

ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สารนิพนธ์
ของ
สาลีณี เรืองจ้อย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2554

ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สารนิพนธ์
ของ
สาลีณี เรืองจ้อย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

บทคัดย่อ
ของ
สาลีณี เรืองจ้อย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
มีนาคม 2554

สาลินี เรืองจ้อย. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์.

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 35 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 8 คาบ ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน จำนวน 2 คาบ แบบแผนการวิจัยเป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ การทดสอบค่าสถิติ t-test for dependent samples

ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF USING OPEN – ENDED PROBLEMS OF SEQUENCE AND
SERIES ON MATHAYOMSUKSA V STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVITY

AN ABSTRACT
BY
SALINEE RUANGJUI

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

March 2011

SALINEE RUANGJUI. (2011). *The Effect of Using Open – ended Problems of Sequence and Series on Mathayomsuksa V students' Mathematical creativity*. Master's Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor: Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purpose of this research was to compare mathematical creativity of Mathayomsuksa V students before and after using open-ended problems.

The subjects of this study were 35 Mathayomsuksa V students of Srinagarindra the Princess Mother School Samutsakhon in the second semester of the 2010 academic year obtained from Cluster Random Sampling. Instrument research are lesson plans and mathematical creativity test. The experimental group was taught by using open-ended problems on "sequence and series" for 8 hours. Pretest and posttest were administered for 2 hours. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for this study. The data for mathematical creativity was statistically analyzed by using t-test for dependent samples.

The result revealed that the mathematical creativity of Mathayomsuksa V students after using open-ended problems on "sequence and series" was statistically higher than before at the .01 level of significance.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของ สาลินี เรื่องจ้อย
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

ประธานกรรมการ

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยพัฒน์)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

วันที่ เดือนมีนาคม พ.ศ. 2554

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์ช่วยเหลือเป็นอย่างดีจากรองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศรษฐมณี อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัชศักดิ์ ลีลาจรัสกุลและ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ โดยกรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความช่วยเหลือตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ผู้วิจัยซาบซึ้งในความกรุณาและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา อาจารย์ณัฐ จันแยม และอาจารย์ วิไลวรรณ อำไพพิทักษ์ ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่องและให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีค่าอย่างยิ่งต่อการทำวิจัยในเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ครูผู้สอนทุกท่าน ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือและดำเนินการทดลอง ในการศึกษา ค้นคว้าในครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ครอบครัว และพี่สาว ที่ให้การสนับสนุน ช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดมา ตลอดจนเพื่อนๆในสาขาวิชาการมัธยมศึกษา ที่ให้ความช่วยเหลือ อำนวยความสะดวกและให้กำลังใจในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สาลินี เรืองจ้อย

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	3
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	3
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	3
ตัวแปรที่ศึกษา	4
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด	8
ความหมายของปัญหาปลายเปิด	8
ประเภทของปัญหาปลายเปิด	9
การสร้างปัญหาปลายเปิด	14
การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด	17
ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด	20
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด	21
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	24
ความหมายของความคิดสร้างสรรค์	24
องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์	25
กระบวนการคิดสร้างสรรค์	29
ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์	31
การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์	34
ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	36
การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	39
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	42

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	47
กำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง	47
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	47
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	47
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	47
การเก็บรวบรวมข้อมูล	51
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	52
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	55
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	55
การวิเคราะห์ข้อมูล	55
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	55
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	57
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	57
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	57
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	57
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	59
อภิปรายผล	59
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า	61
ข้อเสนอแนะ	62
บรรณานุกรม	63
ภาคผนวก	69
ภาคผนวก ก	70
ภาคผนวก ข	82
ภาคผนวก ค	117
ภาคผนวก ง	149

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์	151

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 การให้คะแนนความคิดริเริ่มของทอร์แรนซ์	42
2 แบบแผนการทดลอง	51
3 การเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม	56
4 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	71
5 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิด สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้กับ กลุ่มตัวอย่าง	71
6 ค่า $\sum x$ และค่า $\sum x^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	72
7 ค่า $\sum x_i$ ค่า $\sum x_i^2$ และค่า s_i^2 รายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	76
8 คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด	78
9 คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในแต่ละด้านและรวมทุกด้านก่อนกับหลังการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด	80

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด	18
2 รูปแบบกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิด	19

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถที่สำคัญอย่างหนึ่งของมนุษย์และเป็นปัจจัยที่จำเป็นอย่างยิ่งในการส่งเสริมความเจริญของประเทศชาติ ประเทศใดก็ตามที่แสวงหาพัฒนาและดึงเอาศักยภาพเชิงสร้างสรรค์ของประชากรในชาติออกมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีโอกาสพัฒนาและเจริญก้าวหน้าได้มากเท่านั้น ดังจะเห็นได้จากบรรดาประเทศพัฒนาทั้งหลาย เช่น สหรัฐอเมริกา ญี่ปุ่น เยอรมนี เป็นต้น ประเทศเหล่านี้จัดเป็นประเทศผู้นำของโลกเพราะมีประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์ ประชากรของเขากล้าคิด กล้าใช้จินตนาการจนสามารถสร้างสรรค์ผลงานที่แปลกใหม่เป็นประโยชน์ เอื้ออำนวยความสะดวกและเหมาะสมกับสถานการณ์ (อารี พันธุ์ มณี. 2537: 1) ด้วยการเห็นถึงความสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ รัฐจึงกำหนดให้ความคิดสร้างสรรค์อยู่ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน และได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ปัญหาของระบบการศึกษาปัจจุบันที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน ส่วนหนึ่งเกิดจากการที่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนานักเรียนให้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ซึ่งในความเป็นจริงนั้นมนุษย์ต่างมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ แต่ขาดการฝึกฝนและเสริมสร้างความรู้อย่างถูกวิธี ความคิดสร้างสรรค์ถือเป็นลักษณะที่ซับซ้อนของมนุษย์ เป็นความสามารถทางสมองที่ไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่ผลลัพธ์จากการคิดทำให้เกิดสิ่งแปลกใหม่ที่มีคุณค่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ถือว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดระดับสูง (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2550: 137) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในระดับต่าง ๆ จึงควรให้ความสำคัญกับการส่งเสริมการใช้ความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียนเป็นสำคัญจึงจะทำให้ระบบการศึกษามีประสิทธิภาพ และผู้เรียนเกิดการพัฒนาศักยภาพในตัวเองได้มากขึ้น (ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์. 2546: 40) นักการศึกษาและนักวิชาการได้ตระหนักและวิพากษ์วิจารณ์เกี่ยวกับระบบการศึกษาของไทยว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ผ่านมาได้ทำลายศักยภาพสมองของเด็ก เพราะเป็นการท่องจำเพียงอย่างเดียว ไม่ได้พัฒนากระบวนการคิด เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศอื่นคุณภาพการศึกษาของประเทศไทยยังด้อยกว่าอีกหลายประเทศ ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนรูปแบบใหม่ จึงได้มีการจัดหลักสูตรและปรับปรุงหลักสูตรโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้ให้แตกต่างกันออกไปตามเป้าหมายและกระบวนการเรียนรู้ของแต่ละสาขาวิชา สำหรับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระและมาตรฐานสำหรับผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานในแต่ละช่วงชั้นไว้ 6 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 มาตรฐาน หนึ่งในนั้นคือมาตรฐาน ค 6.5 ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สิริพร ทิพย์คง. 2545:

77–78) ซึ่งแสดงว่าการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเชิงความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่ควรจัดให้มีขึ้นในการเรียนการสอน

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงเห็นว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งสำคัญที่ควรส่งเสริมให้นักเรียน การที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักคิดสร้างสรรค์ได้นั้น ผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสและกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สนุกกับการคิดจินตนาการที่มีเหตุผล และสิ่งที่จะกระตุ้นความคิดให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดีก็คือสถานการณ์หรือปัญหา ซึ่งปัญหาที่มีลักษณะเปิดกว้างในการคิดหาคำตอบจะเป็นสิ่งที่ท้าทายความคิดใหม่ ๆ ของนักเรียน ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ลักษณะคำถามที่ครูใช้ส่วนใหญ่นั้นเป็นคำถามแบบปิด มีทิศทางในการตอบแคบหรือตอบได้เพียงคำตอบเดียวจึงไม่เป็นการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน ซึ่งเบกเกอร์ และ ชิมาตะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้นำเสนอการใช้ปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ด้วยลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียนเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถพัฒนาไปสู่ปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถที่ต่างกันในระดับเรียนสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ ด้วยเหตุนี้ทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้ใช้ความรู้จากประสบการณ์เดิมนำมาสร้างเป็นความรู้ที่เกิดใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับสุรัสวดี อินทสังข์ (2545: 37) กล่าวว่า ในการตอบปัญหาปลายเปิดนักเรียนจะต้องอธิบายวิธีการได้มาของคำตอบว่าคิดด้วยวิธีการใด และต้องบอกได้ว่าทำไมจึงเลือกวิธีการนั้น(แทนที่จะใช้อีกวิธีหนึ่ง) คล้ายกับว่าปัญหาแบบปลายเปิดเป็นสถานการณ์เชิญชวนให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ เพราะว่ามีวิธีการหลายวิธีที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ ปัญหาปลายเปิดจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตั้งหรือเลือกวิธีการที่ตัวเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหาและเพราะว่าคำตอบที่ถูกต้องมีหลายคำตอบ นักเรียนแต่ละคนจึงมีโอกาสที่จะได้คำตอบที่ไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตัวเอง สถานการณ์ลักษณะนี้จะสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบและเกิดการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และอาจได้ปัญหาใหม่ด้วย เมื่อปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและครูเกิดขึ้น การเรียนรู้ก็ไม่น่าเบื่อ ดูนีชีวิตชีวา และนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเรามีเสรีภาพในการคิด

การจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นควรจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียนในแต่ละระดับชั้น ซึ่งปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียน ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถตอบได้จึงจะช่วยให้บรรยากาศการเรียนการสอนเอื้อต่อการเรียนรู้ การสร้างและขยายปัญหาที่เป็นปลายเปิดยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างการเรียนรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของนักเรียนเองโดยอาศัยประสบการณ์เดิมและทำการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อกับศาสตร์ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน ปัญหาปลายเปิดจะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตั้งหรือเลือกเอาวิธีการที่ตนเองถนัดออกมาใช้

แก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเอง และด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบ คำตอบของตนกับเพื่อน ซึ่งเอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกันโดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหา นั้น ๆ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2549: 1)

จากที่กล่าวมาจะพบว่าปัญหาปลายเปิดเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยในฐานะที่เป็นครูคณิตศาสตร์จึงสนใจที่จะศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดว่ามีผลต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้ และผู้วิจัยหวังว่าผลการศึกษาในครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน อันเป็นประโยชน์ต่อการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ ปัญหาปลายเปิด

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ทำให้ได้ทราบผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหา ปลายเปิดที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเป็นแนวทางหนึ่งสำหรับครูคณิตศาสตร์และ วิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอน รวมถึงสามารถสร้างแนวทางในการ แก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์และพัฒนาการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียน เฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 3 ห้อง รวม 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเฉลิมพระ- เกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ระยะเวลาดำเนินการ

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ 8 คาบ คาบละ 50 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) 50 นาที และทดสอบหลังเรียน (Posttest) 50 นาที รวม 10 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งมีเนื้อหาย่อยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จำนวน 2 คาบ
2. ลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ
3. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ
4. โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง ปัญหาที่มีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลาย เปิดกว้างในการหาคำตอบและมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ โดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสองแบบคละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

2. **การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด** หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่แบ่งขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด โดยแบ่งออกเป็นขั้นนำเข้าสู่

บทเรียน ชั้นสอน และชั้นสรุป โดยในชั้นสอนจะนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิด ประเภทใด จากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยในการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์และกำหนดเนื้อหาสาระที่ใช้กับปัญหาปลายเปิด โดยเลือกประเภทของ ปัญหาปลายเปิดให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระ

2. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

4. ประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยพิจารณาเนื้อหาว่าเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะใด เช่น การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา การจัดกิจกรรม เป็นต้น เพื่อสร้างความสนใจและการเตรียมความพร้อมแก่ผู้เรียน

2. ชั้นสอน ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 สอนเนื้อหาตามแนวของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเน้นให้ผู้เรียน ได้รับความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

2.2 ผู้สอนยกตัวอย่างปัญหาปลายเปิด โดยนักเรียนร่วมกันอภิปรายและทำความเข้าใจในปัญหาร่วมกัน โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน

2.3 นักเรียนทำใบงานเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิด โดยให้ได้คำตอบหรือวิธีการคิดหา คำตอบที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

2.4 ผู้สอนให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้อิสระแก่ ผู้เรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ แต่ผู้สอนเน้นให้นักเรียนพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการที่ หลากหลายตามความคิดของตนเอง

2.5 หลังจากผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดเสร็จแล้ว ผู้สอนให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ และวิธีการหาคำตอบของตนเองว่าเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร

3. ชั้นสรุป ผู้สอนและผู้เรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อด้อยของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ทั้งหมด ทั้งนี้ผู้สอนอาจเสนอแนวคิดในการหา คำตอบในลักษณะที่ต่างไปอีกในกรณีที่สามารถใช้แนวคิดนั้นได้แต่ผู้เรียนไม่ได้เลือกใช้

3. ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของกระบวนการทางสมองที่คิดได้ กว้างไกลหลายแง่มุมหรือที่เรียกว่า ความคิดแบบอเนกนัย (Divergent Thinking) ซึ่งทำให้เกิด ความคิดแปลกใหม่ หลากหลาย กว้างไกลและแตกต่างไปจากเดิม โดยอาศัยความสัมพันธ์จาก ประสบการณ์ทั้งหมดที่ผ่านมา และสามารถแบ่งประเภทของความคิดสร้างสรรค์ได้ดังนี้

3.1 ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างถูกต้องรวดเร็วและต่อเนื่องและได้คำตอบมาก ๆ ในเวลาที่จำกัด

3.2 ความคิดยืดหยุ่น(Flexibility) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายทาง หลายรูปแบบ และสามารถเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาได้ทันทีที่รู้ว่ามีความจำเป็น

3.3 ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องมีความแปลกใหม่และแตกต่างจากความคิดของผู้อื่น

4. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการที่จะคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้กว้างไกลและแปลกใหม่ โดยดูจากความสามารถในด้านต่าง ๆ การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยปรับปรุงจากแบบทดสอบ ของ บอลกา (Balka. 1974: 98–A) สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 153-158) และกรมวิชาการ (2535: 48–50) คือวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการตั้งคำถาม หรือโจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ได้โดยไม่จำกัดจำนวน ซึ่งโจทย์ที่สร้างขึ้นมานั้น เมื่อคำนวณผลลัพธ์แล้วได้คำตอบตรงกับที่กำหนดไว้ให้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากวิธีการเดิม จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน

3. ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการที่จะสร้างชุดของคำตอบ จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน

4. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดหาคำตอบ โดยที่สามารถตรวจสอบวิธีการคิดและคำตอบที่ถูกต้องได้จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในปริมาณที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไข

5. ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพเรขาคณิตหรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการจัดกลุ่มจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยใช้เกณฑ์ หรือคุณสมบัติ หรือลักษณะบางอย่างที่ร่วมกันได้อย่างไม่จำกัดจำนวน

โดยวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ด้านละ 2 ข้อ รวมทั้งหมด 10 ข้อ ซึ่งหาได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ของแบบทดสอบในแต่ละข้อมารวมกันเป็นคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด(Open-ended Problem)
 - 1.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 1.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
 - 1.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด
 - 1.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
 - 1.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์
 - 2.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์
 - 2.3 กระบวนการคิดสร้างสรรค์
 - 2.4 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์
 - 2.5 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์
 - 2.6 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 2.7 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

1.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด

แฮนคอค (Hancock. 1995: 496) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Teachers of Mathematics. 1995: 28) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาจากคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาได้ด้วยความสามารถของเขา โดยการตั้งสมมติฐานคำตอบ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตัวของเขาเอง

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ให้ข้อสังเกตว่า ปัญหาที่ใช้กันอยู่ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนตามปกติที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่ง คือ มักมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ก็ไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่งปัญหาลักษณะนี้เรียกว่าปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด สำหรับปัญหาอีกประเภทหนึ่ง เป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบเรียกว่า ปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้คำถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ทาคาฮาชิ (Takahashi. 2004: Online) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาปลายเปิดว่าเป็นกระบวนการสร้างให้เกิดความสนใจและกระตุ้นเร้าให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนในชั้นเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดได้ถูกพัฒนาขึ้นในประเทศญี่ปุ่นเป็นกระบวนการสร้างให้นักเรียนเกิดความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมและการทำงานร่วมกับผู้อื่น การเรียนการสอนที่ใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าจะสนใจคำตอบ

ทาคาฮาชิ ได้แบ่งลักษณะของปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 เป็นปัญหาที่มีคำตอบเดียวแต่มีวิธีการในการหาคำตอบหรือแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี

ลักษณะที่ 2 เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 27) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: 23) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ (มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ) มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 10) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่ไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจ เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้างในการหาคำตอบได้หลายวิธี

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่มีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลาย เปิดกว้างในการหาคำตอบและมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ โดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

1.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะแตกต่างกันมากมาย นักการศึกษาจึง

ได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

โนตะ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2547: 6-8; อ้างอิงจาก Nohda. 1983.) ได้ขยายแ่งมุมในการพิจารณาความเปิดเพิ่มขึ้น โดยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหานิตนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาดำเนินการที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียวรวมทั้งไม่ได้เน้นแ่งมุมเชิงกระบวนการ ดังนั้นปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน เป็นต้น แนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Way to develop is open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแ่งมุมนี้จะเรียกว่า “ จากปัญหาสู่ปัญหา ” ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ด้วยแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อนๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิด ออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น “จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม”

2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น “ รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่อาจแนบในวงกลมได้จัดรูป ให้นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงว่ามีรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่สามารถแนบในวงกลมได้”

3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (Measuring)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา

สมาพันธ์สำหรับการริเริ่มการปฏิรูปวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Partnership for Reform Initiative in Sciences and Mathematics. 2001: Online) ได้จัดประเภทของคำถามปลายเปิด ซึ่งจัดอยู่ในคำถามระดับสูงตามแนวทางการจำแนกคำถามตาม Bloom Taxonomy กล่าวคือ เป็นคำถามที่ใช้เพื่อการวิเคราะห์ การเปรียบเทียบ การนำไปใช้ การแก้ปัญหาหรือการประมาณค่า มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์

คำถามประเภทนี้มักจะให้อธิบาย หรือยกตัวอย่างเพื่อแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องมากน้อยเพียงไร มีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น

- ทำไม.....จึง..... ? จงอธิบายคำตอบ
- เป็นผลมาจาก.....หรือไม่ ทำไม?
- จงบอกเหตุผลว่าทำไม.....จึงผิด มีวิธีการที่ดีกว่านี้หรือไม่
- จงเขียนแผนภาพเพื่ออธิบายว่า.....
- จงอธิบายว่าทำไม.....
- จงอธิบายวิธีการต่างๆที่.....
- จงอธิบายวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้มาซึ่งคำตอบนี้
- จงคาดคะเนว่า.....ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น
- ทุกคนเห็นด้วยหรือไม่ว่า.....ทำไมล่ะ

2. คำถามปลายเปิดประเภทให้เปรียบเทียบ

คำถามปลายเปิดประเภทนี้มีเป้าหมายให้นักเรียนชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างของสิ่งซึ่งสัมพันธ์กันอยู่ได้ มีประโยชน์ในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเชื่อมโยง เช่น

- จำนวน.....และจำนวน.....สองจำนวนนี้จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน นักเรียนรู้ได้อย่างไร
- จงเปรียบเทียบว่ากราฟ.....และกราฟ.....แตกต่างกันอย่างไร
- จงอภิปรายเพื่อแสดงความเหมือนและความต่างของ.....และ.....

3. คำถามเปิดประเภทให้แก้ปัญหา

เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนพยายามมองหาแนวทางต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยทำให้ครูทราบได้ว่ามีทักษะในการแก้ปัญหาได้มากน้อย เช่น

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า.....
- เราจะแก้ปัญหานี้ได้โดยวิธีใดบ้าง จงอธิบายและให้เหตุผล
- เราจะทำอย่างไรถ้าหาก.....

4. คำถามเปิดประเภทให้ประเมินค่า

เป็นคำถามที่เหมาะสมแก่การถามเพื่อให้นักเรียนได้สรุป และประมวลความคิดขั้นสุดท้าย เพื่อให้คุณค่ากับสิ่งที่ทำหรือประสบปัญหาอยู่ โดยใช้เหตุผลและหลักการที่มีอยู่อย่างหลากหลาย

มาตัดสิน

- ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น จงอธิบายคำตอบ
- นักเรียนเชื่อในคำตอบที่ว่า.....หรือไม่ เพราะเหตุใด
- คำตอบที่นักเรียนได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ นักเรียนมีเหตุผลอย่างไรในการตัดสินใจ
- นักเรียนคิดว่าจะคุ้มค่าหรือไม่หาก..... จงให้เหตุผล

กรมวิชาการ (2545: 206-207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

ตัวอย่างปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

“ จงหาความยาวด้านที่เป็นจำนวนเต็มของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 15 หน่วย ”

ผู้เรียนอาจแก้ปัญหานี้ด้วยการสมมติความยาวของด้านต่างๆของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่ว่า “ ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม ย่อมยาวกว่าด้านที่สาม ” ซึ่งผู้เรียนสามารถแก้ปัญหานี้ได้ดังนี้

กรณีที่	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	ด้านที่ 3	หมายเหตุ
1	7	7	1	
2	6	6	3	
3	5	5	5	
4	4	4	7	
5	3	3	9	$3 + 3 < 9$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม
6	2	2	11	$2 + 2 < 11$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

ที่มา : กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.

หน้า 206.

จากตารางข้างต้น จะมีคำตอบเพียง 4 คำตอบ คือ กรณีที่ 1-4

2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

ตัวอย่างปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

“ พี่น้องสามคน มีอายุห่างกันคนละ 2 ปี เรียงตามลำดับอายุจากน้อยไปหามาก คือ สมใจสมหวัง และสมจิตร ทั้งสามคนมีอายุรวมกัน 75 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม ”

แนวคิด 1 75 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งได้จากผลบวกของจำนวนสามจำนวน แต่ละจำนวนที่อยู่ติดกันมีค่าแตกต่างกัน 2 ดังนั้น ทั้งสามจำนวนเป็นจำนวนคี่

สมมติจำนวนแล้ว ตรวจสอบผลบวก

$$19 + 21 + 23 = 63$$

$$21 + 23 + 25 = 69$$

$$23 + 25 + 27 = 75$$

คำตอบ คือ สมใจ สมหวังและสมจิตร มีอายุ 23 , 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

แนวคิด 2 อายุของคนกลาง คือ สมหวัง เป็นค่าเฉลี่ยของอายุของทั้งสามคน

หาค่าเฉลี่ยของอายุได้ $75 \div 3 = 25$ เป็นอายุของสมหวัง

ดังนั้น สมใจมีอายุ $25 - 2 = 23$ ปี และสมจิตรมีอายุ $25 + 2 = 27$ ปี

แนวคิด 3 สมมติน้องสุดท้อง คือสมใจ มีอายุ X ปี จะได้ว่าสมหวังและสมจิตร มีอายุ $X + 2$ และ $X + 4$ ปี ตามลำดับ

$$X + (X + 2) + (X+4) = 75$$

$$3X+6 = 75$$

$$3X = 69$$

$$X = 23$$

ดังนั้น สมใจ สมหวัง และสมจิตร มีอายุ 23 , 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

ลัดดา ศีลาน้อย (2549: 26) ได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในกระบวนการเรียนการสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. กระบวนการเปิด เป็นวิธีการที่ครูต้องใช้ความคิดหาวิธีการที่จะให้นักเรียนได้เปิดความคิดให้หลากหลายจะอยู่ในเรื่องของการนำเสนอความคิดเห็นหรือการกำหนดปัญหาขึ้นมาเพื่อกระตุ้นการคิดของเด็ก ในส่วนนี้นักเรียนจะมีคำตอบประเด็นปัญหาอย่างกว้างขวาง รวมทั้งมีแนวทางแก้ปัญหาการตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อค้นหาความชัดเจนของคำตอบ สำหรับกิจกรรมที่จะทำให้ได้คำตอบจะอยู่ในลักษณะของประเด็นปัญหาเหตุการณ์ สื่ออุปกรณ์อื่น ๆ คำถามซึ่งเป็นหัวใจของการเปิดความคิดได้ดีสำหรับการเรียนการสอนเมื่อนักเรียนเกิดการเปิดความคิดแล้วจะเกิดความหลากหลายในคำตอบแนวทางแก้ปัญหาหรือแม้แต่การสร้างปัญหาที่หลากหลายเพื่อให้เกิดความชัดเจนในกระบวนการเปิด

2. ผลลัพธ์ของการเปิด ผลของการเปิดประเด็นนั้นจะมีคำตอบเกินหนึ่งคำตอบจากกลุ่มคน 1 กลุ่มหรือจากคน ๆ เดียวและคำตอบที่ได้นี้จะเป็นคำตอบที่ไม่ผิด เป็นคำตอบที่ให้ข้อมูลเพิ่มขึ้นให้เกิดความชัดเจนขึ้นเรื่อย ๆ ในเนื้อหาสาระที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ หรือบางครั้งอาจเกิดการตั้งประเด็นปัญหาเพิ่มขึ้นเพื่อไปสู่คำตอบใหม่ที่เกิดความชัดเจนของคำตอบที่มีแต่เดิมในกิจกรรมการเปิดช่วงแรก

3. แนวทางในการพัฒนาปัญหาปลายเปิด หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยการวิเคราะห์และตอบประเด็นปัญหาหรือแก้ปัญหาจากสถานการณ์ผ่านไปแล้ว นักเรียนสามารถที่จะพัฒนาปัญหาใหม่ด้วยการสร้างปัญหา กำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่เพื่อความชัดเจนของสาระจากคำตอบด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรืออาศัยกรอบปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้เรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา”

จะเห็นได้ว่านักการศึกษาส่วนใหญ่แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดโดยยึดตามจุดประสงค์ของปัญหานั้น ๆ เป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

โดยนักเรียนแต่ละคนมีแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละคน ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสองแบบคละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้อันเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

1.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดจะทำให้ นักเรียนมีประสบการณ์เรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่ต่างไปจากเดิม จากการที่มีคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก รวมทั้ง การท้าทายให้แสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนทั้งทักษะ และวิธีการคิดเข้าด้วยกัน นอกจากนี้นักเรียนยังจะสร้างปัญหาได้ด้วยตนเองที่มีความเกี่ยวข้องกับ ปัญหาเดิมได้และขยายปัญหานั้นต่อไปได้อีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. ค่าเฉลี่ยของ 3 , 6 , 9 , 10 เท่ากับเท่าไร	1. ถ้าค่าเฉลี่ยของจำนวน 4 จำนวนเท่ากับ 7 จำนวนเหล่านั้นคืออะไร
2. สวนหลังบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 10 เมตร และมีความยาว 15 เมตร ถ้าต้องการปลูกต้นไม้จะมีพื้นที่ในการปลูกทั้งหมดเท่าไร	2. สวนหลังบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ในการปลูกต้นไม้ทั้งหมด 150 ตารางเมตร จะมีความกว้างและความยาวเท่ากับเท่าไร
3. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีพื้นที่ 150 ตารางเซนติเมตร มีฐานยาว 10 เซนติเมตร จะมีความสูงเท่าไร	3. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะมีความยาวฐานและความสูงเท่ากับเท่าไร ถ้ารูปสามเหลี่ยมนั้นมีพื้นที่เท่ากับ 150 ตารางเซนติเมตร
4. จงแก้สมการ $4x - 1 = 3$	4. จงยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 1
5. แดงมีอายุเป็นสองเท่าของดำ ถ้าแดงอายุ 7 ปี ดำจะอายุเท่าไร	5. แดงและดำอายุเท่าไร ถ้าอายุของแดงรวมกับดำเท่ากับ 14 ปี

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
6. เขียวมีเหรียญ 50 สตางค์ 150 เหรียญ มีเหรียญ 25 สตางค์ 540 เหรียญ เขียวมีเงินทั้งหมดกี่บาท	6. เขียวมีเงิน 210 บาท จะนำไปแลกเหรียญ 50 สตางค์และเหรียญ 25 สตางค์ ได้กี่เหรียญ
7. รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $A = 40^\circ$ มุม $B = 80^\circ$ จงหามุม C	7. มุม A , B และ C เท่ากับเท่าไร ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุมภายในเท่ากับ 180°
8. ราคาหมูในตลาดสด A ราคา กิโลกรัมละ 80 บาท ถ้าแม่ค้าต้องการเนื้อหมู 5 กิโลกรัมแม่จะต้องจ่ายเงินทั้งหมดกี่บาท	8. จงหาจำนวน 2 จำนวน ที่คูณกันแล้วเท่ากับ 400
9. คุณแม่จะจ่ายเงินประจำสัปดาห์ให้ส้ม ทุกเช้าวันจันทร์ เป็นเงิน 250 บาท โดยจ่ายเป็นธนบัตรใบละ 20 บาท และธนบัตรใบละ 50 บาท ถ้าส้มนับธนบัตรได้ทั้งหมด 7 ใบ อยากทราบว่าส้มได้รับธนบัตรใบละ 20 บาทและธนบัตรใบละ 50 บาทอย่างละกี่ฉบับ	9. คุณแม่จ่ายเงินประจำสัปดาห์ให้ส้มทุกวันจันทร์ เป็นเงิน 250 บาท ส้มจะได้รับธนบัตรใบละ 20 บาท และธนบัตรใบละ 50 บาท อย่างละกี่ใบ
10. จงหาค่าของ $\log_7 343$	10. จงยกตัวอย่างลอการิทึมที่มีค่าเท่ากับ 3

ที่มา : <http://www.Wanjai.com / ebook / listknowledge. php>.

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 28-31) กล่าวว่า โดยทั่วไป ๆ เป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการวิจัยซ้ำหลาย ๆ ครั้ง ทำให้ได้ข้อเสนอแนะสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์จริงเชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ “ ถ้า P แล้ว Q ” เปลี่ยนปัญหานี้เป็น “ ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง ” โดยต้องกำหนดคำว่า “ สิ่งต่าง ๆ ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น
3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มต้นด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลาย ๆ รูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเองซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้าง ๆ กับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่น ๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
 6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่น ปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
 7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (quasi-Mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างกระจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่าง ๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์
 8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่ม โดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหากฎทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง
- ลัดดา ศีลน้อย (2549: 25) ได้กล่าวถึงกระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาแบบเปิดกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดโดยกำหนดสถานการณ์ไว้ 3 แนวทาง คือ
- สถานการณ์ A เป็นเรื่องของการกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหา บทบาทของครูคือ นำสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาค้นหาเน็ด นำมาเสนอในชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นให้ได้แนวทางหรือคำตอบที่หลากหลาย บทบาทของผู้เรียนคือ พยายามคิดหาคำตอบหรือแนวทาง หรือสร้างสถานการณ์ขึ้นมา เพื่อตอบสนองในปัญหาค้นหาเน็ดที่ได้รับการกระตุ้นทำให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้ที่กว้างขวาง
 - สถานการณ์ B เป็นช่วงของการสืบเสาะหาข้อมูลเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตน โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่ ส่วนบทบาทของครูคือ การชี้แนะให้เกิดการอภิปรายอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับแนวคิดอื่น ๆ ที่หลากหลายที่จะได้มาเพื่อสามารถบูรณาการคำตอบที่อาจจะเห็นว่าไม่เกี่ยวข้องกันให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันเป็นความรู้ใหม่ที่สูงกว่าความรู้ที่มีอยู่เดิม
 - สถานการณ์ C เป็นการเน้นสถานการณ์ใหม่ที่พัฒนาขึ้นมากกว่าที่มีอยู่เดิม นักเรียนพยายามที่จะสร้างปัญหาต่อไปที่เป็นกรณีทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องจากสถานการณ์ B และจากการที่ได้แก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนจะสามารถหาคำตอบที่มีลักษณะโดยทั่ว ๆ ไปมากขึ้น
- จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างปัญหาปลายเปิดข้างต้นทำให้ผู้วิจัยมีแนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งการสร้างปัญหาปลายเปิดในการวิจัยในครั้งนี้ได้สร้างปัญหาปลายเปิดที่มีลักษณะเป็นการกำหนดสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนพยายามคิดหาคำตอบหรือหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

1.4 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2544: 195-196) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ตัวอย่าง การให้เหตุผลกำหนดปัญหาดังนี้

ไม้ไผ่ลำหนึ่งยาว 2.85 เมตร ปักอยู่ในบึงแห่งหนึ่ง ซึ่งมีน้ำลึกโดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ถ้าส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของความยาวของไม้ลำนี้ ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวกี่เมตร

สมมติว่า ด.ช. ก่อ แสดงวิธีการทำตามแนวคิด ดังนี้

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของ 2.85 = 0.95 เมตร

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำเท่ากับ 1.30 เมตร

ดังนั้น ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาว $2.85 - (0.95 + 1.30) = 0.6$ เมตร

ตอบ 0.6 เมตร

ส่วน ด.ญ. ศรีเพ็ญ แสดงความคิดเห็นว่า โจทย์ข้อนี้หาคำตอบไม่ได้ เพราะว่าโจทย์กำหนดความลึกของน้ำโดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ตรงกับตำแหน่งที่ปักอยู่ไม่ทราบว่ามีน้ำลึกของน้ำเท่าไรแน่ จึงไม่สามารถหาความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินได้

ผู้สอนควรใช้คำถามกระตุ้นว่า “ใครมีความคิดเห็นแตกต่างไปจากสองแนวคิดนี้อีกหรือไม่” ถ้าไม่มีความเห็นเพิ่มเติมผู้สอนควรถามความคิดเห็นต่อว่า คำตอบของศรีเพ็ญมีเหตุผลที่ยอมรับได้หรือไม่

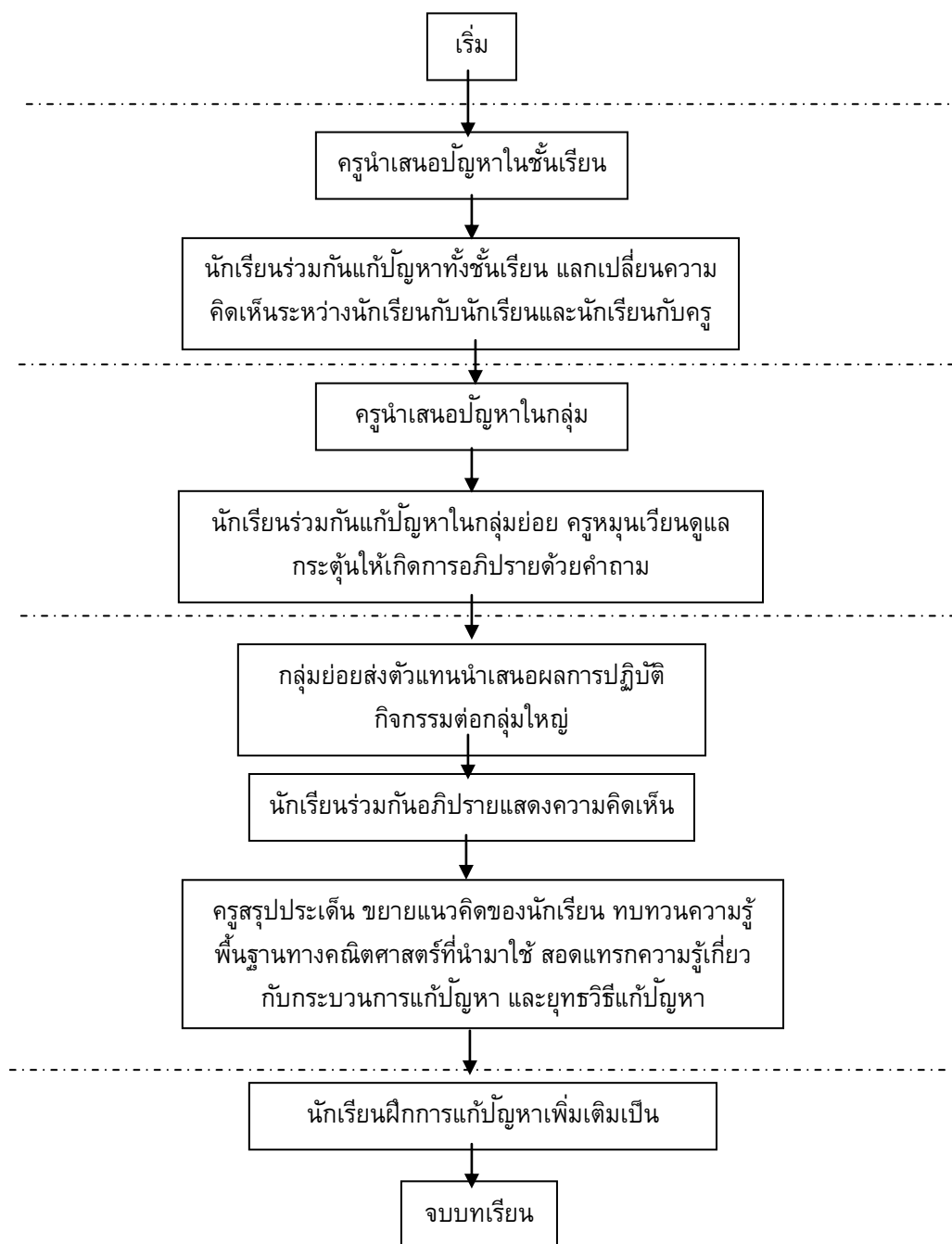
ในการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล คำตอบของ ด.ญ. ศรีเพ็ญ ถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุสมผลคำตอบหนึ่ง

อาจมีผู้เรียนบางคนแสดงความคิดเห็นว่า วิธีทำของ ด.ช. ก่อ ยังไม่ถูกต้อง เพราะเหตุผลว่า ตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่อาจปักอยู่ในบริเวณที่ตื้นหรือลึกกว่า 1.30 เมตร เพราะฉะนั้นความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินอาจมากกว่าหรือน้อยกว่า 0.6 เมตรก็ได้ ถ้าผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเช่นนี้ ผู้สอนควรใช้คำถามที่ผู้เรียนคิดต่อว่าผู้เรียนจะแก้ไขวิธีทำของ ด.ช. ก่อ อย่างไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ผู้เรียนอาจจะให้เหตุผลเพิ่มเติมโดยใช้คำว่า “ถ้า” ในบรรทัดที่สอง ดังนี้

ถ้าไม้ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำยาว 1.30 เมตร ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินก็จะยาว 0.6 เมตร หรือสรุปตรงคำตอบว่า ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวประมาณ 0.6 เมตร

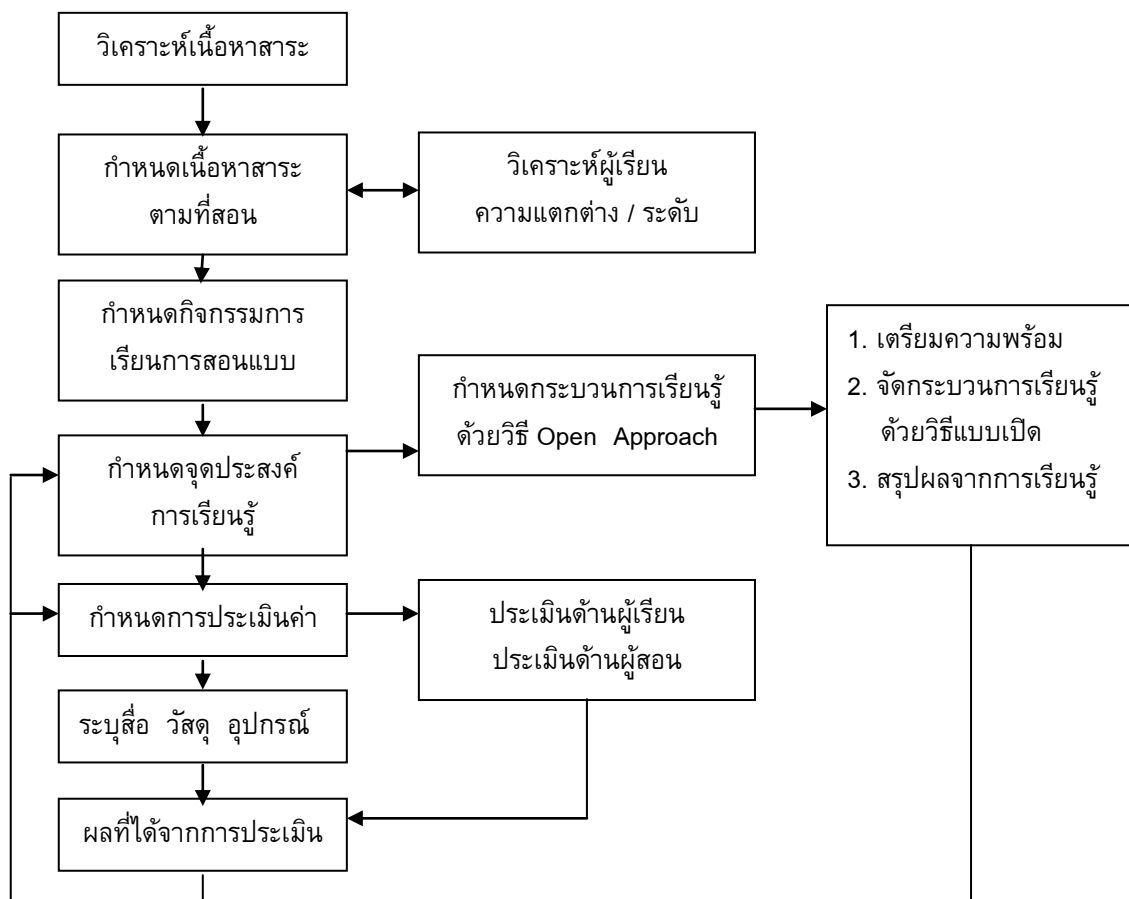
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 65) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด

ที่มา : ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ลัดดา ศีลาน้อย (2549: 25) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการกระบวนการเรียนรู้แบบปัญหาปลายเปิด ดังแสดงในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 รูปแบบกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิด

ที่มา : ลัดดา ศีลาน้อย. (2549, มกราคม-มีนาคม). ปัญหาปลายเปิด Open Approach ในวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 29(1): 24-34.

จากการศึกษาขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดข้างต้น ผู้วิจัยสรุปขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ดังนี้

1. วิเคราะห์และกำหนดเนื้อหาสาระที่ใช้กับปัญหาปลายเปิด โดยเลือกประเภทของปัญหาปลายเปิดให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระ
2. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด
4. ประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการที่มีคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆ ได้อีกรวมทั้งการท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนทักษะและวิธีการเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้นและขยายปัญหาจากปัญหาเดิม

ซาวาดะ (Sawada. 1997: Online) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของนักเรียนที่ได้รับจากการแก้ปัญหาปลายเปิด ดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้นและได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น
2. นักเรียนจะมีวิธีการที่ดีมากยิ่งขึ้นในการสร้างมโนคติโดยใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์
3. นักเรียนทุกคนสามารถตอบปัญหาได้ตามความเข้าใจและวิธีการของแต่ละคน
4. ในการเรียนการสอนสามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลตามประสบการณ์ของตนทำให้นักเรียนได้ให้เหตุผลสำหรับคำตอบซึ่งทำให้นักเรียนได้รับการคิดเชิงคณิตศาสตร์
5. เป็นการช่วยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการค้นพบและได้รับการยอมรับจากเพื่อนนักเรียนด้วยกัน

ทาคาฮาชิ (Takahashi. 2004: Online) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิดว่าทำให้นักเรียนได้เข้าร่วมอย่างกระตือรือร้นและสามารถนำเสนอแนวความคิดของตนเองได้อย่างเป็นอิสระ สามารถตอบสนองและสนับสนุนได้เป็นอย่างดี เพราะว่ามีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะหาคำตอบของตนเองได้โดยไม่เหมือนใคร เพราะฉะนั้นนักเรียนเกิดการอยากรู้อยากเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ และพวกเขาสามารถเปรียบเทียบและอภิปรายถกเถียงกันเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคน นักเรียนมีโอกาสในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น นักเรียนทุกคนสามารถตอบสนองต่อปัญหาตามวิธีการของตนเอง นักเรียนถูกกระตุ้นให้เป็นคนที่สามารถให้เหตุผลกับคำตอบของตนเองเพื่ออธิบายต่อคนอื่นอย่างเป็นธรรมชาติและปกติวิสัย ซึ่งถือว่าเป็นโอกาสสำหรับนักเรียนเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง รวมทั้งนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีคุณค่าที่สามารถค้นพบและยอมรับการตรวจสอบจากเพื่อนและคนอื่น ๆ

กรมวิชาการ (2545: 205-207) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่า บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวความคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหา

ได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆแนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิด ในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ลัดดา ศีลาน้อย (2549: 30-31) ได้กล่าวว่า ผลของการจัดกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหา ปลายเปิดนี้จะเกิดการบูรณาการในเรื่องอื่นๆตามมา โดยที่ครูไม่ได้กำหนดให้เกิดแต่เกิดขึ้นเอง ตามธรรมชาติ เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม ทักษะการทำงานร่วมกัน ทักษะการอภิปรายและแสดงความคิดเห็น เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ที่จัดขึ้น เป็น การบูรณาการที่ได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

จากการศึกษาประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด สามารถสรุปประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด ได้ดังนี้

1. นักเรียนมีประสบการณ์เรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่ต่างไปจากเดิม จากการที่มี คำตอบเปิดกว้าง
2. หากมีนักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้แล้วนักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก
3. เป็นการท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการ ความรู้ที่มีมาก่อนกับทักษะและวิธีการคิดเข้าด้วยกัน
4. นักเรียนสามารถสร้างปัญหาได้ด้วยตนเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยต่างประเทศ

เบกเกอร์ และชิมาดา (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้ ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียน มีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มี มาก่อน ทักษะ และวิธีการคิดบูรณาการเข้าด้วยกัน เบกเกอร์เชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหา ปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธี ปฏิบัติซึ่งอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

คอนเวย์ (Conway. 1999: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ปลายเปิด โดยสามารถทราบความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากการวัดลักษณะการคิด 3 ลักษณะได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม รวมทั้งพิจารณาจากการแสดง กลุ่มหรือหมวดหมู่ของคำตอบที่เป็นไปได้จากการแก้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยสามารถวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน จากการวิจัย พบว่าสามารถวัดทักษะในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้จากลักษณะการคิดทั้ง 3 ลักษณะ คอนเวย์

เชื่อว่าความสามารถในการคิดทั้ง 3 ลักษณะนี้ช่วยในการส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกภูมิใจกับความสามารถในการแก้ปัญหาของตน และผู้ที่เป็นนักแก้ปัญหาที่ดีและประสบความสำเร็จจะต้องเป็นผู้ที่สามารถประยุกต์และมีวิธีการหลากหลายในการแก้ปัญหา

เซเวนเบอร์เกน;มูสลีย์; และ ซัลลิแวน (Zevenbergen; Mously; & Sullivan. 2001: Online) ได้ศึกษาการใช้งานที่มีลักษณะปลายเปิด (Open-ended Tasks) ในการเรียนการสอนและการประเมินผลในกลุ่มครูผู้สอนวิชาต่าง ๆ ผลการวิจัยพบว่าครูสามารถให้งานที่มีลักษณะปลายเปิดแก่นักเรียนได้ในทุกกระบวนการของการสอน ทั้งนี้รวมไปถึงการประเมินผลด้วย นอกจากนี้แล้วนักเรียนยังมีพัฒนาการในการทำงานร่วมกันเป็นอย่างดี

ฟูน (Foon. 2002: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้น ๆ ในการส่งเสริมการคิดและการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาโดยการเก็บรวบรวมข้อมูลจากครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของประเทศสิงคโปร์ที่มาร่วมแสดงความคิดเห็นและประสบการณ์ที่ใช้คำถามปลายเปิดในการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการใช้คำถามปลายเปิดช่วยให้นักเรียนสามารถสาธิตหรือแสดงความคิดเห็นของเขาได้อย่างเต็มที่ ทั้งยังเป็นการแสดงถึงความเข้าใจอย่างถ่องแท้ของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปในหลายรูปแบบมากขึ้น

โลว และเชน (Loe; & Chen. 2004: 1-5) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพบว่าหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจจากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยในประเทศ

ณัฐฐากร ถนอมตน (2536: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาล ผลการวิจัยพบว่าความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้การสอนตามแผนการจัดประสบการณ์ชั้นเด็กเล็กอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความคิดสร้างสรรค์ด้านความคิดริเริ่ม ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และคิดละเอียดลออของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้การสอนตามแผนการจัดประสบการณ์ชั้นเด็กเล็ก สังกัดกรุงเทพมหานครอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาลที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าหลังการทดลองสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ.05 และพบว่าการพัฒนาทางความคิดสร้างสรรค์ด้านความคิดริเริ่ม ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และคิดละเอียดลออของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นจะส่งผลอย่างไรต่อนักเรียนในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค101 คณิตศาสตร์ 1 ผู้วิจัยพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด ในลักษณะเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรมละ 100 นาที โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยาและการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 ก่อนเรียน นักเรียนในกลุ่มทดลองส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนนักเรียนค่อย ๆ มีการพัฒนาขึ้นและในระยะเวลาสุดท้ายนักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนในการกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาเองได้อย่างอิสระ สำหรับด้านพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับต้องแก้ไข หลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรม การคิดแก้ปัญหาดีถึงดีมาก ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: 55) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคลแล้วบันทึกคะแนนในแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบ ได้ทำการสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 91-94) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยทำการสอนด้วยตนเองและทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนของนักเรียน เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบได้ทำการสอบวัดทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และพบว่าทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะพบว่า การนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม และนักเรียนได้พบกับสถานการณ์ที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดกระบวนการแก้ปัญหา เป็นคนมีเหตุผล มีความคิดสร้างสรรค์ เป็นนักคิดนักแก้ปัญหาที่ดี

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความคิดสร้างสรรค์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังต่อไปนี้

กิลฟอร์ด (Guilford. 1967: 61) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นความคิดแบบอเนกนัย (Divergent Thinking) คือ ความคิดหลายทิศทาง หลายแง่ หลายมุม คิดได้กว้างไกล ซึ่งลักษณะความคิดเช่นนี้จะนำไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่รวมทั้งการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาให้สำเร็จ

ทอร์เรนซ์ (Torrance. 1973: 42) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการของความรู้สึกที่ไวต่อการแยกแยะปัญหา ไวต่อการค้นพบวิธีแก้ปัญหา ไวต่อการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งที่ขาดหายไป แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคำตอบจากสมมติฐาน

ครูลิค และ รุดนิก (Krulik and Rudnick. 1999: 139) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ เป็นความคิดริเริ่ม เพื่อให้ได้ผลผลิตใหม่ที่ซับซ้อนยิ่งขึ้นกว่าความคิดเดิม ความคิดสร้างสรรค์ ประกอบด้วย ความคิดเชิงสังเคราะห์ ความคิดที่หลากหลาย และความสามารถในการทำผลผลิตที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

กรมวิชาการ (2535: 2) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ โดยมีสิ่งเร้าเป็นตัวกระตุ้นทำให้เกิดความคิดใหม่ต่อเนื่องกันไป และความคิดสร้างสรรค์นี้ประกอบด้วย ความคล่องในการคิด ความยืดหยุ่นและความคิดที่เป็นของตนเอง โดยเฉพาะความคิดริเริ่ม

อารี พันธุ์ณี (2537: 9) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์นับเป็นกระบวนการทางสมองที่คิดในลักษณะอเนกนัยอันนำไปสู่การค้นพบสิ่งแปลกใหม่ ด้วยการคิดดัดแปลง ประยุกต์ความคิดเดิม ผสมผสานกันให้เกิดสิ่งใหม่ ซึ่งรวมทั้งการประดิษฐ์คิดค้นสิ่งต่างๆ ตลอดจนวิธีการคิด ทฤษฎี หลักการได้สำเร็จ ความคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นได้นี้มีใช้แต่คิดในสิ่งที่เป็นไปได้ หรือสิ่งที่เป็เหตุเป็นผลเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หากแต่ความจินตนาการก็เป็นสิ่งสำคัญยิ่งที่จะก่อให้เกิดความแปลกใหม่ แต่ต้องควบคู่กันไปกับความพยายามที่จะสร้างความคิดฝันหรือจินตนาการให้เป็นไปได้หรือที่เรียกว่า จินตนาการประยุกต์นั่นเอง จึงทำให้เกิดผลงานจากความคิดสร้างสรรค์ขึ้น

อุษณีย์ โพธิ์สุข และคณะ (2544: 29) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง กระบวนการทางปัญญาในระดับสูงที่ใช้กระบวนการทางความคิดหลาย ๆ อย่างมารวมกัน เพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่

หรือแก้ปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น ความคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้สร้างสรรค์มีอิสรภาพทางความคิด

ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์ (2546: 2) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์เกิดจากการประสานงานความสามารถตามธรรมชาติของมนุษย์จากส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ “ความสามารถในการคิด” และ “ความสามารถในการสร้างสรรค์” ซึ่งอาจจะมีอยู่ในบุคคลเดียวกัน หรือบางคนมีความสามารถเพียงส่วนใดส่วนหนึ่ง ความคิดเป็นผลผลิตจากกระบวนการทำงานของสมอง โดยปกติมนุษย์คิดอยู่ตลอดเวลา ลักษณะการคิดแบ่งเป็นการคิดที่ไม่มีจุดมุ่งหมาย (undirected cognition) และการคิดแบบมีจุดมุ่งหมาย (directed cognition) ความคิดแบบไม่มีจุดมุ่งหมายเป็นการคิดแบบอิสระ ปะติดปะต่อกันโดยปราศจากการจัดระเบียบ เปลี่ยนไปตามความสนใจหรือเหตุการณ์ที่ผ่านเข้ามาขณะนั้น และไม่มี การตั้งวัตถุประสงค์ ส่วนการคิดแบบมีจุดมุ่งหมายนั้นเป็นการคิดแบบมีทิศทางมีการจัดระบบระเบียบและวัตถุประสงค์เฉพาะ

จากการศึกษาความหมายข้างต้นพอสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถของกระบวนการทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายแง่มุมหรือที่เรียกว่า ความคิดแบบอบเนกนัย (Divergent Thinking) ซึ่งทำให้เกิดความคิดแปลกใหม่ หลากหลาย กว้างไกลและแตกต่างไปจากเดิม โดยอาศัยความสัมพันธ์จากประสบการณ์ทั้งหมดที่ผ่านมา

2.2 องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์

กิลฟอร์ด (อาร์ พันธ์มณี. 2537: 159-162; อ้างอิงจาก Guilford. 1969: 145-151) ได้แบ่งองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ ประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน 4 ประการ ดังนี้

1. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึงความคิดแปลกใหม่ไม่ซ้ำกันกับความคิดของคนอื่น และแตกต่างจากความคิดธรรมดา เป็นความคิดที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคมความคิดริเริ่มอาจเกิดจากการนำเอาความรู้มาคิดดัดแปลงประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น

การคิดริเริ่ม เป็นลักษณะของความคิดที่เกิดขึ้นเป็นครั้งแรก เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างจากความคิดเดิมและอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดถึงมาก่อน ความคิดริเริ่ม จำเป็นต้องอาศัยลักษณะความกล้าคิด กล้าลอง เพื่อทดสอบความคิดของตน บ่อยครั้งที่ความคิดริเริ่มจำเป็นต้องอาศัยความคิดจินตนาการหรือที่เรียกว่า จินตนาการประยุกต์ คือ ไม่ใช่คิดเพียงอย่างเดียว แต่จำเป็นต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงาน

2. ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว และมีปริมาณมากในเวลาที่ยกจำกัด แบ่งเป็น 4 ประเภท

2.1 ความคิดคล่องแคล่วทางด้านถ้อยคำ (Word Fluency) เป็นความสามารถในการใช้ถ้อยคำอย่างคล่องแคล่ว

2.2 ความคิดคล่องแคล่วทางการโยงสัมพันธ์ (Associational Fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดหาถ้อยคำที่เหมือนกันหรือคล้ายกันได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ภายในเวลาที่กำหนด

2.3 ความคิดคล่องแคล่วทางการแสดงออก (Expressional Fluency) เป็นความสามารถในการใช้วลี หรือประโยค และนำมาเรียงกันอย่างรวดเร็ว เพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

2.4 ความคล่องแคล่วในการคิด (Ideational Fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดในสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด ความคล่องในการคิดมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา เพราะในการแก้ปัญหาจะต้องแสวงหาคำตอบหรือวิธีแก้ไขหลายวิธี และต้องนำวิธีการเหล่านั้นมาทดลองจนกว่าจะพบวิธีการที่ถูกต้องตามที่ต้องการ

3. ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง แบ่งออกเป็น

3.1 ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (Spontaneous Flexibility) เป็นความสามารถที่พยายามคิดได้หลายทางอย่างอิสระ เช่น คนที่มีความคิดยืดหยุ่นในด้านนี้จะคิดได้ว่าประโยชน์ของก้อนอิฐมีอะไรบ้าง หลายอย่างและคิดได้หลายทิศทางในขณะที่คนซึ่งไม่มีความคิดยืดหยุ่นจะคิดได้เพียงอย่างเดียวหรือสองอย่างเท่านั้น

3.2 ความคิดยืดหยุ่นทางการดัดแปลง (Adaptive Flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลายและสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้ ซึ่งคนที่มีความคิดยืดหยุ่นจะคิดได้ไม่ซ้ำกัน

4. ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) หมายถึง ความคิดในรายละเอียดเพื่อตกแต่งหรือขยายความคิดหลักให้ได้รับความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นความคิดละเอียดลออเป็นคุณลักษณะที่จำเป็นอย่างยิ่งในการสร้างผลงานที่มีความแปลกใหม่ให้สำเร็จ

ทอร์เรนซ์ เป็นผู้ที่น่าแนวคิดและองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ของกิลฟอร์ดมาใช้ในการศึกษาวิจัยในรูปแบบของการเรียนการสอน ซึ่งทอร์เรนซ์ (นันทวรรณ แก้วโชติ. 2547: 30; อ้างอิงจาก Torrance. 1973: 91-95) สนใจที่จะศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ใน 3 องค์ประกอบ คือ

1. ความคล่องในการคิด (Fluency) เป็นความสามารถในการผลิตความคิดทางภาษาได้หลากหลาย เพื่อตอบสนองต่อคำถามปลายเปิดและคำถามอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็ความคิดทางภาษาหรือทำทาง เช่น ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ดนตรี และศิลปะ เป็นต้น หรืออาจจะกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า เป็นความคิดคล่องทางการเชื่อมโยงสัมพันธ์ (Associational Fluency)

2. ความยืดหยุ่นในการคิด (Flexibility) เป็นความสามารถในการกระทำต่อปัญหาได้หลากหลาย คิดได้หลากหลาย และสามารถแปลงความรู้หรือประสบการณ์ให้เกิดประโยชน์ได้หลายๆ ด้าน

3. ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นความคิดที่แปลกใหม่ที่แตกต่างไปจากความคิดธรรมดาหรือความคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่นๆ หรือเป็นการรวมกันของความคิดที่ไม่มีความสัมพันธ์กันมาก่อนทั้งในด้านของความคิดหรือการกระทำ

กรมวิชาการ (2535: 8–9) ได้อธิบายว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถของบุคคลที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการคิดที่ก่อให้เกิดสิ่งต่างๆ ใหม่ ๆ เป็นความสามารถของบุคคลที่จะประยุกต์ใช้กับงานหลาย ๆ ชนิด ซึ่งประกอบด้วยลักษณะดังต่อไปนี้

1. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ลักษณะความคิดแปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดธรรมดา ความคิดริเริ่มเกิดจากการนำเอาความรู้มาดัดแปลง และประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น เป็นลักษณะที่เกิดขึ้นเป็นครั้งแรก ต้องอาศัยลักษณะ ความกล้าคิด กล้าลอง เพื่อทดสอบความคิดของตนเองบ่อยครั้งต้องอาศัยความคิดจินตนาการ หรือที่เรียกว่า ความคิดจินตนาการประยุกต์ คือไม่ใช่คิดเพียงอย่างเดียวแต่จำเป็นต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงานด้วย

ความคิดริเริ่มสามารถอธิบายได้ตามลักษณะดังนี้คือ

1. ลักษณะทางกระบวนการ คือ เป็นกระบวนการคิด และสามารถแตกความคิดจากของเดิมไปสู่ความคิดแปลกใหม่ ที่ไม่ซ้ำของเดิม

2. ลักษณะของบุคคล คือ บุคคลที่มีความคิดริเริ่ม จะเป็นบุคคลที่มีเอกลักษณ์ของตนเอง เชื่อมั่นตนเอง กล้าคิด กล้าลอง กล้าแสดงออก ไม่ขาดกลัวต่อความไม่แน่นอนหรือคลุมเครือ แต่เต็มใจและยินดีที่จะเผชิญและเสี่ยงกับสภาพการณ์ดังกล่าว บุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์จึงเป็นบุคคลที่มีสุขภาพจิตดีด้วย

3. ลักษณะทางผลิตผล ผลงานที่เกิดจากความคิดริเริ่ม จึงเป็นงานที่แปลกใหม่ไม่เคยปรากฏมาก่อน มีคุณค่าทั้งต่อตนเอง และเป็นประโยชน์ต่อสังคมส่วนรวม คุณค่าของผลงานจึงมีแต่ระดับต้น เช่น ผลงานที่เกิดจากความต้องการแสดงความคิดอย่างอิสระ ซึ่งเกิดจากแรงจูงใจของตนเองทำเพื่อสนองความต้องการของตนเองโดยไม่คำนึงถึงคุณภาพของงาน และค่อย ๆ พัฒนาขึ้นโดยเพิ่มทักษะบางอย่าง ต่อมาจึงเป็นชิ้นงานประดิษฐ์ ซึ่งเป็นสิ่งที่คิดค้นใหม่ ไม่ซ้ำกับใคร นอกจากนั้นก็พัฒนางานประดิษฐ์ให้ดีขึ้นจนเป็นขั้นสูงสุด

2. ความคล่องในการคิด (Fluency) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว และมีคำตอบในปริมาณที่มากในเวลาจำกัด แบ่งออกเป็น

2.1 ความคิดคล่องแคล่วทางด้านถ้อยคำ (Word Fluency) เป็นความสามารถในการใช้ถ้อยคำอย่างคล่องแคล่วนั่นเอง

2.2 ความคิดคล่องแคล่วทางการโยงสัมพันธ์ (Associational Fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดหาถ้อยคำที่เหมือนกันหรือคล้ายกันได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ภายในเวลาที่กำหนด

2.3 ความคิดคล่องแคล่วทางการแสดงออก (Expressional Fluency) เป็นความสามารถในการใช้วลีหรือประโยค คือความสามารถที่จะนำคำมาเรียงกันอย่างรวดเร็ว เพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

2.4 ความคล่องแคล่วในการคิด (Ideational Fluency) เป็นความสามารถที่จะคิดในสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด เป็นความสามารถอันดับแรกในการพยายามเลือกพื้นที่ได้ความคิดที่

ดีและเหมาะสมที่สุด จึงจำเป็นต้องคิด คิดออกมาให้ได้มากหลายอย่าง และแตกต่างกัน แล้วจึงนำความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาแต่ละอย่างเปรียบเทียบกับกันว่าความคิดอันใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุด

3. ความยืดหยุ่นทางการคิด (Flexibility) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง แบ่งออกเป็น

3.1 ความยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (Spontaneous flexibility) เป็นความสามารถที่จะพยายามคิดได้หลายอย่าง อย่างอิสระ

3.2 ความคิดยืดหยุ่นทางการดัดแปลง (Adaptive flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลายและสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้

4. ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) คือ ความคิดในรายละเอียดเพื่อตกแต่งหรือขยายความคิดหลักให้ได้ความหมายสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ความคิดละเอียดลออเป็นคุณลักษณะที่จำเป็นยิ่งในการสร้างผลงานที่มีความแปลกใหม่ให้สำเร็จ

อาร์ พันธ์มณี (2537: 34 - 39) ได้อธิบายว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายทิศทาง หรือการคิดแบบอบเนกนัย (Divergent Thinking) ซึ่งประกอบด้วยความคิด 4 ลักษณะดังนี้ คือ

1. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ความสามารถคิดแปลกใหม่แตกต่างจากความคิดธรรมดา หรือความคิดง่าย ๆ ความคิดริเริ่มอาจจะเกิดจากการนำเอาความรู้เดิมมาคิดดัดแปลงและประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น

2. ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) หมายถึง ความสามารถในการคิดตอบสนองต่อสิ่งเร้าให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ หรือความสามารถหาคำตอบที่เด่นชัดและตรงประเด็นมากที่สุด ซึ่งจะนับปริมาณความคิดที่ไม่ซ้ำกันในเรื่องเดียวกัน แบ่งออกเป็น

2.1 ความคล่องตัวทางด้านถ้อยคำ (Word Fluency) ในที่นี้เป็นความสามารถใช้ถ้อยคำได้อย่างคล่องแคล่วนั่นเอง

2.2 ความคล่องแคล่วด้านการโยงความสัมพันธ์ (Associational Fluency) เป็นความสามารถที่หาถ้อยคำที่เหมือนหรือคล้ายกันได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

2.3 ความคล่องแคล่วด้านการแสดงออก (Expressional) เป็นความสามารถในการใช้วลี หรือประโยค กล่าวคือ สามารถนำถ้อยคำมาเรียงอย่างรวดเร็วเพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

2.4 ความคล่องแคล่วในการคิด (Ideational) เป็นความสามารถคิดสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด เช่น ให้คิดหาประโยชน์ของก้อนอิฐให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนดให้ ซึ่งอาจเป็น 5 นาที หรือ 10 นาที

3. ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) หมายถึง ความสามารถในการปรับสภาพของความคิดในสถานการณ์ต่างๆ ได้ ความคิดยืดหยุ่นเน้นในเรื่องของปริมาณที่เป็นประเภทใหญ่ ๆ มากขึ้นด้วยการจัดเป็นหมวดหมู่ และมีหลักเกณฑ์ยิ่งขึ้น แบ่งเป็น

3.1 ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (Spontaneous Flexibility) เป็นความสามารถที่จะพยายามคิดได้หลายประเภทอย่างอิสระ

3.2 ความคิดยืดหยุ่นทางการดัดแปลง (Adaptive Flexibility) คือ คิดได้หลากหลายไม่ซ้ำกัน

4. ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) แม้ว่าลักษณะของความคิดสร้างสรรค์จะประกอบด้วยลักษณะความคิดหลายลักษณะ เช่น ความคิดริเริ่ม ความคิดยืดหยุ่น ความคิดคล่องตัวก็ตาม แต่ลักษณะความคิดละเอียดลออก็จะขาดเสียมิได้ หากปราศจากความคิดละเอียดลออแล้วก็ไม่อาจทำให้เกิดผลงานหรือผลผลิตสร้างสรรค์ขึ้นมาได้ และตรงจุดนี้ที่เป็นจุดสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ที่เรามุ่งเน้นผลผลิตสร้างสรรค์เป็นสำคัญด้วย

จากการศึกษาองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ สามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ

1. ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้อย่างถูกต้องรวดเร็วและต่อเนื่องและได้คำตอบมาก ๆ ในเวลาที่จำกัด

2. ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายทาง หลายรูปแบบ และสามารถเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาได้ทันทีที่รู้ว่ามีผลสำเร็จ

3. ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ความสามารถทางการคิดของบุคคลในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องมีความแปลกใหม่และแตกต่างจากความคิดของผู้อื่น

2.3 กระบวนการคิดสร้างสรรค์

กระบวนการคิดสร้างสรรค์ หมายถึง วิธีการคิดหรือกระบวนการทำงานของสมองอย่างเป็นขั้นตอนและสามารถคิดแก้ปัญหาได้สำเร็จและเป็นกระบวนการของความรู้สึกไวต่อปัญหาหรือสิ่งที่บกพร่องขาดหายไปมีนักการศึกษาได้จัดกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ดังต่อไปนี้

ออสบอร์น (Osborn. 1957: 214) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดสร้างสรรค์ว่ามี 7 ขั้นตอน คือ

1. การชี้ถึงปัญหา เป็นการระบุหรือทราบประเด็นปัญหา
2. การเตรียมและรวบรวมข้อมูล เป็นขั้นการเตรียมการรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการคิด

แก้ปัญหา

3. การวิเคราะห์ เป็นขั้นคิดพิจารณาและแจกแจงข้อมูล
4. การใช้ความคิด หรือคัดเลือกเพื่อหาแนวทางเลือกต่าง ๆ เป็นขั้นพิจารณาอย่างละเอียด

รอบคอบ และหาทางเลือกที่เป็นไปได้ไว้หลาย ๆ ทาง

5. การคิดและการทำให้กระจ่าง เป็นขั้นที่ทำให้จิตใจว่างและในที่สุดก็เกิด

ความคิดแวบและกระจ่างขึ้น

6. การสังเคราะห์หรือการบรรจุชิ้นส่วนต่าง ๆ เข้าด้วยกัน
7. การประเมินผล เป็นการคัดเลือกจากคำตอบที่มีประสิทธิภาพที่สุด

ทอร์แรนซ์ (Torrance. 1962: 47) กล่าวถึงกระบวนการคิดสร้างสรรค์ว่ามี 5 ขั้นตอนคือ

1. การค้นหาความจริง (Fact Finding) เป็นการพิจารณาหาคำตอบอันเกิดจากความสับสน

วุ่นวายภายในใจ

2. การค้นพบปัญหา (Problem Finding) รู้ว่ามีปัญหาเกิดขึ้นหรือมองเห็นปัญหา
3. การหาสมมติฐาน (Idea Finding) รวบรวมความคิดและตั้งสมมติฐานขึ้น
4. การค้นพบคำตอบ (Solution Finding) การค้นพบคำตอบโดยทดสอบสมมติฐาน
5. การยอมรับผลจากการค้นพบ (Acceptance Finding) การยอมรับคำตอบจากการพิสูจน์เพื่อการแก้ปัญหา

จุงส์ (อารี พันธมณี. 2537: 12–13; อ้างอิงจาก Jung. 1963: 102) ได้อธิบายถึงวิธีการสร้างความคิดสร้างสรรค์ในลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยได้เสนอวิธีการคิดสร้างสรรค์ไว้ 5 ขั้นตอน และเรียกขั้นเหล่านี้ว่า “ห้าขั้นแห่งการสร้างความคิด” ดังนี้

1. ขั้นคิดรวบรวมข้อมูล หมายถึง การใช้ใจคิดรวบรวมวัตถุดิบต่าง ๆ คิดถึงข้อมูลต่าง ๆ ทุกอย่างที่เรากระทำ เช่น การโฆษณา หรือการจะเขียนรูป เป็นต้น เราก็คิดถึงภาพที่เรากระทำมา เช่น สี เส้นสี การวาดรูปที่เราทำกันมาพยายามใช้ความคิดกับสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กันอย่างกระตือรือร้นให้มันหลั่งไหลมาสู่ใจหรือสมองของเรา

2. ขั้นขบวนการไขว้วัตถุดิบ หมายถึง การคิดถึงข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้รวบรวมอยู่ในใจครั้งแล้วครั้งเล่าว่าการทำอย่างนี้จะเป็นที่สนใจหรือได้ประโยชน์ไหม แล้วนำไปเปรียบเทียบกับความคิดอันอื่นที่เรารวบรวมอยู่ในใจ หากสมองเห็น้อยก็หยุดพักไว้ก่อน

3. ขั้นทำให้ใจให้ว่าง หมายถึง การหยุดคิดแล้วทำจิตใจให้ว่าง ลืมปัญหาต่าง ๆ ในขั้นที่สองแล้วหันเหความสนใจไปยังสิ่งอื่น ๆ อีก ปล่อยให้จิตใจได้สำนึกของกลไกความคิดทำงานของมันต่อไป

4. ขั้นยูเรคา หมายถึง ขั้นเกิดความคิดแวบเข้ามาบางครั้งความคิดอาจหลั่งไหลเข้ามาโดยไม่คาดฝัน อาจเป็นเวลาไหนก็ได้แต่ส่วนใหญ่มักเกิดขึ้นในตอนเราครึ่งหลับครึ่งตื่นในตอนเช้า และเขาเรียกขั้นนี้ว่า “ยูเรคา” ซึ่งแปลว่า “ข้าพเจ้าได้พบแล้ว” หรือ “ได้ตัวแล้ว” ซึ่งเป็นคำกล่าวของอาร์คีมีดิส กล่าวในขณะที่เขาได้พบวิธีหาน้ำหนักวัตถุ เพื่อพิสูจน์ความบริสุทธิ์ของทองคำ

5. ขั้นวิพากษ์วิจารณ์ หมายถึง เป็นขั้นที่ต้องใช้เวลาวิพากษ์วิจารณ์อย่างจริงจังต่อความคิดใหม่ที่คิดได้ แล้วพยายามจัดความคิดนั้นให้เป็นรูปร่างเพื่อจะนำไปใช้ประโยชน์หรือให้มันทำงานได้ เขาเสนอแนะว่าช่วงตอนนี้เป็นโอกาสที่ดีที่ใครช่วยวิพากษ์วิจารณ์เพราะบางทีคำพูดสักเพียงประโยคเดียวอาจทำให้ความคิดใหม่ที่คิดนั้นยิ่งดีขึ้น

วอลลาซ (Wallach. 1971: 67) กล่าวถึง กระบวนการคิดสร้างสรรค์ว่ามี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมตัว (Preparation) เป็นการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา การทำความเข้าใจปัญหา รวมทั้งการใช้ความพยายามเบื้องต้น เพื่อที่จะแก้ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

ขั้นที่ 2 ขั้นการครุ่นคิด หรือการฟักตัว (Incubation) เป็นระยะที่ข้อมูลต่าง ๆ ทั้งใหม่และเก่ามีการจัดระบบกันใหม่ ซึ่งสมองต้องครุ่นคิดในระดับลึก ในขั้นนี้เมื่อถึงระยะหนึ่งบุคคลจะปล่อยวาง หรือหันไปทำกิจกรรมอย่างอื่นเสมือนกับว่ามีได้สนใจเรื่องนี้อีกต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นเกิดประกายแนวคิด (Illumination or Insight) เป็นระยะที่สามารถคิดคำตอบออกได้ในทันที ความคิดสับสนในขั้นที่ผ่านมา มีความกระจ่างชัดเจขึ้น ความคิดจัดเข้าเป็นระบบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นการพิสูจน์หรือการทดสอบ (Verification) เป็นการตรวจสอบความคิดด้วยการพิจารณาใคร่ครวญหรือทำการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้ง เพื่อให้เกิดผลเป็นข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ที่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์ คล้ายกับกระบวนการแก้ปัญหา กล่าวคือต้องดำเนินการตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้การเรียนรู้สามารถพัฒนาไปได้และเกิดการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ได้มากที่สุด

2.4 ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นศักยภาพของแต่ละบุคคล ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงบุคลิกภาพของเด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

เนลเลอร์ (Kneller. 1965: 62– 68) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. มีสติปัญญาอยู่ในเกณฑ์เฉลี่ยสูง
2. สนใจในสภาพแวดล้อม
3. มีความคิดหลายแนวทางกว่าคนอื่น ๆ
4. คิดหาคำตอบได้คล่องแคล่วกว่าคนอื่น
5. มีความคิดริเริ่ม
6. มีความประณีตในการคิด
7. เป็นคนช่างสงสัย
8. เป็นคนอดทน มีความเพียรพยายาม
9. เป็นคนช่างเล่น และมีวิธีการเล่นที่ชาญฉลาด
10. มีอารมณ์ขัน
11. ไม่ชอบเลียนแบบ
12. มีความเชื่อมั่นในตนเอง

กิลฟอร์ด (Guilford. 1967: 54) ได้กล่าวถึง ลักษณะของผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. มีความคล่องในการคิด (Fluency) สามารถคิดได้เร็วมีปริมาณมาก และไม่ซ้ำกัน
2. มีความคิดที่แปลกใหม่ (Novelty) สามารถคิดได้แตกต่างจากผู้อื่นและเป็นความคิดที่มีคุณค่า มีประโยชน์ต่อตนเองและต่อสังคม
3. มีความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นความคิดที่ดัดแปลงให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้
4. มีความสามารถในการสังเคราะห์ (Synthesizing Ability) เป็นความสามารถสร้างสิ่งใหม่ให้เกิดขึ้นที่ไม่เหมือนใคร
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์ (Analyzing Ability) ความสามารถคิดแยกโครงสร้างออกเป็นส่วน ๆ และนำมารวมประกอบให้เกิดผลงานชิ้นใหม่ได้

6. มีการปรับเปลี่ยนหรือนิยามใหม่ (Reorganization or Redefinition) สามารถปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งที่มีอยู่เดิมตามธรรมชาติให้เกิดประโยชน์ยิ่งขึ้นหรือตีความขยายความ และนำข้อมูลไปใช้ในวัตถุประสงค์อื่น

7. มีความคิดซับซ้อน (Complexity) สามารถเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายและนำไปสู่การปฏิบัติได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กรมวิชาการ (2534: 15) ได้กล่าวถึงลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

1. เป็นตัวของตัวเอง มีความคิดอิสระ ไม่ชอบตามอย่างใคร ไม่ยอมคล้อยตามความคิดเห็นของคนอื่นอย่างง่ายดาย กล้าคิด กล้าแสดงออก ชอบแสดงความคิดเห็น ชอบคลุกคลีในสังคม ถือตัวเองเป็นศูนย์กลาง

2. รักที่จะก้าวไปข้างหน้า เต็มใจทำงานหนัก อุทิศเวลาให้งาน มีความมานะบากบั่นที่จะทำงานยากและซับซ้อนให้สำเร็จจนได้ เปิดรับประสบการณ์อย่างไม่หลีกเลี่ยง มีประสบการณ์อย่างกว้างขวาง มีความเต็มใจเสี่ยง อยากรู้อยากเห็น ตื่นตัวที่จะรับรู้ตลอดเวลา กระตือรือร้น ขยันหมั่นเพียร มีแรงจูงใจสูง มี Self Concept สูง

3. ไวต่อปัญหา รับรู้เร็วและง่าย มองการณ์ไกล มีความสามารถในการคิดหลายแง่หลายมุม มีความสามารถในการแก้ปัญหา ใช้ความคิดได้อย่างคล่องแคล่ว มีความยืดหยุ่นพร้อมที่จะเปลี่ยนแปลงวิธีเก่ามาสู่วิธีใหม่หรือวิธีการใหม่ ช่างสงสัยและมีนิสัยที่จะคิดหาคำตอบ

4. มีความสามารถในการใช้สมาธิ มีความสามารถในการพินิจพิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน

5. มีความคิดริเริ่ม ชอบคิด ชอบทำสิ่งที่ซับซ้อนและแปลกใหม่ ชอบความยุ่งยากซับซ้อน และสามารถใช้คำถามซักถามสิ่งที่ต้องการจะรับรู้

6. ยอมรับในสิ่งที่ไม่แน่นอนและสิ่งที่เป็นข้อขัดแย้ง อดทนต่อสิ่งที่ไม่แน่ชัด ไม่ขาดกำลังใจต่อสิ่งที่ยังไม่ทราบ สิ่งที่ลึกซึ้งและน่าสงสัย กล้ารู้สึกพึงพอใจและตื่นเต้นที่จะเผชิญกับสิ่งเหล่านั้น

7. มีความอดทนต่อสิ่งที่ไม่เป็นระเบียบ ไม่ชอบกระทำตามระเบียบหรือกฎเกณฑ์ ไม่ค่อยมีความสม่ำเสมอและไม่ชอบถูกบังคับ

8. มีอารมณ์ขัน ชอบคิดเล่นไปเรื่อย ๆ มีจินตนาการ

อารี พันธุ์มณี (2537: 68 - 69) ได้สรุปลักษณะของเด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. อยากรู้อยากเห็น มีความกระหายใคร่รู้เป็นอย่างเป็นนิจ

2. ชอบเสาะแสวงหา สืบรวจ ศึกษา ค้นคว้า และทดลอง

3. ชอบซักถาม และถามคำถามแปลก ๆ

4. ช่างสงสัย เป็นเด็กที่มีความรู้สึกแปลกประหลาดใจในสิ่งที่พบเห็นเสมอ

5. ช่างสังเกต มองเห็นลักษณะที่แปลก ผิดปกติ หรือช่องว่างที่ขาดหายไปได้ง่ายและเร็ว

6. ชอบแสดงออกมากกว่าจะเก็บกด ถ้าสงสัยในสิ่งใดก็จะถามหรือพยายามหาคำตอบโดย

ไม่รีรอ

7. อารมณ์ขัน มองสิ่งต่าง ๆ ในแง่มุมที่แปลก และสร้างอารมณ์ขันอยู่เสมอ

8. มีสมาธิในสิ่งที่ตนสนใจ

9. สนุกสนานกับการใช้ความคิด
10. สนใจสิ่งต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง
11. มีความเป็นตัวของตัวเอง

ไไว้ตั้งนี้
 อุษณีย์ โพธิ์สุข และคณะ (2544: 31 – 33) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์

1. ไม่ยอมให้ความร่วมมือถ้าไม่เห็นด้วย
2. ไม่ร่วมกิจกรรมถ้าไม่ชอบ
3. ชอบทำงานคนเดียวเป็นเวลานาน
4. มีความสนใจอย่างกว้างขวางในเรื่องต่าง ๆ
5. ชอบซักถาม
6. ชอบพูดเกี่ยวกับสิ่งประดิษฐ์หรือวิธีการคิดแบบใหม่
7. เปื่อหน่ายความซ้ำซากจำเจ
8. กล้าทดลองทำเพื่อพิสูจน์ความคิดของตนเองถึงแม้จะไม่แน่ใจในผลที่เกิดขึ้น
9. มีอารมณ์ขันอยู่เนืองนิตย์
10. มีอารมณ์อ่อนไหวง่าย
11. ซาบซึ้งกับสุนทรียภาพ เช่น ซาบซึ้งในดนตรีและศิลปะต่าง ๆ เป็นต้น
12. ไม่หงุดหงิดกับความไร้ระเบียบหรือความยุ่งเหยิงที่คนอื่นทนไม่ได้
13. ไม่สนใจว่าตนเองจะแปลกกว่าคนอื่น
14. มีปฏิกิริยาโต้แย้งไม่เห็นด้วย
15. ช่างสังเกต ช่างจดช่างจำรายละเอียดสิ่งต่าง ๆ เป็นอย่างดี
16. ไม่ชอบการบังคับ กำหนดกฎเกณฑ์ ตีกรอบความคิดให้ทำตามกติกาต่าง ๆ
17. ถ้าเป็นสิ่งที่ตนเองไม่สนใจหรือไม่เห็นด้วยจะหมดความสนใจง่าย ๆ
18. ชอบเหม่อลอยสร้างจินตนาการ
19. ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นได้ ถ้าอธิบายเหตุผล
20. มีความคิดที่เป็นอิสระ ไม่ชอบทำตามผู้อื่น
21. มีความคิดยืดหยุ่น คิดได้หลายทิศทาง เช่น สามารถคิดแก้ปัญหาเดียวกันได้หลายวิธี
22. สามารถคิดหรือทำได้หลาย ๆ อย่างในเวลาเดียวกัน
23. แสดงความคิดเห็นได้หลากหลายในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
24. ชอบสร้างแล้วรื้อ รื้อแล้วสร้างใหม่เพื่อความแปลกใหม่
25. ชอบมีคำถามแปลก ๆ ทำทลายความคิด
26. ชอบคิดริเริ่มสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ มากกว่าคนอื่น
27. ชอบเป็นคนแรกที่คิดหรือทำเรื่องใหม่
28. มีความรู้สึกรุนแรงเกี่ยวกับอิสระภาพและความเป็นอิสระทางความคิด
29. ชอบหมกมุ่นอยู่กับความคิด

30. ในสายตาของคนทั่วไปดูว่าเป็นคน “แปลก” กว่าคนอื่น
 31. เห็นความเชื่อมโยง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ ที่คนทั่วไปมองไม่เห็น
 32. มีความวิจิตรพิสดารในการทำสิ่งต่าง ๆ
 33. ช่างสังเกต สามารถเห็นรายละเอียดต่าง ๆ ที่คนอื่นมองไม่เห็น
 34. สามารถผสมผสานความคิดหรือสิ่งที่แตกต่างกันเข้าด้วยกัน โดยไม่มีใครคิดทำมาก่อน
- จากการศึกษาข้อมูลดังกล่าวสรุปได้ว่าบุคคลที่มีลักษณะความคิดสร้างสรรค์จะมีบุคลิกลักษณะ และพฤติกรรมประจำตัวที่แตกต่างจากเด็กโดยทั่วไป คือ ชอบการเปลี่ยนแปลง มีความอยากรู้อยากเห็น เป็นคนช่างสังเกต และช่างซักถาม มีคำถามที่แปลกใหม่และท้าทาย ชอบเสาะแสวงหาสิ่งที่แปลก ใฝ่ใจ ช่างสงสัย ชอบสำรวจ ค้นคว้า ทดลอง พยายามหาคำตอบโดยไม่รังเกียจในสิ่งที่ตนสนใจ สนุกสนานกับการใช้ความคิด ซึ่งเหล่านี้ล้วนเป็นลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ ที่มีความหลากหลายอยู่ในคนๆ เดียวกัน และลักษณะดังกล่าวจะมีความแตกต่างกันในแต่ละบุคคล

2.5 การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

กรมวิชาการ (2535: 16 –17) กล่าวว่า การส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์อาจทำได้ทั้งทางตรง โดยการสอนและฝึกอบรม หรือในทางอ้อม โดยการจัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมความเป็นอิสระในการเรียนรู้ หลักการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ในทางอ้อมมีดังนี้

1. ยอมรับคุณค่าและความสามารถของบุคคลอย่างไม่มีเงื่อนไข
 2. แสดงและเน้นให้เห็นว่าความคิดของเขามีคุณค่า และสามารถนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้
 3. ให้ความเข้าใจ และเห็นใจในตัวเขา และความรู้สึกของเขา
 4. อย่าพยายามกำหนดแบบเพื่อให้ทุกคนมีความคิดและบุคลิกภาพเดียวกัน
 5. อย่าสนับสนุน หรือให้รางวัลเฉพาะผลงานที่มีการทดลองเป็นที่ยอมรับแล้ว ควรให้ผลงานที่แปลกใหม่มีโอกาสได้รับรางวัลและคำชมเชยบ้าง
 6. ส่งเสริมให้ใช้จินตนาการของตนเอง โดยยกย่องชมเชยเมื่อมีจินตนาการที่แปลกและมีคุณค่า
 7. กระตุ้นและส่งเสริมให้เรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องอยู่เสมอ
 8. ส่งเสริมให้ถามและให้ความสนใจต่อคำถาม รวมทั้งชี้แนะแหล่งคำตอบ
 9. ตั้งใจและเอาใจใส่ความคิดแปลกๆ ของเขาด้วยใจที่เป็นกลาง
 10. ฟังระลึกถึงเสมอว่า การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะต้องใช้เวลาและค่อยเป็นค่อยไป
- อรพรรณ พรสีมา (2543: 43–44) ได้เสนอแนวทางกิจกรรมที่จำเป็นต่อการคิดแบบสร้างสรรค์ ไว้ดังนี้
1. ฝึกเสนอแนะความคิดเห็นเกี่ยวกับสาเหตุและแนวทางแก้ปัญหาหลายแนวทาง
 2. ฝึกมองข้อเสนอของบุคคลหรือกลุ่มบุคคลจากหลาย ๆ มุมมอง

3. ฝึกเสนอความคิดเห็นเพิ่มเติมจากความคิดเห็นของคนอื่น
4. ฝึกเสนอความคิดเห็นให้แตกต่างจากความคิดเห็นของคนอื่น
5. หาโอกาสเข้าร่วมกิจกรรมระดมสมอง
6. ฝึกมองหาและตรวจสอบอิทธิพลขององค์ประกอบหรือกิจกรรมย่อยที่มีผลต่อองค์ประกอบใหญ่หรือกิจกรรมหลัก
7. ฝึกติดตามและหาข้อมูลที่เป็นผลอันเนื่องมาจากการตัดสินใจในเรื่องสำคัญของบุคคลสำคัญ
8. ฝึกมองหาความสัมพันธ์ของเหตุการณ์หลาย ๆ เหตุการณ์
9. ฝึกเสี่ยงเสนอความคิดเห็น
10. ฝึกสร้างจินตนาการเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ
11. ฝึกเปรียบเทียบสิ่งของของเหตุการณ์ และกิจกรรม
12. ฝึกสร้างภาพ สร้างฝัน และสร้างความสำเร็จ
13. ฝึกสืบหารากเหง้า ความเป็นมา และความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ของเหตุการณ์
14. ฝึกถามคำถามหลาย ๆ คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด
15. ฝึกพูดและ เขียน นวนิยาย
16. ฝึกคิดหาทางเลือก แนวทางที่จะเป็นไปได้ และตัวเลือกเพื่อแก้ปัญหา เหตุการณ์ และสถานการณ์ต่าง ๆ

อุษณีย์ โพรธิสุข และคณะ (2544: 34–36) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ ไว้ดังนี้

1. กระบวนการคิด เป็นการสอนที่เพิ่มทักษะความคิดด้านต่าง ๆ เช่น ความคิดจินตนาการ ความคิดเอहनัย อเนกนัย ความคิดวิจารณ์ญาณ ความคิดวิเคราะห์ ความคิดสังเคราะห์ ความคิดแปลกใหม่ ความหลากหลาย ความยืดหยุ่น ความคิดเห็นที่แตกต่าง และการประเมินผล
2. ผลผลิต เป็นสิ่งที่ชี้ให้เห็นหลายสิ่งหลายอย่างของการคิด เช่น วิธีคิด ประสิทธิภาพทางความคิด การนำเอาความรู้ไปสู่การนำไปใช้ จุดสำคัญในการสอนว่าจะพิจารณาเกณฑ์ของผลผลิตอย่างไรนั้นควรจะมีการกำหนดให้นักเรียนรู้จักการระบุดจุดประสงค์ของการทำงาน รู้จักประมาณการทำงานของตนเองอย่างใช้เหตุผล พยายาม และสามารถปรับใช้ได้ในชีวิตจริง
3. องค์ความรู้พื้นฐาน คือให้โอกาสเด็กได้รับรู้ผ่านสื่อและทักษะหลายด้าน โดยใช้ประสาทสัมผัสหรือความรู้ที่มาจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และมีแหล่งข้อมูลที่ต่างกันทั้งจากหนังสือ ผู้เชี่ยวชาญ การทดสอบด้วยตนเอง และที่สำคัญคือให้เด็กได้สร้างความรู้จากตัวของตัวเอง
4. สิ่งที่ทำทายนักเรียน คืองานที่สร้างสรรค์ และมีมาตรฐานให้เด็กได้ทำ
5. บรรยากาศในชั้นเรียน คือต้องให้อิสระเสรี ความยุติธรรม ความเคารพ ในความคิดเห็นของนักเรียน ให้เด็กมั่นใจว่าไม่ถูกลงโทษหากมีความคิดที่แตกต่างจากครู หรือคิดว่าครูไม่ถูกต้อง ยอมให้เด็กล้มเหลวหรือผิดพลาด (โดยไม่เกิดอันตราย) แต่ต้องฝึกให้เรียนรู้จากข้อผิดพลาดที่ผ่านมา
6. ตัวนักเรียน คือสนับสนุนให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นตนเอง ความเคารพตนเอง กระหาย

ไคร้รู้

7. การใช้คำถาม คือ ครูต้องสนับสนุนให้นักเรียนถามคำถามของเขา

8. การประเมินผล ครูต้องหลีกเลี่ยงการประเมินที่ซ้ำ ๆ ซาก ๆ หรือเป็นทางการอยู่ตลอด และสนับสนุนให้เด็กประเมินการเรียนรู้ด้วยตนเองและประเมินร่วมกับครู

9. การสอนและการจัดหลักสูตร ควรจะนำไปผสมผสานกับวิชาการต่าง ๆ เพราะสามารถใช้ได้กับทุกวิชา ลองให้เด็กได้เรียนรู้จากสิ่งที่ไม่มีความสำคัญที่สุด คำตอบที่ตายแล้ว คำตอบที่คลุมเครือและเปลี่ยนแปลงได้ง่าย ๆ และให้ครูเป็นผู้ให้การสนับสนุนและช่วยเหลือเด็กไม่ใช่ผู้สั่งการและผู้สอน

10. การจัดระบบในชั้นเรียน ให้เด็กได้ค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองให้มากขึ้น ปรับระบบตารางเรียนให้ยืดหยุ่นเพื่อตอบสนองความต้องการและความสามารถที่หลากหลาย จัดกลุ่มการสอนหลาย ๆ แบบ เช่น จับคู่ กลุ่มเล็ก กลุ่มใหญ่และสอนแบบเดี่ยว นอกจากนี้ควรจัดห้องเรียนให้แตกต่างกันไปในแต่ละเวลา สถานที่ เช่น บางห้อง บางเวลา ไม่มีที่นั่ง นั่งใกล้กัน ไกลกัน นั่งข้างนอก เรียนที่สนาม เป็นต้น

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2545: 32) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ ไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในทางสร้างสรรค์เป็นวิธีการที่ครูกระตุ้นให้เด็กคิดแบบอเนกนัย ครูอาจจะเป็นคนบ่อนปัญหาให้หรือจากการเสนอของนักเรียนก็ได้ เทคนิคในการแก้ปัญหาที่จะกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์มีหลายประการ เช่น เทคนิคในการระดมพลังสมอง เทคนิคการใช้คำถาม รวมทั้งการที่ครูดัดแปลงวิธีการที่ใช้ในแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ที่ใช้ฝึกกับนักเรียน

2. การระดมพลังสมอง เป็นวิธีการหนึ่งที่ได้มาจากแนวทางในการแก้ปัญหา จุดประสงค์ของการระดมพลังสมอง มี 2 ประการ ประการแรกเป็นจุดประสงค์ระยะยาวเพื่อแก้ปัญหาที่สำคัญ ประการที่สองเป็นจุดประสงค์ระยะสั้นเพื่อให้ได้ความคิดต่าง ๆ ที่อาจจะมีคุณค่าในการแก้ปัญหา

3. การใช้บทเรียนสำเร็จรูปหรือชุดการฝึกความคิดสร้างสรรค์ รวมทั้งแผนการสอนและคู่มือในชุดการฝึก ซึ่งทั้งหมดนี้เน้นคุณลักษณะ 8 ประการ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดไม่ซ้ำแบบ ความคิดแตกต่าง ความกล้าเสี่ยง ความซับซ้อน ความกระตือรือร้น และจินตนาการ

4. การให้กำลังใจและให้รางวัล วิธีกระตุ้นให้มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มพูนขึ้นวิธีหนึ่ง คือ การให้กำลังใจ การให้รางวัล

จากการศึกษาข้อมูลดังกล่าวสรุปได้ว่า แนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์นั้นมีวิธีการหลากหลายวิธี ซึ่งขึ้นอยู่กับความประสงค์ของแต่ละบุคคลว่าต้องการที่จะนำลักษณะของการพัฒนาแบบใดไปใช้ เพราะว่าทุกรูปแบบสามารถที่จะนำมาส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ได้ทั้งสิ้นหรืออาจจะนำมาใช้ประกอบกันก็จะดียิ่งขึ้น

2.6 ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เกอร์ฮาร์ด (นันทวรรณ แก้วโชติ. 2547: 49; อ้างอิงจาก Gerhard. 1971: 157) นิยาม

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ว่า “เป็นการสร้างหรือจัดระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ริเริ่ม คาดไม่ถึง และมองเห็นผลผลิตในรูปแบบใหม่”

ดาแรนและแอลเลน (สุภาวดี ตั้งบุบผา. 2533: 43; อ้างอิงจาก Darran and Allen. 1971: 108–109) กล่าวว่า ความสามารถพื้นฐานที่จะให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ทักษะการให้เหตุผลเชิงอ้างอิง (Skill of Reference Study) และ ทักษะการให้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Scientific Skill and Mathematical Reasoning) ซึ่งตัวอย่างทั้ง 2 องค์ประกอบนี้ ได้แก่

1. การนำหลักการไปใช้ และการสรุปอ้างอิง
2. การประยุกต์ข้อมูล และการสรุปเป็นกรณีทั่วไปในสถานการณ์ใหม่
3. การประเมินความเพียงพอของข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
4. เลือกใช้ข้อมูลที่น่ามาใช้ในการแก้ปัญหาโดยตรง
5. การใช้ข้อมูลแสดงให้เห็นถึงวิธีการคิด
6. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล
7. เตรียมข้อมูลในรูปกราฟ หรือรูปภาพ
8. การเตรียมโครงร่าง
9. การจัดระบบข้อมูลจากเอกสาร
10. มีการซักถามเพื่อให้ได้ข้อมูล
11. ใช้ความสังเกตที่มีการทดลอง
12. การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต
13. การใช้แผนผัง ลูกโลก และแผนที่
14. การใช้มาตราของแผนผัง
15. การกำหนดลักษณะทางกายภาพและพัฒนารูปภาพ
16. การตีความสัญลักษณ์ที่ใช้ในแผนที่
17. การรวมวัตถุหรือสิ่งของออกเป็นกลุ่ม
18. การอ่านและการเขียนสัญลักษณ์ทางตัวเลข
19. การบวก ลบ คูณ หาร
20. การเปรียบเทียบขนาด
21. การเปรียบเทียบรูปร่าง
22. การใช้วิธีการวัดต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่ง ความสูง น้ำหนัก ความจุ ปริมาตร
23. การใช้ธนบัตร
24. การบอกเวลา
25. หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่อยู่ต่างกลุ่ม
26. ความไวต่อการรับรู้ถึงองค์ประกอบที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาภายใต้สถานการณ์ทั้งหมด

27. การเดาอย่างมีเหตุผล
28. การใช้วิธีที่หลากหลายในการนิยามปัญหา
29. ความสามารถในการอธิบาย
30. การปฏิบัติ และอธิบายการทดสอบได้ทุกขั้นตอน
31. การค้นหาสาเหตุที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้

รอย (Roy. 1982: 143 -147) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ซับซ้อน แต่ก็สามารถสังเกตได้ โดยเขาใช้เกณฑ์ในการพิจารณาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ

1. ความสามารถในการสรุปเป็นหลักการโดยทั่วไป
2. ความสามารถในการตีความคำตอบ
3. ความสามารถในการค้นพบเนื้อหาที่สำคัญ

ไคแซง (Kissane. 1988: 520 – 521) กล่าวว่าความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์

(Mathematical Thinking) ประกอบด้วย

1. การตั้งปัญหา
2. การยกตัวอย่าง
3. ความสามารถพิเศษและการสรุปอ้างอิง
4. การกำหนดสัญลักษณ์และการแทนค่า
5. การบันทึกข้อมูลจากการสังเกต
6. การสำรวจคำถามอย่างเป็นระบบ
7. กำหนดลำดับขั้นตอนการคิด
8. การตรวจสอบความคิดที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีโดยมีหลักฐานที่มาสสนับสนุน
9. การสรุปอ้างอิงได้โดยใช้ข้อมูลพื้นฐานสนับสนุน
10. การสื่อสารให้ผู้ฟังเข้าใจ

สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 69) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความสามารถดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่
4. ความสามารถในการคิดคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้นจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ และวิธีการคิด
6. ความสามารถในการนำหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อไปใช้ในกรณีทั่วไป
7. ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพเรขาคณิต หรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น พอที่จะสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองของบุคคลในการที่จะคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้กว้างไกลและแปลกใหม่ โดยดูจากความสามารถในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการตั้งโจทย์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสร้างแบบรูปทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการนำหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อไปใช้ในกรณีทั่วไป

2.7 การวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์เป็นคุณลักษณะที่ซับซ้อนของมนุษย์ เป็นเรื่องที่ยากเมื่อเทียบกับการวัดแบบอื่น ๆ มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านสนใจศึกษาการวัดความคิดสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

บอลกา (Balke, 1974: 98 – A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการสำรวจเกณฑ์ที่นำมาสร้างแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 3 กลุ่ม ได้แก่ ครูผู้สอน นักวิชาการคณิตศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ ซึ่งคัดเลือกเกณฑ์ที่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นสอดคล้องกัน 80 % ขึ้นไป นำมาสร้างแบบทดสอบผลการสำรวจ พบว่า เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ มีดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ในลักษณะเหตุผล และผลจากระบบการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการกำหนดรูปแบบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงวิธีการคิด เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความสามารถในการประเมินปัญหา ตลอดจนคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้น
 5. ความสามารถในการค้นหาสิ่งที่ขาดหายไปจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
 6. ความสามารถในการแยกแยะปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นปัญหาย่อยที่เจาะจงได้
- สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 153–158) ได้ให้แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทาง

คณิตศาสตร์ บนพื้นฐานทฤษฎีของกิลฟอร์ด ทอร์เรนซ์ และบอลกา โดยวัดความสามารถของบุคคลที่แสดงความคิดริเริ่ม ความคล่องแคล่วในการคิด และความยืดหยุ่นในการคิดจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถ 7 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการตั้งคำถามได้โดยไม่จำกัดจำนวน ซึ่งโจทย์ที่สร้างขึ้นนั้นเมื่อคำนวณผลลัพธ์แล้วได้คำตอบตรงกับที่กำหนดไว้ให้
2. ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการที่จะสร้างชุดคำตอบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคล ในการที่จะคิดวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากวิธีการเดิม จาก

สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน

4. ความสามารถในการคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้นจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคาดคะเน ทำนายเหตุการณ์ต่าง ๆ จากความสัมพันธ์ที่ได้ในการเปรียบเทียบเหตุการณ์นั้น แล้วขยายความไปสู่เหตุการณ์ หรือเรื่องราวในอนาคตได้อย่างถูกต้องจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในปริมาณที่เป็นไปตามเงื่อนไข

5. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดหาคำตอบโดยที่สามารถตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบที่ถูกต้องได้จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในปริมาณที่เป็นไปตามเงื่อนไข

6. ความสามารถในการนำหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการให้ข้อมูลที่เป็นคำตอบจากการนำหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้อย่างไม่จำกัด

7. ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพ เรขาคณิตหรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการจัดกลุ่มจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยใช้เกณฑ์หรือคุณสมบัติหรือลักษณะบางอย่างที่รวมกันได้อย่างไม่จำกัดจำนวน

แบบทดสอบแต่ละด้านประกอบด้วยข้อคำถาม 2 ข้อ ให้เวลาด้านละ 12 นาที โดยผู้สอบเป็นผู้เขียนคำตอบให้ได้มากที่สุด ภายในเวลาที่กำหนด

กรมวิชาการ (2535: 48-50) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบคิดหาคำตอบได้หลาย ๆ ทาง แบบให้มากที่สุด ซึ่งแบ่งได้ 5 แบบ

1. แบบให้ตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้แล้วให้สร้างคำถามให้ได้มากที่สุด

2. แบบแบ่งครึ่งรูป โดยให้นักเรียนลากเส้นแบ่งครึ่งรูปที่กำหนดให้ ในลักษณะหลาย ๆ แบบ แตกต่างกันได้มากที่สุด

3. แบบให้เติมตัวเลข โดยให้นักเรียนเติมตัวเลขลงในรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนด ตัวเลขที่เติมให้ใช้เฉพาะเลข 0 ถึงเลข 10 และจะใช้ตัวเลข 5 ก็ครั้งก็ได้ โดยผลลัพธ์จะต้องเท่ากับที่กำหนดให้

4. แบบสร้างรูปเรขาคณิต โดยการกำหนดไม้ขีดให้จำนวนหนึ่งแล้วให้ใช้ไม้ขีดสร้างรูปเรขาคณิตให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

5. แบบประกอบภาพ โดยกำหนดให้ Tangrams ซึ่งมีชิ้นส่วน 7 ชิ้น มาประกอบภาพต่าง ๆ ให้ได้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยปรับปรุงจากแบบทดสอบ ของ บอลกา (Balka. 1974: 98-A) สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 153-158) และกรมวิชาการ (2535: 48-50) คือวัดความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการตั้งคำถาม หรือโจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ได้โดยไม่จำกัดจำนวน ซึ่งโจทย์ที่สร้าง

ขึ้นมา นั่น เมื่อคำนวณผลลัพธ์แล้วได้คำตอบตรงกับที่กำหนดไว้ให้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากวิธีการเดิม จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน

3. ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการที่จะสร้างชุดของคำตอบ จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยไม่จำกัดจำนวน

4. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการคิดหาคำตอบ โดยที่สามารถตรวจสอบวิธีการคิดและคำตอบที่ถูกต้องได้จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในปริมาณที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไข

5. ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพเรขาคณิตหรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลในการจัดกลุ่มจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้โดยใช้เกณฑ์ หรือคุณสมบัติ หรือลักษณะบางอย่างที่ร่วมกันได้อย่างไม่จำกัดจำนวน

สำหรับเกณฑ์การตรวจให้คะแนนนั้น เพื่อให้การตรวจมีความเป็นปรนัย ผู้วิจัยจึงกำหนดวิธีการตรวจคะแนน โดยยึดตามเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของทอร์แรนซ์ (กรมวิชาการ. 2543: 57; อ้างอิงจาก Torrance. 1969: Guiding Creative Talent) ดังนี้

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัวทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของข้อสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกันตามระดับคะแนนในแต่ละด้านของความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจะจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบของนักเรียนแต่ละคนตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน

(ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่ได้จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่มทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยเกณฑ์การให้คะแนนยึดหลักดังตาราง 1

ตาราง 1 การให้คะแนนความคิดริเริ่มของทอร์แรนซ์

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

ที่มา : กรมวิชาการ. (2543). การเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการ. หน้า 57.

คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหาได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ของแบบทดสอบในแต่ละข้อมารวมกันเป็นคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

บอลกา (Balca. 1974: 98–A) ศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยการสำรวจเกณฑ์ที่นำมาสร้างแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ 3 กลุ่ม ได้แก่ ครูผู้สอน นักวิชาการ คณิตศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ ซึ่งคัดเลือกเกณฑ์ที่กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นสอดคล้องกัน 80% ขึ้นไป นำมาสร้างแบบทดสอบ ผลการสำรวจ พบว่า เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีดังนี้ คือ

1. ความสามารถในการตั้งสมมติฐานทางคณิตศาสตร์ในลักษณะเหตุผล จากสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
 2. ความสามารถในการกำหนดรูปแบบจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
 3. ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงวิธีการคิด เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
 4. ความสามารถในการประเมินปัญหา ตลอดจนคาดคะเนผลที่จะเกิดขึ้น
 5. ความสามารถในการค้นหาสิ่งที่ขาดหายไป จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
 6. ความสามารถในการแยกแยะปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นปัญหาย่อยที่เฉพาะเจาะจง
- ในการวิจัยครั้งนี้ เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนเกรด 6 เกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 500 คน จากแบบทดสอบแบบอัตนัยซึ่งมีทั้งหมด 6 ด้าน และตรวจให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ 3 องค์ประกอบ คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม แล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ผลโดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยใช้คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และคะแนนจากแบบวัดเชาว์ปัญญาของทางโรงเรียนเป็นเกณฑ์ในการวัด ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบวัด

ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวประกอบด้วยความคิด 2 ลักษณะ คือ การคิดแบบอเนกนัย และการคิดแบบเอกนัย และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สติปัญญา และความคิดสร้างสรรค์ทั่วไป

คาร์โรล และโนเอล (Carroll; & Noel. 1991: 214) ได้ทำการวิจัยโดยใช้แบบทดสอบวัดความฉลาดและการสร้างสรรค์ของนักเรียน แล้วได้ดำเนินการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนเพื่อเปรียบเทียบความฉลาดและการสร้างสรรค์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 48 คน แบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ตามคะแนนความฉลาดและคะแนนการสร้างสรรค์ที่ได้ทดสอบในครั้งแรก ซึ่งวัดจากการแก้ปัญหา การใช้จินตนาการ และหลังการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แล้ว ผลจากการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์สูงสุดเป็นนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มของนักเรียนที่มีความฉลาดสูงและกลุ่มที่มีความคิดสร้างสรรค์สูง

อัลเวส (Alrwais. 2000: Online) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง ความคิดสร้างสรรค์ ทักษะคิด ระดับชั้นของนักเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชายโรงเรียนในอำเภอ Riyadh ประเทศซาอุดีอาระเบีย จำนวน 254 คน ผลการวิจัย พบว่า ตัวทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีที่สุด คือ ทักษะคิดของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ รองลงมา คือ ความคิดสร้างสรรค์และระดับชั้นของนักเรียน และผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอนว่าควรให้ความสำคัญกับความคิดสร้างสรรค์และทักษะคิดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นใน ยุทธศาสตร์การเรียนการสอน

ลี (Lee. 2005. 65(07): 2490) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการฝึกใช้เหตุผลที่แตกต่างกัน โดยใช้แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ของทอร์เรนซ์และการลงมือปฏิบัติซึ่งมีกลุ่มควบคุมจำนวน 15 คน ในการศึกษาค้นคว้าผลการศึกษาพบว่า ในการทำแบบทดสอบของทอร์เรนซ์และการแก้ปัญหาพื้นฐาน มีคะแนนความคิดริเริ่มจากการทำแบบทดสอบ TTCT ($p < p < . 05$) และคะแนนความคิดคล่องตัวจากแบบทดสอบ TTCT ($p < p < . 001$)

เวอร์กอลิม (Virgolim. 2006. 66(10): 3570) ได้ทำการวิจัยเรื่องความคิดสร้างสรรค์ และความฉลาด การศึกษาของชาวบราซิลและพรสวรรค์ของนักเรียน ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ความสัมพันธ์กันบอกถึงความสัมพันธ์ที่มีความหมายระหว่างคะแนนแบบทดสอบความฉลาดและคะแนนของแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ ($r = .21$ ขนาดผลกระทบ = .04) นักเรียนชาวบราซิลที่มีพรสวรรค์จำนวน 100 คน มีนัยสำคัญในการปฏิบัติเพียงเล็กน้อย จากการสังเกตทั้งครูและนักเรียน พบว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นความสามารถในการคิดที่แตกต่างกันและสังเกตเห็นบทบาทของการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา จึงพิจารณาว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นพรสวรรค์ที่เกิดขึ้นตามมา

แมนน์ (Mann. 2006: 236–260) ได้ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ที่เป็นส่วนประกอบสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ โดยได้ศึกษาจากนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่มีความรอบรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและทักษะในการเรียนคณิตศาสตร์ ได้มีการประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความรับผิดชอบของครู และโปรแกรมการสอนของครูที่สอนความเข้าใจในความคิด

รวบยอดและเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ครูที่สอนในห้องเรียนควรมีการสอบสอน และสื่อการสอนที่ได้ปรับปรุงให้เหมาะสมกับหลักสูตรเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และจัดสภาพแวดล้อมเพื่อฝึกฝนและแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งผลที่ได้คือ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์สามารถเกิดการคิดอย่างสร้างสรรค์และละเอียดรอบคอบ

เซฟฟีลด์ (Sheffield. 2006: Online) ได้ศึกษาการใช้เทคนิคการคิดสร้างสรรค์เพื่อส่งเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์เชิงลึกและซับซ้อน โดยได้กล่าวว่า การใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คาดไม่ถึงต่างก็จะนำไปสู่การสร้างนวัตกรรมใหม่ ๆ ที่สำคัญในประวัติศาสตร์ทั้งนั้น แต่ นักเรียนหรือครูในสหรัฐอเมริกาเมื่อกล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ต่างก็ไม่ได้นึกถึงวิชาคณิตศาสตร์ มาเป็นอันดับแรก จึงได้สนใจการใช้เทคนิคความคิดสร้างสรรค์และนำมาประยุกต์ใช้ในเนื้อหาเพื่อสำรวจความคิดสร้างสรรค์ที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในทุกระดับอายุ สามารถสร้างสรรค์คณิตศาสตร์ในรูปแบบใหม่ได้ และนักเรียนยังได้พัฒนาความกระตือรือร้นและความชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ฮุง (Hoong. 2008: 230–234) ได้ศึกษาการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนด้วยการประเมินความคิดสร้างสรรค์ โดยมีจุดมุ่งหมายในการเสนอแนะความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนว่าสามารถส่งเสริมได้ด้วยการใช้คำถามวัดความคิดสร้างสรรค์ โดยทำการสังเกตตลอดทั้งปีการศึกษา ซึ่งคำถามที่ใช้เป็นคำถามจากเคมบริดจ์ (Cambridge) โดยการพยายามรวบรวมความคิดรวบยอดจากหัวข้อต่าง ๆ 2 – 3 หัวข้อต่อ 1 คำถาม นักเรียนสามารถมองเห็นการเชื่อมโยงที่ซับซ้อนระหว่างหัวข้อต่าง ๆ ได้ อย่างไรก็ตามความคิดสร้างสรรค์ต้องเริ่มจากครูด้วยความคิดสร้างสรรค์โดยธรรมชาติแล้วถือว่าเป็นสิ่งที่ไม่ชัดเจนนักจึงถือเป็นงานที่ยากลำบากสำหรับครู และการประเมินความคิดสร้างสรรค์ด้วยคำถามที่สร้างสรรค์ทำได้ยาก แต่ความคิดสร้างสรรค์ก็เป็นสิ่งที่มีคุณค่ามากสำหรับนักเรียนทุกคนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจะได้มีการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเกิดความเข้าใจผิดว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่สามารถเกิดการสร้างสรรค์ได้

เอริก (Eric. 2008: 207–216) ได้ศึกษาการใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อพิจารณาว่านักเรียนจะมีการตอบสนองต่อการสอนใหม่ ๆ ของครู รูปแบบที่แสดงให้เห็น และงานที่ใช้เป็นเครื่องมือในการสร้างความคิดสร้างสรรค์ที่ชัดเจนออกมาได้อย่างไร มีการตอบสนองของนักเรียนที่สัมพันธ์กับเกณฑ์ในการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์บางประการ ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่เพียงทำกิจกรรมนั้นให้เป็นคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังช่วยพัฒนาพวกเขาให้เป็นนักคิดสร้างสรรค์อีกด้วย

งานวิจัยในประเทศ

เกษร ธรรมเกษร (2546: 65) ได้ศึกษาผลการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านการคิดอเนกนัย ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยสุ่มกลุ่มตัวอย่าง เป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ทำการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านการคิดอเนกนัยแบบจำพวก กลุ่มที่ 2 ทำ

การฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบความสัมพันธ์ กลุ่มที่ 3 ทำการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านการคิดอเนกนัยแบบระดม ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบจำพวก แบบความสัมพันธ์ และแบบระดม มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบจำพวกกับนักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบระดมและนักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบความสัมพันธ์กับนักเรียนที่ได้รับการฝึกสมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยแบบระดม มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ทิพย์บุปผา สาคร (2546: 81-85) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกด้วยแบบฝึกความคิดอเนกนัยด้านสัญลักษณ์ในแต่ละผลผลิตตามแนวทฤษฎีของกิลฟอร์ดและจำแนกตามระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 44 คน ทำการฝึก 12 กิจกรรม ในเวลา 3 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกความคิดอเนกนัยด้านสัญลักษณ์ในแต่ละผลผลิตตามแนวทฤษฎีของกิลฟอร์ดมีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านคือ ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่นและด้านความคิดริเริ่มสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับปานกลางและนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับต่ำมีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางกับต่ำมีการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่นและด้านความคิดริเริ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

กชกร รุ่งหัวไผ่ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 คน ดำเนินการทดลองสอนด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัชรภรณ์ เจริญสุข (2547: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการใช้ชุดกิจกรรมศิลปะคณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดกิจกรรมศิลปะคณิตศาสตร์และเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการทำชุดกิจกรรมศิลปะคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการทำชุดกิจกรรมศิลปะคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการทำชุดกิจกรรม

ศิลปะคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรพรรณ สง่า (2547: บทคัดย่อ) ศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน ที่มีความสนใจในการเข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ภายหลังใช้ชุดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550: 51–55) ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเทศบาลวัดแหลมสุวรรณาราม จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 16 คน ซึ่งเป็นนักเรียนอาสาสมัคร ผลการศึกษาพบว่า หลังการทดลองนักเรียนมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการศึกษาเกี่ยวกับเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สามารถส่งเสริมได้จากการจัดการเรียนรู้โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ และส่งเสริมให้นักเรียนได้แสวงหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถแสดงความคิดในเชิงสร้างสรรค์ได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้า เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีผลต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 3 ห้อง รวม 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีขั้นตอนการสร้างมีดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544 มาตรฐานการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6) และเอกสารประกอบอื่นๆ ที่เกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาปลายเปิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.2.1 กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

1.2.2 ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

1.3 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ดังนี้

1.4.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยพิจารณาเนื้อหาว่าเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะใด เช่น การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา การจัดกิจกรรม เป็นต้น เพื่อสร้างความสนใจและการเตรียมความพร้อมแก่ผู้เรียน

1.4.2 ชี้นสอน ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

1.4.2.1 สอนเนื้อหาตามแนวของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้รับความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

1.4.2.2 ผู้สอนยกตัวอย่างปัญหาปลายเปิด โดยนักเรียนร่วมกันอภิปรายและทำความเข้าใจในปัญหาร่วมกัน โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน

1.4.2.3 นักเรียนทำใบงานเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิด โดยให้ได้คำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

1.4.2.4 ผู้สอนให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้อิสระแก่ผู้เรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ แต่ผู้สอนเน้นให้นักเรียนพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายตามความคิดของตนเอง

1.4.2.5 หลังจากผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดเสร็จแล้ว ผู้สอนให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบของตนเองว่าเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร

1.4.3 ชี้นสรุป ผู้สอนและผู้เรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อด้อยของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ทั้งหมด ทั้งนี้ผู้สอนอาจเสนอแนวคิดในการหาคำตอบในลักษณะที่ต่างไปอีกในกรณีที่สามารถใช้แนวคิดนั้นได้แต่ผู้เรียนไม่ได้เลือกใช้

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรง

ตามเนื้อหา ความสอดคล้องของกิจกรรม ความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิด จากนั้นนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์อีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขในด้านภาษาที่ใช้ในเอกสารประกอบการเรียนให้มีความถูกต้อง ชัดเจน และการเรียบเรียงคำในโจทย์ปัญหาจากใบงานให้ถูกต้องและเหมาะสมตามข้อเสนอแนะ จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองจำนวน 30 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.2 วิเคราะห์กิจกรรมและจุดประสงค์ของการเรียนรู้ของกิจกรรม

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย โดยผู้วิจัยสร้างแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยปรับปรุงจากแบบทดสอบ ของ บอลกา (Balka. 1974: 98 - A) สุภาวดี ตั้งบุบผา (2533: 153-158) และกรมวิชาการ (2535: 48-50) คือวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หาจำนวนพจน์และพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

2. ความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ ได้แก่ การให้นักเรียนคิดวิธีการหาคำตอบของลำดับเลขคณิตด้วยวิธีการของตนเอง

3. ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การให้นักเรียนหาจำนวนมาใส่ในตารางโดยให้เป็นลำดับเลขคณิต

4. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด ได้แก่ การให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการหาคำตอบของลำดับเลขคณิต จากเงื่อนไขที่กำหนดให้

5. ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพเรขาคณิต หรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การให้นักเรียนจัดกลุ่มและหาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ เพื่อมาจัดเป็นลำดับเลขคณิต

โดยวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ด้านละ 2 ข้อ รวมทั้งหมด 10 ข้อ นอกจากนี้วัดความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ในแบบทดสอบวัดความสามารถแต่ละด้าน

2.4 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เชี่ยวชาญด้านความคิดสร้างสรรค์และคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของ

ภาษาที่ใช้ ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

2.5 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ด้าน ภาษา การเรียบเรียงคำถามในแบบทดสอบ และเกณฑ์การให้คะแนนความคิดคล่องตัว ตาม ข้อเสนอแนะให้เรียบร้อยแล้ว

2.6 นำแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาทดสอบกับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ซึ่งได้ ผ่านการเรียนเรื่อง ลำดับและอนุกรมมาแล้วจำนวน 50 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.7 กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงกำหนดวิธีการตรวจคะแนน โดยยึดตามเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของ ทอร์แรนซ์ (กรมวิชาการ. 2543: 57; อ้างอิงจาก Torrance. 1969: Guiding Creative Talent) ดังนี้

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัวทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ ถูกต้องตามเงื่อนไขของข้อสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกันตามระดับ คะแนนในแต่ละด้านของความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งจะจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบของนักเรียนแต่ละคนตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่ กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน
(ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่ได้จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัด กลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)
3. การให้คะแนนความคิดริเริ่มทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากความถี่ของคำตอบ ของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยเกณฑ์การให้คะแนน ยึดหลักดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหาได้จากผลบวกของคะแนน ความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ของแบบทดสอบในแต่ละข้อมารวมกันเป็น คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

2.8 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แบบ อัตนัยมาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อเพื่อหาความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การ วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนียและซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

2.9 เลือกแบบทดสอบที่มีค่าความง่าย (P_E) ระหว่าง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป พบว่ามีแบบทดสอบที่มีค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ .41 - .71 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .49 - .85 จำนวน 10 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

2.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียน เฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร จำนวน 100 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบโดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบาค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 200) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.77

2.11 นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาครั้งนี้ครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One -Group Pretest - Posttest Design ซึ่งมีแผนภาพดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 377)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มทดลอง	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

เมื่อ	E	แทน	กลุ่มทดลอง
	T ₁	แทน	การสอบก่อนการทดลอง (Pretest)
	X	แทน	การจัดกระทำหรือการให้ตัวแปรทดลอง (Treatment)
	T ₂	แทน	การสอบหลังการทดลอง (Posttest)

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เพื่อศึกษาการจัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ และอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

2. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มทดลองทราบถึงการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติกิจกรรมได้

อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มทดลอง เพื่อทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) แล้วบันทึกไว้เป็นคะแนน โดยใช้เวลา 50 นาที

4. ดำเนินการทดลอง โดยทำการสอนกลุ่มทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยทำการสอนด้วยตนเอง

5. เมื่อดำเนินการทดลอง โดยดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครบเรียบร้อยแล้ว ทำการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มทดลองเพื่อทดสอบหลังเรียน (Post-test) แล้วบันทึกคะแนน โดยใช้เวลา 50 นาที

6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าสถิติ t-test for dependent samples

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติพื้นฐาน

2.1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
 $\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนน
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2.1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$$(\sum X)^2 \quad \text{แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง}$$

$$\sum X^2 \quad \text{แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง}$$

$$n \quad \text{แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด}$$

2.2 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.2.1 การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248 -249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$$\sum R \quad \text{แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ}$$

$$N \quad \text{แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ}$$

2.2.2 หาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอันดับของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199-201)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ค่าดัชนีความง่าย

S_U แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์

แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 200-202)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบ

s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2}$

s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ

$\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

2.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

2.3.1 ใช้ค่าสถิติ t-test for dependent samples เพื่อเปรียบเทียบคะแนน

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 179)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

df = n-1

เมื่อ t แทน ค่าที่พิจารณาใน t-distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
N – 1	แทน	ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of freedom)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม โดยคำนวณความแตกต่างระหว่างก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t-test dependent ปรากฏในตาราง 3

ตาราง 3 ผลการเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม

	การทดสอบ	N	\bar{X}	s	$\sum D$	$\sum D^2$	t
คิดค่อง	ก่อนเรียน	35	11.83	2.61	700	15,316	19.02**
	หลังเรียน	35	31.83	7.98			
คิดยืดหยุ่น	ก่อนเรียน	35	5.94	2.30	292	2,756	16.09**
	หลังเรียน	35	14.29	3.18			
คิดริเริ่ม	ก่อนเรียน	35	3.40	1.31	328	3,300	21.49**
	หลังเรียน	35	12.77	2.71			
รวม	ก่อนเรียน	35	21.17	6.01	1,320	51,988	27.71**
	หลังเรียน	35	58.89	11.02			

$$t_{(.01; df 34)} = 2.750$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 3 พบว่าความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ในทุกๆ ด้าน ทั้งความคิดค่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม โดยความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยโดยมีความมุ่งหมายเพื่อจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหา
ปลายเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

เพื่อเปรียบเทียบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้
ปัญหาปลายเปิด

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากรับการ
จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียน
เฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
2553 จำนวน 3 ห้อง รวม 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเฉลิมพระ-
เกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553
จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)
โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit)

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการ
เรียนรู้ 8 คาบ คาบละ 50 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) 50 นาที และทดสอบหลังเรียน
(Posttest) 50 นาที รวม 10 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งมีเนื้อหาทยอยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จำนวน 2 คาบ
2. ลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ
3. การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ
4. โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต จำนวน 2 คาบ

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีทั้งหมด 4 แผน ดังนี้
 - 1.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
 - 1.2 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับเลขคณิต
 - 1.3 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต
 - 1.4 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ได้ค่าความง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง 0.41 - 0.71 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.49 - 0.85 ค่าความเชื่อมั่น (α) เท่ากับ 0.77

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีผลต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มทดลองทราบถึงการแก้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มทดลอง เพื่อทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) แล้วบันทึกไว้เป็นคะแนน โดยใช้เวลา 50 นาที
4. ดำเนินการทดลอง โดยทำการสอนกลุ่มทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยทำการสอนด้วยตนเอง

5. เมื่อดำเนินการทดลอง โดยดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครบเรียบร้อยแล้ว ทำการวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มทดลองเพื่อทดสอบหลังเรียน(Post-test) แล้วบันทึกคะแนน โดยใช้เวลา 50 นาที

6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

เปรียบเทียบคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าสถิติ t-test dependent

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

ผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ อภิปรายผลได้ดังนี้

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. การที่นักเรียนได้เรียนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น ทำให้นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ เนื่องจากการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนต้องเป็นผู้ทำความเข้าใจปัญหาและตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบที่มีอยู่หลากหลาย จากนั้นทดสอบว่าวิธีการดังกล่าวใช้ได้หรือไม่ แต่ถ้าวิธีการดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จนักเรียนจะต้องเปลี่ยนเป็นวิธีอื่นต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นนักเรียนจึงได้พัฒนาทักษะกระบวนการคิดซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับ ทาคาฮาชิ (Takahashi, 2004: Online) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนได้เข้าร่วมอย่างกระตือรือร้นและสามารถนำเสนอแนวความคิดของตนเองได้อย่างเป็นอิสระ สามารถตอบสนองและสนับสนุนได้เป็นอย่างดี เพราะว่ามีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะหาคำตอบของตนเองได้โดยไม่เหมือนใคร เพราะฉะนั้นนักเรียนเกิดการอยากรู้อยากเห็นเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ และพวกเขาสามารถเปรียบเทียบและอภิปรายถกเถียงกันเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคน

นักเรียนมีโอกาสนในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น นักเรียนทุกคนสามารถตอบสนองต่อปัญหาตามวิธีการของตนเอง

2. ในการตอบคำถามของปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนสามารถเลือกวิธีการตอบและกระบวนการคิดหาคำตอบได้อย่างหลากหลายและในปัญหาปลายเปิดยังมีคำตอบที่หลากหลายไม่ซ้ำแบบในข้อเดียวกันเป็นการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนทั้งในด้านความคิดคล่อง ความยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม ซึ่งสอดคล้องกับ กรมวิชาการ (2545: 205-207) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่าบรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหาให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกับการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆแนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

3. การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไขและตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ ด้านการวัดผลและประเมินผล และในช่วงของการศึกษาค้นคว้า ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมจากใบกิจกรรม ใบงานและแบบฝึกหัดที่มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งนักเรียนจะได้แสดงคำตอบที่หลากหลายด้วยวิธีการที่หลากหลายในปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ส่งผลให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ฟูน (Foon. 2002: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้น ๆ ในการส่งเสริมการคิดและการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าการใช้คำถามปลายเปิดช่วยให้นักเรียนสามารถสาธิตหรือแสดงความคิดเห็นของเขาได้อย่างเต็มที่ ทั้งยังเป็นการแสดงถึงความเข้าใจอย่างถ่องแท้ของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปในหลายรูปแบบมากขึ้น

4. การใช้ปัญหาแบบปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคน ได้ตั้งหรือเลือกเอาวิธีการที่ตนเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีโอกาที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองและด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และปัญหาใหม่เมื่อมีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนด้วยกันเอง การเรียนรู้ก็จะไม่น่าเบื่อ ดุมีชีวิตชีวาและนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเขามีเสรีภาพในการคิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบกเกอร์และชิมาดา (Becker; & Shimada. 1997: 27) ที่กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดจะทำให้ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการทำคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีกรวมทั้งการท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้

ที่มีมาก่อนทักษะและวิธีการเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้นและขยายปัญหาจากปัญหาเดิมซึ่งนับเป็นข้อดีของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นการช่วยพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. ลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ปัญหาปลายเปิดจะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตั้งหรือเลือกเอาวิธีการที่ตนเองถนัดออกมาใช้แก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองและด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน ซึ่งเอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกันโดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหา นั้น ๆ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2549: 1)

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการศึกษาค้นคว้าเรื่องผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการ สรุปได้ดังนี้

1. ในการชี้แจงการทำกิจกรรมในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้อย่างละเอียด ชัดเจนและมีการแจ้งจุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอนนั้น ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจเรียนมากขึ้น สังเกตจากการร่วมมือในการทำกิจกรรม การซักถาม การตอบปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

2. บรรยากาศของการเรียนในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ไม่รู้สึกกลัวในการตอบปัญหาที่แตกต่างจากเพื่อนในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยได้สร้างบรรยากาศที่เป็นกันเอง ทำให้นักเรียนลดความกังวลและจากการสังเกตนักเรียนมีความพอใจมากเมื่อตอบปัญหาหรือวิธีการคิดหาคำตอบที่แตกต่างกับเพื่อนและได้คำตอบที่ถูกต้อง ตามความเข้าใจของนักเรียนเอง อีกประการหนึ่งผู้วิจัยสังเกตว่าเมื่อผู้วิจัยได้ให้คำชมเชยกับนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้องและแตกต่างจากเพื่อน ทำให้นักเรียนเกิดความภูมิใจและเกิดแรงจูงใจในการทำงานต่างๆให้สำเร็จ ดังนั้นคำชมเชยหรือการให้กำลังใจแก่นักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ควรนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3. ในช่วงที่นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาและตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบนั้น ผู้สอนต้องใช้เวลาในการคิด เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีโอกาสทดสอบว่าวิธีการที่เลือก ใช้ได้หรือไม่ ถ้าวิธีนั้นใช้ได้ให้นักเรียนต้องแสดงวิธีการคิดหาคำตอบและแสดงคำตอบที่ถูกต้องให้ได้หลายแบบมากที่สุด แต่ถ้าวิธีดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จนักเรียนจะต้องเลือกวิธีอื่นต่อไปและทดสอบอีกครั้ง

จนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง และนำมาอภิปรายกับเพื่อนในชั้นเรียนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้วิธีการคิดที่หลากหลายจากเพื่อนในชั้นเรียน

4. ในระยะแรกของการวิจัยพบว่านักเรียนต้องการคำแนะนำจากครูเพื่อใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเนื่องจากนักเรียนคุ้นเคยกับการคิดหาคำตอบหรือแสดงคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวแต่เมื่อผ่านไประยะเวลาหนึ่ง นักเรียนจะเกิดความคิดและกล้าที่จะแสดงคำตอบและวิธีการคิดที่หลากหลายเป็นของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งสังเกตได้จากการที่นักเรียนพยายามแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ตัวอย่างหลากหลาย

5. ในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ ครูควรใช้คำถามเพื่อเปิดความคิดของนักเรียนเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีการคิดหาคำตอบและคำตอบที่ถูกต้องได้อย่างหลากหลาย

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ควรมีการชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดและแจ่มชัดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอนอย่างชัดเจน

1.2 ควรมีการเผยแพร่ความรู้เรื่อง การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ครูในระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีหนึ่งที่สามารถช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

1.3 ควรมีการสร้างปัญหาปลายเปิดที่สามารถใช้ได้จริงในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงผู้สนใจจะได้นำไปใช้ประกอบการสอน

1.4 ผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับเวลาให้สอดคล้องกัน เพื่อให้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ และให้อิสระทางความคิดกับนักเรียนในการคิดหาคำตอบ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยในครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าส่งผลต่อทักษะกระบวนการด้านต่าง ๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ หรือการมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2.3 ควรมีการจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดในเนื้อหาและระดับชั้นอื่น ๆ โดยเฉพาะในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กชกร รุ่งหัวไผ่. (2547). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3). ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กรมวิชาการ. (2535). *ความคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- (2543). *การเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนากรมศาสนา.
- (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. ใน *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- เกษร ธรรมเกษร. (2546). *ผลการศึกษาศมรรถภาพทางสมองด้านความคิดอเนกนัยที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิตติมา ชอบเอียด. (2551). *การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชาญณรงค์ พรุ่งโรจน์. (2546). *ความคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- ณัฐธากร ถนอมตน. (2536). *ผลของการใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของเด็กกอนุบาล*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทิพย์บุปผา สาคร. (2546). *การศึกษาการพัฒนาการความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกด้วยแบบฝึกความคิดอเนกนัยด้านสัญลักษณ์ในแต่ละผลผลิตตามแนวทฤษฎีของกิลฟอร์ดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- นันทวรรณ แก้วโชติ. (2547). การศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการฝึกด้วยกิจกรรมคณิตศาสตร์สร้างสรรค์.
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2550). ประมวลบทความหลักและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการ
เรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547, มกราคม-มิถุนายน). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น.
KKU Journal of Mathematics Education 1. (1): 1-9.
- (2549). โครงการปฏิบัติการกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ด้วยยุทธวิธีปัญหาปลายเปิด. ขอนแก่น: ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- รุจิอาภา รุจิยาพนนท์. (2550). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา
ปลายเปิดในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ:
สุวีริยาสาส์น.
- (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). ปัญหาปลายเปิด Open Approach ในวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการ
เรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. *วารสารศึกษาศาสตร์*. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
29(1): 24-34.
- วัชรภรณ์ เจริญสุข. (2547). ผลของการใช้ชุดกิจกรรมศิลปะคณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิด
สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพ
วิชาการ (พว.) จำกัด.
- สุภาวดี ตั้งบุบผา. (2533). การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผล
การศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุรัช อินทสังข์. (2545). ปลายเปิด : ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย. *การศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*. 31(121): 35 – 37.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *สร้างสรรค์นักคิด*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- อรพรรณ พรสีมา. (2543). *การคิด*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาทักษะการคิด.
- อรพรรณ ส่งา. (2547). ผลการใช้ชุดกิจกรรมชุมชนคณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อารี พันธุ์มณี. (2537). *ความคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ 1412.
- อุษณีย์ โพธิสุข; และคณะ. (2544). *สร้างสรรค์นักคิด*. กรุงเทพฯ: ศูนย์แห่งชาติเพื่อพัฒนาผู้มีความสามารถ พิเศษ.
- Alrwais, Abdulaziz M. (2000). *The relationship among eighth–grade students'creativity, attitudes, school grade and their achievements in mathematics in mathematics in Saudi Arabia*. (Online). Available:<http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9985827>
- Balka, Donald S. (1974). The Development of an Instrument to Measure Creative Ability in Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 98–A.
- Becker, J.P; & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Carrol, John; & Howieson, Noel. (1991, December). *Recognizing Creative Thinking Talent in Classroom*. Roper Review. 14(2): 68–71.
- Conway, Kathleen D. (1999). *Assessing Open-Ended Problems*. Retrieved June 15, 2009, from <http://wilsonxt.hwwilson.com/pdfhtml/05891/2QVB6/USJ.html>
- Eric, Chan Chun Ming. (2008, July). *The Use of Mathematical Modeling Tasks to Developing Creativity*. Proceedings of the Discussing Group 9 : Promoting Creativity for all students in Mathematics Education of the 11th International Congress on Mathematical Education, 2008 July 6–13; Monterrey, Mexico. P. 207–216.
- Foon, Pui Yee. (2002). *Using Short Open-Ended Question to Promote Thinking and Understanding*. Retrieved June 16, 2009, from <http://math.unipa.it/~grim/Sifoong.PDF>
- Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York: McGraw – Hill.
- Hancock, Lynn C. (1995). Enhancing Mathematics Learning with Open-Ended Questions. *Mathematics Teacher*. 88(6): 496.

- Hoong, Fong Kok. (2008, July). *Promoting Mathematical Creativity for all students Assessment*. Proceeding of the Discussing Group 9 : Promoting Creativity for all students in Mathematics Education of the 11th International Congress on Mathematical Education, 2008 July 6–13; Monterrey, Mexico. P. 230–234.
- Kneller, George.F. (1965, October). *The Art and Science of Creativity*. New York: Holt, Rinchart and Winston.
- Kissane, Barry V. (1988, October), "Mathematical Investigation : Description, Ration and Example". *Mathematics Teacher*. 81(7): 520-528.
- Krulik, Stephen and Rudnick, Jesse A. (1999). "Innovative Tasks to Improve Critical and Creative–Thinking Skills", Lee V. and Curio, Frances. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K–12*.
- Lee, Young Ju. (2005, January). " Effects of Divergent Thinking Training/Instructions on Torrance tests of Creative Thinking and Creative Performance". *Dissertation Abstracts International*. 65 (07): 2490.
- Loe, Q.J.; & Chen, C. X. (2004). The Open-ended Approach in Reforming Traditional Teaching. *Paper Presented at the 10th International Congress on Mathematics Education*. Retrieved June 9, 2009, from <http://www.icmeorganiers.dk/tsg14/#paper>
- Mann, Eric L. (2006). Creativity : The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*. 30(2): 236–260.
- Osborn, Alex F. (1957). *Applied Imagination*. N.Y.C.: Scribner.
- Partnership for Reform Initiative in Sciences and Mathematics. (2001). *Open Response Questioning Strategies*. Retrieved June 13, 2009, from <http://www.muuraystate.edu/prism/openrp1.html>
- Roy, S. (1982, February). "Mathematical Creativity – can it be taught at an early age?," *International Journal of Mathematical Educational in Science and Technology*. 13(2): 143-147.
- Savada, T. (1997). *Open –Ended Problem Solving Enriched by the Internet*. Retrieved June 9, 2009, from http://www.mste.uiuc.edu/users/aki/open_ended
- Sheffield, Linda Jensen. (2006). *Using Creativity Techniques to Add Dept and Complexity to the Mathematics Curricula*. Retrieved January 12, 2011, Available from: http://www.math.ecmu.cn/earcome3/sym1/EARCOME3_Sheffield_Linda_Sym1.doc.
- Takahashi, Akihiko. (2004). *Open-Ended Problem Solving Enriched by the Internet*. Retrieved June 13, 2009, from http://www.mste.uiuc.edu/users/aki/open_ended

- The National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Torrance, Paul E. (1962). *Guiding Creative Talent*. New Jersey: Prentice–Hall, Inc.
- (1973). *Encouraging Creativity in the Classroom*. 4th ed. Iowa: Wm. C. Brown Company Publisher.
- Virgolim, Angela M. Rodrigues. (2006, April). “Creativity and Intelligence: A Study of Brazilian Gifted and Talented Students”. *Dissertation Abstracts International*. 66(10): 3570.
- Wallach, Michael. (1971). *The Creativity- Intelligence*. New York: General Learning.
- Zevenbergen, R; Mously, J; & Sullivan, P. (2001). *Using Open-Ended Tasks for Teaching, Learning and Assessment*. Retrieved June 15, 2009, from http://www.qamt.cqu.edu.au/QAMTC2000/open-ended_task.rtf

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. ตารางค่าความง่าย (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 35 คน

ตาราง 4 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	P_E	D
1	0.57	0.47
2	0.71	0.55
3	0.63	0.49
4	0.58	0.48
5	0.58	0.59
6	0.53	0.58
7	0.63	0.68
8	0.56	0.20
9	0.59	0.68
10	0.63	0.40
11	0.53	0.85
12	0.56	0.57
13	0.40	0.58
14	0.41	0.65
15	0.46	0.75

หมายเหตุ ค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8
 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

หลังจากนั้นเลือกแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีลักษณะการถาม 5 ด้าน คือ ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ข้อ 1 – ข้อ 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ (ข้อ 4 – ข้อ 6) ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (ข้อ 7 – ข้อ 9) ความสามารถในการตรวจคำตอบและวิธีการคิด (ข้อ 10 – ข้อ 12) ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข (ข้อ 13 – ข้อ 15) โดยคัดเลือกแบบทดสอบมา 10 ข้อ จากลักษณะการถามความสามารถด้านละ 2 ข้อ ดังนี้

ตาราง 5 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ข้อที่	P_E	D
1	0.71	0.55
2	0.63	0.49
3	0.58	0.59
4	0.53	0.58
5	0.63	0.68
6	0.59	0.68
7	0.53	0.85
8	0.56	0.57
9	0.41	0.65
10	0.46	0.75

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ คือ 0.77

การคำนวณหาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$P_E = \frac{77 + 34 - (2 \times 13 \times 0)}{2(13)(6 - 0)}$$

$$P_E = \frac{111}{156}$$

$$P_E = 0.71$$

เมื่อ	P_E แทน	ค่าดัชนีความง่าย
	S_U แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min} แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$D = \frac{77 - 34}{13(6 - 0)}$$

$$D = \frac{43}{78}$$

$$D = 0.55$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S _U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S _L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X _{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X _{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

ตาราง 6 ค่า $\sum x$ และค่า $\sum x^2$ ทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	$\sum x$	$\sum x^2$	คนที่	$\sum x$	$\sum x^2$
1	50	2,500	26	54	2,916
2	47	2,209	27	57	3,249
3	52	2,704	28	48	2,304
4	46	2,116	29	48	2,304
5	49	2,401	30	51	2,601
6	40	1,600	31	37	1,369
7	62	3,884	32	51	2,601
8	46	2,116	33	48	2,304
9	52	2,704	34	45	2,025
10	56	3,136	35	50	2,500
11	49	2,401	36	46	2,116
12	48	2,304	37	40	1,600
13	55	3,025	38	44	1,936
14	53	2,809	39	55	3,025
15	56	3,136	40	45	2,025
16	45	2,025	41	42	1,764
17	52	2,704	42	46	2,116
18	47	2,209	43	44	1,936
19	51	2,601	44	56	3,136
20	48	2,304	45	57	3,249
21	47	2,209	46	45	2,025
22	49	2,401	47	49	2,401
23	48	2,304	48	53	2,809
24	48	2,304	49	50	2,500
25	50	2,500	50	53	2,809

ตาราง 6 (ต่อ)

คนที่	$\sum x$	$\sum x^2$	คนที่	$\sum x$	$\sum x^2$
51	55	3,025	76	48	2,304
52	51	2,601	77	47	2,209
53	55	3,025	78	46	2,116
54	43	1,849	79	36	1,296
55	36	1,296	80	38	1,444
56	39	1,521	81	32	1,024
57	46	2,116	82	32	1,024
58	46	2,116	83	42	1,764
59	43	1,849	84	45	2,025
60	46	2,116	85	46	2,116
61	46	2,116	86	45	2,025
62	42	1,764	87	51	2,601
63	52	2,704	88	47	2,209
64	46	2,116	89	44	1,936
65	45	2,025	90	38	1,444
66	45	2,025	91	47	2,209
67	53	2,809	92	41	1,681
68	44	1,936	93	41	1,681
69	42	1,764	94	45	2,025
70	41	1,681	95	46	2,116
71	43	1,849	96	47	2,209
72	42	1,764	97	43	1,849
73	48	2,304	98	46	2,116
74	39	1,521	99	47	2,209
75	49	2,401	100	30	900
			Σ	4,667	221,011

ตาราง 7 ค่า $\sum x_i$ ค่า $\sum x_i^2$ และค่า s_i^2 รายข้อของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทาง
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
1	472	2,388	1.60
2	491	2,551	1.40
3	595	3,647	1.07
4	606	3,800	1.28
5	272	780	0.40
6	277	817	0.50
7	383	1,529	0.62
8	342	1,252	0.82
9	593	3,625	1.09
10	636	4,172	1.27
			$\sum s_i^2 = 10.05$

การคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient)
โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach)

$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2}$$

$$s_t^2 = \frac{100(221,011) - (4667)^2}{100(100)}$$

$$s_t^2 = \frac{22,101,100 - 21,780,889}{10,000}$$

$$s_t^2 = 32.02$$

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนน

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

$$\alpha = \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{10.05}{32.02} \right\}$$

$$\alpha = \frac{10}{9} (1 - 0.31)$$

$$\alpha = 0.77$$

- เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
 s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือวัดนั้นทั้งหมด

หลังที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	
			D	D ²
1	20	48	28	784
2	16	40	24	576
3	15	33	18	324
4	16	47	31	961
5	16	42	26	676
6	19	47	28	784
7	26	57	31	961
8	25	63	38	1,444
9	29	71	42	1,764
10	25	68	43	1,849
11	16	56	40	1,600
12	14	60	46	2,116
13	17	56	39	1,521
14	11	52	41	1,681
15	28	60	32	1,024
16	26	70	44	1,936
17	30	67	37	1,369
18	28	70	42	1,764
19	32	69	37	1,369
20	24	84	60	3,600
21	24	67	43	1,849
22	21	62	41	1,681
23	20	70	50	2,500
24	25	56	31	961
25	25	64	39	1,521

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	
			D	D ²
26	28	69	41	1,681
27	32	78	46	2,116
28	15	58	43	1,849
29	15	55	40	1,600
30	17	52	35	1,225
31	19	63	44	1,936
32	14	50	36	1,296
33	13	46	33	1,089
34	15	56	41	1,681
35	25	55	30	900
			$\sum D = 1,320$	$\sum D^2 = 51,988$

การคำนวณคะแนนคะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}, \text{ df} = n-1$$

$$t = \frac{1,320}{\sqrt{\frac{35(51,988) - (1,320)^2}{35-1}}}$$

$$t = 27.71$$

เมื่อ t แทน ค่าที่พิจารณาใน t-distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ตาราง 9 คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในแต่ละด้าน

และรวมทุกด้านก่อนกับหลังการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

คนที่	ก่อนเรียน				หลังเรียน			
	คิดคล่อง	คิดยืดหยุ่น	คิดริเริ่ม	ความคิดสร้างสรรค์	คิดคล่อง	คิดยืดหยุ่น	คิดริเริ่ม	ความคิดสร้างสรรค์
1	11	5	4	20	26	10	12	48
2	10	4	2	16	17	13	10	40
3	5	6	4	15	12	12	9	33
4	6	6	4	16	18	16	13	47
5	8	3	5	16	20	10	12	42
6	9	7	3	19	29	8	10	47
7	12	9	5	26	34	12	11	57
8	11	9	5	25	35	13	15	63
9	14	9	6	29	40	15	16	71
10	15	6	4	25	39	13	16	68
11	9	4	3	16	28	14	14	56
12	9	3	2	14	25	18	17	60
13	8	3	6	17	27	16	13	56
14	7	2	2	11	30	11	11	52
15	14	9	5	28	26	17	17	60
16	15	7	4	26	35	19	16	70
17	19	9	2	30	40	13	14	67
18	16	8	4	28	42	15	13	70
19	17	9	6	32	36	17	16	69
20	13	8	3	24	49	20	15	84
21	13	7	4	24	42	13	12	67
22	14	5	2	21	35	17	10	62
23	12	6	2	20	40	16	14	70
24	15	7	3	25	29	16	11	56
25	16	5	4	25	36	15	13	64

คนที่	ก่อนเรียน				หลังเรียน			
	คิดค้ล่อง	คิดยี้ดหยุ่น	คิตริเรีม	คววมคิต สร้้างสรรค์	คิดค้ล่อง	คิดยี้ดหยุ่น	คิตริเรีม	คววมคิต สร้้างสรรค์
26	17	8	3	28	33	20	16	69
27	18	10	4	32	40	21	17	78
28	9	4	2	15	28	15	15	58
29	10	3	2	15	30	14	11	55
30	10	4	3	17	29	13	10	52
31	11	6	2	19	42	12	9	63
32	9	3	2	14	28	11	11	50
33	8	3	2	13	29	10	7	46
34	9	4	2	15	34	10	12	56
35	15	7	3	25	31	15	9	55

ภาคผนวก ข

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง ลำดับและอนุกรม
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง ลำดับและอนุกรม
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จัดทำโดย
นางสาวลิณี เรืองจ้อย

นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
(กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์)

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

วิชา คณิตศาสตร์	รหัสวิชา ค 32101	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ลำดับและอนุกรม		แผนที่ 1
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ		เวลา 2 คาบ

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 4.1 ม. 4 – 6 / 4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

ค 6.1 ม. 4 – 6 / 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม. 4 – 6 / 3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม. 4 – 6 / 6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

1. บอกความหมายของลำดับได้
2. บอกได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
3. เขียนลำดับในรูปแฉงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปให้ได้
4. เขียนพจน์ทั่วไปของลำดับได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีระเบียบวินัย
3. ทำงานเป็นระบบรอบคอบ

3. สารการเรียนรู้

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก เรียกว่า ลำดับจำกัด

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

ถ้า a เป็นลำดับ การเขียนลำดับ a จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไปกล่าวคือ
ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียน $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$, ..., $a(n)$ หรือนิยมเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 ,
 a_3 , ..., a_n ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์นิยมเขียนแทนด้วย a_1 , a_2 , a_3 , ..., a_n , ...

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

a_n ว่า พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

ตัวอย่างของลำดับ

1. $1, 2, 3, 4, \dots, 15$

2. $3, 6, 9, 12, \dots$

3. $-5, -4, -3, -2, -1$

4. $2, 4, 6, 8, \dots$

ลำดับในข้อ 1 และ 3 เป็นลำดับจำกัด ส่วนลำดับในข้อ 2 และ 4 เป็นลำดับอนันต์

ตัวอย่างที่ 1 จงหา 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2}(1)(1+1) = 1$

$$a_2 = \frac{1}{2}(2)(2+1) = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{2}(3)(3+1) = 6$$

$$a_4 = \frac{1}{2}(4)(4+1) = 10$$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้คือ $1, 3, 6, 10$

ตัวอย่างที่ 2 จงหา 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2n + 3$

วิธีทำ $a_1 = 2(1) + 3 = 5$

$$a_2 = 2(2) + 3 = 7$$

$$a_3 = 2(3) + 3 = 9$$

$$a_4 = 2(4) + 3 = 11$$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้คือ $5, 7, 9, 11$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

วิธีทำ $a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$

$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

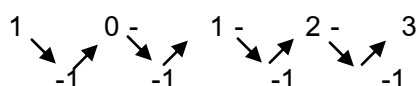
$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

จะได้ $a_n = \frac{n}{n+1}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

*** จะเห็นได้ว่าการหาพจน์ทั่วไปของลำดับพยายามกระจายพจน์ของแต่ละชุดให้มีตัวเลขสอดคล้องกับตัวเลขประจำพจน์***

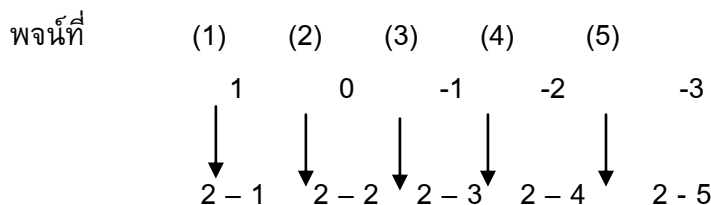
ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 0, -1, -2, -3, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1, 0, -1, -2, -3, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 1

พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

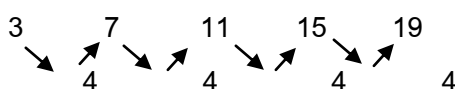


จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 2 - n$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 7, 11, 15, 19

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับนอกจากการหาโดยการสังเกตรความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับของพจน์ ซึ่งในบางครั้งอาจจะไม่สะดวกที่จะใช้วิธีดังกล่าว อีกวิธีหนึ่งที่ยอมรับใช้คือ การใช้ฟังก์ชันพหุนามหาพจน์ทั่วไป

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ 4

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

จะได้ $a_1 = 3 = a + b$ (1)

$a_2 = 7 = 2a + b$ (2)

$a_3 = 11 = 3a + b$ (3)

(2) - (1) จะได้ $4 = a$ หรือ $a = 4$

แทนค่า $a = 4$ ใน (1) จะได้

$3 = 4 + b$

$b = 3 - 4$

$b = -1$

$$\text{ดังนั้น } a_n = 4n + (-1) = 4n - 1$$

ปัญหาที่ 1 จงเขียนลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ให้ได้จำนวนมากที่สุด พร้อมทั้งบอกว่ามีโดเมนเป็นเซตของจำนวนใด

แนวการตอบของนักเรียน

3 , 4 , 5 , 6 , 7 เป็นลำดับจำกัด เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก 5 จำนวนแรก

10 , 20 , 30 , 40 , . . . เป็นลำดับอนันต์ เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ปัญหาที่ 2 จงหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับมาให้ โดยนักเรียนเลือกหาพจน์ต่าง ๆ ตามต้องการลำดับละ 3 พจน์

กำหนดพจน์ทั่วไปดังนี้

1. $3n + 1$

2. $8n - 3$

3. $n^2 - 1$

4. $4 - n$

5. $-3n$

6. \sqrt{n}

7. $\frac{2n}{5}$

8. $\frac{n}{n+3}$

9. $\frac{3n-1}{2}$

10. $(-1)^n(2n-1)$

ปัญหาที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 7 , 10 , 13 , 16 , 19 โดยแสดงการหาพจน์ทั่วไปให้ได้หลายแบบมากที่สุด

วิธีที่ 1 กระจายพจน์ พิจารณาผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกัน จะเห็นว่าเพิ่มจากเดิมครั้งละ 3

$$a_1 = 7 = 3(1) + 4$$

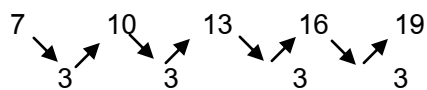
$$a_2 = 10 = 3(2) + 4$$

$$a_3 = 13 = 3(3) + 4$$

$$a_4 = 16 = 3(4) + 4$$

ดังนั้น $a_n = 3n + 4$

วิธีที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 7 , 10 , 13 , 16 , 19



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 3

พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	7	10	13	16	19
	↓	↓	↓	↓	↓
	$3(1)+4$	$3(2)+4$	$3(3)+4$	$3(4)+4$	$3(5)+4$

จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 3n + 4$

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการ และหาพจน์ทั่วไปจาก $a_n = an + b$

$$a_1 = a + b = 7 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = 10 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_3 = 3a + b = 13 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) - (1) \quad a = 3$$

แทนค่า $a = 3$ ใน (1) จะได้

$$3 + b = 7$$

$$b = 7 - 3$$

$$b = 4$$

ดังนั้น $a_n = 3n + 4$

ปัญหาที่ 4 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1 , 3 , 7 , 15 , 31

วิธีที่ 1 เนื่องจากพจน์ที่อยู่ติดกันมีผลต่างไม่เท่ากัน จึงต้องพิจารณามากกว่าเดิมและกระจายพจน์ได้ดังนี้

$$a_1 = 1 = 2^1 - 1$$

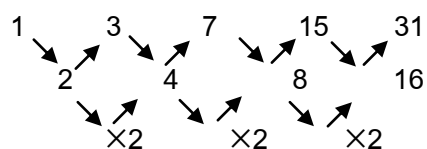
$$a_2 = 3 = 2^2 - 1$$

$$a_3 = 7 = 2^3 - 1$$

$$a_4 = 15 = 2^4 - 1$$

ดังนั้น $a_n = 2^n - 1$

วิธีที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1 , 3 , 7 , 15 , 31



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 2 , 4 , 8 และ 16 ซึ่งมีผลต่างไม่

กันและมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ โดยในชุดที่ 2 ของความสัมพันธ์มีการเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 เท่าตัว
พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	1	3	7	15	31
	↓	↓	↓	↓	↓
	$2^1 - 1$	$2^2 - 1$	$2^3 - 1$	$2^4 - 1$	$2^5 - 1$

จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 2^n - 1$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (10 นาที)

1. ทบทวนบทเรียนเรื่องฟังก์ชัน เกี่ยวกับการหาสมาชิกของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนร่วมกันเขียนความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่าง และร่วมกันหาเซตของโดเมนและเรนจ์
2. ครูอธิบายการเล่นกิจกรรม “หาจันให้พบ” ให้นักเรียนทั้งห้อง จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมให้กับนักเรียน
3. ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมทั้งอธิบายในการหาคำตอบของตนเอง

ขั้นสอน (35 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรม “รูปแบบ A” และ “รูปแบบ B” ให้นักเรียนทำกิจกรรม 2 คนต่อ 1 ใบกิจกรรม นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์และหาคำตอบ
2. ครูเป็นผู้อธิบายให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำกิจกรรม ซึ่งครูอาจใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อเปิดความคิดของนักเรียน
3. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงคำตอบที่ได้มาพร้อมทั้งพิจารณาเซตของโดเมนและเรนจ์ในแต่ละกิจกรรม โดยครูแนะนำให้นักเรียนนำเสนอสมาชิกของเรนจ์ในแต่ละกิจกรรมมาเขียนใหม่ และอธิบายต่อว่าการเขียนสมาชิกของเรนจ์แบบนี้เรียกว่า ลำดับ
4. นักเรียนพิจารณาต่อว่าลำดับที่ได้ในแต่ละกิจกรรมเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
5. นักเรียนศึกษาตัวอย่างการหา 4 พจน์แรกของลำดับจากตัวอย่างที่ 1 – 2 โดยร่วมกันแทนค่าและคิดคำนวณด้วยความรอบคอบ
6. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ โดยเริ่มที่ปัญหาที่ 1 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งในการตอบคำถามจะได้แนวคำตอบที่หลากหลาย
7. สำหรับในปัญหาแรกนักเรียนอาจยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการตอบ นักเรียนอาจจะบุงคำตอบได้ไม่มากนัก ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนพยายามตอบคำถามให้ได้มากที่สุด
8. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ 2 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง การหาลำดับและพจน์

ต่าง ๆ ของลำดับ โดยให้อิสระกับนักเรียนในการหาคำตอบตามความคิดของตนเองโดยพยายามให้นักเรียนหาคำตอบด้วยวิธีการของตนเอง

9. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนทุกคน โดยอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าปัญหาในใบงานที่ 1 เป็นปัญหาปลายเปิดที่มีคำตอบหลากหลายไม่จำเป็นว่านักเรียนแต่ละคนจะต้องตอบคำตอบที่ตรงกัน โดยครูให้อิสระในการตอบ ให้เวลาเฉลี่ย 5 – 10 นาที

10. เมื่อนักเรียนหาคำตอบเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนออกมาแสดงคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนคนอื่น ๆ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ขั้นสรุป (5 นาที)

เมื่อนักเรียนทำใบงานที่ 1 และนำเสนอหน้าชั้นเรียนเรียบร้อยแล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการหาคำตอบเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดสามารถหาคำตอบได้หลากหลายคำตอบ

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนเรื่อง ลำดับและการหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ โดยใช้วิธีการถาม – ตอบ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ของนักเรียน

ขั้นสอน (40 นาที)

1. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยนักเรียนศึกษาวิธีการหาพจน์ทั่วไปของลำดับด้วยวิธีการกระจายพจน์

2. ครูเริ่มปัญหาที่ 3 ในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ซึ่งในปัญหาที่ 3 จะเป็นปัญหาปลายเปิดแบบกระบวนการเปิด ซึ่งแตกต่างจากคาบที่ 1 เป็นปัญหาปลายเปิดแบบผลลัพธ์เปิด

3. ครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดวางแผนดำเนินการแก้ปัญหาโดยวิธีการคิดอาจมีมากกว่า 1 วิธี และสุ่มเรียกนักเรียนออกมาแสดงวิธีการคิดหาคำตอบ

4. จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนให้คิดต่อว่า นอกจากวิธีการแรกที่เพื่อนออกมานำเสนอ ยังมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ที่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ให้นักเรียนช่วยกันคิดว่ามีวิธีการได้อีกบ้าง โดยครูเป็นผู้แนะนำ

5. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ 4 ในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยครูให้อิสระในการคิดหาคำตอบกับนักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายให้ได้มากที่สุด

6. จากนั้นครูให้นักเรียนจับคู่กันเพื่อทำกิจกรรมในใบงานที่ 2 โดยให้อิสระกับนักเรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ และพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการที่หลากหลายตามความคิดของตนเอง ใช้เวลาเฉลี่ย 10 – 15 นาที

7. เมื่อนักเรียนแสดงการหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความคิดของตนเองเรียบร้อยแล้ว

ครูให้นักเรียนออกมาแสดงคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยเพื่อนคู่อื่น ๆ ที่มีคำตอบที่แตกต่างจากการนำเสนอให้ออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบให้เพื่อนดูจนกว่าจะครบทุกวิธี และนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการในการหาคำตอบ

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. เมื่อนักเรียนทำใบงานที่ 2 และนำเสนอหน้าชั้นเรียนเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการในการหาคำตอบ โดยครูจะเป็นผู้นำเสนอให้นักเรียนได้เห็นวิธีการอื่นที่น่าสนใจ เพื่อให้ นักเรียนได้เห็นว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องนั้นไม่ได้มีวิธีการหาคำตอบเพียงวิธีการเดียว นักเรียนสามารถหาวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

2. จากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

5. สื่อการเรียนรู้

- ใบกิจกรรม “รูปแบบ A”
- ใบกิจกรรม “รูปแบบ B”
- เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ
- เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- ใบงานที่ 1
- ใบงานที่ 2
- แบบฝึกหัด เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

6. การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	เครื่องมือ
ด้านความรู้ - ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัด การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	- ทำเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ไป	1. เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ 2. เอกสารประกอบการเรียน

<p>ด้านทักษะ / กระบวนการ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ตรวจจากการทำกิจกรรมในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของ ลำดับและการหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิต ใบงานที่ 1-2 - สังเกตการร่วมกิจกรรมหน้าชั้นเรียน <p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <ul style="list-style-type: none"> - สังเกตการตอบคำถามและการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน - ตรวจจากการทำกิจกรรมในเอกสารประกอบการเรียน ใบงานที่ 1 – 2 และแบบฝึกหัด - สังเกตการร่วมกิจกรรม 	<p>งานที่ 1 – 2 และแบบฝึกหัด ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 60%</p> <ul style="list-style-type: none"> - เกณฑ์ขั้นต่ำจากการประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพไม่ต่ำกว่า 70% 	<p>เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของ ลำดับ</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. ใบงานที่ 1 – 2 4. แบบฝึกหัดการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5. แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์
---	--	--

7. บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมโดยการใช้ปัญหาปลายเปิดจากสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ได้ ในคาบเรียนที่ 1 นักเรียนยังไม่คุ้นเคยการการตอบที่มีหลายคำตอบและหลายวิธีการให้การหาคำตอบในแต่ละปัญหาทำให้ใช้เวลาในการแก้ปัญหามากกว่าที่กำหนดไว้และนักเรียนยังไม่ค่อยกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นเพราะกลัวคำตอบที่ได้จะไม่ถูกต้อง

ปัญหา – อุปสรรค

1. นักเรียนบางคนยังไม่ค่อยเข้าใจการแก้ปัญหาปลายเปิด ทั้งกระบวนการเปิดและผลลัพธ์เปิด
2. นักเรียนไม่กล้าที่จะแสดงความคิดเห็นเมื่อได้คำตอบมากกว่า 1 คำตอบ

ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข

1. ในการแก้ปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนยังไม่คุ้นเคย ครูต้องเป็นผู้ชี้แนะเกี่ยวกับการแก้ปัญหารวมทั้งตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนเพื่อให้ นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นที่ถูกต้อง

2. ครูต้องจัดบรรยากาศในการเรียนการสอนให้เป็นกันเองมากที่สุดโดยมีการให้การเสริมแรง และชมเชยสำหรับนักเรียนที่ได้คำตอบที่แตกต่างจากเพื่อน

ลงชื่อ ผู้สอน
(นางสาวลิณี เรืองจ้อย)

ใบกิจกรรม “รูปแบบ A”

คำชี้แจง : จากรูปที่โจทย์กำหนดให้ให้นักเรียนหารูปในชั้นที่ 10 และเติมความสัมพันธ์ระหว่างชั้นของการสร้างและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมลงในตาราง

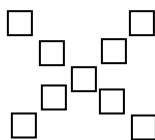
ชั้นที่ 1



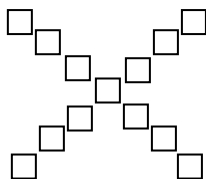
ชั้นที่ 2



ชั้นที่ 3



ชั้นที่ 4



ชั้นที่ 10

ชั้นที่	1	2	3	4	...	10
จำนวนรูป □						

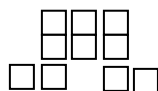
ใบกิจกรรม “รูปแบบ B”

คำชี้แจง : จากรูปที่โจทย์กำหนดให้ให้นักเรียนเติมความสัมพันธ์ระหว่างชั้นของการสร้างและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมลงในตาราง

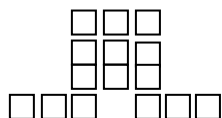
ชั้นที่ 1



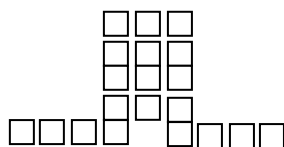
ชั้นที่ 2



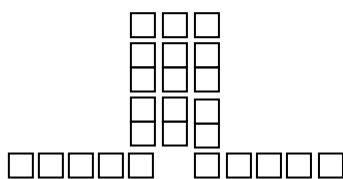
ชั้นที่ 3



ชั้นที่ 4



ชั้นที่ 5



ชั้นที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูป □					

เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาลำดับและพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

พิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$1. f = \{ (1, 5), (2, 8), (3, 11), (4, 14), (5, 17) \}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R_f = \{5, 8, 11, 14, 17\}$$

ลำดับ คือ 5, 8, 11, 14, 17

$$2. f = \{ (1, 10), (2, 6), (3, 2), (4, -2), (5, -6), \dots \}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$R_f = \{10, 6, 2, -2, -6, \dots\}$$

ลำดับ คือ 10, 6, 2, -2, -6, ...

$$3. f = \{ (1, 7), (2, 9), (3, 11), (4, 13), (5, 15) \}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R_f = \{7, 9, 11, 13, 15\}$$

ลำดับ คือ 7, 9, 11, 13, 15

$$4. f = \{ (-1, 2), (-2, 7), (0, 12), (1, 17), (2, 22), \dots \}$$

$$D_f = \{-1, -2, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$R_f = \{2, 7, 12, 17, 22, \dots\}$$

ฟังก์ชันนี้ไม่สามารถนำสมาชิกของเรนจ์มาเขียนเป็นลำดับได้เพราะ โดเมนไม่เป็นเซต

ของจำนวนเต็มบวก

จากกรณีตัวอย่างข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ลำดับที่มีโดเมน เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก เรียกว่า ลำดับจำกัด

ลำดับที่มีโดเมน เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

นอกจากนี้ในการเขียนลำดับสามารถเขียนลำดับได้โดยการแจกแจงพจน์และใช้สัญลักษณ์ a_n แทนพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ เช่น $a_n = 9n + 1$ สามารถหาลำดับได้โดยการแจกแจงพจน์ของลำดับเหล่านี้โดยการแทนค่า n เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ และเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับโดยการแจกแจง

กำหนด $a_n = (-2)^n(9 - 4n)$ จงหา 4 พจน์แรกของลำดับ และเขียนลำดับโดยการแจกแจง

วิธีทำ ถ้า $n = 1$, $a_1 = (-2)^1[9 - 4(1)] = (-2)(5) = -10$

ถ้า $n = 2$, $a_2 = (-2)^2[9 - 4(2)] = (4)(1) = 4$

ถ้า $n = 3$, $a_3 = (-2)^3[9 - 4(3)] = (-8)(-3) = 24$

ถ้า $n = 4$, $a_4 = (-2)^4[9 - 4(4)] = (16)(-7) = -112$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ $-10, 4, 24, -112$

กำหนด $a_n = n^2 - 4n + 2$ จงหาพจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 7 ของลำดับ

วิธีทำ $a_4 = 4^2 - 4(4) + 2 = 18 - 16 = 2$

$$a_7 = 7^2 - 4(7) + 2 = 51 - 28 = 23$$

ดังนั้น พจน์ที่ 4 คือ 2

พจน์ที่ 7 คือ 23

ลองมาตรวจสอบความเข้าใจกันหน่อยดีกว่าว่าจะรู้จักลำดับหรือไม่

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องให้ได้จำนวนคำตอบมากที่สุด

ปัญหาที่ 1 จงเขียนลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ให้ได้มากที่สุด















































ปัญหาที่ 2 จงหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับมาให้ โดยนักเรียนเลือกหาพจน์ต่าง ๆ ตามต้องการลำดับละ 3 พจน์

แนวการตอบ กำหนด พจน์ทั่วไป คือ $3n - 5$

$$a_3 = 3(3) - 5 = 4, \quad a_8 = 3(8) - 5 = 19, \quad a_{17} = 3(17) - 5 = 46$$

พจน์ทั่วไป	พจน์ที่ต้องการ คำตอบที่ 1	พจน์ที่ต้องการ คำตอบที่ 2	พจน์ที่ต้องการ คำตอบที่ 3
1. $3n + 1$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
2. $8n - 3$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
3. $n^2 - 1$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
4. $4 - n$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
5. $-3n$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
6. \sqrt{n}	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
7. $\frac{2n}{5}$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
8. $\frac{n}{n+3}$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
9. $\frac{3n-1}{2}$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$
10. $(-1)^n(2n-1)$	$a_{...} =$	$a_{...} =$	$a_{...} =$

เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

พจน์ทั่วไปของลำดับหรือ พจน์ที่ n สามารถเขียนแทนด้วย a_n

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับมาให้เป็นการพยายามแจกแจงพจน์แต่ละพจน์ของลำดับให้มีแบบรูปที่เหมือนกัน

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดลำดับจำกัด $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิธีที่ 1 การกระจายพจน์ (กระจายทั้งตัวเศษและตัวส่วนพร้อมกัน)

$$\text{วิธีทำ } a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

$$\text{จะได้ } a_n = \frac{n}{n+1} \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4$$

*** จะเห็นได้ว่าการหาพจน์ทั่วไปของลำดับพยายามกระจายพจน์ของแต่ละชุดให้มีตัวเลขสอดคล้องกับตัวเลขประจำพจน์***

วิธีที่ 2 กระจายพจน์ โดยแยกพิจารณาเฉพาะตัวส่วน เนื่องจากตัวเศษเรียงตามพจน์แล้ว

$$a_1 = 2 = 1(1) + 1$$

$$a_2 = 3 = 1(2) + 1$$

$$a_3 = 4 = 1(3) + 1$$

$$a_4 = 5 = 1(4) + 1$$

$$\text{จะได้ } a_n = n + 1 \text{ (เฉพาะตัวส่วนเท่านั้น)}$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = \frac{n}{n+1}$$

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการ และหาพจน์ทั่วไปจาก $a_n = an + b$ โดยในข้อนี้พิจารณาเฉพาะตัวส่วนของลำดับ

$$a_1 = a + b = 2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = 3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - (1) \quad a = 1$$

แทนค่า $a = 1$ ใน (1) จะได้

$$1 + b = 2$$

$$b = 2 - 1$$

$$b = 1$$

จะได้ $a_n = n + 1$ (เฉพาะของตัวส่วน)

ดังนั้น $a_n = \frac{n}{n+1}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดลำดับ 1, 0, -1, -2, -3, ... จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิธีที่ 1 การกระจายพจน์

วิธีทำ $a_1 = 1 = 1(-1) + 2$

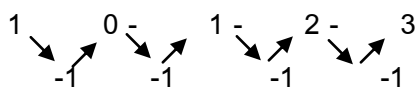
$a_2 = 0 = 2(-1) + 2$

$a_3 = -1 = 3(-1) + 2$

$a_4 = -2 = 4(-1) + 2$

จะได้ $a_n = -n + 2$ หรือ $2 - n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

วิธีที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1, 0, -1, -2, -3, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 1

พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	1	0	-1	-2	-3
	↓	↓	↓	↓	↓
	2 - 1	2 - 2	2 - 3	2 - 4	2 - 5

จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 2 - n$

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการ และหาพจน์ทั่วไปจาก $a_n = an + b$

$a_1 = a + b = 1$ (1)

$a_2 = 2a + b = 0$ (2)

(2) - (1) $a = -1$

แทนค่า $a = -1$ ใน (1) จะได้

$-1 + b = 1$

$b = 1 + 1$

$b = 2$

จะได้ $a_n = -n + 2$ หรือ $2 - n$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดลำดับ 3, 7, 11, 15, 19 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิธีที่ 1 การกระจายพจน์

วิธีทำ $a_1 = 3 = 1(4) - 1$

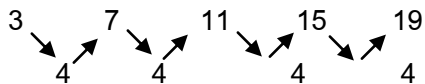
$a_2 = 7 = 2(4) - 1$

$a_3 = 11 = 3(4) - 1$

$$a_4 = 15 = 4(4) - 1$$

จะได้ $a_n = 4n - 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$

วิธีที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 3, 7, 11, 15, 19



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 4

พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	3	7	11	15	19
	↓	↓	↓	↓	↓
	$4(1) - 1$	$4(2) - 1$	$4(3) - 1$	$4(4) - 1$	$4(5) - 1$

จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 4n - 1$

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการ และหาพจน์ทั่วไปจาก $a_n = an + b$

จะได้ $a_1 = 3 = a + b$ (1)

$a_2 = 7 = 2a + b$ (2)

(2) - (1) จะได้ $a = 4$

แทนค่า $a = 4$ ใน (1) จะได้

$$3 = 4 + b$$

$$b = 3 - 4$$

$$b = -1$$

ดังนั้น $a_n = 4n + (-1) = 4n - 1$

เฉลยใบงานที่ 1

1. จงหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับมาลำดับละ 2 พจน์ซึ่งเป็น 2 พจน์ที่อยู่ติดกัน โดยนักเรียนกำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับด้วยตนเอง

ตัวอย่างคำตอบ

1. $a_n = 5n - 1$ มี $a_3 = 5(3) - 1 = 14$

มี $a_4 = 5(4) - 1 = 19$

2. $a_n = 2n + 3$ มี $a_2 = 2(2) + 3 = 7$

มี $a_3 = 2(3) + 3 = 9$

3. $a_n = 5 - n$ มี $a_7 = 5 - 7 = -2$

มี $a_8 = 5 - 8 = -3$

4. $a_n = -2 - 3n$ มี $a_1 = -2 - 3(1) = -5$

มี $a_2 = -2 - 3(2) = -8$

5. $a_n = \frac{1}{3n}$ มี $a_5 = \frac{1}{3(5)} = \frac{1}{15}$

มี $a_6 = \frac{1}{3(6)} = \frac{1}{18}$

6. $a_n = 0.4n$ มี $a_2 = 0.4(2) = 0.8$

มี $a_3 = 0.4(3) = 1.2$

2. จงเขียนลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ให้ได้จำนวนมากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1. 5, 7, 9, 11, 13	1. 2, 4, 6, 8, 10, ...
2. 12, 13, 14, 15	2. 6, 7, 8, 9, 10, ...
3. 10, 8, 6, 4, 2	3. 5, 13, 11, 9, 7, ...
4. -2, -4, -6, -8, -10	4. -5, -10, -15, -20, ...
5. 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5	5. 2, 3.5, 5, 6.5, 8, ...
6. $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$	6. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

เฉลยใบงานที่ 2

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-59, -54, -49, -44, -39$

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 กระจายพจน์ พิจารณาผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกัน จะเห็นว่าเพิ่มจากเดิมครั้งละ 5

$$a_1 = -59 = 5(1) - 64$$

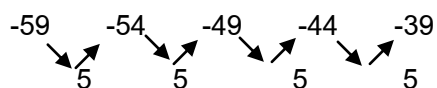
$$a_2 = -54 = 5(2) - 64$$

$$a_3 = -49 = 5(3) - 64$$

$$a_4 = -44 = 5(4) - 64$$

ดังนั้น $a_n = 5n - 64$

วิธีที่ 2 พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $-59, -54, -49, -44, -39$



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 5

พิจารณาหาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	-59	-54	-49	-44	-39
	↓	↓	↓	↓	↓
	$5(1) - 64$	$5(2) - 64$	$5(3) - 64$	$5(4) - 64$	$5(5) - 64$

จะได้ พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 5n - 64$

วิธีที่ 3 ใช้สูตร $a_n = an + b$

$$a_1 = a + b = -59 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = -54 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - (1) \quad a = 5$$

แทนค่า $a = 5$ ใน (1) จะได้

$$5 + b = -59$$

$$b = -59 - 5$$

$$b = -64$$

ดังนั้น $a_n = 5n - 64$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $5, 7, 10, 14, 19$

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 กระจายพจน์และสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวน

$$a_1 = 1 + 4$$

$$a_2 = 1 + 2 + 4$$

$$a_3 = 1 + 2 + 3 + 4$$

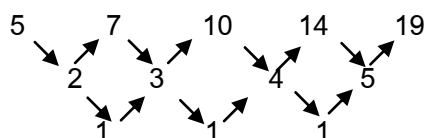
$$a_4 = 1 + 2 + 3 + 4 + 4$$

$$a_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4$$

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n + 4$$

ดังนั้น
$$a_n = \frac{n^2 + n}{2} + 4 = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + 4$$

วิธีที่ 2 สังเกตความสัมพันธ์ของลำดับ



หาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้สูตร $a_n = an^2 + bn + c$

$$a_1 = a + b + c = 5 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 7 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 10 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) - (1) \quad 3a + b = 2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(3) - (2) \quad 5a + b = 3 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(5) - (4) \quad 2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} + b = 2$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$c = 4$$

ดังนั้น
$$a_n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + 4$$

เฉลยแบบฝึกหัด การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 14 , 10 , 6 , 2 , -2

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 กระจายพจน์

$$a_1 = 14 = -4(1) + 18$$

$$a_2 = 10 = -4(2) + 18$$

$$a_3 = 6 = -4(3) + 18$$

$$a_4 = 2 = -4(4) + 18$$

ดังนั้น $a_n = -4n + 18$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = an + b$

$$a_1 = a + b = 14 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = 10 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_3 = 3a + b = 6 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) - (1) \quad a = -4$$

แทนค่า $a = -4$ ใน (1) จะได้

$$-4 + b = 14$$

$$b = 14 + 4$$

$$b = 18$$

ดังนั้น $a_n = -4n + 18$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$

วิธีที่ 1 กระจายพจน์

$$a_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{2(1)+1}$$

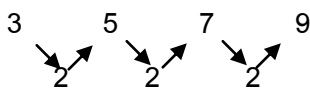
$$a_2 = \frac{1}{5} = \frac{1}{2(2)+1}$$

$$a_3 = \frac{1}{7} = \frac{1}{2(3)+1}$$

$$a_4 = \frac{1}{9} = \frac{1}{2(4)+1}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{1}{2n+1}$

พิจารณาเฉพาะตัวส่วน เพราะตัวเลขเท่ากันทุกตัว



วิธีที่ 2 กระจายพจน์ของตัวส่วน

$$a_1 = 3 = 2(1) + 1$$

$$a_2 = 5 = 2(2) + 1$$

$$a_3 = 7 = 2(3) + 1$$

$$a_n = 2n + 1$$

ดังนั้น $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$ มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = \frac{1}{2n+1}$

วิธีที่ 3 ใช้สูตร $a_n = an + b$ โดยพิจารณาเฉพาะตัวส่วน

$$a_1 = a + b = 3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = 2a + b = 5 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - (1) \quad a = 2$$

แทนค่า $a = 2$ ใน (1) จะได้

$$2 + b = 3$$

$$b = 3 - 2$$

$$b = 1$$

$$\text{จะได้ } a_n = 2n + 1$$

ดังนั้น $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$ มีพจน์ทั่วไป คือ $a_n = \frac{1}{2n+1}$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $0.4, 0.04, 0.004, 0.0004$

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 กระจายพจน์โดยอยู่ในรูปของเศษส่วน

$$a_1 = 0.4 = \frac{4}{10} = \frac{4}{10^1}$$

$$a_2 = 0.04 = \frac{4}{100} = \frac{4}{10^2}$$

$$a_3 = 0.004 = \frac{4}{1000} = \frac{4}{10^3}$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = \frac{4}{10^n}$$

วิธีที่ 2 กระจายพจน์โดยอยู่ในรูปการคูณ

$$a_1 = 0.4 = 4 \times 10^{-1}$$

$$a_2 = 0.04 = 4 \times 10^{-2}$$

$$a_3 = 0.004 = 4 \times 10^{-3}$$

$$a_n = 4 \times 10^{-n}$$

ดังนั้น $a_n = \frac{4}{10^n}$

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ความรับผิดชอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏเห็น
3 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงเวลาตามนัด - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและตั้งใจทำงานอย่างกระตือรือร้น
2 ดี	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ชี้แจงกับครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบที่ได้รับมอบหมายและตั้งใจทำงาน
1 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ทำงานโดยต้องให้ครูคอยชี้แนะ แนะนำ ดักเตือนอยู่

2. มีระเบียบวินัย

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏเห็น
3 ดีมาก	- สมุดงาน ชี้นงาน สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	- สมุดงาน ชี้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	- สมุดงาน ชี้นงาน ไม่ค่อยสะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัย การแนะนำ

3. ทำงานอย่างเป็นระบบรอบคอบ

คะแนน / ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏเห็น
3 ดีมาก	- มีการวางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน
2 ดี	- มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน แต่ผิดพลาดบ้าง
1 พอใช้	- ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยซึ่งวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 5 ด้าน ดังนี้
 - 1.1 ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบข้อละ 5 นาที
 - 1.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบข้อละ 5 นาที
 - 1.3 ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบข้อละ 5 นาที
 - 1.4 ความสามารถในการตรวจคำตอบและวิธีการคิด จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบข้อละ 5 นาที
 - 1.5 ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข หรือภาพเรขาคณิต หรือทรงเรขาคณิต หรือการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบข้อละ 5 นาที
2. เกณฑ์ในการให้คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้
 - 2.1 การให้คะแนนความคิดคล่องตัวทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของข้อสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกันตามระดับคะแนนในแต่ละด้านของความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจะจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบของนักเรียนแต่ละคนตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่ได้จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)
 - 2.3 การให้คะแนนความคิดริเริ่มทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยเกณฑ์การให้คะแนนยึดหลักดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

3. แบบทดสอบข้อที่ 1 – 2 ใช้สำหรับวัดความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่ม

แบบทดสอบข้อที่ 3 – 4 ใช้สำหรับวัดความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่ม

แบบทดสอบข้อที่ 5 – 6 ใช้สำหรับวัดความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

แบบทดสอบข้อที่ 7 – 8 ใช้สำหรับวัดความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

แบบทดสอบข้อที่ 9 - 10 ใช้สำหรับวัดความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่ม

4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีวิธีการคิดหาคำตอบและคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ ให้นักเรียนตอบมาให้มากที่สุด

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบทุกข้อ โดยเริ่มจากข้อที่ 1 ก่อน เมื่อทำแบบทดสอบข้อใดเสร็จก่อนหมดเวลาให้นักเรียนทำข้อต่อไปต่อได้เลย



ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยมีผลต่างร่วมของลำดับเป็นจำนวนคี่ โดยให้สร้างได้หลายแบบให้มากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

1. ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 15 และมีผลต่างร่วมเป็น 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
2. ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 2 และมีผลต่างร่วมเป็น -9 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
3. ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่สองเป็น 6 และพจน์ที่ห้าเป็น 15 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่มี $a_3 = 14$ และ $a_6 = 29$
5. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ -5 , -10 , -15 แล้วจงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 5 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 15 และมีผลต่างร่วมเป็น 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ , ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 2 และมีผลต่างร่วมเป็น -9 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

กลุ่มที่ 2 ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่สองเป็น 6 และพจน์ที่ห้าเป็น 15 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ , จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่มี $a_3 = 14$ และ $a_6 = 29$

กลุ่มที่ 3 ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ -5 , -10 , -15 แล้วจงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 3 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนน
ความคิดคล้องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ข้อที่ 2 ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับลำดับเลขคณิต ซึ่งมีพจน์แรกเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 59 และมี ผลต่างร่วมมากกว่า 6 โดยให้สร้างได้หลายแบบให้มากที่สุด

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 1
โจทย์ปัญหาข้อที่ 2	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 2
โจทย์ปัญหาข้อที่ 3	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 3
โจทย์ปัญหาข้อที่ 4	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 4

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 5
โจทย์ปัญหาข้อที่ 6	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 6
โจทย์ปัญหาข้อที่ 7	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 7
โจทย์ปัญหาข้อที่ 8	การแก้ปัญหามาจากโจทย์ปัญหาข้อที่ 8

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลำดับเลขคณิต ซึ่งมีพจน์แรกเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 59 และมี ผลต่างร่วมมากกว่า 6 โดยให้สร้างได้หลายแบบให้มากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

1. ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเท่ากับ 26 และมีผลต่างร่วมเป็น 9 จงหาพจน์ที่ 18 ของลำดับ
2. ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 3 เป็น 57 และ พจน์ที่ 5 เป็น 71 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
3. ลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 19 และพจน์ที่ 4 เป็น 40 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
4. จำนวนเต็มตั้งแต่ 51 ถึง 118 ที่หารด้วย 11 ลงตัวมีทั้งหมดกี่จำนวน
5. จำนวนเต็มระหว่าง 16 ถึง 957 ที่หารด้วย 8 ลงตัวมีทั้งหมดกี่จำนวน

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 5 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเท่ากับ 26 และมีผลต่างร่วมเป็น 9 จงหาพจน์ที่ 18 ของลำดับ

กลุ่มที่ 2 ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 3 เป็น 57 และ พจน์ที่ 5 เป็น 71 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ และ ลำดับเลขคณิตมีพจน์แรกเป็น 19 และพจน์ที่ 4 เป็น 40 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

กลุ่มที่ 3 จำนวนเต็มตั้งแต่ 51 ถึง 118 ที่หารด้วย 11 ลงตัวมีทั้งหมดกี่จำนวน และ จำนวนเต็มระหว่าง 16 ถึง 957 ที่หารด้วย 8 ลงตัวมีทั้งหมดกี่จำนวน

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 3 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนน
ความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่

จงหาพจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิต $-10, -7, -4, -1, 2, \dots$ โดยใช้วิธีการหาที่แปลกใหม่ และแตกต่างกันหลาย ๆ แบบให้มากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 เขียนเรียงพจน์ของลำดับจนครบ 25 พจน์

$-10, -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59, 62$

$$\text{ดังนั้น } a_{25} = 62$$

วิธีที่ 2 กระจายพจน์ (ลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจากพจน์เดิมครั้งละ 3)

$$a_1 = -10 = 3(1) - 13$$

$$a_2 = -7 = 3(2) - 13$$

$$a_3 = -4 = 3(3) - 13$$

$$a_{26} = 3(26) - 13 = 75 - 13 = 62$$

$$\text{ดังนั้น } a_{25} = 62$$

วิธีที่ 3 ใช้สูตรการหาพจน์ทั่วไป $a_n = an + b$ เมื่อ n แทน $1, 2, 3, 4, \dots$

$$a_1 = a + b = -10 \text{ --- (1)}$$

$$a_2 = 2a + b = -7 \text{ --- (2)}$$

$$\text{(2) - (1)} \quad a = 3$$

แทนค่า $a = 3$ ในสมการที่ (1) จะได้

$$3 + b = -10$$

$$b = -13$$

$$a_n = 3n - 13$$

$$\text{ดังนั้น } a_{25} = 3(25) - 13 = 75 - 13 = 62$$

วิธีที่ 4 ใช้สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

เมื่อ $a_1 = -10$ และ $d = 3$

$$a_{25} = -10 + (25 - 1)(3)$$

$$= -10 + 24(3)$$

$$= -10 + 72$$

$$= 62$$

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 4 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 วิธีที่ 1

กลุ่มที่ 2 วิธีที่ 2

กลุ่มที่ 3 วิธีที่ 3

กลุ่มที่ 4 วิธีที่ 4

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 4 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้วได้ ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นมาได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่

จากลำดับเลขคณิต 75 , 89 , 103 , 117 , ... , 565 มีทั้งหมดกี่พจน์ โดยใช้วิธีการหาที่แปลกใหม่และแตกต่างกันหลาย ๆ แบบให้มากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

วิธีที่ 1 เขียนเรียงพจน์จนครบทุกจำนวน

75 , 89 , 103 , 117 , 131 , 145 , 159 , 173 , 187 , 201 , 215 , 229 , 243 ,
257 , 271 , 285 , 299 , 313 , 327 , 341 , 355 , 369 , 383 , 397 , 411 , 425 , 439 , 453 ,
467 , 481 , 495 , 509 , 523 , 537 , 551 , 565

ดังนั้น ลำดับเลขคณิต 75 , 89 , 103 , 117 , ... , 565 มีทั้งหมด 36 พจน์

วิธีที่ 2 กระจายพจน์ (ลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจากพจน์เดิมครั้งละ 14)

$$a_1 = 75 = 14(1) + 61$$

$$a_2 = 89 = 14(2) + 61$$

$$a_3 = 103 = 14(3) + 61$$

$$a_n = 14n + 61$$

$$\text{จะได้ } 565 = 14n + 61$$

$$565 - 61 = 14n$$

$$504 = 14n$$

$$n = 36$$

ดังนั้น ลำดับเลขคณิต 75 , 89 , 103 , 117 , ... , 565 มีทั้งหมด 36 พจน์

วิธีที่ 3 ใช้สูตรการหาพจน์ทั่วไป $a_n = an + b$ เมื่อ n แทน 1 , 2 , 3 , 4 , ...

$$a_1 = a + b = 75 \quad \text{--- (1)}$$

$$a_2 = 2a + b = 89 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(2)} - \text{(1)} \quad a = 14$$

แทนค่า $a = 14$ ในสมการที่ (1) จะได้

$$14 + b = 75$$

$$b = 61$$

$$a_n = 14n + 61$$

$$\text{จะได้ } 565 = 14n + 61$$

$$565 - 61 = 14n$$

$$504 = 14n$$

$$n = 36$$

วิธีที่ 4 ใช้สูตรลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\text{เมื่อ } a_1 = 75 \text{ และ } d = 14$$

$$565 = 75 + (n - 1)(14)$$

$$565 = 75 + 14n - 14$$

$$565 = 61 + 14n$$

$$565 - 61 = 14n$$

$$n = 36$$

ดังนั้น ลำดับเลขคณิต 75 , 89 , 103 , 117 , ... , 565 มีทั้งหมด 36 พจน์

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 4 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 วิธีที่ 1

กลุ่มที่ 2 วิธีที่ 2

กลุ่มที่ 3 วิธีที่ 3

กลุ่มที่ 4 วิธีที่ 4

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 4 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นมาได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนนำตัวเลข 1 – 15 มาเติมลงในตาราง โดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกันซึ่งทำให้ แนวนอน แนวตั้ง และแนวทแยงเรียงกัน เป็นลำดับเลขคณิตให้ได้หลายแบบให้มากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

2	5	8
3	6	9
4	7	10

1	4	7
3	6	9
5	8	11

12	9	6
11	8	5
10	7	4

9	7	5
12	10	8
15	13	11

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 4 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1

คะแนน

ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ทุกแนวมีผลต่างร่วมเป็นจำนวนบวก

2	5	8
3	6	9
4	7	10

1	4	7
3	6	9
5	8	11

กลุ่มที่ 2 ทุกแนวมีผลต่างร่วมเป็นจำนวนลบ

12	9	6
11	8	5
10	7	4

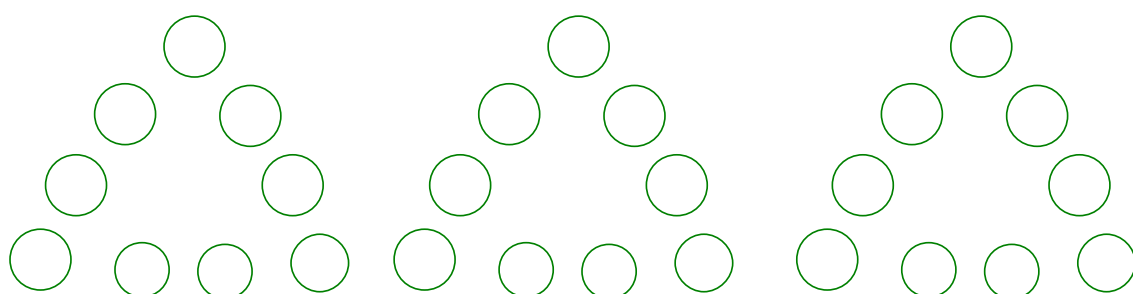
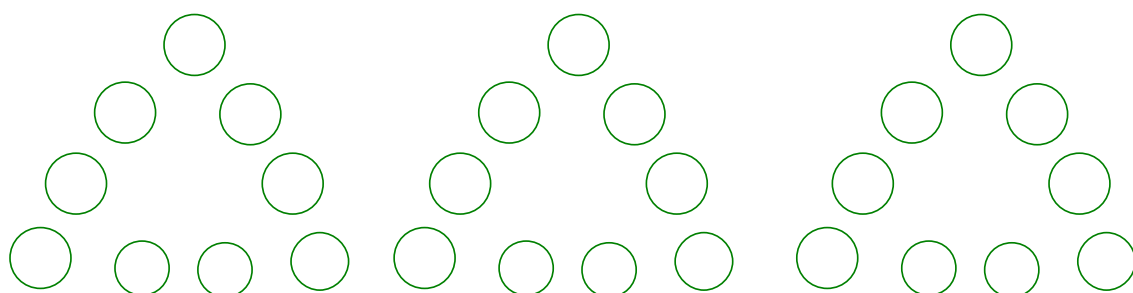
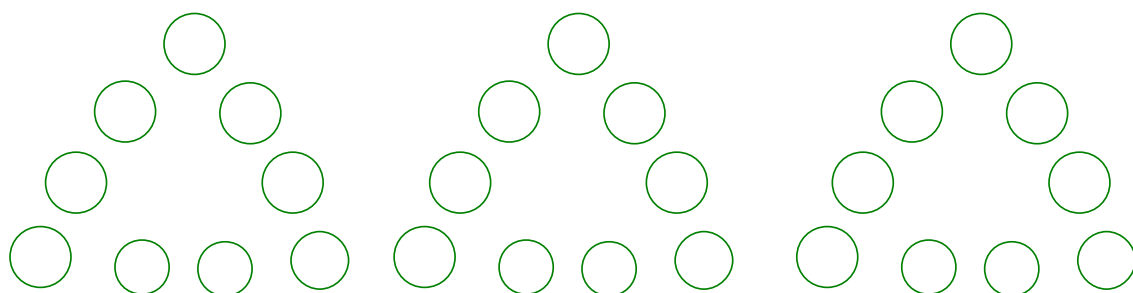
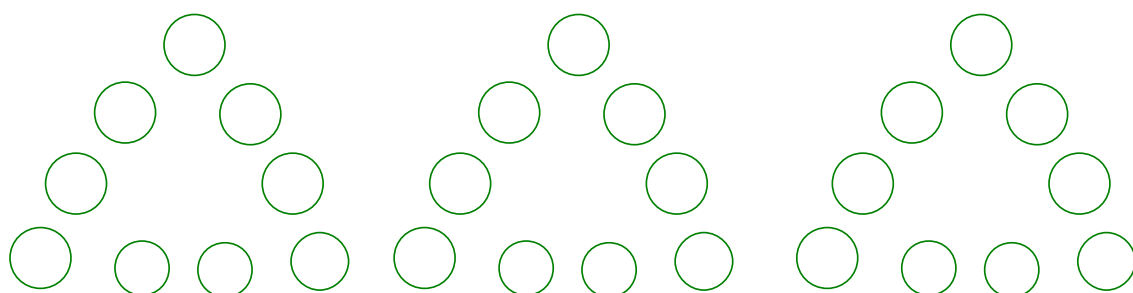
กลุ่มที่ 3 มีผลต่างร่วมเป็นทั้งบวกและลบ

9	7	5
12	10	8
15	13	11

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 3 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้วได้ ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

ข้อที่ 6 ให้นักเรียนนำตัวเลข 1 – 15 มาเติมในวงกลมโดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน
 ตัวเลขในแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมต้องเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต
 และ ผลรวมของจำนวนในแต่ละด้านไม่เกิน 50 ให้ได้หลายแบบมาก
 ที่สุด

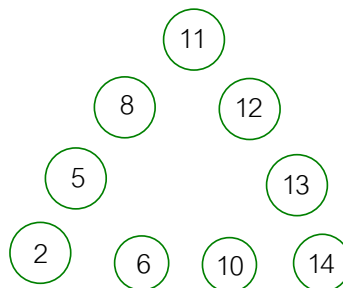
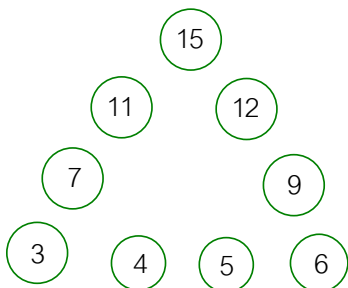
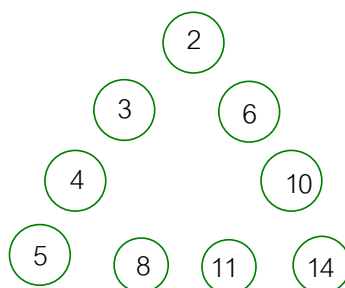
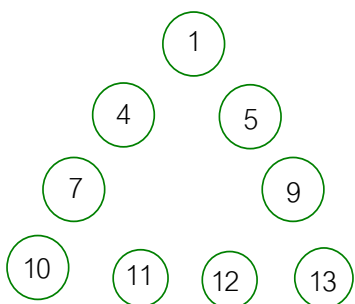


ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนนำตัวเลข 1 – 15 มาเติมในวงกลมโดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน ตัวเลขในแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมต้องเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิตและผลรวมของจำนวนในแต่ละด้านไม่เกิน 50 ให้ได้หลายแบบมากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

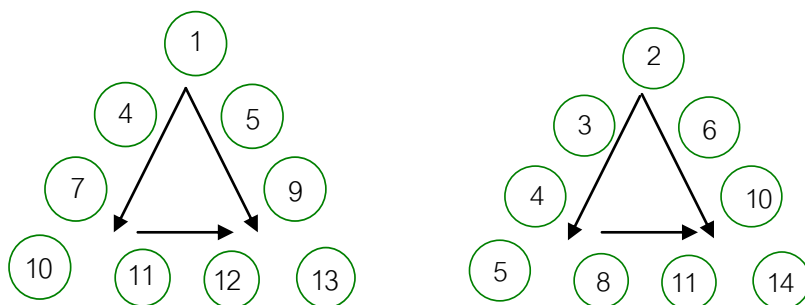


ตัวอย่างการให้คะแนน

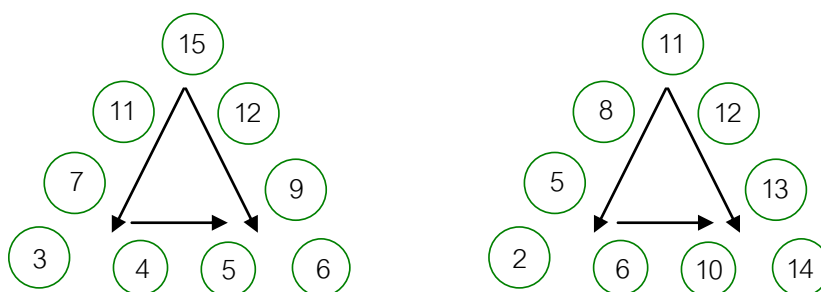
1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 4 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ผลต่างร่วมเป็นบวกทุกด้าน



กลุ่มที่ 2 ผลต่างร่วมเป็นทั้งบวกและลบ



ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 2 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้วได้ ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการตรวจคำตอบและวิธีการคิด

ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดหาคำตอบที่เกิดจากเงื่อนไขต่อไปนี้

1. ประกอบด้วยจำนวน 3 จำนวนขึ้นไปที่เรียงเป็นลำดับเลขคณิต
2. พจน์แรกเป็นจำนวนคู่
3. ผลรวมของทุกพจน์ไม่เกิน 50

ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ	พจน์แรก	ลำดับ	ผลรวมของจำนวนทั้งหมด
1	2	2, 4, 6, 8, 10	$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$
2	8	8, 10, 12, 14	$8 + 10 + 12 + 14 = 44$
3	14	14, 11, 8, 5	$14 + 11 + 8 + 5 = 38$
4	10	10, 6, 2, -2, -6	$10 + 6 + 2 + (-2) + (-6) = 10$
5	-4	-4, -6, -8, -10	$(-4) + (-6) + (-8) + (-10) = -28$
6	-20	-20, -15, -10, -5	$(-20) + (-15) + (-10) + (-5) = -50$
7	3	3, 6.5, 10, 13.5	$3 + 6.5 + 10 + 13.5 = 33$

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 7 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 2, 4, 6, 8, 10, 8, 10, 12, 14 และ 14, 11, 8, 5

(ทุกพจน์เป็นจำนวนบวก)

กลุ่มที่ 2 10, 6, 2, -2, -6 (ในลำดับมีทั้งจำนวนบวกและจำนวนลบ)

กลุ่มที่ 3 -4, -6, -8, -10 และ -20, -15, -10, -5 (ทุกพจน์เป็นจำนวนลบ)

กลุ่มที่ 4 3, 6.5, 10, 13.5 (ในลำดับมีจำนวนที่เป็นทศนิยม)

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 4 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าครบตามคำตอบ)

3. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดหาคำตอบที่เกิดจากเงื่อนไขต่อไปนี้

1. ประกอบด้วยจำนวนเต็ม 4 จำนวน เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต
2. พจน์ที่ 3 เป็นจำนวนที่มีสองหลัก
3. ผลรวมของ 4 พจน์มากกว่า 100

ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ	ลำดับ	ผลต่างร่วม	พจน์ที่ 3	ผลรวมของ 4 จำนวน
1	27 , 29 , 31 , 33	2	31	$27 + 29 + 31 + 33 = 120$
2	7 , 27 , 47 , 67	10	47	$7 + 27 + 47 + 67 = 148$
3	60 , 40 , 20 , 0	-20	20	$60 + 40 + 20 + 0 = 120$
4	40 , 35 , 30 , 25	-5	30	$40 + 35 + 30 + 25 = 130$
5	-10 , 15 , 40 , 65	25	40	$(-10) + 15 + 40 + 65 = 110$
6	72 , 51 , 30 , 9	-21	30	$72 + 51 + 30 + 9 = 162$

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 6 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 27 , 29 , 31 , 33 , 7 , 27 , 47 , 67 และ -10 , 15 , 40 , 65 (มีผลต่างร่วมเป็นจำนวนเต็มบวก)

กลุ่มที่ 2 60 , 40 , 20 , 0 , 40 , 35 , 30 , 25 และ 72 , 51 , 30 , 9 (มีผลต่างร่วมเป็นจำนวนเต็มลบ)

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 2 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิดคล่องตัวและความคิดยืดหยุ่น

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข

ให้นักเรียนนำจำนวนที่กำหนดมาจัดเรียงให้เป็นลำดับเลขคณิตโดยแต่ละกลุ่มต้องมีจำนวน 4 จำนวนและมีผลบวกของจำนวน 4 จำนวนนั้นไม่เกินสองหลักให้ได้จำนวนกลุ่มมากที่สุด

ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ	ลำดับ	ผลต่างร่วม	ผลบวก 4 จำนวน
1	2, 6, 10, 14	4	$2 + 6 + 10 + 14 = 32$
2	5, 10, 15, 20	5	$5 + 10 + 15 + 20 = 50$
3	1, 8, 15, 22	7	$1 + 8 + 15 + 22 = 46$
4	22, 23, 24, 25	1	$22 + 23 + 24 + 25 = 94$
5	6, 12, 18, 24	6	$6 + 12 + 18 + 24 = 60$
6	7, 14, 21, 28	7	$7 + 14 + 21 + 28 = 70$
7	24, 20, 16, 12	-4	$24 + 20 + 16 + 12 = 72$
8	23, 18, 13, 8	-5	$23 + 18 + 13 + 8 = 62$
9	30, 25, 20, 15	-5	$30 + 25 + 20 + 15 = 90$
10	30, 21, 12, 3	-9	$30 + 21 + 12 + 3 = 66$

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 10 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ผลต่างร่วมเป็นจำนวนเต็มบวก

ข้อ	ลำดับ	ผลต่างร่วม	ผลบวก 4 จำนวน
1	2, 6, 10, 14	4	$2 + 6 + 10 + 14 = 32$
2	5, 10, 15, 20	5	$5 + 10 + 15 + 20 = 50$
3	1, 8, 15, 22	7	$1 + 8 + 15 + 22 = 46$
4	22, 23, 24, 25	1	$22 + 23 + 24 + 25 = 94$
5	6, 12, 18, 24	6	$6 + 12 + 18 + 24 = 60$
6	7, 14, 21, 28	7	$7 + 14 + 21 + 28 = 70$

กลุ่มที่ 2 ผลต่างรวมเป็นจำนวนเต็มลบ

ข้อ	ลำดับ	ผลต่างรวม	ผลบวก 4 จำนวน
7	24 , 20 , 16 , 12	-4	$24 + 20 + 16 + 12 = 72$
8	23 , 18 , 13 , 8	-5	$23 + 18 + 13 + 8 = 62$
9	30 , 25 , 20 , 15	-5	$30 + 25 + 20 + 15 = 90$
10	30 , 21 , 12 , 3	-9	$30 + 21 + 12 + 3 = 66$

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 2 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็น จนกว่าจะครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิด คล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ตัวอย่างการตรวจให้คะแนน

ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลข

ให้นักเรียนจัดกลุ่มจำนวนที่กำหนดให้ให้ได้จำนวนกลุ่มมากที่สุด โดยแต่ละกลุ่มต้องมีจำนวนตั้งแต่ 3 จำนวนจำนวนขึ้นไป พร้อมทั้งบอกผลต่างร่วมของลำดับแต่ละกลุ่มด้วย

ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ	ลำดับ	ผลต่างร่วม
1	1.5 , 3 , 4.5	1.5
2	8 , 14 , 20	6
3	3 , 3.6 , 4.2	0.6
4	1.5 , 2 , 2.5 , 3	0.5
5	2 , 3 , 4	1
6	4 , 8 , 12	4
7	4 , 12 , 20	8
8	4.2 , 3.6 , 3	-0.6
9	3 , 2.5 , 2 , 1.5	-0.5
10	20 , 12 , 4	-8

ตัวอย่างการให้คะแนน

1. การให้คะแนนความคิดคล่องตัว พิจารณาจากจำนวนคำตอบที่ถูกต้องตามเงื่อนไขของแบบทดสอบในแต่ละข้อ โดยให้คะแนนตามปริมาณคำตอบที่ไม่ซ้ำกัน ดังนั้น ตัวอย่างนี้ได้คะแนนความคิดคล่องตัว เท่ากับ 10 คะแนน

2. การให้คะแนนความคิดยืดหยุ่น พิจารณาจากคำตอบที่เป็นไปได้ซึ่งจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบตามวิธีการที่แตกต่างกันต่อเงื่อนไขที่กำหนด โดยให้คะแนนเป็นกลุ่มหรือประเภทละ 1 คะแนน ผู้วิจัยกำหนดเงื่อนไขการจัดกลุ่มของคำตอบ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 1.5 , 3 , 4.5 , 3 , 3.6 , 4.2 และ 1.5 , 2 , 2.5 , 3 (ผลต่างร่วมเป็นทศนิยมที่เป็นบวก)

กลุ่มที่ 2 8 , 14 , 20 , 2 , 3 , 4 , 4 , 8 , 12 และ 4 , 12 , 20 (ผลต่างร่วมเป็นจำนวนเต็มบวก)

กลุ่มที่ 3 4.2 , 3.6 , 3 และ 3 , 2.5 , 2 , 1.5 (ผลต่างร่วมเป็นทศนิยมที่เป็นลบ)

กลุ่มที่ 4 20 , 12 , 4 (ผลต่างร่วมเป็นจำนวนเต็มลบ)

ตัวอย่างคำตอบข้อนี้ได้คะแนนความคิดยืดหยุ่น เท่ากับ 4 คะแนน (ในกรณีที่ไม่สามารถจัดคำตอบลงในกลุ่มที่จัดเรียบร้อยแล้ว ผู้ตรวจอาจจัดกลุ่มขึ้นใหม่ได้อีกตามความจำเป็นจนกว่าครบตามคำตอบ)

3. การให้คะแนนความคิดริเริ่ม พิจารณาจากความถี่ของคำตอบของนักเรียนทั้งหมดที่เป็นความคิดที่แปลกแตกต่างไปจากคำตอบของผู้อื่น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คำตอบซ้ำ	คะแนนที่ได้
12% ขึ้นไป	0
6 – 11 %	1
3 – 5 %	2
2 %	3
ไม่เกิน 1%	4

4. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้จากผลบวกของคะแนนความคิด คล่องตัว ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณชาติ
โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร
2. อาจารย์ณัฐ จันแยม
ครู วิทยาลัยนานาชาติการพิเศษ
โรงเรียนไชยเฉลิมพลวิทยาคม กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์วิไลวรรณ อ่ำไพพัทธ์
ข้าราชการบำนาญ วิทยาลัยนานาชาติการพิเศษ

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	สาลินี เรืองจ้อย
วันเดือนปีเกิด	30 สิงหาคม 2523
สถานที่เกิด	อำเภอบางคนที จังหวัดสมุทรสงคราม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	59 หมู่ 3 ตำบลดอนมะโนรา อำเภอบางคนที จังหวัดสมุทรสงคราม
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู (คศ.1)
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ สมุทรสาคร สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2541	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนศรัทธาสมุทร จังหวัดสมุทรสงคราม
พ.ศ. 2545	ครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากสถาบันราชภัฏนครปฐม
พ.ศ. 2554	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) การมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ