

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย  
เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
พฤษภาคม 2554

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย  
เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ปริญาณิพนธ์  
ของ  
ชญากา ใจโปร่ง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย  
เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



บทคัดย่อ  
ของ  
ชญาภา ใจโปร่ง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
พฤษภาคม 2554

ชญาภา ไจโปรง. (2554). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร.

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 30 คน โดยมีนักเรียนจำนวน 4 คน เป็นนักเรียนเป้าหมาย เพื่อใช้ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งปัญหาแต่ละข้อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์โดยใช้ความรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นอกจากนี้ นักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนแสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน กล่าวคือ ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนใช้เวลาเพิ่มขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา และใช้เวลาเพิ่มขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายมากขึ้น กำหนดตัวแปรและสร้างสมการได้เหมาะสมมากขึ้น และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งมีคำอธิบายที่ชัดเจน นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ตอบปัญหาได้ถูกต้องมีจำนวนมากขึ้น

A MATHEMATICS INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ADAPTING AND APPLYING A VARIETY  
OF PROBLEM-SOLVING STRATEGIES TO ENHANCE ABILITY  
TO SOLVE MATHEMATICAL PROBLEMS ON FUNCTIONS  
FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirement for the  
Master of Education Degree in Mathematics  
at Srinakharinwirot University

May 2011

Chayabha Jaiprong. (2011). *A Mathematics Instructional Activities Adapting and Applying a Variety of Problem-Solving Strategies to Enhance Ability to Solve Mathematical Problems on Functions for Mathayomsuksa IV Students*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Rungfa Janjaruporn, Asst Prof. Chutiwon Penpean.

The purpose of the study was to construct mathematics instructional activities adapting and applying a variety of problem-solving strategies to enhance ability to solve mathematical problems on functions for Mathayomsuksa IV students then to study its effects on students' ability in solving mathematical problems and behaviors on problem solving.

Thirty Mathayomsuksa IV students of Kanchanaditwitthayakhom School were participated in this study. Four of them were chosen as target students for case study in their performance on problem solving. This activity provided the students to learn the process of problem solving, and various problem-solving strategies. They had a lot of experience on solving non routine problems. Each problem could solve more than one strategy via mathematics content on functions, in Mathayomsuksa IV level. In experimental class, students participated in cooperative learning group, group problem solving, discussion, and presentation.

Results of the study were as follows:

1. More than 60% of students participating in mathematics instructional activities adapting and applying a variety of problem-solving strategies had significantly ability in solving mathematical problems on functions at the .05 level.

2. While the mathematics instructional activities were conducted, there was evidence when the subjects worked on more problems. In understanding the problem, they spent more time on trying to understand the problem situation and group discussion before attempting to solve it. They also more writing or drawings on a task while analyzing the problem. In adapting and applying strategies to solve problems, the subjects used various strategies to solve them. They also defined variables, set equation more appropriately. In finding out the correct answer with clear explanation of solution process, the subjects gave more explanation to support their solution process, and the number of subjects to find the correct answer had increased. These performances supported the finding that students who had experience on the mathematics instructional activities could develop their ability in solving mathematical problems.

ปริญญาบัตร

เรื่อง

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย  
เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ

ชญาภา ใจโปร่ง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒน์กุล)

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. 2554

คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

..... ประธาน

(อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

(อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์)

..... กรรมการ

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร)

(อาจารย์ ดร. พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญาโทสำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ประธานควบคุมปริญญาโท และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญาโท ท่านทั้งสองได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษา แนะนำในการจัดทำงานวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชานนท์ จันทรา อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ้ม และคุณครูโสภณ ไทยจีน ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ และอาจารย์ ดร. พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ต่อ ผู้วิจัย ทำให้ปริญญาโทฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม และนักเรียน ชั้น ม.4/1 ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม และนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณ พี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ นิสิตปริญญาโท และปริญญาเอกสาขาคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ จนทำให้ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

ขอขอบคุณผู้อำนวยการ สุภาพ โพธิ์เพชร ที่ให้โอกาสผู้วิจัยในการลาศึกษาต่อ และให้โอกาสในการทำปริญญาโทจนสำเร็จ

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ พ่อ และแม่ ที่ให้ทั้งกำลังใจและกำลังทรัพย์สนับสนุน การศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบคุณเพื่อนๆ ผู้ร่วมงานทุกคนที่ให้กำลังใจเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากปริญญาโทฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ บิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ และความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

ชญาภา ใจโปร่ง



# สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b> .....	1
ภูมิหลัง .....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย .....	4
ความสำคัญของการวิจัย .....	4
ขอบเขตของการวิจัย .....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย .....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย .....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย .....	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย .....	5
ตัวแปรที่ศึกษา .....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	5
สมมติฐานในการวิจัย .....	7
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	8
แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	8
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	8
ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	9
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	9
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	10
กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	11
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	15
แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	18
มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	18
สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	19
การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	20
การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	22
งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	30

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
<b>3</b>	<b>วิธีดำเนินการวิจัย</b> ..... 34
	กำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง ..... 35
	ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ..... 35
	กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ..... 35
	กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้
	กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเรื่องฟังก์ชัน ..... 35
	จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ..... 35
	ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ..... 36
	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ..... 37
	สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 42
	เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ..... 42
	เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ..... 42
	ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ ..... 44
	เก็บรวบรวมข้อมูล ..... 45
	แบบแผนการวิจัย ..... 45
	การดำเนินการทดลอง ..... 45
	วิเคราะห์ข้อมูล ..... 46
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 46
<b>4</b>	<b>ผลการวิเคราะห์ข้อมูล</b> ..... 47
	ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน
	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ..... 47
	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ..... 47
	การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย ..... 48
	พฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้น
	มัธยมศึกษาปีที่ 4 ..... 49
	ด้านการทำความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ..... 50
	ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ..... 61
	ด้านการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมทั้งมีคำอธิบายที่ชัดเจน ..... 69

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	83
ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัย โดยสังเขป .....	83
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย .....	86
ข้อเสนอแนะ .....	87
บรรณานุกรม .....	89
ภาคผนวก .....	93
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของแบบทดสอบ .....	94
ภาคผนวก ข การทดสอบสมมติฐาน .....	96
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ .....	100
ภาคผนวก ง ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา .....	143
ภาคผนวก จ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	147
ภาคผนวก ฉ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	152
ภาคผนวก ช รายนามผู้เชี่ยวชาญ .....	155
ประวัติย่อผู้วิจัย .....	157

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	39
2 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ .....	43
3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมใน ชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง.....	47
4 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย .....	48
5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น .....	62
6 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างใช้ในการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	63
7 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเป้าหมายใช้ในการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	63
8 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	95
9 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	95
10 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน .....	97
11 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ .....	98

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ .....	11
2 ตัวอย่างแบบบันทึกผลการสังเกตการแก้ปัญหา .....	23
3 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ .....	23
4 ตัวอย่างมาตรการประเมินการสังเกตการแก้ปัญหา .....	24
5 ตัวอย่างคำถามเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	25
6 ตัวอย่างแบบประเมินผลการรายงานเจตคติ .....	26
7 ตัวอย่างแบบประเมินผลกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา .....	27
8 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ .....	28
9 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม .....	29
10 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย.....	36
11 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน.....	41
12 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 2 ของทิวา.....	52
13 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 7 ของทิวา.....	53
14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 7 ของสร้อยฟ้า.....	54
15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของทิวา.....	55
16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของราตรี.....	55
17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของจำปี.....	55
18 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของสร้อยฟ้า.....	56
19 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา.....	57
20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของราตรี.....	57
21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของจำปี.....	57
22 การเขียนสมการ ในคาบเรียน 3 ของกลุ่มของทิวา.....	66
23 การเขียนสมการ ในคาบเรียน 7 ของทิวา.....	67
24 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” จากการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา.....	68

## บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
25 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของราตรี.....	69
26 การเปลี่ยนมุมมอง ในคาบเรียน 2 ของกลุ่มของทิวา.....	70
27 การคาดเดาและตรวจสอบ ในคาบเรียน 2 ของกลุ่มของราตรี.....	71
28 การสร้างตาราง ในคาบเรียน 7 ของจำปี.....	72
29 การคาดเดาและตรวจสอบ ในคาบเรียน 7 ของสร้อยฟ้า.....	72
30 การค้นหาแบบรูป ในคาบเรียน 10 ของทิวา.....	73
31 การสร้างตาราง ในคาบเรียน 10 ของจำปี.....	74
32 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา “ยึดได้หลุดได้” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา.....	75
33 การเปลี่ยนมุมมอง ในการแก้ปัญหา “ยึดได้หลุดได้” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของสร้อยฟ้า.....	76
34 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของจำปี.....	77
35 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “กิจการเรือแคนู” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา.....	77
36 การคาดเดาและตรวจสอบ ในการแก้ปัญหา “กิจการเรือแคนู” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของจำปี.....	78
37 การค้นหาแบบรูป ในการแก้ปัญหา “ปัญหาทาบ” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา.....	79
38 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา “ปัญหาทาบ” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของราตรี.....	80

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

ในชีวิตประจำวัน มนุษย์ต้องเผชิญกับปัญหามากมาย อาทิ ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่ไม่ซับซ้อน สามารถแก้ปัญหาโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จำเป็นต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ และเทคนิคต่างๆ มาช่วยแก้ปัญหา ถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เลือกเทคนิคหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.]. 2551: 6)

เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 จึงกำหนดให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ให้ความสำคัญกับแนวทางในการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะ กระบวนการคิด การแก้ปัญหา และเรียนรู้จากประสบการณ์จริง โดยกำหนดไว้ในมาตรา 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดการกระบวนการเรียนรู้ ซึ่งมีจุดเน้นบางประการได้แก่การฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545: 13) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้สนับสนุนการจัดการเรียนรู้ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยการกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 6 สาระ ได้แก่ (1) จำนวนและการดำเนินการ (2) การวัด (3) เรขาคณิต (4) พีชคณิต (5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ (6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551: 2-3)

สำหรับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางดังกล่าว ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ในมาตรฐาน ค 6.1 คือมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้น

ในตัวนักเรียน เพราะการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กนักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต (สสวท. 2551: 6)

ในต่างประเทศ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) ซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนทั้งในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้ระบุไว้ในหนังสือประจำปี ค.ศ.1980: การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Problem Solving in School Mathematics) ว่า “การแก้ปัญหาคือเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” สิ่งนี้ส่งผลให้นักการศึกษาทั่วโลกหันมาสนใจศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Krulik. 1980)

ในประเทศไทย การจัดการกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูมุ่งเน้นที่เนื้อหา คณิตศาสตร์มากกว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้ครูไม่คุ้นเคยกับการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการแก้ปัญหา ดังที่ สสวท. (2551: 1) ได้ระบุไว้ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนจำนวนมากยังคงต้องอาศัยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้น กระบวนการแก้ปัญหามีความสำคัญ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาคือเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหาคือตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1957: 5-40) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาคือต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคือเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาคือเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคือ ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถ



หาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง และ ชั้นที่ 4 ชั้นตรวจสอบผล ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ หรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาลักษณะอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในนี้ได้

นอกจากนี้ วิลสันและคณะ (Wilson; et al. 1993: 60) ได้ร่วมกันพัฒนากรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ กล่าวคือ เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหาพร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถค้นหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปที่วางแผนแก้ปัญหาใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ก็ได้

จากการวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2546: 186-187) พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหลายเรื่อง ส่วนหนึ่งในนั้น คือ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และฟังก์ชันประเภทต่างๆ สอดคล้องกับงานวิจัยของ เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์ (2545: 78) ที่ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน แต่ละประเภทและโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ นอกจากนั้นยังมีงานวิจัยที่บ่งชี้ว่านักเรียนยังมีปัญหาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่นงานวิจัยของ มาลา ปาจวง (2542: 62) พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนมากที่สุดคือด้านเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา สอดคล้องกับงานวิจัยของ สมศรี จินตสนธิ (2536: 178) ที่มีข้อสรุปว่า นักเรียนมีความผิดพลาดในด้านกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน มากที่สุด ดังนั้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จึงเป็นเรื่องสำคัญสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยเฉพาะการเลือกใช้เทคนิคหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ด้วยความสำคัญดังกล่าว จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการให้ความรู้คณิตศาสตร์กับนักเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สร้างขึ้นในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

### ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นข้อมูลสำหรับครูในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ได้แนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

### ขอบเขตของการวิจัย

#### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี

#### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 30 คน นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเหล่านี้ได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 110 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของ

นักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 หลังจากนั้นเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้พื้นฐาน

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

ตัวแปรตาม คือ

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที
2. **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง การประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. **กระบวนการแก้ปัญหา** หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

4. กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา หมายถึง วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในที่นี้ ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเปลี่ยนมุมมอง

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยพิจารณาจาก

5.1 คะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประกอบด้วย

5.1.1 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม

5.1.2 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคล ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

5.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

6. พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านต่าง ๆ ดังนี้

6.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดและสิ่งที่ต้องการหา ตลอดจนความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา เงื่อนไขสำคัญของปัญหาและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของข้อมูล ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

6.3 ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการแสดงกระบวนการค้นหาคำตอบและการแสดงเหตุผลสนับสนุนกระบวนการค้นหาคำตอบเหล่านั้น

ในการศึกษาพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้น พิจารณาจากผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น และผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของการสัมภาษณ์เหล่านั้น

7. **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน** หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระ การเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine problem) ซึ่งแต่ละข้อ สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ไม่เกินความรู้ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative learning) มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอ ผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผล การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

8. **แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน** หมายถึง แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่า หนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งไม่เกินความรู้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการแก้ปัญหา โดยแต่ละข้อมีการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

9. **แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึง แบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้บันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะลงมือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ (Check list) และแบบบันทึกภาคสนาม (Field note)

10. **นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน หลังเรียนและคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม ในชั้นเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

## สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

#### 1. แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.6 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 2. แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1 มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 1. แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

##### 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนทั้งในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้กล่าวไว้ในหนังสือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ประจำปี ค.ศ. 1980 ว่า “การแก้ปัญหาคือเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” ทำให้นักการศึกษาหันมาสนใจศึกษาการแก้ปัญหา โดยมีการให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ครูลิกและรูดนิค ( Krulik; & Rudnick. 1987: 3) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญ และต้องแก้ โดยต้องแสวงหาวิธีการและหนทางเพื่อทำให้การแก้ปัญหานั้นบรรลุผล

เซฟฟีลด์และครูอิกแซงก์ (Sheffield; & Cruikshank. 2000: 38) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันที หรือรู้วิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น แต่อาจมีความหมายเกี่ยวข้องกับปริภูมิหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สำหรับในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

## 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

บิทเทอร์ แฮทฟีลด์และเอ็ดเวิร์ด (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 36) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหา ใน 3 ลักษณะ คือ

1. การแก้ปัญหา ในฐานะที่เป็น เป้าหมาย (As a goal) ซึ่งไม่เน้นกระบวนการหรือวิธีแก้ปัญหา หรือแม้แต่รายละเอียดเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่จะสนใจผลลัพธ์สุดท้าย
2. การแก้ปัญหา ในฐานะที่เป็น กระบวนการ (As a process) ซึ่งให้ความสำคัญกับโอกาสที่นักเรียนจะได้ฝึกฝนวิธีการ กลยุทธ์ และการค้นพบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
3. การแก้ปัญหา ในฐานะที่เป็น ทักษะ (As a skill) ซึ่งต้องการความตั้งใจ และพยายามที่จะระบุประเภทและลักษณะของปัญหา หรือวิธีการในการแก้ปัญหาให้ได้

ครูลิคและรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1987: 4) ได้กล่าวถึง ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการที่แต่ละบุคคลใช้ความรู้ที่มีอยู่ก่อนเดิม ตลอดจนทักษะและความเข้าใจในการแก้สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 53) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหามองจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สำหรับในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

## 1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ดังต่อไปนี้

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์และเอ็ดเวิร์ด (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 37) ได้แบ่งประเภทของปัญหา **ตามลักษณะของปัญหา** ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – ended problems) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบ
2. ปัญหาที่ให้ค้นพบ (Discovery questions) เป็นปัญหาที่มีเพียงคำตอบเดียว แต่มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ
3. ปัญหาแนะให้ค้นพบ (Guided discovery questions) เป็นปัญหาที่ต้องการมีการแนะนำหรือบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีหนทางในการหาคำตอบ

โพลยา (Polya. 1957: 154) ได้แบ่งประเภทของปัญหา **ตามจุดประสงค์ของปัญหา** ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problem to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ”

บาร์ดีย์ (Baroody. 1993: 2-34 - 2-36 ) ได้แบ่งประเภทของปัญหา **ตามตัวผู้แก้ปัญหา** ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (one - step) Translation Problems) มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักพบเห็นในหนังสือเรียน
2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบในหนังสือเรียน นักเรียนจะต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ซึ่งปัญหาประเภทนี้มักถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้วิธีการหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธีหรือหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ไม่เกินความรู้ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

#### 1.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาก็จะประสบผลสำเร็จหรือไม่นั้น กระบวนการแก้ปัญหาถือว่ามีความสำคัญสำหรับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1957: 5-40) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจ



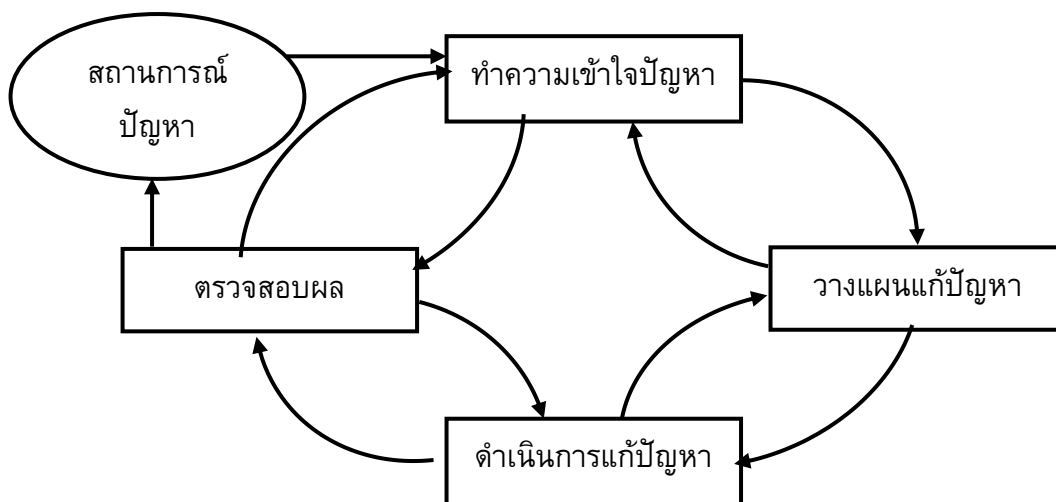
ปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ หรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในนี้ได้

วิลสันและคณะ (Wilson; et al. 1993: 60) ได้ร่วมกันพัฒนากรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson; et al. (1993). *Mathematical Problem Solving*. p. 60.

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพประกอบ 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้ เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถค้นหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือการตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

นอกจากนี้ครูลิคและรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1996: 5-6) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริง การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
2. ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และตัดสินใจเลือกข้อมูลที่จำเป็นและตัดข้อมูลที่ไม่มีจำเป็นทิ้งไป จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เขียนภาพ สร้างแบบจำลอง หรืออื่นๆ เพื่อวางแผนหาคำตอบ
3. ขั้นคัดเลือกกลยุทธ์ เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน กลยุทธ์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาคำตอบ
4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ เพื่อหาคำตอบ โดยใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม
5. ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ และควรจะขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ภายใต้สถานการณ์เดิม

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ให้นักเรียนได้เรียนรู้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้

### 1.5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคือเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาคือจะมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ดังนั้นนักเรียนควรที่จะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้กลยุทธ์ต่างๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนา

ความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไป สสวท. (2551: 12-42) ได้แบ่งประเภทของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

**1. การค้นหาแบบรูป** เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนคำตอบก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของตนเองได้

**2. การสร้างตาราง** เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้สรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หา ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป หรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจน ช่วยไม่ให้หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

**3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ** เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา วาดออกมาเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน การวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและง่ายต่อการทำความเข้าใจ ภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วนเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น

**4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด** เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้โดยมีระบบโดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อยๆ แล้วค่อยขจัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ ในบางครั้งอาจใช้กลยุทธ์นี้ร่วมกับกลยุทธ์การค้นหาแบบรูปและกลยุทธ์การสร้างตาราง

**5. การคาดเดาและตรวจสอบ** เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด โอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้กลยุทธ์นี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า

**6. การเขียนสมการ** เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปของสมการ หรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการใช้กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนด

มาให้แล้วเขียนสมการ หรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น หลังจากนั้นใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการ ต้องตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปได้ตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องโดยทั่วไปแล้วกลยุทธ์นี้มักใช้ในทางพีชคณิต

**7. การคิดแบบย้อนกลับ** เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้นการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาลักษณะนี้จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับกลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาเสียใหม่ โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมจากการทำย้อนกลับ กลยุทธ์นี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา

**8. การเปลี่ยนมุมมอง** เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหได้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาคับด้วยกลยุทธ์อื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของกลยุทธ์นี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

**9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย** เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย หรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย เช่น ปัญหาเดิมประกอบด้วยตัวเลขหลายหลัก หรือมีรูปแบบที่ยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาก็ไม่ชัดเจน การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิม จะช่วยให้สามารถหาวิธีแก้ปัญหได้ง่ายยิ่งขึ้น

**10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์** เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญห บางปัญหาใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคือได้ชัดเจน

**11. การให้เหตุผลทางอ้อม** กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาก็ต้องแสดงให้เห็นว่า เป็นไปไม่ได้ที่ข้อความ จะเป็นเท็จ โดยการสมมติว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นจริง

สำหรับการวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้นนักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ ฟังก์ชัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเปลี่ยนมุมมอง

## 1.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ ครูจำเป็นต้องทราบถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนะไว้ดังนี้

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ด (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 43-44)

ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ และให้ทำงานร่วมกันในการฝึกการแก้ปัญหา
3. ควรฝึกให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และข้อมูลที่จำเป็นต่อรู้ซึ่งโจทย์ไม่ได้กำหนดมาแต่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา
4. ควรตั้งคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจอย่างชัดเจนว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์คาดหวัง เพราะนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ถ้าหากไม่เข้าใจคำถามครูควรตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยการตั้งคำถาม และหากนักเรียนไม่เข้าใจครูควรสร้างบรรยากาศและใช้คำถามที่เข้าใจง่าย และควรอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบเพิ่มเติม
5. ควรนำเสนอปัญหาหลายๆ แบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซากและไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรนำเสนอปัญหาแก่นักเรียนบ่อยๆ จนกลายเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนไม่มองว่าเป็นทักษะที่แยกออกมา แต่เป็นสิ่งที่ต่อเนื่อง คู่กัน และเป็นกระบวนการที่จำเป็น
7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างและวิเคราะห์ปัญหา มีการอภิปรายถึงสิ่งที่โจทย์ลวงมาด้วย และควรอภิปรายถึงกลยุทธ์ที่ไม่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้
8. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลายๆ ข้อ ที่ใช้กลยุทธ์เดียวกัน เพื่อให้ นักเรียนได้เข้าใจสิ่งสำคัญของแต่ละกลยุทธ์ ซึ่งแต่ละกลยุทธ์ต่างก็มีความยืดหยุ่นและสามารถประยุกต์ไปสู่สถานการณ์ที่กว้างขึ้น และยังเป็นส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาเดียวกันได้หลายวิธี เพื่อให้เห็นว่ามีทางเลือกหลายทางในการแก้ปัญหา
9. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ
10. ควรช่วยเหลือนักเรียนให้นึกถึงปัญหาต่างๆ ที่สัมพันธ์กัน
11. ควรให้เวลานักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลและสะท้อนวิธีดำเนินการแก้ปัญหา
12. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา
13. ควรให้มีการอภิปรายถึงปัญหาที่หาทางแก้ได้ยาก

ครูลิกและรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1987: 39-74) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับครูไว้ดังนี้

1. ควรสร้างบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าสามารถแก้ปัญหาให้สำเร็จได้
  2. ควรจูงใจให้นักเรียนสนใจในการแก้ปัญหา
  3. ควรสอนให้นักเรียนรู้ถึงวิธีการแก้ปัญหา รู้จักพิจารณาได้ว่าข้อความส่วนใดที่เป็นแนวคิดสำคัญ
  4. ควรให้นักเรียนเป็นส่วนหนึ่งของปัญหา เช่น การใส่ชื่อนักเรียนเข้าไปในปัญหา หรือตั้งคำถามที่เกี่ยวกับตัวนักเรียน
  5. ควรให้นักเรียนรู้จักสร้างปัญหาได้ด้วยตนเอง
  6. ควรมีการจัดให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม
  7. ควรกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการเขียนภาพด้วยมือเปล่าโดยไม่ใช้เครื่องมือ
  8. ควรแนะนำวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ ที่แตกต่างจากแนวคิดของนักเรียน
- เพิ่มเติม
9. ควรส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ
  10. ควรเน้นความคิดสร้างสรรค์ทางด้านความคิดและจินตนาการ
  11. ควรส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักใช้เครื่องคำนวณ
  12. ควรนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์สมัยใหม่มาใช้
  13. ควรให้นักเรียนเขียนแผนภูมิสายงาน (Flow-chart) แสดงกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง
  14. ควรนำกิจกรรมเกมมาใช้ในชั้นเรียน
  15. ควรให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน
  16. ไม่ควรสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใหม่ในขณะที่สอนการแก้ปัญหา

บุญเพ็ญ บุบผามาตะง (2543: 23-26) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ให้นักเรียน เพื่อศึกษาว่าระดับความสามารถอยู่ในระดับใดแตกต่างกันขนาดไหน แต่ละคนมีจุดเด่นจุดด้อยตรงไหน อะไรจะต้องซ่อมและจะต้องเสริมจุดใด
2. การเลือก-สร้างโจทย์ปัญหา ควรเป็นเนื้อเรื่องที่นักเรียนสนใจ สอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียนและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน สถานการณ์ในโจทย์ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อที่เป็นของจริงหรือแบบจำลองประกอบการสอนได้ ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัย ไม่ใช่ถ้อยคำฟุ่มเฟือย ซับซ้อน
3. การวิเคราะห์โจทย์ เป็นขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะหากนักเรียนสามารถแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ โจทย์ต้องการทราบ

อะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีข้อมูลส่วนใดที่ไม่จำเป็นก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

4. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ หมายถึง การเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์อันประกอบด้วยตัวเลข เครื่องหมายแทนจำนวนและข้อความ ก่อนที่นักเรียนจะสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ ควรจะได้ทราบความหมายและสัญลักษณ์ของคำต่างๆ เช่น บวก ลบ คูณ หาร เท่ากับ ไม่เท่ากับ มากกว่า น้อยกว่า หลังจากนั้นจึงเริ่มการฝึกเขียนประโยคสัญลักษณ์ โดยอาจดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 4.1 ครูเขียนโจทย์บนกระดาน แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์
- 4.2 ครูอ่านโจทย์ให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 ครูเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดาน แล้วให้นักเรียนเขียนโจทย์ตาม

เป็นต้น

5. การประมาณคำตอบ เป็นกระบวนการหาค่าโดยประมาณ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจ หรือพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ การประมาณคำตอบจึงเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้นักเรียนปฏิบัติจนเกิดเป็นนิสัยก่อนลงมือแก้ปัญหาทุกครั้ง โดยอาจเริ่มต้นจากการนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน หรือเรื่องราวที่กำลังอยู่ในความสนใจมาให้นักเรียนฝึกคิดหาคำตอบโดยไม่ต้องเขียน มีการเสริมแรงเพื่อกระตุ้นให้คิดแก้ปัญหาที่ยากขึ้น

6. การเสริมสร้างทักษะการคำนวณ เป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว โดยการจัดกิจกรรมหลายๆ อย่างที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายและใกล้ตัว ให้การเสริมแรงเป็นระยะๆ จนเกิดเป็นนิสัยสามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว

7. ฝึกการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี โจทย์เดียวกันอาจมีวิธีการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี ดังนั้นครูจึงไม่ควรจำกัดขอบเขตของการคิดว่าจะต้องทำตามวิธีการและขั้นตอนที่ครูสอนเท่านั้น เพราะการทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบโดยขาดความเข้าใจ นักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีข้อความแตกต่างจากที่เคยพบในห้องเรียนได้ ในทางกลับกัน ควรส่งเสริมนักเรียนที่มีแนวคิดแตกต่างออกไปจากที่ครูสอน แต่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องตรงกันกับวิธีที่ครูสอน

8. การพัฒนาความสามารถทางภาษา เนื่องจากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นั้น เนื่องจากขาดความเข้าใจภาษา ขาดทักษะในการอ่าน การเก็บใจความ และความหมายของคำต่างๆ เช่น คำว่า รวม ผลต่าง หักออก ไข้ไป หามาเพิ่ม มากกว่า น้อยกว่า หรือแม้กระทั่งความเข้าใจหน่วยในการชั่ง ตวง วัด ตลอดจนคำย่อต่างๆ ซึ่งครูต้องนำไปสอนให้เกิดความสัมพันธ์กันระหว่างวิชาภาษาไทยกับคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ความสามารถทางภาษาไทยมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

9. การใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม

ในโจทย์มากขึ้น ช่วยในการจินตนาการและการคิดค้นหาคำตอบ สื่อการสอนอาจเป็นของจริง เช่น ไม้ไอศกรีม ฝาจากน้ำอัดลม ก้อนหิน ส่วนสื่อที่เป็นรูปภาพอาจจะตัดจากหนังสือพิมพ์ ปฏิทิน หรือครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเอง หลังจากเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องแล้ว ก็ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาในใจเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงพอสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาพิจารณาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเลือกปัญหาที่นำมาใช้ให้เหมาะสม การจัดบรรยากาศในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิด การกำหนดเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอน

## 2. แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ มาตรฐานด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสมาคมนักคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้เสนอไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในปี ค.ศ. 2000 ดังนี้ (สสวท. 2551: 160)

- นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆ ผ่านการแก้ปัญหาได้  
(Build new mathematical knowledge through problem solving)
- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และบริบทอื่นๆ ได้  
(Solve problems that arise in mathematics and in other context)
- นักเรียนสามารถเลือกใช้และปรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้  
หลากหลาย (Apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems)
- นักเรียนสามารถตรวจตราและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้  
(Monitor and reflect on the process of mathematical problem solving)

สำหรับประเทศไทย ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ในสาระที่ 6: ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งได้ระบุตัวชี้วัดชั้นปี ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551: 54-56)

ตัวชี้วัดชั้น ป.1-3

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัดชั้น ป.4-6

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา



2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัดชั้น ม.1-3

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัดชั้น ม.4-6

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

สำหรับการวิจัยนี้ มาตรฐานหรือจุดมุ่งหมายการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้

- ด้านการทำความเข้าใจปัญหาวทางคณิตศาสตร์
- ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาว
- ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

## 2.2 สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

สถานการณ์ปัญหาวที่ควรนำมาเป็นสื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาวที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน ซึ่งมีผลการวิจัยบ่งชี้ว่าปัญหาวในสถานการณ์จริง ปัญหาวที่ใช้ชื่อของนักเรียนในชั้นเรียน หรือชื่อบุคคลสำคัญ หรือสถานการณ์จริงที่กำลังเป็นที่สนใจในขณะนั้น มีความน่าสนใจและมีความหมายสำหรับนักเรียนมาก (Kroll; & Miller. 1993: 66; Lester. 1980: 291) นอกจากนี้ ควรเป็นปัญหาวที่ไม่ง่ายและไม่ยากเกินไป เพราะถ้ายากเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาวได้สำเร็จ (สสวท. 2551: 171)

2. เป็นปัญหาวที่แปลกใหม่และไม่คุ้นเคย ซึ่งนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวนั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวนั้นมาแล้ว ปัญหาวนั้นก็ไม่ใช่ปัญหาวที่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาวที่นักเรียนคุ้นเคยครูอาจดัดแปลงหรือกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่ หรือเปลี่ยนแง่มุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาวที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียน (สสวท. 2551: 171)

3. เป็นปัญหาวที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวหลายๆ แบบ และมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ (สสวท. 2551: 172)

4. เป็นปัญหาในสถานการณ์จริงที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะและกระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (สสวท. 2551: 172)

5. เป็นปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง (สสวท. 2551: 172)

6. เป็นปัญหาที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ (สสวท. 2551: 173)

7. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ (สสวท. 2551: 173)

8. เป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง มีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา อะไรคือสิ่งที่กำหนดมาให้ มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย (Kroll; & Miller. 1993: 66; สสวท. 2551: 174)

สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ สถานการณ์ปัญหาที่ใช้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย แปลกใหม่ ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

### 2.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา เป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง โดยมีแนวทางในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้ (สสวท. 2551: 180-186)

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย ซึ่งทำให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำเสนอกลยุทธ์แก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงกลยุทธ์แก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับกลยุทธ์แก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด และกระบวนการของการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเอง อาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำเดียว เติมคำตอบสั้นๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม เพราะจะช่วยให้นักเรียนฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูรู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด และควรซักถาม อภิปรายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ทำให้นักเรียนไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้กลยุทธ์แก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กลยุทธ์แก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากให้นักเรียนฝึกการตั้งคำถามกับตัวเองบ่อยๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ การแก้ปัญหาหลายๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาแบบเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบการคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย โดยการให้นักเรียนเขียนบันทึกในหัวข้อเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำแล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ากลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

#### 2.4 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชาร์ลส์ เลสเตอร์และโอดาฟเฟอร์ (Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 15-61) แนะนำวิธีประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 วิธี ได้แก่ (1) การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน (Observing and questioning) (2) การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน (Using self-assessment data from students) (3) การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring) และ (4) การใช้แบบทดสอบ (Using tests)

##### วิธีที่ 1 การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน

การสังเกตและการถามคำถามนักเรียนเป็นวิธีการประเมินที่มีคุณค่ามาก สามารถใช้ประเมินในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยครูจะประเมินในขณะที่เดินตรวจตราไปยังกลุ่มต่างๆ ขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียน ครูจะต้องบันทึกข้อมูลที่ได้อันตรงประเด็นทันทีที่ได้ข้อมูล เครื่องมือที่ครูใช้ในการบันทึกข้อมูลประกอบด้วยแบบบันทึกผลการสังเกต (Comment card) แบบตรวจสอบรายการ (Checklist) และ มาตรการประเมิน (Rating scale) ซึ่งตัวอย่างของเครื่องมือเหล่านี้แสดงดังภาพประกอบ 2-4 ตามลำดับ

แบบบันทึกผลการสังเกตการแก้ปัญหา		
ชื่อ - สกุล	_____	วันที่ 10/5
ผลการสังเกต		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- รู้วิธีหาแบบรูป และรู้ว่าเมื่อไรควรจะหาแบบรูป</li> <li>- รู้ว่าตารางจะช่วยให้หาแบบรูปได้ง่ายขึ้น</li> <li>- มีความพยายามที่จะหาคำตอบ</li> </ul>	

ภาพประกอบ 2 ตัวอย่างแบบบันทึกผลการสังเกตการแก้ปัญหา

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 18.

แบบตรวจสอบรายการ	
ชื่อ - สกุล	..... วันที่.....
..... 1	ชอบแก้ปัญหา
..... 2	ทำงานร่วมกับคนอื่นในกลุ่ม
..... 3	แสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา
..... 4	มีความพยายามที่จะหาแบบรูปในการแก้ปัญหา
..... 5	พยายามทำความเข้าใจปัญหา
..... 6	นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาใช้แก้ปัญหา
..... 7	คิดหากลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
..... 8	มีความยืดหยุ่น พยายามเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ มาใช้แก้ปัญหาเมื่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกมาครั้งแรกไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้
..... 9	ตรวจคำตอบ
..... 10	สามารถอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้

ภาพประกอบ 3 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 18.

มาตรการประเมินการสังเกตการแก้ปัญหา			
ชื่อ - สกุล.....	วันที่.....		
	บ่อย	บางครั้ง	ไม่เคย
1. เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม	.....	.....	.....
2. ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้หาคำตอบได้ถูกต้อง	.....	.....	.....
3. พยายามเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ เมื่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเดิมไม่สามารถหาคำตอบได้	.....	.....	.....
4. จัดกระทำกับปัญหาอย่างเป็นระบบ เช่น แยกคำถามออกเป็นข้อๆ ระบุข้อมูล ที่จำเป็น วางแผน แก้ปัญหาและตรวจคำตอบ	.....	.....	.....
5. แสดงให้เห็นว่ามีความเต็มใจที่จะแก้ปัญหา	.....	.....	.....
6. แสดงให้เห็นว่ามีความเชื่อมั่นในตนเอง	.....	.....	.....
7. มีความพยายามในการแก้ปัญหา	.....	.....	.....

ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างมาตรการประเมินการสังเกตการแก้ปัญหา

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 19.

## วิธีที่ 2 การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน

การประเมินตนเองเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา การประเมินด้วยวิธีนี้จะได้รับประโยชน์มากน้อยแค่ไหนขึ้นอยู่กับสิ่งที่นักเรียนเขียนสะท้อนเกี่ยวกับความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ รูปแบบการคิดและอื่นๆ ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหามากน้อย และตรงตามความเป็นจริงแค่ไหน การประเมินตนเองแบ่งออกเป็น 2 แบบ ได้แก่ (1) การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (2) การให้นักเรียนประเมินผลการรายงาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การประเมินตนเองแบบนี้ทำได้หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จใหม่ๆ ให้นักเรียนทวนนึกถึงประสบการณ์ขณะที่กำลังแก้ปัญหา แล้วเขียนอธิบายว่าตนเองคิดอย่างไรในขณะที่กำลังแก้ปัญหา

แนวคำถามที่เป็นประโยชน์ต่อการเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแสดงได้ดัง ภาพประกอบ 5

**คำถามเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเขียนสะท้อน  
ความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ให้นักเรียนใช้คำถามต่อไปนี้เป็นแนวทางในการเขียนอธิบายความคิด  
ในขณะที่กำลังแก้ปัญหา

1. นักเรียนทำอะไร หรือคิดอย่างไร เมื่อพบปัญหาครั้งแรก
2. นักเรียนได้นำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามาใช้บ้างหรือไม่ กลยุทธ์อะไร นำมาใช้อย่างไร และใช้หาคำตอบได้หรือไม่
3. เมื่อวิธีคิดที่ใช้ครั้งแรกไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนได้ลองหาวิธีใหม่มาใช้แก้ปัญหบ้างหรือไม่ และนักเรียนรู้สึกอย่างไรกับการทำเช่นนั้น
4. นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ และมีความรู้สึกอย่างไร
5. นักเรียนได้ตรวจคำตอบหรือไม่ และมั่นใจหรือไม่ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง
6. โดยภาพรวมแล้วนักเรียนรู้สึกอย่างไรกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาค้างนี้

ภาพประกอบ 5 ตัวอย่างคำถามเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 24.

2. การให้นักเรียนตอบแบบประเมินผลการรายงานหรือการบันทึกประสบการณ์การแก้ปัญหา เป็นชุดของข้อคำถามที่ให้นักเรียนตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อการแก้ปัญหของตนเอง ตัวอย่างแบบประเมินผลการรายงานเจตคติ และแบบประเมินกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแสดงดังภาพประกอบ 6-7

### แบบประเมินผลการรายงานเจตคติ

ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ หรือ × หน้าข้อที่ตรงกับความคิดเห็นและไม่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนตามลำดับ ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา

- ..... 1. ฉันตั้งใจจะทำข้อสอบให้เสร็จทุกข้อไม่ว่าคำตอบที่เติมลงไปนั้นจะถูกหรือผิดก็ตาม
- ..... 2. การพยายามจะแก้ปัญหาไม่ใช่เรื่องที่สนุกเลย
- ..... 3. ฉันจะพยายามแก้ปัญหาให้ได้เกือบทุกข้อ
- ..... 4. เมื่อไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ฉันจะเลิกแก้ปัญหาข้อนั้น
- ..... 5. ฉันชอบแก้ปัญหายาก ๆ
- ..... 6. ความคิดในการแก้ปัญหาของฉันไม่ค่อยดีเท่าของนักเรียนคนอื่น ๆ
- ..... 7. ปัญหาข้อที่ใคร ๆ สามารถแก้ได้ ฉันก็แก้ได้เช่นเดียวกัน
- ..... 8. ฉันจะไม่หยุดแก้ปัญหา トラบใดที่ยังไม่ได้คำตอบ
- ..... 9. ฉันมั่นใจว่าต้องแก้ปัญหาได้เกือบทุกข้อ
- ..... 10. ฉันจะทุ่มเทเวลาให้กับการแก้ปัญหา

ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างแบบประเมินผลการรายงานเจตคติ

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 27.



### แบบประเมินผลกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนนึกถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ และ  
ตรวจสอบว่าตรงกับข้อใดบ้างต่อไปนี้

- ..... 1. ในขณะที่แก้ปัญหาฉันไม่ได้นึกถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
- ..... 2. ความคิดที่จะใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแวบเข้ามาในสมองฉัน  
แต่ฉันก็ไม่ได้คิดถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นมากนัก
- ..... 3. ฉันเพียงแค่มองรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้นำ  
กลยุทธ์ใดมาใช้
- ..... 4. ฉันมองดูรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ใน  
การแก้ปัญหาเหล่านั้นมาใช้
- ..... 5. ฉันไม่ได้มองรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ฉันคิดกลยุทธ์  
ในการแก้ปัญหาได้เองแล้วทดลองนำไปใช้แก้ปัญหา
- ..... 6. ฉันใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหายังน้อย 1 กลยุทธ์ และกลยุทธ์  
ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นช่วยให้ฉันหาคำตอบได้
7. ฉันได้พยายามใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นใน  
การแก้ปัญหามาแล้ว
- .....การคาดเดาและตรวจสอบ      .....การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
- .....การสร้างตาราง                      .....การคิดแบบย้อนกลับ
- .....การเขียนภาพหรือแผนภาพ      .....การค้นหาแบบรูป
- .....การจัดข้อมูลให้เป็นหมวดหมู่      .....การเขียนสมการ
- .....กลยุทธ์ในการแก้ปัญห่อื่น ๆ (ระบุ)
- .....

ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างแบบประเมินผลกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 28.

### วิธีที่ 3 การให้คะแนนแบบรูปรีค

การให้คะแนนแบบรูปรีค เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากงานที่นักเรียนทำ หรือ พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือ พฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจน และเป็นรูปธรรม ซึ่งการให้คะแนนแบบรูปรีคที่นิยมใช้ในการประเมินงานเขียนมี 2 แบบ คือ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ และการให้คะแนนแบบองค์รวม ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตาม องค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาเป็น ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงาน ผล โดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ มักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่น หรือจุดด้อยของนักเรียนใน แต่ละด้าน แล้วนำผลการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น การประเมินผล โดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ แสดงดังภาพประกอบ 8

ขั้นตอน ที่พิจารณา	คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน
ขั้นการทำ ความเข้าใจ ปัญหา	0	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
	1	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน
	2	นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผน แก้ปัญหา	0	นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหา หรือ วางแผน ไม่เหมาะสม
	1	แผนการแก้ปัญหาบางส่วนเหมาะสมและใช้แก้ปัญหาได้
	2	วางแผนได้เหมาะสมและสามารถใช้แก้ปัญหาได้
ขั้นได้คำตอบ	0	ไม่มีคำตอบหรือคำตอบผิดอันเป็นผลมาจากการวางแผน ที่ไม่เหมาะสม
	1	ผิดพลาดในขั้นคำนวณคำตอบ หรือตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน
	2	ตอบคำถามและระบุหน่วยคำตอบได้ครบถ้วนและถูกต้อง

ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 30.

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้านๆ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสิน หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน เป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้างๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้างๆ การประเมินผลด้วยวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวมแสดงดังภาพประกอบ 9

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน
0	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนส่งกระดาษเปล่า</li> <li>- นักเรียนลอกโจทย์ซ้ำ โดยไม่ปรากฏร่องรอยการนำข้อมูลมาดำเนินการแต่อย่างใด</li> <li>- นักเรียนเขียนเฉพาะคำตอบ แต่เป็นคำตอบที่ผิดโดยไม่ปรากฏวิธีทำ</li> </ul>
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนแสดงวิธีทำหลังจากเขียนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ซึ่งมีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา แต่วิธีหาคำตอบไม่ถูกต้อง</li> <li>- นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้และไม่มีร่องรอยว่าเปลี่ยนไปใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่น</li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมและไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องแต่มีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา</li> <li>- นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ ไม่ได้คำตอบ หรือ นำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไปใช้ผิดทำให้ได้คำตอบผิด</li> <li>- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาย่อยได้ แต่ ไม่มีร่องรอยว่าทำได้มากกว่านั้น</li> <li>- นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ ครูไม่เข้าใจวิธีการที่นักเรียนเขียนอธิบายหรือไม่แสดงวิธีทำ</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้ แต่ เข้าใจปัญหาบางส่วนผิด หรือ ละเลยเงื่อนไขบางอย่างในสถานการณ์ปัญหา</li> <li>- นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาถูกต้องแต่ตอบปัญหาผิดโดยไม่มีเหตุผลปรากฏหรือตัวเลขบางส่วนในคำตอบถูกต้องแต่ไม่ได้เขียนคำตอบหรือเขียนคำตอบผิดหรือไม่มีคำตอบ</li> <li>- นักเรียนเขียนคำตอบถูกต้อง และ มีร่องรอยว่าเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ วิธีที่ใช้ไม่สมบูรณ์</li> </ul>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาถูกต้อง (แต่ไม่สมบูรณ์) ซึ่งไม่ส่งผลต่อการเข้าใจปัญหาผิด หรือเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาผิด แต่อาจผิดจากการลอกโจทย์ผิด หรือ คิดคำนวณผิด</li> <li>- เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และได้คำตอบที่ถูกต้อง</li> </ul>

ภาพประกอบ 9 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. P. 35.

## วิธีที่ 4 การใช้แบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple-choice test) แบบทดสอบชนิดเลือกตอบประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลายๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

2. แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion test) แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่เว้นช่องว่างเอาไว้เพื่อให้นักเรียนเติมคำตอบของสัญลักษณ์ หรือประโยคที่คิดว่าถูกต้องลงในช่องว่าง

สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน และใช้แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนามเพื่อบันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียน

### 2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ทูกอว์ (Tougaw. 1993: 2934-A) ได้ศึกษาผลจากการใช้วิธีการสอนแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิดจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี นอกจากนั้นยังพบว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีผลทางบวกต่อความสามารถในการแก้ปัญหาแต่เพศไม่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

ฮาร์ท (Hart. 1993: 167-169) ได้ศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคขัดขวางและปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอนแบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคขัดขวางความสามารถในการแก้ปัญหานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้นๆ 2) การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินไป 3) การขาดการกำกับความสามารถด้านสติปัญญาของตนเอง 4) การขาดความเชื่อ และพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุนความสามารถในการแก้ปัญหานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) ความร่วมมือช่วยกันภายในกลุ่ม 2) การกำกับภายในกลุ่ม 3) บรรทัดฐานทางสังคมในการแก้ปัญหานั้นเป็นกลุ่มย่อย

วิลเลียมส์ (Williams. 2003: 185-187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาพฤติกรรมในการแก้ปัญหานโดยเน้นการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 42 คน สอนโดยครูคนเดียวกัน หัวข้อเรื่องที่เรียนเหมือนกัน แต่กลุ่มทดลอง 22 คน เรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาน และกลุ่มควบคุม 20 คน เรียนโดยใช้การแก้ปัญหานตามขั้นตอนปกติ

มีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนมากกว่า 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และนักเรียนมากกว่า 80% บอกว่ากิจกรรมดังกล่าวช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

### งานวิจัยในประเทศ

ชินกมล กมลานนท์ (2546: 69-70) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการของแฟ้มสะสมงานและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการเรียนจากกิจกรรมการเรียนการสอนโดยได้รับกระบวนการแฟ้มสะสมงาน และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการเรียนจากแฟ้มสะสมงานกับการเรียนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี จำนวน 68 คน ผลจากการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยได้รับการพัฒนาแฟ้มสะสมงานมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหารายด้านและภาพรวมในระดับดีมาก โดยมีค่าเฉลี่ยด้านการวิเคราะห์โครงสร้างปัญหามากที่สุด รองลงมา คือ การตัดสินใจเลือกวิธีการทำความเข้าใจในปัญหา คุณภาพของงาน และการตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ตามลำดับ 2) นักเรียนที่เรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแฟ้มสะสมงาน มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่เรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการแฟ้มสะสมงาน มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นฎกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 50-52) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โรงเรียนอัสสัมชัญพาณิชยการ เขตสาทร กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 หลังการทดลองโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนการทดลองโดยใช้การเรียนแบบร่วมมืออย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2548: 94-100) ได้วิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและศึกษาผลของโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาสำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ที่มีต่อศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า คะแนนมัธยฐานในด้านศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนมัธยฐานของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ คะแนนมัธยฐานในด้านความเชื่อที่เหมาะสมเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองไม่สูงกว่าคะแนนมัธยฐานของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ ระหว่างที่โปรแกรมนี้ดำเนินการอยู่ เมื่อนักศึกษาครูในกลุ่มทดลองมีประสบการณ์แก้ปัญหาเพิ่มขึ้น นักศึกษาครูได้ใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และอธิบายกลุ่มก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา ในการปรับและเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหานั้น นักศึกษาครูสามารถสร้างแผนภาพประกอบ หรือแผนผังได้ชัดเจนขึ้น มีระบบในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด และมีการนิยามตัวแปรและสมการที่เหมาะสมขึ้น อีกทั้งยังมีการใช้เหตุผลเชิงตรรกะมาสนับสนุนมากขึ้นด้วย

สุริเยส สุขแสวง (2548: 73-79) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่ามัธยฐานเลขคณิต ค่ามัธยฐานเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยเทคนิคการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อุบล ภูสมบุญ (2548: 72-74) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยคือ 1) เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักศึกษา 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ที่กำลังเรียนอยู่ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาหลังการทดลองของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร โคตรหนองปิง (2549: 51) ได้ศึกษาผลการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนป่าหวายวิทยายน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวนนักเรียน 26 คน มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ

ความสามารถของกระบวนการแก้ปัญหาเมื่อใช้วิธีสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 55.38 ของคะแนนเต็ม และความสามารถในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 47.75 ซึ่งมีคุณภาพในระดับพอใช้

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: 77-81) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 50 คน ในกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นอกจากนี้นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

โสภณ ไทยจีน (2551: 87-92) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน มีความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนมากกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนมากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพผู้วิจัยใช้ในการประเมินพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น และผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของการสัมภาษณ์เหล่านั้น ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน
3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. เก็บรวบรวมข้อมูล
5. วิเคราะห์ข้อมูล



## 1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 30 คน นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างนี้ได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่มจากทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 110 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยนำคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดให้นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 1–8 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 9–22 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 23–30 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ หลังจากนั้นเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมา 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมา 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมา 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

## 2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเรื่องฟังก์ชัน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยดัดแปลงมาจากกรอบแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 47–54) และ ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: 36-43) ดังนี้

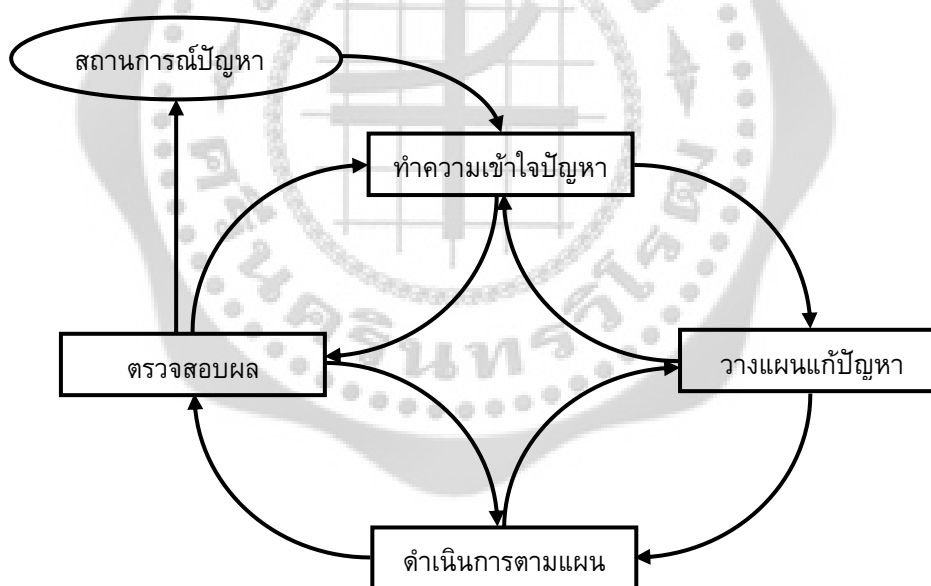
### จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

### ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้

ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ เป็นกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ขณะที่ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้เรียนรู้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเปลี่ยนมุมมอง นักเรียนได้มีโอกาสลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางของตนเอง โดยแต่ละปัญหามีกลยุทธ์ใน

การแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน ที่ไม่เกินความรู้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้นักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ โดยได้ร่วมคิดและลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยที่แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4-5 คน แบบละความสามารถ กล่าวคือ มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2-3 คน และต่ำ 1 คน นักเรียนแต่ละคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอผลการแก้ปัญหาทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนได้มีโอกาสอภิปรายผลการแก้ปัญหาในชั้นเรียน

### แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างนั้น ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

- ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1-4
- ช่วงที่ 2 คาบเรียน 5-7
- ช่วงที่ 3 คาบเรียน 8-10

โดยในแต่ละช่วงมีรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

ช่วงที่ 1 กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 1 เป็นการแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาง่ายๆ และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่ การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเขียนภาพหรือแผนภาพ ในคาบเรียน 2-3 เป็นการฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่ การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเปลี่ยนมุมมอง และการสร้างตาราง พร้อมทั้งให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ ส่วนคาบเรียน 4 เป็นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

ช่วงที่ 2 กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 5-6 เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนสมการ และการคาดเดาและตรวจสอบ พร้อมทั้งให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ ในทำนองเดียวกัน ในคาบเรียน 7 เป็นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

ช่วงที่ 3 เป็นช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มากขึ้น กิจกรรมการเรียนรู้ใน คาบเรียน 8-9 ยังคงให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย และสามารถ เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป และ การคาดเดาและตรวจสอบ พร้อมทั้งให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และในคาบเรียน 10 ซึ่งเป็นคาบเรียนสุดท้าย เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลผ่านการแก้ปัญหา ที่ไม่คุ้นเคยโดยสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว ดังตาราง 1



ตาราง 1 กิจกรรมการเรียนรู้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

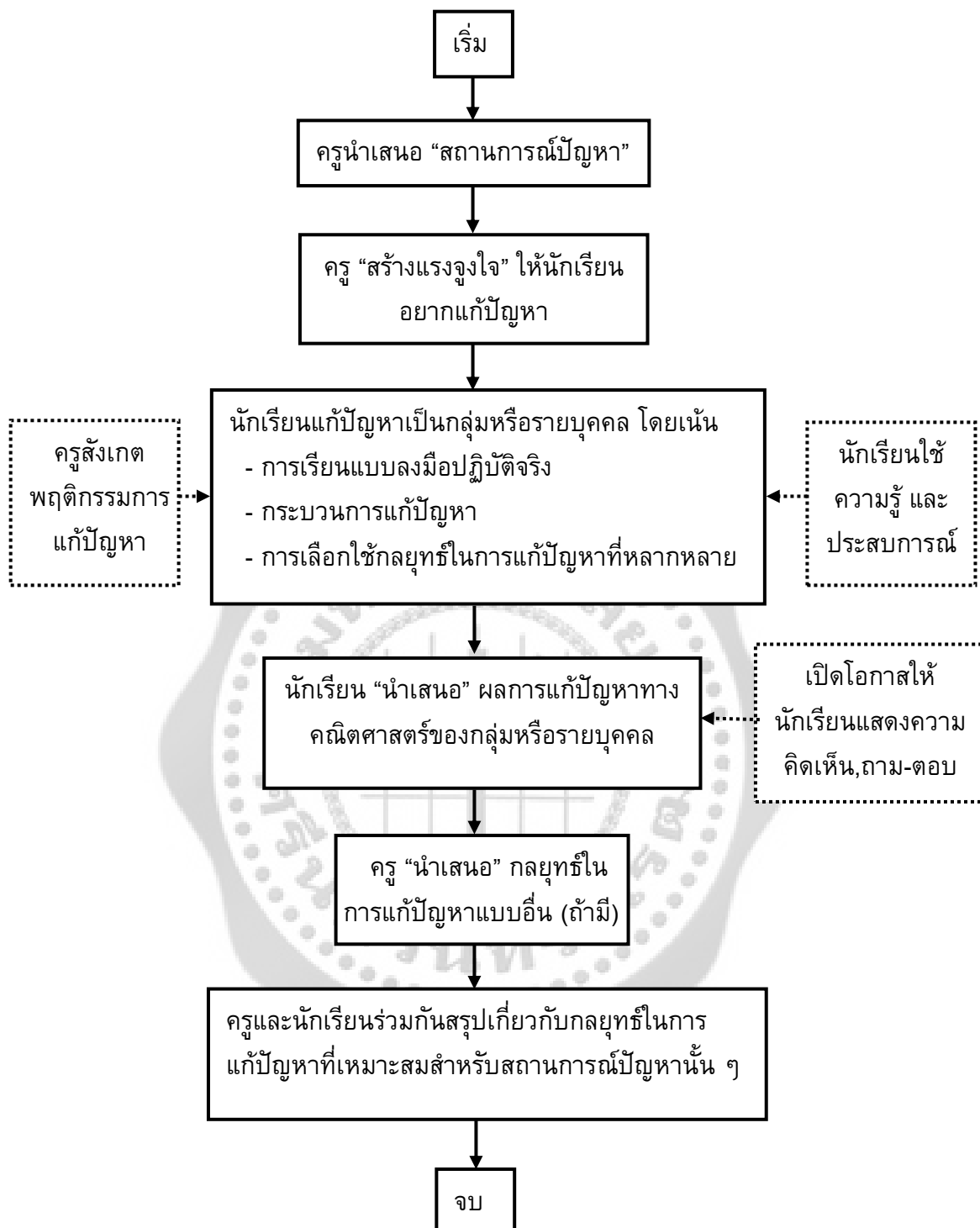
คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนรู้
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาง่าย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเขียนภาพหรือแผนภาพ</li> </ul>
2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหา</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาคู่ขนาน สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายซึ่งได้แก่ การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเปลี่ยนมุมมอง และการสร้างตาราง</li> <li>- สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (เฉพาะคาบเรียน 2)</li> </ul>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนานที่เรียนรู้แล้ว</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาคู่ขนานเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาคู่ขนาน สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนานที่เรียนรู้แล้ว</li> </ul>
5-6	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนาน</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาคู่ขนานเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาคู่ขนาน สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนานที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนสมการ และการคาดเดาและตรวจสอบ</li> <li>- สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาคู่ขนาน (เฉพาะคาบเรียน 6)</li> </ul>
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาคู่ขนานและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนานที่เรียนรู้แล้ว</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาคู่ขนานเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาคู่ขนาน สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคู่ขนานที่เรียนรู้แล้ว</li> </ul>

## ตาราง 1 (ต่อ)

คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนรู้
8-9	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ</li> <li>- สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เฉพาะคาบเรียน 8)</li> </ul>
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ที่เรียนรู้แล้ว</li> <li>- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว</li> </ul>

สำหรับขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน โดยเฉพาะกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มและการแก้ปัญหารายบุคคล ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังภาพประกอบ 11





ภาพประกอบ 11 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 53.

### 3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน (2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

#### เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยในการดำเนินการแต่ละแผน ใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 60 นาที เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระพื้นฐาน

#### เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล

ในงานวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และ (2) แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน มีรายละเอียดดังนี้

#### 1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

##### ฟังก์ชัน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ไม่เกินความรู้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการแก้ปัญหา โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตาราง 2



ตาราง 2 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนน
<ul style="list-style-type: none"> <li>- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน</li> <li>- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่ถูกต้อง</li> <li>- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาบางส่วนถูกต้อง</li> <li>- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง</li> </ul>	<p style="text-align: center;">5</p> <p style="text-align: center;">3</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">0</p>
ด้านการเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม</li> <li>- เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่คำตอบได้</li> <li>- แสดงร่องรอยการเลือกใช้หรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา</li> <li>- ไม่แสดงร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา</li> </ul>	<p style="text-align: center;">5</p> <p style="text-align: center;">3</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">0</p>
ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน	
<p>(1) การแสดงคำอธิบายที่ชัดเจน</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายได้ชัดเจน</li> <li>- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</li> <li>- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</li> <li>- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ แต่ไม่แสดงการอธิบายหรืออธิบายผิด</li> <li>- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบเพียงบางส่วนหรืออธิบายเพียงบางส่วน</li> <li>- ไม่แสดงกระบวนการค้นหาหรือการอธิบายเลย</li> </ul> <p>(2) การค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตอบได้ถูกต้อง และครบถ้วน</li> <li>- ตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน</li> <li>- ตอบไม่ถูกต้อง</li> </ul>	<p style="text-align: center;">6</p> <p style="text-align: center;">5</p> <p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">3</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">0</p> <p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">0</p>

## 2. แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้บันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม

### ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย/ขอบเขตของเครื่องมือแต่ละชนิด
2. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากรวบรวมปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ และสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ที่ใช้ความรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน หลังจากนั้นนำมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน แล้วเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

2.2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 8 ข้อ มาสร้างเป็นแบบทดสอบ

2.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม โดยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 132–133)

3. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถาม สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีการให้คะแนนข้อสอบแต่ละข้อ ดังนี้

- |          |         |                                |
|----------|---------|--------------------------------|
| คะแนน +1 | หมายถึง | ข้อสอบใช้ได้                   |
| คะแนน 0  | หมายถึง | ไม่แน่ใจว่าข้อสอบใช้ได้หรือไม่ |
| คะแนน -1 | หมายถึง | ข้อสอบใช้ไม่ได้                |

4. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยคัดเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

5. นำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่องจำนวน 30 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม อำเภอเคียนซา จังหวัดสุราษฎร์ธานี

6. นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่องมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20–0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ดูรายละเอียดภาคผนวก ก)

7. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ในข้อ 6 โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 0.6

8. ปรับแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เหมาะสมและมีความชัดเจน เพื่อเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

#### 4. เก็บรวบรวมข้อมูล

##### แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง แล้วทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง

##### การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 10 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการทดลอง มีดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม จำนวน 1 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยสังเกตการณ์ บันทึกพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้กล้องวิดีโอและการสัมภาษณ์ประกอบ

2. เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

## 5. วิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
2. คำนวณจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z (Z – Test for Population Proportion)
4. นำผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล่องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น และ ผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกล่องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของการสัมภาษณ์ มาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)
3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบ Z

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ แล้วนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และตอนที่ 2 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

#### ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

##### 1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ )	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรมในชั้นเรียน	60	44.47	74.17	4.22
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน	40	29.47	73.68	3.41
รวม	100	73.93	73.93	6.81

จากตาราง 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนเท่ากับ 44.47 คิดเป็นร้อยละ 74.17 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.22 ขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เท่ากับ 29.47 คิดเป็นร้อยละ 73.68 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.41 จึงส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เท่ากับ 73.93 คิดเป็นร้อยละ 73.93 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.81

## 1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้รวมคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน แล้วคำนวณจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ โดยใช้การทดสอบลิลีสฟอर्स ซึ่งพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข หน้า 98) ดังนั้นผู้วิจัยจึงทดสอบสมมติฐาน โดยใช้การทดสอบ Z ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย แสดง ดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ (คน)	Z-score	ค่าวิกฤต
30	24	80	2.24*	1.645

\* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

## ตอนที่ 2 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์จำนวน 1 คน ร่วมกันวิเคราะห์ (1) ผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (2) ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น และ (3) ผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของการสัมภาษณ์เหล่านั้น

สำหรับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถในด้าน (1) การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2) การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และ (3) การหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน ซึ่งในนั้นมีนักเรียนเป้าหมายรวมอยู่ด้วยจำนวน 4 คน ได้แก่ ทิวา ราตรี จำปี และสร้อยฟ้า (นามสมมติ) โดยที่ทิวาเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ชอบคิด ชักถามเมื่อมีข้อสงสัยและชอบแสดงความคิดเห็น ในขณะที่ราตรีและจำปีเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง ชักถามและแสดงความคิดเห็นเป็นบางครั้ง ส่วนสร้อยฟ้าเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ไม่ชอบแสดงความคิดเห็นแต่คอยฟังความคิดเห็นของกลุ่มและคล้อยตาม

ดังที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 3 ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้การสอนออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1-4

ช่วงที่ 2 คาบเรียน 5-7

ช่วงที่ 3 คาบเรียน 8-10

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ได้ร่วมกันตัดสินใจเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่เด่นชัดมาอธิบาย ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 2 หรือ 3 มาอภิปรายว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน อย่างไรก็ตามในตอนต้นของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 6 หรือ 7 มาอภิปรายว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลง และเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 9 หรือ 10 มาอภิปรายว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงไปจากช่วงที่ 2 และยังคงแสดงอยู่ อย่างสม่ำเสมอ

รายละเอียดของพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ในด้านต่างๆ มีดังนี้

## 2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาพฤติกรรมการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหา กำหนดและสิ่งที่ต้องการหา ตลอดจนความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ สถานการณ์ปัญหา เงื่อนไขสำคัญของปัญหาและความสัมพันธ์ต่างๆ ของข้อมูลขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ และ ผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ อยู่ 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา (2) นักเรียนแสดงร่องรอยการการขีดเขียนหรือวาดรูปประกอบมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา และ (3) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

### (1) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “เทียบไซ เจ้าปัญหา” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เทียนติดไฟ และความยาวของเทียน โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหา ในภาคผนวก ง หน้า 144) สำหรับกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาน้อยมาก (ประมาณ 1 นาที) ทั้งๆ ที่สถานการณ์ค่อนข้างยาว โดยอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา หลังจากอ่านแล้วนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทันที สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวา ราตรี จำปี และสร้อยฟ้า ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 40-60 วินาที หลังจากอ่านสถานการณ์ปัญหาแล้วนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนลงมือแก้ปัญหาทันทีแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ต้องหยุดการแก้ปัญหาแล้วย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์ปัญหาใหม่ เพื่อให้เข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด



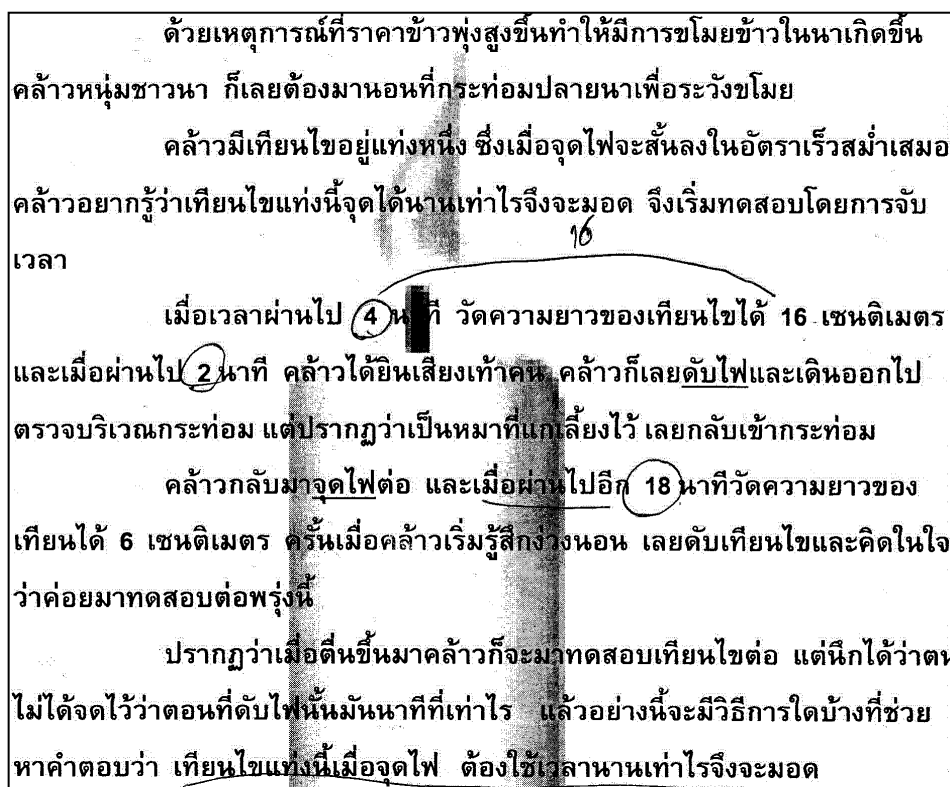
ในช่วงที่ 2 คาบเรียน 6 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “แพน-เวียร์ เบเกอร์” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่าง ราคาสินค้า และจำนวนสินค้าที่ขายได้ เมื่อกำหนดเงื่อนไขของการลดราคาสินค้าและจำนวนสินค้าที่ขายได้มาให้ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 145) สำหรับกิจกรรมนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหามากขึ้น (2-3 นาที) โดยอ่านสถานการณ์ปัญหาด้วยความตั้งใจและวิเคราะห์ปัญหาเพื่อค้นหาสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้และเงื่อนไขต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหาก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหาต่อไป สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวา ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 3 นาที โดยอ่านและทำความเข้าใจปัญหาจนเข้าใจเงื่อนไขทั้งหมดแล้วลงมือแก้ปัญหาจนสำเร็จ ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายสามคนที่เหลือ ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 2 นาที โดยอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ต้องหยุดการแก้ปัญหาแล้วย้อนกลับไปดูสถานการณ์ปัญหาใหม่ เพื่อให้เข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด

สำหรับคาบเรียน 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ปากต่อปาก” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนครั้งในการขยายความลับและจำนวนคนที่รู้ความลับทั้งหมดเมื่อกำหนดเงื่อนไขของการขยายความลับในแต่ละครั้งมาให้ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 145) สำหรับกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 3-5 นาที หลังจากนั้นจึงช่วยกันทำความเข้าใจปัญหาในกลุ่มของตนเอง โดยพยายามวิเคราะห์ปัญหาเพื่อค้นหาสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้และเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาต่อไป สำหรับนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 5 นาที โดยอ่านแบบคำนึงถึงข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา จนเข้าใจเงื่อนไขทั้งหมดแล้วลงมือแก้ปัญหาจนสำเร็จ

จากรายละเอียดข้างต้นสรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาอ่านสถานการณ์ปัญหาน้อยมาก และไม่ได้ให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ จึงต้องย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด ต่อมาช่วงที่ 2 นักเรียนมีประสบการณ์ในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหามากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่ได้ให้ความสำคัญกับการอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหามากขึ้น โดยอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ปัญหาและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาจนเข้าใจก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

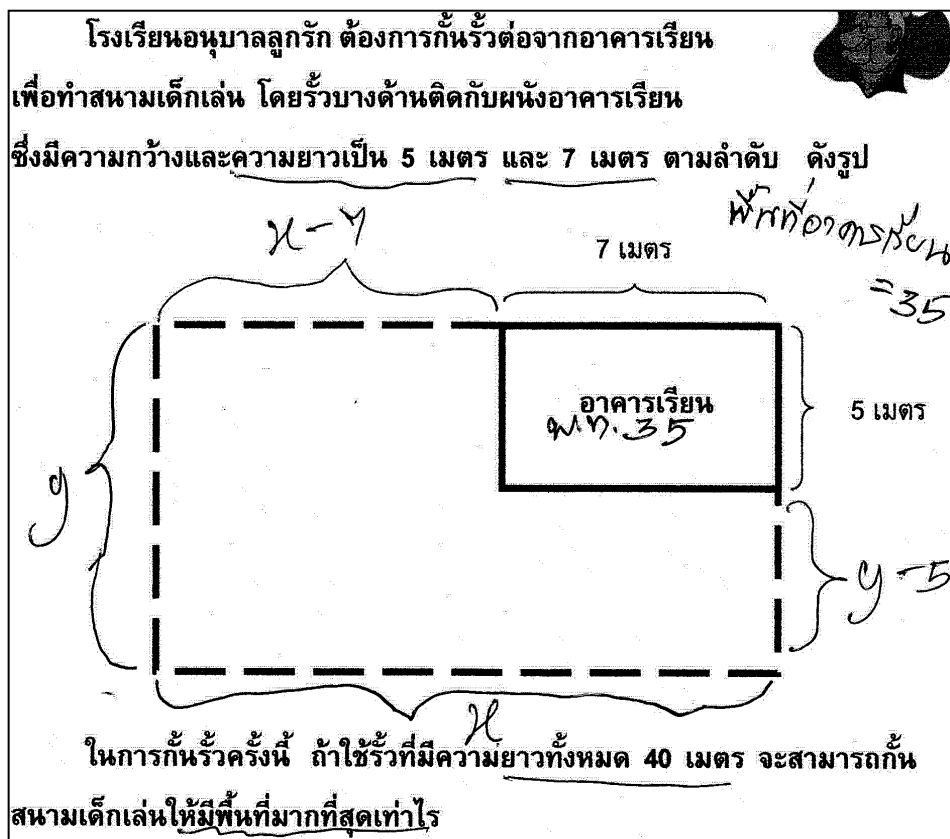
(2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียน 2 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “เทียนไข เจ้าปัญหา” มีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้น (คิดเป็นร้อยละ 6.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่ขีดเส้นใต้หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา แต่ข้อความเหล่านั้นไม่ได้เป็นสาระสำคัญในสถานการณ์ปัญหาเลย สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาเป็นหนึ่งในสองคนดังกล่าวข้างต้น โดยขีดเส้นใต้ข้อความ 2 ข้อความ และขีดล้อมรอบข้อความ 3 ข้อความในสถานการณ์ปัญหา แต่ข้อความเหล่านั้นไม่ได้เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 2 ของทิวา

ในช่วงที่สอง คาบเรียน 7 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “สนามเด็กเล่น” มีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้น (คิดเป็นร้อยละ 6.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่ขีดเส้นใต้ข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วน และมีนักเรียนจำนวน 7 คน (คิดเป็นร้อยละ 23.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่ขีดเขียนลงในรูปที่กำหนดให้เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาไม่เพียงขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญในสถานการณ์ปัญหาเท่านั้น แต่ทิวายังขีดเขียนลงในรูปที่กำหนดให้เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอีกด้วย ดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 7 ของทิวา

ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายคนอื่นๆ ที่เหลือไม่ได้ขีดเขียนสิ่งใดๆ ลงในรูปที่กำหนดให้ หรือมีการขีดเขียนลงในรูปที่กำหนดให้แต่ไม่สามารถสื่อความหมายใดๆ ได้ ดังภาพประกอบ 14

โรงเรียนอนุบาลลูกรัก ต้องการกั้นรั้วต่อจากอาคารเรียน  
เพื่อทำสนามเด็กเล่น โดยรั้วทางด้านติดกับผนังอาคารเรียน  
ซึ่งมีความกว้างและความยาวเป็น 5 เมตร และ 7 เมตร ตามลำดับ ดังรูป

ในการกั้นรั้วครั้งนี้ ถ้าใช้รั้วที่มีความยาวทั้งหมด 40 เมตร จะสามารถกั้น  
สนามเด็กเล่นให้มีพื้นที่มากที่สุดเท่าไร

ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 7 ของสร้อยฟ้า

สำหรับคาบเรียน 10 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “ช้างไทยในอนาคต” มีนักเรียนจำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่ขีดเส้นใต้หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา และไม่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทุกคนมีการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา โดยมีเพียงทิวและราตรีเท่านั้นที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วน ดังภาพประกอบ

จากข้อมูลของโครงการอนุรักษ์ช้างไทย พบว่าปัจจุบันช้างไทยเหลือเพียงประมาณ 5,000 เชือก ซึ่งถือว่าไม่มากนัก  
 นอกจากนี้ยังพบว่าช้างได้มีจำนวนลดลงถึงปีละ 2%  
 ในอีก 20 ปีข้างหน้าจะเหลือช้างไทยประมาณจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของทิวา

จากข้อมูลของโครงการอนุรักษ์ช้างไทย พบว่าปัจจุบันช้างไทยเหลือเพียงประมาณ 5,000 เชือก ซึ่งถือว่าไม่มากนัก  
 นอกจากนี้ยังพบว่าช้างได้มีจำนวนลดลงถึงปีละ 2%  
 ในอีก 20 ปีข้างหน้าจะเหลือช้างไทยประมาณจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของราตรี

ส่วนจำปีขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้บางส่วน ดังภาพประกอบ 17

จากข้อมูลของโครงการอนุรักษ์ช้างไทย พบว่าปัจจุบันช้างไทยเหลือเพียงประมาณ 5,000 เชือก ซึ่งถือว่าไม่มากนัก  
 นอกจากนี้ยังพบว่าช้างได้มีจำนวนลดลงถึงปีละ 2%  
 ในอีก 20 ปีข้างหน้าจะเหลือช้างไทยประมาณจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของจำปี

ในขณะที่สร้อยฟ้าขีดเส้นใต้ข้อความทุกข้อความในสถานการณ์ปัญหา โดยไม่ได้คำนึงถึงข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ดังภาพประกอบ 18

**จากข้อมูลของโครงการอนุรักษ์ช้างไทย พบว่าปัจจุบันช้างไทยเหลือเพียงประมาณ 5,000 เชือก ซึ่งถือว่าไม่มากนัก**  
**นอกจากนี้ยังพบว่าช้างได้มีจำนวนลดลงถึงปีละ 2%**  
**ในอีก 20 ปีข้างหน้าจะเหลือช้างไทยประมาณจำนวนเท่าไร**

ภาพประกอบ 18 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ในคาบเรียน 10 ของสร้อยฟ้า

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ขีดเส้นใต้หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญและไม่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา สำหรับช่วงที่ 2 มีจำนวนนักเรียนมากขึ้นที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา ขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา และยังมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา และในบางครั้งมีนักเรียนบางคนวาดรูปประกอบเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอีกด้วย

นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ภูมิภาคผนวก จ หน้า 148-151) พบว่า ทิวาซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาทั้ง 4 ปัญหา ซึ่งข้อความส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ส่วนราตรีและจำปีซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง แสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา 3 ปัญหา จากทั้งหมด 4 ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ในขณะที่สร้อยฟ้าซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความเพียง 1 ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ตัวอย่างการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทิวา ราตรี และจำปี ดังภาพประกอบ 19-21 ตามลำดับ

เคน-ธีรเดช เจ้าของกิจการเช่าเรือแคนู ปกติจะคิดค่าล่ำละ 120 บาท  
 ต่อวัน และในแต่ละวันเรือแคนูจะถูกเช่าไปวันละ 48 ลำ  
 ด้วยภาวะเศรษฐกิจจากการที่น้ำมันแพง จึงได้ขึ้นราคาค่าเช่าเรือโดย  
 จากเดือนที่ผ่านมาสังเกตได้ว่า จำนวนเรือที่ถูกเช่าโดยเฉลี่ยลดลง 1 ลำต่อวัน ต่อ  
 การขึ้นค่าเช่าทุก ๆ 3 บาท  
 เคน-ธีรเดช ควรตั้งราคาเช่าเรืออย่างไร จึงจะมีรายได้สูงสุดต่อวัน

ภาพประกอบ 19 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ  
 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของทิวา

เคน-ธีรเดช เจ้าของกิจการเช่าเรือแคนู ปกติจะคิดค่าล่ำละ 120 บาท  
 ต่อวัน และในแต่ละวันเรือแคนูจะถูกเช่าไปวันละ 48 ลำ  
 ด้วยภาวะเศรษฐกิจจากการที่น้ำมันแพง จึงได้ขึ้นราคาค่าเช่าเรือโดย  
 จากเดือนที่ผ่านมาสังเกตได้ว่า จำนวนเรือที่ถูกเช่าโดยเฉลี่ยลดลง 1 ลำต่อวัน ต่อ  
 การขึ้นค่าเช่าทุก ๆ 3 บาท  
 เคน-ธีรเดช ควรตั้งราคาเช่าเรืออย่างไร จึงจะมีรายได้สูงสุดต่อวัน

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ  
 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของราตรี

เคน-ธีรเดช เจ้าของกิจการเช่าเรือแคนู ปกติจะคิดค่าล่ำละ 120 บาท  
 ต่อวัน และในแต่ละวันเรือแคนูจะถูกเช่าไปวันละ 48 ลำ  
 ด้วยภาวะเศรษฐกิจจากการที่น้ำมันแพง จึงได้ขึ้นราคาค่าเช่าเรือโดย  
 จากเดือนที่ผ่านมาสังเกตได้ว่า จำนวนเรือที่ถูกเช่าโดยเฉลี่ยลดลง 1 ลำต่อวัน ต่อ  
 การขึ้นค่าเช่าทุก ๆ 3 บาท  
 เคน-ธีรเดช ควรตั้งราคาเช่าเรืออย่างไร จึงจะมีรายได้สูงสุดต่อวัน

ภาพประกอบ 21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในการทำ  
 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของจำปี

**(3) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา**

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 2 หลังจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา “เทียนไข เจ้าปัญหา” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายในกลุ่มน้อยมาก (ประมาณ 1-2 นาที) โดยส่วนใหญ่เป็นการถาม-ตอบ สั้นๆ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาเท่านั้นและบางครั้งคำตอบ (ข้อความที่ขีดเส้นใต้) ของนักเรียนก็ไม่ถูกต้อง ดังตัวอย่างบทสนทนาระหว่างจำปีกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ต่อไปนี้

- จำปี : วัดความยาวของเทียนครั้งแรกตอนเวลาผ่านไป 4 นาที ครั้งต่อไปผ่านไปอีก 18 นาที ก็วัดความยาวครั้งที่ 2
- นักเรียน ก : แสดงว่าทั้งสองครั้งรวมเวลาผ่านไป 22 นาที สิ
- จำปี : นาทีที่ 18 เทียนมันเหลือ 6 เซนติเมตร แต่เราไม่รู้ว่ายาวเท่าไร
- นักเรียน ก : ถ้าเราไม่รู้ว่ายาวกี่เซนติเมตร เราก็หาเวลาที่เทียนมอดไม่ได้ นะสิ

ในคาบเรียน 7 หลังจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา “สนามเด็กเล่น” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายในกลุ่มนานมากขึ้น (ประมาณ 4-5 นาที) โดยอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งปรากฏอยู่ในสถานการณ์ปัญหา ดังบทสนทนาในกลุ่มของทิวากับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ต่อไปนี้

- นักเรียน ก : เราจะหาพื้นที่สนามเด็กเล่นได้ยังไง
- นักเรียน ข : การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ก็หาจากด้านกว้างคูณด้านยาว
- นักเรียน ก : แล้วเราจะรู้ได้อย่างไรว่าด้านกว้างและด้านยาวเป็นเท่าไร
- ทิวา : ถ้าดูจากรูป สมมติว่าด้านกว้างที่ไม่ติดอาคารเรียนเป็น  $y$   
แสดงว่าด้านที่ติดอาคารเรียนเป็น  $y-5$   
แล้วก็สมมติว่าด้านยาวที่ไม่ติดอาคารเรียนเป็น  $x$   
แสดงว่าด้านที่ติดอาคารเรียนเป็น  $x-7$
- นักเรียน ข : แสดงว่าทั้งสี่ด้านต้องรวมกันเป็น 40
- ทิวา : ไหนลองจับ 4 ด้านมาบวกกันซิ
- นักเรียน ก : ทั้งสี่ด้านรวมกันได้  $2x$  บวก  $2y$  ลบ 12
- ทิวา : แสดงว่า  $2x$  บวก  $2y$  ลบ 12 เท่ากับ 40  
อ้อ! เรารู้ความสัมพันธ์ของด้านกว้างกับด้านยาวแล้วล่ะว่าจะได้  $y$  เท่ากับ  $26$  ลบ  $x$



จากบทสนทนาข้างต้น นักเรียนทุกคนในกลุ่มเห็นด้วยกับทิวา ว่าความสัมพันธ์ของด้านกว้างกับด้านยาว คือ  $y$  เท่ากับ  $26 - x$  หลังจากนั้นทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการหา นั่นคือ ขนาดของสนามเด็กเล่นที่มีพื้นที่มากที่สุด ดึงบทสนทนาระหว่างทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ต่อไปนี้

- ทิวา : เนื่องจากพื้นที่สนามเด็กเล่นได้จาก ความกว้าง คูณ ความยาว แล้วลบออกด้วยพื้นที่อาคารเรียน ดังนั้นเราจะได้ว่า พื้นที่สนามเด็กเล่น เท่ากับ  $xy$  ลบ 35 แล้วแทนค่า  $y$  เท่ากับ  $26$  ลบ  $x$  ก็จะได้  $x$  คูณ  $26$  ลบ  $x$  ลบ 35
- นักเรียน ก : แล้วเราจะหาพื้นที่มากที่สุดได้อย่างไร
- ทิวา : เราก้ทำให้เป็นฟังก์ชันกำลังสอง โดยหาผลคูณก็จะได้ ลบ  $x$  กำลังสอง บวก  $26x$  ลบ 35

จากบทสนทนาข้างต้น เมื่อนักเรียนทุกคนในกลุ่มมีความเข้าใจตรงกันว่า ขนาดของสนามเด็กเล่นที่มีพื้นที่มากที่สุดควรหาอย่างไรแล้ว ทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มจึงช่วยกันหาคำตอบจนสำเร็จ สำหรับคาบเรียน 10 หลังจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา“ช้างไทยในอนาคต” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มมากขึ้น (6–10 นาที) ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นของทุกคนในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ดังตัวอย่างบทสนทนายระหว่างราตรีกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งมีเพื่อนสมาชิกในกลุ่มคนหนึ่ง (นักเรียน ก) มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของข้อความที่ว่า “ช้างไทยลดลงปีละ 2%” ต่อไปนี้

- นักเรียน ก : ช้างไทยลดลงปีละ 2% แสดงว่า ช้าง 100 เชือก ลดลงปีละ 2 เชือก
- นักเรียน ข : 100 เชือก ลดลง 2 เชือก 1000 เชือก ลดลง 20 เชือก แสดงว่า 5000 เชือก ก็ลดลง 100 เชือก
- นักเรียน ก : 1 ปี ลดลง 100 เชือก แสดงว่า 20 ปี ก็ลดลง 2,000 เชือก
- ราตรี : เรารู้ไม่ใช่ซะ
- นักเรียน ข : เรารู้ถูกแล้วนะ ลดลงปีละ 100 เชือก แสดงว่า 20 ปีก็ลดลง 2,000 เชือก น่าจะไม่ผิดแล้ว
- ราตรี : เรารู้มันยังไม่ใช่ เพราะว่า ลดลงปีละ 2% ฉะนั้น ช้างทั้งหมดมี 5,000 เชือก เมื่อครบ 1 ปี ช้างจะลดลง 100 เชือก แสดงว่าเหลือช้าง 4,900 เชือก

- นักเรียน ก : แล้วปีที่ 2 ละ  
 ราตรี : เมื่อครบ 1 ปี ช่างเหลือ 4,900 เชือก แล้วก็ลดลงอีก 2% ในปีที่ 2 ก็เอา 4,900 คูณ 2% ซิ  
 นักเรียน ข : คูณแล้วก็ได้ 98  
 ราตรี : เห็นไหมว่า ปีที่ 2 ลดลงแค่ 98 เชือก แสดงว่าช่างไม่ได้ลดลงปีละ 100 เชือกเท่ากัน เพราะว่าช่างที่ช่างลดลงปีละ 2% คือช่างลดลงจากปีที่ผ่านมา 2% ซึ่งแต่ละปีจะมีจำนวนช่างไม่เท่ากัน

จากบทสนทนาข้างต้น เมื่อเพื่อนสมาชิกในกลุ่มคนหนึ่ง (นักเรียน ก) มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของข้อความที่ว่า “ช่างไทยลดลงปีละ 2%” ราตรีพยายามอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มจนทุกคนมีความเข้าใจที่ถูกต้อง จากนั้นลงมือแก้ปัญหาาร่วมกันและในที่สุดก็ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาน้อยมากในการซักถามหรืออภิปรายในกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา โดยเป็นเพียงการถาม-ตอบสั้นๆ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาเท่านั้น ต่อมาในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายในกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นของทุกคนในกลุ่มเกี่ยวกับเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหา และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

ดังที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้เห็นความสำคัญของการทำความเข้าใจปัญหา ส่งผลให้นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำ ความเข้าใจปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา นอกจากพฤติกรรมข้างต้นนักเรียนยังเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า พวกเขาได้มีการอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น นักเรียนคนหนึ่งเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า “การที่ได้พูดคุยหรือร่วมกันอภิปราย ในกลุ่ม ทำให้เข้าใจสถานการณ์ปัญหาชัดเจนขึ้น จนสามารถแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ แม้ว่าตอน เริ่มต้นอาจมีความคิดในกลุ่มไม่ตรงกันบ้าง” ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา เมื่อเรียนด้วยกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## 2.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ในการศึกษาการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียน ในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ใต้อย่างมีประสิทธิภาพในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ ได้แก่ การเขียนสมการ การสร้างตาราง การคาดเดาและตรวจสอบ และการค้นหาแบบรูป

ดังที่กล่าวมาแล้วในบทก่อนหน้าเห็นว่า ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ แต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์มากที่สุดคือการคาดเดาและตรวจสอบ รองลงมาคือ การสร้างตาราง และการเขียนสมการ ตามลำดับ กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์น้อยที่สุดคือ การค้นหาแบบรูป นอกจากนี้จากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่า กลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์มากที่สุดคือการคาดเดาและตรวจสอบ รองลงมา คือ การเขียนสมการ การค้นหาแบบรูป และการสร้างตารางตามลำดับ แสดงรายละเอียดดังตาราง 5-7

ตาราง 5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลยุทธ์	คาบเรียน										จำนวนคาบเรียนที่ใช้	ความถี่ของการใช้กลยุทธ์
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
การคาดเดาและตรวจสอบ	ก4	ก2 ก3 ก6	ก2 ก3 ก5 ก6		ก1 ก2 ก3 ก6	ก3 ก4 ก5 ก6	ราตรี สร้อยฟ้า	ก1 ก3 ก5 ก6			7	22
การสร้างตาราง				ราตรี จำปี		ก1	จำปี	ก2 ก4	ก1 ก3 ก4 ก5 ก6	ราตรี จำปี สร้อยฟ้า	6	14
การเขียนสมการ	ก1 ก2 ก3 ก5 ก6		ก1	ทิวา สร้อยฟ้า		ก2	ทิวา				5	10
การค้นหาแบบรูป									ทิวา		1	1
กลยุทธ์อื่น ๆ		ก1 ก4 ก5	ก4		ก4 ก5				ก2		4	7

ก : กลุ่ม (หมายเลข 1, 2, 3, ..., 6)

ตาราง 6 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างใช้ในการทำแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

แบบทดสอบข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์					
	การคาด เดาและ ตรวจสอบ	การ เขียน สมการ	การ ค้นหา แบบรูป	การ สร้าง ตาราง	อื่น ๆ	ไม่ปรากฏร่องรอย การเลือกใช้ กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหา
1. ปัญหายืดได้หดได้	-	2	1	8	17	2
2. ปัญหามอเตอร์ไซค์ ชายหาด	6	21	-	2	1	-
3. ปัญหากิจการเรือ แคนู	23	5	-	1	-	1
4. ปัญหาทบ	-	-	20	8	1	1
รวม	29	28	21	19	19	4

ตาราง 7 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเป้าหมายใช้ในการทำแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

แบบทดสอบข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์					
	การคาด เดาและ ตรวจสอบ	การ เขียน สมการ	การ ค้นหา แบบรูป	การ สร้าง ตาราง	อื่น ๆ	ไม่ปรากฏร่องรอย การเลือกใช้ กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหา
1. ปัญหายืดได้หดได้	-	-	-	2	2	-
2. ปัญหามอเตอร์ไซค์ ชายหาด	1	2	-	1	-	-
3. ปัญหากิจการเรือ แคนู	3	1	-	-	-	-
4. ปัญหาทบ	-	-	1	2	-	1
รวม	4	3	1	5	2	1

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมกำบังปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ผู้วิจัยพิจารณาผลงานเขียนของนักเรียนในการกำบังปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับกระบวนการกำบังปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมกำบังปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการกำบังปัญหา 2 ลักษณะ คือ (1) นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการกำบังปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น และ (2) นักเรียนกำหนดตัวแปรและสร้างสมการได้เหมาะสมมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

### (1) นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการกำบังปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “เทียนไข กำบังปัญหา” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เทียนติดไฟและความยาวของเทียนเมื่อกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ ซึ่งกลยุทธ์ที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ในการกำบังปัญหา ได้แก่ การคาดเดาและตรวจสอบ การเปลี่ยนมุมมอง การเขียนสมการ และการเขียนภาพหรือแผนภาพ ในกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ 2 กลยุทธ์ในการกำบังปัญหา โดยมีนักเรียนจำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 53.33 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหานี้ ในขณะที่นักเรียนจำนวน 14 คน ที่เหลือเลือกใช้การเปลี่ยนมุมมองเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ส่วนการเขียนสมการ ไม่มีนักเรียนคนใดเลือกใช้กลยุทธ์ดังกล่าวในการกำบังปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม จำปี และเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เลือกใช้การเปลี่ยนมุมมองเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ในขณะที่ราตรีและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม สร้อยฟ้าและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เลือกใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “สนามเด็กเล่น” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามเด็กเล่นและพื้นที่มากที่สุด โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 145) ซึ่งกลยุทธ์ที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ในการกำบังปัญหา ได้แก่ การคาดเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง และการเขียนสมการ ในกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ 3 กลยุทธ์ ในการกำบังปัญหา โดยมีนักเรียนจำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 66.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหานี้ ในขณะที่มีนักเรียนจำนวน 5 คน (คิดเป็นร้อยละ 16.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ส่วนนักเรียนอีก 5 คนที่เหลือ เลือกใช้การเขียนสมการเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาเลือกใช้การเขียนสมการเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ในขณะที่ราตรีและสร้อยฟ้าเลือกใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา ส่วนจำปีเลือกใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการกำบังปัญหา

สำหรับในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ช้างไทยในอนาคต” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ใน

การคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลา(ปี) และจำนวนช่างที่เหลือ โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 146) ซึ่งกลยุทธ์ที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ การคาดเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง และการค้นหาแบบรูป ในกิจกรรมนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ 3 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยมีนักเรียนจำนวน 17 คน (คิดเป็นร้อยละ 56.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานี้ ในขณะที่มีนักเรียนจำนวน 8 คน (คิดเป็นร้อยละ 26.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนจำนวน 5 คนที่เหลือ (คิดเป็นร้อยละ 16.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้การค้นหาแบบรูปเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาเลือกใช้การค้นหาแบบรูปเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายอีก 3 คน ใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกๆ ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนเลือกใช้เพียง 2 กลยุทธ์เท่านั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ต่อมาเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งแต่ละปัญหาสามารถเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทำให้ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น และนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นจนสิ้นสุดการเรียนการสอน นอกจากนั้นผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ เช่น ราตรีเลือกใช้การเปลี่ยนมุมมอง การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ และการสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของแบบทดสอบข้อ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

## (2) นักเรียนกำหนดตัวแปรและสร้างสมการได้เหมาะสมมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 3 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ร้านเป็นต่อ XEROX” ซึ่งกิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแผ่นในการผลิตเอกสาร และเงินที่ได้จากการทำสำเนาเอกสาร โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวอยู่ในรูปสมการ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 144) สำหรับกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา และมีนักเรียนจำนวน 5 คน (คิดเป็นร้อยละ 16.67 ของนักเรียนทั้งหมด) เท่านั้นที่เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในการแก้ปัญหานี้ โดยเขียนตัวแปรในสมการแต่ไม่ได้ระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไร และความสัมพันธ์ในสมการนั้นมาได้อย่างไร ทำให้อสมการที่ได้ยังไม่ค่อยชัดเจน สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเขียนตัวแปร  $x$  ในอสมการ โดยไม่ได้ระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไร และความสัมพันธ์ในอสมการมาได้อย่างไร ดังภาพประกอบ 22

$$1000 + \left( \frac{100}{500} + \frac{3000}{25,000} \right) u \leq 0.40u$$

$$1000 + 0.32u \leq 0.40u$$

$$1000 \leq 0.40u - 0.32u$$

$$1000 \leq 0.08u$$

$$\frac{1000}{0.08} \leq u$$

$$12500 \leq u$$

∴ ต้องการที่สำเนาเอกสารให้ได้ทั้งหมด  $\frac{125000}{1000} = 12.5$

หรือประมาณ 13 หน้าเพิ่ม

ภาพประกอบ 22 การเขียนสมการ ในคาบเรียน 3 ของกลุ่มของทิวา

ในคาบเรียน 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “สนามเด็กเล่น” ดังที่กล่าวแล้วว่ากิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามเด็กเล่นและพื้นที่มากที่สุด โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวอยู่ในรูปสมการ (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาในภาคผนวก ง หน้า 145) สำหรับกิจกรรมนี้นักเรียนจำนวน 19 คน (คิดเป็นร้อยละ 63.33 ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในการแก้ปัญหา โดยเขียนภาพประกอบและระบุตัวแปรในภาพ แล้ววิเคราะห์ความสัมพันธ์ในรูปสมการ สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเขียนตัวแปร  $x$  และ  $y$  ลงในภาพประกอบ พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ของ  $x$  และ  $y$  และเขียนสมการแสดงการหาคำตอบได้เหมาะสม ดังภาพประกอบ 23



5775 (ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด)

กำหนดว่าขนาดของพื้นที่ทั้งหมดของสวนคือ 40

$$y + y - 5 + u + u - 7 = 40$$

$$2y - 5 + 2u - 7 = 40$$

$$2y + 2u - 52 = 0$$

$$y = \frac{2u + 52}{2}$$

$$y = -u + 26 \rightarrow \textcircled{1}$$

พื้นที่ทั้งหมด =  $u(-u + 26)$

$$= -u^2 + 26u$$

พื้นที่อาคาร = 35

หาจุดยอดด้วย  $u = \frac{-b}{2a}$

$$u = \frac{-26}{-2}$$

$$u = 13$$

หาค่าของ  $y$  จากสมการที่ (1)

$$y = -13 + 26$$

$$y = 13$$

---

หาค่า  $x$  และ  $y$  ของพื้นที่อาคารด้วย 35

พื้นที่อาคาร =  $xy = 35$

$$= 13 \times 13$$

$$= 169$$

ถ้าให้รั้วที่ล้อมรอบสวนทั้งหมด 40 เมตร เราสามารถหาค่าพื้นที่ได้เช่นนี้

ได้พื้นที่อาคาร = 134 ตารางเมตร

ภาพประกอบ 23 การเขียนสมการ ในคาบเรียน 7 ของทิวา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกๆ ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแปรแต่ไม่ได้ระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไร และความสัมพันธ์นั้นมาได้อย่างไร ต่อมา ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแปรโดยระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไรและอธิบายว่าความสัมพันธ์นั้นมาได้อย่างไร ตลอดจนสามารถสร้างสมการได้อย่างเหมาะสม และยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

นอกจากนั้นผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่า มีนักเรียนจำนวน 2 คน คือ ทิวากับราตรีที่ใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทิวาซึ่งเป็นนักเรียนเก่ง เลือกใช้การเขียนสมการในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 2 ข้อ จากแบบทดสอบทั้งหมด 4 ข้อ โดยเขียนตัวแปร  $x$ ,  $y_1$  และ  $y_2$  ในสมการและระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไร พร้อมทั้งอธิบายว่าความสัมพันธ์ในสมการและเขียนสมการได้อย่างเหมาะสม ดังภาพประกอบ 24

ให้  $x$  เป็นระยะทางที่คิดค่าและคิดค่าต่อชั่วโมง  
 $y_1$  เป็นค่าแรกที่คิดค่าต่อชั่วโมง  
 $y_2$  เป็นค่าแรกที่คิดค่าต่อชั่วโมง

คือ  $y_1 = 100 + 5x$   
 $y_2 = 250 + 2x$

∴ ทั้งสองคนคิดค่าต่อชั่วโมงเท่ากัน ด้วย

$y_1 = y_2$   
 แทนค่า  $100 + 5x = 250 + 2x$   
 $3x = 150$   
 $x = \frac{150}{3}$   
 $x = 50$

∴ ทิวา คิดค่าต่อชั่วโมงเท่ากับ 50 กิโลเมตร

ภาพประกอบ 24 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซด์ขายขาด” จากการทำแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของทิวา

ในขณะที่รাত্রี เลือกใช้การเขียนสมการในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 1 ข้อ จากแบบทดสอบทั้งหมด 4 ข้อ โดยเขียนตัวแปร  $x$  ในสมการ แต่ไม่ระบุว่าตัวแปรนั้นใช้แทนอะไร แต่เขียนอธิบายว่าความสัมพันธ์ในสมการนั้นมาได้อย่างไร และเขียนสมการได้อย่างเหมาะสม ดังภาพประกอบ 25

ค่าเช่าของรถมอเตอร์ไซด์	$100 + 5x$
ค่าเช่าของรถเข็น	$250 + 2x$
ให้รถเช่าและรถเข็นอย่างละเท่าๆกัน	
$100 + 5x$	$= 250 + 2x$
$5x - 2x$	$= 250 - 100$
$3x$	$= 150$
$x$	$= \frac{150}{3}$
$x$	$= 50$
ได้รถเช่าที่ 50 คัน อีก 50 คันไว้ใช้เอง	

ภาพประกอบ 25 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซด์ขายขาด” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของรাত্রี

ดังที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งแต่ละปัญหาสามารถเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น และเมื่อพิจารณาการเลือกใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด พบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของเงื่อนไขที่กำหนดได้เหมาะสมมากขึ้นเช่นกัน ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเมื่อเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

### 2.3 ด้านการหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการแสดงกระบวนการค้นหาคำตอบและการแสดงเหตุผลสนับสนุนกระบวนการค้นหาคำตอบเหล่านั้น จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน 2 ลักษณะ คือ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบ

ได้ชัดเจนมากขึ้น และ (2) นักเรียนที่คิดหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

### (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้ชัดเจนมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน คาบเรียน 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “เทียนไข เจ้าปัญหา” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่เทียนติดไฟและความยาวของเทียน โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ แสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง แต่ไม่ได้ อธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาและจำปี และเพื่อนสมาชิกในกลุ่มของทิวาและจำปี ใช้การเปลี่ยนมุมมองเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน มีการเขียนสมการและแก้สมการหาค่า  $x$  แล้วตอบทันที โดยไม่อธิบายว่าเพราะเหตุใด ดังภาพประกอบ 26

ฟ้าฯ 4 ชม. ที่ เทียนยาวเท่าเทียน = 16 ชม.
ต๋องฯ 2+18 ชม. ที่ เทียนยาวเท่าเทียน = 6 ชม.
ฟ้าฯ 20 ชม. ที่ เทียนยาวเท่าเทียน $16 - 6 = 10$ ชม.
อ๋อ 1 ชม. ที่ เทียนยาวเท่าเทียน $\frac{20}{10} = 0.5$ ชม.
แสดงว่าฟ้าฯ 4 ชม. ที่ เทียนยาวเท่าเทียน $4 \times 0.5 = 2$ ชม. นำมา
บวกกับเทียนยาวเท่าเทียนในกรณีครั้งที่ 1 คือ $16 + 2 = 18$ ชม.
แสดงว่าเทียนยาว 18 ชม.
เขียนเป็นสมการได้
$\frac{1}{0.5} \times \frac{x}{18}$
$x = \frac{1 \times 18}{0.5}$
$x = 36$
เทียนไขแท่งนี้ใช้ได้อีก 36 ชม. ที่

ภาพประกอบ 26 การเปลี่ยนมุมมอง ในคาบเรียน 2 ของกลุ่มของทิวา

ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายคนอื่นๆ ราตรีและและสร้อยฟ้าและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มของราตรีและสร้อยฟ้า ใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยใช้เขียนความสัมพันธ์ระหว่าง

เวลา และความยาวของเทียน แต่ไม่ได้อธิบายว่าความยาวของเทียนที่ได้นั้นได้มาอย่างไร และเขียนสรุปทันทีว่า เทียนจะมอดในเวลา 36 นาที โดยไม่ได้เขียนอธิบายว่า เพราะเหตุใด ดังภาพประกอบ 27

เวลา (t)	ความยาว (s)	
๒4	6	ยาวไป
๒5	5.5	ยาวไป
๒6	5	ยาวไป
๒7	4.5	ยาวไป
๒8	4	ยาวไป
๒9	๓.5	ยาวไป
๓0	3	ยาวไป
๓1	๒.5	ยาวไป
๓2	๒	ยาวไป
๓3	1.5	ยาวไป
๓4	1	ยาวไป
๓5	๐.5	ยาวไป
๓6	๐	มอด

∴ เทียนยาวมอดหมดที่เวลาที่ ๓6

ภาพประกอบ 27 การคาดเดาและตรวจสอบ ในคาบเรียน 2 ของกลุ่มของราตรี

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “สนามเด็กเล่น” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามเด็กเล่นและพื้นที่มากที่สุด โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบเพื่อให้เข้าใจได้มากขึ้น แต่ไม่ได้แสดงการวิเคราะห์ให้เห็นว่าจำนวนที่ได้ ได้มาอย่างไร สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาใช้การเขียนสมการเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเขียนภาพประกอบและระบุตัวแปรลงในภาพประกอบ แล้วหาความสัมพันธ์ของตัวแปร พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการหาพื้นที่ของสนามเด็กเล่นได้ชัดเจน ดังที่แสดงไว้ในภาพประกอบ 23 สำหรับจำปีใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร แล้วสร้างตารางแสดงการหาพื้นที่ทั้งหมดและพื้นที่ของสนามเด็กเล่น พร้อมทั้งอธิบายว่าพื้นที่ทั้งหมดและพื้นที่สนามเด็กเล่นมาได้อย่างไร ดังภาพประกอบ 28 ส่วนราตรีและสร้อยฟ้า นั้น ใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเขียนตารางแสดงการหาพื้นที่ของสนามเด็กเล่น แต่ไม่ได้อธิบายว่าตัวแปร a, b, c และ d ในตารางนั้นใช้แทนสิ่งใด และพื้นที่ที่ได้นั้นได้มาอย่างไร ดังภาพประกอบ 29

$$x+y+(x-7)+(y-5)=40$$

$$2x+2y=52$$

$$x+y=26$$

$$y=26-x$$

x	$-y=26-x$	พื้นที่ทแยงมุม xy	น.ท.รวม 35
8	18	144	109
9	17	153	121
10	16	160	125
11	15	165	130
12	14	168	133
13	13	169	134
14	12	168	133
15	11	165	130
16	10	160	125
17	9	153	121
18	8	144	110
19	7	105	70
20	6	120	85

ภาพประกอบ 28 การสร้างตาราง ในคาบเรียน 7 ของจำปี

a	b	c	d	น.ท.
9	5	16	10	125
8	6	15	11	130
7	7	14	12	133
6	8	13	13	134
5	9	12	14	133

ลำโพงที่ติดตั้งรวมยาวทั้งหมด 40 เมตร

จ.สามารถกำหนดตำแหน่งที่มีจำนวนยาวมากที่สุด 13.4 ตร.ม.

ภาพประกอบ 29 การคาดเดาและตรวจสอบ ในคาบเรียน 7 ของสร้อยฟ้า

สำหรับคาบเรียน 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม ปัญหา “ช้างไทยในอนาคต” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (ปี) และจำนวนช้างที่เหลือ โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ทิวาใช้การค้นหาแบบรูปเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และอธิบายกระบวนการหาจำนวนช้างในแต่ละปีได้ชัดเจน แล้วหาแบบรูปจำนวนช้างในแต่ละปี และสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 30

$$\begin{aligned}
 \text{ปีที่ 1 จำนวนช้าง} &= 5000 - (5000 \times \frac{2}{100}) \\
 &= 5000 (1 - \frac{2}{100}) \\
 &= 5000 (0.98) \\
 \text{ปีที่ 2 จำนวนช้าง} &= 5000(0.98) - (5000(0.98) \times \frac{2}{100}) \\
 &= 5000 (0.98) (1 - \frac{2}{100}) \\
 &= 5000 (0.98)^2 \\
 \text{ปีที่ 3 จำนวนช้าง} &= 5000(0.98)^2 - 5000(0.98)^2 \times \frac{2}{100} \\
 &= 5000 (0.98)^2 (1 - \frac{2}{100}) \\
 &= 5000 (0.98)^3 \\
 \text{ปีที่ n จำนวนช้าง} &= 5000 (0.98)^n \\
 \text{ตั้งปีที่ 1 ถึง 20 จำนวนช้าง} &= 5000(0.98)^{20} \\
 &\approx 3338 \\
 \text{เมื่อปลดปล่อย 20 ปี จำนวนช้างไทยประมาณ 3338 ตัว}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 30 การค้นหาแบบรูป ในคาบเรียน 10 ของทิวา

ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายคนอื่นๆ รัตรี จำปี และสร้อยฟ้า ใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทั้งสามคนได้เขียนอธิบายว่าจำนวนช้างในแต่ละปีในตารางมาได้อย่างไรได้อย่างชัดเจน พร้อมทั้งสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 31

ลำดับ	จำนวนเงินต้น	ดอกเบี้ย
1	$5000 \times \frac{2}{100} = 100$	4900
2	$4900 \times \frac{2}{100} = 98$	4802
3	$4802 \times \frac{2}{100} = 96$	4705
4	$4705 \times \frac{2}{100} = 94$	4612
5	$4612 \times \frac{2}{100} = 92$	4520
6	$4520 \times \frac{2}{100} = 90$	4430
7	$4430 \times \frac{2}{100} = 88$	4342
8	$4342 \times \frac{2}{100} = 86$	4256
9	$4256 \times \frac{2}{100} = 84$	4172
10	$4172 \times \frac{2}{100} = 82$	4090
11	$4090 \times \frac{2}{100} = 80$	4010
12	$4010 \times \frac{2}{100} = 78$	3932
13	$3932 \times \frac{2}{100} = 76$	3860
14	$3860 \times \frac{2}{100} = 74$	3786
15	$3786 \times \frac{2}{100} = 72$	3714
16	$3714 \times \frac{2}{100} = 70$	3644
17	$3644 \times \frac{2}{100} = 68$	3576
18	$3576 \times \frac{2}{100} = 66$	3510
19	$3510 \times \frac{2}{100} = 64$	3446
20	$3446 \times \frac{2}{100} = 62$	3384
21	$3384 \times \frac{2}{100} = 60$	3324

ภาพประกอบ 31 การสร้างตาราง ในคาบเรียน 10 ของจำปี

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ แสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง แต่ไม่ได้อธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด ต่อมาในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น โดยเขียนคำอธิบายแสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง และพยายามอธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด แม้ว่าคำอธิบายบางส่วนยังไม่ชัดเจน ในช่วงที่ 3 นักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนการสอน นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน พบว่า

ปัญหา "ยึดได้หัดได้" ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับความยาวของไม้ โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนเป้าหมาย ทิวา และ จำปี ใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานี้ แต่ละคนได้เขียนรายละเอียด



ลงในตาราง โดยได้เขียนอธิบายว่า ความยาวของไม้เพิ่มขึ้นอย่างไร เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น 1 องศาเซลเซียส และได้เขียนอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 32

อุณหภูมิ( $^{\circ}\text{C}+10$ )	ความยาวที่เพิ่มขึ้น( $\text{นิ้ว}+0.2$ )
36	8
46	8.2
56	8.4
66	8.6
76	8.8
86	9.0
96	9.2

ถ้าเพิ่ม  $1^{\circ}\text{C}$  ความยาวเพิ่ม  $0.02$  นิ้ว  
 ถ้าเพิ่ม  $4^{\circ}\text{C}$  ความยาวเพิ่ม  $0.02 \times 4 = 0.08$  นิ้ว  
 ถ้าอุณหภูมิ  $100^{\circ}\text{C}$  ความยาว  $9.2 + 0.08 = 9.28$  นิ้ว

ภาพประกอบ 32 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา “ยืดได้หดได้” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของทิวา

ในขณะที่ ราตรีและและสร้อยฟ้า ใช้การเปลี่ยนมุมมองเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานี้ ทั้งสองคนได้หาความยาวของเทียนโดยคิดอุณหภูมิเพิ่มขึ้นครั้งละ 10 องศาเซลเซียส แล้วสามารถอธิบายวิธีการหาความยาวของเทียนที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียสได้อย่างชัดเจน พร้อมทั้งหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 33

$86^{\circ}\text{C}$	$46^{\circ}\text{C}$	$56^{\circ}\text{C}$	$66^{\circ}\text{C}$	$76^{\circ}\text{C}$	$86^{\circ}\text{C}$	$96^{\circ}\text{C}$	$100^{\circ}\text{C}$
เพิ่ม $10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$10^{\circ}\text{C}$	$4^{\circ}\text{C}$
ความยาวเพิ่ม $0.9''$	$0.9''$	$0.9''$	$0.9''$	$0.9''$	$0.9''$	$0.9''$	...
9	$9.9''$	$9.4''$	$9.6''$	$9.9''$	9	$9.9''$	...
ค่าเพิ่ม	$1^{\circ}\text{C}$	ความยาวเพิ่ม	$0.08$ นิ้ว				
ค่าเดิม	$4^{\circ}\text{C}$	ความยาวเดิม	$0.08 \times 4 = 0.09$ นิ้ว				
เต็มจุดหนึ่งพอดี	$100^{\circ}\text{C}$	ความยาวรวม	$9.9 + 0.09 = 9.99$ นิ้ว				

ภาพประกอบ 33 การเปลี่ยนมุมมองในการแก้ปัญหา “ยัดได้หดได้” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของสร้อยฟ้า

ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่นัดเทและนัดหล่อซบได้ และจำนวนเงินทั้งหมดที่นัดเทและนัดหล่อต้องจ่าย โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนเป้าหมาย ทิวา และราตรี ใช้การเขียนสมการเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทั้งสองคนนำตัวแปร  $x$ ,  $y_1$  และ  $y_2$  มาใช้ในการเขียนสมการ โดยได้ระบุไว้ชัดเจนว่าตัวแปรแต่ละตัวนำมาใช้แทนสิ่งใด นอกจากนั้นยังวิเคราะห์ให้เห็นว่าสมการที่สร้างขึ้นนั้นมาได้อย่างไร และอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาจนสำเร็จ ดังที่ได้แสดงไว้ก่อนแล้วในภาพประกอบ 24

ส่วนราตรีนั้นนำตัวแปร  $x$  มาใช้ในการเขียนสมการ ถึงแม้ไม่ได้ระบุให้ชัดเจนว่าใช้ตัวแปร  $x$  แทนอะไร แต่พอสื่อให้เข้าใจได้ว่าใช้ตัวแปร  $x$  แทนระยะทางที่นัดเทและนัดหล่อซบได้ หลังจากนั้นแสดงการวิเคราะห์การเขียนสมการแล้วเขียนสมการ และอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาจนสำเร็จ ดังที่ได้แสดงไว้ก่อนแล้วในภาพประกอบ 25

ในขณะที่ จำปี ใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยเขียนอธิบายการหาค่าเช่าของนัดเทและนัดหล่อเมื่อซบได้ระยะทางต่างๆ พร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าเช่าของทั้งสองคนให้เห็น จนได้ระยะทางที่ทั้งสองคนจ่ายเท่ากัน ดังภาพประกอบ 34

ระยะทาง	วัดเวลา			วัดเงิน		
	ค่าเช่า 100 บาท	ค่าเช่า 150 บาท	รวม	ค่าเช่า 250 บาท	ค่าเช่า 300 บาท	รวม
10	100	50	150	250	20	270
20	100	100	200	250	40	290
30	100	150	250	250	60	310
40	100	200	300	250	80	330
50	100	250	350	250	100	350

ภาพประกอบ 34 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” จากการทำแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของจำปี

ปัญหา “กิจการเรือแคนู” ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างการขึ้นราคาค่าเช่าเรือกับจำนวนเงินที่ได้ในแต่ละวัน โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนเป้าหมาย ทิวา ใช้การเขียนสมการเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยเขียนระบบตัวแปร พร้อมทั้งเขียนค่าเช่าเรือและจำนวนเรือที่ถูกเช่าในรูปแบบตัวแปรที่ใช้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบจนได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 35

$$\begin{aligned}
 & \text{ให้ } y \text{ แทนจำนวนเงินที่ได้} \\
 & x \text{ แทนจำนวนเรือที่ถูกเช่า} \\
 & \text{ตั้งสมการค่าเช่าเรือ } x \text{ มท. ได้} \\
 & \text{ค่าเช่าเรือ} = 120 + 3x \text{ บาท} \\
 & \text{จำนวนเรือที่ถูกเช่า} = 48 - x \text{ ลำ} \\
 & \text{จำนวนเงินที่ได้} = \text{จำนวนเรือที่ถูกเช่า} \times \text{ค่าเช่าเรือ} \\
 & \text{ได้ } y = (48 - x)(120 + 3x) \\
 & = 5760 + 144x - 120x - 3x^2 \\
 & = -3x^2 + 24x + 5760 \\
 & \text{หาคำตอบกลุ่ม } x = \frac{-b}{2a} \\
 & x = \frac{-24}{2(-3)} \\
 & x = \frac{-24}{-6} \\
 & x = 4 \\
 & \text{ถ้า } x = 4 \quad y = -3(4)^2 + 24(4) - 3(4)^2 = 588 \text{ บาท} \\
 & \text{ต้องเช่าเรือเช่า } 120 + 3(4) = 132 \text{ บาท} \\
 & \text{ต้องเช่าเรือเช่าแล้ว } 132 \text{ บาท จึงจะได้เงินสูงสุด}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 35 การเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา “กิจการเรือแคนู” จากการทำแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของทิวา

ในขณะที่ ราตรี จำปี และสร้อยฟ้า ใช้การคาดเดาและตรวจสอบเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ละคนมีการแสดงราคาของเรือ และจำนวนเรือที่ถูกเช่า เมื่อมีการเพิ่มราคาในกรณีต่างๆ พร้อมทั้งแสดงให้เห็นว่าจำนวนเงินที่ได้จากการเพิ่มราคาแต่ละกรณีนั้นเป็นอย่างไร พร้อมทั้งแสดงกระบวนการหาคำตอบจนสำเร็จ ดังภาพประกอบ 36

เดือนราคา	ราคาต่อลำ	จำนวนเรือ	จำนวนเงิน	ผลลัพธ์
-	120	48	5760	น้อย
3	123	47	5781	น้อย
6	126	46	5796	น้อย
9	129	45	5805	น้อย
12	132	44	5808	มากที่สุด
15	135	43	5805	น้อย
18	138	42	5796	น้อย
21	141	41	5781	600
24	144	40	5760	น้อย
27	147	39	5733	น้อย
30	150	38	5700	น้อย
ปัญหา "ปัญหาคบ" ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน กบกับระยะเวลา (สัปดาห์) โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนเป้าหมาย จำนวน 3 คนเท่านั้น ที่แสดงร่องรอยกระบวนการค้นหาคำตอบ โดยทิวาใช้การค้นหาคำตอบเป็น กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเขียนอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้อย่างชัดเจน จนได้คำตอบที่ ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 37				

ภาพประกอบ 36 การคาดเดาและตรวจสอบ ในการแก้ปัญหา "กิจการเรือแคนู" จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของจำปี

ปัญหา "ปัญหาคบ" ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกบกับระยะเวลา (สัปดาห์) โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนเป้าหมายจำนวน 3 คนเท่านั้น ที่แสดงร่องรอยกระบวนการค้นหาคำตอบ โดยทิวาใช้การค้นหาคำตอบเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเขียนอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้อย่างชัดเจน จนได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 37

$$\begin{aligned}
 \text{แผงไฟ 1 สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2 \\
 \text{แผงไฟ 2 สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2 \times 2 = 10 \times 2^2 \\
 \text{แผงไฟ 3 สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2 \times 2 \times 2 = 10 \times 2^3 \\
 \text{แผงไฟ 4 สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 10 \times 2^4 \\
 \text{แผงไฟ } n \text{ สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2^n \\
 \text{ถั 6 เกือบ คือแผง } 6 \times 4 &= 24 \text{ สี่ดวง} \\
 \therefore \text{แผงไฟ } 24 \text{ สี่ดวง} \text{ จำนวนรวม} &= 10 \times 2^{24} \\
 &\approx 167772160 \text{ ตัว} \\
 \text{เมื่อกรม 6 เดือนใหม่จะ ๑-สัปดาห์ } &167772160 \text{ ตัว}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 37 การค้นหาแบบรูป ในการแก้ปัญหา “ปัญหาบ” จากการทำแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของทิวา

ในขณะที่ราตรีและจำปี เลือกใช้การสร้างตารางเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ละคนได้บรรยายละเอียด  
ของตาราง พร้อมทั้งเขียนอธิบายว่า จำนวนกบทั้งหมดในแต่ละสัปดาห์นั้นได้มาอย่างไร พร้อมทั้งหา  
คำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังภาพประกอบ 38

ลำดับที่	น้ำหนักขง
1	20
2	$20 \times 2 = 40$
3	$40 \times 2 = 80$
4	$80 \times 2 = 160$
5	$160 \times 2 = 320$
6	$320 \times 2 = 640$
7	$640 \times 2 = 1280$
8	$1280 \times 2 = 2560$
9	$2560 \times 2 = 5120$
10	$5120 \times 2 = 10240$
11	$10240 \times 2 = 20480$
12	$20480 \times 2 = 40960$
13	$40960 \times 2 = 81920$
14	$81920 \times 2 = 163840$
15	$163840 \times 2 = 327680$
16	$327680 \times 2 = 655360$
17	$655360 \times 2 = 1310720$
18	$1310720 \times 2 = 2621440$

ลำดับที่	น้ำหนักขง
19	$2621440 \times 2 = 5242880$
20	$5242880 \times 2 = 10485760$
21	$10485760 \times 2 = 20971520$
22	$20971520 \times 2 = 41943040$
23	$41943040 \times 2 = 83886080$
24	$83886080 \times 2 = 167772160$

อีก 6 เล่ม	น้ำหนักขง	167772160
------------	-----------	-----------

ภาพประกอบ 38 การสร้างตาราง ในการแก้ปัญหา "ปัญหาขง" จากการทำแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของราตรี

## (2) นักเรียนที่คิดหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน คาบเรียน 3 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ร้านเป็นต่อ XEROX” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแผ่นและจำนวนเงินในการผลิตเอกสาร โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ มีนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง จำนวน 10 คน (คิดเป็นร้อยละ 33.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) และในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน คาบเรียน 7 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “สนามเด็กเล่น” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของสนามเด็กเล่นและพื้นที่มากที่สุด โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ มีนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง จำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

สำหรับคาบเรียน 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ช้างไทยในอนาคต” ดังที่กล่าวแล้วว่า กิจกรรมนี้ต้องการให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (ปี) และจำนวนช้างที่เหลือ โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับกิจกรรมนี้ มีนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง จำนวน 28 คน (คิดเป็นร้อยละ 93.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หลังจากได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้นแล้ว นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น และในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน มีจำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามากขึ้นอีก นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า

ปัญหา “ยึดได้หัดได้” ดังที่กล่าวแล้วว่า ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง อุณหภูมิกับความยาวของไม้ โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง มีจำนวน 27 คน (คิดเป็นร้อยละ 90 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “มอเตอร์ไซค์ชายหาด” ดังที่กล่าวแล้วว่า ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะทางที่นัดเท่และนัดหล่อซบได้ และจำนวนเงินทั้งหมดที่นัดเท่และนัดหล่อต้องจ่าย โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง มีจำนวน 24 คน (คิดเป็นร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “กิจการเรือแคนู” ดังที่กล่าวแล้วว่า ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง การขึ้นราคาค่าเช่าเรือกับจำนวนเงินที่ได้ในแต่ละวัน โดยกำหนดเงื่อนไขของ

สถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง มีจำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมายทั้งสิ้นคนรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “ปัญหาทบ” ดังที่กล่าวแล้วว่า ในแบบทดสอบนี้ต้องการให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนกับระยะเวลา (สัปดาห์) โดยกำหนดเงื่อนไขของสถานการณ์มาให้ สำหรับปัญหานี้ นักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้อง มีจำนวน 14 คน (คิดเป็นร้อยละ 46.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านี้มีนักเรียนเป้าหมาย ทิวาซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ราตรีและจำปีซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง รวมอยู่ด้วย

ดังที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้มีประสบการณ์ในการเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบ และเมื่อพิจารณาการหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้ชัดเจนมากขึ้น และมีจำนวนนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้น ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน เมื่อเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น





## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

##### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นข้อมูลสำหรับครูในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ได้แนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

##### สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

##### วิธีดำเนินการวิจัย

##### 1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี โดยที่กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนาดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 30 คน นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างนี้ได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่มจากทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 110 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยนำคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดให้นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 1-8 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 9-22 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 23-30 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ หลังจากนั้นเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมา 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมา 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมา 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

## 2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ โดยขณะที่ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งได้แก่ การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ และการเปลี่ยนมุมมอง เพื่อฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ซึ่งปัญหาที่ลงมือแก้กันนั้นเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยแต่ละปัญหาสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ไม่เกินความรู้ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาคือเป็นกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

## 3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 60 นาทีในการดำเนินการ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน และ (3) แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะลงมือแก้ปัญหาคือเป็นกลุ่ม

หลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ความยากง่ายของปัญหา และความชัดเจนของข้อคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องจำนวน 30 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม แล้วปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

#### 4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียน ละ 60 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 10 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยใช้เวลา นอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม จำนวน 1 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยสังเกตการณ์ บันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้กล้องวิดีโอและการสัมภาษณ์ประกอบ

เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

#### 5. วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วคำนวณจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม จากนั้นผู้วิจัยทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยพิจารณาผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

เป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น และ ผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีกล้องวิดีโอ ช่วยในการบันทึกรายละเอียดของการสัมภาษณ์ แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

## สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

### 1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้สร้างตามแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ ทั้งกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ได้ลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ตลอดจนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายและนำเสนอผลการแก้ปัญหาทั้งของตนเองและของกลุ่ม

### 2. พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ซึ่งชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอดาฟเฟอร์ (Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 7-13) กล่าวว่า ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง เป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่านและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและแนวคิทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิทางคณิตศาสตร์ ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 97) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และอภิปรายกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา

## 2.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งแต่ละปัญหาสามารถเลือกใช้กลยุทธ์มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น และเมื่อพิจารณาการเลือกใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด พบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของเงื่อนไขที่กำหนดได้เหมาะสมมากขึ้นเช่นกัน

## 2.3 ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และมีจำนวนนักเรียนที่คิดหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหามากขึ้น เนื่องจากกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นกิจกรรมที่สนับสนุนให้นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบโดยใช้กลยุทธ์ต่างๆ ไม่ได้มุ่งเน้นการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ดังนั้นการเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบ จะช่วยให้นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

เนื่องจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดให้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียน และ

การแก้ปัญหาเป็นตัวอย่างหนึ่งในมาตรฐานด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูอาจนำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปปรับใช้ในการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 หรือนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนปกติในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ควรเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาปลายเปิด และปัญหาสถานการณ์จริงที่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ ตลอดจนครูควรเสริมสร้างความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน อย่างไรก็ตาม นักเรียนที่จะเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จะต้องมีความรู้พื้นฐานเรื่องฟังก์ชันมาก่อน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป อาจปรับเปลี่ยนตัวแปรที่ศึกษา เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงหรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเพิ่มเป็น 15-20 คาบเรียน คาบเรียนละ 90-120 นาที เพื่อจะได้ศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางอย่างที่ยังไม่ปรากฏเด่นชัด เช่น การเขียนภาพหรือแผนภาพ การคิดแบบย้อนกลับ และการนำเหตุผลมาสนับสนุนกระบวนการค้นหาคำตอบ นอกจากนี้การจัดการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกิจกรรมควรเว้นช่วงระยะเวลา และไม่ควรเกินวันละ 2 กิจกรรม



บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- เกษสุดา บุรณพันธ์ศักดิ์. (2545). การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ชินกมล กมลานนท์. (2546). การศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการของแฟ้มสะสมงาน. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีทางการศึกษา). ชลบุรี: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา. ถ่ายเอกสาร.
- นงกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเพ็ญ บุปผามาตะนัง. (2543, เมษายน). บัญญัติ 9 ประการของการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารการศึกษา กทม. 23(7): 23-26.
- ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เหนวีเย็นผล. (2538). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ใน การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. 52-91. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มาลา ปาจูงัง. (2542). ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจักรคำคณาทร. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร โดตรหนองปิง. (2549). ผลการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.



- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545*. กรุงเทพฯ: สำนักนายกรัฐมนตรี.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สมศรี จินตสนธิ. (2536). *ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพิษณุโลก*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- สุริเยส สุขแสวง. (2548). *ผลของการเรียนจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- โสภณ ไทยจีน. (2551). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อุบล ภูสมบุญ. (2548). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรีโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร. ถ่ายเอกสาร.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Merrill.
- Bitter, Gary G.; & Hatfield, Mary M.; & Edwards, Nancy T. (1989). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon.
- Charles, Randall.; Lester, Frank.; & O'Daffer, Phares. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Hart, Lynn C. (1993, March). Some Factor That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research of Mathematics Education*. 24(2): 167-169.

- Kroll, D. L.; & Miller, T. (1993). Insights from Research on Mathematical on Problem Solving in the Middle Grades. In D. T. Owens (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. pp. 58-77. New York: Macmillan Publish Company.
- Krulik, Stephen. (1980). *Problem Solving in School Mathematics : Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1987). *Problem Solving: A Handbook for Teacher*. 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon.
- (1996). *The New Sourcebook Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Polya, G. (1957). *How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method*. 2nd ed. New York: Doubleday and Company.
- Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Photocopied.
- Sheffield, Linda Jensen; & Cruikshank, Doughas E. (2000). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. 4th ed. New York: Wiley.
- Tougaw, Paul William. (1993). *A study of the effect of using an "open approach" to teaching mathematics upon the mathematical problem- solving behaviors of secondary school students*. Dissertation Ph.D. Illinois: Southern Illinois University at Carbondale. Retrieved June 11, 2008, from Dissertations & Theses: A&I database. (Publication No. AAT 9403120).
- <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=744714561&sid=1&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Williams, Kenneth M. (2003, Mach). Writing about the Problem–Solving Process to Improve Problem–Solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3): 185-187.
- Wilson, J. W.; Fernandez, M. L.; & Hadaway, N. (1993). *Mathematical Problem Solving In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. Wilsom P. S. pp. 57-78. New York: Macmillan Publish Company.





ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของแบบทดสอบ

## การหาคุณภาพของแบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้เป็นเครื่องมือในการวัดผล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน 1 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

### 1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC)

ตาราง 8 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

### 2. หาค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ตาราง 9 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อ	ค่าความยากง่าย(p)	ค่าอำนาจจำแนก( r)
1	0.48	0.40
2	0.66	0.51
3	0.48	0.44
4	0.41	0.50

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .60



ภาคผนวก ข  
การทดสอบสมมติฐาน

ตาราง 10 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์  
ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน

คนที่	คะแนนไปกิจกรรม		คะแนนจากการทำ แบบทดสอบฯ (40 คะแนน)	คะแนนรวม (100 คะแนน)
	กิจกรรมกลุ่ม (คะแนนเต็ม 20)	กิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 40)		
1	15	31	33	79
2	15	24	24	63
3	15	28	25	68
4	15	30	31	76
5	15	25	22	62
6	14	32	30	76
7	14	28	31	73
8	14	29	29	72
9	14	34	29	77
10	14	32	26	72
11	14	31	29	74
12	14	24	25	63
13	14	31	26	71
14	14	24	28	66
15	14	19	24	57
16	16	31	36	83
17	16	34	30	80
18	16	32	33	81
19	16	28	33	77
20	16	25	33	74
21	16	34	33	83
22	16	35	31	82
23	16	35	34	85
24	16	31	31	78
25	16	30	32	78
26	15	33	27	75

ตาราง 10 (ต่อ)

คนที่	คะแนนไปกิจกรรม		คะแนนจากการทำ แบบทดสอบฯ (40 คะแนน)	คะแนนรวม (100 คะแนน)
	กิจกรรมกลุ่ม (คะแนนเต็ม 20)	กิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 40)		
27	14	33	31	78
28	14	29	29	72
29	14	28	28	70
30	15	27	31	73

ตาราง 11 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

## Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
VAR00001	.122	30	.200*	.959	30	.297

a. Lilliefors Significance Correction

\*. This is a lower bound of the true significance.

จากตาราง 11 ค่าพี (p-value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .200 ซึ่งมากกว่า .05 ดังนั้น คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

## การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เนื่องจากข้อมูลมีภาวะการแจกแจงปกติ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน จึงใช้สถิติทดสอบ Z (Z – Test for Population Proportion) ดังนี้

ให้  $p$  แทน สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

$\hat{p}$  แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม



$p_0$  แทน สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ต้องการทดสอบ

$n$  แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 24 คน จาก 30 คน ดังนั้น  $\hat{p} = 0.8$  และ  $p_0 = 0.6$

ดังนั้น สมมุติฐานของการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z^* = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เพราะว่า  $n = 30$ ,  $\hat{p} = 0.8$  และ  $p_0 = 0.6$

$$\text{ดังนั้น } Z^* = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.8 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{30}}} = 2.24$$

เนื่องจาก  $Z_{.05} = 1.645$  จะได้ว่า  $Z^* > Z_{.05}$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05



ภาคผนวก ค  
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

<b>เรื่อง</b>	<b>กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</b>	<b>ปัญหา“เทียนไขเจ้าปัญหา”</b>
<b>ระดับ</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4</b>	<b>เวลา 1 คาบ (60 นาที)</b>

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “เทียนไขเจ้าปัญหา” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และได้เริ่มลงมือปฏิบัติและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ได้แก่ เทียนไข เจ้าปัญหา ซึ่งเป็น ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ได้ประกอบด้วย การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันแก้ปัญหาที่กำหนด

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน
  - 1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
- 1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน
  - 1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม
  - 2) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
  - 3) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ซึ่งได้แก่
    - การเขียนสมการ
    - การเขียนภาพหรือแผนภาพ
    - การเปลี่ยนมุมมอง
  - 4) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาของตน ทั้งภายในกลุ่มและในชั้นเรียน
- 1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและรับผิดชอบงาน
  - 1) ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม
  - 2) ในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

## 2. สารการเรียนรู้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน การประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนด

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง

## 3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรม : เทียนไข เจ้าปัญหา

3.2 แนวทางการเฉลยกิจกรรม : เทียนไข เจ้าปัญหา

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และ แบบบันทึกภาคสนาม

## 4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ใน กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “เทียนไข เจ้าปัญหา” แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 5 นาที มีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนปัญหา “คอมมิชชั่นล่อใจ” และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งได้แก่ กลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ กลยุทธ์การเขียนสมการ และกลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ โดยใช้การถาม-ตอบ

4.2 การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ใช้เวลาประมาณ 25 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งแจก ใบกิจกรรม “เทียนไข เจ้าปัญหา” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ตลอดจนถึงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

☞ ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร

☞ ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานะ)

- ✍ ในการวัดความยาวเทียบทั้งสองครั้งมีสิ่งใดแตกต่างกันบ้าง
- ✍ ในการวัดความยาวเทียบครั้งที่ 2 นับเป็นนาทีที่เท่าไรจากการเริ่มจุดไฟครั้งแรก

แรก

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยไม่ต้องปรึกษาคณะอื่น และใช้บริเวณที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษของตนเอง

4) หลังจากนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนเอง แลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวางแผนแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มบันทึกแนวคิด/วิธีแก้ปัญหา ลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง เช่น

- ✍ ความรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✍ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✍ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้คืออะไร

5) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียนตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- ✍ นักเรียนแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลควรปรับเปลี่ยน
- ✍ คำตอบของนักเรียนมีอะไรบ้าง
- ✍ คำตอบของนักเรียนมาได้อย่างไร ลองอธิบายให้ครูฟัง
- ✍ นักเรียนจะมั่นใจได้อย่างไรว่า คำตอบของนักเรียนถูกต้อง
- ✍ นักเรียนมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคืออะไรบ้าง อีกหรือไม่ ในการแก้ปัญหานี้

#### 4.3 การประเมินผลการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรายงาน กระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน หรือ ครูสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

2) ครูนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหายังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

- ✍ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✍ กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนเป็น

อย่างไร

- ✍ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้แก้ปัญหานี้ได้ มีอะไรบ้าง

๒๕. ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ ของกลุ่มใดที่นักเรียนเห็นว่าดีที่สุด

4) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

๒๖. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ การประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้น การเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการ

๒๗. ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนสมการ การเขียนภาพและแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง

๒๘. ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมกับปัญหานี้ ได้แก่ การเปลี่ยนมุมมอง

## 5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ จะพิจารณาจากข้อมูลต่อไปนี้

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรม “เทียบไข เจ้าปัญหา” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน โดยใช้ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่วางแผนไว้ และการตรวจสอบผล

## 6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ใบกิจกรรม : เทียนไข เจ้าปัญหา



ด้วยเหตุการณ์ที่ราคาข้าวพุ่งสูงขึ้นทำให้มีการขโมยข้าวในนาเกิดขึ้น  
 คล้ายหนุ่มชานา ก็เลยต้องมานอนที่กระท่อมปลายนาเพื่อระวังขโมย  
 คล้ายมีเทียนไขอยู่เล่มหนึ่ง ซึ่งเมื่อจุดไฟจะส่องลงในอัตรารเร็วสม่ำเสมอ  
 คล้ายอยากรู้ว่าเทียนไขเล่มนี้จุดได้นานเท่าไรจึงจะมอด จึงเริ่มทดสอบโดยการจับ  
 เวลา

เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 16 เซนติเมตร และ  
 เมื่อผ่านไป 2 นาที คล้ายได้ยินเสียงเท้าคน คล้ายก็เลยดับไฟและเดินออกไปตรวจ  
 บริเวณกระท่อม แต่ปรากฏว่าเป็นสุนัขที่แกล้งวิ่งไว้ เลยกลับเข้ากระท่อม

คล้ายกลับมาจุดไฟต่อ และเมื่อผ่านไปอีก 18 นาที วัดความยาวของเทียน  
 ไขได้ 6 เซนติเมตร ครั้นเมื่อคล้ายเริ่มรู้สึกง่วงนอน เลยดับเทียนไขและคิดในใจว่า  
 ค่อยมาทดสอบต่อพรุ่งนี้

ปรากฏว่าเมื่อตื่นขึ้นมามีคล้ายก็จะมาทดสอบเทียนไขต่อ แต่นึกได้ว่าตน  
 ไม่ได้จดไว้ว่าตอนที่ดับไฟนั้นมันนาที่เท่าไร แล้วอย่างนี้จะมีวิธีการใดบ้างที่ช่วย  
 หาคำตอบว่า เทียนไขเล่มนี้เมื่อจุดไฟ ต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะมอด



## แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม: เทียนไข เจ้าปัญหา

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่..... กลุ่มที่.....

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

3. ในการวัดความยาวของเทียนครั้งที่ 2 นับจากเริ่มต้น ไฟติดที่เทียนเป็นหน้าที่ที่เท่าไร

.....

.....

.....

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....







## แนวทางการเฉลยกิจกรรม:เทียนไข เจ้าปัญหา

1. สิ่งที่สามารถแก้ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง  
ตอบ เมื่อจุดเทียนไข จะใช้เวลานานเท่าไรจึงจะมอด
2. สิ่งที่สามารถแก้ปัญหาที่กำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง  
ตอบ 1. เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 16 เซนติเมตร  
 2. จุดไฟต่ออีก 2 นาที และดับไฟ และจุดต่อใหม่อีก 18 นาที  
 วัดความยาวของเทียนได้ 6 เซนติเมตร
3. ในกรวัดความยาวของเทียนครั้งที่ 2 นับจากเริ่มต้น ไฟติดที่เทียนเป็นนาทีที่เท่าไร  
ตอบ เป็นนาทีที่ 24 นับจากเริ่มต้น
4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีอะไรบ้าง  
ตอบ การแก้ระบบสมการ ฟังก์ชัน
5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง  
ตอบ การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเปลี่ยนมุมมอง

## 6. จงแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหา อย่างละเอียด

### ผลเฉลยที่ 1 ใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ

การมอดของเทียนมีอัตราเร็วสม่ำเสมอ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาในการจุดเทียน และความยาวของเทียน จึงเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น

ให้  $x$  เป็นเวลาที่ไฟติดเทียนนับจากเริ่มต้น (นาที)

$y$  เป็นความยาวของเทียนเมื่อเวลาผ่านไป  $x$  นาที

ให้ ความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาในการจุดเทียน และความยาวของเทียนเป็นดังนี้

$$y = ax + b \quad \text{เมื่อ } a \text{ และ } b \text{ เป็นค่าคงที่}$$

**วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 1** เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้

16 เซนติเมตร

$$\text{จะได้ความสัมพันธ์} \quad 16 = 4a + b \quad \text{----- (1)}$$

**วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 2** เมื่อเวลาผ่านไป 24 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้

6 เซนติเมตร

$$\text{จะได้ความสัมพันธ์} \quad 6 = 24a + b \quad \text{----- (2)}$$

$$(1) - (2) ; \quad 10 = -20a$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

แทนค่า  $a = -\frac{1}{2}$  ในสมการ (1) จะได้

$$b = 18$$

ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะเวลาในการจุดเทียน และความยาวของเทียน คือ

$$y = -\frac{1}{2}x + 18$$

ต้องการทราบว่าเทียนไขจะใช้เวลาจุดไฟนานเท่าไรจึงจะมอด

ดังนั้น แทนค่า  $y$  ด้วย 0 จะได้

$$0 = -\frac{1}{2}x + 18$$

แก้สมการหาค่า  $x$  จะได้  $x = 36$

ดังนั้น ต้องใช้เวลา **36 นาที** เทียนไขจึงจะมอด

## ผลเฉลยที่ 2 ใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ

วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 1 เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 16 เซนติเมตร

วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 2 เมื่อเวลาผ่านไป 24 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 6 เซนติเมตร

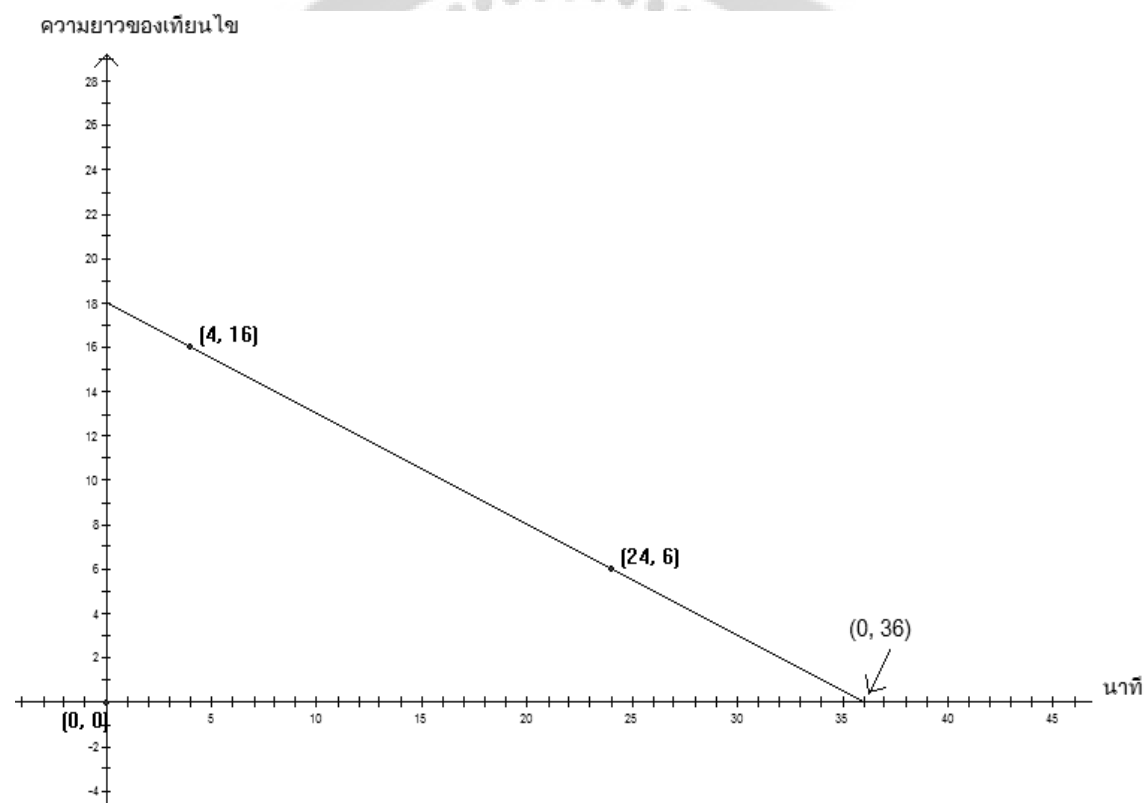
เขียนกราฟโดย

ให้ แกน  $x$  เป็นเวลาที่เทียนติดไฟ (นาที)

แกน  $y$  เป็นความยาวของเทียนไข (เซนติเมตร)

ดังนั้นกราฟจะผ่านจุด 2 จุด คือ  $(4, 16)$  และ  $(24, 6)$

ลากเส้นตรงผ่านจุดสองจุดดังกล่าว จะได้



จะเห็นว่าเมื่อเวลาผ่านไป 36 นาที เทียนไขจะมีความยาวเป็น 0 เซนติเมตร หรือมอดจนหมดนั่นเอง

ดังนั้น ต้องใช้เวลา 36 นาที เทียนไขจึงจะมอด

### ผลเฉลยที่ 3 ใช้กลยุทธ์การเปลี่ยนมุมมอง

วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 1 เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 16 เซนติเมตร

วัดความยาวของเทียนครั้งที่ 2 เมื่อเวลาผ่านไป 24 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 6 เซนติเมตร



เนื่องจากการมอดของเทียนไขเป็นไปด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ

และจากภาพจะได้ว่า ความยาวของเทียนไขที่มอดไป 10 เซนติเมตร ใช้เวลา 20 นาที

ดังนั้น อัตราเร็วในการมอดของเทียนไข  $= \frac{10}{20} = 0.5$  เซนติเมตรต่อนาที

จะได้ว่า ความยาวของเทียนไขที่เหลือ 6 เซนติเมตร ใช้เวลา  $= \frac{6}{0.5} = 12$  นาที

สรุปได้ว่า เทียนไขเล่มนี้ จากเริ่มต้น จนมอด ใช้เวลาทั้งหมด  $4 + 20 + 12 = 36$  นาที

#### 7. คำตอบของปัญหา มีอะไรบ้าง

ตอบ ต้องใช้เวลา 36 นาที เทียนไขจึงจะมอด

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง	กิจกรรมการแก้ปัญหารายบุคคล	ปัญหา“เจ้าหนู...จำไม”
ระดับ	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	เวลา 1 คาบ (60 นาที)

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล “เจ้าหนู...จำไม” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ได้แก่ เจ้าหนู...จำไม ซึ่งเป็น ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ได้ประกอบด้วย การสร้างตาราง การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันแก้ปัญหาที่กำหนด

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้นได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

2) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

3) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ซึ่งได้แก่

☒ การสร้างตาราง

☒ การเขียนสมการ

☒ การเขียนภาพหรือแผนภาพ

☒ การเปลี่ยนมุมมอง

4) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหของตน ในชั้นเรียน

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและรับผิดชอบงาน

1) ความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาที่กำหนด

2) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

## 2. สารการเรียนรู้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน การประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนด

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง

## 3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรม : เจ้าหนู...จำไม

3.2 แนวทางการเฉลยกิจกรรม : เจ้าหนู...จำไม

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และ แบบบันทึกภาคสนาม

## 4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ใน กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล “เจ้าหนู...จำไม” แบ่งออกเป็น 2 ช่วง ได้แก่ การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งแจก ใบกิจกรรม “เจ้าหนู...จำไม” ให้ นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของตนเอง

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้ นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

☒ ปัญหาเกี่ยวกับอะไร

☒ ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหาคะ)

☒ ในปี 2552 ประชากรของทั้งสองจังหวัดมีจำนวนเป็นเท่าไรบ้าง

☒ เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี คือปี 2553 ประชากรในจังหวัดภูเก็ตเปลี่ยนแปลง

อย่างไร

☒ เมื่อเวลาผ่านไป 1 ปี คือปี 2553 ประชากรในจังหวัดลำพูนเปลี่ยนแปลง

อย่างไร

3) ให้นักเรียนคิดวางแผนแก้ปัญหา และใช้บริเวณที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดานขด

4) ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ แล้วตรวจสอบคำตอบที่ได้

#### 4.2 การประเมินผลการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนออกมารายงานกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองหน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียน โดยเลือกคนที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

2) ครูนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนคนใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แต่ละคนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

☒ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

☒ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนเป็น

อย่างไร

☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้แก้ปัญหานี้ได้ มีอะไรบ้าง

☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ ของนักเรียนคนใดที่เห็นว่าดีที่สุด

4) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

☒ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน และการประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้น การเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น แนวคิดเกี่ยวกับการแก้สมการ

☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การสร้างตาราง การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการเปลี่ยนมุมมอง

☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมกับปัญหานี้ ได้แก่ การเปลี่ยนมุมมอง

### 5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ จะพิจารณาจากข้อมูลต่อไปนี้

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรม “เจ้าหนู...จำไม่” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน โดยใช้ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึภาคสนาม

พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหตามี่วางแผนไว้ และการตรวจสอบผล



**6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

.....

.....





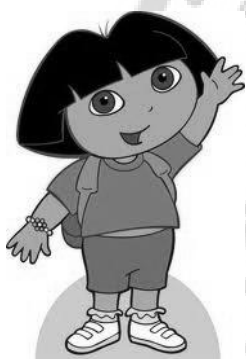
## ใบกิจกรรม : เจ้าหนู...จำไม



หนูจุ่นเป็นเด็กขี้สงสัย วันนี้หนูจุ่นเพิ่งได้เรียนวิชาสังคม เกี่ยวกับประชากร ในแต่ละจังหวัด คุณครูให้ดูประชากรในแต่ละจังหวัดของประเทศ ซึ่งพบว่าจากปี พ.ศ. 2549 มีประชากรบางจังหวัดลดลงและเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

จังหวัดภูเก็ตเป็นจังหวัดที่มีแหล่งท่องเที่ยวมากมาย จึงมีประชากรเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยเฉลี่ยเพิ่มขึ้นปีละ 8,000 คน ส่วนจังหวัดที่มีประชากรลดลงอย่างรวดเร็วคือจังหวัดลำพูน โดยเฉลี่ยลดลงปีละ 1,000 คน

และในปี พ.ศ. 2552 ประชากรในจังหวัดภูเก็ต ประมาณ 336,000 คน และ ประชากรในจังหวัดลำพูน 435,000 คน



หนูจุ่นสงสัยอีกแล้ว ช่วยหนูจุ่น  
คิดหน่อยซิคะว่า ใน พ.ศ. เท่าไร  
ประชากรของจังหวัดภูเก็ตจึงจะ  
เท่ากับประชากรของจังหวัด  
ลำพูนนะ...??????



# แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม:เจ้าหนู...จำไม

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่..... กลุ่มที่.....

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

3. ในปี 2553 ประชากรในทั้งสองจังหวัดเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....





## แนวทางการเฉลยกิจกรรม:เจ้าหนู...จำไม

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

ตอบ ในปี พ.ศ. ไตที่ประชากรในจังหวัดภูเก็ตจึงจะเท่ากับประชากรในจังหวัดลำพูน

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ 1. ปี พ.ศ. 2552 ประชากรในจังหวัดภูเก็ต 336,000 คน เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ยปีละ 8,000 คน

2. ปี พ.ศ. 2552 ประชากรในจังหวัดลำพูน 435,000 คน และลดลงโดยเฉลี่ยปีละ 1,000 คน

3. ในปี 2553 ประชากรในทั้งสองจังหวัดเป็นเท่าใด คิดได้อย่างไร

ตอบ ประชากรในจังหวัดภูเก็ต เป็น 344,000 คน คิดได้จาก  $336,000 + 8,000$

ประชากรในจังหวัดลำพูน เป็น 435,000 คน คิดได้จาก  $435,000 - 1,000$

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ ฟังก์ชัน การแก้ระบบสมการ

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบ การสร้างตาราง การเขียนสมการ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเปลี่ยนมุมมอง

## 6. จงแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหา อย่างละเอียด

### ผลเฉลยที่ 1 ใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง

ปี พ.ศ.	ประชากรในจังหวัดภูเก็ต เพิ่มขึ้นปีละ 8,000 คน	ประชากรในจังหวัดลำพูน ลดลงปีละ 1,000 คน
2552	336,000	435,000
2553	344,000	434,000
2554	352,000	433,000
2555	360,000	432,000
2556	368,000	431,000
2557	376,000	430,000
2558	384,000	429,000
2559	392,000	428,000
2560	400,000	427,000
2561	408,000	426,000
2562	416,000	425,000
2563	424,000	424,000

จากตารางจะพบว่า ในปี 2563 จังหวัดภูเก็ตและจังหวัดลำพูนจะมีประชากร เท่ากัน

### ผลเฉลยที่ 2 ใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ

ให้  $x$  เป็นจำนวนปีที่เพิ่มขึ้นนับจากปี พ.ศ. 2552

$y_1$  เป็นจำนวนประชากรจังหวัดภูเก็ต

$y_2$  เป็นจำนวนประชากรจังหวัดลำพูน

เนื่องจากประชากรในจังหวัดภูเก็ตในปี 2552 มี 336,000 คน และเพิ่มขึ้นปีละ 8,000 คน

จะได้ว่า

$$y_1 = 336,000 + 8,000x$$

เนื่องจากประชากรในจังหวัดลำพูนในปี 2552 มี 435,000 คน และลดลงปีละ 1,000 คน

จะได้ว่า

$$y_2 = 435,000 - 1,000x$$

ต้องการหาว่า ในปี พ.ศ. ไต จำนวนประชากรในจังหวัดภูเก็ตเท่ากับจังหวัดลำพูน ให้

$$y_1 = y_2$$

$$\text{จะได้ว่า } 336,000 + 8,000x = 435,000 - 1,000x$$

$$8,000x + 1,000x = 435,000 - 336,000$$

$$9,000x = 99,000$$

$$x = 11$$

ดังนั้นอีก 11 ปี นับจากปี พ.ศ. 2552 ประชากรในจังหวัดภูเก็ตจะมีประชากรเท่ากับจังหวัดลำพูน หรือคิดเป็นปี พ.ศ. 2563 นั้นเอง

### ผลเฉลยที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพ

ให้  $x$  เป็นจำนวนปีที่เพิ่มขึ้นนับจากปี พ.ศ. 2552

$f(x)$  เป็นจำนวนประชากรจังหวัดภูเก็ต (พันคน)

$g(x)$  เป็นจำนวนประชากรจังหวัดลำพูน (พันคน)

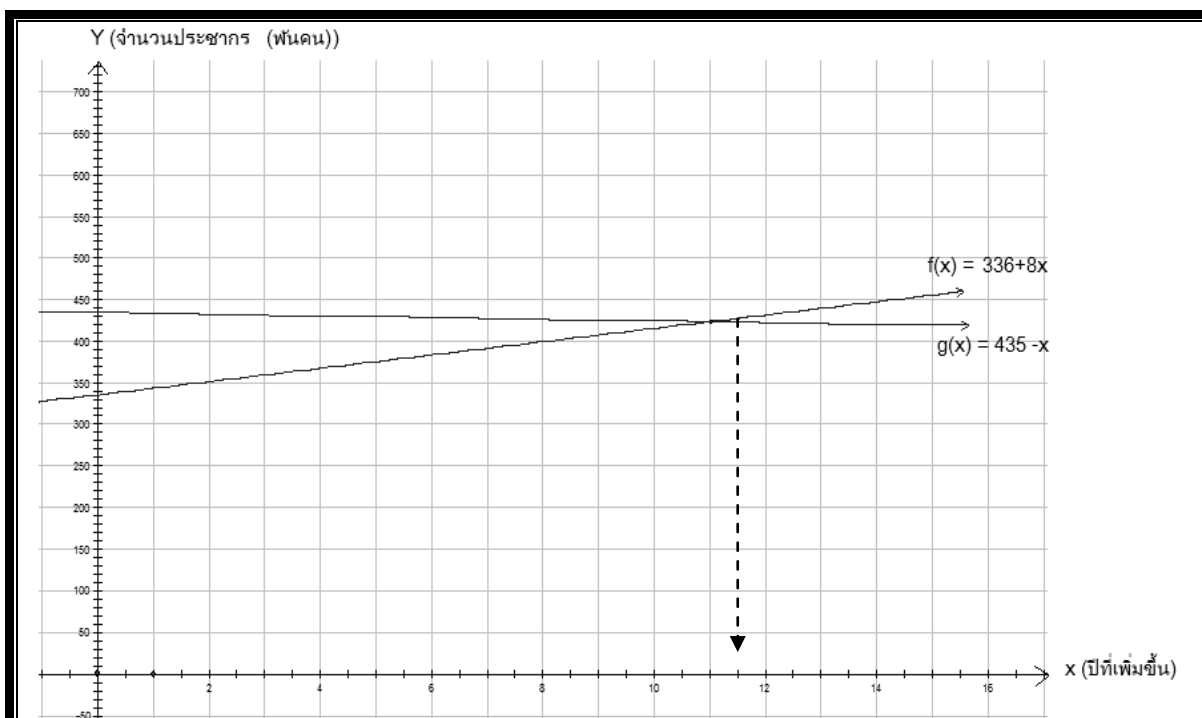
เนื่องจากประชากรในจังหวัดภูเก็ตในปี พ.ศ. 2552 มี 336,000 คน และเพิ่มขึ้นปีละ 8,000 คน จะได้ว่า

$$f(x) = 336 + 8x$$

เนื่องจากประชากรในจังหวัดลำพูนในปี พ.ศ. 2552 มี 435,000 คน และลดลงปีละ 1,000 คน จะได้ว่า

$$g(x) = 435 - x$$

ต้องการหาว่า ในปี พ.ศ. ไต จำนวนประชากรในจังหวัดภูเก็ตเท่ากับจังหวัดลำพูน วาดกราฟฟังก์ชันทั้งสองและหาจุดตัดของกราฟของทั้งสองฟังก์ชัน ดังนี้



**จากกราฟจะเห็นว่า** กราฟตัดกัน ณ ตำแหน่ง  $x$  มีค่าเท่ากับ 11

ดังนั้นอีก 11 ปีข้างหน้าประชากรของจังหวัดภูเก็ตจะเท่ากับจังหวัดลำพูน หรือทั้งสองจังหวัดจะมีประชากรเท่ากันในปี พ.ศ. 2563

#### **ผลเฉลยที่ 4** ใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมอง

เนื่องจากประชากรในจังหวัดภูเก็ตเพิ่มขึ้นปีละ 8,000 คน และประชากรในจังหวัดลำพูนลดลงปีละ 1,000 คน

ดังนั้นในแต่ละปี จะมีการเปลี่ยนแปลงต่างกัน 9,000 คน ต่อปี

แต่ในปี พ.ศ. 2552 ประชากรในจังหวัดภูเก็ตและประชากรในจังหวัดลำพูนแตกต่างกันอยู่  $435,000 - 336,000 = 99,000$  คน

ดังนั้นจะต้องใช้เวลา  $99,000 \div 9,000$  คน = 11 ปี

นั่นคือนับจากปี พ.ศ. 2552 อีก 11 ปี คือ ปี พ.ศ. 2563 จังหวัดภูเก็ตและจังหวัดลำพูนจะมีประชากรเท่ากัน

#### **7. คำตอบของปัญหา** มีอะไรบ้าง

**ตอบ** อีก 11 ปีข้างหน้าประชากรของจังหวัดภูเก็ตจะเท่ากับจังหวัดลำพูน หรือทั้งสองจังหวัดจะมีประชากรเท่ากันในปี พ.ศ. 2563



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

<b>เรื่อง</b>	<b>กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</b>	<b>ปัญหา“แพน-เวียร์ เบเกอร์”</b>
<b>ระดับ</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4</b>	<b>เวลา 1 คาบ (60 นาที)</b>

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “แพน-เวียร์ เบเกอร์” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และได้เริ่มลงมือปฏิบัติและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ได้แก่ **แพน-เวียร์ เบเกอร์** ซึ่งเป็น **ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย** ที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ได้ประกอบด้วย การเขียนสมการ และการคาดเดาและตรวจสอบ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันแก้ปัญหาคำหนด

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันกำลังสองได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

2) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

3) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ซึ่งได้แก่

☒ การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

☒ การเขียนสมการ

4) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหของตน ทั้งภายในกลุ่มและในชั้นเรียน

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและรับผิดชอบงาน

1) ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

2) ในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

## 2. สารการเรียนรู้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน การประยุกต์ของฟังก์ชัน กำลังสอง ซึ่งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนด

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การเขียนสมการ และการคาดเดาและตรวจสอบ

## 3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรม : แพน-เวียร์ เบเกอร์

3.2 แนวทางการเฉลยกิจกรรม : แพน-เวียร์ เบเกอร์

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และ แบบบันทึกภาคสนาม

## 4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ใน กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “แพน-เวียร์ เบเกอร์” แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 5 นาที มีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนปัญหา “ปัญหาคันธีร์” และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งได้แก่ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด และการเขียนสมการ และการเขียนสมการโดยใช้การถาม-ตอบ

4.2 การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ใช้เวลาประมาณ 25 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งแจก ใบกิจกรรม “แพน-เวียร์ เบเกอร์” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ตลอดจนถึงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ☒ ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร
- ☒ ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่อย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานั้น)
- ☒ การลดราคามีผลต่อยอดขายอย่างไร
- ☒ เงินที่ขายได้ในแต่ละวันคิดจากสิ่งใดบ้าง

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยไม่ต้องปรึกษาคณอื่น และใช้บริเวณที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษทจดของตน

4) หลังจากนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตน แลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวางแผนแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มบันทึกแนวคิด/วิธีแก้ปัญหา ลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง เช่น

- ✎ ความรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✎ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✎ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้คืออะไร

5) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียนตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- ✎ นักเรียนแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลควรปรับเปลี่ยน
- ✎ คำตอบของนักเรียนมีอะไรบ้าง
- ✎ คำตอบของนักเรียนมาได้อย่างไร ลองอธิบายให้ครูฟัง
- ✎ นักเรียนจะมั่นใจได้อย่างไรว่า คำตอบของนักเรียนถูกต้อง
- ✎ นักเรียนมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่นๆ อีกหรือไม่ ในการแก้ปัญหานี้

#### 4.3 การประเมินผลการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรายงาน กระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน หรือ ครูสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

2) ครูนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

- ✎ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ✎ กระบวนการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์มีกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนเป็น

อย่างไร

- ✎ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้แก้ปัญหานี้ได้ มีอะไรบ้าง
- ✎ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ ของกลุ่มใดที่นักเรียนเห็นว่าดีที่สุด

4) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

๒ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา นี้ ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน และการประยุกต์ของฟังก์ชันกำลังสอง การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันกำลังสอง การลดราคา

๒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหา นี้ ได้แก่ การเขียนสมการ และการคาดเดาและตรวจสอบ

๒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมกับปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนสมการ

## 5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ จะพิจารณาจากข้อมูลต่อไปนี้

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรม “แพน-เวียร์ เบเกอร์” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน โดยใช้ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหตามี่วางแผนไว้ และการตรวจสอบผล

## 6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ใบกิจกรรม : แพน-เวียร์เบเกอร์



เวียร์กับแพนเค้ก เปิดร้านขายเบเกอร์ด้วยกันชื่อร้าน “แพน-เวียร์ เบเกอร์” และได้ตั้งราคาขายพายสับประรดไว้ที่กล่องละ 60 บาท โดยขายได้เฉลี่ยวันละ 150 กล่อง แต่ในทุก ๆ ช่วงเทศกาลจะปรับลดราคาลงมา ซึ่งจะทำให้มียอดขายเพิ่มขึ้น 4 กล่อง ต่อการลดราคา 1 บาท

เวียร์...ช่วงเทศกาลวันสงกรานต์ปีนี้ เราจะตั้งราคาขายพายสับประรดไว้ที่เท่าไรดีนี่

ถ้าอยากเพิ่มยอดขาย ก็ต้องปรับลดราคาลงมาสิจ๊ะแพน... แต่ว่าจะลดลงเท่าไรดีล่ะ จึงจะขายได้เงินมากที่สุดนะ แล้วเราจะได้เงินมากที่สุดเท่าไร





# แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม:แพน-เวียร์เบเกอร์

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่..... กลุ่มที่.....

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

.....  
 .....  
 .....

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....  
 .....  
 .....

3. การลดราคามีผลต่อยอดขายอย่างไร

.....  
 .....  
 .....

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....  
 .....  
 .....

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....  
 .....  
 .....





## แนวทางการเฉลยกิจกรรม:แพน-เวียร์เบเกอร์

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

ตอบ จะต้องลดราคาลงเท่าไร จึงจะขายได้เงินมากที่สุด

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ พายส์บับเปรดตั้งราคาไว้ที่กล่องละ 60 บาท ขายได้เฉลี่ยวันละ 150 กล่อง

3. การลดราคามีผลต่อยอดขายอย่างไร

ตอบ ยอดขายเพิ่มขึ้น 4 กล่อง ต่อการลดราคา 1 บาท

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ ฟังก์ชัน การลดราคา

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ

6. จงแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหาย อย่างละเอียด

ผลเฉลยที่ 1 ใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ

ให้  $y$  เป็น จำนวนเงินที่ขายได้

$x$  เป็น ราคาที่ลดลง (บาท)

ดังนั้น ถ้าลดราคาลง  $x$  บาท จะได้

ราคาขายต่อกล่อง  $60 - x$  บาท

จำนวนกล่องที่ขายได้  $150 + 4x$  กล่อง

เนื่องจาก จำนวนเงินที่ขายได้ = จำนวนกล่องที่ขายได้  $\times$  ราคาขายต่อกล่อง

จะได้  $y = (150 + 4x)(60 - x)$

หรือ  $y = 9,000 + 90x - 4x^2$

ต้องการยอดขายมากที่สุด ดังนั้นหาจุดสูงสุดของฟังก์ชัน  $y = 9,000 + 90x - 4x^2$

เนื่องจาก ฟังก์ชัน  $y = ax^2 + bx + c$  มีจุดสูงสุดที่  $x = -\frac{b}{2a}$



ดังนั้น ฟังก์ชัน  $y = 9,000 + 90x - 4x^2$

มีจุดสูงสุดที่  $x = -\frac{90}{2(-4)} = 11.25$

ถ้า  $x = 11$  จะได้  $y = 9,000 + 90(11) - 4(11)^2 = 9,506$

ถ้า  $x = 12$  จะได้  $y = 9,000 + 90(12) - 4(12)^2 = 9,504$

ดังนั้นควรลดราคา 11 บาท จึงจะมียอดขายมากที่สุด

## ผลเฉลยที่ 2 ใช้กลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ

ลดราคาลง (บาท)	ราคาต่อกล่อง (บาท)	จำนวนกล่อง ที่ขายได้ (กล่อง)	จำนวนเงิน ที่ขายได้ (บาท)	ผลสรุป
ไม่ลดราคา	60	150	9,000	-
5	$60 - 5 = 55$	$150 + 4(5)=170$	9,350	มากกว่าปกติ
10	$60 - 10 = 50$	$150 + 4(10)=190$	9,500	มากกว่าการ ลดลง 5 บาท
15	$60 - 15 = 45$	$150 + 4(15)=210$	9,450	น้อยกว่าการ ลดลง 10 บาท
16	$60 - 16 = 44$	$150 + 4(16)=214$	9,416	น้อยกว่าการ ลดลง 10 บาท
11	$60 - 11 = 49$	$150 + 4(11)=194$	9,506	มากกว่าการ ลดลง 10 บาท
12	$60 - 12 = 48$	$150 + 4(12)=198$	9,504	น้อยกว่าการ ลดลง 11 บาท
13	$60 - 13 = 47$	$150 + 4(13)=202$	9,494	น้อยกว่าการ ลดลง 11บาท

จากตารางที่ได้จากการคาดเดาและตรวจสอบ พบว่า จะมีจำนวนเงินที่ขายได้มากที่สุด  
เมื่อลดราคาลง 11 บาท

7. ร้านแพน - เวียร์ เบเกอร์รี่ จะมีจำนวนเงินที่ขายได้สูงสุดเท่าไร

ตอบ 9,506 บาท

8. คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบ จะมีจำนวนเงินที่ขายได้สูงสุดเมื่อลดราคาลง 11 บาท

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

<b>เรื่อง</b>	<b>กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</b>	<b>ปัญหา“คู่เดือด”</b>
<b>ระดับ</b>	<b>ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4</b>	<b>เวลา 1 คาบ (60 นาที)</b>

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “คู่เดือด” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และได้เริ่มลงมือปฏิบัติและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ได้แก่ คู่เดือด ซึ่งเป็น ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ที่สามารถแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ได้ประกอบด้วย การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันแก้ปัญหาคำหนด

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม
- 2) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
- 3) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าวได้อย่างหลากหลาย ซึ่งได้แก่

~~☒~~ การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด

~~☒~~ การเขียนสมการ

- 4) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ

แนวความคิดการแก้ปัญหของตน ทั้งภายในกลุ่มและในชั้นเรียน

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและรับผิดชอบงาน

- 1) ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม
- 2) ในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

## 2. สารการเรียนรู้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน การประยุกต์ของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนด

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ

## 3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรม : คู่เด็ด

3.2 แนวทางการเฉลยกิจกรรม : คู่เด็ด

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และ แบบบันทึกภาคสนาม

## 4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ใน กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม “คู่เด็ด” แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 5 นาที มีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนปัญหา “สนามเด็กเล่น” และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง และการเขียนสมการ

4.2 การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ใช้เวลาประมาณ 25 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งแจก ใบกิจกรรม “คู่เด็ด” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูจะต้องตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ✎ ปัญหาเกี่ยวกับอะไร
- ✎ ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่อย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหาหะ)
- ✎ เงินเดือนเริ่มต้นของใครน้อยกว่า
- ✎ เงินเดือนปรับเพิ่มขึ้น ปีละ 5% หมายความว่าอย่างไร

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยไม่ต้องปรึกษาคณะอื่น และใช้บริเวณที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษทศของตน

4) หลังจากนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำเสนอความคิดของตน แลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดวางแผนแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มบันทึกแนวคิด/วิธีแก้ปัญหา ลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง เช่น

- ☒ ความรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ ที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้คืออะไร

5) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียนตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- ☒ นักเรียนแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลควรปรับเปลี่ยน
- ☒ คำตอบของนักเรียนมีอะไรบ้าง
- ☒ คำตอบของนักเรียนมาได้อย่างไร ลองอธิบายให้ครูฟัง
- ☒ นักเรียนจะมั่นใจได้อย่างไรว่า คำตอบของนักเรียนถูกต้อง
- ☒ นักเรียนมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ อีกหรือไม่ ในการแก้ปัญหานี้

#### 4.3 การประเมินผลการแก้ปัญหา ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนรายงาน กระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองหน้าชั้นเรียน หรือ ครูสุ่มเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

2) ครูนำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

- ☒ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- ☒ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนเป็นอย่างไร
- ☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้แก้ปัญหานี้ได้ มีอะไรบ้าง
- ☒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ ของกลุ่มใดที่นักเรียนเห็นว่าดีที่สุด

4) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

๒ ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา นี้ ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ ความหมายของฟังก์ชัน และการประยุกต์ของฟังก์ชันเชิงเส้น และฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล แนวคิดเกี่ยวกับการหาค่าร้อยละ

๒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การสร้างตาราง และการค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ

๒ ขั้นตอน/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่เหมาะสมกับปัญหานี้ ได้แก่ การค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ

## 5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ จะพิจารณาจากข้อมูลต่อไปนี้

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรม “คู่เด็ด” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน โดยใช้ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชัน ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การลงมือแก้ปัญหตามี่วางแผนไว้ และการตรวจสอบผล

## 6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ใบกิจกรรม : คู่เดือด



ดำและขาว เป็นเด็กวัดอยู่กับหลวงตามาตั้งแต่เด็ก และเมื่อเติบโต ต่างคนก็มั่งงานทำ เมื่อปีใหม่ที่ผ่านมา ดำและขาวได้มาเยี่ยมหลวงตาทั้งคู่



หลวงตา : “เป็นไงบ้าง เจ้าทั้งสอง ทำงานอะไรกันบ้างล่ะ”

ขาว : “ผมทำงานเป็นพนักงานบริษัท เงินเดือนก็เริ่มต้น 20,000 บาท แต่จะเพิ่มขึ้นทุกๆ ปี ครบ ปีละ 1,000 บาท ครับ”

ดำ : “ของผมทำงานราชการเงินเดือนเริ่มต้นน้อยกว่าขาวครับ ก็เริ่มต้นที่ 15,000 บาท และจะค่อยๆ เพิ่มขึ้น ปีละ 5% ครับ”

หลวงตา : “เอ้อ ตอนนี้อาจารย์เงินเดือนมากกว่าเจ้าดำ แต่พอหลายปีเข้า เจ้าดำก็มีเงินเดือนมากกว่าเจ้าขาวนั่นแหละ”

ดำ : “แล้วอีกกี่ปีกันล่ะครับ หลวงตา”

นักเรียนลองช่วยขาว คิดหน่อยซิว่า อีกกี่ปี ดำจะมีเงินเดือนมากกว่าขาว



# แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม: คู่เดือด

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่..... กลุ่มที่.....

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

3. เงินเดือนเพิ่มขึ้นปีละ 5% หมายความว่าอย่างไร

.....

.....

.....

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....







## แนวทางการเฉลยกิจกรรม: คู่เดือด

1. สิ่งที่สามารถระบุปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

ตอบ จำจะมีเงินเดือนมากกว่าชาวเมือทำงานครบก็ปี

2. สิ่งที่สามารถระบุปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ 1. ชาวมีเงินเดือนเริ่มต้น 20,000 บาท แต่จะเพิ่มขึ้นทุกๆ ปี ปีละ 1,000 บาท  
2. จำมีเงินเดือนเริ่มต้น 15,000 บาท แต่จะค่อยๆ เพิ่มขึ้น ปีละ 5%

3. เงินเดือนเพิ่มขึ้นปีละ 5% หมายความว่าอย่างไร

ตอบ ถ้าเงินเดือนเริ่มต้น 100 บาท เมื่อครบ 1 ปี จะมีเงินเดือนเพิ่มขึ้น 5 บาท หรือ มีเงินเดือน 105 บาท

4. ความรู้ / แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีอะไรบ้าง

ตอบ ร้อยละ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

5. ขั้นตอน / กลยุทธ์ (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีอะไรบ้าง

ตอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การคาดเดาและตรวจสอบ

## 6. จงแสดงแนวคิดอย่างละเอียด

### ผลเฉลยที่ 1 การสร้างตาราง

เวลาที่ทำงาน	เงินเดือนของดำ (บาท)	เงินเดือนของขาว (บาท)
เริ่มต้น	15,000	20,000
1 ปี	$15,000 + (15,000 \cdot 0.05) = 15,750$	$20,000 + 1,000 = 21,000$
2 ปี	$15,750 + (15,750 \cdot 0.05) = 16,538$	$21,000 + 1,000 = 22,000$
3 ปี	$16,538 + (16,538 \cdot 0.05) = 17,364$	$22,000 + 1,000 = 23,000$
4 ปี	$17,364 + (17,364 \cdot 0.05) = 18,233$	$23,000 + 1,000 = 24,000$
5 ปี	$18,233 + (18,233 \cdot 0.05) = 19,144$	$24,000 + 1,000 = 25,000$
6 ปี	$19,144 + (19,144 \cdot 0.05) = 20,101$	$25,000 + 1,000 = 26,000$
7 ปี	$20,101 + (20,101 \cdot 0.05) = 21,107$	$26,000 + 1,000 = 27,000$
8 ปี	$21,107 + (21,107 \cdot 0.05) = 22,162$	$27,000 + 1,000 = 28,000$
9 ปี	$22,162 + (22,162 \cdot 0.05) = 23,270$	$28,000 + 1,000 = 29,000$
10 ปี	$23,270 + (23,270 \cdot 0.05) = 24,433$	$29,000 + 1,000 = 30,000$
11 ปี	$24,433 + (24,433 \cdot 0.05) = 25,655$	$30,000 + 1,000 = 31,000$
12 ปี	$25,655 + (25,655 \cdot 0.05) = 26,938$	$31,000 + 1,000 = 32,000$
13 ปี	$26,938 + (26,938 \cdot 0.05) = 28,285$	$32,000 + 1,000 = 33,000$
14 ปี	$28,285 + (28,285 \cdot 0.05) = 29,698$	$33,000 + 1,000 = 34,000$
15 ปี	$29,698 + (29,698 \cdot 0.05) = 31,184$	$34,000 + 1,000 = 35,000$
16 ปี	$31,184 + (31,184 \cdot 0.05) = 32,743$	$35,000 + 1,000 = 36,000$
17 ปี	$32,743 + (32,743 \cdot 0.05) = 34,380$	$36,000 + 1,000 = 37,000$
18 ปี	$34,380 + (34,380 \cdot 0.05) = 36,099$	$37,000 + 1,000 = 38,000$
19 ปี	$36,099 + (36,099 \cdot 0.05) = 37,904$	$38,000 + 1,000 = 39,000$
20 ปี	$37,904 + (37,904 \cdot 0.05) = 39,799$	$39,000 + 1,000 = 40,000$
21 ปี	$39,799 + (39,799 \cdot 0.05) = 41,789$	$40,000 + 1,000 = 41,000$

จากตารางจะเห็นว่า เมื่อทำงานครบ 21 ปี ดำจะมีเงินเดือนมากกว่าขาว

**ผลเฉลยที่ 2** ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบรูปและกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ  
เพื่อหาความสัมพันธ์ของเงินเดือนกบเวลาในการทำงาน ใช้กลยุทธ์การค้นหาแบบ

รูป

ให้  $x$  เป็น เวลาในการทำงาน (ปี)

$y_1$  เป็น เงินเดือนของดำเมื่อทำงานครบ  $x$  ปี

$y_2$  เป็น เงินเดือนของขาวเมื่อทำงานครบ  $x$  ปี

พิจารณาเงินเดือนของดำ เงินเดือนเริ่มต้น 15,000 บาท และเพิ่มขึ้นปีละ 5%

ทำงานครบ 1 ปี

$$\begin{aligned} \text{เงินเดือนเริ่มต้น} + \text{เงินเดือนที่เพิ่มขึ้นร้อยละ 5} &= 15,000 + (15,000 \cdot 0.05) \\ &= 15,000(1+0.05) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นเมื่อทำงานครบ 1 ปีจะมีเงินเดือน} = 15,000(1.05) \text{ บาท}$$

ทำงานครบ 2 ปี

$$\begin{aligned} \text{เงินเดือนเดือนที่ 1} + \text{เงินเดือนที่เพิ่มขึ้นร้อยละ 5} &= 15,000(1.05) + 15,000(1.05)(0.05) \\ &= 15,000(1.05)(1+0.05) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นเมื่อทำงานครบ 2 ปีจะมีเงินเดือน} = 15,000(1.05)^2 \text{ บาท}$$

ทำงานครบ 3 ปี

$$\begin{aligned} \text{เงินเดือนเดือนที่ 2} + \text{เงินเดือนที่เพิ่มขึ้นร้อยละ 5} &= 15,000(1.05)^2 + 15,000(1.05)^2(0.05) \\ &= 15,000(1.05)^2(1+0.05) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นเมื่อทำงานครบ 3 ปีจะมีเงินเดือน} = 15,000(1.05)^3 \text{ บาท}$$

ทำงานครบ  $x$  ปี

$$\text{จะมีเงินเดือน} = 15,000(1.05)^x \text{ บาท}$$

$$\text{จะได้ความสัมพันธ์} \quad y_1 = 15,000(1.05)^x \text{ บาท}$$

พิจารณาเงินเดือนของขาว เงินเดือนเริ่มต้น 20,000 บาท และเพิ่มขึ้นปีละ 1,000

บาท

$$\text{จะได้} \quad y_2 = 20,000 + (1,000)x$$

เพื่อต้องการหาว่าอีกกี่ปีเงินเดือนของดำจึงมากกว่าของขาว ใช้กลยุทธ์การคาด

เดาและตรวจสอบ

เวลาในการทำงาน(ปี)	เงินเดือนของดำ	เงินเดือนของขาว	ผลสรุป
x	$y_1 = 15,000(1.05)^x$	$y_2 = 20,000+(1,000)x$	
10	24,433	30,000	ดำน้อยกว่า
15	31,184	35,000	ดำน้อยกว่า
20	39,799	40,000	ดำน้อยกว่า
21	41,789	41,000	ดำมากกว่า

จากการคาดเดาและตรวจสอบ พบว่า เมื่อทำงานครบ 21 ปี ดำจะมีเงินเดือนมากกว่าขาว

7. คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบ เมื่อทำงานครบ 21 ปี ดำจะมีเงินเดือนมากกว่าขาว



ภาคผนวก  
ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา

## ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา

### คาบเรียน 2 ปัญหา “เทียนไข เจ้าปัญหา”

ด้วยเหตุการณ์ที่ราคาข้าวฟ่างสูงขึ้นทำให้มีการขโมยข้าวในนาเกิดขึ้น คล้าวหนุ่มชาวนา ก็เลยต้องมานอนที่กระท่อมปลายนาเพื่อระวังขโมย คล้าวมีเทียนไขอยู่เล่มหนึ่ง ซึ่งเมื่อจุดไฟจะสั้นลงในอัตราเร็วสม่ำเสมอ คล้าวอยากรู้ว่าเทียนไขเล่มนี้จุดได้นานเท่าไรจึงจะมอด จึงเริ่มทดสอบโดยการจับเวลา เมื่อเวลาผ่านไป 4 นาที วัดความยาวของเทียนไขได้ 16 เซนติเมตร และเมื่อผ่านไป 2 นาที คล้าวได้ยินเสียงทำคน คล้าวก็เลยดับไฟและเดินออกไปตรวจบริเวณกระท่อม แต่ปรากฏว่าเป็นสุนัขที่แกล้งยิงไว้ เลยกลับเข้ากระท่อม

คล้าวกลับมาจุดไฟต่อ และเมื่อผ่านไปอีก 18 นาทีวัดความยาวของเทียนได้ 6 เซนติเมตร ครั้นเมื่อคล้าวเริ่มรู้สึกง่วงนอน เลยดับเทียนไขและคิดในใจว่าค่อยมาทดสอบต่อพรุ่งนี้ ปรากฏว่าเมื่อตื่นขึ้นมาคล้าวก็จะมาทดสอบเทียนไขต่อ แต่นึกได้ว่าตนไม่ได้จดไว้ว่าตอนที่ดับไฟนั้นมันนาที่เท่าไร แล้วอย่างนี้จะมีวิธีการใดบ้างที่ช่วยหาคำตอบว่า เทียนไขเล่มนี้เมื่อจุดไฟ ต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะมอด

### คาบเรียน 3 ปัญหา “เป็นต่อ XEROX”

เป็นต่อเปิดร้านทำสำเนาเอกสาร ชื่อว่าร้าน “เป็นต่อ zerox” โดยเป็นต่อได้เช่าเครื่องถ่ายเอกสารจากบริษัท และต้องเสียค่าเช่าเดือนละ 1,000 บาท และเมื่อต้องการทำสำเนาในแต่ละครั้งจะต้องมีต้นทุนดังต่อไปนี้

- (1) ค่ากระดาษ รีมละ 100 บาท ซึ่งมีกระดาษ 500 แผ่น/รีม
  - (2) ค่าหมึกหลอดละ 3,000 บาท ซึ่งผลิตเอกสารได้เฉลี่ย 25,000 แผ่น/หลอด
- ซึ่งร้านที่เป็นคู่แข่งอยู่ใกล้ ๆ รับถ่ายเอกสารแผ่นละ 0.50 บาท เป็นต่อจึงตั้งอัตราค่าถ่ายเอกสารแผ่นละ 0.40 บาท

ดังนั้นในแต่ละเดือน เป็นต่อจะต้องทำสำเนาเอกสารให้ได้ทั้งหมดก็พื้นแผ่นจึงจะไม่ขาดทุน

### คาบเรียน 6 ปัญหา “แพน-เวียร์ เบเกอร์”

เวียร์กับแพนเค้ก เปิดร้านขายเบเกอร์ด้วยกันชื่อร้าน “แพน-เวียร์ เบเกอร์” และได้ตั้งราคาขายพายสับประตวไว้ที่กล่องละ 60 บาท โดยขายได้เฉลี่ยวันละ 150 กล่อง แต่ในทุกๆ ช่วงเทศกาลจะปรับลดราคาลงมา ซึ่งจะทำให้มียอดขายเพิ่มขึ้น 4 กล่อง ต่อการลดราคา 1 บาท

แพน : เวียร์...ช่วงเทศกาลวันสงกรานต์ปีนี้ เราจะตั้งราคาขายพายสับประตวไว้ที่เท่าไรดีนะ

เวียร์ : ถ้าอยากเพิ่มยอดขาย ก็ต้องปรับลดราคาลงมาสิจ๊ะแพน...แต่ว่าจะลดลงเท่าไรดีล่ะ จึงจะขายได้เงินมากที่สุดนะ แล้วเราจะได้เงินมากที่สุดเท่าไร

### คาบเรียน 7 ปัญหา “สนามเด็กเล่น”

โรงเรียนอนุบาลลูกรัก ต้องการกันรั้วต่อจากอาคารเรียนเพื่อทำสนามเด็กเล่น โดยรั้วบางด้านติดกับผนังอาคารเรียนซึ่งมีความกว้างและความยาวเป็น 5 เมตร และ 7 เมตร ตามลำดับ ดังรูป



ในการกันรั้วครั้งนี้ ถ้าใช้รั้วที่มีความยาวทั้งหมด 40 เมตร จะสามารถกันสนามเด็กเล่นให้มีพื้นที่มากที่สุดเท่าไร

### คาบเรียน 9 ปัญหา “ปากต่อปาก”

เมื่ออีด ลู่อ และลาล่า แห่งวงโปงลางสะออน บังเอิญไปพบความลับของโรงเรียนพร้อมกัน ทั้งสามสัญญากันว่าจะเก็บไว้เป็นความลับ วันรุ่งขึ้นเมื่อทั้งสามไปโรงเรียน ก็อดที่จะเล่าความลับไม่ได้ ต่างก็เล่าความลับให้เพื่อนของตนฟังอีก 2 คน

การขยายความลับในครั้งนี้ถือเป็นครั้งแรก และมีคนรู้ความลับแล้วทั้งหมด 9 คน (อีด ลู่อ และลาล่า เพื่อนของอีด 2 คน เพื่อนของลู่อ 2 คน และเพื่อนของลาล่า 2 คน)

จากนั้นอีกไม่นาน ทั้ง 9 คนที่รู้ความลับแล้วต่างก็นำความลับไปเล่าต่อให้เพื่อนคนอื่นของตนอีก 2 คน ซึ่งนับเป็นการขยายความลับครั้งที่สอง

หากเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จะมีผู้รู้ความลับนี้กี่คนเมื่อมีการขยายความลับต่อเป็นครั้งที่ 10

### คาบเรียน 10 ปัญหา “ช้างไทยในอนาคต”

ช้างเป็นสัตว์คู่บ้านคู่เมืองมาตลอด ซึ่งในครั้งหนึ่งไทยได้เสียเอกราชตกเป็นเมืองขึ้นของพม่าแต่แล้วสมเด็จพระนเรศวรมหาราชได้กอบกู้คืนมาได้เพราะสู้กันบนหลังช้างนั่นเอง

ในปัจจุบันช้างยังถูกมนุษย์นำมาใช้งานโดยเฉพาะในการชักลากไม้ในป่า แม้ว่าในปัจจุบันช้างจะมีน้อยลงก็ตาม สาเหตุเช่น การใช้พระราชบัญญัติปิดป่า ทำให้การชักลากไม้ลดลง ช้างถูกล่าด้วยเทคโนโลยีสมัยใหม่ หรือการใช้อาวุธตลอดจนโลกของเราได้มีความเจริญอย่างรวดเร็วได้มีการบุกเบิกพื้นที่ป่าซึ่งเป็นที่อยู่อาศัยของช้าง ทำให้พื้นที่อาศัยและพืชซึ่งเป็นอาหารของช้างลดลง

จากข้อมูลของโครงการอนุรักษ์ช้างไทย พบว่าปัจจุบันช้างไทยเหลือเพียงประมาณ 5,000 เชือก ซึ่งถือว่ามมีปริมาณไม่มากนัก

นอกจากนั้นยังพบว่าช้างได้มีจำนวนลดลงถึงปีละ 2%

ในอีก 20 ปีข้างหน้าจะเหลือช้างไทยจำนวนเท่าไร







ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



# แบบทดสอบ : ยึดได้หลุดได้



วันนี้ป่าปู้ย ไก่จิ้ง แล้วก็พี่นี่หน้า ไปร้านคุณยายขายทุกอย่าง ได้ของขวัญพิเศษมาด้วยล่ะ กาละแมร์



จริงหรือ แล้วมันคืออะไรล่ะ?



มันคือเป็นไม้วิเศษทำจากโลหะนะ ยึดได้หลุดได้ด้วย



ใช่ ถ้าอุณหภูมิปกติหรือที่ 36 องศาเซลเซียส มันจะยาว 8 นิ้ว แต่ทุก ๆ 10 องศาเซลเซียสที่เพิ่มขึ้น ความยาวจะเพิ่ม 0.2 นิ้ว ล่ะ



อยากรู้จัง ถ้าลองเอาไปต้มในน้ำเดือดที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียส จะยาวได้ขนาดไหน





## แบบทดสอบ :มอเตอร์ไซด์ชายหาด



นัดหล่อและนัดเท่ ไปเที่ยวพัทยา ต่างก็หาเช่ารถมอเตอร์ไซด์ เพื่อขับ

ริมทะเล



ที่นัดเท่ ของผมต้องจ่ายค่าเช่าเริ่มต้นวันละ  
100 บาท ที่เหลือก็จ่ายตามระยะทางที่ขับ คือ 5  
บาท / กิโลเมตร

จริงหรือนัดหล่อ ของพี่จ่ายค่าเช่าเริ่มต้นวันละ  
250 บาท รวมกับคิดระยะทางที่ขับ 2 บาท/  
กิโลเมตร



เราสองคนจะต้องขับให้ได้ระยะทางกี่กิโลเมตร ถึงจะ  
ไม่มีใครได้เปรียบเสียเปรียบ คือให้เราทั้งสองคนจ่าย  
เท่ากัน



## แบบทดสอบ : กิจการเรือแคนู



เคน-ธีรเดช เจ้าของกิจการเช่าเรือแคนู ปกติจะคิดค่าเช่าลำละ 120 บาท ต่อวัน และในแต่ละวันเรือแคนูจะถูกเช่าไปวันละ 48 ลำ

ด้วยภาวะเศรษฐกิจจากการที่น้ำมันแพง จึงได้ขึ้นราคาค่าเช่าเรือโดยจากเดือนที่ผ่านมาสังเกตได้ว่า จำนวนเรือที่ถูกเช่าโดยเฉลี่ยลดลง 1 ลำต่อวัน ต่อการขึ้นค่าเช่าทุก ๆ 3 บาท

เคน - ธีรเดช ควรตั้งราคาเช่าเรืออย่างไร จึงจะมีรายได้สูงสุดต่อวัน



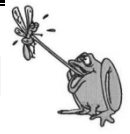
### กฎของอุปสงค์ (law of demand)

กล่าวไว้ว่า “ ปริมาณสินค้าหรือบริการชนิดหนึ่งที่มีผู้บริโภคต้องการซื้อในขณะใดขณะหนึ่ง ย่อมแปรผกผันเป็นปฏิภาคส่วนกลับกับราคาสินค้าหรือบริการชนิดนั้น ”





# แบบทดสอบ : ปัญหาการ



“โตเรมอน ชั่นอยากได้กบมาเลี้ยง  
เยอะ ๆ เลย”



“กระผมมีกบให้แค่ 10 ตัว ครับ แต่กบของกระผม  
จะเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวทุกสัปดาห์”



“ ถ้า 1 เดือนคิดเป็น 4 สัปดาห์  
แล้วเมื่อครบ 6 เดือน โนบิตะจะ  
มีกบกี่ตัวกันนะ”





ภาคผนวก จ  
แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชื่อกิจกรรม \_\_\_\_\_ วันที่ \_\_\_\_\_ เวลา \_\_\_\_\_  
 ชื่อนักเรียน 1. \_\_\_\_\_ (หัวหน้า) กลุ่มที่ \_\_\_\_\_  
 2. \_\_\_\_\_  
 3. \_\_\_\_\_  
 4. \_\_\_\_\_

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		นักเรียนคนที่				ข้อสังเกต เพิ่มเติม
		1	2	3	4	
<b>การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์</b>						
1	มี “ความกระตือรือร้น” ในการแก้ปัญหา					
2	มี “การขีดเขียน / วาดรูปประกอบ” ขณะทำความเข้าใจปัญหา					
3	ระบุ “สิ่งที่ต้องการหา” ได้อย่างถูกต้อง					
4	ระบุ “สิ่งที่กำหนดมาให้” ได้อย่างถูกต้อง					
5	เข้าใจ “สาระ/แนวคิดทางคณิตศาสตร์” ที่เกี่ยวข้องเป็นอย่างดี					
<b>การวางแผนแก้ปัญหา</b>						
6	มี “การวางแผนเลือกใช้กลยุทธ์แก้ปัญหา” ก่อนลงมือแก้ปัญหา					
7	เลือกใช้ “กลยุทธ์แก้ปัญหา” ได้อย่างเหมาะสม					
8	ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ แก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
<b>การลงมือแก้ปัญหา</b>						
9	ลงมือ “แก้ปัญหา” ตามแผนที่วางไว้					
10	ลงมือ “แก้ปัญหา” ได้อย่างเป็นระบบ					
11	เขียน “คำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา” ได้อย่างชัดเจน					
12	ได้ “คำตอบ” ที่ถูกต้องของปัญหา					
<b>การตรวจสอบผล</b>						
13	มี “ความพยายาม” ที่จะแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น เมื่อติดขัด					
14	มีการตรวจสอบคำตอบและตรวจตรากกระบวนการคิด					

การให้คะแนน      0 → ไม่มี                      1 → มีน้อย                      2 → มีมาก

## แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย

ชื่อกิจกรรม \_\_\_\_\_ วันที่ \_\_\_\_\_ เวลา \_\_\_\_\_  
 ชื่อนักเรียน \_\_\_\_\_ (นักเรียนเป้าหมาย) กลุ่มที่ \_\_\_\_\_

### พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจปัญหา (ระบุ สิ่งที่ต้องการหา / สิ่งที่กำหนดให้ / เข้าใจสถานการณ์ปัญหา)

---



---



---

2. การวางแผนแก้ปัญหา (มีขั้นตอนในการวางแผน/เลือกใช้กลยุทธ์ได้อย่างเหมาะสม/ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ แก้ปัญหาได้ถูกต้อง)

---



---



---

3. การลงมือแก้ปัญหา (แก้ปัญหตามแผน / แก้ปัญหาเป็นระบบ / อธิบายกระบวนการชัดเจน / ได้คำตอบ)

---



---



---

4. การตรวจสอบผล (พยายามแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่น เมื่อติดขัด/ตรวจสอบคำตอบและตรวจตรากกระบวนการคิด)

---



---



---



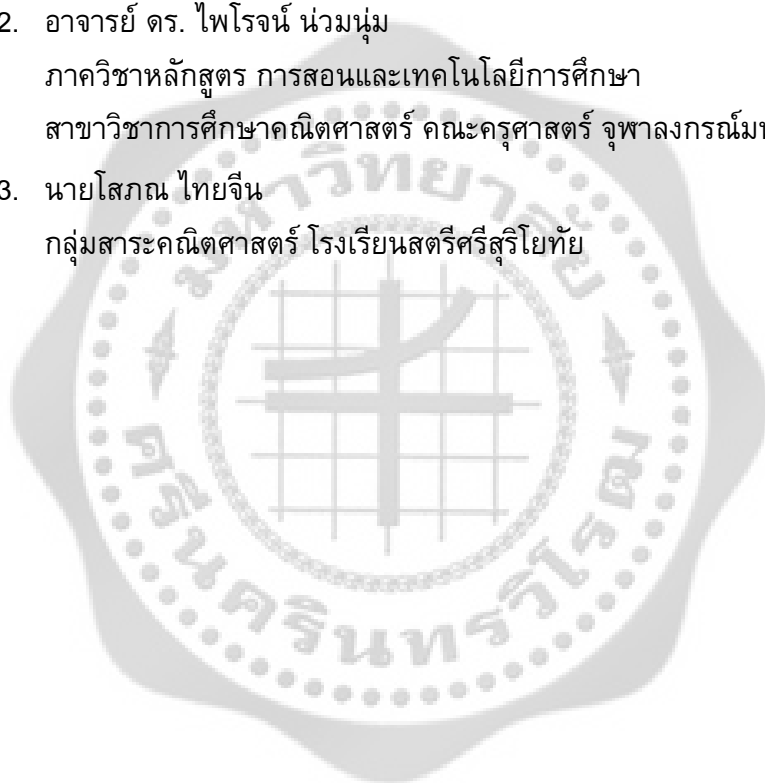


ภาคผนวก ช  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

## รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน และแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา  
ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
วิทยาเขตบางเขน
2. อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมน่วม  
ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา  
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. นายโสภณ ไทยจีน  
กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย





## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	ชญาภา ใจโปร่ง
วันเดือนปีเกิด	25 เมษายน 2523
สถานที่เกิด	อำเภอท่าศาลา จังหวัดนครศรีธรรมราช
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	37/2 หมู่ 9 ตำบลสระแก้ว อำเภอท่าศาลา จังหวัดนครศรีธรรมราช 80160
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ.1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม อำเภอเคียนซา จังหวัดสุราษฎร์ธานี
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2542	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช
พ.ศ. 2546	ครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง) สาขามัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2554	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ