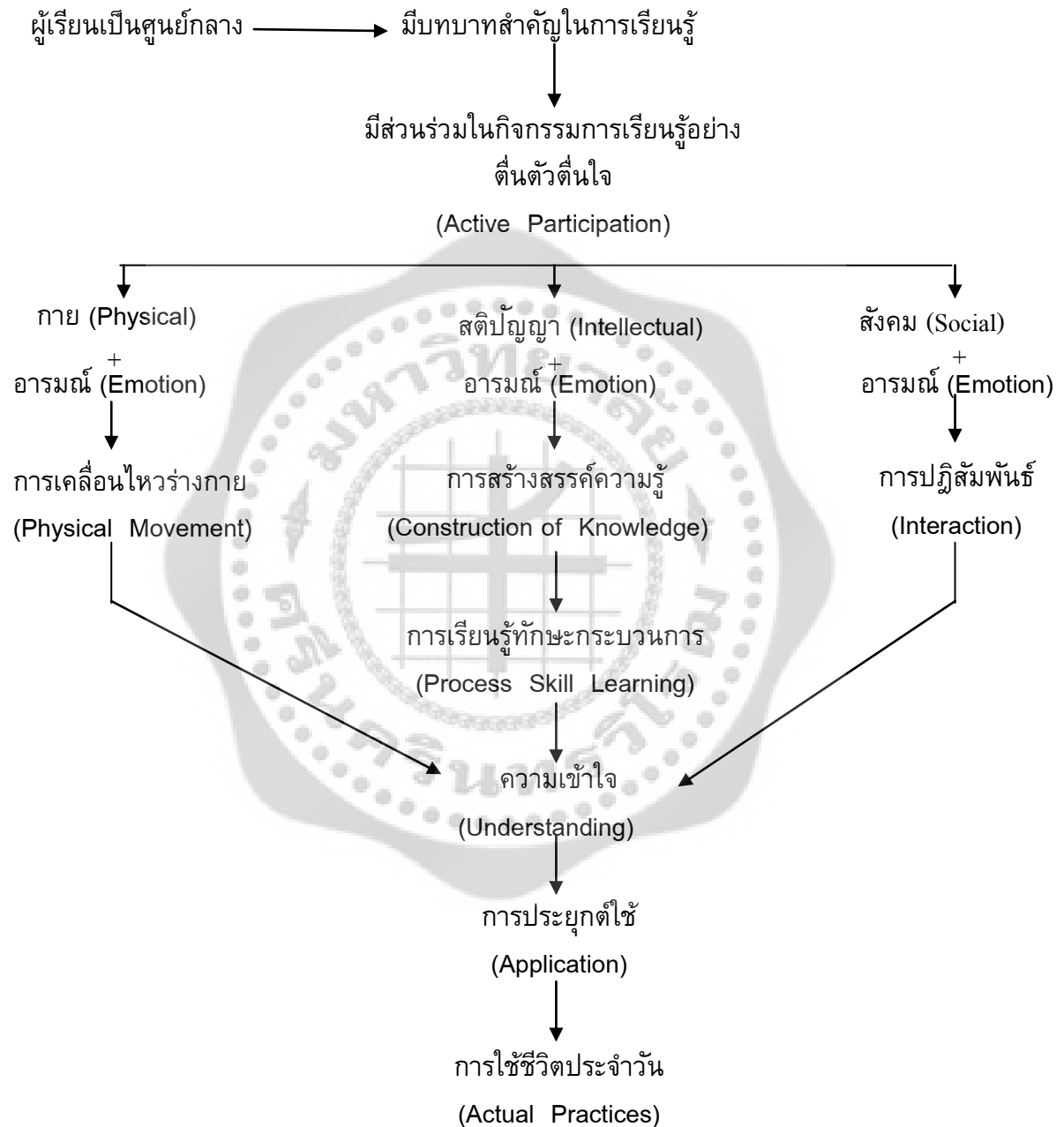
3. ยึดการค้นพบด้วยตนเองเป็นวิธีการที่สำคัญ โดยครูผู้สอนพยายามจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ทั้งนี้ เพราะการค้นพบความจริงใด ๆ ด้วยตนเองนั้น ผู้เรียนมักจะจดจำได้ดี และมีความหมายโดยตรงต่อผู้เรียน รวมทั้งเกิดความคงทนในการเรียนรู้

4. เน้นกระบวนการควบคู่กับผลงาน โดยการส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ถึงกระบวนการต่างๆ ที่ทำให้เกิดผลงานมีชิ้นงานที่จะพิจารณาถึงผลงานเพียงอย่างเดียว ทั้งนี้เพราะประสิทธิภาพของผลงานขึ้นอยู่กับประสิทธิผลของกระบวนการ

5. เน้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้หรือใช้ในชีวิตประจำวัน โดยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดหาแนวทางที่จะนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ในชีวิตประจำวัน พยายามส่งเสริมให้เกิดการปฏิบัติจริงและพยายามติดตามผลการปฏิบัติของผู้เรียน

ทิศนา แคมมณี (2542: 26) ได้สรุปการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง แบบซิปปา ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา



ภาพประกอบ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา
ทิตนา แคมมณี (2542: 26)

จากการศึกษาหลักการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปาข้างต้น สรุปได้ว่า การออกแบบกิจกรรมนั้นจะต้องเน้นที่ตัวผู้เรียนเป็นสำคัญที่สุด ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมทั้งทางกาย อารมณ์ สังคมและสติปัญญา ยึดการค้นพบความรู้ด้วยตนเองมีกระบวนการเรียนรู้ที่เป็นระบบเป็นขั้นตอนและสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุด

1.4 ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

ทิตนา แคมมณี (2542: 5-8) ได้กล่าวถึงลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ไว้ว่า

1. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมทางด้านร่างกายและอารมณ์ จิตใจ กิจกรรมการเรียนรู้ควรมีหลากหลาย ให้โอกาสผู้เรียนได้มีการเคลื่อนไหว (Physical Movement) เป็นระยะตามความเหมาะสมกับวัยและความสนใจของผู้เรียน การเคลื่อนไหวอวัยวะหรือกล้ามเนื้อต่างๆ ได้แก่

- การเคลื่อนไหวกล้ามเนื้อมัดย่อย (Fine Motor Movement) กิจกรรมการเขียน การฟัง การวาดภาพ การพับกระดาษ การร้อยมาลัย การร้องเพลง เป็นต้น

- การเคลื่อนไหวอวัยวะกล้ามเนื้อมัดใหญ่ (Gross Motor Movement) เช่น การย้ายกลุ่ม การลุกนั่ง การกระโดด การเล่นเกมต่างๆ การวิ่ง เป็นต้น

การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เคลื่อนไหวร่างกาย ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมในการเรียนรู้มีความกระฉับกระเฉง ตื่นตัว ไวต่อความรู้สึก กิจกรรมที่จัดจะต้องคำนึงถึงการมีส่วนร่วมทางด้านอารมณ์ของผู้เรียนด้วย

2. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางด้านสติปัญญา และอารมณ์ กิจกรรมการเรียนรู้จะต้องมีลักษณะกระตุ้นและท้าทายความคิด ทำให้ผู้เรียนเกิดความจดจ่อ ผูกพันกับสิ่งที่คิดซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี การเรียนรู้ทางสติปัญญาแบ่งออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

2.1 การเรียนรู้ทางด้านเนื้อหาความรู้ (Content or Knowledge) ได้แก่การเรียนรู้ข้อมูลข้อเท็จจริงและความรู้ต่างๆ

2.2 การเรียนรู้ทักษะกระบวนการ (Process Skills) ซึ่งได้แก่ การเรียนรู้ทักษะต่างๆ เช่น ทักษะการคิด ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

3. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางสังคมและอารมณ์ กิจกรรมจึงควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว

- บุคคลแวดล้อม ได้แก่ ครู เพื่อนในห้อง บุคลากร ผู้ปกครอง คนในชุมชน
- สิ่งแวดล้อมทางกายภาพ เช่น สถานที่ต่างๆ ภายในโรงเรียนและชุมชน
- สิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติ เช่น สวนสาธารณะ ป่าไม้ สัตว์ต่างๆ เป็นต้น
- สิ่งแวดล้อมทางด้านหนังสือ เช่น สื่อวัสดุ และเทคโนโลยีต่างๆ เช่น หนังสือ ตำราต่างๆ วารสาร เกมคอมพิวเตอร์ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นต้น

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้ง 4 ด้าน สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านกระบวนการคิด กลั่นกรองโดยผู้เรียนเอง ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและจำในสิ่งที่ตนเองเรียนได้เป็นอย่างดีและหากมีการฝึกฝน นำความรู้ที่ได้ประยุกต์ใช้ทำให้ผู้เรียนสามารถถ่ายโอนความรู้ (Transfer of Learning) ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆได้

จากการศึกษาลักษณะของกิจกรรมข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแบบของชิปปานั้นควรให้นักเรียนมีการเคลื่อนไหวทางด้านร่างกายให้เหมาะสมกับวัย และสถานการณ์รวมทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมในทุกๆ ด้าน

1.5 บทบาทของครูและผู้เรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแบบชิปปา (CIPPA MODEL)

ทิสนา แชมมณี (2542: 13-16) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไม่ว่าจะใช้แนวคิดใด จะประสบผลสำเร็จไม่ได้หากครูและผู้เรียนไม่เปลี่ยนบทบาทของตน ซึ่งบทบาทของครูและผู้เรียนตามแนวการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) มีดังนี้

บทบาทครู

1. การเตรียมการสอน

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์เรื่องที่จะสอนให้เข้าใจ

1.2 ศึกษาแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย

1.3 วางแผนการสอน

- กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้
- วิเคราะห์เนื้อหาและความคิดรวบยอดและกำหนดรายละเอียดให้ชัดเจน
- ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ แบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลางตามหลักชิปปา
- กำหนดวิธีการประเมินผลการเรียนรู้

1.4 จัดเตรียม

- สื่อ วัสดุ การเรียนการสอน ให้เพียงพอสำหรับผู้เรียน
- เอกสาร หนังสือ หรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน
- ติดต่อแหล่งความรู้ต่างๆ ซึ่งอาจเป็นบุคคล สถานที่ หรือโสตทัศนวัสดุ

ต่างๆ และศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม

- เครื่องมือการประเมินผลการเรียนรู้
- ห้องเรียนหรือสถานที่เพื่อการจัดการเรียนการสอน

2. การสอน

2.1 สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี

2.2 กระตุ้นผู้เรียนให้สนใจในการร่วมกิจกรรม

2.3 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่ได้เตรียมไว้ โดยอาจมีการปรับแผนให้เหมาะสมกับผู้เรียนและสถานการณ์จริง

- ดูแลให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ แก้ปัญหาที่อาจเกิดขึ้น
- อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
- กระตุ้นผู้เรียนให้มีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างเต็มที่
- สังเกต บันทึกพฤติกรรมกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมทั้งเหตุการณ์ที่

ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นขณะทำกิจกรรม

- ให้คำแนะนำและข้อมูลต่าง ๆ แก่ผู้เรียนตามความจำเป็น
- บันทึกปัญหาและข้อขัดข้องต่าง ๆ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

3. การประเมิน

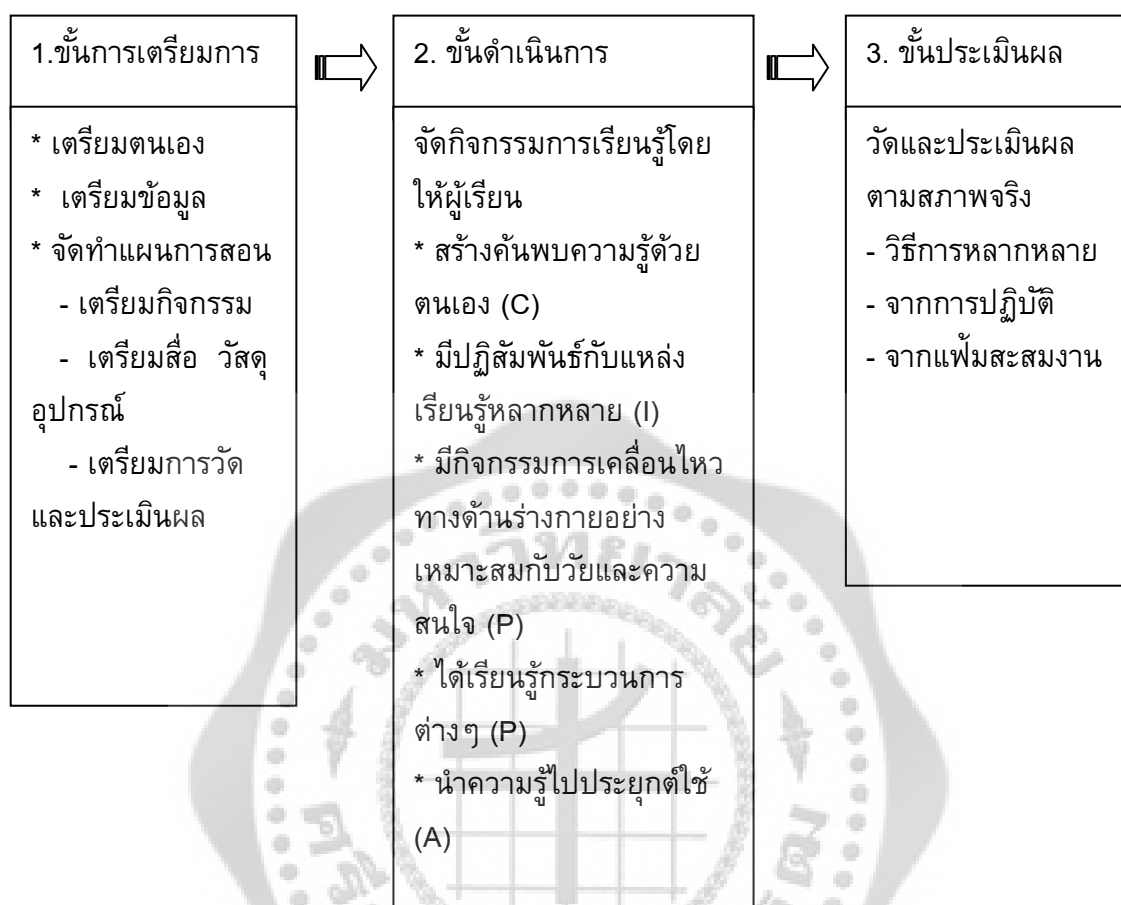
3.1 เก็บรวบรวมผลงานและประเมินผลงานของผู้เรียน

3.2 ประเมินผลงานการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

นิตติญาพร ประเสริฐสังข์ (2545: 17-18) ได้สรุปแนวดำเนินกิจกรรมของครูผู้สอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญไว้ดังภาพประกอบที่ 3



แนวดำเนินกิจกรรมของครูผู้สอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด



ภาพประกอบ 3 แนวดำเนินกิจกรรมของครูผู้สอนในการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด (นิตติญาพร ประเสริฐสังข์. 2545: 17-18)

บทบาทของผู้เรียน

เมื่อครูปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนรู้และพฤติกรรมการสอนของตนแล้วผู้เรียนก็ต้องปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ของตนด้วย การเรียนการสอนจึงจะบรรลุวัตถุประสงค์โดยทั่วไปแล้วผู้เรียนจะมีบทบาทสำคัญๆ ดังนี้

1. ทบทวนความรู้เดิม และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็น หรือประสบการณ์ต่างๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย
2. ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่างๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรองแยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง
3. สรุปและจัดระเบียบความรู้ที่ได้สรรค์สร้างขึ้น เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดความคงทนและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก

4. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต การประยุกต์ใช้ช่วยตอกย้ำความเข้าใจและสร้างความมั่นใจให้กับผู้เรียน และยังช่วยให้เกิดการเรียนรู้อื่นๆ เพิ่มเติมอีกด้วย

ในการดำเนินบทบาททั้งสี่นั้น ผู้เรียนต้องแสดงพฤติกรรมที่จำเป็นในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น ดังนี้

1. เข้าร่วมกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น
2. ให้ความร่วมมือและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมต่างๆ เช่น แสวงหาความรู้ การศึกษาข้อมูล และการสรุป เป็นต้น
3. รับฟัง พิจารณาและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น
4. ใช้ความคิดอย่างเต็มที่ ปฏิสัมพันธ์ โต้ตอบ คัดค้าน สนับสนุน แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและความรู้สึกของตนกับผู้อื่น
5. แสดงความสามารถของตน และยอมรับความสามารถของผู้อื่น

จากการศึกษาบทบาทของครูและผู้เรียนดังกล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า ครูจะต้องมีความรู้และมีการเตรียมตัวที่ดี ทั้งในด้านการเตรียมตนเอง การเตรียมการในด้านการสอน และการเตรียมการในการวัดและประเมินผล เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพแก่ผู้เรียนให้มากที่สุดและผู้เรียนก็ต้องมีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ของตนด้วย การเรียนการสอนจึงจะบรรลุวัตถุประสงค์ตามที่กำหนดไว้

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบ (CIPPA MODEL)

งานวิจัยต่างประเทศ

เนื่องจากเป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนาโดยคนไทยจึงยังไม่ปรากฏงานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในประเทศ

จิราภรณ์ หงษ์ชุตตา (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง เศษส่วน โดยใช้โมเดลชิปปา (CIPPA MODEL) ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง เศษส่วน โดยใช้โมเดลชิปปา (CIPPA MODEL) สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ ได้จริงและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยใช้กิจกรรมดังกล่าว มีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คิดเป็นร้อยละ 86.33 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดร้อยละ 75 และมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ การเรียนรู้ดังกล่าวคิดเป็นร้อยละ 84.31 ซึ่งสูงกว่าจำนวนนักเรียนที่กำหนดร้อยละ 80

นิตติญาพร ประเสริฐสังข์ (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน วิชา วิทยาศาสตร์ เรื่อง กลไกมนุษย์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบชิปปา

โดยรูปแบบการวิจัยครั้งนี้ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผู้ร่วมวิจัยประกอบด้วย ครูผู้ร่วมวิจัยจำนวน 2 คน และกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านโนนป่าหว้าเชียงฮาย อำเภอสุวรรณคูหา จังหวัดหนองบัวลำภู ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน แบบซิปปาที่พัฒนาขึ้นทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จริง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวพบว่า นักเรียนร้อยละ 80 มีผลสัมฤทธิ์ผ่านเกณฑ์ ความรอบรู้ที่กำหนด คือ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ปกาศิต ปลั่งกลาง (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้โมเดลซิปปา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 82.67 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 85 ซึ่งสูงกว่าที่กำหนดไว้ ร้อยละ 80

ศศิธร แก้วรักษา (2547: 60) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยง กับชีวิตประจำวันมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยมี ประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้ใช้กิจกรรมการเรียน การสอนดังกล่าว สูงกว่า ก่อนการได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

วนิดา พรชัย (2548: 70) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพฤติกรรมกล้า แสดงออกของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนการสอนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) ทำให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถ ทางการเรียนต่างกันมีพฤติกรรมกล้าแสดงออกต่างกันโดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทาง การเรียนสูงมีพฤติกรรมกล้าแสดงออกสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับพฤติกรรม กล้าแสดงออกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ระเบียบ สมหวัง (2551: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้อิงโดยใช้โมเดล ซิปปา เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้อิงโดยใช้โมเดลซิปปาทำให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยมมีค่าเฉลี่ย 24.67 จากคะแนน เต็ม 30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.22 มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ ที่กำหนด 23 คน จากจำนวนนักเรียน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 91.67

วารภรณ์ วรรณผ่อง (2552: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้อิงวิชา คณิตศาสตร์ตามหลักซิปปา เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ ผลการวิจัยพบว่า การเรียนรู้อิงวิชาคณิตศาสตร์

ตามหลักชิปปา มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 75/75 โดยมีประสิทธิภาพ 79.78/77.52 นักเรียน ร้อยละ 80.46 มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก และนักเรียนมีคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ด้านความตั้งใจเรียน ความรับผิดชอบ และความร่วมมือในการทำงานเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบ (CIPPA MODEL) ข้างต้น พบว่า เมื่อนำรูปแบบการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนแล้ว ผู้เรียนสามารถเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง มีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับครูและเพื่อน มีส่วนร่วมในการเรียนรู้และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำรูปแบบการสอนนี้มาใช้ทดลองสอนกับนักเรียน เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ และกรอสนิเคิล (Bruckner; & Grossnicle. 1957: 301) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชินและสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช้ปัญหาในวันนี้ก็ได้

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973: 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977: 173-174) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาคงต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ครูอิกแชงก์ และเซฟฟีลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992: 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งุนงง ปัญหาควรจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบในทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเกี่ยวข้องกับความรู้สึกหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์แต่ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

รีส และคนอื่น ๆ (Reys; et al. 2001: 70) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ซึ่งบุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ถ้าปัญหานั้นทราบว่าจะแก้ปัญหาลike หรือทราบคำตอบโดยทันที สิ่งนั้นไม่เป็นปัญหา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 4) กล่าวว่า ปัญหาเป็นสภาพการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างในการคิดหาคำตอบ สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สิริพร ทิพย์คง (2537: 57) กล่าวว่า ปัญหาคือ คำถามที่ต้องการคำตอบ ปัญหาของนักเรียนคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของนักเรียนอีกคนหนึ่ง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 12) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการที่จะได้คำตอบของปัญหานั้นทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่าง ๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544: 10) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ปฐมพร บุญลี (2545: 10) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ในทันที ผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลงได้

นงกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 24) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์คือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือคำถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยไม่มีการระบุวิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการ การใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหอย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่ง

เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่างๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหาตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่างๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

รัสเซล (Russel. 1961: 225) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นรูปแบบได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือทั่วไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

ครูลิค และรีส์ (Krulik; & Reys. 1980: 24) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982: 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (exercise problem) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็น

ขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนา
ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้
มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็น
สำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลเชิง
ปริมาณเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการ
แก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ใน
สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดา
สุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิด
โอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่
มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya. 1985: 128 – 128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท
คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจ
เป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของ
ปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผล
ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน
หรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 37) แบ่ง
ปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหา
ลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา
เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มี
คำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหา
คำตอบ

เรย์ส ซุยดัม และมอนท์โกเมอร์รี่ (Reys; Suydam; & Montgomery. 1999: 29) แบ่ง
ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

บาร์ดี (Baroody, 1993: 2-34 – 2-36) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหาเช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 140) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน

2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา

3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้

4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้

5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 133) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่จะนำมาให้ผู้เรียนฝึกคิดนั้น อาจมีดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน

2. ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท

3. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ที่อาศัยนิยามทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้

4. ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62 - 63) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามustต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไปผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามustต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544: 19) ได้จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 6 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ ปัญหาเช่นนี้ต้องใช้ความรู้และทักษะ

2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่ายๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยทำเพียงขั้นตอนเดียว

3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา

จากการศึกษาประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. ปัญหามโนธรรม เป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่มโนธรรม เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนเน้นกระบวนการคิด ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหา ต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์และวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

2.3 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไคลด์ (Clyde. 1967: 112) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

ออซูเบล (Ausubel. 1968: 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้ องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

เฟอร์ (Fehr. 1972: 127) กล่าวถึง สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้จักประมาณอย่างคร่าว ๆ จะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากได้

2. การตีความคำตอบ เป็นสิ่งสำคัญพอ ๆ กับการหาคำตอบ บางครั้งผลการคำนวณที่ถูกต้องไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามของปัญหา แต่ต้องดูถึงความเป็นไปได้ของปัญหาคำตอบ

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1977: 30-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1980: 225) กล่าวถึง สิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982: 10-12) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้านคือ

1. ด้านประสบการณ์
2. ด้านความรู้สึก
3. ด้านสติปัญญาและความคิด

เฮดเดน และสเปียร์ (Hedden; & Speer. 1992: 34-35) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บาร์ดูดี (Baroody. 1999: 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ ดังนี้

1. ด้านความรู้ความคิด ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. ด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาที่มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่น ความตั้งใจ ความพยายามและความเชื่อของนักเรียน
3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 141-142) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับ

การฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความ

เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า

5. มีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุปนอกจากความรู้พื้นฐานทั้ง 5 ข้อ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมีคือ

6. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 31-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ

1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึกความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการ

แก้ปัญหา

1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิด

การเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ทำลายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาคควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นรูปปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหามีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกทำหายที่จะแก้ปัญหาแปลกๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา
 ยูพิน พิพิทกุล (2544: 140) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนในการเตรียมแก้ปัญหา ดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนคติ (Concept) อย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความการขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือ

แผนภาพ

5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่

6. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถในการจัดข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอนวิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544: 38) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบๆ ตัว พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ

2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกล้าแต่นักเรียนก็รู้สึกว่าเป็นต้องทำ ความพยายาม

3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

จากการศึกษาองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีอยู่ 5 ประการ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา
2. ความสามารถในการตีความหมาย
3. ความสามารถในการรับรู้ วิเคราะห์ และสังเคราะห์
4. ความสามารถในการคิดคำนวณและการให้เหตุผล
5. สติปัญญา และประสบการณ์

2.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957: XVI-XVII) เสนอขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคู่ที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

โคลด์ (Clyde. 1967: 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้

4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้หาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใด จึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน

2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล

3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณ จะต้องมิตักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

กิลฟอร์ด (Guildford. 1971: 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหา มี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหา

วิธีอื่น ๆ จนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหานั้นที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันใน

โอกาสต่อไป

เวียร์ (Weir. 1974: 17) กล่าวถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา
3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์

เบลล์ (Bell. 1978: 312) กล่าวถึง ลำดับขั้นของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ หรือชุดของ

คำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการ

แก้ปัญหา

ออสบอร์น (Osborn. 1989: 1995A) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ไว้

ดังนี้

1. ขั้นค้นหาความจริง (Fact Finding) โดยการใช้คำถาม “ใคร”
2. ขั้นค้นหาปัญหา (Problem Finding) คือ ระบุนิยามของปัญหา
3. ขั้นค้นหาความคิดในการแก้ปัญหา (Idea Finding) โดยการระดมสมองจาก

สมาชิก

4. ขั้นค้นหาคำตอบ (Solution Finding) โดยใช้ตารางประเมินผล
5. ขั้นยอมรับนำไปปฏิบัติ (Acceptance Finding or Implementation)

ครูลีค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว่ไขว่ได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

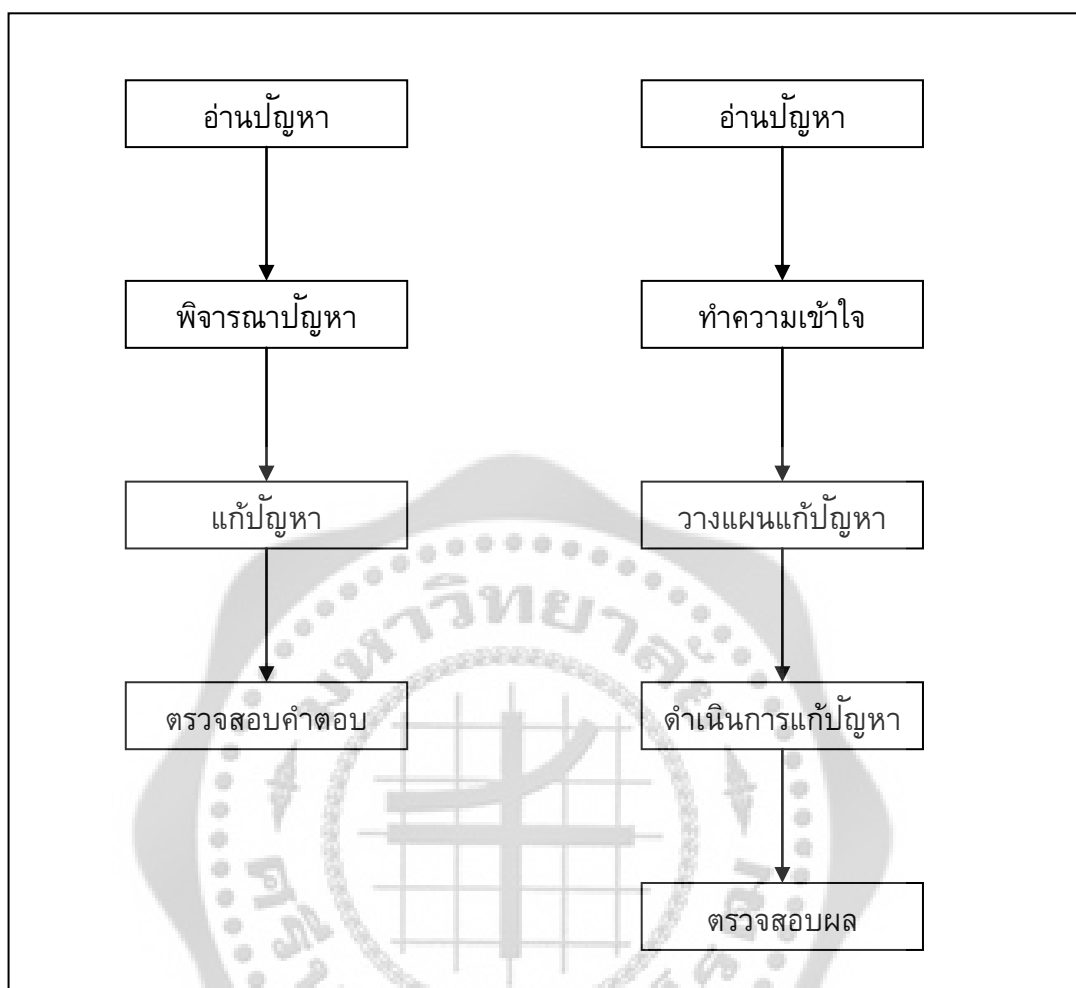
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามองเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีคำแนะนำหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ต้องการใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 16-17; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom High School. p. 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้



ภาพประกอบ 4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้การเรียนแบบร่วมมือ. หน้า 16.

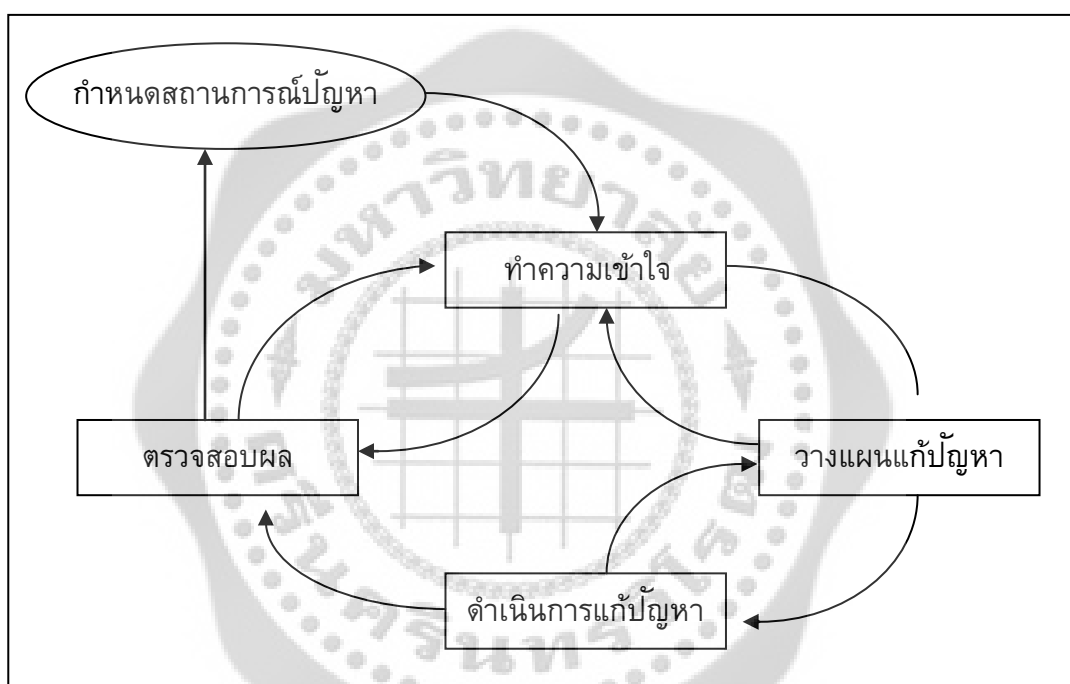
รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอน
เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการ
สืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง
(self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540:
16-17; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom
High School. p. 60-62) มองว่า มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาคือเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน

3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ

4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 16-17; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom High School. p. 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



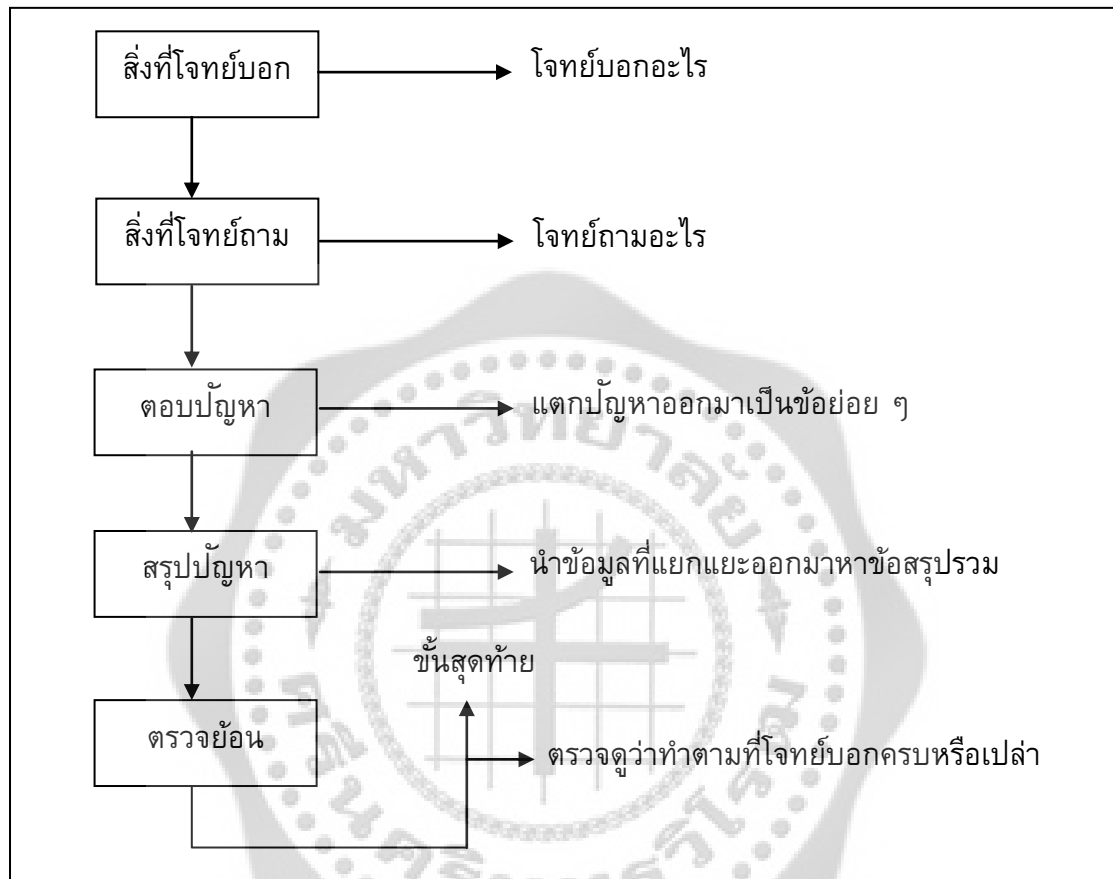
ภาพประกอบ 5 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. หน้า 17.

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหามีข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่การวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการ

ดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในการทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

ยฺพิน พิพิธกุล (2530: 136) ได้เสนอแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหาดังนี้



ภาพประกอบ 6 ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

ที่มา: ยฺพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. หน้า 136.

ดั่งนี้
ดุษฎี บริพัตร ณ อรุณยา (2531: 140-141) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน

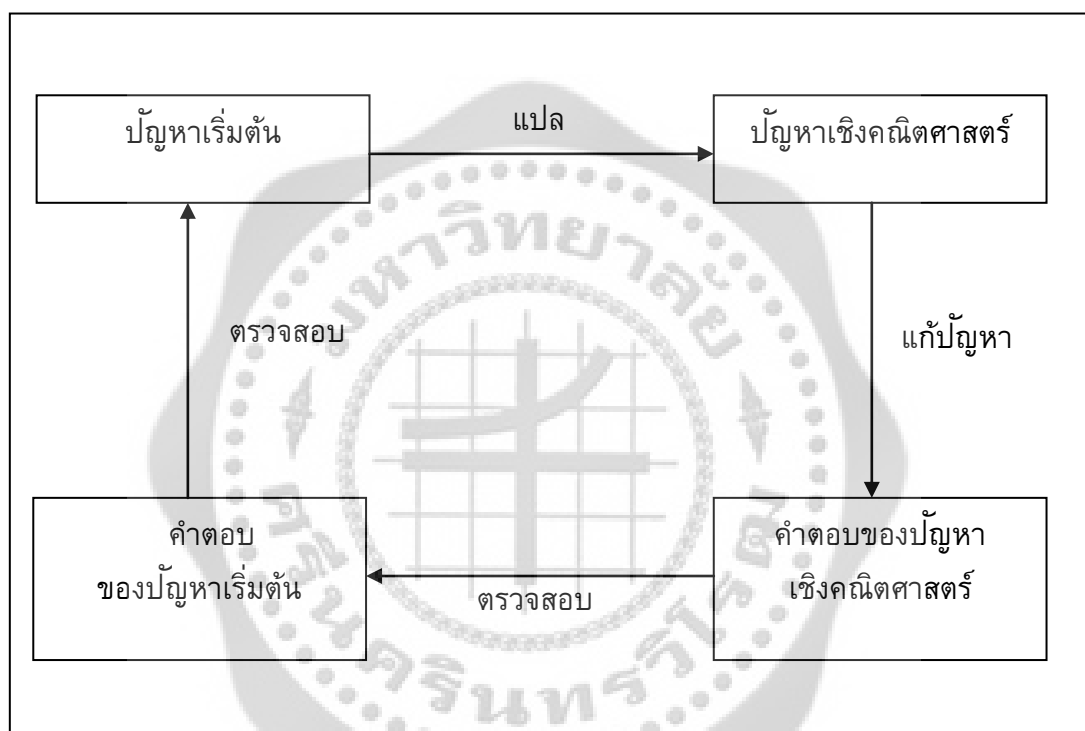
1. ขั้นเก็บข้อมูล (fact Finding) ได้แก่ การเก็บข้อมูลเตรียมไว้สำหรับการพิจารณาว่าอะไรคือปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (problem finding) ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ ที่หาไว้ในขั้นแรก

3. ชั้นระดมความคิด (idea finding) ได้แก่ การช่วยกันพิจารณาทุกแง่มุม เพื่อค้นหาว่าวิธีการคิดอันใดที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาได้

4. ชั้นทดสอบ (solution finding) ได้แก่ การพิจารณาค้นหาดูว่าจะใช้หนทางหรือวิธีแก้ไขอันใดแก้ปัญหาได้

5. ชั้นยอมรับข้อเสนอ (acceptance finding)

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 16-17) ได้แสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยภาพรวมดังนี้



ภาพประกอบ 7 กระบวนการแก้ปัญหา

ที่มา: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). ประมวลสาระชุด
 วิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics).
 หน้า 17.

ดวงเดือน อ่อนนวม และคนอื่น ๆ (2537: 13) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา คือ

1. ชั้นรู้จักปัญหา (problem isolation)
2. ชั้นแสวงหาเค้าเงื่อน (search for cues)
3. ชั้นตรวจสอบความถูกต้อง (confirmative check)

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมคือ สังเกตกระสวนหรือรูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนของปัญหา แบ่งปัญหาวออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงาน แจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก คำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบ สมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สันนิษฐานว่า ดัดแปลงเพิ่มเติม เงื่อนไข หรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

จากการศึกษากระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนพิจารณาและทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะต่าง ๆ ในการแยกแยะได้ว่า โจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหายังไง เป็นการนำความรู้หรือหลักการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยอาศัยทักษะการคิดคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์ การอธิบาย รวมถึงการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่า ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลกับปัญหาหรือไม่

ประเมินได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบ อัตนัย จำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

ครูลิติก และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 45-50) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาว ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Pattern Recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working Backwards)
3. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Test)
4. การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation)

5. การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion)
6. การแจกแจงกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing)
7. การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993: 50-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธี ดังนี้

1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหาแบบรูป (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือ การหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้ นักเรียนเข้าใจโมเดลการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น(Simplifying the Problem)เป็นการแทนจำนวนน้อยๆที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหาที่มีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156) เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 10 วิธี ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหา เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่าง ๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวนดังต่อไปนี้ 0, 2, 4, 6, ... , 15, 20, 25, ... เป็นต้น ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและการใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้วิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็กในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็ก โดยที่เด็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในขณะที่เขามีความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพก็จะเปลี่ยนมาเป็นการแสดงจำนวนและสิ่งอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ รูปภาพและแผนภาพมักจะใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้ปัญหาด้วย

4. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) วิธีนี้เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต เป็นการอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

5. การสร้างตารางและ/หรือสร้างกราฟ (Construct a Table and/or Graph) วิธีนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่อย่างกระจัดกระจายมาในรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลงสามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. การเดาและตรวจสอบ (Guess and check) วิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาแบบยุ่งเหยิงจนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรจะตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) วิธีนี้ใช้แสดงความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ โดยอาจเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เหมาะสำหรับความเป็นไปได้ที่มีไม่มากนัก

8. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วน ๆ (Simplify or Break into Parts) ใช้กับปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลงเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. การทำย้อนกลับ (Work Backward) วิธีนี้มีความพิเศษที่สุดในบรรดาวิธีที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบ

10. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) ปัญหาบางปัญหามีความยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่สามารถลงมือแก้ปัญหานั้นได้โดยตรง บางครั้งจึงต้องเปลี่ยนมุมมองจากจุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรงเป็นสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหานั้นเพื่อโยงไปยังจุดมุ่งหมายของปัญหาจริง ๆ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยยุทธวิธี ดังนี้

1. การเดาและการตรวจสอบ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นยุทธวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาย่อยเสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานั้นได้ในกรณีที่การแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลานาน หรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลัง ๆ ต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูลการเดาครั้งต้น ๆ ในกิจกรรมบางอย่างผู้แก้ปัญหามองต้องการให้ได้คำตอบในเวลาอันรวดเร็ว บางทีถ้าใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นโดยตรง แม้ว่าจะได้คำตอบที่ต้องการแต่ก็อาจต้องใช้เวลาอย่างมากไม่ทันการสามารถที่จะนำยุทธวิธีเดาและตรวจสอบนี้ไปใช้ได้

2. การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลอง ช่วยให้เห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความรู้สึกว่าได้สัมผัสกับตัวปัญหานั้นอย่างแท้จริง การเขียนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองช่วยให้ผู้แก้ปัญหาคำความเข้าใจกับปัญหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาคำหนดแนวทางวางแผนแก้ปัญหานั้นได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. การสร้างตาราง เราสามารถใช้ตารางแสดงข้อมูลให้เป็นระบบมีระเบียบ ช่วยให้เห็นความเกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์กันของข้อมูลได้ชัดเจนขึ้น อันจะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

4. การใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าเป็นวิธีการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งที่ใช้กันในวิชาพีชคณิต ผู้แก้ปัญหาคำหนดความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาคำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในปัญหาบางปัญหาคำหนดความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคำหนดให้อยู่ในรูปสมการได้

5. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบเป็นยุทธวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาคำถามเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ปัญหาคำหนดศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้น แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาคำถามแต่ละคน อาจค้นพบคำตอบที่แตกต่างกันก็ได้

6. การแบ่งเป็นกรณีปัญหาทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาสามารถแก้ปัญหาคำถามได้ง่ายขึ้น เมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อแก้ปัญหาคำถาม

คำตอบของทุกกรณีได้แล้ว พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. การใช้การให้เหตุผลทางตรง ยุทธวิธีที่ใช้การให้เหตุผลทางตรงนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญหาโดยผู้แก้ปัญหา มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การใช้การให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีนี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ แต่เป็นการเน้นการให้เหตุผล

8. การใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ง่ายนักที่จะแก้ปัญหาโดยการใช้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้การให้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิถีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา ในการใช้การให้เหตุผลทางอ้อมเพื่อแสดงว่าเงื่อนไข “A” เป็นจริงทำได้โดยสมมติว่าเงื่อนไข “not A” เป็นจริง หลังจากนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ “not A” เป็นจริง ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า “A” เป็นจริง ปัญหาที่ใช้การให้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์สำหรับปัญหาให้ค้นหาค่าจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. การทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน ยุทธวิธีมองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหาคำตอบกับสิ่งที่กำหนดให้

10. การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นเลยโดยตรงจะทำได้ยาก การสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม แล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหาจากปัญหาใหม่ที่สร้างขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาเริ่มต้น ปัญหาที่สร้างใหม่อาจสร้างให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 19-23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. การสร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ

5. การเดาและการตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้ง จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. แจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามทีละขั้นตอน

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 5) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ทำให้ปัญหาง่ายลง (Make a simpler problem)
3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
4. วาดรูป หรือแผนภาพ (Draw a picture)
5. ทำตาราง (Make a table)
6. แจกแจงอย่างมีระบบ (Make an organized list)
7. ทำย้อนกลับ (Work backward)
8. ใช้หลักเหตุผล (Use logical reasoning)
9. การแสดงบทบาทสมมติ (Simulation)

ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย (2544: 55-70) กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก ปัญหาบางข้อแก้ได้ดีที่สุดด้วยการลองผิดลองถูก โดยการคิดอย่างมีเหตุผลไปพร้อมๆ กับกระบวนการ

2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือการร่าง บ่อยครั้งมากที่ปัญหาข้อหนึ่งสามารถแก้ไขได้ดีที่สุดหรืออย่างน้อยที่สุดทำให้เกิดความเข้าใจได้โดยการวาดหรือร่างรูป พับแผ่นกระดาษ

ตัดเส้นเชือก หรือใช้อุปกรณ์ง่าย ๆ ทิ้งไว้ที่มีอยู่พร้อมแล้วบางอย่างให้เป็นประโยชน์ ยุทธวิธีของการใช้อุปกรณ์สามารถทำให้สถานการณ์ดูเป็นจริงสำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นพวกเขาและสร้างความสนใจในปัญหา

3. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบแล้วสร้างรูปทั่วไปเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมาก ครูจำเป็นต้องค้นหาปัญหาที่เหมาะสมที่จะสร้างความสนใจให้นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์

4. แสดงออกมา ปัญหาบางข้อแก้ไขได้ดีที่สุดโดยการใช้ยุทธวิธีแสดงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องนั้นออกมาจริง ๆ วิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนกลายเป็นผู้มีส่วนร่วมอย่างมีชีวิตชีวา มากกว่าเป็นผู้นั่งดูเพียงอย่างเดียว และยังช่วยให้เขามองเห็นและเข้าใจความหมายของปัญหา ปัญหาปกติทั่วไปหลายข้อในพีชคณิตเบื้องต้นเกี่ยวข้องกับเวลา อัตรา และระยะทางซึ่งเหมาะสมกับการแสดงออกมาในชั้นเรียนได้อย่างวิเศษ ซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้มองเห็นรายละเอียดของปัญหาได้ชัดเจนขึ้นเท่านั้น แต่ยังมีช่วยในการสอนด้วย

5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ เราได้ใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์มาก่อนหน้านี้แล้ว อันที่จริงปัญหาหลายข้อเกี่ยวข้องกับการใช้ตาราง ตาราง และแผนภูมิ ครูสามารถกระตุ้นให้นักเรียนใช้ประโยชน์จากวิธีนี้ได้บ่อยครั้งโดยการเลือกปัญหาที่เหมาะสมเพื่อยั่วให้เกิดจินตนาการและความสนใจขึ้นและยังมียุทธวิธีการแก้ปัญห่อีก ดังนี้

1. ทำย้อนกลับ
2. เริ่มต้นจากการเดา
3. แก้ปัญหาที่เทียบเท่ากันแต่ง่ายกว่า
4. เชื่อมโยงปัญหาใหม่กับปัญหาที่คุ้นเคยมาแล้ว

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544: 52) กล่าวว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างรูปแบบ
4. การสร้างตาราง หรือกราฟ
5. การคาดเดา และตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหานั้น

สมวงษ์ แปลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ์ (2545: 19) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่

ใช้แก้ปัญหา ดังนี้

1. ทดลองกับตัวอย่างง่าย ๆ
2. สร้างตาราง
3. เขียนแผนภาพหรือรูปภาพหรือสร้างโมเดล
4. หารูปแบบและตั้งกฎทั่วไป
5. เดาและตรวจสอบลงมือทดลองวิธีการเพื่อดูผล
6. กล่าวถึงปัญหาในรูปแบบใหม่ โดยเฉพาะรูปแบบที่เรารู้จัก
7. ให้ความสนใจทุกกรณีที่เป็นไปได้
8. หยุดเปลี่ยนมุมมองใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 13-41) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืม หรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการ

มากที่สุดควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหามุ่งหาวิธีการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละชั้นเพื่อให้แก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหานั้นด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหามุ่งหาการใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพจนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหามุ่งหาการแก้ปัญหานั้นโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากการศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามุ่งหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องให้ผู้เรียน รู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหามุ่งหา เลือกวิธีการแก้ปัญหามุ่งหาให้

เหมาะสมกับปัญหา และในการสอนของครูนั้นจะต้องมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดอยู่เสมอ เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996: 1064) ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าการใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

เวียสท์ (Wiest. 1997: 5091) ศึกษาบทบาทของปัญหาที่มีเนื้อหาแปลกประหลาด (ทั้งในระดับน้อยและมาก) และปัญหาในชีวิตจริง (ทั้งที่เกี่ยวข้องกับเด็กและเกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่) ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่า ผลการศึกษาพบว่า มโนคติเกี่ยวกับเรื่องราวที่อยู่ในตัวปัญหา ความสามารถในการอ่าน โครงสร้างของภาษา และความสามารถเฉพาะตัวของนักเรียนต่างมีอิทธิพลต่อเจตคติในการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนชอบแก้ปัญหามีเนื้อหาที่แปลกประหลาดทั้งในระดับน้อยและมากตลอดจนปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเด็กมากกว่าปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่ และความแตกต่างระหว่างเพศไม่มีผลต่อการแก้ปัญหา แต่นักเรียนที่มาจากชุมชนในเมืองและครอบครัวชนชั้นกลางมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่มาจากชุมชนในตำบลและครอบครัวที่ใช้แรงงาน เมื่อพิจารณาเฉพาะปัญหาที่เขาแก้ พบว่า นักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมร้อยละ 58 และร้อยละ 76 ตามลำดับ

ไมเคิลส์ (Michaels. 2002: 63 – 03A.) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่นและแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล (พิจารณา จากความสามารถความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายชอบ แก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างเพศในด้านความเชื่อมั่นทางคณิตศาสตร์

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-220) ได้ทำการวิจัยโดยสำรวจการเชื่อมโยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาคณิตศาสตร์ โดยใช้ นักศึกษาคณิตศาสตร์ 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคย โดยใช้พื้นฐาน

มโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยในการพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างการรับรู้ให้เกิดความเข้าใจสามารถเชื่อมโยงในปัญหาหรือทฤษฎีบท แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

เพรทลี (Pretli. 2003: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสืบสวนเกี่ยวกับผลการใช้คำสำคัญในปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีตัวแปร 2 ตัว ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในเรื่องการแก้ปัญหาคู่ จุดมุ่งหมายของงานวิจัยนี้คือ การกำหนดในการใช้คำสำคัญในเรื่องปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหากลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนเกรด 10 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในออนตาริโอ และนักเรียนที่ถูกเลือกมาจากโรงเรียน 40 มัชยของรัฐบาลที่หลากหลายในวินเซอร์และพื้นที่โดยรอบ ในการสอบก่อนเรียนได้จัดให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนโดยกำหนดให้มีความแตกต่างของระดับนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง จากผลการสอบก่อนเรียนพบว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง และในกลุ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างครู (ปัจจัย A) และกลุ่มพิเศษ (ปัจจัย B) ก็ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติเช่นเดียวกัน ดังนั้นไม่มีผลทางสถิติในการวิเคราะห์ปัจจัยร่วม (ก่อนเรียน) ในการเรียน 7 วันสุดท้าย ในแต่ละวันมีระยะเวลา 74 นาทีซึ่งในการเรียนวันสุดท้ายมีการสอบหลังเรียนโดยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสืบสวนสอบสวน ผลการใช้คำสำคัญกับปัญหา ซึ่งสถิติ ANOVA แสดงผลการสอบหลังเรียนโดยพบว่า มีระดับนัยสำคัญที่ .01 สำหรับทั้ง 3 ปัจจัยคือ A, B และ A×B

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาคู่กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาคู่ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาคู่ตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาคู่ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาคู่ได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาคู่ที่ดีขึ้นได้

แวน (Van. 2006: Abstract) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการฝึกภาพ ภาพจำลองและการแก้ปัญหาคู่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยความสามารถที่หลากหลาย ซึ่งจุดประสงค์ของการศึกษาค้นคว้านี้เป็นการทดลองใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์กับความสามารถในการฝึกภาพของนักเรียนขณะที่ทำการแก้ปัญหาคู่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์นักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้ นักเรียนที่ได้มาจากระดับทั่วไป และนักเรียนที่มีพรสวรรค์ในเกรด 6 จำนวน 66 คน ที่มีส่วนร่วมในการศึกษาค้นคว้านี้ นักเรียนถูกประเมินด้วยเครื่องมือของการแก้ปัญหาคู่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์การ

แสดงออกทางภาพจำลอง และความสามารถในการนึกภาพ พบว่านักเรียนที่มีพรสวรรค์จะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้และผู้ที่ได้มาจากระดับทั่วไป นอกจากนี้การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนภูมิมีนัยสำคัญและความเหมาะสมที่เป็นไปได้ด้วยสูงกว่า การปฏิบัติบนการวัดภาพจำลองแต่ละอัน และการสนทนานั้นสัมพันธ์กันทางลบกับการใช้รูปแบบที่มีภาพประกอบ

บัลลาร์ด (Ballard. 2007: Abstracts) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ของการรวมระบบการเรียนรู้ (ILS; Integrated Learning System) เพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนประถมเกรด 3 ถึงเกรด 6 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยนาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มาใช้ร่วมในการศึกษาโดยเปรียบเทียบกับเด็กที่เรียนจากโรงเรียนที่จัดพิเศษโดยเฉพาะ ผลปรากฏว่า ไม่พบข้อแตกต่างระหว่างเด็กทั้งสองกลุ่มในด้านพัฒนาการของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียน จำนวน 10 คน จาก 56 คน มีคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสัมพันธ์กับด้านทักษะทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างโดดเด่น เมื่อเรียนโดยใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เข้ามาร่วมในการเรียนรู้ร่วมกับการได้รับการแนะนำจากครู

งานวิจัยในประเทศ

เอนก จันทจรูญ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ชั้นของโพลยา และแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา 10 ยุทธวิธี ได้แก่ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการหารูปแบบ ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ยุทธวิธีแจกกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ ยุทธวิธีการให้เหตุผล ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีลงมือแก้ปัญหาเลย และยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 72) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษาพบว่า ชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในกาแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 86.03/76.51 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 70/70 และความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดกิจกรรม คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นัญกาญญา เจริญเกียรติบวร (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วลีพร เดชเดชา (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โมทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โมทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โมทัศน์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียน ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมดและมีทักษะ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549: 110 - 111) ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงาน และแบบฝึกหัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเติม (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต (2552: 101 - 103) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 100 คน โดยแบ่งกลุ่มทดลอง นักเรียน 50 คน และกลุ่มควบคุม นักเรียน 50 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่ที่เน้นการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สัญญา ภัทรากร (2552: 150 - 152) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 43 คน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีชีวิตชีวา ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีชีวิตชีวา สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการ

เรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา สรุปได้ว่างานวิจัยส่วนใหญ่เป็นลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนและเทคนิคต่าง ๆ ซึ่งล้วนส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยครูผู้สอนจะต้องเลือกวิธีสอนหรือกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการสื่อสาร

คำว่า “การสื่อสาร” ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า communication มาจากภาษาลาตินว่า “communis” หรือ “common” ในภาษาอังกฤษมีความหมายว่าเหมือนกัน หรือร่วมกัน ดังนั้น เมื่อเราทำการสื่อสาร ก็คือ การที่เรามีความร่วมกันในการสื่อสาร สำหรับความหมายของการสื่อสาร มีผู้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

ฮาร์แนค และเฟสต์ (Harnack; & Fest. 1964: 399) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการซึ่งคนเรามีปฏิริยาต่อกัน เพื่อความมุ่งหมายที่จะทำให้เกิดการผสมผสานกลมกลืนกันทั้งในระหว่างบุคคลและภายในตัวบุคคลผู้นั้นเอง

นิวคอมบ์ (Newcomb. 1965: 129) กล่าวว่า การสื่อสาร คือ รูปแบบหนึ่งของการแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกันระหว่างบุคคล ซึ่งหากเราจะกล่าวในเชิงโวหารแล้ว การแลกเปลี่ยนนั้นอาจทำให้บุคคลสามารถเข้าถึงจิตใจของผู้อื่นได้

ไรท์ (Wright. 1967: 11) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการในการส่งทอดความหมายระหว่างบุคคลต่าง ๆ

ฮีเบิร์ต (Hiebert. 1974: 6) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการที่มีความเคลื่อนไหว และความต่อเนื่อง โดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจง เช่น เพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์ เพื่อถ่ายทอดค่านิยมทางสังคม เป็นต้น

บาร์เกอร์ (Barker. 1981: 3) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารที่มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา (Everchanging) และไม่มีที่สิ้นสุด (Unending)

ทับส์ และมอส (Tubbs; & Moss. 1983: 4) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการของการร่วมกันสร้างสรรค์ความหมายระหว่างคนสองคนหรือมากกว่านั้น

วิลมอต (Wilmot. 1987: 6) กล่าวว่า การสื่อสาร มีลักษณะที่เป็นกระบวนการ กล่าวคือ การสื่อสารเป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องกันระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร โดยที่องค์ประกอบของการสื่อสารแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกัน

พุนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540: 3) ได้ให้ความหมายของสื่อสารไว้ว่า การสื่อสาร หมายถึงการที่มนุษย์เรามีปฏิสัมพันธ์กันที่จะสร้างความเข้าใจร่วมกันเพื่อดำรงชีวิตอยู่ในสังคมเดียวกัน

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542: 4) ได้ให้คำนิยามว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการที่มีความเคลื่อนไหวและเป็นการกระทำอย่างต่อเนื่องในการส่งและรับสารระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร โดยผ่านสื่อต่าง ๆ อย่างมีวัตถุประสงค์ที่ชัดเจน

กิดานันท์ มลิทอง (2543: 21) อธิบายว่า การสื่อสาร หมายถึงการถ่ายทอดเรื่องราว การแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงออกของข้อความคิดและความรู้สึก นอกจากนี้การสื่อสารยังเป็นการที่บุคคลในสังคมมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกันโดยผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่าง ๆ ด้วย

ณรงค์ สมพงษ์ (2543: 4) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการส่งหรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิด และทัศนคติจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง

เนตรชนก คงทน (2545: 2) อธิบายว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการถ่ายทอดข้อมูลข่าวสาร จากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยผ่านช่องทางการสื่อสาร เพื่อมีอิทธิพลต่อผู้รับสารไม่ทางใดก็ทางหนึ่ง

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 28) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิด และทัศนคติจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง เพื่อสร้างความเข้าใจร่วมกัน

บุญเลิศ ศุภดิลก (2548: 82) ได้นิยามการสื่อสารไว้ว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการแบ่งปันข่าวสารระหว่างมนุษย์

กิติมา สุรสนธิ (2549: 1) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การสร้างความร่วมกัน ความคล้ายคลึงกัน ให้เกิดขึ้นระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร ซึ่งทั้งสองฝ่ายจะต้องมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารที่สอดคล้องกันการสื่อสารจึงจะประสบความสำเร็จ

สุกัญญา บุรณเดชาชัย (2550: 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารไว้ 2 ประการคือ

1. การสื่อสาร หมายถึง การสื่อสารระหว่างมนุษย์ (human communication) เท่านั้น ไม่รวมถึงการคมนาคมขนส่ง (transportation) สินค้า วัตถุสิ่งของ หรือบุคคลโดยอาศัยถนนหนทางแต่อย่างใด การสื่อสารเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งของมนุษย์ (human behavior) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับจิตใจ และการแสดงออกของคนที่ทำการสื่อสารกัน

2. การสื่อสารจะมีการแลกเปลี่ยน “ข่าวสาร” (information) ทศนคติ (attitudes) ความคิด (idea) ฯลฯ ซึ่งในวงการสื่อสารมวลชนจะหมายถึง สาร (message) และเนื้อหาที่ผู้ส่งสารส่งผ่านสื่อไปยังผู้รับสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 71) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสาร (source) ไปยังผู้รับสาร (receiver) โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร (Channel) ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเทอร์เน็ต

สุทรพร รัตนกุล (2551: 4-5) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การกระทำต่าง ๆ ที่ให้เกิดการถ่ายทอดหรือสื่อผ่านข้อมูลจากที่หนึ่ง ไปยังอีกที่หนึ่ง หรือจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง หรือจากกลุ่มบุคคลหนึ่งไปยังอีกกลุ่มบุคคลหนึ่ง

อัมพร ม้าคนอง (2553: 9) อธิบายว่า การสื่อสารเป็นการพูดหรือคุยเพื่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้ที่อยู่ในสังคมเดียวกัน ซึ่งบางครั้งอาจใช้การอ่านหรือการเขียนร่วมด้วย เช่น การอธิบายเหตุผลที่ไม่สามารถส่งการบ้านได้ตรงเวลา การสอนเพื่อนทำการบ้าน

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการถ่ายทอด หรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร จากคนหนึ่งไปยังอีกคนหนึ่งโดยผ่านสื่อต่าง ๆ เช่น การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน เป็นต้น เพื่อสร้างความเข้าใจร่วมกัน

3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

ปรมะ สตะเวทิน (2534: 8-13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารที่มีต่อมนุษย์ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม การที่มนุษย์สามารถรวมตัวกันเป็นกลุ่มเป็นสังคมนับตั้งแต่การรวมตัวกันเป็นครอบครัว ชุมชน เผ่าพันธุ์ จนกระทั่งถึงการรวมตัวเป็นสังคมขนาดใหญ่ในระดับประเทศนั้นอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ การมีสังคมมนุษย์ตั้งแต่สังคมดั้งเดิมดึกดำบรรพ์จนกระทั่งถึงสังคมทันสมัยเช่นปัจจุบัน เกิดจากการที่มนุษย์สามารถทำการสื่อสารเพื่อให้เกิดความเข้าใจกัน และทำความตกลงกัน เพื่อสร้างกฎระเบียบของสังคมให้เป็นที่ยอมรับระหว่างสมาชิก เพื่อจะได้อยู่ร่วมกันอย่างสงบสุขเป็นสังคม และการที่สังคมยังดำรงสภาพความเป็นสังคมอยู่ได้ก็เนื่องจากสมาชิกของสังคมใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในอันที่จะรักษาสถาบันต่าง ๆ และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของสังคมให้เป็นที่ยอมรับและปฏิบัติกันต่อไปได้ หรือแม้แต่เมื่อสังคมมีการเปลี่ยนแปลงไป คนในสังคมก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการที่จะทำความเข้าใจระหว่างกัน สร้างกฎเกณฑ์ใหม่ เปลี่ยนแปลงทัศนคติ และพฤติกรรมให้สอดคล้องกับสภาพของสังคม กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือการมีสังคมมนุษย์ต้องอาศัยการสื่อสาร สังคมมนุษย์เกิดจากการใช้การสื่อสารเป็น

เครื่องมือในการที่จะรวมคนหลาย ๆ คนให้มาอยู่รวมกัน การสื่อสารจึงเปรียบเสมือนสายใยของสังคมที่ประสานหน่วยย่อยต่าง ๆ ของสังคมให้รวมเข้าไว้ด้วยกัน

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งยวดต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของเรา อาจกล่าวได้ว่าตลอดเวลาที่เรตื่น (ซึ่งเป็นเวลาประมาณ 2 ใน 3 ของ 1 วัน) เราทำการสื่อสารอยู่ตลอดเวลา กิจกรรมต่าง ๆ ที่เราทำประจำวันนั้นมีการสื่อสารเข้ามาเกี่ยวข้องอยู่เสมอ

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ ในวงการอุตสาหกรรม การปฏิบัติทางด้านเทคโนโลยีในการผลิต ตลอดจนการพัฒนาประสิทธิภาพในการทำงาน ต้องอาศัยการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมเองเป็นสถาบันหนึ่งซึ่งจะต้องมีความรับผิดชอบต่อสังคมและประชาชน กิจกรรมด้านการสื่อสารแขนงหนึ่งที่เรียกว่า “การประชาสัมพันธ์” (public relations) จึงได้เกิดขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมได้อาศัยการประชาสัมพันธ์เป็นเครื่องมือในการเผยแพร่ข่าวสารเพื่อลดปัญหาความขัดแย้งและสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องให้เกิดขึ้น รวมทั้งตรวจสอบประสามติหรือความคิดเห็นของประชาชนกลุ่มต่าง ๆ ที่มีต่อโรงงานด้วย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะเป็นการปกครองในระบอบใดหรือการปกครองในระดับใดนับตั้งแต่การปกครองท้องถิ่นไปจนถึงการปกครองในระดับชาติ ย่อมมีผู้เกี่ยวข้องอยู่ 2 ฝ่าย คือ ผู้ปกครองและผู้ถูกปกครองหรือประชาชน ผู้ปกครองไม่ว่าจะมาจากการเลือกตั้งหรือการแต่งตั้งย่อมมีภาระผูกพันที่จะต้องปฏิบัติต่อผู้ถูกปกครองหรือประชาชน เพื่อสร้างความเจริญให้แก่สังคมและความผาสุกแก่ประชาชน ผู้ปกครองจำเป็นต้องมีกฎหมาย มีอำนาจในการบังคับใช้กฎหมาย เพื่อสร้างความเป็นระเบียบในสังคม และบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ การจะกระทำเช่นนั้นได้ก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นกลไก หรือเครื่องมือที่สำคัญ ในการดำเนินการปกครองรัฐบาลมีความจำเป็นที่จะต้องเผยแพร่ข่าวสารให้ประชาชนได้รับทราบและเข้าใจ เพื่อให้เกิดความร่วมมือและการปฏิบัติตามนโยบายและกฎเกณฑ์ที่รัฐบาลได้กำหนดไว้ นอกจากการเผยแพร่ข่าวสารแล้วรัฐบาลยังมีความจำเป็นในการที่จะได้รับทราบความรู้สึกนึกคิด และความต้องการหรือประสามติของประชาชนด้วย เพื่อจะได้ใช้เป็นแนวทางในการดำเนินนโยบายของรัฐบาลให้สอดคล้องกับประสามติในกรณีของการปกครองระบอบประชาธิปไตย หรือเพื่อควบคุมประสามติไม่ให้เบี่ยงเบน หรือต่อต้านนโยบายของรัฐบาลในกรณีของการปกครองในระบบเผด็จการ

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ในวงการเมืองระหว่างประเทศก็มีความจะเป็นต้องอาศัยการสื่อสารเป็นปัจจัยที่สำคัญเช่นเดียวกัน เราจะเห็นได้ว่าเนื่องจากเหตุผลทางด้านการสื่อสาร และเหตุผลทางด้านการเมืองจึงทำให้สังคมโลกในปัจจุบันเป็นสังคมที่แคบ พัฒนาการของเทคโนโลยีทางการสื่อสารช่วยทำให้ประเทศต่าง ๆ สามารถติดต่อแลกเปลี่ยนข่าวสารและความคิดเห็นกันได้โดยสะดวกและรวดเร็ว ในทำนองเดียวกันปัจจัยทางด้านการเมือง อันได้แก่ระบอบการปกครอง แนวความคิด ตลอดจนผลประโยชน์ของประเทศชาติก็ทำให้เกิดการรวมตัวของประเทศต่าง ๆ เข้าด้วยกันเป็นกลุ่ม ๆ การรวมกลุ่มดังกล่าวเป็นทั้งในรูปอุดมการณ์ทางการเมือง

ความมั่นคงทางทหาร การเศรษฐกิจ เป็นต้น

มณฑล โบบัว (2536: 3-4) กล่าวว่า การสื่อสาร มีความสำคัญ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม มนุษย์รวมตัวกันเป็นกลุ่มสังคมได้ตั้งแต่สังคม เล็กระดับครอบครัว จนกระทั่งถึงสังคมที่ใหญ่ระดับประเทศได้เพราะอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน เมื่อมนุษย์รวมกันอยู่ ดำเนินชีวิตร่วมกัน ก็ย่อมตกลงในระเบียบ กติกาต่าง ๆ เพื่อใช้เป็นกฎเกณฑ์ ต่าง ๆ ของสังคม เพื่อให้สังคมนั้น ๆ ดำรงอยู่ได้ และมนุษย์ก็ใช้การสื่อสารซึ่งกันและกันเพื่อจะทำความเข้าใจ การที่สังคมมนุษย์ได้รับการพัฒนาตลอดโดยไม่มีการขาดตอน ก็เพราะใช้การสื่อสาร เป็นสายใยแห่งการถ่ายทอดประเพณี วัฒนธรรมความรู้สึกนึกคิดของคนรุ่นหนึ่งไปสู่คนอีกรุ่นหนึ่ง

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวัน ในวันหนึ่ง ๆ ตลอดเวลาที่เรตื่นเราสื่อสารตลอดเวลา อาจจะสื่อสารกับตัวเอง สื่อสารกับผู้อื่น ทั้งนี้ อาจเป็นคนในครอบครัว ผู้ร่วมงานกิจกรรมต่าง ๆ ในการดำรงชีวิตต่างก็อาศัยการสื่อสารเป็น เครื่องมือทั้งสิ้น

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ การดำเนินอุตสาหกรรมและธุรกิจ ไม่ว่าจะ เป็นขั้นตอนในการผลิต การจัดจำหน่าย ต่างก็ต้องอาศัยการสื่อสารทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การ สื่อสารกันระหว่างบุคคลจนกระทั่งถึงการสื่อสารกับมวลชน เช่น การโฆษณา การประชาสัมพันธ์ ทั้งนี้จะต้องอาศัยวิธีการสื่อสารโดยเฉพาะในปัจจุบันได้มีการนำเทคโนโลยีใหม่ ๆ มาใช้ในการสื่อสาร มากมาย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะเป็นการปกครองระดับใด หรือการปกครองระบอบใด ทั้งผู้ปกครองและผู้ถูกปกครอง จะต้องมีการตกลงร่วมกันในกฎเกณฑ์ หรือระเบียบต่าง ๆ ผู้ปกครองต้องเผยแพร่ข่าวสารเหล่านี้ให้ผู้ถูกปกครองทราบทั้งทางตรงและ ทางอ้อมรวมทั้งประชาชนหรือผู้ถูกปกครองก็ต้องสื่อสารเรื่องต่าง ๆ ไปยังผู้ปกครองด้วย ซึ่งเป็นการ สื่อสารทั้งแบบจากบนลงสู่ล่าง และแบบจากล่างขึ้นสู่บน

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ประเทศต่าง ๆ ต้องมีการติดต่อสื่อสาร กันทั้งด้านการเมือง เศรษฐกิจ การทหาร ปัจจุบันเรามองการณ์ในการทำหน้าที่ติดต่อสื่อสาร ข่าวก การเมืองระหว่างประเทศ และการสื่อสารมวลชนเข้ามามีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของเรามาก

พุนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540: 1) กล่าวว่า มนุษย์เราเป็นสัตว์ประเสริฐ มีการอยู่กันเป็น สังคม ชักนำให้รู้จักกัน มีความหมายตรงกันด้วย การสื่อสารกันด้วยการแสดงออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ทั้งลักษณะท่าทาง แสดงออกทางเสียง ทางภาพและอาศัยวัตถุแวดล้อมประกอบกันเป็น ความหมาย เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจร่วมกัน มนุษย์ได้ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการติดต่อ ปฏิสัมพันธ์กันมาตั้งแต่ดึกดำบรรพ์ การวาดภาพในผนังถ้ำ การใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ตลอดจนการมี ภาษา มีอักษรนับตั้งแต่จดหมาย สิ่งพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์ มนุษย์ได้คิดหาเทคโนโลยีและพัฒนา เครื่องมือสื่อสารต่าง ๆ ขึ้นมาจนถึงปัจจุบัน การสื่อสารได้เจริญรุดหน้ามีส่วนในการสร้างสรรค์ พัฒนาสังคมโลกให้แคบลงทุกวัน แม้จะอยู่คนละซีกโลก ต่างชาติ ต่างภาษา ต่างวัฒนธรรม มนุษย์ก็

สามารถติดต่อสื่อสารกันได้อย่างรวดเร็ว จึงนับว่าการสื่อสารเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่คงดำรงอยู่ของทุกชีวิตในสังคมโลก

สมชาย วรกีจเกษมสกุล (2540: 69-70) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการขั้นพื้นฐานของการดำรงชีวิตของมนุษย์ในสังคม เพื่อแสดงความต้องการและความรู้สึกนึกคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับทราบ จะได้ตอบสนองต่อความต้องการนั้น ๆ จึงกล่าวได้ว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้มนุษย์มีความเข้าใจซึ่งกันและกัน ส่งผลให้มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกันได้อย่างเป็นปกติสุขในสังคมเดียวกัน

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542: 1-3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารกับปัจเจกบุคคล โดยทั่วไปคนเรามีความต้องการพื้นฐานประการหนึ่งนอกเหนือจากปัจจัยสี่ นั่นคือ ความต้องการที่จะสื่อสารกับเพื่อนมนุษย์ด้วยกัน ความจำเป็นในด้านการสื่อสาร เป็นความจำเป็นพื้นฐานที่จะต้องมีเพื่อให้ชีวิตอยู่รอด ซึ่งแรงจูงใจที่จะก่อให้เกิดการสื่อสารกันระหว่างคนเรานี้ อาจจะเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากความต้องการอย่างต้งอกต้งใจหรือเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากจิตใต้สำนึกก็ได้ แรงจูงใจที่ก่อให้เกิดการสื่อสารระหว่างคนเรา คือ

1.1 เพื่อค้นพบ และเรียนรู้ การที่คนเราได้ติดต่อพูดคุยกับบุคคลอื่น จะทำให้เกิดการค้นพบตัวเอง เกิดการเรียนรู้และเข้าใจตนเอง เข้าใจบุคคลอื่นมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสื่อสารระหว่างบุคคล ซึ่งเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด ความรู้สึก ทำให้เราเรียนรู้ว่าแท้จริงแล้วความรู้สึกเจ็บปวด ทุกข์ สุขหรือเศร้าของคนเราไม่ได้แตกต่างกัน และนั่นเป็นการเรียนรู้ที่จะเอาใจเขามาใส่ใจเรา ส่วนการสื่อสารมวลชน ทำให้เราได้เรียนรู้เกี่ยวกับโลกภายนอก มีความรู้เรื่องเศรษฐกิจ การเมือง การพัฒนา กีฬา สิ่งแวดล้อม ฯลฯ ตลอดจนสินค้าและบริการใหม่ๆ

1.2 เพื่อสร้างความสัมพันธ์ คนทุกคนต้องการที่จะมีความรัก และได้รับความรักจากบุคคลอื่น โดยพื้นฐานนี้จึงเป็นแรงจูงใจสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้มีการติดต่อสื่อสารเพื่อสร้างความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังจะเห็นได้ว่าในเวลาที่เราเข้าไปอยู่ในสถานที่แปลกใหม่ ท่ามกลางบุคคลแปลกหน้าโดยไม่ได้พูดคุยกับใครเลย เราจะรู้สึกอึดอัดและไม่สบายใจ

1.3 เพื่อโน้มน้าวใจ ในการสื่อสารระหว่างบุคคล ผู้สื่อสารซึ่งผลัดกับเป็นผู้ส่งสารและผู้รับสาร ต่างก็พยายามที่จะเปลี่ยนความคิด โน้มน้าวทัศนคติและพฤติกรรมของอีกฝ่ายหนึ่งให้คล้อยตาม และเห็นด้วยกับตน

1.4 เพื่อความเพลิดเพลิน แรงจูงใจอีกประการหนึ่งที่ก่อให้เกิดการสื่อสารคือความต้องการที่จะลดความตึงเครียดหรือแสวงหาความพึงพอใจและความเพลิดเพลิน ในแต่ละวันคนเรามักจะแสวงหาความเพลิดเพลิน และความบันเทิงในรูปแบบที่ตนพอใจ เช่น การฟังเพลง การชมละคร โทรทัศน์ ฯลฯ

2. การสื่อสารกับสังคม มนุษย์ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการถ่ายทอดวัฒนธรรม และกระบวนการขัดเกลาทางสังคมอันทำให้สังคมเกิดขึ้นและดำรงอยู่ได้ เราสามารถจำแนกความสำคัญของการสื่อสารต่อสังคมออกเป็น 8 ด้าน คือ

2.1 ด้านข่าวสาร เป็นการรวบรวม แยกแยะและกระจายข่าว ข้อเท็จจริงและความเห็นซึ่งเป็นการทำให้เราเข้าใจบุคคลอื่น ชุมชนอื่น สถานการณ์ภายใน และภายนอกประเทศ ก่อนที่จะตัดสินใจอย่างเหมาะสมในเรื่องนั้น ๆ

2.2 ด้านการอยู่ร่วมกัน เป็นการสร้างสมความรู้ ความคิดร่วมกัน ซึ่งจะทำให้เราอยู่ในสังคมได้ ด้วยการตระหนักว่า คนแต่ละคนอาจทำตัวให้มีประโยชน์ต่อสังคมได้

2.3 ด้านแรงผลักดัน เป็นการส่งเสริมจุดมุ่งหมายทั้งระยะสั้น และระยะยาว ทั้งของส่วนตัว และสังคม ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นให้ทุกคนมีบทบาท เพื่อจุดมุ่งหมายร่วมกัน

2.4 ด้านการอภิปราย เป็นการให้ข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทำให้ปัญหาสังคมชัดเจน ชัดเจนนำไปสู่การสร้างความตระหนักและมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาาร่วมกัน และเพื่อทำให้ประชาชนสนใจปัญหาของชุมชน

2.5 ด้านการศึกษา เป็นการกระจายความรู้ความเข้าใจเพื่อพัฒนาสติปัญญา สร้างลักษณะนิสัยและทักษะ ตลอดจนถ่ายทอดมรดกทางสังคม

2.6 ด้านความก้าวหน้า เป็นการเผยแพร่ผลงานทางศิลปวัฒนธรรม การรักษามรดก ทางวัฒนธรรม และการทำให้เรางอกงามขึ้นด้วยการปลูกจินตนาการให้ตื่น และกระตุ้นความปรารถนาที่จะสร้างสรรค์ความงาม

2.7 ด้านบันเทิง เป็นการเผยแพร่ละคร ระบาย วรณกรรม กีฬาและกิจกรรมอื่น ๆ เพื่อการพักผ่อน ทั้งในแง่ส่วนตัวและส่วนรวม

2.8 ด้านความสามัคคี เป็นการให้โอกาสผู้คน กลุ่มชนและเชื้อชาติต่าง ๆ ได้แสวงหาข้อมูลจากแหล่งที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้พวกเขารู้จักและเข้าใจความคิดเห็นและความใฝ่ฝันของกันและกัน

บุญเลิศ ศุภดิลก (2548: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งของมนุษย์ เช่นเดียวกับพฤติกรรมอย่างอื่น เช่น การกิน การนอน การประหยัด หรือการลงคะแนนเสียง การสื่อสารเป็นกิจกรรมหรือสิ่งที่มนุษย์คิดและทำขึ้น เนื่องจากเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์ การสื่อสารจึงดูเหมือนมีชีวิตจิตใจและวิญญาณ การสื่อสารเกิดจากการที่มนุษย์เรามีความสัมพันธ์ (relationship) ซึ่งกันและกัน ความสัมพันธ์นี้อาจเกิดขึ้นระหว่างคนเพียงสองคน หรือระหว่างบุคคลคนเดียวกับบุคคลเป็นจำนวนมากก็ได้ ในอีกสถานการณ์หนึ่ง อาจเป็นความสัมพันธ์ระหว่างคนคนหนึ่งกับกลุ่มบุคคล องค์กรการ และสังคมส่วนรวม หรืออาจเป็นความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มบุคคล องค์กรการ และสังคมส่วนรวมก็ได้ทั้งนี้ นอกจากนี้ ความสัมพันธ์อาจปรากฏในรูประหว่างบุคคลกับสัตว์ หรือกับเครื่องยนต์กลไกก็เป็นได้

กิติมา สุรสนธิ (2549: 1-2) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการ (process) ที่มีความสำคัญต่อมนุษย์ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา จนอาจกล่าวได้ว่าการสื่อสารเป็นฟันเฟืองของเครื่องจักรกลแห่งสังคมที่ทำให้สังคมดำเนินไปได้โดยไม่หยุดยั้ง

เนื่องจากการสื่อสารเป็นทั้งเครื่องมือ (instrument) และวิธีการ (means) ในการก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างใดอย่างหนึ่งทั้งต่อปัจเจกบุคคล ต่อองค์กร และสังคม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 64-65) อธิบายว่า กิจกรรมในชีวิตประจำวันของคนส่วนใหญ่ขาดไม่ได้คือ การสื่อสาร เราใช้การสื่อสารเพื่อสร้างความเข้าใจให้เกิดขึ้นระหว่างกันและกัน ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต อาชีพ สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา

จากการศึกษาความสำคัญของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับมนุษย์ ดังนี้

1. ความสำคัญต่อสังคม การสื่อสารช่วยให้มนุษย์อยู่รวมกันเป็นสังคม การสื่อสารเป็นพื้นฐานเพื่อทำความเข้าใจกัน

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน ในการดำรงชีวิตประจำวันย่อมต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการติดต่อกับผู้อื่น

3. ความสำคัญต่อการปกครอง ระเบียบ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ย่อมต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการถ่ายทอดให้ประชาชนได้รับทราบและเข้าใจ เพื่อความเป็นระเบียบ เพื่อสร้างความร่วมมือ เผยแพร่ข่าวสารต่าง ๆ

3.3 ประเภทของการสื่อสาร

เฮลเลอร์ (Heller. 2003: 6) จำแนกการสื่อสารเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารทางเดียว (One-Way Communication) เป็นการส่งข่าวสารหรือการสื่อความหมายไปยังผู้รับแต่เพียงฝ่ายเดียวโดยที่ผู้รับไม่สามารถตอบสนองทันที (Immediate Response) กับผู้ส่ง แต่อาจจะมีผลย้อนกลับไปยังผู้ส่งในภายหลังได้ การสื่อสารในรูปแบบนี้จึงเป็นการที่ผู้ส่งและผู้รับไม่สามารถมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันได้ทันที

2. การสื่อสารสองทาง (Two-Way Communication) เป็นการสื่อสารหรือการสื่อความหมายที่ผู้รับมีโอกาสตอบสนองมายังผู้ส่งได้ในทันทีโดยที่ผู้ส่งและผู้รับอาจจะอยู่ต่อหน้ากันหรืออาจอยู่คนละสถานที่ก็ได้ แต่ทั้งสองฝ่ายจะสามารถมีการเจรจาหรือการโต้ตอบกันไปมา โดยที่ต่างฝ่ายต่างผลัดกันทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งและผู้รับในเวลาเดียวกัน

อรนุช เลิศจรยารักษ์ และดาราวรรณ สุขุมลชาติ (2533: 32-44) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารไว้ 4 ประเภท คือ

1. การสื่อสารภายในตัวบุคคล หมายถึง การสื่อสารซึ่งเกิดขึ้นในตัวบุคคลแต่ละคน พุทสน์ ๆ คือ คนพูดกับตัวเองนั่นเอง การสื่อสารภายในตัวบุคคลเป็นไปได้เพราะมนุษย์สามารถกลายเป็นเป้าหมายของตัวเองต่อสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่เขาใช้ในการสื่อสาร ด้วยสัญลักษณ์เหล่านี้เองอะไรซึ่งมนุษย์พูดต่อคนอื่นสามารถหมายความว่าได้เช่นเดียวกับเขาพูดกับตัวเอง

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล หรือการสื่อสารตัวต่อตัว เป็นการสื่อสารโดยตรงระหว่างบุคคล 2 คนหรือมากกว่านั้น ซึ่งบุคคลเหล่านี้จะต้องอยู่ใกล้กันพอที่ประสาทสัมผัสทั้ง 5 (หู ตา จมูก ปาก ผิวหนัง) สามารถจะติดต่อกันได้ และปฏิบัติยาตอบสนอง (Feedback) นั้นมีได้ทันที

3. การสื่อสารระหว่างวัฒนธรรม ผู้ส่งสารอยู่ในวัฒนธรรมหนึ่ง ผู้รับสารอยู่ในอีกวัฒนธรรมหนึ่ง การสื่อสารระหว่างวัฒนธรรมนี้เกิดขึ้นในระดับวัฒนธรรมผู้ส่งสารและผู้รับสารมีปฏิสัมพันธ์กันในแง่ของสมาชิกในวัฒนธรรมมากกว่าสมาชิกของชาติ กระบวนการสื่อสารจะสำเร็จลงได้ก็ด้วยการที่คนต่างสังคม ต่างวัฒนธรรม พยายามศึกษาและเข้าใจวัฒนธรรมของกันและกัน ทั้งนี้เพราะวัฒนธรรมเป็นส่วนหนึ่งในการสื่อสาร และการสื่อสารสามารถส่งผ่านได้ทางวัฒนธรรม

4. การสื่อสารมวลชน เป็นกระบวนการแลกเปลี่ยนข่าวสารระหว่างกลุ่มคนจำนวนมากในสังคม โดยใช้ช่องทางคือสื่อมวลชน (mass media) ซึ่งสื่อมวลชนนั้น หมายถึงหนังสือพิมพ์ หนังสือนิตยสาร วิทยุ โทรทัศน์ และภาพยนตร์ เป็นช่องทางของการสื่อสารมวลชน เมื่อสารนั้นถูกส่งออกไปแล้วจะไปถึงผู้รับสารจำนวนมากซึ่งเรียกว่ามวลชน (mass audience) ซึ่งหมายถึง ผู้อ่านหนังสือพิมพ์ หนังสือนิตยสาร ผู้ฟังวิทยุ ดูโทรทัศน์และภาพยนตร์

มณฑล ไบบัว (2536: 16-17) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารโดยการใช้ลักษณะวิธีการติดต่อกันระหว่างผู้รับสาร (receiver) และผู้ส่งสาร (sender) เป็นเกณฑ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารระบบทางเดียว (One-Way Communication) คือ การสื่อสารในลักษณะที่ผู้ให้การสื่อสารไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับการสื่อสารได้เป็นฝ่ายให้การสื่อสาร เป็นการแลกเปลี่ยนกันทั้งไม่เอาใจใส่ต่อการแสดงปฏิกิริยาย้อนกลับ (feed back) ของอีกฝ่ายหนึ่ง เพื่อใช้ในการปรับปรุงการติดต่อสื่อสารให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เช่น การสื่อสารโดยผ่านเครื่องมือสื่อสารบางประเภท เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ หรือการออกคำสั่งแบบทหารไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับคำสั่งมีโอกาสถาม หรือโต้แย้ง

2. การสื่อสารระบบทางคู่ (Two-Way Communication) คือ การสื่อสารที่มีทั้งให้และรับข่าวสารระหว่างกัน ทั้งผู้ให้การสื่อสารก็เป็นผู้รับสารในขณะเดียวกันกับที่ผู้รับการสื่อสารได้กลับเป็นผู้ให้การสื่อสาร เช่น การติดต่อสื่อสารโดยผ่านเครื่องมือในการสื่อสารบางประเภท เช่น โทรทัศน์หรือการพูดคุยกัน หรือการออกคำสั่งโดยให้อีกฝ่ายมีโอกาสถามหรือโต้แย้งได้

วรรณิ โสมประยูร (2537: 27) ได้จำแนกการสื่อสารเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. การสื่อสารทางเดียว (One-way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) ส่งผลย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) หรือตอบโต้ข่าวสารกันอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นหากเกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนจึงส่งผลให้ไม่สามารถทำความเข้าใจร่วมกันได้

2. การสื่อสารสองทาง (Two-way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) สามารถส่งผลการตีความหมายของตนย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) ได้ทันทีเกิดการตอบสนองซึ่งกันและกัน มีโอกาสตั้งข้อสงสัย ชักถาม หรือโต้แย้ง อภิปรายหาข้อยุติ

ข้อมูลย้อนกลับที่ได้จึงเปลี่ยนเป็นข่าวสารชุดใหม่ โดยผู้รับสารจะสลับหน้าที่เป็นผู้ส่งสาร และผู้ส่งสารจะเป็นผู้รับสาร

พุนทรพีย์ สิทธิพรหม (2540: 29-32) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารไว้ 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) เป็นกิจกรรมเกี่ยวข้องกับบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ทั้งสองฝ่ายส่งสาร-รับสารโต้ตอบซึ่งกันและกัน
2. การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) คือ การสื่อสารไปยังประชาชนจำนวนมากที่กระจัดกระจายทั่วไปโดยไม่มีขอบเขต และแต่ละบุคคลที่ติดต่อกันนั้น ไม่เลือกเพศ วัย และระดับการศึกษา การสื่อสารแบบมวลชนนี้เป็นประโยชน์ต่อการให้ข่าวสารที่มีอาณาเขตกว้างไกล (area coverage)

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542: 6) ได้จำแนกประเภทของการสื่อสารตามจำนวนของผู้สื่อสารดังนี้

1. การสื่อสารภายในตนเอง (Intrapersonal Communication) เป็นการสื่อสารกับตนเอง เช่น การคิด การไตร่ตรองหาเหตุผล การวิเคราะห์ การทบทวนเรื่องที่พูดหรือเขียน การร้องเพลงฟังคนเดียว ซึ่งทั้งหมดนั้นจะมีผู้สื่อสารเพียงคนเดียว บุคคลผู้นั้นทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งสารและผู้รับสาร
2. การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) เป็นการสื่อสารระหว่างบุคคลสองหรือสามคน เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น และสร้างความสัมพันธ์ระหว่างกัน เช่น การพูดคุยกันแบบเห็นหน้าค่าตา การใช้โทรศัพท์คุยกัน เป็นต้น
3. การสื่อสารกลุ่มย่อย (Small Group Communication) เป็นการสื่อสารภายในกลุ่มคน จำนวนหนึ่ง ซึ่งผู้ส่งสารและผู้รับสารสามารถที่จะพูดคุยโต้ตอบกันได้โดยตรงและทั่วถึง เช่น การสื่อสารในการประชุมสัมมนา เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ กระตุ้น และร่วมกันแก้ไขปัญหา
4. การสื่อสารกลุ่มใหญ่ (Large Group Communication) เป็นการสื่อสารระหว่างคนจำนวนมาก ซึ่งอยู่ในสถานที่เดียวกัน หรือใกล้เคียงกัน โดยอาจจะใช้สื่อโสตทัศนศึกษาช่วย เช่น การใช้โทรทัศน์วงจรปิดในการสอนนักศึกษาในกลุ่มใหญ่ที่มีหลายห้องเรียน การสื่อสารในกลุ่มใหญ่นี้ได้แก่ การอภิปรายในหอประชุม การปราศรัยหาเสียง เป็นต้น โอกาสที่ผู้ส่งสาร และผู้รับสารจะสื่อสารกันได้โดยตรงและทั่วถึงกันมีน้อยมาก และขาดลักษณะของการสื่อสารแบบตัวต่อตัว
5. การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) เป็นการสื่อสารที่ผู้ส่งสาร ซึ่งอาจจะมีมากกว่า 1 คน ส่งข่าวสารไปยังผู้รับสารที่มีเป็นจำนวนมาก ซึ่งอาศัยอยู่ในสถานที่ต่าง ๆ ห่างไกลกัน ได้อย่างรวดเร็ว ภายในระยะเวลาเดียวกันหรือใกล้เคียงกัน โดยผ่านทางสื่อมวลชนต่าง ๆ เช่น โทรทัศน์ วิทยุ หนังสือพิมพ์ เป็นต้น การสื่อสารแบบนี้ผู้ส่งสารไม่สามารถทราบปฏิกิริยาของผู้รับสารได้อย่างทันทีทันใด

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2551: 16-19) กล่าวว่า ประเภทของการสื่อสารสามารถแบ่งได้ ดังนี้

1. การสื่อสารภายในบุคคล เป็นการสื่อสารกับตนเองในลักษณะต่างๆ ตั้งแต่การพูดกับตนเอง การคิดวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการประเมิน หรือตัดสินใจในเรื่องต่างๆ ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้น “ภายใน” ที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทำงานของสมองของบุคคลเป็นหลัก

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล เป็นการสื่อสารไม่เกิน 3 คน ที่เป็นไปได้ทั้งการสื่อสารแบบเห็นหน้า (Face to Face Communication) และการสื่อสารผ่านสื่อ (Interposed Communication) ที่เอื้อต่อปฏิกริยาป้อนกลับ หรือความเป็นไปได้ในการแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารระหว่างคู่สื่อสาร

3. การสื่อสารกลุ่ม เป็นการสื่อสารที่มีจำนวนคนมากกว่าการสื่อสารระหว่างบุคคล แต่ไม่มากเท่าการสื่อสารสาธารณะ

4. การสื่อสารองค์กร เป็นการสื่อสารเรื่องกระบวนการ โครงสร้าง และรูปแบบสื่อสารในองค์กร เพื่อมุ่งหาแนวทางการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เนื่องจากการสื่อสารองค์กรที่มีประสิทธิภาพเป็นปัจจัยสำคัญในการเพิ่มผลผลิตให้แก่องค์กร

5. การสื่อสารสาธารณะ เป็นการสื่อสารในกลุ่มขนาดใหญ่ที่มีรูปแบบค่อนข้างเป็นทางการ เนื่องจากสารที่ผู้ส่งสารไปยังผู้รับ จะได้รับการเตรียมการมาเป็นอย่างดีก่อนเสมอ เพื่อให้ตอบสนองต่อวัตถุประสงค์ของการสื่อสารสาธารณะที่มักกำหนดไว้อย่างชัดเจน

6. การสื่อสารมวลชน เป็นการสื่อสารที่มักเกิดขึ้นจากองค์การทางการสื่อสารที่มีกระบวนการทำงานที่ซับซ้อน เพื่อถ่ายทอดสารผ่านสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ วิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และอินเทอร์เน็ต ไปยังผู้รับที่เป็น “มวลชน” ซึ่งมีจำนวนมาก และมีลักษณะหลากหลายทางประชากรศาสตร์

จากการศึกษาประเภทของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมี 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารทางเดียว เป็นกระบวนการที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสารส่งผลย้อนกลับ อาจเกิดเข้าใจกันผิด เพราะไม่มีโอกาสถามหรือโต้แย้ง

2. การสื่อสารสองทาง เป็นกระบวนการที่ผู้รับสารมีโอกาสส่งผลย้อนกลับ เกิดการตอบสนองกัน ผู้รับสารจะกลายเป็นผู้ส่งสาร และผู้ส่งสารก็จะกลายเป็นผู้รับสาร

3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร

มณฑล ไบบัว (2536: 33-44) กล่าวว่า ในการสื่อสารจะต้องมีองค์ประกอบอย่างน้อย 4 ประการ ได้แก่

1. ผู้ส่งสาร (sender) ก็คือ บุคคลซึ่งเป็นผู้เริ่มต้นสร้างและส่งสารไปยังผู้อื่นก็หมายถึงว่า ผู้ส่งสารก็คือผู้เริ่มต้นการสื่อสารนั่นเอง ในการสื่อสารครั้งหนึ่ง ๆ นั้น ผู้ส่งสารจะทำหน้าที่เข้ารหัส(encoding) อันเป็นการแปลเอกสารให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ที่มนุษย์คิดสร้างขึ้นแทนความคิด ผู้ส่งสารอาจจะเป็นบุคคล กลุ่มบุคคล องค์กร สถาบันก็ได้ ในการอภิปราย ผู้ส่งสารอาจมีมากกว่าหนึ่งคน ในการสื่อสารสาธารณะผู้ส่งสารอาจมีได้ส่งสารในฐานะที่เป็นตัวของตัวเอง

หากแต่ส่งสารในฐานะที่เป็นตัวแทนของหน่วยงานหรือสถาบันใดสถาบันหนึ่ง ผู้ส่งสารในกระบวนการสื่อสารมวลชนก็คือ ตัวแทนขององค์การเกี่ยวกับการสื่อสารมวลชน ซึ่งนอกจากจะส่งสารในฐานะที่เป็นตัวของตัวเองแล้ว ก็ยังมีความรับผิดชอบในฐานะที่เป็นตัวแทนของสถาบันการสื่อสารมวลชนนั้น ๆ ด้วย

2. สาร (message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกมาโดยอาศัยภาษา หรือ สัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้ส่งสารเกิดความคิดขึ้น และต้องการจะส่งสารนั้น ก็โดยการที่ผู้ส่งสารแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่า การเข้ารหัส (encode) เพื่อแทนความคิดที่เกิดขึ้น เช่น พูด เขียน วาด แสดงท่าทางต่าง ๆ

3. ช่องทางหรือสื่อ (channel or medium) คือ การเข้ารหัสและการถอดรหัส, สิ่งที่น่าสาร เช่น คลื่นแสง คลื่นเสียง วิทยุ โทรเลข โทรศัพท์ หนังสือพิมพ์ เป็นต้น และพาหนะของสิ่งที่ส่งสาร เช่น อากาศ การสื่อสาร สารจะถูกส่งไปยังผู้รับ โดยผ่านช่องทางหรือประสาทสัมผัสทางใดทางหนึ่งหรือหลายทาง ดังต่อไปนี้ คือ การเห็น การได้ยิน การสัมผัส การลิ้มรส และการได้กลิ่น ดังนั้นในการสื่อสารผู้ส่งจึงควรคำนึงถึงสื่อหรือช่องทางที่จะนำสารไปยังผู้รับ ทั้งนี้เพื่อจะทำการสื่อสารนั้นถึงผู้รับอย่างสมบูรณ์ที่สุด

4. ผู้รับสาร (receiver) ผู้รับสารอาจจะมีคนเดียว เช่น การสนทนาของคน 2 คน หรืออาจจะเป็นกลุ่มบุคคล เช่น กลุ่มผู้ฟังการบรรยายหรือผู้ชมการแสดงหรืออาจจะเป็นมวลชน เช่น ผู้ชมรายการโทรทัศน์ ผู้ฟังวิทยุ หรือผู้อ่านหนังสือพิมพ์ ไม่ว่าผู้รับสารจะเป็นจำนวนเท่าไร ผู้รับสารต่างก็มีบทบาทขั้นพื้นฐานอยู่ 2 ประการ คือ การกำหนดรู้ความหมายตามเรื่องราวที่ผู้ส่งสารผ่านสื่ออย่างใดอย่างหนึ่งมาถึงตน และการแสดงปฏิกิริยาตอบสนองต่อผู้ส่งสาร

พจนานุกรม สิทธิพรหม (2540: 20-21) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสารว่า มีองค์ประกอบพื้นฐานอยู่ 4 ประการ คือ

1. ผู้ส่งสาร (sender) คือ ผู้เริ่มต้นสร้างและส่งสารไปยังผู้อื่นด้วยการเข้ารหัส ซึ่งอาจจะเป็นการใช้ภาษาวัจนะ หรืออวัจนะเพื่อให้เกิดการรับรู้ร่วมกัน

2. สาร (message) คือ สิ่งที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร เป็นเรื่องราวต่าง ๆ ในรูปของข้อมูล ความรู้สึก ความคิดเห็น อันเป็นพฤติกรรมที่ผู้ส่งสารทำให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ในความหมายให้ตรงกัน

3. ช่องทางหรือสื่อ (channel or medium) เป็นองค์ประกอบสำคัญประการหนึ่งของการสื่อสาร เพราะเป็นตัวกลางที่จะนำสารสู่ผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร (receiver)

ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์ และสุภิต อนุศาสตร์ (2542: 4-10) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) คือ บุคคลที่เริ่มต้นสร้างสารและส่งสารไปยังผู้อื่นโดยใช้ภาษาเป็นเครื่องมือ ผู้ส่งสารในฐานะผู้เริ่มต้นการสื่อสารจะส่งสารได้อย่างมีประสิทธิภาพเพื่อพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

1.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแน่วแน่ที่จะให้ผู้อื่นรับรู้ตามประสงค์ของตน

1.2 เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่จะสื่อสารเพียงพอ ผู้สื่อสารอาจสำรวจระดับความรู้ความเข้าใจของตนเองตามลำดับเนื้อหา คือ

1.2.1 บอกได้ว่าเคยผ่านพบหรือได้ยินได้ฟังเรื่องนั้นๆ มา

1.2.2 นำมาบอกกล่าวด้วยถ้อยคำของตนเองได้

1.2.3 ใช้ความรู้ ความชำนาญ แก้ไขสถานการณ์ต่างๆ ได้

1.2.4 วิเคราะห์ปัญหาได้

1.2.5 ประเมินค่าได้

1.3 เป็นผู้ที่มีความเชื่อถือ ความเชื่อถือของผู้ส่งสารเป็นผลรวมของความรู้ความสามารถ บุคลิกลักษณะ การเป็นคนที่สังคมยอมรับการเป็นคนคล่องแคล่วเปิดเผยในการติดต่อสื่อสาร

1.4 เป็นผู้ที่มีความพยายามจะเข้าใจความสามารถและความพร้อมของผู้รับสาร

1.5 เป็นผู้รู้จักใช้กลวิธีที่เหมาะสม ในการนำเสนอ อาศัยการเตรียมทักษะทางภาษาการใช้อุปกรณ์ ตลอดจนเทคโนโลยีในการสื่อสารอย่างเหมาะสม

2. สาร (Message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร คือ ภาษาสัญลักษณ์ หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อทดแทนความคิด

2.2 เนื้อหาของสารจะครอบคลุมความรู้ ความคิดและประสบการณ์ที่มนุษย์ต้องการถ่ายทอด แลกเปลี่ยนเพื่อความเข้าใจร่วมกัน โดยเนื้อหาของสารดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ เนื้อหาสารที่แสดงข้อเท็จจริง เนื้อหาสารที่แสดงข้อคิดเห็นหรือทรรศนะ และเนื้อหาสารที่แสดงความรู้สึก

2.3 การจัดการ หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสมาเรียบเรียงเพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ สารที่ได้รับการจัดอย่างดีทั้งในด้านการเรียบเรียง การลำดับความ การลำดับความยากง่ายตลอดจนรูปแบบและการใช้ภาษาที่ดี

3. สื่อหรือช่องทาง (Media or Channel) สื่อหรือช่องทางเป็นองค์ประกอบสำคัญอีกประการหนึ่งในการสื่อสาร ผู้ส่งสารต้องอาศัยสื่อหรือช่องทาง ทำหน้าที่นำสารไปสู่ผู้รับสาร โดยทั่วไปสารจะถ่ายทอดเข้าสู่ระบบการเรียนรู้

4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารเป็นองค์ประกอบสำคัญในการสื่อสาร มีบทบาทในการกำหนดความรู้เรื่องราวที่ผู้ส่งสาร ส่งผ่านสื่อมาถึงตนและมีปฏิกิริยาตอบสนอง ผู้รับสารที่ดีควรทำหน้าที่ตามบทบาทของตนเอง และควรพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

- 4.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแจ่มชัดและกระตือรือร้นที่จะรับสาร
- 4.2 เป็นผู้พยายามรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ
- 4.3 เป็นผู้ที่มีความรู้สึกรวดเร็วและถูกต้อง
- 4.4 เป็นผู้ที่มีสมาธิ สามารถบังคับใจให้อยู่ที่เรื่องราวที่กำลังสื่อสาร

5. ปฏิกริยาตอบกลับ (Feedback) ในการสื่อสารแต่ละครั้งผู้ส่งสารและผู้รับสารต่างมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารของตนเองและจะแสดงปฏิกิริยาตอบกลับเพื่อให้อีกฝ่ายหนึ่งรับรู้ความรู้สึกนึกคิดของตน ต่างต้องประเมินผลและบรรยากาศในการสื่อสารตลอดเวลา การสื่อสารอาจเกิดผลตรงตามเป้าหมาย ปฏิกริยาตอบกลับจะช่วยให้ผู้ส่งสารสามารถปรับเปลี่ยนข้อมูล ท่าที หรือวิธีการสื่อสารเพื่อให้การสื่อสารบรรลุจุดประสงค์

กิดานันท์ มลิทอง (2543: 23-24) กล่าวถึง องค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อให้การสื่อสารเกิดขึ้นได้ มีดังนี้

1. ผู้ส่ง ผู้สื่อสาร หรือต้นแหล่งของการส่ง (Sender, Communicator or Source) เป็นแหล่งหรือผู้ที่นำข่าวสารเรื่องราว แนวความคิด ความรู้ ตลอดจนเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้หลายอย่าง เช่น ผู้อ่านข่าว ครู นักร้อง นักเขียน จิตรกร ฯลฯ เป็นผู้นำเนื้อหาเรื่องราวของข่าว บทความ ภาพมาเสนอแก่ผู้รับเรียกว่า “เข้ารหัส”
2. เนื้อหาเรื่องราว ได้แก่ เนื้อหาของสารหรือเรื่องราวที่ส่งออกมา เช่น ความรู้ ความคิด ข่าวสาร บทเพลง ข้อเขียน เพื่อให้ผู้รับรับข้อมูลเหล่านั้น
3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร หมายถึง ตัวกลางที่ช่วยถ่ายทอดแนวความคิด เหตุการณ์ เรื่องราวต่าง ๆ ผู้ส่งต้องการให้ไปถึงผู้รับ สื่อที่ใช้กันมากที่สุด คือ ภาษาพูด ซึ่งใช้เสียงเป็นสื่อ เวลาเขียนหรืออ่านหนังสือสื่อที่ใช้ก็คือ ภาษาเขียน หรือถ้ามีการสื่อความหมายกับคนไปก็ใช้สื่อเป็นภาษามือ กิริยาท่าทางหรือการแสดงออกทางท่าทางหน้าตา
4. ผู้รับหรือกลุ่มเป้าหมาย (Receiver or Target Audience) ได้แก่ ผู้รับเนื้อหาเรื่องราวจากแหล่งหรือผู้ส่งส่งมา ผู้รับนี้อาจเป็นบุคคล กลุ่มชนหรือสถาบันก็ได้ เมื่อรับเรื่องราวแล้ว ผู้รับก็ต้องการถอดรหัส คือการแปลข่าวนั้นให้เข้าใจ
5. ผล (Effect) หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นจากการที่ผู้ส่งสารส่งเรื่องราวไปยังผู้รับ ผลที่เกิดขึ้น คือ การที่ผู้รับอาจมีความเข้าใจหรือไม่รู้เรื่อง ยอมรับหรือปฏิเสธ พอใจหรือโกรธ สิ่งเหล่านี้เป็นผลของการสื่อสาร และจะเป็นผลสืบเนื่องต่อไปว่าการสื่อสารนั้นจะสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายหรือไม่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทัศนคติของผู้รับ สื่อที่ใช้ และสถานการณ์ในการสื่อสารเป็นสำคัญด้วย

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่เกี่ยวเนื่องจากผลซึ่งผู้รับส่งกลับมายังผู้ส่ง โดยผู้รับอาจแสดงอาการให้เห็น เช่น ง่วงนอน ประหม่อ ยิ้ม พกหน้า สายหน้า การพูดโต้ตอบ หรือ การแสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นข้อมูลที่ทำให้ผู้ส่งทราบว่า ผู้รับมีความพอใจหรือมีความเข้าใจใน ความหมายที่ส่งไปหรือไม่ ผลป้อนกลับนี้คือข้อมูลย้อนกลับอันเกิดจากการตอบสนองของผู้รับที่ ส่งกลับไปยังผู้ส่งคนอื่นนั่นเอง

กิตติมา สุรสนธิ (2549: 8-26) อธิบายว่า องค์ประกอบของการสื่อสารจะต้อง ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน คือ

1. ผู้ส่งสาร (sender) หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่มีความคิด มีความต้องการ มีความตั้งใจที่จะส่งข้อมูลข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึกนึกคิด ความคิดเห็น ทศนคติ ความเชื่อ และอื่น ๆ ไปยังผู้รับสาร เพื่อก่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่งต่อผู้รับสาร ผู้ส่งสารเป็นองค์ประกอบที่มีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่น ๆ ทั้งในแง่ของการเป็นผู้เลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งหรือถ่ายทอด ไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้อาสาไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งเลือกและพยายามกำหนดตัวผู้ ที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสารโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับ หนึ่ง หรือ ในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่เป็นผู้รับสาร เช่น ความต้องการในการเปลี่ยนแปลงการรับรู้ หรือ ความรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทศนคติและพฤติกรรมของบุคคลของกลุ่มคนหรือของสังคม เป็นต้น

2. สาร (message) หมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดย อาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับ สารได้ สารจะเป็นตัวเราให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ต่อความหมายและมีปฏิกิริยาตอบสนองต่อ ความหมายที่ได้รับ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (channel or media) หมายถึง ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ของมนุษย์ที่ใช้ในการรับรู้ความหมายจากสิ่งต่าง ๆ อันได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส และการลิ้มรส เป็นต้น หรือนอกจากนี้ช่องสารหรือสื่อยังอาจหมายถึงคลื่นแสง คลื่นเสียง และอากาศที่อยู่รอบ ๆ ตัวคนเราด้วย

4. ผู้รับสาร (receiver) เป็นบุคคลที่มีความสำคัญในการสื่อสาร ซึ่งการสื่อสารจะมีความหมายอย่างไร จะประสบผลสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารนั้นจะเลือกรับสาร เลือกที่จะ ตีความ และทำความเข้าใจต่อข่าวสารที่ตนเองได้รับนั้นอย่างไร ถึงแม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่ง สาร แต่บุคคลที่จะแสดงว่าการสื่อสารจะประสบความสำเร็จหรือไม่นั้นก็คือผู้รับสาร ดังนั้น ในการ สื่อสารทุกครั้งสิ่งที่ผู้ส่งจะต้องให้ความสำคัญและต้องคำนึงถึงอย่างมากก็คือตัวผู้รับสารจาก

การศึกษาองค์ประกอบของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสาร ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน คือ

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้เริ่มต้นในการส่งสารในรูปสัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นแทน ความคิด

2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับเรื่องราว อาจมีคนเดียวหรือเป็นกลุ่ม การสื่อสารจะประสบความสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะตีความสารที่ได้รับนั้นอย่างไร
3. สาร หมายถึง เรื่องราว ข่าวสารหรือข้อมูล เป็นสิ่งที่ผู้ส่งสารส่งไปยังผู้รับสาร อาจจะเป็นข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึก ความคิดเห็น ซึ่งจะทำให้ผู้ส่งสารและผู้รับสารมีการรับรู้ตรงกัน
4. ช่องทางหรือสื่อ หมายถึง วิธีการนำสารส่งไปยังผู้รับ เป็นตัวกลางในการนำสารไปสู่ผู้รับสาร

3.5 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร

มณฑล ไบบัว (2536: 29-30) กล่าวว่า วัตถุประสงค์ในการสื่อสาร แบ่งออกเป็น 3 ประการด้วยกัน คือ

1. เพื่อบอกเล่าเรื่องราวข่าวสาร (To Inform) โดยสื่อสารกับผู้อื่นเพื่อให้เขาได้ทราบถึงสารนั้นอย่างถูกต้อง เป็นการสร้างความเข้าใจระหว่างกัน ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ
 - 1.1 ใช้อธิบายให้หมดข้อสงสัยในเรื่องนั้น (to clarity)
 - 1.2 เพื่อบอกให้รู้แจ้งในเรื่องนั้น เป็นการสร้างความสว่างทางปัญญา (to enlighten)
 - 1.3 การแจ้งให้ทราบ หรือบอกให้รู้ไว้ (to inform)
 - 1.4 การให้คำแนะนำ (to instruct)
 - 1.5 การให้ความกระจ่างหรือความเข้าใจในเรื่องนั้น (to make clear)
2. เพื่อจูงใจให้ยอมรับหรือเปลี่ยนแปลงความเชื่อและเจตคติ (To Persuade) โดยสื่อสารเพื่อให้ผู้รับสารยอมรับหรือเห็นด้วยกับสารที่สื่อออกไป หรืออย่างน้อยทำให้เขาได้ยอมรับรู้ในเรื่องนั้น นอกจากจะเปลี่ยนความเชื่อหรือเจตคติแล้ว ในบางครั้งเราก็มุ่งผลถึงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ซึ่งเป็นการประพฤติปฏิบัติของบุคคลด้วย ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ
 - 2.1 ใช้การกระตุ้นให้เกิดการตื่นตัวในเรื่องนั้น ๆ (to actuate)
 - 2.2 ทำให้แน่ใจ สร้างความมั่นใจในเรื่องนั้น ๆ (to convince)
 - 2.3 ก่อให้เกิดปฏิกิริยาอย่างใดอย่างหนึ่ง (to evoke action)
 - 2.4 สร้างความประทับใจให้เกิดขึ้น (to impress)
 - 2.5 ก่อให้เกิดความเชื่อถือซึ่งจะมีผลทำให้โน้มหน้าใจได้ง่ายขึ้น (to induce belief)
 - 2.6 ดลใจเรื่องใดเรื่องหนึ่ง (to inspire)
 - 2.7 ชักนำ (to lead)
 - 2.8 ชักชวนให้เขาทำตามที่ต้องการ (to persuade)

2.9 เสริมความเชื่อถือและความรู้สึกที่เขามีต่อเรื่องนั้นๆ ให้เพิ่มมากยิ่งขึ้น
(to reinforce belief and feeling)

2.10 ใช้การกระตุ้นอารมณ์เข้าช่วย (to stimulate emotion)

2.11 กระตุ้นให้เกิดการซักถาม เป็นการสร้างให้เกิดความสนใจในเรื่องนั้นๆ
(to induce inquiry)

3. เพื่อจรรโลงใจ (to entertain) โดยสื่อสารเพื่อให้ผู้รับสารมีความรู้สึกบันเทิงเริงใจ ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ

3.1 ให้ความเพลิดเพลินสนุกสนาน (to amuse)

3.2 ให้เกิดความสำราญบานใจ เกิดนันทนาการ (to recreates)

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542: 7) กล่าวว่า วัตถุประสงค์ในการสื่อสารมีดังนี้

1. บอกกล่าวให้ความรู้ ให้ข้อมูลข่าวสาร
2. ให้ความบันเทิง เพลิดเพลิน สบายใจ
3. ให้เกิดอารมณ์ ความรู้สึก ทางใดทางหนึ่ง เช่น ฮึกเหิม กลัว โกรธ ฯลฯ
4. ให้วัตถุประสงค์เฉพาะ เช่น เพื่อเป็นแนวทางในการประกอบอาชีพ เพื่อให้เกิด

ความคิดค้น เพื่อให้เกิดการประสานงาน ฯลฯ

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542: 4-5) กล่าวว่า ในการสื่อสารครั้งหนึ่ง ๆ ทั้งผู้ส่งสาร และผู้รับสาร ต่างก็มีวัตถุประสงค์ในการสื่อสาร ซึ่งสามารถจำแนกวัตถุประสงค์ของการสื่อสารได้ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (to inform) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการเผยแพร่หรือบอกกล่าวเรื่องราวเหตุการณ์ต่าง ๆ กิจกรรม นโยบาย ความเคลื่อนไหว ฯลฯ ของตนเองหรือหน่วยงานให้ผู้รับสารได้ทราบ ผู้รับสารก็มีความประสงค์ที่จะได้รับทราบข่าวสาร เพื่อนำไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือเป็นข้อมูลสำหรับการตัดสินใจ

2. เพื่อให้การศึกษา (to educate) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารได้เรียนรู้ และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากกว่าการได้รับทราบ

3. เพื่อโน้มน้าวใจ (to persuade) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารเกิดความรู้สึกชอบใจ สนใจหรือคล้อยตามสนับสนุนและต้องการที่จะปฏิบัติตาม ส่วนผู้รับสารทำการสื่อสารก็เพื่อต้องการที่จะได้ข้อมูลสำหรับการตัดสินใจ การสื่อสารที่มีวัตถุประสงค์เพื่อการโน้มน้าวหรือชักจูงใจ ได้แก่ การโฆษณา และการประชาสัมพันธ์ เป็นต้น

4. เพื่อความบันเทิง (to entertain) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารเกิดความพึงพอใจ สนุกสนาน ในส่วนผู้รับสารเอง ก็ต้องการได้รับความพอใจ เพลิดเพลินใจ หรือสนุกสนาน

กิติมา สุรสนธิ (2549: 28) กล่าวถึง วัตถุประสงค์ทั่วไปของการสื่อสาร ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (to inform) หรือการบอกให้รู้ เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะบอกเล่าหรือแจ้งเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นหรือข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอด

ให้แก่ผู้รับสารได้ทราบบอกเล่าหรือแจ้งเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นหรือข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอดให้แก่ผู้รับสารได้ทราบ

2. เพื่อให้การศึกษา (to teach to educate) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะให้ผู้รับได้มีความรู้ ความเข้าใจในบางเรื่อง หรือบางสิ่งบางอย่าง ตามที่ผู้ส่งสารต้องการ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องใช้ความพยายามในแง่ของการสื่อสารประเภทแรก

3. เพื่อชักจูงใจหรือโน้มน้าวใจ (to propose or to persuade) เป็นวัตถุประสงค์ที่เน้นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องความรู้สึก นึกคิด ทศนคติ หรือพฤติกรรม ซึ่งโดยทั่วไปบุคคลที่มีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารในลักษณะนี้จำเป็นต้องใช้ความพยายามในการสื่อสารค่อนข้างสูง และจะต้องมีความตั้งใจอย่างมากเพื่อให้การสื่อสารครั้งนั้นบรรลุวัตถุประสงค์

4. เพื่อให้ความบันเทิง (to entertain) เป็นวัตถุประสงค์ของผู้ส่งสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเกิดความสนุกสนานรื่นเริงบันเทิงใจ มีอารมณ์ที่ดีและแจ่มใส เป็นการพักผ่อนหย่อนใจ ภายหลังเคร่งเครียดจากการทำงานหรือครุ่นคิดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งจนเกิดความหดหู่ ท้อแท้ใจ ซึ่งการสื่อสารหรือความบันเทิงจะช่วยให้เกิดความสนุกสนานหรือผ่อนคลายความเครียดได้

จากการศึกษาวัตถุประสงค์ของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า มีวัตถุประสงค์ของการสื่อสารดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ เป็นการบอกให้ผู้รับสารต้องรู้ ผู้ส่งสารต้องการเผยแพร่หรือบอกเล่าเหตุการณ์ กิจกรรม นโยบาย ข่าวสาร ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอดให้ผู้รับสารเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการใช้ชีวิตประจำวัน หรือตัดสินใจ

2. เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจในข้อมูล

3. เพื่อโน้มน้าวใจ เป็นการสื่อสารให้ผู้รับสารเปลี่ยนแปลงความรู้สึกนึกคิด ทศนคติ พฤติกรรมให้คล้อยตามหรือสนับสนุน

4. เพื่อให้ความบันเทิง เป็นวัตถุประสงค์ของผู้ส่งสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเกิดความสนุกสนานรื่นเริงบันเทิงใจ มีอารมณ์ที่ดีและแจ่มใส

3.6 ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) ได้กล่าวถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 214) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และได้รับบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดย การพูด การเขียน หรือภาพต่าง ๆ

3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองเหตุการณ์

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการสื่อสารว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และการสื่อสารแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรง และรัดกุม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของสังคม ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) อธิบายว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 45) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิด และอธิบายความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแทนด้วยสัญลักษณ์ หรือการแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ แผนภาพ หรือกราฟ

2. ความสามารถในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการอธิบายแนวคิด และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ศิริพร มาวรรรณา (2546: 16) ได้นิยามความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาทักษะในด้านการสื่อสาร เช่น การเล่าเรื่อง การเขียน สรุป การทำรายงานหรือศึกษาค้นคว้า จากตำรา วารสาร เอกสาร รายการโทรทัศน์ วิทยู และการนำเสนอด้วยปากเปล่า เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้และแนวคิดหลักการคณิตศาสตร์กับผู้อื่นได้อย่างกระฉับกระเฉง ถูกต้อง และชัดเจน ตลอดจนการวิเคราะห์ประเมินค่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 30) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ภาษาพูดและเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิด แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 70) อธิบายว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้ และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

จากการศึกษาความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากการอธิบายวิธีคิดคำตอบที่ได้ว่ามีวิธีการอย่างไร อาศัยหลักการความรู้ ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบาย บรรยายวิธีการแก้ปัญหาและการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

3.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เกรย์ และรีส (Gray; & Reese. 1957: 397– 398) กล่าวว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนอ่าน ทบทวนอย่างละเอียด และรู้จักตั้งคำถามด้วยตนเองและควรชี้ให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจความหมายของเลขคณิต
3. หัดอ่านให้เร็วขึ้น
4. หัดเข้าใจศัพท์เกี่ยวกับปริมาณและคุณภาพ

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 514-534) ได้กล่าวว่า กิจกรรมด้านทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ควรจัด ดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้นักเรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์
2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้นักเรียนได้มีกิจกรรม ดังนี้

2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้น ๆ ที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามถามตอบจากเพื่อนในชั้น

2.2 พุดนำเสนอเมื่อได้รับฟังหรือการอ่านหนังสือหรือการดูภาพยนตร์ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงาน โดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม การทำงานเป็นทีมของนักเรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูด และนำเสนออภิปราย

2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้น ๆ โดยการเขียนที่ให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาและให้คิดแก้ปัญหา

2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้น ๆ ให้ และให้มีการนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์ หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยให้สนับสนุนการเขียนของนักเรียนอาจให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือในการให้นักเรียนได้เขียนจากประสบการณ์โดยไม่จำเป็นต้องจำกัดหน้าในการเขียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 26) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเองทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

โรวาน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วน

สำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนหนึ่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ให้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

ประมวล ศิริพันธ์แก้ว (2540: 18-19) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการสื่อสารเป็นคุณลักษณะที่ต้องฝึกซ้ำ ๆ และสามารถฝึกทักษะในการสื่อสารได้ดังนี้

1. การเล่าหรือพูดทางคณิตศาสตร์เป็นการให้ข้อมูลข่าวสาร และแนวคิดสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผล การเล่าหรือการเขียนสรุปเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ที่อ่านจากวารสาร หนังสือพิมพ์ หนังสือต่าง ๆ จากการดูโทรทัศน์หรือการสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต โดยครูมอบหมายให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้า แล้วนำมาเล่าหรือเขียนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการฝึกทักษะในการสื่อสารวิธีหนึ่ง

2. การเขียนบันทึกสรุปการไปทัศนศึกษาหรือการศึกษาภาคสนาม ในโอกาสที่นักเรียนกลับมาจากทัศนศึกษาหรือศึกษาภาคสนามแล้วให้เขียนรายงานสรุปถึงความรู้ความคิดในบางเรื่องที่ได้รับจากการไปทัศนศึกษาแต่ละครั้ง เช่น เมื่อพาไปสำรวจข้อมูลจำนวนนักเรียนในโรงเรียนใกล้เคียง นักเรียนควรจะสามารถเขียนบรรยายสรุปเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมทั่วไปในบริเวณโรงเรียนลักษณะนิสัยของนักเรียนที่พบเห็น รวมทั้งข้อคิดเห็นที่มีต่อการจัดสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ซึ่งผลสุดท้ายอาจให้นักเรียนแสดงข้อมูลนักเรียนออกมาในรูปแบบภูมิ รูปวงกลม แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิ เส้น เป็นต้น

3. การเล่นหรือบันทึกสิ่งที่สังเกตในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง กิจกรรมในส่วนนี้อาจทำได้ดังตัวอย่างเช่น ครูอาจให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่สังเกตจากข้อแตกต่างของการนำเสนอข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ

4. การจัดแสดงผลงานหรือการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าหรือการสังเกตที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ในการนำเสนอควรให้มีการนำเสนอด้วยวาจาและผลงานนอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนในหลักสูตรสามารถใช้ฝึกทักษะในการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนสรุปผลการศึกษาแล้วนำมาเล่าให้เพื่อนฟังก่อนที่จะเรียนครั้งต่อไปและถือว่าเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนไปด้วย ทั้งนี้อาจมอบหมายให้กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นผู้เล่า

5. การพูดหรือการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ใช้ฝึกทักษะในการสื่อสารได้วิธีหนึ่งให้โดยนักเรียนช่วยกันระบุเรื่องที่จะพูดหรืออภิปรายกำหนดให้นักเรียนขึ้นมาพูดหรืออภิปรายเป็นกลุ่ม มีการปรึกษาหารือกันในประเด็นที่จะพูด แบ่งกันไปอ่าน และค้นคว้าหาข้อมูลมาประกอบในการพูดหรืออภิปราย ตัวอย่างเช่น การพูด หรือการอภิปรายเรื่องราวในการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมที่มีอยู่ตามหนังสือ สิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ หรือประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในแต่ละรูปแบบประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

6. การสื่อสารด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศและคอมพิวเตอร์ซึ่งพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ทั้งในด้านรู้จักข้อมูลที่ตรงตามจุดประสงค์รู้จักเก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลที่เหมาะสม รู้จักประมวลข้อมูลให้เป็นสารสนเทศ รู้จักใช้การสื่อสารด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ทั้งในด้านค้นคว้าหาข้อมูล และหาความรู้

กรมวิชาการ (2545: 201-203) ได้แนะนำการจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอการฝึกทักษะกระบวนการนั้นต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไม่จริงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

พิชิต แก้วก้อง (2549: 24) กล่าวว่า ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถาม การพูดคุย การอภิปราย และการนำเสนอระหว่างครูกับนักเรียน หรือระหว่างนักเรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถทางการสื่อสารมากน้อยเพียงใด ครูผู้สอนควรนำเสนอสื่อรูปธรรม ส่งเสริมและฝึกทักษะให้นักเรียนในด้านการอภิปราย และการนำเสนอเทคนิคการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามที่ต้องใช้ความคิดระดับสูง เช่น คำถามปลายเปิด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารระหว่าง ครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียนเพิ่มมากขึ้น

ปริญญา สองสีดา (2550: 44) ได้สรุปแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทำได้หลายวิธี เช่น การให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการพูด การเขียน การอ่าน การใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของเราเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว หรืออาจจะให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในงานกลุ่ม และที่สำคัญมากในการส่งเสริมการสื่อสารคือครูควรเป็นทั้งผู้ส่งสารและในขณะเดียวกันก็ต้องเป็นผู้รับสารด้วย ซึ่งการสื่อสารแบบนี้จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 74) อธิบายว่า เพื่อให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ดังนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (active participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากที่ฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไปหรือได้ลองลงมือปฏิบัติ
2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (immediate feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด
3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (success expression) กล่าวคือ มีโอกาสทำทนายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ
4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (gradual approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

จากการศึกษาแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม เช่น การสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา การอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
2. จัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน
3. ใช้คำถามปลายเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด

3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โจฮันนิง (Johanning, 2000: 151–160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น โดยส่งเสริมให้นักเรียนอ่านเขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับการเขียนที่จะช่วยให้นักเรียนคิดไปพร้อม ๆ กันโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียนเป็นการวิจัยเพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คนการดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่มทดลองเป็นเวลา 1 ปีมีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยภาพถ่ายการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม การสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่าการเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนลงบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปรายกลุ่ม ทำให้มั่นใจว่า

นักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูกับเพื่อน ๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่มโดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

โรดเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000: 61–03A) ได้ศึกษากรณีระหว่างนักศึกษาฝึกสอนและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาฝึกสอน ผลการศึกษาพบว่า ข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษาฝึกสอนนี้แสดงถึงว่าครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารเป็นอย่างมาก โดยการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความไว้วางใจจากครูเลย

โควิงตัน (Covington. 2001: 61-12A) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connect Mathematics Project (CMP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียน ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติมีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้ทฤษฎีที่หลากหลายกว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุป นักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โพลูซ (Poluse. 2002: Abstract) ได้ศึกษาผลกระทบของการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกของความเข้าใจของนักเรียนมัธยมในการเรียน Pre-Calculus ในรูปแบบทักษะการสื่อสารและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จุดประสงค์ของการศึกษานี้เพื่อเป็นการบรรยายและการสำรวจผลกระทบของข้อตกลงกับกิจกรรมการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนในการเรียน Pre-Calculus เกี่ยวกับความคิดรวบยอดก่อนเรียน ในเรื่อง ลำดับ อนุกรม และลิมิต การสื่อสารในภาษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหลายที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความรู้สึกของนักเรียนเกี่ยวกับการเขียนทางคณิตศาสตร์การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับคุณภาพนี้เป็นการวิเคราะห์การเขียนและการสัมภาษณ์ของนักเรียนมัธยมปลาย จำนวน 6 คน ที่เรียนหลักสูตร Pre-Calculus

นักเรียนทั้ง 6 คน ศึกษาอย่างหนักเพื่อให้ผ่านการสอบ การสำรวจใช้เวลา 1 ปีเริ่มและจบด้วยการ สัมภาษณ์การสำรวจคำศัพท์การทดสอบสองครั้ง และโครงการสองโครงการที่เขียนอย่างสร้างสรรค์ รวมถึงการใช้คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดของลำดับ อนุกรมและลิมิต นำไปยัง จุดประสงค์ของหนังสือเล่มเล็กที่เขียนขึ้นสามารถพบไปในการเดินทางได้

ฮาเลย์ (Haley. 2007: Abstract) ได้ศึกษาประสบการณ์และผลกระทบจากทักษะ การสื่อสารของพยาบาล โดยการสำรวจพื้นฐานบนโครงสร้างเกี่ยวกับความคิดรวบยอดการวิเคราะห์ 6 ประเภทของเฮอรอน (Heron's) ข้อมูลที่ได้รวบรวมจากพยาบาล 40 คน จาก 4 องค์กร การศึกษา ครั้งนี้พบว่า พยาบาลที่มีประสบการณ์มากกว่า 5 ปีจะมีทักษะการสื่อสารน้อยกว่าประสบการณ์ใน การจัดการ พยาบาลที่มีประสบการณ์น้อยจะมีทักษะการสื่อสารที่น่าเชื่อถือ น่าไว้วางใจ การมีทักษะ จะช่วยให้เกิดความสะดวกในการช่วยเหลือผู้ป่วย เริ่มจากการเชื่อมั่นในตนเองและความ รับผิดชอบในงานนั้น ดังนั้นทักษะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการจัดการที่มีประสิทธิภาพสำหรับองค์กรที่ ให้ทักษะการสื่อสารเป็นทางเลือก

โวลฟ์ (Wolf. 2009: Abstract) ได้ศึกษาความเข้าใจเชิงลึกในเรื่องเศษส่วนของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้โดยเน้นทักษะการสื่อสารทั้งการพูด การอภิปรายกับผู้อื่น และการเขียนเพื่ออธิบายคำตอบในเรื่องปัญหาเศษส่วนที่ซับซ้อน จากการศึกษาพบว่า นักเรียนมี ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนอย่างลึกซึ้ง เมื่อเรียนด้วยหน่วยแล้วนักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นกว่าก่อนเรียน ทั้งการพูด การอภิปรายในชั้นเรียน และการเขียน มีผลทำให้นักเรียนรู้สึกมีความสุขในการเรียนและมั่นใจเพิ่มมากขึ้น นับว่าการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นประสบผลสำเร็จอย่างยอดเยี่ยมทั้งทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

วัชรีย์ ชันเชื้อ (2545: 126-127) ได้ศึกษาความสามารถทางการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูด และการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร นักเรียนมีความสามารถ การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

ศิริพร มาวรรรณา (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ทักษะการสื่อสาร และการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เรื่อง การนำเสนอข้อมูล โรงเรียนสระโบสถ์วิทยาการ จังหวัดลพบุรีภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 37 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังได้รับการสอนตามคู่มือครูโดยแทรกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารและ การประเมินผลตามสภาพจริงสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่องเมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549: 77) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังจากการใช้ชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ ผลการศึกษาพบว่าความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

ทินรัตน์ กาญจนกฤษกร (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก "สุจิตปูลิ" ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร จำนวน 1 ห้องเรียนจำนวน 30คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก "สุจิตปูลิ" เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก "สุจิตปูลิ" มีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สัญญา ภัทรการ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 93) การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 203) ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า การสื่อสารเป็นวิธีการหนึ่งที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น เป็นการส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียน หรือระหว่างนักเรียนกับนักเรียนเอง ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำวิธีการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. วิธีดำเนินการวิจัย
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนทั้งหมด 80 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของ แต่ละห้องแบบละความสามารรถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 32 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้คือ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งมีเนื้อหาดังนี้

- | | |
|---------------------------------|-------|
| 1. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด | 2 คาบ |
| 2. ลำดับเลขคณิต | 3 คาบ |
| 3. ลำดับเรขาคณิต | 3 คาบ |
| 4. อนุกรมเลขคณิต | 3 คาบ |
| 5. อนุกรมเรขาคณิต | 3 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 18 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 14 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 2 คาบ และทำการสอบหลังเรียน จำนวน (Post-test) 2 คาบ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้เครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

1. ศึกษาพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. ศึกษาคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
5. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบางไทรวิทยา ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
6. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
7. วิเคราะห์สาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
8. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 5 แผน ดังนี้
 - แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 2 คาบ
 - แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับเลขคณิต 3 คาบ
 - แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต 3 คาบ
 - แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต 3 คาบ
 - แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต 3 คาบ

รวม 14 คาบ

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

8.1 สาระ

8.2 มาตรฐานการเรียนรู้

8.3 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

8.4 สาระสำคัญ

8.5 จุดประสงค์การเรียนรู้

8.5.1 ด้านความรู้

8.5.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ

8.5.3 ด้านคุณลักษณะ

8.6 สาระการเรียนรู้

8.7 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

8.7.1 ขั้นทบทวนความรู้เดิม

8.7.2 ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

8.7.3 ขั้นศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล / ความรู้ใหม่ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่

กับความรู้เดิม / สถานการณ์ที่กำหนด

8.7.4 ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

8.7.5 ขั้นสรุปและจัดระเบียบความรู้

8.7.6 ขั้นปฏิบัติ หรือ แสดงผลงาน

8.7.7 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้

8.8 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งเรียนรู้

8.9 ภาระงาน / ชิ้นงาน

8.10 การวัดผลและการประเมินผล

8.11 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

9. นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน และความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังสอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งข้อเสนอ ได้แก่ การปรับกิจกรรมบางกิจกรรมให้น่าสนใจมากขึ้นและพิจารณาให้เหมาะสมกับเวลา การแก้ไขคำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง

10. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

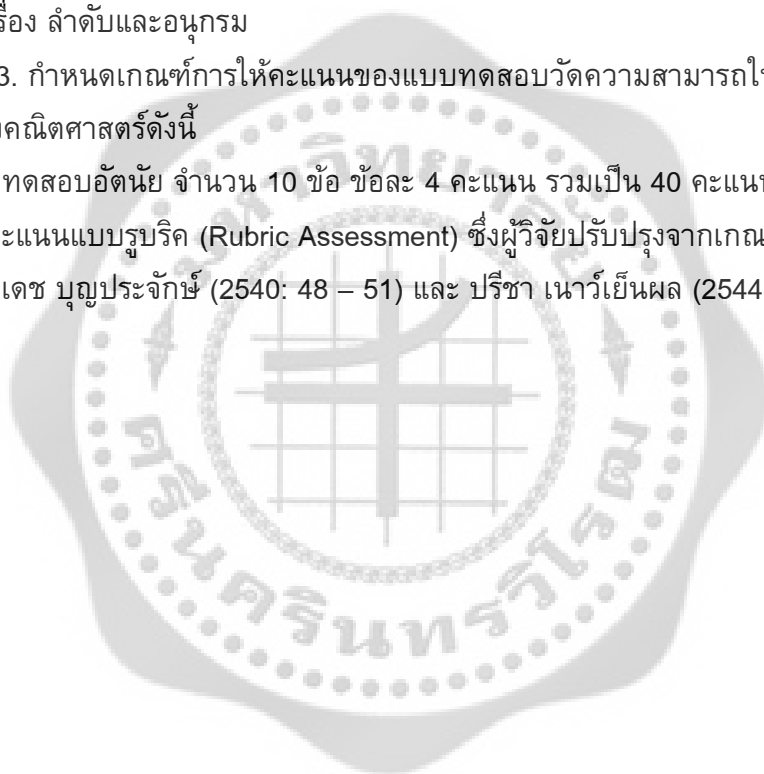
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผล วิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

3. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวมเป็น 40 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงจากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 48 – 51) และ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 311)



ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์
3 ดี	- ดำเนินการตามวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไป โดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม หากคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามวิธีแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหาแต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	- ใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 ยังต้องปรับปรุง	- แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกความเข้าใจปัญหาบางประการ และมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม เพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหาวิธีการแก้ปัญห่อื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่หาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหา แต่ไม่ได้ดำเนินการต่อ
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหาคัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน
3 ดี	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างคร่าวๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ
2 พอใช้	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจนในบางส่วนและครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย พอมองเห็นแนวทาง หรือ - มีสิ่งชี้ถึงความพยายามที่จะเขียนเพื่อแสดงแนวคิด
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถเขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจได้

4. ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 15 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณาค่า IOC มีค่าตั้งแต่ .67 - 1

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการคัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบางโทรวิทยา ที่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 80 คน ที่เคยเรียนเรื่อง ลำดับและอนุกรม มาแล้ว เพื่อหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก

6. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยพิจารณาจากค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) พร้อมกับคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยได้ค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ .36 - .64 และได้ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .44 - .76 โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 10 ข้อ

7. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบางไทรวิทยา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 80 คน ที่เคยเรียนเรื่อง ลำดับและอนุกรมมาแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์โดยมีผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คนในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นในการให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .79 ได้ค่าความเชื่อมั่นในการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .97

8. นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบางไทรวิทยา ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยเป็นการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2536: 150)

ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	Pretest	Treatment	Posttest
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL)
- T1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง
- T2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำทดลอง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนบางไทรวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 32 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับและอนุกรม
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

โรงเรียนบางไทรวิทยา ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบ ครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) โดยใช้เวลาการสอน 14 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t – test one group

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 79)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ย
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ
อังกฤษ สายยศ. 2538: 79)

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และอังกฤษ สายยศ.
2543: 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับ ลักษณะพฤติกรรม
$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ทั้งหมด
N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดคะแนนกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27
เปอร์เซ็นต์ แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังกฤษ สายยศ. 2543: 199 – 200)

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีความยากง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27 เปอร์เซนต์ แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 210)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน
	X_{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (- Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบาค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบ
	S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	S^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

$$\text{โดยที่ } S_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i
N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

2.5 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 312)

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ r	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X
$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y
N	แทน	จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม จากสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 199 – 200)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนน
การทดสอบหลังและก่อนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้
แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง
คะแนนการทดสอบหลังและก่อนที่ได้รับการจัดการ
เรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

n แทน จำนวนนักเรียน

3.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t - test one group เพื่อเปรียบเทียบ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการ
แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ร้อยละ 60 จากสูตร (ชูศรี วงศ์
รัตน์. 2550: 133 - 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One-Group Pretest - Posttest Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	32	40	10.09	4.44	49.12**
หลังการทดลอง	32	40	31.19	3.22	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 31)} = 2.452$)

จากตาราง 4 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(60\%)$	t
หลังการทดลอง	32	40	31.19	3.22	24	12.65**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 31)} = 2.452$)

จากตาราง 5 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรมสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.19 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.97

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	32	40	9.88	4.37	48.66**
หลังการทดลอง	32	40	30.94	3.11	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 31)} = 2.452$)

จากตาราง 6 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	\bar{X}	s	$\mu_0(60\%)$	t
หลังการทดลอง	32	40	30.94	3.11	24	12.64**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 31)} = 2.452$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.35

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) กับเกณฑ์ร้อยละ 60
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) กับเกณฑ์ร้อยละ 60

สมมุติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารรถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 32 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ลำดับและอนุกรม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือโรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตั้งแต่วันที่ 1 ธันวาคม 2555 ถึงวันที่ 24 กุมภาพันธ์ 2556
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบางไทรวิทยา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน 100 นาที
4. ดำเนินการจัดการเรียนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้เวลาการสอน 14 คาบ คาบละ 50 นาที
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรมครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นจำนวน 10 ข้อ อีกครั้ง และบันทึกผลการทดลองให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน 100 นาที
6. ตรวจสอบให้คะแนน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.19 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.98
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.35

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยแบบชิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 31.19 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.98 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความคิด และการตัดสินใจอย่างเป็นระบบ ซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆ ด้วยตนเองในทุกด้านอย่างเหมาะสม มีส่วนร่วมในการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ทำให้มีความมั่นใจในตนเอง กล้าแสดงออก และยังสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งทางร่างกาย สติปัญญา สังคม และอารมณ์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ของ ทิศนา ขัมมณี (2542: 10-11) ที่กล่าวว่า กล่าวคือ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construct) ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง จะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ทางสังคมกับบุคคล และแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางสังคม ให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกาย (Physical Participation) โดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางกายเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่าง (Process Learning) ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น และการนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ (Application) ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียน ได้รับประโยชน์จากการเรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเรื่อยๆ ซึ่งจะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลายได้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วราภรณ์ วรณพ้อง (2552: บทคัดย่อ), ระเบียบ สมหวัง (2551: บทคัดย่อ), วิจินดา พรชัย (2548: 70) และศศิธร แก้วรักษา (2547: 60) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.2 ผู้วิจัยใช้ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957: XVI-XVII) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ชั้นดำเนินการตามแผนและขั้นตรวจสอบผล โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และวิธีการแก้ปัญหาได้ทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหาคำตอบได้อย่างถูกต้องถูกต้อง ซึ่งสิริพร ทิพย์คง (2536: 157) กล่าวไว้ว่า การได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างชาญฉลาด และสอดคล้องกับงานวิจัยของวิลเลียม (William. 2003: 185-187) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่า สามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ พบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้และจากงานวิจัยของ อรรถ ภูบุญเต็ม (2550: บทคัดย่อ), มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549: บทคัดย่อ), ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548: บทคัดย่อ) และวลีพร เดชเดชา (2547: บทคัดย่อ) พบว่า การฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยาทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 30.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.35 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เป็นการจัดการเรียนรู้โดยมุ่งให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน มีความร่วมมือกันระหว่างผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของบาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-9) ที่ว่าการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกทั้งผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน ทำให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (ปริญาญา สองสีดา. 2550: 80; อ้างอิงจาก NCTM. 2000: 270 -272) ที่กล่าวว่าครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปราย การถกเถียง การให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกันรวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของโรจาส (Rojas. 1992: 52 – 05A) พบว่าการฝึกการอ่าน การเขียน และการพูดให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนดีขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549: บทคัดย่อ) พบว่า ความก้าวหน้าของทักษะ

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

2.2 การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เป็นการจัดการเรียนรู้เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติ และศึกษาความรู้ด้วยตนเอง โดยการลงมือทำ และคิดในสิ่งที่กำลังทำ จากข้อมูลหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับผ่านทาง การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน การฟัง เช่น การฟังคำชี้แนะของครู การรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม การพูด เช่น ในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ก็ต้องมีการพูดคุยกัน มีการอธิบายให้เพื่อนคนอื่น ๆ ที่ไม่เข้าใจฟัง พูดคุยเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน อภิปรายเกี่ยวกับรายละเอียดของโจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และอภิปรายหน้าชั้นเรียน การอ่าน เช่น ในการแก้ปัญหาต้องมีการอ่านโจทย์เพื่อคิดหาแนวทางเพื่อจะหาคำตอบ การเขียน เช่น การแสดงวิธีแก้ปัญหา ซึ่งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียนนั้นมีความสำคัญมาก เพราะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 70) ที่ว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: บทคัดย่อ) พบว่าทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่องเมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรมที่มีต่อที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ชั้นดำเนินการตามแผนและชั้นตรวจสอบผลการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา ครูผู้สอนจะต้องอธิบายถึงแต่ละขั้นตอนให้เข้าใจผู้เรียนอย่างชัดเจนในคาบแรก เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เนื่องจากการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มผู้เรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบแสดงความคิดเห็น ครูผู้สอนจะต้องเข้าไปแนะนำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งคอยชักจูงและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในระหว่างการทำกิจกรรมให้มาก และยังเป็นการทำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งรู้จักการเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ และช่วยเหลือผู้อื่น

3. ในการทำกิจกรรมต่างๆ ถ้าครูผู้สอนมีรางวัลให้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นเป็นพิเศษ และเพิ่มความสนุกสนานในการทำกิจกรรมยิ่งขึ้น

4. การทำกิจกรรมกลุ่มควรให้ผู้เรียนออกมานำเสนอผลงาน ในระยะแรกผู้เรียนยังไม่กล้าแสดงออกเท่าที่ควร อาจจะต้องสุมให้ผู้เรียนออกมานำเสนอ และหลังจบการนำเสนอครูต้องกล่าวชมเชย และให้คำแนะนำกับผู้เรียนที่ออกมานำเสนอแล้วมีสิ่งกีดขวางด้วยน้ำเสียงที่อ่อนโยน มีเมตตา

5. ในใบกิจกรรมบางกิจกรรมโจทย์ปัญหาอาจจะเยอะเกินไปควรตัดใจปัญหาให้พอดีกับเวลาที่นักเรียนทั้งห้องสามารถทำเสร็จในคาบเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ครูผู้สอนควรอธิบายและยกตัวอย่าง ให้กับผู้เรียนอย่างชัดเจนพร้อมทั้งยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถูกต้อง

2. ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวไปสอนเป็นอย่างดี เพื่อประโยชน์แก่ผู้เรียนและครูผู้สอน

3. ในการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนครูควรให้ความใส่ใจให้ทั่วถึงในชั้นเรียน ให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม และครูต้องใช้น้ำเสียงที่อ่อนโยนเวลาให้คำปรึกษาและน้ำเสียงที่สนุกสนานเวลาที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมในชั้นเรียน

4. ครูผู้สอนควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมต่างๆ อย่างพอเหมาะ มิฉะนั้นจะทำให้กิจกรรมใช้เวลามากเกินไป

5. ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างเต็มที่ และนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างรวดเร็วและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรให้มีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น ระบบจำนวนจริง เมตริกซ์ กำหนดการเชิงเส้น แคลคูลัส ฯลฯ

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) โดยศึกษาตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ เป็นต้น

3. ควรมีการนำผลของการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ไปใช้กับการเรียนการสอนในรูปแบบอื่นๆ เช่น การจัดการเรียนรู้แนวจิตตปัญญาศึกษา การสอนแบบบูรณาการ เป็นต้น





บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). *ทิศทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานศูนย์พัฒนาหลักสูตร*.
กรมวิชาการ. กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหนังสือ. (2544). *หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับ
ประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
(Problem Solving)*. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ
กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหลักสูตร. (2541). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับ
ประถมศึกษาอันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์*. พิมพ์ครั้งที่ 1.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2543). *เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:
อรุณการพิมพ์.
- กิติมา สุรสนธิ. (2549). *ความรู้ทางการสื่อสาร*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: คณะวารสารศาสตร์
และสื่อสารมวลชน มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- เกศินี จุฑาวิจิตร. (2542). *การสื่อสารเพื่อพัฒนาท้องถิ่น*. นครปฐม: คณะวิทยาการจัดการ
สถาบันราชภัฏนครปฐม.
- คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและ
วิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics)*.
กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- (2542). *เอกสารการสอนชุดวิชา การสื่อสาร หน่วยที่ 1- 8*. พิมพ์ครั้งที่ 8. นนทบุรี:
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- (2551). *เอกสารการสอนชุดวิชาทฤษฎีและพฤติกรรมสื่อสาร หน่วยที่ 1-7*.
พิมพ์ครั้งที่ 6. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลดีวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, ทบวงมหาวิทยาลัย.
(2524). *ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์*.
- จิตติมา ชอบเอียด. (2551). *การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญาโท
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.

- จิราภาษณ์ หงส์ชุตตา. (2545). การพัฒนากิจกรรมการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ในวิชา
คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง เศษส่วน โดยใช้โมเดลชิปปา. วิทยานิพนธ์
ศษ. ม. (การประถมศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชานนท์ ศรีฟองงาม. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student
Teams Achievement Division: STAD) เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี:
ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โปรเกรสซิฟ จำกัด.
- ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่าย
คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แนนจเม้นท์.
- ณรงค์ สมพงษ์. (2543). การสื่อสารมวลชนเพื่องานส่งเสริม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคนอื่น ๆ. (2537). เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
บริษัทโรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา. (2531). เด็กปัญญาเลิศ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ ปาณยา.
- ทินรัตน์ กาญจนกฤษกร. (2550). ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง
แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุจิตฺติ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ
ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร.
วิทยานิพนธ์กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์; และสุภิต อนุศาสตร์. (2542). เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทย
เพื่อการสื่อสารและการสืบค้น. ลพบุรี: ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- ทิตนา แชมมณี. (2542, มีนาคม-มิถุนายน). การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็น
ศูนย์กลางโมเดลชิปปา (CIPPA MODEL). คุรุศาสตร์ 27(3) 2-17.
- (2542, พฤษภาคม). การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง :
โมเดลชิปปา(CIPPA MODEL). วารสารวิชาการ.
- (2545) ศาสตร์การสอน. องค์ความรู้เพื่อการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ.
กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- นฏกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิตติญาพร ประเสริฐสังข์. (2545). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง กลไกมนุษย์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบซิปปา. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- เนตรชนก คงทน. (2545). ความรู้เบื้องต้นการสื่อสาร. โครงการส่งเสริมเข้าสู่ตำแหน่งทางวิชาการ. นครราชสีมา: สถาบันราชภัฏนครราชสีมา.
- บุญเลิศ สุภดิolk. (2548). แนวคิดการสื่อสารเพื่อการพัฒนา. เอกสารการสอนชุดวิชาการสื่อสารกับการพัฒนา. พิมพ์ครั้งที่ 2. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปกาศิต ปลั่งกลาง. (2545). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้โมเดลซิปปา. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ปฐมพร บุญลี. (2545). การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประมะ สตะเวทิน. (2534). หลักและทฤษฎีการสื่อสาร. นนทบุรี: คณะนิเทศศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ประมวล ศิริพันธ์แก้ว. (2540). สมรรถภาพที่พึงประสงค์จากการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์. วารสาร สสวท. 25(96): 16-19.
- ปริญญา สองสีดา. (2550). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435): 62-74.
- (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). การพัฒนาชุดการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยการใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิชิต แก้วทอง. (2549). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันหนองควาย จังหวัดเชียงราย. ปรินูญานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- พูนทรัพย์ สิทธิพรหม. (2540). การสื่อสารเพื่อการพัฒนาท้องถิ่น. กรุงเทพฯ : คณะวิทยาการจัดการ สถาบันราชภัฏพระนคร.
- มณฑล ไบบัว. (2536). หลักการและทฤษฎีการสื่อสาร. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- มะลิวรรณ ผ่องราษี .(2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- . (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- . (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.
- ระเบียบ สมหวัง.(2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลซิปปา เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2536). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

- (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณ โสมประยูร. (2537). การสอนภาษาไทยในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ :
ไทยวัฒนาพานิช.
- วนิดา พรชัย.(2548). ผลการจัดการเรียนการสอนแบบซีปปา (CIPPA MODEL) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพฤติกรรมกล้าแสดงออกของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วราภรณ์ มีหนัก. (2545 , พฤษภาคม – กรกฎาคม). “การตั้งคำถาม “ยุทธศาสตร์การจัดการเรียนการสอน. วารสารคณิตศาสตร์. 46(524-526): 38.
- วราภรณ์ วรรณ่อง. (2552). พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามหลักซีปปา เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ.วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิจัยและการประเมินผล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วลีพร เดชเดชา. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตศันทางเรขาคณิต. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชร ชันเชื้อ. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศุภกิจ ประชุมกาเยะมาต. (2552). การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนตามปกติ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ศิริพร มาวรธนา. (2546). ผลการใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการนำเสนอข้อมูล. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพรรณ ศรีอุทธา. (2548). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตสำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4). วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: หจก.ส. เจริญการพิมพ์.
- สมชาย วรภิเษมสกุล. (2540). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค; และสมเดช บุญประจักษ์. (2545). *กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สัญญา ภัทรากร. (2552). ผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นต่างกัน. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สาโรช บัวศรี. (2518). *ปรัชญาการศึกษาในจุดยืนและทิศทางการศึกษาไทย*. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). *เอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานฯ.

- สิริพร ทิพย์คง. (2536). *เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- (2537: กรกฎาคม-สิงหาคม). *การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา*. *วารสารคณิตศาสตร์*. 38(430-431): 57-62.
- (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สุกัญญา บุรณเดชาชัย. (2550). *การสื่อสารมวลชน: แนวคิด ทฤษฎี และสถานการณ์ในประเทศไทย*. ชลบุรี: มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สุทธพร รัตนกุล. (2551). *อารยธรรมกับการสื่อสาร (Civilization and Communication)*. วิทยาลัยศาสนศึกษา และคณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- สุนีย์ เงินยวง. (2546). *การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- สุพล วังสินธ์. (2542, 15 พฤษภาคม). CIPPA รูปแบบและการดำเนินการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. *วารสารวิชาการ* 3(4): 41.
- อรชร ภูบุญเต็ม. (2550). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ตัวแทน (Representation)*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรนุช เลิศจรยรักษ์; และดาราวรรณ สุขุมลชาติ. (2533). *ทฤษฎีการสื่อสารเบื้องต้น*. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษณีย์ โพธิสุข. (2537). *วิธีสอนเด็กปัญญาเลิศ*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษาพิเศษ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- เอนก จันทจรุญ. (2545). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, Sam. (1977). *Teaching Mathematics*. New York : Harper & Row.
- Adams, Sam.; Ellis, Leslie.; & Beeson, B. F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York : Harper & Row, Publishers.

- Anderson, K. B.; & Pingry, R. E. (1973). *Problem – Solving in Mathematics: Its Theory and Practice*. Washington, D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ausubel, David P. (1968). *Education Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart and Winston, Inc.
- Ballard, Katherine D. (2007, December). *The Effects of Integrated Systems on Mathematics Skill Development for Children with Performance Deficits in 79 Mathematics Achievement*. *Dissertation Abstracts International*. 68(6): Retrieved October, 10, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqdweb? did=1372007641&sid=9&Fmt=2&cliental=61839&RQT=309&VName=PQD>.
- Barker, Larry L. (1981). *Communication*. New Jersey: Prentice – Hall, Inc.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers.
- Bitter, Gray G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Bruckner, Leo J.; & Grossnicle, Faster E. (1957). *How to Make Arithmetic*. Philadelphia: The John C. Winston Co.
- Clyde, Corle G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: the Ronald Press Company.
- Covington, C. L. M. (2001). The Effects of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement. *Dissertation Abstract*. 61-12A.
- Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York: Macmillan.
- Fehr, Howard. (1972). *Teaching Modern Mathematics in the Elementary School*. Philippines: Addison – Wesley Publishing Company.
- Ferguson, George A. (1971). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 4th ed. Tokyo: McGraw – Hill.

- Fiksdal, Janel Kay. (1996). The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors. *Dissertation Abstracts International – A. CD – ROM*. 57(3): 1064. Available: UMI ; Dissertation Abstracts.
- Gagné, Robert M. (1970). *The Conditional of Learning*. 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: Teacher College Press.
- Gray, Lillian.; & Reese, Dora. (1957). *Teaching Children to Read*. New York: The Ronald Press Company.
- Guildford, J. P. (1971). *Theoanalysis of Intelligence*. New York: McGraw – Hill.
- Haley, Judy E. (2007). Experience Shown to Affect Communication Skills of Nurse Case Managers. *Dissertation Abstracts International*. 8(2): 50.
- Harnack, Victor R.; & Fest, Thorrell. (1964). *Group Discussion*. New York: Appleton – Century – Crofts.
- Hatfield, Mary M.; Edwards, Noney T.; & Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. Boston: Allyn and Bacon.
- Hedden, James W.; & Speer, William R. (1992). *Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics*. 7th ed. New York: Macmillan Publishing Company.
- Heimer, Ralph T.; & Trueblood, Cecil R. (1977). *Strategies for Teaching Children Mathematics*. Washington D.C.: Addison – Wesley Publishing Company, Inc.
- Heller, Robert. (2003). *Communicate Clearly*. London: Dorling Kindersley Limited.
- Hiebert, Ray Eldon. (1974). *Mass Media: An Introduction to Modern Communication*. New York: David McKay.
- Johanning, Debra I. (2000). *An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre – Algebra*. *School Science and Mathematics*. 100(3): 151-160.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children’s Learning of Mathematics*. 7th ed. California: Wadsworth.
- Krulik, Stephen.; & Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Michaels, Rosemaie. (2002). The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attribution Style in Third – grade Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 63 – 03A.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Newcomb, Theodore M. (1965). *Social Psychology*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Osborn, Janet L. Kirk. (1989). Gifted and Talented Students in an Alternative Learning Center: Their Number and Characteristics. *Doctoral Dissertation, Utah State University*. *Dissertation Abstracts International*. 49: 1995A.
- Pandiscio, Eric A. (2002). *Exploring the Link between Preservice Teacher's Connections of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software*. *School Science and Mathematics*. 102(5): 216-220.
- Poluse, Mary T. (2002). The Effects of Expressive Writing on High School Pre-calculus Students' Understanding, Communication Skills and Attitudes toward Writing and Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 63/06: 2117.
- Polya, George. (1957). *How to Solve it*. 2nd ed. New York : Double Anchor Book.
- (1980). *On Solving Mathematics Problem in High School. Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook*. Virginia: the National Council of Teachers of mathematics.
- (1985). *How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday and Company Garden City.
- Pretli, Michael J. (2003). *An Investigation to Determine the Effect of Key Words in Mathematical Word Problem in Two Variables on the Ability of Mathematics Students in Grade 10 to Solve Problems*. Retrieved August 28, 2008, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=765202201&sid=2&clientId=61839&RQT=309>.

- Randall, Charles.; & Lester, Frank K. (1982). *Teaching Problem Solving What, Why & How*. Dale Seymour Publication.
- Reys, Robert E.; et al. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.
- Reys, Robert E.; Suydum, Marilyn N.; & Montgomery, Mary L. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Rodeheaver, Lounette Reeves. (2000). A Case Study of Communication Between Secondary Mathematics Teachers and The Cooperative Teacher. *Dissertation Abstract International*. 61 – 03A.
- Rojas, M. E. (1992). Enhancing the Learning of Probability Through Developing students' skill in Read and Writing. *Dissertation Abstract International*. 52-05A.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. Reading from the Arithmetic Teacher. Reston Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Russell, Person V. (1961). *Essentials of Mathematics*. New York: John Wiley, Inc.
- Thurber, Walter A.. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary Schools*. Boston: Allyn and Bacon.
- Tubbs, Stewart.; & Moss, Sylvia. (1983). *Human Communication*. 4th ed. New York: Random House.
- Van, Garderen D. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. *Dissertation Abstracts International*. 39(6): 496.
- Weir, John Joseph. (1974). *Problem Solving in Everybody Problem*. Science Teacher. 41: 16-18: April.
- Wiest, Lynda R. (1997). The Role of Fantasy and Real – World Problem Contexts in Fourth – Grade and Six – Grade Students' Mathematical Problem Solving. *Dissertation Abstracts International – A*. (CD – ROM). 57(1): 5091. Available: UMI; *Dissertation Abstracts*.
- William, Kenneth M. (2003). *Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-solving Performance*. Mathematics Teacher. 96(3): 185.
- Wilmot, W. W. (1987). *Dyadic Communication*. 3rd ed. New York: Random House.

Wilson, James W.; Fernandez, Maria L.; & Hadaway, Nelda. (1993). *Mathematics Problem Solving. Research Ideas for the classroom, High School*.
New York: Macmillan Publishing Company.

Wolf, Kimberly. (2009). *Developing a Deeper Understanding of Fractions through Communication*. Retrieved June 2, 2010, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?Index=4&did=1850318791&SrchMode=1&sid=2&Fmt=2&VInst=PROD&Type=PQD&RQT=309&VName=PQD&TS=1275488745&clientId=61839>.





ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ตาราง 8 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	0	0.67
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	0	0.67
6	0	+1	+1	0.67
7	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	0	0.67
9	+1	0	+1	0.67
10	+1	+1	0	0.67
11	+1	+1	0	0.67
12	+1	+1	0	0.67
13	+1	+1	+1	1.00
14	+1	+1	+1	1.00
15	0	+1	+1	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการ
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC \geq
0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 15 ข้อ

ตาราง 9 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.44	0.65	คัดเลือกไว้
2	0.79	0.13	ตัดทิ้ง
3	0.50	0.68	คัดเลือกไว้
4	0.36	0.44	คัดเลือกไว้
5	0.32	0.13	ตัดทิ้ง
6	0.54	0.64	คัดเลือกไว้
7	0.64	0.76	คัดเลือกไว้
8	0.52	0.72	คัดเลือกไว้
9	0.83	0.17	ตัดทิ้ง
10	0.36	0.44	คัดเลือกไว้
11	0.40	0.62	คัดเลือกไว้
12	0.46	0.19	ตัดทิ้ง
13	0.50	0.68	คัดเลือกไว้
14	0.64	0.76	คัดเลือกไว้
15	0.21	0.25	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบวัดวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.36 – 0.64 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.44 – 0.76 โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 10 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 13 และ 14 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 10 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	189	512	0.83
3	289	1,086	0.53
4	174	439	0.77
6	245	813	0.79
7	186	502	0.88
8	213	631	0.81
10	194	537	0.84
11	260	874	0.37
13	237	774	0.91
14	280	1034	0.68
			$\sum S_i^2 = 7.41$

ตาราง 11 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	193	522	0.71
3	287	1077	0.60
4	174	439	0.77
6	237	789	1.10
7	196	524	0.55
8	201	547	0.53
10	192	519	0.74
11	257	882	0.71
13	236	774	0.98
14	271	994	0.96
			$\sum S_i^2 = 7.66$

ตาราง 12 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
 เชื่อมกันของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและ
 อนุกรม

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	27	729	26	20	400
2	18	324	27	22	484
3	27	729	28	23	529
4	24	576	29	10	100
5	34	1,156	30	25	625
6	29	841	31	18	324
7	22	484	32	25	625
8	12	144	33	20	400
9	28	784	34	22	484
10	31	961	35	10	100
11	23	529	36	27	729
12	15	225	37	24	576
13	17	289	38	22	484
14	24	576	38	23	529
15	21	441	40	10	100
16	25	625	41	27	729
17	26	676	42	13	169
18	16	256	43	22	484
19	24	576	44	16	256
20	19	361	45	20	400
21	20	400	46	24	576
22	21	441	47	18	324
23	27	729	48	22	484
24	15	225	49	27	729
25	29	841	50	19	361

ตาราง 12 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
51	25	625	66	20	400
52	24	576	67	24	576
53	20	400	68	29	841
54	24	576	69	18	324
55	18	324	70	26	676
56	29	841	71	17	289
57	15	225	72	14	196
58	17	289	73	21	441
59	24	576	74	10	100
60	22	484	75	23	529
61	18	324	76	32	1,024
62	25	625	77	18	324
63	20	400	78	22	484
64	16	256	79	11	121
65	24	576	80	19	361
				$\sum X_i = 1,708$	$\sum X_i^2 = 38,702$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 $\sum X_i$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
 $\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ
$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบ
 ทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 12 จะได้ $\sum X = 1,708$, $\sum X^2 = 38,702$, $N = 80$

$$\begin{aligned} s_t^2 &= \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{80(38,702) - (1,708)^2}{80(80-1)} \\ &= \frac{3,096,160 - 2,917,264}{6,320} \\ &= \frac{178,896}{6,320} \\ &= 28.31 \end{aligned}$$

จากตาราง 10 จะได้ $k = 10$, $\sum s_i^2 = 7.41$, $s_t^2 = 28.31$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{7.41}{28.31} \right\} \\ &= \frac{10}{9} \left\{ \frac{28.31 - 7.41}{28.31} \right\} \\ &= \frac{10}{9} \left\{ \frac{20.90}{28.31} \right\} \\ &= 0.82 \end{aligned}$$

ตาราง 13 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
1	27	26	729	676	702
2	18	17	324	289	306
3	27	28	729	784	756
4	24	24	576	576	576
5	34	33	1,156	1,089	1,122
6	29	30	841	900	870
7	22	22	484	484	484
8	12	12	144	144	144
9	28	29	784	841	812
10	31	30	961	900	930
11	23	23	529	529	529
12	15	15	225	225	225
13	17	16	289	256	272
14	24	25	576	625	600
15	21	21	441	441	441
16	25	25	625	625	625
17	26	26	676	676	676
18	16	15	256	225	240
19	24	23	576	529	552
20	19	20	361	400	380
21	20	20	400	400	400
22	21	21	441	441	441
23	27	27	729	729	729
24	15	14	225	196	210
25	29	28	841	784	812
26	20	21	400	441	420

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
27	22	22	484	484	484
28	23	23	529	529	529
29	10	11	100	121	110
30	25	25	625	625	625
31	18	17	324	289	306
32	25	26	625	676	650
33	20	21	400	441	420
34	22	21	484	441	462
35	10	10	100	100	100
36	27	26	729	729	702
37	24	24	576	576	576
38	22	22	484	484	484
39	23	23	529	529	529
40	10	11	100	121	110
41	27	27	729	729	729
42	13	13	169	169	169
43	22	21	484	441	462
44	16	15	256	225	240
45	20	20	400	400	400
46	24	25	576	625	600
47	18	17	324	289	306
48	22	22	484	484	484
49	27	26	729	676	702
50	19	18	361	324	342
51	25	24	625	576	600
52	24	23	576	529	552
53	20	21	400	441	420

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
54	24	24	576	576	576
55	18	18	324	324	324
56	29	29	841	841	841
57	15	16	225	256	240
58	17	19	289	361	323
59	24	26	576	676	624
60	22	20	484	400	440
61	18	17	324	289	306
62	25	25	625	625	625
63	20	20	400	400	400
64	16	14	256	196	224
65	24	22	576	484	528
66	20	21	400	441	420
67	24	25	576	625	600
68	29	29	841	841	841
69	18	19	324	361	342
70	26	26	676	676	676
71	17	17	289	289	289
72	14	14	196	196	196
73	21	21	441	441	441
74	10	11	100	121	110
75	23	24	529	576	552
76	32	31	1,024	961	992
77	18	16	324	256	288
78	22	21	484	441	462
79	11	11	121	121	121
80	19	18	361	324	342
รวม	1,708	1,699	38,702	38,303	38,470

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$ แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดย ผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 13 จะได้ $\sum X = 1,708$, $\sum Y = 1,699$, $\sum X^2 = 38,702$

$$\sum Y^2 = 38,303$$
 , $\sum XY = 38,470$, $N = 80$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{(80 \times 38,470) - (1,708 \times 1,699)}{\sqrt{[(80 \times 38,702) - (1,708)^2] \times [(80 \times 38,303) - (1,699)^2]}}$$

$$= 0.79$$

ตาราง 14 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า S_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ
 เชื่อมกันของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	26	676	28	22	484
2	16	256	29	10	100
3	26	676	30	24	576
4	23	529	31	18	324
5	32	1,024	32	25	625
6	28	784	33	20	400
7	22	484	34	22	484
8	14	196	35	10	100
9	30	900	36	28	784
10	28	784	37	24	576
11	20	400	38	20	400
12	12	144	38	23	529
13	17	289	40	9	81
14	22	484	41	26	676
15	20	400	42	12	144
16	22	484	43	20	400
17	24	576	44	14	196
18	14	196	45	18	324
19	22	484	46	24	576
20	18	324	47	17	289
21	19	361	48	22	484
22	20	400	49	26	676
23	26	676	50	18	324
24	15	225	51	24	576
25	28	784	52	22	484
26	18	324	53	20	400
27	20	400	54	22	484

ตาราง 14 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
55	18	324	68	30	900
56	28	784	69	18	324
57	14	196	70	26	676
58	17	289	71	18	324
59	22	484	72	14	196
60	22	484	73	21	441
61	16	256	74	10	100
62	24	576	75	24	576
63	20	400	76	34	1,156
64	16	256	77	20	400
65	22	484	78	22	484
66	20	400	79	12	144
67	24	576	80	18	324
				$\sum X = 1,652$	$\sum X^2 = 36,310$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s_t^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_i^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ
$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_t^2 แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 14 จะได้ $\sum X = 1,652$, $\sum X^2 = 36,310$, $N = 80$

$$\begin{aligned} s_i^2 &= \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)} \\ &= \frac{80(36,310) - (1,652)^2}{80(80-1)} \\ &= 27.80 \end{aligned}$$

จากตาราง 11 จะได้ $k = 10$, $\sum s_i^2 = 7.66$, $s_t^2 = 27.80$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\ &= \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{7.66}{27.80} \right\} \\ &= 0.80 \end{aligned}$$

ตาราง 15 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	26	25	676	625	650
2	16	16	256	256	256
3	26	25	676	625	650
4	23	24	529	576	552
5	32	31	1,024	961	992
6	28	28	784	784	784
7	22	18	484	324	396
8	14	15	196	225	210
9	30	29	900	841	870
10	28	30	784	900	840
11	20	21	400	441	420
12	12	13	144	169	156
13	17	17	289	289	289
14	22	22	484	484	484
15	20	18	400	324	360
16	22	21	484	441	462
17	24	25	576	625	600
18	14	16	196	256	224
19	22	21	484	441	462
20	18	20	324	400	360
21	19	21	361	441	399
22	20	21	400	441	420
23	26	26	676	676	676
24	15	16	225	256	240
25	28	26	784	676	728
26	18	17	324	289	306

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
27	20	18	400	324	360
28	22	21	484	441	462
29	10	9	100	81	90
30	24	23	576	529	552
31	18	19	324	361	342
32	25	24	625	576	600
33	20	19	400	361	380
34	22	20	484	400	440
35	10	9	100	81	90
36	28	29	784	841	812
37	24	22	576	484	528
38	20	19	400	361	380
39	23	23	529	529	529
40	9	9	81	81	81
41	26	24	676	576	624
42	12	11	144	121	132
43	20	19	400	361	380
44	14	14	196	196	196
45	18	20	324	400	360
46	24	24	576	576	576
47	17	18	289	324	306
48	22	23	484	529	506
49	26	26	676	676	676
50	18	18	324	324	324
51	24	25	576	625	600
52	22	23	484	529	506
53	20	19	400	361	380

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
54	22	23	484	529	506
55	18	17	324	289	306
56	28	27	784	729	756
57	14	14	196	196	196
58	17	18	289	324	306
59	22	21	484	441	462
60	22	22	484	484	484
61	16	16	256	256	256
62	24	24	576	576	576
63	20	19	400	361	380
64	16	17	256	289	272
65	22	22	484	484	484
66	20	20	400	400	400
67	24	25	576	625	600
68	30	28	900	784	840
69	18	19	324	361	342
70	26	27	676	729	702
71	18	18	324	324	324
72	14	15	196	225	210
73	21	20	441	400	420
74	10	11	100	121	110
75	24	23	576	529	552
76	34	33	1,156	1,089	1,122
77	20	22	400	484	440
78	22	24	484	576	528
79	12	13	144	169	156
80	18	17	324	289	306
รวม	1,652	1,645	36,310	35,877	36,034

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$ แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดย ผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 15 จะได้ $\sum X = 1,652$, $\sum Y = 1,645$, $\sum X^2 = 36,310$

$$\sum Y^2 = 35,877$$
 , $\sum XY = 36,034$, $N = 80$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$= \frac{(80 \times 36,034) - (1,652 \times 1,645)}{\sqrt{[(80 \times 36,310) - (1,652)^2] \times [(80 \times 35,877) - (1,645)^2]}}$$

$$= 0.97$$



ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ตาราง 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	13	32	1024	19	361
2	9	28	784	19	361
3	11	31	961	20	400
4	12	32	1024	20	400
5	12	34	1156	22	484
6	8	32	1024	24	576
7	14	35	1225	21	441
8	8	34	1156	26	676
9	19	37	1369	18	324
10	13	35	1225	22	484
11	0	27	729	27	729
12	8	32	1024	24	576
13	9	30	900	21	441
14	12	32	1024	20	400
15	15	35	1225	20	400
16	17	36	1296	19	361
17	12	32	1024	20	400
18	9	27	729	18	324
19	18	36	1296	18	324
20	8	29	841	21	441
21	8	27	729	19	361
22	10	29	841	19	361
23	12	31	961	19	361
24	6	29	841	23	529
25	11	32	1024	21	441
26	6	28	784	22	484

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
27	10	33	1089	23	529
28	6	29	841	23	529
29	15	34	1156	19	361
30	0	24	576	24	576
31	8	28	784	20	400
32	4	28	784	24	576
		$\sum X_2 = 998$	$\sum X_2^2 = 31,446$	$\sum D = 675$	$\sum D^2 = 14,446$

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบแบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}; \quad df = n - 1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
- $\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
- $(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
- N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 16 จะได้ $\sum D = 675$, $\sum D^2 = 14,446$, $n = 32$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \\ &= \frac{675}{\sqrt{\frac{(32 \times 14,446) - (675)^2}{32-1}}} \\ &= \frac{675}{\sqrt{\frac{(462,272) - (455,625)}{31}}} \\ &= 49.119 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.452 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 32 - 1 = 31$)

เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X} แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0 แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60)
	s แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{998}{32} \\ &= 31.188\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{32(31,446) - (998)^2}{32(32-1)}} \\ &= 3.217\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 31.188$, $\mu_0 = 24$, $S = 3.217$, $n = 32$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{31.188 - 24}{\frac{3.217}{\sqrt{32}}} \\ &= 12.654\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.452 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 32 - 1 = 31$)

ตาราง 17 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
1	12	30	900	18	324
2	8	29	841	21	441
3	12	32	1024	20	400
4	10	30	900	20	400
5	11	34	1156	23	529
6	8	31	961	23	529
7	15	34	1156	19	361
8	9	33	1089	24	576
9	18	36	1296	18	324
10	12	34	1156	22	484
11	0	29	841	29	841
12	9	30	900	21	441
13	8	29	841	21	441
14	12	32	1024	20	400
15	16	36	1296	20	400
16	18	37	1369	19	361
17	11	32	1024	21	441
18	9	28	784	19	361
19	17	36	1296	19	361
20	9	31	961	22	484
21	7	26	676	19	361
22	9	29	841	20	400
23	11	30	900	19	361
24	6	29	841	23	529
25	12	33	1089	21	441

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน (X_1)	คะแนนหลังเรียน (X_2)	X_2^2	D	D^2
26	6	28	784	22	484
27	9	32	1024	23	529
28	6	29	841	23	529
29	14	32	1024	18	324
30	0	24	576	24	576
31	8	26	676	18	324
32	4	29	841	25	625
		$\sum X_2 = 990$	$\sum X_2^2 = 30,928$	$\sum D = 674$	$\sum D^2 = 14,382$

เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}; \quad df = n - 1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
- $\sum D^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
- $(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 17 จะได้ $\sum D = 674$, $\sum D^2 = 14,382$, $n = 32$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \\ &= \frac{674}{\sqrt{\frac{(32 \times 14,382) - (674)^2}{32-1}}} \\ &= \frac{674}{\sqrt{\frac{(460,224) - (454,276)}{31}}} \\ &= 48.664 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.452 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 32 - 1 = 31$)

เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซีปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X} แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0 แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60)
	s แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

เรื่อง ลำดับและอนุกรม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{990}{32} \\ &= 30.938\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

เรื่อง ลำดับและอนุกรม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{32(30,928) - (990)^2}{32(32-1)}} \\ &= 3.110\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 30.938$, $\mu_0 = 24$, $S = 3.110$, $n = 32$

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{30.938 - 24}{\frac{3.110}{\sqrt{32}}} \\ &= 12.638\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.452 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 32 - 1 = 31$)



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รหัส ค32101

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ช่วงชั้นที่ 3 วิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จำนวน 1 คาบ

1. สาระ

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

3. ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

ค 4.1 ม. 4 – 6 / 4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

ค 6.1 ม. 4 – 6 / 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม. 4 – 6 / 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม. 4 – 6 / 4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

4. สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกหรือสับเซตของจำนวนเต็มบวกในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับ

ลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด (finite sequence) และลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์ (infinite sequence)

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของลำดับได้
2. บอกได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
3. เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปให้ได้
4. เขียนพจน์ทั่วไปของลำดับได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. การสื่อสาร

ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ

1. ความรับผิดชอบในการทำงาน
2. มีทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
3. มีความกระตือรือร้น

6. สารการเรียนรู้

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ สับเซตของจำนวนเต็มบวก ในรูป $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

ลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด

ลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ เรียกว่า ลำดับอนันต์

การเขียนลำดับ มี 2 แบบ คือ

1. การเขียนลำดับโดยการแจกแจงพจน์ คือ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป เช่น ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
ถ้า a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

.

.

a_n ว่า พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

2. การเขียนเฉพาะพจน์ทั่วไป พร้อมทั้งระบุสมาชิกในโดเมน

เช่น ลำดับ 1, 3, 6, 10, 15 อาจเขียนแทนด้วย

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{เมื่อ } n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

ลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ... อาจเขียนแทนด้วย

$$a_n = 2n - 1 \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}$$

หมายเหตุ ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n - 2$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

1) สี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n - 2$

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

1) $a_n = 3n - 2$

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

แทน n ใน $a_n = 3n - 2$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 เพื่อหาสี่พจน์แรกของลำดับ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

กำหนดให้ $a_n = 3n - 2$

$$a_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$a_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$a_3 = 3(3) - 2 = 7$$

$$a_4 = 3(4) - 2 = 10$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 1, 4, 7, 10

4. ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

1) สี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

1) $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

แทน n ใน $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 เพื่อหาสี่พจน์แรกของลำดับ

3. ขั้นตอนการตามแผน

$$\text{กำหนดให้ } a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \cdot 1(1+1) = 1$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot 2(2+1) = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \cdot 3(3+1) = 6$$

$$a_4 = \frac{1}{2} \cdot 4(4+1) = 10$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 1, 3, 6, 10

4. ขั้นตอนตรวจสอบผล

ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของ 1, 4, 16, 64, ...

1. ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

1) พจน์ถัดไปสองพจน์ของ 1, 4, 16, 64, ...

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

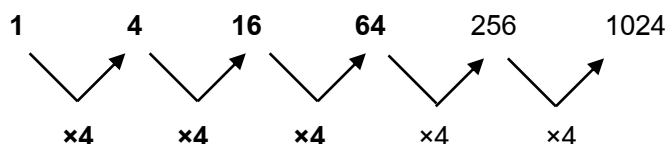
1) ลำดับ 1, 4, 16, 64, ...

2. ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา

1) สังเกตการเพิ่มขึ้นและความสัมพันธ์แต่ละพจน์

3. ขั้นตอนการตามแผน

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้น 4 เท่าของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า
 ดังนั้นพจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้คือ 256 และ 1024

4. ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของ $100, 98, 94, 88, \dots$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

1) พจน์ถัดไปสองพจน์ของ $100, 98, 94, 88, \dots$

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

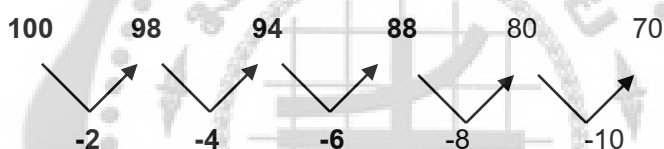
1) ลำดับ $100, 98, 94, 88, \dots$

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1) สังเกตการเพิ่มขึ้นและความสัมพันธ์แต่ละพจน์

ขั้นตอนดำเนินการตามแผน

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะลดลง 2, 4 และ 6 ตามลำดับ

ดังนั้น พจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้จะลดลง 8 และ 10 ตามลำดับ จะได้ว่า พจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้คือ 80 และ 70

ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

(ขั้นทบทวนความรู้เดิม)

1. ทบทวนบทเรียนเรื่องฟังก์ชัน เกี่ยวกับการหาสมาชิกของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนร่วมกันเขียนความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่าง และร่วมกันหาเซตของโดเมนและเรนจ์

2. ครูซักถามนักเรียนคงจะเคยพบเห็นข้อสอบวัดเชาว์ปัญญาต่างๆ ที่ให้ชุดของจำนวนมาแล้วให้หาว่าจำนวนถัดไปคือจำนวนอะไร พร้อมเขียนตัวอย่างบนกระดานดังนี้ 2, 4, 6, 8 จากนั้นครูถามนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่า จำนวนถัดไปควรเป็นจำนวนอะไร เพราะอะไร

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแบบละความสามารภเป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยพิจารณาจากผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ภาคเรียนที่ผ่านมา

4. ครูนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ของโพลยา ว่าประกอบไปด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ แต่ละตอนนั้นมีลักษณะอย่างไรเพื่อให้นักเรียนเข้าใจ (ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่ / ขั้นศึกษาทำความเข้าใจกับข้อมูล / และขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจ)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 และใบกิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันให้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา กำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ก่อนที่จะลงมือแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหาภายในกลุ่ม

2. ครูเป็นผู้อธิบายให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำกิจกรรม ซึ่งครูอาจใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน

3. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงคำตอบที่ได้มาพร้อมทั้งพิจารณาเซตของโดเมนและเรนจ์ในแต่ละกิจกรรม โดยครูแนะนำให้นักเรียนนำเสนอสมมติของเรนจ์ในแต่ละกิจกรรมมาเขียนใหม่ และอธิบายต่อว่าการเขียนสมมติของเรนจ์แบบนี้เรียกว่า ลำดับ

4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างของลำดับจากตัวอย่างที่ 1 – 4 โดยร่วมกันแทนค่าและคิดคำนวณด้วยความรอบคอบ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของโพลยา

5. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ร่วมกันอภิปรายเพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา กำหนดแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ก่อนที่จะลงมือแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหา

(ขั้นแสดงผลงาน)

6. เมื่อนักเรียนทำใบงานที่ 1 เรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งออกมาแสดงคำตอบของกลุ่มตัวเองหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนๆ กลุ่มอื่น ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง

(ขั้นสรุป / จัดระเบียบความรู้)

7. เมื่อนักเรียนทำใบงานที่ 1 และนำเสนอหน้าชั้นเรียนเรียบร้อยแล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของลำดับ และช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบผล โดยให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

(ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้)

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1.1 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ (หน้า 140) ข้อ 1 และ ข้อ 2 เป็นการทำงาน

8. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. ใบงานที่ 1
4. แบบฝึกหัด 4.1.1 (หนังสือเรียนคณิตศาสตร์)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องสมุด

9. ภาระงาน / ชิ้นงาน

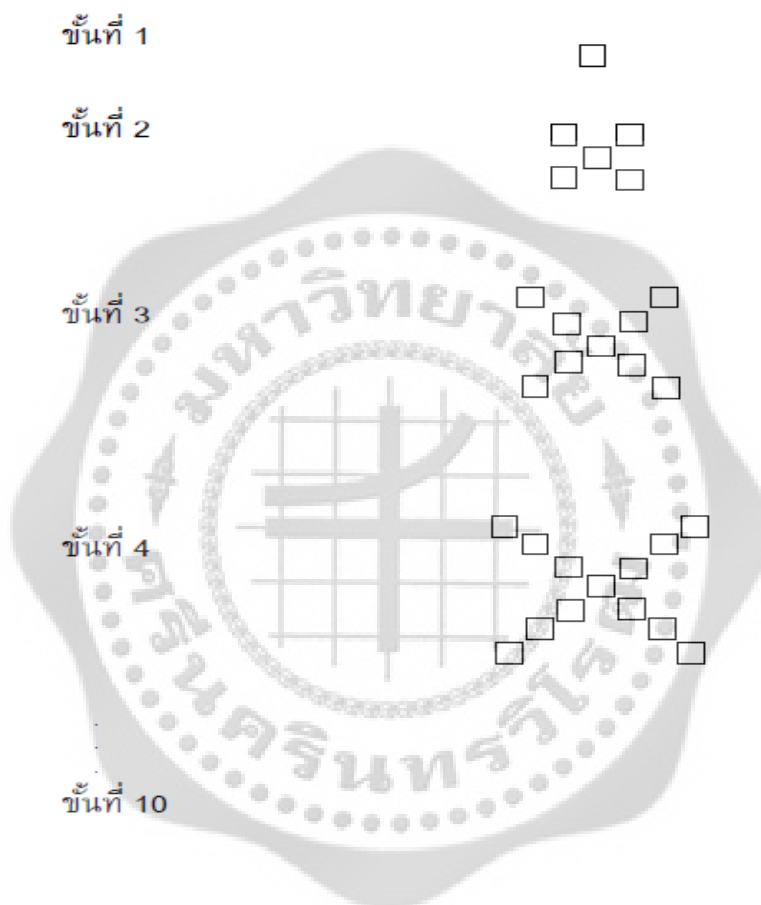
ใบงานที่ 1

10. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. บอกความหมายของลำดับได้ 2. บอกได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัด หรือลำดับอนันต์ 3. เขียนลำดับในรูปแจกแจงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปให้ได้ 4. เขียนพจน์ทั่วไปของลำดับได้	ตรวจใบกิจกรรมและใบงาน	-ใบกิจกรรม -ใบงาน	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
ด้านทักษะกระบวนการ 1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3. การสื่อสาร	ตรวจใบกิจกรรมใบงานและการสังเกต	-ใบกิจกรรม -ใบงาน	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. ความรับผิดชอบในการทำงาน 2. มีทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น 3. มีความกระตือรือร้น	สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	แบบประเมินพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

ใบกิจกรรมที่ 1

คำชี้แจง : จากรูปที่กำหนดให้ให้นักเรียนหารูปที่ 10 และเติมความสัมพันธ์ระหว่างชั้นของการสร้างและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมลงในตาราง



ชั้นที่	1	2	3	4	...	10
จำนวนรูป □						

ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ชั้นดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง : จากรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเติมความสัมพันธ์ระหว่างชั้นของการสร้างและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมลงในตาราง

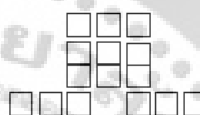
ชั้นที่ 1



ชั้นที่ 2



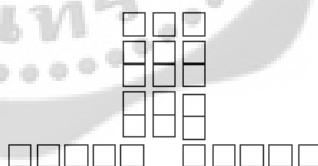
ชั้นที่ 3



ชั้นที่ 4



ชั้นที่ 5



ชั้นที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูป □					

ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ชั้นดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....



ใบงานที่ 1

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีหาคำตอบ

1. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1) จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n + 5$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

2) จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{n+1}{n}$

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = n(n-1)(n-2)$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1) 2, 6, 10, 14, ...

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2) 5, 10, 30, 120, ...

1. **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา**

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....
.....

2. **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา**

.....
.....
.....

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. **ขั้นตรวจสอบผล**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



3) 100, 98, 94, 88, ...**1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา**

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม.5/.....เลขที่.....

โรงเรียนบางไทรวิทยา
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ลำดับและอนุกรม

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ข้อสอบข้อที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของ $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}$

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของ 7, 9, 11, 13, 15, ...

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....
.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....
.....
.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....
.....
.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 3 จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_4 = 26$ และ $a_9 = 61$

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 4 ถ้า 8, a, b, c, 20 เป็นห้าพจน์ที่เรียงติดกันในลำดับเลขคณิต จงหา a, b และ c

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 5 ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มีผลบวกของ 4 พจน์แรกเท่ากับ 936 ถ้าอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้มีค่าเท่ากับ 5 จงหาลำดับชุดนี้

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 6 จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ...

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 7 จงหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต $5 + 16 + 27 + \dots + 137$

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....
.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....
.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....
.....

.....
.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 8 จงหาผลบวกของจำนวนระหว่าง 40 ถึง 225 ซึ่ง 14 หารลงตัว

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....
.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....
.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....
.....

.....
.....

ตอบ



ข้อสอบข้อที่ 9 จงหาผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต 5, 15, 45, ...

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ข้อสอบข้อที่ 10 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตซึ่งมีพจน์ที่ 1 เป็น 14 อัตราส่วนร่วมเป็น 2 มีค่า 882 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตนั้นเป็นผลบวกของกี่พจน์

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

ตอบ



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ ดร.แสน สมนึก

ตำแหน่ง ศึกษานิเทศก์เชี่ยวชาญ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพระนครศรีอยุธยา เขต 2

3. อาจารย์พีระ รัศมีสว่าง

ตำแหน่ง ศึกษานิเทศก์เชี่ยวชาญ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพระนครศรีอยุธยา เขต 2





ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นายอัศวิน พุ่มมรินทร์
 วันเดือนปีเกิด 24 พฤศจิกายน 2528
 สถานที่เกิด อำเภอบางซ้าย จังหวัดพระนครศรีอยุธยา
 ที่อยู่ปัจจุบัน 65 หมู่ 12 ต.ปลายกลัด อ.บางซ้าย
 จ.พระนครศรีอยุธยา 13270
 ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน ครู คศ.1
 สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนบางไทรวิทยา อำเภอบางไทร
 จังหวัดพระนครศรีอยุธยา 13190

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2546 มัธยมศึกษาตอนปลาย
 จากโรงเรียนบางซ้ายวิทยา อำเภอบางซ้าย
 จังหวัดพระนครศรีอยุธยา
 พ.ศ.2552 ครุศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์
 จากมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
 ในพระบรมราชูปถัมภ์
 พ.ศ.2556 การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
 (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ