

ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2556

ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2556
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



บทคัดย่อ
ของ
ธีรรัตน์ สังหาร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2556

ธีธรรณ์ สัทร (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย และ
เปรียบเทียบกับเกณฑ์ และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย กับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน
จำนวนนักเรียน 35 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ระยะเวลา
ทดลองจำนวน 23 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-
Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample
ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลัง
ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลัง
ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทาง
สถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .01

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

7. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



THE EFFECTS OF ORGANIZING INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING
ON MATHEMATICAL ACHIEVEMENT, REASONING, AND COMMUNICATION ABILITIES
IN STATISTICS OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2013

Teenaran Sanghorn. (2013). *The Effects of Organizing Inductive and Deductive Learning on Mathematical Achievement, Reasoning, and Communication Abilities in Statistics of Mathayomsuksa III Students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to compare mathematical achievement, reasoning and writing communication abilities of Mathayomsuksa III students before and after obtaining inductive and deductive learning and to compare them to the criterion, and to compare speaking communication ability of Mathayomsuksa III students after obtaining inductive and deductive learning with the criterion

The subjects of this study were 35 Mathayomsuksa III students in the second semester of the 2012 academic year at Watkhemapirataram School, Muang, Nontaburi. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 23 fifty minute periods. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for the study. The instruments used in data collection were the mathematics achievement test, mathematical reasoning and writing communication ability test, the mathematical speaking communication ability checklist. The data were statistically analyzed by using t-test for dependent samples and t-test for one sample.

The findings were as follows:

1. The mathematics achievement of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
2. The mathematics achievement of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.
3. The mathematical reasoning ability of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.
4. The mathematical reasoning ability of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.

5. The mathematical writing communication ability of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than before learning at the .01 level of significance.

6. The mathematical writing communication ability of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.

7. The mathematical speaking communication ability of the experimental group after obtaining inductive and deductive learning was statistically higher than the 70 percent criterion at the .01 level of significance.



ปริญญาานิพนธ์

เรื่อง

ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

ธีธรรินทร์ สังหาร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

(อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษา
แนะแนวทางในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท
ที่ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่ และเสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางและ
ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัยเป็นอย่างดีและรองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์
อาจารย์ ดร.สนอง ทองปาน และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล คณะกรรมการสอบ
เค้าโครงปริญญาโทและสอบปากเปล่าทุกท่าน ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญาโท
ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ดร.สุกัญญา อินทรภักดิ์ อาจารย์วรรณรัตน์ โปษากานนท์
และอาจารย์เจตพร แววิริยะ ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการทุกฝ่าย และคณะครูอาจารย์
โรงเรียนวัดเขมาภิรตารามทุกคนที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวม
ข้อมูลในการทำวิจัยครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 4 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตารามที่ได้ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของ
เครื่องมือและการดำเนินการทดลองจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ผู้เป็นกำลังใจและให้การ
สนับสนุนผู้วิจัยจนประสบความสำเร็จ

ขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์)
ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือเกื้อกูลกันมาโดยตลอด ซึ่งทำให้ผู้วิจัยสำเร็จการศึกษาครั้งนี้ได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญาโทฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา
และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ธีธรัตน์ สังหาร

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
สมมติฐานของการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	11
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย.....	12
ความหมายของการสอนแบบอุปนัย.....	12
ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบอุปนัย.....	14
คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบอุปนัย.....	18
ความหมายของการสอนแบบนิรนัย.....	20
ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบนิรนัย.....	22
คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัย.....	26
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย.....	27
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	30
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	30
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	34
สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	36
แบบทดสอบการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	38
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	40
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning).....	43
ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	43

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	48
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	51
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	54
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	59
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication).....	62
ความหมายของการสื่อสาร.....	62
ความสำคัญของการสื่อสาร.....	64
องค์ประกอบของการสื่อสาร.....	69
ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	72
มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	74
ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	76
แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	77
การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	82
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	89
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	94
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	94
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	95
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	110
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	111
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	119

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	124
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	124
สมมติฐานของการวิจัย.....	124
วิธีดำเนินการวิจัย.....	125
สรุปผลการวิจัย.....	127
อภิปรายผล.....	128
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	134
ข้อเสนอแนะ.....	135
บรรณานุกรม.....	137
ภาคผนวก.....	152
ภาคผนวก ก.....	153
ภาคผนวก ข.....	173
ภาคผนวก ค.....	190
ภาคผนวก ง.....	212
ภาคผนวก จ.....	230
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	232

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	75
2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคเพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์...	84
3 แบบแผนการวิจัย.....	110
4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ.....	119
5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นිරนัย เรื่องสถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70).....	120
6 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ.....	120
7 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัยเรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70).....	121
8 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ.....	121
9 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)	122
10 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย –นिरนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)	122
11 สรุปคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย –นिरนัย เรื่อง สถิติ	123
12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	154

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
13 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	156
14 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องสถิติ จำนวน 40 ข้อ.....	157
15 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	159
16 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	161
17 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	163
18 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	163
19 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_i^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	164
20 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	167
21 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ.....	170
22 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย (คะแนนเต็ม 20 คะแนน).....	174

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
23 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นირนัย เรื่อง สถิติ (คะแนนเต็ม 50 คะแนน).....	179
24 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่องสถิติ (คะแนนเต็ม 70 คะแนน).....	183
25 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่องสถิติ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน).....	187



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
2 ลำดับขั้นของการคิด.....	44
3 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผล.....	45



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ควรเป็นการจัดการศึกษาเพื่อปวงชน (Mathematics for All) เป็นการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนให้เป็นทรัพยากรที่มีค่ามีประสิทธิภาพ และศักยภาพ นอกจากนี้จะต้องเป็นการจัดการศึกษาที่ช่วยเพิ่มพูนคุณภาพชีวิตให้มีความสุข มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สิ่งแวดล้อม สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญรุดหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2552: ออนไลน์) ซึ่งศึกษาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศและการดำรงชีวิตมนุษย์ เนื่องจากการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบัน และอนาคตต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และในชีวิตประจำวันของคนเราก็ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่รู้ตัว (สิริพร ทิพย์คง. 2533: 1) อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผลกระบวนการคิดและแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 1)

อย่างไรก็ตามจากการประเมินคุณภาพของผู้เรียนของสำนักงานทดสอบทางการศึกษา หรือ สทศ. กลับพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐานในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ สังเกตได้จากรายงานของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติที่ประกาศผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน(O-NET)ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2552 โดยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 26.01 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนนและในปีการศึกษา 2553 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 24.18 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน นับว่าคะแนนเฉลี่ยดังกล่าวถือว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำมาก ซึ่งยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และจากการศึกษาคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ประจำปีการศึกษา 2552 และ ปีการศึกษา 2553 ของโรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ซึ่งมีการจัดการเรียนสอนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปรากฏว่าผลประเมิน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 28.19 และ 27.93 ตามลำดับ พบว่า คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ยังคงลดต่ำกว่ามาตรฐานเป็นผลมาจากการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร

จากผลรายงานดังกล่าวน่าจะเป็นผลมาจากสภาพปัญหาในการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ซึ่ง ยุพิน พิพิธกุล (2539: 3-8) ได้เคยกล่าวถึงปัญหาการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวครูไว้ว่า ครูใช้วิธีการสอนแบบเก่า ซึ่งเป็นการบรรยายและฝึกเนื้อหาครู เป็นผู้กำหนดรูปแบบการเรียนให้นักเรียน การสอนจะเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลางไม่คำนึงถึงนักเรียน และความแตกต่างระหว่างบุคคล ส่งผลให้นักเรียนไม่น้อยยังต้องความสามารถด้านทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ การแก้ปัญหา การแสดงเหตุผลหรืออ้างอิงเหตุผล การ สื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับ สถานการณ์ต่างๆและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 1)

แนวทางในการปรับปรุงการจัดการกระบวนการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ ถือเป็น หน้าที่ของครูโดยตรง ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงระดับความสามารถและวุฒิภาวะของผู้เรียนโดยการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องเริ่มจากง่ายไปยาก จากรูปธรรมไปสู่นามธรรมใช้สื่อต่างๆที่ จำเป็นเพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ประกอบการศึกษาค้นคว้าอันได้มาซึ่งกฎเกณฑ์ต่างๆร่วมกัน (ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. 2553: คำนำ) ตลอดจนต้องจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และพัฒนาไปพร้อมๆกัน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาค้นคว้าทฤษฎีการ สอนและวิธีสอนในรูปแบบต่างๆที่สามารถนำมาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพตาม จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งรูปแบบที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่ง คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย -นिरนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัยเป็นอีกรูปแบบหนึ่งที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้ สามารถในการสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญซึ่งมีขั้นตอนของการสอน แบบอุปนัยไว้เป็น 4 ขั้นตอนคือ 1. *ขั้นเตรียม* เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ได้รับความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง 2. *ขั้นสอน* เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอน ครูผู้สอน ยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป 3. *ขั้นสรุป* นำผล จากการอภิปราย หรือตัวอย่างหลายๆตัวอย่างในขั้นสอนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร 4. *ขั้นนำไปใช้* ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการหรือสูตรต่างๆที่ นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ (ชมขนาด เชื้อสุวรรณทวี. 2542: 70) และการสอนแบบนिरนัยเน้นให้ผู้เรียนยอมรับนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ที่มีคิดไว้แล้วไปใช้ ทำความเข้าใจให้เกิดความคิดรวบยอด ได้แบ่งขั้นตอนการสอนแบบ นिरนัยไว้ 4 ขั้นตอน คือ 1. *ขั้นเตรียม* เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ดึงความสนใจให้ผู้เรียนอยากเรียน เห็นความสำคัญของบทเรียน 2. *ขั้นสอน* เป็นขั้นดำเนินการสอน ครูบอกกฎเกณฑ์ หลักการ สูตร ทฤษฎีให้นักเรียนทราบ เขียนบนกระดาน และอธิบายแยกแยะให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจนตาม กฎเกณฑ์หลักการต่างๆนั้น 3. *ขั้นสรุป* เป็นขั้นให้นักเรียนสรุปตามกฎเกณฑ์ ทฤษฎีที่เรียน 4. *ขั้นนำไปใช้* ให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎี เหล่านี้ไปใช้ทำแบบฝึกหัด (ชมขนาด เชื้อสุวรรณ . 2542: 72)ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับ

การสอนด้วยวิธีอุปนัย – นිරนัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีอุปนัย – นිරนัย สูงกว่าการสอนปกติ (อรรถพล คำภู. 2543: 62, ฌยศ สงวนสิน. 2547: 55, ดวงพร บุญมา. 2548: 93, สุวิน โรจน์นุกุลวณิช. 2548: 83, ชวาลย์ ชมดี. 2551: 62-63, นันทพร ระภักดี. 2551: 74 และรัชณี ภูพัชรกุล. 2551: 86) ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย จึงน่าจะเป็นรูปแบบการสอนที่เหมาะสมรูปแบบหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้การให้เหตุผลถือว่าเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (สมาคมนักคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1989: 6, 29, 81) ซึ่งการคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆในการทำงานและการดำรงชีวิต(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 45)การคิดอย่างมีเหตุผลนับเป็นหัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยจำนวนมากมายืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจดจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจนักเรียนจะมีความสามารถในการปรับไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆได้และสามารถจำได้ดีกว่านานกว่า ถ้านักเรียนสามารถนำกระบวนการและหลักการมาเพื่อใช้กับสถานการณ์ต่างๆได้นักเรียนก็จะตระหนักว่าแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกันดังนั้นการสอนในแนวนี้จึงเป็นการพัฒนาทางสติปัญญาได้ดีกว่าการสอนด้วยการให้จดจำโดยไม่มีเหตุผล(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2547: 1)การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เข้าใจต้องอาศัยการให้เหตุผลและตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของข้อสรุปวิธีการและคำตอบ เหตุผลเป็นเครื่องมือส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยืนอยู่บนความสมเหตุสมผล(ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2551: 79)

การแสดงผลซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่ช่วยให้ให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีประสิทธิภาพ(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 70) ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน สาระที่ 6 ซึ่งได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค.6.1 ว่า ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากทักษะ/กระบวนการสื่อสารเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในอนาคต จึงจำเป็นต้องฝึกฝนให้นักเรียนมีทักษะ/กระบวนการสื่อสาร ได้แก่ การสนทนา การซักถาม การอธิบายสิ่งต่างๆได้อย่างคล่องแคล่ว มีความสามารถในการฟัง พูด อ่าน

เขียน ทักษะในการนำเสนอ และมีความสามารถทั้งการพูดการเขียนให้ผู้อื่นเข้าใจ มีทักษะในการรับฟังข่าวสารข้อมูลและสามารถวิเคราะห์สารที่ได้รับอย่างมีเหตุผล สามารถสรุปความรู้ที่ได้อย่างรวดเร็วถูกต้องตรงประเด็น ขยายความ แปลความหมายสิ่งที่ตนเองรู้ได้โดยมีข้อสรุปอ้างอิงอย่างมีเหตุผล ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียนจึงควรมีการปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมกับความเจริญในโลกปัจจุบัน เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถด้านทักษะและกระบวนการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ (กรมวิชาการ. 2542: 1)

จากเหตุผลที่กล่าวมา ทำให้ผู้วิจัยได้ตระหนักถึงความสำคัญของการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับครูและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการศึกษา เพื่อจะได้นำมาปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่องสถิติ
6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่องสถิติ กับเกณฑ์
7. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่องสถิติ กับเกณฑ์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัย - นิรนัย เรื่อง สถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอ เมือง จังหวัดนนทบุรี จำนวน 17 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 765 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 17 ห้องเรียนแล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 19 คาบ คาบละ 50 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pre - test) 100 นาที และทดสอบหลังเรียน (Post - test) 100 นาที รวม 23 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| 1. การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและการเก็บรวบรวมข้อมูล | จำนวน 2 คาบ |
| 2. การนำเสนอข้อมูล | จำนวน 6 คาบ |
| 3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต | จำนวน 3 คาบ |
| 4. มัชฌิม | จำนวน 2 คาบ |
| 5. ฐานนิยม | จำนวน 1 คาบ |
| 6. การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล | จำนวน 2 คาบ |
| 7. การวัดการกระจายของข้อมูล | จำนวน 1 คาบ |
| 8. เส้นโค้งปกติ | จำนวน 1 คาบ |
| 9. การวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ | จำนวน 1 คาบ |

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย

การสอนแบบอุปนัย หมายถึง การสอนที่นำผู้เรียนไปสู่การพิสูจน์ข้อเท็จจริง หลักการ หรือกฎเกณฑ์ต่างๆ โดยการให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อผู้เรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันในตัวอย่างเพื่อที่จะได้นำลักษณะดังกล่าวมาสรุปเป็นองค์ความรู้ความคิตรวบรวมของตนเอง ซึ่งเนื้อหาที่สอนโดยใช้การสอนแบบอุปนัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม การวัดการกระจายของข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ซึ่งขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นการทบทวนความรู้เดิม ระบุแนวทางการทำกิจกรรม เพื่อจะนำไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น
2. ขั้นสอน เป็นการยกตัวอย่างที่มีหลักการตามจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น ให้นักเรียนได้พิจารณาหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้ค้นหา เปรียบเทียบและสังเกตองค์ประกอบที่คล้าย ๆ กันของแต่ละตัวอย่าง
3. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ ให้นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุป องค์ความรู้เป็นของตัวเองโดยมีครูเป็นผู้ช่วยสรุปด้วย
4. ขั้นประเมินผล เป็นขั้นทดสอบเกี่ยวกับความเข้าใจ กฎเกณฑ์ หลักการหรือองค์ความรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนมาแล้วว่า สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือแบบฝึกหัดได้หรือไม่

การสอนแบบนिरนัย หมายถึง วิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปด้วย กฎเกณฑ์ หรือหลักการก่อน แล้วจึงศึกษาค้นคว้า ข้อมูล รายละเอียดเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ หรือหลักการ เหล่านั้น เพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้นซึ่งเนื้อหาที่โดยใช้การสอนแบบนिरนัย ได้แก่ การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การเลือกและการใช้ค่ากลางของข้อมูล เส้นโค้งปกติ ซึ่งขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบนिरนัย แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ กระตุ้นความสนใจของผู้เรียนในแง่ของปัญหาเพื่อยั่วให้ผู้เรียนสนใจที่จะหาค้นหาข้อเท็จจริง
2. ขั้นสอน นำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง เกี่ยวกับปัญหานั้นๆ มาเสนอ เพื่อให้ผู้เรียนได้พิจารณาก่อนตัดสินใจเลือกหลักการ ข้อเท็จจริง เหตุผล ที่เหมาะสมกับปัญหา
3. ขั้นพิสูจน์ นำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่ยกมานั้นมาพิสูจน์ให้เห็นว่ากฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่กล่าวมานั้นมีความถูกต้องเพียงใด เป็นจริงหรือไม่ แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์อีกครั้ง
4. ขั้นประเมินผล ทดสอบกฎ หรือหลักการอีกครั้งเพื่อยืนยันความสมเหตุสมผลโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่ยกมานั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา การทำแบบฝึกหัด และทดสอบ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson, 1971: 648-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) หมายถึงความสามารถในการจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงคำศัพท์ นิยาม และการใช้กระบวนการคิด คำนวณตามลำดับขั้นตอนที่ผู้เรียนเรียนมาแล้ว
2. ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการด้านความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง ความเข้าใจในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ข้อมูล และมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน
4. การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยเจอมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนสามารถวิเคราะห์ในการค้นหาความสัมพันธ์ พิสูจน์ วิพากษ์วิจารณ์ ข้อพิสูจน์ในการสร้างและทดสอบความถูกต้อง

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบาย เพื่อสื่อความหมายแนวคิดแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลพร้อมทั้งแสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งทำการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคที่ผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546: 28 – 73) อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548: 42-44) และ เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร (2551: 78-82)

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการพูด การเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิดซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน โดยใช้แบบทดสอบและแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สามารถสังเกตได้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

4.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หมายถึงความสามารถในการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยมีการใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องพร้อมทั้งเขียนแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ และเขียนสรุปคำตอบได้ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งทำการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนโดยเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่มีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเขียนเป็นแบบรูบริก (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของเคนเนดี; และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) ไซเค จาแคบคซิน และเลน(Cai; Jakabcsin; & Lane. 1996: 238-246) จิตติมา ชอบเอียด (2551: 73-75) วรรณศิริ หลงรัก(2553: 102-103) และพรรณทิภา ทองนวล (2554: 136 - 137)

4.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวทางการคิดที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน จากการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสารในกิจกรรมช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปราย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ซึ่งวัดได้จากการสังเกตโดยผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัยโดยใช้แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่มีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการพูดเป็นแบบรูบริก (Rubric Assessment)ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ชอบเอียด (2551: 75-81) ปริญญา สองสีดา (2550: 61) และวรรณศิริ หลงรัก (2553: 100-101)

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

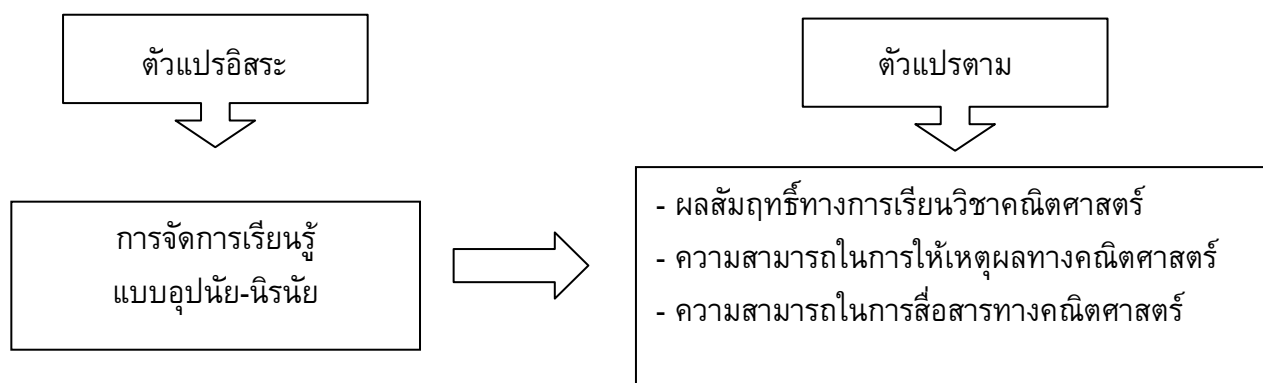
ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนจากใบงาน แบบทดสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2551: 22) ดังนี้

คะแนน	ความหมาย
ร้อยละ 80-100	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม
ร้อยละ 75-79	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก
ร้อยละ 70-74	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
ร้อยละ 65-69	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี

ร้อยละ 60-64	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
ร้อยละ 55-59	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้
ร้อยละ 50-54	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
ร้อยละ 0-49	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัยของ ลาร์ดิซาบอลและคนอื่น ๆ (Lardizabal; et al. 1970: 29 - 32); เอ็กเกน (Eggen, Kauchak; & Harder. 1979: 115 – 128); สิธุ (Sidhu. 1981: 106 - 108); ยุกิน พิพิธกุล (2530: 81) และทีศนา แชมมณี (2553: 340) ซึ่งการสอนแบบอุปนัยเป็นการสอนที่นำผู้เรียนไปสู่การพิสูจน์ข้อเท็จจริง หลักการหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ โดยการให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันในตัวอย่างเพื่อที่จะได้นำลักษณะดังกล่าวมาสรุปเป็นองค์ความรู้ ความคิดรวบยอดของตนเองและ การสอนแบบนिरนัยเป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วจึงศึกษาค้นคว้า ข้อมูล รายละเอียดเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ หรือ หลักการ เหล่านั้นเพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการ แก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น รวมทั้งลักษณะเด่นของขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ อุปนัย – นिरนัยในขั้นสรุปกฎเกณฑ์หรือขั้นพิสูจน์ ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมมืออภิปราย แลกเปลี่ยน ความรู้ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นกรอบแนวคิดดังแสดงใน ภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
7. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย
 - 1.1 ความหมายของการสอนแบบอุปนัย
 - 1.2 ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบอุปนัย
 - 1.3 คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบอุปนัย
 - 1.4 ความหมายของการสอนแบบนิรนัย
 - 1.5 ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบนิรนัย
 - 1.6 คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัย
 - 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 2.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 2.4 แบบทดสอบการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 รูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการสื่อสาร
 - 4.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
 - 4.3 องค์ประกอบของการสื่อสาร
 - 4.4 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.5 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- 4.6 ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.8 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบอุปนัยและนिरนัย

1.1 ความหมายของการสอนแบบอุปนัย

ลาร์ดิซาบอลและคนอื่นๆ (Lardizabal; et al. 1970: 29 - 32) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยนี้เป็นวิธีการค้นหาข้อเท็จจริงโดยผ่านขั้นตอนของการอุปนัย โดยการนำสถานการณ์หลายๆ สถานการณ์หรือตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างมาให้ให้นักเรียนได้ศึกษา สังเกตและเปรียบเทียบจากนั้นจึงนำส่วนสำคัญที่มีความเหมือนหรือคล้ายกันมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ต่างๆ ไป รายละเอียดต่างๆ ที่สัมพันธ์กันนั้นจะนำไปสู่การสร้างบทสรุปสุดท้าย บทนิยาม กฎ หลักการหรือสูตรนั่นเอง

เอ็กเกน (Eggen, Kauchak; & Harder. 1979: 115 – 128) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ว่าเป็นวิธีสอนที่ครูจะเป็นผู้บรรยายข้อมูลต่างๆ แล้วให้ผู้เรียนซักถามและสังเกตลักษณะต่างๆ ของข้อมูลเหล่านั้นเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลอื่นๆ ซึ่งจะนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์

สิธุ (Sidhu. 1981: 106 - 108) ได้กล่าวว่า การสอนแบบอุปนัยนี้เป็นการสอนที่เป็นการมองจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมและจากตัวอย่างไปสู่กฎเกณฑ์ต่างๆ ไป เป็นวิธีการที่จะสร้างกฎเกณฑ์โดยการนำตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วย วิธีการนี้เป็นพื้นฐานของการหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะหาข้อเท็จจริงทั่วไป โดยจะแสดงให้เห็นว่าถ้ามันเป็นจริงในกรณีเฉพาะแต่ละกรณีและมีการให้เหตุผลที่พอเพียงในแต่ละกรณีมันก็จะมีความจริงในทุกๆ กรณี สูตรหรือหลักการต่างๆ ไปจะต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผลและแก้ปัญหาซึ่งจะทำให้เกิดความมั่นใจแล้ว หลังจากยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมจนเกิดความเข้าใจแล้วนักเรียนก็สามารถที่จะประสบความสำเร็จในการหากฎเกณฑ์โดยทั่วไปได้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 81) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบอุปนัยไว้ว่า วิธีสอนแบบอุปนัยเป็นวิธีสอนที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้เห็นรูปแบบเมื่อผู้เรียนใช้กำลังสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุป และมักจะตามด้วยวิธีการสอนแบบนिरนัย

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 70) กล่าวถึงการสอนอุปนัยไว้ คือ เป็นวิธีการสอนที่เริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบ ผู้เรียนต้องใช้กำลังสังเกตเปรียบเทียบรูปแบบที่เหมือนกัน มีลักษณะร่วมกันนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเป็นการค้นพบด้วยการสังเกตฝึกสัมพันธ์ความคิด ทำให้เข้าใจได้อย่างชัดเจน ฝึกทักษะกระบวนการคิด ใช้เหตุผล ช่างสังเกต สามารถหาข้อสรุปด้วยตนเอง การยกตัวอย่างจะต้องมากพอที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถสรุปมโนคติ (Concept) ได้และถ้าเป็นเรื่องที่ยาวและยากเกินไปจะทำให้เสียเวลาผู้สอนจะต้องเลือกเนื้อหาและวิธีสอนให้

เหมาะสมสัมพันธ์กัน ต้องเตรียมการสอน เตรียมตัวเป็นอย่างดี

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543: 171 - 172) ได้กล่าวว่า การสอนแบบอุปนัยนั้นมีธรรมชาติของการค้นพบแฝงอยู่ เพราะการสอนแบบนี้ให้ผู้เรียนไปสู่ข้อเท็จจริง การสอนแบบอุปนัยจึงเป็นการสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์

ไสว พักขาว (2544: 94 - 95) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบอุปมานอาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าวิธีสอนแบบอุปนัยซึ่งวิธีนี้ใช้ตั้งแต่สมัยอริสโตเติล (Aristotle) เป็นการสอนส่วนย่อยไปหาข้อสรุป ซึ่งเป็นส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ โดยการให้ผู้เรียนทำการสังเกต ทดลอง เปรียบเทียบพิจารณาค้นหาคำประกอบหรือลักษณะส่วนที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่างๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุป

เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545: 49) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนแบบอุปนัยว่าเป็นวิธีสอนที่ผู้สอนนำตัวอย่าง ข้อมูล หรือสถานการณ์ที่มากพอมาให้ผู้เรียนได้สังเกต พิจารณาและวิเคราะห์จนสามารถสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือทฤษฎี ซึ่งกล่าวสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยนี้ใช้กันมาช้านานตั้งแต่สมัยอริสโตเติลและได้รับการปรับปรุงพัฒนากันต่อมาวิธีสอนแบบอุปนัยนี้จะเริ่มจากการที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนสังเกต คิด พิจารณาตัวอย่างเหล่านั้นอย่างมีเหตุผล ค้นหา รูปแบบ แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือนัยทั่วไป

ชาติรี เกิดธรรม (2547: 81) ให้ความหมายไว้ว่า วิธีสอนแบบอุปนัยเป็นการสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ กล่าวคือเป็นการสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยให้นักเรียนทำการศึกษ สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณาค้นหาคำประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างเพื่อนำมาเป็นข้อสรุป ทั้งนี้เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเอง กับให้เข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ณยศ สงวนสิน (2547: 27) สรุปไว้ว่า การสอนแบบอุปนัย หรือแบบอุปมาน หมายถึงวิธีการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักสร้างความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง โดยอาศัยการสังเกต เปรียบเทียบ ซึ่งครูผู้สอนต้องเตรียมตัวอย่างต่าง ๆ ที่มีความคล้ายคลึงขององค์ประกอบของตัวอย่างที่ต้องการให้นักเรียนค้นพบมากพอ เพื่อนักเรียนจะได้สามารถนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ของตนเองได้

สุคนธ์ธา ธรรมพุกโท (2552: 34) ได้สรุปไว้ว่า การสอนแบบอุปนัย คือ การสอนที่สอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม หรือเป็นการสอนจากตัวอย่างไปสู่กฎเกณฑ์ต่างๆไปนั่นเอง

ทิตนา แชมมณี (2553: 340) ได้ให้ความหมายไว้ว่า คือกระบวนการสอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง / ข้อมูล / ความคิด /

เหตุการณ์ / สถานการณ์ / ปรากฏการณ์ที่มีหลักการ / แนวคิดที่ต้องการให้แก่ผู้เรียนมาให้ผู้เรียน
ศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ / แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมาเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ
ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนให้ผู้เรียนสรุปหลักการจากตัวอย่าง

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความหมายของการสอนแบบอุปนัยพอสรุปได้ว่าการสอน
แบบอุปนัย หมายถึง การสอนที่นำผู้เรียนไปสู่การพิสูจน์ข้อเท็จจริง หลักการหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ
โดยการให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันใน
ตัวอย่างเพื่อที่จะได้นำลักษณะดังกล่าวมาสรุปเป็นองค์ความรู้ความคิดรวบยอดของตนเอง

1.2 ขั้นตอนของวิธีการสอนแบบอุปนัย

เฮนน์มิลเลอร์ (อรรถพล คำภู. 2543: 13; อ้างอิงจาก Heinmiller. 1925) ได้กล่าวถึงการ
ดำเนินการสอนขั้นต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (Preparation)

1.1 ทบทวนความรู้ (Review) เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิมหรือบทเรียน

1.2 ขั้นจูงใจ (Motivation) เป็นขั้นกำหนดจุดจุดหมาย (Goal) ที่จะได้รับพร้อมทั้ง
กำหนดแนวทางในการทำกิจกรรม เพื่อที่จะนำไปสู่จุดหมายนั้น

1.3 ขั้นอธิบาย (Statement of the Aim) เป็นขั้นอธิบายความมุ่งหมายให้นักเรียน
ทั้งชั้นได้เข้าใจ

2. ขั้นสอน (Presentation) เป็นการนำเสนอกรณีตัวอย่างที่ต้องการสอนแก่นักเรียนและ
ต้องมีหลาย ๆ เพื่อที่จะหาข้อสรุปได้

3. ขั้นเปรียบเทียบและรวบรวม (Comparison and Abstraction) เป็นขั้นหาคู่ประกอบ
ร่วมจากตัวอย่างในขั้นนี้ครูไม่ควรเร่งเร้าเด็กเกินไป เพราะเด็กยังไม่มีความคิดกว้างขวางเหมือนครู

4. ขั้นสรุป (Generalization) เป็นขั้นสรุปองค์ประกอบร่วมของกรณีตัวอย่างต่าง ๆ ที่
นักเรียนได้สังเกตแล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ หรือสูตร เป็นต้น

5. ขั้นนำไปใช้ (Application) เป็นขั้นทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจกฎหรือข้อสรุปที่
นำมาแล้วว่าจะสามารถที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้หรือไม่

ลาร์ดิซาบอลและคนอื่นๆ (Lardizabal; et al. 1970: 29 - 32) ได้เสนอขั้นตอนของการ
สอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ ขั้นตอนนี้จะประกอบด้วย

1.1 กระบวนการของการทำความเข้าใจ

1.2 การสร้างแรงจูงใจ

1.3 การชี้แจงจุดประสงค์

การทำความเข้าใจในขั้นพื้นฐานอาจจะต้องมีการทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียน
เดิม ๆ ซึ่งความรู้เดิมนั้นอาจจะเป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ใหม่หรือไม่ก็อาจจะนำข้อมูลเดิมมา

ทำความเข้าใจให้ถูกต้องก่อนที่จะเริ่มต้นบทเรียนใหม่แรงจูงใจจะเป็นตัวจูงใจเป้าหมายไปสู่ผลสัมฤทธิ์และกำหนดทิศทางของกิจกรรมเพื่อนำไปสู่ผลสำเร็จ สำหรับการชี้แจงจุดประสงค์ทำได้ง่ายๆโดยการแจ้งเป้าหมายให้ชัดเจนในชั้นเรียนนั่นเอง

2. ขั้นการนำเสนอหรือขั้นสอน

ในสถานการณ์หรือตัวอย่างที่จะนำมาเสนอในชั้นเรียนควรมีจำนวนตัวอย่างที่เพียงพอในการที่จะนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ต่างๆไปได้ ซึ่งควรมีมากกว่า 2 – 3 ตัวอย่างขึ้นไป

3. ขั้นการเปรียบเทียบและรวบรวม

ในขั้นตอนนี้ตัวอย่างแต่ละตัวอย่างจะนำส่วนที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกันมาเป็นข้อสรุป แต่ละตัวอย่างควรที่จะตรวจสอบอย่างละเอียดซึ่งจะเป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้เปรียบเทียบตัวอย่างเพื่อจะนำไปสรุป แต่บางครั้งครูรีบร้อนข้ามขั้นตอนตรงส่วนนี้ไป ซึ่งมันอาจจะเร็วเกินไปสำหรับการทำความเข้าใจเมื่อเทียบกับระดับสติปัญญาของเด็ก

4. ขั้นสรุป

ข้อเท็จจริงที่เหมือนกันจะนำมาสรุปเป็นข้อสรุปทั่วไป กฎ บทนิยาม หลักการหรือสูตรความสามารถของนักเรียนในการที่จะสรุปสูตรด้วยตัวของพวกเขาเองถือเป็นความสำเร็จในบทเรียนนั้นๆผลสำเร็จของวิธีการสอนแบบอุปนัยขึ้นอยู่กับการจัดการบทเรียนอย่างเป็นระบบ ซึ่งส่วนนี้จะเป็นการรับผิดชอบของครูผู้สอน

5. ขั้นการประยุกต์ใช้

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎหรือข้อสรุปซึ่งพวกเขาควรที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่นๆได้ ถ้าพวกเขาเข้าใจในอนาคตความเชี่ยวชาญ ชำนาญในหลักเกณฑ์เหล่านี้จะมีความจำเป็นมากในการนำไปประยุกต์ใช้

เอ็กเกน (Eggen, Kauchak; & Harder. 1979: 116 – 124) ได้เสนอขั้นตอนของวิธีการสอนแบบอุปนัยไว้ 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นวางแผน ขั้นนี้เป็นขั้นตอนของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียน ตลอดจนถึงการจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่จะใช้ในการเรียนการสอน

2. ขั้นดำเนินการสอน ในขั้นดำเนินการสอนนี้ยังได้จัดแบ่งกระบวนการสอนและการจัดกิจกรรมการสอนออกเป็น 3 ขั้นตามลำดับดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ครูเสนอตัวอย่างที่หนึ่งให้นักเรียนดูพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดูเมื่อนักเรียนได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้ว ครูจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สอง และเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่ง ว่ามีสิ่งใดเหมือนกันบ้างเมื่อนักเรียนค้นพบลักษณะที่เหมือนกันแล้ว ครูแสดงตัวอย่างที่สามและสี่ต่อไปเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งและสอง จนนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้ นักเรียนจะนำเอาลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.3 ขั้นเสริมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้าง มโนทัศน์ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่างเพื่อฝึกหัดจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้เหตุผล ในการจัดไว้ด้วย

3. ขั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมิน ว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

สิธู (Sidhu. 1981: 106 - 108) ได้เสนอขั้นตอนของการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนวาดเส้นขนาน โดยใช้รูปแบบเส้นตรงในแต่ละข้อที่ครู กำหนดให้จากนั้นให้วัดขนาดของมุมในแต่ละกรณี พวกเขาจะพบว่าในแต่ละกรณีผลที่ได้มาจะ เหมือนกันสิ่งนี้จะถือว่าเป็นบทสรุปที่ดีซึ่งจะทำให้พวกเขาสามารถสรุปสูตร หลักการต่างๆได้ตรง ประเด็น

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมชั้น 2 -3 รูป จากนั้นให้นักเรียนทำการวัด และหาผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมแต่ละ รูปจะเท่ากัน ดังนั้นพวกเขาสามารถจะสรุปได้ว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะเท่ากับ 2 มุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดจำนวนให้กับนักเรียนตัวอย่าง เช่น $a + b$, $x + y$, $l + m$ และ $p + q$ แล้วให้นักเรียนหาค่ากำลังสองสมบูรณ์ของจำนวนในแต่ละกรณีที่กำหนดให้ โดยใช้วิธีการคูณ พวกเขาสามารถที่จะนำไปขยายออกไปเพื่อที่จะนำมาสรุปกฎเกณฑ์เหล่านั้นได้ดังนี้

$$(\text{พจน์ที่ } 1 + \text{พจน์ที่ } 2) = (\text{พจน์ที่ } 1) + (\text{พจน์ที่ } 2) + 2(\text{พจน์ที่ } 1 \times \text{พจน์ที่ } 2)$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดสิ่งของให้นักเรียน 3, 5, และ 7 ชิ้นตามลำดับ แล้วให้นักเรียนนำ สิ่งของเหล่านั้นมาแบ่งกันในจำนวนที่เท่าๆกันจุดประสงค์ที่ต้องการคือ ชั้นแรกพวกเขาจะคำนวณ จำนวนสิ่งของทั้งหมดแล้วหารด้วยจำนวนนักเรียน ครูยกตัวอย่างอีกครั้ง โดยกำหนดสิ่งของให้ 3, 6, 7 และ 8 ชิ้นให้กับนักเรียน 4 คน แล้วให้พวกเขาแบ่งสิ่งของเหล่านั้นเท่าๆกัน พวกเขาจะคำนวณ หาผลรวมของสิ่งของทั้งหมดแล้วนำมาหารด้วยจำนวนนักเรียน และจะยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม แบบนี้ไปเรื่อย ๆ กฎเกณฑ์หรือสูตรต่างๆไปก็จะถูกสร้างขึ้นจากกรณีเหล่านี้ ซึ่งอาจจะนำนักเรียนให้ รู้จักการเท่ากันของปริมาณ ซึ่งจะเรียกว่า ค่าเฉลี่ย ในการคำนวณหาค่าเฉลี่ยนั้น พวกเขาจะต้องหา ผลบวกของปริมาณทั้งหมดที่ให้มาและหารผลบวกเหล่านั้นด้วยจำนวนของปริมาณทั้งหมด ดังนั้น สูตรหรือหลักการจะได้ดังต่อไปนี้

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \text{ผลบวกของทุกพจน์} / \text{จำนวนของพจน์}$$

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 70) ได้เสนอขั้นตอนของการสอนแบบอุปนัยไว้เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ได้รับความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอน ครูผู้สอน ยกตัวอย่าง หลาก ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ชั้นสรุป นำผลจากการอภิปราย หรือตัวอย่างหลายๆตัวอย่างในชั้นสอนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ชั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการหรือสูตรต่างๆที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องหรือไม่
ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543: 171 - 172) ได้เสนอขั้นตอนของการสอนแบบอุปนัยไว้เป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ชั้นเตรียม (Preparation) คือการใช้ทักษะการเตรียมตัวผู้เรียนนั่นเอง ข้อสำคัญจุดประสงค์ของการเรียนจะต้องชัดเจนและอาจเสนอในรูปของปัญหาที่รัดกุม

2. ชั้นแสดง (Presentation) คือการให้ตัวอย่างต่างๆแก่ผู้เรียนอย่างน้อย 3 ตัวอย่าง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้

3. ชั้นเปรียบเทียบและค้นหา(Comparison and Abstraction) คือการที่ผู้เรียนได้มีโอกาสพิจารณาความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง เพื่อเตรียมสรุปกฎเกณฑ์ ในขั้นนี้บางทีครูมักจะคิดว่าผู้เรียนมีการรับรู้ความฉับไวตัวครูทำให้ผู้เรียนไม่มีโอกาสพิจารณาตัวอย่างอย่างจริงจัง

4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์(Generation)คือการนำข้อสังเกตต่างๆจากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ตัวครู

5. ชั้นนำไปใช้(Application)คือขั้นทดสอบความเข้าใจของผู้เรียน จากหลักการที่ได้พัฒนาขึ้นโดยให้ผู้เรียนนำหลักการไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือทำแบบฝึกหัด เพราะการรู้แจ้งในหลักการ หมายถึงสามารถนำไปใช้ได้ด้วย

ณยศ สงวนสิน (2547: 28) ได้สรุปขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือวิธีสอนแบบอนุমান (Inductive teaching) แบ่งได้เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ชั้นเตรียม เป็นการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน รวมถึงจัดเตรียมอุปกรณ์ในการเรียนการสอน

2. ชั้นดำเนินการสอน เป็นการดำเนินการสอนให้ตรงกับจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยเริ่มจากยกตัวอย่างต่าง ๆ ให้สอดคล้องกัน เพื่อสามารถทำให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบจนสามารถสร้างเป็นมโนทัศน์ได้

3. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์จากตัวอย่างที่ได้สังเกตมาโดยครูเป็นผู้ช่วยในการสรุปด้วย

4. ชั้นประเมินผล ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

นันทพร ระภักดี (2551: 40) ได้สรุปขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ชั้นนำ เป็นการทบทวนความรู้เดิม ระบุแนวทางการทำกิจกรรมเพื่อจะนำไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น

2. ชั้นสอน เป็นการยกตัวอย่างที่มีหลักการตามจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น ให้นักเรียนได้พิจารณาหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและสังเกตองค์ประกอบที่คล้าย ๆ กันของแต่ละตัวอย่าง

3. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ ให้นักเรียนสรุปเป็นกฎเกณฑ์จากตัวอย่างที่ได้สังเกตมา

4. ชั้นประเมินผล เป็นขั้นทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจกฎเกณฑ์หรือหลักการที่ได้เรียนมาแล้ว สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือแบบฝึกหัดได้หรือไม่

ทิสนา แคมมณี (2553: 340) ได้เสนอขั้นตอนของการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ผู้สอน และ/หรือ ผู้เรียน ยกตัวอย่าง/ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุการณ์/ปรากฏการณ์/ความคิด ที่เป็นลักษณะย่อยของสิ่งที่จะเรียนรู้

2. ผู้เรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น

3. ผู้เรียนสรุปหลักการ/แนวคิด ที่ได้จากตัวอย่างนั้น

4. ผู้สอนประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบอุปนัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นการทบทวนความรู้เดิม ระบุแนวทางการทำกิจกรรม เพื่อจะนำไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น

2. ชั้นสอน เป็นการยกตัวอย่างที่มีหลักการตามจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น ให้นักเรียนได้พิจารณาหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้ค้นหา เปรียบเทียบและสังเกตองค์ประกอบที่คล้าย ๆ กันของแต่ละตัวอย่าง

3. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ ให้นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุป องค์ความรู้เป็นของตัวเองโดยมีครูเป็นผู้ช่วยสรุปด้วย

4. ชั้นประเมินผล เป็นขั้นทดสอบเกี่ยวกับความเข้าใจ กฎเกณฑ์ หลักการหรือองค์ความรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนมาแล้วว่า สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือแบบฝึกหัดได้หรือไม่

1.3 คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบอุปนัย

สิธุ (Sidhu. 1981: 106 - 108) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. วิธีการนี้มีส่วนช่วยให้เราทำความเข้าใจ ซึ่งจะทำให้ง่ายในการทำ ความเข้าใจ หลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการยกตัวอย่างอย่างง่ายหลาย ๆ คนสงสัยเกี่ยวกับว่า “ได้มาอย่างไร” “ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น” วิธีการนี้จะทำให้ง่ายขึ้นถึงที่มาของสูตร

2. วิธีสอนนี้เป็นวิธีที่มีหลักการและเหตุผล ดังนั้นจึงเหมาะสมสำหรับคณิตศาสตร์

3. วิธีการสอนนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในการค้นหาสูตร

4. วิธีการสอนนี้เป็นพื้นฐานของการสังเกต การคิดการทดลองอย่างแท้จริง

5. วิธีการสอนนี้เป็นการควบคุมการเรียนรู้ที่เป็นการท่องจำอย่างเดียว

6. วิธีการนี้ให้อิสระในการสงสัย และจะช่วยให้เกิดความเข้าใจซึ่งเหมาะสมสำหรับเด็ก
ยุพิน พิพิธกุล (2527: 161) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จักการคิดอย่างมีเหตุผล
2. ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองให้เกิดความเชื่อมั่นและมีประสบการณ์ที่ดี
3. ทำให้นักเรียนได้รับการฝึกฝนในด้านการรู้จักสังเกตการณ์เปรียบเทียบการวิเคราะห์และสามารถสรุปผลได้ด้วยตนเอง
4. วิธีการสอนแบบนี้จะทำให้ผู้เรียน เรียนรู้ด้วยความเข้าใจ สามารถจัดข้อสงสัยต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดีและมีความทรงจำได้นาน

5. ผู้เรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ หลักเกณฑ์ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วย
เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545: 53) ได้กล่าวถึงข้อดีของการสอนแบบอุปนัยคือ

1. เป็นวิธีการสอนที่ผู้เรียนสามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นวิธีการสอนที่ผู้เรียนได้ฝึกการสังเกต การคิดอย่างมีเหตุผลไม่หลงเชื่ออย่างงมงาย

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148) ได้กล่าวถึงข้อดีของการสอนแบบอุปนัย คือ ว่าเป็นวิธีสอนที่ช่วยทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง มีความสนใจในการติดตาม ค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นานและสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

นันทพร ระภักดี (2551: 41) ได้ว่าสรุปประโยชน์ของการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนได้ฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล การสังเกต เปรียบเทียบ
2. ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยความเข้าใจทำให้แก้ข้อสงสัยต่าง ๆ ได้จึงสามารถจดจำได้นาน
3. ผู้เรียนเป็นคนที่ค้นหาเหตุผลไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ
4. ผู้เรียนได้มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าที่จะทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองมีประสบการณ์ที่ดี รู้จักคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

ทิตนา แคมมณี (2553: 342) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้

3. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ (ได้แก่ หลักการ/แนวคิด ฯลฯ) และกระบวนการ (ได้แก่ กระบวนการคิด) ซึ่งผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ จากการศึกษาศึกษาเอกสารเกี่ยวกับคุณค่าและประโยชน์ของการสอนอุปนัย ข้างต้นสรุปได้ดังนี้

1. ทำให้ผู้เรียนเป็นคนช่างคิด ช่างสังเกตและไม่เชื่ออะไรง่อนการพิจารณาด้วยเหตุผล
2. ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจึงสามารถจดจำองค์ความรู้ที่ได้เป็นเวลานาน
3. ผู้เรียนมีส่วนร่วมและมีความภูมิใจในตนเองที่สามารถค้นพบองค์ความรู้ที่ได้ในบทเรียนนั้นๆ
4. ผู้เรียนได้มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าที่จะทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองมีประสบการณ์ที่ดี รู้จักคิดหาคำตอบด้วยตนเอง

1.4 ความหมายของการสอนแบบนิรนัย

ลาร์ดิซาบอลและคนอื่นๆ (Lardizabal; et al. 1970: 35 - 39) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบนิรนัยจะตรงข้ามกับการสอนแบบอุปนัย ในขณะที่การสอนแบบอุปนัยจะเริ่มต้นโดยการเรียนจากตัวอย่างและสิ้นสุดลงที่ข้อสรุปหรือหลักเกณฑ์ แต่การสอนแบบนิรนัยนั้นจะเริ่มจากข้อสรุปทั่วไปแล้วนำไปประยุกต์ใช้กับตัวอย่างต่างๆ การสอนแบบนิรนัยมีกระบวนการทำให้เหตุผลจากสิ่งทั่วไปไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจง การสอนแบบนิรนัยมีอยู่ 2 ประเภทคือ แบบทำนายและแบบอธิบายชี้แจง นิรนัยแบบทำนายนั้นจะเป็นการคาดคะเนรายละเอียดต่างๆ ที่จะค้นหาในสถานการณ์ต่างๆ ส่วนนิรนัยแบบการอธิบายหรือการชี้แจงจะเชื่อมโยงข้อเท็จจริงที่ใกล้เคียงกับหลักการนั้นๆ เพื่ออธิบายให้นักเรียนเข้าใจ นิรนัยประเภทนี้จะถูกนำมาใช้บ่อยในชั้นเรียน

กู๊ด (Good. 1973: 168) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า เป็นวิธีการเรียนการสอนหรือการโต้แย้งซึ่งอาศัยหลักกว้างๆหรือหลักทั่วไปเป็นการประยุกต์จากกฎไปหาส่วนย่อย เป็นวิธีที่แสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของข้อสรุป

เอ็กเกน (Eggen, Kauchak; & Harder. 1979: 129) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัยว่า เป็นการสอนที่มีลักษณะคล้ายกับวิธีการสอนแบบอุปนัย ในด้านของเนื้อหาซึ่งใช้เป็นตัวอย่างในการสอน แต่แตกต่างกันในด้านวิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายเพราะวิธีการที่จะนำไปสู่เป้าหมายเพราะวิธีการสอนแบบนิรนัยนั้นเริ่มด้วยการให้ความหมายของมโนทัศน์หรือหลักการก่อนแล้วจึงแสดงตัวอย่าง

สิธุ (Sidhu. 1981: 108 - 110) ได้กล่าวว่า การสอนแบบนี้เป็นวิธีสอนที่ตรงข้ามกับการสอนแบบอุปนัย วิธีการนี้ผู้เรียนจะดำเนินการจากสิ่งที่เป็นทั่วไป ไปยังสิ่งที่เฉพาะเจาะจงจากสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม จากสูตรไปยังตัวอย่างก่อนการวิเคราะห์สูตร ซึ่งสูตรที่ได้รับการยอมรับจากผู้เรียนจะต้องเป็นจริงทั้งก่อนและหลังการนำมาแสดงให้ผู้เรียนเห็น

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 81) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบนิรนัย เป็นการเริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป หรือข้อสรุป กฎ หรือสูตรที่ทราบแล้ว นำมาใช้เพื่อที่จะแก้ปัญหาเรื่องใหม่และเกิดข้อสรุปอันใหม่ขึ้น

ขนาด เชื้อสุวรรณ (2542: 72) กล่าวว่า วิธีสอนแบบนิรนัย เป็นวิธีสอนที่มีลักษณะตรงข้ามกับวิธีสอนแบบอุปนัย ขั้นตอนการสอนเริ่มต้นที่ครูผู้สอนบอกหลักเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตร ต่างๆให้ผู้เรียนก่อน แล้วจึงพิสูจน์หรือแก้ปัญหา เป็นการสอนจากกฎไปหาตัวอย่างเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาที่ยาก ใช้กฎ สูตรต่างๆความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว ทำให้จดจำหลักการ กฎเกณฑ์ สูตร ต่างๆได้อย่างแม่นยำขึ้น ใช้การจำเป็นส่วนใหญ่ บางครั้งอาจจะยังไม่เข้าใจแจ่มแจ้งแต่จำรูปแบบ การดำเนินการแก้ปัญหา แต่ถ้าลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้เป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียน ยอมรับนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ที่มีคิดไว้แล้วไปใช้ ผู้เรียนไม่ได้คิด ทำความเข้าใจให้เกิดความคิด รวบรวม

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148 - 149) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้ การสอนแบบนิรนัยเป็นวิธีสอนที่เริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป กฎหรือสูตรที่ทราบอยู่แล้วมาตรวจสอบ ข้อเท็จจริง แล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหาใหม่และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 23 -24) ได้กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนการสอน แบบนิรนัยคือกระบวนการที่ผู้สอนจัดการเรียนรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎ ทฤษฎี หลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปตามวัตถุประสงค์ในบทเรียนจากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลายๆตัวอย่างหรืออาจให้ ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ หลักเกณฑ์ กฎหรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย หรืออาจ เป็นลักษณะให้ผู้เรียนหาหลักฐานเหตุผลมาพิสูจน์ยืนยันทฤษฎี กฎหรือข้อสรุปเหล่านั้น การจัดการ เรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่ายๆและความเข้าใจในกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ข้อสรุปเหล่านั้นอย่างลึกซึ้งซึ่งการสอนแบบนี้อาจกล่าวได้ว่า เป็นการสอนจากทฤษฎีหรือกฎ ไปสู่ตัวอย่างที่เป็นรายละเอียด

ชาติรี เกิดธรรม (2547: 82) ได้ให้ความหมายไว้ว่า วิธีสอนแบบนิรนัยเป็นการสอนที่เริ่ม จากกฎหรือหลักการต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนหาเหตุผลมาพิสูจน์ยืนยัน โดยให้นักเรียนรู้จักใช้สูตร กฎ และหลักฐานต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหา ฝึกหัดให้นักเรียนมีเหตุผลไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ จนกว่าจะ พิสูจน์ให้เห็นจริงเสียก่อน

ณยศ สงวนสิน (2547: 30) สรุปไว้ว่า การสอนแบบนิรนัยหรือการสอนแบบอนุमानเป็น วิธีการสอนโดยนักเรียนจะได้เรียนรู้กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วจึงทำการทดสอบตัวอย่างที่ครู ได้จัดให้โดยนำหลักการนั้นมาใช้กับตัวอย่างและถ้าหลักการใช้ได้ก็สามารถสรุปว่าสามารถนำ หลักการนั้นมาประยุกต์ใช้กับกรณีต่าง ๆ ต่อไปได้

สุคนธ์ธา ธรรมพุกโท (2552: 40)สรุปไว้ว่า การสอนแบบนิรนัยเป็นการสอนจากกฎเกณฑ์ หรือสูตรต่างๆที่มีผู้คิดหรือพิสูจน์ไว้แล้ว ครูจะเริ่มจากการให้นักเรียนทำความเข้าใจกฎเกณฑ์หรือ สูตรต่างๆก่อนจะนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆครูอาจจะให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎี หรือสูตรนั้นๆไปใช้กับสถานการณ์ที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในกระบวนการหา คำตอบจากสูตรนั้นๆได้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้ความจำเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการสอนแบบนิรนัย

ทิตนา แชมมณี (2553: 337 - 338)ได้กล่าวไว้ว่า วิธีการสอนโดยใช้การนิรนัย คือ กระบวนการที่ผู้ช่วยใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดให้โดยการช่วย

ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปในเรื่องที่เรียนแล้วจึงให้ตัวอย่างการใช้ทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปนั้นๆ หลายๆ ตัวอย่าง หรืออาจจะให้ผู้เรียนฝึกนำทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปนั้นไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ หรือข้อสรุปนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง หรืออาจกล่าวสั้นๆ ได้ว่าเป็นการสอนจากหลักการไปสู่ตัวอย่างย่อยๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การสอนแบบนिरनय หมายถึง วิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง กฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วจึงศึกษาค้นคว้า ข้อมูล รายละเอียดเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ หรือหลักการ เหล่านั้นเพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น

1.5 ขั้นตอนการสอนแบบนिरनय

เฮนริค ลอร์ด (อรรถพล คำภู. 2543: 13; อ้างอิงจาก Heinmiller. 1925) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนของวิธีการสอนแบบนिरनय มีดังนี้

1. ขั้นอธิบายปัญหา (Statement of the Problem) ความเข้าใจปัญหาจะเป็นเครื่องช่วยกระตุ้นและเร้าใจนักเรียน ข้อสำคัญปัญหานั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงของชีวิตที่เหมาะสมกับความสามารถและวุฒิภาวะของเด็ก

2. ขั้นอธิบายข้อสรุป (Generalization) นำเอาข้อสรุป กฎ หรือนิยามสองสามอย่างมาอธิบาย เพื่อจะได้เลือกใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นตกลงใจ (Inference) เป็นขั้นเลือกข้อสรุป กฎ หรือนิยามที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

4. ขั้นพิสูจน์ (Verification) เป็นขั้นพิสูจน์ข้อสรุป กฎ หรือนิยาม ว่าเป็นความจริงหรือไม่ โดยปริศนาครู ค้นคว้าจากตำรา พจนานุกรม หนังสืออื่น ๆ และจากการทดลองข้อสรุปที่ได้พิสูจน์แล้วว่าเป็นความจริง จึงนับว่าเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

ลอร์ด ซาบัล และคนอื่นๆ (Lardizabal; et al. 1970: 35 - 39) ได้กล่าวถึงขั้นในการสอนแบบนिरनय มีดังนี้

1. ขั้นแถลงปัญหาหรือขั้นการอธิบายปัญหา โดยปัญหาที่นำมานั้นควรจะเป็นปัญหาที่น่าสนใจและกระตุ้นนักเรียนให้เกิดความสนใจที่จะแก้ปัญหาถ้าเป็นไปได้ปัญหาที่นำมาควรจะเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและค่อนข้างจะมีความจำเป็นที่สำคัญนั้นปัญหาที่นำมาควรจะถูกอยู่ในขอบเขตความสามารถของเด็กด้วย

2. ขั้นวางหลักเกณฑ์ ควรจะนำหลักการต่างๆ ไป กฎเกณฑ์ บทนิยาม หรือทฤษฎีมากกว่า 1 ข้อขึ้นไปมาใช้ในการอธิบายเพื่อที่นักเรียนจะได้เลือกกฎเกณฑ์เหล่านี้กลับมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นสรุป ขั้นตอนนี้คือการเลือกหลักเกณฑ์ทั่วไป กฎเกณฑ์ หรือทฤษฎีที่เหมาะสมในปัญหานั้นๆ บางครั้งการเลือกอาจจะเจอข้อผิดพลาดบ้างก่อนที่จะนำมาสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องในที่สุด

4. ขั้นการพิสูจน์หาข้อเท็จจริง ขั้นตอนนี้เป็นการทดลองและทำให้กฎเกณฑ์ทั่วไปเหล่านั้นได้ผลอย่างสมบูรณ์ โดยจะค้นหาข้อมูลที่เชื่อถือได้จากผู้รอบรู้ เช่น ครู ตำราเรียน พจนานุกรม สารานุกรม หรือหนังสือทั่วไป หลังจากการพิสูจน์แล้วนั้นข้อเท็จจริงที่ได้จะกลายเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

เอ็กเกน (Eggen, Kauchak; & Harder. 1979: 131 – 138) ได้จัดขั้นตอนในการสอนแบบนิรนัยไว้ 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นที่กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนและการจัดเตรียมตัวอย่างที่จะนำไปใช้ในการประกอบการสอน

2. ขั้นดำเนินการสอน แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

2.1 ครูเสนอปัญหาและหลักการในการแก้ปัญหา

2.2 ครูอภิปรายปัญหาต่าง ๆ ร่วมกับนักเรียน

2.3 ครูแสดงตัวอย่างซึ่งเป็นหลักการและตัวอย่างซึ่งไม่ใช่หลักการเพื่ออภิปรายและวิเคราะห์ในห้องเรียน

2.4 ครูให้นักเรียนหาตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างและเสนอตัวอย่างเหล่านั้นในห้องเรียน

3. ขั้นประเมินผล ถ้าเรียนที่เรียนเป็นหลักการ (Generalization) การประเมินผลทำได้ดังนี้

3.1 จัดแบ่งตัวอย่างให้นักเรียนพร้อมทั้งให้นักเรียนบอกการนำตัวอย่างที่เป็นหลักการไปใช้

3.2 ชักถามนักเรียนเกี่ยวกับการนำหลักการไปใช้พยากรณ์หรืออ้างอิง

3.3 ให้นักเรียนยกตัวอย่างซึ่งเป็นหลักการและบอกวิธีการนำหลักการไปใช้

สूपิน ชาโต (2538: 29) ได้แบ่งขั้นตอนการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นอธิบายปัญหา (Statement of Problem) คือระบุสิ่งที่สอน อธิบายปัญหาเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ

2. ขั้นแสดงหลักการ (Generalization) คือ เมื่อนักเรียนเกิดความสนใจอยากเรียนก็นำกฎเกณฑ์ หรือหลักการที่มีอยู่แล้วมาแสดงให้นักเรียนได้รู้ ให้นักเรียนเลือกใช้กับปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ขั้นอธิบาย (Inference of Explanation) คือ การอธิบายความเป็นมาของหลักการโดยใช้เท็จจริง กฎต่าง ๆ และเหตุผล เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและตัดสินใจเลือกหลักการเพื่อไปใช้ได้ถูกต้อง

4. ขั้นตรวจสอบ (Verification) คือ เป็นขั้นทดสอบหลักการอีกครั้ง เพื่อดูความสมเหตุสมผล ดูว่าเป็นความจริงหรือไม่ โดยการทำให้แบบฝึกหัด ปรัชญาครู ค้นคว้าจากตำรา และทดลอง

ขนาด เชื้อสุวรรณ (2542: 72) ได้แบ่งขั้นตอนการสอนแบบนिरนัยไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ดึงความสนใจให้ผู้เรียนอยากเรียนเห็นความสำคัญของบทเรียน
2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ครูบอกกฎเกณฑ์ หลักการ สูตร ทฤษฎีให้นักเรียนทราบเขียนบนกระดาน และอธิบายแยกแยะให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจนตามกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ นั้น
3. ขั้นสรุป เป็นขั้นให้นักเรียนสรุปตามกฎเกณฑ์ ทฤษฎีที่เรียน
4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎี เหล่านั้นไปใช้ทำแบบฝึกหัด

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 23 -24) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบนिरนัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาหรือระบุในสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อยั่วให้ผู้เรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบปัญหาที่นำเสนอควรจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน
2. ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎีหลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการกฎข้อสรุปที่ต้องการสอนมาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทฤษฎี หลักการเหล่านั้น
3. ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะเลือก ทฤษฎี หลักการกฎข้อสรุปที่ได้รับจากการเรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้
4. ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะตรวจสอบทฤษฎี หลักการกฎข้อสรุปหรือนิยามที่เชื่อว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาผู้สอน หรือค้นคว้าจากตำราต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์หรือตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง
5. ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปพอสมควรแล้วผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ใหม่ให้ผู้เรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ที่หลากหลาย

ณยศ สงวนสิน (2547: 31) ได้สรุปขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบนिरนัยหรือวิธีสอนแบบอนุมาณ (Deductive teaching) โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน รวมถึงจัดเตรียมอุปกรณ์ในการเรียนการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน เป็นการดำเนินการสอนให้ตรงกับจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยครูเป็นผู้เสนอหลักการ หรือกฎเกณฑ์ที่มีอยู่แล้วมาแสดงให้นักเรียนรู้และให้นักเรียนได้เลือกใช้กับปัญหาให้เหมาะสมกับที่นักเรียนพบ

3. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ ครูอธิบายความเป็นมาของสูตรให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนจะได้เข้าใจสามารถสรุปกฎเกณฑ์ สูตร และเข้าใจในหลักการและตัดสินใจเลือกหลักการเพื่อนำไปใช้ได้ถูกต้องคำจำกัดความจากตัวอย่างที่ได้สังเกตมา

4. ชั้นประเมินผล คือ เป็นการทดสอบหลักการอีกครั้งเพื่อดูความสมเหตุสมผลโดยการทำแบบฝึกหัด คำนวณจากตำรา และทดลอง

นันทพร ระภักดี (2551: 44)สรุปได้ว่า ขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบนिरनัย โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ ระบุสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหาเพื่อยั่วให้ผู้เรียนสนใจที่จะหาคำตอบ
2. ขั้นสอน นำกฎ หรือหลักการมาแนะนำเสนอให้นักเรียนพิจารณา
3. ขั้นพิสูจน์ นำกฎ หรือหลักการที่ยกมานั้นมาพิสูจน์ให้เห็นว่ากฎ หรือหลักการที่กล่าวมานั้นเป็นจริงหรือไม่ แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์อีกครั้ง
4. ชั้นประเมินผล ทดสอบกฎ หรือหลักการอีกครั้งเพื่อยืนยันความสมเหตุสมผลโดยการทำแบบฝึกหัด และทดลอง

ทิตนา แซมมณี (2553: 337 - 338) ได้แบ่งขั้นตอนสำคัญ(ที่ขาดไม่ได้)ของการสอนแบบนिरनัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้สอนถ่ายทอดความรู้/ทฤษฎี/หลักการ/กฎ/ข้อสรุปที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยวิธีการต่างๆตามความเหมาะสม
2. ผู้สอนให้ตัวอย่างสถานการณ์หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้
3. ผู้สอนให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัตินำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ใหม่
4. ผู้สอนให้ผู้เรียนวิเคราะห์และอภิปรายการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น
5. ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ขั้นตอนการสอนด้วยวิธีสอนแบบนिरนัย โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน กระตุ้นความสนใจของผู้เรียนในแง่ของปัญหาเพื่อยั่วให้ผู้เรียนสนใจที่จะหาค้นหาข้อเท็จจริง
2. ขั้นสอน นำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง เกี่ยวกับปัญหานั้นๆ มาเสนอ เพื่อให้ผู้เรียนได้พิจารณาก่อนตัดสินใจเลือกหลักการ ข้อเท็จจริง เหตุผล ที่เหมาะสมกับปัญหา
3. ขั้นพิสูจน์กฎเกณฑ์ นำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่ยกมานั้นมาพิสูจน์ให้เห็นว่ากฎเกณฑ์หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่กล่าวมานั้นมีความถูกต้องเพียงใด เป็นจริงหรือไม่ แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์อีกครั้ง
4. ชั้นประเมินผล ทดสอบกฎ หรือหลักการอีกครั้งเพื่อยืนยันความสมเหตุสมผลโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อเท็จจริง ที่ยกมานั้นไปใช้ในการแก้ปัญหา การทำแบบฝึกหัด และทดสอบ

1.6 คุณค่าหรือประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัย

สิริ (Sidhu. 1981: 108 - 110) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. เป็นวิธีที่มีขั้นตอนสั้นและประหยัดเวลา ในการแก้ปัญหาโดยการให้สูตรจะทำให้ใช้เวลา น้อย เพราะฉะนั้นทั้งผู้แต่งเองและครูผู้สอนจึงเลือกที่จะใช้วิธีนี้
2. วิธีการนี้ความจำเป็นเรื่องสำคัญ เนื่องจากนักเรียนจะต้องใช้ความจำเป็นในการจำสูตร
3. ในขั้นตอนของการฝึกฝนและการปรับปรุง วิธีการนี้จะมีประโยชน์เพียงพอที่จะนำมาใช้

4. วิธีการนี้จะทำให้ความเร็วและประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาดีขึ้น
 ยุพิน พิพิธกุล (2527: 166) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. เป็นวิธีการสอนที่เร็ว และทำให้เกิดประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา
2. ได้มีการฝึกทบทวนปัญหาโจทย์ต่าง ๆ ได้มาก
3. ทำให้จำหลักเกณฑ์ได้อย่างแม่นยำ ซึ่งเกิดจากการนำไปใช้
4. วิธีการสอนแบบนี้สั้นและไม่เสียเวลา เพราะใช้กฎหรือสูตร ที่เคยเรียนมาแล้ว

เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์ (2545: 57) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบนิรนัยดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนมีโอกาสได้นำกฎหรือหลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่
2. เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้ผู้เรียนได้มีการตรวจสอบความ

สิริพร ทิพย์คง (2545: 148) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบนิรนัยว่าเป็นวิธีการสอนที่ใช้เวลาน้อย เพราะนักเรียนสามารถนำกฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ได้ ทำให้นักเรียนจำกฎหรือสูตรได้แม่นยำ ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผลไม่เชื่ออะไรง่ายๆ โดยไม่มีการตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง ช่วยทำให้การแก้ปัญหของนักเรียนมีประสิทธิภาพขึ้น

นันทพร ระภักดี (2551: 45) ได้ว่าสรุปประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ใช้เวลาน้อย เพราะนักเรียนสามารถนำกฎเกณฑ์หรือหลักการที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ได้
2. ทำให้นักเรียนจำกฎเกณฑ์หรือหลักการได้แม่นยำ
3. ช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ โดยไม่มีการตรวจสอบหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง
4. ทำให้สามารถเรียนด้วยตนเองได้ และตัดสินใจแก้ปัญหาได้

ทิตนา แคมมณี (2553: 337 - 338) ได้กล่าวถึงข้อดีของวิธีสอนแบบนิรนัยดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ช่วยถ่ายทอดเนื้อหาสาระได้อย่างรวดเร็วและไม่ยุ่งยาก
2. เป็นวิธีสอนที่ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการนำทฤษฎี/หลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่
3. เป็นวิธีสอนที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนที่มีความสามารถหรือเรียนรู้ได้เร็วสามารถพัฒนาโดยไม่ต้องรอผู้เรียนรู้ได้ช้ากว่า

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ประโยชน์ของการสอนแบบนิรนัย มีดังนี้

1. ใช้เวลาน้อย ไม่ยุ่งยากเกิดประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา
2. นักเรียนจดจำกฎเกณฑ์หรือหลักการได้แม่นยำซึ่งเกิดจากการนำไปใช้
3. ผู้เรียนเรียนรู้ได้เร็ว สามารถพัฒนาและตัดสินใจแก้ปัญหาได้

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย

งานวิจัยต่างประเทศ

เปลลิสเซอร์ (Pelissier. 2002: 15) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ของความสับสนที่ฝังอยู่ในใจของ ผลการวิจัยพบว่า ผู้ที่มีความสับสนที่ฝังอยู่ในใจสามารถชัดเจนได้เล็กน้อยโดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

รีฟ (Rief. 2003: online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการตรวจสอบความจริงด้วยวิธีการแบบอุปนัยและนิรนัยที่ส่งผลต่อความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้ คือ เป็นการตรวจสอบความจริงว่า “ถ้านักเรียนได้รับการสอนในแต่ละหัวข้อด้วยวิธีการตรวจสอบหาความจริงแบบอุปนัย นักเรียนจะสามารถปฏิบัติได้ดีกว่าการหาความจริงแบบนิรนัยทั้งในเรื่องของคำถามเกี่ยวกับขั้นตอนเป็นกระบวนการและคำถามที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด” การศึกษานี้จะพิจารณาเจาะจงไปที่การปฏิบัติของนักเรียนในหัวข้อเกี่ยวกับสมการกำลังสองโดยมีเป้าหมายที่สนใจดังต่อไปนี้

1. เพื่อให้คะแนนของความคิดรวบยอด การตีความและการทำความเข้าใจของนักเรียนสูงขึ้น

2. เพื่อให้คะแนนของการปฏิบัติสูงขึ้น

3. เพื่อให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ข้อมูลกับปัญหาแบบใหม่ๆที่ไม่ซ้ำซากได้

ในแต่ละหัวเรื่องนักเรียนในกลุ่มทดลองจะใช้การตรวจสอบข้อเท็จจริงแบบอุปนัยในขณะที่กลุ่มควบคุมจะใช้การตรวจสอบความจริงแบบนิรนัย ผลจากการศึกษาแสดงให้เห็นว่าทั้งสองกลุ่มสามารถปฏิบัติได้ดีเท่าๆกันทั้งในเรื่องของคำถามที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดและคำถามที่เกี่ยวกับขั้นตอนกระบวนการ แต่อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้สังเกตว่า กลุ่มที่ใช้การตรวจสอบหาความจริงแบบอุปนัยมีความเข้าใจลึกซึ้งกว่าเกี่ยวกับการหาข้อเท็จจริง มีส่วนร่วมมากกว่าในระหว่างเรียนและมีความเชี่ยวชาญกว่าในการพิจารณาปัญหาใหม่ๆที่ไม่ซ้ำซาก

มัวร์ (Mourad. 2005: 75) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิตการศึกษานี้เป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธี ในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนเกรด 8 วิธีการสอนที่นำมาใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยการเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุมคือ การสอนแบบปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษานี้ คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียนผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทาง

คณิตศาสตร์ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของการแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วยซึ่งนักเรียนทั้งหมด 29 คนที่เข้าร่วมนี้จะมีระดับของความคิดแตกต่างกันผลการเปรียบเทียบพบว่ากลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่ากลุ่มที่ใช้การสอนแบบปกติตั้งนั้น วิธีการสอนแบบนี้ดูเหมือนว่าจะเป็น การสร้างความเชื่อมั่นเกี่ยวกับผลสำเร็จที่จะเกิดขึ้นในอนาคตได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับการปรับปรุงการเรียนการสอนนั่นเอง

พริ้นซ์ และเฟลเดอร์ (Prince; & Felder. 2006: 123 - 138) ได้ศึกษาทบทวนสิ่งที่เกี่ยวข้องในการใช้ขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยโดยทั่วไป ซึ่งประกอบไปด้วยการเรียนรู้แบบสืบสวน สอบสวน การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การเรียนแบบโครงการ การสอนแบบกรณีเป็นฐาน การเรียนรู้แบบค้นพบและการสอนแบบกระตือรือร้นร่วมกับการใช้เทคโนโลยีเป็นฐาน(Just – in – time teaching) งานวิจัยนี้ได้ระบุแต่ละขั้นตอนโดยเน้นส่วนที่เหมือนกันและส่วนที่แตกต่างกันและทบทวนงานวิจัยที่มีผลต่อขั้นตอนนั้นๆซึ่งในหลักฐานทั้งหลายแสดงได้ว่าวิธีสอนแบบอุปนัยยังคงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและเป็นวิธีการที่มีหลักการทั่วไปสำหรับการทำให้บรรลุผลทางการเรียนรู้

เฮจท์ เฮอร์รอน และโคล (Haight; Herron; & Cole. 2007: online) ได้ทำการสำรวจผลการศึกษาของการนำเสนอวิธีสอนโครงสร้างทางภาษาในห้องเรียนแบบนิรนัยและอุปนัย การศึกษาพบความแตกต่างที่สำคัญระหว่างทดสอบคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการแนะนำด้วยวิธีการสอนแบบอุปนัย ซึ่งการค้นพบของงานวิจัยนี้ยังได้ระบุด้วยว่าการสอนแบบอุปนัยเป็นวิธีการเรียนรู้ที่มีแนวโน้มสำหรับการสอนเกี่ยวกับโครงสร้างทางภาษาผลของการศึกษานี้สนับสนุนในการนำวิธีการสอนโครงสร้างของภาษาต่างประเทศในห้องเรียนระดับเริ่มต้นด้วยวิธีการสอนแบบอุปนัย

ทาคิโมโตะ (Takimoto. 2008: 369-386) ได้ศึกษาผลของการสอนด้วยวิธีนิรนัยและอุปนัยที่มีผลต่อการเรียนภาษาอังกฤษในฐานะภาษาต่างประเทศ โดยศึกษาจากผู้ใหญ่ชาวญี่ปุ่นที่ใช้ภาษาญี่ปุ่นเป็นภาษาแม่และมีระดับความสามารถทางภาษาอังกฤษอยู่ในระดับปานกลางจำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม 3 กลุ่มแรกได้รับวิธีการสอนที่แตกต่างกันออกไปคือ ก.วิธีการสอนแบบนิรนัย ข.วิธีการสอนแบบอุปนัยร่วมกับวิธีการแก้ปัญหา ค.วิธีการสอนแบบอุปนัยร่วมกับการสอนไวยากรณ์ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้รับการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มทดลองทั้ง 3 กลุ่มมีผลการเรียนดีขึ้นกว่ากลุ่มควบคุมอย่างไรก็ตามในด้านทักษะการฟัง มีเฉพาะกลุ่ม ก.ที่ได้รับวิธีการสอนแบบนิรนัยเท่านั้นที่มีผลการเรียนดีขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

ณยศ สงวนสิน (2547: 55) ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนได้รับการสอนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง พหุนาม พบว่าชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นිරนัย สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ดวงพร บุญมา (2548: 93) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนแบบนिरนัยโดยใช้เทคนิคเกมการแข่งขันเป็นทีมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบนिरนัยโดยใช้เทคนิคเกมการแข่งขันเป็นทีมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบนिरนัยโดยใช้เทคนิคเกมการแข่งขันเป็นทีมมีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยร้อยละ 50 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบนिरนัยโดยใช้เทคนิคเกมการแข่งขันเป็นทีมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุวิน โรจน์นุกุลวณิช (2548: 83) ได้ศึกษาเกี่ยวกับชุดการเรียนแบบอุปนัยโดยใช้กระบวนการกลุ่มเรื่องความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนแบบอุปนัยโดยใช้กระบวนการกลุ่มเรื่องความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ร้อยละ 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนภายหลังการใช้ชุดการเรียนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชวาลย์ ชมดี (2551: 62-63) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการเรียนรู้อุปนัยและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนिरนัย ผลการศึกษาพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้อุปนัยและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนिरนัย มีประสิทธิภาพ 81.43/79.49 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ 75/75 ค่าดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้อุปนัยและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยหรือแบบนिरนัยมีค่าเท่ากับ 0.6015 หรือคิดเป็นร้อยละ 60.15 นักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาค่าเฉลี่ย เลขคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้วิธีการสอนแบบอุปนัยและแบบนिरนัยมีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

นันทพร ระภักดี (2551: 74) ได้ศึกษาเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง ความคล้าย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นिरนัยสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 60 % อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชนี ภูพัชรกุล (2551: 86) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังใช้วิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังใช้วิธีสอนแบบปกติสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังใช้วิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่านักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย พบว่า ช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลสูงขึ้น รวมถึงมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยเชื่อว่าการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัยสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนถือว่าเป็นเครื่องบ่งชี้ถึงความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนั้นภาระหน้าที่สำคัญประการหนึ่งของครู คือ การส่งเสริมปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและขจัดสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพัฒนาให้ถึงขีดสุดตามศักยภาพของตนเองเรียนรู้อย่างเต็มที่และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นตามความสามารถที่แท้จริง

3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังนี้

วิลสัน (Wilson. 1971: 643 – 696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวความคิดของบลูม (Bloom Taxonomy) ไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุดแบ่งเป็น 3 ชั้น

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithm) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกให้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะเป็นมโนคติเป็นธรรมชาติที่ประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหมายหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมิมิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปผลอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงรูปแบบปัญหา จากรูปหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Element From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่คำนึงถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms)

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถชั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในชั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างการเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไมยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งเป็นปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomerism and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือเคยกระทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด หรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยามตลอกจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยัน ข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้เป็นที่ทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นที่ทั่วไปได้

กูด (Good, 1973: 103) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ที่ได้รับหรือทักษะที่พัฒนาจากการเรียนในสถานศึกษาโดยปกติ พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2529: 29) กล่าวว่า “ผลสัมฤทธิ์” (Achievement) ซึ่งในที่นี้หมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Academic achievement) หมายถึง คุณลักษณะรวมถึงความรู้ความสามารถของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอนหรือมวลประสบการณ์ทั้งปวงที่บุคคลได้รับจากการเรียนการสอนทำให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ของสมรรถภาพสมอง

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 286) ได้ให้ความหมายว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือผลการเรียนรู้ หมายถึง ความรู้หรือทักษะที่ได้จากการเรียนรู้ในรายวิชาต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความสามารถและนำความรู้ไปใช้ประโยชน์

อัญชณา โปธิพลากร (2545: 93) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain)

สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: 64) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถหรือระดับผลสัมฤทธิ์ของบุคคลหลังจากการเรียนหรือการฝึกอบรม ซึ่งสามารถแบ่งเป็น ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการคิดวิเคราะห์ จัดได้ว่าเป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี

อารี แสงขำ (2550: 22) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถหรือความสำเร็จในด้านต่าง ๆ เช่น ความรู้ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ และการวิเคราะห์ เป็นต้น รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสามารถวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

อ้อมฤดี แซ่มอุบล (2553: 49) สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถทางสมองของผู้เรียนหลังจากที่ได้รับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์วัดได้จาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยครอบคลุมพฤติกรรมที่พึงประสงค์ 4 ด้าน คือ ด้านความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson. 1971: 648-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) หมายถึงความสามารถในการจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงคำศัพท์ นิยาม และการใช้กระบวนการคิด คำนวณตามลำดับขั้นตอนที่ผู้เรียนเรียนมาแล้ว
2. ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในด้านความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง ความเข้าใจในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ข้อมูล และมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน
4. การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยเจอมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนสามารถวิเคราะห์ในการค้นหาความสัมพันธ์ พิสูจน์ วิพากษ์วิจารณ์ ข้อพิสูจน์ในการสร้างและทดสอบความถูกต้อง

2.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14 - 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนมีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกายข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูกความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัวสภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ คาร์รอลล์ (Carroll. 1963: 723-733) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญโดยเชื่อว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีผลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ของนักเรียนที่ได้รับ แมดดอกซ์ (Maddox. 1963: 9) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10 - 15

บลูม (Bloom. 1976: 160) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียน ได้แก่ ตัวแปรสำคัญ 3 ตัว คือ คุณสมบัตินักเรียนด้านความรู้ คุณลักษณะด้านจิตพิสัย และคุณภาพของการสอน ซึ่งประกอบด้วย การชี้แนะ การบอกจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมแรงจากครู การให้ข้อมูลย้อนกลับถึงความบกพร่องหรือความเหมาะสม และการแก้ไขข้อบกพร่อง

ชญาธิษฐ์ พุกเถื่อน (2536: 16 -17) พบว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะดังต่อไปนี้

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียนจะประกอบด้วย ขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนของนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทางโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ / กิ่งอำเภอ

2. ด้านคุณลักษณะของครูจะประกอบด้วยอายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบสอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ต่อหน้าที่ที่ตนคิดเกี่ยวกับนักเรียน

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียนทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางด้านเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย ขนาดของครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่าง ๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

ณยศ สงวนสิน (2547: 39) กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีปัจจัยและองค์ประกอบทั้งทางตรงคือตัวนักเรียนและทางอ้อม ได้แก่ สภาพของสังคม ครอบครัว ตัวครู และรวมถึงการสอนของครู

วรรณศิริ หลงรัก (2553: 41) ได้กล่าวว่าองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีหลายปัจจัยทั้งในด้านของสิ่งแวดล้อม ตัวผู้เรียนเอง เพื่อน ผู้ปกครอง และครูโดยคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

จากการศึกษา องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นพอสรุปได้ดังนี้คือ

1. ด้านตัวนักเรียนเอง ได้แก่ การเจริญเติบโตของร่างกาย สติปัญญา ความรู้พื้นฐาน อารมณ์ ความสนใจในการเรียน ความสามารถทั้งหลายของผู้เรียนในการเรียนรู้อื่นๆ
2. ด้านสภาพแวดล้อมรอบตัวนักเรียน ได้แก่ ครอบครัว เพื่อน การส่งเสริมสนับสนุนเอาใจใส่ และติดตามผลการเรียนของบิดามารดา หรือผู้ปกครอง สภาพเศรษฐกิจและสังคม
3. ด้านครูผู้สอน ได้แก่ คุณภาพการจัดการเรียนการสอนของครู ประสิทธิภาพสอน วิธีการจัดการเรียนรู้ จำนวนคาบสอนของครู การใช้สื่อการสอน ซึ่งองค์ประกอบด้านนี้ถือว่ามีส่วนสำคัญที่สุดต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำนั้นอาจเกิดจากสาเหตุหลายประการดังที่นักการศึกษากล่าวไว้ว่า ดังนี้

เรวัต และคุปตะ (Rawat; & Gupta. 1970: 7 – 9) ได้กล่าวว่า สาเหตุของการสอบตกและออกจากโรงเรียนของนักเรียนในระดับประถมศึกษา มาจากสาเหตุหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกร่วมในการมีส่วนร่วมกับการเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาของบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้น เพราะระบบการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก อพยพย้ายถิ่นที่อยู่ เป็นต้น

วัชร บวรณสิงห์ (2526: 435) ได้กล่าวว่า สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์จะมีลักษณะดังนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้อ่อนกว่านักเรียนคนอื่น ๆ

3. มีความสามารถทางการเรียนต่ำ
4. จำหลักเกณฑ์ หรือความคิดรวบยอดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์ทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกทางคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียน โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดัน และสับสนต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้ง

รู้สึกดุษฎีตนเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง
 11. อาจมาจากสภาพครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
 12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจเรียนหรือมีความตั้งใจเรียนเพียงช่วงระยะเวลาสั้น
 13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟัง และข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
 14. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป
 15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางการพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
 16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์ และสังคม
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 145)กล่าวถึง สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย
2. ระดับสติปัญญาต่ำ
3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อนทำให้ฝังใจเกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้นตัวเองทั้งแบบรู้ตัวและไม่รู้ตัว
4. สิ่งแวดล้อมทางบ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่าง ๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าถาม การแสดงออก ความคงทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีระเบียบวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสมาธิ
5. วุฒิภาวะต่ำ
6. พื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

นันทพร ระภักดี (2551: 45) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน คือ การจัดการเรียนการสอน การสร้างเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ การมีส่วนร่วมของนักเรียน สภาพแวดล้อมทางครอบครัวและวุฒิ

ภาวะ ซึ่งจากสาเหตุดังกล่าวครูจึงจำเป็นต้องจัดหากิจกรรมการเรียนการสอนและเทคนิคการสอนที่เหมาะสมเพื่อนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดประสิทธิผลที่ดีที่สุด

สมฤดี ดุกหลิม (2552: 75) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ การจัดการกิจกรรมการเรียนการสอน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การสร้างแรงจูงใจ ความสนใจ และความรู้สึกรับผิดชอบในการเรียนรู้ต่างๆ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้สอนที่จะหาวิธีสอนที่เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนในแต่ละครั้งของผู้เรียนสัมฤทธิ์ผลมากที่สุด

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์การเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายประการสรุปได้ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอน
2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
3. การสร้างแรงจูงใจ
4. สภาพแวดล้อม
5. ความรับผิดชอบในการเรียนรู้
6. พื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

ซึ่งเป็นหน้าที่ของครูที่ต้องจัดการเรียนการสอนให้มีความเหมาะสมต่อผู้เรียน เพื่อให้การเรียนรู้แต่ละครั้งของผู้เรียนเกิดการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

2.4 แบบทดสอบการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

เมห์เรนส์ และ เลห์แมนน์ (Mehrens; & Lehmann. 1969: 187) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความพร้อมในการเรียน วัดข้อบกพร่อง หรือเพื่อใช้ทำนายผลการเรียนในอนาคต ซึ่งใช้วัดผลกันตั้งแต่ชั้นอนุบาลจนถึงชั้นอุดมศึกษา

อนันต์ ศรีโสภาก (2525: 81) ได้กล่าวว่า แบบทดสอบถ้าแบ่งตามชนิดของข้อสอบจะแบ่งได้เป็นแบบอัตนัย (Essay) และแบบปรนัย (Objective) ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบชนิดต่าง ๆ ดังนี้

1. แบบอัตนัย (Essay Type) ได้แก่
 - 1.1. แบบคำตอบสั้นหรือแบบจำกัดคำตอบ
 - 1.2. แบบเรียงความ
 - 1.3. แบบปากเปล่า
2. แบบปรนัย (Objective Type) ได้แก่
 - 2.1. แบบคำตอบสั้น
 - คำเดียวสัญลักษณ์หรือสูตร
 - หลายคำหรือวลี

2.2. แบบถูกผิด

2.3. แบบเลือกตอบ

2.4. แบบจับคู่

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2538: 171 – 172) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วซึ่งมักจะเป็นคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and Pencil Test) กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง (Performance Test) แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้เป็น 2 คือ แบบทดสอบของครูที่สร้างขึ้นกับแบบทดสอบมาตรฐาน

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนว่านักเรียนมีความรู้มากน้อยแค่ไหน บทพร่องที่ตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริมหรือดูความพร้อมที่จะขึ้นบทเรียนใหม่ ฯลฯ ตามแต่ที่ครูปรารถนา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน แบบทดสอบประเภทนี้สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชาหรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ของแบบทดสอบนั้นสามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็ได้จะใช้วัดความมั่งคั่งของเด็กแต่ละวัยในแต่ละกลุ่มแต่ละภาคก็ได้จะใช้สำหรับให้ครูวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์ระหว่างวิชาต่าง ๆ ในเด็กแต่ละคนก็ได้ข้อสอบมาตรฐานนอกจากจะมีคุณภาพของแบบทดสอบสูงแล้วยังมีมาตรฐานในด้านวิธีดำเนินการสอบ คือ ไม่ว่าโรงเรียนใดหรือส่วนราชการใดจะนำไปใช้ต้องดำเนินการสอบเป็นแบบเดียวกันแบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกวิธีการสอบว่าทำอย่างไร และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วยทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน คือ เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนนักเรียนไปแล้วสำหรับพฤติกรรมที่วัดจะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามวัดได้มักนิยมใช้ตามหลักที่ได้จากการประชุมของนักวัดผลซึ่งบลูม (Bloom) ได้เขียนรวมไว้ในหนังสือ Taxonomy of Educational Objectives สรุปได้ว่าการวัดผลด้านสติปัญญาควรวัดพฤติกรรม ดังนี้

1. วัดด้านความรู้ – ความจำ (Knowledge)
2. วัดด้านความเข้าใจ (Comprehension)
3. วัดด้านการนำไปใช้ (Application)
4. วัดด้านการวิเคราะห์ (Analysis)
5. วัดด้านการสังเคราะห์ (Synthesis)
6. วัดด้านการประเมินค่า (Evaluation)

สมนึก ภัททิยธนี (2541: 73 – 98) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบวัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ที่ผ่านมาแล้วแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นกับ

แบบทดสอบมาตรฐานซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายแบบแต่นิยมใช้มี 6 แบบ ดังนี้

1. ข้อสอบแบบความเรียงหรืออัตนัย (Subjective or Essay Test)
2. ข้อสอบกาถูก – ผิด (True – False Test)
3. ข้อสอบแบบเติมคำ (Completion Test)
4. ข้อสอบแบบตอบสั้น (Short Answer Test)
5. ข้อสอบแบบจับคู่ (Matching Test)
6. ข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice Test)

จากการศึกษาค้นคว้าสามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วมีการแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานซึ่งผู้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์จะต้องเลือกข้อสอบให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เองโดยสร้างเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice Test) และข้อสอบแบบความเรียงหรืออัตนัย (Subjective or Essay Test)

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เรย์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2003: 74 – A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตรมาตรฐาน หลักและหลักสูตรเดิมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลักอย่างน้อย 2 ปี และอีกกลุ่มเรียนโดยใช้หลักสูตรเดิม ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เทลลา (Tella. 2007: 154) ได้ทำการวิจัย เรื่อง อิทธิพลของแรงจูงใจที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในประเทศไนจีเรีย ผลการวิจัย พบว่า อิทธิพลของแรงจูงใจของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีแรงจูงใจอยู่ในระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีแรงจูงใจอยู่ในระดับต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดักลาส เบอร์ตัน และ รีส์ เดอแฮม (Douglas; Burton; & Reese-Durham. 2008: 182) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของกลยุทธ์การสอนแบบพหุปัญญาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า คะแนนสอบหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับ

การสอนแบบพหุปัญญาสูงขึ้นกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โจนส์ โจนส์ และเวอร์เมตต์ (Jones: Jones; & Vermetle. 2009: 4) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การใช้การเรียนรู้ทางด้านอารมณ์และการเรียนรู้ทางด้านสังคมเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใน ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า การสอนทักษะทางด้านอารมณ์และ ทักษะทางด้านสังคมมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น ทั้งยังทำให้เจตคติทางบวกต่อ วิชาคณิตศาสตร์พฤติกรรมในชั้นเรียนและความสำเร็จของงานของนักเรียนเพิ่มมากขึ้นด้วย

เพอเวิน (Perveen. 2010: 9 - 13) ได้ทำการศึกษาผลของวิธีการแก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนหญิงจำนวน 48 คน ในรัฐปากีสถาน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) หลังจากทดลองทดสอบหลังเรียนเพื่อดูผลของการวิจัยผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่ม ทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

คิทซานทาส ซีมา และแวร์ (Kitsantas; Cheema; & Ware. 2011: 310 - 339) ได้ศึกษา ขอบเขตผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ สูงเกี่ยวกับการทำการบ้าน ความสามารถในการรับรู้ของตนเองที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์และเวลา ที่ใช้ในการทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 3,776 คน จำนวน 221 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะลดลงถ้ามีการบ้านเพิ่มมาก ขึ้นและทำให้ความสามารถในการรับรู้ของตนเองที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น สัดส่วนของเวลา ที่ใช้ในการทำการบ้านคณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้นหากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำลง ซึ่งผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่า ควรพยายามที่จะจัดหาเวลาสำหรับในการทำการบ้านของผู้เรียนให้ เสร็จสมบูรณ์และการมอบหมายการบ้านให้สอดคล้องกับเนื้อหา และต้องให้ความสำคัญในการ ส่งเสริมการรับรู้ความสามารถของตนเองที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

พงศ์ศรีศรี มีเฟื่องฟู (2545: 28) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิง คณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 1 ห้องเรียน 35 คน ใช้เวลาในการสอน 12 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้และการประยุกต์เรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการพัฒนากิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มีค่าเฉลี่ยสูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปริญญญา สองสีดา (2550: 78) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่องทศนิยมและเศษส่วนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4MAT สูงกว่าก่อนได้รับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4MAT สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด การอ่าน การเขียน และโดยรวมของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4MAT สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด การอ่าน การเขียน และโดยรวมของนักเรียนหลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4MAT สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุศรา อิมทรัพย์ (2551: 89-90) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการใช้สื่อประสม เรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมสูงกว่าเกณฑ์การเรียน 50% และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณศิริ หลงรัก (2553: 119-122) ได้ศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท(Contextual Learning) เรื่องสถิติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท เรื่องสถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 83.33/80.31 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ วิธีสอน สื่อ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อิทธิพลของแรงจูงใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ การสอนทักษะทางด้านอารมณ์และทักษะทางด้านสังคมในห้องเรียนคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนรวมถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิควิธีการที่หลากหลายและมีประสิทธิภาพของครูนั้นล้วนมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

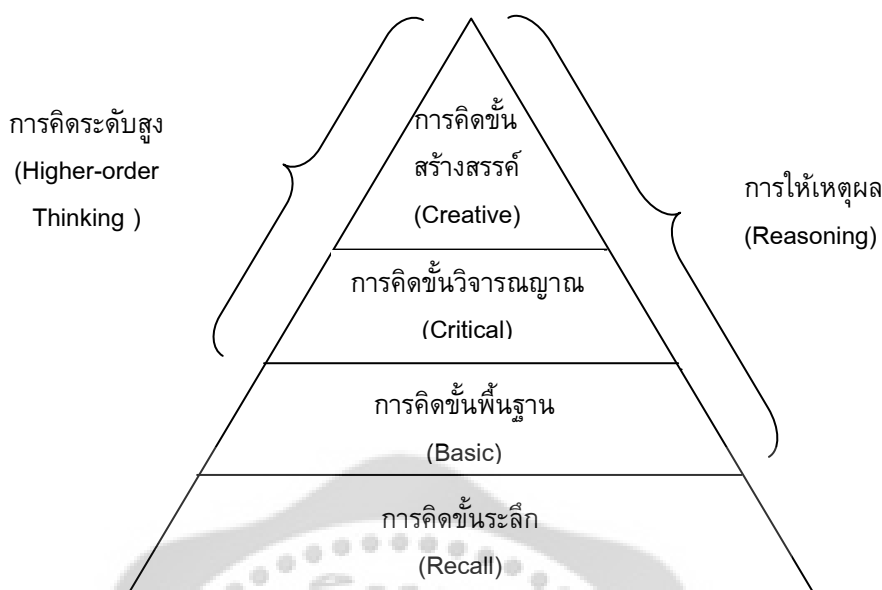
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

โอดาเฟเฟอร์ และ ธอร์นควิสท์(O'Daffer; & Thornquist. 1993: 43)ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

ครูลิต และ รูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 3 - 5) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น โดยข้อสรุปดังกล่าวก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ 1. การคิดขั้นระลึก(Recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง 2. การคิดขั้นพื้นฐาน(Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน 3. การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้ 4. การคิดขั้นสร้างสรรค์(Creative)เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง ครูลิตและรูดนิค มองว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 ลำดับขั้นของการคิด

ที่มา: Krulik; & Rudnick. (1993). *An Introduction to Higher _ Order Thinking Skill and Problem Solving. Reasoning and Problem Solving.* p.3.

นอกจากนี้ ครูลิต และ รุดนิก (Krulik; & Rudnick. 1993: 3) อธิบายว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนแต่ระดับตอนที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจจะคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์และการคิดขั้นสร้างสรรค์สำหรับการคิดขั้นวิจารณ์และการคิดสร้างสรรค์ ครูลิตและรุดนิก เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง(Higer – Order Thinking)

อาร์ทซ์ และ ชิเรล (Artzt; & Shirel. 1999: 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผลกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล สภาครุคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกาได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000: 29)

ระดับอนุบาล – เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ

4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5 – 8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

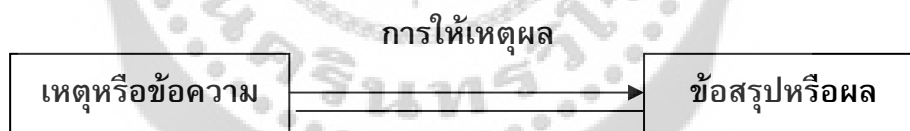
1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9 – 12 สนับสนุนให้ผู้เรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่าย ๆ ได้

อาริสตา ฉัตรกิจวรุณ (วิษระ น้อยมี, 2551: 86; อ้างอิงจาก อาริสตา ฉัตรกิจวรุณ, 2529)

กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าเป็น กระบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด (Hypothesis) อาจจะมีหลายอันมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุป หรือผล (Conclusion) เขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 3 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผล

ทิตานา แชมมณี (2545: 114) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัยพิจารณาข้อเท็จจริงได้

ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล (2546: 50 - 54) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล ซึ่งสรุปได้ว่าการให้เหตุผลคือ การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยัน “ข้อสรุป” ของเราเป็นความจริง การให้เหตุผลแต่ละครั้งจะมีส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นข้ออ้าง ซึ่งหมายถึงหลักฐานหรือเหตุผล (บางครั้งเรียกข้ออ้างว่าเหตุ) และส่วนที่เป็นข้อสรุป ซึ่งหมายถึงสิ่งที่เราต้องการบอกว่าเป็นจริง (บางครั้งเรียกข้อสรุปว่าผล) โดยแบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยการอ้างหลักฐานจากประสบการณ์ กล่าวคือ เชื่อว่าสิ่งนั้นเป็นจริงเพราะเคยพบว่ามันเป็นเช่นนั้นมาก่อนและเมื่อมีประสบการณ์แบบเดียวกันหลายๆ ครั้งก็สรุปเป็นกฎหรือความจริงทั่วไปเกี่ยวกับสิ่งนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยการใช้ความจริงจากความจริงเดิมหรือสิ่งที่ทราบมาก่อนแล้วว่าเป็นความจริงมาใช้เป็นข้ออ้างและพิจารณาข้ออ้างนั้นๆ ตามหลักเกณฑ์เพื่อสรุปความจริงใหม่ออกมาโดยไม่ต้องอาศัยการทดลองหรือการสังเกตจากประสบการณ์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 49 - 50) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ๆ

เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร (2551: 19) สรุปว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามที่กล่าวมาข้างต้นนั้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989: 6, 29, 81) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาออกเหนือไปจากการจดจำ ข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็น

ว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (Baroody. 1993: 2-60) หลักสูตรคณิตศาสตร์กำหนดให้การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นจุดเน้นหลักและเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ดังที่นักการศึกษาและนักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

อาร์ทซ์ และชิเรล (Artzt; & Shirel. 1999: 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ ผู้เรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา(NCTM. 2000: 56)ได้กำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นก่อนอนุบาล –มัธยมศึกษาปีที่ 6 (Prekindergarten through Grade 12) ว่าควรจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้นักเรียนสามารถ

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นลักษณะพื้นฐานของคณิตศาสตร์ได้

2. พัฒนาและประเมินค่าข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. เลือกและใช้การให้เหตุผลและวิธีการที่หลากหลายในการพิสูจน์ได้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 21) กล่าวว่าไว้ว่า โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์สิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

4. สามารถเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลต่างๆ ที่มีความเหมาะสมได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

ปียวดี วงษ์ใหญ่ (ม.ป.ป.: 1) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีเหตุผล และนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ๆ ได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมี

ระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียนการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆได้ด้วยตนเอง

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551: 54-56)กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 ได้กำหนดความสำคัญให้การให้เหตุผลเป็นความสามารถหนึ่งที่สำคัญสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวชี้วัดด้านการให้เหตุผลในทุกระดับชั้น (ป.1-ม.6) กำหนดไว้ว่า นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล เห็นความเชื่อมโยงของเนื้อหาหรือวิธีการ รู้จักใช้เหตุผลปรับแนวคิด สามารถพัฒนาผู้เรียนในการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล การหาข้อสรุป การแสดงข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

3.3 รูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990: 378) มองว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมี 2 ประเภท

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิยามหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อความ หรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินใจถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สุดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภทคือ การให้

เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของ โอดาฟเฟอร์ เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บารูดี กล่าวว่า ในกระบวนการการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึกหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

สติกกินส์ (Stiggins. 1997: 260 - 262) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลักๆ 3 แบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมินโดยได้อธิบายไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อยๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาแล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาสิ่งนั้นมีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกันในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกันบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกันการใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจถึงสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้งมีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อเรตัดสินใจคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน นอกจากนี้สติกกินส์ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่นๆอีกได้แก่

การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุปหรือเป็นการนำข้อมูลจากหลายๆแหล่งมาทำความเข้าใจ และหาข้อสรุป เช่น การสอนเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลายๆสาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษา มาบูรณาการการใช้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืชประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดีและอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือใช้ความจริงจากกรณีหนึ่งๆนำไปสู่กฎหรือหลักการ

ทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ถือเป็น การให้เหตุผลแบบอนุมาน

กรีนส์ และฟินเดลล์(Greenes; & Findell. 1999: 128) ได้จำแนกการให้เหตุผลเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning)เป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกะที่ เริ่มต้นด้วยประโยคหรือเหตุใหญ่ในรูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปในกรณีเฉพาะ ซึ่งนักเรียนสามารถ เข้าถึงการให้เหตุผลเชิงนิรนัยนี้ได้ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่ให้พวกเขาได้สร้างข้อสรุปจากข้อเท็จจริง ที่กำหนดให้ทั้งที่อยู่ในรูปของคำพูด ใดอะแกรม กราฟ หรือตาราง

2. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning)เป็นการให้เหตุผลจากกรณีเฉพาะ หลายๆกรณี โดยระบุความสัมพันธ์จากกรณีย่อยๆเหล่านั้น เพื่อสร้างเป็นข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป ของความสัมพันธ์ดังกล่าว

อาริสตา ฉัตรกิจวรุธ (วัชระ น้อยมี. 2551: 90; อ้างอิงจาก อาริสตา ฉัตรกิจวรุธ. 2529) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการสรุปผลจากการทดลอง หรือการสังเกตการจากปรากฏการณ์ต่างๆ ในกรณีหลายๆ กรณีแล้วนำมาสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เริ่มต้นด้วย เหตุผลหรือข้อกำหนดต่างๆ และมีบางเหตุเป็นกฎเกณฑ์อยู่ในรูปทั่วไป จากความสัมพันธ์ของเหตุ เหล่านี้ จึงมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่แต่ละคน ได้สะสมพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ตลอดจนข้อคิดต่างๆ ไว้ในจิตใต้สำนึกแล้วยังผลให้เกิดข้อคิด อันใหม่ ซึ่งไม่ได้อยู่ในรูปของสัญชาติญาณตามธรรมชาติ ข้อคิดอันใหม่นี้จะผุดขึ้นมาจากจิตใต้สำนึก อาจจะผุดขึ้นมาแวบเดียวแล้วก็หายไป หรือบางครั้งก็ปรากฏอยู่นานๆ

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: 2-11) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่ มี 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างอิงจาก ตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลายๆ ตัวอย่างหลายแง่หลายมุม และสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้ พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผลนี้มีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมุติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate)

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัทพรธน เหล่าวานิชย์ (2546: 157) ได้กล่าวว่าในปัจจุบันการให้ เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมีความสำคัญอย่างยิ่งในการนำไปสู่ความรู้ใหม่ๆถึงแม้ว่าการให้เหตุผล แบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่สวนทางกันกล่าวคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยใช้กรณี เฉพาะเป็นเหตุมุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งต้องตรวจสอบต่อไปว่าผลสรุปดังกล่าวเป็นจริง หรือไม่ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยใช้กรณีทั่วไปเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีเฉพาะ

จากการศึกษาค้นคว้ารูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่ารูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มาจากความรู้ที่มีอยู่เดิมหรือสามัญสำนึก
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากข้อเท็จจริงย่อยๆ หลายข้อเท็จจริง แล้วนำมาสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป
3. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกะที่เริ่มต้นด้วยประโยคหรือเหตุใหญ่ในรูปทั่วไป มุ่งไปสู่การสรุปในกรณีเฉพาะ

3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับการพัฒนาการให้เหตุผล กิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford; & Hoepfner 1971: 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็น สิ่งที่สามารถสอนได้ควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

แบรนด์ท์ (Brandt. 1984: 3) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้นได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่า ทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไร จึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทาง

1. แนวการสอนเพื่อให้คิด (teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. แนวทางการสอนการคิด (teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิด (metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถ

ควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989: 29) กล่าวว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” และเพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริงจำเป็นจะต้องจัดให้มีการให้เหตุผลแทรกอยู่ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้ผู้เรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัว แต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 194 – 196) ได้ให้องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(2547: 15-19) ได้ให้หลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
 2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม
 3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
 4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัยซึ่งควรจะถูกฝึกให้เกิดเป็นนิสัย
 5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
 6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล
- นอกจากนี้จะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆ แล้วสิ่งที่ครูควรดำเนินการมีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้น ต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจและ

สรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียนและต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอนการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนเคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผลและการชี้แจงนี้จะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเองทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียนปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุมเพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม ครูควรเพิ่มกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเองหรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เป็นต้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 19) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความรู้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการใช้คำถาม ซึ่งการใช้คำถามของครูมีผลอย่างยิ่งต่อการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อตอบสนองหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นต่อสิ่งที่ถูกถามอันจะนำมาซึ่งการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลดังตัวอย่าง ต่อไปนี้

- ทำไมนักเรียนถึงคิดเช่นนั้น
- ทำไมคำตอบนั้นจึงถูกต้อง
- นักเรียนได้ข้อสรุปนั้นมาได้อย่างไร
- นักเรียนคิดว่าที่เพื่อนอธิบายนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด
- นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้จะจริงเสมอไปหรือเปล่า
- นักเรียนคิดว่าวิธีนี้ดีหรือยัง/ใช้ได้ทั่วไปหรือเปล่า
- นักเรียนจะพิสูจน์สิ่งที่อธิบายได้อย่างไร

อัมพร ม้าคอง (2553: 50) เสนอแนะว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งความพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญ คือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล โดยครูต้องมีเทคนิค มีสื่อการสอน มีกิจกรรมที่เป็น การผสมผสานการฝึกการคิดและให้เหตุผลอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชาตามปกติ และจัดบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการตั้งคำถามกระตุ้นความคิด อธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจง เหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเกิดทักษะการให้เหตุผล

3.5 การประเมินความสามารถการให้เหตุผลทางวิชาคณิตศาสตร์

ครูลีค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1996: 8-9) อธิบายถึงเทคนิคการประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบๆห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่กับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้ แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สเตอร์นเบิร์ก (Sternberg. 1999: 37) ได้เสนอแนวคิดว่าในการพัฒนาทักษะและประเมิน การให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผนและการจัดการ ทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 102) ได้กล่าวถึงหลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องตระหนักอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนซึ่งการจัดกิจกรรมการ เรียนการสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผลโดย กล่าวถึงวิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ดังต่อไปนี้

วิธีการประเมิน

1. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้นให้นักเรียนใฝ่รู้และคิดเป็น
2. มีวิธีการวัดและประเมินผลความสามารถในการคิดให้เหตุผล ที่เหมาะสมกับรูปแบบ การเรียนการสอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 50 - 52) ได้กล่าวว่า การ ประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมิน ควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผล หรือพิสูจน์ในการ

ประเมินผลควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้นๆหรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดมุ่งหมายในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่างๆตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสพการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนาทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้นๆโดยทั่วไปอาจกำหนดดังนี้

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
0 / ไม่พยายาม	- ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ / แนวคิดไม่ถูกต้อง
1 / ต้องปรับปรุง	- มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
2 / พอใช้	- เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
3 / ดี	- มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
4 / ดีมาก	- มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

ตัวอย่างที่ 1 จากการยกสถานการณ์ คำกล่าวของแพรวที่ว่า “ฉันสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมเป็นมุมฉาก 2 มุมได้” ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น อภิปรายข้อความนี้

ตารางต่อไปนี้เป็นเกณฑ์ และตัวอย่างคำพูดจากการอภิปรายที่จัดอยู่ในระดับนั้นๆ

ระดับ	รายละเอียดของเกณฑ์ และตัวอย่างคำพูดของนักเรียน
0	- ไม่มีคำตอบ ไม่ได้ทำ ไม่ได้ใช้ภาษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ “ฉันเห็นด้วย แพรวต้องทำได้แน่”
1	- มีความพยายามให้เหตุผล แต่คำตอบไม่ถูกต้อง “ใช้จุกก็สร้างให้มุมฉากหนึ่งอยู่ด้านบน อีกมุมอยู่ด้านล่าง” - คำตอบถูกเป็นบางส่วน แต่เหตุผลอ่อน หรือไม่ถูกต้อง “สร้างไม่ได้ เพราะสามเหลี่ยมทุกรูปจะต้องมีมุมเป็นมุมฉาก”
2	- คำตอบถูกต้อง แต่การให้เหตุผลไม่สมบูรณ์หรือชัดเจน “สร้างไม่ได้ เพราะรูปสามเหลี่ยมจะมีมุมฉากเพียงมุมเดียว” “สร้างไม่ได้ จะสร้างได้ก็ต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า”
3	- คำตอบถูกต้อง เหตุผลดีกว่าระดับ 2 แต่ยังเป็นเหตุผลที่ต้องพึ่งภาพหรือของจริงสร้างความเข้าใจมากกว่าที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นนามธรรม “สร้างไม่ได้ เพราะถ้ามีมุมฉาก 2 มุม เราได้ด้าน 3 ด้าน แต่ด้านจะไม่ต่อกัน” “สร้างไม่ได้ เพราะสร้างมุมฉาก 2 มุม แล้วเราพยายามเชื่อมต่อด้านก็จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ”
4	- นักเรียนตอบได้ถูกต้อง ใช้ความรู้มาให้เหตุผลได้อย่างชัดเจนสมบูรณ์ “ทำไม่ได้ เพราะรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายในรวมกันได้ 180 องศา” “ถ้ามีมุม 2 มุม รวมเป็น 2 มุมฉาก ซึ่งเท่ากับ 180 องศา อีกมุมต้องเป็น 0 องศา ก็จะไม่เกิดเป็นรูปสามเหลี่ยม” “ทำไม่ได้ เพราะเราจะสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีด้านขนานกันไม่ได้”

จิตติษฐ์ ลอภักษิณ (2550: 183) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ อย่างสมเหตุสมผล ดังนี้

ระดับ	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุปได้ หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธียืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่าง สมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
2	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุปได้ หรือข้อความคาดการณ์ได้โดยแสดงสาระสำคัญได้ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุม

ระดับ	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
	เพียงพอ
1	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลเฉพาะกรณีแต่ไม่แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
0	นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้โดยไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 199-201) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูปรีคเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้นตลอดจนการให้คะแนนแบบรูปรีคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ ของตนเองแล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดียิ่งขึ้นด้วย ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การให้คะแนนแบบรูปรีคที่นิยมใช้มี 2 แบบคือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ หรือแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆและอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้านๆแล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนแบบรูปรีคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้านๆในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการ

ประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้างๆและต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้างๆและจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551: 60) อธิบายถึงการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำ จากแบบฝึกหัด จากการเขียนอนุทินหรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นหลักสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนครูผู้สอนควรคำนึงถึงความสามารถที่แตกต่างกันของนักเรียนในด้านการใช้พื้นฐานความรู้ การใช้วิธีการ การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลเพื่อพิจารณาความสามารถในการเหตุผลของนักเรียนประเมินโดยใช้แบบทดสอบอัตนัยที่มีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์(Rubric) ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องชัดเจนรัดกุม และสมเหตุสมผล
ระดับ 3 ดี	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง ชัดเจน
ระดับ 3 ดี	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยแสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล หรือไม่ได้ทำ

3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน รัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการสรุปคำตอบ

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เมคไอเวอร์ (McIver. 2005: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงจำนวนของนักเรียนอเมริกันเชื้อสายแอฟริกันที่เข้ามาเรียนในเขตเมือง ซึ่งโดยส่วนใหญ่มีกึ่งขาดพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนในเขตเมือง โดยทำการทดลองกับนักเรียนอเมริกันเชื้อสายแอฟริกันเกรด 5-8 ของโรงเรียนซึ่งอยู่ในเขตเมือง จำนวน 40 คน ทำการทดลองโดยการตอบคำถามที่กำหนดมาจากโจทย์ที่ยากๆ ของนักเรียนในเกรด 5 จากการศึกษพบว่านักเรียนอเมริกันเชื้อสายแอฟริกันเกรด 5-8 ของโรงเรียนซึ่งอยู่ในเขตเมืองมีการพัฒนาทางด้านทักษะการให้เหตุผลเชิงตัวเลขที่น้อยจนเกินไป และมีทักษะการให้เหตุผลเชิงตัวเลขที่แตกต่างกัน

ระหว่างเกรดที่เรียนอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนยังคงมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่อ่อนเมื่อเรียนจบเกรด 6 และยังคงไม่พัฒนาเมื่อเรียนไปจนจบเกรด 8 จากผลการศึกษาได้เสนอแนะว่าโรงเรียนจำเป็นต้องพิจารณา ค้นหาสาเหตุที่เป็นผลกระทบต่อการให้เหตุผลเชิงตัวเลขของนักเรียนเพื่อนำมาสร้างเครื่องมือและโปรแกรมเพิ่มเติมสำหรับนักเรียนเหล่านี้และผู้สอนมีบทบาทสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะนำเครื่องมือและโปรแกรมต่าง ๆ ไปจัดใช้กับนักเรียนเพื่อช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลเชิงตัวเลขและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ของนักเรียนเหล่านั้น

คริสตู และปาปาจิออจิโอ (Christou; & Papageorgiou. 2006: 55-56) ได้ศึกษาเรื่องโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ใช้ข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 คนในประเทศไซปรัส ได้ใช้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ปัจจัยปัจจัยที่นำมายืนยันและพิสูจน์ความสอดคล้องกับข้อมูลแล้วนำมาสรุปให้เป็นกระบวนการเฉพาะที่มุ่งตรวจสอบความเหมือนและแตกต่างในคุณสมบัติหรือและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการนำมาใช้สำหรับผลเฉลยของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัยที่ควบคุมด้วยคุณสมบัติหรือความสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

รูเบล (Rubel. 2007: 531-556) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการให้เหตุผลเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายซึ่งทำการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชายล้วน จำนวน 173 คน แบ่งเป็นนักเรียนเกรด 5, 7, 9 และ 11 และทำการเก็บข้อมูลเชิงลึกด้วยการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 33 คน เกี่ยวกับรายละเอียดในการให้เหตุผลของคำตอบเพื่อตอบคำถามของการวิจัยที่ว่า นักเรียนใช้วิธีอะไรในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ผลของการวิจัยพบว่านักเรียนที่อยู่ในเกรดที่สูงกว่าสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องมากกว่าและพบว่าวิธีการที่นักเรียนส่วนมากใช้ในการหาคำตอบคือการเขียนแจกแจงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นโดยใช้แผนภาพต้นไม้

แอคคัส (Akkus. 2007: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสอนแบบค้นพบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง (Mathematics Reasoning Heuristic) ของครูที่สอนวิชาพีชคณิตในโรงเรียนมัธยม 3 โรงเรียน ซึ่งเปลี่ยนจากการสอนแบบดั้งเดิมไปสู่การสอนด้วยวิธีการแบบค้นพบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากการศึกษาพบว่า นักเรียนในกลุ่มควบคุมที่ถูกสอนโดยครูที่ยึดวิธีการสอนแบบดั้งเดิมมีผลคะแนนจากการทำแบบทดสอบพัฒนาการในการศึกษาของไอโอวา (Iowa Test of Development Educational) แตกต่างกันกับนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ถูกสอนโดยครูที่ยึดวิธีการสอนแบบค้นพบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีผลคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบมาตรฐานเพิ่มสูงขึ้นมากกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบอีกว่าครูโดยส่วนใหญ่มีความต้องการในการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอนที่มีอยู่อย่างดั้งเดิมไปสู่วิธีการสอนที่หลากหลายดังเช่น วิธีการแบบค้นพบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองรวมไปถึงยุทธวิธีในการเรียนรู้ด้วยการเขียนซึ่งมีผลต่อการประสบความสำเร็จของนักเรียน

ไอดิน และฮาแลท(Aydin; & Halat. 2009: 151 -164) ได้ศึกษาผลของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษาและเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตของนักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่แตกต่างกันในวิชาเรขาคณิต โดยนักศึกษากลุ่มแรกได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นตรรกะและการพิสูจน์กับนักศึกษากลุ่มที่สองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เรขาคณิตตามแบบปกติ มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม จำนวน 149 คน ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ นอกจากนี้ยังพบอีกด้วยว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีมีสหสัมพันธ์ทางบวกต่อการเขียนการพิสูจน์

งานวิจัยในประเทศ

ชนภร ตุ่มบุญ (2548: 60) ได้ศึกษาการสร้างชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานที่เน้นทักษะการให้เหตุผล และการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผ่านเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิตติมา ชอบเอียด (2551: 91) ได้ศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัชร น้อยมี (2551: 124) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 84.80/87.20 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553: 73) ได้ศึกษาการใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการศึกษเกี่ยวกับ การให้เหตุผลของนักเรียนในการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ เพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนสามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับการเรียนรู้ และรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนทุกระดับการเรียนรู้ ทั้งที่มีผลการเรียนดี ปานกลางและผลการเรียนต่ำ มีทักษะการให้เหตุผลสูงขึ้น ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตัดสินใจจะช่วยพัฒนากระบวนการคิด การตัดสินใจในการลงข้อสรุปของนักเรียน ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการสื่อสาร

คำว่า “การสื่อสาร” ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า communication มาจากภาษาลาตินว่า “communis” หรือ “common” ในภาษาอังกฤษมีความหมายว่าเหมือนกัน หรือร่วมกัน ดังนั้น เมื่อเราทำการสื่อสาร ก็คือ การที่เรามีความร่วมกันในการสื่อสาร สำหรับความหมายของการสื่อสารมีผู้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

ทับส์ และมอส (Tubbs; & Moss. 1983: 4) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการของการร่วมกันสร้างสรรค์ความหมายระหว่างคนสองคนหรือมากกว่านั้น

วิลมอต (Wilmot. 1987: 6) กล่าวว่า การสื่อสาร มีลักษณะที่เป็นกระบวนการ กล่าวคือ การสื่อสารเป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องกันระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร โดยที่องค์ประกอบของการสื่อสารแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกัน

วอลตัน และเจฟฟรี (Walton; & Jeffrey. 1995: 2) อธิบายว่าการสื่อสารเป็นกระบวนการในการสร้างความเข้าใจร่วมกันระหว่างบุคคลอย่างน้อยที่สุด 2 คน โดยผ่านการเขียน การพูด หรือการใช้ท่าทาง

รูบิน และคนอื่นๆ (Rubin; et al. 2010: 3-4) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการหนึ่ง ที่บุคคลสามารถเข้าใจจุดมุ่งหมายร่วมกันได้ โดยผ่านการแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารระหว่างกัน

เสาวณีย์ ลีทชาบัณฑิต (2528: 23) กล่าวว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการถ่ายทอดสารจากผู้ส่งไปยังผู้รับ เพื่อให้เกิดความเข้าใจหรือรับรู้ร่วมกัน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2530: 4) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการส่งหรือถ่ายทอดเนื้อหาสาระ ประสบการณ์ ความคิดเห็น ความรู้สึก อารมณ์ ความสนใจ ทศนคติ ค่านิยม และทักษะความชำนาญจากผู้ส่งไปยังผู้รับ โดยผ่านสื่อกลางและมีผลย้อนกลับมายังผู้ส่งเพื่อให้ได้ทราบปฏิกิริยาของผู้รับสาร

กิดานันท์ มลิทอง (2543: 21) อธิบายว่า การสื่อสาร หมายถึงการถ่ายทอดเรื่องราวการแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงออกของข้อความคิดและความรู้สึก นอกจากนี้การสื่อสารยังเป็นการที่บุคคลในสังคมมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกันโดยผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่าง ๆ ด้วย

กิติมา สุรสนธิ (2549: 1) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การสร้างความร่วมกัน ความคล้ายคลึงกัน ให้เกิดขึ้นระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร ซึ่งทั้งสองฝ่ายจะต้องมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารที่สอดคล้องกันการสื่อสารจึงจะประสบความสำเร็จ

สุกัญญา บุรณเดชาชัย (2550: 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารไว้ 2 ประการ คือ

1. การสื่อสาร หมายถึง การสื่อสารระหว่างมนุษย์ (human communication) เท่านั้น ไม่รวมถึงการคมนาคมขนส่ง (transportation) สินค้า วัตถุสิ่งของ หรือบุคคลโดยอาศัยถนนหนทางแต่อย่างใด การสื่อสารเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งของมนุษย์ (human behavior) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับจิตใจ และการแสดงออกของคนที่ทำการสื่อสารกัน

2. การสื่อสารจะมีการแลกเปลี่ยน “ข่าวสาร” (information) ทศนคติ (attitudes) ความคิด (idea) ฯลฯ ซึ่งในวงการสื่อสารมวลชนจะหมายถึง สาร (message) และเนื้อหาที่ผู้ส่งสารส่งผ่านสื่อไปยังผู้รับสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 71) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสาร (source) ไปยังผู้รับสาร (receiver) โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร (Channel) ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเทอร์เน็ต

อัมพร ม้าคนอง (2553: 9) อธิบายว่า การสื่อสารเป็นการพูดคุยเพื่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้ที่อยู่ในสังคมเดียวกัน ซึ่งบางครั้งอาจใช้การอ่านหรือการเขียนร่วมด้วย เช่น การอธิบายเหตุผลที่ไม่สามารถส่งการบ้านได้ตรงเวลา การสอนเพื่อนทำการบ้าน

จากความหมายของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการส่งหรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิดเห็น ประสบการณ์ เจตคติ จากผู้ส่งไปยังผู้รับ โดยการเขียนผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจหรือรับรู้ร่วมกัน

4.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

บอล (Ball. 1993: 373) กล่าวว่านักเรียนจำเป็นต้องมีการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาสิ่งสำคัญพื้นฐาน 5 ประการเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ คือ

1. ความเข้าใจในความคิดรวบยอด
2. ความคล่องแคล่วในขั้นตอน กระบวนการ
3. ความสามารถในกลวิธี ความสามารถที่จะสร้างสูตรและใช้ตัวแทนสำหรับปัญหา
4. การให้เหตุผลที่ปรับเปลี่ยนได้ ความสามารถในการคิดแบบตรรกะ การอธิบายและความเป็นเหตุเป็นผล

5. ความเชื่อที่ว่าคณิตศาสตร์มีความหมายและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง
มัมมี และเชพเพอร์ต (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่างๆ ของพวกเขา

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Share) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นนักเรียนก็สามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถามโดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูดหรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือการพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ การมีปฏิสัมพันธ์เป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียนโดยการมุ่งสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 52) ได้กล่าวไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า โปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่ให้

นักเรียนได้ใช้การสื่อสารและสื่อความหมาย เพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความสามารถความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น
 2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อน ๆ ครูและบุคคลอื่นได้
 3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณาหาวิธีต่าง ๆ ได้
 4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม
- ดังนั้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้

นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เรย์ และคนอื่น ๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียนเพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิดแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

ไซเลอร์ และบ็อล (Seiler; & Beall. 2002: 6) กล่าวว่า การสื่อสาร มีความจำเป็นต่อความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลของมนุษย์ เพราะมนุษย์ใช้การสื่อสารเพื่อช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน อีกทั้งยังก่อให้เกิดการเชื่อมโยงในหลายส่วนของชีวิตอย่างมีความหมาย

ประมะ สตะเวทิน (2534: 8-13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารที่มีต่อมนุษย์ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม การที่มนุษย์สามารถรวมตัวกันเป็นกลุ่มเป็นสังคม นับตั้งแต่การรวมตัวกันเป็นครอบครัว ชุมชน เผ่าพันธุ์ จนกระทั่งถึงการรวมตัวเป็นสังคมขนาดใหญ่ในระดับประเทศนั้นอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ การมีสังคมมนุษย์ตั้งแต่สังคมดั้งเดิมดึกดำบรรพ์จนกระทั่งถึงสังคมทันสมัยเช่นปัจจุบัน เกิดจากการที่มนุษย์สามารถทำการสื่อสารเพื่อให้เกิดความเข้าใจกัน และทำความตกลงกัน เพื่อสร้างกฎระเบียบของสังคมให้เป็นที่ยอมรับระหว่างสมาชิก เพื่อจะได้อยู่ร่วมกันอย่างสงบสุขเป็นสังคม และการที่สังคมยังดำรงสภาพความเป็นสังคมอยู่ได้เนื่องจากสมาชิกของสังคมใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในอันที่จะรักษาสถาบันต่างๆ และกฎเกณฑ์ต่างๆ ของสังคมให้เป็นที่ยอมรับและปฏิบัติกันต่อไปได้ หรือแม้แต่เมื่อสังคมมีการเปลี่ยนแปลงไปคนในสังคมก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการที่จะทำความเข้าใจระหว่างกันสร้างกฎเกณฑ์ใหม่ เปลี่ยนแปลงทัศนคติ และพฤติกรรมให้สอดคล้องกับสภาพของสังคม กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือการมีสังคมมนุษย์ต้องอาศัยการสื่อสาร สังคมมนุษย์เกิดจากการใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการที่จะ

รวมคนหลาย ๆ คนให้มาอยู่ร่วมกัน การสื่อสารจึงเปรียบเสมือนสายใยของสังคมที่ประสานหน่วยย่อยต่าง ๆ ของสังคมให้รวมเข้าไว้ด้วยกัน

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวันการสื่อสารมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งยวดต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของเรา อาจกล่าวได้ว่าตลอดเวลาที่เราตื่น (ซึ่งเป็นเวลาประมาณ 2 ใน 3 ของ 1 วัน) เราทำการสื่อสารอยู่ตลอดเวลา กิจกรรมต่าง ๆ ที่เราทำประจำวันนั้นมีการสื่อสารเข้ามาเกี่ยวข้องอยู่เสมอ

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ ในวงการอุตสาหกรรม การปฏิบัติทางด้านเทคโนโลยีในการผลิต ตลอดจนการพัฒนาประสิทธิภาพในการทำงาน ต้องอาศัยการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมเองเป็นสถาบันหนึ่งซึ่งจะต้องมีความรับผิดชอบต่อสังคมและประชาชน กิจกรรมด้านการสื่อสารแขนงหนึ่งซึ่งเรียกว่า “การประชาสัมพันธ์” (publicrelations) จึงได้เกิดขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมได้อาศัยการประชาสัมพันธ์เป็นเครื่องมือในการเผยแพร่ข่าวสารเพื่อลดปัญหาความขัดแย้งและสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องให้เกิดขึ้นรวมทั้งตรวจสอบประสามติหรือความคิดเห็นของประชาชนกลุ่มต่าง ๆ ที่มีต่อโรงงานด้วย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะเป็นการปกครองในระบอบใดหรือการปกครองในระดับใดนับตั้งแต่การปกครองท้องถิ่นไปจนถึงการปกครองในระดับชาติ ย่อมมีผู้เกี่ยวข้องอยู่ 2 ฝ่าย คือ ผู้ปกครองและผู้ถูกปกครองหรือประชาชน ผู้ปกครองไม่ว่าจะมาจากการเลือกตั้งหรือการแต่งตั้งย่อมมีภาระผูกพันที่จะต้องปฏิบัติต่อผู้ถูกปกครองหรือประชาชนเพื่อสร้างความเจริญให้แก่สังคมและความผาสุกแก่ประชาชน ผู้ปกครองจำเป็นต้องมีกฎหมาย มีอำนาจในการบังคับใช้กฎหมาย เพื่อสร้างความเป็นระเบียบในสังคม และบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ การจะกระทำเช่นนั้นได้ก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นกลไก หรือเครื่องมือที่สำคัญ ในการดำเนินการปกครองรัฐบาลมีความจำเป็นที่จะต้องเผยแพร่ข่าวสารให้ประชาชนได้รับทราบและเข้าใจ เพื่อให้เกิดความร่วมมือและการปฏิบัติตามนโยบายและกฎเกณฑ์ที่รัฐบาลได้กำหนดไว้ นอกจากการเผยแพร่ข่าวสารแล้วรัฐบาลยังมีความจำเป็นในการที่จะได้รับทราบความรู้สึกนึกคิด และความต้องการหรือประสามติของประชาชนด้วย เพื่อจะได้ใช้เป็นแนวทางในการดำเนินนโยบายของรัฐบาลให้สอดคล้องกับประสามติในกรณีของการปกครองระบอบประชาธิปไตยหรือเพื่อควบคุมประสามติไม่ให้เบี่ยงเบนหรือต่อต้านนโยบายของรัฐบาลในกรณีของการปกครองในระบบเผด็จการ

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ในวงการเมืองระหว่างประเทศก็มีความจำเป็นต้องอาศัยการสื่อสารเป็นปัจจัยที่สำคัญเช่นเดียวกัน เราจะเห็นได้ว่าเนื่องจากเหตุผลทางด้าน การสื่อสาร และเหตุผลทางด้านการเมืองจึงทำให้สังคมโลกในปัจจุบันเป็นสังคมที่แคบพัฒนาการของเทคโนโลยีทางการสื่อสารช่วยทำให้ประเทศต่าง ๆ สามารถติดต่อแลกเปลี่ยนข่าวสารและความคิดเห็นได้โดยสะดวกและรวดเร็ว ในทำนองเดียวกันปัจจัยทางด้านการเมือง อันได้แก่ ระบอบการปกครอง แนวความคิด ตลอดจนผลประโยชน์ของประเทศชาติก็ทำให้เกิดการรวมตัวของประเทศต่าง ๆ เข้าด้วยกันเป็นกลุ่ม ๆ การรวมกลุ่มดังกล่าวเป็นทั้งในรูปอุดมการณ์ทางการเมืองความมั่นคงทางทหาร การเศรษฐกิจ เป็นต้น

พุนทรพีย์ สิทธิพรหม (2540: 1) กล่าวว่า มนุษย์เราเป็นสัตว์ประเสริฐ มีการอยู่กันเป็นสังคมชักนำให้รู้จักกันมีความหมายตรงกันด้วยการสื่อสารกัน ด้วยการแสดงออกมาในรูปแบบต่างๆ ทั้งลักษณะท่าทาง แสดงออกทางเสียง ทางภาพ และอาศัยวัตถุแวดล้อมประกอบเป็นความหมาย เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจร่วมกัน มนุษย์ได้ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการติดต่อปฏิสัมพันธ์กันมาตั้งแต่ดึกดำบรรพ์ การวาดภาพในผนังถ้ำ การใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ตลอดจนการมีภาษามืออักษร นับตั้งแต่จดหมาย สิ่งพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์ มนุษย์คิดหาเทคโนโลยีและพัฒนาเครื่องมือสื่อสารต่าง ๆ ขึ้นมาจนถึงปัจจุบัน การสื่อสารได้เจริญรุดหน้ามีส่วนในการสร้างสรรค์พัฒนาสังคมโลกให้แคลงทุกวัน แม้จะอยู่คนละซีกโลก ต่างชาติ ต่างภาษา ต่างวัฒนธรรม มนุษย์ก็สามารถติดต่อสื่อสารกันได้อย่างรวดเร็ว จึงนับว่าการสื่อสารเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่คงการดำรงอยู่ของทุกชีวิตในสังคมโลก

ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์ และสุภิตรา อนุศาสตร์ (2542: 3-4) ได้กล่าวว่า มนุษย์จำเป็นต้องใช้การสื่อสารตลอดชีวิต เริ่มจากการสื่อสารภายในตนเอง คิดว่าจะทำอะไร เมื่อไร จะต้องสัมพันธ์กับผู้อื่นและจะเกิดผลอย่างไร การสื่อสารจะขยายความกว้างขึ้นและมนุษย์จะใช้การสื่อสารเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันตลอดเวลา การสื่อสารจึงมีความสำคัญ ดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต ไม่มีใครที่จะดำรงชีวิตได้โดยปราศจากการสื่อสาร โดยเฉพาะสังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคมจึงดำเนินการไปพร้อม ๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยสร้างสังคมให้อยู่ร่วมกันเป็นปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคมและความรู้ต่างๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอดเพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกันเพื่อให้อยู่ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนา การพัฒนาสังคมในด้านคุณธรรม จริยธรรมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฯลฯ รวมทั้งศาสตร์ในการสื่อสาร จำเป็นต้องพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้งและต้องใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการพัฒนาด้านต่างๆ เช่น การใช้โฮตทัศน์หรือสื่ออิเล็กทรอนิกส์ในงานสาธารณสุข เป็นต้น

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542: 1-3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารกับปัจเจกบุคคล โดยทั่วไปคนเรามีความต้องการพื้นฐานประการหนึ่ง นอกเหนือจากปัจจัยสี่ นั่นคือ ความต้องการที่จะสื่อสารกับเพื่อนมนุษย์ด้วยกัน ความจำเป็นในการสื่อสาร เป็นความจำเป็นพื้นฐานที่จะต้องมีเพื่อให้ชีวิตอยู่รอด ซึ่งแรงจูงใจที่จะก่อให้เกิดการสื่อสารกันระหว่างคนเรานี้ อาจจะเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากความต้องการอย่างตั้งอกตั้งใจหรือเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากจิตใต้สำนึกก็ได้ แรงจูงใจที่ก่อให้เกิดการสื่อสารระหว่างคนเรา คือ

1.1 เพื่อค้นพบและเรียนรู้ การที่คนเราได้ติดต่อพูดคุยกับบุคคลอื่นจะทำให้เกิดการค้นพบตัวเอง เกิดการเรียนรู้และเข้าใจตนเอง เข้าใจบุคคลอื่นมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสื่อสารระหว่างบุคคล ซึ่งเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด ความรู้สึก ทำให้เราเรียนรู้ว่าแท้จริงแล้ว ความรู้สึกเจ็บปวด ทุกข์ สุขหรือเศร้าของคนเราไม่ได้แตกต่างกัน และนั่นเป็นการเรียนรู้ที่จะเอาใจ

เขามาใส่ใจเรา ส่วนการสื่อสารมวลชน ทำให้เราได้เรียนรู้เกี่ยวกับโลกภายนอก มีความรู้เรื่อง เศรษฐกิจ การเมือง การพัฒนา กีฬา สิ่งแวดล้อม ฯลฯ ตลอดจนสินค้าและบริการใหม่ๆ

1.2 เพื่อสร้างความสัมพันธ์ คนทุกคนต้องการที่จะมีความรัก และได้รับความรัก จากบุคคลอื่น โดยพื้นฐานนี้จึงเป็นแรงจูงใจสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้มีการติดต่อสื่อสารเพื่อสร้างความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังจะเห็นได้ว่าในเวลาที่เราเข้าไปอยู่ในสถานที่แปลกใหม่ ท่ามกลางบุคคลแปลกหน้าโดยไม่ได้พูดคุยกับใครเลย เราจะรู้สึกอึดอัดและไม่สบายใจ

1.3 เพื่อโน้มน้าวใจ ในการสื่อสารระหว่างบุคคล ผู้สื่อสารซึ่งผลัดกันเป็นผู้ส่งสาร และผู้รับสาร ต่างก็พยายามที่จะเปลี่ยนความคิด โน้มน้าวทัศนคติและพฤติกรรมของอีกฝ่ายหนึ่งให้ คล้อยตาม และเห็นด้วยกับตน

1.4 เพื่อความเพลิดเพลิน แรงจูงใจอีกประการหนึ่งที่ทำให้เกิดการสื่อสาร คือ ต้องการที่จะลดความตึงเครียดหรือแสวงหาความพึงพอใจและความเพลิดเพลิน ในแต่ละวันคนเรามักจะแสวงหาความเพลิดเพลิน และความบันเทิงในรูปแบบที่ตนพอใจ เช่น การฟังเพลง การชมละคร โทรทัศน์ ฯลฯ

2. การสื่อสารกับสังคม มนุษย์ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการถ่ายทอดวัฒนธรรม และกระบวนการขัดเกลาทางสังคมอันทำให้สังคมเกิดขึ้นและดำรงอยู่ได้ เราสามารถจำแนกความสำคัญของการสื่อสารต่อสังคมออกเป็น 8 ด้าน คือ

2.1 ด้านข่าวสาร เป็นการรวบรวม แยกแยะและกระจายข่าว ข้อเท็จจริงและความเห็นซึ่งเป็นการทำให้เราเข้าใจบุคคลอื่น ชุมชนอื่น สถานการณ์ภายใน และภายนอกประเทศ ก่อนที่จะตัดสินใจอย่างเหมาะสมในเรื่องนั้น ๆ

2.2 ด้านการอยู่ร่วมกัน เป็นการสร้างสมความรู้ ความคิดร่วมกัน ซึ่งจะทำให้เราอยู่ในสังคมได้ ด้วยการตระหนักว่า คนแต่ละคนอาจทำตัวให้มีประโยชน์ต่อสังคมได้

2.3 ด้านแรงผลักดัน เป็นการส่งเสริมจุดมุ่งหมายทั้งระยะสั้น และระยะยาว ทั้งของส่วนตัว และสังคม ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นให้ทุกคนมีบทบาท เพื่อจุดมุ่งหมายร่วมกัน

2.4 ด้านการอภิปราย เป็นการให้ข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทำให้ปัญหาสังคมชัดเจนขึ้น อันนำไปสู่การสร้างความตระหนักและมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาาร่วมกัน และเพื่อทำให้ประชาชนสนใจปัญหาของชุมชน

2.5 ด้านการศึกษา เป็นการกระจายความรู้ความเข้าใจเพื่อพัฒนาสติปัญญา สร้างลักษณะนิสัยและทักษะ ตลอดจนถ่ายทอดมรดกทางสังคม

2.6 ด้านความก้าวหน้า เป็นการเผยแพร่ผลงานทางศิลปวัฒนธรรม การรักษามรดก ทางวัฒนธรรม และการทำให้เราองงามขึ้นด้วยการปลูกจินตนาการให้ตื่น และกระตุ้นความปรารถนาที่จะสร้างสรรค์ความงาม

2.7 ด้านบันเทิง เป็นการเผยแพร่ละคร ระบาย วรรณกรรม กีฬาและกิจกรรมอื่น ๆ เพื่อการพักผ่อน ทั้งในแง่ส่วนตัวและส่วนรวม

2.8 ด้านความสามัคคี เป็นการให้โอกาสผู้คน กลุ่มชนและเชื้อชาติต่าง ๆ ได้ แสวงหาข้อมูลจากแหล่งที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้พวกเขารู้จักและเข้าใจความคิดเห็นและความ ใฝ่ฝันของกันและกัน

วัชรีย์ ชันเชื้อ (2545: 39) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร จะพบว่าการสื่อสารนั้นมีความสำคัญต่อชีวิตของคนเราเป็นอย่างมากไม่ว่าจะเป็นด้านสังคมในชีวิตประจำวันด้านอุตสาหกรรม และธุรกิจ ด้านการปกครองและด้านการเมืองระหว่างประเทศ และเช่นเดียวกันในด้านการเรียนการสอนถ้าเราต้องการจะให้เกิดประสิทธิภาพเราจะต้องให้ความสำคัญกับเรื่องการสื่อสารให้ตรงกัน เพื่อที่จะให้ถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ และสามารถทำงานร่วมกันได้โดยมีความเข้าใจไปในทิศทางเดียวกัน และผู้รับสารก็ต้องมีการสะท้อนกลับแนวคิดมายังผู้ส่งสารด้วย

กิติมา สุรสนธิ (2549: 1-2) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการ (process) ที่มีความสำคัญต่อมนุษย์ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา จนอาจกล่าวได้ว่าการสื่อสารเป็นฟันเฟืองของเครื่องจักรกลแห่งสังคมที่ทำให้สังคมดำเนินไปได้โดยไม่หยุดยั้ง เนื่องจากการสื่อสารเป็นทั้งเครื่องมือ (instrument) และวิธีการ (means) ในการก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างใดอย่างหนึ่งทั้งต่อบุคคล ต่อองค์กร และสังคม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 64-65) อธิบายว่า กิจกรรมในชีวิตประจำวันของคนส่วนใหญ่ขาดไม่ได้คือ การสื่อสารเราใช้การสื่อสารเพื่อสร้างความเข้าใจให้เกิดขึ้นระหว่างกันและกัน ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต อาชีพ สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมีความสำคัญกับมนุษย์ในทุก ๆ ด้าน เพราะเป็นวิธีการที่ช่วยให้บุคคลสามารถถ่ายทอดความรู้ ความรู้สึกรู้สึกนึกคิดหรือทำให้เกิดความเข้าใจระหว่างกัน ได้ ซึ่งเป็นผลทำให้ทุกคนอยู่ร่วมกันได้อย่างมีความสุข ในด้านของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกัน รวมถึงผู้สอนได้เรียนรู้ความคิด ความเข้าใจของนักเรียนทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

4.3 องค์ประกอบของการสื่อสาร

เวอร์เดอร์เบอร์ (Verderber. 1996: 7-13) กล่าวถึงองค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนี้

1. ผู้สื่อสาร (Participants) ในการสื่อสารหนึ่ง ๆ จะต้องมีผู้สื่อสารสองฝ่ายเสมอ คือ ผู้ส่งสารและผู้รับสาร เช่น ในการสื่อสารระหว่างบุคคล ผู้ส่งสารซึ่งทำหน้าที่ส่งข้อมูลข่าวสารไปยังผู้รับสารโดยผ่านทาง การพูดจา หรือการแสดงท่าทาง ฉะนั้นผู้รับสารก็จะมีหน้าที่รับสารพร้อม ตอบสนองกลับแก่ผู้ส่งสาร
2. สาร(Message) เป็นเรื่องราวที่มีความหมายซึ่งถูกถ่ายทอดจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร
3. ช่องทางการสื่อสาร(Channel) เป็นเส้นทางการเดินทางของสารหรือพาหนะของสาร ซึ่งสารจะถูกส่งผ่านทางประสาทสัมผัส เช่น เมื่อมีการมีการสื่อสารระหว่างบุคคล จะมีการสื่อสารสอง

ช่องทาง ได้แก่ การสื่อสารทางวาจาและการใช้ท่าทาง โดยมีเสียงและแสงเป็นพาหนะของสารตามลำดับ

4. ผลป้อนกลับ(Feedback) เป็นผลที่ผู้รับสารตอบกลับมายังผู้ส่งสาร ซึ่งทำให้ผู้ส่งสารทราบว่าผู้รับสารมีความเข้าใจในสารที่ได้รับมากน้อยเพียงใด

ไซเลอร์ และบีออล (Seiler; & Beall. 2002: 17-20) กล่าวว่า การสื่อสารมีองค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญอยู่ 6 ประการ ดังนี้

1. แหล่งข่าวหรือผู้สื่อสาร(Source) เป็นผู้สร้างข้อมูลข่าวสาร เพื่อใช้ในการสื่อสาร ซึ่งในการสื่อสารหนึ่ง ๆ อาจมีแหล่งข่าวมากกว่าหนึ่งแหล่ง

2. สาร(Message) เป็นข้อมูลข่าวสารที่ถูกสร้างโดยแหล่งข่าว

3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร(Channel) เป็นตัวกลางที่ช่วยถ่ายทอดข้อมูลข่าวสารจากแหล่งข่าวหรือผู้สื่อสารไปยังผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร(Receiver)เป็นผู้ที่รับสารจากผู้สื่อสาร จากนั้นผู้รับสารต้องมีการวิเคราะห์ตีความ หรือแปลความข่าวสารนั้นให้เข้าใจ ซึ่งเรียกกระบวนการนี้ว่า “การถอดรหัส”

5. ผลป้อนกลับ(Feedback) เป็นผลที่ผู้รับสารตอบกลับมายังผู้ส่งสาร ซึ่งผลป้อนกลับนี้ทำให้ผู้ส่งสารทราบว่า ผู้รับมีความเข้าใจในสารที่ส่งไปหรือไม่

6. สภาพแวดล้อม(Environment) เป็นบรรยากาศของสถานที่ที่ทำการสื่อสาร ไม่ว่าจะเป็นขนาดห้อง การตกแต่ง และอุณหภูมิภายในห้อง ซึ่งล้วนมีผลต่อทัศนคติ ความรู้สึก และความสัมพันธ์ระหว่างผู้ที่ทำการสื่อสาร

วรพล พรหมกบุตร (2534: 20) ได้แบ่งองค์ประกอบของการสื่อสารไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เป็นบุคคลในกระบวนการสื่อสารยังอาจแยกได้เป็น 2 ฝ่ายที่สำคัญ ได้แก่ ผู้ส่งสาร (transmitter) และผู้รับสาร (Receiver)

2. องค์ประกอบที่เป็นผลเชิงวัฒนธรรม ก็อาจแยกได้เป็น 2 ส่วน ได้แก่ ข่าวสาร (Message) และเทคนิควิธีสื่อสาร (Communication Technique)

กิติมา สุรสนธิ (2541: 6-17) ได้กล่าวถึงการสื่อสารว่าประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารและมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่นๆ ทั้งการเลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งถ่ายทอดไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้สารไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งการเลือก และกำหนดผู้รับสารที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสาร โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับหนึ่งหรือในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่ตนสื่อสารด้วย เช่น การเปลี่ยนแปลง การรับรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทัศนคติและพฤติกรรมของบุคคล กลุ่มหรือสังคม เป็นต้น

2. สาร (Message) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งในการสื่อสาร ซึ่งสารหมายถึง เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใดๆก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร สารจะเป็นตัวเราให้ผู้รับสารเกิด

การรับรู้ความหมายและมีปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งโดยทั่วไปแล้ว สารจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร (Message code) คือ ภาษา สัญลักษณ์หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อแสดงออกแทนความคิด ความรู้สึก ความเชื่อ ค่านิยม วัตถุประสงค์ต่างๆของผู้ส่งสาร

2.2 เนื้อหาของสาร (Message content) คือ เรื่องราวสิ่งต่างๆที่ผู้ส่งสารต้องการจะถ่ายทอดหรือส่งไปยังผู้รับสาร

2.3 การจัดเรียงลำดับสาร (Message treatment) คือ รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (Media or Channel) หมายถึง พาหนะที่นำหรือพาข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารหรือกล่าวได้ว่า ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส การลิ้มรส เป็นต้น

4. ผู้รับสาร (Receiver) การสื่อสารจะมีความหมายอย่างไร จะประสบผลสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะเลือกรับสารหรือเลือกที่จะตีความต่อข่าวสารอย่างไร ดังนั้น จะเห็นได้ว่า แม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่งสาร แต่บุคคลที่จะทำให้การสื่อสารประสบผลสำเร็จได้นั้นขึ้นอยู่กับผู้รับสาร

ทิสนา แคมมณี (2545: 44) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารมีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้ที่ส่งสารที่ต้องการให้ผู้อื่นได้รับทราบโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับสารที่ผู้ส่งสารมาให้ไม่ว่าจะเป็นโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
3. สารหรือข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาหรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร
4. สื่อ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ติดต่อสื่อสาร เพื่อช่วยในการส่งหรือรับสารเป็นไปอย่างสะดวกและชัดเจน

5. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะสื่อสารความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสารและผู้รับสารขณะสื่อความหมายกันอยู่ เช่น เสียง แสง กลิ่น กิจกรรมต่างๆ เป็นต้น

6. สภาพแวดล้อมภายในขณะสื่อความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสาร และผู้รับสารขณะสื่อความหมาย เช่น สภาวะทางอารมณ์ จิตใจ ความกังวล ความกลัว ประหมา ความเครียด หรือสภาวะร่างกาย เช่น ความเจ็บป่วย ความล้า เป็นต้น

คมเพชร ฉัตรศุกกุล (2546: 132-133) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ได้แก่

1. ผู้พูด (Speaker) หรือผู้ส่งข่าวสาร (Transmitter) หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดข่าวสารในการพูด การเขียน หรือด้วยวิธีการอื่นๆ

2. ผู้ฟัง (Audience) หรือผู้รับ (Receiver) หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับข้อมูลต่างๆไม่ว่าจะด้วยการฟัง การอ่าน

3. ข่าวสาร(Message) หมายถึง ข่าวสาร เรื่องราวต่างๆ ข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ถ่ายทอดต้องการจะส่ง

4. วิธีการสื่อสาร บางตำราเรียกว่า ช่องทางการสื่อสาร (Chanel) เช่น สื่อสารโดยการพูดผู้รับก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียนก็ต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

สุกัญญา บุรณเดชาชัย (2550: 3-5)อธิบายถึงองค์ประกอบที่เป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพของการสื่อสาร ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร(Source)เพื่อให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพสูงสุด ผู้ส่งสารต้องมีปัจจัย 3 ประการในการสื่อสาร ได้แก่ ทักษะในการสื่อสาร ทักษะคิด และความรู้ โดยทักษะในการสื่อสาร หมายถึง ความสามารถในการพูด การเขียน การฟัง การตีความ ที่จะทำการถ่ายทอดข่าวสารไปยังผู้รับสารให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและดีที่สุด ส่วนทักษะคิด หมายถึง ทักษะคิดของผู้ส่งสารที่มีต่อตนเอง ต่อเรื่องที่ทำกรสื่อสาร และทักษะคิดต่อผู้รับสาร สำหรับความรู้ของผู้ส่งสารก็เป็นสิ่งหนึ่งที่สำคัญ เพราะหากผู้ส่งสารมีความรู้ในเรื่องที่สื่อสาร จะทำให้เขาเกิดความเชื่อมั่น มีกำลังใจ และกล้าที่จะแสดงออก ส่งผลให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพมาก

2. สาร(Message) สารที่ผู้ส่งสารส่งออกไปเพื่อถ่ายทอดความคิด ความรู้สึก ความต้องการข่าวสาร และวัตถุประสงค์ของตนจะต้องอาศัยรหัส(Code)เป็นเครื่องมือในการถ่ายทอด เช่น ภาษา ดนตรี การวาดภาพ เป็นต้น ซึ่งผู้ส่งสารแต่ละคนจะต้องสร้างความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่างๆ เหล่านี้ให้สื่อความหมายที่ดี โดยจัดให้สอดคล้องกับสาระเรื่องราวของสารให้เหมาะสม ก็จะเป็นเนื้อหาของเรื่องที่สื่อสาร และเรียบเรียงจัดการกับสารนั้นด้วยวิธีการต่างๆ ของแต่ละคน

3. สื่อ(Channel) คือสิ่งที่ขนส่งสารเลือกใช้สื่อที่เหมาะสมกับสถานการณ์การสื่อสาร ประสิทธิภาพของการสื่อสารก็จะมีมาก

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การสื่อสารมี 4 องค์ประกอบได้แก่

1. ผู้ส่งสาร เป็นผู้เริ่มต้นในการส่งสาร โดยใช้ทักษะการสื่อสารต่างๆ เช่น การพูด การเขียน การฟัง การฟัง เพื่อส่งข้อมูลข่าวสาร ความรู้สึกนึกคิดต่างๆ ไปยังผู้รับสาร

2. ผู้รับสารอาจมีคนเดียวหรือเป็นกลุ่ม การสื่อสารจะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะรับรู้และตีความสารที่ได้รับนั้นอย่างไร

3. สาร เป็นสิ่งที่ผู้ส่งสารส่งไปยังผู้รับสาร อาจจะเป็นข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึก ความคิดเห็น ซึ่งจะทำให้ผู้ส่งสารและผู้รับสารมีการรับรู้ตรงกัน

4. ช่องทางการสื่อสารเป็นตัวกลางในการนำสารไปสู่ผู้รับสาร

4.4 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สำหรับความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการตั้ง สถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งจะมีผลการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิด ด้วยตนเอง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยง ระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 4–5) กล่าวถึง ทักษะทาง คณิตศาสตร์ว่า ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนจะต้องให้ผู้เรียนมี ความสามารถดังต่อไปนี้ จัดระบบและรวบรวมความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและ สื่อสารได้ถูกต้อง สื่อสารความคิดที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของพวกเขาแก่ครูอาจารย์และผู้อื่นได้อย่าง สมเหตุสมผลและแจ่มแจ้งชัดเจน วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วย กลยุทธ์ต่างๆ ได้

เรย์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพ สำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนว ความคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งผู้เรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทาง คณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียน แผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 80) ได้ให้ความหมาย การสื่อสาร คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนไม่เป็นเพียงเกี่ยวกับการเรียนรู้สัญลักษณ์และศัพท์เฉพาะ ที่อยู่ในคำสั่งการ ตอบสนองอย่างเหมาะสมถึงคำถามของครู ทักษะการสื่อสารในคณิตศาสตร์เป็นจริงหรือเกี่ยวกับ การฝึกฝนที่มีผลต่อการอ่าน การเขียน การพูด การฟัง และการแสดงออก เช่นเดียวกันกับการแสดงด้วย ภาพที่เป็นสัญลักษณ์ และการเป็นตัวแทนที่เป็นไปได้นักเรียนจะต้องเรียน อ่าน เขียนคณิตศาสตร์ และต้องเข้าใจในสิ่งที่ตนเองอ่านในตาราง แบบทดสอบ หรือในหนังสือพิมพ์ ซึ่งการแสดงออกจะช่วย นักเรียนในสถานการณ์ต่างๆ ไป หรือสถานการณ์ที่เข้าใจง่าย ดังนั้นมันจึงสามารถเชื่อมโยงกับสิ่ง อื่นๆ ได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 102 -103; 2553: 56) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็น การสื่อสารและสื่อความหมายที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสารให้มีความเข้าใจ ตรงกัน โดยนักเรียนในฐานะผู้ส่งสารต้องมีความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือ ความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้เช่นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อความหมาย การอธิบายลำดับขั้นตอนของการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุน ข้อสรุปที่ได้ การใช้ตาราง กราฟ หรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 43) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการใช้การพูด และการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิด

และอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตน ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 70) ระบุว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 129) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการอธิบาย ชี้แจง แสดงความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้มีความเข้าใจตรงกันรวมทั้งการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น โดยใช้ภาษา และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายและการนำเสนอ

จากแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่านสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการถ่ายทอดเรื่องราว แนวความคิดหรือความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตน และแลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น ในการสื่อความหมายและการนำเสนอ

4.5 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้การจัดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ได้มีการจัดโปรแกรมการสอนเป็นมาตรฐานหลักสูตรสำหรับให้ครูใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM. 2004: Online) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงเกรด 12 จนทำให้ผู้เรียนสามารถมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. มีการจัดระบบและใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำด้วยวิธีการสื่อสาร
2. มีการสื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่แม่นยำ ซึ่งครูและคนอื่นๆ สามารถมองเห็นได้
3. วิเคราะห์และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ของคนอื่นๆ
4. ใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์จนนำไปสู่การแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 74) ได้กำหนดมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตาราง 1 มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดช่วงชั้น			
ป.1-3	ป.4-6	ม.1-3	ม.4-6
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ที่มา: กระทรวงศึกษาธิการ (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. หน้า 74.

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร (2552: Online) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของหลักสูตรการเรียนรู้อัตนศาสตร์ประเทศสหรัฐอเมริกาในศตวรรษที่ 21 ตั้งแต่ระดับชั้นที่ 3–12 ดังนี้

มาตรฐานการสื่อสารระดับชั้นที่ 3–5

- อธิบายและรวบรวมความคิดทางคณิตศาสตร์ถึงการสื่อสาร
- อธิบายและกำหนดค่าความคิดของคณิตศาสตร์และกลยุทธ์อื่นๆ
- ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์แสดงถึงความคิดอย่างแน่นอน

มาตรฐานการสื่อสารสำหรับระดับชั้นที่ 6–8

- จัดตั้งและสื่อสารสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
- อาจารย์สื่อสารให้กับนักเรียนได้ชัดเจน
- วิเคราะห์และพิจารณาสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
- ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความคิดที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างแม่นยำ

มาตรฐานการสื่อสารสำหรับระดับชั้นที่ 9–12

- จัดจำและใช้การเชื่อมโยงระหว่างความคิดที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- การสื่อสารด้านความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกลุ่มตนเองและอาจารย์ได้

อย่างชัดเจน

- วิเคราะห์ พิจารณาความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และกลวิธีอื่นๆ
- ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

แม่นยำ

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทุก ระดับชั้นมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองโดยใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมายและสามารถนำเสนอความคิดเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์เหล่านั้นได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุม

4.6 ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอให้เห็นประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

รีเดเซล (Riedesel. 1990: 377) ได้นำเสนอประโยชน์ของการสื่อสารโดยการเขียนดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยายจะ แสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน
2. เป็นเครื่องมือช่วยวิจัยกระบวนการคิดของผู้เรียน
3. เป็นทักษะที่จำเป็นช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด
4. เป็นทักษะที่จะช่วยเสริมทักษะการอ่านและการเขียนในรายวิชาอื่น โดยเฉพาะวิชา วิทยาศาสตร์ที่ต้องใช้การบรรยายในสิ่งที่ค้นพบ
5. เป็นวิธีในการเรียนคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ปกติผู้เรียนไม่ค่อยได้ใช้
6. เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่า อย่างไร (How) และทำไม (Why) มากกว่าตอบว่าอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When)
7. เป็นการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมเดียวกัน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าเป็นสมาชิกในกลุ่ม ประสบความสำเร็จร่วมกัน เกิดความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันในการเรียนรู้

มัมมี และเชพเพอร์ต (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ได้เสนอประโยชน์ในการเรียน คณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสารดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจในการที่จะได้อภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจได้ อย่างลึกซึ้งซึ่งการฟังจะช่วยให้ผู้เรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่นที่แตกต่างกันออกไปของผู้เรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม การสื่อสารจะสนับสนุนการสร้างความรู้แก่ผู้เรียน โดยการ สื่อสารจะช่วยขยายความคิด
2. การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ผู้เรียน ส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และ กระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์โดยการจำมากกว่าการคิดแบบค้นพบด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับ ความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและการแลกเปลี่ยนความคิดกัน ครู ต้องให้ผู้เรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจในบทบาทของคำนิยามและ กระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจน

3. การสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของผู้เรียน เพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของผู้เรียนอย่างแท้จริง ผู้เรียนควรฝึกการใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อที่ผู้เรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนแก่ผู้เรียน การอำนวยความสะดวกและสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มใจที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดของผู้เรียน

5. การสื่อสารจะช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของผู้เรียน ครูจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของผู้เรียนเป็นอย่างมาก โดยการฟังการอธิบายและการให้เหตุผลของผู้เรียน ความสามารถที่เป็นทักษะการสื่อสารจะเป็นการอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ทั้งหมดอย่างคล่องแคล่ว โดยผู้เรียนจะต้องนำไปใช้และมีการฝึกปฏิบัติบ่อยๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 70) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิด ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้นด้วย

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สรุปได้ว่า ประโยชน์ของการสื่อสารคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การสื่อสารเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูผู้สอนใช้ถ่ายทอดความรู้ เรื่องราวหรือสถานการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

2. การสื่อสารช่วยให้ครูผู้สอนทราบถึงกระบวนการคิดของผู้เรียนโดยการฟังและการให้เหตุผลของผู้เรียน

3. การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียนมีการถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้นด้วย

4. การสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้พูดคุยและมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันกับเพื่อน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกกระตือรือร้นและสนุกสนานในการเรียนมากกว่าการเป็นเพียงผู้ฟังอย่างเดียว

4.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 514-534) กล่าวว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรจัดดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้ผู้เรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์
2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้ผู้เรียนได้มีกิจกรรมดังนี้
 - 2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้นๆ ที่ให้ผู้เรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามตอบจากเพื่อนในชั้น
 - 2.2 พุดนำเสนอเมื่อได้รับการฟังหรือการอ่านหนังสือการดูภาพยนตร์ ครูมอบหมาย ให้ผู้เรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพุดรายงานโดยมีวัตถุประสงค์ของการพุดและการรายงาน
 - 2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม การทำงานเป็นทีมของผู้เรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพุด และนำเสนออภิปราย
 - 2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้นๆ โดยการเขียนที่ให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาให้คิดแก้ปัญหา
 - 2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้นๆ ให้ และให้มีการนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์หรือวิทยุ
3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยสนับสนุนการเขียนของผู้เรียน อาจให้ผู้เรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือในการให้ผู้เรียนได้เขียนจากประสบการณ์ โดยไม่ต้องจำกัดหน้าในการเรียน

โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9–11) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

 1. การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
 2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียนทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและมีการคิดอย่างสร้างสรรค์
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
5. ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร
6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การ

บริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 4-5) กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ถกเถียงกัน ถือเป็นส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามที่เกี่ยวกับบางสิ่ง เช่น ปริศนาต่างๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับแนวคิดของคนอื่นๆ ให้ผู้เรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไป ตรงมาในการเรียนรู้ การจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับของพวกเขาเข้าด้วยกัน ผู้เรียนควรจะได้รับประสบการณ์เพื่อพัฒนาความสามารถเฉพาะตัวของพวกเขาเองอย่างชัดเจนและต่อเนื่องตลอดเวลา เมื่อพวกเขาอายุมากขึ้นรูปแบบที่ตกลงกันของพวกเขาและการพูดอภิปราย ควรจะไม่ยึดติดกฎเกณฑ์แต่ควรมีการพิสูจน์เพื่อให้ได้แบบแผน และผู้เรียนควรจะทราบมากขึ้นเกี่ยวกับการสำนึกถึง และการตอบสนอง การรับฟังของผู้เรียนการส่งเสริมความสามารถพิเศษเกี่ยวกับการเขียนคณิตศาสตร์ที่ควรมีโดยเฉพาะในแต่ละระดับที่กำหนดในหลักสูตรการทำงานเพื่อที่จะแก้ปัญหาพร้อมกับเพื่อนในชั้นเรียน ผู้เรียนจะได้มีโอกาสในการแสดงทัศนคติ และวิธีอื่นๆ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และประเมินค่าแนว ความคิดอื่นๆ รู้จักการสร้างแนวความคิดใหม่ๆ ยกตัวอย่าง เช่น ให้ผู้เรียนลองแก้ปัญหาที่มีคำถามลักษณะพีชคณิตที่ได้แสดงไว้ดังต่อไปนี้ มีกระต่ายอยู่จำนวนหนึ่ง และมีกรงใส่กระต่ายอยู่อีกจำนวนหนึ่ง ถ้าเรานำกระต่ายใส่ในกรง กรงละ 1 ตัว จะมีกระต่ายเหลือ 1 ตัว ที่ต้องอยู่นอกกรง และถ้าเราใส่กระต่ายไว้ กรงละ 2 ตัว จะมีกรงเหลือ 1 กรงที่ว่างอยู่ ถามว่ามีกระต่ายทั้งหมดกี่ตัว และมีกรงใส่กระต่ายกี่กรง ผู้เรียนอาจจะช่วยเหลือและอาศัยความเข้าใจของผู้เรียนผู้ที่สามารถมองเห็นปัญหาและความสามารถอธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้ ผู้เรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ถึงจุดเด่น และจุดด้อยหรือขีดจำกัดของตนเองที่แตกต่างกันของผู้เรียนในแต่ละคนที่ใช้วิธีในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้การสื่อสารจึงจำเป็นของนักคิดคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 270-272) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับเกรด 6-8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูการให้คะแนนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงาน (Tasks) ที่ประกอบไปด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนแสดงการใช้ตัวแทน (Representations) ได้อย่างหลากหลาย

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล และการคาดเดาในการแก้ปัญหา การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่มและรับฟังคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียนการพูดและการเขียน เป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ใหม่ ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล
5. การให้เหตุผลของการคาดเดา
6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว (Justifications)

สมชาย วรกิจเกษมสกุล (2540: 75) กล่าวว่า เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเป็นวิธีการที่ให้ผู้เรียนได้แสดงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การแสดงด้วยภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ในการนำเสนอความคิดอธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์โดยครูผู้สอนเป็นผู้กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนอธิบายแนวความคิดของตน โดยให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคตินั้น ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนแนวความคิดซึ่งกันและกัน อภิปรายประโยชน์และข้อบกพร่องของแต่ละแนวทาง และร่วมกันตัดสินใจเลือกทางแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูด มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสชี้แจงอธิบายเหตุผลและยังได้รับฟังแนวความคิดของเพื่อน ๆ และให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกการอ่านและการเรียนไปพร้อม ๆ กัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286–387) กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการสื่อสารเป็นคุณลักษณะที่ต้องฝึกซ้ำๆ และสามารถฝึกทักษะในการสื่อสารได้ดังนี้

1. การเล่าหรือพูดทางคณิตศาสตร์เป็นการให้ข้อมูลข่าวสารและแนวคิดสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผล การเล่าหรือการเขียนสรุปเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ที่อ่านจากวารสาร หนังสือพิมพ์ หนังสือต่าง ๆ จากการดูโทรทัศน์ การสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ตโดยครูมอบหมายให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้า แล้วนำมาเล่าหรือเขียนให้ผู้อื่นรับรู้เป็นการฝึกทักษะในการสื่อสารอีกวิธีหนึ่ง
2. การเขียนบันทึกสรุปการไปทัศนศึกษาหรือการศึกษาภาคสนามในโอกาสที่ผู้เรียนกลับมาจากทัศนศึกษาหรือศึกษาภาคสนามแล้ว ให้ผู้เรียนเขียนรายงานสรุปถึงความรู้ความคิดในบางเรื่องที่ได้รับจากการไปทัศนศึกษาแต่ละครั้ง เช่น เมื่อพาไปสำรวจข้อมูลจำนวนผู้เรียนในโรงเรียนใกล้เคียง ผู้เรียนควรจะสามารถเขียนบรรยายสรุปเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมทั่วไปในบริเวณโรงเรียนลักษณะนิสัยของผู้เรียนที่พบเห็น รวมทั้งข้อคิดเห็นที่ดีต่อการจัดสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ซึ่งผลสุดท้ายอาจทำให้ผู้เรียนแสดงข้อมูลผู้เรียนออกมาในรูปแบบภูมิ รูปวงกลม แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิเส้น เป็นต้น

3. การเล่าบันทึกลักษณะที่สังเกตเห็นในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง กิจกรรมในส่วนนี้อาจทำได้ดังตัวอย่าง เช่น ครูอาจให้ผู้เรียนบันทึกลักษณะที่สังเกตเห็นได้จากข้อแตกต่างของการนำเสนอข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ

4. การจัดแสดงผลงานหรือการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าหรือการสังเกตที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอควรให้มีการนำเสนอด้วยวาจาและผลงาน นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนในหลักสูตรสามารถใช้ฝึกทักษะในการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้ผู้เรียนเขียนสรุปผลการศึกษาแล้วนำมาเล่าให้เพื่อนฟังก่อนที่จะเรียนครั้งต่อไป และถือว่าเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนไปด้วย ทั้งนี้อาจมอบหมายให้นักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นผู้เล่า

5. การพูดหรือการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ใช้ฝึกทักษะในการสื่อสารได้วิธีหนึ่ง โดยให้ผู้เรียนช่วยกันระบุเรื่องที่จะพูดหรืออภิปราย กำหนดให้ผู้เรียนขึ้นมาพูดหรืออภิปรายเป็นกลุ่ม มีการปรึกษาหารือกันในประเด็นที่จะพูด แบ่งกันไปอ่านและค้นคว้าหาข้อมูลมาประกอบในการพูดหรืออภิปราย ตัวอย่างเช่น การพูดหรือการอภิปรายเรื่องราวในการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมที่มีอยู่ตามหนังสือ สิ่งที่ดีพิมพ์ต่าง ๆ หรือประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในแต่ละรูปแบบ ประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในการเรียนคณิตศาสตร์

6. การสื่อสารด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศและคอมพิวเตอร์ซึ่งพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ทั้งในด้านรู้จักข้อมูลที่ตรงตามวัตถุประสงค์ รู้จักเก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลที่เหมาะสม รู้จักประมวลข้อมูลให้เป็นสารสนเทศ รู้จักใช้การสื่อสารด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ทั้งในด้านค้นคว้าหาข้อมูลและหาความรู้

ปริญญญา สองสีดา (2550: 44) ได้สรุปว่า การส่งเสริมการสื่อสารสามารถทำได้ทำได้หลายวิธี เช่น การให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการพูด การเขียน การอ่านการใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของเราเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว หรืออาจจะให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในงานกลุ่ม และที่สำคัญมากในการส่งเสริมการสื่อสารคือครูควรเป็นทั้งผู้ส่งสารและในขณะเดียวกันก็ต้องเป็นผู้รับสารด้วย ซึ่งการสื่อสารแบบนี้จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 74-75) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (Active Participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (Immediate Feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (Success Experience) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (Gradual Approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

วรรณศิริ หลงรัก (2553: 78) ได้สรุปแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดในการพูด การเขียน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ มีส่วนร่วมในการดำเนินการทุกขั้นตอน ตั้งแต่การอ่านเพื่อเข้าใจปัญหา พูดอธิบายและแลกเปลี่ยนแนวคิด และเขียนเป็นข้อสรุปร่วมกัน หากเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียนจะช่วยให้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

พรณทิกา ทองนวล (2554: 134) ได้สรุปแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน และควรเป็นกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทั้งนี้เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน
2. จัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้สื่อสารแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม
3. ใช้คำถามปลายเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและตอบสนองออกมา
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนเพื่อสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. จัดการเรียนการสอนที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ได้แสดงแนวคิดในการพูดอธิบายและเขียนเป็นข้อสรุปร่วมกัน
2. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา
3. จัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน และควรเป็นกิจกรรมที่มีสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียนจะช่วยให้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต

4.8 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้โดยการสื่อสาร เพื่อเป็นแนวทางในการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียนของผู้เรียน ดังนี้

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 112) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาคณิตศาสตร์ (Mathematics Language)

- 1.1 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างไม่เหมาะสม
- 1.2 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเป็นบางครั้ง
- 1.3 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- 1.4 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ถูกต้อง ชัดเจน

2. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Representation)

- 2.1 ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นบางครั้ง
- 2.3 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- 2.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องเหมาะสมทุกครั้ง

3. การนำเสนอความคิด (Presentation)

- 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด เนื้อหาสับสน)
- 3.2 การนำเสนอชัดเจนเป็นบางส่วน
- 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
- 3.4 การนำเสนอชัดเจนดีมาก (สมบูรณ์ เป็นระบบ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18–19) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
2. ใช้ข้อความ คำศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

จากงานวิจัยของไค จาแคบส์ซิน และเลน (Cai; Jakabcsin; & Lane. 1996: 238-246) ได้เสนอกฎเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค เพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีประเมินรวม(Holistics)ไว้ 5 ระดับ คือ 0-4 คะแนน ดังตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเพื่อการประเมินเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระดับ	เกณฑ์การประเมิน
4	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ; อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน(ผู้ตรวจ); แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
3	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ; อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์; การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน(ผู้ตรวจ); แสดงการสนับสนุนการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
2	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือมีสองนัย; แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน; การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก; การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
1	อธิบายคำตอบอาจจะผิดหรือเข้าใจยาก; แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์ หรือแผนภาพไม่ชัดเจน ตีความหมายยาก
0	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ; คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหาแผนภาพประกอบผิดพลาด

ที่มา: Cai, Jinfa.; Jakabcsin, Mary S.; Lane, Suzanne.(1996,May). Assessing Student's Mathematical Communication. *School Science and Mathematics*. 96(5): 242.

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนของนักเรียน ดังนี้

1. วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกันกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของเคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) ไค จาแคบส์ซิน และเลน (Cai; Jakabcsin; & Lane. 1996: 238-246) จิตติมา ชอบเอียด (2551: 73-75) วรรณศิริ หลงรัก(2553: 102-103) และพรรณทิภา ทองนวล (2554: 136 - 137) ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่ขาดความชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย ไม่ชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

3. เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจนเป็นระบบ สมบูรณ์ ครบถ้วน
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนเกือบสมบูรณ์
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียด
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ หรือไม่ได้ทำ

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	เขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	เขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	เขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการเขียนสรุปคำตอบ

2. วัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยใช้แบบสังเกต พฤติกรรมที่แสดงถึงการอธิบายแนวความคิด การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการสรุปทั้งด้านการพูด โดยสังเกตพฤติกรรมด้านการพูดจากการปฏิบัติกิจกรรมการสื่อสารในช่วงการ แสดงความคิดเห็น การอภิปราย และการนำเสนอ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การ ประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของจิตติมา ชอบเอียด (2551: 75-81) ปริญา สองสีดา (2550: 61)และวรรณศิริ หลงรัก(2553: 100-101) ดังนี้

แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. พูดอธิบายแนวคิดของตนเอง ให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง													
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง													
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของ ข้อมูล นำมาประกอบเป็น แนวคิดของตนให้ ผู้อื่นเข้าใจได้													
4. พูดสรุปตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ชัดเจน													

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่าง ถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
ระดับ 2 ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่าง ถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
ระดับ 1 พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้อง เป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 2 ดี	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
ระดับ 2 ดี	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล มาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ชัดเจน และรัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 2 ดี	พุดสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็นตามสถานการณ์ที่กำหนดหรือพุดสรุปได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตาม

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
พอใช้	สถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โควิงตัน (Covington. 2001: 61 – 12A) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมืองโดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียน ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ รูปแบบของการวิจัยผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลทั้งด้านเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ การวิจัยเชิงปริมาณจะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 700 คน ที่เรียนอยู่ในปีการศึกษา 1999 – 2000 โดยใช้คะแนนมาตรฐานของรัฐเป็นเกณฑ์ (State Basic Standards : BST) ส่วนด้านการวิจัยเชิงคุณภาพ ทำโดยการสำรวจจากประสบการณ์ของผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัยตั้งแต่เริ่มต้น ครูและนักเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติมีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้กลยุทธ์วิธีที่หลากหลายกว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุป นักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เลวิสสัน เกรฟส์ และซานเชส (Lewison; Graves; & Sanchez. 2006: 954-955) ได้ศึกษาเรื่อง การสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนายระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

เซอวานี (Sirvani. 2007: 41) ได้ศึกษาผลของการสื่อสารของครูกับผู้ปกครองที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนพีชคณิต 1 จำนวน 4 ห้องเรียนที่สอนโดยครูคนเดียวกัน โดยสุ่มกลุ่มควบคุมจำนวน 2 ห้องเรียนและที่เหลืออีก 2 ห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลอง ผู้ปกครองของนักเรียนในกลุ่มทดลองสามารถเฝ้าติดตามผลการเรียนของนักเรียนโดยจะได้รับใบผลคะแนนการบ้านของนักเรียนและคะแนนสอบของนักเรียนสองสัปดาห์ต่อครั้ง แต่ผู้ปกครองของนักเรียนในกลุ่มควบคุมจะไม่สามารถเฝ้าติดตามผลการเรียนของนักเรียนได้เลย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำในกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ หรือกล่าวได้ว่า การสื่อสารระหว่างครูกับผู้ปกครองของนักเรียนมีส่วนช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

ฮาวิล และ ลุดวิส (Havill; & Ludwis. 2007: 185 -189) ได้จัดให้มีการส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์และนักเรียนสาขาคณิตศาสตร์ โดยเริ่มต้นนำมาใช้ในภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ของมหาวิทยาลัยเดนิสัน เป็นการนำองค์ประกอบด้านการสื่อสารการพูดแนวใหม่ที่มีความสำคัญมาใช้กับทั้งสองภาควิชา โดยมีการจัดการเรียนการสอนในห้องทดลองร่วมกันระหว่างนักเรียนในสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์และนักเรียนในสาขาคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย 3 ประการ คือ การปรับปรุงทักษะการสื่อสารด้านการพูดเพื่อเตรียมพร้อมนักเรียนสำหรับการสำเร็จการศึกษาและการทำงาน การอบรมนักวิจัยในอนาคตในทั้งสองสาขาให้แสดงความสามารถในการเริ่มต้นการวิจัยได้เป็นอย่างดีในขณะที่ยังเป็นนักศึกษาฝึกหัดและการเปิดรับนักเรียนสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์เพิ่มขึ้นเพื่อเข้าสู่การเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ โดยในการวิจัยได้ทำการศึกษาจากความต้องการในชั้นเรียน การอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งจากการวิจัยผลสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายในสามและผลการสื่อสารที่เพิ่มขึ้น

โวลฟ์ (Wolf. 2009: 72) ได้ศึกษาความเข้าใจเชิงลึกในเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้โดยเน้นทักษะการสื่อสารทั้งการพูด การอภิปรายกับผู้อื่น และการเขียนเพื่ออธิบายคำตอบในเรื่องปัญหาเศษส่วนที่ซับซ้อน จากการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนอย่างลึกซึ้งเมื่อเรียนรู้จบหน่วยแล้วนักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นกว่าก่อนเรียนทั้งการพูด การอภิปรายในชั้นเรียนและการเขียนมีผลทำให้นักเรียนรู้สึกมีความสุขในการเรียนและมีความมั่นใจเพิ่มมากขึ้น นับว่าการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นประสบผลสำเร็จอย่างยอดเยี่ยมทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 93-94) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมตริกซ์และดิเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่าชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังการใช้ชุดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนรู้โดยมี
 นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ
 ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรม
 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57
 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 80/80 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลัง
 ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” สูงกว่า
 เกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทาง
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
 โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิรากร สำเร็จ (2551: 72) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่ม
 ผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า
 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่ม
 ผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่ม
 ผลสัมฤทธิ์ (STAD) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทาง
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ
 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้ 2
 วิธีกับระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่อความสามารถในการสื่อสารทาง
 คณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มี
 ระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองทั้งในกลุ่มที่มีความสามารถในการ
 เรียนคณิตศาสตร์ระดับปานกลางและระดับต่ำมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่า
 นักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 91) ได้ศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้
 เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า
 ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
 สูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทาง
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

อ้อมฤดี แซ่มอบล (2553: 117) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่
 เน้นการใช้คำถามหวนความคิดทบทวนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทาง
 การเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 73.80

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 198-199) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.25 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันจำแนกได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพบว่า นักเรียนร้อยละ 37.50 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูง ซึ่งสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้องครบถ้วน ชัดเจน อีกทั้งมีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทั้งแผนภาพ เส้นจำนวน ตาราง และรูปภาพในการสื่อสารแนวคิดได้อย่างชัดเจน นักเรียนร้อยละ 47.92 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดอยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและมีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้งแผนภาพหรือรูปภาพเพื่อการสื่อสารแนวคิดบ้างบางครั้งแต่ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร และมีส่วนน้อยร้อยละ 14.58 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับต่ำ ซึ่งพูดอธิบายโดยใช้ภาษาที่ไม่ถูกต้องหรืออธิบายได้แต่ไม่ครบถ้วน และไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพบว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถพัฒนาได้โดยครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดและเขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์การอภิปรายและการนำเสนอ ซึ่งจะทำให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและยังช่วยให้เกิดการมี

ปฏิสัมพันธ์ที่ระหว่างครูกับนักเรียนหรือระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนนั้นได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้รับการเรียนรู้อย่างแท้จริง



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี จำนวน 17 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 765 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 17 ห้องเรียนแล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 19 คาบ คาบละ 100 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pre - test) 100 นาที และทดสอบหลังเรียน(Post - test) 100 นาที รวม 23 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 23102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| 1. การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและการเก็บรวบรวมข้อมูล | จำนวน 2 คาบ |
| 2. การนำเสนอข้อมูล | จำนวน 6 คาบ |
| 3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต | จำนวน 3 คาบ |
| 4. มัธยฐาน | จำนวน 2 คาบ |
| 5.ฐานนิยม | จำนวน 1 คาบ |
| 6. การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล | จำนวน 2 คาบ |

7. การวัดการกระจายของข้อมูล	จำนวน 1 คาบ
8. เส้นโค้งปกติ	จำนวน 1 คาบ
9. การวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ	จำนวน 1 คาบ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สถิติ
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง สถิติ จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ

4. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด รายละเอียดในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

1. ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สถิติ

- 1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม

1.2 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องสถิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.3 ศึกษาคู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.4 ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้

1.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย เรื่องสถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด จากการสอบถามอาจารย์ที่มีประสบการณ์ในการสอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จนได้ข้อสรุปว่าเนื้อหาที่สอนโดยใช้การจัดการเรียนแบบอุปนัย ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม การวัดการกระจายของข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ เพราะจากประสบการณ์สอนที่ผ่านมาของอาจารย์หลายๆท่านการสอนที่นำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่มีกฎเกณฑ์หรือหลักการที่ต้องการให้นักเรียนได้เห็นรูปแบบ และได้

เรียนรู้โดยอาศัยการสังเกต เปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน แล้วสรุปเป็นความคิดรวบยอดจากตัวอย่างต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่คงทนมากกว่าการสอนแบบนิรนัยซึ่งเป็นการนำกฎเกณฑ์หรือหลักการมาใช้เลย และเนื้อหาที่สอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย ได้แก่ การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและการเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การเลือกและการใช้ค่ากลางของข้อมูล เส้นโค้งปกติ เพราะเนื้อหาดังกล่าวเหมาะแก่การสอนแบบนิรนัยซึ่งเป็นการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเองไปกฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงนำกฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้นทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจมากกว่าการสอนแบบอุปนัยซึ่งเป็นการสอนที่นำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วสรุปเป็นความคิดรวบยอด โดยจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ 9 แผน จำนวน 19 คาบ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและการเก็บรวบรวมข้อมูล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 การนำเสนอข้อมูล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 มัชยฐาน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ฐานนิยม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 การวัดการกระจายของข้อมูล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เส้นโค้งปกติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 การวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

1.5.1 มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

1.5.2 สาระสำคัญ

1.5.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.5.3.1 ด้านความรู้

1.5.3.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

1.5.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5.4 สาระการเรียนรู้

1.5.5 กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

1.5.5.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1.5.5.2 ชี้นสอน

1.5.5.3 ชี้นสรุปกฎเกณฑ์(อุปนัย)/ชั้นพิสูจน์กฎเกณฑ์(นิรนัย)

1.5.5.4 ชี้นประเมินผล

1.5.6 ชี้นงาน/ภาระงาน

1.5.7 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1.5.8 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

1.5.9 บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย ผลการสอน ปัญหา อุปสรรค ข้อเสนอแนะ และแนวทางแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทพิจารณาจากนั้นนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัดกับกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้องเพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปเสนอประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเรียบร้อยอีกครั้ง

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนนใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

2.1 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลและประเมินผลวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ได้ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แล้วนำไปเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อคำแนะนำ

2.5 แก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำได้แก่ แก้ไขภาษาในข้อคำถามให้ชัดเจนและกระชับมากขึ้น แก้ไขตัวเลขในข้อคำถามให้เหมาะสมสอดคล้องกับความเป็นจริง

2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่านเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมถึงความครอบคลุมของ

คำถาม โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 40 ข้อ

2.7 แก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 40 ข้อ ตามข้อเสนอแนะ ได้แก่ การเน้นคำในข้อคำถามให้พิมพ์ตัวหนา แก้ไขคำศัพท์บางตัวที่พิมพ์ผิด จากนั้นเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

2.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และเคยเรียน เรื่อง สถิติ มาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.9 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกในข้อเดียวกัน

2.10 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952; 6-32) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 210–212) จากนั้นเลือกแบบทดสอบจำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .20 – .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งได้ค่าความง่าย (p) ตั้งแต่ 0.38 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.32 – 0.82

2.11 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 20 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 100 คนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และเคยเรียน เรื่อง สถิติ มาแล้วเพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัยโดยการคำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 197–199) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 แล้วนำเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรก่อนนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.12 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องสถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	ระดับพฤติกรรม
1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้	<p><u>ข้อ0.</u> จากการสำรวจราคาสินค้าชนิดหนึ่งจากร้านค้า 10 แห่ง เป็นดังนี้ 29, 25, 28, 27, 25, 30, 27, 26, 25, และ 28 บาท ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาสินค้าชนิดนี้ตรงกับข้อใด</p> <p>ก. 25 บาท</p> <p>ข. 26 บาท</p> <p>ค. 27 บาท</p> <p>ง. 28 บาท</p>	<p>ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ</p> <p><u>คำตอบ ข้อ ค.</u></p>
2. บอกได้ว่าข้อมูลที่กำหนดให้เป็นข้อมูลเชิงปริมาณหรือข้อมูลเชิงคุณภาพ	<p><u>ข้อ00.</u> ในทางสถิติข้อมูลใดไม่ถูกต้อง</p> <p>ก. ข้อมูลดิบอาจไม่ใช่ตัวเลขแสดงปริมาณก็ได้</p> <p>ข. ทุกอันตรภาคชั้นต้องมีขอบล่างเสมอ</p> <p>ค. ข้อมูลสถิติไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม</p> <p>ง. ความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น</p>	<p>ความเข้าใจ</p> <p><u>คำตอบ ข้อ ข.</u></p>
3. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ	<p><u>ข้อ000.</u> การสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายครั้งหนึ่ง มีผู้สมัครทั้งหมด 1,000 คน ถ้าคะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 200 คะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 40 จงหาว่าผู้ที่สอบได้ 320 คะแนนขึ้นไปมีกี่คน</p> <p>ก. 1 คน</p> <p>ข. 2 คน</p>	<p>การนำไปใช้</p>

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง สถิติ เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 24 คะแนน แบ่งการให้คะแนนเป็นด้านความสามารถในการให้เหตุผล 10 คะแนน และ ด้านความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 14 คะแนน โดยใช้เวลา 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการศึกษาแนวคิดการพัฒนากิจกรรมบนการทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 168 -208) แล้วนำหลักเกณฑ์การวัดและเกณฑ์ต่างๆมาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.2 ศึกษาหลักการและมาตรฐานการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์(Principles & Standards for School Mathematics) ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])

3.3 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก(Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ สสวท. (2546: 28 - 73) อธิทิเทพ นวาระสุจิตร์(2548: 42-44) และเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร(2551: 78-82)

3.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก(Rubric Assessment) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของเคนเนดี้; และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) ไค จาแคบคซิน และเลน(Cai; Jakabcsin; & Lane. 1996: 238-246) จิตติมา ขอบเอียด (2551: 73-75) วรรณศิริ หลงรัก(2553: 102-103) และพรรณทิภา ทองนวล (2554: 136 - 137)

3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่สร้างขึ้น จำนวน 10 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณา

จากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 10 ข้อแล้ว นำข้อเสนอนี้มาปรับปรุงแก้ไข

3.8 แก้ไขแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนทั้ง 10 ข้อ ตามข้อเสนอนี้ ได้แก่ การแก้ไขตัวเลขให้เหมาะสมตามความเป็นจริง การปรับภาษาเขียนในโจทย์ปัญหาให้กระชับและชัดเจนมากขึ้น จากนั้นเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโทตรวจสอบอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน และเคยเรียนเรื่อง สถิติ มาแล้วเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.10 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาความง่าย (P_E) และหาค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนียและซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199–201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970) โดยเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความง่าย (P_E) อยู่ระหว่าง .20 – .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้ค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.52 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.34 – 0.58

3.11 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน และเคยเรียนเรื่องสถิติมาแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล และค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากัน คือ 0.96 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

3.12 นำผลคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัก (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218) โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.98 แล้วนำเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาโท ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.13 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

**ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการ
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่องสถิติ**

ข้อ 0. โรงงานผลิตเข็มเย็บผ้าแห่งหนึ่งต้องการผลิตเข็มเย็บผ้า ให้มีความยาวตั้งแต่ 1.27 นิ้วถึง 1.33 นิ้ว หลังจากผลิตได้ 5,000 เล่ม แล้วนำมาตรวจสอบ พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความยาวของเข็มเย็บผ้าเท่ากับ 1.30 นิ้ว และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาวของเข็มเย็บผ้าเท่ากับ 0.03 นิ้ว ถ้าความยาวของเข็มเย็บผ้าที่ผลิตมีการแจกแจงปกติ จงหาว่ามีเข็มเย็บผ้าที่ไม่ได้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้ามี มีกี่เล่ม

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ชัดเจนรัดกุม และสมเหตุสมผล
ระดับ 3 ดี	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง ชัดเจน
ระดับ 3 ดี	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยแสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล หรือไม่ได้ทำ

3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน รัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการสรุปคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่ขาดความชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย ไม่ชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

3. เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจนเป็นระบบ สมบูรณ์ ครบถ้วน
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนเกือบสมบูรณ์
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียด
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ หรือไม่ได้ทำ

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	เขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	เขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	เขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการเขียนสรุปคำตอบ

4. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเป็น เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารด้านการพูดของนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละคาบ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

4.1 ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบประเมินความสามารถในการการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

4.2 สร้างแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พร้อมเกณฑ์การประเมิน และการแปลผลคะแนน

โดยแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะมีเกณฑ์ในการวัดเกี่ยวกับระดับการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสารจากการปฏิบัติของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำคะแนนดิบ (ผลรวมคะแนนด้านการพูด 3 ครั้ง) มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐานร้อยละ ตามเกณฑ์การประเมินทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงมาจากเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ ดังนี้

ร้อยละ 80-100	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม
ร้อยละ 75-79	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก
ร้อยละ 70-74	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
ร้อยละ 65-69	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี
ร้อยละ 60-64	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
ร้อยละ 55-59	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้
ร้อยละ 50-54	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
ร้อยละ 0-49	มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล หรือความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

4.3 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด พร้อมเกณฑ์การประเมิน และการแปลผลคะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้ประธานและกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์พิจารณา แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมในการประเมิน จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

4.4 แก้ไขแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดตามข้อเสนอแนะ จากนั้นเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

4.5 นำแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดพร้อมเกณฑ์การประเมิน และการแปลผลคะแนนที่ถูกต้องเรียบร้อยแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. พูดอธิบายแนวคิดของตนเองให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง													
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง													
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้													
4. พูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ชัดเจน													

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
ระดับ 2 ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
ระดับ 1 พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 2 ดี	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พุดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
ระดับ 2 ดี	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล มาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพุดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ชัดเจน และรัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 2 ดี	พุดสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็นตามสถานการณ์ที่กำหนด หรือพุดสรุปได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตาม

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
พอใช้	สถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อพัฒนาและทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม แล้วทำการทดสอบก่อนทำการทดลอง แล้วหาค่าคะแนนเฉลี่ย (\bar{x}_1) จึงทดลองแล้วทำการทดสอบอีกครั้งและหาค่าคะแนนเฉลี่ย (\bar{x}_2) จากนั้นนำมาทดสอบสมมติฐานหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยด้วยค่าสถิติ t-test ซึ่งใช้แบบแผน การวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 248-249)

ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย

T₁ แทน การสอบก่อนการทดลอง (Pre-test)

T₂ แทน การสอบหลังการทดลอง (Post-test)

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม ตำบลสวนใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตั้งแต่เดือน ธันวาคม 2555 – มกราคม 2556

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อไปทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนน

ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอย่างละ 50 นาที รวมเวลาทั้งหมด 100 นาที

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย ซึ่งใช้เวลาในการสอน 19 คาบ คาบละ 50 นาทีในระหว่างการสอนผู้วิจัยสังเกตความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่แตกต่างกันของนักเรียนคนละ 3 ครั้ง ด้วยแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยสังเกตจากการตอบคำถาม การพูดอภิปรายและการพูดสรุปจากการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งอยู่ในขั้นที่ 2 และ 3 ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย

5. เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้เรียบร้อยแล้ว ทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอีกครั้ง แล้วบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน(Posttest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบหลังเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอย่างละ 50 นาที รวมเวลาทั้งหมด 100 นาที

6. ตรวจวิเคราะห์คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

7. สรุปการจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 8 ระดับตามช่วงคะแนนร้อยละ นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

7. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s) โดยคำนวณจากสูตร(ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว
	$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่าย(p)และค่าอำนาจจำแนก(r)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งแบ่งนักเรียนเข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนโดยใช้เทคนิค 27% ของจุง เทห์ ฟาน(Fan. 1952: 6-52)แล้วตรวจสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป(TAP)(ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2538: 210 - 212)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากง่าย
	R	แทน	จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูก
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$r_{p.bis} = \frac{\bar{X}_p - \bar{X}_f}{s_t} \cdot \sqrt{pq}$$

เมื่อ	$r_{p.bis}$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	\bar{X}_p	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นถูก
	\bar{X}_f	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นผิด
	s_t	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	p	แทน	สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก
	q	แทน	สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นไม่ได้หรือ1-p

2.3 วิเคราะห์หาค่าความง่าย (P_E) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีและซาเบอร์ส ซึ่งแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดแล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 199-201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970)

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าดัชนีความง่าย
	S_u	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_u	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัยโดยคำนวณจากสูตร KR – 20 ของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 197–198)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
-------	----------	-----	-----------------------------

n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
p	แทน	สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่งๆ
q	แทน	สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1 - p$
s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

2.5 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ลัวัน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่

$$s_i^2 = \frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum x_i$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
	$\sum x_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ

$$s_t^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.6 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนโดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 312)

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r	แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยผู้วิจัย
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยผู้วิจัยแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับที่ตรวจโดยผู้ช่วยผู้วิจัย
	N	แทน	จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย -นิรนัยโดยใช้ค่าสถิติแบบ t - test for Dependent Samples (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
	D	แทน	ความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัย
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย -นिरนัย
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย -นिरนัย
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูดและเขียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t – test for One Sample (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2550: 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์(ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t -test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t -test for One Sample

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t -test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t -test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t -test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

7. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	35	20	7.97	2.09	17.63**
หลังการทดลอง	35	20	15.26	2.83	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏ ดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	μ_0 (70%)	t
หลังการทดลอง	35	20	15.26	2.83	14	2.63**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.26 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.30

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	35	50	10.83	1.99	27.51**
หลังการทดลอง	35	50	39.46	5.68	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 6 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	μ_0 (70%)	t
หลังการทดลอง	35	50	39.46	5.68	35	4.65**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 39.46 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.92

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ผลปรากฏ ดังตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	35	70	11.97	2.78	31.47**
หลังการทดลอง	35	70	54.74	7.72	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 8 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	μ_0 (70%)	t
หลังการทดลอง	35	70	54.74	7.72	49	4.40**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 9 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 54.74 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.20

7. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ผลปรากฏดังตาราง 10 – 11

ตาราง 10 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

การทดสอบ	n	K	\bar{X}	s	μ_0 (70%)	t
หลังการทดลอง	35	100	78.55	5.57	70	9.08**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(.01, 34)} = 2.441$)

จากตาราง 10 พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.55 คะแนน

ตาราง 11 สรุปคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ ซึ่งจัดระดับ
 ความสามารถออกเป็น 8 ระดับตามช่วงคะแนนร้อยละ

ช่วงคะแนนร้อยละ	n	K	\bar{X}	s	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
80 – 100	35	100	78.55	5.57	17	48.57
75 – 79					7	20.00
70 – 74					11	31.43
ต่ำกว่าร้อยละ 70					0	0

จากตาราง 11 พบว่าคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของ
 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ อยู่ในระดับ
 ดีเยี่ยม จำนวน 17 คน คิดเป็นร้อยละ 48.57 ซึ่งนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
 ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยมมีจำนวนมากที่สุด นอกนั้นได้คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
 ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 20.00 และได้คะแนนความสามารถ
 ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 31.43 โดยไม่มีนักเรียนที่
 ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์
5. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ
6. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ กับเกณฑ์
7. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ กับเกณฑ์

สมมติฐานของการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

7. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม จากนักเรียนทั้งหมด 17 ห้องเรียนแล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นिरนัยรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สถิติ
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง สถิติ จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ

4. แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม ตำบลสวนใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตั้งแต่เดือนธันวาคม 2555 – มกราคม 2556

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อไปทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบก่อนเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอย่างละ 50 นาที รวมเวลาทั้งหมด 100 นาที

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย ซึ่งใช้เวลาในการสอน 19 คาบ คาบละ 50 นาทีในระหว่างการสอนผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยสังเกตความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่แตกต่างกันของนักเรียนคนละ 3 ครั้ง ด้วยแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยสังเกตจากการตอบคำถาม การพูดอภิปรายและการพูดสรุปจากการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งอยู่ในขั้นที่ 2 และ 3 ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย

5. เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้เรียบร้อยแล้ว ทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอีกครั้ง แล้วบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน(Posttest) โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบหลังเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนอย่างละ 50 นาที รวมเวลาทั้งหมด 100 นาที

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

7. สรุปการจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามความสามารถซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 8 ระดับตามช่วงคะแนนร้อยละ นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

7. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.30

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 78.92

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 78.20

7. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 78.55

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำเอาเทคนิคการสอนแบบอุปนัยซึ่งเป็นการสอนที่ต้องนำเสนอตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างที่มีหลักการเพื่อให้นักเรียนได้เห็นรูปแบบ และได้เรียนรู้โดยอาศัยการสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน แล้วสามารถสรุปเป็นความคิดรวบยอดจากตัวอย่างต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองซึ่งช่วยทำให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสิธุ(Sidhu. 1981: 106 - 108)ที่ว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยมีส่วนช่วยให้เราทำความเข้าใจ ซึ่งจะทำให้ง่ายในการทำความเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการยกตัวอย่างอย่างง่ายหลายๆคนสงสัยเกี่ยวกับว่า “ได้มาอย่างไร” “ทำไมถึงเป็นเช่นนี้” ซึ่งจะทำให้ง่ายขึ้นถึงที่มาของสูตรเป็นวิธีที่มีหลักการและเหตุผล ดังนั้นจึงเหมาะสมสำหรับคณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในการค้นหาสูตร เป็นพื้นฐานของการสังเกต การคิด การทดลองอย่างแท้จริงเป็นการควบคุมการเรียนรู้ที่เป็นการท่องจำอย่างเดียวให้อิสระในการสงสัย และจะช่วยให้เกิดความเข้าใจซึ่งเหมาะสมสำหรับเด็ก และเทคนิคการสอนแบบนिरนัย ซึ่งเป็นการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเองไปกฎเกณฑ์หรือหลักการก่อน แล้วพิสูจน์ให้เห็นจริง จากนั้นจึงใช้กฎเกณฑ์หรือหลักการเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และเกิดข้อสรุปใหม่ขึ้น ช่วยทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสิธุ(Sidhu. 1981: 108 - 110)ที่ว่าวิธีการสอนแบบนिरนัยเป็นวิธีที่มีขั้นตอนสั้นและประหยัดเวลาในการแก้ปัญหาโดยการใช้อนุกรมจะทำให้ใช้เวลาอันน้อยในขั้นตอนของการฝึกฝนและการปรับปรุง จะทำให้ความเร็วและประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องงานวิจัยของ ฌนยศ สงวนสิน (2547:

56) ที่พบว่า การใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย – นิรนัย ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และนอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลงานวิจัยของรัชณี ภูพิชกรกุล (2551: 86) ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังใช้วิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยในแต่ละกลุ่มจะเรียนรู้ไปพร้อมกันช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและลงข้อสรุปร่วมกันนับเป็นประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติที่ทำให้นักเรียนเกิดประกายความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังจะเรียนซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของพริ้นซ์ และเฟลเดอร์ (Prince; & Felder. 2006: 123 - 138) ซึ่งได้ศึกษาทบทวนสิ่งที่เกี่ยวข้องในการใช้ขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยโดยทั่วไป ซึ่งประกอบไปด้วยการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน การเรียนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การเรียนแบบโครงการ การสอนแบบกรณีเป็นฐานการเรียนรู้แบบค้นพบและการสอนแบบกระตือรือร้นร่วมกับการใช้เทคโนโลยีเป็นฐาน (Just – in – time teaching) งานวิจัยนี้ได้ระบุแต่ละขั้นตอนโดยเน้นส่วนที่เหมือนกันและส่วนที่แตกต่างกันและทบทวนงานวิจัยที่มีผลต่อขั้นตอนนั้นๆซึ่งในหลักฐานทั้งหลายแสดงได้ว่าวิธีสอนแบบอุปนัยยังคงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและเป็นวิธีการที่มีหลักการทั่วไปสำหรับการทำให้บรรลุผลทางการเรียนรู้และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของสุวิน โรจน์นุกุลวณิช (2548: 80-86) ซึ่งทำการวิจัยเรื่อง ชุดการเรียนแบบอุปนัยโดยใช้กระบวนการกลุ่ม เรื่องความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังการใช้ชุดการเรียนสูงกว่าก่อนการใช้ชุดการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.2 มีการเสริมแรงเพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียน โดยในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนั้น เมื่อครูรับรู้ว่ามีนักเรียนไม่สามารถสรุปหรือนำกฎเกณฑ์ หลักการ สูตรไปใช้ได้ ไม่เข้าใจปัญหา ไม่สามารถแก้ปัญหาเองได้ ครูจะให้กำลังใจและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง จนนักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้นและสามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ และทุกครั้งที่นักเรียนทำสำเร็จ ครูจะกล่าวชมเชยหรือให้รางวัลเล็กน้อย ทุกครั้ง ถือเป็นเสริมแรงทางบวกที่ช่วยให้นักเรียนมีความพยายามที่จะสรุปหรือนำกฎเกณฑ์ หลักการ สูตรไปใช้ แก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนมีความตั้งใจในการเรียนและทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 สอดคล้องกับการศึกษาการเรียนรู้ของมนุษย์ที่สกินเนอร์ (Skinner) ได้ทำการศึกษาและพบว่า การเสริมแรงเป็นตัวแปรสำคัญใน

การเปลี่ยนพฤติกรรม หรือการเรียนรู้ของนักเรียน พฤติกรรมใดที่ได้รับแรงเสริม นักเรียนจะแสดงพฤติกรรมนั้นออกมาอีก ดังนั้นครูที่ดีจะต้องสามารถจัดสภาพของการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนได้รับแรงเสริมเมื่อการเรียนรู้ได้เกิดขึ้น (สุรางค์ โค้วตระกูล. 2548: 193)

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

3.1 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัยมีการใช้คำถามกระตุ้นการคิดให้เหตุผลของนักเรียน นักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผล สนับสนุนวิธีการสรุป กฎเกณฑ์ นิยาม สูตร วิธีการหาคำตอบของตนเอง ซึ่งทำให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนไปมากน้อยเพียงใด และทำให้ผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของความคิดของนักเรียน หากเกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดจึงสามารถแก้ไขได้อย่างรวดเร็วจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีเหตุผล และเรียนด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง ไม่ใช่การเรียนด้วยวิธีการท่องจำโดยไม่รู้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น อีกทั้งยังเป็นประโยชน์ต่อตัวนักเรียนเองที่ทำให้ทราบข้อบกพร่องของตนเอง ว่ามีประเด็นใดบ้างที่ยังไม่เข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับแบรนด์ (Brandt. 1984: 3) ที่กล่าวว่า การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching About Thinking) เป็นการสอนตามแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองที่กำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไร และไม่รู้้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง และเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้เพื่อหาแนวทางการแก้ไขได้ตรงจุด และสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553: 50) ที่ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของจิตติมา ชอบเอียด (2551: 91) การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าก่อนใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3.2 นักเรียนมีโอกาสดำเนินการ อธิบาย สรุปและแสดงเหตุผลของตนเองเพื่อแสดงแนวคิดของตนเองอยู่เป็นประจำ จากการพูดสรุปกฎเกณฑ์หลักการ สูตร จากการตอบคำถามของครูหรือการอภิปรายหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการให้เหตุผลอย่างสม่ำเสมอซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของโรแวนและมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 16-18) ที่ว่าบรรยากาศในชั้นเรียน

เป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้ผู้เรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ และสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553: 50) ที่ว่า การให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับหลักในการพัฒนาการให้เหตุผลของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15-19) ที่ว่า ครูควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล และควรจัดให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการให้เหตุผลอย่างสม่ำเสมอ จึงจะช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการในการให้เหตุผลได้

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ สูงเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่องสถิติ ซึ่งมี 4 ชั้น ได้แก่ ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน ชั้นสอน ชั้นสรุปกฎเกณฑ์(อุปนัย)/ชั้น พิสูจน์กฎเกณฑ์(นिरนัย) และชั้นประเมินผล ร่วมกับการซักถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนได้คิด อธิบาย และแสดงเหตุผลประกอบแนวคิด จะทำให้นักเรียนเห็นมุมมองการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ ช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นแนวทางหนึ่งในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับการพัฒนาการให้เหตุผลของ กิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford; & Hoepfner 1971: 28-32) ซึ่งได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็น สิ่งที่สามารถสอนได้ควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสม

5. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นिरนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกฝนทักษะการเขียนของผู้เรียน โดยฝึกให้ผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิดของตนเองไม่ที่จะเป็นการเขียนสรุป สูตร กฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ หรือเขียนแสดงเหตุผลประกอบการตัดสินใจของตนจากการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และครูตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกับให้ข้อมูลย้อนกลับกับนักเรียนโดยทันที จะทำให้นักเรียนเรียนรู้ข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง และเมื่อเกิดการฝึกฝนบ่อยๆ นักเรียนก็จะสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้ การเขียนสื่อสารแนวคิดของ

นักเรียนก็จะถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น จึงทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยในการเขียนอธิบายเพื่อสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจ สอดคล้องกับคำกล่าวของโรแวน; และ มอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9–11) ที่ว่าการให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้ นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนนอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของโวลฟ์ (Wolf. 2009: 72) ได้ศึกษาความเข้าใจเชิงลึกในเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้โดยเน้นทักษะการสื่อสารทั้งการพูด การอภิปรายกับผู้อื่น และการเขียนเพื่ออธิบายคำตอบในเรื่องปัญหาเศษส่วนที่ซับซ้อน จากการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนอย่างลึกซึ้งเมื่อเรียนรู้จบหน่วยแล้วนักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นกว่าก่อนเรียน ทั้งการพูด การอภิปรายในชั้นเรียนและการเขียนมีผลทำให้นักเรียนรู้สึกมีความสุขในการเรียนและมีความมั่นใจเพิ่มมากขึ้น นับว่าการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จอย่างยอดเยี่ยมทั้งด้านความรู้ทักษะกระบวนการ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

6.1 ตัวอย่างโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเป็นตัวอย่างที่สัมผัสได้จริงสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ ซึ่งช่วยดึงดูดความสนใจของนักเรียนให้ทำกิจกรรมนั้นๆ อย่างกระตือรือร้น ส่งผลให้นักเรียนตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมที่ต้องอาศัยความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของโรแวน; และ มอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9–11) ที่ว่า การจัดกิจกรรมที่ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียนทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของพรรณทิภา ทองนวล (2554: 198-199) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.25

6.2 การจัดบรรยากาศให้นักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิดร่วมกันกับเพื่อนในชั้นเรียน เนื่องจากมีการใช้แบ่งกลุ่มในการลงมือทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ครูแจกให้ ทำให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสื่อสารในการแสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่ตามความสามารถโดยไม่ต้องกลัวผิดมีอิสระที่จะคิด สามารถทำความเข้าใจกับเนื้อหาที่เรียนได้ง่ายขึ้นจากความคิดของตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจากเพื่อนร่วมชั้นเรียน และจากการสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอนให้เป็นกันเองระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และสามารถแสดงความคิดเห็นออกมาได้อย่างเต็มที่และมีความสุขที่จะเรียนรู้ กล่าวแสดงออกและกล้าที่จะถามเมื่อเกิดข้อสงสัยในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้นซึ่งต้องใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น เป็นการฝึกทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 114) ซึ่งได้จัดการเรียนการสอนโดยใช้หลัก “ ส จิ ปุ ลิ ” โดยผู้เรียนจะต้องศึกษาความรู้และอภิปรายความรู้ร่วมกันซึ่งต้องใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดเรื่องราวที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึกผ่านการพูด การอ่าน การฟัง การเขียน ซึ่งเป็นการฝึกทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และจากผลการวิจัยพบว่า ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “ ส จิ ปุ ลิ ” สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

7. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

7.1 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ เช่น พูดคุยเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน พูดคุยถึง วิธีการแก้ปัญหา ซึ่งในการปฏิบัติกิจกรรมนักเรียนทุกคนจะได้ทำงานร่วมกับผู้อื่น มีการพูดคุยต่างๆ มีการอธิบายให้เพื่อนคนอื่น ๆ ที่ยังไม่เข้าใจ อภิปรายวิธีการแก้ปัญหา อภิปรายหาข้อสรุป สูตร กฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และการอธิบายหน้าชั้นเรียน หรือการตอบคำถามของครูซึ่งล้วนเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับสภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 270–272) ที่กล่าวไว้ว่าครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ค้นหาคำตอบหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผลเป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของเลวิสสัน เกรฟส์ และซานเชส (Lewison; Graves; & Sanchez. 2006: 954-955) ได้ศึกษาเรื่อง การสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้

ประโยชน์จากการสร้างกิจกรรมในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

7.2 การใช้คำถามกับนักเรียนจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา อาจจะแสดงแนวคิดของตนเองในรูปของการพูด หรือการเขียน เพื่อใช้ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้กับครูและเพื่อนๆ เข้าใจ ซึ่งเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรงประกอบกับการให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มโดยครูนำสื่อการสอนที่หลากหลายมาใช้ในการเรียนการสอน เช่น ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ ก็จะทำให้ผู้เรียนได้สื่อสารและอภิปรายแนวความคิดซึ่งกันและกัน โดยใช้ทักษะการสื่อสาร เพื่อถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึกร่วมผ่านการฟังการพูด การอ่านและการเขียน เป็นการฝึกให้ผู้เรียนใช้ทักษะการสื่อสารอยู่ตลอดเวลา สอดคล้องกับแนวคิดของ มัมมี; และเชฟเพอร์ด (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ที่กล่าวไว้ว่าการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของนักเรียนสามารถพัฒนาภาษาคณิตศาสตร์และความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ มากขึ้น และยังสอดคล้องกับคำกล่าวภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 4-5) ที่ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตามนั้น ถือเป็นส่งเสริมทักษะสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่ง เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของอ้อมฤดี แซ่มอบูล (2553: 117) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 73.80

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. บรรยากาศของการเรียนในการจัดการเรียนรู้ นั้น ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ไม่รู้สึกกลัวเมื่อมีการพูดผิดหรือเขียนในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง โดยผู้วิจัยได้สร้าง

บรรยากาศที่เป็นกันเอง ทำให้นักเรียนลดความกังวลและจากการสังเกตนักเรียนมีความพอใจมาก เมื่อได้แสดงความคิดเห็นของตนให้เพื่อนและครูได้รับรู้ตามความเข้าใจของนักเรียนเอง อีกประการหนึ่งผู้วิจัยสังเกตว่า เมื่อผู้วิจัยได้ให้คำชมเชยกับนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง แสดงความคิดเห็นตามความเข้าใจของนักเรียนหรือมีส่วนร่วมในการสร้างและแสดงผลงานในแต่ละเรื่องที่นักเรียนสามารถทำได้แล้วนักเรียนเกิดความภูมิใจและเกิดแรงจูงใจในการทำงานต่างๆให้สำเร็จ ดังนั้น คำชมเชยหรือการให้กำลังใจแก่นักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ควรนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2. ในการจัดการเรียนรู้ขึ้นของการปฏิบัติกิจกรรม ครูจะเดินตรวจตรารอบห้องเพื่ออธิบายชี้แนะแก่นักเรียนกลุ่มที่มีข้อสงสัย ซึ่งสำหรับห้องเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนจำนวนมากทำให้ครูไม่สามารถดูแลนักเรียนได้อย่างทั่วถึง ผู้วิจัยจึงมีการจัดครูผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คน ซึ่งเป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อช่วยควบคุมชั้นเรียน แนะนำ ให้คำปรึกษาในการปฏิบัติกิจกรรม รวมทั้งสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดร่วมกับผู้วิจัย

3. ในระยะแรกของการวิจัยพบว่าเมื่อสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัยนักเรียนต้องการคำแนะนำจากครูเพื่อใช้เป็นแนวทางแต่เมื่อผ่านไประยะเวลาหนึ่ง นักเรียนจะเกิดความคิดเป็นของตนเองในการสรุป สูตร กฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ ซึ่งสังเกตได้จากการที่นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นและพยายามสรุป สูตร กฎเกณฑ์ หลักการต่างๆจากตัวอย่างที่กำหนดให้ และประสบความสำเร็จในการค้นพบ สูตร กฎเกณฑ์ นิยามต่างๆด้วยตนเอง จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มนี้มีความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ลึกซึ้ง ในขณะที่นักเรียนในกลุ่มปานกลางและต่ำนั้นยังไม่สามารถปรับตัวกับการเรียนที่ สรุป สูตร กฎเกณฑ์ นิยามต่างๆแต่พฤติกรรมดังกล่าวเริ่มลดลงเมื่อระยะเวลาผ่านไปประมาณ 2 - 3 คาบ นักเรียนในกลุ่มนี้จะเริ่มสร้างแนวทางการสรุป กฎเกณฑ์ หลักการ นิยามต่างๆได้ด้วยตนเอง ทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อนๆได้มากขึ้นและกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น

4. ในการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน ช่วงเวลา 1 คาบอาจไม่เพียงพอกับการบันทึกคะแนนสำหรับห้องเรียนที่มีนักเรียนจำนวนมาก ผู้วิจัยจึงทำการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนในคาบเรียนที่ติดกันจำนวน 2 คาบ เพื่อให้การบันทึกคะแนนเสร็จสิ้นในครั้งเดียว

5. การตรวจแบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนทำเป็นการบ้านอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้นักเรียนแต่ละคนทราบถึงความก้าวหน้าและข้อบกพร่องต่างๆ ของตนได้ และสามารถแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูผู้สอนควรทำความเข้าใจขั้นตอนการสอนแต่ละขั้นเป็นอย่างดี และก่อนการเรียนการสอนในชั่วโมงแรก ครูผู้สอนควรทำความเข้าใจกับนักเรียนสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย และการให้คะแนนจากการสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและ

ด้านการเขียนของนักเรียน

2. ครูผู้สอนควรใจเย็นและอดทนรอฟังการอภิปรายแสดงความคิดเห็นหรือ การตอบคำถามของนักเรียนเพื่อส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารอย่างเต็มที่ และให้นักเรียนได้ค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง

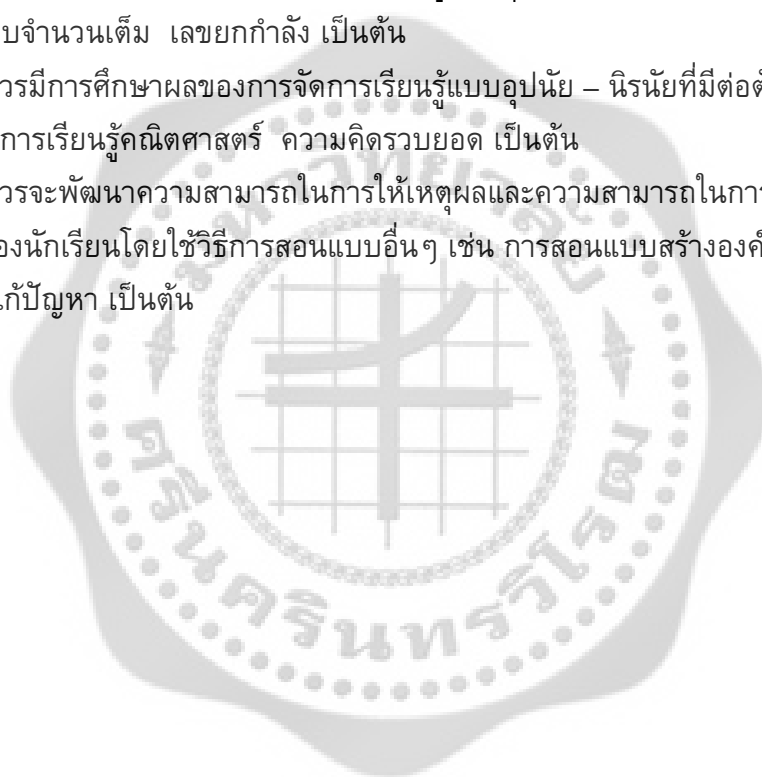
3. การเสริมแรงให้กับนักเรียนด้วยของรางวัลเล็กๆ น้อยๆ เช่น ปรบมือ ชมเชย ให้รางวัล จะทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ เช่น ระบบจำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัยที่มีต่อตัวแปรอื่น เช่น ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอด เป็นต้น

3. ควรจะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบอื่นๆ เช่น การสอนแบบสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง การสอนแบบแก้ปัญหา เป็นต้น





บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). *การประเมินผลจากสภาพจริง (Authentic Assessment)*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและครุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: กระทรวงฯ.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2543). *เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- กิติมา สุรสนธิ. (2541). *ความรู้ทางการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- (2548). *ความรู้ทางการสื่อสาร (Introduction to Communication)*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: คณะวารสารและสื่อสารมวลชน มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- (2549). *ความรู้ทางการสื่อสาร*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: คณะวารสารศาสตร์และสื่อสารมวลชน มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- เกศินี จุฑาวิจิตร. (2542). *การสื่อสารเพื่อพัฒนาท้องถิ่น*. นครปฐม: คณะวิทยาการจัดการ สถาบันราชภัฏนครปฐม.
- คมเพชร ฉัตรศุภกุล. (2546). *กิจกรรมกลุ่มในโรงเรียน*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ธนรัชการพิมพ์.
- จินตนิษฐ์ ลออบักษิณ. (2550). *การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิद्यุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). *การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิรากร สำเร็จ. (2551). *ผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจียมศักดิ์ ตรีศิริรัตน์. (2545). *คณิตศาสตร์พื้นฐาน*. คณะศึกษาศาสตร์. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- ชญานิษฐ์ พุกเถื่อน. (2536). การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดพิษณุโลก. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาคหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชวาลัย ชมดี. (2551). ผลการพัฒนาการเรียนรู้อุทิศสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2530). หลักการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ : คณะมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: สาขิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน. อัดสำเนา
- ชาติรี เกิดธรรม. (2547). เทคนิคการสอนที่เน้นผู้เขียนเป็นสำคัญ. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี : ไทเนรมิตกิจ อินเทอร์เน็ต โปรเกรสซิฟ จำกัด.
- ณยศ สงวนสิน. (2547). การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัยเรื่องพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐกฤตา ปัดดาลาโพ. (2553). ผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงพร บุญมา. (2548). ผลของการสอนแบบนิรนัยโดยใช้เทคนิคเกมการแข่งขันเป็นทีมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยทักษิณ. ถ่ายเอกสาร.

- ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์; และสุภิตรา อนุศาสตร์. (2542). “หน่วยที่ 1 การสื่อสาร” เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น. ลพบุรี: ภาควิชาภาษาไทยและบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- ทินรัตน์ กาญจนกฤษ. (2550). ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จี ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทศนา แคมมณี. (2545). กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: นิชนิตแอดเวอร์ไทซิง กรุ๊ป.
- (2553). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนกร ตุ่มบุญ. (2548). การสร้างชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นันทพร ระภักดี. (2551). การสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นिरัยเรื่องความคล้ายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุศรา อิมทรัพย์. (2551). ผลการใช้สื่อประสมเรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประมะ สตะเวทิน. (2534). หลักและทฤษฎีการสื่อสาร. นนทบุรี: คณะนิเทศศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรินญา สองสีดา. (2550). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM : PRINCIPLE AND STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS ในปี ค.ศ. 2000. วารสาร สสวท. 28(108): 14-22

- (2552). การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. สืบค้นเมื่อ 2 มิถุนายน 2552, จาก http://www.ipst.ac.th/pri_math/article/Article%20PDFstyle/A-003.pdf.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (ม.ป.ป.). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: ม.ป.พ. อัดสำเนา.
- (2551). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แนวใหม่. ในปี 36 ปี สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. หน้า 79 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- พงษ์ศรีศรีมี เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2529). การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พูนทรัพย์ สิทธิพรหม. (2540). การสื่อสารเพื่อการพัฒนาท้องถิ่น. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาการ จัดการ สถาบันราชภัฏพระนคร.
- มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร. (2552). หลักสูตรการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ประเทศสหรัฐอเมริกา. สืบค้นเมื่อ 12 กรกฎาคม 2552, จาก math1.snru.ac.th/.../curriculum%20mathematics%20inUSA.ppt
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). ประมวลสาระชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการสอน(หน่วยที่ 9-12). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2527). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- (2530). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

- รัชนี้ ภู่อพัชรกุล. (2551). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). สงขลา: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยทักษิณ
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรพล พรหมมิกบุตร. (2534). การสื่อสารสัญลักษณ์ ธรรมชาติ พัฒนาการผลกระทบ. กรุงเทพฯ: อาร์ตไลน์.
- วรรณศิริ หลงรัก. (2553). ผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท (Contextual Learning) เรื่องสถิติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชระ น้อยมี. (2551). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรวิ ขันเชื้อ. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรวิ บูรณสิงห์. (2526). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. ในเอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- เวชฤทธิ์ อังกะภาทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2546). สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 เล่ม 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็ค.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). *มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- . (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2546). *คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- . (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น.การพิมพ์.
- . (2550). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: คุรุสภา.
- สมชาย วรภิเกษมสกุล. (2540). *การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการใช้สื่อแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและการพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2541). *การวัดผลการศึกษา*. กภาพสินธุ์. ประสานการพิมพ์.
- สมฤดี ดุกหลิม. (2552). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบโยนิโสมนสิการ เรื่องอสมการเพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์ด้านการตระหนักรู้ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2544). *การให้เหตุผล*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : Learn and Play MATHGROUP.
- สมัย เหล่าวานิชย์; และ พัวพรรณ เหล่าวานิชย์. (2546). *คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน+เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)*. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สันติ อธิพิณนาวกุล. (2550). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP(The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.

- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 255*. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). *ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุกัญญา บุรณเดชาชัย. (2550). *การสื่อสารมวลชนแนวคิด ทฤษฎีและสถานการณ์ในประเทศไทย*.
ชลบุรี: มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุคนธ์ธา ธรรมพุกโฮ. (2552). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการที่เน้นกระบวนการ
กลุ่มเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรม
การทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- สุบิน ชาโต. (2538). *ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จากหนังสือการ์ตูนเรื่องที่เสนอเนื้อหาแบบ
อุปนัยและนิรนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ต่างกัน*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีทางการศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2548). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ; และอรทัย มูลคำ. (2545). *วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความจำและทักษะ*. กรุงเทพฯ:
ภาพพิมพ์.
- สุวิน โจน์กุลวณิช. (2548). *ชุดการเรียนแบบอุปนัยโดยใช้กระบวนการกลุ่มเรื่องความน่าจะเป็น
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เสาวณีย์ ลิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคนิคทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ไสว พักขาว. (2544). *หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์
เอ็มพันธ์.
- อนันต์ ศรีโสภา. (2525). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

- อรรถพล คำภู. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้อิทธิพลของนักวิจัยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบอุปนัย วิธีการสอนแบบนิรนัยและวิธีการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อ้อมฤดี แซ่มอบล. (2553). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถาม หมวกความคิดทบทวนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัครยา สังข์จันทร์. (2543). การสอนเพื่อพัฒนาการใช้เหตุผล. คู่มือการเรียนการสอนการคิดวิเคราะห์หิววิจารณ์ คณะกรรมการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิดวิเคราะห์หิววิจารณ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัญชญา โพธิพลากร. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยบทเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน ประมวลบทความ หลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 101-102. กรุงเทพฯ: บพิตรการพิมพ์.
- (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อารี แสงขำ. (2550). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมสมอง. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. (2548). ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการทำให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- Akkus, Recai. (2007). Investigating the Changes in Teachers' Pedagogical Practices Through the Use of the Mathematics Reasoning Heuristic (MRH) Approach. *Dissertation Abstracts (Online)*. Retrieved September, 27, 2007. from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1310408451&sid=5&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Artzt, Alice F.; & Shirel, Yaloz-Femia. (1999). Mathematics Reasoning during Small-Group Problem Solving. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*. Stiff, Lee V. pp. 115-126. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)
- Aydin, Nuth.; Halat, Erdogan. (2009). The Impact of Undergraduate Mathematics Courses on College Students' Geometric Reasoning Stages. *The Montana Mathematics Enthusiast*. 6(1/2): 151-164. Retrieved June 4, 2010, from <http://content.ebscohost.com/pdf9/pdf/2009/1xDG/01Feb09/36292345.pdf?T=P&P=AN&K=36292345&S=R&D=ehh&EbscoContent=dGJyMNLe80SeprE4yOvsOLCmr0ieqLFSsKy4TKWxWxS&ContentCustomer=dGJyMOzprkm0qLRKuePfgex44Dt6fl>
- Ball, D. (1993). With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. *Elementary School Journal*. (93): 373.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communication, K-8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bloom, Benjamin S. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New York: McGraw-HillBook.
- Brandt, Ron. (1984, September). Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking. *Educational Leadership*. 42(1): 3. Christou, Constantinos; & Papageorgiou, Eleni.
- Bull, Michael Parter. (1993, May). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth Grade students that are Taught Problem-Solving Through a Four-Step Method That Addresses the Perceptual Strengths of Each Student (Magic Math). *Dissertation Abstracts*. (Online). 54-09A.
- Cai, Jinfa.; Jakabcsin, Mary S.; Lane, Suzanne. (1996, May). *Assessing Student's Mathematical Communication*. *School Science and Mathematics*. 96(5): 238 – 246. Retrieved June 4, 2010, from <http://www3.interscience.wiley.com/cgi-bin/fulltext/122646548/PDFSTART> New York: McGraw-Hill.
- Carroll, John B. (1963, May). *A Model of School Learning*. *Teacher College Record*. 64: 723-733.

- Christou, Contantinos; & Papageorgiou, Eleni. (2006, February). A Framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction*. 17(1): 55-66. Retrieved October 2, 2007, from <http://www.sciencedirect.com>.
- Covington, C. L.M . (2001). The Effect of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement. *Dissertation Abstracts International*. 61-12A.
- Dossey, John A.; et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary Approach to Teaching Grades..* Pacific Grove: Brooks/Cole.
- Douglas, Onika; Burton, Kimberly Smith; & Reese-Durham, Nancy. (2008, June). The Effects of the Multiple Intelligence Teaching Strategy on the Academic Achievement of Eighth Grade Math Students. *Journal of Instructional Psychology*. 2(35): 182.
- Eggen, Paul D.; Donald P. Kauchak.; & Robert J. Harder. (1979). *Strategies for Teacher Information Processing Models in the Classroom*. New Jersey : Englewood Cliffs Prentice – Hill.
- Fan, Chung-Teh. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton: Education Testing service.
- Ferguson, George A. (1981). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 5th ed. Tokyo: McGraw-Hill.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed . New York: Teacher College Preess.
- Greenes, Carole.; & Findell, Carol. (1999). Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities. *In Developing Mathematical Reasoning in Grades K- 12*. Stiff, Lee V.pp. 127 – 137. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)
- Guilford, J.P.; & Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York : McGran –Hill. Inlow. Gail M. (1963). Maturity in High School Teaching. Englewoot Califs, New Jersy: Prentice Hall, Inc.
- Haight, Carrie E.; Herron, Carol; & Cole, Steven E. (2007). The Effects of Deductive and Guided Inductive Instructional Approaches on the Learning of Grammar in the Elementary Foreign Language Gouege Classroom. *Foreign Language Annals*. 40(2)288-310. Retrieved May 5, 2010, from <http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/40sessionmgr13pdfviewer?vid=8&hid=14&sid=c07ca293-d05c-416b-be535135caf9c767%>

- Havill, Jessen T; & Ludwis, D. (2007). Technically speaking: fostering the communication of computer science and mathematics students. *Journal of the ACM(JACM)*. 54(3): 185-189. Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Jones, J.; Jones, K.; & Vermette, P. (2009). Using Social and Emotional Learning to Foster Academic Achievement in Secondary Mathematics. *American Secondary Education*. 37(3): 4–9.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics 1994*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.
- Kitsantas, Anastasia; Cheema, Jehanzeb; & Ware, Herbert W. (2011). Mathematics Achievement: The Role of Homework and Self-Efficacy Beliefs. *Journal of Advanced Academics*. 22(2): 310-339. Retrieved March 19, 2011, from <http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?hid=11&sid=ceedec61-928d-46ce-9559-3e2b78ab0feb%40sessionmgr10&vid=3>
- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon
- (1996). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. — Massachusetts: Allyn and Bacon
- Lardizabal, Amparo S.; et al. (1970). *Methods and Principles of Teaching*. Quezon City: Alema - Phoenix.
- Lewis, Mitzi.; Graves, Ingrid; & Sanchaz, Lenny. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. *Journal of the ACM(JACM)*. 53(3): 954-955. Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Maddox, Hary. (1963). *How to study*. London: Wyman . Lid.
- Mclver, Angela. (2005). Number Sense: An Exploration of Urban African-American Students' Numerical Reasoning. *Dissertation Abstracts (Online)*. Retrieved September, 27, 2007. from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1051242791&sid=18&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Mehrens, William A.; & Lehmann, Irvin J. (1969). *Measurement and Evaluation in Education and Psychology*. New York: Wadsworth Publishing Company.

- Mourad, Nihad Mahmoud. (2005). Inductive reasoning in the algebra classroom. *Dissertation Abstracts International*: San Jose State University.
- Mumme, Judith ; & Shepherd, Nancy. (1993). Communication in Mathematics. *In Implementing the K–8 Curriculum and Evaluation Standards*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- . (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- . (2004). (Online). Retrieved May 1, 2009, from <http://www.nctm.org/standard.html>/ Library.
- O'Daffer, Phares G. (1990, May). Activities: Inductive and Deductive Reasoning. *Mathematics Teacher*. 84(5): 378-384.
- O'Daffer, Phares G.; & Thornquist, Bruce A. (1993). Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof. *In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. Wilson. Patricia S. pp.39-56. New York: MacMilan Publishing Company
- Pelissier, MC. (2002). *Deductive and inductive reasoning in obsessive – compulsive disorder*. Retrieved August 19, 2006, from URL : <http://proquest.Umi.com>.
- Perveen, Kousar. (2010, March). Effect of the Problem – Solving Approach on Academic Achievement of Students in Mathematics at The Secondary Level. *Contemporary Issues In Education Research*. 3(3): 9-13. Retrieved March 14, 2010, from <http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?hid=8&sid=b08f797f-2b46-4e4f-9360-a9346ec55517%40sessionmgr10&vid=5>
- Prescott, Daniel A. (1961). Report of Conference on Child Study. *Educational Bulletin*. Faculty of Education, Chulalongkorn University.
- Prince, Michael J.; & Felder, Richard M. (2006, April). Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons, and Research Bases. *Journal of Engineering Education*. 95(2): 123 – 138. Retrieved May 4, 2010, from <http://web.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=11&hid=14&sid=c07ca293-d05c-416b-be53-5135ca9c767%40sessionmgr13>

- Rawat, D.S.; & Gupta, D.L. (1970). *Education Wastage at the Primary Level : A Handbook for Teacher*. New Delhi: S.K. Kitcha at Nalanda Press.
- Reif, Christine Elizabeth. (2003). Inductive versus deductive investigation: A study into their effect on conceptual understanding. *Dissertation Abstracts International*: California State University
- Reys, Robert E.; et al. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.
- (2003, January). Assessing the Impact of Standards – Based Middle Grades Mathematics Curriculum Materials on Student Achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(1): 74 - 95 6th ed. New York:
- Riedesel, C. Alan. (1990). *Teaching Elementary School Mathematics*. 5th ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Reading from the Arithmetic Teacher*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Rubel, Laurie H. (2007, November). Middle School and High School Students' Probabilistic Reasoning on Coin Tasks, *Journal for Research in Mathematics Education*. 38(5): 531-556
- Rubin, Rebecca B.; et al. (2010). *Communication Research: Strategies and Sources*. 7th ed. Canada: Wadsworth Cengage Learning.
- Seiler, William J.; & Beall, Melissa L. (2002). *Communication: Marking Connections*. 6th ed. Boston: Allyn & Bacon.
- Sidhu, Kulbir Singh. (1981). *The Teaching of Mathematics*. Third Revised. India: Serling Printers.
- Sirvani, Hosin. (2007, Fall). The Effect of Teacher Communication with Parents on Student's Mathematics Achievement. *American Secondary Education*. 36(1): 41.
- Sternberg, R. (1999). The Nature of Mathematical Reasoning. *In Developing Mathematical Reasoning in Grades K – 12*. Shiff, Lee V. pp. 37 -43 Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)
- Stiggins, Richard. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment*. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

- Takimoto, Masahiro. (2008, October). The Effects of Deductive Instruction on the Development of Language Learners' Pragmatic Competence. *Modern Language Journal*. 92(3): 369 -386
- Tella, Adedeji. (2007, 19 April). The Impact of Motivation on Student's Academic Achievement and Learning Outcomes in Mathematics among Secondary School Students in Nigeria. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 3(2). 154.
- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Tubbs, Stewart.; & Moss, Sylvia. (1983). *Human Communication*. 4th ed. New York: Random House.
- Verderber, Rudolph F. (1996). *Communicate*. 8th ed. Belmont: Wadsworth Publishing Company.
- Walton, Sue.; Jeffrey, Wayne. (1995). *Communication Principles: A Modular Approach*. Sydney: Prentice Hall of Australia.
- Wilmot, W. W. (1987). *Dyadic Communication*. 3rd ed. New York: Random House.
- Wilson, James W. (1971). Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. *In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Bloom, Benjamin S. pp. 643-649. New York: McGraw – Hill, Inc
- Wolf, Kimberly. (2009). *Developing a Deeper Understanding of Fraction through Communication*. Retrieved June 2, 2010, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?index=4&did=1850318791&SrchMode=1&sid=2&VInst=PROD&Type=PQD&RQT=309&VName=PQD&TS=12754887455&clientId=61839>



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_x^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_x^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_x^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

ตาราง 12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1
2	0	1	1	0.67
3	1	1	1	1
4	0	1	1	0.67
5	1	1	1	1
6	0	1	1	0.67
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	1	1	1	1
13	1	1	1	1
14	1	1	1	1
15	1	1	1	1
16	1	1	1	1
17	1	1	1	1
18	1	1	1	1
19	1	1	1	1
20	1	1	1	1
21	1	1	1	1
22	0	1	1	0.67
23	1	1	1	1
24	0	1	1	0.67
25	1	1	1	1

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่			ค่า IOC
	1	2	3	
26	1	1	1	1
27	1	1	1	1
28	1	1	1	1
29	1	1	1	1
30	1	1	1	1
31	0	1	1	0.67
32	1	1	1	1
33	1	1	1	1
34	1	1	1	1
35	1	1	1	1
36	1	1	1	1
37	1	1	1	1
38	1	1	1	1
39	1	1	1	1
40	1	0	1	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC ≥ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จำนวน 40 ข้อ

ตาราง 13 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง สถิติ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญท่านที่			ค่า IOC
	1	2	3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	0	1	1	0.67
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ด้านการเขียน ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า
 $IOC \geq 0.5$ ซึ่งทุกข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จึงคัดเลือกทั้ง 10 ข้อ

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
1	0.55	0.79	คัดเลือก
2	0.26	0.45	คัดออก
3	0.61	0.82	คัดเลือก
4	0.50	0.42	คัดออก
5	0.51	0.79	คัดเลือก
6	0.65	0.36	คัดออก
7	0.51	0.31	คัดออก
8	0.43	0.37	คัดออก
9	0.49	0.46	คัดออก
10	0.46	0.28	คัดออก
11	0.61	0.42	คัดออก
12	0.48	0.31	คัดออก
13	0.43	0.54	คัดเลือก
14	0.50	0.76	คัดเลือก
15	0.43	0.76	คัดเลือก
16	0.85	0.30	คัดออก
17	0.53	0.44	คัดออก
18	0.55	0.79	คัดเลือก
19	0.60	0.69	คัดเลือก
20	0.13	0.27	คัดออก
21	0.51	0.67	คัดเลือก
22	0.53	0.27	คัดออก
23	0.45	0.44	คัดเลือก
24	0.84	0.31	คัดออก
25	0.50	0.46	คัดเลือก

ตาราง 14 (ต่อ)

ข้อที่	p	r	ผลการพิจารณา
26	0.63	0.59	คัดเลือก
27	0.49	0.47	คัดออก
28	0.38	0.82	คัดเลือก
29	0.55	0.29	คัดออก
30	0.48	0.31	คัดออก
31	0.39	0.58	คัดเลือก
32	0.58	0.38	คัดเลือก
33	0.43	0.76	คัดเลือก
34	0.84	0.27	คัดออก
35	0.66	0.22	คัดออก
36	0.56	0.44	คัดเลือก
37	0.58	0.55	คัดเลือก
38	0.55	0.79	คัดเลือก
39	0.39	0.42	คัดออก
40	0.55	0.32	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.38 – 0.65 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไปและคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.32 – 0.82 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 20 ข้อ ที่ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามหลักสูตรไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 15 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_t^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่น
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	16	256	26	13	169
2	18	324	27	17	289
3	19	361	28	8	64
4	16	256	29	16	256
5	6	36	30	19	361
6	17	289	31	7	49
7	17	289	32	17	289
8	17	289	33	11	121
9	9	81	34	14	196
10	18	324	35	18	324
11	16	256	36	14	196
12	12	144	37	10	100
13	16	256	38	7	49
14	5	25	39	17	289
15	16	256	40	7	49
16	19	361	41	16	256
17	16	256	42	15	225
18	17	289	43	14	196
19	14	196	44	9	81
20	15	225	45	17	289
21	11	121	46	10	100
22	7	49	47	15	225
23	17	289	48	13	169
24	6	36	49	9	81
25	8	64	50	14	196

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
51	7	49	76	16	256
52	16	256	77	17	289
53	16	256	78	18	324
54	13	169	79	7	49
55	18	324	80	17	289
56	14	196	81	8	64
57	17	289	82	17	289
58	17	289	83	17	289
59	15	225	84	18	324
60	11	121	85	17	289
61	16	256	86	18	324
62	7	49	87	18	324
63	7	49	88	18	324
64	16	256	89	18	324
65	14	196	90	19	361
66	17	289	91	18	324
67	18	324	92	16	256
68	14	196	93	17	289
69	17	289	94	18	324
70	7	49	95	17	289
71	13	169	96	17	289
72	17	289	97	18	324
73	17	289	98	16	256
74	7	49	99	19	361
75	9	81	100	18	324
			$\sum X = 1,432$		$\sum X^2 = 22,106$

ตาราง 16 ค่า p และ q ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.73	0.27	0.20	11	0.69	0.31	0.21
2	0.82	0.18	0.14	12	0.84	0.16	0.13
3	0.80	0.20	0.16	13	0.76	0.24	0.18
4	0.59	0.41	0.24	14	0.78	0.22	0.17
5	0.65	0.35	0.23	15	0.72	0.28	0.2
6	0.76	0.24	0.18	16	0.66	0.34	0.22
7	0.69	0.31	0.21	17	0.68	0.32	0.22
8	0.77	0.23	0.18	18	0.75	0.25	0.19
9	0.76	0.24	0.18	19	0.8	0.2	0.16
10	0.70	0.30	0.21	20	0.82	0.18	0.15
รวม							3.76

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้
สูตร KR – 20 (Kuder – Richardson)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ 1-p
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

$$\text{โดยที่ } s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
-------	---------	-----	-------------------------------------

$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบ ทั้งฉบับ
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 15 จะได้ $\sum X = 1,432$, $\sum X^2 = 22,106$, $N = 100$

$$\begin{aligned}
 s_t^2 &= \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{100(22,106) - (1,432)^2}{100(100 - 1)} \\
 &= \frac{2,210,600 - 2,050,624}{9,900} \\
 &= 16.16
 \end{aligned}$$

จากตาราง 16 จะได้ $k = 20$, $\sum pq = 3.76$, $s_t^2 = 16.16$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\} \\
 &= \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{3.76}{16.16} \right\} \\
 &= \frac{20}{19} (1 - 0.23) \\
 &= \frac{20}{19} (0.77) \\
 &= 0.81
 \end{aligned}$$

ตาราง 17 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.74	0.40	คัดออก
2	0.56	0.53	คัดเลือก
3	0.64	0.42	คัดออก
4	0.38	0.40	คัดออก
5	0.61	0.49	คัดเลือก
6	0.63	0.49	คัดเลือก
7	0.53	0.58	คัดเลือก
8	0.59	0.44	คัดออก
9	0.81	0.47	คัดออก
10	0.52	0.34	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เฉพาะข้อที่มีค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.52 – 0.63 ซึ่งเป็นความยากพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.34 – 0.58 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้จำนวน 5 ข้อ ได้แก่ ข้อ 2, 5, 6, 7 และ 10 ที่ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามหลักสูตรไปใช้ในครั้งต่อไป

ตาราง 18 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ s_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
2	835	14,785	17.15
5	782	13,020	16.11
6	643	9,277	20.57
7	790	13,404	18.81
10	482	5,542	18.27
			$\sum s_i^2 = 90.91$

ตาราง 19 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่า s_p^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
1	40	1,600	26	58	3,364
2	79	6,241	27	49	2,401
3	57	3,249	28	75	5,625
4	82	6,724	29	101	10,201
5	41	1,681	30	101	10,201
6	58	3,364	31	63	3,969
7	71	5,041	32	64	4,096
8	79	6,241	33	39	1,521
9	98	9,604	34	64	4,096
10	82	6,724	35	61	3,721
11	79	6,241	36	49	2,401
12	25	625	37	60	3,600
13	72	5,184	38	74	5,476
14	79	6,241	39	69	4,761
15	56	3,136	40	70	4,900
16	89	7,921	41	72	5,184
17	46	2,116	42	89	7,921
18	71	5,041	43	112	12,544
19	77	5,929	44	74	5,476
20	99	9,801	45	56	3,136
21	72	5,184	46	109	11,881
22	81	6,561	47	55	3,025
23	35	1,225	48	52	2,704
24	118	13,924	49	74	5,476
25	85	7,225	50	71	5,041
					$\sum X = 3,532$
					$\sum X^2 = 269,544$

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

และ
$$s_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 19 จะได้ $\sum X = 3,532$, $\sum X^2 = 269,544$, $N = 50$

$$\begin{aligned}
 s_t^2 &= \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{50(269,544) - (3,532)^2}{50(50 - 1)} \\
 &= \frac{13,477,200 - 12,475,024}{2,450} \\
 &= 409.05
 \end{aligned}$$

จากตาราง 18 จะได้ $k = 5$, $\sum s_i^2 = 90.91$, $s_t^2 = 409.05$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\
 &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{90.91}{409.05} \right\} \\
 &= \frac{5}{5-1} (1 - 0.22) \\
 &= 0.98
 \end{aligned}$$

ตาราง 20 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้ คะแนนคนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
1	19	18	361	324	342
2	38	35	1,444	1,225	1,330
3	27	26	729	676	702
4	40	41	1,600	1,681	1,640
5	18	22	324	484	396
6	26	25	676	625	650
7	35	33	1,225	1,089	1,155
8	37	35	1,369	1,225	1,295
9	45	46	2,025	2,116	2,070
10	39	36	1,521	1,296	1,404
11	36	37	1,296	1,369	1,332
12	11	14	121	196	154
13	34	36	1,156	1,296	1,224
14	39	35	1,521	1,225	1,365
15	27	26	729	676	702
16	46	41	2,116	1,681	1,886
17	24	23	576	529	552
18	35	36	1,225	1,296	1,260
19	36	37	1,296	1,369	1,332
20	46	47	2,116	2,209	2,162
21	35	36	1,225	1,296	1,260
22	37	34	1,369	1,156	1,258
23	15	19	225	361	285
24	49	49	2,401	2,401	2,401
25	42	38	1,764	1,444	1,596
26	29	28	841	784	812

ตาราง 20 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้ คะแนนคนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
27	24	27	576	729	648
28	34	33	1,156	1,089	1,122
29	46	41	2,116	1,681	1,886
30	44	45	1,936	2,025	1,980
31	25	26	625	676	650
32	29	32	841	1024	928
33	17	20	289	400	340
34	30	33	900	1,089	990
35	26	25	676	625	650
36	24	27	576	729	648
37	27	30	729	900	810
38	33	35	1,089	1,225	1,155
39	32	34	1,024	1,156	1,088
40	31	33	961	1,089	1,023
41	35	36	1,225	1,296	1,260
42	39	41	1,521	1,681	1,599
43	47	49	2,209	2,401	2,303
44	34	36	1,156	1,296	1,224
45	26	29	676	841	754
46	46	47	2,116	2,209	2,162
47	27	30	729	900	810
48	25	24	625	576	600
49	35	32	1,225	1,024	1,120
50	34	36	1,156	1,296	1,224
รวม	1,635	1,654	57,383	57,986	57,539

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
	$\sum Y$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	$\sum X^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$ แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$ แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
	N แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 20 จะได้ $\sum X = 1,635$, $\sum Y = 1,654$, $\sum X^2 = 57,383$,
 $\sum Y^2 = 57,986$, $\sum XY = 57,539$, $N = 50$

$$\begin{aligned} r_{XY} &= \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \\ &= \frac{50(57,539) - (1,635)(1,654)}{\sqrt{[50(57,383) - (1,635)^2][50(57,986) - (1,654)^2]}} \\ &= \frac{172,660}{179025.7} \\ &= 0.96 \end{aligned}$$

ตาราง 21 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้ คะแนนคนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
1	21	23	441	529	483
2	41	41	1,681	1,681	1,681
3	30	28	900	784	840
4	42	46	1,764	2,116	1,932
5	23	21	529	441	483
6	32	30	1,024	900	960
7	36	40	1,296	1,600	1,440
8	42	41	1,764	1,681	1,722
9	53	55	2,809	3,025	2,915
10	43	41	1,849	1,681	1,763
11	43	47	1,849	2,209	2,021
12	14	16	196	256	224
13	38	41	1,444	1,681	1,558
14	40	41	1,600	1,681	1,640
15	29	34	841	1,156	986
16	43	39	1,849	1,521	1,677
17	22	27	484	729	594
18	36	35	1,296	1,225	1,260
19	41	46	1,681	2,116	1,886
20	53	50	2,809	2,500	2,650
21	37	42	1,369	1,764	1,554
22	44	50	1,936	2,500	2,200
23	20	21	400	441	420
24	69	70	4,761	4,900	4,830
25	43	41	1,849	1,681	1,763
26	29	28	841	784	812

ตาราง 21 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้ คะแนนคนที่ 2 (Y)	X ²	Y ²	XY
27	25	22	625	484	550
28	41	40	1,681	1,600	1,640
29	55	58	3,025	3,364	3,190
30	57	54	3,249	2,916	3,078
31	38	37	1,444	1,369	1,406
32	35	39	1,225	1,521	1,365
33	22	18	484	324	396
34	34	30	1,156	900	1,020
35	35	35	1,225	1,225	1,225
36	25	31	625	961	775
37	33	29	1,089	841	957
38	41	42	1,681	1,764	1,722
39	37	41	1,369	1,681	1,517
40	39	39	1,521	1,521	1,521
41	37	34	1,369	1,156	1,258
42	50	50	2,500	2,500	2,500
43	65	63	4,225	3,969	4,095
44	40	43	1,600	1,849	1,720
45	30	31	900	961	930
46	63	63	3,969	3,969	3,969
47	28	32	784	1024	896
48	27	26	729	676	702
49	39	33	1,521	1,089	1,287
50	37	40	1,369	1,600	1,480
รวม	1897	1924	78,627	80,846	79,493

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r แทน	สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย
$\sum Y$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้วิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย แต่ละตัวยกกำลังสอง
$\sum XY$	แทน	ผลรวมของผลคูณระหว่างคะแนนที่ตรวจโดย ผู้วิจัยกับคะแนนที่ตรวจโดยผู้ช่วยวิจัย
N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

จากตาราง 21 จะได้ $\sum X = 1897$, $\sum Y = 1924$, $\sum X^2 = 78,627$,
 $\sum Y^2 = 80,846$, $\sum XY = 79,493$, $N = 50$

$$\begin{aligned} r_{XY} &= \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2][N\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \\ &= \frac{50(79,493) - (1,897)(1,924)}{\sqrt{[50(78,627) - (1,897)^2][50(80,846) - (1,924)^2]}} \\ &= \frac{324,822}{336,610} \\ &= 0.96 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

คะแนนของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ
- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ

ตาราง 22 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
1	8	14	196	6	36
2	5	14	196	9	81
3	7	17	289	10	100
4	11	20	400	9	81
5	10	13	169	3	9
6	10	15	225	5	25
7	5	12	144	7	49
8	9	16	256	7	49
9	7	18	324	11	121
10	5	15	225	10	100
11	12	19	361	7	49
12	7	14	196	7	49
13	7	19	361	12	144
14	9	13	169	4	16
15	5	10	100	5	25
16	9	18	324	9	81
17	6	12	144	6	36
18	10	17	289	7	49
19	8	15	225	7	49
20	10	15	225	5	25
21	8	15	225	7	49
22	6	16	256	10	100
23	5	13	169	8	64
24	12	19	361	7	49
25	8	17	289	9	81

ตาราง 22 (ต่อ)

คนที่	X ₁	X ₂	X ₂ ²	D	D ²
26	10	16	256	6	36
27	9	19	361	10	100
28	6	9	81	3	9
29	9	17	289	8	64
30	7	10	100	3	9
31	9	15	225	6	36
32	7	16	256	9	81
33	7	11	121	4	16
34	11	18	324	7	49
35	5	17	289	12	144
		$\sum X_2 = 534$	$\sum X_2^2 = 8,420$	$\sum D = 255$	$\sum D^2 = 2,061$

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for
Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 255$, $\sum D^2 = 2,061$, $(\sum D)^2 = 65,025$, $n = 35$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{255}{\sqrt{\frac{35(2,061) - 65,025}{35-1}}} \\
 &= \frac{255}{14.46} \\
 &= 17.63
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)



เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ
t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังได้รับการ
จัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{534}{35} \\ &= 15.26\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลัง
ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{35(8,420) - (534)^2}{35(35-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{9,544}{1,190}} \\ &= 2.83\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 15.26$, $\mu_0 = 14$, $s = 2.83$, $n = 35$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{15.26 - 14}{\frac{2.83}{\sqrt{35}}}$$

$$= 2.63$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)



ตาราง 23 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
1	12	36	1,296	24	576
2	8	33	1,089	25	625
3	11	41	1,681	30	900
4	14	48	2,304	34	1,156
5	15	27	729	12	144
6	9	41	1,681	32	1,024
7	10	36	1,296	26	676
8	12	42	1,764	30	900
9	11	45	2,025	34	1,156
10	14	43	1,849	29	841
11	10	48	2,304	38	1,444
12	12	36	1,296	24	576
13	9	46	2,116	37	1,369
14	8	34	1,156	26	676
15	11	32	1,024	21	441
16	10	47	2,209	37	1,369
17	11	35	1,225	24	576
18	9	44	1,936	35	1,225
19	10	38	1,444	28	784
20	12	40	1,600	28	784
21	10	41	1,681	31	961
22	14	45	2,025	31	961
23	10	38	1,444	28	784
24	11	46	2,116	35	1,225
25	7	40	1,600	33	1,089

ตาราง 23 (ต่อ)

คนที่	X ₁	X ₂	X ₂ ²	D	D ²
26	9	39	1,521	30	900
27	11	45	2,025	34	1,156
28	10	28	784	18	324
29	9	44	1,936	35	1,225
30	13	33	1,089	20	400
31	12	37	1,369	25	625
32	8	39	1,521	31	961
33	13	29	841	16	256
34	10	42	1,764	32	1,024
35	14	43	1,849	29	841
		$\sum X_2 = 1,381$	$\sum X_2^2 = 55,589$	$\sum D = 1,002$	$\sum D^2 = 29,974$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 1,002$, $\sum D^2 = 29,974$, $(\sum D)^2 = 1,004,004$, $n = 35$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{1,002}{\sqrt{\frac{35(29,974) - 1,004,004}{35-1}}} \\ &= \frac{1,002}{36.42} \\ &= 27.51 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติหาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{1,381}{35} \\ &= 39.46\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{35(55,589) - (1,381)^2}{35(35-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{38,454}{1,190}} \\ &= 5.68\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 39.46$, $\mu_0 = 35$, $s = 5.68$, $n = 35$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{39.46 - 35}{\frac{5.68}{\sqrt{35}}} \\ &= 4.65\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)

ตาราง 24 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ
(คะแนนเต็ม 70 คะแนน)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
1	11	50	2,500	39	1,521
2	9	46	2,116	37	1,369
3	13	57	3,249	44	1,936
4	16	67	4,489	51	2,601
5	19	38	1,444	19	361
6	8	57	3,249	49	2,401
7	12	50	2,500	38	1,444
8	14	59	3,481	45	2,025
9	13	63	3,969	50	2,500
10	15	60	3,600	45	2,025
11	8	59	3,481	51	2,601
12	13	50	2,500	37	1,369
13	10	64	4,096	54	2,916
14	11	47	2,209	36	1,296
15	12	44	1,936	32	1,024
16	13	66	4,356	53	2,809
17	12	49	2,401	37	1,369
18	11	62	3,844	51	2,601
19	13	53	2,809	40	1,600
20	14	56	3,136	42	1,764
21	11	57	3,249	46	2,116
22	20	63	3,969	43	1,849
23	11	53	2,809	42	1,764
24	12	64	4,096	52	2,704
25	9	56	3,136	47	2,209

ตาราง 24 (ต่อ)

คนที่	X_1	X_2	X_2^2	D	D^2
26	9	55	3,025	46	2,116
27	11	63	3,969	52	2,704
28	11	39	1,521	28	7,84
29	7	58	3,364	51	2,601
30	11	46	2,116	35	1,225
31	13	52	2,704	39	1,521
32	9	55	3,025	46	2,116
33	11	40	1,600	29	841
34	14	58	3,364	44	1,936
35	13	60	3,600	47	2,209
		$\sum X_2 = 1,916$	$\sum X_2^2 = 106,912$	$\sum D = 1,497$	$\sum D^2 = 66,227$

เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นิรนัย เรื่อง สถิติ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; \quad df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคู่ยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 1,497$, $\sum D^2 = 66,227$, $(\sum D)^2 = 2241,009$, $n = 35$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\ &= \frac{1,497}{\sqrt{\frac{35(66,227) - 2241,009}{35-1}}} \\ &= \frac{1,497}{47.57} \\ &= 31.47 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)

เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{1,916}{35} \\ &= 54.74\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{35(1069129) - (1,916)^2}{35(35-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{70,864}{1,190}} \\ &= 7.72\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 54.74$, $\mu_0 = 49$, $s = 7.28$, $n = 35$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{54.74 - 49}{\frac{7.28}{\sqrt{35}}} \\ &= 4.40\end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ว่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)

ตาราง 25 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ

คนที่	คะแนน ด้านการพูด	ร้อยละ	คนที่	คะแนน ด้านการพูด	ร้อยละ
1	27	75.00	19	27	75.00
2	26	72.22	20	30	83.33
3	27	75.00	21	29	80.56
4	32	88.89	22	31	86.11
5	26	72.22	23	28	77.78
6	29	80.33	24	30	83.33
7	26	72.22	25	27	75.00
8	29	80.56	26	28	77.78
9	30	83.33	27	30	83.33
10	30	83.33	28	26	72.22
11	29	80.33	29	30	83.33
12	26	72.22	30	26	72.22
13	31	86.11	31	26	72.22
14	26	72.22	32	28	77.78
15	26	72.22	33	26	72.22
16	32	88.89	34	29	80.33
17	26	72.22	35	30	83.33
18	31	86.11			

เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์
(ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ &= \frac{2,749.29}{35} \\ &= 78.55\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย เรื่อง สถิติ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{35(217,015.6) - (2,749.29)^2}{35(35 - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{36,950}{1,190}} \\ &= 5.57\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 78.55$, $\mu_0 = 70$, $s = 5.57$, $n = 35$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{78.55 - 70}{\frac{5.57}{\sqrt{35}}} \\ &= 9.08 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.441 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 เมื่อ $df = 35 - 1 = 34$)



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย – นිරนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์
- แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แผนการจัดการเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน(ค 23102)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ฐานนิยม

เวลา 1 คาบ

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด

ม.3/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่และเลือกใช้อย่างเหมาะสม

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 5.3: ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ

ม.3/2 อธิบายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

มาตรฐานการเรียนรู้

ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.3/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆได้อย่างเหมาะสม

ม.3/3 ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจนและชัดเจน

ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. สารระสำคัญ

ฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด เป็นค่ากลางของข้อมูลอีกชนิดหนึ่ง ซึ่งสามารถหาได้โดยสังเกตจากความถี่ของข้อมูลค่า นั้น นั่นคือในการหาฐานนิยมต้องพิจารณาจากความถี่เป็นหลัก

วิธีการหาฐานนิยม สามารถหาได้ดังนี้

1. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเพียงข้อมูลเดียว ฐานนิยม คือข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดนั้น
2. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลแต่ละตัวมีความถี่เท่ากันหมด จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม
3. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเท่ากันมากกว่า หนึ่งข้อมูล ในที่นี้จะไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนั้น

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1) หาฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่แจกแจงความถี่ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

- 1) แก้ปัญหา
- 2) ให้เหตุผล
- 3) สื่อสารทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 1) มีความรับผิดชอบ
- 2) ใฝ่เรียนรู้
- 3) มุ่งมั่นในการทำงาน

4. สารการเรียนรู้

ฐานนิยม (Mode)

นักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องการทราบว่าเพื่อน ๆ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทุกคนในโรงเรียนของตนชอบกีฬาฟุตบอล วอลเลย์บอลหรือบาสเกตบอล อย่างใดมากที่สุด นักเรียนกลุ่มนี้จึงเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการสอบถามนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทุกคน จำนวน 290 คน เมื่อได้ข้อมูลครบถ้วนแล้ว จึงนำมาจำแนกตามความชอบมากที่สุด ได้ผลดังนี้

ชอบฟุตบอล 90 คน

ชอบวอลเลย์บอล 120 คน

ชอบบาสเกตบอล 80 คน

นักเรียนกลุ่มนี้จึงได้สรุปว่า เพื่อน ๆ ของเขาชอบวอลเลย์บอลมากที่สุด ในทางสถิติ เราเรียกข้อมูลที่มีคนชอบมากที่สุดนี้ว่า **ฐานนิยม**

ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด เป็นค่ากลางของข้อมูลอีกชนิดหนึ่ง ซึ่งสามารถหาได้โดยสังเกตจากความถี่ของข้อมูลค่านั้น นั่นคือในการหาฐานนิยมต้องพิจารณาจากความถี่เป็นหลัก

วิธีการหาฐานนิยม สามารถหาได้ดังนี้

1. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเพียงข้อมูลเดียว ฐานนิยม คือข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดนั้น
2. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลแต่ละตัวมีความถี่เท่ากันหมด จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม
3. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเท่ากันมากกว่า หนึ่งข้อมูล ในที่นี้จะไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนั้น

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 5, 7, 7, 9, 9, 9, 10, 12

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ 9

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 0.2, 0.7, 0.2, 0.8, 0.1, 0.2, 0.4, 0.7

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ 0.2

ตัวอย่างที่ 3 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 13 คนเป็นดังนี้

17, 9, 12, 15, 14, 15, 14, 16, 15, 12, 17, 15, 9

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ 15

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 3, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 9, 9

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 21, 25, 15, 21, 25, 21, 16, 25,

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

ตัวอย่างที่ 6 นักยิมนาสติกชายผู้หนึ่งทำคะแนนในการแข่งขันครั้งหนึ่งได้ดังนี้

10.9, 11.3, 9.9, 10.9, 11.7, 11.3, 9.8, 10.8, 11.9

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

ตัวอย่างที่ 7 จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

3, 3, 4, 4, 7, 7, 9, 9

ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม

ตัวอย่างที่ 8 ส่วนสูงของเด็กกลุ่มหนึ่งเป็นเซนติเมตร ดังนี้

153, 149, 161, 152, 167, 150, 155, 160, 156, 163

ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนค่ากลางที่เรียนมาแล้ว 2 ค่า และซักถามนักเรียนในชั้นว่านักเรียนใส่เสื้อยืดมีขนาดใดบ้าง ซึ่งอาจมีทั้งขนาด S M L หรือ XL ก็ได้ โดยที่ขนาดของเสื้อไม่เป็นจำนวนจริง ถ้าจะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมีฐานจะทำไม่ได้ แต่สามารถใช้ค่ากลางอีกค่าคือฐานนิยมซึ่งอาจจะพูดเป็นแนวว่าคำว่า “นิยม” แสดงถึงความชอบ

2. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ฐานนิยมคืออะไรและมีวิธีการหาอย่างไร (ตามประสบการณ์ของผู้เรียน)

ขั้นสอน

3. ครูยกตัวอย่างการหาฐานนิยมแล้วให้นักเรียนช่วยกันเสนอแนะวิธีหาคำตอบและให้นักเรียนช่วยกันสังเกตองค์ประกอบที่คล้าย ๆ กันในแต่ละตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 5, 7, 7, 9, 9, 9, 10, 12

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 9

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 0.2, 0.7, 0.2, 0.8, 0.1, 0.2, 0.4, 0.7

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 0.2

ตัวอย่างที่ 3 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 13 คนเป็นดังนี้

17, 9, 12, 15, 14, 15, 14, 16, 15, 12, 17, 15, 9

ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ 15

1) จากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด 9 จึงเป็นฐานนิยม

(แนวคำตอบ 9 เป็นฐานนิยมเพราะมีความถี่มากที่สุด)

2) จากตัวอย่างที่ 2 นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด 0.2 จึงเป็นฐานนิยม

(แนวคำตอบ 0.2 เป็นฐานนิยมเพราะมีความถี่มากที่สุด)

3) จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใด 15 จึงเป็นฐานนิยม

(แนวคำตอบ 15 เป็นฐานนิยมเพราะมีความถี่มากที่สุด)

4) จากตัวอย่างที่ 1- 3 นักเรียนสังเกตเห็นองค์ประกอบใดที่คล้าย ๆ กัน

(ตามประสบการณ์ของผู้เรียน)

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 3, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 9, 9

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 21, 25, 15, 21, 25, 21, 16, 25,

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

ตัวอย่างที่ 6 นักยิมนาสติกชายผู้หนึ่งทำคะแนนในการแข่งขันครั้งหนึ่งได้ดังนี้

10.9, 11.3, 9.9, 10.9, 11.7, 11.3, 9.8, 10.8, 11.9

ไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้

- 1) จากตัวอย่างที่ 4 - 6 นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใดข้อมูลทั้ง 3 ชุดนี้จึงไม่พิจารณาหาฐานนิยม(แนวคำตอบ เพราะข้อมูลแต่ละชุดมีความถี่เท่ากันมากกว่าหนึ่งข้อมูล)

ตัวอย่างที่ 7 จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

3, 3, 4, 4, 7, 7, 9, 9

ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม

ตัวอย่างที่ 8 ส่วนสูงของเด็กกลุ่มหนึ่งเป็นเซนติเมตร ดังนี้

153, 149, 161, 152, 167, 150, 155, 160, 156, 163

ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม

- 1) จากตัวอย่างที่ 7 - 8 นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใดข้อมูลทั้ง 2 ชุดนี้จึงไม่มีฐานนิยม(แนวคำตอบ เพราะข้อมูลแต่ละชุดมีความถี่เท่ากัน คือ ความถี่เท่ากับ 1)

ขั้นสรุปกฎเกณฑ์

4. นักเรียนร่วมกันสรุปหลักการหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่โดยเชื่อมโยงจากตัวอย่างข้างต้น

ฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด เป็นค่ากลางของข้อมูลอีกชนิดหนึ่ง ซึ่งสามารถหาได้โดยสังเกตจากความถี่ของข้อมูลค่านั้น นั่นคือในการหาฐานนิยมต้องพิจารณาจากความถี่เป็นหลัก

วิธีการหาฐานนิยม สามารถหาได้ดังนี้

1. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเพียงข้อมูลเดียว ฐานนิยม คือข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดนั้น
2. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลแต่ละตัวมีความถี่เท่ากันหมด จะถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม
3. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง มีข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเท่ากันมากกว่า หนึ่งข้อมูล ในที่นี้จะไม่พิจารณาหาฐานนิยมของข้อมูลชุดนั้น

ขั้นประเมินผล

5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม(ใช้กลุ่มเดิม) กลุ่มละ 3 - 4 คน ช่วยกันทำใบกิจกรรมที่ 5.1
6. ครูสุ่มนักเรียนในแต่ละกลุ่มเป็นตัวแทนนำเสนอคำตอบของกลุ่มหน้าชั้นเรียนซึ่งต้องไม่ซ้ำกับนักเรียนคนเดิม พร้อมส่งใบกิจกรรมที่ 5.1 จนครบทุกกลุ่ม
7. ครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยและร่วมกันอภิปรายสิ่งที่ได้จากการเรียนและคาดหวังว่าจะนำไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆได้
8. ครูแจกแบบฝึกทักษะที่ 5.1 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน
9. ครูตรวจแบบฝึกทักษะที่ 5.1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

- แบบฝึกทักษะที่ 5.1

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 5.1 เรื่อง การหาฐานนิยม
2. แบบฝึกทักษะที่ 5.1 เรื่อง การหาฐานนิยม
3. สื่อ Microsoft PowerPoint เรื่อง ฐานนิยม

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์
ด้านความรู้	ตรวจจากใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ	- ใบกิจกรรมที่ 5.1 - แบบฝึกทักษะที่ 5.1	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านทักษะ/กระบวนการ 1) แก้ปัญหา 2) ให้เหตุผล 3) สื่อสารทางคณิตศาสตร์	ตรวจจากใบกิจกรรมแบบฝึกทักษะและการสังเกต	- ใบกิจกรรมที่ 5.1 - แบบฝึกทักษะที่ 5.1 แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะ 1) มีความรับผิดชอบ 2) ใฝ่เรียนรู้ 3) มุ่งมั่นในการทำงาน	แบบประเมินคุณลักษณะระหว่างเรียนและหลังการเรียนรู้	แบบประเมินคุณลักษณะ	ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....



นางสาวธีณรัตน์ สัnger
ผู้จัดการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 5.1

เรื่อง การหาฐานนิยม

กลุ่ม.....ชั้น.....

1. เลขที่.....
2. เลขที่.....
3. เลขที่.....
4. เลขที่.....

คำชี้แจง จงหาฐานนิยมจากโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1) 2, 9, 15, 7, 8, 2, 17, 15, 8, 9, 8

.....

.....

2) 7, 11, 19, 22, 7, 19, 17, 11, 12, 11, 19

.....

.....

3) 1, 2, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 1, 2, 3

.....

.....

4) 5, 7, 4, 8, 7, 11, 7, 4, 10, 8

.....

.....

5) 41.4, 38.5, 40.1, 37.3, 38.7, 35.2, 43.9, 39.3

.....

.....

ไม่ยากนะ...เพื่อนๆลองคิดดู



2. ร้านขายเสื้อผ้าสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง จำหน่ายเสื้อขนาดตามเบอร์ต่าง ๆ ในหนึ่งสัปดาห์ได้ดังตาราง

เบอร์เสื้อ	9	10	11	12	13	14	15
จำนวนที่จำหน่ายได้	7	5	6	10	8	7	3

คนส่วนใหญ่ซื้อเสื้อเบอร์อะไร

.....

3. รายได้ต่อเดือนของพนักงาน 8 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

5,300 , 4,800 , 5,000 , 5,200 , 4,500 , 8,000 , 5,100 , 6,500

จงหาฐานนิยมของข้อมูลดังกล่าว

.....

4. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 อยู่ห้าตัว มี 6 อยู่หกตัว มี 7 อยู่เจ็ดตัว มี 8 อยู่แปดตัว และมี 9 อยู่เก้าตัว
 จงหาฐานนิยมของข้อมูลนี้

.....

5. จากการทดลองโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อม ๆ กัน สังเกตผลรวมของแต้มที่ปรากฏได้ดังนี้

ผลรวมของแต้มที่ปรากฏ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ความถี่	4	6	6	12	13	20	16	10	6	4	3

จงหาฐานนิยมของผลรวมของแต้มที่ปรากฏ

.....



เฉลยใบกิจกรรมที่ 5.1

เรื่อง การหาฐานนิยม

คำชี้แจง จงหาฐานนิยมจากโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1) 2, 9, 15, 7, 8, 2, 17, 15, 8, 9, 8

จากข้อมูลจะพบว่า 8 มีความถี่เท่ากับ 3 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด.....
ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 8.....

2) 7, 11, 19, 22, 7, 19, 17, 11, 12, 11, 19

จากข้อมูลจะพบว่า 11 และ 19 มีความถี่เท่ากับ 3 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด...
ดังนั้น จะไม่พิจารณาฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้.....

3) 1, 2, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 1, 2, 3

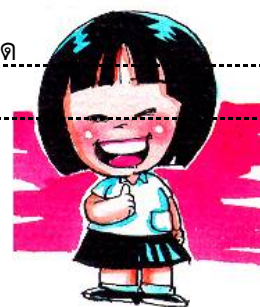
จากข้อมูลดังกล่าวจะพบว่าข้อมูลทุกตัวมีความถี่เท่ากันหมด
ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม.....

4) 5, 7, 4, 8, 7, 11, 7, 4, 10, 8, 7

จากข้อมูลจะพบว่า 7 มีความถี่เท่ากับ 4 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด.....
ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 7.....

5) 41.4, 38.5, 40.1, 37.3, 38.7, 35.2, 43.9, 39.3

จากข้อมูลดังกล่าวจะพบว่าข้อมูลทุกตัวมีความถี่เท่ากันหมด
ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม.....



2. ร้านขายเสื้อสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง จำหน่ายเสื้อขนาดตามเบอร์ต่าง ๆ ในหนึ่งสัปดาห์ได้ดังตาราง

เบอร์เสื้อ	9	10	11	12	13	14	15
จำนวนที่จำหน่ายได้	7	5	6	10	8	7	3

คนส่วนใหญ่ซื้อเสื้อเบอร์อะไร

คนส่วนใหญ่ซื้อเสื้อเบอร์ 12

3. รายได้ต่อเดือนของพนักงาน 8 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

5,300 , 4,800 , 5,000 , 5,200 , 4,500 , 8,000 , 5,200 , 5,100 , 6,500

จงหาฐานนิยมของข้อมูลดังกล่าว

จากข้อมูลจะพบว่า 5,200 มีความถี่เท่ากับ 2 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 5,200

4. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 อยู่ห้าตัว มี 6 อยู่หกตัว มี 7 อยู่เจ็ดตัว มี 8 อยู่แปดตัว และมี 9 อยู่เก้าตัว จงหาฐานนิยมของข้อมูลนี้

จากข้อมูลจะพบว่า 9 มีความถี่เท่ากับ 9 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด

ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 9

5. จากการทดลองโยนลูกเต๋าสองลูกพร้อม ๆ กัน สังเกตผลรวมของแต้มที่ปรากฏได้ดังนี้

ผลรวมของแต้มที่ปรากฏ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ความถี่	4	6	6	12	13	20	16	10	6	4	3

จงหาฐานนิยมของผลรวมของแต้มที่ปรากฏ

จากข้อมูลจะพบว่าผลรวมของแต้มที่ปรากฏ 7 มีความถี่เท่ากับ 20 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด.....

ดังนั้น ฐานนิยมของผลรวมของแต้มที่ปรากฏ คือ 7



แบบฝึกทักษะที่ 5.1

เรื่อง การหาฐานนิยม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ศึกษาและแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาฐานนิยมจากข้อมูลต่อไปนี้

1.1 รายได้ต่อวันของผู้สูงอายุ 5 คน ดังนี้ 52, 65, 84, 90, 90 บาท

.....

.....

1.2 น้ำหนักเด็ก 4 คน ดังนี้ 60, 82, 52, 75 กิโลกรัม

.....

.....

1.3 รายได้ต่อเดือนของหัวหน้างานจากบริษัทหนึ่งดังนี้ 18,000 18,000 21,000
23,000 30,000 และ 65,000

.....

.....

1.4 นักยิมนาสติกหญิงผู้หนึ่งทำคะแนนในการแข่งขันครั้งหนึ่งได้ดังนี้ 11.0, 12.2,
11.3, 11.4, 10.8, 11.0, 11.5, 11.0 และ 11.4

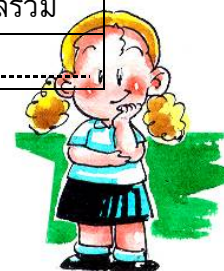
.....

.....

2. ตารางแสดงราคารองเท้าในช่วงลดราคาของร้านค้าแห่งหนึ่งดังนี้

ราคา (บาท/คู่)	50	65	80	100	120	150	199	ผลรวม
จำนวนรองเท้า	12	14	24	17	12	13	8

ราคาที่เป็นฐานนิยมเท่ากับ.....บาท



3. ตารางแสดงจำนวนดอกกุหลาบที่บ้านเต็มที่ได้จากต้นกุหลาบของบ้านหลังหนึ่งดังนี้

จำนวนดอกกุหลาบ	0	1	2	3	4
จำนวนต้นกุหลาบ	1	2	3	x	1

ถ้าฐานนิยมเท่ากับ 2 จงหาค่าที่เป็นไปได้ของ x

.....

.....

.....

4. น้ำหนักของเด็กกลุ่มหนึ่งเป็นกิโลกรัมดังนี้ 9, 11, 13, 13, 15, 15, 15, a, 18, 20 ถ้ามัธยฐานสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต 0.4 กิโลกรัม จงหาค่าของ a และฐานนิยมของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1

เรื่อง การหาฐานนิยม

คำชี้แจง ศึกษาและแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

1. จงหาฐานนิยมจากข้อมูลต่อไปนี้

1.1 รายได้ต่อวันของผู้สูงอายุ 5 คน ดังนี้ 52, 65, 84, 90, 90 บาท

ฐานนิยมเท่ากับ 90 บาท (เพราะมีความถี่มากที่สุด)

1.2 น้ำหนักเด็ก 4 คน ดังนี้ 60, 82, 52, 75 กิโลกรัม

ฐานนิยมของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้ ไม่มีเพราะความถี่เท่ากับ 1 ทุกน้ำหนัก

1.3 รายได้ต่อเดือนของหัวหน้างานจากบริษัทหนึ่งดังนี้ 18,000 18,000 21,000
23,000 30,000 และ 65,000

ฐานนิยมของรายได้ = 18,000 บาท/เดือน (เพราะมีความถี่มากที่สุด)

1.4 นักยิมนาสติกหญิงผู้หนึ่งทำคะแนนในการแข่งขันครั้งหนึ่งได้ดังนี้ 11.0, 12.2,
11.3, 11.4, 10.8, 11.0, 11.5, 11.0 และ 11.4

ฐานนิยมของข้อมูลนี้เท่ากับ 11.0 คะแนน (เพราะมีความถี่มากที่สุด)

2. ตารางแสดงราคารองเท้าในช่วงลดราคาของร้านค้าแห่งหนึ่งดังนี้

ราคา (บาท/คู่) (x)	50	65	80	100	120	150	199	ผลรวม
จำนวนรองเท้า (f)	12	14	24	17	12	13	8	100
fx	600	910	1,920	1,700	1,440	1,950	1,592	10,112
ตำแหน่งที่ของข้อมูล	1-12	13-26	27-50	51-67	68-79	80-92	93-100	-

ราคาที่เป็นฐานนิยมเท่ากับ 80 บาท



3. ตารางแสดงจำนวนดอกกุหลาบที่บ้านเต็มทีจากต้นกุหลาบของบ้านหลังหนึ่งดังนี้

จำนวนดอกกุหลาบ	0	1	2	3	4
จำนวนต้นกุหลาบ	1	2	3	x	1

ถ้าฐานนิยมเท่ากับ 2 จงหาค่าที่เป็นไปได้ของ x

เมื่อฐานนิยมเป็น 2 แสดงว่าความถี่สูงสุดต้องเป็น 3

จะได้ x ต้องมีค่าน้อยกว่า 3 และเป็นจำนวนนับ

ดังนั้น ค่าที่เป็นไปได้ของ x คือ 1 หรือ 2

4. น้ำหนักของเด็กกลุ่มหนึ่งเป็นกิโลกรัมดังนี้ 9, 11, 13, 13, 15, 15, 15, a, 18, 20 ถ้ามัธยฐานสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต 0.4 กิโลกรัม จงหาค่าของ a และฐานนิยมของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้

น้ำหนักของเด็กที่ให้เรียงจากน้อยไปมากแล้ว 7 ค่า และมีข้อมูลทั้งหมด 10 ค่า

$$\text{จะได้มัธยฐาน} = \frac{15+15}{2} = 15 \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{จาก } \bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$\text{จะได้ } \bar{x} = \frac{127+a}{10}$$

จากโจทย์มัธยฐานสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต 0.4 กิโลกรัม

$$\text{จะได้ } 15 - \frac{127+a}{10} = 0.4$$

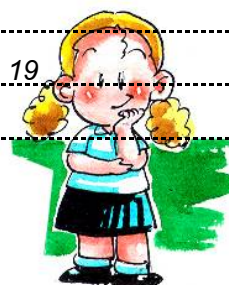
$$\text{นำ } 10 \text{ คูณทุกจำนวนจะได้ } 150 - (127+a) = 4$$

$$150 - 127 - a = 4$$

$$23 - a = 4$$

$$a = 23 - 4 = 19$$

ฐานนิยมของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้ เท่ากับ 15 กิโลกรัม



ที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน												รวม
		ความรับผิดชอบ				ไฟเรียนรู้				มุ่งมั่น ในการทำงาน				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
25														
26														
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														

การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้ คะแนน 8 – 9 หมายถึง ดีมาก
 คะแนน 6 – 7 หมายถึง ดี
 คะแนน 4 – 5 หมายถึง ปานกลาง
 คะแนน 0 – 3 หมายถึง ควรปรับปรุง

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมาย
2 / ดี	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย และมีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1 / พอใช้	ส่งงานช้ากว่ากำหนดโดยไม่มีเหตุผล
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงานเลย

2. ใฝ่เรียนรู้

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	- ตั้งใจเรียน เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ - มีส่วนร่วมในการเรียนรู้และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆเป็นประจำ
2 / ดี	- ตั้งใจเรียน เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ - มีส่วนร่วมในการเรียนรู้และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆบ่อยครั้ง
1 / พอใช้	- ตั้งใจเรียน เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ - มีส่วนร่วมในการเรียนรู้และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆเป็นบางครั้ง
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ตั้งใจเรียน

3. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ตั้งใจ และรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จด้วยดี มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นด้วยตนเอง
2 / ดี	ตั้งใจ และรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จด้วยดี มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น
1 / พอใช้	ตั้งใจ และรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายจนสำเร็จ
0 / ควรปรับปรุง	ไม่ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมาย

แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. พูดอธิบายแนวคิดของตนเอง ให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง													
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ ถูกต้อง													
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของ ข้อมูล นำมาประกอบเป็น แนวคิดของตนให้ ผู้อื่นเข้าใจได้													
4. พูดสรุปตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ชัดเจน													

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
ระดับ 2 ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
ระดับ 1 พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 2 ดี	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
ระดับ 2	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่น

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ดี	เข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล มาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ชัดเจน และรัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 2 ดี	พูดสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็นตามสถานการณ์ที่กำหนด หรือพูดสรุปได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
ระดับ 1 พอใช้	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องสถิติ

คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 6 หน้า มีข้อสอบทั้งหมด 20 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว เมื่อนักเรียนเลือกได้แล้วให้กากบาท (×) ลงในช่อง ก, ข, ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้างล่างนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0				×

กรณีที่ต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับลงบนเครื่องหมายกากบาทเดิม แล้วกากบาทเลือกข้อใหม่ เช่น เปลี่ยนจากตัวเลือก ง เป็น ข

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0		×		×

3. คำถามในแต่ละข้อมีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ถ้าตอบเกินหนึ่งคำตอบ หรือไม่ตอบเลย ถือว่าไม่ได้คะแนนในข้อนั้น
4. ห้ามขีดเขียนหรือทำสัญลักษณ์ใดๆ ลงในข้อสอบ
5. เมื่อสอบเสร็จแล้ว ให้ส่งกระดาษคำตอบ และแบบทดสอบที่กรรมการคุมสอบ

1. ในทางสถิติข้อมูลใดไม่ถูกต้อง

- ก. ข้อมูลดิบอาจไม่ใช่ตัวเลขแสดงปริมาณก็ได้
- ข. ทุกอันตรภาคชั้นต้องมีขอบล่างเสมอ
- ค. ข้อมูลสถิติไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม
- ง. ความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น

2. ถ้านักเรียนต้องการเก็บรวบรวมข้อมูลสถิติค่าใช้จ่ายด้านสาธารณสุขโรคประเภทประปาของหมู่บ้าน สันติสุขนักเรียนจะใช้วิธีเก็บรวบรวมข้อมูลแบบใดจึงจะเหมาะสมที่สุด

- ก. ทดลอง
- ข. ทดสอบ
- ค. สอบถาม
- ง. สังเกต

3. ข้อใดต่อไปนี้แสดงการใช้แผนภูมิสถิติได้อย่างเหมาะสม

- ก. แสดงคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของเด็กในห้องเรียนหนึ่งด้วยฮิสโทแกรม
- ข. แสดงอุณหภูมิต่ำสุดของแต่ละวันใน 1 เดือนด้วยแผนภูมิแท่ง(Bar Chart)
- ค. แสดงผลการสอบคณิตศาสตร์ของเด็กที่อยู่ในครอบครัวเดียวกัน ด้วยกราฟเส้น(Line Graph)
- ง. แสดงจำนวนพนักงานที่แต่งงานแล้ว เป็นโสด และหย่าร้าง ด้วยฮิสโทแกรม(Histogram)

4. ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น 6 – 12 คือ 9
- ข. ความกว้างของอันตรภาคชั้น 7 – 10 คือ 4
- ค. ขอบบนของอันตรภาคชั้น 1 – 8 คือ 8.5
- ง. ขอบบนของอันตรภาคชั้น ตั้งแต่ 40 ขึ้นไปคือ 40.5

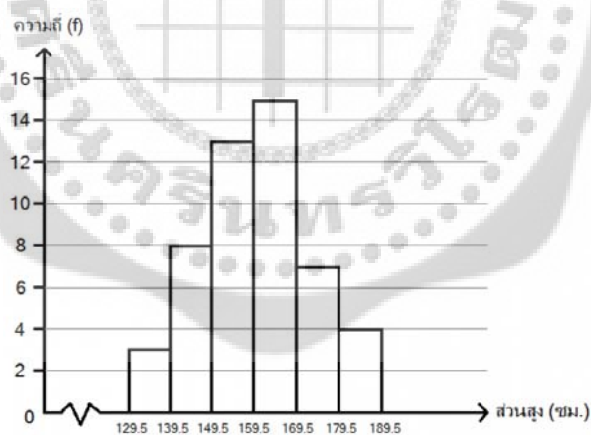
5. ตารางแจกแจงความถี่แสดงส่วนสูง(เซนติเมตร)ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3

ความสูง(เซนติเมตร)	จำนวน(คน)
140 – 149	2
150 – 159	15
160 – 169	12
170 – 179	4
180 - 189	2

จากตารางข้างต้น จุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้น 160 – 169 เป็นเท่าใด

- ก. 163.5
- ข. 164.5
- ค. 167.5
- ง. 168.5

6. ฮิสโทแกรมแสดงส่วนสูง(เซนติเมตร)ของผู้ใช้บริการ ฟิตเนสหมู่บ้านรักสุขภาพ



จากแผนภาพข้างต้น ความกว้างของอันตรภาคชั้นตรงกับข้อใด

- ก. 9
- ข. 9.5
- ค. 10
- ง. 10.5

7. จากการสำรวจราคาสินค้าชนิดหนึ่ง จากร้านค้า 10 แห่ง เป็นดังนี้ 29, 25, 28, 27, 25, 30, 27, 26, 25, และ 28 บาท ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาสินค้าชนิดนี้ตรงกับข้อใด
- ก. 25 บาท
 - ข. 26 บาท
 - ค. 27 บาท
 - ง. 28 บาท
8. มัธยฐานของราคาสินค้าชนิดนี้ตรงกับข้อใด
- ก. 26 บาท
 - ข. 27 บาท
 - ค. 28 บาท
 - ง. 29 บาท
9. ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล 10, 13, 12, 15, 14 และ x มีค่าเท่ากับ 13 จงหาค่า x ว่าตรงกับข้อใด
- ก. 9
 - ข. 10
 - ค. 11
 - ง. 14
10. จากการชั่งน้ำหนักเป็นกิโลกรัมของวัยรุ่นกลุ่มหนึ่ง ได้ผลดังนี้ 40, 42, 45, 48, 42 แต่ตอนหลังทราบว่า ตาชั่งนั้นไม่เที่ยง คือชั่งแล้วทำให้น้ำหนักหนักกว่าปกติไปคนละ 1 กิโลกรัม ดังนั้นน้ำหนักเฉลี่ยที่ถูกต้องของวัยรุ่นกลุ่มนี้ตรงกับข้อใด
- ก. 42.4
 - ข. 43
 - ค. 43.4
 - ง. 43.8
11. จากข้อมูล 5, 7, 10, 6, 5, 4, 4, 8, 5 และ 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือข้อใด
- ก. 4
 - ข. 5
 - ค. 6
 - ง. 7

12. ถ้าดินมีอายุ 7 ปี น้ำ ลม และไฟมีอายุคนละ 5 ปี ฝนและฟ้าอายุคนละ 6 ปี คุณย่ามีอายุ 92 ปี มีธรรมาของคนที่ทั้ง 7 คนเป็นเท่าใด
- ก. 5 ปี
 - ข. 6 ปี
 - ค. 18 ปี
 - ง. 92 ปี
13. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $2m-5$, $4m+3$, $3m-2$, $5m+4$, $m+1$, $4m$ และ $m+2$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 9 จะมีมีธรรมาเท่ากับเท่าไร
- ก. 4
 - ข. 5
 - ค. 7
 - ง. 9
14. คะแนนสอบของนักเรียน 10 คน เป็นดังนี้ 15, 9, 13, 12, 11, 13, 7, 8, 15, 13 ฐานนิยมของคะแนนสอบชุดนี้ตรงกับข้อใด
- ก. 9 คะแนน
 - ข. 12 คะแนน
 - ค. 13 คะแนน
 - ง. 15 คะแนน
15. ข้อมูลชุดหนึ่งมีดังนี้ 2, 4, 3, 5, 12, 5, 18, 6, 4, 2, 9, 4 ให้ A เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต B เป็นมีธรรมา C เป็นฐานนิยม จงเขียนค่ากลางทั้งสามเรียงกันจากน้อยไปมาก
- ก. A, B, C
 - ข. C, B, A
 - ค. B, C, A
 - ง. A, C, B

16. ในการสำรวจจี้อัของรถยนต์ที่ใช้เป็น TAXI ควรใช้ค่ากลางชนิดใด
- ก. ฐานนิยม
 - ข. มัธยฐาน
 - ค. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 - ง. ใช้ได้ทั้งสามชนิด
17. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นจำนวนเงินต่อวันที่นักเรียนกลุ่มหนึ่งได้รับจากผู้ปกครอง(หน่วยเป็นบาท)
50, 60, 55, 65, 54, 63, 80, 60, 100, 400
จงพิจารณาว่าค่ากลางใดเหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้มากที่สุด
- ก. ค่ามัธยฐาน
 - ข. ค่าฐานนิยม
 - ค. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 - ง. ใช้ได้ทั้งสามค่า
18. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลต่อไปนี้ 0, 3, 5, 6, และ 11 ตรงกับข้อใด
- ก. 3
 - ข. 4
 - ค. 5
 - ง. 6
19. การสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายครั้งหนึ่ง มีผู้สมัครทั้งหมด 1,000 คน ถ้าคะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 200 คะแนนและ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 40 จงหาว่าผู้ที่สอบได้ 320 คะแนนขึ้นไปมีกี่คน
- ก. 1 คน
 - ข. 2 คน
 - ค. 3 คน
 - ง. 4 คน

20. . พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1 สถาบันทางการศึกษาแห่งหนึ่งต้องการตรวจสอบความเห็นของประชาชนเกี่ยวกับมอเตอร์ไซด์ซิ่ง จึงทำการสำรวจโดยให้นักศึกษาไปสุ่มสัมภาษณ์ความเห็นของคนทั่วไปที่รู้จัก โดยใช้แบบสอบถามชนิดเลือกตอบจากข้อความที่กำหนด

สถานการณ์ที่ 2 บริษัทผลิตแชมพูสระผมยี่ห้อหนึ่ง ต้องการโฆษณาเพื่อให้ผู้บริโภคเชื่อว่าแชมพูที่ตนผลิตทำให้ผมนุ่ม สลวย สวยงาม จึงจัดให้มีการประกวดและทดสอบผมของหญิงสาวที่ใช้แชมพูยี่ห้อต่างๆด้วยการให้ชายหนุ่มใช้มือสัมผัสว่าผมนุ่ม สลวย สวยงามเพียงใด แล้วอ้างว่าผู้ชนะใช้แชมพูที่ตนผลิต

สถานการณ์ที่ 3 คณะกรรมการอาหารและยาระทรวงสาธารณสุขได้สุ่มเก็บข้อมูลการใช้สารฟอกขาวในอาหารที่คนบริโภคในตลาดสดและร้านค้าทั่วไป พบว่ามีอาหารหลายชนิด เช่น หน่อไม้ เห็ดหูหนูขาวและน้ำตาลมะพร้าว มีปริมาณสารฟอกขาวเกินกำหนดที่ประกาศอนุญาตไว้

สถานการณ์ใดมีความน่าเชื่อถือมากที่สุด

- ก. สถานการณ์ที่ 1
- ข. สถานการณ์ที่ 2
- ค. สถานการณ์ที่ 3
- ง. สถานการณ์ที่ 1 และ 3

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล
และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน
เรื่องสถิติ**

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการได้มาของคำตอบ โดยแสดงแนวคิด ขั้นตอนการแสดงวิธีทำ
ประกอบการเขียนอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด ซึ่งอาจใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทั้งใน
รูปของสมการ สัญลักษณ์ หรือภาพ และมีการสรุปคำตอบที่ได้ให้ครบถ้วน

1. โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) ได้ประเมินผลการอ่านของนักเรียนอายุ 15 ปีมี
ประเทศต่าง ๆ เข้าร่วมการประเมินจำนวน 41 ประเทศ โดยมีคะแนนเฉลี่ยด้านการคิดวิเคราะห์
ของแต่ละประเทศ ดังนี้

542	506	496	497	478	538	446	485
480	526	501	477	507	539	483	481
442	439	533	533	430	350	510	467
431	495	488	455	417	529	500	506
360	458	320	530	468	526	512	412
378							

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ โดยให้ตารางแจกแจงความถี่มีความกว้างแต่ละอันตรภาคชั้น
เท่ากับ 40

จากตารางแจกแจงความถี่คะแนนเฉลี่ยด้านการคิดวิเคราะห์ของประเทศต่าง ๆ ส่วนใหญ่อยู่
ในช่วงคะแนนใด และประเทศไทยมี คะแนนเฉลี่ยด้านการคิดวิเคราะห์ 439 คะแนน จะมีประเทศ
ที่ได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่าคะแนนเฉลี่ยของประเทศไทยกี่ประเทศ คิดเป็นร้อยละเท่าใดของ
จำนวนข้อมูลทั้งหมด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

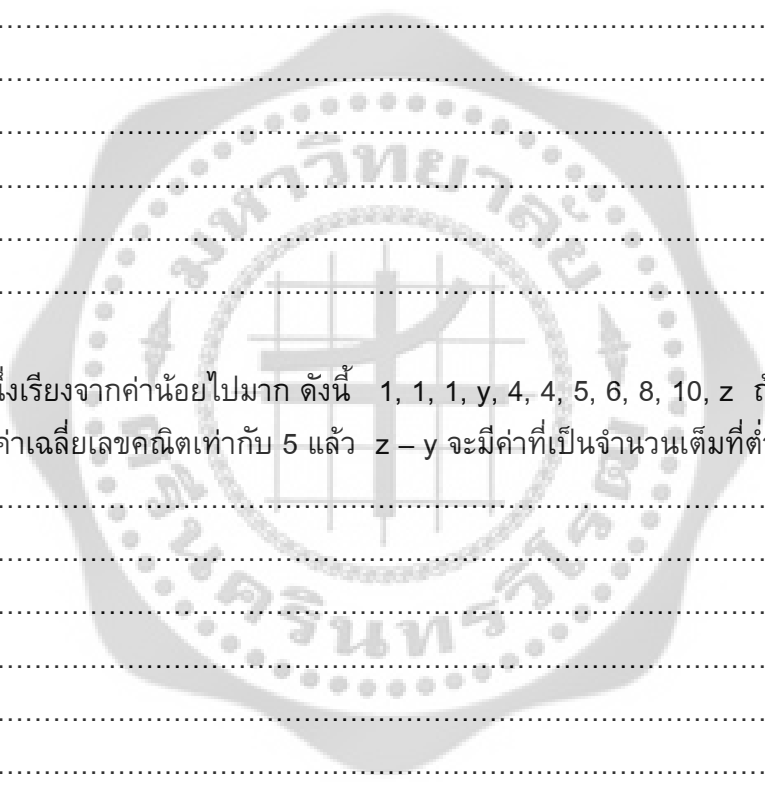
.....

3. ผลการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 คน มีค่ามัธยฐาน 50 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 48
คะแนน และพิสัย 12 คะแนน จงหาคะแนนของคนที่สอบได้คะแนนสูงสุด

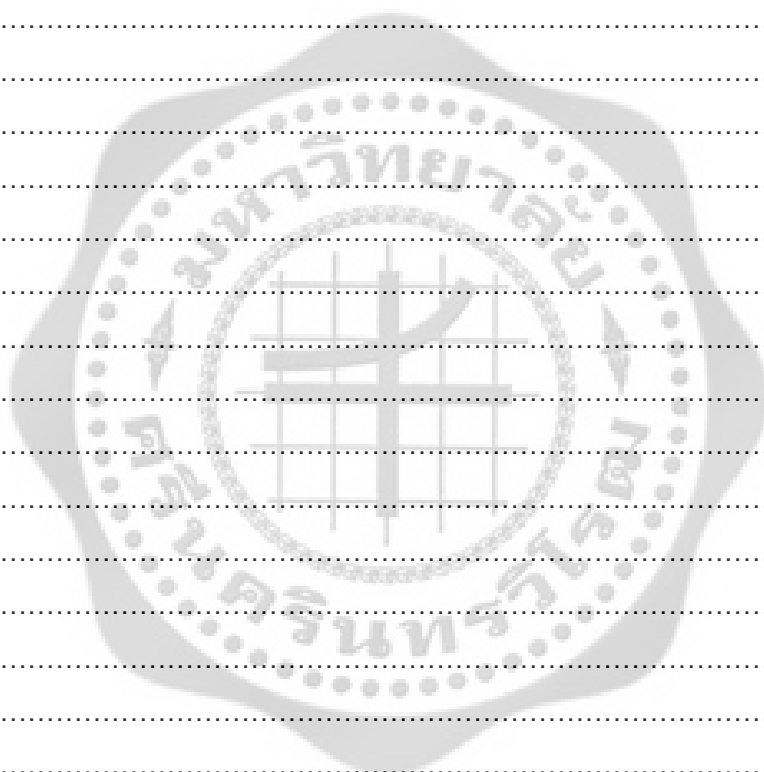
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากค่าน้อยไปมาก ดังนี้ $1, 1, 1, y, 4, 4, 5, 6, 8, 10, z$ ถ้าฐานนิยมมีค่า
เดียวและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5 แล้ว $z - y$ จะมีค่าที่เป็นจำนวนเต็มที่ต่ำสุดเท่ากับเท่าใด

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



5. โรงงานผลิตเชิมนเย็บผ้าแห่งหนึ่งต้องการผลิตเชิมนเย็บผ้า ให้มีความยาวตั้งแต่ 1.27 นิ้วถึง 1.33 นิ้ว หลังจากผลิตได้ 5,000 เล่ม แล้วนำมาตรวจสอบ พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความยาวของเชิมนเย็บผ้าเท่ากับ 1.30 นิ้ว และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาวของเชิมนเย็บผ้าเท่ากับ 0.03 นิ้ว ถ้าความยาวของเชิมนเย็บผ้าที่ผลิตมีการแจกแจงปกติ จงหาว่ามีเชิมนเย็บผ้าที่ไม่ได้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้ามี มีกี่เล่ม



เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ชัดเจนรัดกุม และสมเหตุสมผล
ระดับ 3 ดี	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	อธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิด แสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบหรือยืนยันข้อสรุป มีการอ้างอิงหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง ชัดเจน
ระดับ 3 ดี	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยแสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล หรือไม่ได้ทำ

3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน รัดกุม ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการสรุปคำตอบ



ตัวอย่างการตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6. ผลการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 คน มีค่ามัธยฐาน 50 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 48 คะแนน และพิสัย 12 คะแนน จงหาคะแนนของคนที่สอบได้คะแนนสูงสุด

วิธีทำ ให้คะแนนของนักเรียน 3 คนเท่ากับ x, y, z ตามลำดับ

โดยที่ $x < y < z$ (เรียงจากน้อยไปหามาก)

เนื่องจาก มัธยฐานคือ 50 คะแนน

$$\text{แสดงว่า } y = 50 \quad \dots\dots(1)$$

เนื่องจาก พิสัยเท่ากับ 12 คะแนน

$$\text{แสดงว่า } z - x = 12 \quad \dots\dots(2)$$

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 48 คะแนน

$$\text{แสดงว่า } \frac{x + y + z}{3} = 48$$

$$x + 50 + z = 48 \times 3$$

$$x + 50 + z = 144$$

$$x + z = 94 \quad \dots\dots(3)$$

$$(2) + (3); \text{ จะได้ } 2z = 106$$

$$z = 53$$

นั่นคือ คะแนนของคนที่สอบได้คะแนนสูงสุดเท่ากับ 53 คะแนน #

สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง
ชัดเจน รัดกุม ครบถ้วนตาม
สถานการณ์ที่กำหนด (2 คะแนน)

แสดงขั้นตอน
ประกอบการให้
เหตุผลที่ถูกต้อง
ชัดเจน
(4 คะแนน)

อธิบายเพื่อสื่อ
ความหมาย
แนวคิด แสดง
เหตุผล
สนับสนุน
คำตอบหรือ
ยืนยันข้อสรุป มี
การอ้างอิง
หลักการหรือ
ทฤษฎีทาง
คณิตศาสตร์ที่
ถูกต้องชัดเจน
รัดกุม และ
สมเหตุสมผล
(4 คะแนน)

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่ขาดความชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย ไม่ชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

2. เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ตามหลักคณิตศาสตร์แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ได้ทำ

3. เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจนเป็นระบบ สมบูรณ์ ครบถ้วน
ระดับ 3 ดี	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนเกือบสมบูรณ์
ระดับ 2 พอใช้	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ชัดเจนในบางส่วน
ระดับ 1 ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้แต่ไม่ชัดเจน ขาดรายละเอียด
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่ปรากฏร่องรอยการเขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ หรือไม่ได้ทำ

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	เขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 1 พอใช้	เขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
ระดับ 0 ควรปรับปรุง	เขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้มีการเขียนสรุปคำตอบ

ตัวอย่างการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

6. ผลการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 คน มีค่ามัธยฐาน 50 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 48 คะแนน และพิสัย 12 คะแนน จงหาคะแนนของคนที่สอบได้คะแนนสูงสุด

วิธีทำ ให้คะแนนของนักเรียน 3 คนเท่ากับ x, y, z ตามลำดับ

โดยที่ $x < y < z$ (เรียงจากน้อยไปหามาก)

เนื่องจาก มัธยฐานคือ 50 คะแนน

แสดงว่า $y = 50$ (1)

เนื่องจาก พิสัยเท่ากับ 12 คะแนน

แสดงว่า $z - x = 12$ (2)

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 48 คะแนน

แสดงว่า $\frac{x + y + z}{3} = 48$

$$x + 50 + z = 48 \times 3$$

$$x + 50 + z = 144$$

$$x + z = 94$$
(3)

(2) + (3); จะได้ $2z = 106$

$$z = 53$$

นั่นคือ คะแนนของคนที่สอบได้คะแนนสูงสุดเท่ากับ 53 คะแนน #

เขียนอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ (4 คะแนน)

เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจนเป็นระบบสมบูรณ์ ครบถ้วน (4 คะแนน)

เขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน ครบถ้วนตามสถานการณ์ที่กำหนด (2 คะแนน)

เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมาย แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน และครอบคลุมสาระสำคัญ (4 คะแนน)



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ด้านการเขียน และแบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. อาจารย์ดร.สุกัญญา อินทรภักดิ์
อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร
2. อาจารย์วรณรัตน์ โปษกานนท์
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ (คศ.3)
โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี
3. อาจารย์เจิดพร แว่วริยะ
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ (คศ.3)
โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการนนทบุรี อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวธีณรัตน์ สัมพร
วันเดือนปีเกิด	25 พฤศจิกายน 2523
สถานที่เกิด	อำเภอบ้านหมี่ จังหวัดลพบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	196/2 หมู่ 11 ตำบลจันเสน อำเภอมือง จังหวัดนครสวรรค์ 60260
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ. 2
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนวัดเขมาภิตาราม ถนนพิบูลสงคราม ตำบลสวนใหญ่ อำเภอมือง จังหวัดนนทบุรี 11000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2541	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนจันเสนเอ็งสุวรรณอนุสรณ์ จังหวัดนครสวรรค์
พ.ศ.2545	วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยนเรศวร
พ.ศ.2546	ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาวิชาชีพครู จากมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
พ.ศ.2556	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ