

เทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม: บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ตุลาคม 2555

เทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม: บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ตุลาคม 2555

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

เทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม: บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ตุลาคม 2555

หทัยชนก เพ็ชรมาตศรี. (2555). *เทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม*:

*บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิต

วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. กรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร.สุพิชฌ์ แหมมณี.

ในงานวิจัยนี้ได้นำหลักการของความไม่แน่นอนในการวัดมาใช้อย่างเคร่งครัด เพื่อพิจารณาการทดลองการตกของวัตถุทรงกลมในของเหลวชนิดนิวโทเนียนซึ่งบรรจุอยู่ในหลอดรูปทรงกระบอก ในการทดลองนี้ ได้ใช้วัตถุทรงกลมและหลอดรูปทรงกระบอกหลายๆขนาด เพื่อให้สามารถประเมินปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดได้ ของเหลวที่ใช้ในการทดลองเป็นของเหลวที่ประดิษฐ์ขึ้นเองเพื่อให้มีความหนืดที่เหมาะสมสำหรับการสังเกตการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุทรงกลมที่กำลังตกลงมาด้วยสายตามนุษย์ได้โดยง่าย ซึ่งเป็นผลให้สามารถใช้นาฬิกาจับเวลาที่ควบคุมโดยมนุษย์เพื่อจับเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ในช่วงหนึ่งๆได้ โดยมีความไม่แน่นอนในการวัดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ นอกจากนี้ จะใช้มาตรวัดความหนืดชนิดหมุน (บรูคฟิลด์) สำหรับวัดค่าความหนืดของของเหลวที่ไม่มีอิทธิพลของผนังหลอด และตรวจสอบความเป็นนิวโทเนียนของของเหลว ที่ความถี่ของการหมุนถึง 20 รอบต่อนาที จากการทดลองพบว่า ปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดมีความสอดคล้องกับทฤษฎีที่เสนอโดย ฮาเบอร์แมนและเชรี ซึ่งปัจจัยดังกล่าวเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดรูปทรงกระบอก เป็นอย่างดี ยกเว้นที่บางอัตราส่วนของการทดลอง

ประโยชน์หนึ่งของอิทธิพลของผนังหลอด คือทำให้สามารถวัดความหนืดของกลีเซอรินได้ ด้วยการทดลองการตกของวัตถุทรงกลมนี้ ซึ่งปกติวัตถุจะตกลงเร็วมากหากไม่มีอิทธิพลของผนังหลอด อันเป็นผลให้เกิดความไม่แน่นอนในการวัดสูงหากใช้สายตามนุษย์ในการทดลอง เมื่อทำการเลือกเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมเป็น 4 มิลลิเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของหลอดรูปทรงกระบอกเป็น 4.48 มิลลิเมตร ความหนืดของกลีเซอรินสามารถคำนวณได้โดยอาศัยปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดที่ได้จากการทดลองเป็น  $782 \pm 49$  cps ที่อุณหภูมิ  $24^\circ\text{C}$  ซึ่งไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญกับความหนืดที่วัดได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์ คือ  $722.3 \pm 6.0$  cps ที่อุณหภูมิเดียวกัน อย่างไรก็ตาม หารู้จักดี เห็นได้ชัดว่าความไม่แน่นอนในการวัดของการทดลองที่อาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ในกรณีนี้จะมีค่าประมาณ 8 เท่า ของค่าที่ได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์

THE TECHNIQUE OF VISCOSITY MEASUREMENT BY FALLING SPHERE:  
ROLE OF WALL EFFECT



Presented in Partial Fulfillment on the Requirements for the  
Master of Education Degree in Physics  
at Srinakharinwirot University

October 2012

Hataichanok Phetmatsri. (2012). *The Technique of Viscosity Measurement by Falling Sphere: Role of Wall Effect*. Master thesis, M.Ed. (Physics). Bangkok: Graduate school, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Supitch khemmani.

In this thesis, the principle of uncertainty in measurement is used rigorously to investigate the experiment of falling spheres in Newtonian fluids containing in cylindrical tubes. The experiment is done by using various sizes of sphere and cylindrical tube so that the wall effect factor can be determined. In this experiment, our invented fluid with appropriate viscosity is used so that any space variation of falling sphere is easily captured by human eyes. As a result, a stop clock controlled by a human can be used to detect any time duration of the sphere moving within an interval with acceptable uncertainty in measurement. Moreover, the rotational viscometer (Brookfield) is used here to measure the viscosity of the fluid without wall effect and also used to verify the Newtonian behavior of our fluid up to 20 rpm of the rotational frequency. The experimental result of the wall effect factors are in good agreement with the theory proposed by Haberman and Sayre, where the factor is the function of the ratio of sphere diameter to cylindrical tube diameter, except some of our ratio settings.

One of advantages of the wall effect is that it allows us to measure the viscosity of glycerin by this simple falling sphere experiment. Without the wall effect, the sphere falls too fast so that human eyes capture leads to a huge uncertainty in measurement. By choosing the sphere diameter of about 4 mm and the (inner) cylindrical tube diameter of about 4.48 mm, the known wall effect factor from our experiment can then be used to calculate the viscosity of glycerin which is  $782 \pm 49$  cps at  $24^\circ\text{C}$ . This result does not differ significantly from the one obtained by Brookfield viscometer, i.e.  $722.3 \pm 6.0$  cps at the same temperature. However, it is clear in this case that the uncertainty associated with falling sphere technique is about 8 times of the one associated with Brookfield viscometer.

ปริญญาานิพนธ์

เรื่อง

เทคนิคการวัดความเหน็ดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม: บทบาทของอิทธิพลของผนังหลอด

ของ

หทัยชนก เพ็ชรมาตศรี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. 2555

กรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

..... ประธาน

(อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แคมมณี)


(อาจารย์ ดร.ภูนิศรา ลีมนนทกุล)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุธี บุญช่วย)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.จตุรงค์ สุคนธชาติ)



งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญาโทสำหรับนิสิตในระดับบัณฑิตศึกษา  
จาก  
งบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประจำปี 2554



## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความรู้ ความช่วยเหลือ และความอนุเคราะห์อย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แชนมณี ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษา และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ตลอดระยะเวลาของการทำงานวิจัย ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.ภูนิศรา ลีมนนทกุล อาจารย์ ดร.จตุรงค์ สุคนธชาติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุธี บุญช่วย ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นประธาน และกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเพิ่มเติม จนทำให้ปริญญานิพนธ์นี้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์สมศักดิ์ มณีรัตน์และคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำและประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ตลอดระยะเวลาการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการดำเนินการทำปริญญานิพนธ์นี้ได้สำเร็จ

ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการฟิสิกส์ขั้นสูง 1 และเจ้าหน้าที่ นายธัญพ นิลกำจร ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ให้ความอนุเคราะห์เครื่องมือและอุปกรณ์ในการทำวิจัยนี้

ขอขอบคุณคณะเทคโนโลยีและนวัตกรรมผลิตภัณฑ์การเกษตร มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ให้ความอนุเคราะห์เครื่องมือวัดความหนืดชนิดหมุน (บรูคฟิลด์)

ท้ายที่สุดขอโน้มรำลึกถึงพระคุณบิดา มารดา และพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่ทำให้กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา

หทัยชนก เพ็ชรมาตศรี

## สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
ความหนืด.....	4
ลักษณะการไหลของของไหล.....	8
ตัวเลขเรย์โนลด์.....	11
การเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของเหลวที่มีความหนืด.....	13
มาตรวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรูคฟิลด์).....	18
การหาค่าความไม่แน่นอนในการวัด.....	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	27
3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	28
รายละเอียดเกี่ยวกับการวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม.....	28
เตรียมของเหลวที่ใช้ในงานวิจัย.....	30
ศึกษามาตรวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรูคฟิลด์) และวัดความหนืดของของเหลวที่เตรียมขึ้นมาสำหรับใช้ในงานวิจัย.....	31
ขั้นตอนการวิจัย.....	38

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล.....	39
ทำการทดลองโดยปล่อยลูกเหล็กขนาดต่างๆ ลงในหลอดทดลองขนาดต่างๆ (ตามตาราง 6) และคำนวณค่า $k(\lambda)$ พร้อมด้วยความไม่แน่นอนในการวัดโดย อาศัยสมการ (3.2) และค่า $\mu$ จากเครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์.....	39
นำผลจากในภาคผนวก ข และ ค ไปใส่ในกราฟ $k(\lambda)$ จากทฤษฎีของ ฮาร์โบแมนและเซรี.....	55
การทดลองปล่อยลูกเหล็กลงในหลอดทดลองที่บรรจุกลีเซอริน .....	57
วัดความหนืดของกลีเซอรินจากเครื่องบรูคฟิลด์.....	58
พิจารณาความสอดคล้องของค่าความหนืดระหว่างการวัดโดยอาศัยการ ตกของวัตถุทรงกลมกับเครื่องบรูคฟิลด์.....	59
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	60
สรุปและอภิปรายผลการทดลอง.....	60
ข้อเสนอแนะ.....	64
บรรณานุกรม.....	65
ภาคผนวก.....	68
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	115

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงหน่วยความหนืดสมบูรณ์ในระบบต่างๆ .....	6
2 แสดงหน่วยความหนืดจลนในระบบต่างๆ .....	7
3 แสดงรูปแบบการไหลกับตัวเลขเรย์โนลด์.....	13
4 แสดงแฟกเตอร์ของหัวทดสอบ (Spindle factor) .....	19
5 แสดงค่าความหนืดสูงสุดที่อ่านได้ของหัวทดสอบแต่ละหัวที่ความเร็วรอบ N rpm.....	21
6 แสดงขนาดของวัตถุทรงกลมและหลอดทดลอง ที่ อัตราส่วนของ $\lambda = \frac{\bar{d}}{D}$ ต่างๆ กัน.....	30
7 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืด ที่ระดับความนำเชื้อถือของข้อมูลสูง.....	33
8 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืด ที่อุณหภูมิ 22.7 °C.....	34
9 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืด ที่อุณหภูมิ 23.6 °C.....	36
10 แสดงค่าเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านช่วงแรก (10-11 เซนติเมตร) พร้อมความไม่แน่นอนในการวัด เมื่อทำการวัดซ้ำ 12 ครั้ง.....	40
11 แสดงค่าเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านช่วงที่สอง (11-12 เซนติเมตร) พร้อมความไม่แน่นอนในการวัด เมื่อทำการวัดซ้ำ 12 ครั้ง.....	41
12 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความยาวซ้ำ ของช่วงที่เลือก ช่วงแรก.....	42
13 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความยาวซ้ำ ของช่วงที่เลือก ช่วงที่สอง.....	43
14 แสดงค่า $\mu$ , $\bar{\mu}$ และ $u(X_\mu)$ จากการวัด 12 ครั้ง โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืดบรูคฟิลด์ หัววัดที่ 3 ความเร็วรอบ 20 rpm ซึ่งมีความไม่แน่นอนในการวัดต่ำที่สุด ( $\pm 50$ cps). 52	52

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงการเกิดเกรเดียนต์ความเร็ว (Velocity gradient) เมื่อมีแรงกระทำในแนวขนานกับพื้นผิวของของไหล.....	5
2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราเฉือนของของไหลแบบต่างๆ .....	9
3 แสดงค่าความหนืดที่ปรากฏเทียบกับอัตราเฉือนและแสดงการหาค่าความหนืด ที่ปรากฏ ด้วยการเขียนกราฟระหว่าง Log (Apparent viscosity) เทียบกับ Log (Shear rate) .....	10
4 แสดงการไหลของสี.....	12
5 แสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของเหลว.....	14
6 แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำต่อทรงกลมขณะตกลงในของเหลว.....	14
7 แสดงกราฟการเข้าสู่ความเร็วปลายของวัตถุทรงกลมในของเหลว .....	16
8 แสดงหน้าจอ มาตรฐานวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรูคฟิลด์) (Brookfield Digital Viscometer: Model DV-II) .....	19
9 แสดงการติดตั้งอุปกรณ์มาตรฐานวัดความหนืดบรูคฟิลด์.....	20
10 แสดงหัวทดสอบ หมายเลข RV/HA/HB-1 ถึง RV/HA/HB-7.....	21
11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอิทธิพลของผนังหลอด ( $k$ ) กับอัตราส่วนของเส้นผ่าน ศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดทดลอง.....	29
12 แสดงมาตรฐานวัดความหนืดที่พร้อมใช้งาน.....	31
13 แสดงกราฟระหว่างค่าความหนืด (CPS) กับความเร็วรอบต่อนาที (rpm) พร้อมระบุ ค่าความไม่แน่นอนในการวัด ที่อุณหภูมิ 22.7 °C.....	35
14 แสดงกราฟระหว่างค่าความหนืด (CPS) กับความเร็วรอบต่อนาที (rpm) พร้อมระบุ ค่าความไม่แน่นอนในการวัด ที่อุณหภูมิ 23.6 °C.....	36
15 แสดงกราฟค่าอัตราเร็วที่ถูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ในช่วงแรก และช่วงที่สอง ตามลำดับ.....	49
16 แสดงค่าเปรียบเทียบอิทธิพลของผนังหลอด ( $k$ ) จากการทดลองกับค่าทางทฤษฎี (ภาพขยาย $\lambda = 0.1 - 0.7$ แสดงในกรอบด้านใน) .....	55

## บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
17 แสดงกราฟค่าอัตราเร็วที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านกลีเซอรินช่วงแรก และช่วงที่สองตามลำดับ.....	57
18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนืด ( $\mu$ ) ของกลีเซอรินที่รอบต่างๆ.....	58
19 แสดงการเปรียบเทียบความหนืดของกลีเซอริน ( $\mu$ ) ซึ่งหาจากวิธีการปล่อยลูกเหล็ก ทรงกลมกับวิธีวัดโดยใช้เครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์.....	59



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ภูมิหลัง

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เป็นที่ประจักษ์ว่าของเหลวชนิดต่างๆ ล้วนมีความสำคัญมากต่อชีวิตประจำวันของสิ่งมีชีวิตทั้งหลาย ตั้งแต่การใช้ไปในแง่ของการอุปโภคและบริโภค ตลอดจนถึงการใช้งานในเครื่องมือหรือเครื่องจักรประเภทต่างๆ คุณสมบัติหนึ่งที่สำคัญที่ควรต้องรู้ก่อนการนำของเหลวชนิดหนึ่งๆ ไปใช้งาน ก็คือ “ความหนืดของของเหลว” ตัวอย่างเช่น การเลือกน้ำมันหรือของเหลวหล่อลื่น เพื่อใช้กับอุปกรณ์ประเภทต่างๆ จำเป็นจะต้องเลือกของเหลวที่มีความหนืดเหมาะสมกับอุปกรณ์นั้นๆ ความหนืดของของเหลวโดยสามัญสำนึกก็คือ สมบัติของของเหลวที่ต้านทานการไหลหรือการเปลี่ยนแปลงรูปทรง หากต้องการนิยามให้ชัดเจนลงไป ความหนืดเป็นคุณสมบัติของของเหลวหรือของไหลหนึ่งๆ ซึ่งใช้ต้านทานแรงเฉือนระหว่างชั้นของของไหล โดยความต้านทานแรงเฉือนของของไหลจะขึ้นอยู่กับแรงยึดเหนี่ยวและอัตราการถ่ายเทโมเมนตัมของของไหลนั้น<sup>1</sup> ค่าความหนืดนี้โดยทั่วไปจะขึ้นกับอุณหภูมิ และที่อุณหภูมิหนึ่งๆ อาจมีค่าคงที่หรือไม่ก็ได้ หากมีค่าคงที่จะเรียกว่าเป็นของเหลวชนิดนิวโทเนียน (Newtonian) แต่หากมีค่าไม่คงที่โดยขึ้นกับอัตราเฉือนจะเรียกว่าเป็นของเหลวชนิดนอนนิวโทเนียน (Non newtonian) ของเหลวชนิดนอนนิวโทเนียนนี้อาจมองง่ายๆ ว่าเป็นของเหลวซึ่งเมื่อเอามากวนให้มากพอแล้วจะมีความหนืดเปลี่ยนไป

ในปัจจุบันอุปกรณ์ที่ใช้วัดความหนืดของของเหลวมีอยู่หลายชนิดด้วยกัน แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้อุปกรณ์วัดอยู่สองแบบ คือ มาตรวัดความหนืดชนิดหมุนและเครื่องมือวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม สำหรับมาตรวัดความหนืดชนิดหมุนมีข้อดีหลายประการ อาทิ ใช้ได้กับทั้งของเหลวที่มีความหนืดน้อยๆ และมากๆ ใช้ได้กับทั้งของเหลวชนิดนิวโทเนียนและนอนนิวโทเนียน มีความแม่นยำในการวัดและสะดวกในการใช้งาน แต่อย่างไรก็ดีเครื่องนี้มีราคาค่อนข้างสูงและอาจต้องใช้ของเหลวที่ทำการทดลองในปริมาณที่มากพอสมควร จึงไม่เหมาะสมกับของเหลวที่มีราคาค่อนข้างสูงหรือหายาก สำหรับมาตรวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันในห้องปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนนั้น ประกอบด้วยภาชนะที่ใส่ของเหลว (มักนิยมเป็น

---

<sup>1</sup>สมาน เจริญกิจพูลผล; และ มนตรี พิรุณเกษตร. (2533). *กลศาสตร์ของของไหล*. หน้า 15. กรุงเทพฯ: หจก.เอส-เอน การพิมพ์.

ทรงกระบอกใส และวัตถุทรงกลม (มักนิยมเป็นลูกเหล็กทรงกลม) โดยเมื่อทำการปล่อยวัตถุทรงกลมลงไปในช่องของเหลว ในแนวดิ่งแล้วจับเวลาที่วัตถุทรงกลมเคลื่อนที่ผ่านช่วงใดช่วงหนึ่งที่เหมาะสมจะทำให้คำนวณหาค่าความหนืดของของเหลวได้ ข้อเสียของเครื่องมือวัดความหนืดประเภทนี้มีอยู่หลายประการ อย่างเช่น ความไม่แม่นยำในการวัดของผู้วัด โดยเฉพาะเมื่อของเหลวมีความหนืดต่ำซึ่งจะทำให้วัตถุทรงกลมตกลงเร็วเกินไปจนทำให้การจับเวลาโดยใช้สายตาคคลาดเคลื่อน ไม่สามารถใช้ได้กับของเหลวที่ทึบแสงเพราะจะทำให้มองเห็นวัตถุทรงกลมได้ยาก อาจต้องใช้ของเหลวในปริมาณมากเนื่องจากภาชนะที่ใช้ใส่ของเหลวต้องใหญ่กว่าวัตถุทรงกลมพอสมควร ทั้งในด้านแนวนอนและแนวดิ่ง โดยเฉพาะในแนวดิ่งที่ซึ่งวัตถุทรงกลมต้องการระยะในการเคลื่อนที่ลง

ในงานวิจัยนี้จะทำการปรับปรุงมาตรวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ให้มีข้อเสียน้อยลงและใช้งานได้กว้างขวางมากขึ้น โดยอาศัยอิทธิพลของผนังภาชนะที่บรรจุของเหลว โดยปกติแล้วภาชนะบรรจุของเหลว ซึ่งในที่นี้จะกำหนดให้เป็นหลอดทรงกระบอกใส จะนิยมเลือกให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางใหญ่กว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมมากๆ เพื่อหลีกเลี่ยงอิทธิพลของผนังหลอดซึ่งจะทำให้สมการในการคำนวณมีความยุ่งยากมากขึ้น แต่ในทางกลับกันหากลดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอกลงให้ใกล้เคียงกับเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลม แม้ว่าสมการที่ใช้ในการคำนวณจะยุ่งยากขึ้น แต่อิทธิพลของผนังหลอดจะทำให้วัตถุทรงกลมตกช้าลงมาก ซึ่งเป็นผลดีต่อการจับเวลาด้วยสายตาแม้ว่าของเหลวจะมีความหนืดค่อนข้างต่ำ และผลพลอยได้อีกประการก็คือเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดมีค่าน้อยปริมาตรของของเหลวที่จะนำมาใส่ในหลอดก็น้อยลงไปด้วย งานวิจัยนี้มุ่งหมายที่จะสร้างมาตรวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ซึ่งใช้ต้นทุนต่ำโดยอาศัยหลักการของอิทธิพลของผนังหลอดที่ได้กล่าวมานี้ เพื่อปรับปรุงให้สามารถใช้งานได้ใกล้เคียงกับมาตรวัดความหนืดชนิดหมุนสำหรับของเหลวชนิดนิวโทเนียน ซึ่งมีราคาค่อนข้างสูง

## 2. ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างเครื่องมือวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมที่สามารถใช้งานได้กับทั้งของเหลวที่มีความหนืดต่ำและความหนืดสูง โดยอาศัยหลักการของอิทธิพลของผนังหลอด
2. เพื่อเปรียบเทียบค่าความหนืดและความแม่นยำในการวัด สำหรับของเหลวประเภท นิวโทเนียนที่มีความหนืดต่างๆ กัน ระหว่างเครื่องมือวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมจากข้อ 1. กับมาตรวัดความหนืดชนิดหมุน (บรูคฟิลด์)
3. เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดทดลองสำหรับวัดความหนืดของของเหลวที่มีประสิทธิภาพและใช้ต้นทุนต่ำ เหมาะกับการใช้ในการเรียนการสอนและการวิจัย



### 3. ขอบเขตของการวิจัย

1. ประดิษฐ์ชุดทดลองวัดความหนืดของของเหลวชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม โดยใช้ภาชนะบรรจุของเหลวเป็นหลอดแก้วทรงกระบอกและวัตถุทรงกลมเป็นลูกเหล็กทรงกลมเท่านั้น
2. ทดสอบประสิทธิภาพของชุดทดลองด้วยของเหลวประเภทนิวโทเนียนที่มีเลขเรย์โนลด์ต่ำ

### 4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้ชุดการทดลองในการวัดความหนืดของของเหลวชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม ที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับมาตรฐานวัดความหนืดชนิดหมุน สำหรับของเหลวชนิดนิวโทเนียน

### 5. นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ของไหลนิวโทเนียน (Newtonian fluid) หมายถึง ของไหลที่มีพฤติกรรมการไหลที่อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราเฉือนมีค่าคงตัว
2. ของไหลนอนนิวโทเนียน (Non newtonian fluid) หมายถึง ของไหลที่มีพฤติกรรมการไหลที่อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราเฉือนมีค่าไม่คงตัว
3. อิทธิพลของผนังหลอด (Wall effect) หมายถึง อิทธิพลของผนังภาชนะที่มีต่อความเร็วในการตกของวัตถุผ่านของเหลวที่บรรจุอยู่ในภาชนะนั้น

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

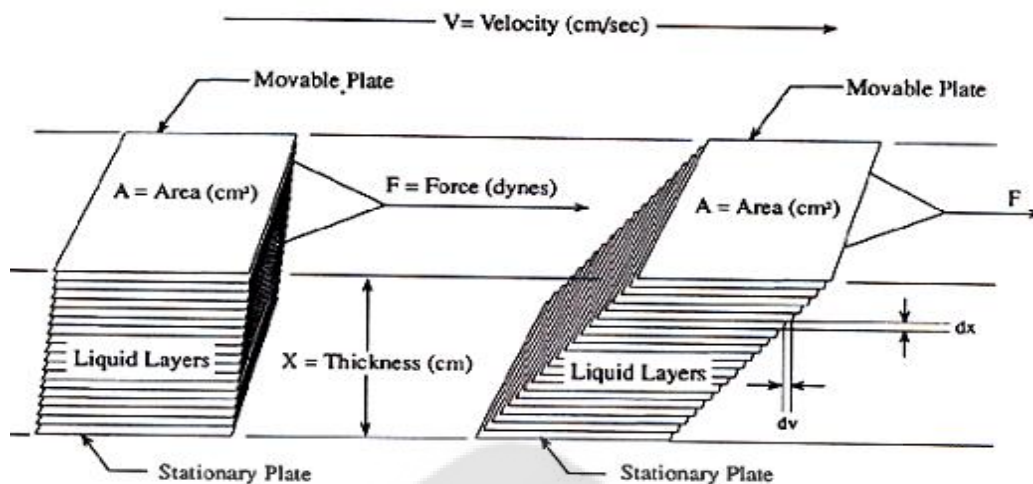
ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ความหนืด
2. ลักษณะการไหลของของไหล
3. ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number)
4. การเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของเหลวที่มีความหนืด
5. มาตรฐานความหนืดแบบดิจิตอล (Brookfield digital viscometer: model DV-II)
6. การหาค่าความไม่แน่นอนในการวัด
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. ความหนืด

ความหนืด เป็นสมบัติอย่างหนึ่งของของไหลที่ต้านทานการไหลหรือการเปลี่ยนแปลงรูปทรง (ของไหล หมายถึง สสารที่สามารถเคลื่อนที่ได้โดยการไหล และมีรูปร่างเปลี่ยนแปลงไปตามภาชนะที่บรรจุ เช่น ก๊าซ และของเหลว) ของไหลที่มีความหนืดมาก จะมีค่าความต้านทานการไหลมากกว่าของไหลที่มีความหนืดน้อยกว่า การวัดความหนืดทำได้โดยการวัดแรงต้านทานการไหลภายในของของไหล

เมื่อพิจารณาแผ่นระนาบ 2 แผ่นที่วางขนานกัน ช่องว่างระหว่างแผ่นระนาบทั้งสองมีของไหลบรรจุอยู่ ออกแรงกระทำ ( $F$ ) ในแนวขนานกับพื้นผิวแผ่นด้านบน ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว ( $v$ ) คงที่ ของไหลที่สัมผัสอยู่กับวัตถุแผ่นบนจะมีความเร็วคงตัวเท่ากับความเร็วของวัตถุแผ่นบน ส่วนของไหลที่อยู่ใกล้ผนังด้านล่าง จะมีความเร็วการไหลลดหลั่นลงมาอย่างสม่ำเสมอ โดยชั้นล่างสุดจะไม่เคลื่อนที่ ดังภาพประกอบ 1 เราเรียกรูปการไหลของของไหลตามลักษณะดังกล่าวว่า การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) ซึ่งแตกต่างจากการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) ซึ่งเป็นการไหลโดยที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปอย่างไม่เป็นระเบียบ ความเร็วของอนุภาคของของไหลแตกต่างกันทั้งขนาดและทิศทาง



ภาพประกอบ 1 แสดงการเกิดเกรเดียนต์ความเร็ว (Velocity gradient) เมื่อมีแรงกระทำในแนวขนานกับพื้นผิวของของไหล

ที่มา: สายัณห์ สุขพงษ์พันธ์; และ วิรัตน์ ปฐมชัยอัมพร. สืบค้นเมื่อ 1 พฤษภาคม 2554. (2549). ความหนืดคุณลักษณะเฉพาะของของไหล. (ออนไลน์).

ความแตกต่างของความเร็ว ( $dv$ ) ระหว่างของไหลสองแผ่นต่อระยะทางที่เปลี่ยนไป ( $dx$ ) ก็คือ อัตราเฉือน (Shear rate,  $\gamma$ ) ที่อยู่ในเทอมของเกรเดียนต์ความเร็ว ( $dv/dx$ ) ค่าแรงต่อหน่วยพื้นที่ ( $F/A$ ) ที่ทำให้เกิดการไหล เรียกว่า ความเค้นเฉือน (Shear stress,  $\tau$ ) ในกรณีที่ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราเฉือน เป็นแบบเชิงเส้นจะถือว่าเป็นไปตาม กฎความหนืดของนิวตัน (Newton law of viscosity) และเรียกของไหลที่เป็นไปตามความสัมพันธ์ดังกล่าวว่า ของไหลนิวโทเนียน (Newtonian fluid) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\frac{F}{A} \propto \frac{dv}{dx} \quad (2.1)$$

หรือ

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dx} \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\mu$  คือ สัมประสิทธิ์ความหนืด (Viscosity coefficient) หรือ ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute viscosity) หรือ ความหนืดพลวัต (Dynamic viscosity) หรือ ความหนืดปรากฏ (Apparent viscosity) ซึ่งรวมเรียกสั้นๆ ว่า "ความหนืด" จากสมการ (2.2) ความหนืดสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $\tau$  คือ ความเค้นเฉือน มีหน่วยเป็น dyne/cm<sup>2</sup> หรือ Pascal (Pa)

$\gamma$  คือ อัตราเฉือน มีหน่วยเป็น 1/s หรือ s<sup>-1</sup>

หน่วยของความหนืด คือ พอยส์ (Poise, P) หน่วยนี้ตั้งเป็นเกียรติแก่ นายแพทย์ชาวฝรั่งเศส ชื่อปัวเซย์ (Poiseuille, J. L.) โดย 1 P คือ แรงที่ใช้ทำให้ของเหลวที่มีพื้นที่หน้าตัด 1 cm<sup>2</sup> หนา 1 cm เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 cm/sec สามารถเขียนหน่วยความหนืดสัมบูรณ์ในระบบต่างๆ ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงหน่วยความหนืดสัมบูรณ์ในระบบต่างๆ

ระบบหน่วย	หน่วยของความหนืดสัมบูรณ์
ระบบหน่วยระหว่างประเทศ (International system, SI)	N·s/m <sup>2</sup> , Pa·s or kg/(m·s)
ระบบหน่วยตามความนิยมของสหรัฐฯ (United states customary systems, USCS)	lb·s/ft <sup>2</sup> or slug/(ft·s)
ระบบหน่วยซีจีเอส (Centimeter-gram-second, CGS)	poise = dyne·s/cm <sup>2</sup> = g/(cm·s) = 0.1 Pa·s centipoise = poise/100 = 0.001 Pa·s = 1.0 mPa·s

ที่มา: Mott, L Robert. (2000). *Applied Fluid Mechanics*. 5<sup>th</sup>. p.28. New Jersey: Prentice - Hall.

ความหนืด เป็นสมบัติที่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ โดยเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ความหนืดจะลดลงอย่างรวดเร็ว และยังมีความหนืดอีกชนิดหนึ่ง คือ ความหนืดจลน์ (Kinetic viscosity,  $\nu$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับ ความหนืดสัมบูรณ์หารด้วยความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) เขียนเป็นสมการคือ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.4)$$

สามารถเขียนหน่วยความหนืดจลน์ ในระบบต่างๆ ดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงหน่วยความหนืดจลน์ในระบบต่างๆ

ระบบหน่วย	หน่วยของความหนืดจลน์
ระบบหน่วยระหว่างประเทศ (International system, SI)	$\text{m}^2/\text{s}$
ระบบหน่วยตามความนิยมของสหรัฐฯ (United states customary systems, USCS)	$\text{ft}^2/\text{s}$
ระบบหน่วยซีจีเอส (Centimeter-gram-second, CGS)	$\text{stoke} = \text{cm}^2/\text{s} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ $\text{centistoke} = \text{stoke}/100 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ $= 1 \text{ mm}^2/\text{s}$

ที่มา: Mott, L Robert. (2000). *Applied Fluid Mechanics*. 5<sup>th</sup>. p.28. New Jersey: Prentice - Hall.

## 2. ลักษณะการไหลของของไหล

ลักษณะการไหลของของไหลโดยทั่วไปสามารถแบ่งได้ 2 แบบ คือ

### 2.1. ลักษณะการไหลของของไหลนิวโทเนียน (Newtonian fluid)

เป็นลักษณะการไหลของของไหลที่เป็นไปตามการสันนิษฐานของนิวตัน (Newton) คือ ที่อุณหภูมิหนึ่งๆ ของไหลจะมีค่าความหนืดเป็นค่าคงที่ อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราเฉือนมีค่าคงตัว ตัวอย่างเช่น น้ำ อากาศ เอทานอลและเบนซิน<sup>1</sup> กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราเฉือนแสดงไว้ตามภาพประกอบ 2 ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นตรง

### 2.2 ลักษณะการไหลของของไหลนอนิวโทเนียน (Non newtonian fluid)

เป็นลักษณะการไหลของของไหลที่ไม่เป็นไปตามการสันนิษฐานของนิวตัน คือ ที่อุณหภูมิหนึ่งๆ ของไหลมีค่าความหนืดไม่คงที่ อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราเฉือนมีค่าไม่คงตัว ลักษณะการไหลแบบนี้แบ่งเป็น 3 แบบ กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราเฉือนแสดงไว้ตามภาพประกอบ 2

2.2.1 ชูโดพลาสติก (Pseudoplastic) เป็นของไหลที่มีค่าความหนืดลดลง เมื่ออัตราเฉือนเพิ่มสูงขึ้น ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งลง โดยมีสาเหตุมาจากการคลายตัวของห่วงโซ่โมเลกุลที่พันกัน เนื่องจากความร้อนที่เกิดจากอัตราเฉือนที่เพิ่มขึ้น ตัวอย่างเช่น เลือด โคลน สารละลายพอลิเมอร์<sup>2</sup>

2.2.2 ไดลาแทนต์ (Dilatant) เป็นของไหลที่มีค่าความหนืดเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มอัตราเฉือน ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งขึ้น โดยมีสาเหตุมาจากห่วงโซ่โมเลกุลมีการเกี่ยวพันกัน หรือเมื่อมีแรงมากระทำจะทำให้เกิดการจับตัวหนาแน่นมากขึ้น ตัวอย่างเช่น สารละลายน้ำตาลเข้มข้น น้ำแป้ง<sup>3</sup>

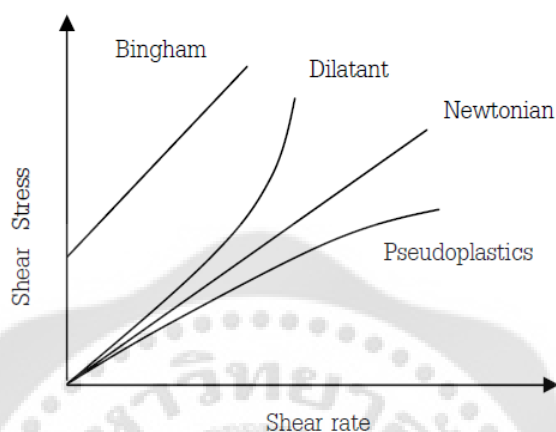
---

<sup>1</sup>โชคชัย นิเวศน์รังสรรค์. สืบค้นเมื่อ 8 สิงหาคม 2554. (2549). *ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการสูญเสียความดันในงานฉีด*. หน้า 5. (ออนไลน์).

<sup>2</sup> De Nevers, Noel. (1970). *Fluid mechanics for chemical engineers*. p.10. New York: McGraw-Hill.

<sup>3</sup> Massey, B.S. (1989). *Mechanics of Fluids*. 6<sup>th</sup>. p.21. London: ELBS with Chapman and Hall.

2.2.3 บิงแฮม (Bingham) เป็นของไหลที่จะเกิดการไหลก็ต่อเมื่อ มีค่าความเค้นเฉือนสูงเกินค่าหนึ่ง และเมื่อเกิดการไหลแล้วของไหลจะมีลักษณะการไหลแบบนิวโทเนียน ตัวอย่างเช่น ยาสีฟัน ซีอิ๊วโกเลต ซอสมะเขือเทศ มัสตาร์ด มายองเนส ลี<sup>1</sup>



ภาพประกอบ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราเฉือนของของไหลแบบต่างๆ

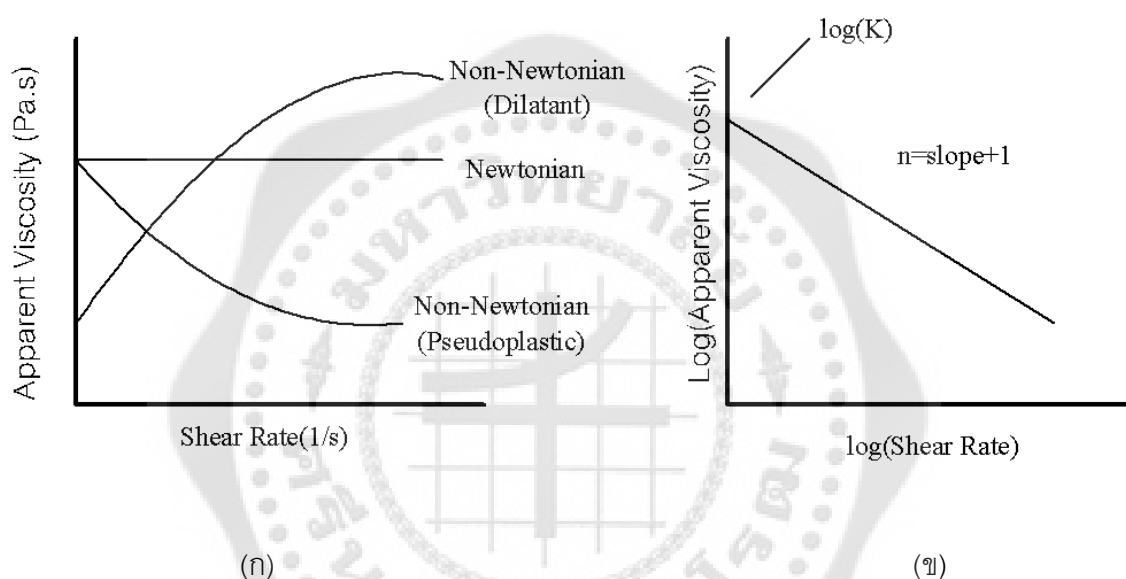
ที่มา: โชคชัย นิเวศน์รังสรรค์. สืบค้นเมื่อ 8 สิงหาคม 2554. (2549). *ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการสูญเสียความดันในงานฉีด*. หน้า 7. (ออนไลน์).

การที่จะตัดสินว่าของไหลแสดงคุณสมบัติแบบใด และมีค่าความหนืดเท่าใดนั้น ขึ้นอยู่กับค่าความหนืดปรากฏ (Apparent viscosity,  $\mu$ ) และอัตราเฉือน เครื่องมือสำหรับวัดความหนืดเรียกโดยทั่วไปว่า วิสโคมิเตอร์ (Viscometer) ซึ่งมีหลายแบบ

สำหรับมาตรวัดความหนืดชนิดหมุน ตัวอย่างเช่น มาตรวัดความหนืดบรุคฟิลด์ (Brookfield viscometer) การเพิ่มความเร็วนของการหมุน (Rotational speed) ของหัวทดสอบ (Spindle) หมายถึงการเพิ่มอัตราเฉือน ซึ่งจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความหนืดที่ปรากฏ ถ้าการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการหมุน ไม่ทำให้ค่าความหนืดที่ปรากฏเปลี่ยนแปลง (อย่างมีนัยสำคัญ) ถือว่าสารนั้นมีคุณสมบัติเป็น

<sup>1</sup> Mott, L Robert. (2000). *Applied Fluid Mechanics*. 5<sup>th</sup>. p.30. New Jersey: Prentice-Hall.

ของไหลนิวโทเนียน และสามารถสรุปได้ว่าของไหลมีความหนืดเท่ากับ ค่าความหนืดที่ปรากฏ แต่ถ้า การเปลี่ยนความเร็วของการหมุน ทำให้ค่าความหนืดที่ปรากฏเปลี่ยนแปลง ซึ่งโดยทั่วไปอยู่ในรูป เอกซ์โพเนนเชียล (Exponential) ถือว่าของไหลนั้นมีคุณสมบัติเป็นของไหลนอนนิวโทเนียน จาก ภาพประกอบ 2 ของไหลนิวโทเนียนมีความชันคงที่ซึ่งแสดงว่ามีความหนืดคงที่ ในขณะที่ของไหลไดลาแทนต์และซูโดพลาสติกมีความชันค่อยๆ เพิ่มขึ้นและลดลง ซึ่งแสดงว่ามีความหนืดค่อยๆ เพิ่มขึ้นและลดลงตามลำดับ ดังแสดงในภาพประกอบ 3(ก)



ภาพประกอบ 3 (ก) แสดงค่าความหนืดที่ปรากฏเทียบกับอัตราเฉือน

(ข) แสดงการหาค่าความหนืดที่ปรากฏ ด้วยการเขียนกราฟระหว่าง

Log (Apparent viscosity) เทียบกับ Log (Shear rate)

ที่มา: มณฑล สุกใส. สืบค้นเมื่อ 11 พฤษภาคม 2554. (2551). ความหนืดและพฤติกรรม การไหลของไหล. (ออนไลน์).

ความหนืดของของไหลชนิดต่างๆ ที่อัตราเฉือนต่างๆ ค่า  $K$  และ  $n$  คำนวณได้จาก เฮอเชล-บัลดี โมเดล (Herschel-Bulkley model) ในรูปของ ค่าความหนืดที่ปรากฏ ( $\mu$ ) และ อัตราเฉือน ( $\gamma$ ) ดังนี้



$$\mu = K\gamma^{n-1} \quad (2.5)$$

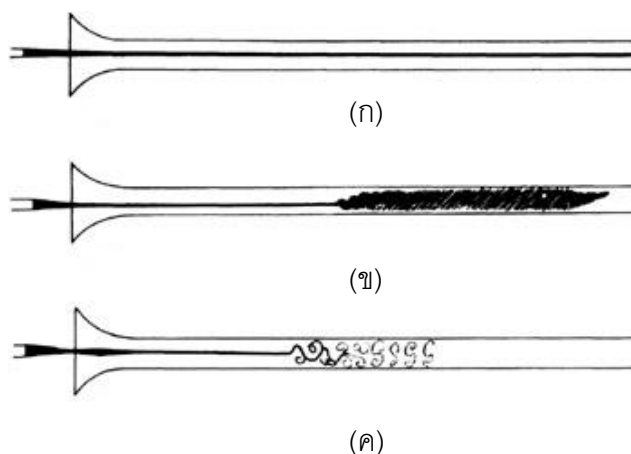
$$\text{Log } \mu = \text{Log } K + (n-1)\text{Log } \gamma \quad (2.6)$$

เมื่อ  $K$  และ  $n$  คือค่าคงตัว หากเขียนกราฟ Log-Log ระหว่าง  $\text{Log}(\mu)$  บนแกน Y และ  $\text{Log}(\gamma)$  บนแกน X ค่าความชัน (Slope) คือ  $n-1$  และจุดตัดแกน Y คือ  $\text{Log}(K)$  ตามภาพประกอบ 3(ข)

จะสังเกตได้ว่าถ้าของไหลมีคุณสมบัติเป็นของไหลนิวโทเนียน ค่า  $n$  จะเท่ากับ 1 ทำให้  $\mu$  เท่ากับ  $K$  และความหนืดของของไหลมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับอัตราเฉือนหรือการเปลี่ยนความเร็วของการหมุน ส่วนของไหลชนิดซูโดพลาสติก จะมีค่า  $n$  มากกว่า 1 และของไหลไดลาแทนต์ จะมีค่า  $n$  น้อยกว่า 1 ค่า  $n$  และ  $K$  ที่ได้จากรูป เป็นค่าคงที่เฉพาะตัวของของไหลซึ่งใช้ในการทำนายความหนืดที่ปรากฏ ณ อัตราเฉือน ต่างๆ กัน ตามสมการ (2.5)

### 3. ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number)

ออสบอร์น เรย์โนลด์ (Osborne Reynolds) วิศวกรชาวฝรั่งเศส ได้ทดลองหารูปแบบการไหลของของไหลในท่อ โดยการสังเกตเส้นทางการไหลของสีที่ปล่อยลงไปผสมกับของไหลผ่านท่อแก้ว ซึ่งพบว่าของไหลที่มีความเร็วต่ำ การไหลของสีจะเป็นการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) ตามภาพประกอบ 4(ก) ถ้าเพิ่มความเร็วไปเรื่อยๆ จะสังเกตเห็นว่าการไหลของสีจะเริ่มเข้าสู่ช่วงเปลี่ยนแปลง (Transition) ตามภาพประกอบ 4(ข) และจะกลายเป็นการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) ตามภาพประกอบ 4(ค) จึงได้สร้างตัวเลขขึ้นมาเพื่อแบ่งประเภทของการไหล ซึ่งต่อมาเรียกตัวเลขนี้ว่า ตัวเลขเรย์โนลด์



ภาพประกอบ 4 แสดงการไหลของดี (ก) แบบราบเรียบ (Laminar flow)

(ข) ช่วงเปลี่ยนแปลง (Transition)

(ค) แบบปั่นป่วน (Turbulent flow)

ที่มา: Reid, W. H. Retrieved August 2, 2011. (2004). *Hydrodynamic Stability*. 2<sup>nd</sup>.  
(online).

การไหลในท่อจะมีชั้นของเหลวที่สัมผัสกับผิวท่อภายใน ที่ความเร็วต่ำชั้นของเหลวนั้นจะเคลื่อนที่อย่างราบเรียบ ถ้าเพิ่มความเร็วการไหลชั้นของเหลวจะเคลื่อนที่แบบปั่นป่วน ซึ่งส่งผลให้แรงเสียดทานระหว่างของเหลวและท่อเปลี่ยนแปลงไป ออสบอร์น เรย์โนลด์ ได้เสนอตัวเลขซึ่งพิจารณาจากอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อย (Inertia force) และแรงหนืดของของไหล (Viscous force) ซึ่งเรียกว่าตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number) ตามสมการ (2.7)

$$\text{Re} = \frac{\text{Inertia force}}{\text{Viscous force}} \quad (2.7)$$

$$= \frac{\rho v_f D}{\mu}$$

$$\text{Re} = \frac{v_f D}{\nu}$$

โดยที่	$Re$	คือ ตัวเลขเรย์โนลด์ของการไหลในท่อ
	$v_f$	คือ ค่าความเร็วการไหลเฉลี่ยซึ่งคำนวณได้จากอัตราการไหลต่อพื้นที่หน้าตัดของท่อ
	$D$	คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ
	$\mu$	คือ ค่าความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล (Absolute viscosity)
	$\rho$	คือ ความหนาแน่นของของไหล (Density)
	$\nu$	คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดจลน์ (Kinematics viscosity coefficient) = $\frac{\mu}{\rho}$

ถึงแม้ตัวเลขเรย์โนลด์จะไม่มีหน่วย แต่มีความสำคัญอย่างมาก กล่าวคือตัวเลขนี้จะเป็นตัวกำหนดรูปแบบการไหลของของไหลว่าเป็นแบบใด ดังตาราง 3

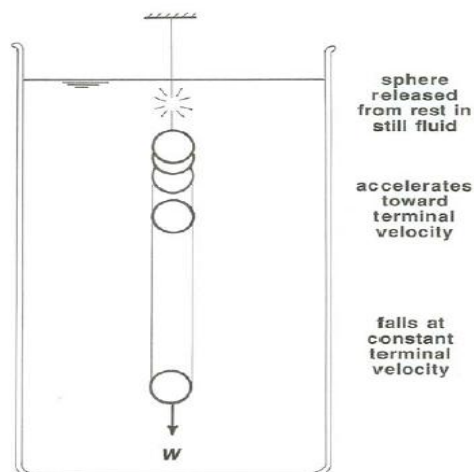
ตาราง 3 แสดงรูปแบบการไหลกับตัวเลขเรย์โนลด์

รูปแบบการไหล	ตัวเลขเรย์โนลด์
การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)	< 2,000
การไหลช่วงเปลี่ยนแปลง (Transient flow)	2,000 - 4,000
การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow)	> 4,000

ที่มา: Wilkes, James O. (1999). *Fluid mechanics for chemical engineers*. p.115. New Jersey: Prentice-Hall.

#### 4. การเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของเหลวที่มีความหนืด

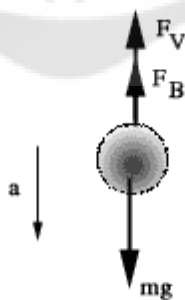
การวัดความหนืดของของเหลวทำได้หลายวิธี ที่นิยมใช้กันได้แก่ การให้ของเหลวไหลผ่านท่อเล็ก ๆ แล้ววัดอัตราการไหลของของเหลวในท่อ หรือหย่อนวัตถุทรงกลมลงในท่อซึ่งบรรจุของเหลวไว้ แล้วจับเวลาที่วัตถุทรงกลมตกลงไป ในช่วงระยะที่กำหนดในท่อ ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 แสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของเหลว

ที่มา: *Flow Past a sphere II: Stokes's Law, The Bernoulli equation, Turbulence, Boundary Layers, Flow Separation*. Retrieved April 20, 2011. (n.d.). p. 75. (online).

เมื่อวัตถุทรงกลมตกอย่างอิสระในของเหลว วัตถุทรงกลมนี้จะค่อยๆตกลงในของเหลว โดยของเหลวที่อยู่ด้านหน้าของวัตถุทรงกลมจะไหลเข้าแทนที่ช่องว่างที่วัตถุทรงกลมวิ่งผ่าน โดยที่ของเหลวนั้นไม่มีการหมุนวน แรงโน้มถ่วงจะทำให้วัตถุทรงกลมตกลงมาในทิศพุ่งลง โดยมีแรงสองแรง คือแรงลอยตัว (Buoyant force,  $F_B$ ) และแรงต้านเนื่องจากความหนืด (Viscous drag force,  $F_v$ ) กระทำต่อวัตถุทรงกลมในทิศทางพุ่งขึ้น ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำต่อทรงกลมขณะตกลงในของเหลว

ที่มา: จักรพันธ์ ถาวรธิดา; และ อรุณรัศมี จันทพรหม. สืบค้นเมื่อ 10 ตุลาคม 2554. (2552). การพัฒนาชุดทดลองการตกของลูกกลมโลหะในของเหลวตามกฎของสโตก. หน้า 2. (ออนไลน์).

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมคือ

$$mg - F_B - F_v = ma \quad (2.8)$$

- เมื่อ  $m$  คือ มวลของวัตถุทรงกลม  
 $a$  คือ ความเร่งของวัตถุทรงกลมในของเหลว  
 $g$  คือ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก

จาก กฎของสโตกส์ (Stoke) แรงต้านจากความหนืดจะแปรผันเป็นเชิงเส้นกับความเร็ว กรณีที่วัตถุมีรูปร่างเป็นทรงกลม  $F_v$  รูปแบบดังสมการ (2.9)

$$F_v = 6\pi\mu r v \quad (2.9)$$

- เมื่อ  $r$  คือ รัศมีของวัตถุทรงกลม  
 $v$  คือ ความเร็วของวัตถุที่เวลาใดๆ  
 $\mu$  คือ ความหนืดของของเหลว

สำหรับแรงลอยตัว  $F_B$  จากกฎของอาร์คิมิดีส (Archimedes) แรงลอยตัวจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุทรงกลม เนื่องจากวัตถุทรงกลมจมอยู่ในของเหลวทั้งหมด นั่นคือ

$$F_B = \rho' V g = \rho' \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) g \quad (2.10)$$

- เมื่อ  $\rho'$  คือ ความหนาแน่นของของเหลว  
 $V$  คือ ปริมาตรของวัตถุทรงกลม

ในขณะที่วัตถุทรงกลมตกลงมาด้วยความเร่ง แรงต้านจากความหนืดและแรงลอยตัวจะหน่วงให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งที่ลดลงจนกระทั่งไม่มีความเร่ง หรือ วัตถุทรงกลมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จากสมการ (2.8) เมื่อความเร่งเป็นศูนย์ สมการจะกลายเป็น

$$mg - F_B - F_v = 0 \quad (2.11)$$

แทนค่า  $F_B$  และ  $F_v$  ตามสมการ (2.9) และ (2.10) จะได้

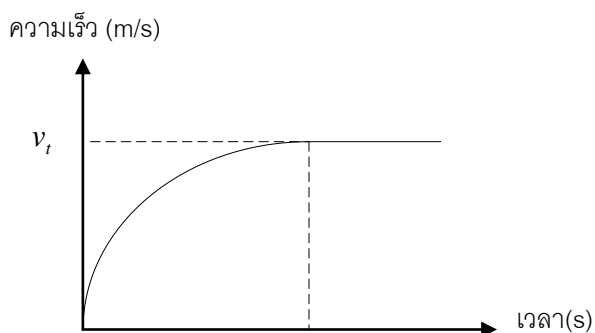
$$\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)g - \rho'\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)g - 6\pi\mu r v_t = 0 \quad (2.12)$$

หรือ 
$$v_t = \frac{2(\rho - \rho')}{9\mu} gr^2 \quad (2.13)$$

$$\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_t} gr^2 \quad (2.14)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของวัตถุทรงกลม  
 $v_t$  คือ ความเร็วปลายของวัตถุทรงกลม (Terminal velocity)

เมื่อทำการแก้สมการการเคลื่อนที่ (2.8) จะสามารถเขียนกราฟระหว่างความเร็วกับเวลาได้ตามภาพประกอบ 7 ซึ่งอธิบายการเคลื่อนที่ได้ว่า ในช่วงแรก อัตราเร็วของวัตถุทรงกลมจะมีค่าเพิ่มขึ้น (เคลื่อนที่ด้วยความเร่งมีทิศเดียวกับทิศความเร็ว) แต่เนื่องจากแรงต้านเนื่องจากความหนืดมีค่ามากขึ้นตามขนาดของความเร็วที่เพิ่มขึ้น ตามสมการ (2.9) ในที่สุดแล้วแรงหนืดนี้จะมีขนาดมากพอที่จะทำให้แรงสุทธิในแนวตั้งมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งย่อหมายความว่า วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ความเร่งเป็นศูนย์) ความเร็วนี้เรียกว่า ความเร็วปลาย (Terminal velocity,  $v_t$ )



ภาพประกอบ 7 แสดงกราฟการเข้าสู่ความเร็วปลายของวัตถุทรงกลมในของเหลว

การนำสมการ (2.14) ไปหาความหนืดนั้น มีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. วัตถุทรงกลมจะต้องมีความเร็วน้อยพอที่ทำให้ของไหลผ่านวัตถุทรงกลมแบบราบเรียบ ซึ่งอาจทำได้ในทางปฏิบัติโดยเลือกวัตถุทรงกลมให้มีน้ำหนักเบาพอ
2. ผิวสัมผัสของของไหลกับวัตถุทรงกลมต้องไม่มีการสั่นไถล
3. ของไหลต้องมีพฤติกรรมการไหลเป็นแบบนิวโทเนียน และเป็นของไหลแบบไม่สามารถบีบอัดได้ (Incompressible fluid)
4. ภาวะบรรจุของของไหลจะต้องมีปริมาตรขนาดใหญ่พอ ที่จะขจัดอิทธิพลของผนังภาชนะที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุทรงกลมในของไหลได้

ในกรณีที่มีอิทธิพลอันเนื่องมาจากผนังภาชนะ ซึ่งหากภาชนะมีลักษณะเป็นทรงกระบอก จะใช้หลักการของฮาเบอร์แมนและเซย์ (Haberman and Sayre)<sup>1</sup> เพื่อปรับปรุงสมการ (2.9) เป็น

$$F_v = 6\pi\mu r v k \quad (2.15)$$

เมื่อ  $k(\lambda)$  คือ พจน์ที่แสดงถึงอิทธิพลของผนังหลอดซึ่งขึ้นอยู่กับค่า  $\lambda = \frac{r}{R}$  ในรูป ( $0 < \frac{r}{R} < 1$ )

$$k(\lambda) = \left[ \frac{1 - 2.105\lambda + 2.0865\lambda^3 - 1.7068\lambda^5 + 0.72603\lambda^6}{1 - 0.75857\lambda^5} \right]^{-1} \quad (2.16)$$

เมื่อ  $r$  คือ รัศมีของวัตถุทรงกลม  
 $R$  คือ รัศมีของหลอดทดลอง

---

<sup>1</sup> Haberman, W.L.; & Sayre, R.M. Retrieved November 15, 2011. (1958). *Motion of rigid and fluid spheres in stationary and moving liquids inside cylindrical tubes*. p.24. (Online).

ดังนั้น สมการ (2.12) เขียนใหม่ได้ คือ

$$\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)g - \rho'\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)g - 6\pi\mu r v_i k = 0 \quad (2.17)$$

$$v_i = \frac{2(\rho - \rho')}{9\mu k} gr^2 \quad (2.18)$$

$$\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_i k} gr^2 \quad (2.19)$$

จากสมการ (2.18) และ (2.19) ทำให้ทราบค่า ความเร็วปลายและความหนืดอันเนื่องมาจากอิทธิพลของผนังหลอด

## 5. มาตรฐานวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรุคฟิลด์)

มาตรฐานวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรุคฟิลด์) (Brookfield digital viscometer: model DV-II) เป็นเครื่องวัดความหนืดชนิดหมุน (Rotational viscometer) ใช้สำหรับวัดทอร์ก (Torque) ที่เกิดจากการหมุนของหัวทดสอบ (Spindle) ซึ่งจุ่มอยู่ในของเหลวที่ต้องการวัด หัวทดสอบนี้ต่อกับมอเตอร์เพื่อช่วยให้โลหะทรงกระบอกหมุนได้ และวัดแรงเสียดทานของของเหลวออกมาเป็น เปอร์เซ็นต์ทอร์ก ซึ่งจะอยู่ในช่วง 10 - 100 เปอร์เซ็นต์<sup>1</sup> ซึ่งค่านี้สามารถนำมาคำนวณเปลี่ยนค่าเป็นเซนติพอยส์ (Centipoise, CPS) ได้โดยการคูณด้วยค่าคงที่ตามที่กำหนดมากับเครื่องดังแสดง ในตาราง 4

ระดับการหมุนของสปริง มีความสัมพันธ์กับค่าความหนืดของของไหล สำหรับของไหลที่มีความหนืดแรงต้านจะมากขึ้นเมื่อขนาดของหัวทดสอบหรือความเร็วรอบเพิ่มขึ้น ช่วงของค่าความหนืดที่น้อยที่สุดจะวัดได้โดยหัวทดสอบที่มีขนาดใหญ่และที่ความเร็วรอบสูง ช่วงของค่าความหนืดที่มากที่สุดจะวัดได้โดยหัวทดสอบที่มีขนาดเล็กและที่ความเร็วรอบต่ำ

---

<sup>1</sup>Brookfield Engineering Labs. Retrieved May 15,2011. (n.d.). *More Solution To Sticky Problems*. p. 10. (online).



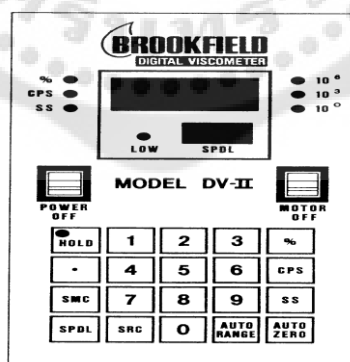
ตาราง 4 แสดงแฟกเตอร์ของหัวทดสอบ (Spindle factor)

หัวทดสอบ	แฟกเตอร์ของหัวทดสอบ
RV1	100/N
RV2	400/N
RV3	1000/N
RV4	2000/N
RV5	4000/N
RV6	10M/N

เมื่อ N คือ ความเร็วรอบ/นาที (rpm) และ M = 1000

ที่มา: Brookfield Engineering Labs. Retrieved May 15,2011. (n.d.). More Solution To Sticky Problems. p. 32. (online).

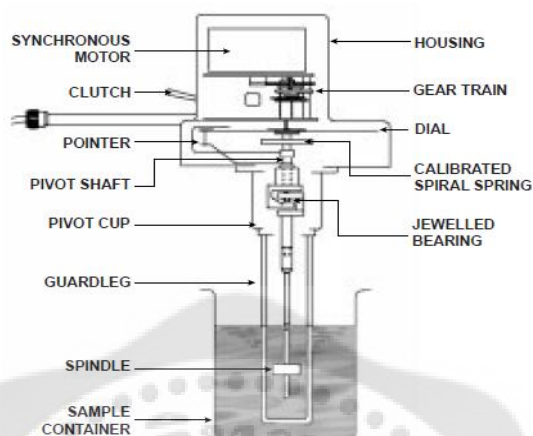
โดยการใช้งานจริงเมื่อทำการป้อนค่าหัวทดสอบแล้ว สามารถอ่านค่า เป็นเซนติพอยส์ ได้เลยจากเครื่อง ตามภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงหน้าจอมาตรวัดความหนืดแบบดิจิทัล (บรูคฟิลด์) (Brookfield Digital Viscometer: Model DV-II)

ที่มา: Brookfield Engineering Laboratories. Retrieved May 10,2011. (n.d.). *The Brookfield digital viscometer model DV-II*. p. 4. (online).

มาตรวัดความหนืดรุ่นนี้ จะมีความเร็วรอบต่อนาที ทั้งหมด 8 ค่า คือ 0.5 , 1 , 2.5 , 5 , 10 , 20 , 50 และ 100 ซึ่งจะต้องปรับให้เหมาะสมกับค่าความหนืดของของเหลวที่ต้องการวัด และมีวิธีติดตั้งอุปกรณ์ ตามภาพประกอบ 9

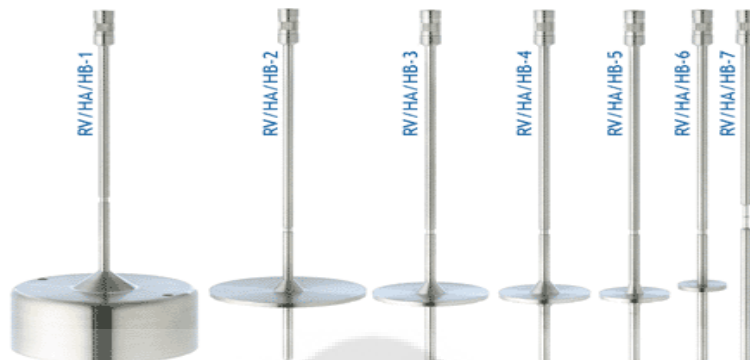


ภาพประกอบ 9 แสดงการติดตั้งอุปกรณ์มาตรวัดความหนืดแบบบรุคฟิลด์

ที่มา: Brookfield Engineering Labs. Retrieved May 15,2011. (n.d.). *More Solution To Sticky Problems*. p. 8. (online).

มาตรความหนืดแบบบรุคฟิลด์แต่ละรุ่น จะมีรายละเอียดเฉพาะในการใช้งานที่แตกต่างกัน แต่โดยทั่วไปสิ่งที่ควรต้องพิจารณาก่อนคือ การเลือกขนาดของหัวทดสอบให้เหมาะสมกับช่วงความหนืดของสารที่ต้องการวัด โดยพิจารณา ประกอบกับคู่มือ ซึ่งหัวทดสอบที่ใช้สำหรับวัดความหนืดจะมีจำนวน 7 หัวทดสอบ คือหมายเลข RV/HA/HB-1 ถึง RV/HA/HB-7 ตามภาพประกอบ 10 โดยหมายเลข RV/HA/HB-1 เหมาะสำหรับวัดความหนืดไม่สูงมากนัก หมายเลข RV/HA/HB-2 ถึง RV/HA/HB-7 จะสามารถวัดค่าความหนืดของของเหลวได้สูงขึ้นตามลำดับ แต่หมายเลข RV/HA/HB-7 จะเหมาะสมกับการวัดความหนืดของของเหลวที่มีพฤติกรรมการไหลแบบนอนนิวโทเนียน นอกจากการเลือกหัวทดสอบแล้ว การกำหนดความเร็วรอบก็มีความจำเป็นโดยควรเลือกให้เหมาะสมกับความหนืดของสารและเหมาะสมกับหัวทดสอบ หากความเร็วรอบไม่เหมาะสมกับหัวทดสอบแล้วเครื่องจะไม่ทำงาน (Error) และจะต้องเปลี่ยนหัวทดสอบใหม่ ค่าความหนืดสูงสุดที่อ่านได้ของหัวทดสอบแต่ละหัวสามารถคำนวณได้จากสัมประสิทธิ์ของพิสัย มีค่าดังตาราง 5 ค่าความหนืดที่แต่ละหัวทดสอบวัด

ได้มากที่สุด หาได้จากการนำสัมประสิทธิ์ของฟิล์มของแต่ละหัวทดสอบหารด้วยจำนวนรอบต่อเวลาที่หัววัดหมุน



ภาพประกอบ 10 แสดงหัวทดสอบ หมายเลข RV/HA/HB-1 ถึง RV/HA/HB-7

ที่มา: QC Labs. Retrieved August 25, 2011. (n.d.). *Laboratory equipment for Viscosity Measurement*. (online).

ตาราง 5 แสดงค่าความหนืดสูงสุดที่อ่านได้ของหัวทดสอบแต่ละหัวที่ความเร็วรอบ N rpm

หัวทดสอบ	สัมประสิทธิ์ของฟิล์ม(Range Coefficient)
RV1	10,000/N
RV2	40,000/N
RV3	100,000/N
RV4	200,000/N
RV5	400,000/N
RV6	1,000,000/N

ที่มา: Brookfield Engineering Labs. Retrieved May 15, 2011. (n.d.). *More Solution To Sticky Problems*. p. 51. (online).

## 6. การหาค่าความไม่แน่นอนในการวัด

ในการวัด (Measurement) หรือการหาปริมาณในการวิเคราะห์ค่าหนึ่งๆ ที่ได้รับความสนใจมากในปัจจุบัน ได้แก่ ค่าความไม่แน่นอนในการวัด (Uncertainty of measurement) ซึ่งจะบอกช่วงความไม่แน่นอนช่วงที่เป็นไปได้ของผลการวัดนั้น โดยประโยชน์ของการหาค่าความไม่แน่นอนในการวัดสามารถสรุปเป็นข้อๆ ได้ดังนี้

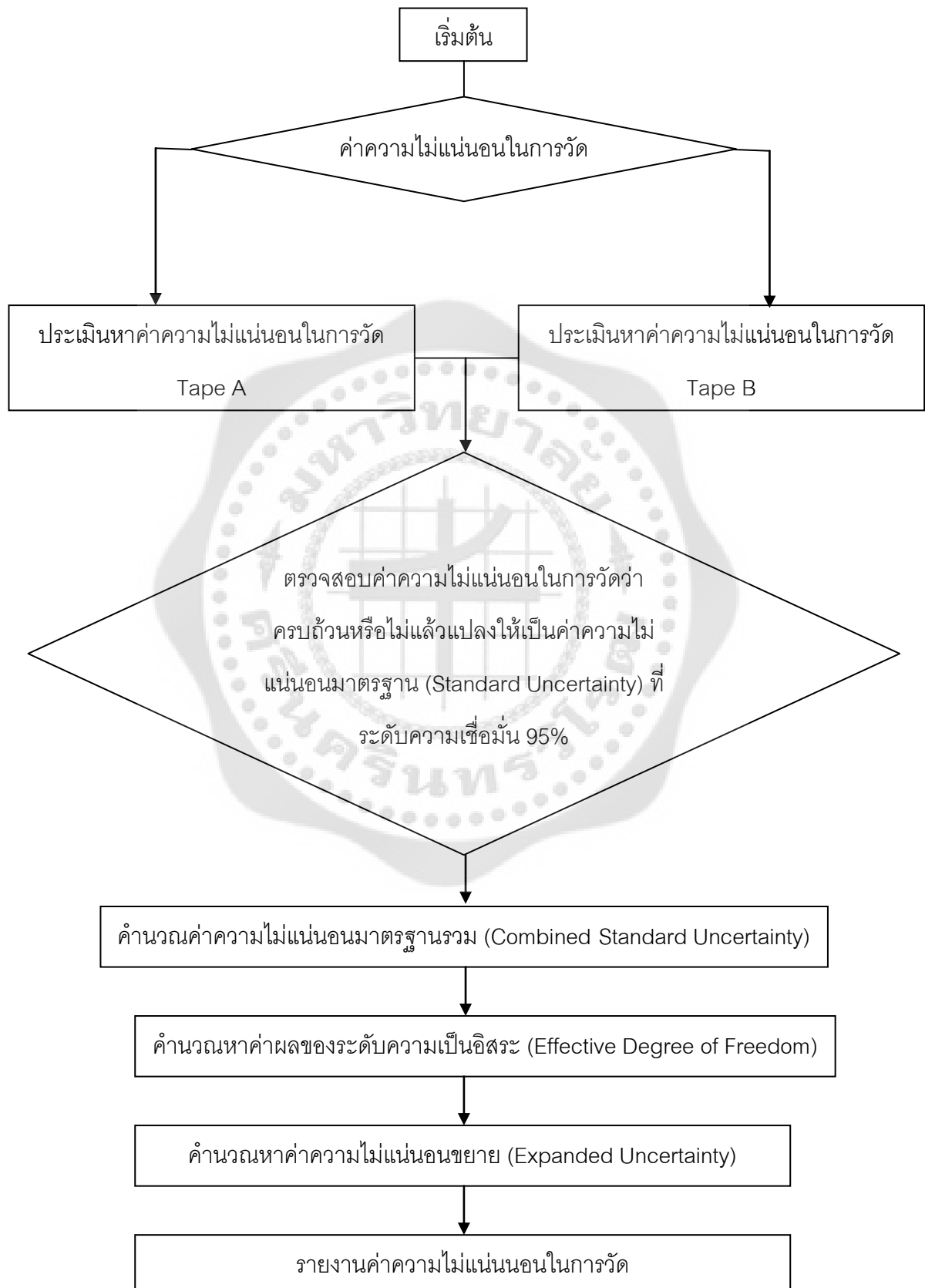
1. เป็นปริมาณที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของการวัดนั้นๆ
2. สามารถนำมาใช้เป็นค่าเปรียบเทียบ (parameter) ในการวัดระหว่างห้องปฏิบัติการ
3. เป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ ซึ่งจะเป็นข้อมูลที่ละเอียดมากยิ่งขึ้น โดยค่าที่รายงานจะรวมถึงความไม่แน่นอนในการวัดทั้งระบบ
4. สามารถนำมาเป็นองค์ประกอบที่ใช้พิจารณาวิธีวิเคราะห์ ว่าควรต้องมีการปรับปรุงแก้ไขหรือบอกถึงว่าวิธีวิเคราะห์ดังกล่าวมีค่าความไม่แน่นอนสูงเพียงใดและอาจลดค่าความไม่แน่นอนลงโดยการปรับปรุงวิธีการวัดใหม่

### แหล่งของความไม่แน่นอนในการวัด

ในการพิจารณาค่าความไม่แน่นอนในการวัดนั้นพบว่า มีแหล่งของความไม่แน่นอนที่แตกต่างกันไป หากพยายามจัดกลุ่มโดยดูถึงแหล่งที่มาของความไม่แน่นอนแล้ว จะพบว่าสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ ได้ดังนี้

1. **ความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม (Random Error)** เป็นแหล่งของความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากความแตกต่างกันของค่าที่ได้จากการวัดแต่ละครั้ง โดยไม่สามารถอธิบายเหตุผลที่ชัดเจนได้ รวมทั้งมักจะไม่สามารถคาดการณ์แนวโน้มของความแตกต่างได้ด้วย
2. **ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ (Systematic Error)** เป็นแหล่งของความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากความไม่สมบูรณ์ในการวัด ความไม่สมบูรณ์ดังกล่าวมีที่มาหลากหลาย ซึ่งผู้ที่มีประสบการณ์และความชำนาญในการวัดจะสามารถคาดการณ์ความผิดพลาดในส่วนนี้ได้

## ขั้นตอนการหาค่าความไม่แน่นอนในการวัด ดังนี้



### หลักการทางสถิติที่เกี่ยวข้อง

หลักการทางสถิติถือว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างหนึ่งในการประมวลผลข้อมูล สถิติที่มีส่วนเกี่ยวข้องที่นำมากล่าวถึงในที่นี้ ได้แก่

1. การวัดค่ากลาง (Measure of Central Tendency) เป็นการหาศูนย์กลางของการกระจายของข้อมูล ทั้งนี้การหาค่าศูนย์กลางของการกระจายของข้อมูลที่ได้จากการวัด ใช้การหาค่าเฉลี่ย (Mean) ตามสมการ (2.20)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (2.20)$$

เมื่อ  $\bar{x}$  เป็นค่าเฉลี่ยของการวัดในจำนวน  $n$  ครั้ง

$x_n$  เป็นค่าของการวัดครั้งที่  $n$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) เป็นค่าที่บ่งบอกถึงการกระจายของข้อมูลหาได้จากความสัมพันธ์ดังนี้

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2.21)$$

เมื่อ  $s$  เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$x_i$  เป็นค่าของการวัดครั้งที่  $i$

3. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย (Standard Deviation of Mean) เมื่อดำเนินการวัดโดยมีสภาวะต่าง ๆ ของการวัดที่คงที่ และการวัดมีการดำเนินการที่ต่อเนื่อง ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังกล่าวจะเปลี่ยนแปลงไปด้วย ซึ่งสามารถประมาณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยได้จาก

$$s(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.22)$$

ค่าที่ประมาณได้นี้ เรียกว่า ความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิดเอ (Type A Standard Uncertainty) ซึ่งคำนวณจากการวัดซ้ำหลายๆ ครั้ง

ส่วนการประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิดบี (Type B Standard Uncertainty) ซึ่งเป็นค่าความไม่แน่นอนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ มีปัจจัยดังนี้

1. ความไม่แน่นอนที่ติดมาจากการสอบเทียบเครื่องมือมาตรฐาน
2. ความละเอียดของเครื่องมือที่วัด
3. ปัจจัยทางสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวข้องในการทดลอง

4. ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม (Combined Standard Uncertainty) เป็นการรวมความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิดเอและความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิดบี ดังนี้

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n C_i^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2(y)} \quad (2.23)$$

โดยที่  $C_i$  คือ สัมประสิทธิ์ความไว (Sensitivity Coefficient) ซึ่งใช้สำหรับการแปลงค่าที่ป้อนเข้าไป (Input) ที่มีหน่วยต่างจากผลลัพธ์ (Output) ให้เป็นหน่วยเดียวกัน หรือขยายปริมาณให้เหมาะสมกับผลลัพธ์

$u(x_i)$  คือ ความไม่แน่นอนที่เกิดจากปริมาณค่าที่ป้อนเข้าไปต่างๆ

$u_i(y)$  คือ ความไม่แน่นอนของผลลัพธ์ย่อยๆ แต่ละตัว

5. ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ (Effective Degree of Freedom) ในกระบวนการวัด มักจะทำการวัดหลายครั้ง ถ้า  $n$  คือ จำนวนครั้งที่วัด จะมีค่าของระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เกิดขึ้นเท่ากับ  $n - 1$  ซึ่งเป็นแฟกเตอร์ที่มีส่วนสำคัญเนื่องจากการหาค่าตัวคูณที่เหมาะสมในตารางการแจกแจงที (t - Distribution) นั้น ผู้วัดต้องทราบว่าจะกำหนดระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level) ที่เท่าไร และต้องทราบค่าระดับความเป็นอิสระ ของการวัดด้วย สำหรับการวัดที่มีข้อมูลเพียงค่าเดียว ระดับความเป็นอิสระจะประมาณได้จาก  $n - 1$  ในทางปฏิบัติการวัดจะมีข้อมูลที่เกี่ยวข้องหลายจำนวน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องประเมินค่าระดับความเป็นอิสระรวมของทั้งระบบซึ่ง

ไอเอสโอ (International Organization for Standardization; ISO) เรียกค่านี้ว่า ผลของระดับความเป็นอิสระ (Effective Degree of Freedom) โดยประมาณค่าได้จากสูตรที่ให้ไว้ ค่าระดับความเป็นอิสระที่ได้นี้เมื่อนำไปใช้ร่วมกับตารางการแจกแจงที่ ค่านี้คือ ค่าที่อยู่ในช่องซ้ายสุดของตารางการแจกแจงที่

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (2.24)$$

เมื่อ

$u_c(y)$  คือ ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม (Combined Standard Uncertainty)

$u_i(y)$  คือ ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ของผลลัพธ์แต่ละตัว

$v_i$  คือ ระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) ของแต่ละตัว

5. ค่าความไม่แน่นอนขยาย (Expanded Uncertainty) คือค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม ที่ประมาณได้มีความเชื่อถือได้ขนาดหนึ่ง ซึ่งยังมีความเหมาะสมไม่มากพอที่จะใช้ได้ในการปฏิบัติ ทั้งนี้ค่าความไม่แน่นอนของการวัดที่เหมาะสมใช้ได้ในการปฏิบัติ ควรมีความเชื่อมั่นที่ระดับ 95% ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม ที่ประเมินได้ดังกล่าวจึงต้องนำมาดำเนินการต่อโดยการหาตัวคูณที่เหมาะสมมาคูณ เพื่อให้ได้เป็นค่าความไม่แน่นอนขยาย

$$U = k u_c \quad (2.25)$$

เมื่อ

$U$  คือ ค่าความไม่แน่นอนขยาย

$k$  คือ ตัวคูณที่เลือกจากตารางการแจกแจงที่

$u_c$  คือ ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม



## 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี พ.ศ.2553 เรย์มอล; และ คนอื่นๆ (Raymond Lau; et al) ศึกษาผลของผนังหลอดทดลองที่มีต่ออนุภาครูปทรงกระบอก ทำการทดลองในช่วงค่าตัวเลขเรโนลด์ 600 ถึง 16100 และนำไปเปรียบเทียบกับผลของผนังหลอดที่ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับอนุภาคทรงกลม

ในปี พ.ศ.2552 จักรพันธ์ ถาวรธิดา; และ อรุณรัศมี จันทพรหม สร้างและพัฒนาชุดทดลองอย่างง่ายในการศึกษาการตกของลูกกลมโลหะในของเหลวที่มีความหนืดตามกฎของสโตก โดยออกแบบและสร้างชุดทดลองจากวัสดุที่หาง่ายและมีราคาถูก ประกอบขึ้นเป็นท่อทรงกระบอกใส่ที่บรรจุกลีเซอรินที่ยึดด้วยแท่นในแนวตั้ง ปลายท่อด้านบนเปิดเพื่อหย่อนลูกกลมโลหะ ที่ด้านหนึ่งของท่อติดตั้งสายวัดความยาวสำหรับอ่านค่าระยะการตกของลูกกลมโลหะ เมื่อทำการทดลองมีการใช้กล้องบันทึกภาพชนิดดิจิทัลฉบับที่ภาพการตกของลูกกลมที่ตำแหน่งต่างๆ บันทึกในรูปแบบแฟ้มภาพเคลื่อนไหว จากนั้นนำภาพการเคลื่อนไหวดังกล่าวไปวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของระยะทางการเคลื่อนที่ของลูกกลมกับเวลาโดยใช้ซอฟต์แวร์การเล่นแฟ้มภาพเคลื่อนไหว จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่าการเคลื่อนที่ของลูกกลมที่ตกในแนวตั้งภายใต้ของเหลวที่มีความหนืด พบว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางการเคลื่อนที่กับเวลาเป็นความสัมพันธ์ที่เป็นไปตามกฎของสโตก

ในปี พ.ศ.2545 ชาบรา; อกาเวล; และ โชดราวี (Chhabra,R.P.; Agarwal,S.; & Chaudhary,K.) ศึกษาความเร็วที่ลดลงของอนุภาคทรงกลมที่อยู่ในของไหลที่อยู่นิ่ง โดยการจำกัดขอบเขต ทำให้เกิดผลของผนังหลอดที่ขึ้นอยู่กับ รูปทรงทางเรขาคณิตและตัวแปรเชิงกลศาสตร์ ในการทดลองจะใช้อนุภาคทรงกลมปล้อยผ่านเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดรูปทรงกระบอก ผลของผนังหลอดจะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางของอนุภาคกลมต่อหลอดทดลอง ( $\lambda$ ) และตัวเลขเรย์โนลด์ของอนุภาคทรงกลม ( $Re$ )

ในปี พ.ศ.2542 เอ็ดไทดี; เพอไรรา; และ บาร์โรโซ (Ataide,C. H.; Pereira,F. A. R.; & Barrozo,M. A. S.) ศึกษาผลของผนังหลอดที่มีอิทธิพลต่อการตกของอนุภาคทรงกลม ผ่านเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดรูปทรงกระบอก จำนวน 5 หลอด ในของเหลวนิวโทเนียนและนอนนิวโทเนียน โดยใช้สารละลายกลีเซอรินและสารละลายคาร์บอกซีเมทิลเซลลูโลส (Carboximethylcellulose) ผลการทดลองนี้สรุปได้ว่า ความเร็วปลายที่ไม่คิดผลของผนังหลอด ( $v_{t,\infty}$ ) มีความสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับความเร็วปลายที่คิดผลของผนังหลอด ( $v_t$ ) และเรียกอัตราส่วนระหว่าง  $v_t/v_{t,\infty}$  ว่า อิทธิพลของผนังหลอด

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. รายละเอียดเกี่ยวกับการวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม
2. เตรียมของเหลวที่ใช้ในงานวิจัย
3. ศึกษามาตรวัดความหนืดแบบบรูคฟิลด์และวัดความหนืดของของเหลวที่เตรียมขึ้นมาสำหรับใช้ในงานวิจัย
4. ขั้นตอนการวิจัย

#### 1. รายละเอียดเกี่ยวกับการวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลม

ผู้วิจัยได้ศึกษามาตรวัดความหนืดชนิดอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมในกรณีที่มีผนังหลอดไม่มีผลต่อการตกของวัตถุทรงกลม ( $d \ll D$ ) มาแล้วในบทที่ 2 และสามารถหาค่าความหนืดได้จากสมการ (2.14) คือ

$$\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_t} gr^2 \quad (3.1)$$

เมื่อ  $d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมและ  $r = d/2$

$D$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของภายในของหลอดทดลอง

ในกรณีที่มีผลของผนังหลอดเข้ามาเกี่ยวข้อง คือ กรณีที่อัตราส่วนขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดทดลอง อยู่ในช่วง  $0 < \frac{d}{D} < 1$  จะสามารถหาค่าความหนืดได้จากสมการ (2.19) คือ

$$\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9v_t k} gr^2$$

ซึ่งอาจมองได้ว่าเป็นการตกของลูกเหล็กภายในของเหลวที่มีความหนืดยังผล (Effective viscosity)

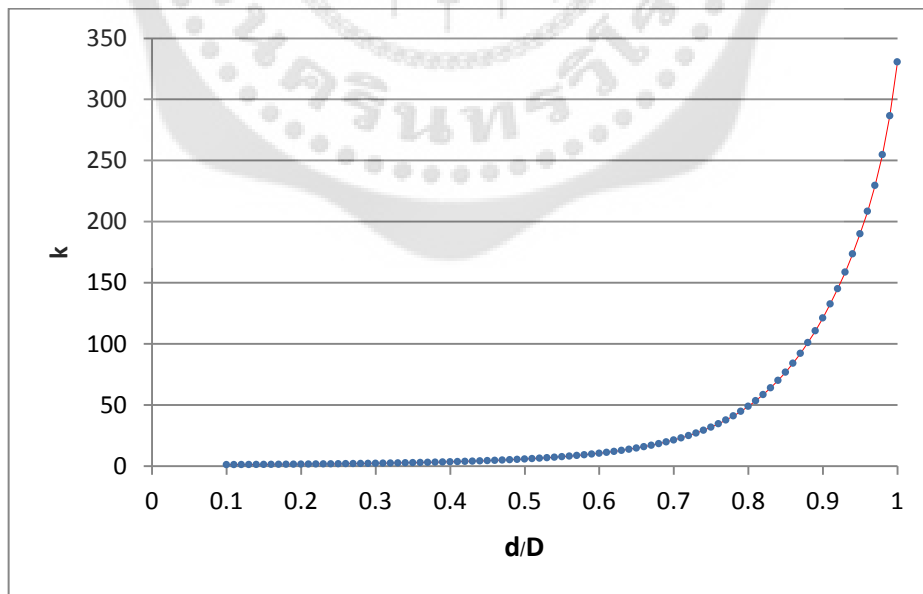
$\mu_{eff} = k\mu$  โดยที่มีอิทธิพลของผนังหลอด นั้นคือ

$$\mu_{eff} = k\mu = \frac{2(\rho - \rho')}{9\nu_t} gr^2 \quad (3.2)$$

เมื่อ  $k$  อยู่ในรูปฟังก์ชันของ  $\frac{d}{D}$  ตามรูปแบบสมการของฮาเบอร์แมนและเซรี คือ

$$k(\lambda) = \left[ \frac{1 - 2.105\lambda + 2.0865\lambda^3 - 1.7068\lambda^5 + 0.72603\lambda^6}{1 - 0.75857\lambda^5} \right]^{-1}$$

สังเกตว่าขวามือสมการ (3.2) ดูเหมือนกับสมการ (3.1) แต่ต่างกันที่  $\nu_t$  โดย  $\nu_t$  ในสมการ (3.2) เป็นอัตราเร็วปลายของลูกเหล็กในของเหลวที่มีความหนืดยังผล  $\mu_{eff} > \mu$  เมื่อนำสมการตามรูปแบบของฮาเบอร์แมนและเซรี มาใช้หาค่า  $k$  โดยกำหนดให้  $\lambda = \frac{d}{D}$  และค่า  $k$  ที่ได้เป็นฟังก์ชันของ  $\lambda$  จะได้ค่า  $k$  ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอิทธิพลของผนังหลอด ( $k$ ) กับอัตราส่วนของเส้นผ่าน

ศูนย์กลางของวัตถุทรงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดทรงกระบอก

เลือกช่วงของอัตราส่วนระหว่างรัศมีวัตถุทรงกลมต่อรัศมีหลอดทดลอง ที่จะใช้ในงานวิจัยนี้ คือ ช่วง 0.1 , 0.20 , 0.31 , 0.41 , 0.52 , 0.66 , 0.70 , 0.80 , 0.83 , 0.89 , 0.90 และ 0.92 ดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงขนาดของวัตถุทรงกลมและหลอดทดลอง ทำให้ค่าอัตราส่วนของ  $\lambda = \frac{\bar{d}}{\bar{D}}$  ต่างๆ กัน

$\lambda$	$\bar{d}(2\bar{r})$ (มิลลิเมตร)	$\bar{D}(2\bar{R})$ (มิลลิเมตร)	$\lambda$	$\bar{d}(2\bar{r})$ (มิลลิเมตร)	$\bar{D}(2\bar{R})$ (มิลลิเมตร)
0.10	2.00	19.86	0.70	5.01	7.12
0.20	3.99	19.86	0.80	2.00	2.50
0.31	3.00	9.64	0.83	5.01	6.06
0.41	3.99	9.64	0.89	3.99	4.48
0.52	5.01	9.64	0.90	3.00	3.33
0.66	3.99	6.06	0.92	3.00	3.26

## 2. เตรียมของเหลวที่ใช้ในงานวิจัย

### 2.1 อุปกรณ์

- 2.1.1 น้ำยาล้างจาน
- 2.1.2 เกล็ด
- 2.1.3 บีกเกอร์
- 2.1.4 ข้อนตักสาร
- 2.1.5 แท่งแก้วคน
- 2.1.6 กลีเซอริน

## 2.2 วิธีผสมของเหลว

เทน้ำยาล้างจาน ลงในบีเกอร์ขนาด 600 มิลลิลิตร และใช้ช้อนตักสารเติมเกลือลงในน้ำยาล้างจานเล็กน้อย แล้วจึงใช้แท่งแก้วคน คนให้เข้ากัน

## 3. ศึกษามาตรวัดความหนืดแบบบรูคฟิลด์และวัดความหนืดของของเหลวที่เตรียมขึ้นมาสำหรับใช้ในงานวิจัย

ติดตั้งมาตรวัดความหนืดและหัวทดสอบ เพื่อวัดค่าความหนืดของสารละลายที่ต้องการทดสอบ ตามภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 แสดงมาตรวัดความหนืดที่พร้อมใช้งาน

### 3.1 เครื่องมือและอุปกรณ์

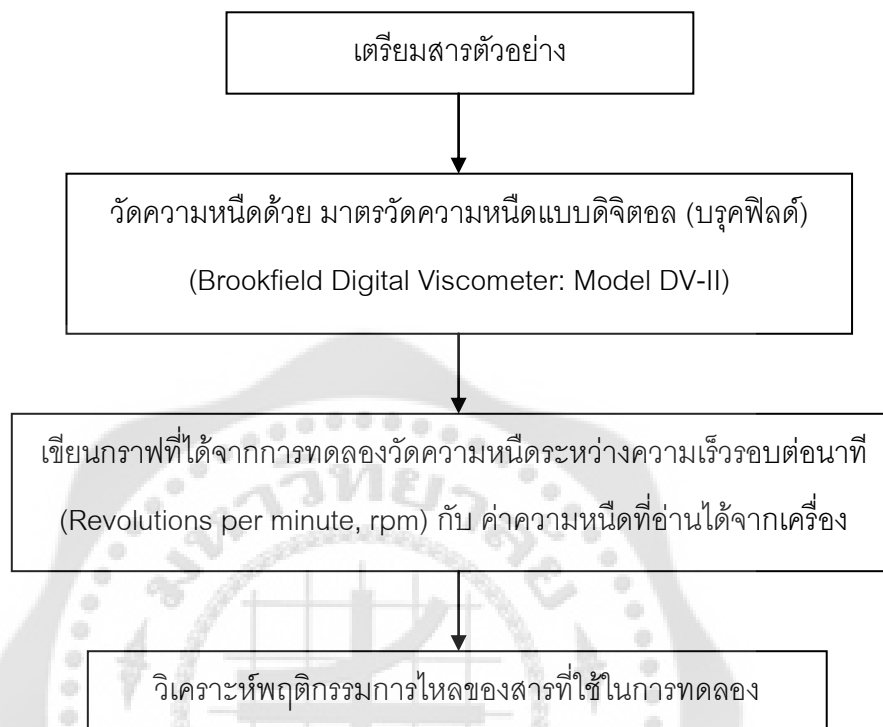
3.1.1 มาตรวัดความหนืดดิจิทัลแบบอาศัยการหมุนยี่ห้อบรูคฟิลด์ (Brookfield Digital Viscometer: Model DV-II)

3.1.2 เทอร์โมมิเตอร์

3.1.3 บีเกอร์ขนาด 600 มิลลิลิตร

3.1.4 ของเหลวที่เตรียมขึ้นสำหรับใช้ในงานวิจัย (จากข้อ 2)

### 3.2 วิธีทดลอง



ตาราง 7 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรวัดความหนืดที่ระดับความน่าเชื่อถือของข้อมูลสูง

Shear Rate (rpm)	Spindle no. 1		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 2		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 3		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 4		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 5		Uncertainty (CPS)	Spindle no. 6		Uncertainty (CPS)
	(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%		(CPS)	%	
	0.5	5,060	25.4	200	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		2,000	High Uncertainty zone		4,000	High Uncertainty zone		8,000	High Uncertainty zone	
1	4,870	48.7	100	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		1,000	High Uncertainty zone		2,000	High Uncertainty zone		4,000	High Uncertainty zone		10,000
2.5	Error/non-measurable zone		40	5,000	31.2	160	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		1,600	High Uncertainty zone		4,000
5	Error/non-measurable zone		20	4,920	61.5	80	High Uncertainty zone		200	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		800	High Uncertainty zone		2,000
10	Error/non-measurable zone		10	Error/non-measurable zone		40	5,050	50.5	100	4,700	23.7	200	High Uncertainty zone		400	High Uncertainty zone		1,000
20	Error/non-measurable zone		5	Error/non-measurable zone		20	4,820	96.4	50	4,650	46.5	100	4,680	23.2	200	High Uncertainty zone		500
50	Error/non-measurable zone		2	Error/non-measurable zone		8	Error/non-measurable zone		20	Error/non-measurable zone		40	4,500	56.2	80	4,660	23.3	200
100	Error/non-measurable zone		1	Error/non-measurable zone		4	Error/non-measurable zone		10	Error/non-measurable zone		20	Error/non-measurable zone		40	4,210	42.1	100

Error/non-measurable zone

หมายถึง บริเวณที่เครื่องไม่สามารถวัดได้

High Uncertainty zone

หมายถึง บริเวณที่มีความไม่แน่นอนในการวัดสูง

ค่าความไม่แน่นอนในการวัด (Uncertainty) ที่แสดงไว้ในตาราง 7 คำนวณได้จากค่าความไม่แน่นอนในการวัดของเครื่องมือคือ 1% ของค่าความหนืดที่วัดได้สูงสุดในแต่ละหัววัดที่แต่ละความเร็วรอบ (ตามตาราง 5)

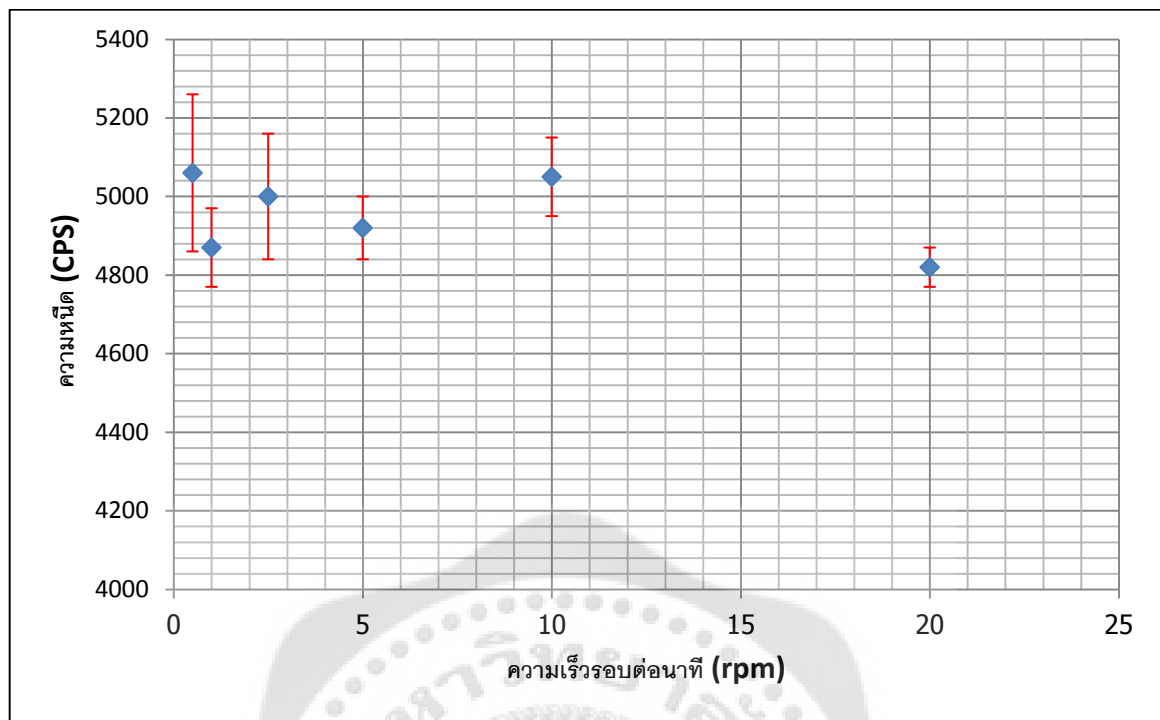
เลือกค่าความหนืดที่อยู่ในช่วงที่มีความไม่แน่นอนในการวัดต่ำ ในแต่ละหัววัดและแต่ละความเร็วรอบต่อไปนี้ พร้อมระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด ดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรวัดความหนืดที่อุณหภูมิ 22.7 °C

รอบต่อนาที (rpm)	ความหนืด (CPS)	ความไม่แน่นอนในการวัด (CPS)
0.5	5,060	200
1	4,870	100
2.5	5,000	160
5	4,920	80
10	5,050	100
20	4,820	50
50	4,500	80
100	4,210	100

นำค่าที่ได้ในตาราง 8 มาเขียนกราฟระหว่างความเร็วรอบต่อนาทีกับค่าความหนืดที่วัดได้ในแต่ละความเร็วรอบ พร้อมทั้งระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัดของมาตรวัดความหนืดบรุคฟิลด์ ดังภาพประกอบ 13



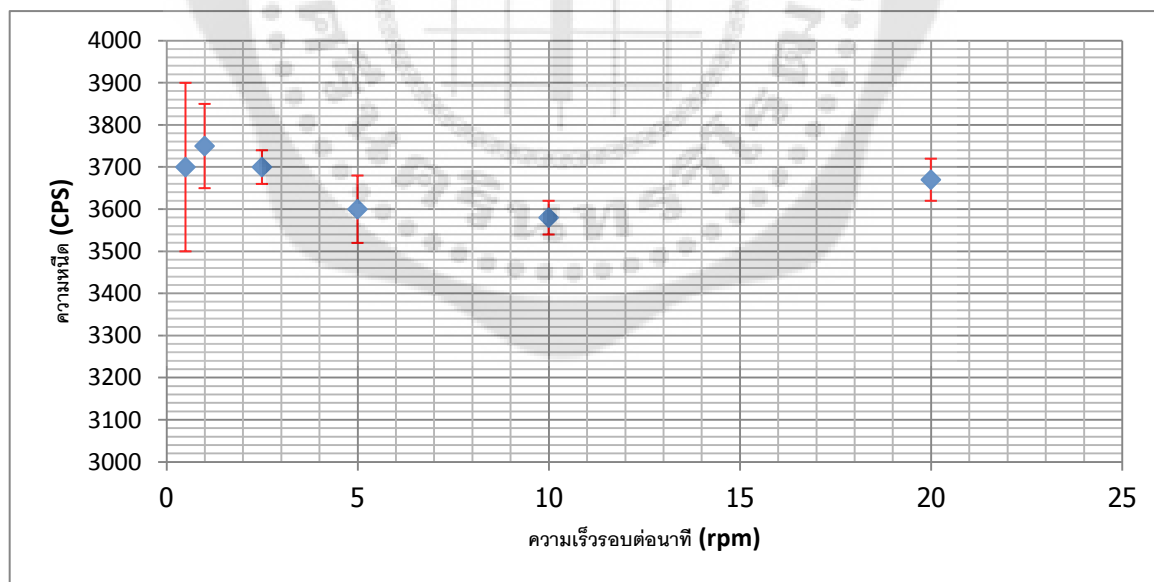


ภาพประกอบ 13 แสดงกราฟระหว่างค่าความหนืด (CPS) กับความเร็วรอบต่อนาที (rpm) พร้อมระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด ที่อุณหภูมิ  $22.7^{\circ}\text{C}$

ในการทำงานเดียวกันเมื่อทำการทดลองซ้ำในครั้งที่ 2 ที่อุณหภูมิ  $23.6^{\circ}\text{C}$  จะได้ผลตามตาราง 9 และนำมาเขียนกราฟตามภาพประกอบ 14

ตาราง 9 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความหนืด โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืดที่อุณหภูมิ 23.6 °C

รอบต่อนาที (rpm)	ความหนืด (CPS)	ความไม่แน่นอนในการวัด (CPS)
0.5	3700	200
1	3750	100
2.5	3700	40
5	3600	80
10	3580	40
20	3670	50
50	3640	40
100	3400	40



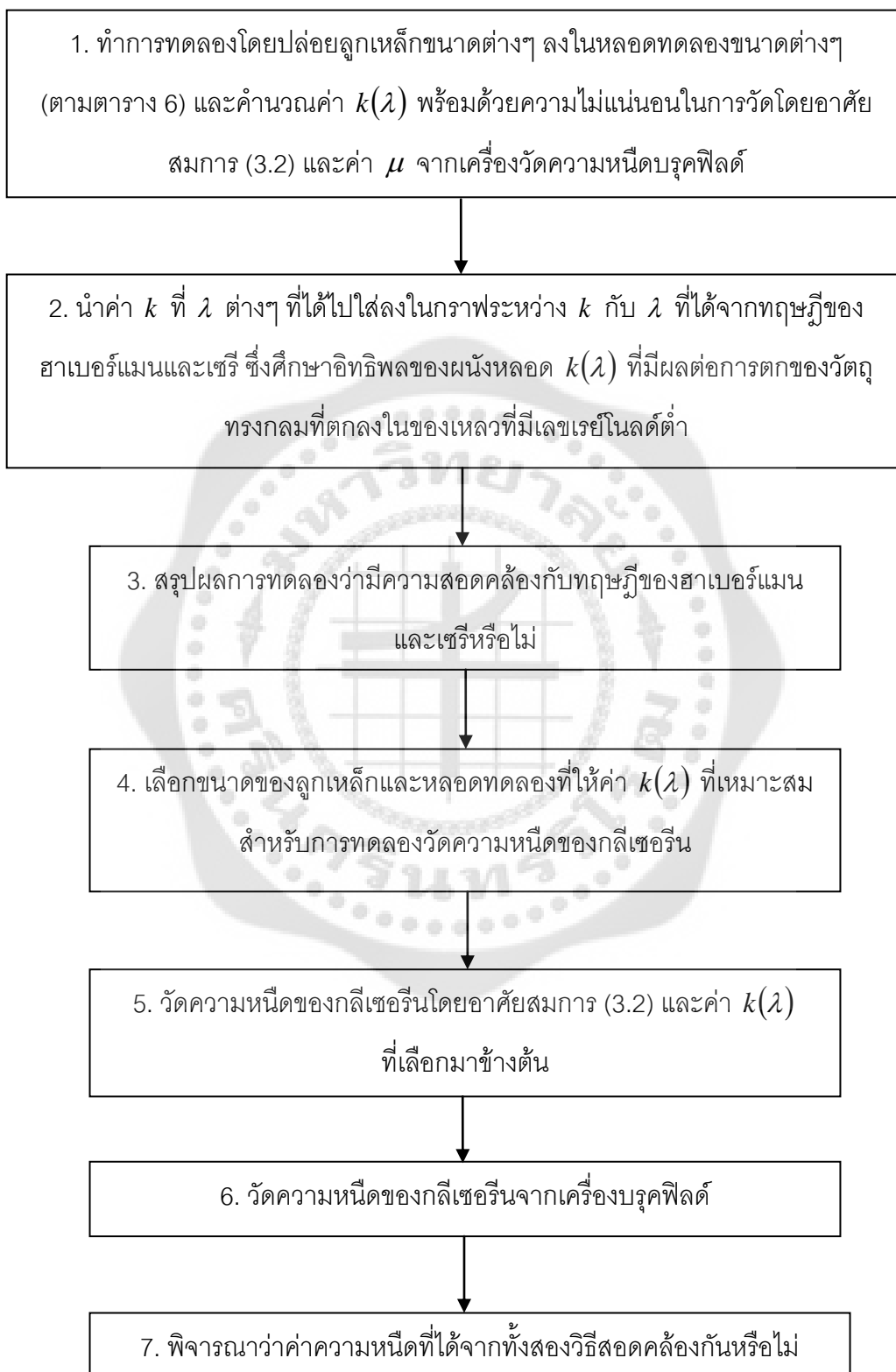
ภาพประกอบ 14 แสดงกราฟระหว่างค่าความหนืด (CPS) กับความเร็วรอบต่อนาที (rpm) พร้อมระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด ที่อุณหภูมิ 23.6 °C

จากภาพประกอบ 13 และ 14 จะเห็นว่าค่าความหนืดที่แต่ละความเร็วรอบไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากแท่งที่ระบุความไม่แน่นอนในการวัดของแต่ละความเร็วรอบมีความคาบเกี่ยวกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าของเหลวนี้เป็นของเหลวชนิดนิวโทเนียน ภายใต้ความเร็วรอบ 0.5-20 rpm

สังเกตว่าผลจากตาราง 8 และ 9 (ภาพประกอบ 13 และ 14) ให้ค่าเฉลี่ยของความหนืดที่แตกต่างกันในขณะที่อุณหภูมิไม่ต่างกันมาก ที่เป็นเช่นนี้เพราะผลจากตาราง 8 ใช้ของเหลวที่ผสมทิ้งไว้ประมาณ 1 สัปดาห์ ในขณะที่ของเหลวที่ใช้ในตาราง 9 ผสมทิ้งไว้ประมาณ 3 วัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าของเหลวที่เตรียมไว้ไม่ค่อมมีเสถียรภาพ โดยจะมีความหนืดมากขึ้นเรื่อยๆ เมื่อเวลาผ่านไป แต่อย่างไรก็ดี ของเหลวก็ยังมีสมบัตินิวโทเนียน



#### 4. ขั้นตอนการวิจัย



## บทที่ 4

### ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล

ในบทนี้ จะนำเสนอผลการทดลองที่ได้จากการทดลองในบทที่ 3 โดยเริ่มจากการทำการทดลองปล่อยวัตถุทรงกลมขนาดต่างๆ ลงในหลอดทดลองขนาดต่างๆ คำนวณค่า  $k(\lambda)$  พร้อมด้วยความไม่แน่นอนในการวัด และวัดความหนืดจากเครื่องบรูคฟิลด์ จนท้ายที่สุดจะพิจารณาความสัมพันธ์คล่องกันของค่าความหนืดที่ได้จากชุดทดลองในงานวิจัยนี้กับเครื่องบรูคฟิลด์

1. ทำการทดลองโดยปล่อยลูกเหล็กขนาดต่างๆ ลงในหลอดทดลองขนาดต่างๆ (ตามตาราง 6) และคำนวณค่า  $k(\lambda)$  พร้อมด้วยความไม่แน่นอนในการวัดโดยอาศัยสมการ (3.2) และค่า  $\mu$  จากเครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์

สำหรับหลอดทดลองที่มีค่า  $\bar{D} = 9.40$  มิลลิเมตร และลูกเหล็ก มีค่า  $\bar{d} = 5.00$  มิลลิเมตร มีค่า  $\lambda = \frac{\bar{d}}{\bar{D}} = 0.52$  จะได้ผลการทดลองต่างๆ ดังนี้

1.1) ค่าเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการตกผ่านช่วงที่กำหนด 2 ช่วง ช่วงละประมาณ ( $t$ ) 1 เซนติเมตร คือช่วง 10 -11 เซนติเมตรและ 11-12 เซนติเมตร ซึ่งทำให้สามารถคำนวณค่าเวลาเฉลี่ย ( $\bar{t}$ ) และความไม่แน่นอน ( $u(t)$ ) ได้ดังตาราง 10 และ 11 (วัดจากปากหลอด)

ตาราง 10 แสดงค่าเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านช่วงแรก (10-11 เซนติเมตร) พร้อมความไม่แน่นอนในการวัด เมื่อทำการวัดซ้ำ 12 ครั้ง

ครั้งที่	เวลา (t, s)	$(t_i - \bar{t})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}}$	$u(X_t) = \frac{s}{\sqrt{n}}^*$
1	3.10	0.007656		
2	3.01	6.25E-06		
3	3.09	0.006006		
4	2.69	0.104006		
5	2.64	0.138756		
6	3.34	0.107256		
7	3.13	0.013806	0.245694748	0.070926
8	3.09	0.006006		
9	3.33	0.100806		
10	3.11	0.009506		
11	3.02	5.63E-05		
12	2.60	0.170156		
$(X_t, \bar{t})$	3.01			

\*  $u(X_t)$  หมายถึง ความไม่แน่นอนในการวัดเวลาในเชิงสถิติแบบ A ซึ่งก็คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kirkup, L.; & Frenkel, R.B. (2006). *An introduction to uncertainty in measurement*. p.205. New York: Cambridge University Press.

ตาราง 11 แสดงค่าเวลาที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านช่วงที่สอง (11-12 เซนติเมตร) พร้อมความไม่แน่นอนในการวัด เมื่อทำการวัดซ้ำ 12 ครั้ง

ครั้งที่	เวลา ( $t, s$ )	$(t_i - \bar{t})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}}$	$u(X_t) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	3.26	0.047306		
2	3.13	0.007656		
3	2.99	0.002756		
4	2.83	0.045156		
5	3.03	0.000156		
6	3.33	0.082656		
7	3.17	0.016256	0.213546886	0.061646
8	3.15	0.011556		
9	2.94	0.010506		
10	3.11	0.004556		
11	3.05	5.62E-05		
12	2.52	0.273006		
$(X_t, \bar{t})$	3.04			

1.2) ทำการวัดระยะช่วงแรกและช่วงที่สองซ้ำ 12 ครั้ง จะได้ค่าเฉลี่ย ( $\bar{t}$ ) พร้อมความไม่แน่นอนในการวัด ( $u(\bar{t})$ ) ดังตาราง 12 และ 13

ตาราง 12 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความยาวซ้ำ ของช่วงที่เลือก ช่วงแรก

ครั้งที่	ความยาว ( $l, cm$ )	$(l_i - \bar{l})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n-1}}$	$u(X_i) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	1.000	2.78E-08		
2	1.002	3.36E-08		
3	1.000	2.78E-08		
4	1.000	2.78E-08		
5	1.000	2.78E-08		
6	1.000	2.78E-08		
7	1.000	2.78E-08	0.001029857	0.00297
8	1.002	3.36E-08		
9	1.000	2.78E-08		
10	1.000	2.78E-08		
11	0.998	4.69E-08		
12	1.000	2.78E-08		
$(X_i, \bar{l})$	1.000			



ตาราง 13 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัดความยาวซ้ำ ของช่วงที่เลือก ช่วงที่สอง

ครั้งที่	ความยาว ( $l, cm$ )	$(l_i - \bar{l})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n-1}}$	$u(X_i) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	1.000	2.78E-08		
2	1.000	2.78E-08		
3	0.998	4.69E-08		
4	1.000	2.78E-08		
5	1.002	3.36E-08		
6	1.002	3.36E-08		
7	1.000	2.78E-08	0.001337116	0.000386
8	1.002	3.36E-08		
9	1.000	2.78E-08		
10	1.000	2.78E-08		
11	0.998	4.69E-08		
12	1.000	2.78E-08		
$(X_i, \bar{l})$	1.000			

1.3) แสดงวิธีคำนวณอัตราเร็วของการตกของลูกเหล็กในช่วงแรก ดังนี้

จากความละเอียดของเครื่องมือวัด (นาฬิกาจับเวลา) \*  $\delta = 0.1 \text{ s}$  จะได้ความไม่แน่นอนในการวัดเวลาแบบ B อันเนื่องมาจากความละเอียดของเครื่องมือเป็น

$$u(Z_t) = \delta / \sqrt{12} = 0.028868 \text{ s}$$

\* จริงๆ แล้วนาฬิกาจับเวลามีความละเอียดมากกว่านี้คือ 0.01 s แต่ใช้ 0.1 s ตามมาตรฐานความไวของระบบประสาทของมนุษย์ในการจับเวลา

เพราะฉะนั้น ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม คือ

$$u^2(t) = u^2(X_t) + u^2(Z_t)$$

$$u(t) = 0.076576 \text{ s}$$

และค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(t)}{\frac{u^4(X_t)}{v_{X_t}} + \frac{u^4(Z_t)}{v_{Z_t}}} = 14.9463 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_t} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_t} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง (truncated) จะได้  $v_{eff} = 14$

และอัตราเร็วโดยประมาณ (best estimate)  $\bar{v} = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = 0.332006 \text{ cm/s}$

จากค่า  $u(l)$  และ  $u(t)$  ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของอัตราเร็ว สามารถคำนวณได้ตามขั้นตอนต่อไป

$$u^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial l} \right) = \frac{1}{\bar{t}} = 0.33195$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) = -\frac{\bar{l}}{\bar{t}^2} = -0.11021$$

ให้  $u_1^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 = 4.64694E-08$

และ  $u_2^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2 = 7.12226E-05$

เพราะฉะนั้น  $u^2(v) = u_1^2(v) + u_2^2(v)$

$$u^2(v) = 7.1269E-05$$

$$u(v) = 0.008442$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ คือ

$$v_{eff} = \frac{u^4(v)}{\frac{u_1^4(v)}{v_1} + \frac{u_2^4(v)}{v_2}} = 14.01827432$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 14$  ซึ่งทำให้ได้ค่าขยายระดับความเชื่อมั่น\* (coverage factor)  $k = 2.14$  สำหรับระดับความเชื่อมั่น 95% และได้ค่าความไม่แน่นอนขยาย  $U(v)$  คือ

$$U(v) = k \times u(v)$$

$$U(v) = 0.018066091$$

\* ดูตารางค่า  $k$  ที่  $v_{eff}$  ต่างๆ สำหรับระดับความเชื่อมั่น 95% ได้ในภาคผนวก ญ

จากการคำนวณดังกล่าวข้างต้นสรุปค่าอัตราเร็วปลายในช่วงแรกได้ว่า

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.332005533 \pm 0.018066091 \text{ cm/s}$$

หรือ 
$$\bar{v} \pm U(v) = 0.003320055 \pm 0.000180661 \text{ m/s}$$

นั่นคือ 
$$\bar{v} \pm U(v) = 0.003139394 \text{ ถึง } 0.003500716 \text{ m/s}$$

ในการทำงานเดียวกันอัตราเร็วของการตกของลูกเหล็กในช่วงที่สอง สามารถคำนวณได้ ดังนี้

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.1 \text{ s}$

$$u(Z_t) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_t) = 0.028868 \text{ s}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(t) = u^2(X_t) + u^2(Z_t)$$

$$u(t) = 0.06807 \text{ s}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(t)}{\frac{u^4(X_t)}{v_{X_t}} + \frac{u^4(Z_t)}{v_{Z_t}}} = 16.35328 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_t} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_t} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 16$

อัตราเร็วโดยประมาณ  $\bar{v} = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = 0.328732 \text{ cm/s}$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของอัตราเร็ว คือ

$$u^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial l} \right) = \frac{1}{\bar{t}} = 0.328677$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) = -\frac{\bar{l}}{\bar{t}^2} = -0.10805$$

$$u_1^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 = 5.21047\text{E-}08$$

$$u_2^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2 = 5.40921\text{E-}05$$

$$u^2(v) = u_1^2(v) + u_2^2(v)$$

$$u^2(v) = 541442\text{E-}05$$

$$u(v) = 0.007358$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(v)}{\frac{u_1^4(v)}{v_1} + \frac{u_2^4(v)}{v_2}} = 16.03083708$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 16$  และ  $k = 2.12$

$$U(v) = k \times u(v)$$

$$U(v) = 0.01559954$$

จะได้

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.328731854 \pm 0.01559954 \text{ cm/s}$$

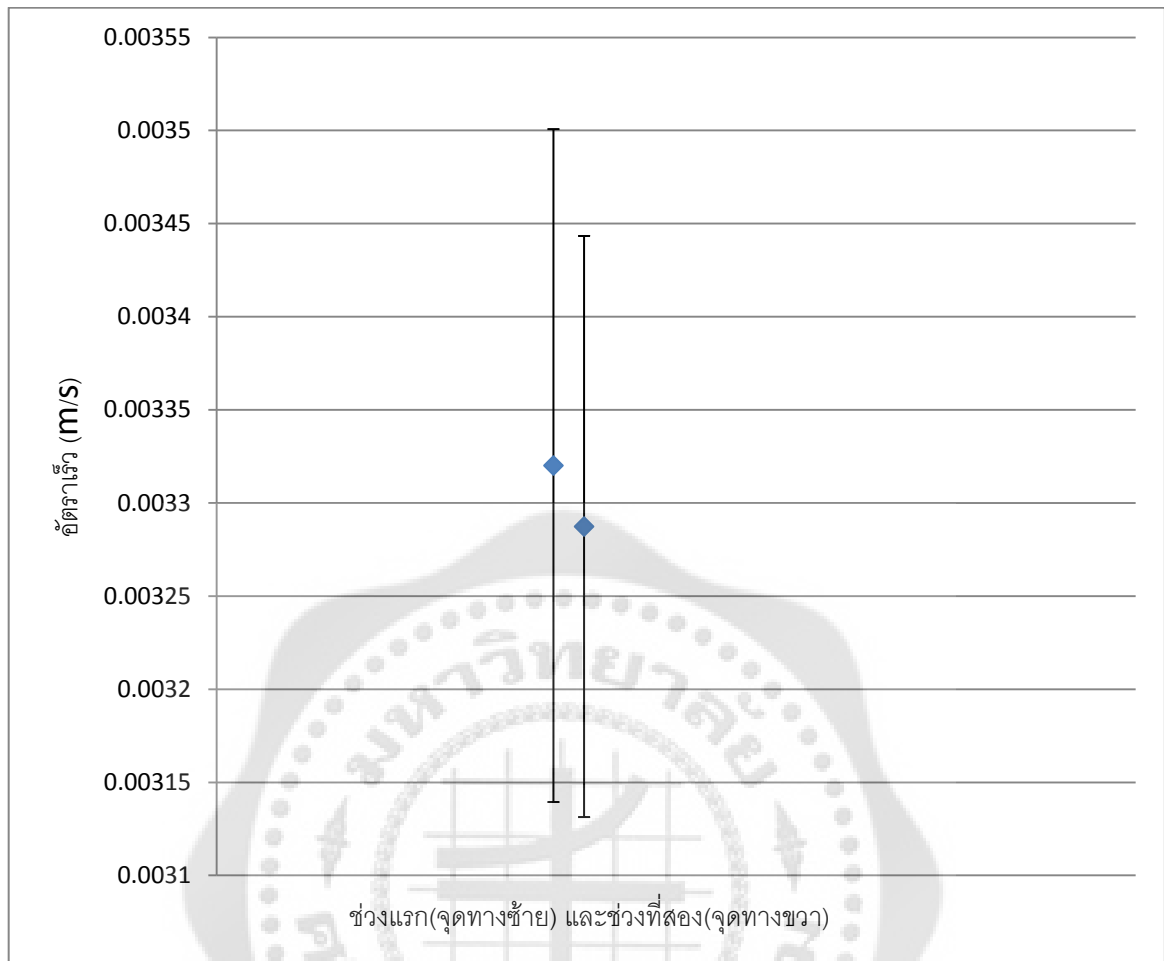
หรือ

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.003287319 \pm 0.000155995 \text{ m/s}$$

หรือ

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.003131323 \text{ ถึง } 0.003443314 \text{ m/s}$$

เมื่อนำค่าทั้งหมดมาเขียนกราฟเทียบกับกันจะให้ผลดังภาพประกอบ 15 ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า ลูกเหล็กได้เข้าสู่อัตราเร็วปลายแล้ว เพราะอัตราเร็วเฉลี่ยของทั้งสองช่วงไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ



ภาพประกอบ 15 แสดงกราฟค่าอัตราเร็วที่ถูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ในช่วงแรกและช่วงที่สองตามลำดับ

1.4) นำค่า  $v$  ในช่วงที่สองและค่า  $\rho, \rho', d$  (ดูภาคผนวก ก) แทนลงในสมการ (3.2) จะสามารถหาค่า  $\mu_{eff}$  ได้ดังนี้

$$\text{ความหนืดยังผลประมาณ } \bar{\mu}_{eff} = \frac{2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{9\bar{v}_t} g(\bar{d}/2)^2 = 27.64249 \text{ N.s/m}^2$$

และค่าความไม่แน่นอนมาตรฐาน คือ

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial \rho} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial \rho'} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial d} u(d) \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial v_t} u(v_t) \right)^2$$

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} \frac{\partial \rho}{\partial \rho} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} \frac{\partial \rho'}{\partial \rho'} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{2g(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t} \frac{\partial d^2}{\partial d} u(d) \right)^2 + \left( \frac{2g\bar{d}^2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36} \frac{\partial v_t^{-1}}{\partial v_t} u(v_t) \right)^2$$

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{4g(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t} u(d) \right)^2 + \left( -\frac{2g\bar{d}^2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t^2} u(v_t) \right)^2$$

กำหนดให้

$$u_1^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho) \right)^2 = 0.02$$

และ

$$u_2^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho') \right)^2 = 0.021229767$$

และ

$$u_3^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{4g(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t} u(d) \right)^2 = 6.0328E-09$$

และ

$$u_4^2(\mu_{eff}) = \left( -\frac{2g\bar{d}^2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t^2} u(v_t) \right)^2 = 2.34654E-20$$

จะได้

$$u^2(\mu_{eff}) = u_1^2(\mu_{eff}) + u_2^2(\mu_{eff}) + u_3^2(\mu_{eff}) + u_4^2(\mu_{eff}) = 0.04$$

หรือ

$$u(\mu_{eff}) = 0.198774$$



ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ คือ

$$v_{eff} = \frac{u^4(\mu_{eff})}{\frac{u_1^4(\mu_{eff})}{v_1} + \frac{u_2^4(\mu_{eff})}{v_2} + \frac{u_3^4(\mu_{eff})}{v_3} + \frac{u_4^4(\mu_{eff})}{v_4}} = 51.38241386$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 51$  ทำให้ได้  $k = 2.01$

ดังนั้น

$$U(\mu_{eff}) = k \times u(\mu_{eff}) = 0.740063$$

ซึ่งทำให้ได้ค่าความหนืดยังผลเป็น

$$\bar{\mu}_{eff} \pm U(\mu_{eff}) = 27.64249 \pm 0.399535925 \text{ N.s/m}^2$$

1.5) ทำการวัดค่าความหนืด ( $\mu$ ) โดยใช้เครื่องวัดความหนืดบรุคฟิลด์ โดยใช้ผลจากตาราง 8 (ภาพประกอบ 13) โดยทำการทดลองซ้ำ 12 ครั้ง สำหรับค่าที่มีความไม่แน่นอนในการวัดต่ำสุด (คือที่ หัววัดที่ 3 ความเร็วรอบ 20 rpm) ดังแสดงในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงค่า  $\mu$ ,  $\bar{\mu}$  และ  $u(X_\mu)$  จากการวัด 12 ครั้ง โดยใช้มาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์ หัววัดที่ 3 ความเร็วรอบ 20 rpm ซึ่งมีความไม่แน่นอนในการวัดต่ำที่สุด ( $\pm 50$  cps)

ครั้งที่	ความหนืด ( $\mu$ , N.s/m <sup>2</sup> )	$(\mu_i - \bar{\mu})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2}{n-1}}$	$u(X_\mu) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	4.520	0.004011		
2	4.490	0.001111		
3	4.470	0.000178		
4	4.450	4.44E-05		
5	4.430	0.000711		
6	4.430	0.000711		
7	4.430	0.000711	0.028069179	0.008103
8	4.430	0.000711		
9	4.440	0.000278		
10	4.460	1.11E-05		
11	4.460	1.11E-05		
12	4.470	0.000178		
$(X_\mu, \bar{\mu})$	4.457			

1.6) นำค่า  $\mu_{eff}$  จาก 4.1.4 และ  $\mu$  จาก 4.1.5 มาหาค่าอิทธิพลของผนังหลอด ( $k$ ) ดังนี้

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.05$  N.s/m<sup>2</sup> (= 50 cps)

$$u(Z_\mu) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_\mu) = 0.014434 \text{ N.s/m}^2$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(\mu) = u^2(X_\mu) + u^2(Z_\mu)$$

$$u(\mu) = 0.016553 \text{ N.s/m}^2$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(\mu)}{\frac{u^4(X_\mu)}{v_{X_\mu}} + \frac{u^4(Z_\mu)}{v_{Z_\mu}}} = 191.5603 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_\mu} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_\mu} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 191$

อิทธิพลของผนังหลอดโดยประมาณ

$$\bar{k} = \frac{\bar{\mu}_{eff}}{\bar{\mu}} = 6.202503$$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของอิทธิพลของผนังหลอด คือ

$$u^2(k) = \left( \frac{\partial k}{\partial \mu} u(\mu) \right)^2 + \left( \frac{\partial k}{\partial \mu_{eff}} u(\mu_{eff}) \right)^2$$

$$u^2(k) = \left( \bar{\mu}_{eff} \frac{\partial \mu^{-1}}{\partial \mu} u(\mu) \right)^2 + \left( \frac{1}{\bar{\mu}} \frac{\partial \mu_{eff}}{\partial \mu_{eff}} u(\mu_{eff}) \right)^2$$

$$u^2(k) = \left( \frac{-\bar{\mu}_{eff}}{\bar{\mu}^2} u(\mu) \right)^2 + \left( \frac{1}{\bar{\mu}} u(\mu_{eff}) \right)^2$$

$$u_1^2(k) = \left( \frac{-\bar{\mu}_{eff}}{\bar{\mu}^2} u(\mu) \right)^2 = 0.010541$$

$$u_2^2(k) = \left( \frac{1}{\bar{\mu}} u(\mu_{eff}) \right)^2 = 0.008037$$

$$u^2(k) = u_1^2(k) + u_2^2(k)$$

$$u(k) = 0.1363$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(k)}{\frac{u_1^4(k)}{v_1} + \frac{u_2^4(k)}{v_2}} = 593.3034$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 593$  ทำให้ได้  $k = 1.96$

$$U(k) = k \times u(k)$$

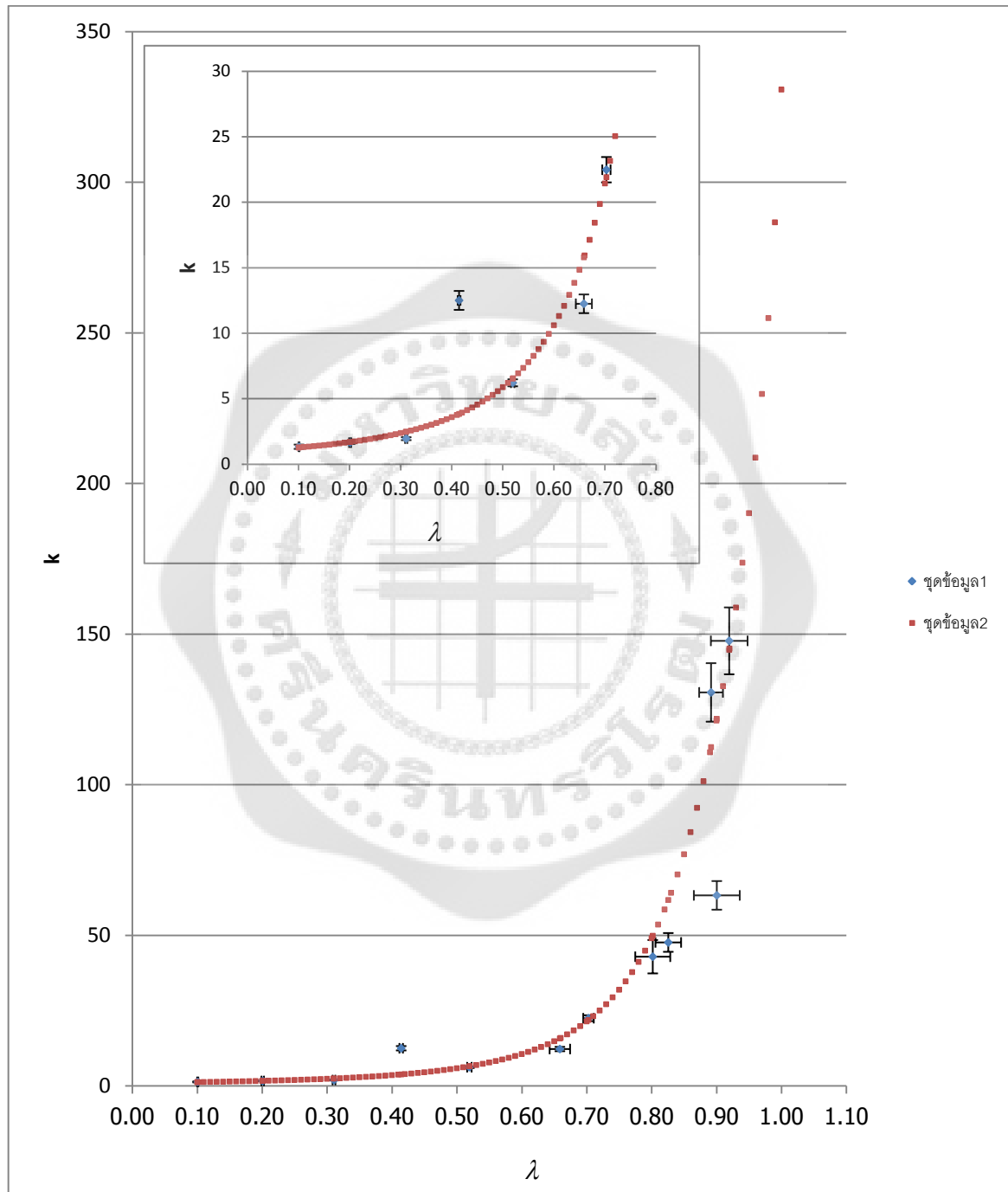
$$U(k) = 0.267148$$

$$\bar{k} \pm U(k) = 6.202503 \pm 0.267148$$

$$\bar{k} \pm U(k) = 5.935356 \text{ ถึง } 6.469651$$

ในการทำงานเดียวกันค่า  $k$  ที่ 1.96 นั้นสามารถทดลองและคำนวณได้ในทำงานเดียวกันนี้ (ดูภาพผนวก ข)

2. นำผลจากตารางในภาคผนวก ข และ ค ไปใส่ในกราฟ  $k(\lambda)$  จากทฤษฎีของ ฮาร์เบอร์แมนและเซรี



ภาพประกอบ 16 แสดงค่าเปรียบเทียบอิทธิพลของผนังหลอด ( $k$ ) จากการทดลองกับค่าทางทฤษฎี (ภาพขยาย  $\lambda = 0.1 - 0.7$  แสดงในกรอบด้านใน)

สังเกตว่าในภาพประกอบ 16 มีความไม่แน่นอนตามแนวแกน  $\lambda$  ด้วย อันเนื่องมาจากค่า  $D$  เพราะตอนทำการทดลองหา  $\mu_{eff}$  ที่  $\lambda$  หนึ่งๆ ยังไม่ได้คำนึงถึงความไม่แน่นอนในการวัด  $D$  ดังนั้นค่า  $D$  จริงๆ หรือก็คือค่า  $\lambda$  จริงๆ จะอยู่ในช่วง  $\bar{\lambda} \pm U(\lambda)$  ที่ความเชื่อมั่น 95 % (ดูภาคผนวก ค)

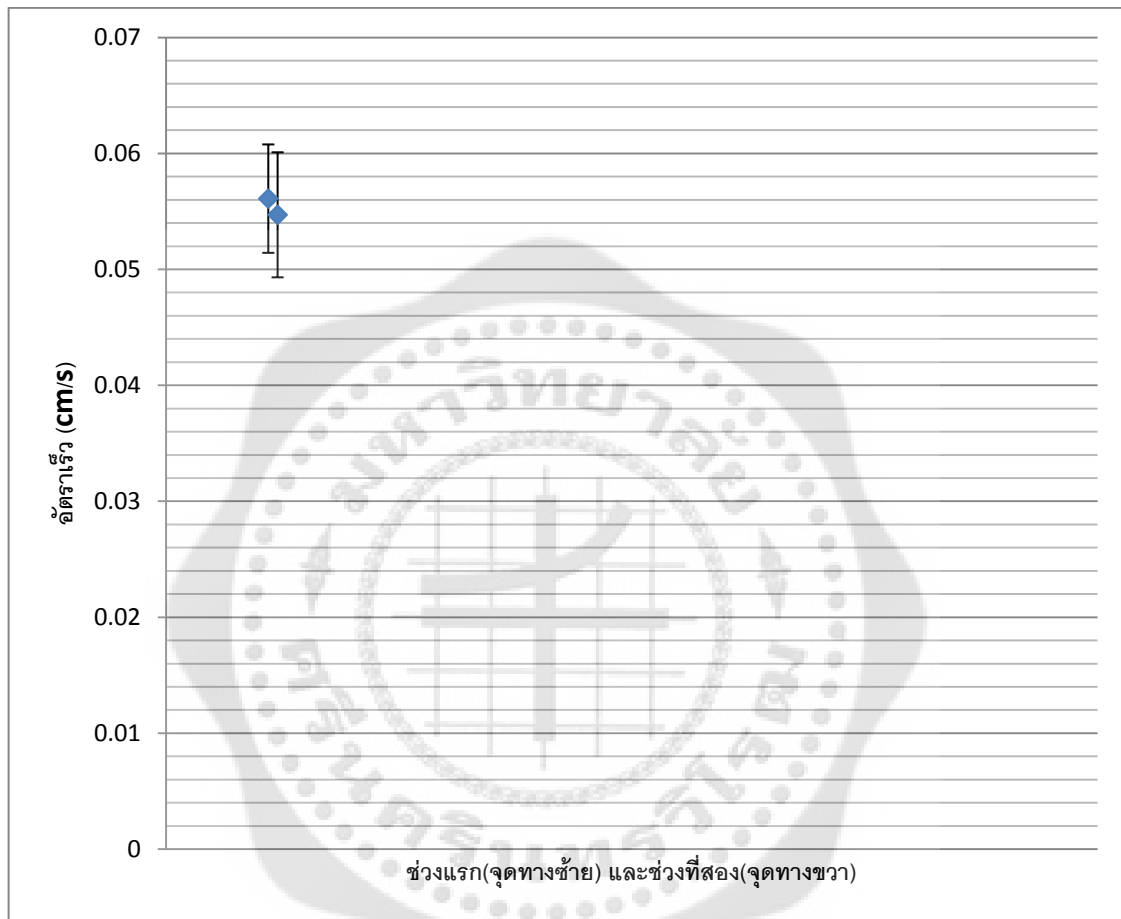
จากภาพประกอบ 16 เห็นได้ชัดว่า ผลการทดลอง (ชุดข้อมูล 1) กับทฤษฎี (ชุดข้อมูล 2) สอดคล้องกันดีมากที่สุดที่  $\bar{\lambda} = 0.10, 0.20, 0.52, 0.70, 0.92$  และดีพอสมควรที่  $\bar{\lambda} = 0.31, 0.66, 0.80, 0.83, 0.89$  โดยจะสอดคล้องกับทฤษฎีมากขึ้นหากเพิ่มความเชื่อมั่นจาก 95 % ไปเพียงเล็กน้อย สำหรับ  $\bar{\lambda} = 0.41$  และ 0.90 ผลจากการทดลองค่อนข้างห่างจากทฤษฎีมาก ซึ่งผู้ทดลองได้ลองทำการทดลองใหม่ โดยเปลี่ยนขนาดของลูกเหล็กและหลอดทดลอง (แต่ยังมี  $\lambda$  ใกล้เคียงเดิม) แล้ว แต่ก็ยังได้ผลเช่นเดิม จึงยังไม่อาจสรุปถึงสาเหตุที่แน่ชัดของความไม่สอดคล้องกันนี้ได้

เพื่อที่จะทำการวัดความหนืดของกิลีเซอรินซึ่งมีค่าค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับของเหลวที่ผสมขึ้นเอง จึงเลือกหลอดทดลองซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน ( $\bar{D}$ ) 4.48 mm และลูกเหล็กขนาด ( $\bar{d}$ ) 4 mm หรือก็คือที่  $\bar{\lambda} = 0.89$  ซึ่งมีค่าอิทธิพลของผนังหลอดจากการทดลอง ( $k$ ) ประมาณ 130 อันจะเป็นผลทำให้ลูกเหล็กตกช้าลงจนสามารถจับเวลาด้วยสายตาได้สะดวก

### 3. การทดลองปล่อยลูกเหล็กลงในหลอดทดลองที่บรรจุกลีเซอริน

เมื่อทำการวิเคราะห์เช่นเดียวกับที่ได้เคยทำไปแล้ว (ดูภาคผนวก ง) จะได้ผลดังภาพ

ประกอบ 17

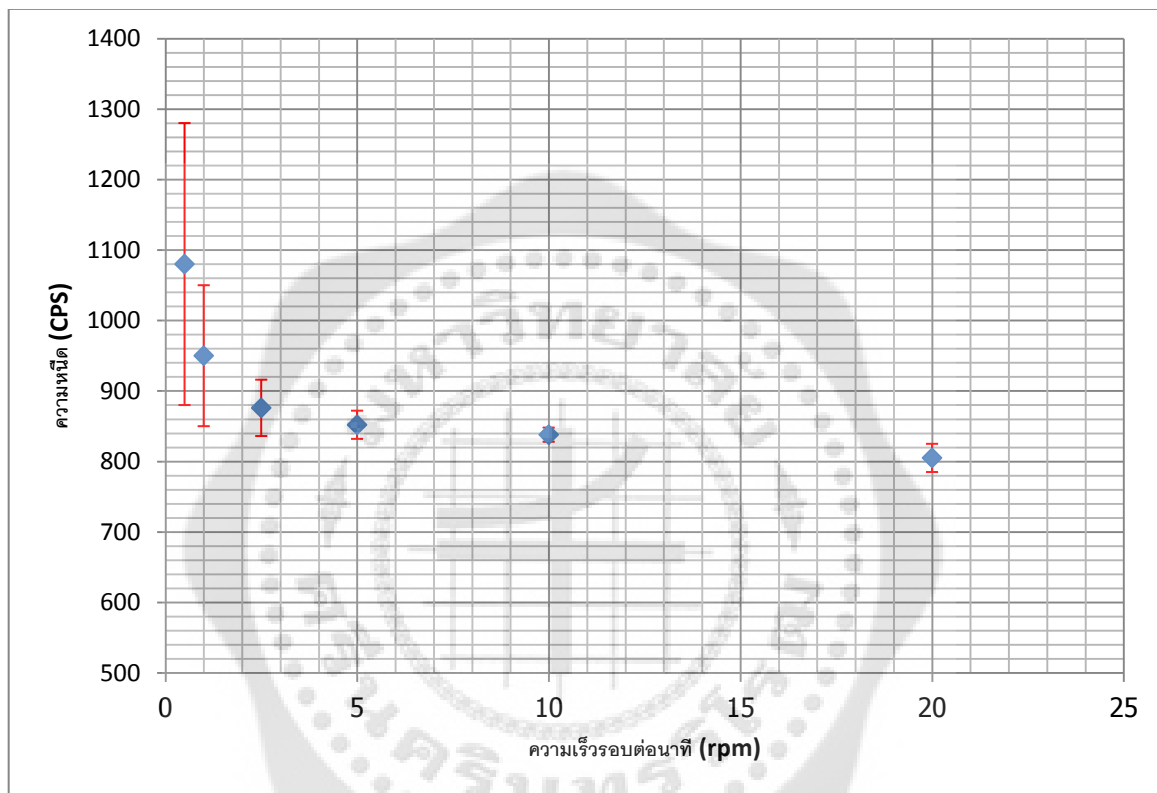


ภาพประกอบ 17 แสดงกราฟค่าอัตราเร็วที่ลูกเหล็กใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านกลีเซอรินช่วงแรก และช่วงที่สองตามลำดับ

ซึ่งแสดงว่าลูกเหล็กได้เข้าสู่อัตราเร็วปลายแล้ว นำความเร็วปลายในช่วงที่สองไปคำนวณหา  $\mu_{eff}$  จากสมการ 3.2 จะได้ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ)  $\mu_{eff} = 102.139 \pm 2.613612 \text{ N.s/m}^2$  เพื่อที่จะหาค่า  $\mu$  เราใช้ความสัมพันธ์ที่ว่า  $\mu = \frac{\mu_{eff}}{k}$  ซึ่งจะได้  $\mu \pm U(\mu) = 0.782 \pm 0.049 \text{ N.s/m}^2$  หรือเท่ากับ  $782 \pm 49 \text{ cps}$  (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ฉ)

#### 4. วัดความหนืดของกลีเซอรินจากเครื่องบรูคฟิลด์

นำกลีเซอรินไปวัดความหนืดโดยใช้เครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์ เมื่อนำค่าความหนืดของแต่ละรอบซึ่งมีความไม่แน่นอนน้อยที่สุดมาเขียนกราฟ จะได้ผลดังภาพประกอบ 18 ซึ่งแสดงว่ากลีเซอรินเป็นของเหลวชนิดนิวโทเนียน



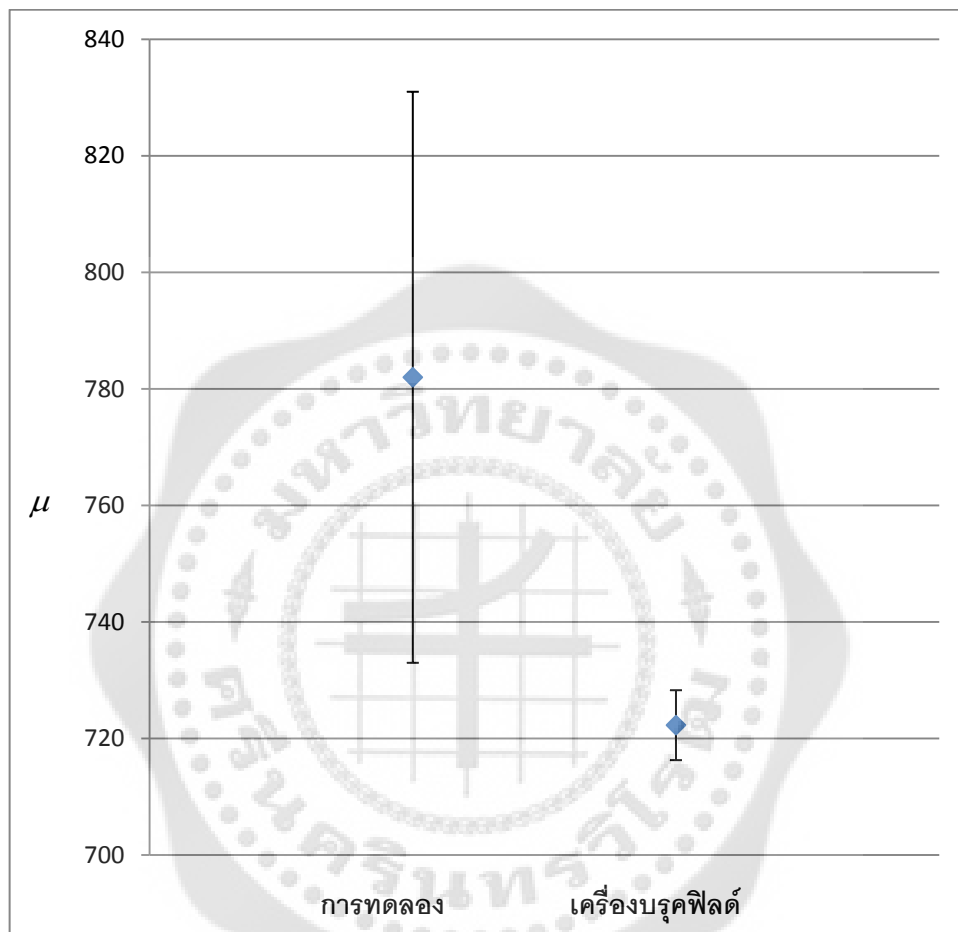
ภาพประกอบ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนืด ( $\mu$ ) ของกลีเซอรินที่รอบต่างๆ

เมื่อนำรอบที่ให้ความไม่แน่นอนน้อยที่สุด (หัว 1 ที่ความเร็ว 10 rpm) มาทดลองซ้ำ 12 ครั้ง จะได้ผลเป็น  $0.7223 \pm 0.0060 \text{ N.s/m}^2$  หรือ  $722.3 \pm 6.0$  (ดูภาคผนวก ซ)



## 5. พิจารณาความสอดคล้องของค่าความหนืดระหว่างการวัดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมกับเครื่องบรูคฟิลด์

นำค่าความหนืดของกลีเซอรินที่ได้จากทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกัน ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 19 แสดงการเปรียบเทียบความหนืดของกลีเซอริน ( $\mu$ ) ซึ่งหาจากวิธีการปล่อยลูกเหล็กทรงกลมกับวิธีวัดโดยใช้เครื่องวัดความหนืดบรูคฟิลด์

จากภาพประกอบ 19 เห็นได้ชัดว่าค่าความหนืดเมื่อรวมความไม่แน่นอนในการวัดแล้ว จากทั้งสองวิธีไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ อย่างไรก็ตาม สันเกตว่า ความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการวัดด้วยเครื่องบรูคฟิลด์มีค่าน้อยกว่าความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการวัดโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมโดยค่าจากการทดลองโดยอาศัยการตกของวัตถุทรงกลมเป็น ประมาณ 8 เท่า ของค่าจากเครื่องบรูคฟิลด์ ซึ่งหมายความว่า เทคนิคการวัดด้วยเครื่องบรูคฟิลด์มีความเที่ยงตรงมากกว่า

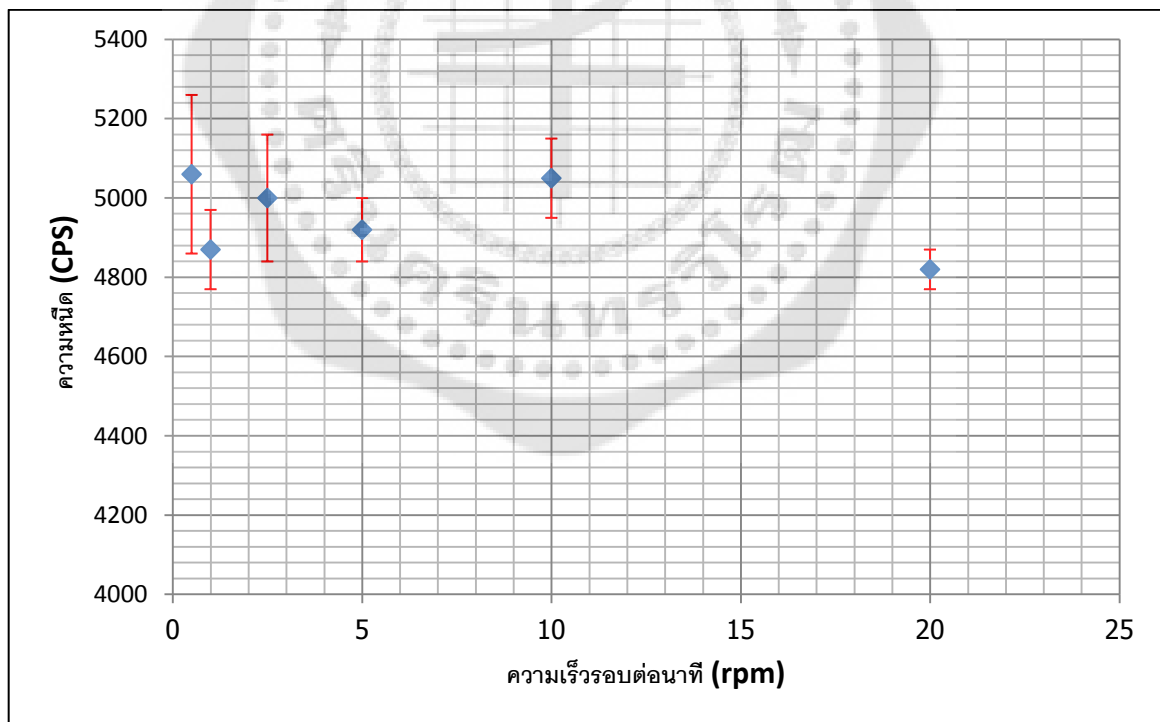
## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

#### 1. สรุปและอภิปรายผลการทดลอง

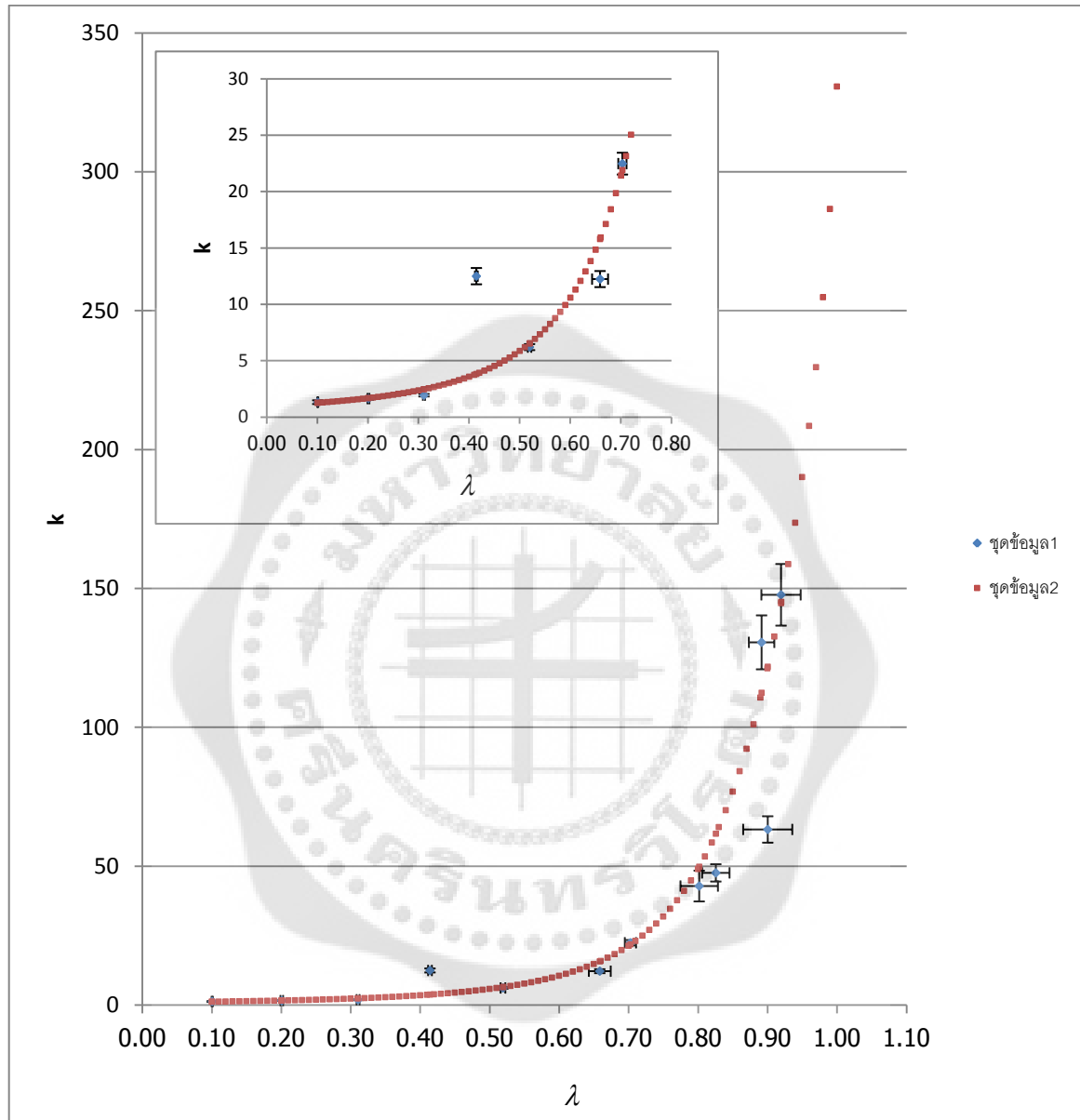
จากเทคนิคการวัดความหนืดโดยอาศัยบทบาทอิทธิพลของผนังหลอด ที่อัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางลูกเหล็กต่อเส้นผ่านศูนย์กลางหลอดทดลอง ( $\lambda$ ) ทั้งหมด 12 ค่า ดังนี้  $\lambda = 0.1, 0.20, 0.31, 0.41, 0.52, 0.66, 0.70, 0.80, 0.83, 0.89$  และ  $0.92$  ในของเหลวที่เตรียมขึ้นสำหรับงานวิจัยนี้และกลีเซอรินให้ผลดังนี้ คือ

1.1 ผลการทดสอบความเป็นนิวโทเนียนของของเหลวที่เตรียมขึ้นที่อุณหภูมิ  $22.7^\circ\text{C}$  สำหรับงานวิจัยนี้ ดังแสดงในภาพประกอบ 13 ในบทที่ 3 ดังภาพ



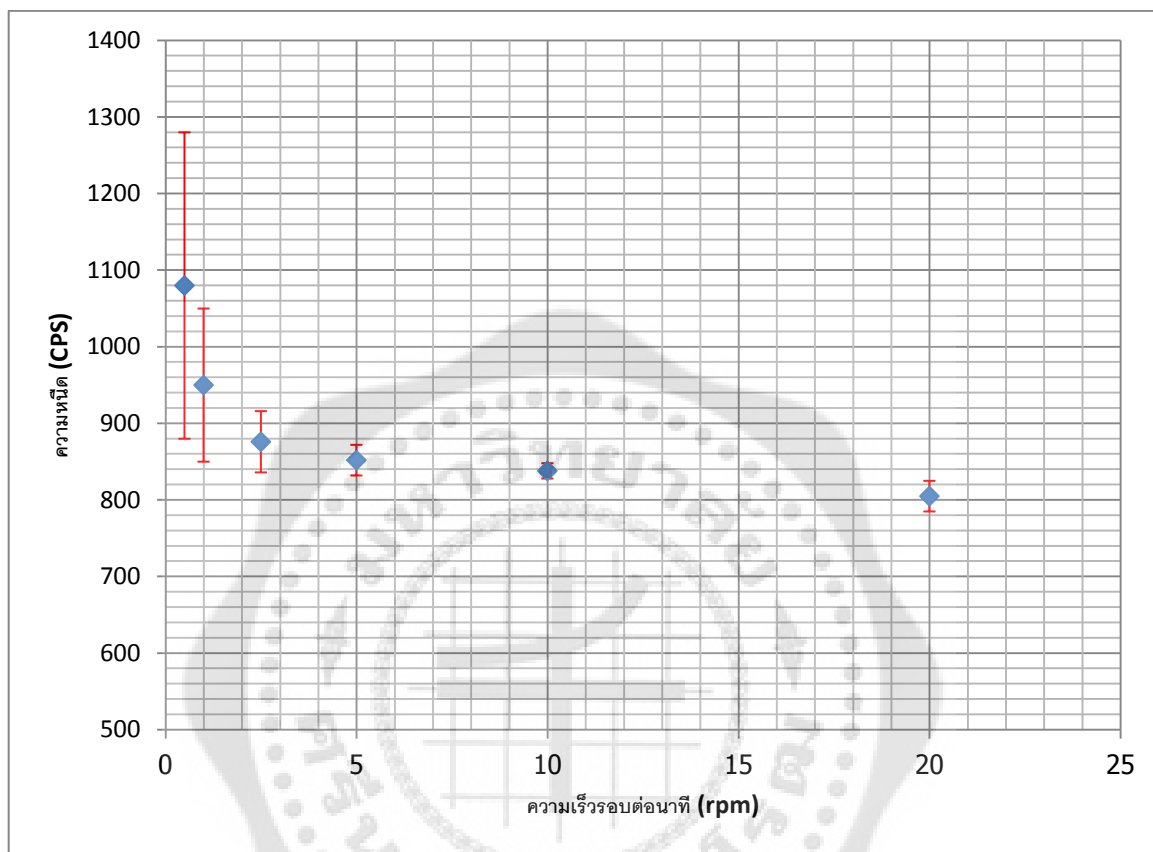
จะสังเกตได้ว่าเมื่อเพิ่มความเร็วรอบให้มากขึ้น ค่าความหนืดของของเหลวจะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญ

1.2 ผลการพิจารณาบทบาทอิทธิพลของผนังหลอด เมื่อทำการทดลองเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี ให้ผลดังภาพประกอบ 16 ในบทที่ 4 ดังภาพ



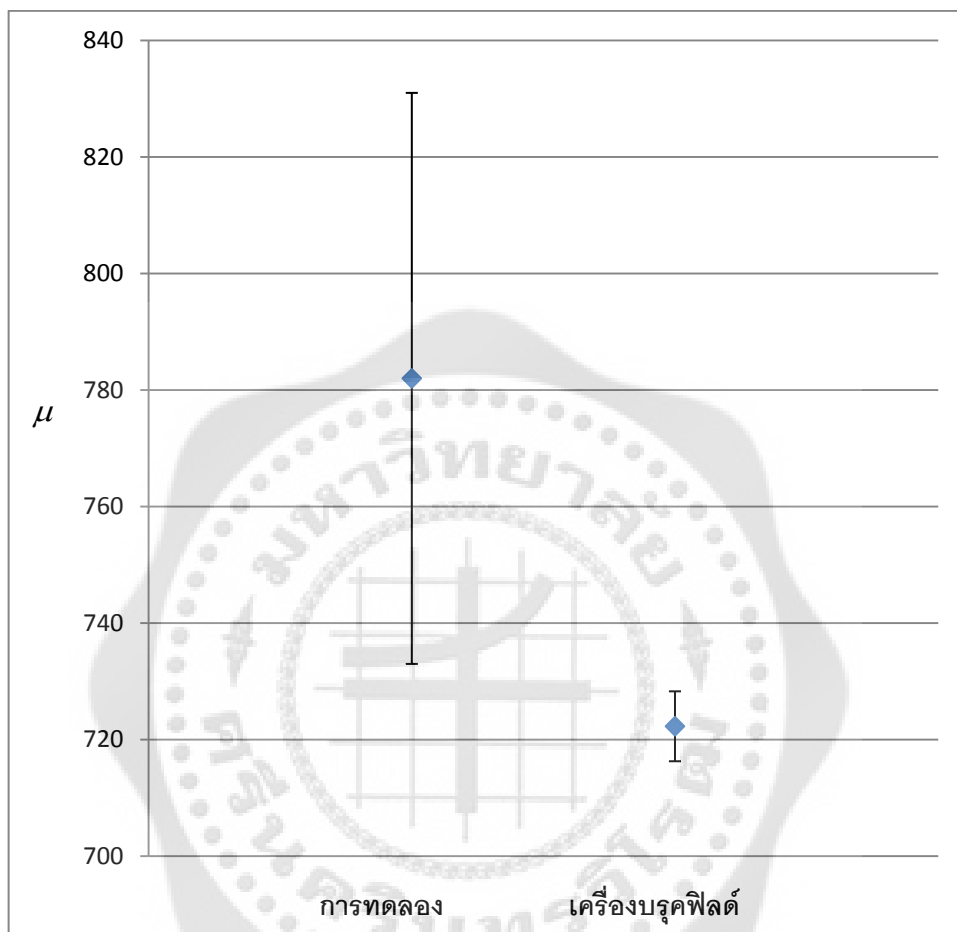
เมื่อพิจารณาการซ้อนทับของค่าจากการทดลอง (ชุดข้อมูล 1)เปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี (ชุดข้อมูล 2) จะสังเกตได้ว่ามีค่าสอดคล้องกับทฤษฎีดีมากที่  $\bar{\lambda} = 0.10, 0.20, 0.52, 0.70, 0.92$  และดีพอสมควรที่  $\bar{\lambda} = 0.31, 0.66, 0.80, 0.83, 0.89$  โดยจะสอดคล้องกับทฤษฎีมากขึ้นหากเพิ่มความเชื่อมั่นจาก 95 % ไปเพียงเล็กน้อย สำหรับ  $\bar{\lambda} = 0.41$  และ 0.90 ผลจากการทดลองค่อนข้างห่างจากทฤษฎีมากซึ่งยังไม่ทราบสาเหตุที่แน่ชัด

1.3 ผลการทดสอบความเป็นนิวโทเนียนของกลีเซอริน ดังแสดงในภาพประกอบ 18  
ในบทที่ 4 ดังภาพ



จะสังเกตได้ว่าเมื่อเพิ่มความเร็วรอบให้มากขึ้น ค่าความหนืดของกลีเซอรินพอจะประมาณได้  
ว่ามีค่าไม่เปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญ

1.4 ผลการเปรียบเทียบค่าความหนืดที่วัดได้จากการทดลองกับผลที่ได้จากมาตรวัดความหนืดแบบดิจิตอล (บรูคฟิลด์) ดังแสดงในภาพประกอบ 19 ในบทที่ 4 ดังภาพ



ความหนืดของกลีเซอรินสามารถคำนวณได้โดยอาศัยปัจจัยของอิทธิพลของผนังหลอดที่ได้จากการทดลองเป็น  $782 \pm 49$  cps ที่อุณหภูมิ  $24^\circ\text{C}$  ซึ่งสอดคล้องกับความหนืดที่วัดได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์ คือ  $722.3 \pm 6.0$  cps ที่อุณหภูมิเดียวกัน อย่างไรก็ตาม เห็นได้ชัดว่าความไม่แน่นอนในการวัดของการทดลองที่อาศัยการตกของวัตถุทรงกลม จะมีค่าประมาณ 8 เท่า ของค่าที่ได้จากมาตรวัดความหนืดบรูคฟิลด์

## 2. ข้อเสนอแนะ

1. ในการทดลองแต่ละครั้งจะต้องคำนึงถึงค่าความไม่แน่นอนในการวัด (Uncertainty) ให้ครอบคลุมที่สุด เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ผลการทดลองว่าอาจมีความคลาดเคลื่อนที่เป็นไปได้เพียงใด

2. ค่าความหนืดของของเหลวที่ผู้วิจัยผสมขึ้นในการทดลองนี้ มีค่าแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิมาก คือเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นหรือลดลงในช่วง 1 องศาเซลเซียส จะทำให้ค่าความหนืดเปลี่ยนไปค่อนข้างมาก ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปต้องควบคุมอุณหภูมิของของเหลวที่ผสมขึ้นให้ได้ หรือไม่ก็ควรเปลี่ยนชนิดของของเหลวที่ไม่ไวต่ออุณหภูมิมากนัก

3. เนื่องจากในการทดลองหย่อนลูกเหล็กลงในหลอดทดลองรูปทรงกระบอกตามทฤษฎี จำเป็นจะต้องให้ลูกเหล็กตกลงในแนวตั้งตามแนวแกนสมมาตรของหลอดทดลอง ซึ่งในการทดลองทำได้ยากโดยเฉพาะกรณีที่เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกเหล็กใกล้เคียงกับเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดทดลอง จึงควรพัฒนาเทคนิคที่เหมาะสมเพื่อให้ลูกเหล็กตกลงในแนวตั้งตามแนวแกนสมมาตรของหลอดทดลองให้ได้มากที่สุด และควรคำนึงถึงความไม่แน่นอนในการวัดอันเนื่องมาจากการตกไม่ตรงตามแนวตั้งดังกล่าวด้วย



## บรรณานุกรม

- จักรพันธ์ ธารวิธา; และ อรุณรัศมี จันทพรหม. (2552). การพัฒนาชุดทดลองการตกของลูกกลมโลหะ  
ในของเหลวตามกฎของสโตก. สืบค้นเมื่อ 10 ตุลาคม 2554, จาก  
[http://www.scisoc.or.th/stt/35/sec\\_/paper/STT35\\_L\\_L0009.pdf](http://www.scisoc.or.th/stt/35/sec_/paper/STT35_L_L0009.pdf)
- โชคชัย นิเวศน์รังสรรค์. (2549). ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการสูญเสียความดันในงานฉีด. สืบค้น  
เมื่อ 8 สิงหาคม 2554, จาก <http://www.gits.kmutnb.ac.th/ethesis/data/4610280036.pdf>
- มณฑล สุกใส. (2551,12 ตุลาคม). ความหนืดและพฤติกรรมการไหลของไหล. สืบค้น  
เมื่อ 11 พฤษภาคม 2554, จาก [http://www.thaifoodscience.com/ความหนืดและ  
พฤติกรรมการไหลของไหล.html](http://www.thaifoodscience.com/ความหนืดและพฤติกรรมการไหลของไหล.html)
- สมาน เจริญกิจพุดผล; และ มนต์วี พิรุณเกษตร. (2533). กลศาสตร์ของของไหล. กรุงเทพฯ: เอช-เอน  
การพิมพ์.
- สายัณห์ สุขพงษ์พันธ์; และ วิรัตน์ ปฐมชัยอัมพร. (2549). ความหนืดคุณลักษณะเฉพาะของของไหล.  
สืบค้นเมื่อ 1 พฤษภาคม 2554, จาก [http://www.dss.go.th/dssweb/st-  
articles/files/pep\\_9\\_2549\\_viscosity.pdf](http://www.dss.go.th/dssweb/st-articles/files/pep_9_2549_viscosity.pdf)
- Ataide,C. H.; Pereira,F. A. R.; & Barrozo,M. A. S. (1999). *Wall effects on the terminal  
velocity of spherical particles in Newtonian and non-Newtonian fluids*. Brazilian  
Journal of Chemical Engineering. Retrieved June 1,2011, from  
[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-66321999000400007](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-66321999000400007)
- Bot,E.T.G.; Hulsen,M.A.; & Brule,B.H.A.A van den. (1998). *The motion of two spheres  
falling along their line of centres in a Boger fluid*. Retrieved June 9,2011, from  
<http://yp.bmt.tue.nl/pdfs/928.pdf>
- Brookfield Engineering Laboratories. (n.d.). *The Brookfield digital viscometer model DV-II*.  
Retrieved May 10,2011, from  
[http://www.che.utah.edu/department\\_equipment/Projects\\_Lab/A\\_Viscometers/MAN  
UAL\\_DV-2.pdf](http://www.che.utah.edu/department_equipment/Projects_Lab/A_Viscometers/MANUAL_DV-2.pdf)
- Brookfield Engineering Labs. (n.d.). *More Solution To Sticky Problems*. Retrieved May  
15,2011, from  
[http://www.brookfieldengineering.com/download/files/more\\_solutions.pdf](http://www.brookfieldengineering.com/download/files/more_solutions.pdf)



- Chhabra, R.P.; Agarwal, S.; & Chaudhary, K. (2003). *A note on wall effect on the terminal falling velocity of a sphere in quiescent Newtonian media in cylindrical tubes*. pp. 53-58. Retrieved September 5, 2011. from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S003259100200164X>
- Haberman, W.L.; & Sayre, R.M. (1958). *Motion of rigid and fluid spheres in stationary and moving liquids inside cylindrical tubes*. Retrieved November 15, 2011. from [http://dome.mit.edu/bitstream/handle/1721.3/48988/DTMB\\_1958\\_1143.pdf?sequence=1](http://dome.mit.edu/bitstream/handle/1721.3/48988/DTMB_1958_1143.pdf?sequence=1)
- De Nevers, Noel. (1970). *Fluid mechanics for chemical engineers*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill.
- Flow Past a sphere II: Stokes's Law, The Bernoulli equation, Turbulence, Boundary Layers, Flow Separation*. (n.d.). Retrieved April 20, 2011, from <http://ocw.mit.edu/courses/earth-atmospheric-and-planetary-sciences/12-090-special-topics-an-introduction-to-fluid-motions-sediment-transport-and-current-generated-sedimentary-structures-fall-2006/lecture-notes/ch3.pdf>
- Kirkup, L.; & Frenkel, R.B. (2006). *An introduction to uncertainty in measurement*. New York: Cambridge University Press.
- Massey, B.S. (1994). *Mechanics of Fluids*. 6th ed. London: ELBS with Chapman and Hall.
- Mott, Robert L. (2000). *Applied Fluid Mechanics*. 5th ed. New Jersey: Prentice-Hall.
- QC Labs. (n.d.). *Laboratory equipment for Viscosity Measurement*. Retrieved August 25, 2011, from <http://www.qualitycontrollaboratories.co.uk/Catalogue/Spindles>
- Raymond Lau; et al. (2010). *Revisit of the Wall Effect on the Settling of Cylindrical Particles in the Inertial Regime*. pp. 8870-8876. Retrieved September 1, 2011. from <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie1012807>
- Reid, W. H. (2004). *Hydrodynamic Stability*. 2nd ed. Retrieved August 2, 2011, from <http://www.globalspec.com/reference/65025/203279/chapter-1-introduction>
- Wilkes, James O. (1999). *Fluid mechanics for chemical engineers*. New Jersey: Prentice-Hall.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

## ภาคผนวก ก

แสดงค่าความหนาแน่นของลูกเหล็ก ( $\rho$ ) และความหนาแน่นของของเหลว ( $\rho'$ )

ความหนาแน่นของลูกเหล็ก ( $\rho$ )

การวิเคราะห์ข้อมูล การหาความหนาแน่นลูกเหล็ก

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{เมื่อ} \quad V = \frac{\pi d^3}{6}$$

$$\rho = \frac{m}{\frac{\pi d^3}{6}} = \frac{6m}{\pi d^3}$$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของมวลลูกเหล็กโดยการชั่ง

ครั้งที่	มวล ( $m, g$ )	$(m_i - \bar{m})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2}{n-1}}$	$u(X_m) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	0.506	1.56E-06		
2	0.505	6.25E-08		
3	0.505	6.25E-08		
4	0.505	6.25E-08		
5	0.507	5.06E-06		
6	0.505	6.25E-08		
7	0.504	5.62E-07	0.001288057	0.000372
8	0.505	6.25E-08		
9	0.503	3.06E-06		
10	0.505	6.25E-08		
11	0.502	7.56E-06		
12	0.505	6.25E-08		
$(X_m, \bar{m})$	0.505			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.001 \text{ g}$

$$u(Z_m) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_m) = 0.000289 \text{ g}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(m) = u^2(X_m) + u^2(Z_m)$$

$$u(m) = 0.000471 \text{ g}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(m)}{\frac{u^4(X_m)}{v_{X_m}} + \frac{u^4(Z_m)}{v_{Z_m}}} = 28.25652092 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_m} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_m} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 28$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกเหล็ก

ครั้งที่	ความกว้าง ( $d, \text{mm}$ )	$(d_i - \bar{d})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$	$u(X_d) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	5.00	2.5E-05		
2	5.01	2.5E-05		
3	5.01	2.5E-05		
4	5.00	2.5E-05		
5	5.01	2.5E-05		
6	5.00	2.5E-05		
7	5.00	2.5E-05	0.00522233	0.001508
8	5.00	2.5E-05		
9	5.01	2.5E-05		
10	5.00	2.5E-05		
11	5.01	2.5E-05		
12	5.01	2.5E-05		
$(X_d, \bar{d})$	5.01			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.01 \text{ mm}$

$$u(Z_d) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_d) = 0.002887 \text{ mm}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(d) = u^2(X_d) + u^2(Z_d)$$

$$u(d) = 0.003257 \text{ mm}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(d)}{\frac{u^4(X_d)}{v_{X_d}} + \frac{u^4(Z_d)}{v_{Z_d}}} = 239.5555556 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_m} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_m} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 239$

ความหนาแน่นของลูกเหล็กโดยประมาณ  $\bar{\rho} = \frac{6\bar{m}}{\pi d^3} = 0.007686 \text{ g/mm}^3$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของความหนาแน่นของลูกเหล็ก คือ

$$u^2(\rho) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial m} u(m) \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial d} u(d) \right)^2$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial m} \right) = \frac{6}{\pi d^3} = 0.015227$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial d} \right) = -\frac{18\bar{m}}{\pi d^4} = -0.00461$$

$$u_1^2(\rho) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial m} u(m) \right)^2 = 5.13784\text{E-}11$$

$$u_2^2(\rho) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial d} u(d) \right)^2 = 2.25097\text{E-}10$$

$$u^2(\rho) = u_1^2(\rho) + u_2^2(\rho)$$

$$u^2(\rho) = 2.76475E-10$$

$$u(\rho) = 1.66E-05$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(\rho)}{\frac{u_1^4(\rho)}{v_1} + \frac{u_2^4(\rho)}{v_2}} = 249.5718009$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 249$  และ  $k = 1.96$

$$U(\rho) = k \times u(\rho)$$

$$U(\rho) = 3.259E-05$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 0.007685829 \pm 3.259E-05 \text{ g/mm}^3$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 7685.82854 \pm 32.5900014 \text{ kg/m}^3$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 7653.238539 \text{ ถึง } 7718.418542 \text{ kg/m}^3$$



### ความหนาแน่นของของเหลว ( $\rho'$ )

การวิเคราะห์ข้อมูล การหาความหนาแน่นของเหลว

$$\rho' = \frac{m'}{V}$$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของมวลของเหลวโดยการชั่ง

ครั้งที่	มวล ( $m', g$ )	$(m'_i - \bar{m}')^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m'_i - \bar{m}')^2}{n-1}}$	$u(X_{m'}) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	102.287	0.00023		
2	102.304	3.36E-06		
3	102.301	1.36E-06		
4	102.302	2.78E-08		
5	102.300	4.69E-06		
6	102.301	1.36E-06		
7	102.301	1.36E-06	0.005540485	0.001599
8	102.304	3.36E-06		
9	102.306	1.47E-05		
10	102.305	8.03E-06		
11	102.305	8.03E-06		
12	102.310	6.14E-05		
$(X_m, \bar{m})$	102.302			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.001 \text{ g}$

$$u(Z_{m'}) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_{m'}) = 0.000289 \text{ g}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(m') = u^2(X_{m'}) + u^2(Z_{m'})$$

$$u(m') = 0.001625 \text{ g}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(m')}{\frac{u^4(X_{m'})}{v_{X_{m'}}} + \frac{u^4(Z_{m'})}{v_{Z_{m'}}}} = 11.72836 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_{m'}} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_{m'}} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของปริมาตรของของเหลว

ครั้งที่	ปริมาตร (V, ml)	$(V_i - \bar{V})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n-1}}$	$u(X_V) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	100.00	0		
2	100.00	0		
3	100.00	0		
4	100.00	0		
5	100.00	0		
6	100.00	0		
7	100.00	0	0	0
8	100.00	0		
9	100.00	0		
10	100.00	0		
11	100.00	0		
12	100.00	0		
$(X_V, \bar{V})$	100.00			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta_1 = 0.1 \text{ ml}$

และ  $\delta_2 = 0.628571 \text{ ml}$  มาจาก  $V = \pi r^2 L$  เมื่อ  $r = 5.21 \text{ mm}$  (รัศมีความกว้างของคอขวดวัดปริมาตรและ  $L = 0.5 \text{ mm}$  ความหนาของขีดขวดวัดปริมาตร)

เมื่อ  $u(Z_V) = \delta / \sqrt{12}$  จะได้  $u(Z_{V_1}) = 0.028868 \text{ ml}$  และ  $u(Z_{V_2}) = 0.012313 \text{ ml}$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(V) = u^2(Z_{V_1}) + u^2(Z_{V_2})$$

$$u(V) = 0.031384 \text{ ml}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(V)}{\frac{u^4(Z_{V_1})}{v_{z_{V_1}}} + \frac{u^4(Z_{V_2})}{v_{z_{V_2}}}} = \infty \quad \text{เมื่อ} \quad v_{z_{V_1}} = \infty \quad \text{และ} \quad v_{z_{V_2}} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = \infty$

ความหนาแน่นของของเหลวโดยประมาณ  $\rho' = \frac{\bar{m}'}{V} = 1.023021667 \text{ g/ml}$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของความหนาแน่นของของเหลว คือ

$$u^2(\rho') = \left( \frac{\partial \rho'}{\partial m'} u(m') \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho'}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho') = \left( \frac{\partial(m'/V)}{\partial m'} u(m') \right)^2 + \left( \frac{\partial(m'/V)}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho') = \left( \frac{\partial(m')}{V \partial m'} u(m') \right)^2 + \left( \frac{m' \partial(V^{-1})}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho') = \left( \frac{1}{V} u(m') \right)^2 + \left( -\frac{\bar{m}'}{V^2} u(V) \right)^2$$

$$u_1^2(\rho') = \left( \frac{1}{V} u(m') \right)^2 = 2.64141\text{E-}10$$

$$u_2^2(\rho') = \left( -\frac{\bar{m}'}{V^2} u(V) \right)^2 = 0.000321065$$

$$u^2(\rho') = u_1^2(\rho') + u_2^2(\rho')$$

$$u^2(\rho') = 0.000321$$

$$u(\rho') = 0.017918$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(\rho')}{\frac{u_1^4(\rho')}{v_1} + \frac{u_2^4(\rho')}{v_2}} = 1.6252\text{E}+13$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{\text{eff}} = 16251973173224$  และ  $k = 1.96$

$$U(\rho') = k \times u(\rho')$$

$$U(\rho') = 0.03512$$

$$\bar{\rho}' \pm U(\rho') = 1.023022 \pm 0.035119852 \text{ g/ml}$$

$$\bar{\rho}' \pm U(\rho') = 0.001023 \pm 3.51199\text{E}-05 \text{ g/mm}^3$$

$$\bar{\rho}' \pm U(\rho') = 1023.022 \pm 35.11985172 \text{ kg/m}^3$$

$$\bar{\rho}' \pm U(\rho') = 987.9018 \text{ ถึง } 1058.141518 \text{ kg/m}^3$$



## ภาคผนวก ข

ตาราง แสดงค่า  $k$  กับ  $U(k)$  จากผลการทดลอง

$\lambda(d/D)$	$k$	$U(k)$
0.10	1.321177	0.164362
0.20	1.635731	0.094631
0.31	1.937548	0.11171
0.41	12.49378	0.722794
0.52	6.202503	0.267148
0.66	12.23557	0.713476
0.70	22.4707	0.967834
0.80	42.88222	5.334789
0.83	47.62218	2.051131
0.89	130.6154	7.556402
0.90	63.24856	3.64661
0.92	147.73	8.517405

**หมายเหตุ** สามารถดูวิธีหาค่า  $k$  และ  $U(k)$  ที่  $\lambda = 0.52$  ได้ในบทที่ 4 เมื่อ  $U(k) = k \times u(k)$

ตาราง แสดงค่า  $k$  กับ  $u(k)$  จากผลการทดลอง

$\lambda(d/D)$	$k$	$u(k)$
0.10	1.321177	0.083858
0.20	1.635731	0.048281
0.31	1.937548	0.11171
0.41	12.49378	0.368773
0.52	6.202503	0.1363
0.66	12.23557	0.364018
0.70	22.4707	0.493793
0.80	42.88222	2.721831
0.83	47.62218	1.046496
0.89	130.6154	3.855307
0.90	63.24856	1.860515
0.92	147.73	4.345615

**หมายเหตุ** สามารถดูวิธีหาค่า  $k$  และ  $u(k)$  ที่  $\lambda = 0.52$  ได้ในบทที่ 4 เช่นกัน





## ภาคผนวก ค

แสดงค่า  $U(\lambda)$  ที่  $\lambda = 0.89$ กรณี  $\lambda = 0.89$ 

การวิเคราะห์ข้อมูล

$$\lambda = \frac{\bar{d}}{D}$$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนขอเส้นผ่านศูนย์กลางลูกเหล็กโดยการวัด

ครั้งที่	เส้นผ่านศูนย์กลางลูกเหล็ก ( $d, mm$ )
1	4.00
2	3.99
3	3.99
4	4.00
5	4.00
6	3.99
7	3.99
8	3.99
9	3.99
10	3.99
11	3.99
12	3.99
$(\bar{X}_d, \bar{d})$	3.99

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ

ครั้งที่	เส้นผ่านศูนย์กลาง ท่อ ( $D, mm$ )	$(D_i - \bar{D})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n-1}}$	$u(X_D) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	4.68	0.041006		
2	4.18	0.088506		
3	4.25	0.051756		
4	4.50	0.000506		
5	4.64	0.026406		
6	4.55	0.005256		
7	4.45	0.000756	0.143851249	0.041526
8	4.49	0.000156		
9	4.58	0.010506		
10	4.43	0.002256		
11	4.50	0.000506		
12	4.48	6.25E-06		
$(X_D, \bar{D})$	4.48			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.01 \text{ mm}$

$$u(Z_D) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_D) = 0.002887 \text{ mm}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(D) = u^2(X_D) + u^2(Z_D)$$

$$u(D) = 0.041626 \text{ mm}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(D)}{\frac{u^4(X_D)}{v_{X_D}} + \frac{u^4(Z_D)}{v_{Z_D}}} = 11.10657 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_D} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_D} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$  ทำให้ได้ค่า  $k = 2.20$

อัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางลูกเหล็กต่อเส้นผ่านศูนย์กลางท่อโดยประมาณ  $\bar{\lambda} = \frac{\bar{d}}{D} = 0.891681$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของ  $\lambda$  คือ

$$u^2(\lambda) = \left( \frac{\partial \lambda}{\partial D} u(D) \right)^2$$

เมื่อไม่รวมความไม่แน่นอนในการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกเหล็กนั้นคือ  $u(d) = 0$  จะได้ว่า

$$u^2(\lambda) = \left( \frac{\partial \lambda}{\partial D} u(D) \right)^2 = 6.87206E-05$$

$$u^2(\lambda) = 6.8505E-05$$

$$u(\lambda) = 0.00832$$

$$U(\lambda) = k \times u(\lambda)$$

$$U(\lambda) = 0.018303858$$

$$\bar{\lambda} \pm U(\lambda) = 0.891680625 \pm 0.018303858$$

$$\bar{\lambda} \pm U(\lambda) = 0.873376767 \text{ ถึง } 0.909984484$$

สำหรับกรณี  $\lambda$  อื่นๆ สามารถทำการคำนวณในทำนองเดียวกัน โดยสรุปเป็นตารางได้ดังนี้

ตาราง แสดงค่า  $U(\lambda) =$  ในแต่ละอัตราส่วนการทดลอง

$d/D$	$U(\lambda)$
0.10	0.000982283
0.20	0.001886635
0.31	0.002143569
0.41	0.002807982
0.52	0.003482314
0.66	0.015754708
0.70	0.008160765
0.80	0.026959186
0.83	0.019732862
0.89	0.018303858
0.90	0.035339033
0.92	0.028276887



## ภาคผนวก ง

การวิเคราะห์ข้อมูล การหาความหนาแน่นของกลีเซอริน

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ตาราง แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของมวลกลีเซอรินโดยการชั่ง

ครั้งที่	มวล (m, g)	$(m_i - \bar{m})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2}{n-1}}$	$u(X_m) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	124.358	0.000112		
2	124.356	7.37E-05		
3	124.341	4.12E-05		
4	124.341	4.12E-05		
5	124.345	5.84E-06		
6	124.345	5.84E-06		
7	124.353	3.12E-05	0.005517877	0.001593
8	124.344	1.17E-05		
9	124.344	1.17E-05		
10	124.347	1.74E-07		
11	124.347	1.74E-07		
12	124.348	3.4E-07		
$(X_m, \bar{m})$	124.347			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.001 \text{ g}$

$$u(Z_m) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_m) = 0.000289 \text{ g}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(m) = u^2(X_m) + u^2(Z_m)$$

$$u(m) = 0.001619 \text{ g}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(m)}{\frac{u^4(X_m)}{v_{X_m}} + \frac{u^4(Z_m)}{v_{Z_m}}} = 11.73443 \quad \text{เมื่อ } v_{X_m} = 11 \text{ และ } v_{Z_m} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$



ตาราง การหาค่าความไม่แน่นอนของปริมาตรของกลีเซอริน

ครั้งที่	ปริมาตร (V, ml)	$(V_i - \bar{V})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n-1}}$	$u(X_V) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	100.00	0		
2	100.00	0		
3	100.00	0		
4	100.00	0		
5	100.00	0		
6	100.00	0		
7	100.00	0	0	0
8	100.00	0		
9	100.00	0		
10	100.00	0		
11	100.00	0		
12	100.00	0		
$(X_V, \bar{V})$	100.00			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta_1 = 0.1 \text{ ml}$

และ  $\delta_2 = 0.628571 \text{ ml}$  มาจาก  $V = \pi r^2 L$  เมื่อ  $r = 5.21 \text{ mm}$  (รัศมีความกว้างของคอขวดวัดปริมาตรและ  $L = 0.5 \text{ mm}$  ความหนาของขีดขวดวัดปริมาตร)

เมื่อ  $u(Z_V) = \delta / \sqrt{12}$  จะได้  $u(Z_{V_1}) = 0.028868 \text{ ml}$  และ  $u(Z_{V_2}) = 0.012313 \text{ ml}$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(V) = u^2(Z_{V_1}) + u^2(Z_{V_2})$$

$$u(V) = 0.031384 \text{ ml}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(V)}{\frac{u^4(Z_{V_1})}{v_{z_{V_1}}} + \frac{u^4(Z_{V_2})}{v_{z_{V_2}}}} = \infty \quad \text{เมื่อ} \quad v_{z_{V_1}} = \infty \quad \text{และ} \quad v_{z_{V_2}} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = \infty$

ความหนาแน่นของกลีเซอรินโดยประมาณ  $\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = 1.243474167 \text{ g/ml}$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของความหนาแน่นของกลีเซอริน คือ

$$u^2(\rho) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial m} u(m) \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho) = \left( \frac{\partial(m/V)}{\partial m} u(m) \right)^2 + \left( \frac{\partial(m/V)}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho) = \left( \frac{\partial(m)}{\bar{V} \partial m} u(m) \right)^2 + \left( \frac{\bar{m} \partial(V^{-1})}{\partial V} u(V) \right)^2$$

$$u^2(\rho) = \left( \frac{1}{\bar{V}} u(m) \right)^2 + \left( -\frac{\bar{m}}{\bar{V}^2} u(V) \right)^2$$

$$u_1^2(\rho) = \left( \frac{1}{\bar{V}} u(m) \right)^2 = 2.62058E-10$$

$$u_2^2(\rho) = \left( -\frac{\bar{m}}{\bar{V}^2} u(V) \right)^2 = 0.000390252$$

$$u^2(\rho) = u_1^2(\rho) + u_2^2(\rho)$$

$$u^2(\rho) = 0.00039$$

$$u(\rho) = 0.019755$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(\rho)}{\frac{u_1^4(\rho)}{v_1} + \frac{u_2^4(\rho)}{v_2}} = 2.43943E+13$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 24394264094767$  และ  $k = 1.96$

$$U(\rho) = k \times u(\rho)$$

$$U(\rho) = 0.038719$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 1.243474 \pm 0.038719399 \text{ g/ml}$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 0.001243 \pm 3.87194E-05 \text{ g/mm}^3$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 1243.474 \pm 38.71939907 \text{ kg/m}^3$$

$$\bar{\rho} \pm U(\rho) = 1204.755 \text{ ถึง } 1282.193566 \text{ kg/m}^3$$

การวิเคราะห์ข้อมูล การหาความเร็วปลาย

ตาราง 3 การหาค่าความไม่แน่นอนของความยาวท่อโดยการวัด ช่วงแรก

ครั้งที่	ความยาว ( $l, cm$ )	$(l_i - \bar{l})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n-1}}$	$u(X_i) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	1.000	2.78E-08		
2	1.002	3.36E-08		
3	1.000	2.78E-08		
4	1.000	2.78E-08		
5	1.000	2.78E-08		
6	1.000	2.78E-08		
7	1.000	2.78E-08	0.001029857	0.00297
8	1.002	3.36E-08		
9	1.000	2.78E-08		
10	1.000	2.78E-08		
11	0.998	4.69E-08		
12	1.000	2.78E-08		
$(\bar{X}, \bar{l})$	1.000			

ตาราง 4 การหาค่าความไม่แน่นอนของความยาวท่อโดยการวัด ช่วงที่สอง

ครั้งที่	ความยาว ( $l, cm$ )	$(l_i - \bar{l})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2}{n-1}}$	$u(X_i) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	1.000	2.78E-08		
2	1.000	2.78E-08		
3	0.998	4.69E-08		
4	1.000	2.78E-08		
5	1.002	3.36E-08		
6	1.002	3.36E-08		
7	1.000	2.78E-08	0.001337116	0.000386
8	1.002	3.36E-08		
9	1.000	2.78E-08		
10	1.000	2.78E-08		
11	0.998	4.69E-08		
12	1.000	2.78E-08		
$(X_i, \bar{l})$	1.000			

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.02 \text{ mm}$

$$u(Z_i) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_i) = 0.000577 \text{ cm}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(l) = u^2(X_i) + u^2(Z_i)$$

$$u(l) = 0.000694 \text{ cm}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(t)}{\frac{u^4(X_t)}{v_{x_t}} + \frac{u^4(Z_t)}{v_{z_t}}} = 115.2804 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{x_t} = 11 \text{ และ } v_{z_t} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 115$

ตาราง 5 แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของเวลา ช่วงแรก

ครั้งที่	เวลา (t, s)	$(t_i - \bar{t})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}}$	$u(X_t) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	18.37	0.294306		
2	18.81	0.965306		
3	24.29	41.76391		
4	16.03	3.231006		
5	17.67	0.024806		
6	17.31	0.267806		
7	17.35	0.228006	2.336707571	0.674549
8	17.65	0.031506		
9	15.32	6.287556		
10	17.30	0.278256		
11	18.50	0.452256		
12	15.33	6.237506		
$(X_t, \bar{t})$	17.83			

ตาราง 6 แสดงการหาค่าความไม่แน่นอนของเวลา ช่วงที่สอง

ครั้งที่	เวลา (t, s)	$(t_i - \bar{t})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}}$	$u(X_t) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	18.80	0.267806		
2	18.95	0.445556		
3	26.37	65.40766		
4	16.41	3.506256		
5	17.37	0.832656		
6	18.17	0.012656		
7	17.12	1.351406	2.834774722	0.818329
8	17.92	0.131406		
9	15.47	7.910156		
10	18.15	0.017556		
11	19.16	0.770006		
12	15.50	7.742306		
$(X_t, \bar{t})$	18.28			

แสดงวิธีคำนวณอัตราเร็วของการตกของลูกเหล็กในช่วงที่ 1 ดังนี้

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.1$  s

$$u(Z_t) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_t) = 0.028868 \text{ s}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(t) = u^2(X_t) + u^2(Z_t)$$

$$u(t) = 0.675167 \text{ s}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(t)}{\frac{u^4(X_t)}{v_{X_t}} + \frac{u^4(Z_t)}{v_{Z_t}}} = 11.04033 \quad \text{เมื่อ} \quad v_{X_t} = 11 \quad \text{และ} \quad v_{Z_t} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$

อัตราเร็วโดยประมาณ

$$\bar{v} = \frac{\bar{l}}{t} = 0.056102 \text{ cm/s}$$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของอัตราเร็ว คือ

$$u^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial l} \right) = \frac{1}{t} = 0.056093$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) = -\frac{\bar{l}}{t^2} = -0.00315$$



$$u_1^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 = 1.32691\text{E-}09$$

$$u_2^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2 = 4.51445\text{E-}06$$

$$u^2(v) = u_1^2(v) + u_2^2(v)$$

$$u^2(v) = 4.51578\text{E-}06$$

$$u(v) = 0.002125$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(v)}{\frac{u_1^4(v)}{v_1} + \frac{u_2^4(v)}{v_2}} = 11.00646724$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$  และ  $k = 2.20$

$$U(v) = k \times u(v)$$

$$U(v) = 0.00467508$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.056102463 \pm 0.00467508 \text{ cm/s}$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.000561025 \pm 4.67508\text{E-}05 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.000514274 \text{ ถึง } 0.000607775 \text{ m/s}$$

แสดงวิธีคำนวณอัตราเร็วของการตกของลูกเหล็กในช่วงที่สอง ดังนี้

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.1$  s

$$u(Z_i) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_i) = 0.028868 \text{ s}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(t) = u^2(X_i) + u^2(Z_i)$$

$$u(t) = 0.818838 \text{ s}$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(t)}{\frac{u^4(X_i)}{v_{X_i}} + \frac{u^4(Z_i)}{v_{Z_i}}} = 11.02739 \text{ เมื่อ } v_{X_i} = 11 \text{ และ } v_{Z_i} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$

อัตราเร็วโดยประมาณ

$$\bar{v} = \frac{\bar{l}}{t} = 0.054706 \text{ cm/s}$$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของอัตราเร็ว คือ

$$u^2(v) = \left( \frac{\partial v}{\partial l} u(l) \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} u(t) \right)^2$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial l}\right) = \frac{1}{\bar{l}} = 0.054697$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = -\frac{\bar{l}}{\bar{t}^2} = -0.00299$$

$$u_1^2(v) = \left(\frac{\partial v}{\partial l} u(l)\right)^2 = 1.443\text{E-}09$$

$$u_2^2(v) = \left(\frac{\partial v}{\partial t} u(t)\right)^2 = 6.00342\text{E-}06$$

$$u^2(v) = u_1^2(v) + u_2^2(v)$$

$$u^2(v) = 6.00486\text{E-}06$$

$$u(v) = 0.00245$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(v)}{\frac{u_1^4(v)}{v_1} + \frac{u_2^4(v)}{v_2}} = 11.00528857$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 11$  และ  $k = 2.20$

$$U(v) = k \times u(v)$$

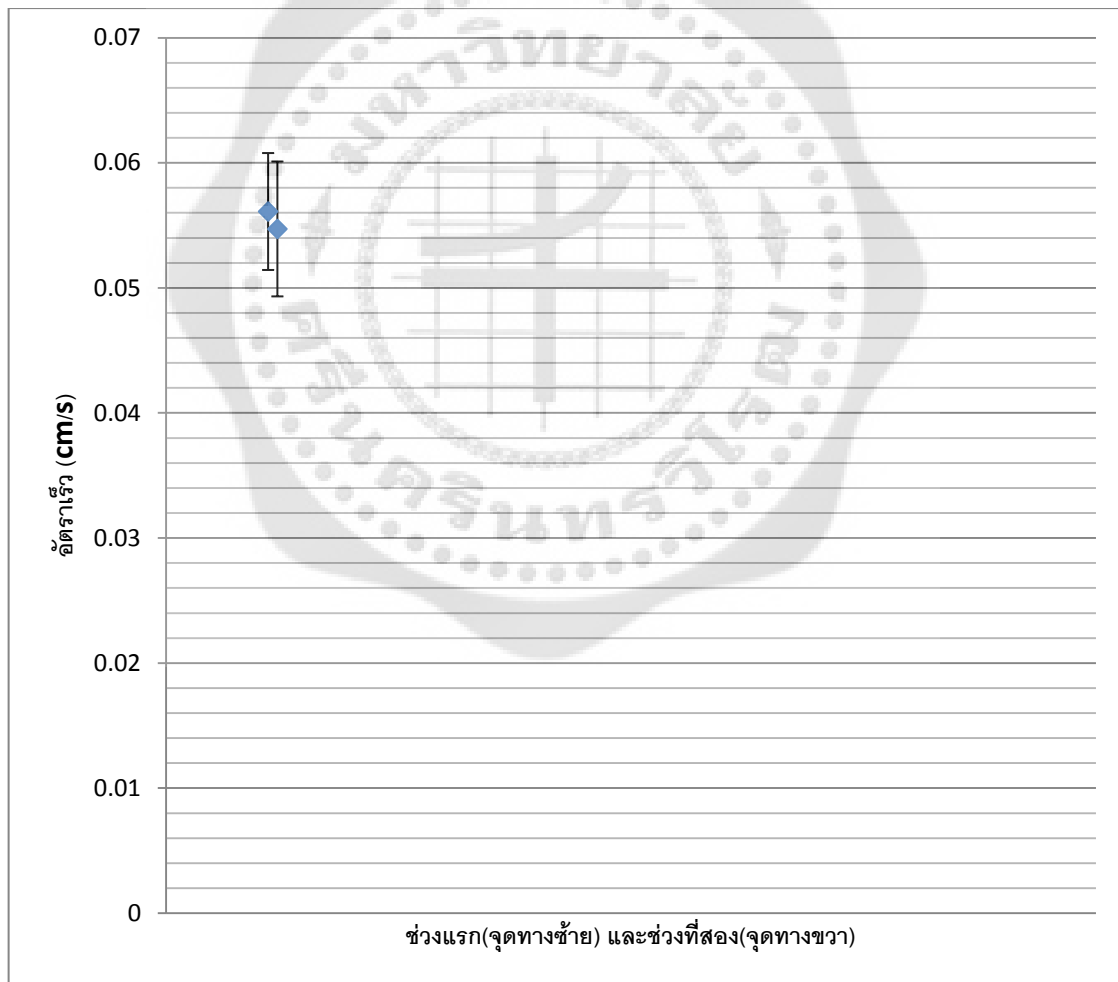
$$U(v) = 0.005391059$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.054706231 \pm 0.005391059 \text{ cm/s}$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.000547062 \pm 5.39106E-05 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} \pm U(v) = 0.000493152 \text{ ถึง } 0.000600973 \text{ m/s}$$

จะได้อัตราเร็วจากการเปรียบเทียบ สองช่วงดังนี้





## ภาคผนวก จ

แสดงการหาค่า  $\mu_{eff}$ 

**การวิเคราะห์ข้อมูล** นำค่า  $\bar{v}_t$  สำหรับช่วงที่ 2 และค่า  $\bar{\rho}'$  ของกลีเซอรินจากภาคผนวก ง มาคำนวณหาค่าความหนืดยังผลโดยประมาณได้เป็น

$$\bar{\mu}_{eff} = \frac{2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{9\bar{v}_t} g(\bar{d}/2)^2 = 102.139 \text{ N.s/m}^2$$

ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานของความหนืด คือ

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{\partial \mu}{\partial \rho} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial \rho'} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial d} u(d) \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial v_t} u(v_t) \right)^2$$

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2gd^2}{36v_t} \frac{\partial \rho}{\partial \rho} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{2gd^2}{36v_t} \frac{\partial \rho'}{\partial \rho'} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{2g(\rho - \rho')}{36v_t} \frac{\partial d^2}{\partial d} u(d) \right)^2 + \left( \frac{2gd^2(\rho - \rho')}{36} \frac{\partial v_t^{-1}}{\partial v_t} u(v_t) \right)^2$$

$$u^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho) \right)^2 + \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho') \right)^2 + \left( \frac{4g(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t} u(d) \right)^2 + \left( -\frac{2g\bar{d}^2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t^2} u(v_t) \right)^2$$

$$u_1^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho) \right)^2 = 1.19$$

$$u_2^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{2g\bar{d}^2}{36\bar{v}_t} u(\rho') \right)^2 = 0.377285808$$

$$u_3^2(\mu_{eff}) = \left( \frac{4g(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t} u(d) \right)^2 = 1.47657E-10$$

$$u_4^2(\mu_{eff}) = \left( -\frac{2g\bar{d}^2(\bar{\rho} - \bar{\rho}')}{36\bar{v}_t^2} u(v_t) \right)^2 = 6.98823E-25$$

$$u^2(\mu_{eff}) = u_1^2(\mu) + u_2^2(\mu) + u_3^2(\mu) + u_4^2(\mu)$$

$$u^2(\mu_{eff}) = 1.56$$

$$u(\mu_{eff}) = 1.250532$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(\mu_{eff})}{\frac{u_1^4(\mu_{eff})}{\nu_1} + \frac{u_2^4(\mu_{eff})}{\nu_2} + \frac{u_3^4(\mu_{eff})}{\nu_3} + \frac{u_4^4(\mu_{eff})}{\nu_4}} = 19.10750196$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $\nu_{eff} = 19$  และ  $k = 2.09$

$$U(\mu_{eff}) = k \times u(\mu_{eff})$$

$$U(\mu_{eff}) = 2.613612$$

$$\bar{\mu}_{eff} \pm U(\mu_{eff}) = 102.139 \pm 2.613612 \text{ N.s/m}^2$$





## ภาคผนวก จ

การวิเคราะห์ข้อมูล การหาความหนืด

$$\mu = \frac{\mu_{\text{effective}}}{k}$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(\mu) = \left( \frac{\partial \mu}{\partial \mu_{\text{eff}}} u(\mu_{\text{eff}}) \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial k} u(k) \right)^2$$

$$u^2(\mu) = \left( \frac{1}{k} u(\mu_{\text{eff}}) \right)^2 + \left( -\frac{\mu_{\text{eff}}}{k^2} u(k) \right)^2$$

$$u_1^2(\mu) = \left( \frac{1}{k} u(\mu_{\text{eff}}) \right)^2 = 9.16644\text{E-}05$$

$$u_2^2(\mu) = \left( -\frac{\mu_{\text{eff}}}{k^2} u(k) \right)^2 = 0.00053275$$

$$u^2(\mu) = u_1^2(\mu) + u_2^2(\mu) = 0.024988$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(\mu)}{\frac{u_1^4(\mu)}{v_1} + \frac{u_2^4(\mu)}{v_2}} = 881.6536383$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 881.6536383$  และ  $k = 1.96$

$$U(\mu) = k \times u(\mu)$$

$$U(\mu) = 0.048977$$

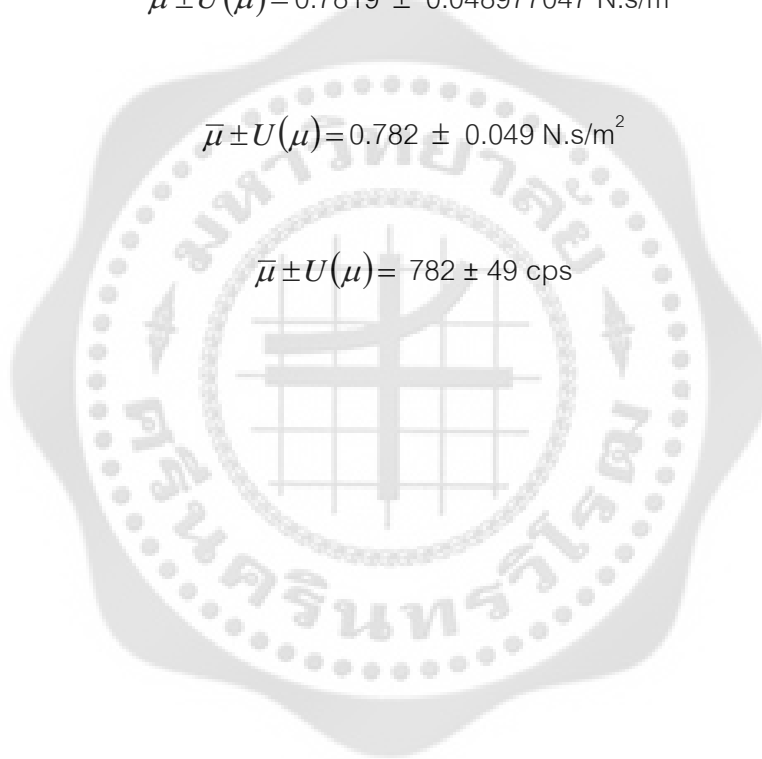
$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 0.7819 \pm 0.048977047 \text{ N.s/m}^2$$

หรือ

$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 0.782 \pm 0.049 \text{ N.s/m}^2$$

หรือ

$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 782 \pm 49 \text{ cps}$$





## ภาคผนวก ข

## การวิเคราะห์ข้อมูล กลีเซอริน

ตาราง แสดงการหาค่าความหนืดและความไม่แน่นอนของความหนืดโดยใช้มาตรฐานความหนืดแบบ

ดิจิตอลหัวที่ 1 ที่ความเร็วรอบ 10 rpm

ครั้งที่	ความหนืด ( $\mu$ , N.s/m <sup>2</sup> )	$(\mu_i - \bar{\mu})^2$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2}{n-1}}$	$u(X_\mu) = \frac{s}{\sqrt{n}}$
1	0.720	5.06E-06		
2	0.726	1.41E-05		
3	0.721	1.56E-06		
4	0.717	2.76E-05		
5	0.725	7.56E-06		
6	0.721	1.56E-06		
7	0.727	2.26E-05	0.003387812	0.000978
8	0.724	3.06E-06		
9	0.718	1.81E-05		
10	0.719	1.06E-05		
11	0.726	1.41E-05		
12	0.723	5.62E-07		
$(X_\mu, \bar{\mu})$	0.722			

ความหนืดโดยประมาณ

$$\bar{\mu} = 0.72225 \text{ N.s/m}^2$$

ความละเอียดของเครื่องมือวัด  $\delta = 0.01 \text{ N.s/m}^2$

$$u(Z_\mu) = \delta / \sqrt{12}$$

$$u(Z_\mu) = 0.002887 \text{ N.s/m}^2$$

ความไม่แน่นอนมาตรฐานรวม

$$u^2(\mu) = u^2(X_\mu) + u^2(Z_\mu)$$

$$u(\mu) = 0.003048 \text{ N.s/m}^2$$

ค่าผลของระดับความเป็นอิสระ

$$v_{eff} = \frac{u^4(\mu)}{\frac{u^4(X_\mu)}{v_{x_\mu}} + \frac{u^4(Z_\mu)}{v_{z_\mu}}} = 1037.739 \quad \text{เมื่อ } v_{x_\mu} = 11 \text{ และ } v_{z_\mu} = \infty$$

ตัดเศษทิ้ง จะได้  $v_{eff} = 1037$  และ  $k = 1.96$

$$U(\mu) = k \times u(\mu) = 0.005974$$

ดังนั้น

$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 0.72225 \pm 0.005974 \text{ N.s/m}^2$$

หรือ

$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 0.7223 \pm 0.0060 \text{ N.s/m}^2$$

หรือ

$$\bar{\mu} \pm U(\mu) = 722.3 \pm 6.0 \text{ cps}$$



## ภาคผนวก ญ

ตาราง แสดงค่า k ที่  $v_{eff}$  ต่างๆ ที่ความเชื่อมั่น 95%

$v_{eff}$ (truncated)	ค่า k
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.36
8	2.31
9	2.26
10	2.23
11	2.20
12	2.18
13	2.16
14	2.14
15	2.13
16	2.12
17	2.11
18	2.10
19	2.09
20	2.09
25	2.06
30	2.04

ตาราง แสดงค่า  $k$  ที่  $v_{eff}$  ต่างๆ ที่ความเชื่อมั่น 95%

$v_{eff}$ (truncated)	ค่า $k$
40	2.02
50	2.01
100	1.98
infinite	1.96







ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวหทัยชนก เพ็ชรมาตศรี
วันเดือนปีเกิด	5 มกราคม พุทธศักราช 2527
สถานที่เกิด	อำเภอทุ่งสง จังหวัดนครศรีธรรมราช
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	422/519 หมู่บ้านปรีชาสุวินทวงศ์ ซอยสุวินทวงศ์ 34 แขวงแสนแสบ เขตมีนบุรี กรุงเทพมหานคร 10510
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2545	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย จังหวัดสงขลา
พ.ศ. 2549	กศ.บ. (วิทยาศาสตร์-ฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2555	กศ.ม. (ฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ