

ผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2554

ผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2554

ดรณั สุxonันตกุล. (2554). ผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ
ล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจ
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. สารนิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่
ปรึกษาสารนิพนธ์: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล.

การศึกษาครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 และความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการสอน
ด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียน
พิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553
จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้นักเรียนเป็น
หน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบคละความสามารถ จำนวนนักเรียน
30 คน ใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 6 คาบครึ่ง เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย
แผนการจัดการเรียนรู้ แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า แบบทดสอบ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบแผนการ
ทดลองครั้งนี้ เป็นแบบ One – Group Pretest – Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติคือ
t-test one sample และค่าสถิติ t-test for dependent samples
ผลการศึกษาพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบ
การสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากสอนด้วยแบบฝึกตาม
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วสูงขึ้นอย่างมี
นัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF MATHEMATICS EXERCISES TEACHING BY USING ADVANCE
ORGANIZER MODEL ABOUT “POLAR FORM OF COMPLEX NUMBERS”
ON MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT AND INTEREST
OF MATHAYOMSUKSA V STUDENTS



Present in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2011

Dorn Sookanantakul. (2011). *The effect of Mathematics exercises teaching by using Advance Organizer Model about "Polar form of complex numbers" on Mathematics Learning Achievement and Interest of Mathayomsuksa V students*. Master Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor: Asst. Prof. Chaisak Leelajaruskul.

The purposes of this research were to compare mathematics learning achievement with a criterion and Interest before and after teaching by using Advance Organizer Model on Mathematics Learning "Polar form of complex number" of Mathayomsuksa V students.

The subjects of this research were 30 MathayomSuksa V students of Pittayalongkornpittayakom School, Bangkhoontian, Bangkok in the second semester of 2010 academic year. The experiment lasted for $6 \frac{1}{2}$ sixty minute periods. The research instruments were lesson plan, mathematics exercises, learning achievement test and Interest of mathematics questionnaire. The One – Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data was analyzed by using t – test one sample and t – test for dependent samples.

The results of the study revealed that:

1) Mathematics learning achievement of Mathayomsuksa V Students after Mathematics exercises teaching on "Polar form of complex number" by using Advance Organizer Model was higher than 60% of total score at the .01 level of significance.

2) Mathematics learning Interest of Mathayomsuksa V Students after after Mathematics exercises teaching on "Polar form of complex number" by using Advance Organizer Model was higher than the previous instruction at the .01 level of significance.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการ
สอบได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง ผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ
ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของ ดรณั สุxonันตกุล ฉบับนี้แล้วเห็นสมควรรับ
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตสาขาวชิการมัธยมศึกษา ของ
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. องอาจ นัยพัฒน์)

วันที่ เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2554

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาคำแนะนำตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้วิจัยฯ ซึ่งในความเมตตา และความกรุณาอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญเลิศ จีรภัทร์ อาจารย์ณัฐ จันแย้ม และ อาจารย์วิไลวรรณ อ่ำไพพัตร์ ที่กรุณาอุทิศเวลาให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่เป็นประโยชน์และมีค่ายิ่งต่อการวิจัย อันทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการเพ็ญศรี กรุณี อดีตผู้อำนวยการโรงเรียนวัดชัยชนะสงคราม ที่กรุณาอนุญาตให้ผู้วิจัยได้ศึกษาต่อในระดับบัณฑิตศึกษา คณะผู้บริหารโรงเรียนพิทยาลงกรณ์ - พิทยาคม ทุกท่านที่ให้การสนับสนุนในเรื่องเวลาสำหรับการศึกษาค้นคว้า และครูทุกท่านที่ให้คำปรึกษา และช่วยเหลือสนับสนุนตลอดมาขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ที่ให้ความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือตลอดจนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองในครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้การอบรม สั่งสอน และสนับสนุนทุกๆ ด้านจนผู้วิจัยมีชีวิตที่ประสบความสำเร็จ ขอขอบคุณทุกคนในครอบครัวที่ให้กำลังใจและความห่วงใย ขอขอบคุณ ครูวรรณ พิมพันธ์ ครูบัวบาน วัฒนาสีล ครูสุปรียชาติ สังข์ทองจีน ครูสุนทร มูลศาสตร์ ที่ให้คำปรึกษาในการจัดทำสารนิพนธ์โดยตลอด รวมถึงเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ทุกคนที่สนับสนุนช่วยเหลือและให้กำลังใจ และขอขอบคุณ ภาณุ. จิระญาณภรณ์ ตะวีวัฒนาพันธ์ ที่เป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือในการสืบค้นข้อมูล ในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณแต่ มารดา บิดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

ดร. สุxonันตกุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก.....	10
ความหมายของแบบฝึก.....	10
ลักษณะของแบบฝึกที่ดี.....	12
หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก.....	14
การสร้างแบบฝึก.....	16
ประโยชน์ของแบบฝึก.....	17
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก.....	19
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า..	21
ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออลชูเบล.....	21
ความหมายของสิ่งช่วยจัดมโนติ.....	24
รูปแบบของสิ่งช่วยจัดมโนติ.....	25
ประโยชน์ของสิ่งช่วยจัดมโนติ.....	26
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า.....	27
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า.....	33
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	36
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	37
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	42
สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	46

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	49
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ.....	52
ความหมายของความสนใจ.....	52
ลักษณะของความสนใจ.....	53
องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ.....	54
การสร้างความสนใจ.....	56
การวัดความสนใจ.....	60
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ.....	61
3 วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	64
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	64
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	66
การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ.....	66
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	73
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	74
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	79
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	79
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	80
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	80
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	82
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	82

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ)	
สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	82
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	82
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	85
อภิปรายผล.....	85
ข้อสังเกตที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า.....	88
ข้อเสนอแนะ.....	89
บรรณานุกรม.....	90
ภาคผนวก.....	103
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์.....	237



บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แบบแผนการทดลอง One – Group Pretest – Posttest Design.....	64
2 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบ และความถูกต้องของคำตอบ.....	69
3 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการสอนโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์(ร้อยละ 60).....	78
4 การเปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการสอนโดยใช้ แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้วของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	79
5 การประเมินค่าความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ กำหนดคะแนนเป็น +1 หรือ 0 หรือ -1.....	103
6 ค่าความง่าย (P_e) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ข้อ.....	104
7 ค่า x และค่า x^2 ของคะแนนคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ข้อที่ 1-5 ของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน.....	107
8 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	108
9 การประเมินแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญกำหนด คะแนนเป็น +1 หรือ 0 หรือ -1 ได้ผลดังนี้.....	109
10 ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 40 ข้อ.....	111
11 ค่าความแปรปรวนเป็นรายข้อของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	115

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
12 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการสอนโดยใช้แบบฝึกตาม รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....	118
13 คะแนนความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการสอนโดยใช้แบบฝึกตาม รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าของกลุ่มตัวอย่าง เรื่องจำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน.....	120



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีแบบแผน ช่วยให้เกิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ครูผู้สอนสามารถที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิด มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ได้ โดยการปรับวิธีเรียน เปลี่ยนวิธีการสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้รับการพัฒนาทางการคิดมากที่สุด เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในมโนคติของเรื่องที่เรียน เห็นแนวทางของการนำเนื้อหาสาระที่ได้เรียนไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา.

2550:1) สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ มีความรู้ทัดเทียมกับนานาชาติอารยประเทศ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.2544 : 2)

ปัญหาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีมาช้านานและมักจะเป็นปัญหาของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เกือบทุกสถานศึกษาจะเห็นได้ว่าในปัจจุบันนี้นักเรียนมักจะมีเจตคติไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาค่อนข้างยากที่จะทำความเข้าใจ (มาลินท์ อธิธิรส.2544 : 25) ดังจะเห็นได้จากการผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน

(O-NET) ของนักเรียนโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 6) โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) ได้ทำการสอบนักเรียนทั่วประเทศในวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 100 คะแนน ปีการศึกษา 2551 มีนักเรียนเข้าสอบทั้งสิ้นจำนวน 339,459 คน ผลการสอบปรากฏว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ 36.08 คะแนน คะแนนเฉลี่ยระดับโรงเรียน 32.71 คะแนน ปีการศึกษา 2552 มีนักเรียนเข้าสอบทั้งสิ้นจำนวน 353,680 คน ผลการสอบปรากฏว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ 28.56 คะแนน คะแนนเฉลี่ยระดับโรงเรียน 25.42 คะแนนจากผลการสอบจะพบว่านักเรียนโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคมมีคะแนนเฉลี่ยระดับโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ ในปีการศึกษา 2551 และปีการศึกษา 2552 คิดเป็นร้อยละ 9.34 และ 10.99 ตามลำดับ ผลคะแนน

ที่ได้ถือว่าเป็นคะแนนที่อยู่ในระดับต่ำและมีแนวโน้มลดลงแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องปรับปรุงหลักสูตรและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนอีกทั้งต้องเร่งแก้ไขจุดบกพร่องของนักเรียน เพื่อเติมเต็มความรู้ให้กับนักเรียนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม เนื้อหาบางตอนยากที่จะอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้โดยง่าย ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนควรจะสอนให้นักเรียนเข้าใจโมโนติเสียก่อน พร้อมกับเชื่อมโยงความสัมพันธ์กันในแต่ละโมโนติเพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเรื่องนั้นอย่างเป็นระบบ และเข้าใจโครงสร้างความสัมพันธ์เรื่องนั้นเป็นอย่างดีอันจะนำไปสู่ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ (วารีย์ ถึงกลาง.2545: 1)

จากปัญหาดังกล่าวในการจัดการเรียนรู้ครูจะต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมต้องสอดคล้องกับวุฒิภาวะ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน ในขั้นดำเนินการกิจกรรมการเรียนการสอน สิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึง คือ ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่หรือใช้ยุทธวิธีต่างๆ ในการทบทวนความรู้เดิม (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.2548 : 105) โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติ (Advance - Organizer) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ออสซูเบล(Ausubel) ได้แนะนำเป็นเครื่องช่วยการเรียนรู้ที่มีความหมายและช่วยความจำ หลักทั่วไปของสิ่งช่วยจัดมโนติก็คือการจัดเรียงข้อมูลข่าวสารที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้ ออกเป็นหมวดหมู่ หรือให้หลักการกว้างๆ ก่อนที่นักเรียนจะเรียนความรู้ใหม่ หรือแบ่งบทเรียนออกเป็นหัวข้อสำคัญๆหากมีความคิดรวบยอดใหม่ที่สำคัญเกี่ยวกับหัวข้อที่จะเรียนรู้ใหม่ก็ควรจะอธิบายให้ผู้เรียนทราบก่อนที่จะสอนหน่วยการเรียนรู้ใหม่นั้น ออสซูเบล(Ausubel) ถือว่าสิ่งช่วยจัดมโนติมีความสำคัญมากเพราะเป็นวิธีการสร้างการเชื่อมช่องว่างระหว่างสิ่ง(ความรู้)ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้แล้วกับสิ่ง(ความคิดรวบยอดใหม่)ที่จำเป็นต้องเรียนรู้เพื่อผู้เรียนจะได้มีความเข้าใจเนื้อหาของหน่วยเรียนใหม่และช่วยความจำได้ดีขึ้น ฉะนั้น ผู้สอนควรใช้สิ่งช่วยจัดมโนติ ช่วยผู้เรียนในการเรียนรู้ทั้งประเภทการรับอย่างมีความหมายและการค้นพบอย่างมีความหมาย (สุรางค์ โค้วตระกูล.2544:218-219)อีกทั้งความสนใจเป็นสิ่งที่สำคัญ ที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นเป็นอันดับแรกของกระบวนการเรียนรู้ ในการจัดการเรียนการสอนนั้น นอกจากจะมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนมีความสามารถในวิชาที่เรียนแล้วยังต้องปลูกฝังให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน หมกมุ่นในการเรียนและแสวงหาความรู้ได้เป็นอย่างดี ซึ่งจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนด้วย ซึ่งความสนใจเป็นความรู้สึกชอบของคนเราต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งความรู้สึกนี้จะมิอยู่ชั่วขณะหนึ่ง หรืออาจจะมิอยู่ถาวรก็ได้ขึ้นอยู่กับความรู้สึกของบุคคล (Good. 1973: 311) ดังนั้นการดำเนินการสอนของครูจะต้องใช้วิธีการที่หลากหลาย ในการ

ดึงดูดความสนใจของนักเรียนให้สนใจบทเรียนที่นำเสนอในชั้นเรียนตามลักษณะของเนื้อหา ซึ่งอาจนำเสนอผ่านสื่อชนิดต่างๆ หรือใช้ถ้อยคำชักชวน อธิบาย ขยายความให้นักเรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนสนใจและติดตามการสอนของครูจนทำให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาความสามารถของตนเองอย่างเต็มศักยภาพ

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจทำการวิจัยเกี่ยวกับแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอน โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษามาเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและน่าสนใจยิ่งขึ้น โดยพัฒนาแบบฝึกโดยนำรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า (Advance Organizer Model) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมโนคติเสียก่อน แล้วเชื่อมโยงความสัมพันธ์กันของแต่ละมโนคติ เพื่อให้เข้าใจในเรื่องนั้นอย่างเป็นระบบ และเข้าใจในโครงสร้างความสัมพันธ์เรื่องนั้นเป็นอย่างดี ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอน โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าสูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังจากการสอนด้วยแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า กับเกณฑ์(ร้อยละ 60)
2. เพื่อเปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ทราบผลที่เกิดจากการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ซึ่งผู้สอนจะได้นำไปพัฒนาการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. เป็นแนวทางในการพัฒนาแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพเหมาะสมกับเนื้อหาและผู้เรียนในระดับต่างๆ

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 30 คน รวมทั้งสิ้น 60 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้นักเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบละความสามารรถ จำนวนนักเรียน 30 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการศึกษาค้นคว้าในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 6 คาบครึ่ง คาบละ 1 ชั่วโมง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

- | | |
|--------------------------------------------------|-----------|
| 1. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน | 15 นาที |
| 2. ดำเนินการสอน | 5 ชั่วโมง |
| 2.1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว | 1 ชั่วโมง |
| 2.3 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว | 1 ชั่วโมง |
| 2.4 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก | 1 ชั่วโมง |
| 2.5 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(1) | 1 ชั่วโมง |
| 2.6 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(2) | 1 ชั่วโมง |
| 3. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 1 ชั่วโมง |

4. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน

15 นาที

รวมเวลาทั้งสิ้น

6 ชั่วโมง 30 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรต้น ได้แก่

การสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2.2 ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **แบบฝึก** หมายถึง สื่อประกอบการสอนที่ใช้สำหรับทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว เพื่อเป็นพื้นฐานและเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเพิ่มทักษะจากการฝึกฝนโดยการปฏิบัติด้วยตนเอง จนเกิดความชำนาญในเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ซึ่งประกอบด้วยเอกสารดังนี้

- คู่มือการใช้แบบฝึก
- เอกสารสาระการเรียนรู้
- เอกสารแบบฝึก

2. **สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า** หมายถึง สิ่งที่ทำให้ภาพรวมของเนื้อหา ซึ่งจะนำเสนอหลักการหรือความคิดรวบยอดที่สำคัญของเรื่องที่จะเรียนเพื่อเตรียมความพร้อมทางความคิดแก่ผู้เรียนก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ โดยการนำเสนอด้วยการอธิบายภาพรวมของสิ่งที่จะเรียน การระบุลักษณะเฉพาะ การให้ตัวอย่าง การทบทวน ผ่านสื่อการสอนในรูปแบบต่างๆ

3. **การสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า** หมายถึง การสอนที่อาศัยหลักการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล(Ausubel) ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้เข้าใจ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1 ขั้นเติมความรู้พื้นฐาน ประกอบด้วย

3.1.1 การวัดและประเมินความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ว่ามีเพียงพอหรือไม่

3.1.2 เติมความรู้พื้นฐานให้กับให้นักเรียนโดยใช้วิธีต่อไปนี้คือ

- สอนเสริมในเนื้อหาที่จำเป็นต่อการเรียนในเนื้อหาใหม่
- อธิบายให้นักเรียนได้รับความกระจ่างในห้องเรียนโดยทันที

3.2 ขั้นตอนการเรียนการสอน

3.2.1 การนำเข้าสู่บทเรียน นำเสนอภาพรวมของสิ่งที่จะสอนโดยการทบทวนความรู้เดิม

3.2.2 การเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า

3.2.2.1 แจกจุดประสงค์ของบทเรียนให้ชัดเจน

3.2.2.2 นำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า ด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การบรรยายสั้นๆ การอภิปราย การชมภาพยนตร์ การทดลอง ฯลฯ

3.2.3 การนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่ของบทเรียน ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่างๆตามปกติ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับความรู้ความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาวิชาและการฝึกทักษะขณะสอนผู้สอนควรกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนมติล่วงหน้าเป็นระยะๆ

3.2.4 การจัดโครงสร้างความรู้โดยการใช้หลักการบูรณาการให้กลมกลืน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการรับรู้อย่างกระฉับกระเฉง ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดหลักของเนื้อหาและช่วยขยายความให้ชัดเจน

3.3 ขั้นสรุปผล ให้นักเรียนเป็นผู้สรุปตามความเข้าใจ ครูช่วยเสริมให้นักเรียนเกิดมโนมติหรือหลักการที่สมบูรณ์

3.4 ขั้นวัดและประเมินผล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เพื่อประเมินว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างมีความเข้าใจเรื่องที่เรียนในระดับใด

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียน ทั้งทางความรู้และทักษะตลอดจนความสามารถในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลมาจากการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงซ้อนที่ประเมินได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่นักเรียนได้ทดสอบภายหลังจากการสอนด้วยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า ซึ่งเป็นแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจำนวน 5 ข้อเป็นแบบอัตนัยตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson. 1971: 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับ ดังนี้

4.1 ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) ความสามารถในการจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง และมีความสามารถที่จะใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยามมาใช้ในกระบวนการคิด คำนวณตามลำดับขั้นตอน

4.2 ความเข้าใจ (Comprehension) ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดของหลักการ กฎ ทฤษฎี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาเป็นอีกรูปแบบหนึ่งความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผลและความสามารถในการอ่าน ที่ความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.3 การนำไปใช้ (Application) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่พบในระหว่างเรียนการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ข้อมูล การมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร

4.4 การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน สามารถวิเคราะห์ในการค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ การสร้างสูตร การทดสอบและตรวจสอบความถูกต้อง

5. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกถึงความรู้สึกชอบ ฟังพอใจมองเห็นความสำคัญในสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และจะพยายามทำสิ่งนั้นให้สำเร็จด้วยความกระตือรือร้น เพื่อให้บรรลุจุดหมาย ซึ่งวัดจากแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับภายหลังจากการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ซึ่งแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบลิเกิตสเกล(Likert Scale) แบบ 5 ระดับ จำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของรุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540: 351 – 352) ศรีภรณ์ ณะวงศัษา (2542: 113 – 116) และสุรัชย์ จามรเนียม (2548: 114 – 115)

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสำนัก

งานวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2547: 15) ให้
ระดับผลการเรียน 8 ระดับ ดังนี้

80 – 100	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีเยี่ยม	ระดับผลการเรียน 4
75 – 79	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีมาก	ระดับผลการเรียน 3.5
70 – 74	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดี	ระดับผลการเรียน 3
65 – 69	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่อนข้างดี	ระดับผลการเรียน 2.5
60 – 64	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนน่าพอใจ	ระดับผลการเรียน 2
55 – 59	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพอใช้	ระดับผลการเรียน 1.5
50 – 54	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ	ระดับผลการเรียน 1
0 – 49	หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์	ระดับผลการเรียน 0

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
2. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

- 1.1 ความหมายของแบบฝึก
- 1.2 ลักษณะของแบบฝึกที่ดี
- 1.3 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก
- 1.4 การสร้างแบบฝึก
- 1.5 ประโยชน์ของแบบฝึก
- 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ

- 2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออกซุเบล
- 2.2 ความหมายของสิ่งช่วยจัดมโนคติ
- 2.3 รูปแบบของสิ่งช่วยจัดมโนคติ
- 2.4 ประโยชน์ของสิ่งช่วยจัดมโนคติ
- 2.5 รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

- 4.1 ความหมายของความสนใจ

ล่วงหน้า

- 4.2 ลักษณะของความสนใจ
- 4.3 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ
- 4.4 การสร้างความสนใจ
- 4.5 การวัดความสนใจ
- 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

1.1 ความหมายของแบบฝึก

แบบฝึก แบบฝึกหัด แบบเสริมทักษะ เหล่านี้ล้วนเป็นชื่อที่เรียกว่าแบบฝึกทั้งสิ้น และมีผู้ให้ความหมายไว้ต่างๆ กันดังนี้

สกอร์ลิง(Schorling. 1963: 28) กล่าวว่าการทำแบบฝึกมีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีอยู่ 2 ลักษณะ คือ แบบฝึกทักษะเพื่อฝึกฝนทักษะอย่างหนึ่งและแบบฝึกทักษะเพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกอย่างหนึ่ง ดังนั้นการทำแบบฝึกทักษะจึงช่วยในการสอนคณิตศาสตร์ ให้เป็นไปตามความมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการ คือ การเพิ่มทักษะในการคำนวณและความสามารถในการแก้ปัญหาได้

กู๊ด (Good. 1973: 224) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกว่า แบบฝึก หมายถึง งาน หรือ การบ้านที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว และเป็นการฝึกทักษะการใช้กฎหรือสูตรต่างๆที่เรียนไป

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2540: 106) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกไว้ว่าแบบฝึกทักษะคือการจัดประสบการณ์การฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ เกิดการศึกษาและเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่างหลากหลายและแปลกใหม่

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2542: 640) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกไว้ว่าแบบฝึก หมายถึง แบบ ตัวอย่าง ปัญหา หรือคำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ เป็นต้น

เตื่อนใจ ตรีเนตร (2544: 5) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกว่าเป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเองได้ฝึกทักษะเพิ่มเติมจากเนื้อหาจนปฏิบัติได้อย่างชำนาญและให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ

ปฐมพร บุญดี (2545: 43) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง สิ่ง ที่ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนไปแล้วให้เกิดความชำนาญมากขึ้น และให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 76) ได้ให้ความหมายของ แบบฝึกว่าแบบฝึกเป็นภาระงานที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทบทวนผลการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระต่างๆ ที่ ได้เรียนรู้มาแล้ว

พรพรม อุตตวัฒน์กุล (2547: 18) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึก คือ สิ่ง ที่ผู้สอนมอบให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่างๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญและสามารถนำไปแก้ ปัญหาได้

เกศินี มีคุณ(2547: 27) กล่าวว่าแบบฝึกเป็นสื่อประกอบการจัดการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนการเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเอง ได้ฝึกทักษะเพิ่มเติมและทบทวนเนื้อหา หลังจากที่ได้เรียนบทเรียน อาจทำเป็นหน่วยการเรียนรู้หรือรวมเล่มทุกเนื้อหา โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ

สุจินดา พัชรวิญญู (2548: 55) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกประกอบการเรียนการสอนสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ และยังส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการปฏิบัติจนสามารถนำไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

วิไลลักษณ์ มีทิศ(2551: 42) กล่าวว่าแบบฝึกหมายถึงงานที่ครูได้มอบหมายให้ นักเรียนทำด้วยตนเองภายหลังจากที่ได้เรียนบทเรียนเพื่อเป็นการทบทวนและฝึกทักษะ ในเรื่องที่เรียน ผ่านไปแล้ว

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบฝึก หมายถึง สื่อประกอบการสอนที่ใช้ สำหรับทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้วเพื่อเป็นพื้นฐานและเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเพิ่มทักษะจากการฝึกฝนโดยการปฏิบัติด้วยตนเอง จนเกิดความชำนาญในเรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้้วและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ซึ่งประกอบด้วยเอกสารดังนี้

- คู่มือการใช้แบบฝึก
- เอกสารสาระการเรียนรู้
- เอกสารแบบฝึก

1.2 ลักษณะของแบบฝึกที่ดี

บิลโลว์ (Billow. 1962 : 87) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดีไว้ว่า แบบฝึกที่ดีนั้นจะต้องดึงดูดความสนใจและสมาธิของเด็ก เรียงลำดับจากง่ายไปยากเปิดโอกาสให้เด็กฝึกเฉพาะอย่าง ใช้ภาษาเหมาะสมกับวัย วัฒนธรรมประเพณี ภูมิหลังทางภาษาของเด็ก แบบฝึกที่ดีควรจะเป็นแบบฝึกสำหรับเด็กเก่ง และสอนซ่อมเสริมสำหรับเด็กอ่อนในขณะเดียวกัน นอกจากนี้แล้วควรรีใช้หลายลักษณะ และมีความหมายต่อผู้ฝึกอีกด้วย

รีเวอร์ (River.1968: 97) กล่าวถึงลักษณะแบบฝึกไว้ดังนี้ คือ

1. บทเรียนทุกเรื่องควรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกมาพอก่อนที่จะเรียนเรื่องต่อไป
2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้เพียงแบบฝึกเดียว
3. ฝึกโครงสร้างใหม่จากสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. สิ่งที่ฝึกแต่ละครั้งควรเป็นแบบฝึกสั้นๆ
5. ประโยคและคำศัพท์ควรเป็นแบบที่ใช้พูดกันในชีวิตประจำวัน
6. แบบฝึกควรให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไปด้วย
7. แบบฝึกควรมีหลายๆ แบบเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
8. การฝึกควรฝึกให้นักเรียนนำสิ่งที่เรียนแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

บาร์เน็ต (Barnett.1988: 72) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกว่าแบบฝึกที่ดีควรมีข้อแนะนำในการใช้คำหรือข้อความที่ให้ฝึก ควรมีการจำกัดคำสั่งหรือตัวอย่างที่ยากมากควรชัดเจน และไม่ยากจนเกินไป ถ้าต้องการให้ผู้ฝึกศึกษาด้วยตนเองแบบฝึกที่ดีควรมีรูปแบบที่มีความหมายแก่ผู้ฝึกด้วย

เต็อนใจ ตรีนตร (2544: 7) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดีไว้ว่า แบบฝึกจะต้องเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก มีคำสั่งและคำอธิบายที่ชัดเจน มีเนื้อหารูปแบบน่าสนใจซึ่งจะต้องอาศัยหลักจิตวิทยา เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน และนักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

พรพรม อุตตวัฒนกุล (2547: 21) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดีไว้ว่า ควรสร้างให้ตรงกับจุดประสงค์ เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก มีหลายแบบหลายชนิดให้นักเรียนได้เลือกทำ เพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน และนักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

สุจินดา พัชรบุญญู (2548: 57) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดีไว้ว่า แบบฝึกจะต้องเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก มีคำสั่ง และคำอธิบายที่ชัดเจน มีเนื้อหา รูปแบบที่น่าสนใจซึ่งจะต้องอาศัยหลักจิตวิทยา เพื่อไม่ให้นักเรียนเบื่อหน่ายในการเรียนและนักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์ได้จริงในชีวิตประจำวัน

วิไลลักษณ์ มีทิศ(2551: 49) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบฝึกดังนี้

1. แบบฝึกที่สร้างควรเกี่ยวข้องกับบทเรียนที่เรียนผ่านมาแล้ว มีเนื้อหาสรุปย่อหรือหลักเกณฑ์ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทบทวน
2. แบบฝึกควรเป็นเรื่องที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของผู้ฝึก
3. แบบฝึกควรเรียงจากง่ายไปหายาก
4. จำนวนแบบฝึกไม่ต้องมากแต่ต้องฝึกบ่อยๆ โดยการใช้รูปแบบที่หลากหลายมีรูปภาพประกอบแบบฝึก
5. แบบฝึกต้องมีความถูกต้อง ห้ามผิดพลาด
6. ใช้เวลาในการฝึกที่เหมาะสม คือไม่น้อยและมากเกินไป

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบฝึกที่ดีต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. แบบฝึกที่สร้างขึ้นควรเกี่ยวข้องกับบทเรียนที่ผ่านมาแล้ว มีเนื้อหาสรุปย่อหรือหลักเกณฑ์ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทบทวน
2. แบบฝึกควรเป็นเรื่องที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของผู้ฝึก
3. แบบฝึกควรเรียงจากง่ายไปหายาก มีความหลากหลาย มีคำสั่งและคำอธิบายที่ชัดเจน
4. จำนวนแบบฝึกไม่ต้องมากแต่ต้องฝึกบ่อยๆ โดยการใช้รูปแบบที่หลากหลายมีรูปภาพประกอบแบบฝึกที่น่าสนใจ
5. แบบฝึกต้องมีความถูกต้องห้ามผิดพลาด และไม่ยากมากเกินไป
6. ใช้เวลาในการฝึกที่เหมาะสม คือไม่น้อยและมากเกินไป
7. ความรู้ที่ได้จากการทำแบบฝึกจะต้องสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้จริง

1.3 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก

ในการสร้างแบบฝึกนั้น ผู้สร้างแบบฝึกควรคำนึงถึง หลักจิตวิทยาที่จะนำมาใช้ในการสร้างแบบฝึกด้วย เพื่อให้แบบฝึกนั้นน่าสนใจ สนุกสนาน มีความรู้สอดแทรก ยั่วยุ และตอบสนองให้ผู้เรียน ต้องการทำแบบฝึกหัดนั้น

พรอณี ซูทย์ (2522: 192-195) ได้สรุปแนวคิดของนักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก ว่า ควรประกอบด้วย

1. กฎแห่งผลของธอร์นไดค์ (Thorndike) แบบฝึกที่สร้างขึ้นตามหลักจิตวิทยาข้อนี้ ต้องให้นักเรียนสามารถทำแบบฝึกนั้นได้พอสมควรและควรมีค่าเฉลย ให้นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้หลังจากทำแบบฝึกเสร็จแล้ว

2. การฝึกหัดของวัตสัน (Watson) การสร้างแบบฝึกตามหลักจิตวิทยานี้จึงควรเน้นให้มีการกระทำซ้ำๆ เพื่อให้จำได้นาน และสามารถเขียนได้ถูกต้องเพราะการเขียนเป็นทักษะที่ต้องฝึกหัดอยู่เสมอ

3. การเสริมแรงของธอร์นไดค์ (Thorndike) ในการสอนฝึกทักษะ ครูจึงควรให้การเสริมแรงโดยการให้กำลังใจอย่างดีแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจในตนเองและรู้สึกประสบความสำเร็จในงานที่ทำ

4. แรงจูงใจ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียน ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนตื่นตัวอยากรู้ อยากเห็น แบบฝึกที่น่าสนใจจะเป็นแรงจูงใจอย่างหนึ่งที่ทำให้นักเรียนอยากทำ อยากฝึกและเกิดการอยากเรียนรู้เช่นเดียวกันกับ พรอณี ช.เจนจิต(2538: 168 – 186) ได้เสนอหลักทฤษฎีบททางจิตวิทยา ที่ควรคำนึงถึงในการสร้างแบบฝึกว่า ควรประกอบด้วย

1. กฎแห่งผล (Law of Effect) แบบฝึกที่สร้างขึ้นผู้เรียนจะต้องสามารถทำได้และสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีหลังจากทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้วยังเป็นการสร้างความพอใจให้กับนักเรียนด้วย

2. การฝึกหัด (Practice) การเรียนเกิดจากการฝึกหัดและความใกล้ชิดทำให้จำได้คงทนดังนั้นจึงควรให้มีการทำกิจกรรมที่ซ้ำๆ จนเกิดทักษะ

3. การเสริมแรง ควรให้กำลังใจแก่นักเรียนเพื่อให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองและรู้สึกประสบความสำเร็จในงานที่ทำ นักเรียนจะมีแนวโน้มที่ต้องการทำงานนั้นๆ อีก

4. แรงจูงใจ (Motivation) ครูจะต้องรู้จักกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการตื่นตัวอยากรู้
อยากเห็น แบบฝึกที่น่าสนใจจะมีแรงจูงใจที่ให้นักเรียนอยากทำอยากฝึกและเกิดการเรียนรู้

พรพรม อัตตวัฒนากุล (2547: 19) ได้กล่าวถึงหลักจิตวิทยาในการสร้างแบบฝึกว่า การ
สร้างแบบฝึกให้สมบูรณ์นั้น ต้องคำนึงถึงวัยและระดับความสามารถของนักเรียนและควรให้การฝึกฝน
อยู่เสมอ

อรุณศรี คำบรรณ (2548: 16) ได้กล่าวว่า การสร้างแบบฝึกควรสร้างให้เหมาะสมกับ
ความสามารถและวัยของผู้เรียน แบบฝึกควรดึงดูดใจ ทำทลายความสามารถ และให้นักเรียนฝึกฝน
บ่อยๆ

วิไลลักษณ์ มีทิศ(2551: 48) ได้กล่าวว่า ในการสร้างแบบฝึกที่ดีควรคำนึงถึงหลัก
จิตวิทยาในการเรียนรู้ ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล แบบฝึกควรเรียงจากเรื่องที่ย่างไปหา
ยาก เพื่อให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการทำแบบฝึกหัดต่อไป ในแบบฝึกแต่ละเรื่อง ควรมีการฝึกทักษะ
ในเรื่องนั้นๆ บ่อยๆ มีรูปแบบกิจกรรมในแบบฝึกหลากหลายผู้เรียนสามารถตรวจสอบผลการทำแบบ
ฝึกหัดได้ทันทีเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความพอใจและภูมิใจในผลงานของตนเองเป็นตัวกระตุ้น ให้ผู้เรียนต้อง
การทำแบบฝึกหัดในชุดต่อไป

จากการศึกษาในข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกควรประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. กฎแห่งผล (Law of Effect) แบบฝึกที่สร้างขึ้นผู้เรียนจะต้องสามารถทำได้พอ
สมควรและสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีหลังจากทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ยังเป็นการสร้างความพอใจ
ให้กับนักเรียนด้วย

2. การฝึกหัด (Practice) การเรียนเกิดจากการฝึกหัดและความใกล้ชิดทำให้จำได้
คงทนดังนั้นจึงควรให้มีการทำกิจกรรมที่ซ้ำๆ จนเกิดทักษะเพื่อให้จำได้นาน

3. การเสริมแรง ควรให้กำลังใจแก่นักเรียนเพื่อให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเอง
และรู้สึกประสบความสำเร็จในงานที่ทำ นักเรียนจะมีแนวโน้มที่ต้องการทำงานนั้นๆ อีก

4. แรงจูงใจ (Motivation) ครูจะต้องรู้จักกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการตื่นตัวอยากรู้
อยากเห็น แบบฝึกที่น่าสนใจจะมีแรงจูงใจที่ให้นักเรียนอยากทำอยากฝึกและเกิดการเรียนรู้

5. ในการสร้างแบบฝึกต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งความสามารถ
และวัยของผู้เรียน

1.4 การสร้างแบบฝึก

เพียงจิต อิงโพธิ์ (2529: 29) ได้กำหนดแนวทางการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. ควรสร้างแบบฝึกให้หลายรูปแบบ
2. คำนึงถึงความยากง่ายของคำที่นำมาฝึก เปลี่ยนรูปแบบบ่อยๆ
3. การฝึกแม้ว่าจะเน้นการคิดคำนวณแต่ก็ควรฝึกทักษะอื่นด้วย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างแบบฝึกทักษะ

วิชัย เพ็ชรเรือง (2531: 77) กล่าวว่าในการสร้างแบบฝึกควรมีลักษณะดังนี้

1. แบบฝึกต้องมีเอกภาพและความสมบูรณ์ในตัวเอง
2. เกิดจากความต้องการของผู้เรียนและสังคม
3. ครอบคลุมหลายลักษณะวิชาโดยบูรณาการให้เข้ากับการอ่าน
4. ใช้แนวคิดใหม่ในการจัดกิจกรรม
5. สนองความสนใจใคร่รู้และความสามารถของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม

ในการเรียนอย่างเต็มที่

6. คำนึงพัฒนาการและวุฒิภาวะของผู้เรียน
7. เน้นการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนได้มีโอกาสวางแผนงานร่วมกัน
8. แบบฝึกควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจ คือ เป็นสิ่งที่มีความแปลกใหม่พอสมควรเป็นสิ่งซึ่ง

สามารถปรับเข้าสู่โครงสร้างทางความคิดของเด็กได้

พญู ทั้งแดง (2534: 17) กล่าวว่า การสร้างแบบฝึกจะต้องใช้ภาษาที่เหมาะสมกับนักเรียนวัย และความสามารถ คำนึงถึงหลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้อง ในการสร้างแบบฝึกเกี่ยวข้องกับบทเรียนที่เรียนมาแล้ว และส่งเสริมความคิดสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

บัทส์ (ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. 2539: 29-30; อ้างอิงจาก Butts. 1974: 85) เสนอหลักการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. ก่อนที่จะสร้างแบบฝึกจะต้องกำหนดโครงร่างไว้คร่าวๆ ก่อน ว่าจะเขียนแบบฝึกเกี่ยวกับเรื่องอะไร มีวัตถุประสงค์อย่างไร
2. ศึกษางานและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะฝึก

3. เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมออกเป็นกิจกรรมย่อยโดยคำนึงถึงความเหมาะสมของผู้เรียน

4. แจกวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมออกเป็นกิจกรรมย่อย โดยคำนึงถึงความเหมาะสมของผู้เรียน

5. กำหนดอุปกรณ์ที่จะใช้ในกิจกรรมแต่ละตอนให้เหมาะสมกับแบบฝึก

6. กำหนดเวลาที่ใช้ในแบบฝึกแต่ละตอนให้เหมาะสมกับแบบฝึก

7. กำหนดวิธีการประเมินผลว่าจะประเมินก่อนหรือหลังเรียน

พรพรม อัตตวัฒนากุล (2547: 21) กล่าวถึงการสร้างแบบฝึกว่า หลักในการสร้างแบบฝึกควรคำนึงตัวนักเรียนเป็นหลัก โดยมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนว่าจะฝึกเรื่องอะไร จัดเนื้อหาได้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ เนื้อหาไม่ยากจนเกินไปและมีรูปแบบหลายแบบที่น่าสนใจ

สุจินดา พัชรวิญญู (2548: 58) กล่าวถึงการสร้างแบบฝึกที่ดีนั้นสิ่งที่ควรคำนึงถึงเป็นอันดับแรก คือ นักเรียน และจะต้องมีการกำหนดจุดมุ่งหมายที่แน่นอน จัดเนื้อหาให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย เนื้อหาไม่ควรจะยากเกินไปและจัดทำแบบฝึกหลาย ๆ รูปแบบเพื่อดึงดูดความสนใจของผู้เรียน

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ความหลากหลายน่าสนใจเป็นสิ่งที่มีความแปลกใหม่
2. มีความง่ายและความสมบูรณ์ในตัวเอง
3. สนองความสนใจของผู้เรียนส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเต็มที่
4. พัฒนาการและวุฒิภาวะของผู้เรียน
5. ภาษาที่ใช้ต้องเหมาะสมกับวัยและความสามารถ
6. มีการแจ้งวัตถุประสงค์ เวลาที่ใช้ และวิธีประเมินผลที่ชัดเจน
7. เนื้อหาที่ใช้ต้องเกี่ยวข้องกับบทเรียนที่เรียนมาแล้ว

1.5 ประโยชน์ของแบบฝึก

แบบฝึกมีประโยชน์ต่อการเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมากเพราะแบบฝึก เป็นสื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในเรื่องที่ฝึกนั้นเพิ่มมากขึ้น และมีผู้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ดังนี้

แพตตี (เตื่อนใจ ตรีนตร. 2544: 6; อ้างอิงจาก Patty. 1968: 469-472) ได้กล่าวถึง

ประโยชน์ของแบบฝึกต่อการเรียนรู้ไว้ 10 ประการคือ

1. เป็นส่วนเพิ่มเติมเสริมสร้างในการเรียนทักษะ เป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยลดภาระของครูเพราะแบบฝึกเป็นสิ่งที่จัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบหรือมีระบบ
2. ช่วยเสริมทักษะการใช้ภาษา เป็นเครื่องมือที่ช่วยเด็กในการฝึกทักษะทางการใช้ภาษาให้ดีขึ้นแต่ทั้งนี้จะต้องอาศัยการส่งเสริมและเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย
3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากเด็กมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การให้เด็กทำแบบฝึกที่เหมาะสมกับความสามารถของเขาจะช่วยให้เด็กประสบความสำเร็จด้านจิตใจมากขึ้น
4. แบบฝึกช่วยเสริมให้ทักษะภาษาคงทน ลักษณะการฝึกเพื่อช่วยให้เกิดผลดังกล่าวนี้ ได้แก่
 - 4.1 ฝึกทันทีหลังจากที่เด็กได้เรียนรู้เรื่องนั้นๆ
 - 4.2 ฝึกซ้ำหลายๆ ครั้ง
 - 4.3 เน้นเฉพาะเรื่องที่ต้องการฝึก
5. แบบฝึกที่ใช้จะเป็นเครื่องมือวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง
6. แบบฝึกที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่ม เด็กสามารถเก็บรักษาไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป
7. การให้เด็กทำแบบฝึกช่วยให้ครูมองจุดเด่น หรือปัญหาต่างๆ ของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้นๆ ได้ทันที่
8. แบบฝึกที่จัดขึ้นนอกเหนือจากที่อยู่ในหนังสือเรียนจะช่วยให้เด็กฝึกฝนได้อย่างเต็มที่
9. แบบฝึกที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยแล้วจะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลาในการที่จะต้องเตรียมสร้างแบบฝึกอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาในการลอกแบบฝึกจากตำราหนังสือเรียนหรือจากกระดานดำ ทำให้มีเวลาและโอกาสได้ฝึกทักษะต่างๆ มากขึ้น
10. แบบฝึกช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายและยังมีประโยชน์ในการที่ผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

เดียนใจ ตรีนตร (2544 : 7) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกจะช่วยให้ นักเรียนมีพัฒนาการที่ดี มีความชำนาญและเกิดการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

พรพหม อัตตวัฒนากุล (2547 : 23) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึก ทักษะเป็นเครื่องมือจำเป็นต่อการฝึกทักษะ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน และการฝึกแต่ละทักษะนั้นควรมีหลายแบบเพื่อให้นักเรียนจะได้ไม่เบื่อ และนอกจากนี้แบบ ฝึกทักษะยังมีประโยชน์สำหรับครูในการสอน ทำให้ทราบพัฒนาการทางทักษะนั้น ๆ ของเด็ก และเห็น ข้อบกพร่องในการเรียน เพื่อจะได้แก้ไขปรับปรุงได้ทันท่วงที ช่วยทำให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการ เรียนได้ดี

สุจินดา พัชรภิญโญ (2548 : 56) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกมี ความสำคัญ และประโยชน์ในการช่วยส่งเสริมประสิทธิภาพทางการเรียนของนักเรียนและพัฒนา ความชำนาญให้เกิดแก่ผู้เรียนด้วย

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า ประโยชน์ของแบบฝึกมีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดภาระในการสอนของครูและทำให้ทราบถึงพัฒนาการทางทักษะและ ข้อบกพร่อง ของนักเรียนซึ่งทำให้สามารถปรับปรุงแก้ไขได้ทันท่วงที
2. นักเรียนสามารถเก็บไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้
3. นักเรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างเป็นระบบ
4. แบบฝึกช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดี มีความชำนาญและเกิดการเรียนรู้อย่าง มีประสิทธิภาพ
5. ครูสามารถพบจุดเด่นหรือปัญหาต่างๆ ได้ชัดเจน สามารถช่วยส่งเสริมหรือ แก้ปัญหาได้ทันท่วงที

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

งานวิจัยต่างประเทศ

โรดริเกส (Rodriguez. 1999 : 197-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการประเมินผลจาก การทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนซึ่งมีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเก็บข้อมูลจากนักเรียนจำนวน 6,963 คน และครูคณิตศาสตร์จำนวน 326 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้ฝึกทำแบบฝึกหัดในห้อง เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน

แมคลาฟลิน (McLaughlin. 2000 : 74 - A) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบฝึกหัดวิชา

คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อช่วยนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่อยู่ในกลุ่มเสี่ยงต่อการจบการศึกษาในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เสี่ยงต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกรด 10 จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่ถูกมอบหมายให้ทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ที่จัดไว้ให้ ส่วนนักเรียนในกลุ่มควบคุมไม่ได้ถูกมอบหมายงานให้ทำ ผลการวิจัยพบว่าทั้ง 2 กลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เวย์เน (Wayne.2010 : Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้แบบฝึกหัดนักเรียนที่ไม่ซ้ำแบบกัน ของนักเรียนเกรด 11 โดยครูกำหนดแบบฝึกหัดให้นักเรียนแต่ละคนโดยไม่ให้ซ้ำกันทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับนักเรียนที่ได้รับแบบฝึกหัดตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และจากวิธีการสอนในรูปแบบดังกล่าวยังพบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะทำแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมายอีกด้วย

งานวิจัยในประเทศ

เตื่อนใจ ตรีเนตร (2544 : 53-54) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่ไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่จำนวน 40 คน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่จำนวน 8 ฉบับย่อย และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่าหลังการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังฝึกสูงกว่าก่อนฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแบบฝึกที่ใช้มีประสิทธิภาพเท่ากับ 84.34 / 82.20

ปฐมพร บุญลี(2545 : 68)ได้สร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือชุดแบบฝึกทักษะ แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบย่อยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือกจำนวน 20 ข้อ ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ปรากฏว่าประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ในแต่ละเรื่องมีประสิทธิภาพสูงกว่า 80/80 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุด แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรพรม อุตตวัฒน์กุล (2547 : 51) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบฝึกมีความสำคัญในการฝึกฝนทักษะของนักเรียนให้เกิดความชำนาญ และแบบฝึกที่สร้างอย่างมีประสิทธิภาพจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอีกทั้งยังเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้เพิ่มขึ้นอีกด้วย

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า

สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า (Advance Organizer) ได้มีนักการศึกษาหลายท่านเรียกชื่อต่างกัันออกไป เช่น “สิ่งช่วยจัดความคิดรวบยอดล่วงหน้า” “สิ่งช่วยจัดสิ่งก่อก่อนการสอน” “วิธีสอนแบบให้มีมโนทัศน์กว้างล่วงหน้า” “สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้า” เป็นต้น สำหรับการกล่าวถึงเกี่ยวกับ Advance Organizer ในที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้คำว่า “สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า”

2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล

สุรงค์ ไคว้ตระกูล (2544: 216-217) ได้กล่าวไว้ว่า ออสซูเบลเป็นนักจิตวิทยาแนวปัญญานิยมที่แตกต่างไปจากพีอาเจต์และบรูเนอร์เพราะออสซูเบลไม่มีวัตถุประสงค์ที่จะสร้างทฤษฎีที่อธิบายการเรียนรู้ได้ทุกชนิด ทฤษฎีของออสซูเบลเป็นทฤษฎีที่หาหลักการอธิบายการเรียนรู้ที่เรียกว่า Meaningful Verbal Learning เท่านั้น โดยเฉพาะการเชื่อมโยงความรู้ที่ปรากฏในหนังสือที่โรงเรียนใช้กับความรู้เดิมที่อยู่ในสมองของผู้เรียนในโครงสร้างทางสติปัญญา (Cognitive Structure) หรือการสอนโดยให้ข้อมูลข่าวสารด้วยถ้อยคำ ทฤษฎีของออสซูเบลเน้นความสำคัญของการเรียนรู้ที่มีความเข้าใจและมีความหมาย การเรียนรู้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้รวมหรือเชื่อมโยง(Subsumme)สิ่งที่เรียนรู้ใหม่ซึ่งอาจเป็นความคิดรวบยอด (Concept) หรือความรู้ที่ได้รับใหม่ในโครงสร้างทางสติปัญญา (Cognitive Structure) กับความรู้เดิมที่อยู่ในสมองของผู้เรียนแล้ว ทฤษฎีของออสซูเบลบางครั้งเรียกว่า “Subsumption Theory”

ออสซูเบล บ่งว่า ผู้เรียนเรียนรู้ข้อมูลข่าวสารด้วยการรับหรือด้วยการค้นพบและวิธีที่เรียน อาจจะเป็นการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจอย่างมีความหมาย หรือเป็นการเรียนรู้โดยการท่องจำโดยไม่คิด ออสซูเบลจึงแบ่งการเรียนรู้เป็น 4 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้โดยการรับอย่างมีความหมาย (Meaningful Reception Learning)
2. การเรียนรู้โดยการรับแบบท่องจำโดยไม่คิดหรือแบบนกแก้วนกขุนทอง (Rote Reception Learning)
3. การเรียนรู้โดยการค้นพบอย่างมีความหมาย (Meaningful Discovery Learning)
4. การเรียนรู้โดยการค้นพบแบบท่องจำโดยไม่คิด (Rote Discovery Learning)

สุภาสินี สุภธีระ(2534: 4) กล่าวว่าออสซูเบล (Ausubel) สนใจที่จะหากฎเกณฑ์และวิธีสอนการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ไม่ว่าจะเป็นโดยการรับหรือค้นพบ เพราะออสซูเบลคิดว่าการเรียนรู้ในโรงเรียนส่วนมากเป็นการท่องจำโดยไม่คิดออสซูเบลได้เสนอหลักการสำคัญ 2 ประการที่มีผลต่อการเรียนรู้อย่างมีความหมายคือ กระบวนการแยกแยะความแตกต่างเชิงความก้าวหน้า (Progressive Differentiation) และการประสานสัมพันธ์เชิงบูรณาการ (Integrative Reconciliation) ซึ่งหลักการทั้ง 2 ประการนี้จะช่วยในการจัดระบบเนื้อหาในแต่ละวิชาของหลักสูตร ทำให้ผู้เรียนสามารถรับเนื้อหาที่เรียนเข้าไปในโครงสร้างทางความคิดของเขาได้อย่างมั่นคง ความหมายของหลักการทั้งสองมีดังนี้

1. กระบวนการแยกแยะความแตกต่างเชิงก้าวหน้าหมายถึงการเสนอแนวคิดหรือหลักการทั่วไปก่อน แล้วจึงตามด้วยการเพิ่มรายละเอียดที่ละเอียดและเป็นเรื่องเฉพาะเจาะจง
2. การประสานสัมพันธ์เชิงบูรณาการหมายถึง แนวคิดใหม่ควรจะต้องสัมพันธ์กับเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วก่อนหน้านั้น

นอกจากนี้ ออสซูเบลยังได้กล่าวอีกว่า “โครงสร้างทางความคิดของบุคคลเป็นองค์ประกอบที่มีผลต่อการเรียนรู้ใหม่” ดังนั้นก่อนที่ครูจะนำเสนอความรู้ใหม่ ครูต้องพยายามทำให้โครงสร้างทางความคิดของผู้เรียนพร้อมที่จะเรียนรู้ใหม่ โดยการช่วยให้ผู้เรียนจัดมโนคติล่วงหน้า

กิงฟ้า สินธุวงศ์ (2546: 27) กล่าวว่า การเรียนรู้อย่างมีความหมายจะเกิดขึ้นได้ เมื่อเนื้อหาหรือเรื่องราวใหม่สามารถเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างของความรู้ของผู้เรียน การ

นำเสนอเนื้อหาบทเรียน โดยใช้บทสรุปล่วงหน้า การนำเสนอเนื้อหาบทเรียน โดยใช้แผนผังมโนคติ เป็นวิธีการที่ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ให้สัมพันธ์กัน ออซูเบล (Ausubel) เชื่อว่าสิ่งที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายสามารถนำเสนอให้กับผู้เรียนได้โดยไม่ต้องอาศัยวิธีการแก้ปัญหา เพราะผู้เรียนจะเรียนรู้ได้อย่างมีความหมายหรือไม่ขึ้นอยู่กับความตั้งใจและสนใจอย่างแน่วแน่ของผู้เรียนแล้ว ความกระจ่างแจ้งอย่างเป็นระบบของสิ่งที่เสนอใหม่ ผู้เรียนสามารถจะรับรู้ได้อย่างกระตือรือร้นและคิดจะกระทำกับข้อมูลที่ได้รับอย่างชนิดที่มี “active mental operation” ที่ประกอบด้วย

1. การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับโครงสร้างของความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง
2. การพิจารณาจัดระบบของความรู้
3. การแสวงหาความรู้กับความรู้อื่นที่เข้ามาทุกแง่มุม โดยจะต้องแยกแยะ

ความแตกต่างให้ชัดเจน (progressive differentiation) หมายถึงการนำเสนอหลักการทั่วไปที่ติดตามด้วยการเพิ่มเติมรายละเอียดที่ละเอียดที่ละน้อยจนถึงเรื่องเฉพาะเจาะจง กับการนำระบบความคิดที่เรียนมาให้สัมพันธ์กัน (integrative reconciliation) ซึ่งหมายถึง การนำเอาเรื่องที่เรียนมาตั้งแต่หลักการทั่วไปจนถึงรายละเอียดที่เฉพาะเจาะจงสัมพันธ์กัน ซึ่งลักษณะนี้จะเกิดขึ้นได้เองอย่างอัตโนมัติถ้าผู้สอนสอนโดยใช้หลักการแยกความแตกต่างให้แจ่มชัดตั้งแต่ต้นแรก ผู้เรียนก็จะเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างสัมพันธ์กัน

ทิสนา แชมมณี(2550: 9) กล่าวว่า การเรียนรู้มีโนทัศน์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้นสามารถทำได้โดยการค้นหาคุณสมบัติที่สำคัญของสิ่งนั้น เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่ใช่และสิ่งที่ไม่ใช่สิ่งนั้นออกจากกันได้

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การเรียนรู้อย่างมีความหมายจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเป็นการเรียนรู้ที่มีความรู้ใหม่ ถูกทำให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ก่อนแล้วในโครงสร้างทางความคิด ในลักษณะที่เป็นความสัมพันธ์อย่างมีกฎเกณฑ์และไม่ยึดติดกับคำศัพท์หรือคำนิยาม โดยมีหลักการสำคัญที่มีผลต่อการเรียนรู้อย่างมีความหมาย คือการเสนอแนวคิดหรือหลักการทั่วไปก่อน

แล้วจึงเพิ่มรายละเอียดและแนวคิดใหม่จะต้องสัมพันธ์กับเนื้อหาเดิม ซึ่งจะนำไปสู่การแยกแยะความแตกต่างของความรู้เพื่อจะได้เกิดการการเรียนรู้ในสิ่งใหม่ๆเพิ่มขึ้น

2.2 ความหมายของสิ่งช่วยจัดมโนคติ

ออลชูเบล(นิภา คำเนตร. 2533: 19; อ้างอิงจาก Ausubel.1960: 267 – 272)กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติจะเป็นสิ่งช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นขอบข่ายของเนื้อหาอย่างกว้างๆ และช่วยรวมเนื้อหาในเรื่องที่จะเรียนและรวมมโนคติที่สัมพันธ์กับเนื้อหาเรื่องที่มีอยู่แล้วในโครงสร้างทางความคิด ให้เข้าด้วยกันจอยซ์ และ วิล (Joyce & Well. 1980: 265) กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติเป็นสิ่งที่มีลักษณะเป็นบทย่อหลักทั่วไปและมีความหมายกว้างครอบคลุมเนื้อเรื่องเหมาะสมที่จะใช้อธิบาย เชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิม

กึ่งฟ้า สินธุวงศ์ (2535: 5) กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติอาจเป็นหลักการหรือมโนคติที่สำคัญของเรื่องที่เสนอให้ เพื่อประสานความรู้ที่เหมาะสม ระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียน

จากรวรรณ โปธิทองธรรม (2541: 8) กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติเป็นสิ่งที่นำเสนอให้ก่อนเรียนเนื้อหาใหม่เพิ่มเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ผู้เรียนรู้แล้วกับสิ่งที่ผู้เรียนรู้ใหม่ และทำให้ผู้เรียนมองเห็นขอบข่ายของเนื้อหาอย่างกว้างๆ

รุ่งทิวา ศิริภักดิ์ (2544: 14) กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติเป็นสิ่งที่จัดขึ้น ซึ่งอาจอยู่ในรูปหลักการหรือมโนคติ ที่เสนอให้ผู้เรียนมองเห็นขอบข่ายของเนื้อหาอย่างกว้างๆ เพื่อให้ประสานความรู้ระหว่างความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียนซึ่งจะเป็นประโยชน์ ต่อการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้อย่างเข้าใจ

บุษราภรณ์ สีดาदान (2544: 14) กล่าวว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติ หมายถึง สิ่งที่จัดขึ้นซึ่งอาจอยู่ในรูปหลักการ หรือมโนคติที่เสนอให้ผู้เรียนมองเห็นขอบข่ายของเนื้อหาอย่างกว้าง ๆ เพื่อให้ประสานความรู้ระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางสติปัญญา เพื่อให้ประสานความรู้ระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนเนื้อหาใหม่ได้อย่างเข้าใจ

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติหมายถึงสิ่งที่ให้ภาพรวมของเนื้อหาซึ่งจะนำเสนอหลักการหรือความคิดรวบยอดที่สำคัญของเรื่องที่จะเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมทางความคิดแก่ผู้เรียนก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ โดยการนำเสนอด้วยการอธิบายภาพรวมของสิ่งที่จะเรียน การระบุลักษณะเฉพาะ การให้ตัวอย่าง การทบทวน ผ่านสื่อการสอนในรูปแบบต่างๆ

2.3 รูปแบบของสิ่งช่วยจัดมโนมติ

ในการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติ อาจนำเสนอได้หลายรูปแบบ โดยแบ่งตามช่วงเวลา ชนิดของสื่อ เช่น

โปรเจอร์; และคนอื่นๆ (Proger; et al. 1970: 28) ได้แบ่งการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติตามช่วงเวลาของการสอน ดังนี้

1. เสนอก่อนการสอน (Advance Organizer) หมายถึง การนำเสนอโมโนมติก่อนการเรียนการสอน ช่วยให้ผู้เรียนเห็นขอบข่ายของเนื้อหาอย่างกว้างๆ ก่อนที่จะเริ่มเรียน

2. เสนอระหว่างเรียน (Concurrent Organizer) หมายถึง การเสนอโมโนมติในขณะที่การเรียนการสอนกำลังดำเนินอยู่ จะทำหน้าที่เน้นให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหา สามารถแยกแยะได้ว่าส่วนไหนเป็นส่วนสำคัญของเรื่อง วิธีการนี้จะเน้นให้ผู้เรียนสนใจเฉพาะส่วนที่ต้องการเน้นความสนใจ ส่วนอื่นจะลดน้อยลง

3. เสนอหลังการสอน (Post Organizer) หมายถึง การเสนอโมโนมติไว้ตอนท้ายของเรื่องหรือหลังบทเรียน จะทำหน้าที่เป็นบทสรุปในส่วนที่เป็นใจความสำคัญของเรื่องที่เรียน

ลูคัส (Lucus. 1972: 3390 - A) ได้แบ่งสิ่งช่วยจัดมโนมติตามชนิดของสื่อช่วยจัดมโนมติโดยแบ่ง 3 ประเภท คือ

1. ชนิดโสตสัมผัส (Audio Organizer) เป็นการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติชนิดเสียง โดยให้ผู้เรียนได้รับสัมผัสด้วยหู

2. ชนิดจักษุสัมผัส (Visual Organizer) เป็นการนำเสนอโมโนมติชนิดภาพ โดยให้ผู้เรียนได้รับสัมผัสจากการมองเห็น

3. ชนิดการเขียนหรือสิ่งพิมพ์ (Written Organizer) เป็นการนำเสนอโมโนมติชนิดการเขียนสิ่งพิมพ์ โดยให้ผู้เรียนได้อ่านบทสรุปโดยย่อของเรื่องที่เรียน

จอยซ์ และ วิล (Joyce & weil. 1980: 77 - 79) แบ่งการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติตามแนวคิดของออกซุเบล ออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. สิ่งช่วยจัดมโนมติแบบอธิบาย (Expository Organizer) สิ่งช่วยจัดมโนมติประเภทนี้ จะช่วยได้มากเมื่อต้องสอนความรู้ใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน เพราะจะช่วยให้ผู้เรียน

มองเห็นภาพรวมหรือความสัมพันธ์ของประเด็นหลักๆ ที่จะต้องเรียน รวมทั้งประเด็นสำคัญย่อยๆ ในแต่ละแนวคิดหลักว่ามีอะไรบ้าง

2. สิ่งช่วยจัดมโนคติแบบเปรียบเทียบ (Comparative Organizer) สิ่งช่วยจัดมโนคติประเภทนี้เหมาะที่จะใช้สอนมโนคติใหม่ที่คล้ายคลึงกับมโนคติเดิม ที่ผู้เรียนมีอยู่ในโครงสร้างทางความคิดของเขาอยู่แล้ว สิ่งช่วยจัดมโนคติแบบเปรียบเทียบนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความแตกต่างระหว่างมโนคติใหม่กับมโนคติเดิมที่มีอยู่ หลีกเลี่ยงความสับสนที่อาจเกิดจากความคล้ายคลึงกันของมโนคติทั้งสอง

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติอาจนำเสนอได้ดังนี้

1. เสนอตามช่วงเวลาโดยอาจเสนอก่อนการสอนระหว่างเรียนหรือหลังเรียนก็ได้
2. เสนอตามชนิดของสื่อจำแนกเป็นชนิดใสตลับมีด จักขุสัมผัส การเขียนหรือ

สิ่งพิมพ์

3. เสนอแบบอธิบายเหมาะสำหรับการสอนความรู้ใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน
4. เสนอแบบเปรียบเทียบเหมาะสำหรับสอนมโนคติใหม่ที่คล้ายคลึงกับมโนคติเดิม

2.4 ประโยชน์ของสิ่งช่วยจัดมโนคติ

ฮอลซ์แมน, อัลเลน และเลย์ (กรูณา สืบอุดม. 2536: 21- 22; อ้างอิงจาก Holzman , Allen and Layne. 1891) ได้กล่าวถึงคุณค่าของสิ่งช่วยจัดมโนคติไว้ 2 ประการคือ

1. สิ่งช่วยจัดมโนคติช่วยให้ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้
2. สิ่งช่วยจัดมโนคติเป็นเครื่องมือซึ่งส่งเสริมความจำเป็นและการระลึกถึงเนื้อหา

ที่เรียนได้

ฮาร์ทเลย์ และเดวีส์ (1976: 124) กล่าวถึงคุณค่าของสิ่งช่วยจัดมโนคติไว้ดังนี้

1. สิ่งช่วยจัดมโนคติช่วยเตรียมโครงสร้างความคิดให้กับผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้

ที่ยังไม่คุ้นเคย

2. สิ่งช่วยจัดมโนคติช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะและมองเห็นความสัมพันธ์ของ

ความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้

ทิตานา แชมมณี (2550: 17) จากการเรียนตามรูปแบบการเรียนการสอน โดยการนำเสนอมโนทัศน์กว้างล่วงหน้า (Advance Organizer Model) ผลโดยตรงที่ผู้เรียนจะได้รับก็คือเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและข้อมูลของบทเรียนอย่างมีความหมาย เกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนและสามารถจัดโครงสร้าง ความรู้ของตนเองได้ นอกจากนั้นยังได้พัฒนาทักษะและอุปนิสัยในการคิด และเพิ่มพูนความใฝ่รู้

จากการศึกษาประโยชน์ของสิ่งช่วยจัดมโนคติในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า สิ่งช่วยจัดมโนคติมีประโยชน์ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้
2. เป็นเครื่องมือซึ่งส่งเสริมความจำเป็นและการระลึกถึงเนื้อหาที่เรียนได้
3. ช่วยเตรียมโครงสร้างความคิดให้กับผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้ที่ยังไม่คุ้นเคย
4. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะและมองเห็นความสัมพันธ์ของความรู้เดิม กับ

ความรู้ใหม่ได้

2.5 รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้า

ทิตานา แชมมณี(2545: 14-15)กล่าวว่า รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้าที่จอยซ์ และ วิล เป็นรูปแบบการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นโดยอาศัยแนวคิดหลักของออสซูเบล (Ausubel) เกี่ยวกับการนำเสนอใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้า (Advance Organiser) เพื่อการเรียนรู้ที่มีความหมาย (meaningful verbal learning) ออสซูเบลเชื่อว่า การเรียนรู้จะมีความหมายเมื่อสิ่งที่เรียนรู้สามารถเชื่อมโยงกับความรู้เดิมของผู้เรียน ดังนั้น ในการสอนสิ่งใหม่ สาระความรู้ใหม่ ผู้สอนควรวิเคราะห์หาความคิดรวบยอดย่อยๆ ของสาระที่จะนำเสนอ จัดทำผังโครงสร้างของความคิดรวบยอดเหล่านั้นแล้ววิเคราะห์หามโนมติหรือความคิดรวบยอดที่กว้างครอบคลุมความคิดรวบยอดย่อยๆ ที่จะสอน หากครูนำเสนอมโนมติล่วงหน้าที่กล่าวแก่ผู้เรียนก่อนการสอนเนื้อหาใหม่ ขณะที่ผู้เรียนกำลังเรียนรู้สาระใหม่ ผู้เรียนจะสามารถนำสาระใหม่นั้นไปเกาะเกี่ยวเชื่อมโยงกับมโนมติที่ให้อ้างอิงแล้วทำให้การเรียนรู้ที่มีความหมายต่อผู้เรียน

กระทรวงศึกษาธิการ (2544: 23) กล่าวว่ารูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติ
ล่วงหน้า (Advance Organizer Model) มีองค์ประกอบของรูปแบบ 4 กลุ่มได้แก่

1. ลำดับชั้นการสอน (Syntax ของรูปแบบการสอน) ผู้ใช้รูปแบบการสอน
จะต้องสอนตามลำดับชั้น รูปแบบการสอนนี้ประกอบด้วยกิจกรรม 3 ระยะ (Three Phase of
Activity) คือ

ระยะที่ 1 : การนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า (Presentation of
Advance Organizer) ซึ่งประกอบด้วย

1. ระบุจุดประสงค์ของบทเรียนที่ชัดเจน
2. นำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติ ซึ่งประกอบด้วย
 - 2.1 ระบุลักษณะเฉพาะทั้งหมด
 - 2.2 ให้ตัวอย่างหลายตัวอย่าง
 - 2.3 ให้ภาพรวมสิ่งที่จะเรียน
 - 2.4 การย้ำและการทบทวน

ระยะที่ 2 : การเสนอกิจกรรมการเรียนรู้และสื่อการสอน (Presentation of
Task or Material) ซึ่งประกอบด้วย

1. เสนอสื่อการสอน ที่มีการจัดระบบของกิจกรรมการเรียนรู้เป็นลำดับ
อย่างเหมาะสมชัดเจน
2. ทำให้ผู้เรียนคงความสนใจตลอดเวลา

ระยะที่ 3 : การเพิ่มประสิทธิภาพการจัดระบบการเรียนรู้ (Strengthening
Cognitive Structure) ซึ่งประกอบด้วย

1. ใช้หลักการบูรณาการความรู้ให้กลมกลืน
2. ส่งเสริมผู้เรียน มีการรับรู้อย่างกระตือรือร้น
3. ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดหลักเนื้อหา
4. ช่วยขยายความให้ชัดเจน

กิจกรรมต่างๆ ในแต่ละระยะจะช่วยเพิ่มความชัดเจนและความคงทนให้กับเนื้อหาใหม่ ผู้เรียนจะต้องการกระทำกับข้อมูลที่ได้รับเข้าไป โดยเชื่อมความรู้ใหม่เข้ากับความรู้และประสบการณ์เดิม ในโครงสร้างทางสติปัญญาที่มีอยู่ โดยการพินิจพิเคราะห์ความรู้เหล่านั้น

รายละเอียดของรูปแบบการสอนแต่ละระยะมีดังนี้

ระยะที่ 1 (Phase 1) ประกอบด้วยกิจกรรมย่อย 3 กิจกรรมคือ ระบุจุดประสงค์ของบทเรียนให้ชัดเจน นำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า และพิจารณาถึงความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องการระบุจุดประสงค์ของบทเรียนให้ชัดเจน เป็นวิธีหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนมีความสนใจและทราบเป้าหมายของเขาซึ่งความสนใจและการรู้เป้าหมายจำเป็นในการส่งเสริมการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (จุดประสงค์ที่ชัดเจนยังมีประโยชน์ต่อครู ในการเตรียมการสอนอีกด้วย) สิ่งช่วยจัดมโนคติ จะประกอบไปด้วยกลุ่มมโนคติหลักของเรื่องราวหรือเนื้อหาวิชาที่เรียนซึ่งจะต้อง มีลักษณะดังนี้

1. มีความชัดเจนในความคิด และกะทัดรัดมากกว่าสื่อการเรียนที่ใช้ในการสอน ส่วนที่สำคัญที่เป็นลักษณะเฉพาะของสิ่งช่วยจัดมโนคติคือ เป็นระดับนามธรรมที่สูงกว่าสื่อการสอน สิ่งนี้เองที่ทำให้สิ่งช่วยจัดมโนคติแตกต่างจากการทบทวน หรือการนำเข้าสู่บทเรียน
2. ไม่ว่าจะเป็นสิ่งช่วยจัดมโนคติแบบอธิบายหรือแบบเปรียบเทียบแนวคิดหลักที่เป็นมโนคติ ต้องระบุออกมาอย่างชัดเจน พร้อมกับอธิบายสั้นๆ มีการกล่าวถึงลักษณะที่สำคัญมีคำอธิบายประกอบและยกตัวอย่างให้เห็น ในการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคตินั้น ไม่ควรยืดเยื้อจนเกินไป แต่ต้องพอเหมาะที่ผู้เรียนจะรู้ได้ทันที เมื่อเห็นเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด และสามารถเชื่อมโยงกับสื่อหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่นำเสนอ ถ้าเป็นคำศัพท์เฉพาะใหม่ๆ ผู้สอนสามารถเสนอซ้ำๆ เพื่อเป็นการเพิ่มเนื้อหาเกี่ยวกับคำนั้นให้ผู้เรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น

ระยะที่ 2 (Phase 2) จะเป็นการเสนอสื่อการเรียนการสอน ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของการบรรยาย การอภิปราย การชมภาพยนตร์ การทดลอง หรือการอ่าน สิ่งสำคัญ 2 ประการในระยะนี้คือ

1. การทำให้ผู้เรียนคงความสนใจอยู่ตลอดเวลา
2. การจัดระบบของสื่อการเรียนให้ชัดเจน และการนำเสนอเป็นลำดับเหมาะสมเพื่อให้นักเรียนสามารถเห็นทิศทาง และสามารถเชื่อมโยงประสานสัมพันธ์ของแต่ละเนื้อหาที่เรียนได้

ระยะที่ 3 (Phase 3) เพื่อให้การจัดระบบความรู้ใหม่ในโครงสร้างทางสติปัญญา ผู้เรียนแข็งแกร่งขึ้น ออซุเบลได้ระบุกิจกรรมที่จะทำให้บรรลุเป้าหมายดังกล่าว 4 กิจกรรมคือ

1. การสนับสนุนให้เกิดการบูรณาการความรู้อย่างกลมกลืน ในการเชื่อมโยง ความรู้ใหม่กับโครงสร้างทางสติปัญญาที่ผู้เรียนมีอยู่ ทำได้หลายวิธี โดย

1.1 เตือนความจำของผู้เรียน เกี่ยวกับแนวคิดหลักที่เรียน (เป็นภาพรวม ใหญ่)

1.2 ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะหลักๆ ของความรู้ใหม่

1.3 ให้บทวนคำจำกัดความที่ชัดเจน

1.4 ถามถึงความแตกต่างระหว่างประเด็นหลักที่ได้จากแต่ละเนื้อหา

1.5 ให้ผู้เรียนอธิบายว่าสื่อการเรียน ส่งเสริมหรือสนับสนุนนิมิตหรือ ข้อความที่นำเสนออย่างไร

2. การจัดสนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น ครูสามารถกระตุ้น หรือ ส่งเสริมให้เกิดขึ้นดังนี้

2.1 ให้ผู้เรียนอธิบายว่าความรู้ใหม่สามารถเชื่อมโยงกับความรู้เดิม ที่เขามี อยู่แล้วอย่างไร

2.2 ให้ผู้เรียนลองยกตัวอย่างเพิ่มเติม เกี่ยวกับนิมิตหรือข้อความใน กิจกรรมการเรียนรู้

2.3 ให้ผู้เรียนอธิบายประเด็นสำคัญของเนื้อหาด้วยคำพูด ของนักเรียนเอง และอ้างอิงสิ่งที่นักเรียนมีอยู่แล้วในโครงสร้างทางสติปัญญา

2.4 ให้ผู้เรียนได้พิจารณาหรือวิเคราะห์ โดยการพิจารณาหลายแง่หลายมุม

2.5 ให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่ต่างไปจาก ความรู้ใหม่ โดยถามให้นักเรียนบรรยายถึงความแตกต่างของเนื้อหา ประสบการณ์และนำมา เชื่อมโยงกับความรู้เดิมได้อย่างไร เชื่อมโยงกันได้ตรงไหน

3. การวิเคราะห์เนื้อหาให้แจ่มชัดแก่ผู้เรียน

4. การทำให้เกิดความชัดเจนแจ่มแจ้งในกรณีของผู้เรียน อาจมีปัญหาเกี่ยวกับสื่อการเรียนบางส่วนที่ยังไม่ชัดเจน ผู้สอนอาจช่วยในการอธิบายให้ชัดเจนเพิ่มเติมทบทวนสิ่งที่นำเสนอไปแล้ว ตลอดจนอธิบายการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

ในการสอนแต่ละครั้งคงไม่สามารถใช้เทคนิคทั้งหมดใน 4 กิจกรรมดังกล่าว แล้วควรขึ้นอยู่กับเวลาที่มี หัวข้อของเนื้อหาเรื่อง และสภาพการเรียนรู้ขณะนั้นๆ ซึ่งสิ่งสำคัญคือ ผู้สอนต้องตระหนักถึงเป้าหมายทั้ง 4 ในกิจกรรมระยะที่ 3 ซึ่งจะเป็นเทคนิคที่ทำให้รูปแบบการสอนมีประสิทธิภาพสมบูรณ์

2. บทบาทและความสัมพันธ์ระหว่างครูและผู้เรียน (Social System)

รูปแบบการสอนนี้ เน้นโครงสร้างทางสติปัญญามาก ผู้สอนจะต้องคอยควบคุมให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสื่อการเรียน (Learning Material) กับสิ่งช่วยจัดมโนคติ (Organizer) ให้ได้ และยังคงช่วยให้ผู้เรียนแยกความแตกต่างระหว่างความรู้ใหม่ และความรู้เดิม โดยเฉพาะในระยะที่ 3 ผู้สอนจะมีบทบาทในการดำเนินการ เพื่อช่วยให้โครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียนให้แข็งแกร่งขึ้นความสำเร็จของการสอนแบบนี้ขึ้นอยู่กับ

2.1 ผู้เรียนปรารถนา (desire) ที่จะผสมผสานความรู้ใหม่ให้กลมกลืนกับความรู้เดิม

2.2 คุณภาพของสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า และการจัดลำดับกิจกรรมการเรียนของครู (Learning Task or Materials)

3. ปฏิกริยาของครูที่มีต่อพฤติกรรมของผู้เรียน (Principle of Reaction)

ปฏิกริยาการตอบสนองของครูนั้น ควรกระทำเพื่อสนองเป้าหมายที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของสิ่งที่เรียนใหม่อย่างแจ่มชัด

4. สิ่งที่ช่วยในการสอน (Support System)

สิ่งที่ช่วยสนับสนุนให้การสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้ามีประสิทธิภาพ ได้แก่

4.1 สื่อต่างๆ ที่ได้รับการจัดระบบเป็นอย่างดี

4.2 สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้าที่มีประสิทธิภาพ

สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้ามีประโยชน์ต่อผู้เรียนมาก โดยเฉพาะในการสอนมโนมติ ยาก ๆ ทั้งนี้เพราะสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าจะช่วย

1. เชื่อมโยงความรู้เดิมที่นักเรียนมีอยู่แล้ว ให้เข้ากับความรู้ใหม่ที่จะเรียนต่อไป
2. ช่วยอธิบายความสัมพันธ์หรือภาพรวมของเนื้อหาที่จะเรียนใหม่จึงช่วยทำให้ การเรียนรู้ง่ายขึ้น และถ้าสิ่งช่วยจัดมโนมติมีความชัดเจนเที่ยงตรง และจัดลำดับไว้ดีแล้วจะช่วยให้ การเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำได้มาก นอกจากนี้ยังใช้ได้ดีในการเรียนบทเรียนที่ต้องอาศัย ความรู้พื้นฐานด้วย

สิ่งที่ยากที่สุดสำหรับครูในการนำรูปแบบการสอนนี้ไปใช้ได้แก่ การสร้างสิ่งช่วยจัด มโนมติล่วงหน้า ผู้ที่จะสามารถสร้างสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าได้ดีจะต้องเป็นผู้ที่เข้าใจเนื้อหาวิชาเป็น อย่างดีจนมองเห็นลำดับการจัดโครงสร้างของเนื้อหาวิชานั้นๆ รูปแบบการสอนนี้ใช้ได้ทุกระดับชั้น เพื่อ ให้ผู้เรียนรอบรู้เนื้อหา ซึ่งเป็นการเสนอข้อมูลแบบอนุมาน (deductive) นั้นเองและจะใช้ได้ดียิ่งเมื่อต้อง ถ่ายทอดเนื้อหาที่สลับซับซ้อนหรือเนื้อหาที่ต้องอาศัยความรู้เดิม

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า หมายถึง การสอนที่อาศัยหลักการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการสอนเพื่อให้ ผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้เข้าใจ ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ขั้นเติมความรู้พื้นฐาน ประกอบด้วย
 - 1.1 การวัดและประเมินความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อน ในรูป เชิงขั้วว่ามีเพียงพอหรือไม่
 - 1.2 เติมความรู้พื้นฐานให้กับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ โดยใช้วิธีต่อไปนี้คือ
 - สอนเสริมในเนื้อหาที่ไม่ผ่านเกณฑ์
 - อธิบายให้นักเรียนได้รับความกระจ่างในห้องเรียนโดยทันที
2. ขั้นดำเนินการเรียนการสอน
 - 2.1 การนำเข้าสู่บทเรียนนำเสนอภาพรวมของสิ่งที่จะสอน โดยการทบทวนความรู้เดิม
 - 2.2 การเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า
 - 2.2.1 แจ้งจุดประสงค์ของบทเรียนให้ชัดเจน
 - 2.2.2 นำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การบรรยายสั้นๆ

การอภิปราย การชมภาพยนตร์ การทดลอง ฯลฯ

2.3 การนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่ของบทเรียนที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่างๆตามปกติ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับความรู้ความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาวิชา และการฝึกทักษะขณะสอนผู้สอนควรกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนคติล่วงหน้าเป็นระยะๆ

2.4 การจัดโครงสร้างความรู้โดยการใช้หลักการบูรณาการให้กลมกลืน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการรับรู้อย่างกระฉับกระเฉง ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดหลักของเนื้อหาและช่วยขยายความให้ชัดเจน

3. ชั้นสรุปผล ให้นักเรียนเป็นผู้สรุปตามความเข้าใจ ครูช่วยเสริมให้นักเรียนเกิดมโนคติหรือหลักการที่สมบูรณ์

4. ชั้นวัดและประเมินผล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เพื่อประเมินว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างมีความเข้าใจเรื่องที่เรียนในระดับใด

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

งานวิจัยต่างประเทศ

คราวฟอร์ด (Crawford. 1996: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้ากับการฝึกความรู้สึกระหว่างบุคคลวัตถุประสงค์ของการศึกษา ในครั้งนี้เป็นการศึกษาว่าการเรียนรู้เกี่ยวกับความรู้สึกระหว่างบุคคลที่สอนโดยการใช้วิดีโอ กระบวนการระลึกถึงเกี่ยวกับบุคคล (IPR) สามารถเพิ่มขึ้นจากการใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าหรือไม่กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ มีจำนวน 36 คน ที่ลงทะเบียนฝึกอบรมเป็นเวลา 2 สัปดาห์ แต่ละสัปดาห์ที่ทำการฝึกประกอบไปด้วย 2 กลุ่ม (กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม) กลุ่มทดลอง (ที่ได้รับการฝึกโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า) ศึกษิตทัศน์เกี่ยวกับทฤษฎีและเนื้อหาเกี่ยวกับ IPR ในขณะที่กลุ่มควบคุม (ได้รับการฝึกโดยใช้การเล่าประวัติ) รับรู้ความหมายของ IPR แล้วจดเนื้อหา ผลศึกษาพบว่า การสอนทั้งสองแบบไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เคิร์คแมน (Kirkman. 1997: Online) ได้ศึกษาผลของการใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าแบบบอกให้รู้ทันทีและแบบบอกให้รู้ช้าๆ ซึ่งวัตถุประสงค์ของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบผลของการใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าโดยการบอกข้อมูลให้นักเรียนทราบทันทีและการบอกให้รู้ช้าๆ เรื่องอาหารและโภชนาการ เมื่อควบคุมนักเรียนก่อนให้ความรู้นอกจากนี้ยังเป็นการศึกษาว่า

นักเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับเรื่องอาหารและโภชนาการหรือไม่ เมื่อแนะนำโดยใช้ สิ่งช่วยจัดมโนมติ ล่วงหน้าและไม่ได้ใช้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือ นักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษาจำนวน 32 โรงเรียน กำหนดกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม คือ กลุ่มหนึ่ง เปรียบเทียบการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติแบบบอกให้รู้ กลุ่มสอง เปรียบเทียบระหว่างการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าแบบบอกให้รู้รวมกับการใช้วิธีและกลุ่มสาม ไม่ได้ใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า ผลการศึกษาพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ระหว่างกลุ่มหลังจากควบคุมความรู้เกี่ยวกับเรื่องอาหารและโภชนาการ

ธิโบเดิว (Thibodeau. 1999: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลจากการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้ากับนักเรียนเพื่อสังเกตความสามารถ ในการสื่อสารของครูปัญหาในการศึกษาครั้งนี้ จะช่วยตัดสินใจ สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า มีอิทธิพลต่อนักเรียน จากผลการสังเกตความสามารถ ในการสื่อสารของครูของพวกเขา และมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหรือไม่ โดยใช้ครูสอนภาษาอังกฤษนักเรียนระดับจูเนียร์ กลุ่มใหญ่ 1 กลุ่ม แบ่งเป็นกลุ่มทดลองกลุ่ม A ได้รับการแนะนำเกี่ยวกับประวัติก่อนการเรียนบทเรียน กลุ่มทดลองกลุ่ม Bได้รับการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าก่อนเรียนบทเรียน และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า ทักษะคิดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแต่ละกลุ่มไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เดนนิส (Dennis.2002 : Abstract) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการลำดับหัวข้อคำถามโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าที่ส่งผลต่อการทำแบบทดสอบของนักเรียน โดยการเปรียบเทียบผลคะแนนระหว่างแบบทดสอบแบบเรียงลำดับความรู้กับแบบทดสอบแบบสุ่มพบว่า ข้อสอบที่เรียงลำดับหัวข้อเรื่องช่วยให้นักเรียนลำดับความรู้ที่ได้เรียนมา ทำให้แบบทดสอบแบบเรียงลำดับความรู้มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบทดสอบแบบสุ่ม

ซินดี้ (Cyndy.2006 : Abstract) ได้ใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าโดยการสนทนากลุ่มย่อยไปสู่กลุ่มใหญ่ของนักศึกษาสาขากายภาพบำบัด ศูนย์วิทยาศาสตร์สุขภาพ มหาวิทยาลัยไอคลาโฮมา จากวิทยาเขตไอคลาโฮมาและทัชซา โดยการให้อภิปรายกลุ่มเล็ก ๆ 5 – 6 คนใช้เวลา 20 นาที แล้วผู้สอนนำสู่การอภิปรายกลุ่มขนาดใหญ่ ใช้เวลาประมาณ 30 นาที หลังจากนั้นครูจะนำเสนอข้อมูลโดยการบรรยายต่อแล้วย้ำประเด็นที่สนทนาแล้วมาช่วยกันสรุปบทเรียนพบว่า นักศึกษาที่มีประสบการณ์ที่ต่างกันจากทั้งสองวิทยาเขตสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่ เข้าใจเนื้อหาที่นำเสนออย่างรวดเร็ว และยังทำให้ทุกคนมีส่วนร่วมในห้องเรียนอีกด้วย

ฮัดสัน และ เฟรด (Hudson and Fred.2008 : Abstract) ได้ศึกษาการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเพื่อเพิ่มแรงจูงใจของนักเรียนในการเรียนรัฐวิชาชีววิทยา ซึ่งเป็นการศึกษาผลของการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าที่มีผลต่อแรงจูงใจในการเรียนรัฐวิชาชีววิทยา โดยมีรูปแบบการวิจัยแบบกึ่งทดลอง โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 166 คน ที่เรียนระดับมัธยมในประเทศเคนยาโดยใช้แบบสอบถามเกี่ยวกับแรงจูงใจของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่สอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้ามีระดับแรงจูงใจในการเรียนสูงกว่าการสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบปกติ และยังพบว่านักเรียนชายมีระดับแรงจูงใจในการเรียนสูงกว่านักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

วารีย์ ถึงกลาง(2545: 49) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีนักเรียนเห็นด้วยกับการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการสอน ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า ในระดับมาก

กุงรัตน์ สร้างสุข(2547: 57 – 59) ได้ศึกษาผลการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติก่อนเรียนบทเรียนโปรแกรม ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดเห็นและการรู้คิดของผู้เรียน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 พบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียน โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติก่อนเรียนบทเรียนโปรแกรมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความคิดเห็นของผู้เรียน ต่อการจัดมโนมติก่อนเรียนบทเรียนโปรแกรมนั้น ผู้เรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดมโนมติว่า เป็นการช่วยทบทวนความรู้เดิม ให้กับผู้เรียนก่อนที่จะเรียนในเรื่องต่อไป ช่วยให้มีความพร้อมที่จะเรียนเนื้อหาใหม่ในบทเรียนโปรแกรมชุดต่อไปและช่วยให้ศึกษาบทเรียนโปรแกรมได้ง่ายขึ้น ในด้านการร่วมกิจกรรมการเรียนผู้เรียนมีความคิดเห็นที่ดีว่าเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองตามความสามารถ ส่งเสริมและกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และ

เรียนอย่างเข้าใจ มีการพูดคุยซักถามเพื่อน เมื่อศึกษาแล้วไม่เข้าใจ แต่มีผู้เรียนที่ศึกษาบทเรียนไปแกรมเสร็จก่อนจะพูดคุยเสียงดังรบกวนเพื่อนคนอื่น

3. จากผลการศึกษาคำรู้คิดของผู้เรียนทั้ง 4 ด้าน พบว่า ผู้เรียนมีการรู้คิดในระดับที่มากในด้านการตรวจสอบตนเอง และด้านการตระหนักรู้ ร้อยละ 100 และร้อยละ 96 ตามลำดับ ส่วนในด้านการวางแผนและด้านยุทธวิธีทางความคิด อยู่ในระดับที่น้อย คือ ร้อยละ 20 ร้อยละ 16 ตามลำดับ

4. ในส่วนของความคงทนในการเรียนรู้ พบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิไลวรรณ สิมโฮง (2547: 49 – 50) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการสอนที่ใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้า พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากได้รับการสอนตามเนื้อหาในบทเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 81.14 ซึ่งมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 40 คน จากทั้งหมด 44 คน คิดเป็นร้อยละ 90.91

สิริวรรณ จันทรงาม(2548: 75 – 76) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้า เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิวของนักเรียนหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้าสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่วงหน้าช่วยส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนสูงกว่าการสอนแบบปกติ อีกทั้งยังช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนมีระเบียบวินัย มีความสามัคคีในกลุ่ม มีความรับผิดชอบต่องานตัวเองและส่วนรวม ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่สำคัญที่ควรเสริมสร้างให้เกิดกับนักเรียน เพื่อเป็นบุคคลที่สมบูรณ์ต่อไป

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ต่างๆ กัน ดังนี้

กู๊ด (Good. 1959: 7) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์คือ การทำให้สำเร็จ (Accomplishment) หรือประสิทธิภาพทางการกระทำที่กำหนดให้หรือในด้านความรู้ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงการฝึกซึ่งในความรู้ (Knowledge Attained) การพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณา คะแนนสอบที่กำหนดให้คะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้ หรือทั้งสองอย่าง

วิลสัน (Wilson. 1971: 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (cognitive Domain) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คือผลของความสำเร็จในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั่นเอง การเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำแนกโดยอิงลำดับชั้น ของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวความคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรง หรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) เป็นการใช้ข้อเท็จจริง นิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปผลอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำหลักการกฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวน และโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงรูปแบบปัญหา จากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from one Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่นแปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่คำนึงถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่าน และการทำความเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่ความสามารถขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน ได้แก่ แบบฝึกหัดที่นักเรียน

ต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ โดยไม่ยากพฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ(Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูล ที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่าอะไรคือ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบ หรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomerism and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด หรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้โจทย์ แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยัน ข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วนำมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to formulate and validate generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรขึ้นใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมอย่างสมเหตุสมผล หรือการสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ๆ พร้อมทั้งแสดงกระบวนการใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

ไอแซงค์; อาร์โนลด์; และ ไมลีย์ (Eysench; Arnold; & Meili. 1972: 6) ให้ความหมายของคำว่า ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความพยายามอย่างมาก ซึ่งเป็นผลมาจากการกระทำที่ต้องการทั้งความสามารถทั้งทางร่างกายและสติปัญญา ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียนโดยอาศัยความสามารถเฉพาะตัวบุคคล ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจได้จากกระบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบ เช่น การสังเกต การตรวจการบ้าน หรืออาจได้ในรูปของเกรดจากโรงเรียน ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการที่ซับซ้อนและระยะเวลาพอสมควร หรืออาจได้จากการวัดโดยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป

อัชรา สุชารมณี, และ อรพินท์ ชูชม (2530: 10) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์หมายถึงขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงาน ที่ต้องอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งซึ่งอาจเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมองดังนั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียน โดยอาศัยความสามารถเฉพาะตัวของบุคคล ตัวที่บ่งชี้ถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจได้มาจากกระบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบที่เรียกว่า Nontesting Procedures เช่น การสังเกต ตรวจการบ้าน หรืออาจอยู่ในรูปของเกรดที่ได้มาจากโรงเรียน ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและระยะเวลาในการประเมินอันยาวนาน หรืออีกวิธีหนึ่งอาจวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป (Published Achievement Test) จะพบว่าการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้กันทั่วไปมักอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียน เนื่องจากให้ผลที่เชื่อถือได้มากกว่า อย่างน้อยก่อนที่จะทำการประเมินผลการเรียนของนักเรียน ครูต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆ อีกหลายด้าน จึงย่อมดีกว่าการแสดงความล้มเหลว หรือความสำเร็จทางการเรียนจากการทดสอบนักเรียนด้วยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป ไปเพียงครั้งเดียว

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2540: 29) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ (Achievement) ซึ่งในที่นี้ หมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Academic achievement) คือ คุณลักษณะรวมถึงความรู้ความสามารถของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน หรือคือมวลประสบการณ์ทั้งปวงที่บุคคลได้รับจากการเรียนการสอน ทำให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่างๆ ของสมรรถภาพสมอง

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของผู้เรียน ทั้งทางความรู้และทักษะตลอดจนความสามารถในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลมาจากการสอนซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วซึ่งประเมินได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นักเรียนได้ทดสอบภายหลังจากการสอนสอนซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้าซึ่งเป็นแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีจำนวน 5 ข้อ เป็นแบบอัตโนมัติตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson. 1971: 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) ความสามารถในการจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง และมีความสามารถที่จะใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามมาใช้ในกระบวนการคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอน

2. ความเข้าใจ (Comprehension) ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดของหลักการ กฎ ทฤษฎี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาเป็นอีกรูปแบบหนึ่ง ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผลและความสามารถในการอ่าน ตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ (Application) ความสามารถในการแก้ปัญหาคือคล้ายกับปัญหาที่พบในระหว่างเรียนการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ข้อมูล การมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร

4. การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาคือไม่เคยพบมาก่อน สามารถวิเคราะห์ในการค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ การสร้างสูตร การทดสอบและตรวจสอบความถูกต้อง

3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความคาดหวังของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียน ต่างมุ่งหวังให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่เรียนและมุ่งจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้คิดเป็น ทำเป็นแก้ปัญหาเป็นและนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุดการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ผู้เรียนว่าสามารถเรียนรู้ได้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่นั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอาจได้จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับมอบหมายให้ทำ การทำแบบทดสอบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้น เกิดจากอิทธิพลขององค์ประกอบหลายประการด้วยกัน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14-16) ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน โดยใช้ความรู้ด้านชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพของร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกาย และบุคลิกลักษณะทางร่างกาย

2. องค์ประกอบทางด้านความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกภายในทั้งหมดครอบครัว

3. องค์ประกอบทางด้านวัฒนธรรมและสังคมได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของเพื่อนนักเรียนที่อยู่ในวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและโรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียน

6. องค์ประกอบด้านการปรับตน ได้แก่ ปัญหาการปรับตน การแสดงออกทางอารมณ์ คาร์รอลล์ (Carroll. 1963: 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยการนำ นักเรียน ครูผู้สอน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบสำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

ปณตพร โจทยกิจ (2530: 34-35) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ ความพร้อมทางสมองและความพร้อมทางสติปัญญา ความพร้อมทางด้านร่างกายและความสามารถทางด้านทักษะของร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ ซึ่งได้แก่ ความสนใจ แรงจูงใจ เจตคติและค่านิยม สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

2. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้ในวิชาที่สอน การพัฒนาความรู้ เทคนิควิธีการสอน ทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

3. พฤติกรรมระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ได้แก่ ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนผู้สอนจะต้องมีพฤติกรรมที่มีความเป็นมิตรต่อกัน เข้าอกเข้าใจกัน มีความสัมพันธ์กันดี มีความรู้สึที่ดีต่อกัน

4. คุณลักษณะของกลุ่มผู้เรียน ได้แก่ โครงสร้างของกลุ่ม ตลอดจนความสัมพันธ์ของกลุ่มเจตคติ ความสามัคคี และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดี

5. คุณลักษณะของพฤติกรรมเฉพาะตัว ได้แก่ การตอบสนองต่อการเรียน การมีเครื่องมือและอุปกรณ์พร้อมในการเรียน และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดี

6. แรงผลักดันภายนอก ได้แก่ บ้าน ความสัมพันธ์ระหว่างคนในบ้านที่ดีสิ่งแวดล้อมที่ดี มีวัฒนธรรมและคุณธรรมพื้นฐานดี เช่น ขยันหมั่นเพียร ความประพฤติดี

ชฎานิชฐ์ พุกเถื่อน (2536:16-17) พบว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะ ดังนี้

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียนจะประกอบด้วย ขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนของนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทาง โรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ/กิ่งอำเภอ

2. ด้านคุณลักษณะของครูจะประกอบด้วย อายุ วุฒิของครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบสอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ต่อหน้าที่ที่ตนคิด เกี่ยวกับนักเรียน

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียนที่ตนคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางด้านเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียนซึ่งประกอบด้วย ขนาดของครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษา ของบิดามารดา ฯลฯ

วิมล ลิ้มเศรษฐ์ (2537: 33) กล่าวถึง ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในโรงเรียนนั้นประกอบด้วย

1. พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด หมายถึง ความสามารถทั้งหลายของผู้เรียนซึ่งประกอบด้วยความถนัด และพื้นฐานเดิมของผู้เรียน

2. คุณลักษณะด้านจิตวิทยา หมายถึง สภาพการณ์หรือแรงจูงใจที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่มีต่อเนื้อหาวิชาที่เรียน โรงเรียนและระบบการเรียน ความคิดเห็นเกี่ยวกับตนเอง ลักษณะบุคลิกภาพ

3. คุณภาพการสอน ได้แก่ การรับคำแนะนำ การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การเสริมแรงจากครู การแก้ไขข้อผิดพลาด และรู้ว่าตนกระทำได้อีกต้องหรือไม่

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540: 5) ได้ระบุคุณภาพในการจัดการศึกษาของโรงเรียนพิจารณาได้จากปัจจัยต่างๆ ใน 5 องค์ประกอบที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ได้แก่ ครู นักเรียน สภาพของโรงเรียน ผู้ปกครองและชุมชน

ณยศ สงวนสิน (2547: 39) กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีปัจจัยและองค์ประกอบทั้งทางตรงคือ ตัวนักเรียน และทางอ้อมได้แก่ สภาพของสังคม ครอบครัว ตัวครู และรวมถึงการสอนของครู

สุบิน ยมบ้านกวย (2550: 76) กล่าวว่าทุกๆ อย่างที่อยู่รอบตัวนักเรียนนั้น ล้วนแต่มีความสำคัญและส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นองค์ประกอบต่างๆ ที่มาจากครอบครัว สภาพแวดล้อมทั้งที่บ้านและทางโรงเรียน ปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนและคนรอบข้างไม่ว่าจะเป็นที่บ้านหรือที่โรงเรียน ก็เป็นสาเหตุที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงหรือว่าต่ำได้

นันทพร ระภักดี (2551: 53) กล่าวว่า อิทธิพลที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีปัจจัย 2 ประการ ได้แก่ปัจจัยโดยตรง คือ ตัวนักเรียนเองไม่ว่าจะเป็น สถิติปัญญา สุขภาพร่างกาย ความสนใจ และเจตคติต่อการเรียน ปัจจัยทางอ้อม คือ ครอบครัว สภาพในการเรียน สังคมวัฒนธรรม การบริหารจัดการของโรงเรียน ครู สื่อการสอน วิธีการสอนของครู ฯลฯ

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีปัจจัยด้านต่างๆ ดังนี้

1. สภาพร่างกาย จิตใจ สถิติปัญญา และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน
2. ลักษณะผู้สอนและกระบวนการจัดการเรียนรู้
3. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน
4. พื้นฐานความรู้เดิม ความถนัดทางการเรียนของนักเรียน
5. คุณลักษณะและความเอาใจใส่ด้านการเรียนของผู้เรียน
6. การจัดระบบการเรียนการสอนของโรงเรียน

3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำนั้นอาจเกิดจากสาเหตุหลายประการ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านกล่าวไว้ ดังนี้

เรวัต และคุปตะ (Rawat; & Cupta. 1970: 7 – 9)กล่าวถึงสาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา มาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่งหรือหลายสาเหตุด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่นๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

วัชรী บุรณสิงห์ (2526: 435) กล่าวว่า สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์จะมีลักษณะ ดังนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่นๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์

9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกถูกดูถูกตัวเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมที่แตกต่างจากนักเรียนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในเพียงชั่วระยะเวลาสั้น

13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนทุกๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้นๆ

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม
ขนาด เชื้อสุวรรณทิว (2542: 121) กล่าวถึงสาเหตุหรือที่มาที่ทำให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ เช่น

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย หรือสุขภาพไม่เอื้ออำนวย

2. ระดับสติปัญญาต่ำ

3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีในวิชาคณิตศาสตร์มาก่อน ทำให้ฝังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับปิดกั้นตัวเองแบบรู้ตัวและไม่รู้ตัว

4. สิ่งแวดล้อมที่บ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่างๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าถาม กล้าแสดงออก ความอดทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสมาธิ

5. วุฒิภาวะต่ำ

6. พื้นฐานความรู้เดิมมีไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ทำให้เรียนตามเพื่อนไม่ทัน ไม่เข้าใจบทเรียนใหม่

อัฏฐนา โปธิพลากร (2545: 96) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และมีผลต่อการเรียนของนักเรียน คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการสร้างเจตคติ ความรู้สึกต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆ ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ซึ่งเป็นหน้าที่ของครูโดยตรงที่จะจัดหาวิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่เหมาะสมนำมาใช้ ในการจัดการสอนเพื่อให้เกิด ประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้น

ศิรินทิพย์ คำพุทธ (2548 : 73)กล่าวว่าสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนการสอน คณิตศาสตร์และส่งผลต่อการเรียนของนักเรียนคือ กระบวนการจัดการเรียนการสอน การสร้างเจตคติ ความรู้สึกต่อการมีส่วนร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะจัดหาวิธีการที่เหมาะสมนำมาใช้ในการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเพื่อให้เกิดผลสำเร็จในด้านการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์

สุบิน ยมบ้านกวย (2550: 78) กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์นั้นมีด้วยกันมากมายหลายประการซึ่งต่างก็เป็นปัญหาที่ต้องร่วมกันแก้ไข แต่ถ้าเราจะ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาหลักๆ คือ ตัวผู้เรียน ครูผู้สอน ผู้ปกครองและสภาพแวดล้อม ดังนั้น สาเหตุปัญหาทั้งหมดดังกล่าว จึงต้องร่วมมือขจัดสาเหตุของปัญหาออกไปปรับปรุงและพัฒนาการ เรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นในส่วนที่เกี่ยวข้อง

นันทพร ระภักดี (2551: 55) กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์และ มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน คือ การจัดการเรียนการสอน การสร้างเจตคติของนักเรียน ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การมีส่วนร่วมของนักเรียน สภาพแวดล้อมทางครอบครัวและภูมิภาวะ ซึ่งจาก สาเหตุดังกล่าวครูจึงจำเป็นต้องจัดหากิจกรรมการเรียนการสอนและเทคนิคการสอนที่เหมาะสมเพื่อนำ มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพที่ดีที่สุด

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์มีดังนี้

1. กระบวนการจัดการเรียนการสอน
2. การสร้างเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์
3. การมีส่วนร่วมของนักเรียนในการเรียน
4. ผู้ปกครองและสภาพแวดล้อม

5. ความบกพร่องที่มีอยู่ในตัวของนักเรียนเอง

6. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอต่อการเรียน ที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ริโอดัน และนอยซ์ (Riodan; & Noyce. 2001: 368-A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของหลักสูตรมาตรฐานหลักวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 ถึง เกรด 8 ศึกษาโดยการเปรียบกับนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรเดิม กลุ่มที่ 2 เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลัก ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนตามหลักสูตรเดิม

ทอมสัน (Thomson. 2001: 58-A) ได้ทำการศึกษา และเปรียบเทียบเกี่ยวกับหลักสูตรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนพีชคณิตปีที่ 2 ของนักเรียนชั้นปีที่ 2 จำนวน 16 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนเป็นตัวชี้วัด แล้วให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรปกติ และนักเรียนอีกกลุ่มเรียนหลักสูตรพีชคณิตขั้นสูง แล้วทำการทดสอบหลังเรียนซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบและการตอบแบบอิสระ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนตามหลักสูตรปกติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรพีชคณิตขั้นสูง

บุร์ริส (Burris. 2003: 1570) ได้ศึกษาการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์เร่งรัดเพื่อจัดกลุ่มนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในอเมริกา เนื้อหาที่ใช้คือ ตรีโกณมิติโดยผ่านการพัฒนาทางแคลคูลัส ผลของการศึกษาผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์แรกเริ่มต้นแตกต่างกันพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ที่มีระดับผลสัมฤทธิ์แรกเริ่มเมื่อเรียนหลักสูตรคณิตศาสตร์เร่งรัด ระหว่างมัศึกษามีระดับผลสัมฤทธิ์เพิ่มขึ้นและสมบูรณ์ขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับนักเรียนในลาตินและอเมริกา และนักเรียน SES ต่ำ สำหรับนักเรียนกลุ่มย่อยที่มีขนาดพอเหมาะ ผลสัมฤทธิ์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และการศึกษาพบว่า สำหรับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์เริ่มแรกสูงในการทดสอบ Segvential 1 Regents ไม่มีความแตกต่างทางสถิติ เมื่อเรียนในชั้นเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกัน อย่างไรก็ตามผู้ที่ได้รับผลสัมฤทธิ์ตอนแรกสูงก็ยังได้รับประโยชน์ จากหลักสูตรเร่งรัดทั่วไปในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง ในมัธยมปลายเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

ครัมพ์ (Crump. 2004: 3621) ได้ศึกษา ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนหญิงเกรด 11 โรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นจอร์เจียได้เป็นลักษณะพิเศษที่ได้พัฒนาจากการศึกษานำร่องโดยการสัมภาษณ์นักเรียนที่ประสบผลสำเร็จในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ศึกษาจากข้อมูล โรงเรียน ประวัติของนักเรียน วารสารนักเรียนแลกเปลี่ยน และวารสารการวิจัยของครู โดยผู้สัมภาษณ์ได้อัดเทป และถ่ายสำเนา แล้วแบ่งแยกประเภทเพื่อเปรียบเทียบการตอบของนักเรียนประเภท ของผลการตอบของนักเรียน กำหนดเป็นลำดับขั้น ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ปัจจัยที่มีผลรวมถึงทัศนคติต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนหญิง คือ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เหมาะสมกับผู้ชายมีผลต่อความเป็นผู้ใหญ่ ความอิสระ ความสนใจทางคณิตศาสตร์ แรงจูงใจทางคณิตศาสตร์ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ซึ่งผลการวิจัยนี้จะเป็นแนวทางเพื่อกำจัดอุปสรรคที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในการสร้างหลักสูตรต่อไป

งานวิจัยในประเทศ

วนิสา นิรมาณ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยวิธีการค้นพบ เรื่อง “ฟังก์ชันตรีโกณมิติ” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.10/85.67 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์ – ภาษาอังกฤษสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณยศ สงวนสิน (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วย ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง พหุนาม สูงกว่าได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .01

จำปี นิลอรุณ (2548 : 64) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนทรงธรรม อำเภอพระประแดง จังหวัดสมุทรปราการ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยดำเนินการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ คือได้คะแนน ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตรุณี เดชะวงศ์ประเสริฐ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง ค่ากลางของข้อมูล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนบูรณาการแบบสอดแทรก ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่ากลางข้อมูล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนบูรณาการแบบสอดแทรกสูงกว่า เกณฑ์ 60% ที่กำหนดไว้ โดยมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ดีของครู ในชั้นเรียนส่งผลต่อเจตคติที่ดีต่อการเรียน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนสูงขึ้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูควรจัดให้เหมาะสมกับ ศักยภาพ และความสนใจของนักเรียน ซึ่งมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่าง มีประสิทธิภาพ

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

4.1 ความหมายของความสนใจ

ความสนใจเป็นสิ่งสำคัญ ที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นเป็นอันดับแรก ของกระบวนการเรียนรู้ ในการจัดการเรียนการสอนนั้น นอกจากจะมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนมีความสามารถ ในวิชาที่เรียนแล้ว ยังต้องปลูกฝังให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน หมกมุ่นในการเรียนและแสวงหาความรู้ได้เป็น

อย่างดี มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความสนใจไว้ดังนี้

จอห์น ดิวอี้ (Dewey. 1959: 66) กล่าวว่า ความสนใจคือความรู้สึกหรือความสนใจที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แนวความคิดใดแนวความคิดหนึ่งหรือกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่ง

ธอร์นไดค์และเอลิซาเบธ (Thorndike and Elizabeth. 1969: 24) กล่าวว่า ความสนใจคือแนวโน้มที่จะแสวงหาและเข้าร่วมในกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่ง

นันทแลลลี (Nunnally. 1970: 415) ได้สรุปว่า ความสนใจหมายถึง ความชอบในกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งโดยเฉพาะ

กู๊ด (Good. 1973: 311) ได้ให้ความหมายความสนใจไว้ว่าความสนใจเป็นความรู้สึกชอบของคนเราที่แสดงต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งความรู้สึกนี้อาจจะมีชั่วขณะหนึ่ง หรืออาจจะมีถาวรต่อไป ก็ได้ขึ้นอยู่กับความอยากรู้อยากเห็นของบุคคลนั้น โดยมีอิทธิพลจากประสบการณ์ของเขาเอง

เพจ, โทมัส และมาร์แชล (Page, Thomas and Marshall .1977 :181) กล่าวถึงความสนใจ โดยสรุปว่าหมายถึง ความประสงค์ที่จะเข้าร่วมในกิจกรรมที่เหมาะสมบางอย่าง และนักการศึกษาถือว่าความสนใจของนักเรียนเป็นองค์ประกอบสำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาหลักสูตร สำหรับในทางจิตวิทยา เพจกล่าวเสริมไว้โดยสรุปว่าความสนใจเป็นอาการที่จิตใจเพ่งเล็งกับการเลือกกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่ง หรืออาการสนุกเพลิดเพลินในการทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสนใจ

ยูภาภรณ์ พิมพะสอน (2532: 51) ได้กล่าวว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกนั้นส่งผลทำให้บุคคลเอาใจใส่และแสดงออกซึ่งความกระตือรือร้นที่จะเข้าร่วมในการประกอบกิจกรรมที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น เกิดความพร้อมที่จะกระทำการให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมาย มองเห็นความสำคัญของสิ่งนั้นๆ มีการรับรู้และมีการตอบสนองต่อการรับรู้แล้วเกิดการยอมรับในคุณค่าในที่สุด

รวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธ์ (2533: 171) กล่าวว่า ความสนใจ หมายถึง ศักยภาพภายในของบุคคลที่รู้สึกพอใจ ต้องการ อยากรู้อยากเห็น ต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด และพยายามจะกระทำสิ่งนั้นให้สำเร็จ

รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540: 58) กล่าวว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกพอใจของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกชอบนั้น ส่งผลให้บุคคลพร้อมที่จะทำกิจกรรมด้วยความเอาใจใส่ให้บรรลุจุดประสงค์

ศรีภรณ์ ณะวงศัษา (2542: 45) กล่าวว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบของแต่ละบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด ซึ่งความรู้สึกนั้นจะส่งผลต่อการแสดงออกในการปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ อย่างกระตือรือร้นและตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมนั้น

อภิชาติ เพชรพลอย (2543: 36) กล่าวว่า ความสนใจหมายถึง ความรู้สึกชอบของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกนั้นส่งผลทำให้บุคคลเอาใจใส่ และแสดงออกซึ่งความกระตือรือร้นที่จะเข้า

ร่วมในการประกอบกิจกรรมที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น เกิดความพร้อมที่จะกระทำการให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมาย มองเห็นความสำคัญของสิ่งนั้นๆ มีการรับรู้และมีการตอบสนองต่อการรับรู้และเกิดการยอมรับคุณค่า ในที่สุด

สุรชัย จามรเนียม (2548: 66) กล่าวว่า ความสนใจหมายถึง ความรู้สึกชอบ เอาใจใส่การ จดจ่อ ในเรื่องราวต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง และพร้อมที่จะเสาะหาหรือร่วมกิจกรรมต่างๆ มีความตั้งใจทำ กิจกรรมนั้นด้วยความเอาใจใส่ มีการรับรู้ และตอบสนองต่อการรับรู้

อัมพร เจียรโนรส (2548:41) กล่าวว่าความสนใจหมายถึงความรู้สึกชอบ ฟังพอใจ เอาใจ ใส่ ในการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งแสดงออกด้วยความกระตือรือร้น ที่จะเข้าร่วมหรือติดตามกิจกรรมนั้นๆ ด้วยความตั้งใจ และพยายามทำสิ่งนั้นให้สำเร็จ

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสนใจ หมายถึงการแสดงออกถึงความรู้สึกชอบ ฟังพอใจมองเห็นความสำคัญในสิ่งใดสิ่งหนึ่งและจะพยายามทำสิ่งนั้นให้สำเร็จ ด้วยความกระตือรือร้น เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งวัดจากแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับภายหลัง จากการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน ใน รูปเชิงขั้ว ซึ่งแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบ ลิเกิตสเกล(Likert Scale) แบบ 5 ระดับ จำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดความสนใจทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของรุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540: 351 – 352) ศรีภรณ์ ณะวงค์ษา (2542: 113 – 116) และสุรชัย จามรเนียม (2548: 114 – 115)

4.2 ลักษณะของความสนใจ

วนิช บรรจง และคนอื่นๆ (2516: 33) ได้สรุปลักษณะของความสนใจไว้เพื่อเป็นข้อสังเกต ในการพัฒนาความสนใจให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนซึ่งเป็นองค์ประกอบให้เกิดความพร้อมในการจัดการเรียนการ สอนดังนี้

1. ความสนใจเป็นความรู้สึกหรือเจตคติที่เข้มข้นอยู่ในวงแคบคือ คนเราจะต้องมี ความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นอย่างๆ ไป
2. ความสนใจเป็นเรื่องของแต่ละบุคคล คนหนึ่งอาจจะมี ความสนใจต่อสิ่งหนึ่ง แต่ คนอื่นอาจจะไม่สนใจสิ่งนั้นเลยก็ได้
3. ความสนใจทำให้เราเอาใจใส่ต่อสิ่งที่ตนสนใจ
4. เมื่อเกิดความสนใจต่อสิ่งใดแล้ว คนย่อมมีความมุ่งหมายอย่างใดอย่างหนึ่งต่อสิ่ง นั้นเช่น ต้องการอยากรู้ให้มากขึ้น ต้องการทำ เป็นต้น
5. คนย่อมมีความมุ่งมั่นที่จะทำให้สำเร็จตามความมุ่งหมาย ถ้าคนนั้นมีความสนใจ

ต่อสิ่งนั้น

ทวี ท่อแก้ว และอบรม สนิภบาล (2517: 61) ได้เพิ่มลักษณะบางอย่างนอกเหนือจาก วินิช บรรจงและคนอื่นๆ ไว้ดังนี้

1. ความสนใจเป็นความรู้สึกที่เกิดขึ้นในบุคคล เนื่องจากถูกชักนำโดยสิ่งแวดล้อมต่างๆ

2. ความสนใจแต่ละบุคคลมีความเข้มข้นแตกต่างกัน

3. ความสนใจที่บุคคลมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งย่อมเปลี่ยนแปลงได้ตามสถานการณ์

4. บุคคลย่อมมีความสนใจต่อสิ่งต่างๆ แตกต่างกันไป

5. ความสนใจอาจเป็นความรู้สึกชั่วขณะหรือตลอดไปก็ได้

เจือจันทร์ กัลยา (2533: 67) ได้กล่าวโดยสรุปว่า ความสนใจเป็นเรื่องของแต่ละบุคคล ทุกคนอาจสนใจในสิ่งต่างๆ แตกต่างกันไปสิ่งที่คนหนึ่งสนใจอาจไม่เป็นที่สนใจของคนหนึ่งขณะเดียวกันระดับความสนใจของแต่ละคนก็แตกต่างกันไป

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าความสนใจมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. เป็นความรู้สึกที่เกิดขึ้นในตัวบุคคลซึ่งจะแตกต่างกันออกไปซึ่งอาจเป็นความรู้สึกชั่วขณะหรือตลอดไปก็ได้

2. ความสนใจทำให้เราเอาใจใส่ต่อสิ่งที่สนใจ มีความมุ่งหมายและมุ่งมั่นที่จะทำสิ่งที่สนใจให้สำเร็จ

3. ความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งของบุคคลมีระดับความสนใจที่แตกต่างกัน และย่อมเปลี่ยนแปลงได้ตามสถานการณ์

4.3 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

โดยทั่วไปคนเรามีความสนใจในสิ่งต่างๆ ไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อม ซึ่งมีส่วนเกี่ยวข้องกับบุคคลนั้นๆ เช่น การศึกษาอบรม ฐานะทางเศรษฐกิจและสังคม นอกจากสิ่งภายนอกแล้วยังรวมถึงบุคลิกภาพของบุคคล ได้แก่ อายุ เพศ ระดับสติปัญญา ความสามารถทางร่างกายความถนัดตามธรรมชาติ ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจด้วยมีผู้กล่าวถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจไว้ดังนี้

สุชา จันท์เอม และสุรางค์ จันท์เอม (2516 : 73) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของเด็กที่ควรทราบมีดังนี้

1. ความสนใจนั้นเกิดขึ้นจากความพร้อม ความต้องการและอิทธิพลของสิ่งแวดล้อม

2. ความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นเรื่องของบุคคลโดยเฉพาะ คนเราทุกคนไม่

จำเป็นต้องมีความสนใจสิ่งเดียวกัน และในระยะเวลาเดียวกัน

3. ความสนใจนั้นมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสุขภาพของร่างกาย เด็กจะสนใจสิ่งใด เป็นระยะสั้นหรือยาว ย่อมขึ้นอยู่กับความสมบูรณ์ของร่างกาย

4. ความสนใจเฉพาะอย่างนั้น อาจเปลี่ยนไปตามวัยและเวลาของแต่ละบุคคล แต่แบบแผนของความสนใจค่อนข้างคงที่ ทำให้สามารถวัดความสนใจของตนเองในอนาคตได้

5. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสภาพทางจิตใจและเชาวน์ปัญญา ของเด็ก เด็กที่เชาวน์ปัญญาต่ำ จะสนใจสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่มากอย่างและไม่สลับซับซ้อนนัก ผิดกับเด็กที่มีเชาวน์ปัญญาสูงมักสนใจหลายๆอย่างในเวลาเดียวกันและเป็นเรื่องที่สลับซับซ้อนมาก

6. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับรากฐานทางประสบการณ์ของเด็ก เด็กจะสนใจเรื่องใดเด็กจำเป็นต้องมีความรู้เรื่องนั้นพอสมควร ถ้าเด็กขาดประสบการณ์เด็กอาจไม่สนใจเป็นเพียงความรู้ อยากเห็นชั่วคราวแล้วเลิกความสนใจไป

บงช ลิปพันธ์(2529: 48) ได้รวบรวมองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ ไว้ดังนี้

1. ความสนใจนั้นเกิดขึ้นจากความพร้อม ความต้องการอิทธิพลของสิ่งแวดล้อม
2. ความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นเรื่องแต่ละบุคคล โดยเฉพาะคนทุกคนจะมีความสนใจในด้านต่างๆ แตกต่างกัน

3. ความสนใจนั้นมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสุขภาพของร่างกาย เด็กจะสนใจสิ่งใด เป็นระยะสั้นหรือยาวย่อมขึ้นอยู่กับความสมบูรณ์ของร่างกาย

4. ความสนใจเฉพาะอย่างนั้น อาจเปลี่ยนไปตามวัยและเวลาของแต่ละบุคคล แต่แบบแผนของความสนใจค่อนข้างคงที่ ทำให้การวัดความสนใจช่วยทำนายความสนใจอนาคตของตนได้

5. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสภาพทางจิตใจและเชาวน์ปัญญา ของบุคคลผู้ที่มีระดับของเชาวน์ปัญญาต่ำจะสนใจในสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่มากอย่าง และไม่สลับซับซ้อนนัก ผิดกับผู้ที่มีระดับของเชาวน์ปัญญาสูง มักจะสนใจหลายๆ อย่างในเวลาเดียวกันและเป็นเรื่องที่สลับซับซ้อนมาก

6. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับพื้นฐานทางประสบการณ์ของเด็ก เด็กจะสนใจเรื่องใด เด็กจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับเรื่องนั้นพอสมควร ถ้าเด็กขาดประสบการณ์เด็กอาจไม่สนใจเป็นเพียงอยากรู้อยากเห็นชั่วคราวแล้วก็เลิกความสนใจไป

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจมีดังต่อไปนี้

1. ความสนใจเกิดขึ้นจากความพร้อมและความต้องการของบุคคลซึ่งแตกต่างกันออกไป โดยมีอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมมาเกี่ยวข้อง
2. ความสนใจนั้นอาจเปลี่ยนไปตามวัยและเวลาแต่แบบแผนของความสนใจค่อนข้างคงที่ ทำให้การวัดความสนใจช่วยทำนายความสนใจในอนาคตของตนได้
3. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสภาพจิตใจ เซาว์นปัญญา และพื้นฐานทางประสบการณ์

4.4 การสร้างความสนใจ

จากการศึกษาองค์ประกอบของความสนใจทำให้นักจิตวิทยาและนักการศึกษาสามารถที่สรรหาวิธีการในการสร้างความสนใจให้กับผู้เรียนได้ดังนี้

วินิช บรรจงและคนอื่นๆ (2516: 33 – 34) ได้เสนอแนะวิธีสร้างความสนใจไว้ดังนี้

1. ก่อนจะสอนเรื่องใดต้องสร้างความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้นให้แก่เด็กเสียก่อน
2. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถในการเรียนของเด็ก
3. จัดกิจกรรมให้เด็กได้ทำงานให้สำเร็จเป็นขั้นเป็นอัน
4. ชี้แจงให้เด็กเห็นความก้าวหน้าของตนก็จะเป็นแรงจูงใจที่จะทำให้เด็กอยากเรียนและมีความสนใจในงานนั้นมากขึ้น
5. ในการสอนครูควรชี้ให้เห็นความน่าสนใจของเรื่องที่เรียน
6. จัดสภาพในการเรียนให้เป็นที่น่ารื่นรมย์
7. ในการสอนแต่ละครั้ง ครูควรจัดหาอุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมมาใช้
8. ในการสอนแต่ละครั้ง ครูต้องมุ่งสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชานั้นควบคู่ไปด้วย
9. ควรจัดให้เด็กได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมให้มากที่สุด
10. จัดบทเรียนให้มีความหมายต่อชีวิตของเด็ก

สุนีย์ ธีรดากร (2525: 160 – 161) ได้กล่าวถึงการสร้างความสนใจในบทเรียนว่าก่อนที่จะเริ่มทำการสอน ครูควรจะหาวิธีสร้างความสนใจในบทเรียนดังต่อไปนี้

1. ทำความรู้จักเด็กแต่ละคนให้ดี ศึกษาความต้องการความสนใจของเขา เพื่อจะได้นำสิ่งนั้น มาสร้างความสนใจให้แก่เด็กได้เหมาะสม
2. ก่อนสอนเรื่องใดควรสร้างความรู้พื้นฐานให้เด็กเสียก่อน
3. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความถนัด ความสามารถของเด็กไม่ให้ง่ายหรือยากจนเกินไป เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความรู้สึกท้อถอยในบทเรียน

4. จัดกิจกรรมให้เด็กได้ทำงานสำเร็จบ้าง เพราะความสำเร็จในการทำงานจะเป็นสิ่ง
 ช่วยกระตุ้นให้เกิดความสนใจในการเรียน

5. ชี้แจงให้เด็กเห็นความก้าวหน้าของตนเอง

6. การสอนต้องให้เด็กทราบเนื้อหาและจุดมุ่งหมายของบทเรียน

7. จัดสภาพห้องเรียน กระบวนการเรียนให้เด็กมีความรู้สึกสนใจสนุกสนานและตื่นตัว
 ในการเรียนอยู่เสมอ

8. ในการสอนแต่ละครั้ง ครูควรจัดอุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมกับเรื่องที่จะสอนเพื่อ
 เป็นการสร้างความสนใจและทำให้เด็กเกิดทัศนคติที่ดีต่อการเรียน

9. จัดให้เด็กได้เรียนรู้โดยการกระทำมากที่สุด

10. จัดบทเรียนให้มีความหมายต่อชีวิตของเด็ก เพื่อให้เขาสามารถนำมาใช้ให้เป็น
 ประโยชน์ในการดำเนินชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 243) ได้เสนอแนะวิธีสร้างความสนใจไว้ดังนี้

1. ศึกษาความต้องการของผู้เรียนส่วนใหญ่เพื่อจะได้จัดบทเรียน สภาพห้องเรียนและ
 สื่อการเรียนต่างๆ ให้ตรงกับความต้องการของเขา

2. สืบหาพื้นฐานทางด้านความถนัดของผู้เรียน เพื่อจัดสภาพการเรียนการสอนให้
 ตรงกับความถนัดนั้นๆ

3. จัดสภาพห้องเรียนให้น่าสนใจ มีการตั้งคำถามช่วยและท้าทายความสามารถของ
 ผู้เรียนพยายามให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนให้มากที่สุด เช่น การแสดงความคิดเห็นการ
 แก้ปัญหาเฉพาะหน้า ฯลฯ ตลอดจนการพยายามสร้างให้เกิดสิ่งที่น่าสนใจ สิ่งแปลกๆ ใหม่ๆ และนำ
 สิ่งที่น่าสนใจในยุคนั้นมากกล่าวถึงด้วย

4. ให้การเสริมแรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้หรือการ
 ทำงานนั้นๆ บ้าง โดยเลือกให้ตรงกับความสามารถและความสามารถของเขา จะทำให้เขาสนใจสิ่งที่ได้รับ
 มอบหมายให้ทำ

5. ชี้ทางหรือให้ทราบความก้าวหน้าในการทำงานทุกระยะของผู้เรียนทำให้เขามี
 ความสนใจที่จะทำงานนั้นๆ ต่อไป

กฤษฎา ศักดิ์ศรี (2530: 219 – 220) ได้กล่าวถึงการสร้างความสนใจในการเรียน
 ว่าเป็นหน้าที่ของครู ครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ก่อนสอนเรื่องใดครูควรนำเข้าสู่บทเรียน ปูพื้นฐานเรื่องที่จะสอนใหม่โยงให้สัมพันธ์
 กับความรู้เดิมของเด็ก

2. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถในการเรียนของเด็ก ถ้ายากเกินไปเด็กก็ท้อถอย ง่ายเกินไปก็เบื่อ ควรให้ยากง่ายพอเหมาะพอดีที่จะท้าทายผู้เรียน

3. ส่งเสริมให้เด็กมีความสำเร็จในกิจกรรมต่างๆ เพราะความสำเร็จในการทำงานเป็นยาวิเศษที่จะช่วยกระตุ้นให้เด็กสนใจในการเรียน ครูศึกษาให้รู้ถึงความสามารถของเด็ก แล้วจัดกิจกรรมให้เด็กทำจนสำเร็จตามความสามารถต่อจากนั้นเขาจะบังเกิดความสนใจในงานนั่นเอง

4. ชี้แจงให้เด็กเห็นความก้าวหน้าของตน เพื่อเป็นแรงจูงใจให้เด็กอยากเรียน มีความสนใจงานนั้น

5. ครูควรชี้ให้เด็กเห็นความน่าสนใจของเรื่องที่เรียน ชี้ให้เห็นประโยชน์ของสิ่งที่ควรสนใจ

6. จัดสภาพในการเรียนให้เป็นที่น่ารื่นรมย์อยู่ในสภาพที่สะดวกสบายมีบรรยากาศที่ดี

7. ครูต้องสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชานั้น เพราะเจตคติที่ดีต่อวิชาโดยอ้อมเป็นรากฐานที่จะทำให้เด็กสนใจในวิชานั้นมากขึ้น

8. ใช้อุปกรณ์ที่เหมาะสม ช่วยให้เข้าใจดี ง่าย รวดเร็ว แต่ไม่ควรใช้มากหรือน้อยเกินไป

9. ควรจัดให้เด็กมีส่วนร่วมในบทเรียนให้มาก ให้มีโอกาสดำเนินการตามความคิดเห็นของตนเองบ้าง เช่น ให้อภิปราย

10. จัดบทเรียนให้มีความหมายต่อชีวิตของเด็ก เด็กย่อมสนใจบทเรียนที่จะนำไปใช้กับชีวิตประจำวันได้

11. ใช้เทคนิควิธีต่างๆ และจิตวิทยาช่วยในการเรียนการสอน พาไปศึกษานอกสถานที่ เล่าประสบการณ์ที่น่าสนใจเกี่ยวกับเรียน ครูซักถามไม่ยาก ง่ายเกินไป ใช้แรงเสริม จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับเหตุการณ์ เช่น สอนเรื่องประเพณีลอยกระทงในวันลอยกระทง เป็นต้น

12. สร้างความรู้พื้นฐานก่อนเรียนเรื่องนั้น เพื่อจะได้โยงสัมพันธ์สู่เรื่องที่จะสอนใหม่ ถ้าไม่มีพื้นฐานมาก่อนจะเข้าใจยาก ไม่อยากสนใจ

13. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถของเด็ก ถ้าบทเรียนยากเกินไปก็ท้อถอย ถ้าง่ายเกินไปก็เบื่อ ต้องให้มีความยากง่ายพอดีที่จะท้าทายความสามารถของเด็ก

14. มุ่งสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชานั้น ควบคู่กันไปกับการสอน

15. ให้เรียนโดยการกระทำให้มากที่สุด

16. ดำเนินการสอนให้คล้ายตามสัญชาตญาณอยากรู้อยากเห็นของเด็ก เพราะสัญชาตญาณชนิดนี้เป็นรากฐานของความสนใจเกิดจากการที่มีสิ่งแปลกประหลาด หรือความแปลก

ประหลาด เป็นเครื่องช่วยกระตุ้น ฉะนั้นในการสอนครูก็หาเรื่องแปลกๆ มาเล่ายกอุทาหรณ์แปลกๆ นำพิศวงมาบรรยาย มีอุปกรณ์การสอนที่แปลกๆ มาใช้ หาคำแปลกๆ และโจทย์แปลกๆ แต่ไม่ยากเกินความสามารถของเด็กมาให้เด็กคิดเด็กตอบ พยายามส่งเสริมให้เด็กกระตือรือร้นและอยากรู้ อยากเห็น ยิ่งขึ้นไปเป็นลำดับ ครูควรเปิดโอกาสให้เด็กได้ซักถาม อภิปรายระหว่างกันและกัน เขียนภาพเขียนกระดานดำ ซีแผนที่ ถึงเวลาอ่านหนังสือก็ให้อ่านเดี่ยวบ้าง อ่านพร้อมกันบ้าง การเรียนบางวิชาก็ให้เด็กเรียนแบบเล่น (Play Way) บ้าง จะช่วยให้เด็กเกิดความสนใจได้มาก

17. สอนให้สนุก เช่น พุดจาทำนองชวนขบขันเป็นครั้งคราว เล่าเรื่องสนุก หาหนังสือสนุกมาให้เด็กอ่าน การแสดงออกของครูก็ช่วยได้มาก เช่น การแสดงออกทางเสียง ทางกิริยาท่าทาง และทางหน้าตา หากรู้จักแสดงให้เหมาะสมแล้วก็ย่อมจะช่วยปลุกความสนใจของเด็กได้เป็นอย่างดี

18. สอนบทเรียนให้หนักไปทางรูปธรรมมากกว่านามธรรม แสดงตัวอย่างสิ่งของและให้นักเรียนจับต้องได้ พานักเรียนไปชมสถานที่อันเป็นประโยชน์ ตัดรูปภาพ หรือข้อความสำคัญจากหนังสือปิดไว้ ให้นักเรียนดู ทำเป็นบรรณนิทัศน์สิ่งเขป และควรเลือกเรื่องราวที่จะเป็นประโยชน์แต่เด็กโดยแท้จริง หรือเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถเข้าถึงประโยชน์และคุณค่าได้โดยง่าย

19. ทำบทเรียนให้เป็นที่กระจ่างแจ้งไม่เคลือบคลุมใช้ถ้อยคำสำนวนที่เข้าใจง่ายเหมาะสม กับความสามารถและวัยของเด็ก เชื้อเชิญผู้เชี่ยวชาญในทางใดมาแสดงปาฐกถา หรือบรรยายให้เด็กรู้เข้าใจโดยแจ่มแจ้ง

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าการสร้างความสนใจมีวิธีการดังต่อไปนี้

1. ก่อนสอนเรื่องใดต้องสร้างความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้นๆ ให้กับนักเรียนเสียก่อน
2. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความถนัด ความสามารถของนักเรียนไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปเพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่ายหรือท้อถอย ความรู้ในบทเรียนต้องท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ชี้ให้นักเรียนเห็นความก้าวหน้าของตน ซึ่งจะทำให้นักเรียนอยากเรียนและมีความสนใจในสิ่งที่ทำ
4. ในการสอนครูต้องให้นักเรียนได้รู้ถึงเนื้อหา จุดมุ่งหมาย ประโยชน์และความน่าสนใจ ในเรื่องที่เรียน
5. จัดสภาพห้องเรียนให้เป็นที่น่ารื่นรมย์ อยู่ในสภาพที่สะอาด สบาย มีบรรยากาศที่ดีส่งเสริมบรรยากาศในการเรียน
6. ใช้สื่อการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวุฒิภาวะของนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้เด็กสนใจเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้นทำให้นักเรียนสนใจบทเรียนเกิดทัศนคติต่อการเรียน แต่การใช้สื่อไม่ควรใช้มากเกินไป

7. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนให้มากที่สุด ให้นักเรียนได้แสดงออก ได้แสดงความคิดเห็นของตน จะทำให้นักเรียนรู้สึกว่าคุณมีความสำคัญต่อการเรียนรู้และเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียน

8. จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทำงานสำเร็จบ้าง เพราะการทำงานสำเร็จจะเป็นสิ่งช่วยทำให้นักเรียนรู้สึกว่าบทเรียนใหม่เป็นสิ่งที่ท้าทาย

9. ใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจในการอธิบายบทเรียน พยายามแสดงให้เป็นเป็นรูปธรรมให้มากที่สุด

4.5 การวัดความสนใจ

การวัดความสนใจให้ได้ผลถูกต้องที่สุดนั้นทำได้ยาก เพราะความสนใจของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่าง ได้แก่ อายุ เพศ สติปัญญาสิ่งแวดล้อมพัฒนาการทางร่างกาย สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคม

เคอร์ล็อก (Kurlock. 1955: 189 – 192) ได้เสนอวิธีวัดความสนใจซึ่งสอดคล้องกับเพาเวลล์ (Powell. 1963: 189 – 192) ไว้ 3 วิธีดังนี้

1. ใช้แบบสอบถามความสนใจ (Interest Inventories) แบบวัดความสนใจประกอบด้วยข้อความชุดหนึ่งสำหรับให้แต่ละบุคคลแสดงความรู้สึกชอบหรือไม่ชอบต่อข้อความต่างๆ เหล่านี้มีอิสระที่จะตอบคำถามต่างๆ ได้ตามความรู้สึกที่แท้จริงของตน
2. ใช้แบบสอบถามปลายเปิด (Open – ended Questionnaires) โดยให้แต่ละบุคคลมีการสัมภาษณ์ (Interviews) ซึ่งจะช่วยให้ผู้สัมภาษณ์ได้สังเกตเห็นพฤติกรรมของผู้ถูกสัมภาษณ์ได้

ส่วนเดวิส (Davis. 1964: 160 – 161) ได้เสนอแนะเทคนิคในการวัดความสนใจดังนี้

1. ค้นหาสิ่งที่แต่ละบุคคลชอบทำในระยะ 1 – 2 ปีที่ผ่านมา ถ้าเขาชอบสละเวลาว่างที่มีอยู่เพื่อทำในสิ่งใดสิ่งหนึ่งโดยเฉพาะก็แสดงว่าเขาสนใจสิ่งนั้น

2. ค้นหาว่าแต่ละบุคคลมีความรู้ในเรื่องนั้นๆ มากน้อยเพียงใด ถ้าเขามีความรู้ในเรื่องนั้นมากก็แสดงว่าเขาสนใจเรื่องนั้น ทั้งนี้เพราะคนเราย่อมจำสิ่งที่ตนสนใจได้ดีกว่าที่ไม่สนใจ

3. ให้แต่ละบุคคลแสดงความรู้สึกชอบหรือไม่ชอบต่อข้อความต่างๆ ที่กำหนดไว้ให้

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การวัดความสนใจสามารถทำได้หลายวิธี ได้แก่

1. การใช้แบบสอบถามความสนใจ
2. ใช้แบบสอบถามปลายเปิด
3. ใช้การสัมภาษณ์

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

งานวิจัยต่างประเทศ

เคลเลย์ (Kelley. 1999:60-06A) ได้ศึกษาการใช้วิธีสรรค์สร้างความรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา สาขาศิลปศาสตร์ การแก้ปัญหา (The constructivist approach used in teacher college level mathematics to liberal arts majors problem solving) โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการใช้ทฤษฎีสรรค์สร้างการเรียนรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับอุดมศึกษาเพื่อศึกษาว่าวิธีการสรรค์สร้างความรู้นั้นมีผลต่อระดับความสนใจ (interest levels) ระดับความวิตกกังวล (anxiety levels) และการรับรู้ของตนเอง (self-perception) ในการเรียนรู้โดยวิธีนี้หรือไม่ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักศึกษาที่เรียนคณิตศาสตร์ในมหาวิทยาลัยไมอามี (Miami) โดยแบ่งกลุ่มทดลองจำนวน 33 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 25 คน ทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบ Pre – test และ Post – test เพื่อวัดความสนใจ ความวิตกกังวลและการรับรู้ของตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ ใช้สถิติวิเคราะห์ ข้อมูลด้วย t – test และแบบวัดแสดงความคิดเห็นของนักศึกษา จากประสบการณ์ในการศึกษาหลังจากจบหลักสูตรครึ่งปี ผลปรากฏว่านักศึกษา มีความรู้สึกดีเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนรู้และความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษาแต่ละกลุ่มมีความสนใจในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของพวกเขาจากการวัดความคิดเห็นของกลุ่มทดลองพบว่าเทคนิคการสอนของครูมีผลต่อการเรียนรู้ของนักศึกษา

เรนนิงเจอร์(K. A. Renninger.2002 : Online) ได้ศึกษาความสนใจของแต่ละบุคคลตามบริบทที่เกี่ยวกับการอธิบายและปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยได้ศึกษาเกี่ยวกับภูมิหลังและศักยภาพของนักเรียนอายุ 11 ปี จำนวน 3 คน โดยการแทรกบริบทความสนใจแต่ละบุคคลว่ามีความสนใจมากหรือน้อยเกี่ยวกับการอธิบายปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นแรกกำหนดกรอบของการศึกษา ของความสนใจของแต่ละบุคคล เกี่ยวกับภาพรวมของความสนใจแต่ละบุคคลระหว่างความสนใจย้อนหลังของเรื่องที่เรียนในห้องเรียน กิจกรรมต่างๆ หรือความคิด และรวมถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องต่อความรู้ที่สะสมไว้ซึ่งนักเรียนทั้งสามคนมีความสนใจและความสามารถที่แตกต่างกันหลักๆคือการอ่านและการอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ พบว่าความสนใจมีผลต่อพัฒนาการในการทำงานที่ได้รับมอบหมายอีกทั้งยังส่งผลให้ประสิทธิภาพของการเรียนเพิ่มขึ้น

ฟาง ไฮ และ หวัง กุย (Fang Hai and Wang Gui.2009 : Online) ได้ศึกษาความสนใจเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่มุ่งเน้นการเรียนรู้โดยการใช้เกมแอนิเมชันในการศึกษาได้เริ่มจากการนำเสนอทฤษฎีพื้นฐาน ซึ่งเกมสามารถโต้ตอบหรือมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในบทเรียนที่นำเสนอเพิ่มขึ้นมากกว่าการสอนโดยใช้วิธีดั้งเดิม และจากการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

สมจิตร เพชรนภา (2544: 89 – 90) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังรับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรัชย์ จามรเนียม (2548: 84 – 85) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหา แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลัง การใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ บูรณาการ เชิงเนื้อหากับค่าเกณฑ์ (80%) แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

อัมพร เจียรโณรส(2548: 67) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้ VTRPER Model ร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางเรียนและความสนใจ เรื่องสถิติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าความสนใจในการเรียนจากการใช้กิจกรรมนี้ภายหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรพรรณ เสนาจักร(2553: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้หนังสืออิเล็กทรอนิกส์ เรื่องพหุนามที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 พบว่าความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการสอนโดยใช้หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ เรื่องพหุนาม สูงกว่าก่อนการสอนโดยใช้หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ เรื่องพหุนามอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐ สิทธิกร(2553: 51) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปูในกิจกรรมตามความสนใจคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าความสนใจต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปู สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ .05

จากการศึกษาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสนใจในการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทำให้มีพัฒนาการที่ดีในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอนจึงจำเป็นต้องรู้จักวิธีการสร้างความสนใจให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน เพื่อประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้และการทำกิจกรรมต่างๆ ให้บรรลุจุดมุ่งหมาย



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าโดยกำหนดเป็นลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
6. การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ
7. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 30 คน รวมทั้งสิ้น 60 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้นักเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 30 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงซ้อน

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการศึกษาค้นคว้าในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 6 คาบครึ่ง คาบละ 1 ชั่วโมง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	15 นาที
2. ดำเนินการสอน	5 ชั่วโมง
2.1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน	1 ชั่วโมง
2.3 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน	1 ชั่วโมง
2.4 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก	1 ชั่วโมง
2.5 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(1)	1 ชั่วโมง
2.6 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(2)	1 ชั่วโมง
3. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	1 ชั่วโมง
4. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน	15 นาที
รวมเวลาทั้งสิ้น	6 ชั่วโมง 30 นาที

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาในครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลอง โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ลัวัน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 249) ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง One – Group Pretest – Posttest Design

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ

ล่องหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 5

T₁ แทน การวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนทำการทดลอง
(Pre – test)

T₂ แทน การทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการวัดความสนใจทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์หลังทำการทดลอง (Post – test)

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้การสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่องหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
2. แบบฝึก ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่องหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
3. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
4. แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

การสร้างและการหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กรมวิชาการและหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

1.2 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

1.3 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยยึดเนื้อหาในแบบเรียนและคู่มือครู สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหลักในการจัดทำ ซึ่งจะดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 5 แผน คือ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(1)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(2)

ซึ่งในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบดังนี้

1.3.1 สาระการเรียนรู้

1.3.2 มาตรฐานการเรียนรู้

1.3.3 ผลการเรียนรู้

1.3.4 สาระสำคัญ

1.3.5 จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย

- ด้านความรู้

- ด้านทักษะ / กระบวนการ

- ด้านคุณลักษณะ

1.3.6 กิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.3.6.1 ขันเติมความรู้พื้นฐาน

1.3.6.2 ขันดำเนินการเรียนการสอน

- การนำเข้าสู่บทเรียน นำเสนอภาพรวมของสิ่งที่จะสอน โดยการทบทวนความรู้เดิม

- การเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

- การนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่ของบทเรียน

- การจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

1.3.6.3 ขั้นสรุปผล ให้นักเรียนเป็นผู้สรุปตามความเข้าใจ ครูช่วยเสริมให้นักเรียนเกิดมโนคติหรือหลักการที่สมบูรณ์

1.3.6.4 ขั้นวัดและประเมินผล

1.3.7 สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1.3.8 ภาระงาน / ชิ้นงาน

1.3.9 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.3.10 บันทึกผลหลังสอน

1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์เพื่อขอคำแนะนำถ้าได้รับอนุมัติแล้วจึงนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่านตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของภาษาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน ความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กิจกรรม และสื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดและประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขตามที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้คำแนะนำ

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ผ่านการตรวจแล้วมาแก้ไขปรับปรุงตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วจึงเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ พิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปแก้ไขปรับปรุงตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อยแล้ว

2. แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า มีลำดับขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า โดยทำการหาข้อมูลจากเอกสาร อินเทอร์เน็ต และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 สร้างแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิง -
 ชั้นในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าโดยยึดเนื้อหาจากหนังสือ
 คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งประกอบด้วย

2.3.1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

2.3.2 การเขียนจำนวนเชิงซ้อนด้วยเวกเตอร์บนระนาบเชิงซ้อน

2.3.3 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

2.3.4 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

2.3.5 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(1)

2.3.6 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(2)

2.4 นำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน
 ในรูปเชิงขั้วที่สร้างเรียบร้อยแล้วไปนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อ
 ตรวจสอบเกี่ยวกับความถูกต้องของแบบฝึกว่ามีความสอดคล้องกับเนื้อหาหรือไม่

2.5 นำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน
 ในรูปเชิงขั้วไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์เพื่อขอคำแนะนำ ถ้าได้รับอนุมัติแล้วจึงนำไปให้
 ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจน และความถูกต้องของ
 ภาษาที่ใช้ในแบบฝึก ความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จากนั้นนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุง
 แก้ไข

2.6 นำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน
 ในรูปเชิงขั้ว ที่ผ่านการตรวจแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญซึ่งมีประเด็นที่ต้อง
 แก้ไขปรับปรุงดังต่อไปนี้

2.6.1 ปรับโจทย์ที่เป็นตัวอย่างและแบบฝึกให้ง่ายขึ้น

2.6.2 แบบทดสอบที่นำเสนอมีความซับซ้อนมากเกินไป ในแต่ละข้อวันหลาย

จุดประสงค์ ต้องปรับให้แบบทดสอบแต่ละข้อวันแค่ 1 จุดประสงค์ เพื่อจะได้รู้ว่าคุณนักเรียนบกพร่องใน
 จุดประสงค์ใด

เมื่อดำเนินการแก้ไขปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว จึงนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์
 อีกครั้ง แล้วนำไปปรับปรุงตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

2.7 หลังจากได้แก้ไขปรับปรุงแบบฝึก ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวง หน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว เรียบร้อยแล้วจึงนำไปทำการทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม จำนวน 10 คนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อศึกษาปัญหาและ อุปสรรคในการใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้ว

3. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพที่จะใช้ในการวิจัย

3.2 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้จากหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาในกลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับ ครูผู้สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 3 ท่าน

3.4 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว แบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างและ เกณฑ์การประเมิน ดังนี้

3.4.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนและวิธีสร้างแบบทดสอบจากเอกสาร และตำราที่เกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบอัตนัย (ไพศาล หวังพานิช. 2545: 20)

3.4.2 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหา โดยผู้ วิจัยวิเคราะห์ร่วมกันกับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 3 ท่าน

3.4.3 สร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวน เชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งแบบทดสอบเป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3.4.4 นำแบบทดสอบนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านแล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปมาทดสอบกับ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน ที่เคยเรียนเรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วมาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ผลจากการพิจารณาค่า IOC ที่มีค่าตั้งแต่ 0.67 ถึง 1

3.4.5 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตโนมัติที่นักเรียนทำได้ โดยการให้คะแนนแบ่งออกเป็นข้อละ 4 คะแนน และมีเกณฑ์การให้คะแนน โดยประยุกต์การให้คะแนนหรือเกณฑ์การประเมินคุณภาพผู้เรียนในด้านต่างๆ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 121-128) ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบ ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบ และความถูกต้องของคำตอบ

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการหาคำตอบที่ปรากฏ
4 ดีมาก	แสดงวิธีแก้ปัญหาหาคำตอบได้ถูกต้อง อย่างมีประสิทธิภาพสามารถอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 ดี	แสดงวิธีแก้ปัญหาหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ไม่ชัดเจน
2 พอใช้	แสดงวิธีแก้ปัญหาหาคำตอบถูกต้องได้เพียงบางขั้นตอน มีการอธิบายถึงเหตุผลในการแก้ปัญหานั้นด้วย
1 ต้องปรับปรุง	แสดงวิธีแก้ปัญหาหาคำตอบถูกต้องบางขั้นตอน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุดอธิบายต่อไปไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	แสดงวิธีแก้ปัญหาหาคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา

3.5 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยพิจารณาค่าความง่ายและค่าอำนาจจำแนกโดยใช้วิธีของวิทนีและซาเบอร์ (Whitney and Saber ล้วน สายยศ และ อังคนา สายยศ. 2543: 199 - 200) จากนั้นพิจารณาแบบทดสอบที่มีความง่าย (P_E) ระหว่าง 0.20 – 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ไว้ 5 ข้อ คือ ข้อ 1 , 2 , 5 7 , 9 โดยได้ค่าความง่าย(P_E) ตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.58 ค่าอำนาจจำแนก(D) ตั้งแต่ 0.36 ถึง 0.62 แล้วนำไปหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา(α -Coefficient)ของครอนบาค(Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคนา สายยศ. 2538 : 200) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.78

3.6 นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน

4. แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดำเนินการปรับปรุง มาจากแบบวัดความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540: 351 – 352) ศรีภรณ์ ณะวงษ์ษา(2542: 113 – 116) และสุรัชย์ จามรเนียม (2548: 114 – 115) ตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

4.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสนใจทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อนำมากำหนดขอบเขตและเนื้อหาของแบบสอบถาม

4.2 สร้างแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว จำนวน 40 ข้อเป็นแบบลิเกิตสเกล (Likert Scale) ชนิด 5 ระดับดังนี้

กรณีที่ 1 ข้อความที่มีความหมายทางบวก (Positive) มีการกำหนดคะแนนดังต่อไปนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้ 5 คะแนน
เห็นด้วย	ให้ 4 คะแนน
ไม่แน่ใจ	ให้ 3 คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้ 2 คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้ 1 คะแนน

กรณีที่ 2 ข้อความที่มีความหมายทางลบ (Negative) มีการกำหนดคะแนนดังต่อไปนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้ 1 คะแนน
เห็นด้วย	ให้ 2 คะแนน
ไม่แน่ใจ	ให้ 3 คะแนน

ไม่เห็นด้วย ให้ 4 คะแนน

ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ให้ 5 คะแนน

4.3 นำแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบลักษณะของข้อความ ความสอดคล้องกับพฤติกรรม แล้วนำมาปรับปรุง

4.4 นำแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน แล้วนำมาวิเคราะห์ค่าถามเป็นรายข้อ เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการใช้สถิติที่ (t – test) ในการทดสอบ แล้วเลือกเฉพาะที่มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 1.75 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 2.40 ถึง 3.98 และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.74

4.5 นำแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้ศึกษาค้นคว้าได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระเพิ่มเติมเรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว จำนวน 1 ห้องเรียนที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 30 คน แล้วทำการวัดความสนใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 15 นาที

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่องหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามแผนที่กำหนดไว้ โดยใช้เวลาสอน 5 ชั่วโมง

3. ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติล่องหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง 15 นาที

4. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 คะแนนเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

(ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 34)

1.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) คำนวณจากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

(ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 60)

1.3 ความแปรปรวน (Variance) คำนวณจากสูตร

$$S^2 = \frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}$$

เมื่อ S^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง

X แทน คะแนนแต่ละตัวในกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

$n-1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ (Degree of freedom)

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 ค่าความเที่ยงตรง

หาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้
ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

2.2 ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination)

หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบรายข้อ แบบทดสอบอัตนัยโดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์(Whitney and
Saber)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

X_{\min} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199 – 201)

2.3 การหาดัชนีค่าความง่ายของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้วิธีของวิทนีเย่และซาเบอร์(Whitney and Saber)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

- เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความง่าย
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

(ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543: 199 – 200)

2.4 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

$$t = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_L}{\sqrt{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}}$$

- เมื่อ t แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
 \bar{X}_H แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มสูง
 \bar{X}_L แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ
 S_H^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มสูง
 S_L^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ
 n_H แทน จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มสูง
 n_L แทน จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มต่ำ

(ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 216)

2.5 ค่าความเชื่อมั่น (Reliability)

2.5.1 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
โดยคำนวณจากสูตร KR – 20 ดังต่อไปนี้

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

- เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ
 p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำข้อสอบถูกต้องกับคนทั้งหมด
 q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ คือ $1 - p$
 S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้
 (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 197 – 199)

2.5.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

โดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์อัลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

- เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ
 (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 200)

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 เพื่อเปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test one sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 60)
 S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
 n แทน จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550:134)

3.2 ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดความสนใจ
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนโดยใช้สูตร t - test for dependent samples

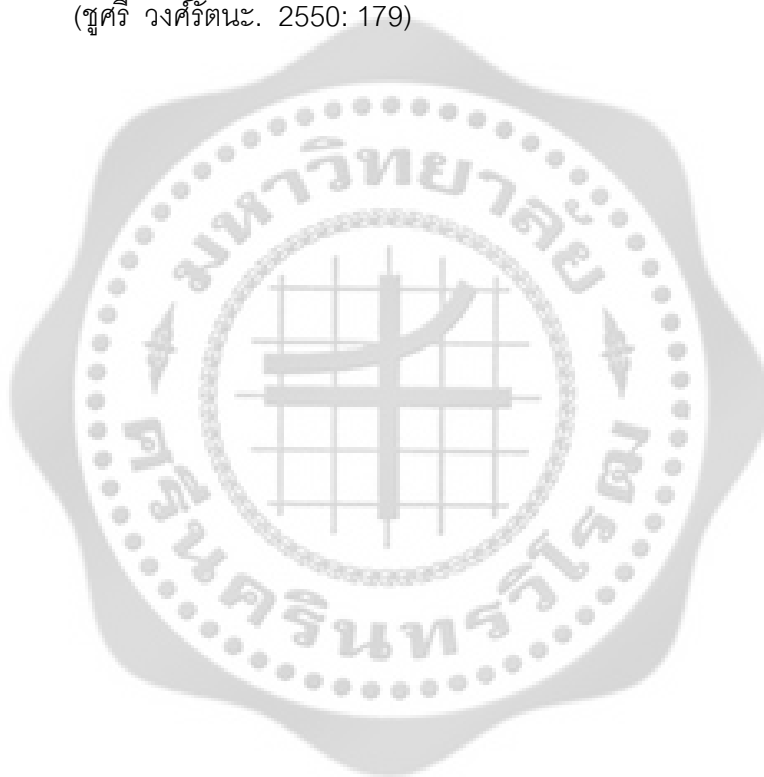
$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t - distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน แทนจำนวนคู่

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 179)



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้ศึกษาค้นคว้าได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ΣD แทน ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างผลคะแนนทดสอบหลังและก่อนการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมิตีล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ΣD^2 แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างผลคะแนนทดสอบหลังและก่อนการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมิตีล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

\bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังการทดลองด้วยการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมิตีล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังการทดลองด้วยการสอนโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมิตีล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่เป็นค่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

k แทน คะแนนเต็ม

t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้ศึกษาค้นคว้านำเสนอตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการสอน ด้วยการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว กับเกณฑ์ที่กำหนด(ร้อยละ 60)

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อน และหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้ศึกษาค้นคว้าได้เสนอตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนด้วยการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยนำคะแนนแบบทดสอบหลังการสอนมาใช้วิธีการทางสถิติ $t - test one sample$ ผลปรากฏดังตาราง 3

ตาราง 3 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ (ร้อยละ 60)

การทดสอบ	N	k	\bar{X}	μ_0 (60%)	S	t
หลังเรียน	30	20	14.87	12	1.74	9.025**

$$t_{(.01,29)} = 2.462$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอน ด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วผ่าน

เกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ได้คะแนนเฉลี่ย 14.87 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนนคิดเป็นร้อยละ 74.35

2. การเปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน เปรียบเทียบกัน โดยใช้วิธีทางสถิติ t-test for dependent samples ผลปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การทดสอบ	N	\bar{X}	S	ΣD	ΣD^2	t
ก่อนเรียน	30	55.93	4.91			
หลังเรียน	30	66.87	3.66	328	4492	10.72**

$$(t_{(.01,29)} = 2.62)$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 พบว่า ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน สูงกว่าก่อนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลการสอนโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังจากการสอนด้วยแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า กับเกณฑ์(ร้อยละ 60)
2. เพื่อเปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60
2. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วสูงกว่าก่อนการทดลอง

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 30 คน รวมทั้งสิ้น 60 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบคณะกรรมการ จำนวนนักเรียน 30 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงซ้อน

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการศึกษาค้นคว้าในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 6 คาบครึ่ง คาบละ 1 ชั่วโมง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	15 นาที
2. ดำเนินการสอน	5 ชั่วโมง
2.1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน	1 ชั่วโมง
2.3 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน	1 ชั่วโมง
2.4 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก	1 ชั่วโมง
2.5 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(1)	1 ชั่วโมง
2.6 การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(2)	1 ชั่วโมง
3. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	1 ชั่วโมง
4. วัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน	15 นาที
รวมเวลาทั้งสิ้น	6 ชั่วโมง 30 นาที

4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน
2. แบบฝึก ตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน
3. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน
4. แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้ศึกษาค้นคว้าได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานครที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ สาระเพิ่มเติมเรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว จำนวน 1 ห้องเรียน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากห้องเรียนที่จัดนักเรียนแบบคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 30 คน แล้วทำการวัดความสนใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 15 นาที

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามแผนที่กำหนดไว้ โดยใช้เวลาสอน 5 ชั่วโมง

3. ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากเรียนด้วยการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง 15 นาที

4. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองมีลำดับขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว กับเกณฑ์ที่กำหนด(ร้อยละ 60) ค่าสถิติที่ใช้ $t - test one sample$

2. เปรียบเทียบความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ค่าสถิติที่ใช้ $t - test for dependent samples$

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับผลของการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าได้ดังนี้

1. ผลการสอน ด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของโรดริเกส (Rodriguez. 1999 : 197-A) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการประเมินผลจากการทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนซึ่งมีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้ฝึกทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของเวย์น (Wayne.2010 : Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้แบบฝึกหัดนักเรียนที่ไม่ซ้ำแบบกันผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นมีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจาก

- 1.1 แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบฝึกทักษะที่มีการทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้เตรียมความพร้อมที่จะเรียนในเนื้อหาใหม่ทำให้นักเรียนที่เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมที่ผ่านมา กับความรู้ใหม่ที่ได้รับเพิ่มเติมและลำดับการนำเสนอเนื้อหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งในแบบฝึกก็คือการกล่าวถึงมโนมติของเรื่องที่จะเรียนรู้อย่างกว้างๆเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจหลักการ อย่างกว้างๆ ก่อนแล้วคือไปติดตามรายละเอียดในกิจกรรมการเรียนรู้ในภายหลังทำให้นักเรียนจึงมีความเข้าใจในเนื้อหาใหม่เพิ่มมากขึ้น และในการทำแบบฝึกทักษะนั้นยังเป็นการให้นักเรียน ได้ฝึกใช้ความรู้ที่เรียนในการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ซ้ำๆ บ่อยครั้งทำให้เกิดความชำนาญในเนื้อหานั้นๆ และช่วยให้เกิดทักษะเพิ่มมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับกฎการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ (Thorndike) (พรอณี ชูทัย. 2522 : 192 – 195) ที่ว่าสิ่งใดก็ตามที่มีการฝึกหัดบ่อยๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกคล่องแคล่วสามารถทำได้ดี ในทาง

ตรงกันข้าม สิ่งใดก็ตามที่ไม่ได้รับการฝึกหัดทอดทิ้งไปนานแล้วย่อมทำได้ไม่ดีเหมือนเดิม ต่อเมื่อมีการฝึกฝนหรือกระทำซ้ำ ๆ ก็จะช่วยให้เกิดทักษะเพิ่มขึ้น จากสิ่งเหล่านี้ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

1.2 แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้ว่าผู้วิจัยสร้างขึ้นมีจุดประสงค์การเรียนรู้ไว้อย่างชัดเจน มีเนื้อหา ตัวอย่างที่เสนอขึ้นตอนการแก้ปัญหาโดยละเอียด แบบฝึกที่เรียงลำดับจากง่ายไปยาก เมื่อนักเรียนศึกษาและทำแบบฝึกจบนักเรียนสามารถตรวจความถูกต้องได้จากเฉลยที่ครูแจกในภายหลังได้ทันที ทำให้นักเรียนทราบผลการทำแบบฝึกของตนเองได้ว่ามีพัฒนาการด้านความรู้เพิ่มขึ้นเท่าใดหรือมีข้อบกพร่องที่จุดใดส่งผลให้นักเรียนมีทักษะในการเรียนมากขึ้นทำให้ครูสามารถที่จะหาวิธีการส่งเสริมทางการเรียนให้กับผู้เรียนเพื่อให้มีศักยภาพทางการเรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ พรพรม อัดตัวพัฒนากุล (2547: 23) ที่ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่าแบบฝึกทักษะเป็นเครื่องมือจำเป็นต่อการฝึกทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการฝึกแต่ละทักษะนั้นควรมีหลายแบบเพื่อให้นักเรียนจะได้ไม่เบื่อ และนอกจากนี้แบบฝึกทักษะยังมีประโยชน์สำหรับครูในการสอนทำให้ทราบพัฒนาการทางทักษะนั้น ๆ ของเด็ก และเห็นข้อบกพร่องในการเรียน เพื่อจะได้แก้ไขปรับปรุงได้ทันเวลาที่ ช่วยทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดี

1.3 การสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าที่มีการแบ่งลำดับขั้นตอนในการสอนที่เชื่อมโยงกันโดยเริ่มจาก 1. ขั้นเดิมความรู้พื้นฐานที่จำเป็นซึ่งประกอบด้วยการประเมินความรู้พื้นฐานแล้วเดิมความรู้พื้นฐานโดยใช้การสอนเสริมหรือการอธิบายให้นักเรียนได้รับความกระจ่างโดยทันที 2. ขั้นดำเนินการเรียนการสอนซึ่งมีการนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจหลักการอย่างกว้างๆ ตามด้วยการนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่เพื่อให้ผู้เรียนได้รับความรู้ความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาวิชาเพิ่มขึ้น และ 3. การจัดโครงสร้างความรู้โดยการบูรณาการระหว่างความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ โดยครูเป็นผู้ช่วยเสริมให้เกิดมโนมติหรือหลักการที่สมบูรณ์ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ สอดคล้องกับ ทิศนา ขัมมณี(2550: 17) ที่กล่าวว่า การเรียนตามรูปแบบการเรียนการสอน โดยการนำเสนอโมโนทัศน์กว้างล่วงหน้า (Advance Organizer Model) ผลโดยตรงที่ผู้เรียนจะได้รับก็คือเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและข้อมูลของบทเรียนอย่างมีความหมาย เกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนและสามารถจัดโครงสร้าง ความรู้ของตนเองได้ นอกจากนั้นยังได้พัฒนาทักษะและอุปนิสัยในการคิด และเพิ่มพูนความใฝ่รู้ และยังสอดคล้องกับกระทรวงศึกษาธิการ(2544: 23) ที่กล่าวว่าสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้ามีประโยชน์ต่อผู้เรียนมาก โดยเฉพาะในการสอนมโนมติที่ยากๆ ทั้งนี้เพราะสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าจะช่วยเชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว ให้เข้ากับความรู้ใหม่ที่จะเรียนต่อไปอีกทั้งยังช่วยอธิบายความสัมพันธ์หรือภาพรวมของเนื้อหาที่จะเรียนใหม่ จึงช่วยให้การเรียนรู้ง่ายขึ้น

ขึ้น และถ้าสิ่งช่วยจัดมโนมติมีความชัดเจนที่ตรงและจัดลำดับไว้ดีแล้ว จะช่วยในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำได้มาก นอกจากนี้ยังใช้ได้ดีในการเรียนบทเรียนที่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานด้วย

2. ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากสอนโดยใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เรนนิเงอร์ (K. A. Renninger.2002 : Online) ได้ศึกษาความสนใจของแต่ละบุคคลตามบริบทที่เกี่ยวกับการอธิบายและปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าความสนใจมีผลต่อพัฒนาการในการทำงานที่ได้รับมอบหมายอีกทั้งยังส่งผลให้ประสิทธิภาพของการเรียนเพิ่มขึ้นและเป็นไปตามสมมติฐาน ข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจสาเหตุมาจาก

2.1 การสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เป็นการสอนโดยเน้นการอธิบายเป็นลำดับขั้นตอน และมีการเรียงลำดับเนื้อหาเชื่อมโยงความรู้เก่าและความรู้ใหม่ทำให้นักเรียนเห็นพัฒนาการของความรู้ที่เรียนผ่านสื่อการสอนที่หลากหลาย ที่ครูนำเสนอทำให้นักเรียนสนใจในบทเรียน มีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้และเห็นความสำคัญของบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งสอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2544: 23) ที่กล่าวถึงการสอนในระยะที่ 2 (Phase 2) ว่าเป็นการสอนสื่อการเรียนการสอน ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการบรรยาย การอภิปราย การชมภาพยนตร์ การทดลอง หรือการอ่าน สิ่งสำคัญ 2 ประการในระยะนี้คือ การทำให้ผู้เรียนคงความสนใจตลอดเวลา และการจัดระบบของสื่อการเรียนให้ชัดเจน และยังสอดคล้องกับ ยูพากรณ์ พิมพะสอน (2532: 51) ที่ได้กล่าวไว้ว่าความสนใจ เป็นความรู้สึกชอบของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกนั้นส่งผลทำให้นักเรียนสนใจใฝ่ และแสดงออกซึ่งความกระตือรือร้น ที่จะเข้าร่วมในการประกอบกิจกรรมที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น เกิดความพร้อมที่จะกระทำการให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมาย มองเห็นความสำคัญของสิ่งนั้นๆ มีการรับรู้ และมีการตอบสนองต่อการรับรู้แล้วเกิดการยอมรับในคุณค่าในที่สุด

2.2 แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เป็นแบบฝึกที่สร้างขึ้นเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีการระบุจุดประสงค์ในการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้อย่างชัดเจน เชื่อมโยงเนื้อหาเก่าและใหม่โดยใช้การอธิบายผ่านตัวอย่างทำให้ความรู้ที่นำเสนอชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้เรียนจึงสามารถลำดับความรู้ได้อย่างต่อเนื่อง เมื่อศึกษาบทเรียนจบแล้วมีแบบฝึกให้นักเรียนได้ลงมือทำทันทีอีกทั้งสามารถตรวจสอบความถูกต้องจากเฉลยแบบฝึกภายหลังจากการทำแบบฝึก ส่งผลให้สนใจในเนื้อหาที่นำเสนอมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2544: 23) ที่กล่าวว่า การระบุจุดประสงค์ของบทเรียนให้ชัดเจน เป็นวิธีหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนสนใจและทราบเป้าหมายของเขาซึ่งความสนใจและการรู้เป้าหมายจำเป็นในการส่งเสริมการเรียนรู้ที่มีความหมายและยังสอดคล้องกับ กฤษญา ศักดิ์ศรี (2530 : 219-220) ที่กล่าวถึงการสร้างความสนใจในบทเรียนว่าต้องจัดบทเรียนให้

เหมาะสมกับความถนัด ความสามารถของเด็ก มีการจัดหาอุปกรณ์การสอนและให้นักเรียนเรียนรู้โดยการกระทำมากที่สุด รวมไปถึงการเปิดโอกาสให้เด็กได้ซักถาม อภิปรายระหว่างกัน

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ชั่วโมงที่ 1 นักเรียนให้ความสนใจดีมากแต่การสอนเริ่มต้นล่าช้าเพราะใช้เวลาในการอธิบายการใช้แบบฝึก และทำความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า ทำให้การสอนเกินเวลาไปประมาณ 10 นาที การใช้สื่อการสอนคือการใช้เครื่องฉายทึบแสงในการนำเสนอบทเรียน ประสบปัญหาเกี่ยวกับแสงสว่างภายในห้องที่สว่างมากเกินไป ทำให้นักเรียนมองเห็นบทเรียนที่ครูนำเสนอไม่ค่อยชัดเจน ทำให้การอธิบายค่อนข้างล่าช้าเพราะครูต้องคอยย่อหรือขยายเอกสารจนนักเรียนสามารถมองเห็นได้ชัดเจน

2. ชั่วโมงที่ 2 มีนักเรียน 5 คน ที่ไม่สามารถหาค่าของมุมต่างๆ ได้ ในระหว่างการทำแบบฝึก ครูต้องอธิบายเพิ่มเติมเป็นรายบุคคลจึงสามารถหาค่าของมุมต่างๆ จนทำแบบฝึกได้

3. ชั่วโมงที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง มีนักเรียน 3 คน ไม่สามารถหาค่าของมุมที่มากกว่า 360 องศาได้ ครูต้องอธิบายเพิ่มเติมนักเรียนจึงเข้าใจและทำแบบฝึกต่อไปได้ ในชั่วโมงนี้นักเรียนมีการซักถามเมื่อเกิดความสงสัยมากขึ้น อาจเป็นเพราะครูมีการแนะนำเรื่องการแก้ปัญหาเมื่อมีข้อสงสัยให้ปรึกษาเพื่อนที่อยู่ใกล้เคียงหรือสอบถามครูได้ทันทีเมื่อมีข้อสงสัย ในชั่วโมงนี้นักเรียนเข้าห้องเรียนช้า ประมาณ 10 นาที เนื่องจากในคาบที่ผ่านมาเรียนวิชาพลศึกษา

4. ชั่วโมงที่ 4 นักเรียนให้ความร่วมมือและให้ความสนใจในการเรียนดี มีนักเรียนประมาณ 7 คน ลืมหรือสับสนความสัมพันธ์ระหว่างเลขยกกำลัง n กับ รากที่ n ของจำนวนจริง นักเรียนบางคนพูดคุยหรือปรึกษากันเสียงดังเกินไปบางครั้งรบกวนสมาธิเพื่อนคนอื่น

5. ชั่วโมงที่ 5 การจัดกิจกรรมการสอนเป็นไปอย่างล่าช้า เนื่องจากกระบวนการในการหาคำตอบในแต่ละข้อค่อนข้างใช้เวลามาก ทำให้นักเรียนทำแบบฝึกไม่ทันเวลา

6. จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจนครบถ้วน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ศึกษาบทเรียนด้วยตนเองอย่างเต็มศักยภาพ แบบฝึกส่งเสริมและกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเรียนอย่างเข้าใจ มีการพูดคุยซักถามเพื่อน เมื่อศึกษาแล้วไม่เข้าใจ ทำให้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่มส่งเสริมให้นักเรียนมีความเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่และเกิดความสามัคคี แต่อาจมีบางครั้งที่นักเรียนบางคนปรึกษากันจนเสียงดังจนรบกวนผู้อื่น ทำให้ครูต้องคอยตักเตือน นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้นจะเห็นได้จากการที่นักเรียนกล้าซักถามและตอบคำถามมากขึ้นกว่าชั่วโมงแรกๆ อาจมีนักเรียนบางคนที่ยืม

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้แต่เมื่อครูได้อธิบายเพิ่มเติมหรือซักถามเพื่อนจนเข้าใจแล้วก็สามารถทำแบบฝึกต่อไปได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1.1 ควรใช้เวลาอื่นที่นอกเหนือจากชั่วโมงเรียนทำความเข้าใจ หรือเตรียมนักเรียนให้พร้อมก่อนที่จะดำเนินการทดลองจะได้ไม่รบกวนเวลาในการจัดกระบวนการเรียนรู้

1.2 ก่อนการใช้สื่อทุกชนิดควรมีการทดลองใช้ ในสถานที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนจริงเพื่อจะได้แก้ไขปัญหาที่พบก่อนการจัดการเรียนการสอนจริง

1.3 การสอนเพื่อเติมความรู้พื้นฐานที่จำเป็น ควรสอนให้ครบถ้วนให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ตามเวลาที่มีเพราะบางเนื้อหาอาจเป็นเรื่องที่ง่ายต่อการเข้าใจ แต่นักเรียนบางคนอาจลืมความรู้อย่างรวดเร็วเนื่องจากไม่ได้ใช้เป็นระยะเวลาสั้น

1.4 การจัดที่นั่งให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้นั่งกับนักเรียนที่เรียนเก่ง เพื่อจะได้ปรึกษากัน เมื่อมีข้อสงสัย ก่อนที่จะถามครูผู้สอน จะช่วยลดภาระในการสอนให้ครูผู้สอนเป็นอย่างมาก และอาจเป็นสิ่งที่ดีสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนเพราะการที่เพื่อนอธิบายอาจมีการใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนเข้าใจได้รวดเร็วยิ่งขึ้น

1.5 การจัดเนื้อหาสำหรับการสอนในแต่ละชั่วโมงควรคำนึงถึงความยากง่ายและกระบวนการหาคำตอบว่าใช้เวลาอย่างน้อยเพียงใด เพราะในบางเนื้อหาที่มีกระบวนการหาคำตอบที่ค่อนข้างใช้เวลานานทำให้การทำแบบฝึกของนักเรียนเป็นไปอย่างล่าช้า และเรียนรู้ในเรื่องดังกล่าวได้น้อย ดังนั้นควรเพิ่มชั่วโมงในการสำหรับเนื้อหาดังกล่าว

1.6 การจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า ครูต้องมีการเตรียมตัวอย่างดีเพราะครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนทั้งหมด ดังนั้นครูต้องดึงความสนใจของนักเรียนโดยใช้วิธีการต่างๆ ให้นักเรียนมาสนใจบทเรียนที่กำลังนำเสนอให้ได้ ตลอดเวลา จึงจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาค้นคว้าผลการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า ในเนื้อหาอื่นๆ เช่น ตรีโกณมิติ แคลคูลัส หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาค้นคว้าโดยใช้สื่อการสอนในรูปแบบอื่นๆ ที่นอกเหนือจากแบบฝึก
ร่วมกับการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เช่น ชุดฝึก บทเรียนออนไลน์ บทเรียนคอมพิวเตอร์
ช่วยสอนมัลติมีเดีย เป็นต้น





บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา (ฉบับปรับปรุง)*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ศรีเดชา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). *การสังเคราะห์วิธีสอน วิชาภาษาไทย ภาษาอังกฤษ คณิตศาสตร์ และ วิทยาศาสตร์ ระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: กองการวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงฯ.
- กรุณา สืบอุดม. (2536). *การศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนรู้และความคงทนในการจำวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยใช้โมดูลสามแบบ*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กฤษญา ศักดิ์ศรี. (2530). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ : นิยมวิทยา.
- กิ่งฟ้า สีนววงศ์. (2535). *การออกแบบการสอน*. (เอกสารประกอบการสอน). ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- . (2539). *เอกสารประกอบการบรรยาย เรื่องหลักการสอนวิชา 211 730 ความรู้พื้นฐานในการออกแบบการสอน*. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เกศินี มีคุณ. (2547). *การสร้างแบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาศนียม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กั้วรัตน์ สร้างสุข. (2547). *ผลของการใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติก่อนเรียนบทเรียนโปรแกรม ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคิดเห็นและการรู้คิดของผู้เรียน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย - ขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- จารุวรรณ โพธิ์ทองธรรม. (2541). *ผลการใช้โมดูลนำเรื่องในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

- จำปี นิลอรุณ. (2548). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจือจันทร์ กัลยา. (2533). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบภาพการ์ตูน*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชญาณิชชฎี พุกเถื่อน. (2536). *การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษา จังหวัด พิษณุโลก*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี่. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. (2539). *การพัฒนาทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์โดยใช้แบบฝึกที่ สร้างตามทฤษฎีสมรรถภาพทางสมองของเทอร์สไตน์*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (การทดสอบและการวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โพรเกรสซีฟ.
- ณยศ สงวนสิน. (2547). *การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นिरนัย เรื่องพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐ สิทธิกร. (2553). *ผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปูในกิจกรรมตามความสนใจคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ดร.ณิ เดชะวงศ์ประเสริฐ. (2549). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่องค่ากลางของข้อมูล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนบูรณาการแบบสอดแทรก*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร

- เตือนใจ ตรีนตร. (2544). ผลการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ทวี ท่อแก้ว ; และ อบรม สนิทบาล. (2517). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ทิตินา แชมมณี. (2545). รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2550). รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นันทพร ระภักดี. (2551). การสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย เรื่องความคล้าย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิภา คำเนตร. (2533). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์วิชาเคมี เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของธาตุ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการสอนโดยใช้แผนผังมโนคติและมโนคติรูปตัววีกับการสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (หลักสูตรและการสอน).
 ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร
- บงกช ลิปพันธ์. (2529). การเปรียบเทียบความเข้าใจในการอ่านและความสนใจในการเรียนการอ่านภาษาอังกฤษ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการแสดงบทบาทสมมติกับการทำกิจกรรมตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุษราภรณ์ สีตาดาน. (2544). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยเน้นรูปแบบการสอนที่ใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ปฐมพร บุญดี. (2545). การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ปณตพร โจทยักัง. (2530). การสร้างชุดการสอนของกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เรื่อง ศาสนา สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยชุดการสอนกับการสอนปกติ โรงเรียนเชิงชุมราษฎร์นุกูล จังหวัดสกลนคร. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การสอนวิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- พญู ทั้งแดง. (2534). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเขียนสะกดคำของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกและไม่ใช้แบบฝึก วิทยาลัยอาชีวศึกษาเลย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- พรพรรณ เสนาจักร.(2553). ผลของการสอนโดยใช้หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ เรื่องพหุนาม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรพรหม อัดตวัฒน์กุล. (2547). ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- พรรณี ช.เจนจิต.(2538). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: ต้นอ่อน แกรมมี.
- พรรณี ชูทัย. (2522). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). วิธีวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เพียงจิต อึ้งโพธิ์. (2529). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนสะกดคำ คำพ้องเสียงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวังสะพุง จังหวัดเลย. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- ไพศาล หวังพานิช. (2545,กันยายน - ธันวาคม). วารสารการวัดผลการศึกษา. 24(71)สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เตือนใจ ตรีเนตร. (2544). ผลการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *แนวทางการศึกษาชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชา
วิทยาศาสตร์.นนทบุรี*
- มาลินท์ อธิธิรส. (2544, กันยายน – ธันวาคม). การแก้ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. *ศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*. 16(3): 25 – 30.
- ยุพาภรณ์ พิมพ์สอน. (2532). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือของครูของ
สสวท. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- รวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธ์. (2533). *การวัดทัศนคติเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรการสอน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2542). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์
- รุ่งทิภา ศิริภักดี. (2544). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ ระหว่างวิธีสอนที่ใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้ากับการสอนปกติ ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (หลักสูตรและการสอน).
ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.*
- รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนสื่อประสมกับการสอนตาม
คู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5.
กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- .(2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วนิสา นิรมาน. (2545). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบ
เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร*
- วนิช บรรจง ; และคนอื่นๆ. (2516). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานครพิมพ์.
- วารีย์ ถึงกลาง. (2545). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์
เบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการสอนตาม
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการ
สอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร*

- วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2526). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. ในเอกสารการสอน
ชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วิชัย เพ็ชรเรือง. (2531). ความสามารถในการอ่านภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่
พูดภาษาถิ่น ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมกับกลุ่มที่ได้รับการสอน
โดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมทั่วไป ของโรงเรียนสุนทรวัฒนา สำนักงานประถมศึกษา
อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.
- วิมล ลิ้มเศรษฐ์. (2537). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้หนังสือเป็นอุปกรณ์การสอนกับการสอนปกติใน
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การสอนสังคม).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วิไลลักษณ์ มีทศ. (2551). การสร้างและหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการคิดคำนวณด้านการ
คูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิไลวรรณ สิมโฮง. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้
สมการระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการสอนที่ใช้สิ่ง
ช่วยจัดมโน มติล่องหน้า. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. (หลักสูตรและการ
สอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีภรณ์ ณะวงษ์ษา. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ
TEAMS - GAMES - TOURNAMENT แบบ STEDENT TEAMS - ACHIEVEMENT
DIVISION และการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA
MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ศิรินทีพทย์ คำพุทธ. (2548). ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบ STAD เรื่อง แบบรูปและ ความสัมพันธ์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สถาบันฯ.
- สมจิตร เพชรนา. (2544). การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ สีนุระเวชญ์. (2540). เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการทางการเรียนการสอน ลำดับที่ 33. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- (2548). การจัดการเรียนรู้ของครูนักปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). ทฤษฎีการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม. กรุงเทพฯ: ไอดีเอสแควร์.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2550). บันทึกประสบการณ์โครงการคณิตศาสตร์ดีเด่น “จาก ฟังก์ชันสู่ผ้า่านลายสามมิติ” โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาจารย์หวัดน่าน. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ออฟเซ็ท เพรส.
- สิริวรรณ จันทร์งาม. (2548). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตามรูปแบบการสอนโดยใช้ สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า (ADVANCE ORGANIZER MODEL) เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุจินดา พัชกรัญญ์. (2548). ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุชา จันทน์เอม; และ สุรางค์ จันทน์เอม. (2516). *จิตวิทยาเด็ก*. กรุงเทพฯ : ประสานมิตร.
- สุนีย์ ธีรดากร. (2525). *จิตวิทยาการศึกษา*. นนทบุรี. สถานสงเคราะห์หญิงปากเกร็ด.
- สุบิน ยมบ้านกวย. (2550). *การพัฒนาบทเรียน e - Learning แบบปฏิสัมพันธ์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาสินี สุภธีระ. (2534). *เอกสารประกอบการสอน เรื่องรูปแบบการสอน*. ขอนแก่น: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. (เอกสารอัดสำเนา).
- สุรัชย์ จามรเนียม. (2548). *ผลของการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหา เรื่อง พื้นที่ผิว และปริมาตรที่มีต่อความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2544). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : ด้านสุทธาการพิมพ์.
- อภิชาติ เพชรพลอย. (2543). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรุณศรี คำบรรณ. (2548). *การสร้างแบบฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยการใช้ตัวแทนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีผลการเรียนต่ำ*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉรา สุขารมณ; และ อรพินท์ ชูชม. (2530). *การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ*. รายงานการวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ : สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัญชณา โปธิพลากร. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- อัมพร เจียรโนรส. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้ Vtaper Model ร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจ เรื่อง สถิติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิต – วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Barnett, Michale P. (1988). *Animated algorithms : a self teaching course in data structure fundy Mentai Algorithms*. New York: MaGraw – hill.
- Billow. F.L. (1962). *The Teacher Work Out His Own Exescises ; The Techniques of Language Teaching*. London : Green and Company Ltd.
- Burris, Carol Corbett. (2003, November). *Providing accelerated mathematics to heterogeneously grouped middle school students: the longitudinal effects on students of differing initial achievement level*.(online). Available:<http://www.lib.umi.com>.retrieved July 6, 2004.
- Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64(2) : 723-733.
- Crawford, William Burton. (1996). *The Effect of anAadvanceOorganizer on aTtrianing in Interpersonal Sensitivity*. (online). Available: <http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/9542597>. Retrieved November 28, 2003.
- Crump, Patia Sheral. (2004, April). *'What influences girls' mathematics achievement: The stories of six high - achieving middle school females*.
- Cyndy Robinson. *'Advanced Organizers as Preparation for Small and Large Group Discussions'* Annual International SUN Conference on Teaching and Learning. 5 : 2006.
- Davis. Frederick B. (1964). *Educational Measurement and Their Interpretation*. California : Wadsworth Publishing Co.,
- Dennis F. Togo. *'Topical sequencing of questions and advance organizers impacting on students examination performance'* Accounting Education. 11(3) : 203 – 216 ; September 2002.
- Dewey, John. (1959). *Dictionary of Education*. New York : Philosophical Library.
- Eysench, H.J.: Arnold, W.; & Meili, R. (1972). *Encyclopedia to Psychology vol 1*. London: Herder and Herder.

- Fang Hai-guang & Wang Gui-hua Hoivik. (2009). *Research on interactive interests of pupil-oriented mathematics learning using game-based animation*. (online). Available: <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/login.jsp?url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fiel5%2F5361201%2F372463%2F05372572.pdf%3Farnumber%3D5372572&authDecision=-203>. Retrieved December 10,2010.
- Good, Carter V. (1959). *Dictionary of Education*. New York : McGraw-Hill. P.567 – 568
- Hage, Ellen V. (2006, August). E-Book technology: The relationship between self – efficacy and usage levels across gender and age. *Dissertation Abstracts International*. 67(01): 97.
- , (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw-Hill Book Company.
- Hudson Shihusa and Fred N. Keraro. (2008). 'Using Advance Organizers to Enhance Students' Motivation in Learning Biology' *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 5(4) : 413-420 ; 2009.
- Joyce, D.; & well, M. (1980). *Model of Teaching*. New Jersey: Prentice - Hall.
- Kelley, Patricia Lee.(1999). "The Constructivist Approach Used In Teaching College Level Mathematics to Liberal Art Majors (Problem – Solving) ," *Dissertation Abstracts International*.: 60(06A).
- Kirkman, Grece. (1997). *Effects of an oral advance organizer on immediate and Delayed retention*. (online). Available: <http://wwwlib.umi.com/Dissertation/fullcit/9708495>. Retrieved November 28, 2003 .
- Kurlock, Elizabeth B. (1955). *Adolescent Development*. New York: McGraw – Hill Book Company.
- Lucus, S.B. (1972). *The Effects of Utilizing Three Types of Advance Organizers for Learning and Retention of Matric System Concepts*. *Dissertation Abstracts International*. 33(8) : 3390 - A.
- McLaughlin, Nancy L. (2000). " Developmentally Appropriate Practices : Interventions to Help At-Risk High School Students Meet Math Graduation Requirements," *Dissertation Abstract International*. Retrieved November 21, 2007

- Nunnally, Jum C., Jr. (1970). *Introduction of Psychological Measurement*. New York : McGraw – Hill.
- Page, Terry G. ; Thomas, J.B. ; & Marshall A.R. (1977). *International Dictionary of Education*. London : Kogan Page.
- Prescott , Daniel A. (1961). Report of Conference on Child Study. *Education Bulletin. Faculty of Education*. Bangkok: Chulalongkorn University.
- Proger, B.B.; et al. (1970). Conceptual - Pre - Structure for Detailed Verbal Progress. *The Journal of Education Research*. 64(1): 28-33.
- Rawat, D.S. and Gupta, S.L. (1970). *Education Wastege at the Primary Level : A Handbook for Teacher*, New Delhi : S.K. Kitchula at Nalanda Press.
- Renninger K. A.. (2002). *Individual interest as context in expository text and mathematical word problems*. (online). Available:
http://www.sciencedirect.com/science?_ob=ArticleURL&_udi=B6VFW-45WFS7C-6&_user=10&_coverDate=08%2F31%2F2002&_alid=1576074609&_rdoc=42&_fmt=high&_orig=search&_origin=search&_zone=rslt_list_item&_cdi=6021&_sort=r&_st=13&_docanchor=&_view=c&_ct=2653674&_acct=C000050221&_version=1&_urlVersion=0&_userid=10&md5=48281c21c816165e840ad029a8f5a684&searchtype=a
 Retrieved December 10, 2010 .
- Riodan, Jurie E.; & Noyce, Pendred E. (2001, April). The Impacts of Standards D Based Mathematics Curricula on Student Achievement in Massachusetts. *Journal for Research in Mathematics Education*. 32(4): 368 - A.
- River, Williga M. (1968). *Teaching Foreign Language Skills*. Chicago : The University of Chicago Press.
- Rodriguez, Michael Clifford. (1999). " Linking Classroom Assessment Practices to Large-Scale Test Performance," *Dissertation Abstract International*. Retrieved November 21, 2007 from <http://proquest.umi.com>
- Schorling, Raleigh. (1963). *The Teaching of Mathematics*. p.24-28. Michigan : the Ann Arbor Press.

- Thibodeau, Melissa Eades. (1999). The effects of the advance organizer on student Perception of teacher communication competence. (Online). Available: <http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/9841458>. Retrieved November 28, 2003.
- Thomdike, R.L. and E.P. Hagen. (1977). *Measurement and Evaluation in Psychology And Education*. 4th. ed. New York: Wiley and Sons, Inc.
- Thorndike , Robert L. ; & Hagen, Elizabeth.(1969). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. 3rd ed., New York : John Wiley & Sons.
- Thomson, Denisse R. (2001, January). The Effects of Curriculum on Achievement in Second – Year Algebra. The Example of Chicago School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. 32(1): 58 - A.
- Wayne Joerding. (2010). Teaching and Learning with Individually Unique Exercises. (Online). Available: <http://www.informaworld.com/smpp/content~db=all~content=a925468901~frm=abslink?words=exercises|teaching&hash=2131879936>. Retrieved December 10, 2010.
- Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics*. In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Edited by Benjamin S. Bloom. PR. 643 - 696. U.S.A. : McGraw - Hill.



ภาคผนวก ก

- ผลการประเมินค่าความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก(D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่า x และค่า x^2 ของคะแนนคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ข้อที่ 1-5 ของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง
- ค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$, ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์
- ผลการประเมินแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- ค่าความแปรปรวนเป็นรายชื่อของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตาราง 5 ผลการประเมินค่าความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
 โดยผู้เชี่ยวชาญ กำหนดคะแนนเป็น +1 หรือ 0 หรือ -1

แบบทดสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม คะแนน (ΣR)	ค่า $IOC = \frac{\Sigma R}{N}$	ผลการ พิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	0	2	0.67	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
5	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
6	+1	+1	0	2	0.67	ใช้ได้
7	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
8	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
9	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้
10	0	+1	+1	2	0.67	ใช้ได้

หมายเหตุ ข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC 0.5 ขึ้นไป ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่
 คาดหวังสามารถนำไปใช้ได้

ตาราง 6 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ข้อ

ข้อ	ค่าความง่าย (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา
1	0.58	0.62	คัดเลือก
2	0.36	0.36	คัดเลือก
3	0.18	0.48	ตัดออก
4	0.15	0.30	ตัดออก
5	0.29	0.63	คัดเลือก
6	0.17	0.23	ตัดออก
7	0.23	0.39	คัดเลือก
8	0.19	0.30	ตัดออก
9	0.21	0.57	คัดเลือก
10	0.16	0.59	ตัดออก

หมายเหตุ ค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
 เมื่อหาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดังกล่าวมาแล้วจึงนำค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มาพิจารณาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน แล้วคัดเลือกไว้จำนวน 5 ข้อ จากแบบทดสอบทั้งหมด 10 ข้อ โดยจากการพิจารณาค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.58 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.36 ถึง 0.62 ซึ่งผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบทดสอบข้อ 1, 2, 5, 7 และ 9 ไว้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไว้เพื่อการศึกษาค้นคว้าต่อไป

ตัวอย่าง การคำนวณ ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นที่ 1 หาค่าความง่าย (P_E) โดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์ (Whitey and Saber) จากสูตร

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$P_E = \frac{46 + 14 - (2 \times 13 \times 0)}{2 \times 13(4 - 0)}$$

$$P_E = \frac{60}{104}$$

$$P_E = 0.58$$

หาค่าอำนาจจำแนก (D) จากสูตร

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$D = \frac{46 - 14}{13(4 - 0)}$$

$$D = \frac{32}{52}$$

$$D = 0.62$$

ตาราง 7 ค่า X และค่า X^2 ของคะแนนคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ข้อที่ 1-5 ของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 50 คน

คนที่	คะแนน	คะแนน	คนที่	คะแนน	คะแนน	คนที่	คะแนน	คะแนน
	(X)	(X^2)		(X)	(X^2)		(X)	(X^2)
1	13	169	18	17	289	35	6	36
2	15	225	19	15	225	36	10	100
3	13	169	20	12	144	37	10	100
4	12	144	21	19	361	38	12	144
5	11	121	22	16	256	39	8	64
6	8	64	23	14	196	40	14	196
7	14	196	24	14	196	41	10	100

ตาราง 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (X)	คะแนน (X ²)	คนที่	คะแนน (X)	คะแนน (X ²)	คนที่	คะแนน (X)	คะแนน (X ²)
8	15	225	25	15	225	42	10	100
9	16	256	26	13	169	43	11	121
10	13	169	27	16	256	44	18	324
11	15	225	28	17	289	45	16	256
12	13	169	29	16	256	46	11	121
13	15	225	30	13	169	47	10	100
14	16	256	31	12	144	48	12	144
15	16	256	32	10	100	49	11	121
16	17	289	33	14	196	50	7	49
17	12	144	34	10	100			
						ΣX_i	653	8,949
						ΣX_i	653	8,949

ตาราง 8 ค่า ΣX_i ค่า ΣX_i^2 ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ΣX_i	ΣX_i^2	S_i^2
1	164	551	0.8736
2	109	250	0.5768
3	136	395	0.7583
4	110	269	1.1301
5	134	402	0.5824
รวม	653	1,867	3.9212

ค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{3.9212}{10.3398} \right]$$

$$\alpha = \frac{5}{4} [1 - 0.3792]$$

$$\alpha = \frac{5}{4} [0.6208]$$

$$\alpha = 0.78$$

ตาราง 9 ผลการประเมินแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ

เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญกำหนดคะแนนเป็น +1 หรือ 0 หรือ -1 ได้ผลดังนี้

แบบทดสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม คะแนน ($\sum R$)	ค่า $IOC = \frac{\sum R}{N}$	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตาราง 9 (ต่อ)

แบบทดสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม คะแนน (ΣR)	ค่า $IOC = \frac{\Sigma R}{N}$	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
29	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
33	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
35	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตาราง 9 (ต่อ)

แบบทดสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวม คะแนน (ΣR)	ค่า $IOC = \frac{\Sigma R}{N}$	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
39	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

หมายเหตุ ข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้
ที่คาดหวังสามารถนำไปใช้ได้

ตาราง 10 ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 40 ข้อ

ข้อ	t	ผลการพิจารณา
1	2.40	คัดเลือก
2	3.81	คัดเลือก
3	2.89	ตัดออก
4	2.51	ตัดออก
5	3.34	คัดเลือก
6	3.36	ตัดออก
7	3.86	คัดเลือก
8	3.63	คัดเลือก
9	3.00	ตัดออก
10	3.69	คัดเลือก
11	3.03	คัดเลือก
12	2.95	ตัดออก
13	3.34	คัดเลือก
14	2.93	คัดเลือก
15	1.94	ตัดออก
16	2.71	ตัดออก

ตาราง 10 (ต่อ)

ข้อ	t	ผลการพิจารณา
17	1.78	ตัดออก
18	1.76	ตัดออก
19	2.64	คัดเลือก
20	2.16	ตัดออก
21	1.81	ตัดออก
22	3.48	คัดเลือก
23	3.98	คัดเลือก
24	3.39	คัดเลือก
25	3.82	คัดเลือก
26	3.98	คัดเลือก
27	2.36	ตัดออก
28	3.15	ตัดออก
29	1.89	ตัดออก
30	3.10	คัดเลือก
31	2.86	ตัดออก
32	3.82	คัดเลือก
33	2.13	ตัดออก
34	2.75	ตัดออก
35	2.51	ตัดออก
36	1.95	ตัดออก
37	2.59	ตัดออก
38	3.66	คัดเลือก
39	3.65	คัดเลือก
40	3.88	คัดเลือก

หมายเหตุ ค่า t มากกว่าหรือเท่ากับ 1.75 สามารถนำไปใช้ได้

เมื่อหาค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดังกล่าวมาแล้ว จึงนำค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มาพิจารณาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน เพื่อคัดเลือกไว้ 20 ข้อ โดยการพิจารณาค่าอำนาจจำแนก (t) ตั้งแต่ 2.41 ถึง 3.98 ว่าเป็นแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

ตัวอย่าง การคำนวณ ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดความสนใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ ข้อที่ 1

$$t = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_L}{\sqrt{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}}$$

$$t = \frac{4 - 2.85}{\sqrt{\frac{1.40}{13} + \frac{1.57}{13}}}$$

$$t = \frac{1.15}{\sqrt{0.2285}}$$

$$t = \frac{1.15}{0.4780}$$

$$t = 2.41$$

ตาราง 11 ค่าความแปรปรวนเป็นรายชื่อของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อ	X_i	X_i^2	S_i^2
1	222	850	1.57
2	226	824	1.88
3	207	749	1.67
4	272	1146	1.93
5	248	1020	1.66
6	277	1135	1.28
7	263	1139	1.5
8	266	1042	1.01
9	264	1108	1.16
10	244	929	1.54
11	241	915	0.89
12	246	948	1.64
13	207	687	0.72
14	225	751	0.79
15	208	772	0.95
16	262	1098	2.19
17	202	746	2.09
18	251	959	1.32
19	201	685	1.27
20	243	953	1.95
รวม	4775	18456	29.01

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนใน
รูปเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

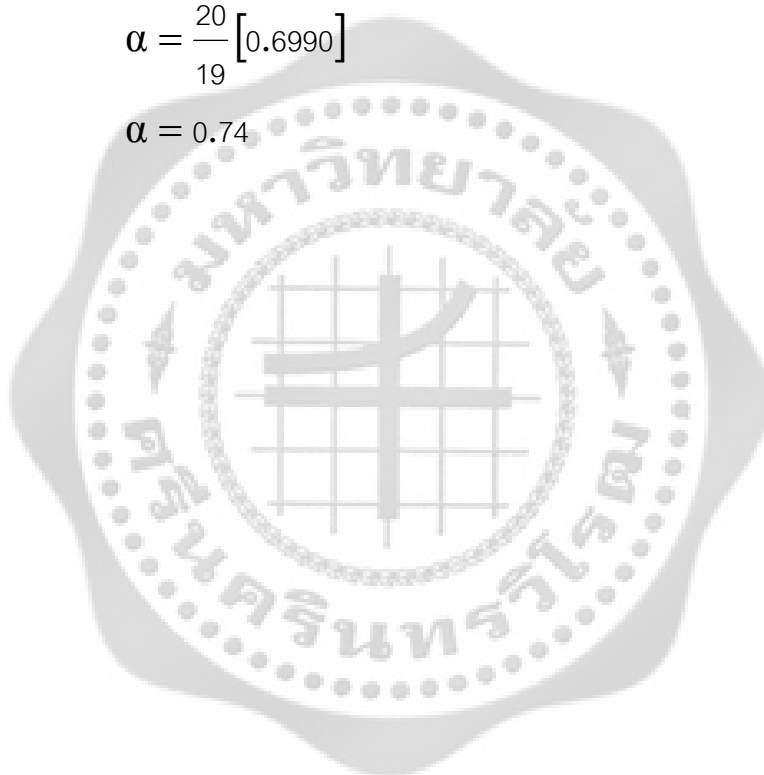
$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{20}{20-1} \left[1 - \frac{29.01}{96.35} \right]$$

$$\alpha = \frac{20}{19} [1 - 0.3010]$$

$$\alpha = \frac{20}{19} [0.6990]$$

$$\alpha = 0.74$$





ภาคผนวก ข

- คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้าของกลุ่มตัวอย่างเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูป เชิงชี้้ว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- คะแนนความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการสอนโดยด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้าของกลุ่มตัวอย่าง เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้้ว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตาราง 12 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการสอนด้วยแบบฝึกตาม
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนน (X)	คะแนน (X ²)	คนที่	คะแนน (X)	คะแนน (X ²)
1	14	196	16	15	225
2	16	256	17	14	196
3	13	169	18	13	169
4	15	225	19	14	196
5	16	256	20	13	169
6	17	289	21	19	361
7	16	256	22	14	196
8	14	196	23	14	196
9	15	225	24	14	196
10	17	289	25	11	121
11	17	289	26	16	256
12	14	196	27	14	196
13	13	169	28	15	225
14	13	169	29	18	324
15	16	256	30	16	256
			รวม	446	6718

คะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการสอนด้วยแบบฝึกตาม
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$= \frac{446}{30}$$

$$= 14.87$$

ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่ง
ช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

$$S = \sqrt{\frac{30(6718) - (446)^2}{30(30-1)}}$$

$$S = \sqrt{\frac{201540 - 198916}{30 \times 29}}$$

$$S = \sqrt{\frac{2624}{870}}$$

$$S = 1.74$$

วิเคราะห์ข้อมูลการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอน
โดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สถิติที่ใช้
ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 คือ แบบ t - test one sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

$$t = \frac{14.87 - 12}{\frac{1.74}{\sqrt{30}}}$$

$$t = \frac{2.87}{0.3180}$$

$$t = 9.025$$

(เปิดตารางจะได้ค่าวิกฤตของ t จากตารางแจกแจงแบบ t ที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมื่อ $df = 30 - 1 = 29$ และจากการเทียบจะได้ค่า $t = 2.462$)

ตาราง 13 คะแนนความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการสอนด้วยแบบฝึกตาม
รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติลวงหน้าของกลุ่มตัวอย่าง เรื่องจำนวนเชิงซ้อนใน
รูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน

คนที่	pretest	posttest	D	D ²
	100 คะแนน	100 คะแนน		
1	51	60	9	81
2	59	62	3	9
3	63	67	4	16
4	54	58	4	16
5	52	62	10	100
6	56	67	11	121
7	61	65	4	16
8	62	68	6	36
9	50	67	17	289
10	68	70	2	4
11	64	72	8	64
12	57	69	12	144
13	52	67	15	225
14	53	65	12	144
15	50	71	21	441
16	54	68	14	196
17	56	63	7	49
18	61	65	4	16
19	63	65	2	4
20	55	67	12	144
21	51	68	17	289
22	52	73	21	441
23	56	72	16	256
24	54	71	17	289

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	pretest	posttest	D	D ²
	100 คะแนน	100 คะแนน		
25	53	65	12	144
26	52	69	17	289
27	52	68	16	256
28	54	66	12	144
29	51	64	13	169
30	62	72	10	100
รวม	1678	2006	328	4492

จากการวิเคราะห์ข้อมูลความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนทัศน์ล่วงหน้าของกลุ่มตัวอย่าง เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อ 2 คือ ค่าสถิติ t – test for dependent samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n - 1$$

$$t = \frac{328}{\sqrt{\frac{30 \times 4492 - 328^2}{30 - 1}}}$$

$$t = \frac{328}{\sqrt{\frac{134760 - 107584}{29}}}$$

$$t = \frac{328}{\sqrt{937.10}}$$

$$t = \frac{328}{30.61}$$

$$t = 10.72$$

(เปิดตารางจะได้ค่าวิกฤตของ t จากตารางแจกแจงแบบ t ที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
เมื่อ $df = 30 - 1 = 29$ และจากการเทียบจะได้ค่า $t = 2.46$)



ภาคผนวก ค

- แผนการจัดการเรียนรู้ ที่สอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ
ล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบประเมินทักษะกระบวนการ
- แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะ
- แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูป
เชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 5
- แบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้
วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 7 รหัสวิชา ค 42202



เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. สาระที่ 4 พีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงขั้วได้

4. สาระสำคัญ

ถ้า $z = x + yi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน $z \neq 0$ สามารถเขียนใหม่เป็น

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

เรียกจำนวนเชิงซ้อนในรูปดังกล่าวว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form) ของ z

$r = |z|$ และเรียก θ ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ z และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

$$\cos(\theta + 2n\pi) + i \sin(\theta + 2n\pi) = \cos\theta + i \sin\theta$$

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้อยู่ในจุดภาคใด
2. เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
4. หาค่าอาร์กิวเมนต์ (argument) ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
5. เขียนจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงขั้วได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

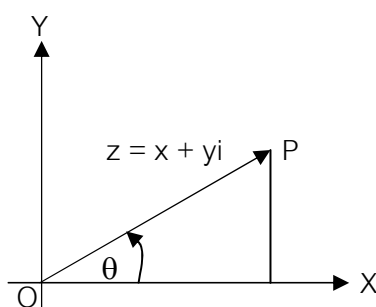
1. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพได้
3. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
2. นักเรียนมีระเบียบวินัย
3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

6. สารการการเรียนรู้

ถ้า $z = x + yi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน $z \neq 0$ เขียนแทน z ด้วยเวกเตอร์บนระนาบดังนี้



เมื่อ θ เป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เกิดจากการหมุน \vec{OP} ทวนเข็มนาฬิกาจากแกน X ทางด้านบวก ให้ $r = |\vec{OP}|$

จากรูป จะได้ $x = r \cos\theta$

$$y = r \sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = |z| \text{ และ } \tan\theta = \frac{y}{x} \text{ เมื่อ } x \neq 0$$

จาก $z = x + yi$ เขียนในรูปใหม่เป็น

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

เรียกจำนวนเชิงซ้อนในรูปดังกล่าวว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form) ของ z และเรียก θ ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ z

และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

$$\cos(\theta + 2n\pi) + i \sin(\theta + 2n\pi) = \cos\theta + i \sin\theta$$

ถ้า $z = x + yi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน $z \neq 0$ สามารถเขียนในรูปใหม่เป็น

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

เรียกจำนวนเชิงซ้อนในรูปดังกล่าวว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form) ของ z

$r = |z|$ และเรียก θ ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ z และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

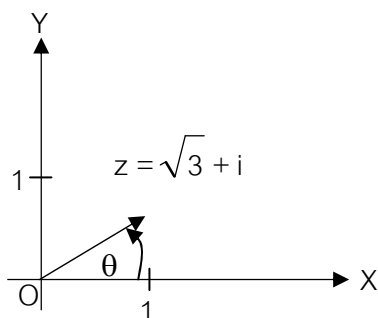
$$\cos(\theta + 2n\pi) + i \sin(\theta + 2n\pi) = \cos\theta + i \sin\theta$$

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปเชิงขั้ว

1. $\sqrt{3} + i$ 2. $1 - \sqrt{3}i$

วิธีทำ 1. $\sqrt{3} + i$

ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ขั้นตอนที่ 2 หาค่า r หรือขนาดของ z โดยที่ $r = |z|$

ให้ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ เป็นรูปเชิงขั้วของ $\sqrt{3} + i$

$$\text{จะได้ } r = |z| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่า θ (อาร์กิวเมนต์ของ z)

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

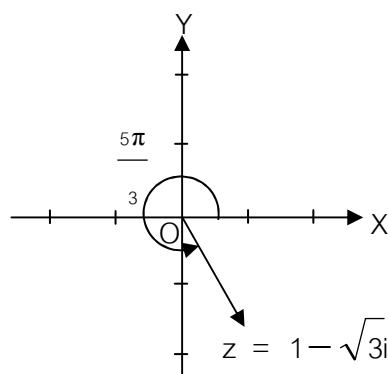
ดังนั้น รูปเชิงขั้วหนึ่งของ $\sqrt{3} + i$ คือ $2\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right]$ และรูปเชิงขั้วอื่นๆ ของ $\sqrt{3} + i$

$$\text{คือ } 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right)\right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

ตอบ

$$2. 1 - \sqrt{3}i$$

ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ขั้นตอนที่ 2 หาค่า r หรือขนาดของ z โดยที่ $r = |z|$

ให้ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ เป็นรูปเชิงขั้วของ $1 - \sqrt{3}i$

$$\text{จะได้ } r = |z| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่า θ (อาร์กิวเมนต์ของ z)

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

ดังนั้นรูปเชิงขั้วหนึ่งของ $1 - \sqrt{3}i$ คือ $2 \left[\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right]$ และรูปเชิงขั้วอื่นๆ ของ

$$1 - \sqrt{3}i \text{ คือ } 2 \left[\cos \left(\frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right) \right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I} \quad \text{ตอบ}$$

7. กิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ขั้นเติมความรู้พื้นฐาน

ครูซักถามนักเรียนเพื่อประเมินความรู้ที่นักเรียนเกี่ยวกับการเขียนเวกเตอร์ จุดภาคต่างๆ การวัดมุม ค่าตรีโกณมิติพื้นฐานเช่น ค่าของมุม 30° , 45° , 60° , 120° และการหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน เป็นต้น แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

7.2 ขั้นดำเนินการสอน

7.2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูอธิบายลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนว่าเป็นการเขียนจำนวนเชิงซ้อนอีกรูปแบบหนึ่ง และทบทวนการเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบที่เรียนมาแล้ว

7.2.2 ขั้นเสนอสิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมอธิบายถึงวิธีการเรียนเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเมื่อเรียนเนื้อหา นี้จบแล้วนักเรียนจะต้องรู้ และต้องสามารถทำอะไรได้บ้าง แล้วให้นักเรียนศึกษาจากแบบฝึกที่ 1 โดย ครูนำเสนอเนื้อหาตามแบบฝึกผ่านเครื่องฉายที่บแสงแล้วครูอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ

7.2.3 ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 1 และครูคอยแนะนำโดยการกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียน เชื่อมโยงกับมโนมติเป็นระยะๆ

7.2.4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะ ของการเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และอธิบายความ แตกต่าง ความเชื่อมโยงระหว่างรูปแบบการเขียนจำนวนเชิงซ้อนในแบบต่างๆ

โดยครูอธิบายเพิ่มเติม

7.3 ขั้นสรุปผล

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้งแล้วครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่ เรียนให้สมบูรณ์มากขึ้น

7.4 ขั้นวัดและประเมินผล

เฉลยคำตอบแบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว แล้วประเมินผลการเรียน

8. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

8.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

8.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องคอมพิวเตอร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

9. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

10. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึก	แบบฝึก	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านทักษะ / กระบวนการ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบประเมินผลด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านคุณลักษณะ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนส่วนใหญ่มี คุณลักษณะอันพึง ประสงค์อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

11. บันทึกผลหลังการสอน

11.1 ผลการสอน

นักเรียนให้ความสนใจดีมาก แต่การสอนเริ่มต้นล่าช้าเพราะใช้เวลาในการอธิบายการใช้แบบฝึก และทำความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

11.2 ปัญหา / อุปสรรค

ห้องเรียนมีแสงสว่างมากเกินไป ทำให้นักเรียนมองเห็นบทเรียนที่ครูนำเสนอไม่ค่อยชัดเจน

11.3 ข้อเสนอแนะ

11.3.1 ควรใช้เวลาอื่นที่นอกเหนือจากชั่วโมงเรียนทำความเข้าใจหรือเตรียมนักเรียนให้พร้อมก่อนที่จะดำเนินการทดลองจะได้ไม่รบกวนเวลาในการจัดกระบวนการเรียนรู้

11.3.2 ควรแก้ไขเรื่องแสงสว่างที่ไม่เหมาะสมด้วยการเปลี่ยนห้องเรียนหรือใช้ห้องเรียนที่มีม่านปรับแสง หรือใช้เครื่องฉายที่มีกำลังแสงสว่างมากขึ้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. สาระที่ 4 พีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ

ดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทน

สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อนได้

4. สาระสำคัญ

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถนำมาดำเนินการคูณหรือหารได้ดังวิธีในทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ให้ $Z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$ และ $Z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$ โดยที่ $Z_2 \neq 0$ แล้ว

$$1. Z_1 Z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$2. \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6. บอกวิธีการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้

7. เขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วให้อยู่ในรูป $a + bi$ ได้

8. เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนได้

9. คูณและหารจำนวนที่อยู่ในรูปพหุคูณที่ n ของจำนวนจริงได้

10. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อนได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

4. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
5. ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพได้
6. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

4. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
5. นักเรียนมีระเบียบวินัย
6. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

6. สารการเรียนรู้

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถนำมาดำเนินการคูณหรือหารได้ดังตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 ถ้า $z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ และ $z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ แล้วจงหา $z_1 z_2$ ในรูป

ของ $a + bi$

วิธีทำ จากสูตร $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z_1 z_2 &= (3)(4)\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= 12\left[\cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2}\right] \\ &= 12(0 + i) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z_1 z_2 = 12i$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 ถ้า $z_1 = 8\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ และ $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ แล้วจงหา $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป

ของ $a + bi$

วิธีทำ จากสูตร $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{8}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= 4\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right] \\ &= 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{z_1}{z_2} = 2 + 2\sqrt{3}i$$

ตอบ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ขันเติมความรู้พื้นฐาน

ครูซักถามนักเรียนเพื่อทบทวนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว การหาค่าตรีโกณมิติของมุมต่างๆ เช่น ค่าของมุม 120° , 150° , 210° , 330° , 510° เป็นต้น แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

7.2 ขันดำเนินการสอน

7.2.1 ขันนำเข้าสู่บทเรียน

ครูอธิบายลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนว่าจำนวนเชิงซ้อนนอกจากการคูณและการหารตามวิธีที่เรียนมาในหัวข้อที่ผ่านมาแล้วสามารถดำเนินการคูณและหารโดยอาศัยจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้อีกวิธีหนึ่ง

7.2.2 ขันเสนอสิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมอธิบายถึงวิธีการเรียนเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเมื่อเรียนเนื้อหาฉบับแล้วนักเรียนจะต้องรู้ และต้องสามารถทำอะไรได้บ้าง แล้วให้นักเรียนศึกษาจากแบบฝึกที่ 2 โดยครูนำเสนอเนื้อหาตามแบบฝึกผ่านเครื่องฉายที่บแสงแล้วครูอธิบายและยกตัวอย่างประกอบแนะนำสูตรการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยการอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ

7.2.3 ขันนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 2 และครูคอยแนะนำโดยการกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนติเป็นระยะๆ

7.2.4 ขันจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะ ของการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และอธิบายความแตกต่าง ความเชื่อมโยงระหว่างการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ กับจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว โดยครูอธิบายเพิ่มเติม

7.3 ขันสรุปผล

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้งแล้วครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนให้สมบูรณ์มากขึ้น

7.4 ขันวัดและประเมินผล

เฉลยคำตอบแบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วแล้วประเมินผล
การเรียน

7. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วเรื่องจำนวนเชิงซ้อน
ในรูปเชิงขั้ว

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องคอมพิวเตอร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

8. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วเรื่องจำนวน
เชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

9. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึก	แบบฝึก	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านทักษะ / กระบวนการ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบประเมินผลด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านคุณลักษณะ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนส่วนใหญ่มี คุณลักษณะอันพึง ประสงค์อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 ผลการสอน

มีนักเรียนประมาณ 5 คนที่ไม่สามารถหาค่าของมุมต่างๆ ได้ในระหว่างการทำแบบฝึก

10.2 ปัญหา / อุปสรรค

ไม่มี

10.3 ข้อเสนอแนะ

10.3.1 เตรียมความพร้อมและวางแผนการสอนในขั้นเดิมความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับเนื้อหาที่จะสอนให้ครบถ้วนมากขึ้น

10.3.2 จัดที่นั่งให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้นั่งกับนักเรียนที่เรียนเก่งจะได้ปรึกษากันเมื่อมีข้อสงสัย ก่อนที่จะถามครูผู้สอน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. สาระที่ 4 พีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ

ดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทน

สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาค่าเลขยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่กำหนดให้ได้

4. สาระสำคัญ

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถนำมาดำเนินการยกกำลังได้ดังวิธีในทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $Z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$Z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$$

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

11. หาค่าเลขยกกำลังของจำนวนจริงได้
12. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
13. อธิบายวิธีการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนตามทฤษฎีบทของเดอมัวร์ได้
14. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาค่าเลขยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

7. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
8. ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพได้
9. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

7. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
8. นักเรียนมีระเบียบวินัย
9. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

6. สารการเรียนรู้

ประโยชน์ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วอีกประการหนึ่งก็คือ การนำไปใช้ในการหาค่า z^n โดยไม่ต้องเสียเวลานำ z มาคูณกันถึง n ครั้ง แต่ก่อนที่จะนำไปใช้เราต้องมีความรู้เกี่ยวกับการหา z^n ในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยใช้ทฤษฎีเดอมัวร์ดังนี้

ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$$

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถนำมาดำเนินการกำลังได้โดยอาศัยทฤษฎีเดอมัวร์ ดังตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 กำหนด $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$ จงเขียน z^7 ในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z^7 &= 2^7\left[\cos\frac{7\pi}{3} + i \sin\frac{7\pi}{3}\right] \\ &= 128\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right] \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z^7 = 128\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right]$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 กำหนด $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i \sin\frac{\pi}{5}\right)$ จงเขียน z^{10} ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z^{10} &= 2^{10}\left[\cos\frac{10\pi}{5} + i \sin\frac{10\pi}{5}\right] \\ &= 1024[\cos 2\pi + i \sin 2\pi] \\ &= 1024[1 + 0i] \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z^{10} = 1024$$

ตอบ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ขันเติมความรู้พื้นฐาน

ครูซักถามนักเรียนเพื่อทบทวนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้ การหาค่าตรีโกณมิติของมุมต่างๆ เช่น ค่าของมุม 120° , 150° , 210° , 330° และการหาค่ามุมที่มากกว่า 360° เป็นต้น แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

7.2 ขันดำเนินการสอน

7.2.1 ขันนำเข้าสู่บทเรียน

ครูอธิบายลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนว่าถ้านำจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้จำนวนเดียวกันมาคูณกันหลายๆ จำนวนก็สามารถเขียนในรูปเลขยกกำลังได้เช่นเดียวกับกับจำนวนจริง แต่จะใช้เวลานานและโอกาสความผิดพลาดมีมาก

7.2.2 ขันเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมอธิบายถึงวิธีการเรียนเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเมื่อเรียนเนื้อหาฉบับแล้วนักเรียนจะต้องรู้ และต้องสามารถทำอะไรได้บ้าง แล้วให้นักเรียนศึกษาจากแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก โดยครูนำเสนอเนื้อหาตามแบบฝึกผ่านเครื่องฉายทึบแสงแล้วครูอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ

7.2.3 ขันนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก โดยครูคอยแนะนำโดยการกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนคติเป็นระยะๆ

7.2.4 ขันจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะ ของการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้ และอธิบายความแตกต่างและ ความเชื่อมโยงระหว่างการยกกำลังโดยการคูณในรูป $a + bi$ และการยกกำลังในรูปเชิงชี้ โดยครูอธิบายและยกตัวอย่างเพิ่มเติม

7.3 ขันสรุปผล

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้งแล้วครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนให้สมบูรณ์มากขึ้น

7.4 ขันวัดและประเมินผล

เฉลยคำตอบแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก แล้วประเมินผลการเรียน

7. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

7.2 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบฝึกที่ 3 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องคอมพิวเตอร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

8. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 3 การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

9. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึก	แบบฝึก	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านทักษะ / กระบวนการ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบประเมินผลด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านคุณลักษณะ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนส่วนใหญ่มี คุณลักษณะอันพึง ประสงค์อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 ผลการสอน

10.1.1 นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจและทำแบบฝึกถูกต้อง

10.1.2 มีนักเรียน 3 คน ไม่สามารถหาค่ามุมที่เกิน 360 องศาได้

10.1.3 นักเรียนกล้าซักถามข้อสงสัยกับครูผู้สอนมากขึ้น

10.2 ปัญหา / อุปสรรค

นักเรียนเข้าห้องเรียนช้า ประมาณ 10 นาที เนื่องจากในคาบที่ผ่านมาเรียนวิชา

พลศึกษา

10.3 ข้อเสนอแนะ

10.3.1 ในการทบทวนเรื่องการหาค่าของมุม ควรทบทวนให้ครบถ้วนทุกจุดภาคและต้องฝึกให้นักเรียนหาค่าของมุมที่มากกว่า 360 องศา

10.3.2 แนะนำให้นักเรียนแจ้งครูผู้สอนเมื่อหมดคาบเรียนในกรณีที่ไม่ว่างระหว่างการจัดการเรียนการสอนของครูหรือระหว่างการสอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. สาระที่ 4 พิษคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ

ดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทน

สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยอาศัยความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริง ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนที่มีเลขชี้กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้

4. สาระสำคัญ

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถหาได้โดยอาศัยความรู้และทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

1. รากที่ n ของ a หมายถึง จำนวนที่นำมายกกำลัง n แล้วเท่ากับ a

2. ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็ม

บวกแล้ว $Z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

15. บอกความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริงได้

16. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้

17. อธิบายขั้นตอนการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ได้

18. เขียนแผนภาพของรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้

19. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยอาศัยความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริง ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนที่มีเลขชี้กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

10. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
11. ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพได้
12. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

10. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
11. นักเรียนมีระเบียบวินัย
12. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

6. สารการเรียนรู้

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถหาได้โดยอาศัยความรู้และทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

1. รากที่ n ของ a หมายถึง จำนวนที่นำมายกกำลัง n แล้วเท่ากับ a
2. ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $Z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $Z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

ให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 จงหารากที่ 4 ของ $1 + \sqrt{3}i$

วิธีทำ นำ $1 + \sqrt{3}i$ มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$1 + \sqrt{3}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ 4 ของ $1 + \sqrt{3}i$

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$z^4 = r^4[\cos 4\theta + i\sin 4\theta] = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\text{ฉะนั้น } r^4 = 2 \quad \text{และ} \quad 4\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

$$r = \sqrt[4]{2} \quad \theta = \frac{\pi + 6k\pi}{12}$$

$$\text{ดังนั้น } z = \sqrt[4]{2} \left[\cos\frac{\pi + 6k\pi}{12} + i\sin\frac{\pi + 6k\pi}{12} \right] \quad \text{เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

$$\text{เมื่อ } k = 0 \text{ จะได้ } z_1 = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(0)\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi + 6(0)\pi}{12}\right) \right]$$

$$= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right]$$

$$\text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(1)\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi + 6(1)\pi}{12}\right) \right]$$

$$= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right]$$

$$\text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(2)\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi + 6(2)\pi}{12}\right) \right]$$

$$= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) \right]$$

$$\text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 = \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(3)\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi + 6(3)\pi}{12}\right) \right]$$

$$= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) \right]$$

$$\text{ดังนั้นรากที่ 4 ของ } 1 + \sqrt{3}i \text{ คือ } \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right]$$

$$\sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right]$$

$$\sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) \right]$$

$$\sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) \right]$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 จงหารากที่ 6 ของ -64

วิธีทำ เนื่องจาก $-64 = -64 + i$

นำ -64 มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$-64 = 64(\cos \pi + i \sin \pi)$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i \sin\theta]$ เป็นรากที่ 6 ของ -64

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$z^6 = r^6[\cos 6\theta + i \sin 6\theta] = 64[\cos \pi + i \sin \pi]$$

ฉะนั้น $r^6 = 64$ และ $6\theta = \pi + 2k\pi$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

$$r = 2 \quad \theta = \frac{\pi + 2k\pi}{6}$$

ดังนั้น $z = 2\left[\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2k\pi}{6}\right)\right]$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 0 \text{ จะได้ } z_1 &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi + 2(0)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(0)\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) \\ &= \sqrt{3} + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi + 2(1)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(1)\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] \\ &= 2(0 + 1i) = 2i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi + 2(2)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(2)\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) \\ &= -\sqrt{3} + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 &= 2\left[\cos\left(\frac{\pi + 2(3)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(3)\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left[\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right] \\ &= 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) \\ &= -\sqrt{3} - i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 4 \text{ จะได้ } z_5 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(4)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(4)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{3\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 2(0 - 1i) \\
 &= -2i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 5 \text{ จะได้ } z_6 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(5)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(5)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{11\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{11\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\
 &= \sqrt{3} - i
 \end{aligned}$$

ดังนั้นรากที่ 6 ของ -64 คือ $\sqrt{3} + i, 2i, -\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} - i, -2i, \sqrt{3} - i$

7. กิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ขันเติมความรู้พื้นฐาน

ครูซักถามนักเรียนเพื่อทบทวนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว การถอดรากที่ n ของจำนวนจริง ความหมายของเลขยกกำลัง การหาค่าตรีโกณมิติของมุมต่างๆ เช่น ค่าของมุม $120^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ และการหาค่ามุมที่มากกว่า 360° เป็นต้น แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

7.2 ขันดำเนินการสอน

7.2.1 ขันนำเข้าสู่บทเรียน

ครูอธิบายลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วสามารถนำมาหารากที่ n ได้เช่นเดียวกับจำนวนจริงทั่วไปโดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับรากที่ n ของจำนวนจริง ร่วมกับการใช้ทฤษฎีบทของเดอว์มัวร์

7.2.2 ขันเสนอสิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมอธิบายถึงวิธีการเรียนเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเมื่อเรียนเนื้อหาฉบับแล้วนักเรียนจะต้องรู้ และต้องสามารถทำอะไรได้บ้าง แล้วครูนำเสนอความเกี่ยวข้องระหว่างเลขยกกำลังกับรากที่ n โดยนำเสนอเชื่อมโยงกับทฤษฎีบทของเดอว์มัวร์ แล้วให้นักเรียนศึกษาจากแบบ

ฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ โดยครูนำเสนอเนื้อหาตามแบบฝึกผ่านเครื่องฉายที่บแสงแล้วครูอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ

7.2.3 ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ โดยครูคอยแนะนำโดยการกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนคติเป็นระยะๆ

7.2.4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะ ของการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และอธิบายความแตกต่างและ ความเชื่อมโยงระหว่างการยกกำลังโดยการคูณในรูป $a + bi$ และการยกกำลังในรูปเชิงขั้ว โดยครูอธิบายและยกตัวอย่างเพิ่มเติม

7.3 ขั้นสรุปผล

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้งแล้วครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนให้สมบูรณ์มากขึ้น

7.4 ขั้นวัดและประเมินผล

เฉลยคำตอบแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ แล้วประเมินผลการเรียน

7. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

7.3 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องคอมพิวเตอร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

8. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

9. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึก	แบบฝึก	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านทักษะ / กระบวนการ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบประเมินผลด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านคุณลักษณะ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนส่วนใหญ่มี คุณลักษณะอันพึง ประสงค์อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 ผลการสอน

10.1.1 นักเรียนให้ความร่วมมือและให้ความสนใจในการเรียนดี

10.1.2 นักเรียนประมาณ 7 คน ลืมหรือสับสนความสัมพันธ์ระหว่างเลขยกกำลัง n กับ
รากที่ n ของจำนวนจริง

10.1.2 นักเรียนบางคนพูดคุยหรือปรึกษากันเสียงดังเกินไปบางครั้งรบกวนสมาธิเพื่อน
คนอื่น

10.2 ปัญหา / อุปสรรค

ไม่มี

10.3 ข้อเสนอแนะ

10.3.1 ควรทบทวนหรือวางแผนการสอนในขั้นต้นเติมความรู้พื้นฐานใหม่ เพราะนักเรียน
อาจผ่านการเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับเลขยกกำลัง n และรากที่ n จำนวนจริงมานานอาจทำให้ลืมได้

10.3.2 ครูควรกำชับให้นักเรียนใช้เสียงในการปรึกษากันไม่ดังมากจนสร้างความ
เดือดร้อนให้กับเพื่อนคนอื่น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(ต่อ)

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. สาระที่ 4 พิษคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ

ดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทน

สถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้

4. สาระสำคัญ

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถหาได้โดยอาศัยทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

ถ้า $w = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ แล้วรากที่ n ของ w มีทั้งหมด n รากที่แตกต่างกัน คือ

$$z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right] \text{ เมื่อ } k = \{0, 1, \dots, n-1\}$$

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

20. หารากที่ n ของจำนวนจริงได้

21. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้

22. อธิบายขั้นตอนการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน ได้

23. เขียนแผนภาพของรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้

24. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

13. แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

14. ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล หรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพได้

15. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะ

13. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
14. นักเรียนมีระเบียบวินัย
15. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

6. สารการการเรียนรู้

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนนอกจากจะหาโดยอาศัยทฤษฎีบทของเดอมัวร์แล้วยังสามารถหาได้ทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ถ้า $w = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ แล้วรากที่ n ของ w มีทั้งหมด n รากที่แตกต่างกัน คือ

$$z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right] \text{ เมื่อ } k = \{0, 1, \dots, n-1\}$$

ตัวอย่าง 1 จงหารากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก
$$z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$$

ดังนั้น $n = 3, k = 0, 1, 2$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6}$$

จะได้
$$z = \sqrt[3]{2} \left[\cos\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) \right] \text{ เมื่อ } k \in I$$

เมื่อ $k = 0$ จะได้
$$z_1 = \sqrt[3]{2} \left[\cos\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18} \right] \\
\text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(1)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(1)\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{23\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{23\pi}{6} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{23\pi}{18} + i \sin \frac{23\pi}{18} \right] \\
\text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(2)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(2)\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 4\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{35\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{35\pi}{6} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{35\pi}{18} + i \sin \frac{35\pi}{18} \right]
\end{aligned}$$

* ในกรณีหารากต่อไปอีก

$$\text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 = \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(3)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(3)\pi}{3} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 6\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 6\pi}{3} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{47\pi}{6}}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{47\pi}{6}}{3} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{47\pi}{18} + i \sin \frac{47\pi}{18} \right]$$

หรือ $= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18} \right]$ ซึ่งซ้ำกับรากที่ตัวที่ 1

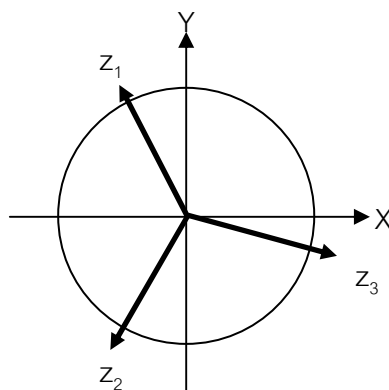
ดังนั้นรากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$ คือ $\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18} \right]$

$$\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{23\pi}{18} + i \sin \frac{23\pi}{18} \right]$$

$$\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{35\pi}{18} + i \sin \frac{35\pi}{18} \right]$$

ตอบ

แผนภาพแสดงรากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$



ตัวอย่าง 2 จงหารากที่ 3 ของ $8i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

$$8i = 0 + 8i$$

ดังนั้น $n = 3, k = 0, 1, 2$

$$r = \sqrt{0^2 + 8^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\tan\theta = \frac{8}{0} \quad \text{หาค่าไม่ได้}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

จะได้ $z = \sqrt[3]{8} \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) \right] \quad \text{เมื่อ } k \in I$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) \right] \quad \text{เมื่อ } k \in I$$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{3}\right) \right]$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{3}\right) \right]$$

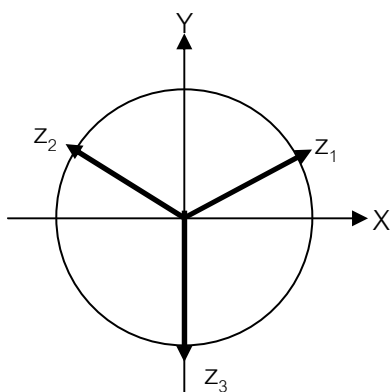
$$= 2 \left[\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right]$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(2)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(2)\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{9\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{9\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นรากที่ 3 ของ } 8i \text{ คือ } & 2 \left[\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right] \\ & 2 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right] \\ & 2 \left[\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right] \end{aligned}$$

ตอบ

แผนภาพแสดงรากที่ 3 ของ $8i$ 

7. กิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ขั้นเติมความรู้พื้นฐาน

ครูซักถามนักเรียนเพื่อทบทวนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว การถอดรากที่ n ของจำนวนจริง การหาค่าตรีโกณมิติของมุมต่างๆ เช่น ค่าของมุม 120° , 150° , 210° , 330° และการหาค่ามุมที่มากกว่า 360° เป็นต้น แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

7.2 ขั้นดำเนินการสอน

7.2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูอธิบายลักษณะของเนื้อหาที่จะสอนในคาบเรียนว่าในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วนั้นนอกจากใช้ทฤษฎีบทของเดอมัวร์แล้วสามารถหาได้อีกวิธีโดยใช้ทฤษฎีบทอีกทฤษฎีหนึ่ง

7.2.2 ขั้นเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมอธิบายถึงวิธีการเรียนเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเมื่อเรียนเนื้อหาฉบับแล้วนักเรียนจะต้องรู้ และต้องสามารถทำอะไรได้บ้าง เพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงจำนวน

เชิงซ้อนในรูปเชิงชี้้วที่หลากหลายให้ครูแนะนำความเกี่ยวข้องระหว่างการแสดงขนาดของมุมในรูปของ π และรูปองศา แล้วให้นักเรียนศึกษาจากแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยครูนำเสนอเนื้อหาเนื้อหาผ่านเครื่องฉายที่บแสงแล้วอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ

7.2.3 ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนและครูคอยแนะนำโดยการกล่าวเชื่อมโยงหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงกับมโนคติเป็นระยะๆ

7.2.4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่

ให้ผู้เรียนสรุปลักษณะเฉพาะ ของการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีบทและอธิบายความแตกต่างและ ความเชื่อมโยงระหว่างการหารากที่ n โดยการชี้ทฤษฎีของเดอว์ร์มีวฟ์ โดยครูอธิบายและยกตัวอย่างเพิ่มเติม

7.3 ขั้นสรุปผล

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้งแล้วครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนให้สมบูรณ์มากขึ้น

7.4 ขั้นวัดและประเมินผล

เฉลยคำตอบแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนแล้วประเมินผลการเรียน

7. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

7.4 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือแบบเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- แบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุด
- ห้องคอมพิวเตอร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

8. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

9. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบฝึก	แบบฝึก	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านทักษะ / กระบวนการ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบประเมินผลด้าน ทักษะ / กระบวนการ	นักเรียนส่วนใหญ่ทำ ได้ถูกต้อง ผ่าน เกณฑ์การประเมิน 60%
ด้านคุณลักษณะ	สังเกตพฤติกรรมของ นักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนส่วนใหญ่มี คุณลักษณะอันพึง ประสงค์อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 ผลการสอน

การจัดกิจกรรมสอนเป็นไปอย่างล่าช้า เนื่องจากการกระบวนการในการหาคำตอบในแต่ละข้อค่อนข้างใช้เวลามาก ทำให้นักเรียนทำแบบฝึกไม่ทันเวลา

10.2 ปัญหา / อุปสรรค

ไม่มี

10.3 ข้อเสนอแนะ

ควรเพิ่มเวลาในการสอนจาก 1 ชั่วโมง เป็น 2 ชั่วโมง

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา และอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหา
3	ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำเร็จ ถูกต้อง และอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีได้ชัดเจน
2	ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ ถูกต้องบางส่วน และอธิบายถึงเหตุผลในการใช้ยุทธวิธีได้บางส่วน
1	ไม่มียุทธวิธีหรือวิธีดำเนินการแก้ปัญหา

2. การให้เหตุผล หมายถึง การอ้างอิง การเสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผล
3	มีการอ้างอิง เสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน เสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ
1	ไม่มีการอ้างอิง เสนอแนวความคิด หรือความคิดประกอบการตัดสินใจ

3. การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิต สาระคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวัน

คะแนน	ความสามารถในการเชื่อมโยง
3	นำความรู้ หลักการและวิธีทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงภายในสาระ สาระอื่น และในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
2	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน เสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ
1	ไม่มีการอ้างอิง เสนอแนวความคิด หรือความคิดประกอบการตัดสินใจ

การแปลผล

คะแนน 0 – 3 คะแนน หมายถึง ควรปรับปรุง

คะแนน 4 – 5 คะแนน หมายถึง ปานกลาง

คะแนน 6 – 7 คะแนน หมายถึง ดี

คะแนน 8 – 9 คะแนน หมายถึง ดีมาก

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ความรับผิดชอบ หมายถึง นักเรียนส่งงานตรงตามเวลานัดหมาย และถูกต้อง

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
3	นักเรียนส่งงานตามเวลาที่นัดหมาย และทำงานถูกต้อง
2	นักเรียนไม่ส่งงานตามเวลาที่นัดหมาย แต่ทำงานได้ถูกต้องบางข้อ
1	นักเรียนไม่ส่งงานตามเวลาที่นัดหมาย และทำงานไม่ถูกต้อง

2. ความมีระเบียบวินัย หมายถึง นักเรียนทำงานสะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตามข้อตกลงที่ตกลงร่วมกันทุกครั้ง

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
3	นักเรียนมีผลงานที่สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตามข้อตกลงที่ตกลงร่วมกันทุกครั้ง
2	นักเรียนมีผลงานที่ไม่สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตามข้อตกลงที่ตกลงร่วมกันบางครั้ง
1	นักเรียนมีผลงานที่ไม่สะอาดเรียบร้อย และไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่ตกลงร่วมกัน

3. ความกระตือรือร้น หมายถึง นักเรียนตั้งใจเรียน ให้ความสนใจและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏ
3	นักเรียนตั้งใจเรียน ให้ความสนใจและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง
2	นักเรียนตั้งใจเรียน ให้ความสนใจและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้บางครั้ง
1	นักเรียนไม่ตั้งใจเรียน ไม่ให้ความสนใจและไม่มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้

การแปลผล

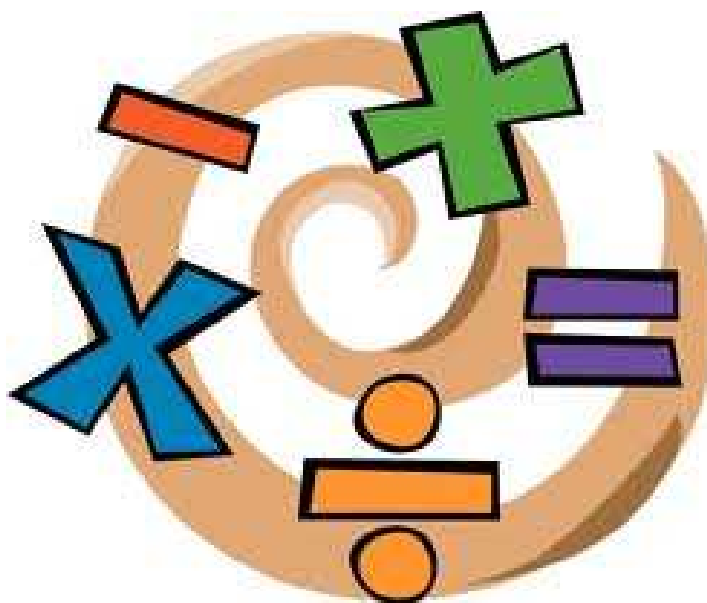
คะแนน 0 – 3 คะแนน หมายถึง ควรปรับปรุง

คะแนน 4 – 5 คะแนน หมายถึง ปานกลาง

คะแนน 6 – 7 คะแนน หมายถึง ดี

คะแนน 8 – 9 คะแนน หมายถึง ดีมาก

แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค 42202



ชื่อนามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เลขที่

โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม

คู่มือการใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนติลวงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หลักการและเหตุผล

การฝึกฝนและทดลองลงมือทำด้วยตนเองเป็นสิ่งสำคัญในกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะโดยเนื้อหาแล้วส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของนามธรรมซึ่งยากต่อการเข้าใจเพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับความรู้ให้ฝังลึกมากขึ้นจึงจำเป็นต้องลงมือฝึกฝนด้วยตนเองแต่ในการฝึกที่ดีนั้นต้องมีเป้าหมายที่ชัดเจนด้วยแบบฝึกที่มีการจัดเรียงเนื้อหาและลำดับความรู้ที่สอดคล้องเชื่อมโยงกันโดยเริ่มจากความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการทำแบบฝึกไปสู่ความรู้ที่จำเป็นของบทเรียนตลอดจนมีการเชื่อมโยงความรู้ที่ผ่านมากับความรู้ปัจจุบันเพื่อให้เข้าใจบทเรียนได้มากขึ้น ซึ่งผู้เรียนจะสามารถนำความรู้ที่ได้รับมาอย่างต่อเนื่องนั้นไปเป็นฐานความรู้เพื่อประยุกต์ใช้ในเนื้อหาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องหรือใช้ในการเรียนในชั้นที่สูงขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพ

ความมุ่งหมาย

1. เพื่อเสริมทักษะและเพิ่มความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วให้กับนักเรียน
2. เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

เนื้อหา

แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว มีจำนวน 5 หัวข้อดังนี้

1. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
2. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
3. การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
4. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์
5. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

หลักการใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงขั้ว

1. การใช้แบบฝึกทักษะความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง ใช้ระยะเวลา

ดำเนินการ 5 คาบ (คาบละ 50 นาที) โดยมีตารางการใช้ดังต่อไปนี้

คาบที่	เรื่อง	วัน	เวลา
1	จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	ศุกร์	10.10 น. – 10.00 น.
2	การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	อังคาร	14.20 น. – 15.10 น.
3	การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว	พุธ	14.20 น. – 15.10 น.
4	การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของ เดอมัวร์	พฤหัสบดี	14.20 น. – 15.10 น.
5	การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน	ศุกร์	14.20 น. – 15.10 น.

2. แนวทางในการใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวน
เชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในครั้งนี้ดำเนินการตามหัวข้อของแบบฝึกทักษะดังนี้

2.1 อธิบายจุดมุ่งหมายของแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วและลักษณะของแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติ
ล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

2.2 บอกชื่อเนื้อหาที่ใช้ในแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า

2.3 แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ ซึ่งระบุสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนทำ
แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูป
เชิงขั้วในเนื้อหานั้นจบแล้ว

2.4 ดำเนินการสอนตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าซึ่งเน้นการอธิบายให้
นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหา

2.5 เมื่อนักเรียนเข้าใจเนื้อหาดีแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัด
มโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยครูคอยแนะนำและอธิบายเมื่อนักเรียน
ไม่เข้าใจ

2.6 เมื่อทำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อน
 ในรูปเชิงขั้วให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบโดยดูเฉลยคำตอบเพื่อประเมินความรู้
 ความสามารถของตนเองจากการศึกษาด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัด
 มโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

3. การจัดกิจกรรม ให้ดำเนินการสอนตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1 ขั้นเติมความรู้พื้นฐาน (5 นาที)

ทบทวนเนื้อหาที่จำเป็นสำหรับการเรียนในเนื้อหาที่จะเรียนและชี้แจงถึงวิธีการใช้แบบฝึกตาม
 รูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ประกอบการเรียน
 เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3.2 ขั้นดำเนินการสอน (30 นาที)

3.2.1 ครูแนะนำนักเรียนถึงเนื้อหาที่จะเรียนโดยกล่าวถึงภาพรวมของเนื้อหาอย่าง
 คร่าวๆ

3.2.2 ครูนำเสนอสิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าโดยการแจ้งจุดประสงค์ แล้วตามด้วยการ
 นำเสนอเนื้อหาด้วยการบรรยายสั้นๆ การอภิปราย หรือการเสนอตัวอย่าง เป็นต้น

3.2.3 ครูนำเสนอเนื้อหาสาระใหม่ของบทเรียนที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วย
 แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้าเรื่องจำนวนเชิงซ้อน
 ในรูปเชิงขั้วโดยครูคอยอธิบายและให้คำแนะนำ

3.2.4 ครูช่วยขยายความและกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาที่เรียน
 มาก่อนกับเนื้อหาที่เรียนปัจจุบัน

3.3 ขั้นสรุปผล (5 นาที)

ให้ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหลังจากใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติ
 ล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ในแต่ละเนื้อหาโดยครูเป็นผู้ถามนำให้นักเรียนค้นพบข้อสรุป
 และครูเป็นผู้อธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเกิดมโนคติหรือหลักการที่สมบูรณ์มากขึ้น

3.4 ขั้นวัดและประเมินผล

ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบในหน้าถัดไปของแต่ละเนื้อหาในแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดย
 ใช้สิ่งช่วยจัดมโนคติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว เพื่อประเมินตนเองว่ามีสามารถ
 อยู่ในระดับใด

บทบาทนักเรียน

1. ปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยความตั้งใจและอยู่ในระเบียบของห้องเรียน
2. พยายามศึกษา ปฏิบัติกิจกรรม และทำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วด้วย ตามลำดับขั้นตอนที่จัดไว้ด้วยตนเอง
3. ศึกษาและทำความเข้าใจในเนื้อหาต่างๆ ในแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว โดยการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในเนื้อหาที่เรียนมาแล้วให้ครบถ้วน
4. สนใจและกระตือรือร้น มีความรับผิดชอบ และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง

บทบาทครู

1. ศึกษาทักษะความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและจำเป็นสำหรับการสอนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
2. ศึกษาขั้นตอน วิธีการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้าให้ชัดเจนตลอดจนการอธิบายขั้นตอนในการใช้และการใช้แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
3. กระตุ้นให้นักเรียนสนใจกิจกรรม โดยการให้กำลังใจและคอยดูแลในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
4. กระตุ้นและอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเกิดมโนมติหรือหลักการในเนื้อหาที่เรียนในแต่ละครั้ง
5. ช่วยนักเรียนประเมินผลและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหาในการทำแบบฝึกหัด

แบบฝึกที่ 1

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำแบบฝึก โดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้ความรู้จากขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม
2. ให้ความเวลาในการศึกษาและทำแบบฝึก 20 นาที ถ้านักเรียนสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. เมื่อทำแบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วจบแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบ จากเฉลยซึ่งอยู่หน้าถัดไปใช้เวลา 10 นาที โดยนักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดู เฉลยก่อนทำแบบฝึก
4. เมื่อนักเรียนดูเฉลยแบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว แล้วให้นักเรียน ประเมินตนเองโดยนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกถูกต้องร้อยละ 60 ของแบบฝึกที่ 1 เรื่องจำนวน เชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

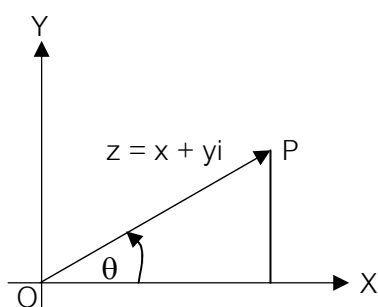
1. บอกได้ว่าจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้อยู่ในจุดภาคใด
2. เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
4. หาค่าอาร์กิวเมนต์ (argument) ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
5. เขียนจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงขั้วได้

แบบฝึกที่ 1

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

จากการคูณ และการหารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน จะเห็นได้ว่าการคูณจำนวนเชิงซ้อนหลายๆ จำนวน หรือยกกำลัง n หรือหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนมีความยุ่งยากซับซ้อน เราจึงมีวิธีการอื่น มาช่วยแก้ปัญหาเหล่านี้ได้ง่ายขึ้นซึ่งจะกล่าวถึงดังต่อไปนี้

ถ้า $z = x + yi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน $z \neq 0$ เขียนแทน z ด้วยเวกเตอร์บนระนาบดังนี้



เมื่อ θ เป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เกิดจากการหมุน \vec{OP} ทวนเข็มนาฬิกาจากแกน X ทางด้านบวก ให้ $r = |\vec{OP}|$

จากรูป จะได้ $x = r \cos\theta$

$$y = r \sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = |z| \text{ และ } \tan\theta = \frac{y}{x} \text{ เมื่อ } x \neq 0$$

จาก $z = x + yi$ เขียนในรูปใหม่เป็น

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

เรียกจำนวนเชิงซ้อนในรูปดังกล่าวว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form) ของ z และเรียก θ ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ z

และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

$$\cos(\theta + 2n\pi) + i \sin(\theta + 2n\pi) = \cos\theta + i \sin\theta$$

ถ้า $z = x + yi$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน $z \neq 0$ สามารถเขียนใหม่เป็น

$$z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$$

เรียกจำนวนเชิงซ้อนในรูปดังกล่าวว่าจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form) ของ z

$r = |z|$ และเรียก θ ว่า อาร์กิวเมนต์ (argument) ของ z และเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

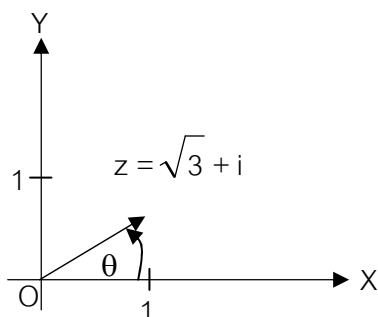
$$\cos(\theta + 2n\pi) + i \sin(\theta + 2n\pi) = \cos\theta + i \sin\theta$$

ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปเชิงขั้ว

1. $\sqrt{3} + i$ 2. $1 - \sqrt{3}i$

วิธีทำ 1. $\sqrt{3} + i$

ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ขั้นตอนที่ 2 หาค่า r หรือขนาดของ z โดยที่ $r = |z|$

ให้ $r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นรูปเชิงขั้วของ $\sqrt{3} + i$

$$\text{จะได้ } r = |z| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่า θ (อาร์กิวเมนต์ของ z)

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

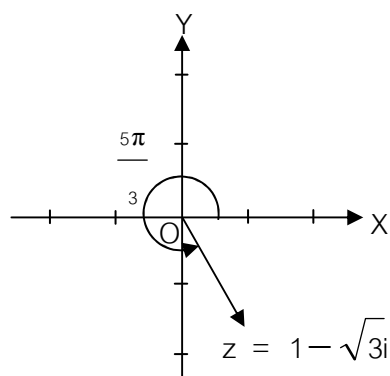
ดังนั้น รูปเชิงขั้วหนึ่งของ $\sqrt{3} + i$ คือ $2 \left[\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right]$ และรูปเชิงขั้วอื่นๆ ของ $\sqrt{3} + i$

$$\text{คือ } 2 \left[\cos \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi \right) \right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

ตอบ

$$2. 1 - \sqrt{3}i$$

ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ขั้นตอนที่ 2 หาค่า r หรือขนาดของ z โดยที่ $r = |z|$

ให้ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ เป็นรูปเชิงขั้วของ $1 - \sqrt{3}i$

$$\text{จะได้ } r = |z| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่า θ (อาร์กิวเมนต์ของ z)

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

ดังนั้นรูปเชิงขั้วหนึ่งของ $1 - \sqrt{3}i$ คือ $2 \left[\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right]$ และรูปเชิงขั้วอื่นๆ ของ

$$1 - \sqrt{3}i \text{ คือ } 2 \left[\cos \left(\frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right) \right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

ตอบ

ยังจำได้ไหม

นักเรียนคงยังจำได้ว่าจำนวนเชิงซ้อนสามารถเขียนได้ในหลายรูปแบบดังนี้

1. ในรูปคู่อันดับ
2. ในรูป $a + bi$
3. ในรูปเวกเตอร์

ลองดูนะครับว่ายังจำได้ดีแค่ไหน

1. ให้นักเรียนโยงเส้นเพื่อจับคู่ระหว่างจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับและจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$

(1, -1)

2

(2, 0)

-1 + 4i

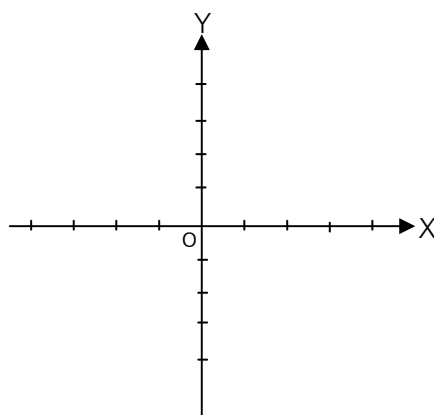
(-1, 4)

1 - i

(0, -1)

-i

2. ให้นักเรียนเขียนเวกเตอร์แทน จำนวนเชิงซ้อน (-1, 2) และ $1 - 4i$ ลงบนระนาบ XY ต่อไปนี้



3. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
30°	$\frac{\pi}{6}$			
45°				
60°				
90°				
120°				
150°				
180°				

ศึกษาให้เข้าใจ

จำนวนเชิงซ้อนนอกจากจะแสดงได้หลายรูปแบบดังที่กล่าวมาแล้วยังมีอีกรูปแบบหนึ่งเรียกว่าแบบเชิงขั้วซึ่งอยู่ในรูป $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

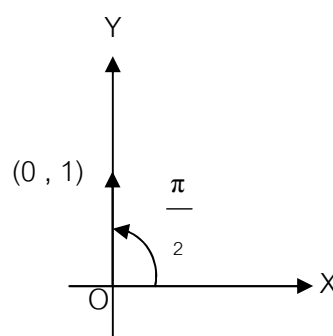
ตัวอย่าง จงเขียนจำนวนเชิงซ้อน i ในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ ให้ $z = 0 + i$

ขั้นตอนที่ 1 หาค่า $r = |z|$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{0^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{0 + 1} \\ &= \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 เขียนกราฟ



ขั้นตอนที่ 3 หาค่า θ (อาร์กิวเมนต์ของ z)

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{1}{0} \\ &= \text{ไม่นิยาม} \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงดูจากกราฟจะได้

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore z = 1\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

ตอบ



4. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปเชิงขั้ว

1) $1 + \sqrt{3}i$

ให้

$$z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

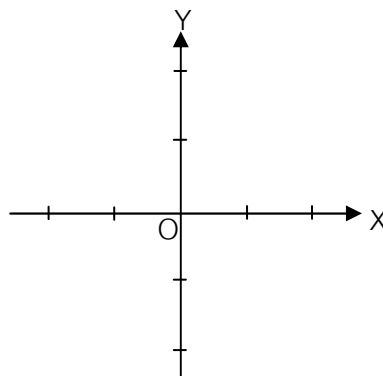
$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

จะได้ $\theta = \dots\dots\dots$ อยู่ในจุดภาคที่ $\dots\dots\dots$

$$\therefore z = \dots(\cos\dots + i\sin\dots)$$

ตอบ

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



2) $-2 + 2\sqrt{3}i$

ให้ $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

$r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

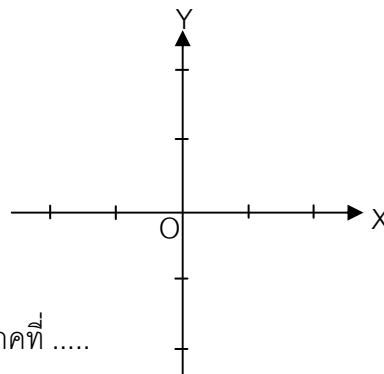
$\tan\theta = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

จะได้ $\theta = \dots\dots\dots$ อยู่ในจุดภาคที่

$\therefore z = \dots\dots\dots$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

3) $-2\sqrt{3} - 2i$

ให้ $z = \dots\dots\dots$

$r = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

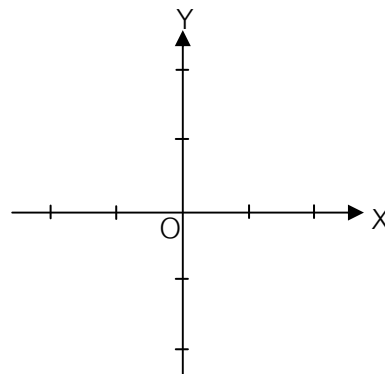
$\tan\theta = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

จะได้ $\theta = \dots\dots\dots$ อยู่ในจุดภาคที่

$\therefore z = \dots\dots\dots$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

เชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่

5. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วต่อไปนี้ในรูป $a + bi$

$$1) \sqrt{2} \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right] = \sqrt{2} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right]$$

=

=

ตอบ

$$2) 6 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right] = \dots\dots\dots$$

=

ตอบ

$$3) 10[\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ] = 10[-\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ]$$

=

=

ตอบ

$$4) \sqrt{5} [\cos 420^\circ + i \sin 420^\circ] = \dots\dots\dots$$

=

=

ตอบ

แบบฝึกที่ 2

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนศึกษาผลคูณเรย์นูล์ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียดพร้อมทั้งทำแบบฝึกโดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้ความรู้จากขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม
2. ใช้เวลาในการศึกษาและทำแบบฝึก 20 นาที ถ้านักเรียนสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจสามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. เมื่อทำแบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วจบแล้วให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยซึ่งอยู่หน้าถัดไปใช้เวลา 10 นาที โดยนักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูเฉลยก่อนทำแบบฝึก
4. เมื่อนักเรียนดูเฉลยแบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วแล้วให้นักเรียนประเมินตนเองโดยนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกถูกต้องร้อยละ 60 ของแบบฝึกที่ 2 เรื่องการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกวิธีการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้
2. เขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วให้อยู่ในรูป $a + bi$ ได้
3. เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนได้
4. คูณและหารจำนวนที่อยู่ในรูปรากที่ n ของจำนวนจริงได้
5. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อนได้

แบบฝึกที่ 2

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ยังจำได้ไหม

นักเรียนคงคุ้นเคยกับการหาค่าของมุมที่มีขนาดไม่เกิน 360 องศา แต่ในจำนวนเชิงซ้อน บางครั้งค่าของมุมที่คำนวณได้อาจมีมากกว่า 360 องศา ลองทบทวนดูนะคิดว่าสามารถหาค่ามุมต่อไปนี้ได้หรือไม่

- ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
390°	$\frac{13\pi}{6}$			
405°				
420°				
510°				

ศึกษาให้เข้าใจ

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถนำมาดำเนินการคูณหรือหารได้ดังตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 ถ้า $z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ และ $z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ แล้วจงหา $z_1 z_2$ ในรูป

ของ $a + bi$

วิธีทำ จากสูตร $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z_1 z_2 &= (3)(4)\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= 12\left[\cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2}\right] \\ &= 12(0 + i) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z_1 z_2 = 12i$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 ถ้า $z_1 = 8\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ และ $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ แล้วจงหา $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป

ของ $a + bi$

วิธีทำ จากสูตร $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{8}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= 4\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right] \\ &= 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{z_1}{z_2} = 2 + 2\sqrt{3}i$$

ตอบ

นำความรู้สู่การฝึกฝน

2. กำหนด $z_1 = \sqrt{6} \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right]$, $z_2 = \sqrt{2} \left[\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right]$

จงเขียน $z_1 z_2$ และ $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป $a + bi$

1) $z_1 z_2 =$

=

=

=

=

=

=

ตอบ

2) $\frac{z_1}{z_2} =$

=

=

=

=

=

ตอบ

**เชื่อมโยงความรู้อีก
กับความรู้ใหม่**

3. ถ้า $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ และ $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

3.1 จงเขียน z_1 และ z_2 ในรูปเชิงขั้ว

3.2 จงหาค่า $z_1 z_2$ และ $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป $a + bi$ โดยอาศัยการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

3.1

วิธีทำ ให้

$$z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta_1 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

จะได้ $\theta_1 = \dots\dots\dots$

$\therefore z_1 = \dots(\cos\dots + i\sin\dots)$

ให้

$$z_2 = 1 - \sqrt{3}i$$

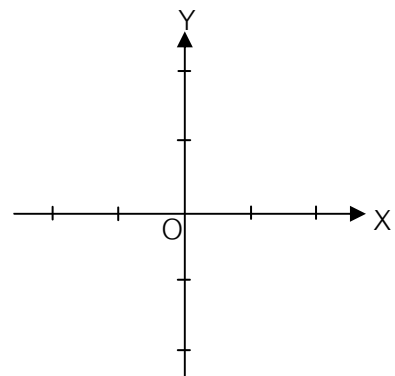
$$\begin{aligned} r_2 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta_2 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

จะได้ $\theta_2 = \dots\dots\dots$

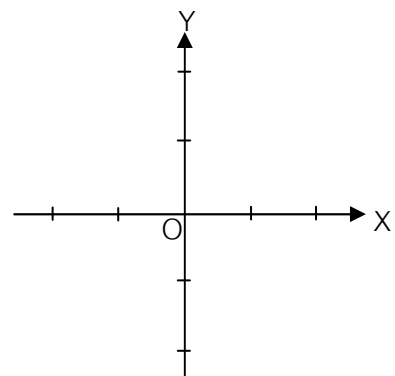
$\therefore z_2 = \dots\dots\dots$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

$$\begin{aligned}
 3.2 \quad z_1 z_2 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
 \frac{z_1}{z_2} &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

ตอบ

แบบฝึกที่ 3

การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำแบบฝึก โดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้ความรู้จากขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม
2. ให้ความเวลาในการศึกษาและทำแบบฝึก 20 นาที ถ้านักเรียนสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. เมื่อทำแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวกจบแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยซึ่งอยู่หน้าถัดไปใช้เวลา 10 นาที โดยนักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ ต่อตนเองโดยไม่ดูเฉลยก่อนทำแบบฝึก
4. เมื่อนักเรียนดูเฉลยแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก แล้วให้นักเรียนประเมินตนเองโดยนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกถูกต้องร้อยละ 60 ของแบบฝึกที่ 3 เรื่องการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. หาค่าเลขยกกำลังของจำนวนจริงได้
2. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. อธิบายวิธีการยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนตามทฤษฎีบทของเดอมัวร์ฟ์ได้
4. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาค่าเลขยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่กำหนดให้ได้

แบบฝึกที่ 3

การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

ยังจำได้ไหม

นักเรียนคงคุ้นเคยกับการหาค่าของมุมที่มีขนาดไม่เกิน 360 องศา แต่ในจำนวนเชิงซ้อน บางครั้งค่าของมุมที่คำนวณได้อาจมีมากกว่า 360 องศา ลองทบทวนดูนะคิดว่าสามารถหาค่ามุมต่อไปนี้ได้หรือไม่

- ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
540°	3π			
660°				
720°				
810°				

ศึกษาให้เข้าใจ

ประโยชน์ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วอีกประการหนึ่งก็คือ การนำไปใช้ในการหาค่า z^n โดยไม่ต้องเสียเวลานำ z มาคูณกันถึง n ครั้ง แต่ก่อนที่จะนำไปใช้เราต้องมีความรู้เกี่ยวกับการหา z^n ในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยใช้ทฤษฎีเดอมัวร์ดังนี้

ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$$

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้้ว สามารถนำมาดำเนินการกำลังได้โดยอาศัยทฤษฎีเดอมัวร์
ดังตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 กำหนด $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ จงเขียน z^7 ในรูปเชิงชี้้ว

วิธีทำ จาก $z^n = r^n[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } z^7 &= 2^7\left[\cos\frac{7\pi}{3} + i\sin\frac{7\pi}{3}\right] \\ &= 128\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z^7 = 128\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 กำหนด $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$ จงเขียน z^{10} ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } z^{10} &= 2^{10}\left[\cos\frac{10\pi}{5} + i\sin\frac{10\pi}{5}\right] \\ &= 1024[\cos 2\pi + i\sin 2\pi] \\ &= 1024[1 + 0i]\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z^{10} = 1024$$

ตอบ

นำความรู้สู่การฝึกฝน

2. กำหนด $z = 3\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$ จงเขียน z^{12} ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)]$

$$\text{จะได้ } z^{12} =$$

=

=

$$\text{ดังนั้น } z^{12} =$$

ตอบ

3. กำหนด $z = \sqrt{3} \left[\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right]$ จงเขียน z^6 ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

จะได้ $z^6 =$

$=$

$=$

ดังนั้น $z^6 =$

ตอบ

4. กำหนด $z = \sqrt{2} [\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ]$ จงเขียน z^4 ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

จะได้ $z^4 =$

$=$

$=$

ดังนั้น $z^4 =$

ตอบ

**เชื่อมโยงความรู้เก่า
กับความรู้ใหม่**

5. จงเขียน $(\sqrt{3} + i)^8$ ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ เขียน $(\sqrt{3} + i)^8$ ในรูปเชิงขั้ว

ให้ $z = \sqrt{3} + i$

$$r =$$

$$=$$

$$=$$

$$\tan\theta =$$

$$=$$

จะได้ $\theta =$

$\therefore z =$

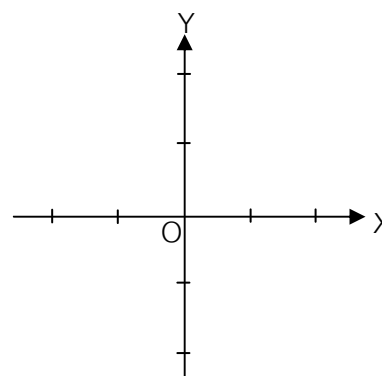
ดังนั้น $(\sqrt{3} + i)^8 =$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

แบบฝึกที่ 4

รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำแบบฝึก โดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้ความรู้จากขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม
2. ให้ความเวลาในการศึกษาและทำแบบฝึก 20 นาที ถ้านักเรียนสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. เมื่อทำแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ จบแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยซึ่งอยู่นำถัดไปใช้เวลา 10 นาที โดยนักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูเฉลยก่อนทำแบบฝึก
4. เมื่อนักเรียนดูเฉลยแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ แล้วให้นักเรียนประเมินตนเองโดยนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกถูกต้องร้อยละ 60 ของแบบฝึกที่ 4 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริงได้
2. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. อธิบายขั้นตอนการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีของเดอมัวร์ได้
4. เขียนแผนภาพของรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้
5. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยอาศัยความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริงและ ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนที่มีเลขชี้กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้

แบบฝึกที่ 4

รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

ยังจำได้ไหม

ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนนั้นประกอบด้วยความรู้อยู่สามส่วนหลักๆ ก็คือการหาค่าของเลขยกกำลัง การถอดรากของจำนวนจริง และกฏของเดอมัวร์ เรามาทบทวนความรู้เรื่องการหาค่าของเลขยกกำลังและการถอดรากของจำนวนจริงดูนะครับ

- ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

เลขยกกำลัง	จำนวนจริง	รากที่ n	จำนวนจริง
$(\sqrt{2})^2$		$\sqrt{8}$	
$(\sqrt{3})^4$		$\sqrt[3]{8}$	
$(2\sqrt{5})^3$		$\sqrt[3]{27}$	

ศึกษาให้เข้าใจ

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว สามารถหาได้โดยอาศัยความรู้และทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

- รากที่ n ของ a หมายถึง จำนวนที่นำมายกกำลัง n แล้วเท่ากับ a
- ทฤษฎีบทของเดอมัวร์

ถ้า $Z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว และ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $Z^n = r^n[\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

ให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 จงหารากที่ 4 ของ $1 + \sqrt{3}i$

วิธีทำ นำ $1 + \sqrt{3}i$ มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$1 + \sqrt{3}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ 4 ของ $1 + \sqrt{3}i$

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$z^4 = r^4[\cos 4\theta + i\sin 4\theta] = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\text{ฉะนั้น } r^4 = 2 \quad \text{และ} \quad 4\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

$$r = \sqrt[4]{2} \quad \theta = \frac{\pi + 6k\pi}{12}$$

$$\text{ดังนั้น } z = \sqrt[4]{2} \left[\cos\frac{\pi + 6k\pi}{12} + i\sin\frac{\pi + 6k\pi}{12} \right] \quad \text{เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 0 \text{ จะได้ } z_1 &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(0)\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 6(0)\pi}{12}\right) \right] \\ &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(1)\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 6(1)\pi}{12}\right) \right] \\ &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(2)\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 6(2)\pi}{12}\right) \right] \\ &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi + 6(3)\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 6(3)\pi}{12}\right) \right] \\ &= \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{ดังนั้นรากที่ 4 ของ } 1 + \sqrt{3}i \text{ คือ } \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \sqrt[4]{2} \left[\cos\left(\frac{19\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right) \right]
\end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่าง 2 จงหารากที่ 6 ของ -64

วิธีทำ เนื่องจาก $-64 = -64 + i0$

นำ -64 มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$-64 = 64(\cos \pi + i\sin \pi)$$

ถ้าให้ $z = r[\cos \theta + i\sin \theta]$ เป็นรากที่ 6 ของ -64

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้ว่า

$$z^6 = r^6[\cos 6\theta + i\sin 6\theta] = 64[\cos \pi + i\sin \pi]$$

ฉะนั้น $r^6 = 64$ และ $6\theta = \pi + 2k\pi$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

$$r = 2 \qquad \theta = \frac{\pi + 2k\pi}{6}$$

$$\text{ดังนั้น } z = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2k\pi}{6}\right) \right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

$$\text{เมื่อ } k = 0 \text{ จะได้ } z_1 = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi + 2(0)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(0)\pi}{6}\right) \right]$$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right]$$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

$$= \sqrt{3} + i$$

$$\text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi + 2(1)\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi + 2(1)\pi}{6}\right) \right]$$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$= 2(0 + 1i) = 2i$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(2)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(2)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) \\
 &= -\sqrt{3} + i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(3)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(3)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{7\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{7\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\
 &= -\sqrt{3} - i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 4 \text{ จะได้ } z_5 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(4)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(4)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{3\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{2} \right) \right] \\
 &= 2(0 - 1i) \\
 &= -2i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 5 \text{ จะได้ } z_6 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\pi + 2(5)\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi + 2(5)\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{11\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{11\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\
 &= \sqrt{3} - i
 \end{aligned}$$

ดังนั้นรากที่ 6 ของ -64 คือ $\sqrt{3} + i, 2i, -\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} - i, -2i, \sqrt{3} - i$

นำความรู้สู่การฝึกฝน

2. จงหารากที่ 3 ของ $4 + 4\sqrt{3}i$

วิธีทำ นำ $4 + 4\sqrt{3}i$ มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$4 + 4\sqrt{3}i = \dots\dots\dots$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ ... ของ

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $r^3 = \dots$ และ $\dots = \dots\dots\dots$ เมื่อ $k \in I$

$$r = \dots \quad \theta = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $z = \dots\dots\dots$ เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $k = 1$ จะได้ $z_2 = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $k = 2$ จะได้ $z_3 = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้นรากที่ 3 ของ $4 + 4\sqrt{3}i$ คือ

.....

.....

.....

ตอบ

เชื่อมโยงความรู้เก่า กับความรู้ใหม่

3. จงหารากที่ 2 ของ -4 พร้อมทั้งแสดงแผนภาพ

วิธีทำ นำ -4 มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$-4 = \dots\dots\dots$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ \dots ของ $\dots\dots\dots$

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ฉะนั้น $r^2 = \dots$ และ $\dots = \dots\dots\dots$ เมื่อ $k \in I$

$$r = \dots \quad \theta = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $z = \dots\dots\dots$ เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

เมื่อ $k = 1$ จะได้ $z_2 = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้นรากที่ 2 ของ -4 คือ $\dots\dots\dots$

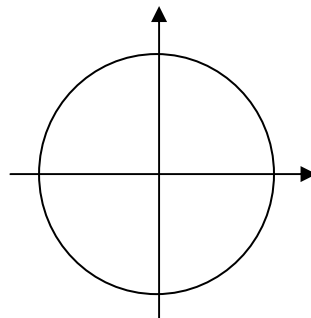
$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

ตอบ

แผนภาพของรากของรากที่ 2 ของ -4



แบบฝึกที่ 5

รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน(ต่อ)

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำแบบฝึก โดยศึกษาจากตัวอย่างและใช้ความรู้จากขั้นตอนการทบทวนความรู้เดิม
2. ให้ความเวลาในการศึกษาและทำแบบฝึก 20 นาที ถ้านักเรียนสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. เมื่อทำแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนโดยจบแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยซึ่งอยู่หน้าถัดไปใช้เวลา 10 นาที โดยนักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูเฉลยก่อนทำแบบฝึก
4. เมื่อนักเรียนดูเฉลยแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนแล้วให้นักเรียนประเมินตนเองโดยนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกถูกต้องร้อยละ 60 ของแบบฝึกที่ 5 เรื่องรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. หารากที่ n ของจำนวนจริงได้
2. หาขนาดของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. อธิบายขั้นตอนการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน ได้
4. เขียนแผนภาพของรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้
5. ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้

แบบฝึกที่ 5
รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

ยังจำได้ไหม

ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนนั้นประกอบด้วยความรู้อยู่สามส่วนหลักๆ ก็คือการหาค่าของเลขยกกำลัง การถอดรากของจำนวนจริง และกฏตรีโกณมิติของเดอมัวร์ เรามาทบทวนความรู้เรื่องการหาค่าของเลขยกกำลังและการถอดรากของจำนวนจริงดูนะคะ

1. กำหนด $\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)$ และ $\sin\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)$ จงหาค่า $\sin\theta$ และ $\cos\theta$

เมื่อ $k = \{0, 1, 2\}$

k	$\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)$	ค่าของ $\cos\theta$	k	$\sin\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)$	ค่าของ $\sin\theta$
0	$\cos\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\sin\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$
1			1		
2			2		

ศึกษาให้เข้าใจ

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนนอกจากจะหาโดยอาศัยทฤษฎีบทของเดอมัวร์แล้วยังสามารถหาได้ทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท

ถ้า $w = r(\cos\theta + i \sin\theta)$ แล้วรากที่ n ของ w มีทั้งหมด n รากที่แตกต่างกัน คือ

$$z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right] \text{ เมื่อ } k = \{0, 1, \dots, n-1\}$$

ตัวอย่าง 1 จงหารากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

ดังนั้น $n = 3, k = 0, 1, 2$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6}$$

จะได้ $z = \sqrt[3]{2} \left[\cos\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) \right] \text{ เมื่อ } k \in I$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \sqrt[3]{2} \left[\cos\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos\frac{11\pi}{18} + i \sin\frac{11\pi}{18} \right]$$

$$\begin{aligned}
\text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(1)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(1)\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{23\pi}{6}}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{23\pi}{6}}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{23\pi}{18} + i \sin \frac{23\pi}{18} \right] \\
\text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(2)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(2)\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 4\pi}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{35\pi}{6}}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{35\pi}{6}}{3} \right) \right] \\
&= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{35\pi}{18} + i \sin \frac{35\pi}{18} \right]
\end{aligned}$$

* ในกรณีหารากต่อไปอีก

$$\text{เมื่อ } k = 3 \text{ จะได้ } z_4 = \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(3)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 2(3)\pi}{3} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 6\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{11\pi}{6} + 6\pi}{3} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \left(\frac{47\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{47\pi}{6} \right) \right]$$

$$= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{47\pi}{18} + i \sin \frac{47\pi}{18} \right]$$

หรือ $= \sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18} \right]$ ซึ่งซ้ำกับรากที่ตัวที่ 1

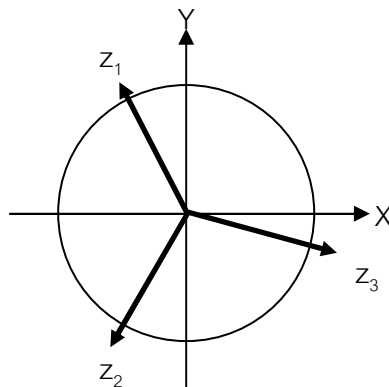
ดังนั้นรากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$ คือ $\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18} \right]$

$$\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{23\pi}{18} + i \sin \frac{23\pi}{18} \right]$$

$$\sqrt[3]{2} \left[\cos \frac{35\pi}{18} + i \sin \frac{35\pi}{18} \right]$$

ตอบ

แผนภาพแสดงรากที่ 3 ของ $\sqrt{3} - i$



ตัวอย่าง 2 จงหารากที่ 3 ของ $8i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

$$8i = 0 + 8i$$

ดังนั้น $n = 3, k = 0, 1, 2$

$$r = \sqrt{0^2 + 8^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\tan\theta = \frac{8}{0} \quad \text{หาค่าไม่ได้}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

จะได้ $z = \sqrt[3]{8} \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) \right] \quad \text{เมื่อ } k \in I$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right) \right] \quad \text{เมื่อ } k \in I$$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{3}\right) \right]$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{3}\right) \right]$$

$$= 2 \left[\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right]$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(2)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(2)\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \left(\frac{9\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{9\pi}{6} \right) \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right]
 \end{aligned}$$

ดังนั้นรากที่ 3 ของ $8i$ คือ

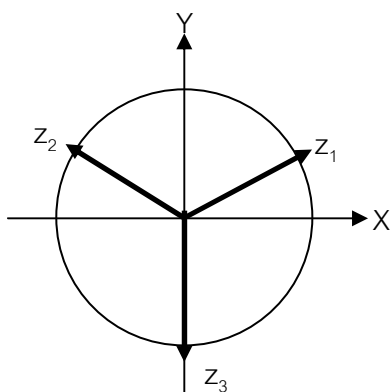
$$2 \left[\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right]$$

$$2 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right]$$

$$2 \left[\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right]$$

ตอบ

แผนภาพแสดงรากที่ 3 ของ $8i$



จะเห็นว่าถ้าเราให้ค่า k เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ค่าของรากจะย้อนกลับมาได้ค่าเดิม

นำความรู้สู่การฝึกฝน

2. จงหารากที่ 3 ของ $-2\sqrt{3} + 2i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

ดังนั้น $n = \dots$, $k = \dots$

$$r = \dots = \dots = \dots$$

$$\tan\theta = \dots$$

$$\theta = \dots$$

จะได้ $z = \dots$ เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = \dots$ จะได้ $z_1 = \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $k = \dots$ จะได้ $z_2 = \dots$
 $= \dots$
 $= \dots$

เมื่อ $k = \dots$ จะได้ $z_3 = \dots$
 $= \dots$
 $= \dots$

ดังนั้นรากที่ 3 ของ $-2\sqrt{3} + 2i$ คือ \dots
 \dots
 \dots

ตอบ

เชื่อมโยงความรู้เก่า กับความรู้ใหม่

3. จงหารากที่ 2 ของ i แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว พร้อมทั้งเขียนแผนภาพ

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

ดังนั้น $n = \dots$, $k = \dots$

$r = \dots = \dots = \dots$

$\tan\theta = \dots$

$\theta = \dots$

จะได้ $z = \dots$ เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = \dots$ จะได้ $z_1 = \dots$

$= \dots$

เมื่อ $k = \dots$ จะได้ $z_2 = \dots$

$= \dots$

$= \dots$

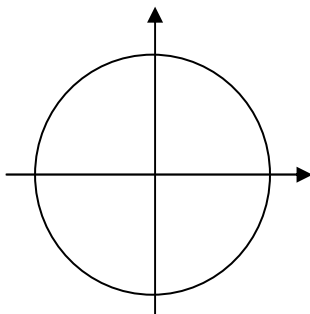
ดังนั้นรากที่ 2 ของ i คือ \dots

\dots

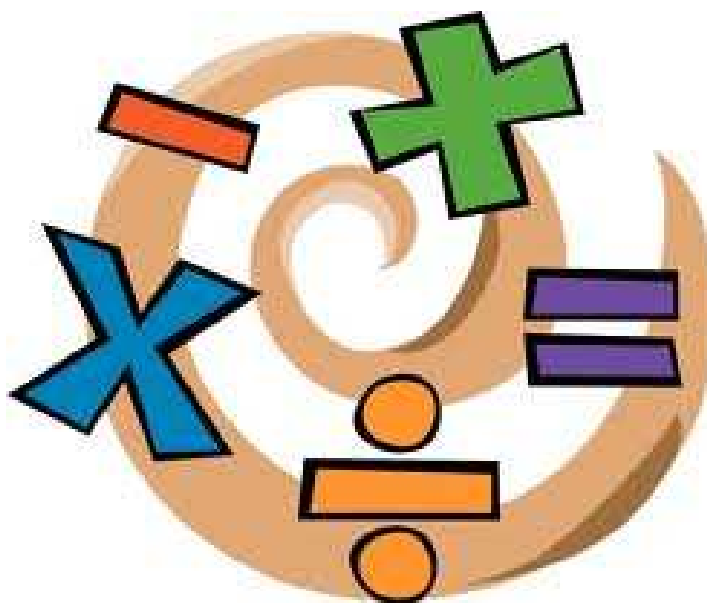
\dots

ตอบ

แผนภาพของรากที่ 2 ของ i



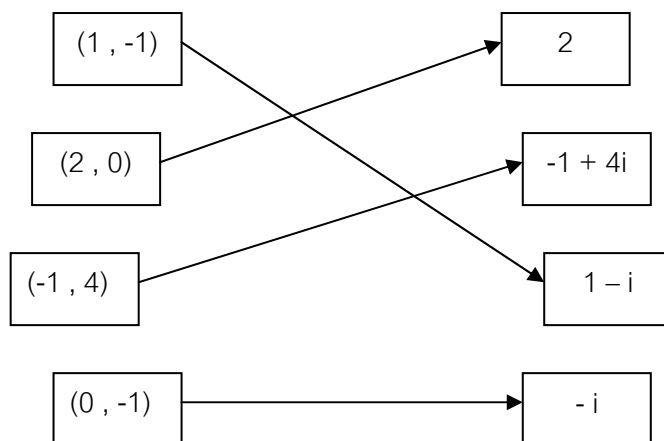
แบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า
เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัสวิชา ค 42202



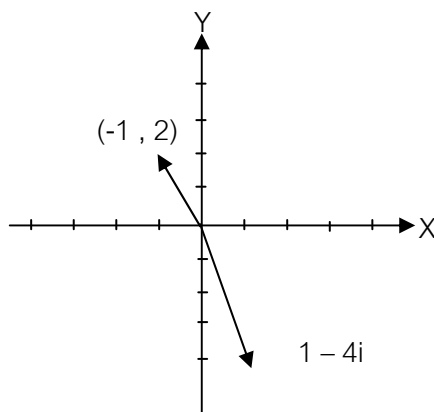
เฉลย

เฉลยแบบฝึกที่ 1 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

1. ให้นักเรียนโยงเส้นเพื่อจับคู่ระหว่างจำนวนเชิงซ้อนในรูปคู่อันดับและจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$



2. ให้นักเรียนเขียนเวกเตอร์แทน จำนวนเชิงซ้อน $(-1, 2)$ และ $1 - 4i$ ลงบนระนาบ XY ต่อไปนี้



3. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	หาค่าไม่ได้
120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
180°	π	0	-1	0

4. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้ในรูปเชิงขั้ว

1) $1 + \sqrt{3}i$

ให้ $z = 1 + \sqrt{3}i$

$$r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1+3}$$

$$= \sqrt{4}$$

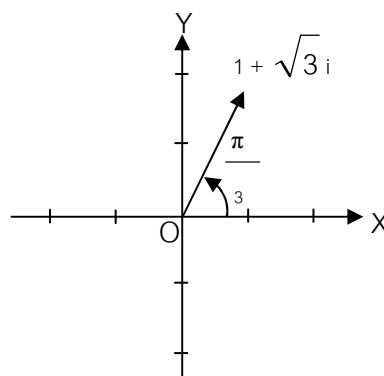
$$= 2$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

จะได้ $\theta = \frac{\pi}{3}$ อยู่ในจุดภาคที่ 2

$$\therefore z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

$$2) -2 + 2\sqrt{3}i$$

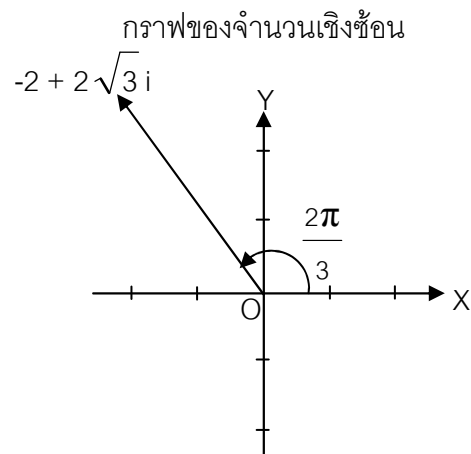
$$\text{ให้ } z = -2 + 2\sqrt{3}i$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{4 + 12} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta &= -\frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ อยู่ในจุดภาคที่ 2}$$

$$\therefore z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$



ตอบ

$$3) -2\sqrt{3} - 2i$$

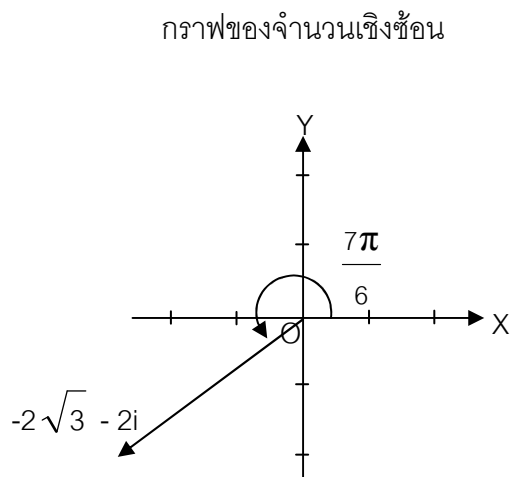
$$\text{ให้ } z = -2\sqrt{3} - 2i$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{12 + 4} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{-2}{-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } \theta = \frac{7\pi}{6} \text{ อยู่ในจุดภาคที่ 3}$$

$$\therefore z = 4\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$$



ตอบ

5. จงเขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วต่อไปนี้ในรูป $a + bi$

$$1) \sqrt{2} \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right] = \sqrt{2} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right]$$

$$= 1 + i$$

ตอบ

$$2) 6 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right] = 6 \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right]$$

$$= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$$

ตอบ

$$3) 10[\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ] = 10[-\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ]$$

$$= 10 \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i \right]$$

$$= -5\sqrt{3} - 5i$$

ตอบ

$$4) \sqrt{5} [\cos 420^\circ + i \sin 420^\circ] = \sqrt{5} [\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ]$$

$$= \sqrt{5} \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right]$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2} i$$

ตอบ

เฉลยแบบฝึกที่ 2
การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

1. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
390°	$\frac{13\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
405°	$\frac{9\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
420°	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
510°	$\frac{17\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. กำหนด $z_1 = \sqrt{6} \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right]$, $z_2 = \sqrt{2} \left[\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right]$

จงเขียน $z_1 z_2$ และ $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป $a + bi$

$$\begin{aligned}
 3) z_1 z_2 &= \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{6} \right) \right] \\
 &= \sqrt{12} \left[\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right] \\
 &= 2\sqrt{3} \left[\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right] \\
 &= 2\sqrt{3} [0 - i] \\
 &= -2\sqrt{3}i
 \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
4) \frac{z_1}{z_2} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{7\pi}{6}\right) \right] \\
&= \sqrt{\frac{6}{2}} \left[\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right] \\
&= \sqrt{3} \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right] \\
&= \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\
&= -\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\
&= -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i
\end{aligned}$$

ตอบ

3. ถ้า $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ และ $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

3.1 จงเขียน z_1 และ z_2 ในรูปเชิงขั้ว

3.2 จงหาค่า $z_1 z_2$ และ $\frac{z_1}{z_2}$ ในรูป $a + bi$ โดยอาศัยการคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

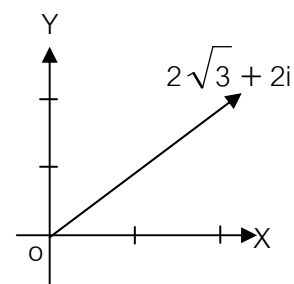
3.1) วิธีทำ ให้ $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} \\
&= \sqrt{12 + 4} \\
&= \sqrt{16} \\
&= 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tan\theta_1 &= \frac{2}{2\sqrt{3}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

จะได้ $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore z_1 = 4 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$$



ตอบ

ให้

$$z_2 = 1 - \sqrt{3}i$$

$$r_2 = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1+3}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$\tan\theta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$= -\sqrt{3}$$

จะได้

$$\theta_2 = \frac{5\pi}{3}$$

$$\therefore z_2 = 2 \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} \right)$$

$$3.2 \quad z_1 z_2 = (4)(2) \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{3}\right) \right]$$

$$= 8 \left[\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6} \right]$$

$$= 8 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$$

$$= 4\sqrt{3} - 4i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4}{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{3}\right) \right]$$

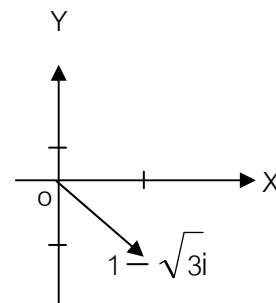
$$= \frac{4}{2} \left[\cos\left(-\frac{9\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{9\pi}{6}\right) \right]$$

$$= \frac{4}{2} \left[\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) \right]$$

$$= 2 \left[\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} \right]$$

$$= 2(0 + i)$$

$$= 2i$$



ตอบ

ตอบ

ตอบ

เฉลยแบบฝึกที่ 3
การยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนด้วยจำนวนเต็มบวก

1. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

การวัดของ θ		$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
องศา	เรเดียน			
540°	3π	0	-1	0
660°	$\frac{11\pi}{3} = 2\pi + \frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
720°	$4\pi = 2(2\pi)$	0	1	0
810°	$\frac{9\pi}{2} = 2(2\pi) + \frac{\pi}{2}$	1	0	หาค่าไม่ได้

2. กำหนด $z = 3 \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$ แล้วจงหา z^{12} ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z^{12} &= 3^{12} \left[\cos \frac{12\pi}{4} + i \sin \frac{12\pi}{4} \right] \\ &= 3^{12} [\cos 3\pi + i \sin 3\pi] \\ &= 3^{12} [-1 + 0i] \end{aligned}$$

ดังนั้น $z^{12} = -(3^{12})$

ตอบ

3. กำหนด $z = \sqrt{3} \left[\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right]$ แล้วจงหา z^6 ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

$$\text{จะได้ } z^6 = (\sqrt{3})^6 \left[\cos \frac{6\pi}{24} + i \sin \frac{6\pi}{24} \right]$$

$$= \left(\frac{1}{3^2} \right)^6 \left[\cos \frac{6\pi}{24} + i \sin \frac{6\pi}{24} \right]$$

$$= 3^3 \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$$

$$= 27 \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right]$$

$$\text{ดังนั้น } z^6 = \frac{27\sqrt{2}}{2} + \frac{27\sqrt{2}}{2} i$$

ตอบ

4. กำหนด $z = \sqrt{2} [\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ]$ แล้วจงหา z^4 ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ จาก $z^n = r^n [\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)]$

$$\text{จะได้ } z^4 = (\sqrt{2})^4 \left[\cos(4)(60^\circ) + i \sin(4)(60^\circ) \right]$$

$$= \left(\frac{1}{2^2} \right)^4 \left[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ \right]$$

$$= 2^2 \left[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ \right]$$

$$= 4 \left[-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right]$$

$$\text{ดังนั้น } z^4 = -2 - 2\sqrt{3}i$$

ตอบ

5. จงเขียน $(\sqrt{3} + i)^8$ ในรูปของ $a + bi$

วิธีทำ เขียน $(\sqrt{3} + i)^8$ ในรูปเชิงขั้ว

$$\text{ให้ } z = \sqrt{3} + i$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{3+1}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{จะได้ } \theta = \frac{\pi}{6}$$

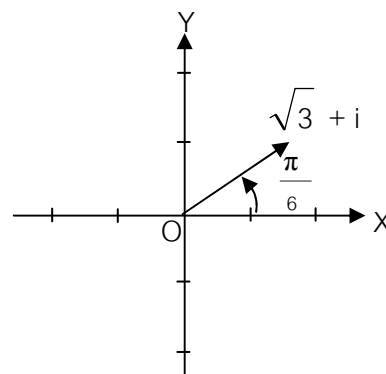
$$\therefore z = 2 \left[\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right]$$

$$\text{ดังนั้น } (\sqrt{3} + i)^8 = 2^8 \left[\cos \frac{8\pi}{6} + i \sin \frac{8\pi}{6} \right]$$

$$= 256 \left[-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right]$$

$$= -128 - 128\sqrt{3}i$$

กราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ตอบ

เฉลยแบบฝึกที่ 4
รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

1. ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

เลขยกกำลัง	จำนวนจริง
$(\sqrt{2})^2$	2
$(\sqrt{3})^4$	9
$(2\sqrt{5})^3$	$40\sqrt{5}$

รากที่ n	จำนวนจริง
$\sqrt{8}$	$2\sqrt{2}$
$\sqrt[3]{8}$	2
$\sqrt[3]{27}$	3

2. จงหารากที่ 3 ของ $4 + 4\sqrt{3}i$

วิธีทำ นำ $4 + 4\sqrt{3}i$ มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$4 + 4\sqrt{3}i = 8 \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right]$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ 3 ของ $4 + 4\sqrt{3}i$

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$z^3 = r^3[\cos 3\theta + i\sin 3\theta] = 8 \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right]$$

ฉะนั้น $r^3 = 8$ และ $3\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

$$r = 2 \quad \theta = \frac{\pi + 6k\pi}{9}$$

ดังนั้น $z = 2 \left[\cos \frac{\pi + 6k\pi}{9} + i \sin \frac{\pi + 6k\pi}{9} \right]$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = 2 \left[\cos \frac{\pi + 6(0)\pi}{9} + i \sin \frac{\pi + 6(0)\pi}{9} \right]$
 $= 2 \left[\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9} \right]$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 2 \left[\cos \frac{\pi + 6(1)\pi}{9} + i \sin \frac{\pi + 6(1)\pi}{9} \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{7\pi}{9} + i \sin \frac{7\pi}{9} \right] \\
 \text{เมื่อ } k = 2 \text{ จะได้ } z_3 &= 2 \left[\cos \frac{\pi + 6(2)\pi}{9} + i \sin \frac{\pi + 6(2)\pi}{9} \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{13\pi}{9} + i \sin \frac{13\pi}{9} \right] \\
 \text{ดังนั้นรากที่ 3 ของ } 4 + 4\sqrt{3}i \text{ คือ } & 2 \left[\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9} \right] \\
 & 2 \left[\cos \frac{7\pi}{9} + i \sin \frac{7\pi}{9} \right] \\
 & 2 \left[\cos \frac{13\pi}{9} + i \sin \frac{13\pi}{9} \right]
 \end{aligned}$$

ตอบ

3. จงหารากที่ 2 ของ -4 พร้อมทั้งแสดงแผนภาพ

วิธีทำ นำ -4 มาเขียนในรูปเชิงขั้ว จะได้

$$-4 = 4[\cos\pi + i\sin\pi]$$

ถ้าให้ $z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$ เป็นรากที่ 2 ของ -4

โดยทฤษฎีบทเดอมัวร์จะได้

$$z^2 = r^2[\cos 2\theta + i\sin 2\theta] = 4[\cos\pi + i\sin\pi]$$

ฉะนั้น $r^2 = 4$ และ $2\theta = \pi + 2k\pi$ เมื่อ $k \in \mathbb{I}$

$$r = 2 \quad \theta = \frac{\pi + 2k\pi}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } z = 2 \left[\cos \frac{\pi + 2k\pi}{2} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{2} \right] \text{ เมื่อ } k \in \mathbb{I}$$

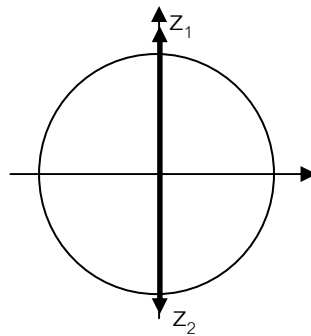
$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } k = 0 \text{ จะได้ } z_1 &= 2 \left[\cos \frac{\pi + 2(0)\pi}{2} + i \sin \frac{\pi + 2(0)\pi}{2} \right] \\
 &= 2 \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 2 \left[\cos \frac{\pi + 2(1)\pi}{2} + i \sin \frac{\pi + 2(1)\pi}{2} \right] \\ &= 2 \left[\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นรากที่ 2 ของ } -4 \text{ คือ } & 2 \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right] \\ & 2 \left[\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right] \end{aligned}$$

ตอบ

แผนภาพของรากของรากที่ 2 ของ -4



เฉลยแบบฝึกที่ 5
รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

1. กำหนด $\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right)$ และ $\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right)$ จงหาค่า $\sin\theta$ และ $\cos\theta$

เมื่อ $k = \{0, 1, 2\}$

k	$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right)$	จำนวนจริง
0	$\cos\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
1	$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$-\frac{1}{2}$
2	$\cos\left(\frac{9\pi}{6}\right)$	0

k	$\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right)$	จำนวนจริง
0	$\sin\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
1	$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\frac{1}{2}$
2	$\sin\left(\frac{9\pi}{6}\right)$	-1

2. จงหารากที่ 3 ของ $-2\sqrt{3} + 2i$ แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

ดังนั้น $n = 3, k = \{0, 1, 2\}$

$$r = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\tan\theta = \frac{2}{-2\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{5\pi}{6}$$

จะได้ $z = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) \right]$ เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(0)\pi}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} \left[\cos\frac{5\pi}{18} + i \sin\frac{5\pi}{18} \right]$$

เมื่อ $k = 1$ จะได้ $z_2 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(1)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(1)\pi}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} \left[\cos\frac{17\pi}{18} + i \sin\frac{17\pi}{18} \right]$$

เมื่อ $k = 2$ จะได้ $z_3 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(2)\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{6} + 2(2)\pi}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} \left[\cos\frac{29\pi}{18} + i \sin\frac{29\pi}{18} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นรากที่ 3 ของ } -2\sqrt{3} + 2i \text{ คือ } & \sqrt[3]{4} \left[\cos \frac{5\pi}{18} + i \sin \frac{5\pi}{18} \right] \\ & \sqrt[3]{4} \left[\cos \frac{17\pi}{18} + i \sin \frac{17\pi}{18} \right] \\ & \sqrt[3]{4} \left[\cos \frac{29\pi}{18} + i \sin \frac{29\pi}{18} \right] \end{aligned}$$

ตอบ

3. จงหารากที่ 2 ของ i แล้วเขียนรากในรูปเชิงขั้ว พร้อมทั้งเขียนแผนภาพ

วิธีทำ จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \right]$

ดังนั้น $n = 2, k = \{0, 1\}$

$$r = \sqrt{1} = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{0} \text{ หาค่าไม่ได้}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

จะได้ $z = \sqrt[2]{1} \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{2} \right) \right] \text{ เมื่อ } k \in I$

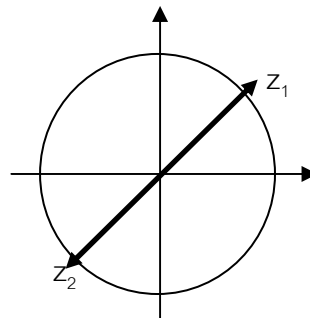
เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = 1 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(0)\pi}{2} \right) \right]$

$$= 1 \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } k = 1 \text{ จะได้ } z_2 &= 1 \left[\cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2(1)\pi}{2} \right) \right] \\ &= 1 \left[\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นรากที่ } 2i \text{ ของ } i \text{ คือ } & 1 \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right] \\ & 1 \left[\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right] \end{aligned}$$

ตอบ

แผนภาพของรากที่ 2 ของ i 

แบบทดสอบเรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

ชื่อ สกุล ชั้น เลขที่.....

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำหรืออธิบายวิธีคิดโดยละเอียด
2. ข้อสอบมี 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน
3. เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

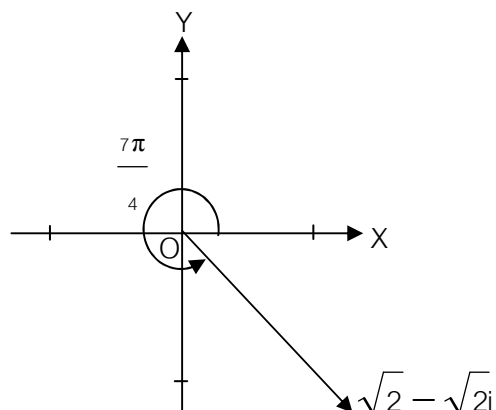
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงขั้วได้
2. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหาค่าเลขยกกำลังของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วที่กำหนดให้ได้
4. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วโดยอาศัยความหมายของรากที่ n ของจำนวนจริง ในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนที่มีเลขชี้กำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้
5. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วในการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้

เฉลยข้อ 1

วิธีทำ

เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน



ให้ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ เป็นรูปเชิงขั้วของ $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

$$\text{จะได้ } r = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan\theta = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

รูปเชิงขั้วของ $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ คือ $2 \left[\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right]$

ตอบ

เฉลยข้อ 2

วิธีทำ จาก

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}}$$

$$= 1$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

จะได้

$$z = 1 \left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6} \right]$$

จาก

$$z^n = r^n [\cos n\theta + i\sin n\theta]$$

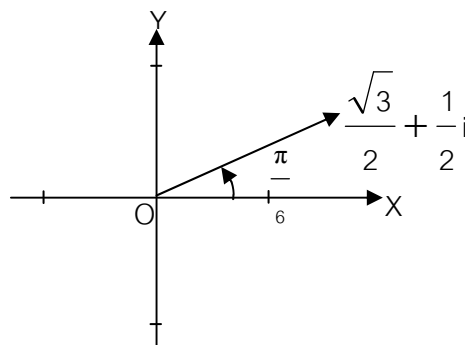
$$z^6 = 1^6 \left[\cos 6\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin 6\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] = \cos \pi + i\sin \pi = -1$$

$$z^3 = 1^3 \left[\cos 3\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin 3\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] = \cos \frac{\pi}{2} + i\sin \frac{\pi}{2} = 0 + 1i = i$$

ดังนั้น

$$z^6 + z^3 + 2 = -1 + i + 2 \\ = 1 + i$$

เขียนกราฟของจำนวน



ตอบ

เฉลยข้อ 3

วิธีทำ

$$\text{จาก } z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } z_1 z_2 &= (3)(2) \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \right] \\ &= 6 \left[\cos\frac{7\pi}{6} + i \sin\frac{7\pi}{6} \right] = 6 \left[\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= 6 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \\ &= -3\sqrt{3} - 3i \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } z_1 z_2 = -3\sqrt{3} - 3i$$

ตอบ

$$\text{จาก } \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{z_1}{z_2} &= \frac{3}{2} \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) \right] \\ &= \frac{3}{2} \left[\cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2} \right] \\ &= \frac{3}{2} [0 + i] = \frac{3}{2}i \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{z_1}{z_2} = \frac{3}{2}i$$

ตอบ

เฉลยข้อ 4

วิธีทำ จาก $z^3 = \sqrt{3} + i$

จะได้ $z = \sqrt[3]{\sqrt{3} + i}$

และ $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$

ดังนั้น $n = 3, k = 0, 1, 2$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = 30^\circ$$

จะได้ $z = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{30^\circ + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{30^\circ + 2k\pi}{3}\right) \right]$ เมื่อ $k \in I$

$$= \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{30^\circ + 2k(180^\circ)}{3}\right) + i \sin\left(\frac{30^\circ + 2k(180^\circ)}{3}\right) \right]$$
 เมื่อ $k \in I$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{30^\circ + 2(0)(180^\circ)}{3}\right) + i \sin\left(\frac{30^\circ + 2(0)(180^\circ)}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} [\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ]$$

เมื่อ $k = 1$ จะได้ $z_2 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{30^\circ + 2(1)(180^\circ)}{3}\right) + i \sin\left(\frac{30^\circ + 2(1)(180^\circ)}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} [\cos 130^\circ + i \sin 130^\circ]$$

เมื่อ $k = 2$ จะได้ $z_3 = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{30^\circ + 2(2)(180^\circ)}{3}\right) + i \sin\left(\frac{30^\circ + 2(2)(180^\circ)}{3}\right) \right]$

$$= \sqrt[3]{4} [\cos 250^\circ + i \sin 250^\circ]$$

ดังนั้นรากที่ 3 ของ $\sqrt{3} + i$ คือ $\sqrt[3]{4} [\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ]$

$$\sqrt[3]{4} [\cos 130^\circ + i \sin 130^\circ]$$

$$\sqrt[3]{4} [\cos 250^\circ + i \sin 250^\circ]$$

ตอบ

เฉลยข้อ 5

วิธีทำ ให้ $z = -1 + \sqrt{3}i$

จะได้ $r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2}$
 $= \sqrt{4} = 2$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{2\pi}{3}$$

ให้ $z^5 = (-1 + \sqrt{3}i)^5$ เขียนในรูปเชิงขั้ว

จะได้ $z^5 = \left[2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \right]^5$
 $= 2^5 \left[\cos 5 \left(\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin 5 \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right]$
 $= 32 \left[\cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right]$

ดังนั้น $z^5 = (-1 + \sqrt{3}i)^5 = 32 \left[\cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right]$

หารากที่ 2 ของ $32 \left[\cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right]$ ดังนี้

จาก $z = \sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \right]$ เมื่อ $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$

จะได้ $z = \sqrt{32} \left[\cos \left(\frac{\frac{10\pi}{3} + 2k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{10\pi}{3} + 2k\pi}{2} \right) \right]$ เมื่อ $k = 0, 1$

เมื่อ $k = 0$ จะได้ $z_1 = \sqrt{32} \left[\cos \left(\frac{\frac{10\pi}{3} + 2(0)\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{10\pi}{3} + 2(0)\pi}{2} \right) \right]$

$$\begin{aligned}
&= 4\sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{10\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{10\pi}{3} \right) \right] \\
&= 4\sqrt{2} \left[\cos \frac{10\pi}{6} + i \sin \frac{10\pi}{6} \right] = 4\sqrt{2} \left[\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right] \\
&= 4\sqrt{2} \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right] = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}i
\end{aligned}$$

เมื่อ $k=1$ จะได้ $z_2 = \sqrt{32} \left[\cos \left(\frac{10\pi + 2(1)\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{10\pi + 2(1)\pi}{3} \right) \right]$

$$\begin{aligned}
&= 4\sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{16\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{16\pi}{3} \right) \right] \\
&= 4\sqrt{2} \left[\cos \frac{16\pi}{6} + i \sin \frac{16\pi}{6} \right] = 4\sqrt{2} \left[\cos \frac{8\pi}{3} + i \sin \frac{8\pi}{3} \right] \\
&= 4\sqrt{2} \left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right] = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}i
\end{aligned}$$

ดังนั้นรากที่ 2 ของ $(-1 + \sqrt{3}i)^5$ คือ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}i$ และ $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}i$ **ตอบ**

แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นิยามความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกถึงความรู้สึกชอบ ฟังพอใจ มองเห็นความสำคัญในสิ่งใดสิ่งหนึ่งและจะพยายามทำสิ่งนั้นให้สำเร็จด้วยความกระตือรือร้น เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งวัดจากแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับภายหลังจากการสอนด้วยแบบฝึกตามรูปแบบการสอนโดยใช้สิ่งช่วยจัดมโนมติล่วงหน้า เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงซ้อน ซึ่งแบบวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบ ลิเกิตสเกล (Likert Scale)

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามฉบับนี้ถามเกี่ยวกับความรู้สึก หรือสิ่งที่ผู้เรียนปฏิบัติเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
2. การตอบแบบสอบถามฉบับนี้ไม่มีคำตอบที่ถูกหรือผิด นักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างอิสระหรือแสดงความเห็นได้โดยไม่ต้องวิตกกังวล คำตอบของนักเรียนจะเก็บเป็นความลับ และจะนำผลรวมไปใช้ในการวิจัยทางวิชาการเท่านั้น เพื่อประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนการสอนและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ คำตอบของนักเรียนจะไม่มีผลต่อการเรียนหรือคะแนนสอบของนักเรียนแต่ประการใด
3. วิธีตอบแบบสอบถามฉบับนี้ ขอให้นักเรียนอ่านข้อความแต่ละข้อพิจารณาข้อความ แต่ ละข้ออย่างรอบคอบ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องทางขวามือที่ตรงกับระดับความคิดเห็นหรือความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนมากที่สุด ในข้อหนึ่งๆ จะมีคำตอบให้เลือก 5 ระดับ: ซึ่งในแต่ละระดับมีความหมายดังนี้

5	หมายถึง	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
4	หมายถึง	เห็นด้วย
3	หมายถึง	ไม่แน่ใจ
2	หมายถึง	ไม่เห็นด้วย
1	หมายถึง	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		5	4	3	2	1
0	ฉันเป็นนักเรียนที่ดี	✓				
00	ฉันเป็นนักเรียนอยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ			✓		

แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : แบบสอบถามฉบับนี้ถามเกี่ยวกับความรู้สึกหรือการปฏิบัติของนักเรียนที่เกี่ยวกับความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนพิจารณาข้อความที่กำหนดให้ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างแต่ละข้อความตามความเป็นจริง

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		5	4	3	2	1
1	ฉันชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น					
2	ฉันชอบนำโจทย์คณิตศาสตร์มาทำในเวลาว่าง					
3	ฉันชอบอ่านและจดบันทึกเมื่อมีวารสาร บทความ หรือบอร์ดที่ให้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์					
4	ฉันชอบพูดคุยถึงเรื่องราวที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับครูและเพื่อนๆ					
5	ฉันชอบออกไปแสดงวิธีทำโจทย์คณิตศาสตร์หน้าชั้นเรียน					
6	ฉันจะติดตามงานจากเพื่อนหรือครูผู้สอนเมื่อฉันไม่ได้เข้าเรียน					
7	ฉันอยากศึกษาต่อในสาขาที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์					
8	ฉันจะยกมือถามครูผู้สอนทันทีถ้าครูอธิบายหน้าชั้นแล้วฉันไม่เข้าใจหรือติดตามการสอนไม่ทัน					
9	ฉันจะศึกษาหรือค้นคว้าเพิ่มเติมในเรื่องยังไม่เข้าใจจากการเรียนคณิตศาสตร์					
10	เมื่อฉันทำโจทย์คณิตศาสตร์ไม่ได้ฉันจะพยายามศึกษาค้นคว้าหาวิธีเฉลยให้ได้					
11	ฉันรู้สึกไม่ชอบที่ครูให้การบ้านวิชาคณิตศาสตร์เป็นประจำ					
11	ฉันคิดว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากที่จะทำความเข้าใจ					
12	ฉันไม่ยอมให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์สอนจนหมดชั่วโมง					
13	ฉันไม่เคยช่วยเพื่อนทำงานกลุ่มในวิชาคณิตศาสตร์					
14	ฉันไม่ชอบทำการบ้านหรือแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์					

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		5	4	3	2	1
15	ฉันคิดว่าการตั้งใจเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทำให้เสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์เพราะเรียนไปก็ไม่รู้เรื่อง					
16	ฉันรู้สึกเบื่อเมื่อต้องท่องสูตรหรือกฎต่างในวิชาคณิตศาสตร์					
17	ฉันรู้สึกดีใจเมื่อทราบว่าครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่เข้าสอน					
18	ฉันคิดว่าไม่ควรบังคับให้นักเรียนต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์					
19	ถ้าจะต้องเลือกชุมนุมฉันจะเลือกชุมนุมคณิตศาสตร์เป็นอันดับสุดท้าย					
20	ฉันคิดว่าเป็นไปไม่ได้ที่ฉันจะเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลการเรียนดีขึ้นกว่าที่เป็นอยู่					

ขอขอบพระคุณที่ให้ความร่วมมือในการตอบแบบสอบถาม

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแบบฝึก แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามวัดความสนใจทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญเลิศ จีรภัทร์
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
2. อาจารย์ณัฐ จั่นแย้ม
ครู วิทยฐานะเชี่ยวชาญ โรงเรียนชัยฉิมพลีพิทยาคม
3. อาจารย์วิไลวรรณ อัมไพพัทธ์
ข้าราชการบำนาญ 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นายดรณัฏ์ สุขอนันต์กุล
วัน เดือน ปีเกิด	20 กรกฎาคม 2519
สถานที่เกิด	อำเภอภูสิงห์ จังหวัดศรีสะเกษ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	16 ถ. เลียบคลองพิทยาลงกรณ์ แขวงท่าข้าม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร 10150
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ. 1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนพิทยาลงกรณ์พิทยาคม แขวงท่าข้าม เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2538	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนสนมวิทยาคาร อ. สนม จ. สุรินทร์
พ.ศ. 2545	ศษ.บ. สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ (คณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2554	กศ.ม. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ