

ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาของมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
กันยายน 2554

ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สารนิพนธ์

ของ

ประจวบ ศรีภักลา



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาของมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาของมหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
กันยายน 2554

ประจวบ ศรีภักลา.(2554). ผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5, สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ.

การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้นกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ t – test dependent และ t-test one group

ผลการศึกษาพบว่า

1.ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงวกว่าก่อนได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงวกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีเกณฑ์เฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.10

THE EFFECT OF USING GSP PROGRAM SUPPLEMENTED INSTRUCTION ON  
FUNDAMENTAL GRAPH OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS  
MATHEMATICS ACHIEVEMENT



Present in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Master of Education Degree in Secondary Education  
at Srinakharinwirot University

September 2011

PRACHUAB SRIPILA. (2011). *The Effect of Using GSP Program Supplemented Instruction on Fundamental Graph of Mathayomsuksa V Students' Mathematics Achievement*. Master Project, M.Ed.(Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purpose of this research was to compare mathematics achievement on "Fundamental Graph" of Mathayomsuksa V students before and after being taught by using the Geometer's sketchpad and to compare mathematics achievement after being taught by using the Geometer's sketchpad and its criteria.

The subjects of this study were 50 Mathayomsuksa V students of Assumption College, Bangrak, Bangkok, in the first semester of 2010 academic year. The subjects were selected through cluster random, by using One – Group Pretest-Posttest Design. The t-test for dependent sample and the t-test one group were used for data analysis.

The results of this study were as follows:

1. Mathematics achievement on "Fundamental Graph" of Mathayomsuksa V students after being taught by using the Geometer's sketchpad is statistically higher than before the experiment with the significance at .01 level.
2. Mathematics achievement on "Fundamental Graph" of Mathayomsuksa V students after being taught by using the Geometer's sketchpad is statistically higher than the criterion of 70% with the significance at .01 level.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรและคณะกรรมการสอบ  
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่องผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่มีต่อ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของ ประจวบ ศรีภิลลา  
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต  
สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

.....

ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ )

.....

กรรมการสอบสารนิพนธ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

.....

กรรมการสอบสารนิพนธ์

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. องอาจ นัยพัฒน์)

วันที่ เดือน กันยายน พ.ศ. 2554

## ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษา คำแนะนำตลอดจน  
ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ  
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์  
รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้วิจัยฯ ซึ่งในความเมตตา และความกรุณาเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์กมล เอกไทยเจริญ  
รองศาสตราจารย์กำจร มุณีแก้ว และผู้ช่วยศาสตราจารย์นุกุล แก้วเนียมที่กรุณาอุทิศเวลาให้  
ข้อเสนอแนะ คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่เป็นประโยชน์และมีค่าต่อการวิจัย  
อันทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณะผู้บริหารโรงเรียนอัสสัมชัญ กรุงเทพทุกท่านที่ให้การสนับสนุนใน  
เรื่องเวลาที่ใช้ในการทำวิจัย และอาจารย์ทุกท่านที่ช่วยในการวิจัยให้สำเร็จและช่วยเหลือสนับสนุน  
ตลอดมา ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอัสสัมชัญ ภาคเรียนที่ 1  
ปีการศึกษา 2553 ที่ให้ความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ  
ตลอดจนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553  
ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองในครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ขอขอบคุณทุกคนในครอบครัวที่ให้อำนาจใจและ  
ความห่วงใย รวมถึงเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ทุกคน  
ที่สนับสนุนช่วยเหลือ และให้อำนาจใจในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณแต่ มารดา บิดา  
ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

ประจวบ ศรีภักลา



# สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b> .....	1
ภูมิหลัง .....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า .....	4
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า .....	4
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า .....	4
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า .....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า .....	4
ตัวแปรที่ศึกษา .....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า .....	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	5
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า .....	7
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP .....	9
ความเป็นมาของโปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad).....	9
โปรแกรม GSP .....	13
ความสามารถของโปรแกรม GSP .....	15
โปรแกรมGSPกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	32
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP .....	35
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	41
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	41
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	45
การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	48
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	50
<b>3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า</b> .....	54
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง .....	55
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า .....	54

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
<b>3 (ต่อ)</b>	54
การเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	54
แบบแผนการศึกษาชั้นคว่ำ .....	54
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาชั้นคว่ำ .....	55
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	57
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล .....	57
สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ.....	58
สถิติที่ใช้ในการศึกษาชั้นคว่ำ.....	59
<b>4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....</b>	61
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	61
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	62
<b>5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....</b>	64
ความมุ่งหมายของการศึกษาชั้นคว่ำ.....	64
สมมติฐานของการศึกษาชั้นคว่ำ.....	64
วิธีการดำเนินการศึกษาชั้นคว่ำ.....	64
สรุปผลการศึกษาชั้นคว่ำ.....	66
อภิปรายผล.....	67
ข้อสังเกตจากการศึกษาชั้นคว่ำ.....	71
ข้อเสนอแนะ.....	72
<b>บรรณานุกรม.....</b>	73
<b>ภาคผนวก.....</b>	84
ภาคผนวก ก.....	85
ภาคผนวก ข.....	93
ภาคผนวก ค.....	101
ภาคผนวก ง.....	138
<b>ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์.....</b>	139

## บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แบบแผนการศึกษาค้นคว้า.....	54
2	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	62
3	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70....	63
4	ค่าดัชนีความสอดคล้องแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์....	86
5	ค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	87
6	ค่า $x$ และค่า $X^2$ ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	88
7	ค่า $p$ และ ค่า $p_q$ ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $r_{tt}$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	91
8	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ของกลุ่มตัวอย่าง.....	94
9	แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP.....	97

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ภาพประกอบ 1.....	13
2 ภาพประกอบ 2.....	14
3 ภาพประกอบ 3.....	15
4 ภาพประกอบ 4.....	15
5 ภาพประกอบ 5.....	16
6 ภาพประกอบ 6.....	16
7 ภาพประกอบ 7.....	17
8 ภาพประกอบ 8.....	17
9 ภาพประกอบ 9.....	19
10 ภาพประกอบ 10.....	20
11 ภาพประกอบ 11.....	20
12 ภาพประกอบ 12.....	21
13 ภาพประกอบ 13.....	21
14 ภาพประกอบ 14.....	22
15 ภาพประกอบ 15.....	22
16 ภาพประกอบ 16.....	23
17 ภาพประกอบ 17.....	23
18 ภาพประกอบ 18.....	30
19 ภาพประกอบ 19.....	30
20 ภาพประกอบ 20.....	31

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ เพราะการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบัน และอนาคต ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้นดังนั้นการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ให้เข้าใจอย่างแท้จริง และสามารถประยุกต์นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้จึงเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญเป็นอย่างมาก (สันติ อธิพิณนาวกุล. 2550: 1) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญ และเป็นวิชาที่นักเรียนมักประสบปัญหาในการเรียน เนื่องจากเป็นวิชาที่นักเรียนเข้าใจยาก (ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2543: 266)

การพัฒนาคนสำหรับสังคมไทยในอนาคตมุ่งพัฒนาให้เป็นคนที่มีคุณภาพในส่วนคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ สามารถผสมผสานความรู้ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 34) วิชาคณิตศาสตร์ยังเสริมสร้างควมมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิดช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบ ในการคิด มีการวางแผนในการทำงานและความสามารถในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง. 2533:151) ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ตามแนวการจัดการศึกษา ที่ระบุในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 หมวด 4 คือการเรียนรู้ที่ถือว่าผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ พัฒนาเต็มตามศักยภาพและเกิดทักษะในการแสวงหาความรู้ที่ผู้เรียนเป็นสำคัญที่สุด หรือถือว่าผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในรูปแบบต่างๆ พบว่ามีโครงสร้างพื้นฐาน ร่วมกัน 4 องค์ประกอบ คือ 1) การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ 2) การสร้างความรู้ร่วมกัน 3) การนำเสนอความรู้ 4) การประยุกต์ใช้หรือ การลงมือปฏิบัติ (กรมวิชาการ. 2546: 277)

การศึกษาต้องให้สอดคล้องกับการศึกษาขั้นพื้นฐานในสังคมปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญที่ต้องเรียน เป็นวิชาการที่เสริมสร้างสติปัญญาของมนุษย์ ให้คิดเป็นอย่างมีขั้นตอนทักษะกระบวนการและมีเหตุผล เพื่อที่จะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้แสวงหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย และสามารถแก้ปัญหาต่างๆในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตามความสามารถและเต็มศักยภาพของแต่ละคน อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการก่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ในศาสตร์แขนงอื่นๆอีกด้วย (เพ็ญจันทร์ เจียบประเสริฐ. 2543:1) แนวการจัดการเรียนรู้ จึงมีลักษณะเป็นกระบวนการทางปัญญา ที่พัฒนาบุคคลอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต สามารถเรียนรู้ได้ทุกเวลาทุกสถานที่ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีความสุขบูรณาการเนื้อหาสาระตามความเหมาะสมของระดับการศึกษา เพื่อให้การเรียนรู้ได้มีความรู้เกี่ยวกับตนเองและความสัมพันธ์

ของตนเองกับสังคม สาระการเรียนรู้สอดคล้องกับความสนใจของผู้เรียน ทันสมัยเน้นกระบวนการคิด และการปฏิบัติจริงได้เรียนรู้ตามสภาพจริงสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างไกลเป็นกระบวนการ ที่มีทางเลือกและมีแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายน่าสนใจ เป็นกระบวนการเรียนรู้ร่วมกัน โดยมีผู้เรียน ครู และผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกฝ่ายร่วมจัดบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้ และมุ่งประโยชน์ของผู้เรียน เป็นสำคัญเพื่อให้ผู้เรียนเป็นคนดี คนมีปัญญา และคนมีความสุข (วัฒนาพร ระบุว่าทุกข์. 2541: 14) จึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ ด้วยการค้นหาวิธีการต่างๆ มาใช้ในการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้โดยครูผู้สอนจะต้องมีการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอน ของตนเองให้เข้ากับยุคสมัยโดยเน้นผู้เรียนศูนย์กลางมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนสรรค์สร้างความรู้ ด้วยตนเอง(ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2543: 266)

การใช้บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อนวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษาประเภทหนึ่งซึ่ง อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียน เน้นกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติ จริงได้รับประสบการณ์จริง ได้สังเกต เสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุป ค้นคว้า หาวิธีการต่าง ๆ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความคิด จินตนาการ คิดสร้างสรรค์ มีกระบวนการต่าง ๆ ที่ จะแก้ไขปัญหา (ลาวัลย์ พลกล้า.2523:17) รวมทั้งสื่อบทเรียนปฏิบัติการจะช่วยให้นักเรียนเกิด ความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น เกิดมโนคติ (Concept) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการหากระบวนการ และวิธีการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถถ่ายโยงความรู้นั้นไปใช้ได้ สถานการณ์ต่าง ๆ (รวีวรรณ คุ้มชัย.2537:97) ดังที่วัฒนศิริ ชมหมู่(2548 : 46-47) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการ แปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการ ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

โปรแกรม GSP “The Geometer’s Sketchpad” จึงเป็นโปรแกรมหนึ่ง ซึ่งครูสามารถ นำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ มากขึ้นเนื่องจากโปรแกรม GSP สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) มาใช้อธิบายเนื้อหา ยาก ๆ ให้เกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ตลอดจนเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้จากบทเรียน ปฏิบัติการที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์การสำรวจและการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชา คณิตศาสตร์ นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ใหม่ ๆ หรือความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วย ตนเอง(ภิรมวรัตน์ ธรรมใจ.2548 : 1)

ในสหรัฐอเมริกาได้มีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากมาย แต่โปรแกรม The Geometer 's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์โปรแกรมหนึ่งที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย สามารถที่จะใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะโปรแกรมดังกล่าวสามารถที่จะสร้างรูปภาพ รูปเรขาคณิต และวัดหาขนาดส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง และมุมได้รวดเร็วถูกต้องทั้งยังช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสองมิติ และสามมิติบนหน้าจอแล้วพลิก หมุน หรือเลือนรูปในมุมมองต่างๆ การทำกิจกรรมการสำรวจด้วยการด้วยการ พลิก เลื่อน หมุน ยืดหด เพื่อเรียนรู้สมบัติต่างๆทางเรขาคณิตได้รวดเร็วเป็นรูปธรรมขึ้น นอกจากคุณสมบัติดังกล่าวแล้ว ยังมีเมนูคำสั่ง เพื่อที่จะสร้างกราฟจากฟังก์ชันต่างๆ ได้อีกด้วยโปรแกรม GSP ยังส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการคิดค้นคว้าเหตุผล และเพิ่มพูน ความรู้ ความสามารถ

นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น ดึงดูดความสนใจอยากค้นคว้า ด้วยการตอบสนองทันทีของโปรแกรมดังกล่าว และผู้สอนสามารถที่สาธิตหรือสรุปให้นักเรียนศึกษาตามเพื่อเป็นการทบทวนค้นหาได้ (อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 1-2) เช่น ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดเรื่อง การสร้างรูปวงกลม ไฮเพอร์โบล่า ทำให้ชุดการเรียน 4 ขั้นตอน คือขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์ และขั้นนำไปใช้ ซึ่งครูสามารถกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ต้องค้นหาคำตอบเพื่ออธิบายตามขั้นตอนได้ประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 และ เกิดผลสัมฤทธิ์ผลการเรียนคณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนสูงขึ้น จากผลการวิจัยของสันติ อธิพิณนาวากุล (2550) เรื่องการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยโปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง เอกซ์โพเนนเชียล เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการใช้ชุดการเรียน และเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 เพื่อช่วยให้ครูมีทางเลือกในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน (สันติ อธิพิณนาวากุล 2550: 2) ด้วยความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี และจุดเด่นของโปรแกรม GSP ดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะใช้โปรแกรม GSP เพื่อศึกษาผลการใช้โปรแกรมดังกล่าวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้เป็นแนวทางในการนำคอมพิวเตอร์ไปพัฒนาการเรียนการสอนอื่นๆต่อไป (อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 2)

ด้วยความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและจุดเด่นของโปรแกรม GSP ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะใช้โปรแกรม GSP เพื่อศึกษาผลการใช้โปรแกรมดังกล่าวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทำให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เกิดความเชื่อมโยงครบทั้ง 4 ขั้นตอน และเป็นการพัฒนาชุดการเรียนการสอนที่สามารถแก้ปัญหาของนักเรียนได้ด้วยโปรแกรม GSP ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและนักเรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นได้เป็นอย่างดีในการออกแบบโปรแกรม GSP ตลอดจนผลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ เป็นแนวทางในการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในบทเรียนอื่นๆต่อไป

### ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์ร้อยละ 70

### ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

#### ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 450 คน

#### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

#### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การสอนโดยการใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

#### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา คือ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาทดลองจำนวน 8 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้โปรแกรม GSP จำนวน 6 คาบ ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 1 คาบ และทดสอบหลังเรียน (Post-test) จำนวน 1 คาบ



## เนื้อหาที่ศึกษา

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาที่สอดคล้องกับหลักสูตรปีพ.ศ.2544 (ปรับปรุง 2545) สถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งประกอบด้วย

1. วิธีและวัฏจักร
2. กราฟออยเลอร์
3. การประยุกต์กราฟออยเลอร์

## ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553

ใช้เวลาในการทดลอง 8 ชั่วโมง

1. ทดสอบก่อนเรียน	1 ชั่วโมง
2. แผนการจัดการเรียนรู้	
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 หน่วยการเรียนรู้กราฟเบื้องต้น	
หน่วยย่อยเรื่อง วิธีและวัฏจักร	2 ชั่วโมง
หน่วยย่อยเรื่อง กราฟออยเลอร์	2 ชั่วโมง
หน่วยย่อยเรื่อง การประยุกต์กราฟออยเลอร์	2 ชั่วโมง
3. ทดสอบหลังเรียน	1 ชั่วโมง
รวมทั้งหมด	8 ชั่วโมง

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) หมายถึง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหวมาใช้เชื่อมโยงการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เป็นโปรแกรมที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหาในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถ สืบเสาะ ค้นหา และคาดเดา และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง

2. การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP หมายถึง กระบวนการสอนที่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สามารถสร้างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ และสามารถ เลื่อน หมุน ยืด หดได้ ทำให้นักเรียนสามารถ สืบค้นคาดเดาและสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง ดังนี้

## 2.1 ขั้นนำ ประกอบด้วย

2.1.1 นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจ อยากรู้ อยากลอง โดยการอภิปราย การคาดคะเน หรือดูภาพ เป็นต้น

2.1.1 ครูแนะนำนักเรียนถึงขั้นตอนการเรียนรู้ การทดลอง การปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP

## 2.2 ขั้นสอน ประกอบด้วย

2.2.1 นักเรียนลงมือปฏิบัติตามบทเรียนและกิจกรรมที่ครูวางไว้

2.2.2 ครูแนะนำนักเรียนถึงขั้นตอนการเรียนรู้ และการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม GSP โดยนักเรียนศึกษาจากใบความรู้ เพื่อค้นพบหลักการ และกฎเกณฑ์ด้วยตนเองซึ่งในขั้นนี้ครูจะเป็นผู้ให้คำปรึกษา แนะนำ และควบคุมขั้นให้ดำเนินกิจกรรมด้วยดี

## 2.3 ขั้นสรุป ประกอบด้วย

2.3.1 นักเรียนเสนอผลการทำกิจกรรมของตนเอง โดยอภิปราย

2.3.2 นักเรียนสรุปผลของการเรียนบทเรียนจนได้ข้อสรุป

## 2.4 ขั้นประเมินผล โดยประเมินจาก

2.4.1 ผลและกระบวนการในการปฏิบัติกิจกรรม

2.4.2 ผลการทดสอบ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความสามารถของผู้เรียนในด้านความรู้ ความเข้าใจ และการนำไปใช้หลังใช้โปรแกรม GSP ในการเรียน เพื่อวัดความสามารถด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามที่ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643- 696) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับ คือ

3.1 ด้านความรู้ความจำ (Computation) ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในด้านความรู้ ความจำเกี่ยวกับบทนิยาม อนิยามและสัจพจน์ และความสามารถในการใช้กระบวนการคิดสร้างสัจพจน์ใหม่ ๆ

3.2 ด้านความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในด้านความเข้าใจเกี่ยวกับ บทนิยาม อนิยาม กฎทางคณิตศาสตร์ การสรุปอ้างอิง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา การติดตามแนวของเหตุผล และการอ่านตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำไปพิสูจน์ข้อความใหม่ ๆ เป็นทฤษฎีบท

3.3 การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาเหตุการณ์ที่เป็นตั้งแต่หนึ่งเหตุมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์

ข้อมูล และความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการนำกระบวนการของการให้เหตุผลนำไปหาข้อยุติเข้ามาช่วยหาบทสรุป

3.4 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อนการค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิจารณ์การพิสูจน์ และความสามารถในการสร้าง แผนภาพเวกเนอร์- ออยเลอร์และหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

#### **สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า**

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับโปรแกรม GSP
  - 1.1 ความเป็นมาของโปรแกรมเดอะจีออมเมเตอร์สเก็ตแพด (The Geometer's Sketchpad : GSP)
  - 1.2 โปรแกรมGSP
  - 1.3 ความสามารถของโปรแกรมGSP
  - 1.4 โปรแกรมGSPกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
  - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรมGSP
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  - 2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  - 2.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

## 1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

### 1.1 ความเป็นมาของโปรแกรมเดสก์ท็อปจีโอเมเตอร์สเก็ตแพด (The Geometer's Sketchpad : GSP)

โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรม ตั้งแต่ปี ค.ศ.1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรม GSP สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการสอนในวิชาวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้อีกด้วย โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยี เข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญา อันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และ ด้านศิลปะ

โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายๆ ประเทศทั่วโลก อาทิ แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ใต้หวัน ฮองกง เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีรองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 (Thai version) โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กีมวัจจ์ ธรรมใจ.2548 : 6)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548:1-2) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้ด้วยความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมหนึ่ง ที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐาน การเรียนรู้ของหลักสูตร พัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มี ทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท Key Curriculum Press และ แปลเป็นภาษาไทย เพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่าย และสะดวก

โปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเก็ตแพด (The Geometer's Sketchpad GSP) เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผลิตจากประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพโปรแกรมหนึ่ง สามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายวิชา เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ และแคลคูลัส เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็นการเรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) และเป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills)

นอกจากนี้ การใช้โปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเก็ตแพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ โปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเก็ตแพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) มีใช้อย่างแพร่หลายกว่า 50 ประเทศทั่วโลก อีกทั้งบรรจุอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับต่างๆ ถึง 10 ประเทศ เช่น สิงคโปร์ มาเลเซีย ญี่ปุ่น จีน อังกฤษ อเมริกา เป็นต้น นอกจากนี้ได้มีการแปลซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP เป็นภาษาต่างๆ ถึง 14 ภาษา ได้แก่ ฝรั่งเศส สเปน เดนมาร์ก เกาหลี ญี่ปุ่น รัสเซีย นอร์เวย์ ฟินแลนด์ อาหรับ เซคโก เปรู เยอรมัน จีน และอังกฤษ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 ข : 2)

ความสำคัญของโปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเก็ตแพด(The Geometer's Sketchpad : GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัยนั้น สำนักพิมพ์คีเคอร์รี่ (วัชรสันต์ อินธิสาร. 2547 : 22) สรุปว่าการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้เกิดกระบวนการค้นพบ

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความสามารถในการสร้างสื่อการสอนวิชาเรขาคณิตและวิชาอื่นๆ เช่น ฟิสิกส์ เป็นต้น และลักษณะการใช้งานเบื้องต้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.2546 ก : 1-85)

1. การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต การสร้างรูปเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานของการศึกษาเรขาคณิตนั้น สามารถทำได้ด้วยวงเวียนและสันตรง การใช้ The Geometer's Sketchpad ในการช่วยสอนการสร้างเรขาคณิตนี้สามารถตรวจสอบร่องรอยการสร้างได้ จากคำสั่งแสดงสิ่งที่สร้างไว้ทั้งหมด การสร้างรูปเรขาคณิตต้องอาศัยความรู้เรื่องการสร้างพื้นฐาน 6 แบบดังนี้

- 1.1 การสร้างส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้
- 1.2 การแบ่งหุนส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

- 1.3 การสร้างมุมที่มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้
- 1.4 การแบ่งเส้นมุมที่กำหนดให้
- 1.5 การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้
- 1.6 การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

2. การสร้างตารางความสัมพันธ์โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีสมบัติที่เอื้อให้ครูใช้สร้างตารางความสัมพันธ์เพื่อช่วยในการสอนเนื้อหาต่างๆ เช่น ตารางความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง ความยาว เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เมื่อเราลากจุดได้จุดหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม จะทำให้ข้อมูลในตารางเปลี่ยนแปลงไปตามความสัมพันธ์การเปลี่ยนทางเรขาคณิต การเปลี่ยนทางเรขาคณิตประกอบไปด้วย การสะท้อน การหมุน การเลื่อนขนาน และการย่อทับขยาย ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้สะดวกมากขึ้นเช่น การสะท้อน

3. การสร้างกราฟ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถสร้างกราฟได้อย่างง่ายมาก ทำให้ได้สำรวจลักษณะของกราฟเมื่อมีค่าของตัวแปรเปลี่ยนแปลงไปโดยไม่ต้องสร้างรูปภาพขึ้นมาใหม่ เช่น กราฟสมการเชิง กราฟของพาราโบลา กราฟของภาคตัดกรวย กราฟฟังก์ชัน

4. การสร้างรูปสามมิติ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถสร้างเป็นรูปสามมิติได้ เคลื่อนไหวให้เห็นลักษณะของรูปได้รอบด้านสามมิติในระนาบแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$

5. การพิสูจน์ทางเรขาคณิตเพื่อสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี เช่นการพิสูจน์เกี่ยวกับพีระมิด

จากการศึกษาค้นคว้าสรุปได้ว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ช่วยในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิตและแคลคูลัสและสามารถนำไปใช้เป็นวิทยาศาสตร์
2. การนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนที่ (Animation) ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นเต้น และสามารถทำความเข้าใจหรือการหาคำตอบด้วยตนเองได้
3. มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่างๆ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ง่ายต่อการประยุกต์หรือดัดแปลงเพื่อประกอบการสอน
4. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่ายซึ่งผู้สอนสามารถบันทึก เป็นสคริปส์เพื่อใช้ในการสาธิตการสอนได้

## The Geometer's Sketchpad คืออะไร

เป็นเวลานับพันปีมาแล้ว ที่การวาดและการนึกภาพ เป็นสิ่งที่สำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเขียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีการอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่ได้มีการเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น The Geometer's Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่นแบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับสร้างบนกระดาษนอกจากนี้ The Geometer's Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ“นิ่งอยู่กับที่” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์ แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงเนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไรจะเป็นจริงเสมอ โดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลายๆ รูป ในทำนองเดียวกันอาจจะยากที่จะสรุปเรื่องของวงค์เส้นโค้ง (family of curves) ต่างๆ เช่น สมการ  $y = mx + b$  โดยไม่ต้องเขียนกราฟของสมการเหล่านั้นหลายๆ เส้นความงามที่เกิดจากการสร้างโดยใช้ Sketchpad คือ สามารถทำให้เคลื่อนไหวได้ รูปที่สร้างด้วย Sketchpad สามารถลาก ปิบ ให้มีขนาดเล็กลง หรือ ยืด ขยาย ได้ อีกนัยหนึ่ง คือ เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เสมอ ขณะที่ทำให้รูปมีการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างจะยังคงมีอยู่ ส่วนสมบัติบางอย่างที่เปลี่ยนแปลงได้จะเป็นสมบัติที่ไม่ได้กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างอย่างแท้จริง จะเห็นว่ารูปบน Sketchpad มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้สามารถสำรวจผลที่เป็นไปได้หลายๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้าง สิ่งเหล่านี้ทำให้ง่ายต่อการจำแนกระหว่างสมบัติที่เป็นจริงบางครั้ง และสมบัติที่เป็นจริงเสมอในทุกๆ สถานการณ์ ที่กำหนดให้โดยนัยเดียวกับการเคลื่อนไหวตัวพารามิเตอร์  $m$  และ  $b$  ของสมการ  $y = mx + b$  เป็นตัวอย่างที่ทำให้ สามารถสำรวจวงค์เส้นโค้ง (family of curves) ทั้งหมดด้วยการเขียนกราฟเพียงครั้งเดียว นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : 22-44) กล่าวว่า โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง เวอร์ชัน 4.06 โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายประเทศทั่วโลก ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 เมื่อกลางเดือน ธันวาคม ณ. โรงแรมควีนส์ปาร์ค จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า โปรแกรม GSP

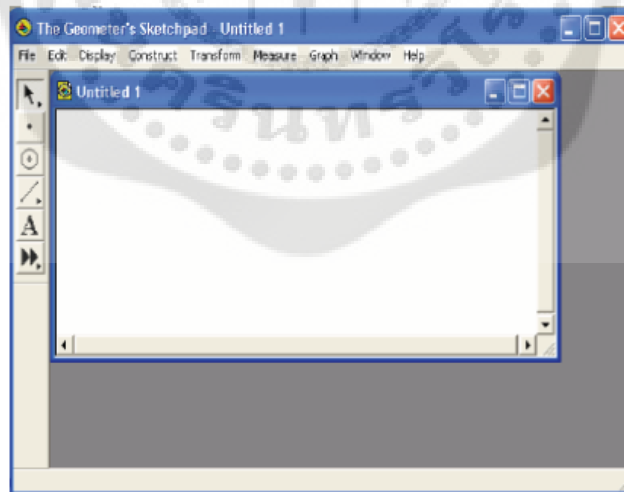


หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอนและใบงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

## 1.2 โปรแกรม GSP

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) (ไพจิตร สะดวกการ และคณะ. 2549) เป็นซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตเชิงพลวัต (Dynamic Geometry) ที่ใช้สร้างรูปเรขาคณิตที่เคลื่อนไหวได้ซึ่งนำไปสู่การค้นหาลักษณะสมบัติต่างๆ ทางเรขาคณิต โดยผู้ใช้ซอฟต์แวร์นี้สร้างรูปแล้วสามารถสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา และสืบเสาะตรวจค้นเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเอง ทำให้เกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผล เพื่อเพิ่มพูนความรู้ ตลอดจนทำให้เกิดความคงทนทางการเรียนรู้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี : เว็บไซต์) GSP สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายเนื้อหาทางเรขาคณิต เช่น เส้นตรง และ มุม การสร้าง ความเท่ากัน ทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย วงกลม นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในเรื่องของ ตรีโกณมิติ เวกเตอร์ เรขาคณิตวิเคราะห์ ฟิสิกส์การเขียนแบบ ฯลฯ

เมื่อเปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) จะพบคำว่า The Geometer's Sketchpad อยู่กลางหน้าต่าง คลิกหนึ่งครั้งเพื่อลบบกหลัง หน้าต่างของโปรแกรม GSP จะปรากฏดังรูปในภาพประกอบ 1

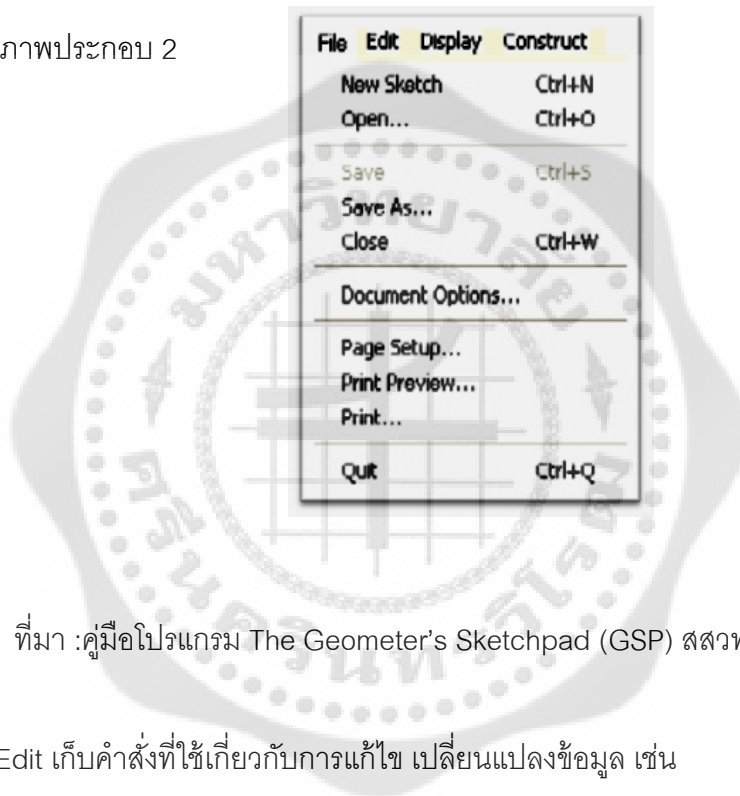


ภาพประกอบ 1 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06 คำสั่งบนแถบเมนู

1.เมนู file เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับแฟ้มข้อมูล เช่น

- 1.1 คำสั่งเปิดแฟ้มข้อมูลใหม่
- 1.2 เปิดแฟ้มข้อมูลที่สร้างไว้แล้ว
- 1.3 การบันทึกแฟ้มข้อมูล
- 1.4 การปิดหน้าต่างงานที่กำลังใช้งานอยู่
- 1.5 การเพิ่มหน้าเอกสารในแฟ้มข้อมูลหนึ่งๆ
- 1.6 การพิมพ์
- 1.7 การออกจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นต้น

ภาพตัวอย่างในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

- 2.เมนู Edit เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับการแก้ไข เปลี่ยนแปลงข้อมูล เช่น
  - 2.1 การยกเลิก
  - 2.2 การทำคำสั่งซ้ำ
  - 2.3 การทำสำเนา
  - 2.4 การสร้างปุ่มควบคุมการเคลื่อนไหว (Action Button) เป็นต้น
3. เมนู Display เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับแสดงภาพ
  - 3.1 สี ลักษณะตัวอักษร
  - 3.2 ลักษณะของเส้น
  - 3.3 การซ่อน / ยกเลิกการซ่อนวัตถุ
  - 3.4คำสั่งให้วัตถุเคลื่อนไหว ( Animate ) เป็นต้น

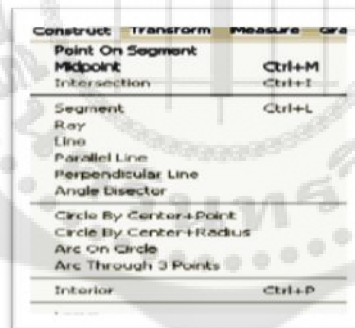
ดั่งตัวอย่างดั่งภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

4.เมนู Construct เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับการสร้างวัตถุ เช่น

- 4.1สร้างจุดบนวัตถุ
- 4.2สร้างจุดกึ่งกลางของเส้น
- 4.3สร้างจุดตัด
- 4.4สร้างเส้น เป็นต้น เช่น

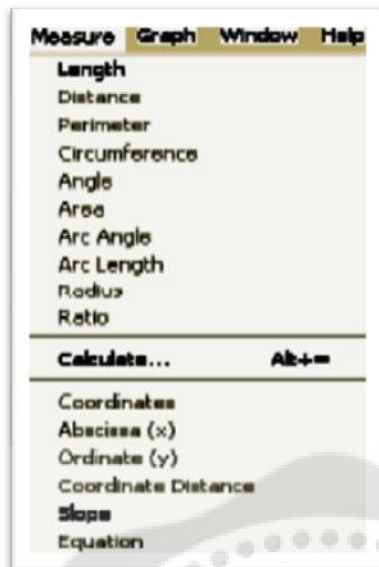


ภาพประกอบ 4 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

5. เมนู Measure เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับการวัด เช่น

- 5.1 วัดความยาวของเส้น
- 5.2 วัดระยะทาง
- 5.3 วัดเส้นรอบรูป
- 5.4 วัดเส้นรอบวง

### 5.5 วัดขนาดของมุม เป็นต้น ดังตัวอย่างภาพประกอบ 5



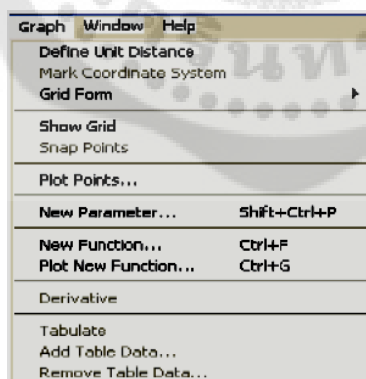
ภาพประกอบ 5 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

6. เมนู Graph เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับการสร้างกราฟ เช่น

6.1 การพล็อตจุด

6.2 การกำหนดฟังก์ชันใหม่

6.3 การกำหนดจุดกำเนิด (origin) เป็นต้น ดังตัวอย่างภาพประกอบ 6



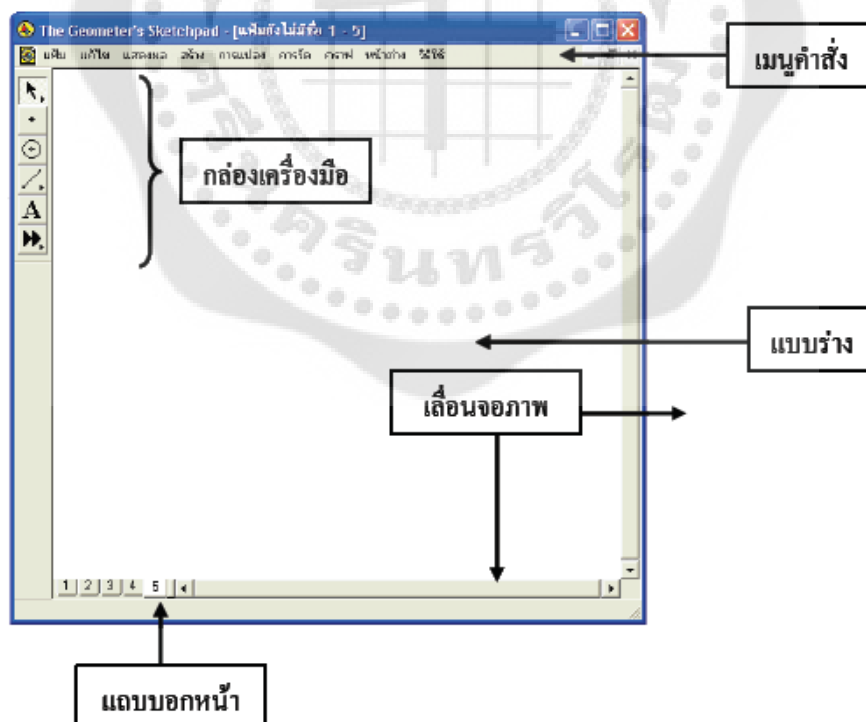
ภาพประกอบ 6 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

7. เมนู Window เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับรายการชื่อแฟ้มข้อมูลที่กำลังเปิดใช้งานและสามารถให้ผู้ใช้เลือกที่จะแสดงเอกสารทั้งหมดแบบ cascade หรือ tile ดังตัวอย่างภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

8. เมนู Help เก็บคำสั่งที่ใช้เกี่ยวกับคำอธิบายที่จะแสดงให้ความกระจ่างในเรื่องหนึ่งๆ ลักษณะของคำอธิบายจะปรากฏบนโปรแกรม บราวเซอร์ (Browser) ดังตัวอย่างภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 ที่มา :คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

### เครื่องมือของ GSP

- เมนูคำสั่ง
- กล่องเครื่องมือ
- แบบร่าง
- เลื่อนจอภาพ
- แถบบอกหน้า

### เครื่องมือของโปรแกรม GSP

#### เครื่องมือลูกศร (สสวท.เวอร์ชัน 4.06)

เครื่องมือลูกศรเป็นเครื่องมือที่ใช้ เลื่อน หรือ ไม่เลื่อน อีอบเจกต์ ใช้เคลื่อนที่หรือลาก อีอบเจกต์ เครื่องมือลูกศร ประกอบด้วย

การใช้เครื่องมือลูกศรเลื่อนขนาน เลื่อนอีอบเจกต์ไปเป็นระยะทางหรือในทิศทางหรือใน ทิศทางใด ๆ โดยที่ขนาดมุมและรูปร่างยังเหมือนเดิม

การใช้เครื่องมือลูกศรมุม หมุนอีอบเจกต์รอบจุดศูนย์กลาง ซึ่งจะทำให้มุมของอีอบเจกต์ เปลี่ยน โดยที่ขนาดและระยะทางจากจุดศูนย์กลางยังคงเดิม

การใช้เครื่องมือลูกศรย่อ/ขยาย ย่อ/ขยายอีอบเจกต์โดยสัมพันธ์กับจุดศูนย์กลาง ซึ่งจะทำให้ อีอบเจกต์เคลื่อนที่เข้าใกล้หรือถอยห่างจากจุดศูนย์กลาง และทำให้อีอบเจกต์เล็กลงหรือใหญ่ขึ้น โดยมีมุมและรูปร่างยังเหมือนเดิม

#### เครื่องมือลงจุด (สสวท.เวอร์ชัน 4.06)

การใช้เครื่องมือลงจุด การสร้างหรือเขียนจุดอิสระ จุดบนเส้นทาง และจุดตัดเครื่องมือวาด วงกลม

การใช้เครื่องมือวงเวียนในการสร้างวงกลมที่กำหนดด้วยจุดสองจุด คือ จุดศูนย์กลาง กับ จุดที่วงกลมผ่านจุดที่สองนี้บางครั้งเรียกว่า จุดรัศมี เพราะเป็นจุดกำหนด รัศมีของวงกลมเครื่องมือ วาดเส้นในแนวตรง

การใช้เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรงสร้างอีอบเจกต์ที่เป็นเส้นในแนวตรงคือ ส่วนของ เส้นตรง รัศมี และเส้นตรง แต่ละอีอบเจกต์ที่สร้างด้วยเครื่องมือนี้กำหนดด้วยจุดสองจุดเครื่องมือ พิมพ์ข้อความ

การใช้เครื่องมือสร้างข้อความ กระทำการต่างๆ กับป้าย และอีอบเจกต์อื่นที่แสดงข้อความ เครื่องมือกำหนดเอง

## ไอคอนเครื่องมือกำหนดเองใช้ในกำหนดและใช้เครื่องมือกำหนดเอง

(สสวท.เวอร์ชัน 4.06)

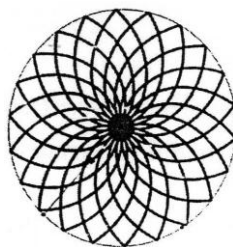
การใช้เครื่องมือกำหนดเองเป็นเครื่องมือที่เราสร้างขึ้นเองหรือมีผู้อื่นสร้างให้ เมื่อสร้างแล้วก็สามารถนำมาใช้สร้างรูปต่างๆ ได้ในลักษณะเดียวกับที่ เครื่องมือ วงเวียน สร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลาง และจุดที่กำหนดครึ่งมี สิ่งที่เครื่องมือกำหนดเองสร้างนี้ จะมีความซับซ้อนเพียงใดก็ได้ ตัวอย่าง เช่น เราอาจกำหนดเครื่องมือสำหรับสร้างสิ่งที่ไม่ซับซ้อน เช่นสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ สร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมที่ กำหนดให้สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสจากจุดยอดสองจุดที่อยู่ติดกัน หรืออาจกำหนดเครื่องมือที่ซับซ้อนขึ้นสำหรับสร้างเส้นสัมผัสกราฟของฟังก์ชัน ณ จุดใดๆ สร้างแฟร็กทัลหรือเทสเซลเลชันที่ซับซ้อน เป็นต้น เครื่องมือกำหนดเองจะใช้กี่ครั้งก็ได้ ใช้ในกี่แบบร่างก็ได้ไม่จำกัด เนื่องจากเราสามารถสร้างเครื่องมือแบบใดก็ได้ และจำนวนเท่าใดก็ได้ ตามต้องการจึงอาจกล่าวได้ว่า เครื่องมือของ Sketchpad สร้างเพิ่มได้ไม่จำกัด

จากการศึกษาค้นคว้าพบว่า ในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ซึ่งจะต้องเข้าใจในเมนูคำสั่งของรายละเอียดโปรแกรม เพื่อนำมาสร้างหรือพัฒนากิจกรรมการสร้างสื่อการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และตรงประเด็น ง่ายและสะดวกต่อการทำความเข้าใจ โดยเฉพาะในเรื่อง นำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนได้หลากหลายเนื้อหาทางเรขาคณิต เช่น เส้นตรง และ มุม การสร้าง ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย วงกลม เป็นต้น

### 1.3 ความสามารถของโปรแกรม GSP

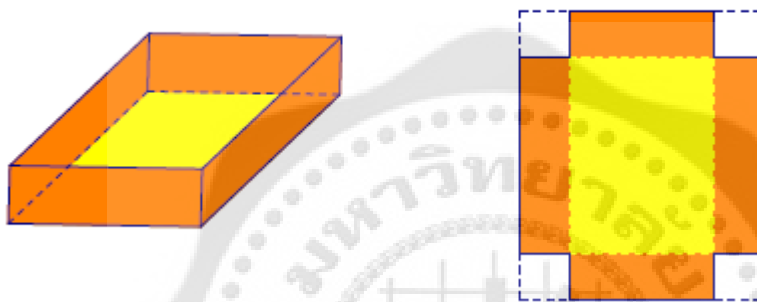
ความสามารถของโปรแกรม GSP ดังปรากฏใน Key Curriculum Press (The Geometer's Sketchpad Resource Center. 2004. 200-201) ได้ระบุไว้ดังนี้

1. ด้านศิลปะและการเคลื่อนไหว (Art / Animation) โปรแกรม GSP สามารถที่จะนำเครื่องมือมาสร้างรูปต่างๆ และสามารถใส่คำสั่งเพื่อที่จะทำให้รูปดังกล่าวเคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่เคยปรากฏมาก่อนลักษณะนี้ ดังภาพตัวอย่างภาพประกอบ 9



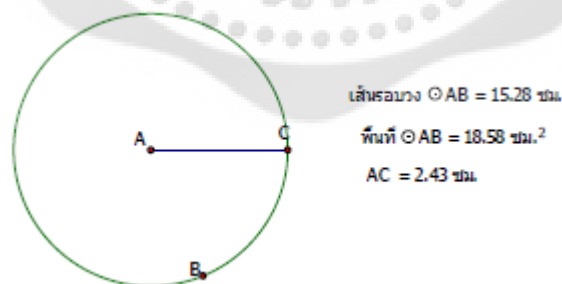
ภาพประกอบ 9 ที่มา : คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

2. แคลคูลัส (Calculus) สามารถใช้โปรแกรม GSP คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ซึ่งจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าวจากการเคลื่อนไหวและนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรมดังกล่าวสร้างกราฟจากสมการต่างๆ ได้ เราสามารถใช้โปรแกรม GSP คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ซึ่งเราจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าวเมื่อมีการเคลื่อนไหว และนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม ดังกล่าวสร้างกราฟจากสมการต่าง ๆ ได้ เช่น  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  หรือรูปสมการอื่นๆ ที่ต้องการได้ ดังภาพประกอบที่ 10



ภาพประกอบ 10 ที่มา : กล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ( สสวท. 2549 : Online)

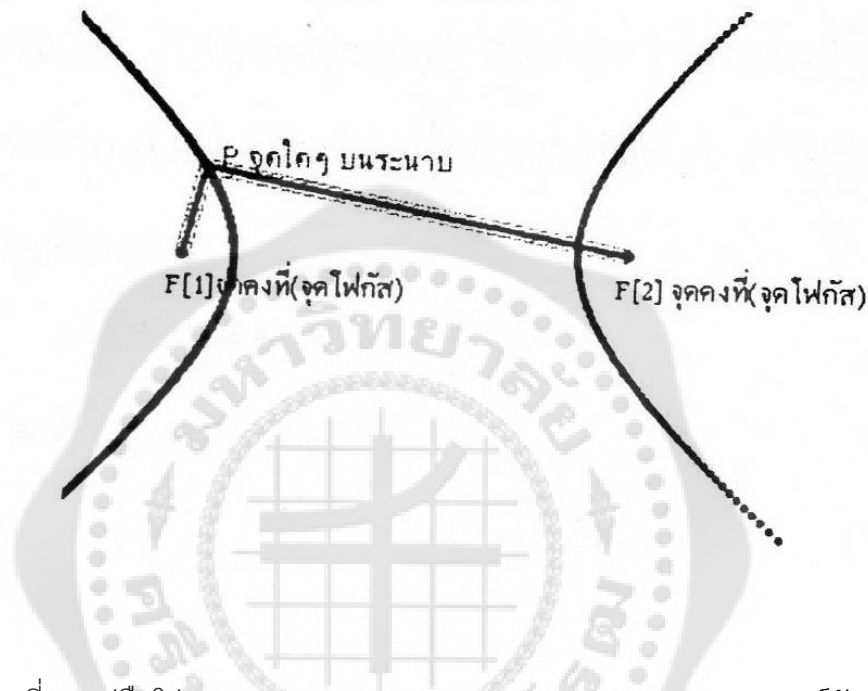
3. วงกลม (Circles) โปรแกรม GSP สามารถที่จะใช้เครื่องมือ Compass Tool สร้างวงกลมได้ตามที่ต้องการและสามารถที่จะใช้เครื่องมือ สร้างวงกลมที่ต้องการและสามารถที่จะวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ได้ ดังภาพประกอบที่ 11



ภาพประกอบ 11 ที่มา : การสร้างวงกลม และการวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ (อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 15)

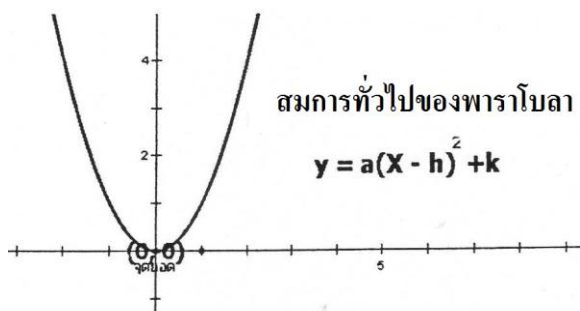


4. กราฟเบี่ยงตัน (Conic Section) สำหรับเรื่องกราฟเบี่ยงตัน โปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา โดยการเคลื่อนที่ทำให้เห็นร่องรอย (Trace) ของกราฟ ซึ่งจะให้เห็นรูปร่างต่างๆ ได้ตามต้องการ ดังภาพตัวอย่างภาพประกอบ 12



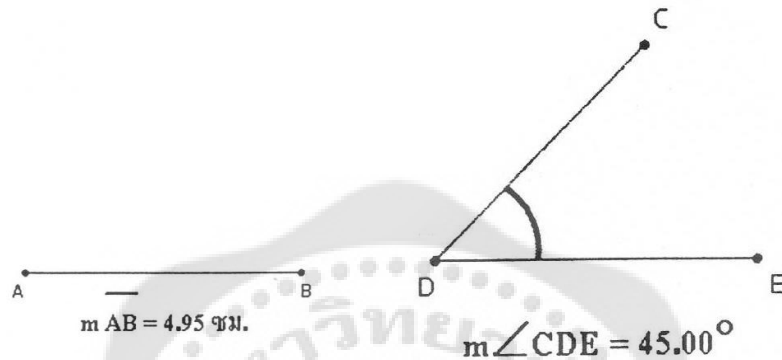
ภาพประกอบ 12 ที่มา : คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

5. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในเรขาคณิต (Graphing / Coordinate Geometry) ในการเขียนกราฟจากสมการต่างๆ โปรแกรม GSP สามารถสร้างรูปกราฟและหาจุดโคออร์ดิเนตในสมการต่างๆ ได้ ดังภาพนี้ภาพประกอบ 13



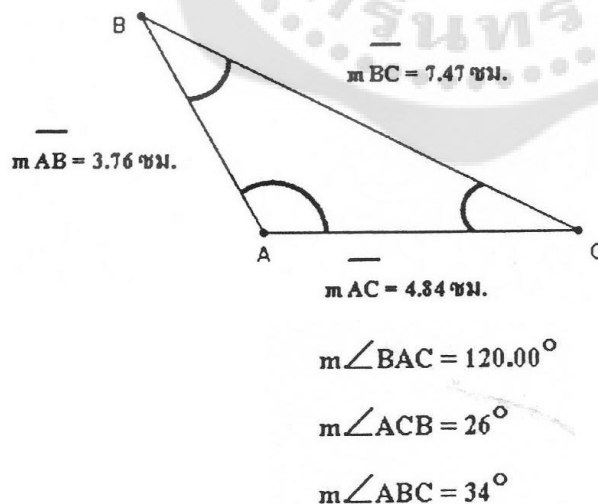
ภาพประกอบ 13 ที่มา : คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

6. เส้นตรงและมุม (Lines and Angles) ในการสร้างเส้นตรงและมุมโดยใช้โปรแกรม GSP สามารถทำได้โดยง่าย เมื่อได้ทำการสร้างเส้นตรงและมุมเสร็จแล้วสามารถที่จะวัดขนาดของส่วนของเส้นตรงและมุมดังกล่าวได้ ซึ่งด้วยความสามารถและคุณสมบัติดังกล่าวทำให้การสรุปเนื้อหาและทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องเส้นตรงและมุมทำได้รวดเร็วยิ่งขึ้น ภาพตัวอย่างเช่น ภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 ที่มา : คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

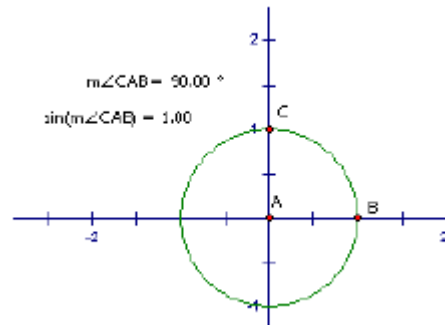
7. รูปสามเหลี่ยม (Triangles) เมื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้โปรแกรม GSP แล้วสามารถใช้คำสั่งภายในโปรแกรมเพื่อคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุมและคำนวณหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมดังกล่าวได้ ดังภาพตัวอย่างภาพประกอบ 15



ภาพประกอบ 15 ที่มา : คู่มือโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สสวท.เวอร์ชัน 4.06

8. ตรีโกณมิติ (Trigonometry) ในการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม GSP

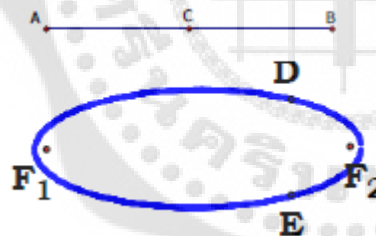
กระทำได้โดยสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) เมื่อกำหนดมุม A ก็สามารถหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ตามต้องการ ดังภาพประกอบที่ 16



ภาพประกอบที่ 16 ที่มา : การสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย เพื่อหาฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมGSP (อำนาจ เชื้อป๋อคา. 2547: 16)

#### 9. ภาคตัดกรวย (Conic Section)

ในภาคตัดกรวยโปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม (Circle) วงรี (Ellipse) พาราโบลา (Parabola) และ ไฮเพอร์โบลา (Hyperbola) โดยการเคลื่อนที่ที่จะทำให้เห็นร่องรอย (Trace) ของกราฟ ซึ่งจะให้เห็นรูปร่างต่าง ๆ ได้ตามความต้องการ ดังภาพประกอบที่ 17



ภาพประกอบ ที่ 17 ที่มา: การสร้างรูปวงรี จากโปรแกรม GSP (อำนาจ เชื้อป๋อคา. 2547: 15)

10. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในเรขาคณิต (Graphing/Coordinate Geometry) ในการเขียนกราฟจากรูปสมการต่าง ๆ เช่น

$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$y = a(x - b)(x - c)(x - d)$$

$$y = a + b(x - c) + d$$

## ระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP

กิมว้จัน ธรรมใจ (2548 : 3 – 15) กล่าวถึงระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP 4.06

(Thai Version) ซึ่งประกอบด้วยเครื่องมือต่างๆ ดังนี้

### กล่องเครื่องมือ

เมื่อเปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะพบกล่องเครื่องมือที่อยู่ทางด้านซ้ายมือของหน้าจอ เครื่องมือมีทั้งหมด 6 ชนิดด้วยกันคือ

1. เครื่องมือลูกศร เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเลือกหรือลากวัตถุบนหน้าจอ เครื่องมือลูกศรมีให้เลือกใช้ 3 แบบ คือเครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุเคลื่อนที่แบบอิสระ เครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุเคลื่อนที่แบบหมุนรอบจุดที่กำหนด และเครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุให้มีขนาดเล็กลงหรือขยายวัตถุให้มีขนาดใหญ่ขึ้น

2. เครื่องมือวาดจุด เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการลงจุดอิสระ หรือลงจุดบนวัตถุ

3. เครื่องมือวาดวงกลม เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างวงกลม

4. เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างวัตถุในแนวตรง เครื่องมือนี้ประกอบด้วยเครื่องมือย่อยอีก 3 อย่างคือ เครื่องมือที่ใช้วาดส่วนของเส้นตรง เครื่องมือที่ใช้วาดรังสี และเครื่องมือที่ใช้วาดเส้นตรง

5. เครื่องมือพิมพ์ข้อความ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการพิมพ์ แก๊ไขป้าย ตั้งชื่อจุดหรือข้อความ

6. เครื่องมือที่สร้างขึ้นเอง เครื่องมือที่ใช้ในการกำหนดการเรียกใช้และการจัดการเกี่ยวกับเครื่องมือที่สร้างขึ้นเองเช่นเดียวกับเครื่องมือวาดวงกลม

### เมนูแก้ไข (Edit Menu)

เมนูแก้ไขมีคำสั่งเกี่ยวกับการทำย้อนกลับและทำซ้ำคำสั่งล่าสุดคำสั่งเกี่ยวกับการจัดคียบอร์ดสร้างปุ่มแสดงการทำงานเลือกวัตถุในแบบร่างคำสั่งเกี่ยวกับการปรับค่าส่วนประกอบและคุณสมบัติของแบบร่างและโปรแกรม Sketchpad เอง

**คำสั่งที่สำคัญและเป็นจุดเด่นในเมนูแก้ไข ได้แก่**

**ปุ่มแสดงการทำงาน (Action Buttons)** เป็นปุ่มที่มีคำสั่งต่อไปนี้ซ่อนอยู่

**ซ่อน/แสดง (Hide/Show)** เป็นปุ่มคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการซ่อนหรือแสดงวัตถุที่เลือกไว้

**การเคลื่อนไหว (Animation)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้ภาพที่กำหนดไว้เคลื่อนไหว

**การเคลื่อนที่ (Movement)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการเคลื่อนย้ายจุด ก่อนที่จะใช้คำสั่งต้องเลือกจุดอย่างน้อยสองจุดเสียก่อน จุดแรกที่ถูกเลือกจะย้ายไปจุดที่สอง จุดที่สองจะย้ายไปจุดที่สาม เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนถึงจุดสุดท้าย

**การนำเสนอ (Presentation)** การใช้คำสั่งนี้ต้องกำหนดปุ่มที่จะแสดงการทำงาน อย่างน้อยหนึ่งปุ่มแล้วทำการเลือกว่าจะให้นำเสนองานตรงส่วนไหนก่อน-หลังตามลำดับหรือนำเสนอพร้อมๆ กัน

**เลือกทั้งหมด (Select All)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการจะเลือกงานทั้งหมด

**เลือกตัวแม่ (Select Parents)** คำสั่งนี้ใช้สำหรับเลือกวัตถุที่เป็นต้นกำเนิดของวัตถุอื่น

**เลือกตัวลูก (Select Children)** คำสั่งนี้ใช้สำหรับเลือกวัตถุที่ถูกสร้างมาจากวัตถุต้นกำเนิด

**แยก/รวม (Split/Merge)** คำสั่งแยกเป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแยกจุดออกจากจุดที่เป็นต้นกำเนิดคำสั่งรวมเป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการรวมจุดที่ต้องการกับจุดอื่นๆ เส้นโค้งหรือเส้นในแนวตรง

**แก้ไขบทนิยาม (Edit Definition)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแก้ไขหรือเปลี่ยนแปลงสิ่งต่อไปนี้ เช่น ผลการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข ฟังก์ชัน ค่าพารามิเตอร์ การลงจุดในระบบพิกัด

**สมบัติ (Properties)** ใช้เมื่อต้องการเปลี่ยนคุณสมบัติของวัตถุที่เลือก

**ค่าพึงใจ (Preferences)** เป็นการเปลี่ยนการตั้งค่าของเอกสารนี้หรือทั้งหมดของ Sketchpad และสามารถกำหนดค่าพึงใจขั้นสูงได้โดยกดแป้น Shift ค้างไว้ก่อนเพื่อกำหนดค่าพึงพอใจขั้นสูง

**เมนูแสดงผล (Display Menu)** เมนูแสดงผลมีคำสั่งเกี่ยวกับการควบคุมภาพที่ปรากฏของวัตถุในแบบร่างและเครื่องมือที่ใช้ด้วยคำสั่งเหล่านี้ สามารถทำให้แบบร่างมีความสวยงามมากยิ่งขึ้น และยังช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการนำเสนอเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องด้วย

**คำสั่งที่สำคัญและเป็นจุดเด่นในเมนูแสดงผล ได้แก่**

**ซ่อนวัตถุ (Hide Objects)** เป็นการใช้เมื่อต้องการซ่อนวัตถุที่เลือกเพื่อไม่ให้มองเห็น แต่จริงๆ แล้ววัตถุนั้นยังอยู่

**แสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด (Show All Hidden)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแสดงวัตถุทั้งหมดที่ซ่อนไว้

**แสดง / ซ่อนป้าย (Show / Hide Labels)** เป็นคำสั่งที่ใช้สำหรับแสดงหรือซ่อนตัวป้ายของวัตถุที่เลือกไว้

**ร่องรอย (Trace)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้เกิดร่องรอยของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

**ลบรอย (Erase Traces)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการลบรอยที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ

**เคลื่อนไหว (Animate)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้รูปเรขาคณิตที่สร้างขึ้นเคลื่อนไหวอัตโนมัติ เมื่อมีการเรียกใช้คำสั่งเคลื่อนไหวจะปรากฏ คำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหวของวัตถุ

**หยุดการเคลื่อนไหว (Stop Animate)** เป็นคำสั่งที่ใช้เพื่อต้องการให้วัตถุหยุดการเคลื่อนไหว ถ้าไม่เลือกวัตถุใดเลย วัตถุจะหยุดการเคลื่อนไหวทั้งหมด (กดปุ่ม Esc)

**แสดง / ซ่อน แถบรูปแบบอักษร (Show / Hide Test Palette)** เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแสดงหรือซ่อนแถบรูปแบบอักษร ซึ่งใช้กำหนดตัวอักษร ขนาด รูปแบบ และสีของตัวอักษร

**แสดง / ซ่อน คำสั่งที่ควบคุมการเคลื่อนไหว (Show / Hide Motion Controller)** เป็นคำสั่งที่ใช้เพื่อแสดงหรือซ่อน คำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหว ของวัตถุให้เริ่มเคลื่อนไหวหรือหยุด และควบคุมความเร็วหรือทิศทาง

### เมนูสร้าง (Construct Menu)

เมนูนี้มีคำสั่งเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตที่สำคัญ ๆ หลายประการ ซึ่งจะคล้ายกับกล่องเครื่องมือ แต่คำสั่งในเมนูสร้างจะใช้ง่ายและสะดวกรวดเร็วกว่า ในการสร้างจะต้องรู้ว่า จะสร้างอะไร และต้องเลือกสิ่งกำหนดเบื้องต้นต่างๆ ที่ต้องใช้ให้ครบเสียก่อน

**จุดบนวัตถุ (Point On Object)** เลือกวัตถุที่ไม่ใช้จุดอย่างน้อยหนึ่งวัตถุ

**จุดกึ่งกลาง (Midpoint)** เลือกส่วนของเส้นตรงอย่างน้อยหนึ่งเส้น

**จุดตัด (Intersection)** เลือกเส้นสองเส้น

**เส้นขนาน (Parallel Line)** เลือกจุดอย่างน้อยหนึ่งจุด และเส้นหนึ่งเส้น

**เส้นแบ่งครึ่งมุม (Angle Bisector)** ใช้เมื่อต้องการแบ่งครึ่งมุมโดยการกำหนดจุดสามจุด โดยที่จุดที่สองต้องเป็นจุดยอด ซึ่งจุดทั้งสามต้องไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น (Circle By Center + Point)** เป็นการสร้างวงกลม โดยการกำหนดจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดแรก กับจุดที่สองซึ่งจะเป็นจุดควบคุมรัศมี

**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี (Circle By Center + Radius)** เป็นการสร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางที่อยู่จุดเลือก ส่วนรัศมีจะถูกกำหนดโดยวัตถุที่เลือก

**ส่วนโค้งบนวงกลม (Arc On Circle)** เป็นการสร้างส่วนโค้งบนวงกลมหรือจุดศูนย์กลางที่กำหนด ซึ่งส่วนโค้งนั้นจะถูกสร้างขึ้นตามเข็มนาฬิกาจากจุดที่หนึ่งไปยังจุดที่สองบนเส้นรอบวง

**ส่วนโค้งผ่านจุดสามจุด (Arc Through 3 Points)** เป็นการสร้างส่วนโค้งด้วยจุดที่เลือกสามจุด โดยที่จุดทั้งสามนี้ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

**ภายใน (Interior)** สร้างพื้นที่ภายในโดยคำนวณจากวัตถุที่เลือก

**โลคัส** (Locus) เป็นคำสั่งที่ใช้สร้างโลคัสของวัตถุที่เลือกเป็นจุดที่เลือกบนเส้นทางการเคลื่อนที่เส้นทาง

### เมนูการแปลง (Transform Menu)

เมนูการแปลงเป็นการกำหนดการเปลี่ยนแปลงกับวัตถุที่สร้างขึ้น เช่น การเลื่อนขนาน การหมุน การย่อ-ขยาย การพลิก และนอกจากนั้นยังสามารถทำซ้ำวัตถุ (Iterate) ที่ต้องการได้

**ระบุเส้นสะท้อน** (Mark Mirror) คือ การเลือกวัตถุเส้นตรงเป็นเสมือนกระจกสำหรับการสะท้อน

**ระบุมุม** (Mark Angle) คือ การระบุมุมที่เลือกเป็นมุมสำหรับการหมุน และการเลื่อนในระบบพิกัดเชิงขั้ว

**ระบุอัตราส่วน** (Mark Ratio) คือ การระบุอัตราส่วนซึ่งเป็นอัตราส่วนสำหรับการหมุน

**ระบุเวกเตอร์** (Mark Vector) คือ การระบุเวกเตอร์ระหว่างจุดสองจุดที่เลือกเป็นทิศทางสำหรับการเลื่อนขนาน จุดเริ่มต้นคือจุดแรกที่ถูกเลือกและจุดสิ้นสุดคือจุดที่สองที่ถูกเลือก

**เลื่อนขนาน** (Translate) คือ การเลื่อนขนานวัตถุที่เลือกด้วยเวกเตอร์ในระบบต่างๆ ได้แก่ ระบบพิกัดเชิงขั้ว และระบบพิกัดฉาก

**หมุน** (Rotate) คือ การหมุนวัตถุที่เลือกตามจุดศูนย์กลางที่ระบุ

**ย่อ – ขยาย** (Dilate) คือ การเปลี่ยนขนาดวัตถุที่เลือกไปตามจุดศูนย์กลางที่เลือกหรือออกห่างจากจุดศูนย์กลางที่เลือก

**สะท้อน** (Reflect) คือ การพลิกวัตถุที่เลือกข้ามเส้นสะท้อน (เส้นหนึ่งเส้น) ที่ระบุ

**ทำซ้ำ** (Iterate) คือ การสร้างการแปลงรูปแบบหนึ่งหรือหลายขั้นตอน การทำซ้ำสามารถใช้สร้างรูปต้นแบบที่ซับซ้อนได้ เช่น เทสเซเลชัน (Tessellation) แฟร็กทัล (Fractal) เมนูการวัด (Measurement Menu)

เมนูการวัดนี้ใช้วัดค่าต่างๆ ที่ต้องการ เช่น ความยาว ระยะทาง พื้นที่ ความยาวรอบรูป มุม นอกจากนั้นยังมีเครื่องคำนวณเพื่อช่วยในการสร้างการคำนวณจากค่าพารามิเตอร์ หรือฟังก์ชันได้เมนู

### กราฟ (Graph Menu)

เมนูกราฟช่วยให้ท่านสร้างกราฟ และใช้ระบบพิกัดฉากสร้างพารามิเตอร์ และฟังก์ชัน เพื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อลงจุดและฟังก์ชันบนแกนพิกัดฉาก หรือแกนพิกัดเชิงขั้ว และเพื่อบันทึกค่าในรูปแบบตารางได้

กรรททอง ไครี (2544 : 1 – 5) กล่าวถึง ระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP 4.06 ซึ่งประกอบด้วยเครื่องมือต่างๆ ดังนี้

ด้านซ้ายมือของหน้าต่าง GSP ประกอบด้วย

1. เครื่องมือลูกศร
2. เครื่องมือลงจุด
3. เครื่องมือวงเวียน
4. เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง
5. เครื่องมือสร้างข้อความ
6. เครื่องมือกำหนดเอง

1. **เครื่องมือลูกศร** เครื่องมือลูกศรเป็นเครื่องมือที่ใช้ “เลือก” หรือ “ไม่เลือก” อ็อบเจกต์ ใช้เคลื่อนที่ หรือลากอ็อบเจกต์ ซึ่งภายในเครื่องมือลูกศรจะประกอบด้วย เครื่องมือลูกศรเล็กลงขนาด เครื่องมือลูกศรหมุน และเครื่องมือลูกศร ย่อ/ขยาย

2. **เครื่องมือลงจุด** เครื่องมือลงจุดเป็นเครื่องมือที่ใช้เพื่อลงจุดต่างๆ

3. **เครื่องมือวงเวียน** วงเวียนเป็นเครื่องมือสำหรับใช้วาดวงกลม

4. **เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง** ภายในเครื่องมือวาดเส้นในแนวตรงจะประกอบด้วย

เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง เชื่อมระหว่างจุด 2 จุด

เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างรังสี โดยเริ่มจากจุดกำเนิด

เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างเส้นตรงผ่านจุด 2 จุด

5. **เครื่องมือสร้างข้อความ** เครื่องมือสร้างข้อความ ใช้ในการพิมพ์ข้อความต่างๆ ใช้ในการแก้ไขตัวอักษร ป้าย ชื่อ พารามิเตอร์ หรือข้อความบนหน้าต่าง GSP

6. **เครื่องมือกำหนดเอง** กำหนดเองเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสร้างชุดคำสั่ง และแสดงขั้นตอนในการสร้างรูปต่างๆ ใน GSP เครื่องมือกำหนดเองประกอบด้วยคำสั่งหลายคำสั่ง เช่น สร้างเครื่องมือใหม่ ทางเลือกเครื่องมือหรือแสดงขั้นตอนการสร้าง เป็นต้น

### Sketchpad ใช้ทำอะไรได้บ้าง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548 :2 - 4 ) กล่าวว่า The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่ สามารถทำได้โดยใช้ Sketchpad

1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง (lemma) และ บทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ



หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎี บทที่ยาก ๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้ Sketchpad สร้างแบบจำลองต่าง ๆ

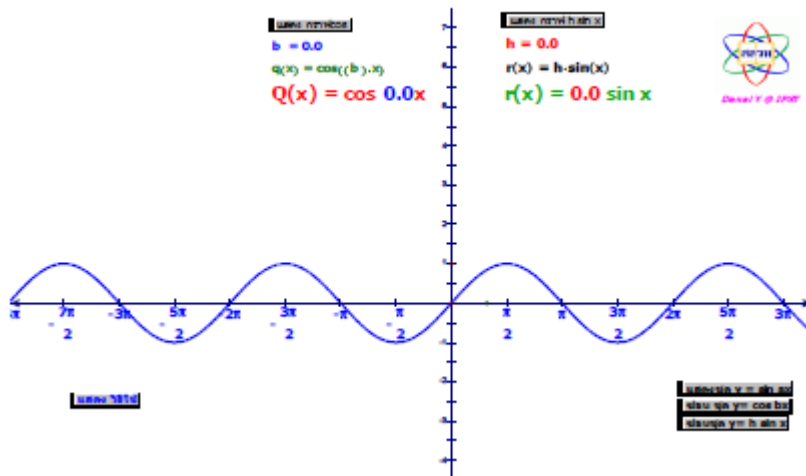
2. การนำเสนอในชั้นเรียน แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ Sketchpad ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่าง ๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่าง ๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้ Sketchpad ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่าง ๆ ได้

### 3. การศึกษารูปต่าง ๆ จากหนังสือเรียน

เมื่อเราชำนาญในการใช้ Sketchpad แล้ว จะพบว่าในการสร้างรูปต่าง ๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วย Sketchpad ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำกรบ้าน

### 4. ใช้ Sketchpad ในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

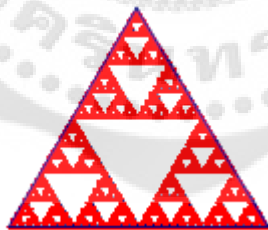
Sketchpad เป็นเครื่องมือที่จะเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้สำรวจความสัมพันธ์และสมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ในวิชา algebra และ pre – calculus ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงค์ของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ Sketchpad ยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non- Euclidean geometry หรือหัวข้อต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง ดังภาพประกอบที่ 18



ภาพประกอบ 18 ที่มา : กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (สสวท. 2549 : Online).

#### 5. การสร้างแฟร็กทัล (Fractal)

แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่สวยงามสะดุดตาซึ่งพบเห็นได้ในธรรมชาติ และเป็นรากฐานที่สำคัญของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กราฟิกหลาย ๆ โปรแกรมแฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกับตัวเอง มันจะดูเหมือนกันไม่ว่าจะขยายในมุมมองใด ๆ การสร้างแฟร็กทัลเริ่มจากการสร้างรูปง่าย ๆ แล้วทำซ้ำรูปเดิมแต่ให้มีขนาดเล็กลง ๆ การใช้คำสั่งทำซ้ำของ Sketchpad ช่วยให้สามารถสร้างแฟร็กทัลนี้ หรือ การสร้างแบบอื่น ๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้ ดังภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 ที่มา : การสร้าง fractal : การทำซ้ำ (รูปสามเหลี่ยม)  
(ภิมวัจน์ ธรรมใจ.2548:35)

#### 6. การวาดภาพที่ได้สัดส่วนเหมือนจริงและรูปศิลปะทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ

หากต้องการทำบัตรอวยพร หรือต้องการออกแบบพื้นหลังบน webpage ให้ได้ภาพที่สวยงามไม่ซ้ำแบบใคร สามารถใช้เครื่องมือในเมนูการแปลงของ Sketchpad ร่วมกับเครื่องมือจากเมนูแสดงผลและจากที่ อ่าน ๆ ก็จะช่วยให้เราสร้างภาพได้อย่างวิจิตรงดงาม ตื่นตาตื่นใจ ดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 20 ที่มา : ตัวอย่างสื่อที่สร้างโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต (สสวท. 2549 : Online)

นวนลดา สงวนวงศ์ทอง (2549 : online). กล่าวว่า โปรแกรม Sketchpad สามารถใช้เป็นสื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า เราสามารถใช้ โปรแกรม GSP สร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรม GSP จะทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว น่าตื่นเต้น นอกจากนั้นการใช้ GSP สร้างสื่อการสอนและใบงาน ยังทำได้รวดเร็ว สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยาก ๆ เช่นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ ให้เป็นรูปธรรม และโปรแกรมยังเน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเอง ได้จากความสามารถของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้น

จากการศึกษาค้นคว้าสรุปได้ว่า โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ และนักเรียนมีความเพลิดเพลินในการเรียนรู้และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติ ทำให้เนื้อหาที่ยากเป็นเนื้อหาที่ง่าย เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการนึกภาพ ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางเรียนพัฒนาขึ้น

#### 1.4 โปรแกรม GSP กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

GSP เป็นโปรแกรมที่น่าสนใจอีกโปรแกรมหนึ่งซึ่งครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เพราะสามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาต่างๆ ให้เกิดความเข้าใจง่ายขึ้น เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (เรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัส), ฟิสิกส์ (กลศาสตร์ แสง คลื่น) ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว และโปรแกรมยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ ได้อย่างไม่มีข้อจำกัด เช่น วิทยาศาสตร์ ศิลปะการออกแบบและเทคโนโลยี เป็นต้น

โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press (The Geometer's Sketchpad Resource Center. 2004: Online) ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ จนถึงเวอร์ชัน 4 โรงเรียนต่างๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายๆ ประเทศทั่วโลก เช่น แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ไต้หวัน ฮองกง เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลายโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจและการวิเคราะห์เนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนั้น GSP ยังเป็นเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ หรือความคิดรวบยอดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematic Model) ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์ได้ตอบกับโปรแกรมได้ โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวน และการดำเนินการหรือกราฟของสมการชนิดต่างๆ ตลอดจนจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิต เพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

ถ้าผู้ใช้เป็นนักเรียน Sketchpad จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่นๆ สำหรับท่านที่เป็นครูผู้สอนโปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้น เร้าใจซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบ ตลอดจนช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในเวลาเรียนในห้องปฏิบัติการหรือในช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียนได้

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547 : 13 – 14) กล่าวเอาไว้ว่าโปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) ได้พัฒนาขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ.1991 โดยนิโคลัส แจคคิว (Nicholas Jachiw) ทั้งนี้อยู่ใน

โครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ (Visual Geometry Project) ของมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Foundation NSF) ซึ่งมี ยูจีน คลอทซ์ (Eugene Klotz) จากวิทยาลัยสวาร์ทมอร์ (Swarthmore College) และดอริส ชาทซ์ไนเดอร์ (Doris Schatschneider) จากวิทยาลัยมอราเวียน (Moravian College) ของมหาวิทยาลัยเพนซิลวาเนีย (Pennsylvania University) แห่งสหรัฐอเมริกา เป็นหัวหน้าซอฟต์แวร์นี้ ครั้งแรกพัฒนาเป็นรุ่นเบต้า (Beta Version) ในลักษณะทดลองเพื่อใช้กับแบบ วินโดว์ (Windows) ในปี ค.ศ. 1993 ปัจจุบันได้พัฒนาขึ้นเป็น GSP ในปี ค.ศ. 1995 และด้วยเงินสนับสนุนของ NSF ในการพัฒนา ซอฟต์แวร์และสำนักพิมพ์ Key Curriculum ในการจัดพิมพ์สื่อ สิ่งพิมพ์ที่สนับสนุนการใช้ GSP ทำให้ซอฟต์แวร์นี้ใช้กันอย่างแพร่หลายที่โรงเรียนในสหรัฐอเมริกา และมีการเปิดเว็บไซต์ในอินเทอร์เน็ต เพื่อให้ผู้ใช้ GSP ส่งข่าวสารมาเผยแพร่และแลกเปลี่ยนข้อมูล ต่างๆ เจมส์ ดับเบิลยู วิลสัน (James W. Wilson) ได้กำหนดให้ GSP เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาโทและปริญญาเอกของมหาวิทยาลัย จอร์เจีย (Georgia University) สหรัฐอเมริกา ซึ่งปัจจุบันได้พัฒนาถึง Version 4.03 สำหรับในประเทศไทยสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เห็นความสำคัญของการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา จึงได้สนับสนุนโปรแกรมดังกล่าวให้กับโรงเรียนที่เข้าร่วมอบรม สัมมนาเมื่อวันที่ 9 – 11 ธันวาคม พ.ศ. 2545 และในการอบรมครั้งนี้ สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เชิญ นิโคลัส แจคควิ (Nicholas Jachiw) ผู้พัฒนาโปรแกรม GSP เป็นวิทยากร ในครั้งนี้

กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548 : 1 – 2) ได้กล่าวถึงโปรแกรม GSP ว่าโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นสื่อการสอนที่ใหม่ล่าสุดในวงการคณิตศาสตร์ศึกษาของไทย ซึ่งในขณะที่กว่า 60 ประเทศทั่วโลกใช้โปรแกรมดังกล่าวกันมานานแล้ว โดยมีการแปลงโปรแกรมเป็นภาษาต่างๆ มากมาย ซึ่งโปรแกรม Geometer's Sketchpad ได้รับการแปลงเป็นภาษาไทยเช่นกัน สำหรับประเทศไทยนั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เล็งเห็นถึงศักยภาพของ โปรแกรมนี้จึงได้ทำการซื้อลิขสิทธิ์และนำมาแปลงเป็นเวอร์ชันภาษาไทย เพื่อความสะดวกในการใช้งานสำหรับผู้เรียนและผู้สอน

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542 : 6) พัฒนารูปเรียนเรขาคณิตโดยใช้ โปรแกรม GSP โดยมีกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิด จินตนาการ ด้วยการลงมือปฏิบัติเองโดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. สำรวจ โดยสำรวจตามแนวทางที่แนะไว้เพื่อมองหาความสัมพันธ์
2. ตั้งข้อคาดเดา เป็นการบันทึกของนักเรียนที่คิดว่าเป็นไปได้ในรูปเรขาคณิตที่มีเงื่อนไขตามกำหนด

3. การสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อาคาดเดาที่ตั้งไว้ โดยพิจารณาจากรูป  
เรขาคณิตที่สร้างไว้

4. สรุปเนื้อหา โดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนตอบข้อซักถามและสรุปเนื้อหาที่ได้จาก  
การปฏิบัติ

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542 : 40) ได้ใช้โปรแกรม GSP ในการสอนคณิตศาสตร์โดยมีลักษณะ  
การจัดกิจกรรมดังนี้

1. ขั้นนำ นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูป สรุปเนื้อหาที่ผ่านมา

2. ขั้นสอน

2.1 ขั้นสร้างรูป ให้นักเรียนสร้างรูปในเรื่องที่เรียน หรือใช้ไฟล์สำเร็จรูปที่  
เตรียมในกรณีที่ต้องสร้างรูปซับซ้อน

2.2 ทดลอง (ลองผิดลองถูก) นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนในใบงานงาน  
นั้น ๆ เช่น วัดมุม โยกรูป เพื่อให้นักเรียนค้นพบสมบัติต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2.3 ขั้นสรุป นักเรียนสรุปเรื่องที่นักเรียนทำได้

3. ขั้นสรุป ครูให้นักเรียนเปิดไฟล์ ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาในแต่ละชั่วโมง

อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ (2542: 41) ได้ใช้โปรแกรม GSP ประกอบกับกิจกรรมการเรียนการสอน  
คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นสำรวจ ให้นักเรียนใช้รูปจากไฟล์ สำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หรือนักเรียนอาจ  
สร้างรูปเองในการสำรวจค่าต่าง ๆ เช่น ขนาดของมุม ความยาวของเส้นตรง

2. ขั้นตั้งข้อาคาดเดา เป็นขั้นที่มีข้อความขึ้นมาที่ข้อความในวงเล็บให้นักเรียนเลือก  
โดยนักเรียนพิจารณาจากกิจกรรมขั้นสำรวจ

3. ขั้นสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อาคาดเดา โดยการโยกรูปเคลื่อนรูป  
และให้นักเรียนให้เหตุผล ในกรณีที่ข้อาคาดเดาของนักเรียนไม่ถูก

4. ขั้นสรุปผล เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปผลการกิจกรรมที่ผ่านมาทั้ง 3 ขั้น

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547 : 67) ได้จัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนให้  
โปรแกรม GSP โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยให้ไฟล์สำเร็จรูปและใช้การตาม  
สรุปเนื้อหาคาบที่ผ่านมา

2. ขั้นสอนนักเรียนเรียนเนื้อหาใหม่โดยทำกิจกรรมตามใบงานมีขั้นตอนย่อยๆคือ

2.1 ขั้นการสร้างรูป ให้นักเรียนสร้างรูปโดยใช้โปรแกรม GSP

2.2 ขั้นการทดลอง หลังจากนักเรียนสร้างรูปแล้วให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานโดยใช้เครื่องมือในโปรแกรมวัดขนาดหรือความยาว นักเรียนสังเกตวิเคราะห์สิ่งที่ค้นพบ

2.3 ขั้นสรุปข้อค้นพบ นักเรียนนำข้อค้นพบที่ได้มาสรุปเป็นหลักการ

3. ขั้นสรุป นักเรียนเปิดไฟล์สำเร็จรูป ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาหลังการเรียน จากข้อมูลเบื้องต้น สรุปได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอเมเตอร์สเกิดแพดมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นครุทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยใช้คำถามหรือไฟล์สำเร็จรูป
2. ขั้นสอน มีขั้นตอนย่อยดังนี้

2.1 ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนใช้ไฟล์สำเร็จรูป ในการสำรวจค่าต่างที่ได้

2.2 ขั้นตั้งข้อคาดเดา เป็นขั้นที่มีข้อความคำถามให้นักเรียนตอบโดยนักเรียนต้องพิจารณาจากกิจกรรมการสำรวจในขั้นที่ 1 เพื่อนำมาตอบในข้อคาดเดา

2.3 ขั้นสืบเสาะหาเหตุผลเป็นการตรวจสอบข้อคาดเดาโดยให้นักเรียนปฏิบัติขั้นตอนตามใบงาน

2.4 ขั้นสรุปผล เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการทำกิจกรรมใน 3 ขั้นที่ผ่านมา มาสรุปเป็นหลักการ

2.5 ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูปสรุปเนื้อหาจากเอกสารและงานวิจัยทั้งหมดที่เกี่ยวกับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่าควรทำโปรแกรม GSP ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม เช่น การสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา และสืบเสาะหาเหตุผลอันจะเป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาในระดับสูงขึ้นไป

## 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

### งานวิจัยต่างประเทศ

โฟเลททา ( Foletta. 1994 : 2311 -A) ได้ศึกษาเรื่องการใช้เทคโนโลยี และ แนวทางการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดของนักเรียนเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนวิชาเรขาคณิต ในชั้นเรียน จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อวาดรูปทรงเรขาคณิตในธรรมชาติ ของนักเรียนเกรด 9 และ เกรด 10 จำนวน 4 คน คำถามที่ใช้เป็นคำถามที่เกี่ยวกับเรขาคณิตในธรรมชาติ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสังเกตวิธีการที่นักเรียนใช้โปรแกรม GSP และจากการปฏิบัติในกลุ่มย่อย มีวิธีการเก็บข้อมูลโดยการสังเกตการทำงานในกลุ่มย่อย การสังเกตในชั้นเรียน และ

การสัมภาษณ์นักเรียน การปฏิบัติของนักเรียนจะใช้การลงมือปฏิบัติบนกระดาษ และ จากคอมพิวเตอร์  
ในการทำงาน ผลการวิจัยพบว่า

1. การวาดรูป การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดการผลักดัน และ คำแนะนำ  
จากครู

2. GSP เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่  
เพิ่มเติมจากกระดาษและปากกา

3. ในการสืบสวนสอบสวนการใช้ GSP นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ  
สามารถทำได้ดีแต่จะต้องมีขั้นตอนที่มากกว่า

4. นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ ตั้งแต่เริ่มใช้ GSP ในการสืบสวนสอบสวน  
นักเรียนจะมองหาจุดสำคัญที่ต้องค้นหาเพื่อสรุปข้อมูลบางส่วนของข้อสรุปนี้ นักเรียนจะมีการอธิบาย  
ถึงเครื่องมือ การคิด การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อย ปัจจัยที่สนับสนุนการค้นพบของนักเรียนถึงบทบาท  
ของGSP การออกแบบการสืบสวนสอบสวน และ ธรรมชาติของการมีปฏิสัมพันธ์อย่างแท้จริง

เฟอร์ริง (Frerking. 1995: 3772-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวน  
ฮิลลี ผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อความคาดการณ์ในการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบ  
พลวัตชื่อ GSP ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา รัฐจอร์เจีย สหรัฐอเมริกา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดย  
ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ช่วยในการตั้งข้อความคาดการณ์สมบัติของรูปเรขาคณิต  
ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการตั้งข้อความ  
คาดการณ์ และตรวจสอบข้อความคาดการณ์นั้นสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับระดับชั้นของแวน ฮิลลี

เลสเตอร์ (Lester. 1996 : 2343 – A) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี  
ค.ศ. 1996 ผลวิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัด  
ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์ และ วงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับ  
การตั้งข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ยูซิฟ (Yousif.1997 :1631-A) ได้ศึกษาผลการใช้ GSP มีผลต่อเจตคติของนักเรียน  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้นที่โรงเรียนเซาท์เวสต์เทิน  
รัฐโอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ. 1996 – 1997 โดยที่ให้นักเรียนเรียนด้วยโปรแกรม GSP  
ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่ม  
ควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ



อัลเมคดาอาดี (Almeqdadadi. 2000) ได้ศึกษาผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อความเข้าใจในทศนทางเรขาคณิตของนักเรียนในประเทศจอร์แดน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนสาธิตของมหาวิทยาลัยยาร์มอก แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ กลุ่มละ 1 ห้อง พบว่า ความเข้าใจในทศนทางเรขาคณิตหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนเรียน และกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จูลี (July. 2001:2060-A) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อมโนทัศน์ทางเรขาคณิตในการสร้างรูป และวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับนักเรียนปีที่ 4 โดยจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง กระตุ้นให้นักเรียนสำรวจ อภิปราย และสร้างรูปด้วยตนเอง พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมี

ฮาร์เปอร์ (Harper.2002 : 225-A) ได้ศึกษาความรู้ของนิสิตฝึกสอนในระดับประถมศึกษาในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ศึกษาปฏิบัติการที่นิสิตฝึกสอนแสดงออกขณะใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และศึกษาความรู้ของนิสิตฝึกสอนที่เปลี่ยนแปลงในขณะที่เรียนหรือภายหลังการเรียนการสอนด้วยการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต กลุ่มทดลองคือนิสิตฝึกสอนหญิงระดับประถม 4 คน คนที่ลงทะเบียนใช้ชั้นปี 4 นิสิตแต่ละคนได้รับการสัมภาษณ์จากนั้นได้รับการสอนด้วยโปรแกรม GSP ทั้งหมด 3 ช่วง แต่ละช่วงใช้เวลาประมาณชั่วโมง โดยการบันทึกเทปและวิดีโอระหว่างการสัมภาษณ์ นิสิตฝึกสอนจนสร้างงานการแปลงเรขาคณิตเสร็จสิ้น ผลการวิจัยปรากฏว่านิสิตฝึกสอนสามารถสร้างภาพสะท้อนและเส้นตรงของการสะท้อนบนพื้นฐานของสมบัติการสะท้อน นิสิตฝึกสอนให้ความรู้มากขึ้นจากการใช้เวกเตอร์เพื่อเสนอทิศทางการแปลงและขนาด สามารถระบุจุดศูนย์กลางและมุมของการหมุนหนึ่งครั้งเพื่อวางแผนที่มีจากการหมุนของภาพได้ โปรแกรมGSP ให้ผลสะท้อนกับในการมองได้ทันทีซึ่งช่วยให้นิสิตฝึกสอนตั้งข้อความคาดเดาการณ์ ทดสอบและตรวจสอบคำตอบได้

บาฮาวาน (Baharvand. 2002 : 552) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลการสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และการสอนแบบปกติที่มีต่อมโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อเรขาคณิต ของนักเรียนเกรด 7 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ลิง (Ling. 2004 :1466-A) ได้ศึกษาเรื่อง การเสริมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยเทคโนโลยีจุดมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้ มี 2 ข้อ คือ เพื่อหาแนวทางการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มเติมการเรียนรู้ของนักเรียนในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และเพื่อศึกษาทัศนคติของนักเรียนหลังใช้เทคโนโลยีในการศึกษาได้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 11 คน ในการเรียนการสอนแต่ละกลุ่มมีผู้สอนคน

เดียวกันกลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มที่ 2 ใช้คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมใช้โปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า 2 กลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี คะแนนที่ได้ไม่มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ และ สูงกว่ากลุ่มควบคุม แต่ไม่มีนักเรียนคนใดที่ได้รับคะแนนต่ำลง ทักษะคติของกลุ่มควบคุมสูงกว่าทักษะคติของกลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี 2 กลุ่ม อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโปรแกรมบทเรียนมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนทั้งในและต่างประเทศ ไม่ว่าจะนำมาใช้ในวิชาใดก็ตาม ส่วนใหญ่พบว่า ช่วยให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและช่วยให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน สนุกสนานต่อการเรียนการสอน สร้างแรงจูงใจในทักษะการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการเรียนสูง ผลที่เกิดขึ้นนับได้ว่าโปรแกรมบทเรียน สามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี จึงควรส่งเสริมให้ผู้ที่มีใจมีการพัฒนาโปรแกรมบทเรียนเพื่อให้ความเหมาะสมต่อการเรียนการสอนในวิชาต่างๆ ให้มากยิ่งขึ้นกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความมุ่งมั่นยิ่งขึ้น สามารถเรียนรู้ด้วยตนเองได้ไม่จำกัดเวลาและสถานที่ ผนวกกับโปรแกรม GSP สามารถอธิบายเนื้อหาที่ยากๆ ให้เป็นรูปธรรม ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจง่าย และยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้ ดังนั้นผู้ศึกษาค้นคว้าจึงได้นำความรู้ที่ได้จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยทั้งหมด มาเพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาโปรแกรมบทเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นสื่อการเรียนรู้สำหรับนักเรียนและสามารถถ่ายทอดความรู้ต่างๆ ของบทเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้ศึกษาไปนั้น จะเห็นได้ว่าโปรแกรม GSP มีส่วนช่วยในการพัฒนาประสิทธิภาพทางการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้ เช่น ทำให้สัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นหรือนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรขาคณิตมากขึ้นหลังจากที่ได้ใช้โปรแกรม GSP ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้นำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม ทำการสำรวจ ตั้งข้อคาดเดาหรือสืบเสาะหาเหตุผลอันเป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาในระดับสูงต่อไป

### งานวิจัยในประเทศ

สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542 : 49-50) ได้วิจัยการเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนปี 2 ระหว่างกลุ่มเรียนโดยใช้ และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถได้มิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน และความคล้ายกลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปี 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัย มหาชัย

ศิลปากร 2547 จำนวน 75 คน เป็นกลุ่มนักเรียนทดลอง 38 คน เป็นกลุ่มที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต คือ โปรแกรม The Geometer s Sketchpad ซึ่งจัดกิจกรรมเป็น 3 ขั้นตอน คือ สร้างรูป ทดลอง (ลองผิดลองถูก) และหาสรุปและควบคุม 37 คนเป็นกลุ่มที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือแบบวัดความความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนานและความคล้ายไม่แตกต่างกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต

อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542 : 59-63) ได้ศึกษาผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 4 ชั้น คือที่มีความสามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนปีที่ 1 จำนวน 44 คนโดยใช้โปรแกรม เดอจีโอเมเตอร์ สเก็ตแพต ประกอบกิจกรรม 4 ชั้น คือสำรวจตั้งข้อคาดเดา สืบเสาะหาเหตุและสรุปพบว่านักเรียนปีที่ 1 มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 และนักเรียนที่มีผลการเรียนสูง ปานกลางและต่ำ มีความสามารถการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสัมพันธ์ ทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.33, 30.00 และ 26.39 ตามลำดับ

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547 : 62-102) ได้วิจัยผลการพัฒนามโนทัศน์ ทางเรขาคณิตและ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมตอนต้นโดยใช้โปรแกรม GSP โดยมีวัตถุประสงค์ เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยม ตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำหลังเรียนด้วยโปรแกรม GSP กลุ่ม ตัวอย่างเป็นนักเรียนปีที่ 3 โรงเรียนสุรนารีวิทยา อ.เมือง จ. นครราชสีมา ปีการศึกษา 2547จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง ต่ำ ใช้เวลาในการสอน 5 สัปดาห์เครื่องมือ ในการวิจัย คือวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดมโนทัศน์ ทางเรขาคณิตผลการวิจัย พบว่านักเรียนระดับมัธยมตอนต้นมี

มโนทัศน์ทางเรขาคณิต หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลัง เรียนโดยใช้โปรแกรม GSP แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนปานกลาง และต่ำนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีมโนทัศน์ทางการเรียนคณิตสูง กว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์สูงและผลการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากรับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542 : 81-85) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ GSP บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจตั้งข้อคาดเดาและสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อคาดเดากลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้ในการทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนทางเรขาคณิตได้แก่ นักเรียนอาสาสมัคร จำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยา ปีการศึกษา 2541 ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้ และได้บทเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

สันติ อิทธิพลนาวกุล (2550 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 85.94/86.64 โดยนักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ผู้วิจัยมีความเห็นว่าควรนำโปรแกรม GSP มาใช้ประกอบการเรียนการสอนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม มีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ กิจกรรม สื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ และสืบเสาะหาเหตุผลอันจะเป็นพื้นฐานการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

## 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล จรรยา. (2547:16) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์หมายถึง ขนาดของตามสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่ง ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมอง ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียน

วิลสัน (พงษ์รัศมี เฟื่องฟู. 2545 : 13-15; อ้างอิงจาก Wilson. 1971 : 643-696) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็น พฤติกรรมที่อยู่ในระดับที่ต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 4 ชั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็น ความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้วคำถามวัด ความสามารถในระดับนี้ จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความสามารถพื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมา เป็นเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และบทนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็น ความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และบทนิยามต่างๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดย อ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือบทนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว คำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ความสามารถทางด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับความรู้ความจำเกี่ยวกับการ คิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ ซับซ้อนกับความรู้ความจำที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรมที่ประมวลข้อเท็จจริงต่าง ๆ ซึ่งต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือก ความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการกฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณี ทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอา หลักการกฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้ แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรม

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability of Transform Problem from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการที่มีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problems) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยนักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายปัญหาที่นักเรียนเคยพบระหว่างเรียน นักเรียนจึงต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบพฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ไขปัญหานั้น

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparison) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งในการแก้ไขปัญหานี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหา

คำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาที่ประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบ หรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้ปัญหานั้น โจทย์ดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหานั้น พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น คือ

4.1 ความสามารถในการปัญหาโจทย์ที่เคยไม่พบก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความในมโนคติ บทนิยามตลอดจนทฤษฎีบทต่างๆ ที่เรียนแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดการต่างๆ ที่โจทย์ให้แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหานั้น แทนการจัดความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว

4.3 สามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและสมเหตุสมผลด้วยคือ การจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างขบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้ขบวนการนั้น

วิลม ออซูพิทซ์(2551: 54) กล่าวไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสามารถ หรือ ความสำเร็จในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน เช่น ความรู้ความเข้าใจ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ซึ่งได้รับการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

จากการศึกษาแนวความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้จากวิธีการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สามารถวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบแบบปรนัย มี 4 ตัวเลือกจำนวน 20 ข้อ โดยการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้ยึดแนวทางของ วิลสันที่มีวิธีการสืบค้นในแนวลักษณะการสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกม โดยมีขั้นตอนการประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นจากการตรวจสอบคุณภาพแล้วโดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ด้านความรู้ (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Willson.1971: 643-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. ด้านความรู้ความจำ (Computation) ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในด้านความรู้ ความจำเกี่ยวกับบทนิยาม อนิยามและสัจพจน์ และความสามารถในการใช้กระบวนการคิดสร้างสัจพจน์ใหม่ ๆ

2. ด้านความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในด้านความเข้าใจเกี่ยวกับ บทนิยาม อนิยาม กฎทางคณิตศาสตร์ การสรุปอ้างอิง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา การติดตามแนวของเหตุผล และการอ่านตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นาไปพิสูจน์ข้อความใหม่ ๆ เป็นทฤษฎีบท

3. การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาเหตุการณ์ที่เป็น ตั้งแต่หนึ่งเหตุมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่ประสมอยู่ในระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการนำกระบวนการของการให้เหตุผลนาไปหาข้อยุติเข้ามาช่วยหาบทสรุป

4. การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน การค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิจารณ์การพิสูจน์ และความสามารถในการสร้าง แผนภาพเวนน- ออยเลอร์และหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์



## 2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961 : 14-16) ได้ให้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอน และสรุปผลการศึกษว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน มีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกภาพ
  2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ระหว่างบิดากับมารดา ความสัมพันธ์ระหว่างบิดา มารดา กับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
  3. องค์ประกอบทางด้านวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
  4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
  5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
  6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์
- แครร์รอล (Carroll, 1963 : 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักฐานมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อประมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับ
- แมดดอกซ์ (Maddox, 1965: 9) ได้ทำการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญา และความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 ขึ้นอยู่กับความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30-40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10-15

ชฎานิชฐ์ พุกเถื่อน (2536 : 16-17) พบว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียนจะประกอบด้วย ขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนครูต่อนักเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน ระยะทางโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ / กิ่งอำเภอ
2. ด้านคุณลักษณะของครูจะประกอบด้วยอายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบสอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ต่อหน้าที่ที่ตนปฏิบัติเกี่ยวกับนักเรียน

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียน ทักษะเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่โรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางด้านเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย ขนาดของครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

วิมล พงษ์पालิต (2541 : 49) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นประกอบด้วยคุณลักษณะของตัวผู้เรียน ซึ่งได้แก่พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด รวมถึงลักษณะนิสัยทางจิตพิสัยของนักเรียน คุณภาพการสอนของครูและสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ซึ่งคุณลักษณะของตัวผู้เรียนที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด รองลงมาคือคุณภาพการสอนของครูและปัจจัย อื่น ๆ ตามลำดับ

สุวรรณมาลี นาคเสน (2544 : 67) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนักเรียนมีปัจจัยและองค์ประกอบหลายประการ คือ ทางด้านตัวนักเรียน ได้แก่ ด้านสติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติการเรียนทางด้านตัวครู ได้แก่ คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหาร ทางด้านสังคม ได้แก่ สภาพเศรษฐกิจและสังคมครอบครัวของนักเรียนเป็น ดังนั้น เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเป็นไปตามเป้าหมาย ครูจะต้องตระหนักถึงคุณภาพการสอน จัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียนและท้องถิ่น

สำนักคณะกรรมการการศึกษาเอกชน (2545 : 18) ได้สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ เช่น ด้านนักเรียน ได้แก่ ความรู้พื้นฐานเดิมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เจตคติและความสนใจของนักเรียน การใช้เวลาเรียนหรือทำการบ้าน แรงจูงใจไม่สัมฤทธิ์ ด้านครู ได้แก่ ประสิทธิภาพการสอน วุฒิการศึกษา การได้รับการอบรมทางการคณิตศาสตร์ของครู วิธีการสอนของครู เพศของครู จำนวนคาบสอนของครู การใช้สื่อการสอน ด้านโรงเรียน ได้แก่ ขนาดของโรงเรียน ความเป็นผู้นำของผู้บริหารด้านสภาพแวดล้อมที่บ้าน ได้แก่ การศึกษาของบิดามารดา หรือผู้ปกครอง การส่งเสริมและสนับสนุน เอาใจใส่ และติดตามการเรียนของบิดามารดา หรือผู้ปกครอง รายได้ของผู้ปกครอง อาชีพของบิดามารดา

อัญชญา โพธิ์พลากร (2545 : 95) กล่าวว่า ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีหลายประการ คือ ด้านตัวนักเรียน เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารของผู้บริหาร ด้านสังคม เช่น สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนคือ การสอนของครูนั่นเอง

พรพรม อัตตวัฒนากุล (2547 : 34) กล่าวว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เช่น ตัวนักเรียน สภาพแวดล้อม ครอบครัว และที่สำคัญ คือ การสอนของครู

ปรีชา วันโนนาม (2548 : 44) กล่าวว่า อิทธิพลที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีปัจจัย 2 อย่าง ปัจจัยโดยตรง คือ ตัวนักเรียนเอง ได้แก่ สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ และเจตคติต่อการเรียน และการได้รับความช่วยเหลือทางการเรียน ปัจจัยทางอ้อม ได้แก่ ครอบครัว สภาพแวดล้อม วัฒนธรรม สังคม ตัวครู และวิธีการสอนของครู

ศิรินทิพย์ คำพุทธ (2548 : 71) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีองค์ประกอบอยู่หลายประการ โดยเฉพาะองค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียนในด้านต่างๆ เช่น ร่างกาย สติปัญญา ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ทักษะที่มีต่อรายวิชานั้นๆ รวมถึงองค์ประกอบคือ การสอนของครูผู้สอนนั่นเอง

วิมล อยู่พิพัฒน์ . (2551: 55) กล่าวว่า จากการศึกษาขององค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น สรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลนั้นมาจากตัวผู้เรียนเอง สภาพสังคม ครอบครัว ตัวครูผู้สอน รวมทั้งวิธีการสอนของตัวครูผู้สอน

พิริยพงศ์ เตชะศิริยีนง (2552: 44-45 ) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะเกิดจากสภาพความพร้อมของร่างกาย และจิตใจที่มาจากผู้เรียนโดยตรงโดยมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. ร่างกายเป็นสิ่งที่แสดงออกทางภายนอก โดยพฤติกรรมและความคิดโดยการกระทำที่มาจากสติปัญญา
2. ทางบ้านที่ได้มาสิ่งแวดล้อมจนเกิด เจตคติของผู้เรียนที่แสดงออกมาด้านอารมณ์
3. ความสามารถการแสดงออกด้านความพึงพอใจมีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ แลเกิดผลสัมฤทธิ์ในด้านบวก
4. ความสัมพันธ์ในห้องกับเพื่อนเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ที่อยู่ในทางบวก

จากการศึกษาแนวความคิด ที่กล่าวมา สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีองค์ประกอบอยู่หลายประการด้านนักเรียน ได้แก่ สติปัญญา เจตคติ อารมณ์ ความรู้พื้นฐานเดิม ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ด้านครู ได้แก่ ประสบการณ์สอน วุฒิการศึกษา การได้รับการอบรมทางการสอนคณิตศาสตร์ของครูวิธีการสอนของครู เพศของครู จำนวนคาบสอนของครู การใช้สื่อการสอนด้านสภาพแวดล้อมที่บ้าน ได้แก่ การศึกษาของบิดา มารดา หรือผู้ปกครอง การส่งเสริมและสนับสนุน และติดตามผลการเรียนของบิดา มารดา หรือผู้ปกครอง รายได้ของผู้ปกครอง อาชีพของบิดามารดา

### 2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 79) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถวัดได้ 2 แบบ ตามจัดมุ่งหมายและลักษณะวิชาที่สอน คือ

1. การวัดด้านการปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติหรือทักษะของผู้เรียน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถออกมาในรูปการจริง เช่นวิชา ศิลปะ พละ งานช่าง เป็นต้น

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์เรียนรู้ของผู้เรียนสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ (2538 : 146-147) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดความรู้ที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษ และคืนสอให้นักเรียนปฏิบัติ

เสาวภา อนุเพชร (2548 : 37) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถได้ทั้งในด้าน ทฤษฎี และการปฏิบัติจริงซึ่งต้องตรงกับจุดประสงค์และเนื้อหาที่จะวัด ซึ่งในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแต่ละครั้ง ผู้วัดจะต้องตั้งเกณฑ์ในการวัดได้ชัดเจน

สรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ทั้งในด้านทฤษฎี และการปฏิบัติจริง ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและจุดประสงค์ของการวัดของครูผู้สอน

### 2.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สาเหตุของการสอบตก การออกจากโรงเรียน เรวัด และคุปตะ (Ratwat and Cuptar.1970: 7-9) ได้กล่าวได้ว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้นโดยมีด้วยกันหลายประการได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกลงในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมในการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี

8. การตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุมากหรือน้อยเกินไป
10. สาเหตุอื่น เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

วัชรีย์ บุรณสิงห์ (2526 : 435) ได้กล่าวว่า สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะต่อไปนี้

1. มีระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 (ระดับสติปัญญา 90 - 110 ถือว่า มีสติปัญญาปานกลาง) และคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนคนอื่น ๆ
3. มีความสามารถในการต่ำ ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเรียนผ่านมาแล้วไม่ได้
4. จำหลักเกณฑ์และมโนมติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมาแล้วไม่ได้ไป
5. มีปัญหาในด้านการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์น้อยสังเกตจากการสอบตกคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. เจตคติไม่ดีต่อโรงเรียน และโดยเฉพาะต่อเวลาคณิตศาสตร์
9. มีความรู้สึกกดดันและรู้สึกว่าวุ่นต่อความล้มเหลวทางการเรียนของตน
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถ
11. อาจมาจากนักเรียนที่มีสภาพครอบครัวที่แตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือความตั้งใจในการเรียน
13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง
14. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนโดยทั่วไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนไม่เข้าใจในการเรียน

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำด้านอารมณ์และสังคม

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542 : 145) กล่าวว่า สาเหตุหรือที่มาทำให้นักเรียนเรียนอ่อนด้านคณิตศาสตร์ เช่น

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย หรือสุขภาพไม่เอื้ออำนวย

2. ระดับสติปัญญาต่ำ
3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีในวิชาคณิตศาสตร์มาก่อน ทำให้ฝังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้นตัวเองแบบไม่รู้ตัวและรู้ตัว
4. สิ่งแวดล้อมที่บ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่างๆ เช่น ความกระตือรือร้น
5. วุฒิภาวะต่ำ
6. พื้นฐานความรู้เดิมมีไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

### 2.5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Flora (1967) ได้ทำการวิจัยเพื่อค้นหาตัวพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของ Lynchburg College จำนวน 307 คน ซึ่งเข้าศึกษาในปีการศึกษา 1964 โดยใช้คะแนนเฉลี่ยระดับมัธยม คะแนนสอบคัดเลือกทางด้านภาษา คะแนนสอบคัดเลือกทางด้านคณิตศาสตร์ และคะแนนสอบแบบประเมินคุณค่าทางความคิดโดยวิธีของ Watson-Glaser เป็นตัวพยากรณ์ ผลการวิจัยพบว่าตัวพยากรณ์ทั้ง 4 ตัวนี้ สามารถร่วมกันทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาได้ มีค่าสหสัมพันธ์พหุคูณเท่ากับ .55 และตัวพยากรณ์ที่ดีที่สุด ซึ่งคัดเลือกเข้าสมการ คือ คะแนนเฉลี่ยระดับมัธยม และคะแนนสอบคัดเลือกทางด้านภาษา

Worthington และ Grant (1971) ได้ทำการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของ Utah University เป็นชาย 1,270 คน และหญิง 990 คน ตัวแปรอิสระ ได้แก่ เพศ รายได้ของครอบครัว จำนวนเด็กในครอบครัว คะแนนเฉลี่ยในระดับมัธยม ที่ตั้งโรงเรียนมัธยม เป้าหมายทางการเรียนวิชาชีพ ตัวแปรที่ใช้เป็นตัวเกณฑ์ ได้แก่ เกรดเฉลี่ยของภาคเรียนแรก จากการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กับรายได้ของครอบครัว นักศึกษาที่มีบิดามารดามีฐานะทางเศรษฐกิจและสังคมในระดับสูงและปานกลาง จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่มีบิดามารดามีฐานะทางเศรษฐกิจและสังคมใน 18 ระดับต่ำ นอกจากนี้ ยังพบว่าสถานที่ตั้งของโรงเรียนมัธยมที่นักศึกษาเคยเรียนมาเป็นตัวพยากรณ์ที่สอดคล้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Brown และ Holtzman (1976) ได้ทำการศึกษาพบว่าเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันคือ

1. เจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างไรระดับนัยสำคัญทางสถิติ
2. นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกัน แต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันเป็นเพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนแตกต่างกัน
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีเจตคติไปในทางลบจะได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนที่คาดไว้ ส่วนนักเรียนที่มีเจตคติไปในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เหนือกว่าระดับคะแนนที่คาดไว้

Bloom (1982) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน พบว่าพฤติกรรมทางด้านความรู้ความคิดของนักเรียนและลักษณะจิตพิสัยของนักเรียน ซึ่งได้แก่ ความสนใจ ความมานะตั้งใจ ความขยัน รวมทั้งเจตคติต่อรายวิชา กิจกรรมการเรียนการสอน มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนถึงร้อยละ 65

ทอมสัน (Thomson, 2000 : 58-a) ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบเกี่ยวกับหลักสูตรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนพีชคณิตปีที่ 2 ของนักเรียนปีที่ 2 จำนวน 16 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มโดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนเป็นตัวชี้วัด ให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งเรียนตามหลักสูตรปกติ อีกกลุ่มเรียนหลักสูตรพีชคณิตขั้นสูงแล้วทำการทดสอบหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบตอบแบบตอบอิสระ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนตามหลักสูตรมีผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่านักเรียนที่มีหลักสูตรวิทย์ขั้นสูง

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศข้างต้นจะเห็นได้ว่าปัจจัยทางด้านครูมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ปัจจัยที่สำคัญคือวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งครูผู้สอนต้องมีการเตรียมการสอน ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น และครูต้องใช้สื่อการสอนต่างๆอย่างเหมาะสม และมีประสิทธิภาพต่อการเรียนการสอนสูงสุด

### 2.5.2 งานวิจัยในประเทศ

สมควร ปานโม (2545 : 37) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์และมีผลต่อการเรียนของนักเรียน นักศึกษา คือ การจัดการเรียนการสอน เจตคติต่อวิชา คณิตศาสตร์ สภาพแวดล้อมทางครอบครัว

อัญชญา โภธิพลากร (2545 : 96) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และมีผลต่อการเรียนของนักเรียน คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการสร้างเจตคติ ความรู้สึต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรม

ยุทธกร งามา (2546 : 37) กล่าวถึงสาเหตุส่วนหนึ่งที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนนั้น คือ การจัดการเรียนการสอนและการมีเจตคติ

ณยศ สงวนสิน (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย เรื่องพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สอนนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วย ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนโดย อุปนัย – นิรนัย เรื่องพหุนามสูงกว่าก่อนได้รับการสอนยังมีในสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

ไพศาล จรรยา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแสดง ข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่าง ด้าน ผลการศึกษาพบว่า แทนการเรียนนักศึกษาคณิตศาสตร์เรื่อง เซต ของนักเรียนปี 4 โดยการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการ ยกตัวอย่างค่าง สูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เซต ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอน โดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบ ลิป ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่องสถิติเบื้องต้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ทางกรเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลักได้รับการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบ ซิปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องสถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

เสาวภา อนุเพชร (2548 : 56) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ ทางกรเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลการเรียนต่ำได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในชั้นนันทนาการผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลการเรียนต่ำที่ได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ชั้นนันทนาการสูงกว่าก่อนได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ชั้นนันทนาการอย่างมีในสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิรินทิพย์ คำพุทธ (2548 : 73) กล่าวว่า สาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และมีผลต่อการเรียนของนักเรียน คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอน การสร้างเจตคติ ความรู้สึกต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรม



เสาวภา อนุเพชร(2548 : 38) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ได้แก่ ระดับสติปัญญา พื้นฐานความรู้และความบกพร่องทางด้านร่างกาย รวมถึงเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากปัญหาดังกล่าวพอสรุปได้ว่าสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนคือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการสร้างให้เกิดเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตลอดจนการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่างๆของผู้เรียนเช่น การจัดโดยใช้โปรแกรม GSP ที่สามารถสรุปรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่างๆ และสามารถเลื่อน หมุน ยืด หดได้ทำให้นักเรียนสามารถสืบค้นและหาข้อสรุปเหตุผลด้วยตนเองซึ่งส่งผลให้นักเรียนมาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมากขึ้น



### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 450 คน

##### การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit)

##### แบบแผนการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผู้วิจัยจึงได้แบบแผนการทดลองเป็นแบบ One Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 249)

กลุ่ม	ทดสอบก่อน	ทดลอง	ทดสอบหลัง
E	T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น
- T<sub>1</sub> แทน ทดสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง
- T<sub>2</sub> แทน ทดสอบหลังการจัดกระทำทดลอง

## การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

### เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

### ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ กราฟเบื้องต้น มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้
  - 1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2550 ในระดับช่วงชั้นที่ 4
  - 1.2 ศึกษาคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค40203 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550
  - 1.3 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และ กำหนดขอบข่ายของเนื้อหาที่เคยใช้สอน (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง)
  - 1.4 ศึกษาการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญจากเอกสาร
  - 1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย
    - 1.5.1 จุดประสงค์การเรียนรู้
      - 1) ด้านความรู้
      - 2) ด้านทักษะ/กระบวนการ
      - 3) ด้านคุณลักษณะ
    - 1.5.2 สาระการเรียนรู้
    - 1.5.3 กิจกรรมการเรียนรู้
    - 1.5.4 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้
    - 1.5.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
    - 1.5.6 บันทึกหลังการสอน
  - 1.6 นำเสนอการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของวัตถุประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง

1.7 ปรับปรุงแก้ไขวัตถุประสงค์ สาระการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหา กิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลาและการสื่อความหมายของเนื้อหาในโปรแกรมให้ชัดเจนและเข้าใจง่าย

## 2.แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรคู่มือครูแบบเรียนและจุดประสงค์การเรียนรู้จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2550 ในระดับช่วงชั้นที่ 4

2.2 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากเอกสารต่างๆ

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้

2.5 นำแบบทดสอบเสนอผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1 ทุกข้อ พร้อมทั้งนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง

2.7 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอัสสัมชัญซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง กราฟเบื้องต้น มาแล้วจำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.8 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำโดยใช้วิธี Zero – One Method คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกินตัวเลือก

2.9 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.40 - 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) ระหว่าง 0.46 - 0.62 จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

2.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นตามสูตร KR – 20 คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538 :197–199) จากโปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.7

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแล้วบันทึกคะแนนเป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาโปรแกรม GSP ได้อย่างถูกต้อง
3. ดำเนินการทดลองโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง 6 คาบ
4. เมื่อเสร็จสิ้นการสอน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียน (Post – test) เป็นเวลา 1 คาบ โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้สอบก่อนเรียน
5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

### การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### 1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538:73)

$$\text{สูตร } \bar{x} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ  $\bar{x}$  แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

## 1.2 ความแปรปรวน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538:73)

$$\text{สูตร } s = \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ  $s$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum x$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$\sum x^2$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละด้วยกำลังสอง

$N$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

## 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

### 2.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

2.1.1 การหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$$\text{สูตร } IOC = \frac{\sum R}{N} \quad (\text{พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540: 177})$$

IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างคำถามกับลักษณะของพฤติกรรม

$\sum R$  แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

$N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

### 2.1.2 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตร KR-20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540: 200)

$$\text{สูตร } r_k = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ  $r_k$  แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$n$  แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$p$  แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่ง ๆ หรือจำนวนคนที่ทำถูกทั้งหมด

$q$  แทน สัดส่วนผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง คือ  $1 - p$

$s_r^2$  แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538:197-199)

2.1.3 หาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 168; อ้างอิงจาก Fan. 3-32)

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 t – test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540: 207)

$$\text{สูตร } t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad : \text{df} = N-1$$

เมื่อ  $t$  แทน ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution

$\sum D$  แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนของการทดสอบก่อนและหลังจากการจัดการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น

$\sum D^2$  แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น

$N$  แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 t-test one group เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
หลังการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP กับเกณฑ์ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540: 204)

$$\text{สูตร } t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้

$\mu_0$  แทน ค่าเฉลี่ยเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 70%

S แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550:134)





## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการผลการศึกษาค้นคว้า และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

S	แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ
$\mu_0$	แทน ค่าเฉลี่ยเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 70%
$\sum D$	แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่ของก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP
$\sum D^2$	แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่ของก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP
K	แทน คะแนนเต็ม
t	แทน ค่าที่ใช้ในการพิจารณา (t - distribution)

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอมีลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP
2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้นกับเกณฑ์ร้อยละ 70

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มาเปรียบเทียบกัน โดยใช้วิธีการทางสถิติ  $t$  – test dependent ได้ผลดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	S	$\sum D$	$\sum D^2$	t
ก่อนเรียน	50	20	7.82	3.49	390	3578	16.67 **
หลังเรียน	50	20	15.62	2.30			

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(.01,49)}=2.41$$

จากตาราง 2 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ  $t$  – test one group ได้ผลดังแสดงใน ตาราง 3

ตาราง 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	k	$\bar{X}$	S	$\mu_0$ (70%)	S	t
Post Test	50	20	15.62	2.30	14	2.30	4.91 **

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(.01,49)}=2.41$$

จากตาราง 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.10



## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้นกับเกณฑ์ร้อยละ 70

#### สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

#### วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

##### 1. ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 450 คน

##### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ที่กำลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

## 2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาที่สอดคล้องกับหลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอัสสัมชัญ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งประกอบด้วย

1. วิธีและวัฏจักร
2. กราฟออยเลอร์
3. การประยุกต์กราฟออยเลอร์

## 3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา คือ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาทดลองจำนวน 8 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้โปรแกรม GSP จำนวน 6 คาบ ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) จำนวน 1 คาบ และทดสอบหลังเรียน (Post-test) จำนวน 1 คาบ

## 4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งผ่านการตรวจแก้ไขเกี่ยวกับความถูกต้องและความสอดคล้องโดยผู้เชี่ยวชาญพร้อมทั้งได้ปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำโดยใช้วิธี Zero – One Method คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการพิจารณาได้ค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อ โดยได้ค่าความยาก (p) 0.40-0.75 ค่าอำนาจจำแนก(r) 0.46-0.62 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

## 5. วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามขั้นตอนดังนี้

1. ใช้ห้องเรียนซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Simple Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง แล้วบันทึกเป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน(Pretest)

3. ดำเนินการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น ตามแผนที่จัดไว้ 6 ชั่วโมงกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนอัสสัมชัญที่เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน

4. เมื่อสิ้นสุดการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น แล้ว จากนั้นทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นฉบับเดียวกันกับที่ใช้ในการทดสอบก่อนเรียน

5. นำกระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนน แล้วนำไปวิเคราะห์ผลโดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP โดยใช้วิธีทางสถิติแบบ t – test dependent

6.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้วิธีทางสถิติแบบ t – test one group

## สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล สรุปผลได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.10

## อภิปรายผล

ผลของการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนแบบการโดยใช้โปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

1.1 การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น มีขั้นตอนที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจ เนื้อหาที่เรียนอย่างชัดเจน สร้างความสนใจให้นักเรียนเกิดความอยากค้นคว้าทดลองสิ่งที่เรียน ผู้วิจัย ได้จัดการเรียนการสอน สื่อและอุปกรณ์ที่ใช้เพื่ออำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมจริง โดยเป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรงนักเรียนปฏิบัติจริง ค้นคว้าข้อมูล ตลอดจนวิธีการและ กระบวนการรวบรวมข้อมูล ตรวจสอบข้อมูลหาข้อสรุปด้วยตนเอง โดยมีอิสระในการทำงาน ซึ่งเป็นการ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ได้ศึกษาจากประสบการณ์ และสิ่งที่ได้สังเกต จากการปฏิบัติกิจกรรม จนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ หรือนิยามได้ถูกต้องซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิด ความเข้าใจและจดจำกฎเกณฑ์ หรือนิยามอย่างชัดเจน และร่วมกันอภิปรายผล โดยมีครูเป็นที่ปรึกษา ในการอภิปรายผล เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและครบถ้วนโดยนักเรียนสามารถนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง ซึ่งผลจากการปฏิบัติทดลองจะช่วยทำให้เห็นผลงาน และความก้าวหน้าอย่างชัดเจนจึง เป็นการเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน (สุนันท์ ฉิมวีย์. 2543: 60) และ ยูพิน พิพิธกุล (2519: 23-26) กล่าวไว้ว่า การสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์นั้นสื่อที่ใช้ควรเป็นของจริง คือเมื่อนักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้แล้ว ยังได้ฝึกทักษะจากใบงานที่สร้างขึ้นโดยยึดหลักจากการ เรียนรู้อย่างไปหายาก พร้อมกับสามารถตรวจคำตอบจากเฉลยด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้รับรู้ผลงาน และความก้าวหน้าของตนเองซึ่งทำให้เกิดความภาคภูมิใจและมีความพยายามที่จะแก้ไขข้อผิดพลาด นอกจากนี้ อารีย์ คำปลั่ง (2536: 64) ได้กล่าวขั้นตอนของกิจกรรมการสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการ สอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้หรือวิธีการค้นหาความรู้โดยนักเรียนเป็นผู้กระทำ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิด ความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้เป็นอย่างดี และสามารถจดจำความรู้ได้นานกว่า การสอนที่เน้นให้ นักเรียนรู้เนื้อหาโดยการฟังคำอธิบายจากครูเพียงอย่างเดียว ดังนั้นเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการ สนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งผลการวิจัย สอดคล้องกับการการวิจัยของ ฮาร์เปอร์ (Harper. 2002 : 225-A) ได้ศึกษาความรู้ของนิสิตฝึกสอนใน

ระดับประถมศึกษาในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ศึกษาปฏิกริยาที่นิสิตฝึกสอนแสดงออกขณะใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และศึกษาความรู้ของนิสิตฝึกสอนที่เปลี่ยนแปลงในขณะที่เรียนหรือภายหลังการเรียนการสอนด้วยการใช้โปรแกรม GSP ผลการวิจัยปรากฏว่านิสิตฝึกสอนสามารถสร้างภาพสะท้อนและเส้นตรงของการสะท้อนบนพื้นฐานของสมบัติการสะท้อน นิสิตฝึกสอนให้ความรู้มากขึ้นจากการใช้เวกเตอร์เพื่อเสนอทิศทางการแปลงและขนาด สามารถระบุจุดศูนย์กลางและมุมของการหมุนหนึ่งครั้งเพื่อวางแผนที่มีจากการหมุนของภาพได้ โปรแกรม GSP ให้ผลสะท้อนกับในการมองเห็นทันทีซึ่งช่วยให้นิสิตฝึกสอนตั้งข้อความคาดเดาการณ์ ทดสอบและตรวจสอบคำตอบได้ การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP มีขั้นตอนที่ใช้ง่าย สนุก ตื่นเต้นไม่น่าเบื่อและสามารถมองเห็นเป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อเนก สุดจำนงค์ (2531: 67-69) ที่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่านักเรียนที่รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กฤษณา ศรีชนะ (2537: 74) ที่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงคณิตของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

1.2 การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น ผู้วิจัยได้นำโปรแกรม GSP ใช้เป็นสื่อประกอบกับบทเรียนเนื่องจากโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อการใช้งาน สื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และจากการลงมือปฏิบัติ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2548: 1-2) นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ใหม่ ๆ หรือความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง (ภิรมวัจน์ ธรรมใจ. 2548: 1) อีกทั้งโปรแกรม GSP ยังเป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้นเร้าใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบ ตลอดจนช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในระหว่างปฏิบัติกิจกรรม (Key Curriculum Press. 2001: 332) ดังนั้นเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้โปรแกรม GSP หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อำนาง เชื้อบ่อคา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า



ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับ วรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542 : 81-85) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ GSP บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแผนการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ พบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้ และได้บทเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดสอดคล้องกับ ผลการวิจัยของ วิมล อยู่พิพัฒน์ (2551: 71) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

2.1 การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้เป็นการสอนที่ช่วยส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของเด็กในวัยที่อยากเรียนรู้ อยากเห็น อยากลอง อยากแสดงออก และถ้าเขาได้ทำกิจกรรมหรือทดลองด้วยตัวเองแล้วจะทำให้เข้าใจขั้นตอนเข้าใจปัญหาและเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาได้ดี (สุนันท์ ฉิมวัย (2543: 62) อีกทั้งสื่อที่ใช้ คือ โปรแกรม GSP ซึ่งผู้วิจัยนำมาใช้ให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีลักษณะที่ผู้เรียน เรียนรู้ได้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยพัฒนาไปทีละน้อยจากน้อยไปหายากจนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้ซึ่งการใช้สื่อดังกล่าวตรงกับหลักการสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่ ยูพิน พิพิธกุล (2519: 23-26) กล่าวไว้ว่า การสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์นั้นสื่อที่ใช้ควรเป็นของจริงคือเพื่อนักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้แล้ว ยังได้ฝึกทักษะจากใบงานที่สร้างขึ้นโดยยึดหลักจากการเรียนรู้ง่ายไปหายาก พร้อมกับสามารถตรวจคำตอบจากเฉลยด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้รับรู้ผลงานและความก้าวหน้าของตนเองซึ่งทำให้เกิดความภาคภูมิใจและมีความพยายามที่จะแก้ไขข้อผิดพลาด ดังนั้นเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ซึ่ง

ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ วัฒนศิริ ชมหนู (2548: 41) พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม 30 คะแนน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับผลการวิจัยของ พนารัตน์ แซ่มชื่น (2548: 89) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ อยู่ในระดับสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ จำปี นิลอรุณ (2548 : 64) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวันทรงธรรม อำเภอพระประแดง จังหวัดสมุทรปราการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยดำเนินการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความเท่ากันทุกประการผลการศึกษาพบว่าทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการเรื่องความเท่ากันทุกประการผ่านเกณฑ์ได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.2 การสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น ซึ่งเป็นโปรแกรมที่แปลกใหม่ ง่ายต่อการใช้งาน ทำให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรมในการค้นหานิยามของกราฟ สามารถสร้างรูปภาพได้อย่างรวดเร็ว กำหนดสีของรูปภาพให้เห็นความแตกต่างได้อย่างชัดเจนซึ่งสิ่งเหล่านี้ล้วนแล้วแต่สร้างความสนใจทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นอยากที่จะเรียน (Key Curriculum Press. 2001: 333) และการที่นักเรียนได้เห็นรูปภาพ รูปเรขาคณิตในลักษณะต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดของ สุกวี รอดโพธิ์ทอง (2535: 44-47) ที่มีข้อเสนอแนะว่าการเสนอภาพที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการเรียนการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น และความคงทนในการจำดีกว่าการเรียนทั่วไป ซึ่งเป็นการส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: 91) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.70

อาจกล่าวได้ว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่สามารถใช้ในการจัดการเรียนการสอนแล้วส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างมีขั้นตอน สามารถสื่อภาพและเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน

นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ ผู้การลงมือปฏิบัติจริง ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น

### ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากผลของการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง กราฟเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยพบข้อสังเกตบางประการจากการศึกษาค้นคว้า สรุปได้ดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงโม่งแรก นักเรียนมีความสนใจกระตือรือร้นในการเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP มาก ตื่นเต้นกับการได้สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งจะสังเกตได้จากการที่นักเรียนแต่ละคนตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย เมื่อนักเรียนคนใดมีปัญหาจะสอบถามครูผู้สอนทันที หรือสอบถามเพื่อนคนอื่น
2. ในช่วงแรกของการปฏิบัติตามบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP พบว่านักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจและตามไม่ทันในการใช้โปรแกรม ประกอบกับยังไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับโปรแกรม GSP มาสร้างรูปเรขาคณิตได้ จึงทำให้นักเรียนเกิดความสับสนและเรียนได้ค่อนข้างช้าผู้สอนจึงต้องคอยให้คำแนะนำในการทำกิจกรรมต่างๆ อย่างใกล้ชิด แต่เมื่อได้เรียนในช่วงโม่งต่อไป นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างคล่องแคล่วมากขึ้น เข้าใจในเนื้อหามากขึ้นและ สามารถส่งงานที่ได้รับมอบหมายได้ตามเวลาที่กำหนด
3. ในการเรียนแต่ละคาบ พบว่า นักเรียนแต่ละคนจะให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี มีความตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรม และมีความรับผิดชอบต่อกิจกรรมที่ตนเองได้รับมา แต่นักเรียนหลายๆ คนไม่ค่อยกล้านำเสนอผลงาน ซึ่งพบว่าในช่วงโม่งต่อมา นักเรียนสนุกกับการออกมานำเสนอผลงานของตนเอง และเมื่อเพื่อนๆ ให้การยอมรับในผลงานชิ้นนั้น นักเรียนจะภูมิใจในตนเองมาก
4. เมื่อนักเรียนเข้าใจแนวทางการเรียนโดยใช้ โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น แล้วพบว่านักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน นักเรียนสนุกในการเรียนมากขึ้น โดยสังเกตจากการทำกิจกรรมต่างๆ นักเรียนอยากเรียน อยากทำงานที่ได้มอบหมายให้สำเร็จตามเวลาที่กำหนด เมื่อมีปัญหาที่ไม่เข้าใจก็ปรึกษาครูทันที และเมื่องานที่ทำให้เกิดข้อผิดพลาด นักเรียนก็พร้อมที่จะแก้ไขให้ดีขึ้น

### ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการศึกษาค้นคว้าในครั้งต่อไป ดังนี้

## 1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1.1 ผู้ที่จะทำการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ควรศึกษาวิธีการสร้างบทเรียนเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์และโปรแกรม GSP ที่สามารถนำมาสร้างบทเรียน และควรทดลองใช้บทเรียนก่อนนำไป สอนจริง เพื่อให้ผู้สอนเกิดความเข้าใจในเทคนิค ขั้นตอนและวิธีการต่างๆ ได้ถูกต้อง จึงจะทำให้การ เรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน

1.2 ครูผู้สอนความเตรียมห้องเรียน บทเรียนให้พร้อม เพื่อความสะดวกในการเรียน อันส่งผล ต่อการบรรลุตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้

1.3 นักเรียนที่เรียนที่ใช้โปรแกรม GSP ต้องใช้เวลาในการศึกษาการใช้โปรแกรม ครูจึงต้อง คอยแนะนำให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนจะได้ทำกิจกรรมได้อย่างถูกต้องและสำเร็จด้วยดี

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาผลการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชา คณิตศาสตร์ ในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น เวกเตอร์ ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม เป็นต้น หรือในระดับชั้นอื่น ๆ เพื่อช่วยพัฒนาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.2 ควรมีการศึกษาความพึงพอใจ ของนักเรียนต่อการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการเรียน



## บรรณานุกรม

- กรองทอง ไคริวี. (2544). เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการ การใช้โปรแกรม GSP เพื่อการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). แนวทางการประเมินผลด้วยทางเลือกใหม่ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กฤษฎา ศรีชนะ.(2537).การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความคงทนในการเรียนและความคิดสร้างสรรค์วิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตม อำเภอศรีชนะ จังหวัดศรีสะเกษ ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติกรกับวิธีสอนปกติ.ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(การประถมศึกษา)บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร
- คณะกรรมการการศึกษาเอกชน,สำนักงาน. คู่มือการปฏิบัติงานของโรงเรียนเรื่องการประเมินคุณภาพและการรับรองมาตรฐานคุณภาพการศึกษา. กรุงเทพฯ : ม.ป.ท.,2545
- จำปี นิลอรุณ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ.สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.  
ถ่ายเอกสาร
- ชฎานิชฐ์ พุกเถื่อน. (2536). การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระดับชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานประถมศึกษา จังหวัดพิษณุโลก.วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร.  
ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:ภาคหลักสูตรและการสอนคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2518). เทคนิคการสัดผล. พิมพ์ครั้งที่6. กรุงเทพฯ:วัฒนาพานิช-----.
- \_\_\_\_\_.(2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ.กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ชูศรี วงศ์รัตน์. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ : พรพิศการพิมพ์ , 2550.
- นภา เมธาวีชัย. (2536). การประเมินผลการเรียน.พิมพ์ครั้งที่2 กรุงเทพฯ:สถาบันราชภัฏธนบุรี

นวนลดา สงวนวงศ์ทอง. (2545, มกราคม). ระบบข้อมูลข่าวสาร เพื่อผู้บริหารระดับสูง.

วารสารเทคโนโลยีสารสนเทศ. 1(1), 6.

นารี วงศ์โรจน์กุล. (2549). เอกสารประกอบการสัมมนาวิชาการระดับชาติ เรื่องการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน. กรุงเทพมหานคร : สถาบันส่งเสริมการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

บุญเรือง บุตรมาลา. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และควมมีมนุษยสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอัสสัมชัญคอนแวนต์โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา).กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ณยศ สงวนสิน. (2547). การสร้างชุดปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการสอนแบบ อุปนัย – นิรนัย เรื่อง พหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ปรีทิพย์ บุญคง. (2546). การศึกษาปัจจัยบางประการที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 .ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปรีชา วันโนนาม. (2548). ผลการใช้ชุดการเรียน โดยเพื่อนสอนเพื่อน หน่วยการเรียนรู้ “เส้นขนาน” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พนารัตน์ แซ่มชื่น.(2548).ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์.สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พงษ์รัศมี เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ผลในการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พรพรม อัดตัวพัฒนากุล. (2547). ผลการใช้แบบฝึกหัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- พรรณณี เจียมสุบุตร. (2543). การเปรียบเทียบความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนผู้ตรวจและวิธีการตรวจต่างกัน. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม.(การวัดผลทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2544). หลักการวัดและประเมินผลทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร.
- พิริยพงศ์ เตชะศิริยืนยง. (2552). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- เพ็ญจันทร์ เจริญประเสริฐ. (2543). รายงานการวิจัยการศึกษาประสิทธิภาพของการปฏิบัติการบล็อกแบบร่วมมือ ร่วมใจที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเลขฐาน. กรุงเทพฯ : ครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏภูเก็ต
- ไพจิตร สะดวกการ. (2549). เรียนผูกเรียนแก้ภูมิปัญญาไทยที่สอดคล้องกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซีม. ปฏิรูปการศึกษา
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ไพศาล จรรยา. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดย การยกตัวอย่าง คำาน. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ภิรมย์จันทร์ ธรรมใจ. (2548). คู่มือการใช้งานโปรแกรม GSP 4.06(Thai Version). เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต. กรุงเทพฯ: สถาบันการศึกษาคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ภัทรา นิมานนท์. (2543). การประเมินผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ทิพย์วิสุทธิ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2519). การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: กรุงเทพฯการพิมพ์.
- \_\_\_\_\_. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.



- ยุทธกร ถามา. (2546). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ ความสนใจและความมีวินัยในตนเองทางการเรียนรู้ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีความสามารถทางการเรียนต่างกัน โดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการ และการแก้สมการ. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รจนา รัตนานิคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้เรียนที่ล่าช้าที่สุด. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- รวีวรรณ ทุมชัย. (2537). วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- รุจิรา โพธิ์สุวรรณ. (2540). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.
- ลาวัลย์ พลกล้า. (2523). การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- วรรณวิภา สุทธิเกียรติ. (2542). การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- วัชรสันต์ อินธิสาร.(2547). ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad วิทยานิพนธ์ ค.ม.(การสอนและเทคโนโลยี). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2526). “การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล,” ในเอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขา คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย สุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- วัฒนศิริ ชมหนู.(2548).*บทเรียนปฏิบัติการเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ : เลิฟแอนด์ดีเพรส.
- \_\_\_\_\_. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : แอล ที เพรส.
- จิราพร พงศ์อาจารย์. (2542). *การประเมินผลการเรียน*. สถาบันราชภัฏพิบูลสงคราม พิษณุโลก.
- วิมล พงษ์पालิต. (2541). *เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิมล อยู่พิพัฒน์.(2551).*บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศรินทิพย์ คำพุทธ. (2548). *ชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบ STAD เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ การสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. กรุงเทพฯ :ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีสภัย สอดศรี. (2546). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ*. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.(2546).*คู่มือแนะนำการใช้งาน The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต*.กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

- สันติ อธิพิณนาวากุล. (2550). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิต เรื่องภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). ทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- \_\_\_\_\_. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)จำกัด.
- สุกรี รอดโพธิ์ทอง. (2535). การออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.วารสารรวมคำแหง.พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุจิตรา มุสิกะเจริญ. (2542). การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุวรรณมาลี นาคเสน. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่อง “วงกลม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). พิษณุโลก : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ ฉิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติกรกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- เสาวภา อนุเพชร. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลการเรียนต่ำ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละโดยได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- สมควร ปานโม. (2545). การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง “เซต” ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.) ภาควิชาเกษตรกรรม.วารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ . ถ่ายเอกสาร.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2541). การวัดผลการศึกษา. กภาพิณธ์: ประสานการพิมพ์
- อเนก สูดจันงค์. (2531). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ระดับความสามารถต่างกันโดยการสอนแบบปฏิบัติการ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์. (2542). ผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประกอบกิจกรรม การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉรา สุขารามณ์ และ อรพิณทร์ ชูชม. (2530). “การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ”. รายงานการวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อัญชญา โพธิพลากร. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อารีย์ คำปล้อง. (2536). การสอนปฏิบัติการเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อารีย์ คงสวัสดิ์. (2544). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อำนาจ เชื้อบ่อคา. (2547). ผลการใช้โปรแกรม GSP ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Almeqdad, F. (2000). The effect of using the geometer's sketchpad (GSP) on Jordanian students' understanding of geometrical concepts. *Proceedings of the International Conference on Technology in Mathematics Education*. July 2000.

(ERIC Document Reproduction Service No. ED 477317).

- Baharvand, Mohsen. (2002, June). A Comparison of the Effectiveness of Computer-Assisted Instruction Versus Traditional Approach to Teaching Geometry. Dissertation Abstracts International. 40(3): 552-A.
- Bloom, Benjamin S. (1982). *Human Characteristics and School Learning*. 2nd ed. New York: McGraw Hill Book Company.
- Brown, W.F. and W.H. Holtzman. (1976). *SSHA Manual Survey of Study Habits and Attitude*. New York: Psychological Corporation.
- Burris, Carol Corbett. (2003, November). Providing accelerated mathematics to heterogeneously group middle school students : *the longitudinal effects on students of differing initial achievement level*. (online). Available : <http://wwwlib.umi.com>. Retrieved July 6, 2004.
- Campbell DON and Stanley Julian C. (1963). *Experimental and Quasi-Experimental Designs For Research*. Chicago. Rand McNally College Publishing Company
- Carrol, John B. (1963, May). " A Model of Learning, " *Teacher College Record*. 64 : 726 – 733.
- Cicirelli, Victor G. (1965). "Form of the Relationship between Creativity, I.Q. and Academic Achievement." *Journal of Education Psychology*. 56 : 303-308 Finn.
- Finn. Kelly F. , et al. (2003, August). Teacher Variables That Relate to Student Achievement When Using a Standards – Based Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(3) : 228 – A.
- Flora, Larry Dale. (1967). Predicting Academic Success at Lynchburg College from Multiple Correlation Analysis of Four Selection Predicting Variables. Dissertation Abstract International. 27(1967) : 2276 – A.
- Foletta, Gina Marie. (1995, February). Technology and Guided Inquiry: Understanding of Students' Thinking while Using a Cognitive Computer Tool, The Geometer's Sketchpad, in a Geometry Class. Dissertation Abstracts International. 55(8): 2311-A.
- Frerking, Bonnie Giddens. (1995, June). Conjecturing and Proof-Writing in Dynamic Geometry. Dissertation Abstracts International. 55(12): 3772-A.

- Good, Carter. (1973). *Dictionary of Education. Edited by Carter V. Good*. New York : McGraw-Hill book Company, Inc
- Harper, Suzanne Rushton. (2002, April). Enhancing Elementary Pre-Service Teachers' Knowledge of Geometric Transformations. *Dissertation Abstracts International*. 62(10): 3326-A.
- July, R.A.(2001). Thinking in Three Dimensions: Exploring Students' Geometric Thinking and Spatial Ability with the Geometer's Sketchpad. Florida International University, Florida. Unpublished doctoral thesis.
- Kelly E., et al. (2003). "Teacher Variables That Relate to Student Achievement When Using a Standard-Based Curriculum" *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(3) : 288-A
- Key Curriculum press.(2001). *teaching Geometry with the Geometer 's sketpad*. Berkeley.california: Key Curriculum press.
- Lester, Margaret Lynn. (1996, December). The Effects of the Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students. *Dissertation Abstracts International*. 57(6) :2611- A.
- Ling, Shirley. (2004, October). Enhancing the Learning of Conic with Technology. *Dissertation Abstracts International*. 1499-A.
- Maddox, Hary (1965). *How to Study*. London : Wyman Lid.
- Micheels, Halbert E. and Ray Karnes. (1950). *Item Analysis Table*. Princeton. New Jersey : Education Testing Service
- Prescott, Danial A. (1961). *Educational Bulletin*. Faculty of Education, London, University
- Rawat, D.S. and S.L. Cuptar (1970). *Educational Wastage at the primary Level : A hand Book for Teacher*. New Delhi : S.K. Kitchula at Nalanda Press.
- Reys, Robert., et al.(2003). "Assessing the Impact of Stanards-Based Mathematics Curricular Materials on Student Achievement" *.Journal for Research in Mathematics Education*. 34(1): 74-A
- Riorden, Jurie E. & Noyce, Pendred E. (2001). "The Impacts of Student-Based Mathematics Curricula on Student Achievement in Massachusetts" *.Journal ofr research in Mathematics Education*. 32(4) : 368-A

- The Geometer's Sketchpad Resource Center. (2004). mathematics visualization software, *The Geometer's Sketchpad*. SIAM News, Volume 34, Number 8. (Online). Available: Retrieved January, 2 2011. from <http://dynamicgeometry.com/>
- Thomson, Heather Anne. (2000). *Investigating and Representing Inquiry in a College Mathematics Course*. Dissertation Abstracts online. 39(3) : 61 – 10B.
- Wilson, James W.(1971). "Evaluation of learning in Secondary School Mathematics," *In Handbook on Formative and summative Evaluation of Student Learning*. Edited by Benjamib S. Bloom.U.S.A. : McGraw-Hill
- Worthington, Lois H. and Claude W. Grant .(1971). *Factors of Academic Success : A Multivariate Analysis*. Journal Educational Research. 65(1):7-10.
- NCTM.(1989). *Curriculum and Evulation Standard for School Mathematics*. Newyork: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yousif , Adil Eltayeb. (1997, November). The Effect of the Geometer's Sketchpad on the Attitude Toward Geometry of High School Students. Dissertation Abstracts International.





### ภาคผนวก ก

1. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ
2. ตารางค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
3. ตารางค่า  $x$  และค่า  $X^2$  ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
4. ตารางค่า p และ ค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $r_{tt}$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตาราง 4 ค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ได้ผลดังนี้

แบบทดสอบ ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลรวมของ คะแนน ( $\sum R$ )	ค่า $IOC = \frac{\sum R}{N}$	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

หมายเหตุ คัดเลือกข้อสอบมีค่า IOC  $\geq 0.5$  ขึ้นไป ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้  
ที่คาดหวังสามารถนำไปใช้ได้

ตาราง 5 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อ	ค่าความยาก(p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)
1	0.48	0.53
2	0.50	0.62
3	0.75	0.53
4	0.55	0.54
5	0.58	0.54
6	0.68	0.46
7	0.48	0.46
8	0.50	0.54
9	0.48	0.46
10	0.58	0.54
11	0.43	0.62
12	0.53	0.62
13	0.63	0.54
14	0.58	0.54
15	0.43	0.62
16	0.45	0.62
17	0.43	0.54
18	0.73	0.46
19	0.40	0.62
20	0.65	0.62

ตาราง 6 ค่า  $x$  และค่า  $X^2$  ในการหาค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนน(x)	คะแนน( $X^2$ )	คนที่	คะแนน(x)	คะแนน( $X^2$ )
1	17	289	26	12	144
2	16	256	27	13	169
3	14	196	28	14	196
4	7	49	29	15	225
5	15	225	30	8	64
6	12	144	31	14	196
7	4	16	32	10	100
8	17	289	33	12	144
9	16	256	34	4	16
10	8	64	35	6	36
11	9	81	36	14	196
12	16	256	37	10	100
13	12	144	38	12	144
14	18	324	39	14	196
15	12	144	40	7	49
16	6	36	41	13	169
17	16	256	42	7	49
18	7	49	43	6	36
19	14	196	44	11	121
20	11	121	45	13	169
21	15	225	46	12	144
22	10	100	47	17	289
23	15	225	48	11	121
24	10	100	49	5	25
25	13	169	50	5	25

ตาราง 6 (ต่อ)

คนที่	คะแนน(x)	คะแนน( $X^2$ )	คนที่	คะแนน(x)	คะแนน( $X^2$ )
51	15	225	76	17	289
52	10	100	77	8	64
53	14	196	78	14	196
54	15	225	79	15	225
55	8	64	80	14	196
56	12	144	81	12	144
57	14	196	82	8	64
58	8	64	83	10	100
59	7	49	84	4	16
60	12	144	85	12	144
61	17	289	86	12	144
62	13	169	87	9	81
63	12	144	88	14	196
64	11	121	89	14	196
65	17	289	90	17	289
66	13	169	91	11	121
67	14	196	92	8	64
68	7	49	93	7	49
69	8	64	94	5	25
70	11	121	95	18	324
71	15	225	96	12	144
72	14	196	97	6	36
73	17	289	98	8	64
74	19	361	99	12	144
75	13	169	100	17	289
			รวม	1175	15195

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง  
กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

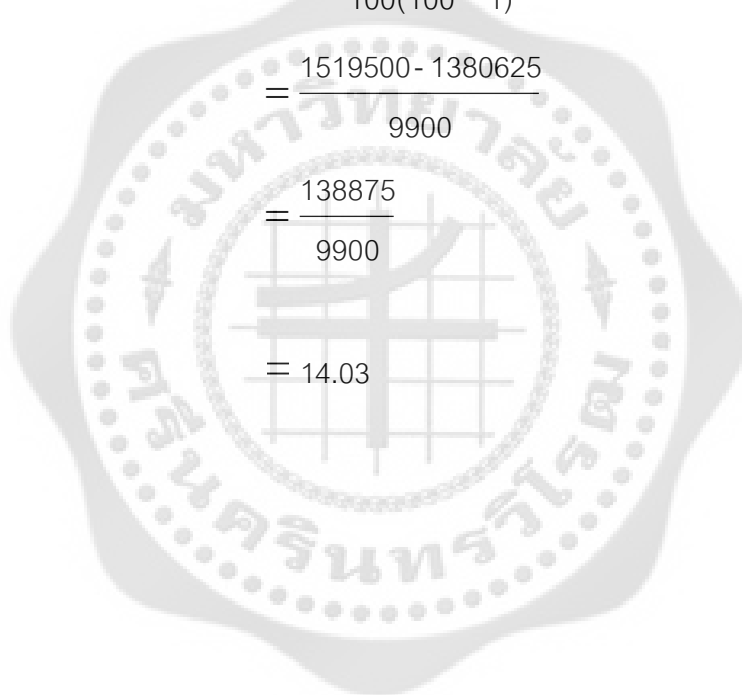
$$s^2 = \frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{100(15195) - (1175)^2}{100(100-1)}$$

$$= \frac{1519500 - 1380625}{9900}$$

$$= \frac{138875}{9900}$$

$$= 14.03$$



ตาราง 7 ค่า p และ ค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น ( $r_{tt}$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	p	q	pq
1	0.52	0.48	0.25
2	0.53	0.47	0.25
3	0.21	0.79	0.17
4	0.74	0.26	0.19
5	0.53	0.47	0.25
6	0.39	0.61	0.24
7	0.61	0.39	0.24
8	0.66	0.34	0.22
9	0.42	0.58	0.24
10	0.60	0.40	0.24
11	0.47	0.53	0.25
12	0.63	0.37	0.23
13	0.71	0.29	0.21
14	0.80	0.20	0.16
15	0.70	0.30	0.21
16	0.58	0.42	0.24
17	0.47	0.53	0.25
18	0.76	0.24	0.18
19	0.50	0.50	0.25
20	0.76	0.24	0.18
รวม	11.59	8.41	4.46

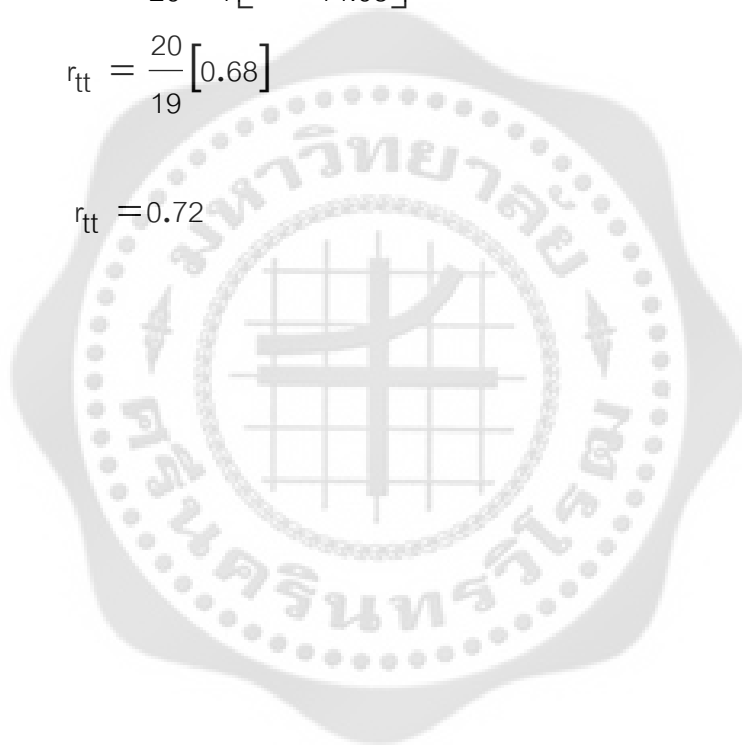
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

$$r_{tt} = \frac{20}{20-1} \left[ 1 - \frac{4.46}{14.03} \right]$$

$$r_{tt} = \frac{20}{19} [0.68]$$

$$r_{tt} = 0.72$$





## ภาคผนวก ข

1. ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP
2. ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP

ตาราง 8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้  
โปรแกรม GSP ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 50 คน

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D <sup>2</sup>
1	7	11	4	16
2	5	12	7	49
3	6	15	9	81
4	4	14	10	100
5	7	15	8	64
6	8	15	7	49
7	9	13	4	16
8	11	12	1	1
9	12	18	6	36
10	14	19	5	25
11	12	13	1	1
12	10	16	6	36
13	9	15	6	36
14	8	17	9	81
15	7	18	11	121
16	6	14	8	64
17	8	14	6	36
18	9	15	6	36
19	11	12	1	1
20	14	17	3	9
21	16	20	4	16
22	12	19	7	49
23	5	17	12	144
24	6	16	10	100
25	7	18	11	121

ตาราง 8 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D <sup>2</sup>
26	3	15	12	144
27	1	11	10	100
28	12	16	4	16
29	13	19	6	36
30	4	16	12	144
31	6	18	12	144
32	8	17	9	81
33	9	14	5	25
34	10	18	8	64
35	5	16	11	121
36	6	15	9	81
37	4	14	10	100
38	3	18	15	225
39	10	19	9	81
40	9	16	7	49
41	2	15	13	169
42	9	14	5	25
43	7	12	5	25
44	11	17	6	36
45	2	15	13	169
46	7	18	11	121
47	8	16	8	64
48	12	19	7	49
49	4	14	10	100
50	3	14	11	121
	รวม		390	3578

การวิเคราะห์ข้อมูลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP ค่าสถิติที่ใช้ t- test  
dependent ตามสมมติฐาน

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$t = \frac{390}{\sqrt{\frac{50(3578) - (390)^2}{50-1}}}$$

$$t = \frac{390}{\sqrt{\frac{178900 - 152100}{49}}}$$

$$t = \frac{390}{23.39}$$

$$t = 16.67$$

(เปิดตาราง จะได้ค่าวิกฤติของ t จากตารางแจกแจงแบบ t มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ  
df = 50-1 = 49 และจากการเทียบจะได้ค่า t=2.41 )

ตาราง 9 ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกราฟเบื้องต้น หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP

คนที่	คะแนนหลังเรียน(x)	$x^2$
1	11	121
2	12	144
3	15	225
4	14	196
5	15	225
6	15	225
7	13	169
8	12	144
9	18	324
10	19	361
11	13	169
12	16	256
13	15	225
14	17	289
15	18	324
16	14	196
17	14	196
18	15	225
19	12	144
20	17	289
21	20	400
22	19	361
23	17	289
24	16	256
25	18	324

ตาราง 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนหลังเรียน (x)	$x^2$
26	15	225
27	11	121
28	16	256
29	19	361
30	16	256
31	18	324
32	17	289
33	14	196
34	18	324
35	16	256
36	15	225
37	14	196
38	18	324
39	19	361
40	16	256
41	15	225
42	14	196
43	12	144
44	17	289
45	15	225
46	18	324
47	16	256
48	19	361
49	14	196
50	14	196
รวม	781	12,459

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟเบื้องต้น  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$$= \frac{781}{50}$$

$$= 15.62$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่องกราฟ  
เบื้องต้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$s = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{50(12459) - (781)^2}{50(50-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{622950 - 609961}{2450}}$$

$$= \sqrt{\frac{12989}{2450}}$$

$$= 2.30$$

การวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 คือ t-test one group

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

$$= \frac{15.62 - 14}{\frac{2.30}{\sqrt{50}}}$$

$$= \frac{1.62}{0.33}$$

$$= 4.91$$

(เปิดตาราง จะได้ค่าวิกฤติของ t จากตารางแจกแจงแบบ t ที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 เมื่อ  $df = 50-1 = 49$  และจากการเทียบจะได้ค่า  $t = 2.41$ )



### ภาคผนวก ค

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

**ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**

1. นักเรียนสามารถบอกกราฟ (G) ใด ๆ ได้ว่าแนวเดินใดเป็นรอยเดิน เป็นวิถี เป็นวงจร และเป็นวัฏจักรได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟใดเป็นวงจรรอยเดินหรือรอยเดินรอยเลออร์ เมื่อกำหนดกราฟ G ใด ๆ มาให้
3. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟรอยเลออร์เมื่อกำหนดกราฟ G ใด ๆ มาให้
4. นักเรียนสามารถหาวิถีที่สั้นที่สุดได้อย่างถูกต้อง
5. นักเรียนสามารถสร้างต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดได้อย่างถูกต้อง
6. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้





โรงเรียนอัสสัมชัญ

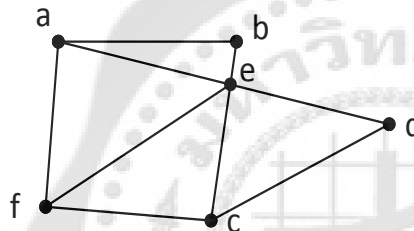
ชื่อ-นามสกุล..... ชั้น ม. 5/..... เลขที่ .....

แบบทดสอบก่อนเรียน/หลังเรียน

เรื่อง กราฟเบื้องต้น

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

1. กำหนดกราฟ



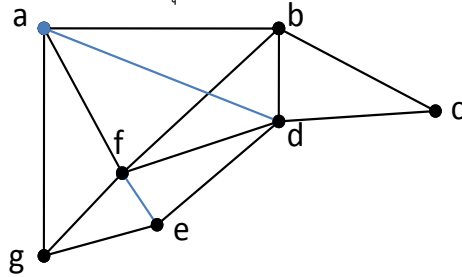
ข้อใดต่อไปนี้เป็นวิถีจาก a ไป d

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| 1. a, e, f, c, e, d    | 2. a, b, e, f, c, d       |
| 3. a, f, e, b, a, e, d | 4. a, f, c, e, b, a, e, d |

2. ข้อใดต่อไปนี้มีวิถีจาก a ไป d

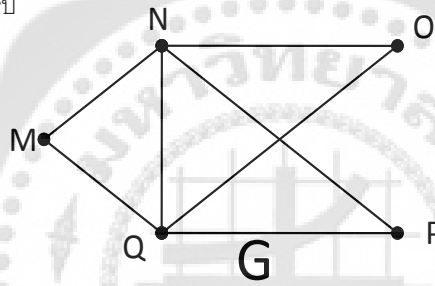
- |    |    |
|----|----|
| 1. | 2. |
| 3. | 4. |

3. วิธีจาก a ไป c ที่มีความยาวมากที่สุด ยาวเท่าใด



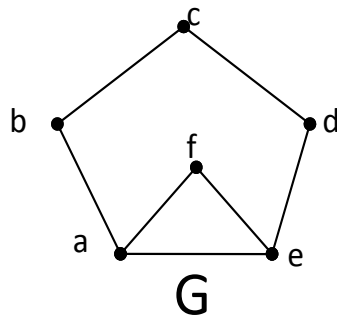
- |      |      |
|------|------|
| 1. 5 | 2. 6 |
| 3. 7 | 4. 8 |

4. กำหนดกราฟ G ดังรูป



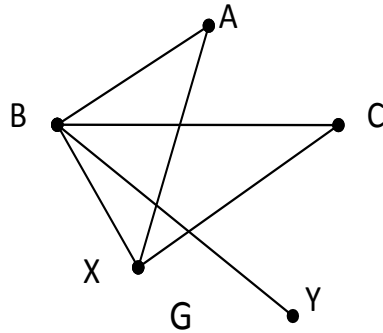
ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1. มีแฉกเดิน M-P ทั้งหมด 5 แฉกเดิน | 2. แฉกเดิน M-O ที่ยาวที่สุด มีความยาวเท่ากับ 4 |
| 3. แฉกเดิน M,N,P,Q,M เป็นวงจร      | 4. แฉกเดิน M,N,O,Q,N,M เป็นวัฏจักร             |
5. แฉกเดินใดเป็นวัฏจักร
- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1. A, B, G, F, E, D, C, F, I, A    | 2. A, I, D, E, F, G, B, A          |
| 3. A, J, H, F, G, E, D, C, F, I, A | 4. A, B, G, E, D, C, J, H, F, I, A |
6. ข้อใดต่อไปนี้เป็นวัฏจักร
- |  |  |
|--|--|
| 1. กราฟต้นไม้อคือกราฟที่เชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร | 2. ทุกวงจรเป็นวัฏจักร                      |
| 3. กราฟเชื่อมโยงคือกราฟที่ไม่มีวงวนหรือเส้นขนาน  | 4. วงจรย่อยเลอร์คือวงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุด |
7. จากกราฟ G ที่กำหนดให้ข้อใดต่อไปนี้เป็นวงจร



- |                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| 1. a, f, e, a          | 2. a, e, f, a, e, d, c, b, a |
| 3. a, b, c, d, e, f, a | 4. a, b, c, d, e, a          |

8. จากกราฟ G ที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้เป็นวิถี

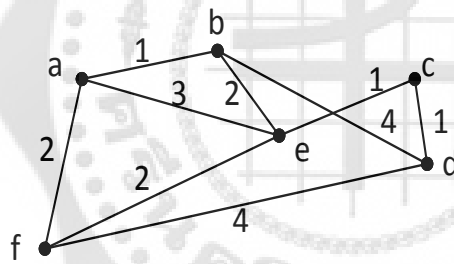


- 1. X, A, B, Y
- 2. B, A, X, C, B, Y
- 3. X, C, A, B, Y
- 4. X, B, A, X, B

9. พิจารณาสมบัติของแนวเดินต่อไปนี้ สมบัติใดข้อใดไม่เป็นสมบัติของแนวเดินที่เป็นวงจรรอยเลอร์

- 1. มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน
- 2. แนวเดินผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ
- 3. เป็นแนวเดินที่ต้องใช้จุดไม่ซ้ำ
- 4. แนวเดินไม่ผ่านเส้นเชื่อมใดเกินหนึ่งครั้ง

10. จงหาจำนวนหนักรวมที่น้อยที่สุดจาก a ไป d

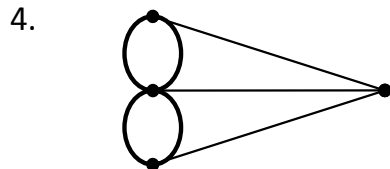
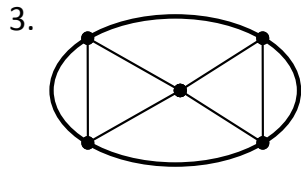
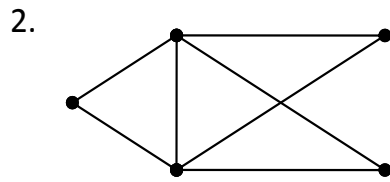
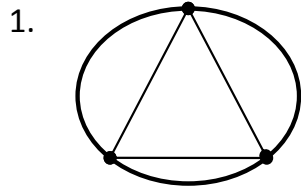


- 1. 5
- 2. 6
- 3. 7
- 4. 8

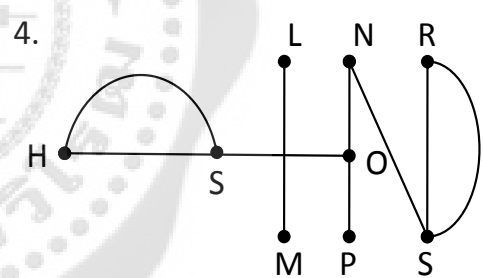
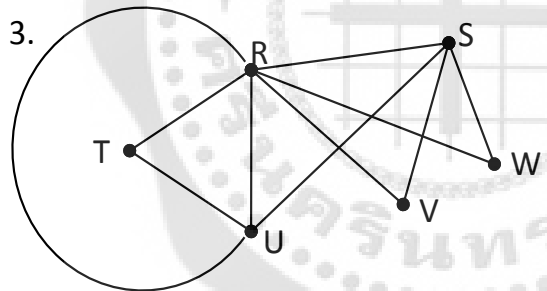
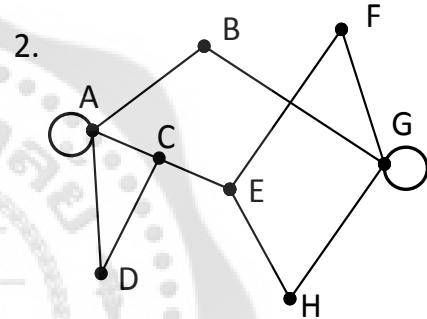
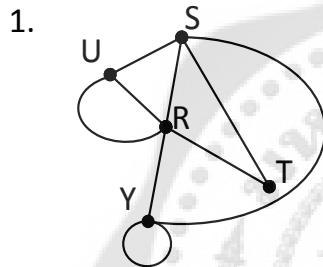
11. กราฟในข้อใดเป็นกราฟที่เราสามารถลากไปตามจุดและเส้นเชื่อมของกราฟได้โดยตลอดอย่างต่อเนื่อง และไม่ซ้ำกับเส้นเดิม โดยที่ไม่จำเป็นว่าจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายต้องเป็นจุดเดียวกัน

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

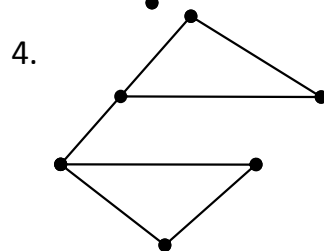
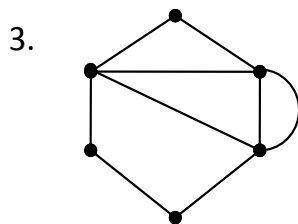
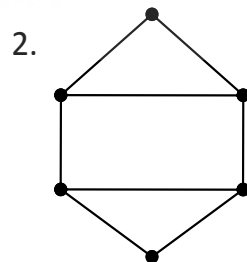
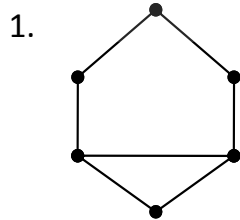
12. กราฟในข้อใดไม่เป็นกราฟออยเลอร์



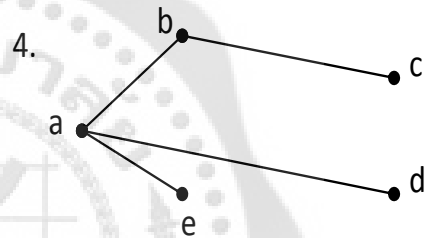
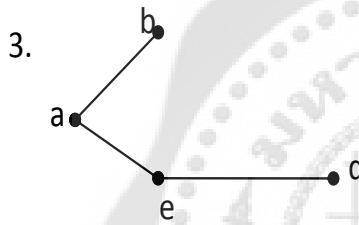
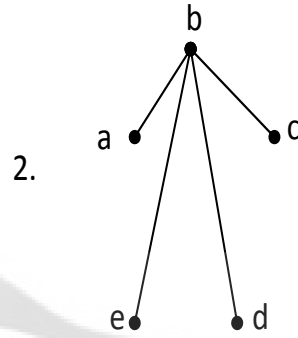
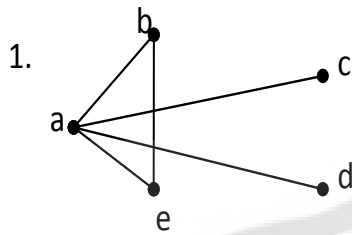
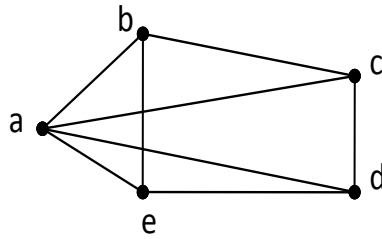
13. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์



14. กราฟในข้อใดมีวงจรออยเลอร์



15. กราฟในข้อใดเป็นต้นไม้แก่ตัวของกราฟต่อไปนี้



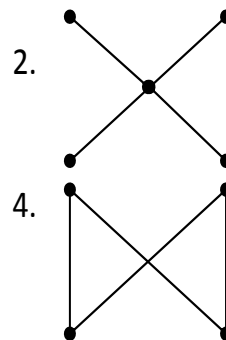
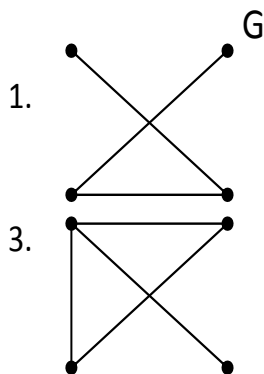
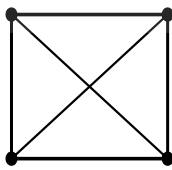
16. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ในกราฟ  $G$  ใด ๆ ถ้ามีวงจรแล้ว กราฟนั้นจะมีวัฏจักร
2. ถ้ากราฟ  $G$  เป็นต้นไม้แล้ว กราฟ  $G$  จะเป็นกราฟเชื่อมโยง

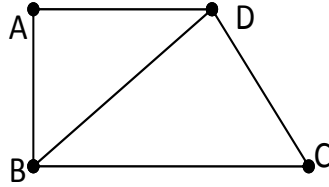
ข้อความใดถูกต้อง

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. ถูกทั้งสองข้อ | 2. 1 ผิด, 2 ถูก  |
| 3. 2 ผิด, 1 ถูก  | 4. ผิดทั้งสองข้อ |

17. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป ข้อใดเป็นต้นไม้แก่ตัวของกราฟ



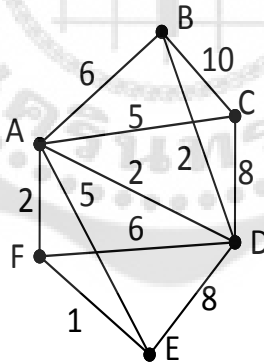
18. กำหนดกราฟ G ดังรูป ข้อใดต่อไปนี้เป็นต้นไม้แผ่ทั่ว



- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

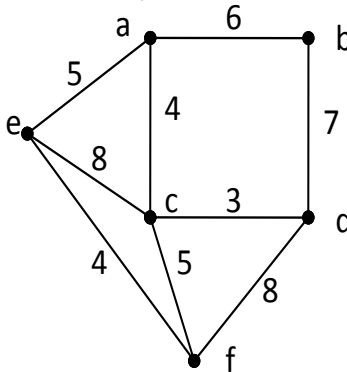
19. มีหมู่บ้าน 6 หมู่บ้าน คือ A,B,C,D,E และ F ระหว่างหมู่บ้านต่าง ๆ มีถนนเชื่อมระหว่างหมู่บ้านตามแผนผัง ดังรูป ให้จำนวนจริงที่กำหนดบนเส้นเชื่อมแต่ละเส้นเป็นค่าน้ำหนักแสดงค่าใช้จ่ายมีหน่วยเป็นล้านบาท ในการสร้างถนนเชื่อมระหว่างหมู่บ้าน เนื่องจากงบประมาณมีจำกัด เพื่อให้มีถนนเชื่อมหากันได้ทุกหมู่บ้าน ถ้าบริษัท รับเหมาต้องการเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดแล้ว บริษัทต้องเสียค่าใช้จ่ายกี่ล้านบาท

1. 12
2. 14
3. 17
4. 20



20. กำหนดกราฟถ่วงน้ำหนักดังรูป ต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดตรงกับข้อใดต่อไป

1. 20
2. 22
3. 24
4. 26





## แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกกราฟ (G) ใด ๆ ได้ว่าแนวเดินใดเป็นรอยเดิน เป็นวิถี เป็นวงจร และเป็นวัฏจักรได้ถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟใดเป็นวงจรรอยเลอร์หรือรอยเดินรอยเลอร์ เมื่อกำหนดกราฟ G ใด ๆ มาให้
3. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟรอยเลอร์เมื่อกำหนดกราฟ G ใด ๆ มาให้
4. นักเรียนสามารถหาวิถีที่สั้นที่สุดได้อย่างถูกต้อง
5. นักเรียนสามารถสร้างต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดได้อย่างถูกต้อง
6. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้



## โรงเรียนอัสสัมชัญ

### แผนการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา ค40203 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 สัปดาห์ที่ 13 ( คาบที่ 37-38 )  
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ กราฟเบื้องต้น  
 หน่วยย่อยเรื่อง วิถีและวัฏจักร เวลาที่ใช้ 2 คาบ  
 มาตรฐาน 1 : มีความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟเบื้องต้น  
 มาตรฐาน 2 : นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางปัญหาได้

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (vertex) และเส้น (edge) ให้ และระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็น กราฟออยเลอร์หรือไม่
- นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้

- นักเรียนสามารถเขียนกราฟแนวเดินและเขียนสัญลักษณ์แนวเดินได้ถูกต้อง
- นักเรียนสามารถเขียนกราฟแนวเดินปิดและแนวเดินเปิดได้ถูกต้อง
- นักเรียนสามารถบอกกราฟ (G) ใด ๆ ได้ว่าแนวเดินใดเป็นรอยเดิน เป็นวิถี เป็นวงจร และเป็นวัฏจักรได้ถูกต้อง

#### ด้านทักษะกระบวนการ

- นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เรื่องจุดยอดประชิด เส้นเชื่อมประชิดกับเรื่องวิถีและวัฏจักรได้อย่างต่อเนื่องและสอดคล้อง
- นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและการสื่อความหมายและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ตามลำดับขั้นตอน

## ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

1. นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ รอบคอบ
2. นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงานที่ครูมอบหมายให้ทำ
3. นักเรียนตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## สาระการเรียนรู้

**บทนิยาม 1** แนวเดิน(Walk)  $W$  ในกราฟ  $G$  คือลำดับจำกัดของจุดและเส้นสลับกันของกราฟ  $G$  ดังนี้

$W: v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$  ซึ่งเส้น  $e_i$  มีจุดปลายคือ  $v_{i-1}$  และ  $v_i$  สำหรับ

$$1 \leq i \leq n$$

**บทนิยาม 2** ให้  $v$  เป็นจุดใด ๆ ในกราฟ  $G$  และ  $W$  เป็นแนวเดินใน  $G$  โดยที่

$W: v$  (ซึ่งไม่มีความยาวหรือเท่ากับ 0)

เราเรียกแนวเดิน  $W$  ที่ไม่มีเส้น ( $n = 0$ ) ว่า **แนวเดินซัด** (trivial walk)

**บทนิยาม 3** ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดใด ๆ ในกราฟ  $G$

เรากล่าวว่แนวเดิน  $u - v$  เป็น**แนวเดินปิด** (closed walk) เมื่อ  $u = v$

และ แนวเดิน  $u - v$  เป็น**แนวเดินเปิด** (open walk) เมื่อ  $u \neq v$

**บทนิยาม 4** ถ้าเส้นในแนวเดิน  $u - v$  ไม่ซ้ำกัน เรากล่าวว่แนวเดิน  $u - v$  เป็น**รอยเดิน** (trail)

ถ้าจุดในแนวเดิน  $u - v$  ไม่ซ้ำกัน เรากล่าวว่แนวเดิน  $u - v$  เป็น**วิถี** (path)

**บทนิยาม 5** เราเรียกรอยเดินปิดที่ไม่ใช่แนวเดินซัดว่า วงจร (circuit) เราเรียกวงจรที่มีจุดเริ่มต้น

และจุดภายในไม่ซ้ำกันว่า **วัฏจักร** (cycle)

## กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 37

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องกราฟถอดแบบกันให้นักเรียน
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องวิถีและวัฏจักร
3. ครูนำเสนอ การหาเส้นทางการเดินทาง โดยยกตัวอย่างสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นจริง ดังนี้  
นักเรียนจะใช้เส้นทางใดในการเดินทางจากห้องเรียนไปยังประตูโรงเรียน ซึ่งเส้นทางที่นักเรียนแต่ละคนเลือก อาจใช้เส้นทางเดียวกันหรือแตกต่างกันได้ จากนั้นครูให้นักเรียนสร้างกราฟแทนสถานการณ์ ในแผ่นใสแล้วครูให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน เพื่อหาว่าเส้นทางของใครน่าจะเป็นเส้นทางที่สั้นที่สุด

4. นักเรียนศึกษานิยาม เกี่ยวกับแนวเดิน รอยเดิน วิถี วงจร และวัฏจักร ในใบความรู้ เรื่องวิถี และวัฏจักร
5. นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1-2 ในใบความรู้ เรื่องวิถีและวัฏจักร ในเวลาที่กำหนด
6. ครูให้นิยามเรื่องวงจรและวัฏจักร นำเสนอตัวอย่างที่3 โดยใช้โปรแกรม GSP พร้อมทั้งให้นักเรียนตอบคำถามที่ละข้อ
7. นักเรียนทำตัวอย่างที่ 4-5 ในใบความรู้ เรื่องวิถีและวัฏจักร

### **คาบที่ 38**

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนบทนิยามในใบความรู้ เรื่องวิถีและวัฏจักร
2. นักเรียนทำใบงาน เรื่องวิถีและวัฏจักร
3. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโจทย์บางข้อในใบงาน
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่องวิถีและวัฏจักร

### **สื่อ/แหล่งการเรียนรู้**

1. การนำเสนอด้วย โปรแกรม GSP
2. ใบความรู้เรื่องวิถีและวัฏจักร
3. ใบงานเรื่องวิถีและวัฏจักร

### **การวัดการประเมินผล**

#### **วิธีวัด**

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการให้ความร่วมมือในการจัดการเรียนการสอน

#### **เครื่องมือวัด**

1. ใบความรู้ เรื่อง วิถีและวัฏจักร
2. ใบงาน เรื่อง วิถีและวัฏจักร

### **ผลการจัดการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



ครูผู้สอน.....

หัวหน้ากลุ่มสาระฯ.....

**โรงเรียนอัสสัมชัญ**  
**แผนการจัดการเรียนรู้**

รหัสวิชา ค40203 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 สัปดาห์ที่ 13-14 (คาบที่39-40)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ กราฟเบื้องต้น

หน่วยย่อยเรื่อง กราฟออยเลอร์

เวลาที่ใช้ 2 คาบ

มาตรฐาน 1 : มีความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟเบื้องต้น

มาตรฐาน 2 : นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางปัญหาได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (vertex) เส้น(edge) ให้ และระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่
2. นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถบอกนิยามของกราฟออยเลอร์ และบอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์เมื่อกำหนดกราฟ  $G$  ใด ๆ มาให้
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟใดเป็นวงจรออยเลอร์หรือรอยเดินออยเลอร์ เมื่อกำหนดกราฟ  $G$  ใด ๆ มาให้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจในการแก้ปัญหาโจทย์
2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารและการสื่อความหมายและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

- นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เรื่อง รอยเดิน วงจรและวัฏจักรกับเรื่องกราฟออยเลอร์ได้อย่างต่อเนื่อง

ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

- นักเรียนมีวิจรรณญาณในการทำโจทย์
- นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงานที่ครูมอบหมายให้ทำ
- นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเองในการตอบคำถามและทำกิจกรรมการเรียนรู้

## สาระการเรียนรู้

**บทนิยาม 6** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

- รอยเดินเปิดที่ผ่านทุกจุดยอดและทุกเส้นเชื่อมของกราฟ เรียกว่า **รอยเดินออยเลอร์**
- วงจรที่ผ่านทุกจุดยอดและทุกเส้นเชื่อมของกราฟ เรียกว่า **วงจรรอยเลอร์**
- กราฟ  $G$  ที่มีวงจรรอยเลอร์ เรียกว่า **กราฟออยเลอร์**

**ทฤษฎีบท 1** กราฟเชื่อมโยงจะมีรอยเดินออยเลอร์ก็ต่อเมื่อกราฟนี้มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ 2 จุด หรือไม่มีเลย

**ทฤษฎีบท 2** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง และ  $|E(G)| \geq 1$  จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดทุกจุดใน  $G$  เป็นจุดคู่

**นิยาม 7** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงเรากล่าวว่าเราเรียกรอยเดินเปิดใน  $G$  ว่า **รอยเดินเปิดออยเลอร์** (Eulerian trail) เมื่อ มีรอยเดินดังกล่าวนี้ผ่านเส้นทุกเส้นใน  $G$

**ทฤษฎีบท 3** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง  $G$  มีรอยเดินเปิดออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีจุดที่เป็นจุดคี่ไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดคี่เหล่านี้จะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินเปิดออยเลอร์

## กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 39

- ครูนำสู่การเรียนรู้ด้วยการสนทนาเกี่ยวกับประวัติทฤษฎีกราฟ แล้วให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาวาดภาพโดยไม่ยกดินสอและไม่ให้วาดเส้นซ้ำ แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการแก้ปัญหา
- ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. นักเรียนศึกษาเนื้อหากราฟออยเลอร์และนิยามกราฟออยเลอร์ในใบความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์
4. นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1 ในใบความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์ ครูสุ่มนักเรียนให้นำเสนอแนวทางแก้ปัญหาทั้งแบบตอบปากเปล่าและเขียนบนกระดาน
5. ครูนำเสนอตัวอย่างที่ 2 โดยใช้โปรแกรม GSP พร้อมทั้งร่วมกันสรุปทฤษฎีบทเรื่องกราฟออยเลอร์และรอยเดินเปิดออยเลอร์
6. นักเรียนทำตัวอย่างที่ 3-4 ในใบความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์
7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปนิยามเรื่องกราฟออยเลอร์

#### คาบที่ 40

1. ครูทบทวนบทนิยามเรื่องกราฟออยเลอร์
2. นักเรียนทำใบงาน เรื่องกราฟออยเลอร์
3. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโจทย์บางข้อในใบงาน
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่องกราฟออยเลอร์

#### สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. การนำเสนอด้วย โปรแกรม GSP
2. ใบความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์
3. ใบงานเรื่องกราฟออยเลอร์

#### การวัดการประเมินผล

##### วิธีวัด

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการให้ความร่วมมือในการจัดการเรียนการสอน

##### เครื่องมือวัด

1. ใบความรู้ เรื่องกราฟออยเลอร์
2. ใบงาน เรื่องกราฟออยเลอร์



ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ครูผู้สอน.....

หัวหน้ากลุ่มสาระ.....

## โรงเรียนอัสสัมชัญ

### แผนการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา ค40203 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 สัปดาห์ที่ 15 (คาบที่ 41-42)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ กราฟเบื้องต้น

หน่วยย่อยเรื่อง การประยุกต์กราฟออยเลอร์

เวลาที่ใช้ 2 คาบ

มาตรฐาน 1 : มีความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟเบื้องต้น

มาตรฐาน 2 : นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางปัญหาได้

#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (vertex) เส้น(edge) ให้ และระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่
- นำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้

- นักเรียนสามารถหาวิธีที่สั้นที่สุดได้อย่างถูกต้อง
- นักเรียนสามารถสร้างต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดได้อย่างถูกต้อง

##### ด้านทักษะกระบวนการ

- นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจในการแก้ปัญหาโจทย์
- นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
- นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์กับการประยุกต์กราฟออยเลอร์ได้อย่างต่อเนื่อง

ด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม

1. นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ แก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน
2. นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงานที่ครูมอบหมายให้ทำ
3. นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเองในการตอบคำถามและทำกิจกรรมการเรียนรู้

## สาระการเรียนรู้

### นิยาม 8

**วิถีที่สั้นที่สุด** จากจุดยอด A ถึงจุดยอด Z ในกราฟถ่วงน้ำหนัก คือ วิถี A – Z ที่ผลรวมของค่าน้ำหนักของเส้นเชื่อมทุกเส้นในวิถี A – Z น้อยที่สุด

**ต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด** (Minimal Spanning tree) คือต้นไม้แผ่ทั่วที่มีผลรวมของค่าน้ำหนักของแต่ละเส้นเชื่อมน้อยที่สุด

## กิจกรรมการเรียนรู้

### คาบที่ 41

1. ครูทบทวนเกี่ยวกับกราฟออยเลอร์ รอยเดินออยเลอร์และวงจรออยเลอร์ โดยสุ่มนักเรียนให้ตอบว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. นักเรียนศึกษาเนื้อหาการประยุกต์กราฟออยเลอร์ในใบความรู้เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์ครูสุ่มนักเรียนให้ตอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่ศึกษา
4. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 1-6 ในใบความรู้เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
5. ครูอธิบายนิยามเรื่องต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดในใบความรู้เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
6. ครูนำเสนอตัวอย่างที่ 7 โดยใช้โปรแกรม GSP นักเรียนทำตัวอย่างที่ 8 ในใบความรู้เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปนิยามในใบความรู้ เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์

### คาบที่ 42

1. ครูทบทวนบทนิยามเรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
2. นักเรียนทำใบงาน เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
3. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโจทย์บางข้อในใบงาน
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์

### สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. การนำเสนอด้วย โปรแกรม GSP
2. ใบความรู้เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
3. ใบงานเรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์

### การวัดการประเมินผล

#### วิธีวัด

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตจากการให้ความร่วมมือในการจัดการเรียนการสอน

#### เครื่องมือวัด

1. ใบความรู้ เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์
2. ใบงาน เรื่องการประยุกต์กราฟออยเลอร์

### ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

### ปัญหา

.....

.....

### ข้อเสนอแนะ

.....

.....

ครูผู้สอน.....

หัวหน้ากลุ่มสาระ.....

**ใบความรู้**  
**เรื่อง วิธีและวัฏจักร**

**บทนิยาม1** ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดของกราฟ

**แนวเดิน  $u - v$  ( $u - v$  of Walk)** คือลำดับจำกัดของจุดยอดและเส้นเชื่อมสลับกัน

$u = u_0, e_1, u_1, e_2, u_2, \dots, u_{n-1}, e_n, u_n = v$

โดยเริ่มต้นที่จุดยอด  $u$  และสิ้นสุดที่จุดยอด  $v$  และแต่ละเส้นเชื่อม  $e_i$  จะเกิดกับจุด

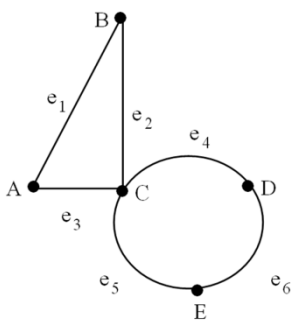
แนวเดินเริ่มต้นที่จุดยอด  $u_0$  และจบที่จุดยอด  $u_n$  เรียกจุดยอด  $u_0$  ว่า**จุดเริ่มต้น (Origin)** และจุดยอด  $u_n$  ว่า**จุดปลาย (Terminus)** โดยที่จุดยอด  $u_0$  และ  $u_n$  อาจเป็นจุดยอดเดียวกันได้ และเรียกจุดยอด  $u_1, u_2, \dots, u_{n-1}$  ว่า**จุดยอดภายใน (Internal)** และเรียกจำนวนเส้นเชื่อมในแนวเดิน  $u_0 - u_n$  ซึ่งเท่ากับ  $n$  ว่า**ความยาว (Length)** ของแนวเดิน  $u_0 - u_n$

**บทนิยาม2** ให้  $v$  เป็นจุดยอดใด ๆ ในกราฟ  $G$  และ  $W$  เป็นแนวเดินใน  $G$  โดยที่

$W: v$  (ซึ่งไม่มีความยาวหรือเท่ากับ 0)

เราเรียกแนวเดิน  $W$  ที่ไม่มีเส้นเชื่อม ( $n = 0$ ) ว่า **แนวเดินซัด (Trivial Walk)**

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณากราฟต่อไปนี้



จะได้แนวเดิน  $A - D$  คือ

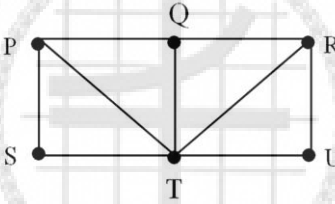
- $A, e_3, C, e_4, D$  มีความยาวเท่ากับ.....หรือ
- .....มีความยาวเท่ากับ.....หรือ
- .....มีความยาวเท่ากับ.....หรือ
- .....มีความยาวเท่ากับ.....หรือ

**ข้อสังเกต** จุดยอดและเส้นเชื่อมในแนวเดินอาจเกิดขึ้นซ้ำ ๆ กันได้

**บทนิยาม 3** ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดใดๆ ในกราฟ  $G$   
 เรากล่าวว่าแนวเดิน  $u - v$  เป็นแนวเดินปิด (Closed Walk) เมื่อ  $u = v$  ( $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดเหมือนกัน) และ แนวเดิน  $u - v$  เป็นแนวเดินเปิด (Open Walk) เมื่อ  $u \neq v$  ( $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดคนละจุด)

**บทนิยาม 4**  
 รอยเดิน (Trail) คือ แนวเดินในกราฟที่มีเส้นเชื่อมแตกต่างกัน  
 วิถี (Path) คือ แนวเดินในกราฟที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน

**ตัวอย่างที่ 2** จงพิจารณาแนวเดินในข้อต่อไปนี้เป็นรอยเดินหรือวิถีหรือไม่เพราะเหตุใด



พิจารณากำหนดแนวเดิน  $S - U$  ต่อไปนี้

แนวเดิน  $S, P, Q, T, P, Q, R, U$

ไม่เป็นรอยเดินเพราะ.....

ไม่เป็นวิถีเพราะ.....

แนวเดิน  $S, P, T, Q, R, T, U$

.....

.....

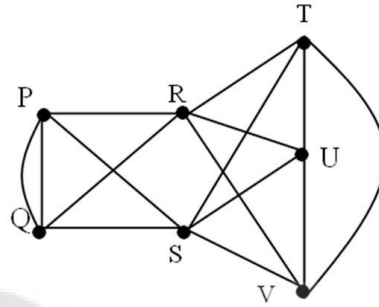
แนวเดิน  $S, P, T, Q, R, U$

.....

.....

**บทนิยาม 5**  
 วงจร (Circuit) คือ แนวเดินที่มีเส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน โดยจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน  
 วัฏจักร (Cycle) คือ วงจรที่มีจุดยอดแตกต่างกัน ยกเว้นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย

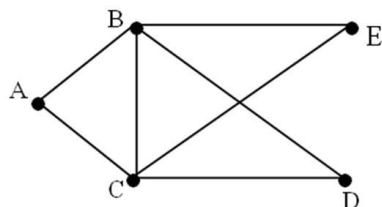
**ข้อสังเกต** วงจร อาจกล่าวได้อีกแบบหนึ่งว่า รอยเดินปิดที่ไม่ใช่แนวเดินชัด  
**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดกราฟ ดังรูป



พิจารณา แนวเดินต่อไปนี้ว่าเป็นวงจรหรือวัฏจักรหรือไม่

1. แนวเดิน P, R, V, U, R, Q, P เป็นวงจร เพราะ ใช้เส้นไม่ซ้ำ  
 ไม่เป็น วัฏจักร เพราะใช้ R ซ้ำ
2. แนวเดิน P, Q, S, T, R, U, S, P.....  
 .....
3. แนวเดิน P, S, V, T, R, P .....  
 .....
4. แนวเดิน P, R, U, S, Q, P .....  
 .....
- ๓) แนวเดิน P, Q, R, U, R, P .....  
 .....

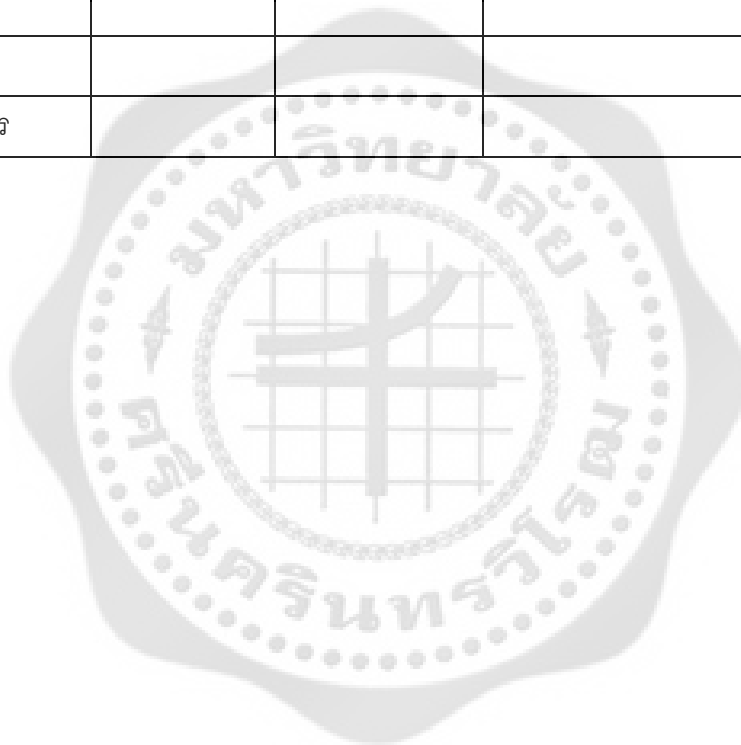
**ตัวอย่างที่ 4** จากกราฟที่กำหนดให้



1. A, B, C, A เป็นวัฏจักรที่มีความยาว เท่ากับ 3
2. A, B, E, C, D, B, A เป็นแนวเดินที่มีความยาวเท่ากับ 6 แต่ไม่เป็นวัฏจักร  
 เพราะ.....

ตัวอย่างที่ 5 จงใส่เครื่องหมาย ✓ หมายถึงอนุญาตให้มี เครื่องหมาย ✗ หมายถึงไม่อนุญาตให้มี

ชื่อ	จุดยอดซ้ำกัน	เส้นเชื่อมซ้ำกัน	จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดยอดเดียวกัน
แนวเดินเปิด			
แนวเดินปิด			
รอยเดินเปิด			
รอยเดินปิด			
วิถี			
วงจร			
วัฏจักร			

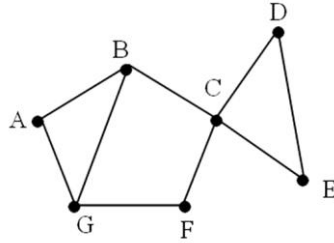




## ใบงาน

### เรื่องวิถีและวัฏจักร

1. กำหนดกราฟ  $G$  ดังนี้

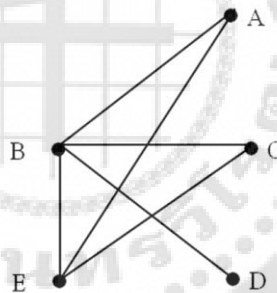


จงพิจารณาแนวเดินต่อไปนี้ว่า เป็นรอยเดิน หรือ วิถี หรือไม่

- 1.1 A, B, C, D, E, C, B, G
- 1.2 G, B, C, D, E, C, F
- 1.3 B, G, F, C, D, E

2. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป

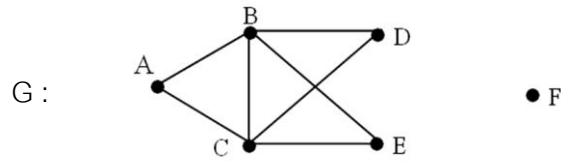
G :



พิจารณาแนวเดินที่กำหนดให้เป็น วิถีหรือวัฏจักร

- 2.1 B, C, E, A, B
- 2.2 E, C, B, A
- 2.3 B, C, D, E, B

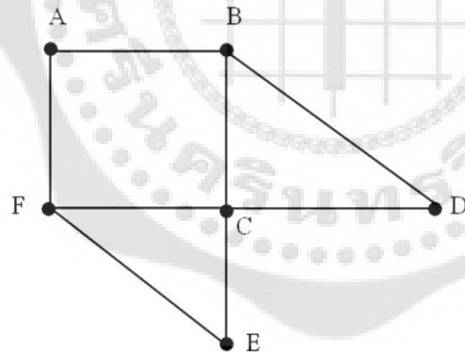
3. กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป



จงหา

- 3.1 แนวเดิน  $A-D$  ที่มีความยาวเท่ากับ 6
- 3.2 แนวเดิน  $B-B$  ที่มีความยาวเท่ากับ 3
- 3.3 แนวเดิน  $A-F$  ที่มีความยาวเท่ากับ 2
- 3.4 รอยเดิน  $A-E$  ที่มีความยาวเท่ากับ 5
- 3.5 รอยเดิน  $D-D$  ที่มีความยาวเท่ากับ 7
- 3.6 วิธี  $A-E$  ที่มีความยาวเท่ากับ 4
- 3.7 วิธี  $A-D$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- 3.8 วิธีที่มีความยาวเท่ากับ 9
- 3.9 วัฏจักรที่มีความยาวเท่ากับ 5, 6, 8 และ 9

4. กำหนดกราฟ  $G$  ดังนี้



จงพิจารณาแนวเดินปิดต่อไปนี้ว่า เป็นวงจรหรือไม่ ถ้าเป็นวงจรแล้ว วงจรดังกล่าวเป็นวัฏจักรได้หรือไม่

- 4.1  $A, B, D, C, E, F, A$
- 4.2  $A, B, C, D, B, A$
- 4.3  $B, C, F, E, C, D, B$
- 4.4  $D, C, E, F, C, B, D$
- 4.5  $A, B, D, C, F, A$

## ใบความรู้

### เรื่อง กราฟออยเลอร์ ( Eulerian Graph )

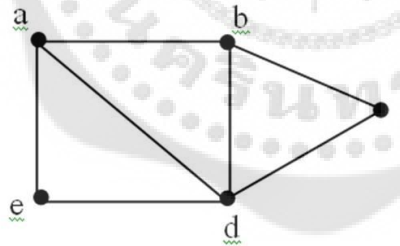
#### กราฟออยเลอร์ ( Eulerian Graph )

กราฟออยเลอร์ (Eulerian Graph) มีต้นกำเนิดจากการตอบปริศนาข้อหนึ่ง คือ ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก ซึ่งเราได้กล่าวมาแล้วข้างต้นในหัวข้อที่ 1 ดังนั้นในหัวข้อนี้เราจะศึกษาแนวคิดและบทนิยามของกราฟออยเลอร์ และการประยุกต์กราฟออยเลอร์

**บทนิยาม 6** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

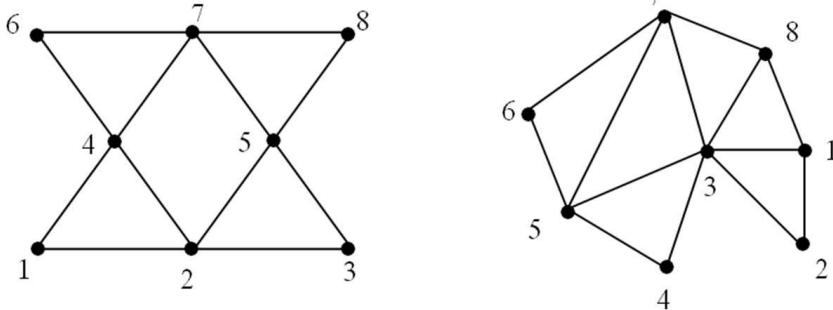
1. รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail) คือ รอยเดินเปิดที่ผ่านทุกจุดยอดและทุกเส้นเชื่อมของกราฟ
2. วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ
3. กราฟ  $G$  ที่มีวงจรออยเลอร์ เรียกว่า กราฟออยเลอร์

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณากราฟต่อไปนี้



	รอยเดิน	วงจร	รอยเดินออยเลอร์	วงจรออยเลอร์
a, e, d, a, b, d				
d, a, e, d, b, c, d				
a, e, d, b, c, d, a, b				
a, e, d, b, c, d, b, a				
a, b, c, d, b, a				

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่ากราฟแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่ ถ้าเป็น จงหาวงจรรอยเดินปิดออยเลอร์ ถ้าไม่เป็น สามารถหารอยเดินออยเลอร์ได้หรือไม่



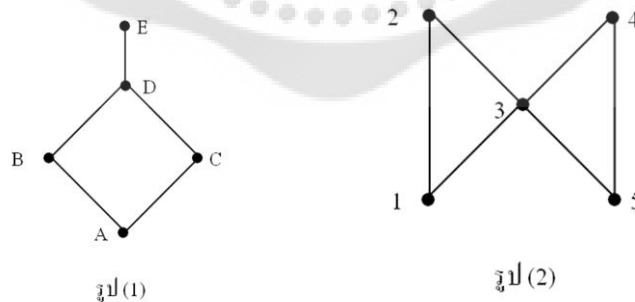
ทฤษฎีบท ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

$G$  เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดของ  $G$  เป็นจุดยอดคู่

ทฤษฎีบท ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

$G$  มีรอยเดินเปิดออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีจุดที่เป็นจุดยอดคี่ จำนวนไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดยอดคี่เหล่านี้จะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินออยเลอร์

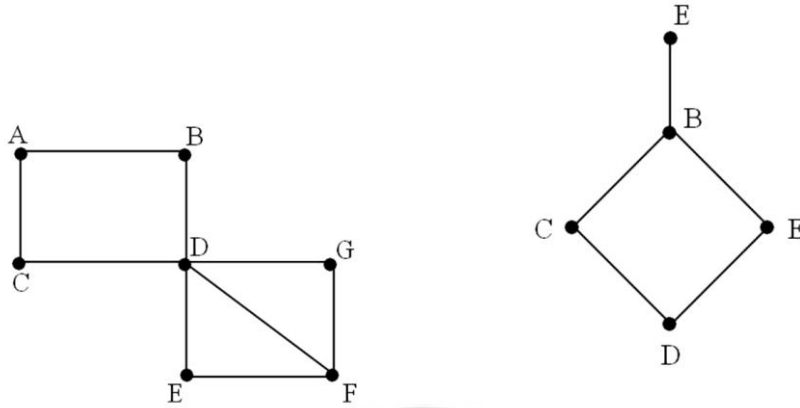
ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณากราฟดังรูปต่อไปนี้



จากกราฟรูป (1) มีจุดยอดคี่ จำนวนไม่เกิน 2 จุด จะได้ว่า ไม่ใช่กราฟออยเลอร์แต่สามารถหารอยเดินเปิดออยเลอร์ได้และมีลำดับ คือ  $E, D, B, A, C, D$  เป็นต้น

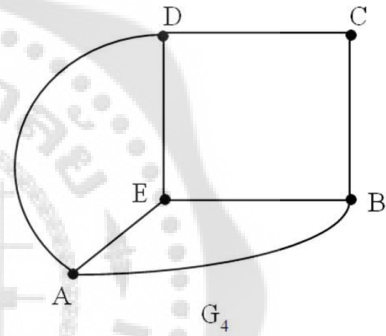
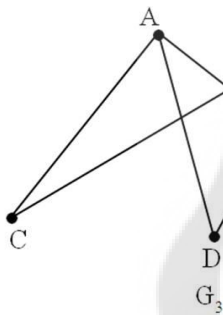
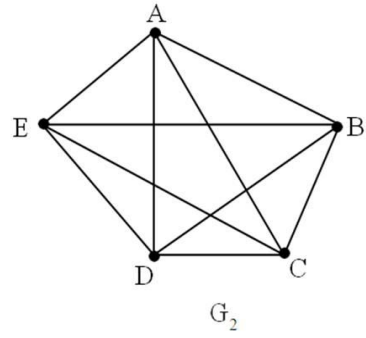
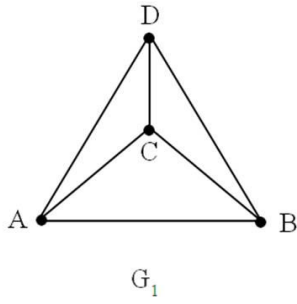
จากกราฟรูป (2) มีจุดยอดคู่ทุกจุด จะได้ว่า เป็นกราฟออยเลอร์และสามารถหาวงจรรอยเดินเปิดออยเลอร์ได้และมีลำดับ คือ  $1, 2, 3, 5, 4, 3, 1$  เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่ากราฟต่อไปนี้มียอดเดินฮอยเลอร์หรือไม่ ถ้ามีจงเขียนรอยเดินฮอยเลอร์ดังกล่าว

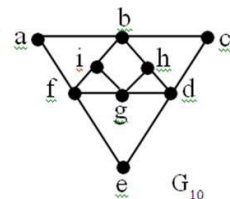
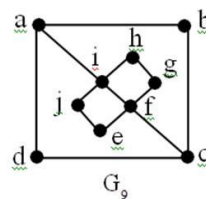
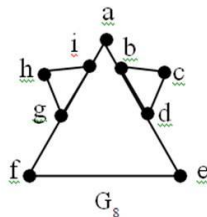
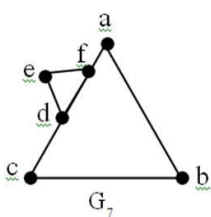
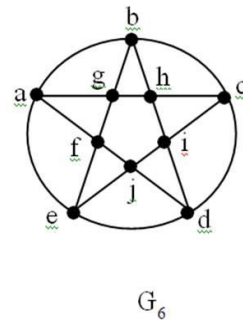
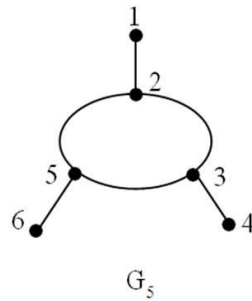
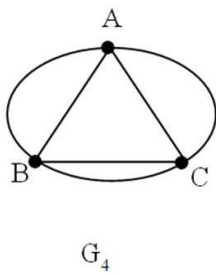
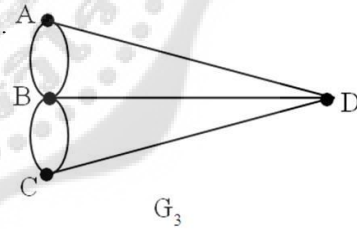
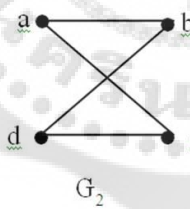
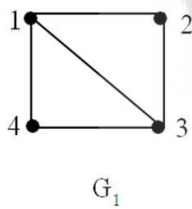


## ใบงาน

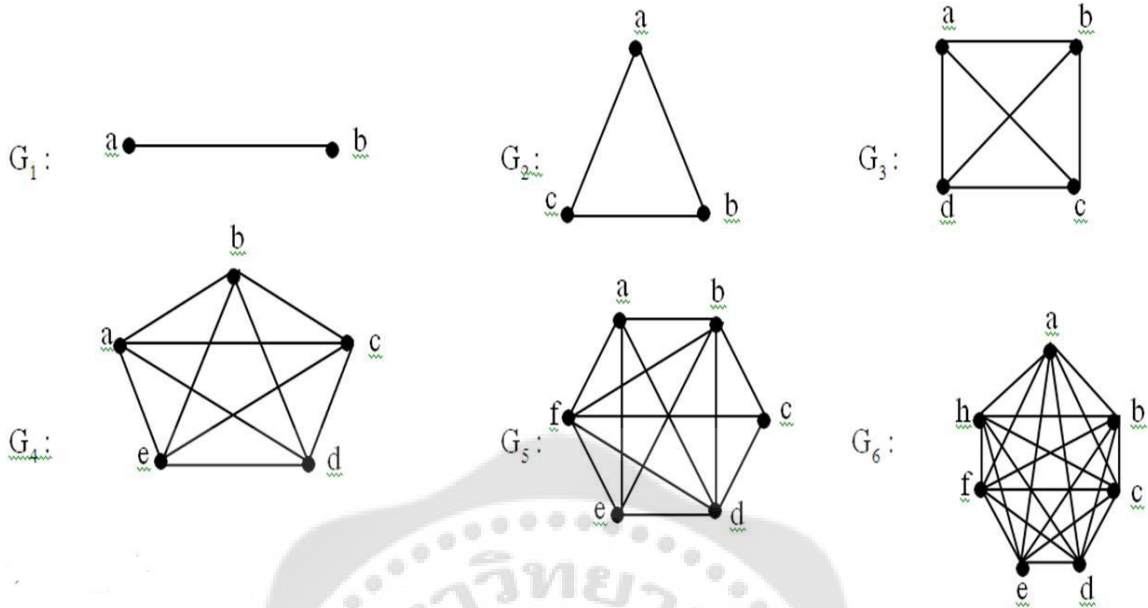
1. จงพิจารณาว่ากราฟต่อไปนี้ว่ามีรอยเดินฮอยเลอร์ กราฟใดเป็นกราฟ ฮอยเลอร์



2. จงพิจารณาว่ากราฟใดต่อไปนี้ เป็นกราฟฮอยเลอร์



3.ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ เมื่อกำหนดกราฟ  $G_1, G_2, \dots, G_6$  ดังรูปต่อไปนี้

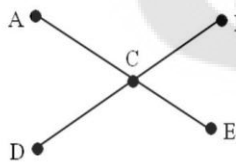


3.1 จงหาว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์

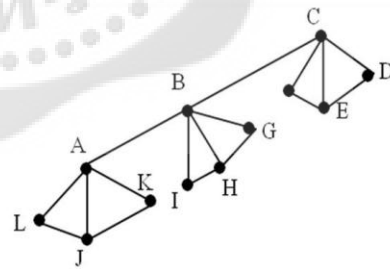
3.2 กราฟปริบูรณ์ จะเป็นกราฟออยเลอร์ เมื่อใด

4. จงหาว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์ หรือไม่เป็นกราฟออยเลอร์แต่สามารถหารอยเดินออยเลอร์ได้ พร้อมแสดงเหตุผล

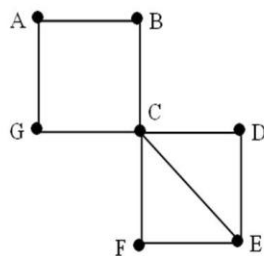
4.1



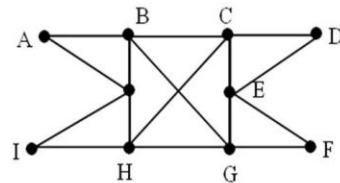
4.2



4.3



4.4



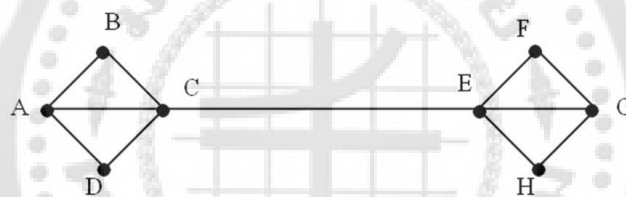
## ใบความรู้

### เรื่อง การประยุกต์กราฟออยเลอร์

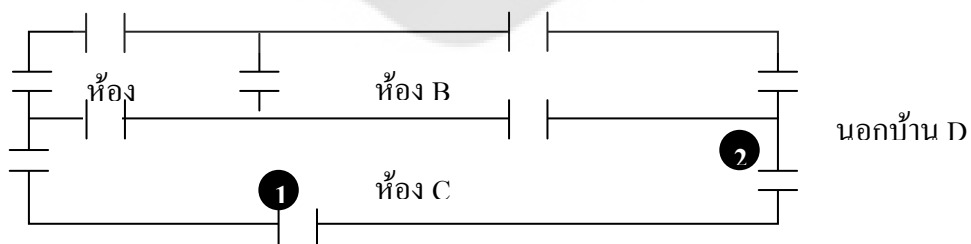
#### การประยุกต์กราฟออยเลอร์

ในชีวิตประจำวัน กิจกรรมที่คนเราทำอยู่เป็นประจำ ก็เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการดำเนินชีวิต หลายปัญหาสามารถสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับปัญหาซึ่งทำให้ปัญหานั้นง่ายขึ้นแล้ว แก้ปัญหาโดยการหาคำตอบจากแบบจำลอง

ตัวอย่างที่ 1 สมมติว่าตำรวจทางหลวงคนหนึ่งมีงานที่ต้องรับผิดชอบ คือขับรถตรวจดูความเรียบร้อยบนถนนทุกสายแสดงดังรูป ถ้าตำรวจคนนี้อยู่ที่จุด A เขาจะหาเส้นทางที่ขับรถจากจุด A และไปสิ้นสุดที่จุด G ได้หรือไม่ โดยที่เขาต้องการขับรถผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียว ถ้าเป็นไปได้ตำรวจคนนี้จะใช้เส้นทางใด



ตัวอย่างที่ 2 กำหนดแปลนบ้านหลังหนึ่งดังรูป ให้นักเรียนพิจารณาว่าเราสามารถเดินผ่านเข้าหรือออกจากประตูทุกประตูของบ้านเพียงครั้งเดียวได้หรือไม่ โดยให้เริ่มต้นที่ ประตู 1 และสิ้นสุดที่ประตู 2





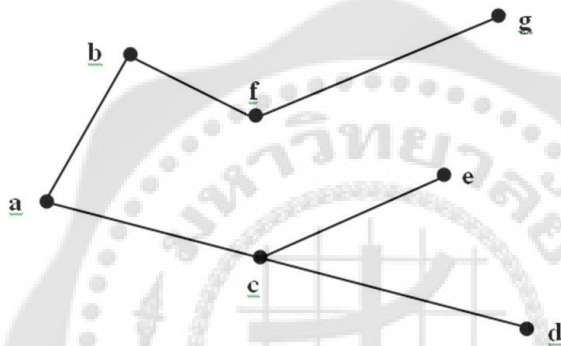
## บทนิยาม 7

ต้นไม้ (Tree) คือ กราฟเชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร

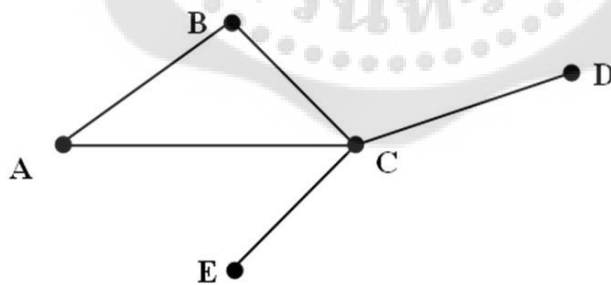
ค่าน้ำหนัก (Weight) ของเส้นเชื่อม  $e$  ในกราฟ คือ จำนวนที่ไม่เป็นลบที่กำหนดไว้บนเส้นเชื่อม  $e$

กราฟถ่วงน้ำหนัก (Weighted Graph) คือ กราฟที่เส้นเชื่อมทุกเส้นมีค่าน้ำหนัก

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป



จากรูปจะเห็นว่า กราฟ  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักร ดังนั้นกราฟ  $G$  เป็นต้นไม้  
ตัวอย่างที่ 4 กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูป



จากรูปจะเห็นว่า กราฟ  $G$  มีวัฏจักร คือ  $A,B,C,A$  ดังนั้นกราฟ  $G$  ไม่เป็นต้นไม้

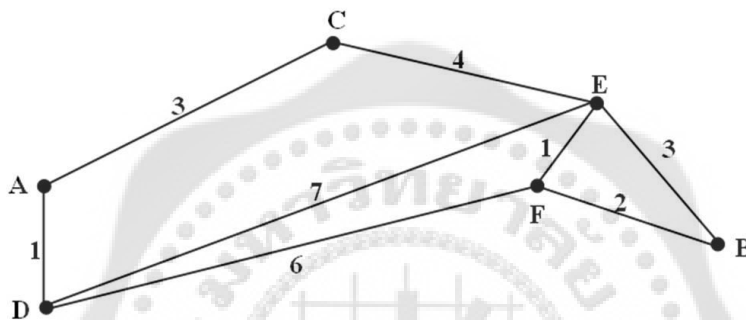
- ข้อสังเกต
1. ต้นไม้ไม่มีเส้นเชื่อมขนาน และไม่มีวงวน
  2. ต้นไม้ที่มี  $n$  จุด จะมี  $n-1$  เส้นเสมอ

### วิถีที่สั้นที่สุด (Shortest Path)

#### บทนิยาม 8

วิถีที่สั้นที่สุด จากจุดยอด A ถึงจุดยอด Z ในกราฟถ่วงน้ำหนัก คือ วิถี A – Z ที่ผลรวมของค่าน้ำหนักของเส้นเชื่อมทุกเส้นในวิถี A – Z น้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 5 พิจารณากราฟถ่วงน้ำหนัก ดังรูปต่อไปนี้



ให้จุดยอดแทนเมือง เส้นเชื่อมแทนถนน ค่าน้ำหนักแทนของเส้นเชื่อมแทนระยะทาง ต้องการหา ระยะทางที่สั้นที่สุดจากเมือง A ไปยังเมือง B

จากรูปจะเห็นว่าระยะทางที่สั้นที่สุดจากเมือง A ไปยังเมือง B คือวิถี A,D,F,B เป็นวิถีที่สั้นที่สุด มี ระยะทางเท่ากับ 9 กิโลเมตร

### ต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (Minimal Spanning Tree)

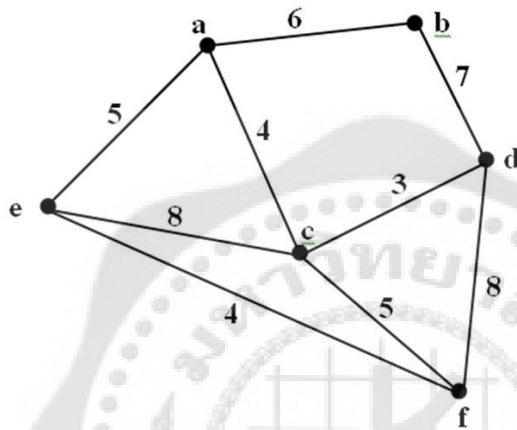
บทนิยาม 9 ต้นไม้แผ่ทั่ว (Spanning Tree) คือต้นไม้ซึ่งเป็นกราฟย่อย (Subgraph) ของกราฟ เชื่อมโยง G ที่บรรจุจุดยอดทุกจุดของ G

ข้อสังเกต ต้นไม้แผ่ทั่วของกราฟเชื่อมโยงอาจมีมากกว่าหนึ่งแบบ

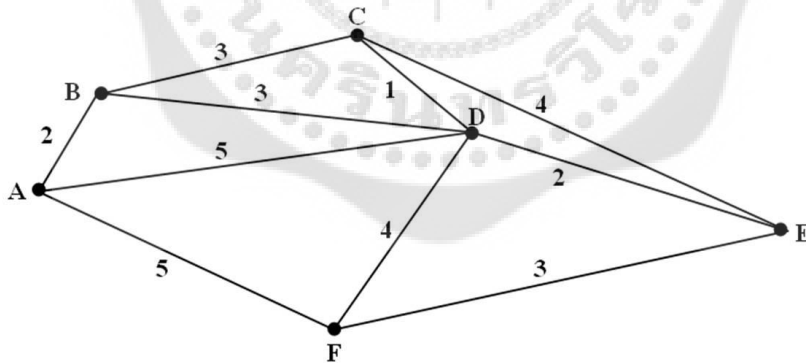
## บทนิยาม

ต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (Minimal Spanning Tree) คือ ต้นไม้แผ่ทั่วที่มีผลรวมของค่า น้ำหนักของแต่ละเส้นเชื่อมที่น้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดกราฟ G ดังรูป จงหาต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด



ตัวอย่างที่ 46 กำหนดกราฟ G ดังรูป

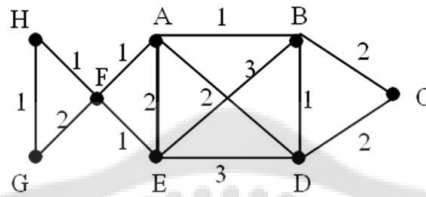


กำหนดให้จุดแทนเมืองต่าง ๆ เส้นเชื่อมแทนทางรถไฟ และค่าน้ำหนักของแต่ละเส้นเชื่อมแทน ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างทางรถไฟเชื่อมเมืองสองเมือง (มีหน่วยเป็นร้อยล้านบาท) อยากทราบว่าเราจะสามารถสร้างทางรถไฟเชื่อมเมืองใดได้บ้าง เพื่อให้เมืองทั้งสองเมืองใด ๆ สามารถติดต่อกันได้โดยใช้ทางรถไฟ และทำให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

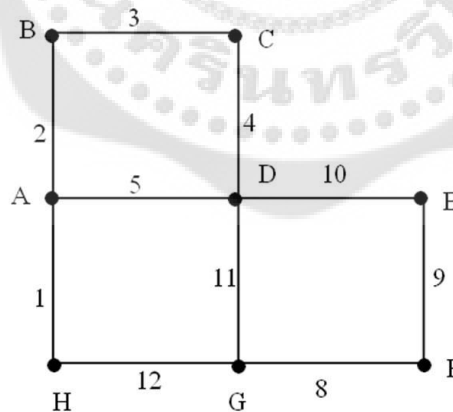
## ใบงาน

### แบบฝึกหัดที่ 7

- กำหนดแผนที่ของถนนสาธารณะแห่งหนึ่งโดยให้ จุดแทนแยกของถนน เส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดใดแทนถนนเชื่อมระหว่างสองแยก น้ำหนักของเส้นแทนความยาวของถนน (กิโลเมตร) ดังรูป ถ้านักเรียนต้องการวิ่งออกกำลังกาย 1 รอบ โดยผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียว ซึ่งเริ่มต้นที่จุด A แล้ววิ่งกลับมาที่เดิม นักเรียนจะวางแผนการวิ่งอย่างไรและนักเรียนต้องวิ่งเป็นระยะทางกี่กิโลเมตร
- 

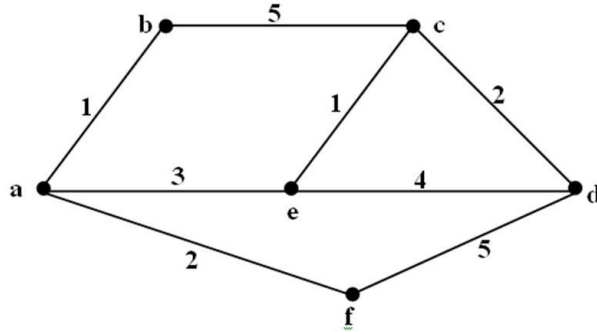


- กำหนดแผนที่ การเดินทางรถต่อด้านยาเสพติดของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งต้องเดินทางผ่านถนนทุกสายในแผนที่ โดยให้จุดแทนแยกของถนน เส้นเชื่อมระหว่างจุดสองจุดใด ๆ แทนถนนเชื่อมระหว่างสองแยก และน้ำหนักของเส้นแทนความยาวของถนน (กิโลเมตร) ดังรูป ถ้าการเดินทางครั้งนี้ เริ่มต้นที่จุด A แล้วสิ้นสุดที่จุด G ให้นักเรียนหาเส้นทางการเดินทางพร้อมทั้งหาระยะทางการเดินทางรถครั้งนี้

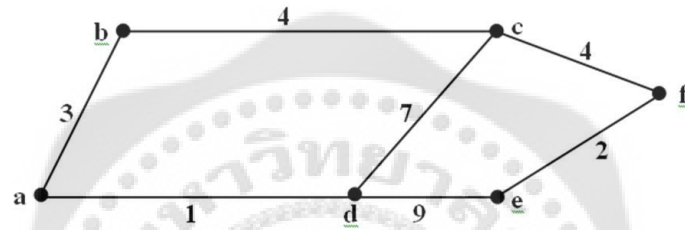


3. จงหาวิถี a-z ที่สั้นที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักต่อไปนี้

3.1

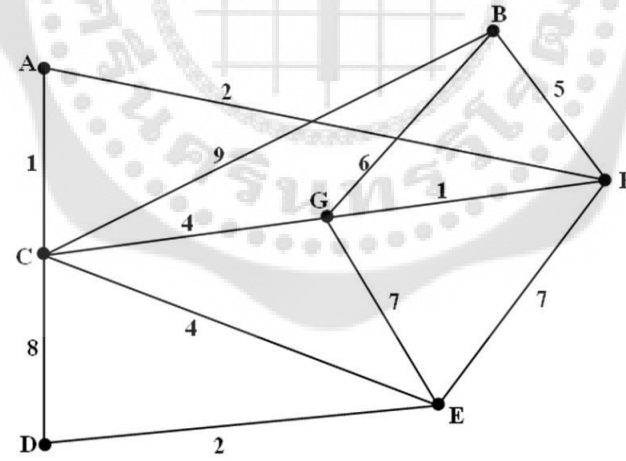


3.2

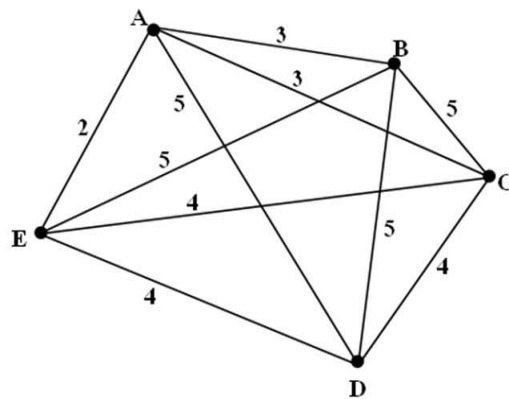


4. จงหาต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักต่อไปนี้

4.1



4.2





**ภาคผนวก ง**

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบเครื่องมือในการทดลอง

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

เครื่องมือในการศึกษาค้นคว้า คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1. รองศาสตราจารย์กมล เอกไทยเจริญ  
อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. รองศาสตราจารย์กัจจว มุณีแก้ว  
อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์นุกูล แก้วเนียม  
อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา



ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์



## ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ – ชื่อสกุล	นายประจวบ ศรีภักลา
วันเดือนปีเกิด	26 กรกฎาคม 2519
สถานที่เกิด	อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	124 หมู่ที่ 1 บ้านโนนโพธิ์ ตำบลนางาม อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด 45120
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครู
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนมัธยมอัสสัมชัญ จังหวัดกรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2537	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนเสลภูมิพิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2541	ค.บ.(คณิตศาสตร์) จากสถาบันราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
พ.ศ. 2554	กศ.ม. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ