

ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน  
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน  
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน  
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กันยายน 2556

สายัณห์ พลแพน. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน และเปรียบเทียบกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 36 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองทดลอง 17 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



THE EFFECT OF EXPLICIT LEARNING MANAGEMENT EMPHASIZING ON  
REPRESENTATION IN "INTEGER SYSTEM" ON ACADEMIC ACHIEVEMENT AND  
MATHEMATICAL COMMUNICATION SKILLS OF MATHAYOMSUKSA I STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Master of Education Degree in Secondary Education  
at Srinakharinwirot University  
September 2013

Sayan Ponpaen. (2013). *The Effect of Explicit Learning Management Emphasizing on Representation In "Integer System" on Academic Achievement and Mathematical Communication Skills of Mathayomsuksa I Students*. Master's Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.  
Advisor: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were compare to academic achievement and mathematical communication skills of Mathayomsuksa I students before and after learning through explicit learning management emphasizing on representation and compare them to the criterion.

The subjects of this study were 36 Mathayomsuksa I students in the first semester of the 2013 academic year at Banplongliam School, Krathumbaen, Samudsakorn. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 17 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The instruments used in data collection were the explicit learning management emphasizing on representation lesson plans and mathematics achievement test and mathematical communication skill test. The data were statistically analyzed by using t-test for dependent samples and t-test for one sample.

The findings were as follows:

1. The mathematics achievement of the experimental group after learning through explicit learning management emphasizing on representation was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
2. The mathematics achievement of the experimental group after learning through explicit learning management emphasizing on representation was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.
3. The mathematical communication skills of the experimental group after learning through explicit learning management emphasizing on representation was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

4. The mathematical communication skills of the experimental group after learning through explicit learning management emphasizing on representation were statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.





# ปริญญาบัตร

เรื่อง

ผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีฟที่เน้นการใช้ตัวแทน  
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ของ

สายันท์ พลแพน

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาบัตร คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา ..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ) (อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)



งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย

จาก

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล อาจารย์ศุภวรรณ สัจจพิบูล อาจารย์วันเพ็ญ ประทุมทอง และอาจารย์สุณิสา สุมิรัตน์ คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์และสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.อุทัย คำรักษา อาจารย์วัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์ และอาจารย์เบญจวรรณ ยศกลาง ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ที่ได้แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูอาจารย์โรงเรียนบ้านปล่องเหลียมทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวก เป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือในการเก็บข้อมูลให้ผู้วิจัยทำการวิจัยในครั้งนี้จนสำเร็จ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนบ้านปล่องเหลียม ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ สมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ผู้เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยตลอดมา และขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

ท้ายสุดนี้ ขอขอบคุณ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่จัดตั้งโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) และผลักดันให้ข้าราชการทุนในโครงการ สควค. ได้เข้ารับการศึกษาต่อโดยสนับสนุนทุนการศึกษาในการทำวิจัยและทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร ซึ่งทำให้ผู้วิจัยสำเร็จการศึกษาในครั้งนี้ไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สายัณห์ พลแพน

## สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b> .....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
สมมุติฐานในการวิจัย.....	8
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์	10
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน.....	22
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	49
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	61
<b>3 วิธีดำเนินการวิจัย</b> .....	74
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	74
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	74
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	80
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
<b>4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล</b> .....	86
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	87

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
<b>5</b> สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	90
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	90
สมมุติฐานในการวิจัย.....	90
วิธีดำเนินการวิจัย.....	90
สรุปผลการวิจัย.....	92
อภิปรายผล.....	93
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	96
ข้อเสนอแนะ.....	97
<b>บรรณานุกรม.....</b>	<b>98</b>
<b>ภาคผนวก.....</b>	<b>109</b>
ภาคผนวก ก.....	110
ภาคผนวก ข.....	124
ภาคผนวก ค.....	133
ภาคผนวก ง.....	154
ภาคผนวก จ.....	160
<b>ประวัติผู้วิจัย.....</b>	<b>162</b>

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	67
2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	71
3 แบบแผนการทดลอง.....	80
4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	87
5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70).....	88
6 การเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	88
7 การเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) .....	89
8 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 40 ข้อ.....	111
9 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 10 ข้อ.....	112
10 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EVANA.....	113

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
11	ค่า $\sum X$ , $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า $S_i^2$ เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม .....	114
12	ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	115
13	ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 10 ข้อ.....	117
14	ค่า $\sum X_i$ , $\sum X_i^2$ และ $S_i^2$ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	117
15	ค่า $\sum X_i$ , $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า $S_i^2$ เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	118
16	ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม.....	121
17	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....	125
18	คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....	129

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 แผนภูมิการปฏิบัติการสอนด้วยวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลีซิท.....	17
3 การสังเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎี หลักการและรูปแบบวิธีสอนแบบเอ็กซ์- พลีซิท.....	19
4 ตัวแทนรูปธรรม.....	27
5 ตารางตัวแทนสเปรด์ชีท.....	28
6 การใช้ตัวแทนกราฟ.....	28
7 การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต.....	29
8 การใช้ตัวแทนเมตริกซ์.....	29
9 แสดงการใช้ตัวแทนการแก้ปัญหานักเรียน.....	30
10 การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารร่วมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน....	31
11 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารจำนวนกระเบื้องขอบสระน้ำ.....	32
12 ภาพเมฆและวลีคำถาม.....	33
13 แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา.....	34
14 การใช้ตัวแทนในคณิตศาสตร์.....	40



# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศและการดำรงชีวิตมนุษย์ เพราะการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบัน และอนาคต ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และในชีวิตประจำวันของคนเราก็ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่รู้ตัว (สิริพร ทิพย์คง. 2533: 1) อีกทั้งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ. 2545: 1) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพจึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของการศึกษาไทยโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกระแสการปฏิรูปการศึกษาในปัจจุบันที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้เต็มตามศักยภาพของตนเอง การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์จึงควรมีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีที่สุดไม่ว่าในบริบทใด ๆ (อัมพร ม้าคอง. 2546: คำนำ)

แต่จากการเรียนการสอนในปัจจุบัน กลับพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐานในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ สังเกตได้จากรายงานของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (2554: 4) ที่ประกาศผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านปล่องเหลี่ยมพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยได้เพียง ร้อยละ 30.16 จาก 100 คะแนนเต็ม และคะแนนเฉลี่ยที่ของสาระที่ต่ำที่สุดคือสาระทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 21.79 นั้นหมายความว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารที่ต่ำอยู่

จากผลการรายงานดังกล่าวน่าจะเป็นผลมาจากธรรมชาติของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็น การคิดคำนวณ ความคิดรวบยอด และทักษะ มีโครงสร้างแสดงความเป็นเหตุเป็นผล สื่อความหมาย โดยใช้สัญลักษณ์ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมจึงยากต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530: 1-3) จอยส์และวีล อ้างว่ามีงานวิจัยจำนวนไม่น้อยที่ชี้ให้เห็นว่า การสอนโดยมุ่งเน้นการให้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ช่วยให้ ผู้เรียนรู้สึกว่ามีบทบาทในการเรียน ทำให้ผู้เรียนมีความตั้งใจในการเรียนรู้ และช่วยให้ผู้เรียนประสบ ความสำเร็จในการเรียน การเรียนการสอนโดยจัดสาระและวิธีการให้ผู้เรียน อย่างดีทั้งทางด้านเนื้อหา ความรู้ และการให้ผู้เรียนใช้เวลาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ (Academic Learning) เป็นประโยชน์ต่อ การเรียนรู้ของผู้เรียนมากที่สุด ผู้เรียนมีใจจดจ่อกับสิ่งที่เรียนและช่วยให้ ผู้เรียนถึง 80% ประสบความสำเร็จในการเรียน(ทิตานา แคมมณี, 2551: 256 อ้างอิงจาก Joyce and Weil, 1996: 334)

โดย Bruner (Bruner) นักจิตวิทยาแนวพุทธิปัญญา นิยมที่เน้นพัฒนาการเกี่ยวกับความเข้าใจของผู้เรียน ได้กล่าวถึงพัฒนาการทางปัญญาว่า ผู้เรียนจะเกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concept) ได้ หากเขาสามารถถ่ายโยงความรู้ความเข้าใจทุกสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่ภาพสัญลักษณ์หรือภาษาได้ (สรวงศ์ โค้วตระกูล. 2548: 214) ดังนั้น การใช้ตัวแทน (Representation) จึงเป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนหรือความคิดที่เป็นนามธรรมได้เป็นอย่างดี ซึ่งการใช้ตัวแทนเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ที่มีอยู่ 5 มาตรฐาน ได้แก่ การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning & Proof) การสื่อสาร (Communication) การเชื่อมโยง (Connection) และ การใช้ตัวแทน (Representation) โดยสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 67) ได้อธิบายถึงมาตรฐานการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นสิ่งจำเป็นที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ อีกทั้งทำให้ผู้เรียนสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้ง และความเข้าใจต่างๆ ไปสู่มนุษย์คนอื่นได้

การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเองเพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่า การเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับ นักเรียน (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน สาระที่ 6 ซึ่งได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค.6.1 ว่าให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากทักษะ/กระบวนการสื่อสารเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในอนาคตจึงจำเป็นต้องฝึกฝนให้นักเรียนมีทักษะ/กระบวนการสื่อสาร ได้แก่ การสนทนา การซักถาม การอธิบายสิ่งต่างๆ ได้อย่างคล่องแคล่วมีความสามารถในการฟัง พูด อ่าน เขียน ทักษะในการนำเสนอและมีความสามารถทั้งการพูดการเขียนให้ผู้อื่นเข้าใจ มีทักษะในการรับฟังข่าวสารข้อมูล และสามารถวิเคราะห์ข่าวสารที่ได้รับอย่างมีเหตุผล สามารถสรุปความรู้ที่ได้อย่างรวดเร็วถูกต้องตรงประเด็นขยายความ แปลความหมายสิ่งที่ตนเองรู้ได้โดยมีข้อสรุปอ้างอิงอย่างมีเหตุผล ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียน จึงควรมีการปรับปรุง และพัฒนาให้เหมาะสมกับความเจริญในโลกปัจจุบันเพื่อให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถด้านทักษะและกระบวนการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ (กรมวิชาการ. 2542: 1)

รูปแบบวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลีซิท หรือการจัดการเรียนการสอนแบบชัดแจ้ง พัฒนาโดย โรเซนชานน์ และสตีเวนส์ ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน 2. ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่ 3. ขั้นทำให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ 4. ขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน 5. ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ 6. ขั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน (ทิสนา แคมมณี. 2551: 117) เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นการเข้าใจจริงและการฝึกจนเกิดทักษะ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจ สามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานการศึกษาใน

ระดับสูงขึ้นได้ดี สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง (Rosenshine. 1986: 60)

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นและเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทน
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทนกับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทน
4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทนกับเกณฑ์ร้อยละ 70

### ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิกซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆได้สามารถนำไปพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

### ขอบเขตของการวิจัย

#### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกะทู้มณฑล จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 102 คน

#### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกะทู้มณฑล จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1

ห้องเรียน จำนวน 36 คน กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน

### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน

2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ได้แก่

2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ซึ่งแบ่งเนื้อหาออกเป็น

1. จำนวนเต็ม	จำนวน	2 ชั่วโมง
2. การบวกจำนวนเต็ม	จำนวน	4 ชั่วโมง
3. การลบจำนวนเต็ม	จำนวน	3 ชั่วโมง
4. การคูณจำนวนเต็ม	จำนวน	3 ชั่วโมง
5. การหารจำนวนเต็ม	จำนวน	3 ชั่วโมง
6. สมบัติของจำนวนเต็ม	จำนวน	2 ชั่วโมง

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ใช้เวลาการดำเนินการทดลอง 19 ชั่วโมง โดยดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 17 ชั่วโมง ทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท หมายถึง จัดการเรียนการสอนแบบชัดเจน พัฒนาโดยโรเซ็นชานน์ และสตีเวนส์ (Rosenhine; & Stevens. 1986: 14) ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน คือ

1.1 ชื่นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน

1.2 ชื่นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

1.3 ชื่นทำให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

1.4 ชื่นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

1.5 ชั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

1.6 ชั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน

**2. การใช้ตัวแทน** หมายถึง วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbol) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ เป็นตัวแทนในการรวบรวมความคิด เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้ตัวแทนยังแบ่งออกเป็นตัวแทนภายนอก คือ สัญลักษณ์ต่างๆที่กล่าวมาแล้ว กับ ตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด

**3. การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน** หมายถึง เป็นกระบวนการสอนที่เน้นการทบทวน มีการตรวจสอบการบ้าน และมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามจุดประสงค์การเรียนรู้สั้นๆ เข้าใจง่ายได้คำตอบที่ถูกต้องรวดเร็ว และแน่นอน โดยใช้ตัวแทนในลักษณะต่างๆ ในขั้นที่สองเพื่อให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดของเนื้อหา

โดยดำเนินการตามขั้นตอนการสอนของรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท 6 ชั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชั้นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน

เริ่มต้นบทเรียนด้วยการทบทวนความรู้ หลักการ หรือทักษะที่เรียนไปแล้ว เพื่อความพร้อมในการเรียน

ขั้นที่ 2 ชั้นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

2.1 ครูบอกหรือแจ้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนทราบ อาจจะโดยการเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือพฤติกรรมที่คาดหวังเป็นข้อ ๆ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน ลดความซ้ำซ้อนของการให้สาระความรู้

2.2 สอนทีละขั้นตอน หรือแบ่งสอนเป็นเรื่องย่อยๆ ตามลำดับความยากง่าย ใช้ภาษาพูด อธิบายยกตัวอย่างที่ชัดเจนให้คำแนะนำทีละขั้นตอน ทำแบบ แสดงแบบให้นักเรียนดู ใช้สื่อตัวแทนประกอบการอธิบายเพื่อให้แน่ใจว่าแต่ละประเด็นที่สอน นักเรียนเข้าใจแจ่มแจ้งก่อนที่จะดำเนินการสอนในขั้นต่อไป

2.3 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน อธิบายยกตัวอย่างให้ชัดเจนเพื่อให้แน่ใจว่า นักเรียนพร้อมที่จะฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 ชั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยครูคอยแนะนำในห้องเรียนหลังจากการฝึกปฏิบัติแล้ว นักเรียนควรจะ สามารถปฏิบัติตามขั้นตอน หรือทักษะนั้นๆอย่างถูกต้อง ฝึกตอบคำถามประเภทความรู้ ความจำ ความเข้าใจ เพื่อส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 ชั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

ในการตอบของนักเรียน ถ้าตอบถูกต้องหรือตอบด้วยความมั่นใจ ครูควรตอบสนองด้วยคำพูดที่เสริมกำลังใจ เช่น “ดีมาก” “ดี” “ถูกต้อง” ถ้านักเรียนตอบถูกต้องแต่ตอบด้วยความลังเลไม่แน่ใจ ครูควรย้อนกลับเกี่ยวกับเรื่องนั้น หรือบอกกระบวนการที่ได้คำตอบนั้นมา

ขั้นที่ 5 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยอิสระด้วยตนเอง เพื่อปรับปรุงขั้นตอนที่นักเรียนตอบจากการตอบถูกของ นักเรียน แต่ลังเลไม่แน่ใจและเพื่อจะได้มีการพัฒนาทักษะเหล่านั้นให้ชำนาญยิ่งขึ้น การให้ฝึกด้วย ตนเองจะดำเนินการต่อจากการให้ฝึกปฏิบัติที่โต๊ะที่มีประสิทธิภาพนั้นอาจให้นักเรียนช่วยเหลือกัน เพราะนักเรียนจะชอบที่จะคิดร่วมกัน และการให้คำแนะนำจากกันและกัน มากกว่าให้ครูอธิบาย หรือแนะนำ

ขั้นที่ 6 ขั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน

ทบทวนเนื้อหาสาระอีกครั้งเมื่อสอนจบในแต่ละหัวข้อ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนไปแล้วของนักเรียน

**4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามที่ วิลสัน (Wilson, 1971: 643-685) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับ คือ

4.1 ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) ประกอบด้วยความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยามและความสามารถในการคิดคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

4.2 ความเข้าใจ (Comprehension) ประกอบด้วยความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิงและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การติดตามหาเหตุผล การอ่านและการตีความโจทย์

4.3 การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน ตลอดจนความสามารถในการเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4.4 การวิเคราะห์ (Analysis) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน ตลอดจนความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้อง

**5. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดเรื่องราว แนวความคิดหรือความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนโดยใช้การเขียน เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจในความคิดหรือแนวความคิดของตนเอง วัดได้จากแบบทดสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ ที่มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด โดยนำเกณฑ์การประเมินคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิด ของ เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps, 1994 : 112 ; citing Vermont Department

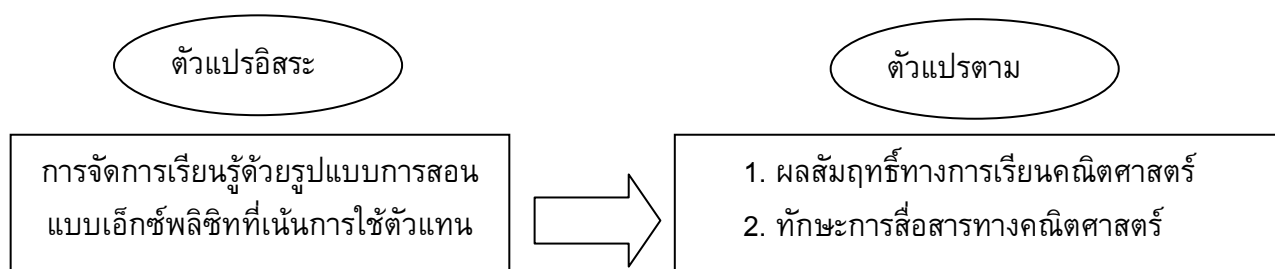
Education. n.d.: 14-15) ซึ่งจำแนก ออกเป็น 3 ด้าน คือ ภาษาคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอแนวคิด มาประยุกต์ใช้เป็นเกณฑ์ในการให้คะแนน

**6. เกณฑ์** หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนแบบทดสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2547: 13) ดังนี้

คะแนน	ความหมาย
ร้อยละ 80 - 100	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม
ร้อยละ 75 - 79	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก
ร้อยละ 70 - 74	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
ร้อยละ 65 - 69	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี
ร้อยละ 60 - 64	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับน่าพอใจ
ร้อยละ 55 - 59	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้
ร้อยละ 50 - 54	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์
ร้อยละ 0 - 49	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน/ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทซึ่งพัฒนาโดยโรเซ็นชายนน์ และสติเวนส์ (Rosenshine; & Stevens. 1986: 14) เป็นกระบวนการสอนที่เน้นการทบทวน มีการตรวจสอบการบ้าน และมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามจุดประสงค์การเรียนรู้สั้นๆ เข้าใจง่ายได้คำตอบที่ถูกต้องรวดเร็วและแน่นอน ผนวกกับแนวคิดในการใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM. 2000: 67) ซึ่งการใช้ตัวแทนจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรมได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังทำให้ผู้เรียนสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้ง และความเข้าใจต่างๆ ไปสู่บุคคลอื่นได้ ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนดังกล่าว สามารถช่วยฝึกฝนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อันจะช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษา ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิดดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70





## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท
  - 1.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne)
  - 1.2 การจัดการเรียนการสอนทางตรง (Direct Instruction Model)
  - 1.3 รูปแบบวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท (Explicit Instruction)
  - 1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน (Representation)
  - 2.1 ความเป็นมาและความหมายของการใช้ตัวแทน
  - 2.2 การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
  - 2.3 บทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา
  - 2.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน
  - 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  - 3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 3.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  - 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
  - 4.3 องค์ประกอบของการสื่อสาร
  - 4.4 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.5 บทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.6 ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.7 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
  - 4.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

## 1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท (Explicit Teaching Model)

### 1.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (ทิตนา แชมมณี, 2551: 75-76 อ้างอิงจาก Gagne) จัดอยู่ในกลุ่มผสมผสาน ระหว่างพฤติกรรมนิยมกับพุทธินิยม มีหลักการจัดสภาพการเรียนรู้การสอนอย่างเป็นระบบ โดยเชื่อมโยงสภาพการเรียนรู้การสอน (สภาวะภายนอกตัวผู้เรียน) ให้สอดคล้องกับการเรียนรู้ภายใน (กระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมอง) และอธิบายว่า การทำงานของสมองคล้ายกับการทำงานของคอมพิวเตอร์ ได้จัดระบบการเรียนรู้การสอน ให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ 9 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างความสนใจ (Gaining Attention) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในการเรียนรู้ เป็นแรงจูงใจที่เกิดขึ้นทั้งจากสิ่งยั่วยุภายนอกและแรงจูงใจที่เกิดจากตัวผู้เรียนเองด้วย ครูอาจใช้วิธีการสนทนา ชักถาม ทายปัญหา หรือมีวัสดุอุปกรณ์ต่างๆ ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนตื่นตัว และมีความสนใจที่จะเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ชี้แจงจุดประสงค์ (Informing the Learner of the Objective) เป็นการบอกให้ผู้เรียนทราบถึงเป้าหมายหรือผลที่จะได้รับจากการเรียนบทเรียนนั้น โดยเฉพาะเพื่อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์ในการเรียน เห็นแนวทางของการจัดกิจกรรมการเรียน ทำให้ผู้เรียนวางแผนการเรียนตนเอง

ขั้นที่ 3 กระตุ้นให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้เดิมที่จำเป็น (Stimulating Recall of Prerequisite Learned Capabilities) เป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต่อการเชื่อมโยงให้เกิดการเรียนรู้ความรู้ใหม่ เนื่องจากการเรียนรู้เป็นกระบวนการต่อเนื่อง การเรียนรู้ความรู้ใหม่ต้องอาศัยความรู้เก่าเป็นพื้นฐาน

ขั้นที่ 4 เสนอการเรียนใหม่ (Presenting the Stimulus) เป็นการเริ่มกิจกรรมของบทเรียนใหม่โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาประกอบการสอน

ขั้นที่ 5 แนวทางการเรียนรู้ (Providing Learning Guidance) เป็นการช่วยให้ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง ครูอาจแนะนำวิธีการทำกิจกรรม แนะนำแหล่งค้นคว้าเป็นการนำทางให้ผู้เรียนไปคิดเอง เป็นต้น

ขั้นที่ 6 ให้ลงมือปฏิบัติ (Eliciting the Performance) เป็นการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถแสดงพฤติกรรมตามจุดประสงค์

ขั้นที่ 7 ให้ข้อมูลป้อนกลับ (Feedback) เป็นขั้นที่ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับผลการปฏิบัติกิจกรรมหรือพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกว่ามีความถูกต้องหรือไม่อย่างไร และเพียงใด

ขั้นที่ 8 ประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ (Assessing the Performance) เป็นขั้นการวัดการประเมินผลว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนเพียงใด ซึ่งอาจทำการวัดโดยใช้ข้อสอบ แบบสังเกต การตรวจผลงาน หรือการสัมภาษณ์ แล้วแต่ว่า

จุดประสงค์นั้นต้องการวัดพฤติกรรมด้านใด แต่สิ่งที่สำคัญ คือ เครื่องมือที่ใช้วัดจะต้องมีคุณภาพ มีความเชื่อถือได้ และมีความเที่ยงตรงในการวัด

ขั้นที่ 9 การเสริมความแม่นยำและการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Enhancing Retention and Transfer) เป็นบทสรุป การย้ำ ทบทวนการเรียนรู้ที่ผ่านมาเพื่อให้นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ฝังแน่นขึ้น กิจกรรมในขั้นนี้อาจเป็นแบบฝึกทักษะ การให้ทำกิจกรรมเพิ่มพูนความรู้ รวมทั้งการให้ทำการบ้าน การทำรายงาน หรือหาความรู้เพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้ในชั้นเรียน

จากการศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne) ได้นำความรู้เรื่องการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเริ่มจากง่ายไปหายาก การเรียนรู้สิ่งเร้า การตอบสนองเน้นการเรียนรู้ต่อเนื่องเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรม เนื่องจากได้รับการเสริมแรง การเชื่อมโยงทางภาษา เป็นการเรียนรู้แบบต่อเนื่องเกี่ยวกับการใช้ภาษา แบบรับสิ่งเร้า - การตอบสนอง การเรียนรู้กฎที่เกิดจากการรวมหรือเชื่อมโยงความคิดรวบยอดตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป การเรียนรู้ข้อเท็จจริงโดยอาศัยความจำ ความระลึกได้ โดยอาศัยกระบวนการเรียนรู้ 9 ขั้น ได้แก่ 1) สร้างความสนใจ 2) แจ็งจุดประสงค์ 3) กระตุ้นให้ระลึกถึงความรู้เดิม 4) เสนอความรู้ใหม่ 5) แนวทางการเรียนรู้ 6) ให้ลงมือปฏิบัติ 7) ให้ข้อมูลป้อนกลับ 8) ประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ 9) การเสริมความแม่นยำและการถ่ายโอนการเรียนรู้

## 1.2 การจัดการเรียนการสอนทางตรง (Direct Instruction Model)

จอยส์และวีล (ทิตินา แชมมณี. 2551: 256; อ้างอิงจาก Joyce; & Weil. 1996: 334) อ้างว่า มีงานวิจัยจำนวนมากไม่น้อยที่ชี้ให้เห็นว่า การสอนโดยมุ่งเน้นการให้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ช่วยให้ ผู้เรียนรู้สึกว่ามีบทบาทในการเรียน ทำให้ผู้เรียนมีความตั้งใจในการเรียนรู้และช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียน การเรียนการสอนโดยจัดสาระและวิธีการให้ผู้เรียนอย่างดีทั้งทางด้านเนื้อหา ความรู้ และการให้ผู้เรียนใช้เวลาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ (Academic Learning) เป็นประโยชน์ต่อ การเรียนรู้ของผู้เรียนมากที่สุด ผู้เรียนมีใจจดจ่อกับสิ่งที่เรียนและช่วยให้ผู้เรียนถึง 80% ประสบความสำเร็จในการเรียน นอกจากนี้ยังพบว่า บรรยากาศในการเรียนที่ไม่ปลอดภัยสำหรับผู้เรียนสามารถสกัดกั้นความสำเร็จของผู้เรียนได้ ดังนั้นผู้สอนจึงจำเป็นต้องระมัดระวัง ไม่ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกในทางลบ เช่น การดูต่ำกว่ากล่าว การแสดงความไม่พอใจหรือวิพากษ์วิจารณ์ผู้เรียน เป็นต้น

### 1.2.1 หลักการ

ทิตินา แชมมณี (2551: 113) ได้กล่าวถึงหลักการ ไว้ดังนี้

1.2.1.1 การจัดเนื้อหาสาระอย่างเหมาะสมเป็นไปตามลำดับขั้นตอน ผังลำดับของมโนทัศน์จากชั้นที่เป็นพื้นฐานไปสู่ชั้นที่สูงซับซ้อนขึ้นจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาสาระนั้นได้ดี

1.2.1.2 การตรวจสอบพื้นฐานความรู้เดิมที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในการทำความเข้าใจความรู้ใหม่ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้สิ่งใหม่จะช่วยให้เรียนรู้สิ่งใหม่ได้ดีและรวดเร็วขึ้น

1.2.1.3 การนำเสนอเนื้อหาสาระอย่างกระชับ ชัดเจนโดยมีตัวอย่างประกอบ รวมทั้งการให้ผู้เรียนซักถามจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็ว

1.2.1.4 การฝึกปฏิบัติ ใช้ความรู้หรือทักษะที่เรียนรู้เป็นสิ่งจำเป็น การฝึกปฏิบัติช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ ข้อมูลหรือทักษะสู่การกระทำและช่วยทำให้เกิดความเข้าใจในข้อความรู้นั้นลึกซึ้งขึ้น

1.2.1.5 การได้รับข้อมูลย้อนกลับหรือทราบผลของการปฏิบัติของตนเองจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถปรับปรุงการปฏิบัติของตนให้อยู่ในระดับที่ต้องการ

1.2.1.6 การฝึกปฏิบัติอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอช่วยทำให้เกิดทักษะความชำนาญ

## 1.2.2 นิยาม

การจัดการเรียนการสอนทางตรง (ทิสนา แชมมณี. 2551: 114) หมายถึง “การดำเนินการเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ ข้อมูล ความรู้ ข้อเท็จจริง หรือวิธีการกระบวนการต่าง ๆ อย่าง รวดเร็วและมีประสิทธิภาพ โดยการถ่ายทอดข้อมูลเหล่านั้นโดยตรงไปตรงมา

## 1.2.3 วัตถุประสงค์

รูปแบบการเรียนการสอนทางตรงมุ่งช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ทั้งเนื้อหาสาระและ มโนทัศน์ต่าง ๆ รวมทั้งได้ฝึกปฏิบัติทักษะต่าง ๆ จนสามารถทำได้ดีและประสบผลสำเร็จได้ในเวลาที่จำกัด

## 1.2.4 ตัวบ่งชี้ของการจัดการเรียนการสอนทางตรง

บอริช (ทิสนา แชมมณี. 2551: 115; อ้างอิงจาก Borich. 1988: 158) ได้กล่าวถึงกระบวนการจัดการเรียนการสอนโดยตรงโดยทั่วไปมี 7 ขั้นตอน ดังตัวบ่งชี้ที่สำคัญของการจัดการเรียนการสอน ประกอบด้วย

1.2.4.1 มีการจูงใจผู้เรียนให้ความสนใจต่อสิ่งที่นำเสนอ

1.2.4.2 มีการแจ้งวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

1.2.4.3 มีการทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่

1.2.4.4 มีการนำเสนอความรู้ใหม่หรือเนื้อหาสาระที่ต้องการถ่ายทอดให้ผู้เรียน โดยผู้สอน

1.2.4.5 มีการให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นการนำความรู้ไปใช้หรือฝึกทักษะที่ได้เรียนรู้ไป

1.2.4.6 ผู้สอนให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนแสดงออก

1.2.4.7 ผู้สอนประเมินผลการเรียนรู้

## 1.2.5 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบการเรียนการสอนทางตรง

การเรียนการสอนทางตรง ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ ๆ 5 ขั้นตอน (ทิสนา แชมมณี. 2551: 256-257) คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

1. ผู้สอนแจ้งวัตถุประสงค์ของบทเรียนและระดับการเรียนรู้ หรือพฤติกรรมการเรียนรู้ที่คาดหวังแก่ผู้เรียน

2. ผู้สอนชี้แจงสาระของบทเรียนและความสัมพันธ์กับความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนอย่างคร่าว ๆ

3. ผู้สอนชี้แจงกระบวนการเรียนรู้ และหน้าที่รับผิดชอบของผู้เรียนในการเรียนแต่ละขั้นตอน

#### ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอบทเรียน

1. หากเป็นการนำเสนอเนื้อหาสาระ ข้อความรู้หรือมโนทัศน์ ผู้สอนควรกลั่นกรองและสกัดคุณสมบัติเฉพาะของมโนทัศน์เหล่านั้นและนำเสนออย่างชัดเจนพร้อมทั้งอธิบายและยกตัวอย่างประกอบให้ผู้เรียนเข้าใจ ต่อไปจึงสรุปค่านิยมของมโนทัศน์เหล่านั้น

2. ตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจตรงตามวัตถุประสงค์ก่อนให้ผู้เรียน ลงมือปฏิบัติ หากยังไม่เข้าใจ ต้องสอนซ่อมเสริมให้เข้าใจก่อน

#### ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกปฏิบัติตามแบบ (Structured Practice)

ผู้สอนปฏิบัติให้ผู้เรียนดูเป็นตัวอย่าง ผู้เรียนปฏิบัติตาม ผู้สอนให้ข้อมูล ป้อนกลับให้การเสริมแรงหรือแก้ไขข้อผิดพลาดของผู้เรียน

#### ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกปฏิบัติภายใต้การกำกับของผู้ชี้แนะ (Guided Practice)

ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยผู้สอนคอยดูแลอยู่ห่าง ๆ ผู้สอนจะสามารถประเมินการเรียนรู้และความสามารถของผู้เรียนได้จากความสำเร็จและความผิดพลาดของการปฏิบัติของผู้เรียน และช่วยเหลือผู้เรียน โดยให้ข้อมูลป้อนกลับเพื่อให้ผู้เรียนแก้ไขข้อผิดพลาดต่าง ๆ

#### ขั้นที่ 5 การฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ (Independent Practice)

หลังจากที่ผู้เรียนสามารถปฏิบัติตามขั้นที่ 4 ได้ถูกต้องประมาณร้อยละ 85-90 แล้ว ผู้สอนควรปล่อยให้ผู้เรียนปฏิบัติต่อไปอย่างอิสระ เพื่อให้เกิดความชำนาญและการเรียนรู้อย่างคงทน ผู้สอนไม่จำเป็นต้องให้ข้อมูลป้อนกลับในทันที สามารถให้ภายหลัง การฝึกในขั้นนี้ไม่ควรทำติดต่อกันในครั้งเดียว ควรมีการฝึกเป็นระยะ ๆ เพื่อช่วยให้การเรียนรู้คงทนขึ้น

#### 1.2.6 ผลที่ผู้เรียนจะได้รับ

ทิสนา แชมมณี (2551: 257) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบนี้เป็นไป ตามลำดับขั้นตอน ตรงไปตรงมา ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งทางด้านพุทธิพิสัยและทักษะพิสัยได้เร็ว และมากในเวลาที่จำกัด ไม่สับสน ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติตามความสามารถของตน จนสามารถบรรลุ วัตถุประสงค์ ทำให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียน และมีความรู้สึกที่ดีต่อตนเอง

#### 1.2.7 รูปแบบการจัดการเรียนการสอนทางตรง

ทิสนา แชมมณี (2551: 114) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนทางตรงมีการ ปฏิบัติแยกกันเป็น 2 กลุ่ม คือ

1. กลุ่มที่เชื่อว่าวิธีการจัดการเรียนการสอนทางตรงให้มีประสิทธิภาพนั้น ควรจะศึกษาจากครูผู้สอนที่สามารถสอนได้ผลดีเรียกว่าการจัดการสอนทางตรงแบบใช้ข้อมูลจากผลการวิจัย (Research-Based Direct Instruction)

2. กลุ่มที่เชื่อว่าวิธีการจัดการเรียนการสอนทางตรงให้มีประสิทธิภาพนั้น ควรจัดตามทฤษฎีหรือหลักการที่เป็นที่ยอมรับกันแล้ว เรียกว่า เป็นการจัดการเรียนการสอนทางตรง ตามแบบใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory-based Direct Instruction) สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้วิธีการสอนแบบใช้ข้อมูลจากผลการวิจัย

#### 1.2.8 การจัดการเรียนการสอนทางตรงแบบใช้ข้อมูลจากผลการวิจัย

ทิสนา แคมมณี (2551: 115-116) ได้กล่าวถึงแนวคิดการจัดการเรียนการสอนทางตรงแบบ ใช้ข้อมูลผลการวิจัย (Research-Based Direct Instruction) มีองค์ประกอบสำคัญ 6 ประการ ดังนี้

1. ครูเป็นศูนย์กลาง (Teacher Centrality) หมายถึงครูมีบทบาทสำคัญในการควบคุมกำกับทิศทางของการเรียนการสอน ครูเป็นผู้ตัดสินใจว่าผู้เรียนควรเรียนอะไรและอย่างไร

2. เป้าหมาย (Task Orientation) เน้นที่การเรียนรู้วิชาการหรือเนื้อหาสาระซึ่ง เป็นข้อมูลความรู้หรือข้อเท็จจริงต่างๆผู้สอนจะจัดกิจกรรมหรือประสบการณ์ทุกอย่างที่มุ่งไปที่ เป้าหมายนี้

3. ความคาดหวังในทางบวก (Positive Expectation) ผู้สอนมีการคาดหวังว่าผู้เรียนทุกคนจะประสบผลสำเร็จในการเรียน

4. ความร่วมมือของผู้เรียนที่สามารถวัดประเมินได้ (Student Cooperation and Accountability) ผู้เรียนจะต้องรับผิดชอบการทำงานและการเรียนรู้ของตนเองในขณะเดียวกันก็มีบทบาทที่จะต้องช่วยผู้เรียนคนอื่นๆด้วย

5. บรรยากาศที่ปลอดภัย (Nonnegative Affect) ผู้เรียนอยู่ในบรรยากาศที่เป็นมิตรเป็นกันเองปลอดภัยจากความรู้สึกทางลบทั้งหลายเช่น การข่มขู่ ดุฎก เหยียดหยาม กลัวความผิดพลาด เป็นต้น

6. มีกฎระเบียบ กติกาที่ชัดเจนในการปฏิบัติงานและกิจกรรมต่าง ๆ (Established Structure) โดยผู้สอนคอยติดตามดูแลการปฏิบัติของผู้เรียนอย่างใกล้ชิด

นอกจากนี้ ทิสนา แคมมณี (2551: 116) ได้กล่าวว่าแนวคิดการจัดการเรียนการสอนทางตรงแบบใช้ผลการวิจัยนี้มีผู้นำไปพัฒนาเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีชื่อเรียกแตกต่างกันไป เช่น Basic Practice, Explicit Teaching, Active Teaching ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีกระบวนการแตกต่างกันไป บ้าง แต่ยังคงยึดหลักการแนวคิดของการเรียนการสอนทางตรงเหมือนกัน

### 1.3 รูปแบบวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท (Explicit Instruction)

ทิสนา แคมมณี (2551: 117) ได้กล่าวรูปแบบวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท หรือการจัดการเรียนการสอนแบบชัดแจ้ง ว่าพัฒนาโดยโรเซนชานน์ และสตีเวนส์ (Rosenhine & Stevens) ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน คือ

1. ชื่นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน
2. ชื่นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

3. ขั้นทำให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ
4. ขั้นให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน
5. ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ
6. ขั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน

วัชราน เล่าเรียนดี (2550: 156-158) ได้กล่าวถึงกระบวนการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท (Explicit Teaching Model) ไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทบทวนประจำวัน (Providing Daily Review) ขณะเริ่มต้นบทเรียนในแต่ละวัน จะทบทวนสาระความรู้ หลักการ หรือฝึกทักษะใหม่และทักษะที่เรียนหรือฝึกไปแล้ว เพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียน หรือฝึกทักษะใหม่ รวมทั้งการทบทวนการบ้านและแบบฝึกทักษะ

2. การสอนหรือการนำเสนอสาระใหม่ ทักษะใหม่ (Presenting New Material) คือ

2.1 ครูบอกหรือแจ้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนทราบ อาจจะโดยการเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือพฤติกรรมที่คาดหวังเป็นข้อ ๆ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน ลดความซ้ำซ้อนของการให้สาระความรู้

2.2 สอนทีละขั้นตอน หรือแบ่งสอนเป็นเรื่องย่อยๆ ตามลำดับความยากง่าย ใช้ภาษาพูด อธิบายยกตัวอย่างที่ชัดเจนให้คำแนะนำทีละขั้นตอน ทำแบบ แสดงแบบให้นักเรียนดู ใช้สื่อประกอบการอธิบายเพื่อให้แน่ใจว่าแต่ละประเด็นที่สอน นักเรียนเข้าใจแจ่มแจ้งก่อนที่จะดำเนินการสอนในขั้นต่อไป

2.3 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน อธิบายยกตัวอย่างให้ชัดเจนเพื่อให้แน่ใจว่า นักเรียนพร้อมที่จะฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

3. ให้การฝึกปฏิบัติโดยครูคอยแนะนำอย่างใกล้ชิด (Conducting Guided Practice) การให้เด็กฝึกปฏิบัติโดยครูคอยแนะนำในห้องเรียนหลังจากการฝึกปฏิบัติแล้ว นักเรียนควรจะสามารถปฏิบัติตามขั้นตอน หรือทักษะนั้นๆอย่างถูกต้อง ฝึกตอบคำถามประเภทความรู้ ความจำ ความเข้าใจ

4. การให้ข้อมูลย้อนกลับและการแก้ไขข้อบกพร่อง (Providing Feedback and Corrections) ในการตอบของนักเรียน ถ้าตอบถูกต้องหรือตอบด้วยความมั่นใจ ครูควรตอบสนอง ด้วยคำพูดที่เสริมกำลังใจ เช่น “ดีมาก” “ดี” “ถูกต้อง” ถ้านักเรียนตอบถูกแต่ตอบด้วยความลังเลไม่แน่ใจ ครูควรย้อนกลับเกี่ยวกับเรื่องนั้น หรือบอกกระบวนการที่ได้คำตอบนั้นมา

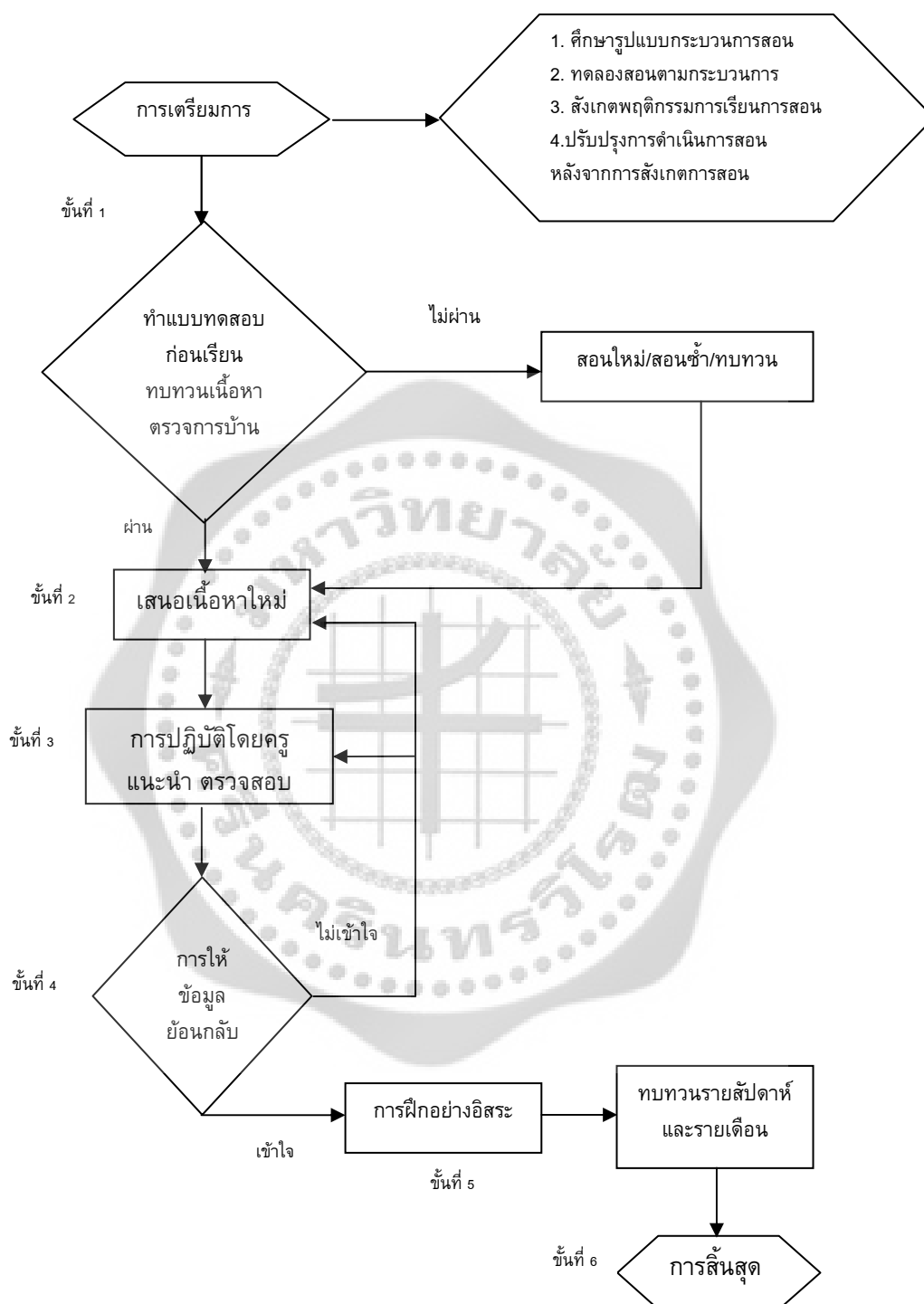
5. การให้ฝึกปฏิบัติโดยอิสระตามลำพัง (Assigning Independent Practice) การให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยอิสระด้วยตนเอง เพื่อปรับปรุงขั้นตอนที่นักเรียนตอบจากการตอบถูกของนักเรียน แต่ลังเลไม่แน่ใจและเพื่อจะได้มีการพัฒนาทักษะเหล่านั้นให้ชำนาญยิ่งขึ้น การให้ฝึกด้วยตนเองจะดำเนินการต่อจากการให้ฝึกปฏิบัติที่โต๊ะที่มีประสิทธิภาพนั้นอาจให้นักเรียนช่วยเหลือกัน เพราะนักเรียนจะชอบที่จะคิดร่วมกัน และการให้คำแนะนำจากกันและกัน มากกว่าให้ครูอธิบาย หรือแนะนำ

6. ทบทวนเป็นรายสัปดาห์ และเป็นรายเดือน (Providing Weekly and Monthly Review) การทบทวนเป็นรายสัปดาห์และรายเดือน สำคัญเท่ากับการทบทวนประจำวัน เพื่อความคงทนของการเรียนรู้ และตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนไปแล้วจริง การทบทวนจะให้ ผลดีต่อการฝึกปฏิบัติ และมีความสัมพันธ์กับพัฒนาการของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียน





### สรุปขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบเอ็กพลิซิท



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิการปฏิบัติการสอนด้วยวิธีการสอนแบบเอ็กพลิซิท

ที่มา: วิชา เล่าเรียนดี. 2547. เทคนิคสำหรับการจัดการเรียนรู้สำหรับครูมืออาชีพ.

จากการศึกษากระบวนการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท (วัชรา เล่าเรียนดี. 2550: 156-158) มีหลักการสอดคล้องกับวิธีการสอนการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล ได้เสนอแนะวิธีการสอนการเรียนรู้ที่มีความหมาย ไว้ 6 ประการ คือ

1. ก่อนที่จะสอนวิชาอะไร ครูจะต้องหาวิธีรวบรวม เรียบเรียงสิ่งที่ต้องการจะให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างมีระเบียบ แบบแผน เป็นหมวดหมู่ มีหัวข้อชี้ให้เห็นเด่นชัด และง่ายต่อการเข้าใจและมีความหมายต่อผู้เรียน เพื่อเตรียมผู้เรียนให้เข้ากับโครงสร้างพุทธิปัญญาที่มีอยู่ แล้วสามารถ เชื่อมโยงหรือรวบรวมความรู้ใหม่ที่จะเรียนอย่างมีความหมาย (Subsumer) ให้เข้ากับโครงสร้างพุทธิ ปัญญาที่มีอยู่แล้ว นอกจากนี้จะช่วยผู้เรียนให้นึกย้อนหลังระลึก (Recall) สิ่งที่เคยเรียนแล้ว และ เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เรียนใหม่ ชั้นการใช้แอดวานซ์ ออกกาไนเซอร์ (Advance Organizers) ซึ่งเป็น การ สอนที่มีประสิทธิภาพโดยเฉพาะในวิชาที่มีเนื้อหาที่ครูจะสามารถรวบรวมเรียบเรียง ให้มี โครงสร้าง ที่เป็นระเบียบได้ดี

2. บอกให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ของบทเรียน หรือเน้นสิ่งที่ต้องการให้ นักเรียน เรียนรู้พร้อมกับบอกนักเรียนถึงคำจำกัดความของความคิดรวบยอดที่สำคัญ (Concepts) เพื่อ ผู้เรียนจะได้ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้ใหม่

3. แบ่งบทเรียนออกเป็นขั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนจะได้เข้าใจได้ เมื่อสอนจบแต่ละขั้น ควร จะถามนักเรียน เพื่อจะได้แน่ใจว่าผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยความเข้าใจก่อนที่จะเริ่มการสอนขั้นต่อไป

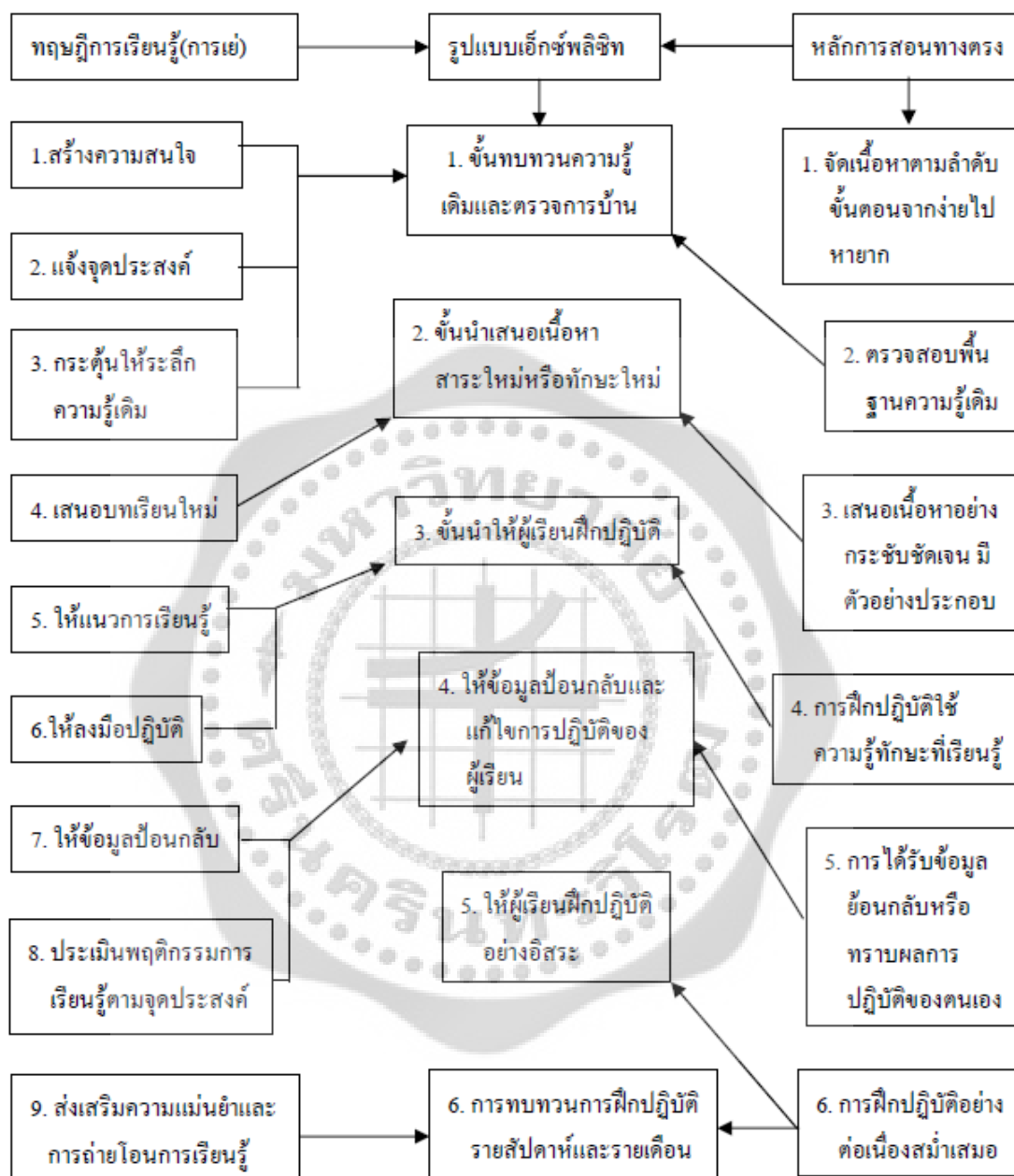
4. ชี้ให้ผู้เรียนเห็นความแตกต่างและความคล้ายคลึง ของสิ่งที่เรียนใหม่กับความรู้ เดิม ที่มีอยู่ เพื่อจะได้ช่วยให้จำได้นาน

5. เมื่อสอนแต่ละหน่วยบทเรียนจบ ผู้สอนควรสรุปและทบทวนตั้งแต่ต้น พร้อม กับ เน้นใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนรวมหรือเชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับ ความรู้ เดิม หรือขุมปัญญาที่มีอยู่แล้ว

6. ให้การบ้านหรือแบบฝึกหัดเพื่อผู้เรียนจะได้มีโอกาสทบทวนความรู้ที่เรียนรู้ใหม่ ด้วย ตนเองและนำไปประยุกต์

จากทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย หลักการจัดสภาพการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับ กระบวนการเรียนรู้ 9 ขั้น หลักการจัดการเรียนการสอนทางตรง รูปแบบวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท สรุปได้ว่าวิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิซิท (Explicit Teaching Model) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนการสอน ที่เน้นบูรณาการแบบองค์รวมทั้งเนื้อหาสาระวิธีการ เขียนดังภาพประกอบ 3

การสังเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎี หลักการและ  
รูปแบบวิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต



ภาพประกอบ 3 การสังเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎี หลักการและรูปแบบวิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต

ที่มา: ศิริรัตน์ เกิดแก้ว. (2553). ผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านสะกดคำตามมาตราตัวสะกดไทย ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต . วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี.

จากการศึกษา สามารถสรุปขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนด้วยรูปแบบเอ็กซ์พลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนได้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน

เริ่มต้นบทเรียนด้วยการทบทวนความรู้ หลักการ หรือทักษะที่เรียนไปแล้ว เพื่อความพร้อมในการเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ชี้นำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

2.1 ครูบอกหรือแจ้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนทราบ อาจจะโดยการเขียน จุดประสงค์การเรียนรู้ หรือพฤติกรรมที่คาดหวังเป็นข้อ ๆ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน ลดความซ้ำซ้อนของการให้สาระความรู้

2.2 สอนทีละขั้นตอน หรือแบ่งสอนเป็นเรื่องย่อยๆ ตามลำดับความยากง่าย ใช้ภาษาพูด อธิบายยกตัวอย่างที่ชัดเจนให้คำแนะนำทีละขั้นตอน ทำแบบ แสดงแบบให้นักเรียนดู ใช้สื่อประกอบการอธิบายเพื่อให้แน่ใจว่าแต่ละประเด็นที่สอน นักเรียนเข้าใจแจ่มแจ้งก่อนที่จะ ดำเนินการสอนในขั้นต่อไป

2.3 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน อธิบายยกตัวอย่างให้ชัดเจนเพื่อให้ แน่ใจว่านักเรียนพร้อมที่จะฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยครูคอยแนะนำในห้องเรียนหลังจากการฝึกปฏิบัติแล้ว นักเรียนควรจะ สามารถปฏิบัติตามขั้นตอน หรือทักษะนั้นๆอย่างถูกต้อง ฝึกตอบคำถามประเภทความรู้ ความจำ ความเข้าใจ เพื่อส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

ในการตอบของนักเรียน ถ้าตอบถูกต้องหรือตอบด้วยความมั่นใจ ครูควรตอบสนองด้วยคำพูดที่เสริมกำลังใจ เช่น “ดีมาก” “ดี” “ถูกต้อง” ถ้านักเรียนตอบถูกแต่ตอบด้วยความลังเลไม่แน่ใจ ครูควรย้อนกลับเกี่ยวกับเรื่องนั้น หรือบอกกระบวนการที่ได้คำตอบนั้นมา

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยอิสระด้วยตนเอง เพื่อปรับปรุงขั้นตอนที่นักเรียนตอบจากการตอบถูกของ นักเรียน แต่ลังเลไม่แน่ใจและเพื่อจะได้มีการพัฒนาทักษะเหล่านั้นให้ชำนาญยิ่งขึ้น การให้ฝึกด้วย ตนเองจะดำเนินการต่อจากการให้ฝึกปฏิบัติที่โต๊ะที่มีประสิทธิภาพนั้นอาจให้นักเรียนช่วยเหลือกัน เพราะนักเรียนจะชอบที่จะคิดร่วมกัน และการให้คำแนะนำจากกันและกัน มากกว่าให้ครูอธิบาย หรือแนะนำ

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน

ทบทวนเนื้อหาสาระอีกครั้งเมื่อสอนจบในแต่ละหัวข้อ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนไปแล้วของนักเรียน

## 1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต

### งานวิจัยต่างประเทศ

กุลิก (ศิริดา เอียดแก้ว. 2548: 70; อ้างอิงจาก Kulik , quoted in Rosenshine 1986: 10 ) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับข้อมูลย้อนกลับทันที เมื่อทำคะแนนไม่ถึงเกณฑ์ นักเรียนจะเรียนดีขึ้นเมื่อ ได้รับการให้ข้อมูลย้อนกลับเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้ในด้านการฝึกโดยอิสระ มีจุดมุ่งหมายที่จะพัฒนา ขั้นตอนแต่ละขั้นตอน แก่ไขทักษะที่ยังไม่คล่องแคล่วให้สามารถปฏิบัติได้อย่างอัตโนมัติ

กู๊ดและโกรว์ (ศิริดา เอียดแก้ว. 2548: 71; อ้างอิงจาก Good and Grow, quoted in Rosenshine 1986: 12) ให้คำแนะนำว่าการเรียนเนื้อหาใหม่ ๆ ควรมีการทบทวนทุกสัปดาห์และทุกเดือน เพื่อเพิ่ม ความสนใจของผู้เรียนจากกระบวนการเรียนการสอนทั้ง 6 ขั้นตอน ซึ่งสามารถจะใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด ในเรื่องของความรู้ ความจำ และความเข้าใจ หรือการเรียนรู้และฝึกทักษะต่าง ๆ

ฟิชเชอร์ (ศิริดา เอียดแก้ว. 2548: 70; อ้างอิงจาก Fisher, quoted in Rosenshine 1986: 11) พบว่า ครูที่มีการตั้งคำถามมาก ๆ ในระหว่างการทำงาน จะทำให้นักเรียนสนใจเมื่อฝึกโดยลำพัง ส่วนการ ทบทวนรายสัปดาห์ และรายเดือน เพื่อทบทวนความรู้ความจำและทักษะเพื่อความคงทนของสาระ ความรู้ทักษะ

### งานวิจัยในประเทศ

นักสววรรษย์ ศรีจันทร์ (2545: 103-104) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า วิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณและการหารของนักเรียนสูงกว่าสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

วรรณิ ภิรมย์คำ (2545: 112-113) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ที่ใช้วิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตกับวิธีการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่า วิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต มีผลการเรียนสูงกว่าวิธีการสอนแบบปกติ

ศิริดา เอียดแก้ว (2548: 91) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย เรื่อง ชนิดและหน้าที่ของคำ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยวิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต กับวิธีการสอนแบบปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระ การเรียนรู้ภาษาไทยของนักเรียน ที่สอนโดยวิธีแบบเอ็กซ์พลิชิต กับนักเรียนที่สอนโดยวิธีสอนแบบปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ศิริรัตน์ เกิดแก้ว (2553: 78-79) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านสะกดคำตามมาตราตัวสะกดไทยของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่สอนโดยวิธีสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต กับวิธีการสอนแบบปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านสะกดคำตามมาตราตัวสะกดไทยของนักเรียนที่สอนโดยวิธีแบบเอ็กซ์พลิชิต กับนักเรียนที่สอนโดยวิธีสอนแบบปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท พบว่า รูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท นั้น มีส่วนช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และยังช่วยส่งเสริมผู้เรียนในเรื่องของความรู้ ความจำ และความเข้าใจ หรือการเรียนรู้และฝึกทักษะต่าง ๆ เนื่องจากมี ฝึกปฏิบัติและทบทวนเป็นประจำ สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์นั้นยังช่วยพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

## 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน (Representation)

### 2.1 ความเป็นมาและความหมายของการใช้ตัวแทน

การใช้ตัวแทน เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ซึ่งรู้จักกันในนาม National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ได้กำหนดขึ้นมาใหม่ โดยรวมการใช้ตัวแทนนี้เข้าไปในมาตรฐานของหลักสูตรและการประเมินมาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1989 (Schultz; & Waters. 2000: 448) และเมื่อปี ค.ศ. 2000 สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานหลักสูตร ที่มีชื่อว่า Principles and Standards for School Mathematics ภายในมีมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standard) 5 มาตรฐาน และมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) อีก 5 มาตรฐาน

มาตรฐานทางด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ( Mathematics Content Standards ) 5 มาตรฐาน มีดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ( Number and Operation )
2. พีชคณิต ( Algebra )
3. เรขาคณิต ( Geometry )
4. การวัด ( Measurement )
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ( Data Analysis and Probability )

มาตรฐานทางด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ( Mathematics Process Standards ) 5 มาตรฐาน มีดังนี้

1. การแก้ปัญหา ( Problem Solving )
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ( Reasoning & Proof )
3. การสื่อสาร ( Communication )
4. การเชื่อมโยง ( Connection )
5. การใช้ตัวแทน ( Representation )

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 67-71) ได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการใช้ตัวแทน ( Representation ) ในชั้นก่อนอนุบาล ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครอบคลุมโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมความรู้ จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก ประยุกต์ และแปรความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้
3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลอง และสามารถอธิบายการปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

เนื่องจากการใช้ตัวแทน (Representation) เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากขึ้น จึงได้มีผู้ให้ความหมายของการใช้ตัวแทนดังนี้

กรีนส์ และฟินเดล (Greenes; & Findell. 1999: 128) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นการแสดงออกถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ โดยได้ให้ตัวอย่างลักษณะการใช้ตัวแทนแต่ละชนิด ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนด้วยภาพ ได้แก่ การวาดภาพด้วยวิธีกำหนดจุด (Isometric Drawings) การเขียนแผนผัง (Schematic Diagrams) การสร้างสเกล (Scale Drawings) การเขียนเส้นเพื่อแสดงเวลาของเหตุการณ์ (Time Lines) และการเขียนแผนที่ (Map)
2. การใช้ตัวแทนเชิงกราฟ ได้แก่ การสร้างกราฟแท่ง (Bar Graph) กราฟวงกลม (Circle graph) กราฟเส้น (Line Graph) กราฟรูปภาพ (Pictograph) แผนภาพกระจาย (Scatterplots) และแผนภาพก้านใบ (Stem-and-Leaf Plots)
3. การใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ ได้แก่ ตาราง (Table) นิพจน์ที่เป็นตัวแปร (Variable Expression) สูตร (Formula) และฟังก์ชัน (Function)

สมาคมนักคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 67) ได้ให้ความหมายของการใช้ตัวแทนว่า หมายถึง วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้ตัวแทนต่างๆ ซึ่งได้ยกตัวอย่างในการพิจารณาว่าหากเราหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขโรมันนั้นจะทำได้ยากกว่าการหาผลคูณโดยใช้ตัวเลขอารบิกฐานสิบ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการใช้ตัวแทนหลายชนิด ไม่ว่าจะเป็น จำนวนที่แสดงอยู่ในรูปฐานสิบหรือฐานสอง เศษส่วน นิพจน์ทางพีชคณิตและสมการ กราฟ และการแสดงผลด้วยตารางสเปรดชีท(Spreadsheet) สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นผลของกระบวนการของการกลั่นกรองทางวัฒนธรรมที่มีมาช้านาน ซึ่งหากนักเรียนได้เข้าถึงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจะมามีกลุ่มของเครื่องมือที่สามารถช่วยขยายความคิดในทางคณิตศาสตร์ได้นั่นเอง

การใช้ตัวแทน ถือเป็นสิ่งสำคัญที่ควรคำนึงถึงเป็นอย่างยิ่งในการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน บางครั้งการใช้ตัวแทนหมายถึงการใช้แผนภาพ การแสดงผลทางกราฟ และนิพจน์ที่เป็นสัญลักษณ์ ซึ่งการใช้ตัวแทนควรถูกจัดกระทำในฐานะที่เป็นส่วนประกอบสำคัญในการสนับสนุนความเข้าใจทางความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หรือในการสื่อสารวิธีการทางคณิตศาสตร์ ข้อโต้แย้งและความเข้าใจได้ด้วยตนเองและให้ผู้อื่นเข้าใจด้วยได้ รวมทั้งใน

การเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กัน และประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริงไปยังสถานการณ์จำลอง โดยรูปแบบใหม่ของการใช้ตัวแทนที่สัมพันธ์กับเทคโนโลยีทางอิเล็กทรอนิกส์ ถือเป็น การสร้างสิ่งที่มีค่าสำหรับการเอาใจใส่ในการเรียนการสอนให้ดีขึ้น

แจนวิเออร์ กิราร์ดอน และมอแรนด์ ( Janvier; Girardon; & Morand. 2000: 79-82 ) กล่าวถึงการใช้ตัวแทนว่าเป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ แต่ก่อให้เกิดปัญหามากมายสำหรับครูที่จะสรุปว่านักเรียนสามารถสร้างหรือตีความด้วยตัวเองได้หรือไม่ นักเรียนต้องการรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของการใช้ตัวแทน ปัจจุบันผู้แต่งตำราหลายคนได้พยายามเน้นบทบาทของการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิและจำนวน และยังให้ความสำคัญพอๆกับการทำกิจกรรม ซึ่งต้องใช้สื่อการสอนที่จับต้องได้ รวมทั้งการเข้ามามีบทบาทของคอมพิวเตอร์ที่มีความสามารถมากมาย ที่ทำให้แนวโน้มการสอนแบบเดิมเปลี่ยนไป ซึ่งคำจำกัดความของคำว่า “การใช้ตัวแทน” มีความพยายามที่จะทำให้คำจำกัดความมีความกระชับ ซึ่งผู้แต่งตำราเน้นการให้ความสำคัญในการแยกระหว่างสัญลักษณ์ ( signifier , referent ) และเนื้อหาความคิด ( signifier , referenced ) แต่เนื่องจากสัญลักษณ์มีปรากฏในจิตใจของผู้คิดอยู่แล้ว ได้ก่อให้เกิดความแตกต่างระหว่างของความคิดของตัวแทนภายนอก และตัวแทนภายใน ตัวแทนภายนอกมีผลต่อการกระตุ้นในด้านความรู้สึก ซึ่งตัวแทนเหล่านี้ได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟิก และระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ ซึ่งสิ่งเหล่านี้มักพิจารณาว่าเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม สำหรับธรรมชาติของตัวแทนภายในนั้นมีความหมายคลุมเครือเนื่องจากเราไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง อย่างไรก็ตามเราจะเห็นตัวแทนภายในได้โดยการวินิจฉัยจากการสังเกตนักเรียนขณะทำงาน ในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจ โดยตัวแทนภายในจะถูกนำเสนอออกมาเป็น แผนภูมิ ( schemas ) ความคิดรวบยอด ( conception ) และสิ่งที่ก่อให้เกิดภายในจิตใจ ( mental subject )

คำสำคัญในทฤษฎีการใช้ตัวแทนจะมีคำว่า “ หมายถึง ” หรือ “ กล่าวถึง ” เนื่องจากเป็นคำที่จะเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนภายนอกกับตัวแทนภายใน ตัวอย่าง กราฟการแข่งขันในกราฟคาร์ทีเขียน การอ่านค่าจะขึ้นอยู่กับค่าของแต่ละจุด เกี่ยวกับโครงสร้างความเร็ว ระยะเวลา การชะลอของรถในช่วงโค้งและในส่วนที่มีความสัมพันธ์กันจะขึ้นอยู่กับความหมาย รูปร่างของกราฟแต่ละอันที่จะช่วยสื่อความหมายของการแทน

การใช้การแทนภายนอกจึงสามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ในแง่ที่ว่า ตัวแทนสามารถได้รับการยอมรับโดยสัญลักษณ์ของสถานการณ์ตัวแทน โดยไม่มีการอ้างอิงถึงตัวแทนภายใน นี่คือการแสดงว่า แบบฝึกหัดพีชคณิตที่ว่า “ จงแก้ปัญหา  $x + 4 = 7$  ” สามารถแก้ได้ ทั้งนี้โดยใช้กฎของการใช้ตัวแทนภายนอก เช่น “ ย้าย 4 ไปอยู่อีกข้างแล้วเปลี่ยนเครื่องหมาย ” ( ในความหมายที่นักเรียนประเทศไทยชอบใช้ว่า “ ย้ายข้าง ” ) นอกจากนี้เราอาจพิจารณาผลกัตันในแง่ความหมายเมื่อตัวแทนภายในเข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้อง จากตัวอย่าง 4 จะถูกหักออกทั้งสองข้างของสมการ เพื่อที่จะทำให้เกิดความสมดุลในด้านปริมาณหรือจำนวน สิ่งที่สำคัญที่สุดเห็นจะเป็นคำกล่าวของ กลาเซอร์สฟิลด์



( Glaserfeld ) ที่ว่าการใช้ตัวแทนไม่ใช่การแทนตัวมันเอง มันต้องการการตีความ ถูกตีความ และต้องการผู้ตีความ การสังเกตนี้ขัดแย้งกับมุมมองของตัวแทนในแง่ที่ว่า ตัวแทนถูกทำขึ้นเพื่อนำพาการอธิบายภาพตัวอย่าง ในขณะที่มุมมองการใช้ตัวแทนภายในเป็นการผสมข้อมูลข่าวสารส่งการใช้ตัวแทนภายนอก และในทางเดียวกัน การใช้ตัวแทนเป็นการสร้างการถ่ายทอด ผู้ที่รับเพียงแต่เปิดข่าวสารนั้น ภาพซ้อนของความจริงนับเป็นความรู้ที่ได้มาผ่านการใช้ตัวแทน ผู้เรียนเป็นผู้กระทำในกระบวนการแปลความ ซึ่งต้องอาศัยกับระดับพื้นความรู้ที่เกิดขึ้นก่อนหน้า

ควักโค และเคอร์ซีโอ (Cocao; & Curcio. 2001: บทนำ x – xi) ได้กล่าวถึงความหมายของการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นแผนที่ ไม่ใช่แหล่งของสิ่งต่างๆที่ถูกแทน ( สิ่งที่ถูกนำเสนอ ) หรือไม่ใช่เป็นปลายทาง ( เป็นการเข้าใจได้ดีกว่าสิ่งต่างๆ ) เมื่อเด็กกำหนดการจับคู่ระหว่างจำนวนกับจุดบนเส้นตรง จุดไม่ใช่การใช้ตัวแทน การใช้ตัวแทนเป็นการกำหนดการจับคู่ต่างหาก และการใช้ตัวแทนก็ไม่ใช่การจับคู่ของสิ่งของ มันเป็นการแสดงโครงสร้าง การใส่สัญลักษณ์ทางพีชคณิตในเครื่องคิดเลขไม่ใช่เป็นการใช้แทนปฏิบัติการทางกายภาพทั้งหมดของการใช้ตัวแทน ถ้าการดำเนินการทางพีชคณิตบนเครื่องหมายสัญลักษณ์เป็นการเปลี่ยนสถานะทางกายภาพ เราถึงมีการใช้ตัวแทนอย่างแท้จริง การใช้ตัวแทนเป็นชุดของการให้สิ่งหนึ่งเปลี่ยนสิ่งหนึ่งสู่อีกสิ่งหนึ่ง และการเปลี่ยนสู่การใช้เหล่าตัวแทนแบบอื่นๆ นอกจากนี้การใช้ตัวแทนยังแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การใช้ตัวแทนภายนอก ( External representation ) เป็นตัวแทนที่เราสามารถใช้สื่อสารกับคนอื่นอย่างง่ายดาย มันเป็นเครื่องหมายสัญลักษณ์บนกระดาษ การวาดภาพ การร่างภาพเรขาคณิต การทำเป็นสมการ การใช้ตัวแทนภายใน ( Internal representation ) เป็นจินตนาการที่เราคิดในใจของเราสำหรับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มันจึงเป็นการยากที่จะอธิบาย

โกลดิน (Goldin. 2003: 276) ได้ให้นิยามคำว่าการใช้ตัวแทนว่าหมายถึง การใช้สิ่งที่มีลักษณะเป็นสัญลักษณ์ ตัวอักษร เครื่องหมาย หรือวัตถุต่างๆ เพื่อใช้แทนบางสิ่งบางอย่าง ซึ่งคำว่า "เป็นตัวแทน(represent)" นั้นอาจแปลความหมายได้ในหลายแนวทาง เช่น แปลว่าสัมพันธ์กับ แสดงว่า เห็นดังรูป ถอดรหัส ก่อให้เกิด ชี้แจง อ้างถึง เสนอ กล่าวถึง หรือเป็นสัญลักษณ์ เป็นต้น

บราเฮีย (Brahier. 2005: 25) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ที่ให้นักเรียนสามารถจำลองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ในแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา ซึ่งการจะเลือกใช้ตัวแทนต่างๆ ให้เหมาะสมกับปัญหานั้น ต้องคำนึงถึงบริบทแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานั้น

จริยวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 24) ได้สรุปว่า ทักษะที่เกี่ยวข้องกับด้านการใช้ตัวแทนอันได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟและสัญลักษณ์ เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นในการรวบรวมความรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในคณิตศาสตร์ในการแปลความหมาย เพื่อหาความสัมพันธ์ในการสื่อสารความคิดของนักเรียนอันจะนำไปสู่การแก้ปัญหา ทักษะด้านการใช้ตัวแทนจึงเป็นอีกทักษะที่จำเป็นต้องส่งเสริมให้เกิดขึ้นเพื่อเป็นประโยชน์แก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

สิริมา สาระพล (2547: 77) ได้สรุปว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งเป็นทักษะหนึ่งที่จะส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 29) ได้สรุปว่า การใช้ตัวแทน คือ ตัวกลางในการสื่อความคิด ความเข้าใจ ในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะ การสื่อสารและสื่อความหมายตามหลักสูตรในประเทศไทย แต่ในต่างประเทศ โดยเฉพาะประเทศ สหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการนี้ จนเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยตัวแทนที่กล่าวนั้นอาจจะเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbol) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนยังแบ่งออกเป็น ตัวแทนภายนอก คือ สัญลักษณ์ ต่างๆที่กล่าวมาแล้ว กับ ตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด ตัวอย่างที่ง่ายต่อการเข้าใจมากที่สุด คือ การหาคำตอบของสมการ  $x + 4 = 7$  ในการพิจารณาการแก้สมการซึ่งเป็นตัวแทนภายนอก ก็คือ การย้ายของ 4 และเปลี่ยนเครื่องหมายของ 4 ทำให้ได้คำตอบ  $x = 3$  แต่ในกรณีของตัวแทน ภายในก็คือเหตุผลในการตัด 4 ออกทั้งสองข้าง ซึ่งเป็นการตัดออกของจำนวนที่เท่ากันตามสมบัติ การเท่ากัน

อรชร ภูบุญเต็ม (2550: 29) สรุปไว้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การสร้างตาราง และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) มา ช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะ ช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอด ในการแก้ปัญหาและ สามารถมองเห็นเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้

อัมพร ม้าคนอง (2553: 43) ได้กล่าวถึง มโนภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) ว่าเป็นภาพที่ปรากฏในสมองหรือความคิดของนักเรียน ซึ่งภาพนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่ง ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มโนภาพในเรื่องเดียวกันของนักเรียนแต่ละคน อาจแตกต่างกันตาม ประสบการณ์การเรียนรู้และการแก้ปัญหา การมีมโนภาพทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน จะทำให้ ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 63) ได้สรุปว่า การใช้ตัวแทน คือ กระบวนการสำคัญที่จะสื่อ ความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการใช้ตัวแทนต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ (Object) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbol) และนิพจน์ (Expression) และตัวแทนโดยการนึกคิด (Visually Representations) ในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้นและสามารถนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ในการ แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆได้

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทน หมายถึง วิธีการทั้งหลายที่เป็นพื้นฐาน สำคัญที่จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ให้เกิด ประโยชน์ได้ โดยการแทนความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้วัตถุ รูปภาพ กราฟ

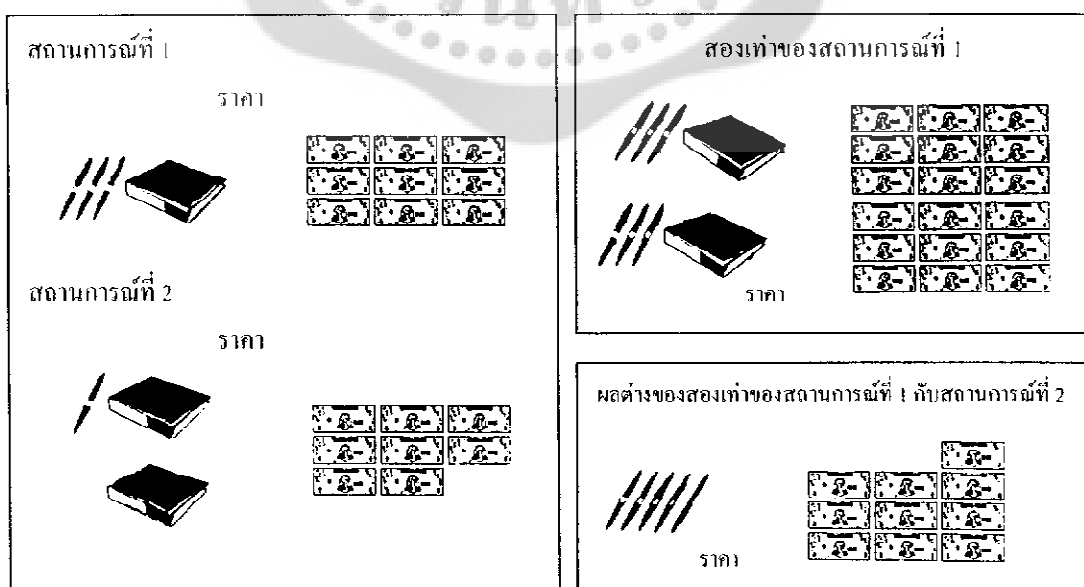
(Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbol) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ เป็นตัวแทนในการรวบรวมความคิด เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้ตัวแทนยังแบ่งออกเป็น ตัวแทนภายนอก คือ สัญลักษณ์ต่างๆที่กล่าวมาแล้ว กับ ตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด

## 2.2 การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

ในการจัดการเรียนการสอนของต่างประเทศในปัจจุบัน มีการนำการใช้ตัวแทนมาใช้ในกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีตัวอย่างดังนี้

ชูทส์ และ วอเตอร์ส (Schutz; & Waters. 2000: 488) สนใจว่าการใช้ตัวแทนแบบไหนถึงจะเป็นตัวแทนที่ดีส่งเสริมการเข้าใจความคิดรวบยอด เหมาะกับสถานการณ์การแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาไปสู่คณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป หรือเหมาะแก่การนำมาใช้เพราะมีความถูกต้องและยืดหยุ่น บางอย่างก็ให้ลักษณะของเทคโนโลยีและตัวแทนบางอย่างก็เหมาะกับระดับของนักเรียนในการเรียนรู้ จึงประมวลการใช้ตัวแทน ในการแก้สมการ  $3x + y = 9$  และ  $x + 2y = 8$  ว่ามีการใช้ตัวแทนดังนี้

1. เป็นรูปธรรม ความคิดที่เห็นได้ชัดคือการใช้ภาพปากกาและสมุดจับคู่กัน โดยทำให้ง่ายโดยใช้ตัวแทนว่า ปากกา 3 แท่ง กับสมุด 1 เล่ม ราคา 9 เหรียญ และปากกา 1 แท่ง กับสมุด 2 เล่ม ราคา 8 เหรียญ ปากกาแต่ละแท่งราคาเท่ากันและสมุดแต่ละเล่มก็ราคาเหมือนกัน หาราคาแต่ละอย่าง ซึ่งตัวอย่างที่แสดงนี้เป็นวิธีในการแก้ปัญหาที่ทำให้เกิดสถานการณ์อย่างเดียวกับสมการ ในการเปรียบเทียบจำนวนปากกากับราคา มีการสร้างภาพ นำสองเท่าของสถานการณ์แรกที่มีจำนวนหนังสือเท่ากับสถานการณ์ที่ 2 แล้วหักภาพที่สองออกก็จะได้ปากกา 5 แท่ง ราคา 10 เหรียญ ซึ่งก็เท่ากับปากกาแท่งละ 2 เหรียญ จากนั้นก็หารราคาสมุด ได้ราคาสมุดเป็น 3 เหรียญ ลำดับดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ตัวแทนรูปธรรม

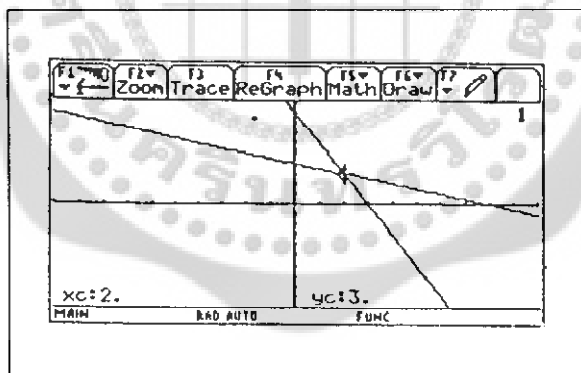
2. การใช้ตาราง ซึ่งเป็นรูปแบบการเดาและตรวจคำตอบ หรือ การลองผิดลองถูก ซึ่งมีการแสดงการใช้ในชั้นเกรด 8 โดยภาพประกอบ 4 ตัวแทนรูปธรรม ด้านซ้ายมือเป็นการแสดงการเขียนแก้ปัญหาด้วยมือ ส่วนด้านขวามือเป็นภาพการใช้ตารางสเปรดชีท ( Spreadsheet )

ตารางตัวแทน โดยการเขียนด้วยมือ				ตารางตัวแทนสเปรดชีท				
$x$	$y$	$3x+y$	$x+2y$	= 3 * A3 + B3				
1	1	4	3	A	B	C	D	E
1	4	7	9	x	y	3x+y	x+2y	
3	2	11	7	1	1	4	3	
2	3	9	8	1	4	7	9	
				3	2	11	7	
				2	3	9	8	

Bethang

ภาพประกอบ 5 ตารางตัวแทนสเปรดชีท

3. การใช้กราฟ ซึ่งทำการสร้างกราฟของ  $Y_1 = 9 - 3X$  และ  $Y_2 = 4 - 0.5X$  ค่าที่ต้องการคือพิกัดจุดที่เส้นตรงสองเส้นตัดกัน ซึ่งวิธีนี้จะเห็นได้มากที่สุด ในหนังสือพีชคณิต



ภาพประกอบ 6 การใช้ตัวแทนกราฟ

4. พีชคณิต เป็นการใช้การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต คือ ทำให้สมการสองสมการมีจำนวนตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเท่ากันแล้วนำมาหักลบกันก็จะเหลือเพียงตัวแปรเดียว เมื่อได้ค่าตัวแปรแรกแล้วก็ทำการแทนค่าในตัวแปรที่สอง ดังภาพประกอบ 6

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 9 \\ x + 2y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 18 \\ x + 2y = 8 \\ \hline 5x = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array}$$

ภาพประกอบ 7 การแก้ปัญหโดยระบบพีชคณิต

5. เมตริกซ์ การใช้ตัวแทนนี้เป็นระบบการเท่ากันของวิธีเมตริกซ์

$$a = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นแก้โดยการให้  $az = b$  คือ  $z = a^{-1}b$  ซึ่งเครื่องคิดเลขกราฟแบบพกพาแสดงดังในรูป



ภาพประกอบ 8 การใช้ตัวแทนเมตริกซ์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.2000: 279-283) ได้กล่าวถึงการใช้อย่างมีประสิทธิภาพของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้การแก้ปัญหาต่าง ๆ มากมาย ซึ่งเขาต้องแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรมและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูลและบันทึกเกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของเขา เช่น นักเรียนใช้ตัวแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องเศษส่วน เมื่อเขาต้องทำหรือตีความหมายมาตรกวัดจากรูปหรือสร้างมาตรกวัดจากวัตถุ เมื่อนักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในเรื่องเรขาคณิตเข้ากับอัตราส่วนจำนวน เมื่อนักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นฮิสโทแกรม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย นักเรียนต้องใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐาน แต่ก่อนที่จะใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐานได้ นักเรียนต้องพัฒนาการใช้ตัวแทนที่ไม่เป็นมาตรฐานในการแก้ปัญหาให้ได้ดีก่อน

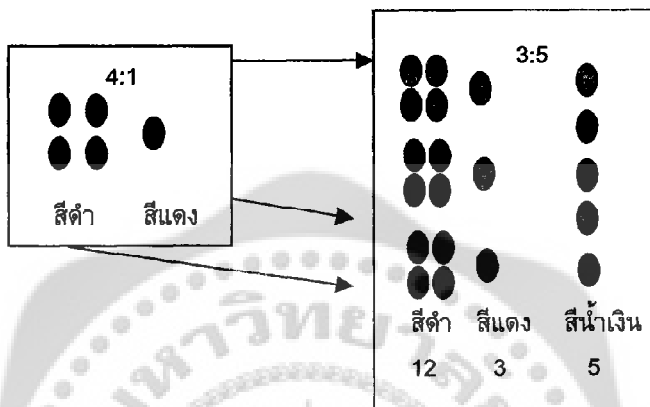
ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการใช้ตัวแทนในปัญหาเรื่องสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา ดังนี้

ร้านคอปปี แคท ปริ้นตัง มีเครื่องพิมพ์ที่ใช้สีเพียง 3 สี คือ สีดำ สีแดง และสีน้ำเงิน โดยที่ทั้งสามสีนี้จะพิมพ์เอกสารได้จำนวนเท่ากัน ในการใช้งาน หมึกสีดำเปลี่ยนได้ 4 กล่อง ในขณะที่หมึกสีแดงเปลี่ยน 1 กล่อง และถ้าเปลี่ยนหมึกสีแดงได้ครบ 3 กล่อง จะต้องเปลี่ยนหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง ถามว่า

1. ร้านคอปปี แคท ปริ้นตังนี้ ใช้หมึกสีดำคิดเป็นเศษส่วนเท่าใด

2. ร้อยละของการพิมพ์โดยใช้หมึกสีน้ำเงินคิดเป็นเท่าใด
3. ในเวลา 1 เดือน ถ้าใช้หมึกสีดำจำนวน 60 กล่อง หมึกสีแดงและหมึกสีน้ำเงินใช้ไปอย่างละกี่กล่อง

นักเรียนสามารถใช้วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งรวมถึงการใช้ตัวแทนทั้งที่เป็นมาตรฐานและไม่เป็นมาตรฐาน นักเรียนบางคนสามารถหาคำตอบได้โดยการใช้วิธีที่เป็นธรรมชาติ และใช้แบบจำลอง ดังรูป



ภาพประกอบ 9 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาของนักเรียน

นักเรียนจะพบว่า เมื่อทุกสีใช้ไปจำนวน 20 กล่อง จะใช้หมึกสีดำจำนวน 12 กล่อง หมึกสีแดงจำนวน 3 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง เขียนเป็นสัดส่วนของจำนวนหมึกสีดำต่อจำนวนทั้งหมดได้เป็น  $12/20$  (หรือ  $6/10$ ,  $3/5$ ,  $0.6$ ) ซึ่งเป็นคำตอบของข้อที่ 1

คำตอบข้อที่ 2 นักเรียนต้องสร้างแบบจำลองในใจที่เป็นชุดของกล่องสีทุกสีจำนวน 20 กล่อง เป็น 5 เท่า ซึ่งพบว่า ต้องใช้น้ำหมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ในทุกจำนวนสีที่เป็น 100 กล่อง ดังนั้นจะได้คำตอบข้อ 2 คือ ใช้จำนวนสีน้ำเงินคิดเป็นร้อยละ 25

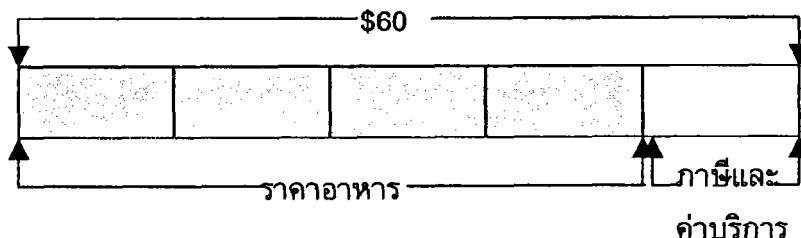
คำตอบข้อที่ 3 นักเรียนจะพบว่า ถ้าใช้หมึกสีดำ 60 กล่อง ซึ่งก็คือ 5 เท่า ของจำนวน 12 กล่อง และหมึกสีแดงกับหมึกสีน้ำเงินจำนวน 8 กล่อง คิดเป็น 40 กล่อง โดยเป็นหมึกสีแดง 15 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ที่ใช้ในแต่ละเดือน

พลังของการใช้ตัวแทนจะอยู่ที่การผสมผสานการมองภาพและจำนวนของข้อมูลที่กำหนดให้ในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องจ่ายเงินค่าอาหารรวมเป็นจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งเป็นราคาอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงานแล้ว โดยค่าภาษีและค่าบริการของพนักงานคิดเป็นร้อยละ 25 ของราคาอาหารที่ปรากฏอยู่ในรายการอาหาร นักเรียนกลุ่มนี้ต้องจ่ายค่าอาหารเท่าใดเมื่อราคาอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานเป็น 60 ดอลลาร์

ในปัญหานี้มีหลายวิธีที่จะหาคำตอบได้ มีนักเรียนบางคนหาคำตอบโดยใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular Bar) เป็นตัวแทนของเงินค่าอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งราคารวมนี้เงินค่าอาหารกับเงินค่าภาษีและค่าบริการพนักงานร้อยละ

ละ 25 สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้โดยการแบ่งแถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 5 ส่วนเท่าๆกัน 4 ส่วนเป็นค่าอาหาร อีก 1 ส่วนเป็นค่าภาษีและค่าบริการของพนักงาน และ 5 ส่วนเท่าๆกัน แทนด้วยเงินรวมทั้งหมด 60 ดอลลาร์ 1 ส่วนจะมีค่าเป็น 12 ดอลลาร์ ดังนั้นค่าอาหาร 4 ส่วน คิดเป็นเงินได้ 48 ดอลลาร์ ดังรูป



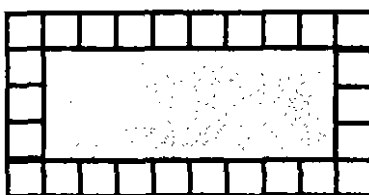
ภาพประกอบ 10 การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน

ในรูปแบบของการใช้แถบสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้อีก เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และสัดส่วน จากตัวอย่างข้างต้นสามารถอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นภาพและเข้าใจในเรื่องจำนวนมากขึ้น จะได้ว่า 60 คิดเป็น 125% ของ 48 หรือ 48 คิดเป็น 80% ของ 60

ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งเป็นเรื่องที่มีความสำคัญในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยพิจารณาจากปัญหาที่หลากหลายบริบท นักเรียนควรจะมี ความเข้าใจและคุ้นเคยกับความสัมพันธ์เชิงเส้นซึ่งรวมถึง ตาราง กราฟ และสมการ ซึ่งนักเรียนต้องเรียนรู้ตัวแทนเหล่านี้เพื่อสามารถเลือกใช้ได้อย่างหลากหลายและเหมาะสม

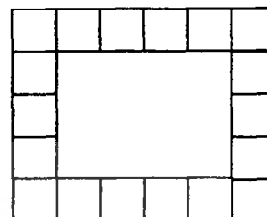
นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ดีขึ้นถ้านักเรียนเลือกใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา จากง่ายไปหายากได้อย่างเหมาะสม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนักเรียนจะเริ่มต้นการใช้ตัวแทนด้วยตารางเพื่อหาแบบรูปของฟังก์ชันเชิงเส้น แต่นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะใช้ตัวแทนได้จากกราฟหรือสมการได้เมื่อต้องการแสดงลักษณะและการเกิดความสัมพันธ์เชิงเส้น นักเรียนควรมีวิธีการที่หลากหลายในการเข้าใจเรื่องสมการจากสมการเชิงเส้นหรือนิพจน์ วิธีการที่หลากหลายนี้จะปรากฏออกมาเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์จากการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี่

สรุบน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง ขอบสระปูด้วยกระเบื้องเซรามิก 1 แถวโดยรอบ ให้นักเรียนอธิบายจำนวนของกระเบื้องที่ใช้ในการปูรอบๆ สระที่มีความยาวและความกว้างหลายๆรูปแบบ ด้วยภาษาพูด จำนวน ตาราง ภาพ และสัญลักษณ์



นักเรียนบางคนสามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยใช้ตารางบันทึกความกว้างและความยาวของสระในรูปแบบที่แตกต่างกัน จากตารางนักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้นและสามารถสรุปเป็นสูตรทั่วไปได้ว่า  $T = 2(L+W) + 4$  เมื่อ  $T$  แทนด้วย จำนวนกระเบื้อง  $L$  แทนด้วยความยาวของสระ  $W$  แทนด้วยความกว้างของสระ ดังรูป

ความยาว	ความกว้าง	จำนวนกระเบื้อง
1	1	8
2	1	10
3	1	12
3	2	14
3	3	16
3	4	18



ภาพประกอบ 11 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาคำถามหาจำนวนกระเบื้องขอบสระน้ำ

นักเรียนคนอื่นๆอาจจะใช้เหตุผลในสถานการณ์ทางเรขาคณิต ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นลักษณะของการอธิบายวิธีหาคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน 3 กรณี

คนที่ 1 ผมหาคำตอบโดยการวาดรูปหลายๆ รูปแล้วหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่วาด เราต้องการหาจำนวนของกระเบื้องเป็น  $L + 2$  แผ่น สำหรับวางด้านบนและด้านล่างของขอบสระ และต้องการจำนวนกระเบื้อง  $W$  แผ่น สำหรับวางด้านซ้ายและด้านขวาของขอบสระ ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดหาได้จาก  $T = 2(L+W) + 2W$

คนที่ 2 หนูวาดรูปของสระน้ำในใจ แล้ววางกระเบื้อง 1 อันที่แต่ละมุมของสระ แล้วจะพบว่าด้านบนด้านล่างของสระต้องใช้กระเบื้องจำนวน  $L$  แผ่น และด้านข้างทั้งสองของสระใช้กระเบื้องจำนวน  $W$  แผ่น ดังนั้น จำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ต้องใช้เป็น  $4 + 2L + 2W$

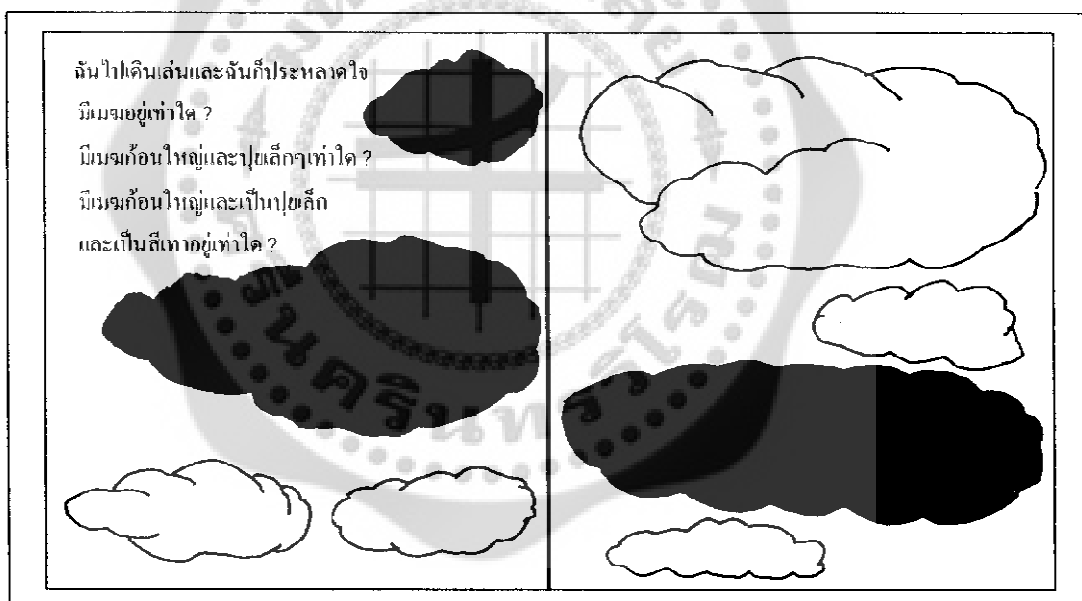
คนที่ 3 คุณสามารถหาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ได้จากพื้นที่ทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ของสระ + พื้นที่ของกระเบื้อง) ลบออกด้วยพื้นที่ของสระ โดยพื้นที่ของสระที่ตกแต่งด้วยกระเบื้องเป็น  $(L+2)(W+2)$  พื้นที่ของสระอย่างเดียวเป็น  $LW$  ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ใช้เป็น  $(L+2)(W+2) - LW$

จากตัวอย่างทั้งสามกรณีนี้ มีลักษณะเด่นที่ควรพิจารณาดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 และ 2 จำนวนกระเบื้องของขอบสระสัมพันธ์กับความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ที่ประกอบด้วยกระเบื้องและสระ แต่จะแตกต่างกันที่การแยกกันเป็นส่วนๆ ของเส้นรอบรูป สำหรับตัวอย่างที่ 3 คำตอบหาได้จากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ และจำนวนกระเบื้องหาได้จากพื้นที่ของขอบสระ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะกระเบื้องที่ใช้มีพื้นที่เป็น 1 ตารางหน่วย



จากการแก้ปัญหาข้างต้น นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนเชิงสัญลักษณ์และมองเห็นความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทน เช่น ตารางและกราฟ นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของนิพจน์สัญลักษณ์ที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกับตัวแปร จากการสังเกตขั้นตอนในการหาคำตอบ นักเรียนจะเข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ และความแตกต่างกันของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ เช่น ในชั้นเรียนสามารถอภิปรายถึง ผลบวกของสองเท่าของความยาวกับความกว้าง ( $2L+2W$ ) ซึ่งมีความหมายเหมือนกับ สองเท่าของผลบวกความยาวกับความกว้าง  $2(L+W)$  นักเรียนจะเข้าใจได้โดยใช้ภาพอธิบายถึงสมบัติการแจกแจงซึ่งเป็นสมบัติที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ในลักษณะเช่นนี้ ครูสามารถพัฒนาวิธีการทางพีชคณิตที่มีความหมายกับนักเรียนได้

ลูบีนสกี และ ออตโต้ (Lubinsky; & Otto. 2002: 77-79) เสนอกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ โดยการเชื่อมต่อกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สู่โลกความเป็นจริงนอกห้องเรียน ด้วยการนำภาพเมฆ ดังภาพประกอบ 12 และมีการใช้คำถามถึงจำนวนของเมฆในการจัดกลุ่มของเมฆโดยการรวมเมฆก้อนใหญ่ 3 ก้อน และเมฆก้อนเล็ก 5 ก้อน กับการแยกเป็นเมฆที่เป็นสีขาวและเมฆสีดำ ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 ภาพเมฆและวลีคำถาม

เมื่อนำภาพมาแสดงให้นักเรียนดู ครูใช้คำถามให้นักเรียนตอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทนในการบวกและการลบจำนวน โดยถามเกี่ยวกับจำนวนของเมฆก้อนเล็กกับเมฆก้อนใหญ่ และเมฆสีขาวกับเมฆสีดำ เมื่อนำมารวมกัน ซึ่งมีตัวอย่างของคำถามและคำตอบดังนี้

ครูถามว่า “นักเรียนคนไหนจะบอกครูเกี่ยวกับจำนวน  $3+5$  กับจำนวน  $4+4$  : อารอน”  
 อารอน “ ทั้งคู่มีค่าเท่ากับ 8 ครับ ”

ครูถามว่า “ ใช่ ทั้งคู่เท่ากับ 8 มีอะไรจะบอกมากกว่านี้ไหม : แอนจิลินา ”

แอนจิลินา “ มันคือ 3 ค่ะและหมายความว่ามีการถอยไปของ 4 ในขณะที่ 4 อีกตัวหนึ่งเดินไปข้างหน้าก็เป็น 5 จึงเป็นการจับคู่กันของ 3 กับ 5 ค่ะ ”

ครูถามว่า “ มีใครจะบอกครูอีกไหม ”

เกร็ก เสนอคำตอบว่า “ ทั้งคู่เป็นจำนวนของเมฆครับ ”

ครูพูดว่า “ นี่เป็นจำนวนเมฆของ  $3+5$  และนี่ก็เป็นจำนวนเมฆของ  $4+4$  และเรารู้ว่ามันเป็นจำนวนเดียวกัน ครูสามารถจะใส่เครื่องหมายอะไรในระหว่างที่ว่างของสองจำนวนนี้สัญลักษณ์อะไรในคณิตศาสตร์ที่เราพูดถึงจำนวนเดียวกัน : ดาเรีย ”

ดาเรีย “ เครื่องหมายเท่ากับ ”

จากนั้นครูเขียน  $3+5 = 4+4$  บนกระดานดำ และให้เวลานักเรียนอภิปรายแต่ละจำนวนและเครื่องหมายที่ใช้เป็นตัวแทน เป็นการฝึกการสื่อสารในความเข้าใจของนักเรียนผ่านการใช้ตัวแทน

กิจกรรมที่กล่าวมาเป็นการเห็นความสัมพันธ์และเข้าใจจำนวนในการบวกอย่างง่ายที่ผ่านการใช้จำนวนของวัตถุในสถานการณ์ นักเรียนจะเรียนว่าไม่สามารถนำเครื่องหมายการบวกออกมา พวกเขายอมรับเครื่องหมายบวกแล้ว สิ่งนี้จะเป็นประสบการณ์ที่จะช่วยเตรียมนักเรียนให้ยอมรับความคิดเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น  $3y+2$  ได้ว่าไม่สามารถทำให้เป็นรูปอย่างง่ายโดยการบวกกันในพจน์ และนักเรียนมีการใช้เครื่องหมาย “ เท่ากับ ” ในการเป็นตัวแทนการเท่ากันของปริมาณสองปริมาณ ซึ่งมันไม่ใช่แค่เป็นโครงสร้างเครื่องหมายในการแสดงการดำเนินการ

ข้อสรุปของลูบีนสกี และ ออดโต คือ การใช้ตัวแทนของนักเรียนในการจัดระบบความคิดของนักเรียนและสื่อสารความคิด เป็นสิ่งจำเป็นในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ และการคิดก่อนเริ่มเนื้อหาพีชคณิต นักเรียนทั้งชั้นจะได้รับโอกาสในการคิดและการใช้ตัวแทนจากภาพเขียนที่มีวลีเดียวที่จะแนะแนวไปสู่การพัฒนาได้นั้น ต้องเริ่มใช้ในระดับชั้นเกรด 1 ตามกิจกรรมในหนังสือการนับของเด็ก ครูจะเป็นผู้สาธิตการใช้เครื่องหมายเลขคณิตและสามารถใช้ตัวแทนพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน บรรดาตัวแทนที่ใช้เป็นตัวแบบ ( Model ) ในสถานการณ์ทางฟิสิกส์จะเป็นเนื้อหาที่มีแรงจูงใจให้กับนักเรียน

โมเยอร์ และ เมลล์เลย์ (Moyer; & Mailley. 2004: 244) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนว่า เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอดของผู้เรียน ความสามารถในการใช้กลยุทธ์และการปฏิบัติที่ชำนาญในคณิตศาสตร์ ในหลายปีมานี้ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หลายอย่างมีความสำคัญ เช่น การวัดความรู้สึกเชิงจำนวน และสัดส่วน จึงควรมีส่วนที่นักเรียนได้สืบสวนและค้นพบเป็นความคิดรวบยอดเดียวกันในวิธีที่หลากหลาย ทั้งตัวแทนที่จับต้องหรือเห็นได้อย่างเห็นชัด เช่น แบบจำลองที่มองเห็นได้และการใช้ตัวแทนนามธรรม

ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถทำการเชื่อมต่อความรู้ความเข้าใจเริ่มต้นในการอ้างเหตุผลในการคิดคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้ โดยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการของการใช้การวัดที่ไม่เป็นหน่วยมาตรฐานและเลือกหน่วยเหมาะสม สำหรับวัตถุที่พวกเขากำลังวัดตามจุดประสงค์ของมาตรฐานในการวัดของ NCTM ในระดับชั้นก่อนประถมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานในเรื่องจำนวนและการดำเนินการ ในชั้นเด็กเล็กควรจะให้วิธีของตัวแทนจำนวน และความสัมพันธ์ของจำนวน โดยเฉพาะนักเรียนควรจะให้เข้าใจและใช้ตัวแทนเศษส่วนอย่างง่าย เช่น  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  ในการนี้

โมเยอร์ และ เมล์เลย์ ได้ใช้ตัวแทนที่เป็นรูปภาพในเรื่องดังกล่าวโดยใช้รูปหนอนที่สมมติว่าขนาด 1 นิ้ว ( แต่ความจริงมีขนาดเกือบเท่าความกว้างของกระดาษ A4 ) และรูปหนอนขนาดครึ่งหนึ่งของขนาดเดิม โดยใช้ภาพของหนอนที่สมมติว่ายาว 1 นิ้ว ไปเปรียบเทียบกับขนาดสิ่งของอย่างอื่น เช่น หัวแรอท เมื่อนำไปเทียบกับความยาวของหนอนว่าเท่ากับขนาดของหนอนขนาดไหน และให้นักเรียนใช้ภาพหนอนขนาดต่างๆ มารวมติดเทียบกัน จะได้ผลรวมที่เป็นการใช้ตัวแทนเป็นสัญลักษณ์จากนักเรียนว่า

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

จากการศึกษาดังที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีความสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนที่หลากหลาย สามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือเชื่อมโยงความสัมพันธ์ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ช่วยลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจที่เป็นแบบแผน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย

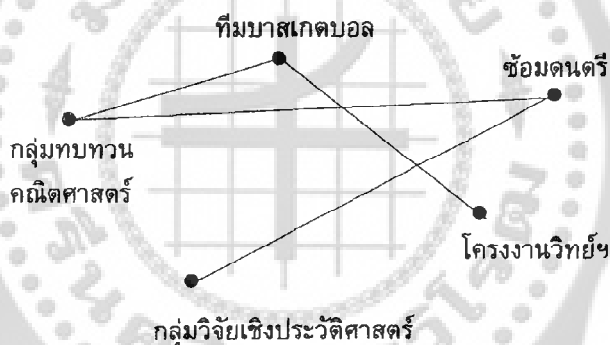
จากการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา จะเห็นได้ว่า การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือสำคัญในการสื่อความคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และสามารถนำความเข้าใจนั้นมาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการศึกษาคณิตศาสตร์ระดับที่สูงขึ้น

### 2.3 บทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.2000: 283-284,362-363) ได้อธิบายถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังนี้ ครูคณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเหมาะสมได้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของนักเรียน ครูช่วยให้นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ถามคำถาม และพยายามเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงใจ ครูจำเป็นต้องรู้ว่าเมื่อไรที่ต้องตัดสินใจว่าสิ่งที่ถูกต้อง และจะช่วยนักเรียนอย่างไรในการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน แม้ว่าการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมาก ครูควร

ให้คำแนะนำเบื้องต้นในการใช้ตัวแทนก่อนที่นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายแทนการบอกให้ทราบ

ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับนักเรียน เช่น นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้ ทำความเข้าใจในความซับซ้อนของตัวแปร ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องของตัวแปรได้โดยเตรียมประสบการณ์การใช้ตัวแทนเพื่ออธิบายข้อมูล ครูต้องจัดประสบการณ์ให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและแนะนำนักเรียนในรูปแบบการใช้ตัวแทนใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น จุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟ สามารถใช้ตัวแทนที่แสดงความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมระหว่างจำนวนคนหรือวัตถุในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ในสถานการณ์ที่นักเรียนหลายคนต้องทำงานเป็นกลุ่มในลักษณะที่แตกต่างกัน ( ได้แก่ กลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์ กลุ่มทำวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ หรือกลุ่มทำโครงการวิทยาศาสตร์ ) หรือกิจกรรมที่แตกต่างกัน ( ได้แก่ ทีมบาสเกตบอล หรือ วงดนตรี ) ในแต่ละกลุ่มต้องการเวลาในการทำกิจกรรมที่แตกต่างกัน เพื่อความสะดวกสำหรับนักเรียนที่เป็นสมาชิกมากกว่า 1 กลุ่ม เป็นการช่วยเหลือนักเรียนในเรื่องตารางเวลา ครูควรแนะนำให้ให้นักเรียนใช้กราฟที่มีจุดยอดเป็นตัวแทนของกลุ่ม และใช้เส้นเชื่อมระหว่าง 2 กลุ่มเป็นตัวแทนว่ามีนักเรียนบางคนเป็นสมาชิกทั้งสองกลุ่ม ดังรูป



ภาพประกอบ 13 แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา

กราฟนี้แสดงให้เห็นว่าไม่มีนักเรียนที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ (เพราะไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) และมีนักเรียนอย่างน้อย 1 คนที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มฝึกซ้อมดนตรี (มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) ข้อมูลนี้แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดในเรื่องของตารางเวลาที่ตรงกัน ดังนั้นนักเรียนควรหลีกเลี่ยงโดยทำตารางเวลาให้มีการทำกิจกรรมที่ใช้เวลาต่างกัน

ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นพัฒนาความเชื่อมั่นและความสมบูรณ์ในการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย และนักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสมหลังจากที่ได้สั่งสมความรู้ในเรื่องของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน การช่วยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองหรือแนะนำให้นักเรียนมีรูปแบบการใช้ตัวแทนที่เป็นแบบแผน ครูควรจะช่วยให้นักเรียนใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนมีการอภิปรายกันในเรื่องของกราฟ รูปภาพ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนของตนเองให้ชำนาญด้วย

เมื่อนักเรียนเห็นการแปลความหมายการใช้ตัวแทนของเพื่อนคนอื่น ๆ นักเรียนสามารถประเมินการใช้ตัวแทนและเข้าใจสัญลักษณ์การใช้ตัวแทนอย่างหลากหลาย ใช้ได้อย่างเหมาะสมและเป็นประโยชน์ การสอนในด้านทักษะกระบวนการนักเรียนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าสามารถช่วยให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น และประสิทธิภาพของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผนจะช่วยให้การสื่อสารกับเรื่องอื่น ๆ ได้อีกด้วย

เพียซ และวอกซ์แมน (Piez; & Voxman. 1997: 165) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะต่าง ๆ โดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายว่า ครูต้องจัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยการใช้มุมมองที่หลากหลายทั้งการใช้ตัวแทนเชิงพีชคณิต เติงกราฟ หรือใช้การคิดวิเคราะห์ ดังตัวอย่างกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้ตัวแทนที่หลากหลายต่อไปนี้

“ ชาวนาคนหนึ่งมีดอกสัตรีเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูป 1,000 หลากำหนดให้  $x$  เป็นความยาวของดอกสัตรีนี้”

- จงอธิบายว่า ทำไม  $A(x) = x(500 - x)$  จึงเป็นตัวแทนเชิงพีชคณิตสำหรับสถานการณ์นี้
- จงวาดกราฟของสมการข้างต้น พร้อมทั้งระบุแกนให้ถูกต้อง
- จงแสดงว่า  $(100, 40000)$  เป็นจุดหนึ่งบนกราฟ  $y = A(x)$  พร้อมทั้งอธิบายความหมายของพิกัดจุดนี้
- ขนาดของพื้นที่ที่มากที่สุด ที่สามารถสร้างได้เป็นเท่าไร จงระบุพิกัดจุดที่เป็นตัวแทนของพื้นที่ที่มากที่สุด

บราเฮีย (Brahier. 2005: 23-23) กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนว่า ครูต้องสามารถชี้แนะนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนโดยผ่านสถานการณ์การแก้ปัญหา พร้อมทั้งต้องช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถให้เหตุผล สื่อสาร เชื่อมโยง และใช้ตัวแทนในปัญหาต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้ครูจำเป็นต้องมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี โดยในปัญหาสถานการณ์หนึ่งๆ อาจมีการใช้ตัวแทนได้หลากหลาย ซึ่งขึ้นอยู่กับการตัดสินใจที่เป็นประโยชน์และเหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหาที่กำหนดให้ ตัวอย่างเช่น สมการ 3 สมการที่อธิบายถึงฟังก์ชันเดียวกัน ดังต่อไปนี้

- $y = x^2 + 2x - 15$
- $y = (x - 3)(x + 5)$
- $y + 16 = (x + 1)^2$

โดยสมการรูปแบบ a. เป็นรูปแบบมาตรฐานที่สื่อสารให้ทราบถึงจุดตัดแกน  $y$  ที่พิกัด  $(0, -15)$  ส่วนสมการรูปแบบ b. อยู่ในรูปตัวประกอบของสมการ ทำให้ง่ายต่อการหาจุดตัดแกน  $x$  โดยกราฟพาราโบลาที่ตัดแกน  $x$  ที่พิกัด  $(3, 0)$  และ  $(-5, 0)$  อีกทั้งสมการรูปแบบนี้ยังเป็นประโยชน์ต่อการหาค่ารากของฟังก์ชันด้วย สำหรับสมการรูปแบบ c. ช่วยให้เราทราบว่าจุดยอดของกราฟมีพิกัด  $(-1, -16)$  ดังนั้น จะเห็นได้ว่าในฟังก์ชันหนึ่งๆ เราจะเลือกใช้ตัวแทนรูปแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับบริบทของปัญหา และข้อมูลที่เราต้องการ

จากการศึกษาบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาพบว่าครูมีเป็นบุคคลสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาพัฒนาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายเช่น กราฟ ตาราง รูปภาพ หรือสัญลักษณ์ต่างๆในการแก้ปัญหา สื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และใช้ตัวแทนในการสื่อสารกับเรื่องอื่นๆได้ด้วย

#### 2.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน

นอกจากความหมายของการใช้ตัวแทนจะเป็นเรื่องที่น่าสนใจแล้ว สิ่งที่มีความน่าสนใจไม่ยิ่งหย่อนกว่ากันคือ ความสำคัญของการใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนดังนี้

กรีน และ ฮอลล์ (Greeno; & Hall. 1997: 361-367) สรุปความสำคัญของตัวแทนไว้ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนจะสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยนักเรียนเข้าถึงลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่ไม่แตกต่างกัน
3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย
4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง
5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

ชูทซ์ และ วอเตอร์ส (Schutz; & Waters. 2000: 448) กล่าวถึงองค์ประกอบของเหตุผลในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์เตรียมให้นักเรียนสู่การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น ให้ผู้เรียนดัดแปลงคณิตศาสตร์เข้าสู่ฐานของโลกแห่งความเป็นจริง เพราะผลจากการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มขึ้นและปรับสู่ลักษณะการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังนั้น NCTM จึงมีการเพิ่มมาตรฐานผลการเรียนรู้ในปี 1989 ในเรื่องของการใช้ตัวแทน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (NCTM.2000: 280,360) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบกับสิ่งต่างๆ ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และการใช้ตัวแทนเป็นความจำเป็นสำหรับความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การใช้ตัวแทนทำให้

นักเรียนเข้าใจกลไกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขาและคนอื่น ๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างความถี่รบกวนกับการดัดแปลงคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง การใช้ตัวแทนจะกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง ตัวอย่างเรื่องเศษส่วน นักเรียนต้องการนำเสนอการใช้ตัวแทนที่หลากหลายที่จะสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขา นักเรียนต้องการความเข้าใจในการแปลความที่หลากหลายของเศษส่วน ดังเช่น อัตราส่วนแสดงการหาร หรือเศษส่วนของจำนวน พวกเขาต้องการความเข้าใจแบบอื่นๆ พร้อมๆ กัน ในการใช้ตัวแทนของเศษส่วน เช่น การแทนจุดที่เป็นเศษส่วนในเส้นจำนวน

ในบางรูปของการใช้ตัวแทน เช่น แผนภาพ (diagrams) กราฟ และสัญลักษณ์การแสดงความคิด เป็นส่วนที่มีมานานแล้วในการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน แต่โซครายที่ใช้ตัวแทนนี้และอื่นๆ ถูกสอนและเรียนมาเป็นเวลานานราวกับกลายเป็นจุดจบของพวกมัน ที่กล่าวมานี้แสดงขอบเขตของพลังและประโยชน์ของการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนและการปฏิบัติการคณิตศาสตร์

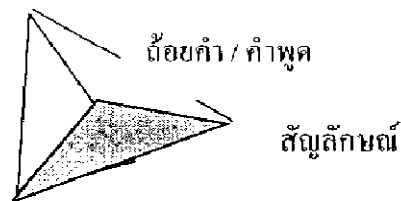
การใช้ตัวแทนเป็นความสำคัญสนับสนุนตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางที่จะสร้างความหมายทางความคิดคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน แม้ว่าการใช้ตัวแทนเหล่านั้นไม่เป็นระเบียบแบบแผน ในเวลาเดียวกันนักเรียนจะเรียนรูปแบบที่มีระเบียบแบบแผนของการใช้ตัวแทนที่ง่ายต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสื่อสารกับคนอื่นเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ การเป็นหน่วยเดียวกันของเทคโนโลยีที่ไกลจากโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้เพิ่มความต้องการของนักเรียนให้เป็นความสะดวกสบายกับการใช้ตัวแทนรูปแบบใหม่

เฟนเนลล์ และโรวาน (Fennell; & Rowan. 2001: 292) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญทั้งต่อการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นแนวทางไปสู่แบบจำลองคณิตศาสตร์ และเป็นแบบแนวทางที่นักเรียนจะได้แสดงออกถึงความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยครูสามารถจัดการเรียนรู้ที่เน้นการใช้ตัวแทนเพื่อทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความชัดเจนและเข้าใจได้มากขึ้น

ดอสเซย์ และคณะ (Dossey; et al. 2002: 83–85) ได้ให้ความสำคัญของการใช้ตัวแทนโดยมองคณิตศาสตร์ในฐานะตัวแทน โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบบรรยายถึงสถานะและความคิดคณิตศาสตร์ ความสำคัญของรูปแบบต่างๆ เป็นการอธิบายเป็นส่วนในการสื่อสารและการเชื่อมโยง
2. การใช้ตัวแทนขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของนักเรียนและชี้ให้เห็นความที่ไม่เข้าใจในรูปแบบอย่างพอเพียง ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปรของนักเรียนที่หลากหลายเพิ่มความสามารถในการทำและเข้าใจคณิตศาสตร์
3. การใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน ( Tetrahedron ) ภาพเตี้ยที่มียอดมุมแสดงการใช้ตัวแทนที่แตกต่าง เช่น มุมของกราฟหรือรูปภาพ เกี่ยวกับคำพูด ตารางหรือตัวเลข ดังภาพประกอบ 14

กราฟ / รูปภาพ



ตาราง / ตัวเลข

#### ภาพประกอบที่ 14 การใช้ตัวแทนในคณิตศาสตร์

4. การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการในการดำเนินการของการจับต้องความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือความสัมพันธ์การถ่ายทอดความคิดบางรูปแบบ นักเรียนในระดับมัธยมปลายควรจะมีหลากหลายกว้างขวางในการใช้ตัวแทน และนักเรียนควรยืดหยุ่นในการใช้รูปแบบที่หลากหลายบรรยายการใช้ตัวแทนที่แสดงรูปแบบสถานการณ์และจุดประสงค์ของการใช้ตัวแทน

5. การใช้ตัวแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ผู้สังเกตการณ์ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์การใช้ตัวแทน ( เห็นคุณค่าตัวแบบที่หลากหลาย ) นักเรียนสามารถตกลงใจว่า การใช้ตัวแทนไหนที่ให้คุณค่าในข้อมูลข่าวสาร และตัวแทนไหนไม่ใช่ ตัวอย่าง หลังจากการใช้กราฟและสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของเซตในสถานการณ์ของระบบสมการ นักเรียนจะตระหนักว่าการใช้ตัวแทนเป็นมากกว่าความถูกต้อง

6. นักเรียนมักต้องการเห็นการใช้ตัวแทนหลากหลายของความคิดรวบยอดก่อนที่พวกเขาจะเริ่มต้นเข้าใจความคิดรวบยอดให้เป็นรูปร่าง นักเรียนบางคนพัฒนาความเข้าใจที่แจ่มแจ้ง เมื่อพวกเขาเห็นภาพวาดหรือกราฟ บางคนชอบการใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ทางพีชคณิตมากกว่า ในขณะที่บางคนต้องการทั้งสองแบบ

7. การใช้ตัวแทนช่วยให้เห็นภาพรวมและเป็นการบันทึกข้อมูลที่การบันทึกทำได้ไม่สะดวกหรือเป็นการใช้แทนข้อมูล

8. เทคโนโลยีเปิดประตูสู่การคิดการใช้ตัวแทน นักเรียนกับเครื่องคำนวณกราฟเบื้องต้นสามารถระโดดจากสัญลักษณ์สู่ตัวแทนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากแสดงกราฟ โปรแกรมยังแสดงตัวแทนเป็น 3 มิติ เป็นการสู่โลกแห่งเป็นจริงอย่างเต็มที่ การเปลี่ยนแปลงโปรแกรมเรขาคณิตทำให้เห็นวัตถุเคลื่อนไหวได้อย่างซ้ำๆ

9. แม้จะมีหรือไม่มีเทคโนโลยี ก็จะมีกระบวนการการใช้ตัวแทนสถานการณ์ของโลกความเป็นจริงผ่านคณิตศาสตร์ เรียกว่าตัวแบบ (Modeling) ตัวแบบให้นักเรียนแสดงถึงลักษณะเฉพาะของปรากฏการณ์ธรรมชาติของโลกแห่งความจริงผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ (Diagram) นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ และทำการตัดสินใจในการแก้ปัญหาบ่อยครั้งที่นักเรียนผิดพลาดในการตรวจสอบ ตัวอย่างเช่น ตัวแบบของผู้ถูกล่ากับผู้ล่า คือหนูกับเหยี่ยว จะต้องพิจารณาขอบเขตที่อยู่อาศัย แต่ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำการนับเหยี่ยวซึ่งเป็นผู้ล่า



หรือผู้ล่าหาชนิดอื่น ๆ แม้ว่าตัวแบบทำให้นักเรียนเข้าใจถึงกำลัง ( power ) ของตัวแบบและรู้ว่ามันมีประโยชน์ในคณิตศาสตร์

เพอร์รี่ และ แอทกินส์ (Perry; & Atkins. 2002: 196, 200-201) ได้อ้างถึง NCTM (2000) ว่า ครูสามารถไปถึงประโยชน์การหยั่งเห็นจากการตีความและการคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการมองผ่านการใช้ตัวแทนของเขา และ เพอร์รี่ และ แอทกินส์ ยังกล่าวต่อว่า การเห็นนัยของการใช้ตัวแทนของนักเรียนเปิดช่องให้เห็นร่องรอยการสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนรู้ ช่วยครุตีความความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มาก่อนที่เราจะคาดหวังให้นักเรียนเข้าใจและใช้ตัวแทนที่เป็นที่ยอมรับ

ลูบีนสกี และ ออตโต้ (Lubinsky; & Otto. 2002: 76-80) กล่าวว่า การสื่อสารทั้งโดยการพูดหรือการเขียนเป็นกฎที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนและครูต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจและการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น ส่วนที่สำคัญของกระบวนการสื่อสารเป็นการเลือกใช้สัญลักษณ์ให้เป็นตัวแทนในการคิด กระบวนการการใช้ตัวแทนแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นในขั้นเล็กๆ ของโครงสร้างการเรียนคณิตศาสตร์ และปรากฏในการอธิบายความคิดซึ่งนักเรียนขั้นเริ่มต้นสามารถบรรยายได้

โมเยอร์ และ เมลล์เลย์ (Moyer; & Mailley. 2004: 252) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายสนับสนุนสถานการณ์ที่แตกต่างทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนการสร้างเหตุผลกระบวนการและพัฒนาการเชื่อมโยง ส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวน

จากการศึกษา สามารถสรุปความสำคัญของการใช้ตัวแทนได้ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนช่วยให้ผู้เรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่ไม่แตกต่างกัน
3. เมื่อผู้เรียนสามารถถ่วงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย
4. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน

### งานวิจัยต่างประเทศ

เฮล (Hail. 2000: 61-07A) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสร้างความรู้และทักษะเกี่ยวกับความเข้าใจในพื้นที่ชนิดคณิต ในการศึกษาครั้งนี้พยายามตอบคำถามว่า 1) ความรู้

และทักษะเกี่ยวกับตัวแปรและการเท่ากันของนักเรียนเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น ถ้าเปลี่ยน เปลี่ยนอย่างไร 2) การใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนพัฒนาความรู้และทักษะในความเข้าใจพีชคณิตเบื้องต้นหรือไม่ อย่างไร 3) ทักษะของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น 4) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาพีชคณิตหรือไม่ อย่างไร และ 5) นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายและมีทักษะที่เปลี่ยนไปหรือไม่ในขณะที่แก้ปัญหา ถ้าไม่เปลี่ยน เป็นเพราะเหตุใด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 29 คน ที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น โดยใช้เวลาสอน 4 สัปดาห์ ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่อง ตัวแปร สมการ และการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนใช้กราฟและใช้อุปกรณ์ในการดำเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนมักใช้ตัวแทนในการอธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์และส่วนที่ผิดพลาด การใช้อุปกรณ์จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปร ทั้งกราฟและการใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนมองเห็นสัญลักษณ์ของการเท่ากันและการเปรียบเทียบ นักเรียนจะใช้กราฟในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียน แม้ว่าจะมีนักเรียนหลายคนยังไม่ได้เรียนในเรื่องกราฟ มีนักเรียนจำนวน 5 คนที่พัฒนาทักษะเกี่ยวกับฟังก์ชันและมีนักเรียนจำนวน 2 คนที่แสดงให้เห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีนักเรียนบางคนที่สามารถเปลี่ยนทักษะและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างง่ายดายขึ้นในวิชาพีชคณิต

เบลลาร์ด (Bellard.2000: 61-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนใช้ตัวแทนอะไรบ้างในการแก้ปัญหา นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนนั้นเมื่อใด ใช้ตัวแทนบ่อยแค่ไหนและประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนเพียงใด ผู้วิจัยค้นหารูปแบบพฤติกรรมของนักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 21 คน ผู้วิจัยสัมภาษณ์ในการแก้ปัญหาคำถามจะเป็นจำนวน 5 ข้อและให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบนั้นๆด้วย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวกเนอร์ ใช้สัญลักษณ์เมื่อไร และอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน จะไม่สามารถค้นหาวิธีการหาคำตอบได้ ไม่สามารถแยกการแปลความหมายและการใช้ตัวแทนได้อย่างชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้บ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนจะไม่ทราบว่าต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) ตัวแทนอย่างไรที่จะช่วยให้ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้ตัวแทนคืออะไร และ 3) ตัวแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยเสนอแนะว่า นักเรียนจำเป็นต้องฝึกการแปลความหมายของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

โกลดีน และชไตน์โกลด์ (Goldin; & Shteingold. 2001: 11) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนของจำนวนลบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้น โดยทำการทดลองดังนี้ เริ่มแรกใช้แถบกระดาษ

ยาวที่มีวงกลมวางเรียงต่อกันเพื่อให้นักเรียนซึ่งได้รับการดที่มีตัวเลข 0 - 7 รวมทั้งการ์ดเปล่าให้ไปวางตัวเลข โดยผู้วิจัยคาดว่าเด็กจะวางตัวเลขตามลำดับจากตัวเลขซ้ายมือสุดจนถึง 0 แต่ไม่เป็นเช่นนั้น หลังจากเด็กวางตัวเลขแล้ว ผู้วิจัยพยายามถามถึงเลข 0 และเลขที่ติดลบ ( หากมีช่องว่างเหลือ ) เด็กก็จะตอบว่าซ้ายสุดจะเป็นศูนย์ เด็กจะมีความเข้าใจว่าไม่มีจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ จากนั้นเป็นขั้นการให้ความหมาย โดยการให้เด็กหมุนเข็มที่อยู่บนวงกลม โดยแบ่งครึ่งวงเป็น 2 รูป คือ รูปหน้ายิ้มกับหน้าบึ้ง ถ้าการหมุนเข็มหยุดที่หน้ายิ้มจะมีค่าเป็น 1 และหยุดที่หน้าบึ้งจะมีค่าเป็น -1 ถามเด็กในแต่ละรอบว่าจะได้ผลรวมในการหมุนแต่ละรอบกี่คะแนน พบว่าเด็กสามารถเข้าใจในเรื่องของจำนวนลบได้ในลักษณะของการใช้ตัวแทนภายใน แต่มีปัญหาในเรื่องของความเข้าใจและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนลบ ซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกที่เด็กยังไม่สามารถใช้ได้ถูกต้อง ซึ่งผลงานวิจัยนี้ทำให้ความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจเดิมที่ว่าเด็กเล็กไม่สามารถเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบนั้นเปลี่ยนไปโดยมีการแนะนำว่าน่าจะมีการสร้างหลักสูตรเกี่ยวกับจำนวนลบในเด็กชั้นประถมตอนต้น

เอเวอร์เบ็ค (Averbeck, 2001: 4315A) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชันและการใช้เครื่องสร้างกราฟในหลักสูตรพีชคณิตระดับวิทยาลัย โดยมีจุดประสงค์ในการศึกษาคือดูการเรียนรู้ของนักเรียนในความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันในพีชคณิตระดับวิทยาลัย ผู้วิจัยต้องการดูความต่างระหว่างนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงกับนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์ต่ำ โดยครูกำหนดหลักเกณฑ์ในการวัดของทักษะพีชคณิตว่าสูงหรือต่ำ ทำการทดลองกับนักเรียนในสายคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ และศิลป์ จำนวน 25 คน จาก 1 ชั้นเรียน ใน 6 ประเภท ( 3 สายการเรียน โดยแต่ละสายแบ่งเป็นผู้มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงและต่ำ ) การรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจในฟังก์ชันทำโดยการทำสอบก่อนและหลังการทดสอบ แบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันประกอบด้วย คำถามการใช้ตัวแทนในแต่ละแบบมี 4 ข้อ ส่วนคำถามสำหรับนิยามมี 3 ข้อ การให้พิจารณาว่าข้อใดเป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของฟังก์ชัน 15 คำถามซึ่งประกอบขึ้นด้วย 3 สภาวะปัญหาที่ให้ในรูปแบบตัวเลข กราฟ และสัญลักษณ์ในการใช้ตัวแทน ข้อมูลในกฎเกณฑ์ของเครื่องคำนวณกราฟ ทุกคาบมีการสังเกตการณ์ประยุกต์ใช้ สังเกตดูพฤติกรรมตอบสนองของนักเรียนที่เป็นทั้งการสนทนาอย่างทางการและไม่เป็นทางการที่มีต่อครูผู้สอน นักเรียนแต่ละคนมีนิยามที่ดีขึ้นต่อคำนิยามทางการของฟังก์ชัน นักเรียนมีปัญหาในการเรียน 3 ประการ คือ ( ก ) การจัดลำดับคู่ของโดเมนและเรนจ์ ( ข ) การชอบใช้ขั้นตอนง่ายๆ ( ค ) ข้อจำกัดของฟังก์ชัน 1 - 1 ผลการเปรียบเทียบพบว่า นักเรียนที่มีทักษะสูงในการใช้สัญลักษณ์ที่หลากหลายทำงานที่เปลี่ยนการใช้ตัวแทนของฟังก์ชันได้มากกว่า จำนวนครึ่งหนึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์ที่มีทักษะต่ำเข้าใจการใช้ฟังก์ชันในรูปแบบเดียวใน เลขคณิต กราฟ และสัญลักษณ์ตัวแทนแบบที่แยกส่วนกัน และเครื่องคำนวณกราฟใช้ในทุกส่วนของกระบวนการแก้ปัญหา ระหว่างเริ่มแรกนักเรียนใช้เครื่องคำนวณพัฒนาสัญลักษณ์ใกล้เคียง เป็นการสร้างแรงจูงใจที่ดีในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ ในการแก้ปัญหาเริ่มแรกเป็นการหลีกเลี่ยงความวิตกกังวลที่จะผิดพลาด การใช้เครื่องคำนวณกราฟที่ธรรมดาที่สุดเป็นการตรวจสอบคำตอบในการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามเครื่องคำนวณกราฟสร้างสรรค์ยากสำหรับนักเรียนที่ยอมรับใน

การเพียงเห็นแค่รูปภาพ การแปลการตัดกราฟแสดงได้โดยเครื่องคำนวณ นักเรียนหาขอบเขตของโดเมนในฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเพราะนักเรียนเพราะนักเรียนไม่สามารถสำรวจหากราฟได้

คาโต้ และคณะ (Kato; & et al. 2002: 30 ) ได้ทำการทดลองกับเด็กญี่ปุ่น 60 คน อายุระหว่าง 3 ปี 4 เดือน กับ 7 ปี 5 เดือน ในการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล การวิจัยนี้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดนามธรรม (การประเมินในการถามที่ยุ่งยากเกี่ยวกับจำนวน) กับระดับของการใช้ตัวแทนของนักเรียน ( ประเมินโดยการถามเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางภาพ ( graphic representation ) ของกลุ่มของวัตถุ ) ในการศึกษาสรุปว่า ความคิดนามธรรมและการใช้ตัวแทนเป็นสิ่งใกล้เคียงกันมาก และเด็กสามารถใช้ตัวแทนตามระดับหรือต่ำกว่าระดับนามธรรม แต่ไม่มีใครที่ใช้ระดับตัวแทนได้เหนือกว่าระดับนามธรรม สภาวะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา คือความต้องการที่จะพิจารณาไปจิตใต้สำนึกของเด็กในการทำ ( ตัวอย่าง , นามธรรมของเด็กๆ) เพราะว่า การให้ความหมายของเด็กสามารถแสดงสัญลักษณ์ที่ติดอยู่กับระเบียบแบบแผนในระดับนามธรรมของนักเรียน

จิราจิด (Girard. 2003: 3502-A) ทำการศึกษาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในการเข้าถึงการแก้ปัญหาแคลคูลัส : ตรวจสอบกฎของการคำนวณกราฟ การประยุกต์เทคโนโลยีของเครื่องคำนวณมีการให้โอกาสสำหรับการใช้ตัวแทนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวแทนภายนอกผ่านการเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย การศึกษานี้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณกราฟที่นักเรียนจะใช้แก้ปัญหาขอบเขตและปัญหาที่ได้รับ มันเป็นการตรวจสอบการเลือกวิธีปฏิบัติว่า ใช้เครื่องคำนวณกราฟหรือไม่ และเครื่องคำนวณใช้ในการวินิจฉัยหรือเป็นเครื่องมือในการยืนยัน

นักเรียน 65 คนที่ลงทะเบียนในเทอมแรกของมหาวิทยาลัยหลักสูตรแคลคูลัสเป็นผู้มีส่วนในการทดลองนี้ การสอนหลักสูตรนี้เน้นไปที่การเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและความต้องการของนักเรียนในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ งานเขียนของนักเรียนมีการแก้ปัญหาเรื่องลิมิต 6 ข้อ และตรวจสอบงาน 5 ข้อ และประมวลการใส่รหัสที่ถูกต้องเหมาะสม ใช้เครื่องคำนวณกราฟวินิจฉัยประกอบหรือยืนยันวัตถุประสงค์ และเข้าถึงตัวแทนหลายอย่าง เช่น กราฟ การคำนวณเชิงตัวเลข พีชคณิต หรือการรวมหลายแบบเข้าด้วยกัน การวินิจฉัยเชิงปริมาณและเชิงพรรณนาสืบจนแน่ชัดว่านักเรียนใช้เครื่องคำนวณเมื่อใดและใช้อย่างไร ซึ่งตัวแทนหรือการรวมของการใช้ตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้มีความสัมพันธ์กับความสำเร็จของนักเรียน

ผลที่เกิดขึ้นแสดงถึงนักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟในเบื้องต้นในลักษณะเป็นเครื่องมือที่ใช้สำรวจในการแก้ปัญหาเรื่องลิมิตและปัญหาที่ได้รับ แม้ว่าทุกๆไปจะไม่มีนัยสำคัญระหว่างการใช้และความถูกต้องในการแก้ปัญหาจากเครื่องคำนวณกราฟ มีนัยสำคัญในการเกี่ยวข้องความถูกต้องเมื่อใช้เครื่องคำนวณในการสำรวจวัตถุประสงค์ในปัญหาลิมิตที่ไม่คล้ายกัน ผลเพิ่มเติมชี้ขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงของตัวแปรในการเข้าถึงการใช้ตัวแปรสำหรับปัญหาลิมิตมากกว่าปัญหาอื่นๆ ที่ได้รับเมื่อใช้ตัวแทนที่หลากหลาย มันเหมือนเป็นเหตุให้ยุ่งยากในการรวมตัวแทนทางพีชคณิตกับตัวแทนกราฟ เมื่อนักเรียนที่มีความสำเร็จที่สุด ( นักเรียนในกลุ่มคะแนนที่สูงที่สุด 1 ใน 4 ของห้อง ) ใช้

ตัวแทน 2 ชนิด พวกเขาสาธิตการรวมพีชคณิตกับตัวแทนอื่นๆ ( การคำนวณทางตัวเลขสำหรับ  
 ลิมิต , กราฟสำหรับงานแบบอื่นๆ )

หลังจากการสอนในหลักสูตรแคลคูลัสมีการใช้ภาพการใช้ตัวแทนหลากหลายของตัว  
 แบบความคิดรวบยอดของการสอนร่วมกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟ นักเรียนสาธิตความรู้ในการ  
 เข้าถึงตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและใช้เครื่องคำนวณกราฟในการแก้ปัญหาแคลคูลัส การ  
 เข้าถึงการสอนแคลคูลัสกลายเป็นเรื่องธรรมดาตามาก ผลลัพธ์และข้อสรุปของการศึกษานี้อ่อนญาติให้  
 นำไปใช้ในการชี้แนะเกี่ยวกับการสอนเหล่านี้

โดโนแวน (Donovan. 2003: 28184–A) ทำการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนในเรื่อง  
 สมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 โดยทำการวิจัยแบบพรรณนาการสำรวจเรื่อง การศึกษาความสนใจ  
 ของนักเรียนในเรื่องสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 ในหลักสูตรสมัยใหม่ที่ให้ความสำคัญกับการใช้  
 ตัวแทนหลากหลาย คำถามสองข้อที่เป็นคำถามนำทางในการศึกษาต่อ : อะไรเป็นธรรมชาติของ  
 ความเข้าใจในพีชคณิตของนักเรียนในการใช้ตัวแทนกราฟของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และอะไรเป็น  
 ธรรมชาติของนักเรียนในการเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับการแก้ปัญหาของนักเรียน  
 นักเรียน 2 คนได้บรรยายรายละเอียด คือ ฮัสสัน (Hassan) เป็นนักศึกษาในสาขาวิศวกร และ ริช  
 (Rich) ซึ่งเป็นนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ที่เตรียมจะเป็นครู ลำดับของรูปแบบที่แตกต่างของการ  
 จัดการเปิดและปิดงาน และการจัดการกับงานที่ไม่เป็นขั้นตอนปกติ ในการจัดการบทสัมภาษณ์  
 ผู้เข้าร่วมเป็นผู้ถูกสังเกตอย่างซ้ๆ ในสถานการณ์ที่พวกเขาคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียล

ฮัสสันทำงานตามลักษณะส่วนตัวของเขาโดยเขาปรับการใช้กราฟและสมการในการ  
 นำเสนอต่อคนอื่น เขาปรับใช้วิธีในการอธิบายตัวแปรของสมการดิฟเฟอเรนเชียล และความคิดรวบ  
 ยอดเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับสถานการณ์ทั้งหลาย ฮัสสันเริ่มคิดสมการดิฟเฟอ  
 เรนเชียล  $dx/dy = f(t,y)$  เป็นฟังก์ชัน สิ่งที่ได้มา เป็นสมการของสถานการณ์ ฮัสสันอธิบาย  $dy/dx$  ใน  
 แต่ละตัวแปรที่ไม่อิสระ ความชัน หรือสิ่งที่ได้มา และเขาตีความว่า  $y$  เป็นตัวแปรที่อิสระในสมการดิฟ  
 เฟอเรนเชียลหรือตัวแปรที่ไม่อิสระในการแก้ปัญหา

ริชแสดงความคิดไม่ยึดหยุ่นได้อย่างฮัสสัน การใช้ตัวแปรแตกต่างถูกเชื่อมกันอย่าง  
 หลวมๆ โดยวิธีการและตามสมบัติทั่วไป เขาแสดงความเชื่อมั่นในความสามารถของเขาในการ “ รู้ว่า  
 ทำอะไร ” กับสมการดิฟเฟอเรนเชียล และพอใจทำงานอย่างต่อเนื่อง ในห้องเรียนที่ต้องการการ  
 ประยุกต์ในวิธีการแก้ปัญหา แต่โครงสร้างกราฟและสมการมีความหมายน้อยสำหรับเขา และการ  
 เชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียลกับสถานการณ์ของเขาเป็นวิธีการ ไม่ใช่ความคิดรวบยอด

ความแตกต่างระหว่างฮัสสันกับริชโดยรวมเป็นไปตามความคิดของสเคมป์ ( Skemp's  
 1977 ) เรื่องความสัมพันธ์และเครื่องมือของความเข้าใจ ฮัสสันรู้ว่า “ ทำอะไรและทำไม ” ส่วนริชก็  
 ใช้ “ ฮัสสันคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียลอย่างยึดหยุ่น และบรรดาความคิดนั้นก็เป็นส่วนของ  
 ความคิดรวบยอด เป็นเส้นใยที่เชื่อมโยงความรู้ในสมการดิฟเฟอเรนเชียลที่เชื่อมต่อการแก้ปัญหา  
 สำหรับริชสมการดิฟเฟอเรนเชียลเป็นวัตถุ ( objects ) ที่ขาดโครงสร้างของความหมาย

ฮาร์ทฟิลด์ ( Hartfield. 2003: 90–A) ศึกษาเกี่ยวกับความรู้ของนักศึกษาวิทยาลัยในเรื่อง ฟังก์ชันกับผลจากการให้ความรู้การใช้กฎ 3 ข้อ การศึกษานี้ทำกับนักศึกษาระดับวิทยาลัย ก่อนและ หลังการสอนโดยใช้กฎ 3 ข้อ การกำหนดการสอนฟังก์ชันโดยให้ตัวอย่างที่เป็นการผสมระหว่าง สัญลักษณ์ ( symbolically ) กราฟ ( graphically ) และจำนวน ( numerically ) ให้มากที่สุดเท่าที่จะ มากได้ และหลายตัวอย่างที่เป็นไปได้ที่รวมทั้งสามไว้ด้วยกัน กรอบความคิดของ โอคัลลาแกน ( O’Callaghan ) และมาร์คอฟิตซ์ ( Markovits ) และบรุคไฮเมอร์ ( Bruckheimer ) ( 1986 ) ที่จะใช้ พิจารณาองค์ประกอบฟังก์ชัน มีการนำมาใช้สืบเสาะหาความรู้ของนักเรียน 4 คนที่ได้รับเลือกโดยดู จากคะแนนทดสอบก่อนการเรียนรู้ การตอบข้อเขียนและข้อขัดแย้ง การจัดเก็บข้อมูลทำโดยการเก็บ เป็นกลุ่มและการแปลผลให้เป็นชิ้นงาน โดยการสัมภาษณ์ 3 ครั้งและทำการทดสอบ 2 ครั้ง และ วิเคราะห์การเปรียบเทียบพบว่า แต่เดิมนักเรียนยึดติดกับเครื่องคิดเลข การทำงานให้เสร็จสมบูรณ์ ขึ้นกับทักษะการใช้เครื่องคิดเลข หลังจากได้รับความรู้ นักเรียนใช้เทคโนโลยีเครื่องคำนวณน้อยลง เป็นการใช้เพื่อตรวจสอบ การแก้ปัญหาทำโดยใช้กระบวนการมาประกอบ

เฮอร์แมน (Herman. 2003: 2484–A–2485-A) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ในแนวทางการ มองการใช้ตัวแทน ในความเข้าใจความคิดรวบยอดของฟังก์ชันพีชคณิต เขาศึกษาเกี่ยวกับความ พยายามที่จะปรับปรุงความสัมพันธ์พิเศษ ในการใช้การเข้าถึงรูปแบบหลายแบบในการเข้าถึงปัญหา ในหลักสูตรพีชคณิตระดับสูงของมหาวิทยาลัย โดยพิจารณา 1) รูปแบบไหนของตัวแทนที่ทำให้ นักเรียนได้เข้าใจการแก้ปัญหาพีชคณิต ฟังก์ชันโพลีโนเมียล ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล และ ฟังก์ชันลอการิทึมกับเทคโนโลยีเครื่องคำนวณกราฟ 2) ทำไมนักเรียนเลือกใช้ตัวแทนแบบนั้น 3) ดู แนวโน้มการเรียนรู้ว่าสัมพันธ์กับตัวเลือกการใช้ตัวแทนของนักเรียนและความสามารถในการใช้ ตัวแทนที่หลากหลายหรือไม่ 4) นักเรียนคิดว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทำให้เข้าใจลึกซึ้งหรือไม่ 5) ทางไหนที่นักเรียนจะเพิ่มความเข้าใจของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิต ( สัญลักษณ์ ) กราฟ และ ตัวแทนแบบตาราง

### งานวิจัยในประเทศ

กัลยา ทองสุ (2545: 93-102) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผลการวิจัยผลการศึกษาพบว่า 1) ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการ สอนแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพ 80/80 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .01 และ 3) ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการสอน แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

จริยวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 60-64) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริม ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่องคู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียน

มัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการใช้ชุดกิจกรรม ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริมา สาระพล (2547: 117-126) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ โดยการใช้ตัวแทน ( Representations ) เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน ( Representations ) ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน ( Representations ) ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

อรชร บุญญเติม (2550: 66-72) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน โดยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้แก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 วิธีคือ การแก้โจทย์สมการโดยใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 198-206) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้มีความรู้ และพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนสามารถสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่นได้ นับว่าการใช้ตัวแทนมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งของรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท และการใช้ตัวแทน จึงนำมาสู่แนวคิดในการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยได้ผนวกการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทกับกระบวนการใช้ตัวแทนเป็นการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้จัดกิจกรรมการสอนโดยใช้ตัวแทนลักษณะต่างๆทั้งแผนภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา

ร่วมกับการใช้คำถามของครู ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดของเรื่องที่เรียนได้ ประกอบด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน

เริ่มต้นบทเรียนด้วยการทบทวนความรู้ หลักการ หรือทักษะที่เรียนไปแล้ว เพื่อความพร้อมในการเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

2.1 ครูบอกหรือแจ้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนทราบ อาจะโดยการเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือพฤติกรรมที่คาดหวังเป็นข้อ ๆ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน ลดความซ้ำซ้อนของการให้สาระความรู้

2.2 สอนทีละขั้นตอน หรือแบ่งสอนเป็นเรื่องย่อยๆ ตามลำดับความยากง่าย ใช้ภาษาพูด อธิบายยกตัวอย่างที่ชัดเจนให้คำแนะนำทีละขั้นตอน ทำแบบ แสดงแบบให้นักเรียนดู ใช้สื่อตัวแทนประกอบการอธิบายเพื่อให้แน่ใจว่าแต่ละประเด็นที่สอน นักเรียนเข้าใจแจ่มแจ้งก่อนที่จะดำเนินการสอนในขั้นต่อไป

2.3 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน อธิบายยกตัวอย่างให้ชัดเจนเพื่อให้แน่ใจว่า นักเรียนพร้อมที่จะฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยครูคอยแนะนำในห้องเรียนหลังจากการฝึกปฏิบัติแล้ว นักเรียนควรจะ สามารถปฏิบัติตามขั้นตอน หรือทักษะนั้นๆอย่างถูกต้อง ฝึกตอบคำถามประเภทความรู้ ความจำ ความเข้าใจ เพื่อส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

ในการตอบของนักเรียน ถ้าตอบถูกต้องหรือตอบด้วยความมั่นใจ ครูควรตอบสนองด้วยคำพูดที่เสริมกำลังใจ เช่น “ดีมาก” “ดี” “ถูกต้อง” ถ้านักเรียนตอบถูกแต่ตอบด้วยความลังเลไม่แน่ใจ ครูควรย้อนกลับเกี่ยวกับเรื่องนั้น หรือบอกกระบวนการที่ได้คำตอบนั้นมา

ขั้นที่ 5 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติโดยอิสระด้วยตนเอง เพื่อปรับปรุงขั้นตอนที่นักเรียนตอบจากการตอบถูกของ นักเรียน แต่ลังเลไม่แน่ใจและเพื่อจะได้มีการพัฒนาทักษะเหล่านั้นให้ชำนาญยิ่งขึ้น การให้ฝึกด้วย ตนเองจะดำเนินการต่อจากการให้ฝึกปฏิบัติที่โต๊ะที่มีประสิทธิภาพนั้นอาจให้นักเรียนช่วยเหลือกัน เพราะนักเรียนจะชอบที่จะคิดร่วมกัน และการให้คำแนะนำจากกันและกัน มากกว่าให้ครูอธิบาย หรือแนะนำ

ขั้นที่ 6 ขั้นการทบทวนฝึกปฏิบัติรายสัปดาห์และรายเดือน

ทบทวนเนื้อหาสาระอีกครั้งเมื่อสอนจบในแต่ละหัวข้อ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนไปแล้วของนักเรียน



### 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971: 643-696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่ง วิลสัน ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆได้ โดยคำถามอาจจะเป็นถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ที่ง่าย คล้ายคลึงกับตัวอย่างนักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างมโนมตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles; Rules; and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from one Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนจะต้องเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้นคือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns; Isomorphisms; and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิธีที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจโมโนติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในชั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการพิจารณาเป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากโมโนติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

นิภา เมธาวีชัย (2536: 65) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงความรู้และทักษะที่ได้รับและพัฒนาจากการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ครูอาศัยเครื่องมือวัดผลช่วยในการศึกษาว่านักเรียนมีความรู้และทักษะมากน้อยเพียงใด

อัญชญา โปธิพลากร (2545: 93) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความจำ (Cognitive Domain)

ณยศ สงวนสิน (2547: 38) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถหรือความสำเร็จในด้านต่างๆ เช่น ความรู้ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการ

นำไปใช้ และการวิเคราะห์ เป็นต้น รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ซึ่งได้รับการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่างๆซึ่งวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้น

ซนินท์ชัย อินทிரารณณ์ และสุวิทย์ หิรัญยกานนท์ (2548: 5) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสำเร็จ ความรู้ ความสามารถหรือทักษะหรือผลการเรียนการสอนหรือผลงานที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนนั้นๆ

สันติ อธิพิณนาวกุล (2550: 64) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถหรือระดับผลสัมฤทธิ์ของบุคคลหลังจากการเรียนหรือการฝึกอบรม ซึ่งสามารถแบ่งเป็น ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการคิดวิเคราะห์ จัดได้ว่าเป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คือผลที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพในการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน ซึ่งวัดผลประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามที่ วิลสัน (Wilson. 1971: 643-685) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับ คือ

4.1 ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) ประกอบด้วยความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยามและความสามารถในการคิดคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

4.2 ความเข้าใจ (Comprehension) ประกอบด้วยความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิงและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การติดตามหาเหตุผล การอ่านและการตีความโจทย์

4.3 การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสมอยู่ระหว่างเรียน ตลอดจนความสามารถในการเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4.4 การวิเคราะห์ (Analysis) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน ตลอดจนความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้อง

### 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การที่ผู้เรียนจะเกิดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหรือปัจจัยหลายประการด้วยกัน ดังที่มีนักวิชาการได้ให้ความเห็นไว้ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14-16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยาและการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สถิติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ แครร์รอล (Carroll. 1963: 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยนำเอาครูและหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญโดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

ฮาร์วิกเฮิร์ส และนูกาเทิน (Harvighurst; & Neugarten. 1969: 157) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า ประกอบด้วย ความสามารถที่ติดตัวมาแต่กำเนิด ชีวิตและการอบรมในครอบครัว ประสิทธิภาพของโรงเรียน และความเข้าใจเกี่ยวกับตนเองและการมุ่งหวังในอนาคต

บลูม (Bloom. 1976: 160) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียน ได้แก่ ตัวแปรสำคัญ 3 ตัว คือ คุณสมบัติด้านความรู้ คุณลักษณะด้านจิตพิสัย และคุณภาพของการสอน ซึ่งประกอบด้วย การชี้แนะ การบอกจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมแรงจากครู การให้ข้อมูลย้อนกลับถึงความบกพร่องหรือความเหมาะสม และการแก้ไขข้อบกพร่อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2528: 171) ด้วยความร่วมมือจากมูลนิธิโพลีลัสวาเกน ได้ดำเนินโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากการวิจัยพบว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ผลการเรียนรู้ของนักเรียน อาจเป็นผลทั้งทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) และจิตพิสัย (Affective Domain)

2. ลักษณะของนักเรียน ประกอบด้วยตัวแปร เช่น สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมของผู้ปกครอง เชื้อชาติ การอบรมเลี้ยงดู ความถนัดหรือความรู้พื้นฐาน ค่านิยม เจตคติ ความคาดหวังและวิธีเรียน

3. พฤติกรรมนักเรียน พิจารณาจากเวลาที่นักเรียนใช้เพื่อการเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน เช่น เวลาที่ใช้ในการทำการบ้านและเรียนพิเศษ

4. พฤติกรรมการสอนของครู เช่น เวลาที่ใช้ในกิจกรรมต่างๆ ในการสอน การใช้วัสดุ การสอน การสอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

5. ลักษณะของครู เช่น วุฒิ ประสบการณ์ เจตคติ ความรู้เกี่ยวกับวิชาที่สอน ความรู้เกี่ยวกับวิธีสอน ค่านิยม ความคาดหวัง และสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมของครู

6. ลักษณะความแตกต่างระหว่างโรงเรียน เช่น ขนาดของโรงเรียน เงินเดือนครู อัตราจำนวนครูต่อนักเรียน แหล่งอำนวยความสะดวก ชุมชนที่โรงเรียนตั้งอยู่ สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมของนักเรียน และเชื้อชาติของนักเรียน

7. ความแตกต่างของสภาพแวดล้อมภายในโรงเรียน เช่น การบริหาร การจัดโปรแกรมการสอน อิทธิพลของกลุ่มเพื่อน ขนาดของห้องเรียน จำนวนวันเรียน และสภาพแวดล้อมอื่นๆ

อัจฉรา สุซารมณี และอรพินทร์ ชูชม (2530: 11-40) ได้จำแนกองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นด้านๆ ดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบด้านปัญหาส่วนตัวของนักเรียน จำแนกเป็นส่วนย่อยดังนี้
  - 1.1 ปัญหาส่วนตัวด้านสุขภาพร่างกาย
  - 1.2 ปัญหาส่วนตัวด้านความสัมพันธ์ของบิดามารดา
  - 1.3 ปัญหาส่วนตัวด้านความสัมพันธ์กับเพื่อน
  - 1.4 ปัญหาส่วนตัวด้านความสัมพันธ์กับครู
  - 1.5 ปัญหาส่วนตัวด้านการปรับตัว
  - 1.6 ปัญหาส่วนตัวด้านความรู้สึกรู้สึกนึกคิดเกี่ยวกับตนเอง
2. องค์ประกอบด้านการอบรมเลี้ยงดูของบิดามารดา ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระบบ
  - 2.1 การอบรมเลี้ยงดูแบบมีเหตุผล
  - 2.2 การอบรมเลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย
  - 2.3 การอบรมเลี้ยงดูแบบเข้มงวดกดขี่
3. องค์ประกอบด้านสภาพแวดล้อมทางบ้าน แบ่งเป็น 4 ด้าน
  - 3.1 ด้านความสัมพันธ์ในครอบครัว
  - 3.2 ด้านฐานะทางเศรษฐกิจของครอบครัว
  - 3.3 ด้านที่อยู่อาศัย
  - 3.4 ด้านความคาดหวังของบิดามารดา
4. องค์ประกอบด้านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ชฎานิชษฐ์ พุกเถื่อน (2536: 16-17) กล่าวว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียน จะประกอบด้วย ขนาดโรงเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทางจากโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ/กิ่งอำเภอ

2. ด้านคุณลักษณะของครู จะประกอบด้วย อายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ในหน้าที่ ทัศนคติเกี่ยวกับนักเรียน ฯลฯ

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ฐานะครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียน ทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังจากเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนมีหลายองค์ประกอบด้วยกัน ที่สำคัญแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

1. องค์ประกอบด้านตัวนักเรียนและปัจจัยแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้พื้นฐาน อารมณ์ ความสนใจในการเรียน เจตคติต่อการเรียน การเลี้ยงดูของผู้ปกครอง

2. องค์ประกอบด้านคุณภาพการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ขนาดของโรงเรียน ความเป็นผู้นำของผู้บริหาร อัตราส่วนนักเรียนต่อครู ประสบการณ์การสอนของครู วิธีการจัดการเรียนการสอนของครู

### 3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัตและกัททา (Rawat, & Gupta. 1970: 7-9) ได้กล่าวว่า อาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้นโดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกร่วมในการมีส่วนร่วมที่โรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่นๆ เช่นการคมนาคมไม่สะดวก

วัชร บุรณสิงห์ (2525: 435) ได้กล่าวถึง ลักษณะของนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75-90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30

2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนคนอื่นๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์ทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์

บ่อยครั้ง

8. เจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการศึกษาของตนเองและ

บางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียนหรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้นๆ
13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนทุกๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้นๆ

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 145) กล่าวถึง สาเหตุหรือที่มาที่ทำให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย
2. ระดับสติปัญญาต่ำ
3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อน ทำให้ฝังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้นตัวเอง ทั้งแบบรู้ตัวและแบบไม่รู้ตัว
4. สิ่งแวดล้อมที่บ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่างๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าถาม กล้าแสดงออก ความอดทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีระเบียบวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสมาธิ
5. วุฒิภาวะต่ำ
6. พื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ทำให้เรียนตามเพื่อนไม่ทัน ไม่เข้าใจบทเรียนใหม่



จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีด้วยกันหลายประการ คือที่สำคัญแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

1. ด้านตัวนักเรียนและปัจจัยแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ได้แก่ สติปัญญาต่ำ ความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ขาดความสนใจในการเรียน มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียน ผู้ปกครองไม่มีเวลาใส่ใจดูแล
2. ด้านคุณภาพการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น โรงเรียนขนาดเล็ก ผู้บริหารขาดความเป็นผู้นำ อัตราส่วนนักเรียนต่อครูมากเกินไป ประสิทธิภาพการสอนของครูน้อย วิธีการจัดการเรียนการสอนของครูไม่เหมาะสม

### 3.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

#### 3.4.1 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

รอสส์; และสแตนลีย์ (Ross; & Stanley. 1967: 16) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถทางวิชาการ เช่น แบบทดสอบเลขคณิต แบบทดสอบวิชาพีชคณิต เป็นต้น

เมห์เรนส์; และเลห์แมนน์ (Mehrens; & Lehmann. 1969: 187) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความพร้อมในการเรียน วัดข้อบกพร่องหรือเพื่อใช้ทำนายผลการเรียนในอนาคตซึ่งใช้วัดผลกันตั้งแต่ชั้นอนุบาลจนถึงชั้นอุดมศึกษา

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525: 55) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบทดสอบประเภทนี้จึงมุ่งวัดคุณลักษณะ ด้านความรู้ ความคิดในเรื่องที่เรียน ลักษณะการวัดผลสัมฤทธิ์จะขึ้นอยู่กับลักษณะและธรรมชาติของรายวิชาที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นๆ โดยอาจจะเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ในแง่เนื้อหาวิชาโดยตรง หรืออาจจะวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงลงมือปฏิบัติ หน้าที่สำคัญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก็คือมุ่งตรวจสอบความสามารถในการเรียนของบุคคล ทั้งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถในการเรียน ความก้าวหน้า หรือพัฒนาการในการเรียน

วาริ ว่องพินัยรัตน์ (2530: 2) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ชุดของข้อคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมทางสมองของนักเรียนว่ามีความรู้ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่างๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียงใด เรื่องที่เรียนรู้ อาจจะเรียนรู้จากในห้องเรียนหรือจากประสบการณ์ของนักเรียนเองนอกห้องเรียน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์จะเน้นการวัดผลการเรียนรู้ที่ได้รับในอดีตหรือปัจจุบัน โดยจะประเมินความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาทางวิชาการ จะไม่วัดความสามารถทางกายหรือความรู้สึกทางจิตใจ

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545: 26) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบวัดความรู้ทางวิชาการ มักใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เน้นการวัดความรู้ความสามารถจากการเรียนรู้ในอดีตหรือในสภาพปัจจุบันของแต่ละคน

สมนึก ภัททิยธนี (2549: 73) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึงแบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึงแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนของผู้เรียน เพื่อตรวจสอบความสามารถในการเรียน ความก้าวหน้า หรือพัฒนาการในการเรียนรู้ของผู้เรียนหลังจากเรียนจบในบทเรียนที่กำหนดไว้

#### 3.4.2 ประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สมเกียรติ ปติฐพร (2525: 7) ได้กล่าวถึงประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher Made Test) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้ทั่วไปในโรงเรียน โดยที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเอง สอบแล้วทิ้งไป จะสอบก็สร้างขึ้นใหม่
2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นแล้วนำไปใช้ทดสอบ แล้ววิเคราะห์ผลการสอบตามวิธีทางสถิติหลายครั้งเพื่อปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น

รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างง่ายและนิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. แบบอัตนัยหรือความเรียง (Subject or Essay Type) หมายถึง แบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือข้อคำถามให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ เหมาะสำหรับต้องการวัดหลาย ๆ ด้าน ในแต่ละข้อ เช่น วัดความคิด วัดภาษา วัดอารมณ์
2. แบบปรนัยหรือแบบใช้คำตอบสั้น ๆ (Objective or Short Answer Type) หมายถึงแบบทดสอบที่ใช้คำตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบให้เลือก อาจเป็นแบบถูก-ผิด จับคู่ แบบเติมคำหรือแบบเลือกตอบ

สมนึก ภัททิยธนี (2549 : 74) กล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า อาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐาน ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบคือ

1. ข้อสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)
2. ข้อสอบแบบกาถูก-ผิด (True-False Test)
3. ข้อสอบแบบเติมคำ (Completion Test)
4. ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ (Short Answer Test)
5. ข้อสอบแบบจับคู่ (Matching Test)
6. ข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice Test)

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบมาตรฐาน และแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง โดยแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองนั้น รูปแบบที่นิยมใช้ คือ แบบให้เขียนตอบ และ แบบให้เลือกตอบ และในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ

### 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ทาริม; และ แอ็คเดนิซ (Tarim; & Akdeniz. 2007: 85) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบ Team Assisted Individualization (TAI) และรูปแบบ Student Team Achievement Divisions (STAD) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยรูปแบบ TAI สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยรูปแบบ STAD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยรูปแบบ TAI สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยรูปแบบ STAD สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

เทลลา (Tella. 2007: 154) ได้ทำการวิจัยเรื่องอิทธิพลของแรงจูงใจที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในประเทศไนจีเรีย ผลการวิจัยพบว่า อิทธิพลของแรงจูงใจของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีแรงจูงใจอยู่ในระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีแรงจูงใจอยู่ในระดับต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โอนิกา; คิมเบอร์ไล; และ แนนซี (Onika; Kimberly; & Nancy. 2008: 182) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของกลยุทธ์การสอนแบบพหุปัญญาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่าคะแนนสอบหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบพหุปัญญาสูงขึ้นกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เจนนิเฟอร์; คาร์รี่; และ พอล (Jennifer; Karrie; & Paul. 2009: 4) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้การเรียนรู้ทางด้านอารมณ์และการเรียนรู้ทางด้านสังคมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า การสอนทักษะทางด้านอารมณ์และทักษะทางด้านสังคมมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจในทางบวกของนักเรียนเพิ่มมากขึ้น อีกทั้งยังทำให้พฤติกรรมในชั้นเรียนของนักเรียนเป็นที่ยอมรับทางสังคมเพิ่มมากขึ้นด้วย

#### งานวิจัยในประเทศ

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550 : 112) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จี ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ

ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก “สุ จี ปุ ลิ” เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มีค่าเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อารี แสงขำ (2550: 55) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมสมอง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนแบบระดมสมองสูงกว่าก่อนที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมสมองและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

บุศรา อิ่มทรัพย์ (2551: 89-90) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการใช้สื่อประสมเรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมสูงกว่าเกณฑ์การเรียน 50% และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมเรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในและต่างประเทศสรุปได้ว่า อิทธิพลของแรงจูงใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ การสอนทักษะทางด้านอารมณ์และทักษะทางด้านสังคมในห้องเรียนคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน รวมถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิควิธีการที่หลากหลายและมีประสิทธิภาพของครูนั้นล้วนมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

## 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

### 4.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สำหรับความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) ได้กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286) ได้กล่าวว่ากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทักษะในการสื่อสาร (Communication Skills) หมายถึง การให้หรือแลกเปลี่ยนความรู้และแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

วัชรีย์ ชันเชื้อ (2545: 8) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูดหรือเขียน การแสดงด้วยภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ ที่เป็นตัวแทนการคิดของนักเรียน ซึ่งอธิบายความสัมพันธ์ และสถานการณ์จำลองต่าง ๆ ที่ครูผู้สอนกำหนดให้

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 7) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย หรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดเรื่องราว แนวความคิดหรือความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยใช้การเขียน เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจในความคิดหรือแนวความคิดของตนเอง

#### 4.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

บอล (Ball. 1993: 373) กล่าวว่านักเรียนจำเป็นต้องมีการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาสิ่งสำคัญพื้นฐาน 5 ประการเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ คือ

1. ความเข้าใจในความคิดรวบยอด
2. ความคล่องแคล่วในขั้นตอน กระบวนการ
3. ความสามารถในกลวิธี ความสามารถที่จะสร้างสูตรและใช้ตัวแทนสำหรับปัญหา
4. การให้เหตุผลที่ปรับเปลี่ยนได้ ความสามารถในการคิดแบบตรรกะ การอธิบายและ

ความเป็นเหตุเป็นผล

5. ความเชื่อที่ว่าคณิตศาสตร์มีความหมายและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง

มัมมี และเชฟเพอร์ด (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการสื่อสาร ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่างๆของพวกเขา

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Share) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นนักเรียนก็สามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือการพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน โดยการมุ่งสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 52) ได้กล่าวไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายเพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความสามารถความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น
  2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อนๆ ครู และบุคคลอื่นได้
  3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณายุทธวิธีต่างๆ ได้
  4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม
- ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รีส์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำ ทั้งการพูดและการเขียน

ทัตนีเย่ กระจ่ายอินทร์ และสุภิต อนุศาสตร์ (2542: 3-4) ได้กล่าวว่า มนุษย์จำเป็นต้องใช้การสื่อสารตลอดชีวิต เริ่มจากการสื่อสารภายในตนเอง คิดว่าจะทำอะไร เมื่อไร จะต้องสัมพันธ์กับ

ผู้อื่นและจะเกิดผลอย่างไร การสื่อสารจะขยายความกว้างขึ้น และมนุษย์จะใช้การสื่อสารเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันตลอดเวลา การสื่อสารจึงมีความสำคัญดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต ไม่มีใครที่จะดำรงชีวิตได้โดยปราศจากการสื่อสาร โดยเฉพาะสังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคมจึงดำเนินไปพร้อม ๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยชำระสังคมให้อยู่ร่วมกันเป็นปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบ ประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคมและความรู้ต่าง ๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอดเพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนา การพัฒนาสังคมในด้านคุณธรรม จริยธรรม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฯลฯ รวมทั้งศาสตร์ในการสื่อสาร จำเป็นต้องพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้งและต้องใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการพัฒนาด้านต่าง ๆ เช่น การใช้สื่อนวัตกรรมหรือสื่ออิเล็กทรอนิกส์ในงานสาธารณสุข เป็นต้น

วัชร วัชรเชื้อ (2545: 39) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารว่าการสื่อสารนั้นมีความสำคัญต่อชีวิตของพวกเราเป็นอย่างมากไม่ว่าจะเป็นด้านสังคม ในชีวิตประจำวันด้านอุตสาหกรรมและธุรกิจ ด้านการปกครองและด้านการเมืองระหว่างประเทศ และเช่นเดียวกันในด้านการเรียนการสอนถ้าเราต้องการจะให้เกิดประสิทธิภาพเราจะต้องให้ความสำคัญกับเรื่องการสื่อสารให้ตรงกัน เพื่อที่จะให้ถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ และสามารถทำงานร่วมกันได้โดยมีความเข้าใจไปในทิศทางเดียวกัน และผู้รับสารก็ต้องมีการสะท้อนกลับแนวคิดมายังผู้ส่งสารด้วย

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การสื่อสารมีความสำคัญ ดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต สังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคมจึงดำเนินไปพร้อม ๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยชำระสังคมให้อยู่ร่วมกันเป็นปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบ ประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคมและความรู้ต่าง ๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอดเพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารช่วยในการพัฒนาสังคมด้านคุณธรรม จริยธรรม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฯลฯ

#### 4.3 องค์ประกอบของการสื่อสาร

วรพล พรหมมิกบุตร (2534: 20) ได้แบ่งองค์ประกอบของการสื่อสารไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เป็นบุคคลในกระบวนการสื่อสารยังอาจแยกได้เป็น 2 ฝ่ายที่สำคัญ ได้แก่ ผู้ส่งสาร (Transmitter) และผู้รับสาร (Receiver)

2. องค์ประกอบที่เป็นผลเชิงวัฒนธรรม ก็อาจแยกได้เป็น 2 ส่วน ได้แก่ ข่าวสาร (Message) และ เทคนิควิธีสื่อสาร (Communication Technique)

ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์ และสุภิต อนุศาสตร์ (2542: 4-10) ได้จัดองค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) คือบุคคลที่เริ่มต้นสร้างสารและส่งสารไปยังผู้อื่นโดยใช้ภาษาเป็นเครื่องมือ ผู้ส่งสารในฐานะผู้เริ่มต้นการสื่อสารจะส่งสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

1.1 เป็นผู้ที่มีความเจตนาแน่วแน่ที่จะให้ผู้อื่นรับรู้ตามประสงค์ของตน

1.2 เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่จะสื่อสารเพียงพอ ผู้สื่อสารอาจสำรวจระดับความรู้ความเข้าใจของตนเองตามลำดับเนื้อหา คือ

1.2.1 บอกได้ว่าเคยผ่านพบหรือได้ยินได้ฟังเรื่องนั้นๆ มา

1.2.2 นำมาบอกกล่าวด้วยถ้อยคำของตนเองได้

1.2.3 ใช้ความรู้ ความชำนาญ แก้ไขสถานการณ์ต่างๆ ได้

1.2.4 วิเคราะห์ปัญหาได้

1.2.5 ประเมินค่าได้

1.3 เป็นผู้ที่มีความเชื่อถือ ความเชื่อถือของผู้ส่งสารเป็นผลรวมของความรู้ความสามารถ บุคลิกลักษณะ การเป็นคนที่สังคมยอมรับเป็นคนคล่องแคล่วเปิดเผยในการติดต่อสื่อสาร

1.4 เป็นผู้ที่มีความพยายามจะเข้าใจความสามารถและความพร้อมของผู้รับสาร

1.5 เป็นผู้รู้จักใช้กลวิธีที่เหมาะสมในการนำเสนอสาร อาศัยการเตรียมการทักษะทางภาษา การใช้อุปกรณ์ ตลอดจนเทคโนโลยีในการสื่อสารอย่างเหมาะสม

2. สาร (Message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วนคือ

2.1 รหัสของสาร คือ ภาษาสัญลักษณ์ หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อแทนความคิด

2.2 เนื้อหาของสารจะครอบคลุมความรู้ ความคิดและประสบการณ์ที่มนุษย์ต้องการถ่ายทอด แลกเปลี่ยนเพื่อความเข้าใจร่วมกัน โดยเนื้อหาของสารดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ เนื้อหาสารที่แสดงข้อเท็จจริง เนื้อหาสารที่แสดงข้อคิดเห็นหรือทรรศนะ และเนื้อหาสารที่แสดงความรู้สึก

2.3 การจัดการ หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสมาเรียบเรียง เพื่อให้เข้าใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ สารที่ได้รับการจัดอย่างดีทั้งในด้านการเรียบเรียง การลำดับความ การลำดับความยากง่ายตลอดจนรูปแบบและการใช้ภาษาที่ดี

3. สื่อหรือช่องทาง (Media or Channel) สื่อหรือช่องทางเป็นองค์ประกอบสำคัญอีกประการหนึ่งในการสื่อสาร ผู้ส่งสารต้องอาศัยสื่อหรือช่องทาง ทำหน้าที่นำสารไปสู่ผู้รับสาร โดยทั่วไปสารจะถ่ายทอดเข้าสู่ระบบการเรียนรู้



4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารเป็นองค์ประกอบสำคัญในการสื่อสาร มีบทบาทในการกำหนดความรู้เรื่องราวที่ผู้ส่งสาร ส่งผ่านสื่อมาถึงตนและมีปฏิกิริยาตอบสนอง ผู้รับสารที่ดีควรทำหน้าที่ตามบทบาทของตนเอง และควรพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

- 4.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแจ่มชัดและกระตือรือร้นที่จะรับสาร
- 4.2 เป็นผู้พยายามรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ
- 4.3 เป็นผู้ที่มีความรู้สึกรวดเร็วและถูกต้อง
- 4.4 เป็นผู้ที่มีสมาธิ สามารถบังคับใจให้อยู่ที่เรื่องราวที่กำลังสื่อสาร

5. ปฏิกริยาตอบกลับ (Feedback) ในการสื่อสารแต่ละครั้งผู้ส่งสารและผู้รับสาร ต่างมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารของตนเองและจะแสดงปฏิกริยาตอบกลับเพื่อให้อีกฝ่ายหนึ่งรับรู้ความรู้สึกนึกคิดของตน ต่างต้องประเมินผลและบรรยากาศในการสื่อสารตลอดเวลา การสื่อสารอาจเกิดผลตรงตามเป้าหมาย ปฏิกริยาตอบกลับจะช่วยให้ผู้ส่งสารสามารถปรับเปลี่ยนข้อมูล ท่าที หรือวิธีการสื่อสารเพื่อให้การสื่อสารบรรลุจุดประสงค์

ปราณี รามสูต; และจำรัส ดวงสุวรรณ (2545: 155-156) กล่าวว่า องค์ประกอบของการติดต่อสื่อสารมีอยู่ 4 ประการ ดังนี้

1. ผู้ส่ง (Sender) หรือแหล่งที่มาของสาร
2. ผู้รับ (Receiver) หรือจุดหมายปลายทางที่ต้องการให้สารนั้นไปถึง
3. สารหรือข้อมูลที่ส่ง (Message) ซึ่งอาจเป็นข้อมูลเรื่องราวต่าง ๆ ได้แก่ ความคิด ความต้องการ อารมณ์ เจตคติ ฯลฯ
4. สื่อสำหรับส่ง (Media) โดยอาจเป็นคำพูด โทรศัพท์ เพลง กลอน ภาษาเขียนเป็นคำสั่ง ประกาศ แรงจูงใจ ภาษากาย ที่อาจจะเป็นกิริยาท่าทาง สายตา สีหน้า หรืออาจจะเป็นสัญลักษณ์ รูปภาพ ระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ ฯลฯ

คมเพชร ฉัตรศุภกุล (2546: 132-133) กล่าวถึงองค์ประกอบของการสื่อสารได้แก่

1. ผู้พูด (Speaker) หรือผู้ส่งสาร (Transmitter) หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดข่าวสารในการพูด เขียน หรือด้วยวิธีการอื่น ๆ
2. ผู้ฟัง (Audience) หรือผู้รับ (Receiver) หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับข้อมูลต่าง ๆ ไม่ว่าจะด้วยการฟัง การอ่าน
3. ข่าวสาร (Message) หมายถึง ข่าวสาร เรื่องราวต่าง ๆ ข้อมูลต่าง ๆ ที่ผู้ถ่ายทอดต้องการจะส่ง
4. วิธีการสื่อสาร บางตำราเรียกว่า ช่องทางการสื่อสาร (Chanel) เช่นสื่อสารโดยการพูด ผู้รับก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียนก็ต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

กิติมา สุรสนธิ (2548: 8-9) กล่าวถึงองค์ประกอบส่วนสำคัญของการสื่อสาร ได้แก่

1. ผู้ส่งสาร (Sender) หมายถึงบุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่มีความคิดมีความต้องการ มีความตั้งใจที่จะส่งข้อมูลข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึกนึกคิด ความคิดเห็น ทศนคติความเชื่อ และอื่น ๆ ไปยังผู้รับสารเพื่อก่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่งต่อผู้รับสารนั้น

2. สาร (Message) หมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารได้

3. ช่องทางสื่อสารหรือสื่อ (Channel or Media) หมายถึง ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ของมนุษย์ที่ใช้ในการรับรู้ความหมายจากสิ่งต่าง ๆ อันได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส และการลิ้มรส

4. ผู้รับสาร (Receiver) หมายถึง บุคคลที่ต้องทำความเข้าใจและตีความต่อข่าวสารที่ตนเองได้รับ เพราะถ้าหากผู้รับสารขาดความเข้าใจ ความสนใจต่อสารนั้นก็จะทำให้การสื่อสารล้มเหลว

จากองค์ประกอบของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วนคือ

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง เป็นผู้ที่มีความต้องการ มีความตั้งใจที่จะส่งข้อมูลข่าวสาร โดยใช้ทักษะการสื่อสารต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน ไปยังผู้รับสาร

2. สาร หมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารได้

3. ช่องทางสื่อสารหรือสื่อ หมายถึง ตัวกลางในการนำสารไปยังผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร หมายถึง บุคคลที่ต้องทำความเข้าใจและตีความต่อข่าวสารที่ตนเองได้รับ

#### 4.4 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 60) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงเกรด 12 จะทำให้นักเรียนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงได้

2. ติดต่อสื่อสารแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน แก่เพื่อน ๆ ครู และบุคคลอื่น ๆ ได้

3. วิเคราะห์และประเมินแนวคิดและยุทธวิธีเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อื่น ๆ ได้

4. ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่มีความหมายชัดเจน ถูกต้อง และรัดกุมได้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 74) ได้กำหนดมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดช่วงชั้น			
ป. 1-3	ป. 4-6	ม. 1-3	ม.4-6
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ที่มา: กระทรวงศึกษาธิการ (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. หน้า 74.

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดังนี้

1. การใช้ภาษาในการสื่อสาร สื่อความหมายได้ถูกต้องและเหมาะสม
2. การใช้สัญลักษณ์ในการสื่อสาร สื่อความหมายได้ที่ถูกต้อง ชัดเจน

#### 4.5 บทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ โรวาน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ได้นำเสนอแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิตและเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญ

ของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนหนึ่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียนการบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 270 - 272) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับเกรด 6 - 8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาคำตอบร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูการให้คะแนนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงาน (Tasks) ที่ประกอบไปด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนแสดงการใช้ตัวแทน (Representations) ได้อย่างหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล และการคาดเดาในการแก้ปัญหา

การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่ม และรับฟังคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน

การพูดและการเขียนเป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ใหม่ ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล
5. การให้เหตุผลของการคาดเดา
6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว (Justifications)

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรมีการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. ใช้คำถามระหว่างการเรียนการสอนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และตอบคำถาม
2. ให้นักเรียนเขียนสื่อสารแนวคิดที่เป็นคำตอบของตนเอง
3. ใช้การเรียนแบบร่วมมือ เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสสื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดต่อกัน

#### 4.6 ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

รีเดเซล (Riedesel, 1990: 377) ได้นำเสนอประโยชน์ของการสื่อสารโดยการเขียนดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยายจะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน
2. เป็นเครื่องมือช่วยวิจัยกระบวนการคิดของผู้เรียน
3. เป็นทักษะที่จำเป็นช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด
4. เป็นทักษะที่จะช่วยเสริมทักษะการอ่าน และการเขียนในรายวิชาอื่นโดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์ที่ต้องใช้การบรรยายในสิ่งที่ค้นพบ
5. เป็นวิธีในการเรียนคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ปกติผู้เรียนไม่ค่อยได้ใช้
6. เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่า อย่างไร (How) และทำไม (Why) มากกว่าตอบว่าอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When)
7. เป็นการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมเดียวกัน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่ามีสมาชิกในกลุ่มประสบความสำเร็จร่วมกัน เกิดความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันในการเรียนรู้

มัมมี และเซฟเพอร์ต (Mumme & Shepherd, 1993: 7- 11) ได้เสนอประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจในสิ่งที่จะได้อภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้นักเรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย การฟังจะช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่น จะเป็นการช่วยให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของความคิดที่แตกต่างกันออกไปของนักเรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม นักเรียนจะสร้างความเข้าใจจากรากฐานของประสบการณ์เดิมของนักเรียนนั่นเอง การสื่อสารจะสนับสนุนการสร้างความรู้แก่นักเรียน โดยการสื่อสารจะช่วยขยายความคิดของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แต่ในบางครั้งการสื่อสารอาจสร้างความไม่สมดุลให้เกิดขึ้นจนกลายเป็นอคติ

2. การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน นักเรียนส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยการจำมากกว่าการค้นพบด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดกัน ครูต้องให้นักเรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจบทบาทของคำนิยามและกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจนขึ้น

3. การสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของตนเอง ครูควรบอกนักเรียนว่าจะประเมินอะไรจากการพูดของนักเรียน เพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของนักเรียนอย่างแท้จริงนักเรียน

ควรฝึกการใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อที่นักเรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการที่จะแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนแก่นักเรียน การอำนวยความสะดวกและสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มใจที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนแนวความคิดของนักเรียน

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สามารถสรุปประโยชน์ของการสื่อสารคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. ช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายความคิดอภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้นักเรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย
2. ช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน
3. ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของนักเรียนเอง
4. เป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

#### 4.7 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้โดยการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ ได้จำแนกเกณฑ์การประเมินคณิตศาสตร์ โดยการสื่อสารแนวความคิด ออกเป็น 3 ด้าน คือ (Kennedy and Tipps.1994: 112 ; citing Vermont Department Education. n.d.: 14 - 45).

1. ภาษาคณิตศาสตร์ (Mathematics Language)
  - 1.1 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างไม่เหมาะสม
  - 1.2 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเป็นบางครั้ง
  - 1.3 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
  - 1.4 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ถูกต้อง ชัดเจน
2. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Representation)
  - 2.1 ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นบางครั้ง
  - 2.3 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมเกือบทุกครั้ง
  - 2.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องเหมาะสมทุกครั้ง
3. การนำเสนอความคิด (Presentation)
  - 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน ( ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด เนื้อหาสับสน)
  - 3.2 การนำเสนอชัดเจนเป็นบางส่วน
  - 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
  - 3.4 การนำเสนอชัดเจนดีมาก (สมบูรณ์ เป็นระบบ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18-19) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
2. ใช้ข้อความ คำศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

โดยในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของผู้เรียน ประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ที่มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค โดยผู้วิจัยนำเกณฑ์การประเมินของ เคนเนดี และทิปส์ Kennedy and Tipps. 1994: 112 ; citing Vermont Department Education. n.d.: 14-15) มาปรับปรุงเพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
4	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม
3	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
2	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เพียงบางส่วน
1	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย
0	ไม่สามารถใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ หรือ ไม่มีร่องรอยในการนำเสนอใดๆ

#### 4.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

##### งานวิจัยต่างประเทศ

โจฮันนิง (Johanning. 2000: 151 - 160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในการศึกษาวิชาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริม โดยการให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ได้ให้ความสำคัญกับการเขียนซึ่งจะช่วยให้นักเรียนคิดไปพร้อม ๆ กัน

โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนระดับเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คน เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 14 คน และเกรด 8 จำนวน 34 คน การดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่มในการเรียนพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาการทดลอง 1 ปี โดยการแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม 7 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน (ผู้ชาย 1 คน ผู้หญิง 3 คน) นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน (ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 1 คน) เพื่อให้เกิดการสมมูลของกลุ่มตัวอย่าง การเก็บรวบรวมข้อมูลโดย บันทึกภาพการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม และการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปรายกลุ่ม ทำให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบกับเพื่อน ๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่มโดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

เลวิสสัน เกรฟส์ และซานเชส (Lewison; Graves; & Sanchez. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาวะงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

เซอวานี (Sirvani. 2007: 41) ได้ศึกษาผลของการสื่อสารของครูกับผู้ปกครองที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนที่เรียนพีชคณิต 1 จำนวน 4 ห้องเรียนที่สอนโดยครูคนเดียวกันโดยสุ่มกลุ่มควบคุมจำนวน 2 ห้องเรียนและที่เหลืออีก 2 ห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลอง ผู้ปกครองของนักเรียนในกลุ่มทดลองสามารถเฝ้าติดตามผลการเรียนของนักเรียนโดยจะได้รับใบผลคะแนนการบ้านของนักเรียนและคะแนนสอบของนักเรียนสองสัปดาห์ต่อครั้งแต่ผู้ปกครองของนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะไม่สามารถเฝ้าติดตามผลการเรียนของนักเรียนได้เลย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำในกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ หรือกล่าวได้ว่าการสื่อสารระหว่างครูกับผู้ปกครองของนักเรียนมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

### งานวิจัยในประเทศ

วัชรวิ ชันเชื้อ (2545: 119) ได้ศึกษาค้นคว้าการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา



2545 โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี จำนวน 80 คน ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อเรียนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร นักเรียนมีความสามารถการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

ปริญญา สองสีดา (2550 : 78) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด การอ่าน การเขียน และโดยรวมของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4 MAT สูงกว่าก่อนได้รับการสอนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด การอ่าน การเขียน และโดยรวมของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4 MAT สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

จิตติมา ซอบเอียด (2551: 91) ได้ทำการศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศสรุปได้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง สามารถพัฒนาให้กับผู้เรียนได้โดยการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคลเหล่านี้ล้วนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะดังกล่าวได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับอันเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนในการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์อีกด้วย

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

**ประชากรที่ใช้ในการวิจัย**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกะทู้มณฑล จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 102 คน

**กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกะทู้มณฑล จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

#### 2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้มีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ

สำหรับเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียดในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังต่อไปนี้

## 1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ

1.2 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในมาตรฐานการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐาน

1.3 ศึกษาคู่มือสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.4 ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิท การใช้ตัวแทน ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้

1.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ให้มีความสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน ประกอบด้วย

1.5.1 สาระ

1.5.2 มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

1.5.3 สาระสำคัญ

1.5.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.5.3.1 ด้านความรู้

1.5.3.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

1.5.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5.5 สาระการเรียนรู้

1.5.6 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

1.5.5.1 ขั้นการทบทวนประจำวัน

1.5.5.2 ขั้นการสอนหรือการนำเสนอสาระใหม่ ทักษะใหม่

1.5.5.3 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

1.5.5.4 ขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

1.5.5.5 ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

1.5.7 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1.5.8 ภาระงาน/ชิ้นงาน

1.5.9 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

#### 1.5.10 บันทึกหลังสอน

- ผลการสอน
- ปัญหา/อุปสรรค
- ข้อเสนอแนะและแนวทางแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการควบคุม  
 ปรินญาณิพนธ์พิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

1.7 นำแผนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ  
 จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบเหมาะสมและความถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้  
 กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้สอน ตลอดจนการใช้ภาษาที่  
 ถูกต้องเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยปรับปรุงเรื่องการใช้ภาษาในการเขียนแผน

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปเสนอประธาน  
 กรรมการควบคุมปรินญาณิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความเรียบร้อยอีกครั้ง

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

## 2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เป็น  
 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 40 นาที มีขั้นตอนการ  
 สร้างแบบทดสอบดังนี้

2.1 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตร  
 แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

2.2 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
 คณิตศาสตร์

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์  
 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับ  
 ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุม  
 ปรินญาณิพนธ์พิจารณาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบ  
 ความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาคัดเลือก  
 จากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1 จำนวน 40 ข้อ

2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไป  
 ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อ.กระทุ่มแบน จ.สมุทรสาคร ที่  
 ผ่านการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มาแล้ว จำนวน 50 คน จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยให้ 1  
 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1

ตัวเลือก นำผลการตอบแบบทดสอบมาวิเคราะห์หาค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน ( ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 210-212) แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป EVANA จากนั้นเลือกแบบทดสอบจำนวน 20 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยตัดข้อที่คล้ายกันออกแต่ยังคงครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งได้ข้อที่มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.41- 0.70 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.21-0.58

2.7 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 20 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านปล่องเหลียม อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ที่ผ่านการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็มมาแล้ว จำนวน 50 คน เพื่อวิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ตามสูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson KR-20) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 183-184) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EVANA ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87

2.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สมบูรณ์ไปจัดพิมพ์ เพื่อนำไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

2.9 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

### ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

#### เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	ระดับพฤติกรรม
1. หาผลคูณของจำนวนเต็มที่กำหนดให้ได้	ข้อ 0 ผลคูณของ $(-40) \times 25$ คือข้อใด 1. 100                          2. - 100 3. 1,000                        4. - 1,000	ความรู้ความจำ ด้านการคิด คำนวณ <u>คำตอบ</u> ข้อ 4
2. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการคิดคำนวณและแก้ปัญหาได้	ข้อ 00 $6 \times (2 + (-9)) = (6 \times 2) + (6 \times A)$ จำนวนในข้อใดที่แทนค่า A แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง 1. 6                                 2. 2 3. - 9                              4. 9	ความเข้าใจ <u>คำตอบ</u> ข้อ 3



เที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ลักษณะการใช้คำถามตลอดจนการใช้ภาษา จากนั้นนำแบบทดสอบไปหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จำนวน 10 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบทั้ง 10 ข้อ ที่ได้มาปรับปรุงแล้วเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญาบัตรพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอนี้ให้เรียบร้อย

3.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งได้ผ่านการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มาแล้ว จำนวน 50 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.7 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำโดยมีเกณฑ์การให้คะแนนเป็นรายข้อ นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) เลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยาก ( $P_E$ ) ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยตัดข้อที่คล้ายกันออกแต่ยังคงครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งได้ข้อที่มีค่าความยาก ( $P_E$ ) ระหว่าง 0.72 - 0.77 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ระหว่าง 0.29 - 0.35

3.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือก จำนวน 5 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 0.98 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

3.9 นำแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ ที่คัดเลือกแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 50 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่น ( $\alpha$ -Coefficient) ตามสูตรของครอนบาค (Cronbach) เท่ากับ 0.79 แล้วนำเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญาบัตรก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.10 นำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.11 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

**ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็มและแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน**

ข้อ (0) จงแสดงวิธีคิด

แม่ค้าติตราขายส้มไว้กีโลกรัมละ 40 บาท นิดเลือกซื้อส้มจำนวนหนึ่งซึ่งน้ำหนักได้ 3 กิโลกรัมกับ 8 ชีด แม่ค้าคิดเงินค่าส้มให้นิดอย่างรวดเร็วมาก อยากทราบว่าแม่ค้ามีวิธีคิดราคาส้มได้กี่แบบ และคิดค่าส้มเป็นเงินเท่าไร

## วิธีทำ

### เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยนำเกณฑ์การประเมินคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิด ของ เคนเนดี และทีปส์ (Kennedy and Tipps. 1994:112 ; citing Vermont Department Education. n.d.: 14-15) ซึ่งจำแนก ออกเป็น 3 ด้าน คือ ภาษาคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอแนวคิด มาประยุกต์ใช้เป็นเกณฑ์ในการให้คะแนน ดังตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
4	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม
3	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
2	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เพียงบางส่วน
1	ใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย
0	ไม่สามารถใช้ภาษาหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ หรือ ไม่มีร่องรอยในการนำเสนอใดๆ

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมา 1 กลุ่ม ทำการทดสอบก่อนทำการทดลอง แล้วหาค่าเฉลี่ย จากนั้นจึงดำเนินการทดลองหลังการทดลองทำการทดสอบอีกครั้งและหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำมาทดสอบสมมติฐานหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยด้วยค่าสถิติ t-test ซึ่งใช้แบบแผน การวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 248-249 ) มีลักษณะดังตาราง



ตาราง 3 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T <sub>1</sub>	X	T <sub>2</sub>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสิตที่เน้นการใช้ตัวแทน

T<sub>1</sub> แทน การสอบก่อนการทดลอง (Pre-test)

T<sub>2</sub> แทน การสอบหลังการทดลอง (Post-test)

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองในช่วงเดือนพฤษภาคม – เดือนมิถุนายน พ.ศ.2556 ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อำเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ที่ทำการทดลองสอนซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง ด้วยการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เพื่อให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตนถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบมาทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลา 1 ชั่วโมง จากนั้นบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอน 17 ชั่วโมง

5. เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้เรียบร้อยแล้วทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) ใช้เวลา 1 ชั่วโมง จากนั้นบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test)

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

#### 4. การจัดทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

##### 1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2538 : 73)

สูตร 
$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ความแปรปรวน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 73)

สูตร 
$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

##### 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

สูตร 
$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 คำนวณหาค่าความยาก(p)และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EVANA

2.3 หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ จากโปรแกรมสำเร็จรูป EVANA ใช้สูตร KR 20 ของ คูเดอร์- ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson KR-20) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539: 215) ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของคนที่ทำข้อนั้นถูก
	$q$	แทน	สัดส่วนของคนที่ทำข้อนั้นผิด ( $1 - p$ )
	$s^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของแบบทดสอบ

2.4 วิเคราะห์หาค่าความยาก ( $P_E$ ) และ ค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบแบบ เขียนตอบ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป B-Index & Non 0-1 method ตามสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199-201) ดังนี้

$$\text{ดัชนีค่าความยาก } (P_E); \quad P_E = \frac{S_U + S_L - (2N \times X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$P_E$	แทน	ค่าดัชนีความยาก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$\text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก } (D); \quad D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.5 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ตามสูตรของครอนบาค (Cronbach) (ลิวน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 218) จากโปรแกรมสำเร็จรูป B-Index & Non 0-1 method

$$\text{สูตร} \quad \alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	$k$	แทน	จำนวนข้อสอบ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$s^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งหมด

$$\text{โดยที่} \quad s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N^2}$$

เมื่อ	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ $i$
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ $i$
	$N$	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน โดยใช้สูตร  $t$  - test for dependent samples (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 179)

$$\text{จากสูตร} \quad t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน $t$ - Distribution
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบก่อนและหลังการทดลอง
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง
	$n$	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนกับ เกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 70) โดยใช้สูตร  $t$  - test for one samples (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 134)

จากสูตร 
$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน $t$ - Distribution
	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ ( $\mu = 70$ )
	$s$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$n$	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง



## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample
3. เปรียบเทียบทักษะสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองแบบ One-Group Pre-test Post-test Design ข้อมูลที่ได้สามารถแสดงค่าสถิติ โดยจำแนกตามตัวแปรที่ศึกษา ได้ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	$\bar{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	36	20	6.78	1.66	26.91**
หลังการทดลอง	36	20	16.28	1.98	

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{(.01, 35)} = 2.438$ )

จากตาราง 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	$\bar{X}$	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	36	20	16.28	1.98	14	6.92**

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{(.01, 35)} = 2.438$ )

จากตาราง 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.40

3. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	$\bar{X}$	s	t
ก่อนการทดลอง	36	20	3.78	2.28	21.17**
หลังการทดลอง	36	20	16.97	2.78	

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{(.01, 35)} = 2.438$ )

จากตาราง 6 พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



4. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

กลุ่มตัวอย่าง	n	K	$\bar{X}$	s	$\mu_0(70\%)$	t
หลังการทดลอง	36	20	16.97	2.78	14	6.41**

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ( $t_{(.01, 35)} = 2.438$ )

จากตาราง 7 พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.97 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 84.85

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนกับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน
4. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนกับเกณฑ์

#### สมมุติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

#### วิธีดำเนินการวิจัย

##### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหล็ก อําเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) จากจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน จาก

ห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียนของแต่ละห้องแบบละความสามารถ ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบทดสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เป็นแบบทดสอบ แบบเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือโรงเรียนบ้านปล่องเหลียม อําเภอกระทุ่มแบน จังหวัดสมุทรสาคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตั้งแต่วันที่ 4 กุมภาพันธ์ 2556 – 7 มิถุนายน 2556

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตามได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปล่องเหลียม อ.กระทุ่มแบน จ.สมุทรสาคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์รวม 60 นาที

4. ดำเนินการจัดการเรียนด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้เวลาการสอน 17 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ครบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นอีกครั้ง และบันทึกผลการ

ทดลองให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) โดยใช้เวลาในการทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ รวม 60 นาที

6. ตรวจสอบให้คะแนน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบ วัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบ สมมติฐาน

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวน เต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

### สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการ เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการ เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.40 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการทบทวนประจำวันก่อนการนำเสนอเนื้อหาใหม่ โดยครูจะแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และสอนขั้นตอนทีละขั้น ทำแบบ แสดงแบบให้นักเรียนดู ใช้สื่อประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งก่อนที่จะดำเนินการสอนขั้นต่อไป ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติตามขั้นตอน โดยครูคอยแนะนำอย่างใกล้ชิด โดยครูจะคอยให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนการสอนทางตรง ของจอยส์และวีล (ทิสนา แคมมณี. 2551: 256; อ้างอิงจาก Joyce; & Weil. 1996: 334) ที่ว่าการสอนโดยมุ่งเน้นการให้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ช่วยให้ ผู้เรียนรู้สึกว่ามีบทบาทในการเรียน ทำให้ผู้เรียนมีความตั้งใจในการเรียนรู้และช่วยให้ผู้เรียนประสบ ความสำเร็จในการเรียน การเรียนการสอนโดยจัดสาระและวิธีการให้ผู้เรียนอย่างดีทั้งทางด้านเนื้อหา ความรู้ และการให้ผู้เรียนใช้เวลาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ (Academic Learning) เป็นประโยชน์ต่อ การเรียนรู้ของผู้เรียนมากที่สุด ผู้เรียนมีใจจดจ่อกับสิ่งที่เรียนและช่วยให้ผู้เรียนถึง 80% ประสบ ความสำเร็จในการเรียน และยังสอดคล้องกับการวิจัยของกูลิค (ศิริดา เอียดแก้ว. 2548: 70; อ้างอิงจาก Kulik. quoted in

Rosenshine. 1986: 10 ) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับข้อมูลย้อนกลับทันที เมื่อทำคะแนนไม่ถึงเกณฑ์ นักเรียนจะเรียนดีขึ้นเมื่อ ได้รับการให้ข้อมูลย้อนกลับเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้ในด้านการฝึก โดยอิสระ มีจุดมุ่งหมายที่จะพัฒนา ขั้นตอนแต่ละขั้นตอน แก้ไขทักษะที่ยังไม่คล่องแคล่วให้สามารถปฏิบัติได้อย่างอัตโนมัติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของกูดและโกรว์ (ศิริดา เอียดแก้ว. 2548: 71; อ้างอิงจาก Good; & Grow. quoted in Rosenshine. 1986: 12) ให้คำแนะนำว่าการเรียนเนื้อหาใหม่ ๆ ควรมีการทบทวนทุกสัปดาห์และทุกเดือน เพื่อเพิ่ม ความสนใจของผู้เรียนจากกระบวนการเรียน การสอนทั้ง 6 ขั้นตอน ซึ่งสามารถจะใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด ในเรื่องของความรู้ ความจำ และความเข้าใจ หรือการเรียนรู้และฝึกทักษะต่าง ๆ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ นักสวस्थ्य ศรี จันท์ (2545: 103 - 104), วรรณิ ภิมย์คำ (2545: 112-113) ที่กล่าวว่าการใช้รูปแบบการสอนแบบ เอ็กซ์พลซิทิทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

1.2 มีการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้ตัวแทนลักษณะต่าง ๆ ทั้งแผนภาพ กราฟ และ สัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ช่วยให้นักเรียนเข้าใจ ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง จนสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้อง กับเฟเนลล์ และโรวาน (Fennell; & Rowan. 2001: 292) ที่กล่าวว่า การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการ อย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญทั้งต่อการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็น แนวทางไปสู่แบบจำลองคณิตศาสตร์ และเป็นแบบแนวทางที่นักเรียนจะได้แสดงออกถึงความคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องความคิดของกรีน และฮอลล์ (Greeno; & Hall. 1997: 361-367) ที่ว่าการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่ทรงพลังสำหรับการคิด ซึ่งการใช้ตัวแทนจะช่วยให้ เข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ และยังช่วยสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจ ลักษณะที่สำคัญของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 60-64) ที่ได้ทำการศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่องคู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษา ปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการใช้ชุดกิจกรรมภายหลัง ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน สูง กว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการ จัดการเรียนด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทิที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สูง กว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทิที่เน้นการใช้ตัวแทน และสูง กว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 84.85 ทั้งนี้ เนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นฝึกปฏิบัติตามขั้นตอน ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสารอยู่ตลอดโดยครูคอยแนะนำอย่างใกล้ชิด ซึ่งครูจะคอยให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนโดยการอภิปรายแนวความคิดร่วมกัน ทำให้นักเรียนรู้ข้อบกพร่องและสามารถแก้ไขให้ถูกต้องสามารถสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจ เป็นการฝึกให้ผู้เรียนใช้ทักษะการสื่อสารอยู่ตลอดเวลาสอดคล้องกับคำกล่าวของมัมมี และเชพเพิร์ด (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ที่กล่าวไว้ว่า การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของนักเรียนสามารถพัฒนาภาษาคณิตศาสตร์และความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆมากขึ้นและยังสอดคล้องกับแนวความคิดของมอร์แกน(Morgan. 1999: 129) ที่ว่า ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ภาษาคำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงความคิดเห็นของตนเองเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจแลใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

2.2 กิจกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ทั้งรูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือสัญลักษณ์ต่างๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนถือเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนถ่ายโยงความเข้าใจในความคิดที่เป็นนามธรรมไปสู่รูปธรรมได้ และสามารถเขียนสื่อสารความคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ สอดคล้องกับคำกล่าวของดอสเซย์และคนอื่น (Dossey; et al. 2002: 83-85) ที่ว่าการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์เพื่อเป็นตัวแทนและเพื่อให้เข้าใจในความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแทนหลายรูปแบบใช้อธิบายสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังใช้เป็นเครื่องมือสำคัญในการสื่อสารและเชื่อมโยง เราจึงกล่าวได้ว่าการใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นอกจากนี้การฝึกฝนทักษะการเขียนของผู้เรียน โดยฝึกให้ผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวความคิดของตนเองจากการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และครูตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกับให้ข้อมูลย้อนกลับกับนักเรียนโดยทันที จะทำให้นักเรียนเรียนรู้ข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง และเมื่อเกิดการฝึกฝนบ่อยๆ นักเรียนก็จะสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้ การเขียนสื่อสารแนวคิดของนักเรียนก็จะถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น สอดคล้องกับกฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) ของธอร์นไคค์ (Thorndike) ที่ว่าการฝึกหัดหรือได้ทำบ่อยๆ ย่อมนำมาซึ่งความถูกต้องสมบูรณ์

## ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีทที่เน้นการใช้ตัวแทน ในขั้นตอนการสอนโดยใช้ตัวแทน มีนักเรียนบางส่วนที่ทำความเข้าใจได้ช้า จึงต้องใช้เวลาในการอธิบาย ยกตัวอย่างและแสดงให้ดูอย่างละเอียด และหลายครั้ง นักเรียนส่วนใหญ่จึงจะเข้าใจความคิดรวบยอด

2. ในขั้นตอนการสอน ครูมีการแสดงให้นักเรียนดู พร้อมทั้งใช้คำถามในการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน รวมถึงให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงตัวอย่างด้วย เพื่อตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้ง ซึ่งนักเรียนยังไม่ค่อยกล้าที่จะออกมาแสดงหน้าชั้นเรียนสักเท่าไร ครูจึงใช้วิธีเรียกเรียงตามลำดับเลขที่ และให้เพื่อนในชั้นที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง หากยังไม่ถูก ครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนช่วยกันหาวิธีที่ถูกต้อง

3. ในขั้นตอนการฝึกปฏิบัติครูจะคอยเดินตรวจรอรอบห้องเพื่ออธิบายชี้แนะแก่นักเรียนที่มีข้อสงสัย ซึ่งนักเรียนมีจำนวนมากทำให้ครูไม่สามารถดูแลนักเรียนได้อย่างทั่วถึง จึงต้องใช้วิธีเพื่อนช่วยเพื่อน โดยให้นักเรียนกลุ่มที่เข้าใจถูกต้องแล้ว ช่วยอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มที่ยังไม่เข้าใจ ซึ่งประหยัดเวลา และนักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันอีกด้วย

4. หลังจากขั้นตอนการสอน ครูจะให้นักเรียนฝึกปฏิบัติสักสองถึงสามข้อและให้นักเรียนแต่ละคนนำมาให้ครูตรวจความถูกต้องทีละข้อ วิธีนี้จะทำให้ทราบได้ทันทีว่านักเรียนคนไหนเข้าใจถูกต้องหรือยัง หากพบนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ ครูจะใช้คำถาม แนะนำให้นักเรียนกลับไปฝึกให้ถูกต้องและนำมาส่งใหม่ แต่ขั้นตอนนี้ต้องใช้เวลานาน จึงแก้ไขโดยจัดให้มีคาบซ่อมเสริมวันละ 1 คาบ

5. หลังจากการสอนและฝึกปฏิบัติในห้องแล้ว ครูจะมอบหมายการบ้านเพื่อให้นักเรียนได้กลับไปฝึกปฏิบัติอย่างอิสระที่บ้านและนำมาส่งครูอีกครั้งในวันรุ่งขึ้น ครูจะทำการตรวจแบบฝึกอย่างสม่ำเสมอ เมื่อพบข้อผิดพลาด จะนำไปอธิบายในการเรียนการสอนครั้งต่อไป ทำให้นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่องของตนเอง และสามารถแก้ไขได้อย่างถูกต้อง



## ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาครั้งต่อไป ดังนี้

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีทที่เน้นการใช้ตัวแทน ครูผู้สอนควรอธิบายและยกตัวอย่าง ให้กับนักเรียนอย่างชัดเจนพร้อมทั้งยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาอย่างง่ายเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจถูกต้อง
2. ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวไปสอนเป็นอย่างดี เพื่อประโยชน์แก่นักเรียนและครูผู้สอน
3. ในการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนครูควรชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละข้ออย่างละเอียด เพื่อให้นักเรียนสามารถลงมือทำได้ถูกต้อง ครูควรให้ความสนใจให้ทั่วถึงในชั้นเรียน ให้คำปรึกษากับนักเรียนในระหว่างการทำกิจกรรม และครูจะต้องใช้น้ำเสียงที่อ่อนโยนเวลาให้คำปรึกษา และน้ำเสียงที่หนักแน่นเวลาที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมในชั้นเรียน
4. ครูผู้สอนควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมต่างๆ อย่างพอเหมาะ มิฉะนั้นจะทำให้กิจกรรมใช้เวลามากเกินไป
5. ครูผู้สอนควรใจเย็นและอดทนรอเวลาที่ให้นักเรียนตอบคำถาม หรือพบข้อสรุปด้วยตนเอง หากนักเรียนตอบไม่ได้ ครูควรใช้คำถามชี้แนะแนวทางให้แก่ นักเรียน

### ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีทที่เน้นการใช้ตัวแทนในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น เศษส่วนและทศนิยม อัตราส่วนและร้อยละ การวัด ฯลฯ
2. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลซิทีทที่เน้นการใช้ตัวแทนโดยศึกษาตัวแปรอื่นๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
3. ควรมีการนำการใช้ตัวแทนไปบูรณาการกับการเรียนการสอนในรูปแบบอื่นๆ เช่น การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนแบบบูรณาการ เป็นต้น



## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2542). การประเมินผลจากสภาพจริง (Authentic Assessment). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและครุภัณฑ์.
- (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- (2546). การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: กระทรวงฯ.
- กิติมา สุรสนธิ. (2548). ความรู้ทางการสื่อสาร (Introduction to Communication). พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: คณะวารสารและสื่อสารมวลชน มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- คมเพชร ฉัตรศุกกุล. (2546). กิจกรรมกลุ่มในโรงเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ธนัชการพิมพ์.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จริยชาติ บรรทัดเที่ยง. (2547). การศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชญาณิชฎ์ พุกเถื่อน. (2536) การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพิษณุโลก. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร.ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- ชนินทร์ชัย อินทிரากรณ์; และสุวิทย์ หิรัญยกานนท์. (2548). **ปทานุกรมศัพท์การศึกษา = Dictionary of Education**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:แว่นแก้ว.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). **เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย**. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ:เทพเนรมิตการพิมพ์.
- ณยศ สงวนสิน. (2547). **การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยม- ศึกษาปีที่ 3**. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์; และสุจิตร์ อนุศาสตร์. (2542). “หน่วยที่ 1 การสื่อสาร” เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น. ลพบุรี: ภาควิชาภาษาไทยและบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- ทินรัตน์ กาญจนบุญชู. (2550). **ผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส เบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร**. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทิตนา แวมมณี. (2551). **ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นัคสวรรค์ ศรีจันทร์. (2545). **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการคูณและหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนด้วยวิธีสอนโดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต และวิธีสอนตามคู่มือครู**. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการนิเทศ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร. ถ่ายเอกสาร.
- นิภา เมธาวีชัย. (2536). **การประเมินผลการเรียน**. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี.
- บุศรา อิ่มทรัพย์. (2551). **ผลการใช้สื่อประสมเรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). **การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา**. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปราณี งามสูตร; และจรัส ดวงสุวรรณ. (2545). **พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาคน**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ธารการพิมพ์.

- ปริญญา สองสีดา. (2550). **ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.** วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). **ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.** วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). **การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.** วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). **การสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2545). **การวัดผลและการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2539). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.** กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2540). **สถิติวิทยาการทางการวิจัย.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2543). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วรพล พรหมมิกบุตร. (2534). **การสื่อสารสัญลักษณ์ ธรรมชาติ พัฒนาการ ผลกระทบ.** กรุงเทพฯ: อาร์ตไลน์.
- วรรณิ์ ภิรมย์คำ. (2545). **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาไทย เรื่อง คำและความสัมพันธ์ของคำ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอนโดยวิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตกับวิธีสอนแบบปกติ.** วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาภาษาไทย บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- วัชรา เล่าเรียนดี. (2547). **เทคนิควิธีการจัดการเรียนรู้สำหรับครูมืออาชีพ.** นครปฐม: โครงการส่งเสริมการผลิตตำราและเอกสารการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- (2550). **เทคนิคและยุทธวิธีพัฒนาทักษะการคิด การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น สำคัญ.** นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.

- วัชร ชันเชื้อ. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้  
กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.  
ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชร บูรณสิงห์. (2525). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. เอกสารการสอนชุด  
วิชาการการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วารี ว่องพินัยรัตน์. (2530). การสร้างข้อทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาทดสอบและ  
วิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยครูสวนสุนันทา.
- ศิรดา เอียดแก้ว. (2548). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย  
เรื่องชนิดและหน้าที่ของคำ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยวิธีการสอน  
แบบเอ็กซ์พลิชิต กับวิธีการสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต  
มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ศิริรัตน์ เกิดแก้ว. ( 2553). ผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านสะกดคำตามมาตราตัวสะกดไทย ของนักเรียน  
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิต . วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหา-  
บัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี.
- สมเกียรติ ปติฐพร. (2525). การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2549). การวัดผลการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ประสานการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2528). รายงานผลการวิจัยและประเมินผลวิชา  
คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. กรุงเทพฯ: ชวนพิมพ์.
- (2543). มาตรฐานการเรียนรู้และสาระ  
การเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. กรุงเทพฯ:  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2544). สาระและมาตรฐานหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์  
กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์สถาบัน  
ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน  
(Representation) เรื่อง เศษส่วน. สานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิต  
วิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2547). **แนวทางการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาแบบอิงมาตรฐาน** กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สันติ อธิธิพลนาวกุล. (2550). **การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เรื่องภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). **ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สิริมา สาระพล. (2547). **การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2548). **จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. (ฉบับปรับปรุงแก้ไขเพิ่มเติม)** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 90
- อรรช ภูบุญเดิม. (2550). **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1โดยใช้ตัวแทน (Representation) .สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อารี แสงขำ. (2550). **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมสมอง. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉรา สุขารมณ;และอรพินท์ ชูชม. (2530). **การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถ กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ. รายงานวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.**
- อัญชญา โพธิ์พลาการ. (2545). **การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).** กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- อัมพร ม้าคนอง. (2546). **คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2553). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Averback, Patrick John. (2001). **Student understanding of functions and the use of the graphing calculator in a college algebra course**: Dissertation Abstracts International. 61 (11) :4315-A
- Ball, D. (1993). **With an Eye on the Mathematical Horizon : Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics**. *Elementary School Journal*. (93): 373.
- Bellard, Jame William. (2000). **“Student use of Multiple Representations in Mathematical Problem Solving,”** Dissertation Abstracts International . 61-09A
- Bloom, Benjamin S. (1976). **Human Characteristics and school Learning**. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Brahier, Daniel J. (2005). **Teaching Secondary and Middle School Mathematics**. 2<sup>nd</sup> ed. Boston: Pearson Education.
- Carroll, John B. (1963, May) **“A Model of School Learning”**. *Teachers College Record* 64 (8) : 723 – 733.
- Cocao, Albert ;& Curcio, Frances R. (2001). **The Role of Representation in School Mathematics**. U.S.A: National Council of Teacher of Mathematics.
- Donovan, John Eldridge. (2003). **Student’s understanding of differential equations**: Dissertation Abstracts International. 63 (8) : 28184-A
- Dossey, John A; et al. (2002). **Mathematics Methods for Today’s Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12**. U.S.A. : Thomson Learning
- Erion’ Ralph Liloyd . (1985) **“The Effect of Mode of Representation and Problem Complexity on Performance in a Problem Situation by Preservice Elementary School Teachers.”** Dissertation Abstracts Online. p. 46-10A
- Fennel, Francis.; & Rowan, Tom. (2001, January). **Representation: An Important Process for Teaching and Learning Mathematics**. *Teaching Children Mathematics*. 7(5):288-292

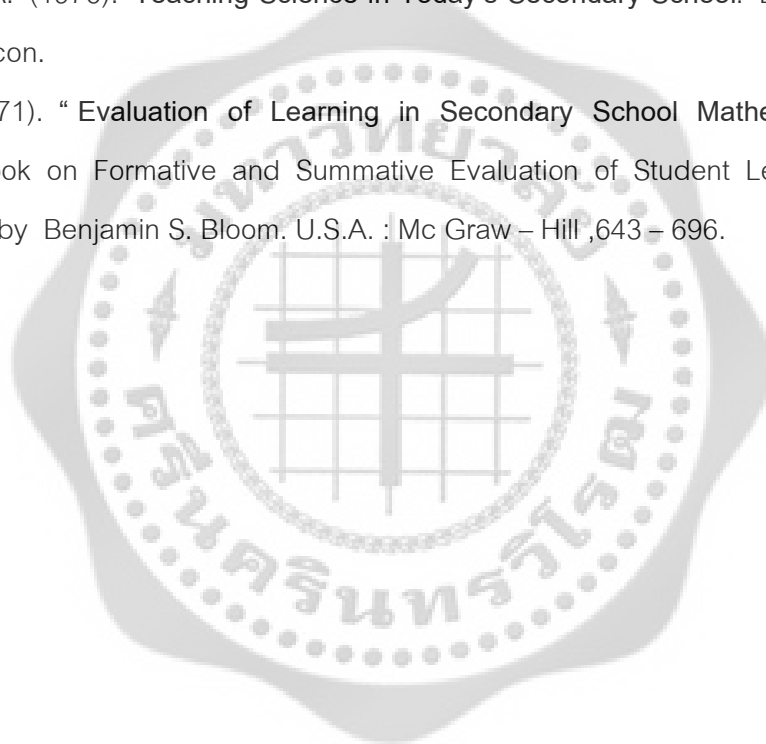


- Girard, Nina Rose. (2003). **Student's representational approaches solving calculus problems: Examining the role of graphing calculators** : Dissertation Abstracts International. 63 (10) : 3502-A
- Goldin, Gerald ;& Shteingold, Nina . (2001). **Systems of Representations and the development of Mathematical Concepts. In The Role of Representation in School Mathematics:** Cocoa, Albert ;& Curcio , Frances R. (editors). p.1-19 U.S.A: National Council of Teacher of Mathematics.
- Goldin, Gerald A . (2003).Representation in School Mathematics: A Unifying Research Perspective. In **A Research Companion to Principles and standard for School Mathematics**.pp.275-283. 2<sup>nd</sup> ed. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Greenes, Carole ;& Findell, Carol . (1999). **Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities, In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12.** Stiff, Lee V.pp. 127-137. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)
- Greeno, James G ;& Hall, Roger B . (1997, January). Practicing Representation: Learning with and about Representational Form. *Phi Delta Kappan*. 79: 361-367.
- Hail, Christopher Jason. (2000). **The Effect of Using Multiple Representations on Student' Knowledge and Perspective of Basic Algebraic Concepts,"**: Dissertation Abstracts online. p.61-07A
- Hartfield, Kedrick Renard. (2003,July). **College students' knowledge of functions as affected by instruction using the Role of Three:** Dissertation Abstracts International. p.64(1) : 90-A
- Harvighurst, Robert J. & Neugarten, Bernice L. (1969). *Society and Education* . Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Herman, Marlena Faith. (2003,January). **Relationship of college students' visual preference to use therepresentation; Conceptual understanding of function algebra** : Dissertation AbstractsInternational. p.63(7) : 2484-A – 2485-A
- Janvier, Claude & Girardon, Catherine ;& Morand,Jean-Charles. (2000). **Mathematical symbols and Representation in Research Ideas for The classroom High School Mathematics.** pp.79-100 U.S.A: National Council of Teacher of Mathematics.

- Jennifer, Jones I.; Karrie, Jones A.; & Paul Vermette J. (2009, Summer). Using Social and Emotional Learning to Foster Academic Achievement in Secondary Mathematics. **American Secondary Education**. 37(3): 4
- Johanning, Debra I. (2000, March). "An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre- Algebra," **School Science and Mathematics**. 100(3) : 151 -160.
- Kato, Yasuhiko ;& et al. (2002, January). "Young Children's Representations of Groups of Objects; The Relationship Between Abstraction and Representation" **Journal for Research in Mathematics Education**. 33(1):30-45
- Kennedy, Leonard M ; & Tipps, Steve. (1994). **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 7<sup>th</sup> ed. California : Wadsworth.
- Lee, V. Stiff. (1999). **Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12**. Virginia : NCTM, Inc.
- Lewison, Mitzi.; Graves, Ingrid; & Sanchaz, Lenny. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. **Journal of the ACM(JACM)**. 53(3): 954-955. Retrieved June 2, 2009, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Lubinski, Cheryl A ;& Otto, Albert D. (2002, October). "Meaningful Mathematical Representations and Early Algebraic Reasoning," **Teaching Children Mathematics**. 9(2) : 76 -80.
- Mehrens, William A.;& Lehmann, Irvin J. (1969). **Measurement and Evaluation in Education and Psychology**. New York: Wadsworth Publishing Company.
- Morgan, C. (1999). **Communicating Mathematically**. London : Routledge.
- Mumme, Judith ; & Shepherd, Nancy. (1993). "Communication in Mathematics," in **Implementing the K – 8 Curriculum and Evaluation Standards**. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Moyer, Patricia S. ;& Mailley, Elizabeth. (2004, January). "Inchworm and a Half," **Teaching Children Mathematics**. 10(4): 244 - 252.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. United States of America. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Onika, Douglas; Kimberly, Burton.S.; & Nancy, Durham.R. (2008, June). The Effects of the Multiple Intelligence Teaching Strategy on the Academic Achievement of Eighth Grade Math Students. **Journal of Instructional Psychology**. 2(35): 182.
- Perry, Jill A. ; & Atkins, Sanda L. (2002, December). ' It's Not Just Notation ; Valuing Children's Representation'. **Teaching Children Mathematics**. 9(4): 196-201.
- Piez, Cynthia M. ; & Voxman, Mary H. (1997, February). Multiple Representations – Using Different Perspectives to Form a Clearer Picture. **Mathematics Teacher**. 90(2): 164-165.
- Prescott, Daniel A. (1961). "Report of Conference on Child Study," **Education Bulletin**. Faculty of Education, Chulalongkorn University.
- Rawat, D.S. & Gupta, S. L. (1970). Educational Wastage at the Primary Schools. **A Handbook for Teachers**. New Delhi: S.K. Kit chula at Nulanda Press.
- Reys, Robert E.; et al. (2001). **Helping Children Learn Mathematics**. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.
- Riedesel, C. Alan. (1990). **Teaching Elementary School Mathematics**. 5th ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice - Hall.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). **Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards : Reading from the Arithmetic Teacher**. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Rosenshine, B. "Synthesis of Research on Explicit on Teaching." **Educational Leadership** 43 (April 1986 ) : 14.
- Rosenshine, B., and R. Stevens. (1986). " Teaching Functions." In **Handbook of research on Teaching**,6. N.Y. : Macmillian.
- Ross,C.C.; & Stanley, J. C. (1967). **Measurement in Today's School**. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Schultz, Jame E. and Michael S. Waters. (2000,September). "Why Representations? ," **The Mathematics Teacher**. 93(6) : 448-453.

- Sirvani, Hosin. (2007,Fall). The Effect of Teacher Communication with Parents on Student's Mathematics Achievement. *American Secondary Education*. 36(1): 41.
- Tarim, Kamuran.;& Akdeniz, Fikri. (2007, 19 April). The Effects of Cooperative Learning on Turkish Elementary Student's Mathematics Achievement and Attitude towards Mathematics Using TAI and STAD Methods. *Springer*. (67): 85.
- Tella, Adedeji. (2007, 19 April). The Impact of Motivation on Student's Academic Achievement and Learning Outcomes in Mathematics among Secondary School Students in Nigeria. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 3(2). 154.
- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Wilson , J.W. (1971). " Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics" Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A. : Mc Graw – Hill ,643 – 696.





## ภาคผนวก ก

### ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่า  $\sum X_i$ ,  $\sum X_i^2$  ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $s_i^2$  เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่า  $\sum X_i$ ,  $\sum X_i^2$  และ  $s_i^2$  ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่า  $\sum X_i$ ,  $\sum X_i^2$  ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $s_i^2$  เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ตาราง 8 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 40 ข้อ

ข้อ ที่	ความคิดเห็น ผู้เชี่ยวชาญ			IOC	การพิจารณา	ข้อ ที่	ความคิดเห็น ผู้เชี่ยวชาญ			IOC	การพิจารณา
	1	2	3				1	2	3		
1	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	21	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
2	+1	+1	0	0.67	คัดเลือกไว้	22	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
3	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	23	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
4	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	24	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
5	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	25	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
6	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	26	+1	+1	0	0.67	คัดเลือกไว้
7	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	27	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
8	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	28	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
9	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	29	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
10	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	30	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
11	+1	0	+1	0.67	คัดเลือกไว้	31	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
12	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	32	+1	+1	0	0.67	คัดเลือกไว้
13	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	33	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
14	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	34	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
15	+1	0	+1	0.67	คัดเลือกไว้	35	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
16	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	36	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
17	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	37	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
18	+1	-1	0	0.00	คัดเลือกไว้	38	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
19	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	39	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้
20	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้	40	+1	+1	+1	1.00	คัดเลือกไว้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรง  
เชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า  $IOC \geq 0.5$  จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00  
จำนวน 40 ข้อ

ตาราง 9 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	0	0.67
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	0	0.67
6	0	+1	+1	0.67
7	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	0	0.67
9	+1	0	+1	0.67
10	0	+1	+1	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิง  
เนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า  $IOC \geq 0.5$  จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00  
จำนวน 10 ข้อ



ตาราง 10 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EVANA

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา	ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.43	0.15	ตัดทิ้ง	21	0.46	0.21	ตัดทิ้ง
2	0.39	0.22	ตัดทิ้ง	22	0.50	0.28	ตัดทิ้ง
3	0.54	0.35	คัดเลือกไว้	23	0.59	0.58	คัดเลือกไว้
4	0.46	0.35	คัดเลือกไว้	24	0.57	0.29	คัดเลือกไว้
5	0.54	0.35	คัดเลือกไว้	25	0.43	0.15	ตัดทิ้ง
6	0.54	0.21	ตัดทิ้ง	26	0.54	0.35	คัดเลือกไว้
7	0.54	0.21	คัดเลือกไว้	27	0.54	0.21	ตัดทิ้ง
8	0.30	0.41	ตัดทิ้ง	28	0.54	0.35	คัดเลือกไว้
9	0.35	0.32	ตัดทิ้ง	29	0.70	0.41	คัดเลือกไว้
10	0.46	0.21	ตัดทิ้ง	30	0.61	0.22	ตัดทิ้ง
11	0.50	0.28	ตัดทิ้ง	31	0.43	0.15	ตัดทิ้ง
12	0.45	0.50	คัดเลือกไว้	32	0.61	0.22	ตัดทิ้ง
13	0.46	0.21	ตัดทิ้ง	33	0.50	0.42	คัดเลือกไว้
14	0.50	0.28	คัดเลือกไว้	34	0.41	0.58	คัดเลือกไว้
15	0.46	0.35	คัดเลือกไว้	35	0.46	0.21	ตัดทิ้ง
16	0.50	0.57	คัดเลือกไว้	36	0.62	0.38	คัดเลือกไว้
17	0.50	0.42	คัดเลือกไว้	37	0.54	0.07	ตัดทิ้ง
18	0.46	0.35	คัดเลือกไว้	38	0.70	0.41	คัดเลือกไว้
19	0.50	0.28	ตัดทิ้ง	39	0.54	0.21	ตัดทิ้ง
20	0.50	0.28	ตัดทิ้ง	40	0.50	0.28	คัดเลือกไว้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ได้ 20 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.41 – 0.70 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือ ไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.21 – 0.58 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถ จำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ โดยตัดข้อที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกใกล้เคียงกัน แต่มี จุดประสงค์เดียวกันออก ทำให้ได้ข้อสอบดังนี้ คือ ข้อ 3 , 4 , 5 , 7 , 12 , 14 , 15 , 16 , 17 , 18 , 23 , 24 , 26 , 28 , 29 , 33 , 34 , 36 , 38 , 40

ตาราง 11 ค่า  $\sum X$  ,  $\sum X^2$  ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $S_r^2$  เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ  
เชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$	คนที่	$\sum X$	$\sum X^2$
1	25	625	26	15	225
2	30	900	27	15	225
3	32	1,024	28	25	625
4	35	1,225	29	19	361
5	28	784	30	20	400
6	24	576	31	15	225
7	11	121	32	12	144
8	14	196	33	25	625
9	11	121	34	24	576
10	24	576	35	14	196
11	22	484	36	21	441
12	21	441	37	22	484
13	13	169	38	16	256
14	20	400	39	20	400
15	20	400	40	22	484
16	21	441	41	25	625
17	20	400	42	19	361
18	21	441	43	20	400
19	22	484	44	21	441
20	20	400	45	22	484
21	15	225	46	20	400
22	23	529	47	19	361
23	14	196	48	17	289
24	15	225	49	21	441
25	21	441	50	25	625
				$\sum X = 1,016$	$\sum X^2 = 21,918$

ตาราง 12 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
3	0.750	0.250	0.188	23	0.590	0.410	0.242
4	0.660	0.340	0.224	24	0.570	0.430	0.245
5	0.540	0.460	0.248	26	0.540	0.460	0.248
7	0.540	0.460	0.248	28	0.540	0.460	0.248
12	0.740	0.260	0.192	29	0.700	0.300	0.210
14	0.500	0.500	0.250	33	0.500	0.500	0.250
15	0.810	0.190	0.154	34	0.770	0.230	0.177
16	0.500	0.500	0.250	36	0.620	0.380	0.236
17	0.800	0.200	0.160	38	0.700	0.300	0.210
18	0.650	0.350	0.228	40	0.500	0.500	0.250
					รวม		4.459

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร KR  
– 20 (Kuder – Richardson)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$n$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1 - p$
	$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
โดยที่	$S_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$		
เมื่อ	$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 11 จะได้  $\sum X = 1,016$  ,  $\sum X^2 = 21,918$  ,  $N = 50$

$$\begin{aligned}
 S_t^2 &= \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{50(21,918) - (1,016)^2}{50(50-1)} \\
 &= 25.98
 \end{aligned}$$

จากตาราง 12 จะได้  $n = 20$  ,  $\sum pq = 4.459$  ,  $S_t^2 = 25.98$

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right\} \\
 &= \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{4.459}{25.98} \right\} \\
 &= 0.871
 \end{aligned}$$

ตาราง 13 ค่าความง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	$P_E$	$D$	ผลการพิจารณา
1	0.72	0.35	คัดเลือกไว้
2	0.74	0.23	ตัดทิ้ง
3	0.73	0.33	คัดเลือกไว้
4	0.77	0.29	คัดเลือกไว้
5	0.72	0.27	ตัดทิ้ง
6	0.72	0.19	ตัดทิ้ง
7	0.72	0.35	คัดเลือกไว้
8	0.74	0.31	คัดเลือกไว้
9	0.74	0.19	ตัดทิ้ง
10	0.75	0.25	ตัดทิ้ง

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยคัดเลือกตามเกณฑ์ 5 ข้อ มีค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.72 – 0.77 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ระหว่าง 0.29 – 0.35 โดยตัดข้อที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกใกล้เคียงกัน แต่มีจุดประสงค์เดียวกัน ออก โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ ได้แก่ ข้อ 1, 3, 4, 7 และ 8 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 14 ค่า  $\sum X_i$ ,  $\sum X_i^2$  และ  $S_i^2$  ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	$S_i^2$
1	168	516	0.53
3	153	499	0.63
4	152	492	0.61
7	143	443	0.69
8	145	453	0.66
			$\sum S_i^2 = 3.12$

ตาราง 15 ค่า  $\sum X_i$  ,  $\sum X_i^2$  ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า  $S_r^2$  เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความ  
เชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

คนที่	X	X <sup>2</sup>	คนที่	X	X <sup>2</sup>
1	15	225	26	14	196
2	11	121	27	9	81
3	20	400	28	12	144
4	16	256	29	11	121
5	18	324	30	16	256
6	13	169	31	17	289
7	12	144	32	9	81
8	15	225	33	20	400
9	17	289	34	15	225
10	17	289	35	12	144
11	14	196	36	15	225
12	14	196	37	12	144
13	15	225	38	15	225
14	15	225	39	17	289
15	16	256	40	12	144
16	13	169	41	19	361
17	17	289	42	10	100
18	15	225	43	13	169
19	20	400	44	10	100
20	11	121	45	14	196
21	12	144	46	16	256
22	10	100	47	13	169
23	11	121	48	16	256
24	10	100	49	12	144
25	15	225	50	11	121
				$\sum X = 702$	$\sum X^2 = 10,270$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ  $\alpha$  แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น  
 $k$  แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ  
 $s_i^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ  
 $s_t^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ 
$$S_i^2 = \frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ  $S_i^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ  
 $\sum x_i$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่  $i$   
 $\sum x_i^2$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่  $i$   
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ 
$$S_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ  $S_t^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ  
 $\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ  
 $\sum X^2$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง  
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 15 จะได้  $\sum X = 702$  ,  $\sum X^2 = 10,270$  ,  $N = 50$

$$\begin{aligned}
 S_t^2 &= \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{50(10,270) - (702)^2}{50(50-1)} \\
 &= \frac{513,500 - 492,804}{2,450} \\
 &= \frac{20,696}{2,450} \\
 &= 8.45
 \end{aligned}$$

จากตาราง 14 จะได้  $k = 5$  ,  $\sum s_i^2 = 3.12$  ,  $S_t^2 = 8.45$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{S_t^2} \right\} \\
 &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{3.12}{8.45} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{8.45 - 3.12}{8.45} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{5.33}{8.45} \right\} \\
 &= 0.79
 \end{aligned}$$



ตาราง 16 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	$X^2$	$Y^2$	XY
1	15	15	225	225	225
2	11	11	121	121	121
3	20	18	400	324	360
4	16	16	256	256	256
5	18	18	324	324	324
6	13	13	169	169	169
7	12	12	144	144	144
8	15	15	225	225	225
9	17	16	289	256	272
10	17	16	289	256	272
11	14	14	196	196	196
12	14	14	196	196	196
13	15	15	225	225	225
14	15	15	225	225	225
15	16	16	256	256	256
16	13	13	169	169	169
17	17	15	289	225	255
18	15	15	225	225	225
19	20	18	400	324	360
20	11	11	121	121	121
21	12	12	144	144	144
22	10	10	100	100	100
23	11	11	121	121	121
24	10	10	100	100	100
25	15	13	169	195	195
26	14	14	196	196	196
27	9	9	81	81	81

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจาก ผู้ตรวจให้คะแนน คนที่ 2 (Y)	$X^2$	$Y^2$	XY
28	12	12	144	144	144
29	11	11	121	121	121
30	16	16	256	256	256
31	17	17	289	289	289
32	9	9	81	81	81
33	20	18	400	324	360
34	15	15	225	225	225
35	12	12	144	144	144
36	15	15	225	225	225
37	12	12	144	144	144
38	15	14	225	196	210
39	17	17	289	289	289
40	12	12	144	144	144
41	19	18	361	324	342
42	10	10	100	100	100
43	13	13	169	169	169
44	10	10	100	100	100
45	14	14	196	196	196
46	16	16	256	256	256
47	13	13	169	169	169
48	16	16	256	256	256
49	12	12	144	144	144
50	11	11	121	121	121
รวม	702	688	10,270	9,790	10,018

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ

r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

$\sum Y$  แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

$\sum X^2$  แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$  แทน ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$  แทน ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 17 จะได้  $\sum X = 702$  ,  $\sum Y = 688$  ,  $\sum X^2 = 10,270$

$\sum Y^2 = 9,790$  ,  $\sum XY = 10,018$  ,  $N = 50$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \\ &= \frac{(50 \times 10,018) - (702 \times 688)}{\sqrt{[(50 \times 10,270) - (702)^2] \times [(50 \times 9,790) - (688)^2]}} \\ &= 0.98 \end{aligned}$$

## ภาคผนวก ข

### คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม
- คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม

ตาราง 17 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง  
ระบบจำนวนเต็ม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน ( $X_1$ )	คะแนนหลังเรียน ( $X_2$ )	$X_2^2$	D	$D^2$
1	6	18	324	12	144
2	5	17	289	12	144
3	5	16	256	11	121
4	6	16	256	10	100
5	5	15	225	10	100
6	8	17	289	9	81
7	9	19	361	10	100
8	7	18	324	11	121
9	4	16	256	12	144
10	8	15	225	7	49
11	6	16	256	10	100
12	9	15	225	6	36
13	6	18	324	12	144
14	9	17	289	8	64
15	9	15	225	6	36
16	8	17	289	9	81
17	8	17	289	9	81
18	8	18	324	10	100
19	7	14	196	7	49
20	5	18	324	13	169
21	5	16	256	11	121
22	5	17	289	12	144
23	9	15	225	6	36
24	7	16	256	9	81
25	5	15	225	10	100

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน ( $X_1$ )	คะแนนหลังเรียน ( $X_2$ )	$X_2^2$	D	$D^2$
26	9	15	225	6	36
27	8	15	225	7	49
28	7	14	196	7	49
29	6	15	225	9	81
30	5	18	324	13	169
31	5	17	289	12	144
32	5	15	225	10	100
33	7	14	196	7	49
34	5	16	256	11	121
35	8	17	289	9	81
36	10	19	361	9	81
		$\sum X_2 = 586$	$\sum X_2^2 = 9,608$	$\sum D = 342$	$\sum D^2 = 3,406$

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n-1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
- $\sum D^2$  แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
- $(\sum D)^2$  แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 17 จะได้  $\sum D = 342$  ,  $\sum D^2 = 3,406$  ,  $n = 36$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{342}{\sqrt{\frac{(36 \times 3,406) - (342)^2}{36 - 1}}} \\ &= \frac{342}{\sqrt{\frac{122,616 - 116,964}{35}}} \\ &= 26.91 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.438 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 36 - 1 = 35$ )

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่องระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	$\bar{X}$ แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	$\mu_0$ แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{586}{36} \\ &= 16.28 \end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบอิเล็กทรอนิกส์ที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{36(9.608) - (586)^2}{36(36-1)}} \\
 &= 1.977
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $\bar{X} = 16.28$  ,  $\mu_0 = 14$  ,  $s = 1.977$  ,  $n = 36$

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\
 &= \frac{16.28 - 14}{\frac{1.977}{\sqrt{36}}} \\
 &= 6.920
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.438 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 36 - 1 = 35$ )



ตาราง 18 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิสิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน ( $X_1$ )	คะแนนหลังเรียน ( $X_2$ )	$X_2^2$	D	$D^2$
1	6	17	289	11	121
2	0	14	196	14	196
3	4	14	196	10	100
4	5	16	256	11	121
5	5	12	144	7	49
6	3	17	289	14	196
7	1	17	289	16	256
8	1	11	121	10	100
9	0	19	361	19	361
10	2	19	361	17	289
11	0	18	324	18	324
12	5	18	324	13	169
13	3	18	324	15	225
14	5	19	361	14	196
15	3	20	400	17	289
16	4	19	361	15	225
17	6	19	361	13	169
18	4	20	400	16	256
19	8	19	361	11	121
20	5	17	289	12	144
21	5	9	81	4	16
22	7	20	400	13	169
23	3	18	324	15	225
24	5	12	144	7	49
25	4	20	400	16	256
26	8	14	196	6	36

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน ( $X_1$ )	คะแนนหลังเรียน ( $X_2$ )	$X_2^2$	D	$D^2$
27	7	18	324	11	121
28	4	15	225	11	121
29	3	18	324	15	225
30	5	18	324	13	169
31	0	17	289	17	289
32	1	19	361	18	324
33	2	18	324	16	256
34	2	19	361	17	289
35	3	19	361	16	256
36	7	14	196	7	49
		$\sum X_2 = 611$	$\sum X_2^2 = 10,641$	$\sum D = 475$	$\sum D^2 = 6,757$

เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n - 1$$

- เมื่อ  $t$  แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
- $\sum D^2$  แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
- $(\sum D)^2$  แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
- $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

จากตาราง 18 จะได้  $\sum D = 475$  ,  $\sum D^2 = 6,757$  ,  $n = 36$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{475}{\sqrt{\frac{(36 \times 6,757) - (475)^2}{36 - 1}}} \\ &= \frac{475}{\sqrt{\frac{243,252 - 225,625}{35}}} \\ &= 21.166 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.438 ที่ระดับนัย - สำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 36 - 1 = 35$ )

เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 หลัง การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

- เมื่อ
- t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
  - $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
  - $\mu_0$  แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
  - s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
  - n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ของคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลิชิตที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{611}{36} \\ &= 16.972 \end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{36(10,641) - (611)^2}{36(36-1)}} \\
 &= 2.782
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $\bar{X} = 16.972$  ,  $\mu_0 = 14$  ,  $s = 2.782$  ,  $n = 36$

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\
 &= \frac{16.972 - 14}{\frac{2.782}{\sqrt{36}}} \\
 &= 6.405
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.438 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ  $df = 36 - 1 = 35$ )

## ภาคผนวก ค

### ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลลิซิทที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ใบงาน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

## ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

### เรื่อง การลบจำนวนเต็ม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ภาคเรียนที่ 1

เวลา 3 ชั่วโมง

#### 1. สาระ

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ  
 สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

#### 2. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆและการดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ม.1/1 บวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็มและนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ การคูณกับการหารของจำนวนเต็ม
- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดสร้างสรรค์
- ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
- ม.1-3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
- ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
- ม.1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ
- ม.1-3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3. สาระสำคัญ

การลบจำนวนเต็มให้นำตัวตั้งบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ

### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) นักเรียนสามารถ

1. หาผลลบของจำนวนเต็มได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผล แก้ปัญหา
2. สื่อสาร นำเสนอ
3. เชื่อมโยง

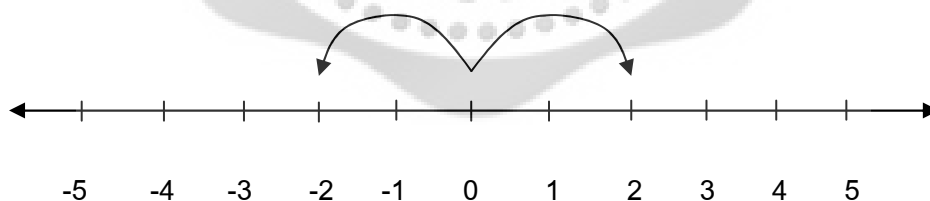
ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนสามารถ

1. ความรับผิดชอบในการทำงาน
2. มีความกระตือรือร้น
3. มีความร่วมมือ

### 5. สาระการเรียนรู้

จำนวนตรงข้าม

เมื่อพิจารณาบนเส้นจำนวนจะพบว่าจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน จะอยู่คนละข้างของ 0 และอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะเท่ากัน เช่น -2 และ 2

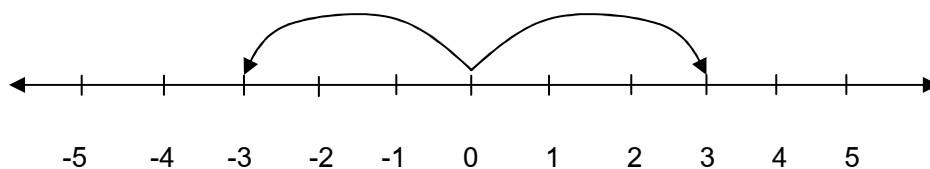


เรากล่าวว่า

-2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 2

2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -2

และ  $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$



เรากล่าวว่า

-3 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 3  
 3 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -3  
 และ  $3 + (-3) = (-3) + 3 = 0$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ จำนวนตรงข้ามของ  $a$  เขียนแทนด้วย  $-a$  และ  
 $a + (-a) = (-a) + a = 0$

สำหรับ 0 จะมี 0 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 0  
 ในทางคณิตศาสตร์ จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มแต่ละจำนวนมีเพียงจำนวนเดียวเท่านั้น  
 สำหรับจำนวนเต็มเช่น -5 จำนวนตรงข้ามของ -5 คือ 5  
 และจำนวนตรงข้ามของ -5 เขียนแทนด้วย  $-(-5)$   
 เนื่องจากจำนวนตรงข้ามของ -5 มีเพียงจำนวนเดียว  
 ดังนั้น  $-(-5) = 5$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้ามของ  $-a$  คือ  $a$  เขียนแทนด้วย  
 $-(-a) = a$

### การลบจำนวนเต็ม

ในการลบจำนวนเต็มนั้นเราอาศัยการบวกตามข้อตกลงดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

นั่นคือ เมื่อ  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนเต็มใดๆ

$$a - b = a + \text{จำนวนตรงข้ามของ } b$$

หรือ  $a - b = a + (-b)$

ตัวอย่าง

$$4 - 2 = 4 + (-2)$$

$$2 - 4 = 2 + (-4)$$

$$(-7) - 3 = (-7) + (-3)$$



$$(-5) - (-1) = (-5) + 1$$

$$8 - (-11) = 8 + 11$$

เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้ว จึงหาผลบวกของจำนวนเต็มตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลลบ  $7 - 15$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 7 - 15 &= 7 + (-15) \\ &= -8 \end{aligned}$$

ตอบ  $-8$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลลบ  $(-3) - 4$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (-3) - 4 &= (-3) + (-4) \\ &= -7 \end{aligned}$$

ตอบ  $-7$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาผลลบ  $2 - (-3)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 2 - (-3) &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

ตอบ  $5$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาผลลบ  $(-2) - (-6)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (-2) - (-6) &= (-2) + 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

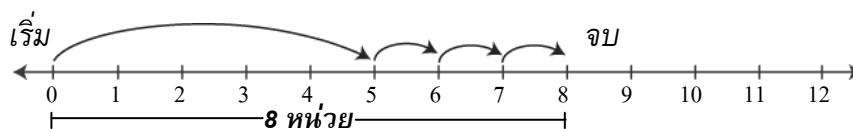
ตอบ  $4$

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นทบทวนความรู้เดิมและตรวจการบ้าน

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวกโดยใช้เส้นจำนวน เช่น

ให้นักเรียนแสดงผลลัพธ์ของ  $5 + 3 = 8$  บนเส้นจำนวน ดังนี้



2. ครูตั้งโจทย์การบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม ซึ่งมีทั้งจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ บนกระดาน แล้วสุ่มเรียกนักเรียนอาสาสมัครออกมา 5 คน เพื่อแสดงวิธีหาผลลัพธ์ของการบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มบนเส้นจำนวนที่หน้าชั้นเรียน

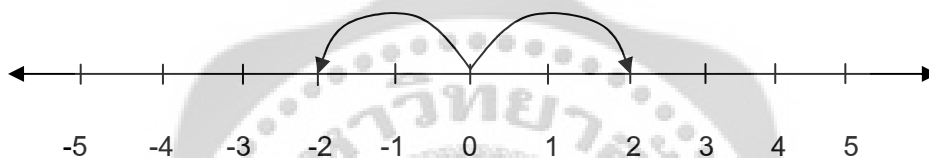
2. ครูเขียนโจทย์การบวกจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มบนกระดาน เช่น

$$\begin{array}{ll} - 4 + 3 & - [(-4) + (-3)] + (-2) \\ - (-4) + (-3) & - (-4) + [(-3) + (-2)] \\ - (-3) + (-4) & \end{array}$$

แล้วให้นักเรียนแต่ละคนทำ เมื่อทุกคนทำเสร็จแล้ว ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องและอธิบายวิธีการหาผลลัพธ์ให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจ

### ขั้นนำเสนอเนื้อหาสาระหรือทักษะใหม่

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาบนเส้นจำนวนและถามนักเรียนว่า “จากเส้นจำนวนที่เห็น มีจำนวนใดบ้างที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน” (แนวการตอบ มีจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะอยู่คนละข้างของ 0 และอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะเท่ากัน เช่น -2 และ 2)



ครูแนะนำให้นักเรียนรู้จัก จำนวนตรงข้าม เช่น

-2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 2

2 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -2

และ  $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ จำนวนตรงข้ามของ  $a$  เขียนแทนด้วย  $-a$  และ

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

2. จากนั้นครูแนะนำว่า

สำหรับ 0 จะมี 0 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 0

ในทางคณิตศาสตร์ จำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มแต่ละจำนวนมีเพียงจำนวนเดียวเท่านั้น

สำหรับจำนวนเต็มเช่น -5 จำนวนตรงข้ามของ -5 คือ 5

และจำนวนตรงข้ามของ -5 เขียนแทนด้วย  $-(-5)$

เนื่องจากจำนวนตรงข้ามของ -5 มีเพียงจำนวนเดียว

ดังนั้น  $-(-5) = 5$

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้ามของ  $-a$  คือ  $a$  เขียนแทนด้วย

$$-(-a) = a$$

3. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนพร้อมทั้งจำนวนตรงข้ามคนละ 1 ตัวอย่าง

4. ครูแนะนำให้นักเรียนรู้จักการลบจำนวนเต็ม ดังนี้

ในการลบจำนวนเต็มนั้นเราอาศัยการบวกตามข้อตกลงดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

นั่นคือ เมื่อ  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนเต็มใดๆ

$$a - b = a + \text{จำนวนตรงข้ามของ } b$$

$$\text{หรือ } a - b = a + (-b)$$

ตัวอย่าง

$$4 - 2 = 4 + (-2)$$

$$2 - 4 = 2 + (-4)$$

$$(-7) - 3 = (-7) + (-3)$$

$$(-5) - (-1) = (-5) + 1$$

$$8 - (-11) = 8 + 11$$

เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้ว จึงหาผลบวกของจำนวนเต็มตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลบ  $7 - 15$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 7 - 15 &= 7 + (-15) \\ &= -8 \end{aligned}$$

ตอบ  $-8$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลบ  $(-3) - 4$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (-3) - 4 &= (-3) + (-4) \\ &= -7 \end{aligned}$$

ตอบ  $-7$

5. ครูให้นักเรียนจับคู่ 5 คู่ ออกมายกตัวอย่างการลบจำนวนเต็มพร้อมทั้งแสดงวิธีหาคำตอบบนกระดาน และให้เพื่อนที่ไม่ได้ออกช่วยกันตรวจสอบและอภิปรายว่าเพื่อนทำถูกหรือไม่อย่างไร

### ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัด 2.3 ข ข้อ 1-2 จากหนังสือเรียน ภายในเวลาที่กำหนด เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนหยุดทำ แล้วนำกระดาษคำตอบมาส่งครู

### ขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับและแก้ไขการปฏิบัติของผู้เรียน

1. จากนั้นครูเลือกนักเรียนที่สมัครใจออกมาแจกจ่ายคำตอบพร้อมแสดงวิธีทำบนกระดาน ให้และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปรายว่าถูกต้องหรือไม่ พร้อมทั้งแก้ไขให้ถูกต้อง และให้แต่ละคนตรวจคำตอบของตน

### ขั้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ

1. ครูแจกใบงานที่ 2.1 เรื่อง การหาผลลบของจำนวนเต็ม และใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแทนค่าตัวแปร ให้นักเรียนหาผลลัพธ์และแสดงวิธีทำ และนำมาส่งในชั่วโมงถัดไป

## 7. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งเรียนรู้

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบงานที่ 2.1 , 2.2
2. แบบฝึกหัด 2.3 ข ( หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ )

### แหล่งเรียนรู้

1. ห้องสมุด

## 8. ภาระงาน / ชิ้นงาน

ใบงานที่ 2.1 , 2.2

## 9. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด / ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้	ใบงานที่ 2.1 , 2.2	แบบประเมินผลงาน (ใบกิจกรรม)	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านทักษะ / กระบวนการ 1. การให้เหตุผล แก้ปัญหา 2. การสื่อสาร นำเสนอ 3. การเชื่อมโยง	ให้อภิปราย	แบบประเมินการอภิปราย	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ 1. ความรับผิดชอบ 2. ความกระตือรือร้น 3. ความร่วมมือ	ประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียนและหลังการเรียนรู้	แบบประเมินคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

**10. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้****ผลการสอน**

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาและอุปสรรค**

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข**

.....

.....

.....

.....





### การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน	8 – 9	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	6 – 7	หมายถึง	ดี
คะแนน	4 – 5	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	0 – 3	หมายถึง	ควรปรับปรุง

#### 1. ด้านความถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ทำงานที่ได้รับมอบหมายได้ถูกต้องทั้งหมด
2 / ดี	ทำงานที่ได้รับมอบหมายได้ถูกต้อง เกณฑ์การให้คะแนนผลงาน 70% ขึ้นไป
1 / พอใช้	ทำงานที่ได้รับมอบหมายได้ถูกต้อง 50% ขึ้นไป
0 / ควรปรับปรุง	ทำงานที่ได้รับมอบหมายได้ถูกต้องต่ำกว่า 50%

#### 2. ด้านความตรงต่อเวลา

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จและส่งตรงเวลาที่กำหนด
2 / ดี	ทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จแต่ส่งไม่ตรงเวลาที่กำหนด
1 / พอใช้	ทำงานที่ได้รับมอบหมายไม่เสร็จและส่งไม่ตรงเวลาที่กำหนด
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ปฏิบัติงานและไม่ส่งงานเลย

#### 3. ด้านความมีระเบียบเรียบร้อย

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ใบกิจกรรม ชี้นงาน สะอาดเรียบร้อยดี
2 / ดี	ใบกิจกรรม ชี้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อยดี
1 / พอใช้	ใบกิจกรรม ชี้นงาน ไม่ค่อยสะอาดเรียบร้อยดี
0 / ควรปรับปรุง	ใบกิจกรรม ชี้นงาน ไม่สะอาดเลย





### การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน	8 – 9	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	6 – 7	หมายถึง	ดี
คะแนน	4 – 5	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	0 – 3	หมายถึง	ควรปรับปรุง

### เกณฑ์การให้คะแนนอภิปราย

#### 1. ด้านการสื่อความหมาย

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 / ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ตามลำดับขั้นตอน มีความชัดเจนเป็นบางส่วน
1 / พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วน ลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้

#### 2. ด้านการแสดงความคิดเห็น

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	พูดแสดงความคิดเห็นเชิงวิพากษ์วิจารณ์และสรุปความได้ถูกต้องชัดเจน และกล้าแสดงออก
2 / ดี	พูดแสดงความคิดเห็นเชิงวิพากษ์วิจารณ์และสรุปความได้ถูกต้องชัดเจน และกล้าแสดงออกเป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	พูดแสดงความคิดเห็นเชิงวิพากษ์วิจารณ์และสรุปความได้ถูกต้องชัดเจน และกล้าแสดงออกเป็นบางครั้ง
0 / ควรปรับปรุง	ไม่แสดงความคิดเห็นใดๆเลย

## 3. ด้านการเชื่อมโยง

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ตอบคำถามพร้อมให้เหตุผลได้ด้วยตนเอง
2 / ดี	ตอบคำถามพร้อมให้เหตุผลโดยครูหรือเพื่อนคอยชี้แนะในบางครั้ง
1 / พอใช้	ตอบคำถามพร้อมให้เหตุผลโดยครูหรือเพื่อนคอยชี้แนะทุกครั้ง
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถตอบคำถามใดๆได้เลย





### การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน	8 – 9	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	6 – 7	หมายถึง	ดี
คะแนน	4 – 5	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	0 – 3	หมายถึง	ควรปรับปรุง

### เกณฑ์การให้คุณลักษณะ

#### 1. ด้านความรับผิดชอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย
2 / ดี	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย และมีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1 / พอใช้	ส่งงานช้ากว่ากำหนดโดยไม่มีเหตุผล
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงานเลย

#### 2. ด้านความกระตือรือร้น

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ลงมือปฏิบัติงานทันทีที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเอง
2 / ดี	ลงมือปฏิบัติงานค่อนข้างช้า แต่มีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1 / พอใช้	ลงมือปฏิบัติงานช้ามาก ต้องมีคนคอยกระตุ้นหรือแนะนำ
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ปฏิบัติงานเลย

#### 3. ด้านความร่วมมือ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดี
2 / ดี	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดีเป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	ร่วมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดีเป็นบางเวลา
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็นและไม่ร่วมปฏิบัติกิจกรรมใดๆเลย

## ใบงานที่ 2.1 เรื่อง การหาผลลบของจำนวนเต็ม

คำชี้แจง หาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. เขียนการลบต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ พร้อมทั้งหาค่า

1)  $1 - 8 = 1 + (-8) = \dots\dots\dots$

2)  $9 - 2 = 9 + (-2) = \dots\dots\dots$

3)  $(-3) - 7 = (-3) + (-7) = \dots\dots\dots$

4)  $(-4) - (-5) = (-4) + 5 = \dots\dots\dots$

5)  $3 - (-2) = 3 + 2 = \dots\dots\dots$

6)  $3 - (-11) = 3 + 11 = \dots\dots\dots$

7)  $(-6) - (-8) = (-6) + 8 = \dots\dots\dots$

8)  $(-12) - (-8) = (-12) + 8 = \dots\dots\dots$

9)  $15 - 15 = 15 + (-15) = \dots\dots\dots$

10)  $(-17) - 17 = (-17) + (-17) = \dots\dots\dots$

2. หาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ

1)  $27 - 30 = \dots\dots\dots$

2)  $36 - (-16) = \dots\dots\dots$

3)  $(-15) - (-12) = \dots\dots\dots$

4)  $(-42) - 8 = \dots\dots\dots$

5)  $80 - 90 = \dots\dots\dots$

6)  $(-70) - 17 = \dots\dots\dots$

7)  $(-20) - (-12) = \dots\dots\dots$

8)  $-4 - 5 - (-6) = \dots\dots\dots$

9)  $5 - (-8) - 12 = \dots\dots\dots$

10)  $-9 - 10 - 11 = \dots\dots\dots$

### ใบงานที่ 2.1 เรื่อง การหาผลลบของจำนวนเต็ม

คำชี้แจง หาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. เขียนการลบต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ พร้อมทั้งหาค่า

$$1) 1 - 8 = 1 + (-8) = \dots\dots\dots -7 \dots\dots\dots$$

$$2) 9 - 2 = 9 + (-2) = \dots\dots\dots 7 \dots\dots\dots$$

$$3) (-3) - 7 = (-3) + (-7) = \dots\dots\dots -10 \dots\dots\dots$$

$$4) (-4) - (-5) = (-4) + 5 = \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots$$

$$5) 3 - (-2) = 3 + 2 = \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots$$

$$6) 3 - (-11) = 3 + 11 = \dots\dots\dots 14 \dots\dots\dots$$

$$7) (-6) - (-8) = (-6) + 8 = \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$$

$$8) (-12) - (-8) = (-12) + 8 = \dots\dots\dots 4 \dots\dots\dots$$

$$9) 15 - 15 = 15 + (-15) = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$$

$$10) (-17) - 17 = (-17) + (-17) = \dots\dots\dots -34 \dots\dots\dots$$

2. หาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ

$$1) 27 - 30 = \dots\dots\dots 27 + (-30) = -3 \dots\dots\dots$$

$$2) 36 - (-16) = \dots\dots\dots 36 + 16 = 52 \dots\dots\dots$$

$$3) (-15) - (-12) = \dots\dots\dots (-15) + 12 = -3 \dots\dots\dots$$

$$4) (-42) - 8 = \dots\dots\dots (-42) + (-8) = -50 \dots\dots\dots$$

$$5) 80 - 90 = \dots\dots\dots 80 + (-90) = -10 \dots\dots\dots$$

$$6) (-70) - 17 = \dots\dots\dots (-70) + (-17) = -87 \dots\dots\dots$$

$$7) (-20) - (-12) = \dots\dots\dots (-20) + 12 = -8 \dots\dots\dots$$

$$8) -4 - 5 - (-6) = \dots\dots\dots (-4) + (-5) + 6 = -3 \dots\dots\dots$$

$$9) 5 - (-8) - 12 = \dots\dots\dots 5 + 8 + (-12) = 1 \dots\dots\dots$$

$$10) -9 - 10 - 11 = \dots\dots\dots (-9) + (-10) + (-11) = -30 \dots\dots\dots$$

## ใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแทนค่าตัวแปร

คำชี้แจง ตอบคำถามต่อไปนี้

1. หาค่าของ  $(a + b) - (c - d)$  เมื่อกำหนดให้

1)  $a = 5, \quad b = 4, \quad c = -2$      $\Rightarrow$  .....

2)  $a = -2, \quad b = -3, \quad c = 6$      $\Rightarrow$  .....

3)  $a = 1, \quad b = -2, \quad c = -3$      $\Rightarrow$  .....

4)  $a = -3, \quad b = 5, \quad c = -2$      $\Rightarrow$  .....

5)  $a = -7, \quad b = -1, \quad c = -4$      $\Rightarrow$  .....

2. หาค่าของ  $a - (b + c)$  เมื่อ

1)  $a = 1, \quad b = 4, \quad c = 5, \quad d = 8$      $\Rightarrow$  .....

2)  $a = 2, \quad b = -3, \quad c = 1, \quad d = 5$      $\Rightarrow$  .....

3)  $a = 3, \quad b = 1, \quad c = -2, \quad d = -4$      $\Rightarrow$  .....

4)  $a = -4, \quad b = 2, \quad c = -7, \quad d = -3$      $\Rightarrow$  .....

5)  $a = -5, \quad b = -3, \quad c = 6, \quad d = -1$      $\Rightarrow$  .....

3. หาค่าตัวแปรที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) ถ้า  $(-5) + x = -9$  แล้ว  $x =$  .....

2) ถ้า  $(-20) + a = -25$  แล้ว  $a =$  .....

3) ถ้า  $b + (-3) = -20$  แล้ว  $b =$  .....

4) ถ้า  $(-400) + (-90) + p = -495$  แล้ว  $p =$  .....

5) ถ้า  $(-234) + n + (-56) = -600$  แล้ว  $n =$  .....

# เฉลย

## ใบงานที่ 2.2 เรื่อง การแทนค่าตัวแปร

คำชี้แจง ตอบคำถามต่อไปนี้

1. หาค่าของ  $a - (b + c)$  เมื่อกำหนดให้

1)  $a = 5, \quad b = 4, \quad c = -2 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots 7 \dots\dots\dots$

2)  $a = -2, \quad b = -3, \quad c = 6 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots -5 \dots\dots\dots$

3)  $a = 1, \quad b = -2, \quad c = -3 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots -4 \dots\dots\dots$

4)  $a = -3, \quad b = 5, \quad c = -2 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots -6 \dots\dots\dots$

5)  $a = -7, \quad b = -1, \quad c = -4 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots -2 \dots\dots\dots$

2. หาค่าของ  $(a + b) - (c - d)$  เมื่อกำหนดให้

1)  $a = 1, \quad b = 4, \quad c = 5, \quad d = 8 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots 8 \dots\dots\dots$

2)  $a = 2, \quad b = -3, \quad c = 1, \quad d = 5 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots 3 \dots\dots\dots$

3)  $a = 3, \quad b = 1, \quad c = -2, \quad d = -4 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$

4)  $a = -4, \quad b = 2, \quad c = -7, \quad d = -3 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$

5)  $a = -5, \quad b = -3, \quad c = 6, \quad d = -1 \quad \Rightarrow \dots\dots\dots -15 \dots\dots\dots$

3. หาค่าตัวแปรที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) ถ้า  $(-5) + x = -9$  แล้ว  $x = \dots\dots\dots -4 \dots\dots\dots$

2) ถ้า  $(-20) + a = -25$  แล้ว  $a = \dots\dots\dots -5 \dots\dots\dots$

3) ถ้า  $b + (-3) = -20$  แล้ว  $b = \dots\dots\dots -17 \dots\dots\dots$

4) ถ้า  $(-400) + (-90) + p = -495$  แล้ว  $p = \dots\dots\dots -5 \dots\dots\dots$

5) ถ้า  $(-234) + n + (-56) = -600$  แล้ว  $n = \dots\dots\dots -310 \dots\dots\dots$



## ภาคผนวก ง

### แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ปรนัย จำนวน 20 ข้อ (นำไปทดลองจริง) และแบบทดสอบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม อัตนัย จำนวน 5 ข้อ

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม**

**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 หน้า มีข้อสอบทั้งหมด 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 60 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว เมื่อนักเรียนเลือกได้แล้วให้กากบาท (×) ลงในช่อง ก , ข , ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้างล่างนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0				X

กรณีที่ต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับลงบนเครื่องหมายกากบาทเดิม แล้วกากบาทเลือกข้อใหม่ เช่น เปลี่ยนจากตัวเลือก ง เป็น ข

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0		X		X

3. คำถามในแต่ละข้อมีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ถ้าตอบเกินหนึ่งคำตอบ หรือไม่ตอบเลย ถือว่าไม่ได้คะแนนในข้อนั้น
4. ห้ามขีดเขียนหรือทำสัญลักษณ์ใดๆ ลงในข้อสอบ
5. เมื่อสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งกระดาษคำตอบ และแบบทดสอบที่กรรมการคุมสอบ

#####



ข้อ 12. ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

- ก. จำนวนบวกคูณจำนวนบวก ได้จำนวนบวก
- ข. จำนวนบวกคูณจำนวนลบ ได้จำนวนลบ
- ค. จำนวนลบคูณจำนวนลบ ได้จำนวนลบ
- ง. จำนวนลบคูณจำนวนบวก ได้จำนวนลบ

ข้อ 13. ค่าของ  $[(-18) \div (-9)] \times (-3)$  เท่ากับเท่าใด

- ก. -3
- ข. 3
- ค. -6
- ง. 6

ข้อ 14. กำหนดให้  $a = -2, b = 3, c = -6$  ค่าของ  $4ab - 5bc + 2ac$  เท่ากับเท่าใด

- ก. 42
- ข. -42
- ค. 90
- ง. -90

ข้อ 15. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

- ก.  $(-72) \div (-8) = 9$
- ข.  $(-64) \div 8 = -8$
- ค.  $56 \div (-7) = 8$
- ง.  $42 \div 6 = 7$

ข้อ 16. ถ้า  $[a + b] \div c$  เป็นจำนวนลบ และ  $b$  เป็นจำนวนลบด้วย ข้อใดไม่มีโอกาสเป็นจริง

- ก.  $a$  และ  $c$  เป็นจำนวนลบทั้งคู่
- ข.  $a$  และ  $c$  เป็นจำนวนบวกทั้งคู่
- ค.  $a$  และ  $c$  มีเครื่องหมายต่างกัน
- ง.  $a \times c$  เป็นจำนวนบวก

ข้อ 17. ค่าของ

$$[200 + (-5)] \times [(-84) + (-12)]$$

- ก. -140
- ข. 140
- ค. 280
- ง. -280

ข้อ 18. กำหนดให้  $a = -8, b = 3, c = 1$

$d = -2$  ค่าของ  $\{a + [-b - (-c)]\} \div d$  เท่ากับเท่าใด

- ก. -3
- ข. 3
- ค. -5
- ง. 5

ข้อ 19. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากที่สุด แล้ว  $\frac{a-b}{ab}$  มีค่า

เท่ากับเท่าใด

- ก. 0
- ข. -1
- ค. 2
- ง. -2

ข้อ 20. กำหนดให้  $a = -3, b = 5$  ค่าของ  $\frac{a^2 - b}{a + b}$

มีค่าเท่ากับเท่าใด

- ก. 1
- ข. 2
- ค. 4
- ง. 7







รายชื่อผู้เชี่ยวชาญใการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.อุทัย คำรักษา

สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ คณะศิลปศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี จ.นครปฐม

2. อาจารย์วัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จ.ชลบุรี

3. อาจารย์เบญจวรรณ ยศกลาง

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนเมืองคง จ.นครราชสีมา







ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวสายัณห์ พลแพน
วันเดือนปีเกิด	12 มีนาคม 2525
สถานที่เกิด	อำเภอบ่อไร่ จังหวัดตราด
ที่อยู่ปัจจุบัน	16 หมู่ 4 ต.นนทรีย์ อ.บ่อไร่ จ.ตราด 23140
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง
พ.ศ. 2548	วิทยาศาสตร์บัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2549	ประกาศนียบัตรบัณฑิต วิชาชีพครู จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2556	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ