

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

พฤษภาคม 2554

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2554

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

พฤษภาคม 2554

มนทภัย ชาญธัญกรรม. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล.

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี และเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 9 คาบ แบบแผนการวิจัยเป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample

ผลการศึกษา พบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF USING VEE DIAGRAMS OF MATHAYOMSUKSA I STUDENTS'
MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND COMMUNICATION SKILL
IN WORD PROBLEMS OF LINEAR EQUATIONS IN ONE VARIABLE



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2011

Monhathai Chanthunyakum. (2011). *The Effect of Using Vee Diagrams of Mathayomsuksa I Students' Mathematical Problem Solving Ability and Communication Skill in Word Problems of Linear Equations in One Variable*. Master's Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor: Asst. Prof. Chaisak Leelajaruskul.

The purposes of this study were to compare mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa I students before and after using vee diagrams and to compare mathematical communication skill of Mathayomsuksa I students after using vee diagrams with a criterion.

The subjects of this study were 48 Mathayomsuksa I students of Nonsiwitthaya School, Yannawa District, Bangkok in second semester of the 2010 academic year obtained from Cluster Random Sampling. Instrument research were lesson plan, mathematical problem solving ability test and communication skill test. The experimental group was taught by using vee diagrams on "Word Problems of Linear Equations in One Variable" for 9 hours. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t-test for dependent samples and t-test for one sample.

The results of this study revealed that:

1. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa I students after using vee diagrams on "Word Problems of Linear Equations in One Variable" was statistically higher than before using vee diagrams at .01 level of significance.
2. The mathematical communication skill of Mathayomsuksa I students after using vee diagrams on "Word Problems of Linear Equations in One Variable" was statistically higher than the 60% criterion at .01 level of significance.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams) ที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของ มนหทัย ชาญชัยธรรม ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควร
รับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

ประธาน

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยพัฒน์)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

วันที่ เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2554

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความช่วยเหลือ ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องส่วนต่างๆ อย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตาและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.เกษมสุข อุงจิตต์ตระกูล อาจารย์มาลัย ชัยปรารถนา และอาจารย์พรทิพย์ บุษบากรกุล ที่ได้กรุณาให้ข้อคิดเห็น คำแนะนำ และคำปรึกษา ในการแก้ไขเครื่องมือในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการสถานศึกษา หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณาจารย์โรงเรียนนนทบุรีวิทยาทุกท่าน ที่ให้ความสะดวก และความช่วยเหลือในการทดลองเก็บข้อมูล และขอขอบพระคุณอาจารย์อัญชลี มุ่งเจริญวัฒน์กุล ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้ช่วยผู้วิจัยในการศึกษาครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนนนทบุรีวิทยา ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดช่องลม และคณะครูทุกท่าน ที่ได้กรุณาให้โอกาสผู้วิจัยมาศึกษาหาความรู้ เพื่อพัฒนาตนเองและความก้าวหน้าทางวิชาการ พร้อมทั้งให้กำลังใจ และให้การสนับสนุนเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา-มารดา และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยตลอดมา และขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อน และรุ่นน้องสาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์ใดๆ ที่มีในสารนิพนธ์นี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาบิดา-มารดา ครู-อาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

มนตรีชัย ชาญธรรม

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	4
ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
ตัวแปรที่ศึกษา	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า	7
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี	9
ความหมายของแผนผังรูปตัววี	9
โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี	10
การใช้แผนผังรูปตัววีในกิจกรรมการเรียนการสอน	24
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี	26
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	28
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์	28
ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	30
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	31
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์	32
กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	34
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	40
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	47
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	50

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	53
ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	53
ความสำคัญของการสื่อสาร	53
วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร	56
องค์ประกอบของการสื่อสาร	58
ประเภทของการสื่อสาร	61
อุปสรรคในการสื่อสาร	63
การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์	66
ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้สื่อสาร	69
การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	71
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	72
3 วิธีดำเนินการวิจัย	76
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	76
ประชากร	76
กลุ่มตัวอย่าง	76
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	76
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	77
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	77
แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	77
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	78
แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	81
การเก็บรวบรวมข้อมูล	89
การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล	90

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	94
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	94
การวิเคราะห์ข้อมูล	94
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	94
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	97
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	97
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	97
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	97
การเก็บรวบรวมข้อมูล	98
การวิเคราะห์ข้อมูล	99
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	99
อภิปรายผล	99
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า	102
ข้อเสนอแนะ	103
บรรณานุกรม	105
ภาคผนวก	114
ภาคผนวก ก	115
ภาคผนวก ข	121
ภาคผนวก ค	126
ภาคผนวก ง	161
ภาคผนวก จ	175
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์	177

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 วิธีการประเมินแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน	82
2 แบบแผนการทดลอง One-Group Pretest-Posttest Design	89
3 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี	95
4 เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60	95
5 สรุปคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 8 ระดับ	96
6 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	116
7 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	117
8 ค่าความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	119
9 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี	122
10 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี	124

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า.....	7
2 ลักษณะโครงสร้างของมโนมติรูปตัววีของโกวิน (Gowin's knowledge "V")	10
3 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	13
4 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งนำมา ใช้โดยนักเรียน-ครู	14
5 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่ได้รับการดัดแปลงต่อมา สำหรับใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา	15
6 แผนผังรูปตัววี เรื่อง สมการเชิงเส้น โดยการร่วมมือกันของครูคณิตศาสตร์	16
7 แผนผังรูปตัววี เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น โดยครูที่สอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา...	17
8 แผนผังรูปตัววี เรื่อง ปริมาตร โดยครูที่สอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา	18
9 แผนผังรูปตัววี เรื่อง พื้นที่ โดยนักเรียน-ครู ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา	19
10 แผนผังรูปตัววี เรื่อง อัตราเร็ว โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา (1)	20
11 แผนผังรูปตัววี เรื่อง อัตราเร็ว โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา (2)	21
12 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี	22
13 สรุปลักษณะโครงสร้างของแผนผังรูปตัววี	23
14 ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา	36
15 องค์ประกอบของการสื่อสาร	59
16 ขั้นตอนของรูปแบบการสอนเพื่อฝึกทักษะการสื่อสาร	68

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาคน ตามที่แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (พ.ศ. 2550-2554) ได้ชี้ให้เห็นถึงความจำเป็นในการปรับเปลี่ยนจุดเน้นในการพัฒนาคุณภาพคนให้มีคุณธรรม และมีความรอบรู้อย่างเท่าทัน ให้มีความพร้อมทั้งด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และศีลธรรม สามารถก้าวทันการเปลี่ยนแปลงเพื่อนำไปสู่สังคมฐานความรู้ได้อย่างมั่นคง กระทรวงศึกษาธิการได้มีการทบทวนหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อนำไปสู่การพัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มีความเหมาะสม ชัดเจน ทั้งเป้าหมายของหลักสูตรในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน และกระบวนการนำหลักสูตรไปสู่การปฏิบัติ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 1-2) ซึ่งการจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำหลักสูตรสู่ การปฏิบัติหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่มีมาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เป็นเป้าหมายสำคัญ สำหรับการพัฒนาเด็กและเยาวชน โดยยึดหลักว่า ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด เชื่อว่าทุกคนมีความสามารถ เรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ยึดประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2553ก: 2)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ถือว่ามีส่วนสำคัญในการพัฒนาผู้เรียน เนื่องจาก วิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และมนุษย์ได้ใช้คณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ ถี่ถ้วน สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546: 1) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาท สำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร การสืบเสาะ และการเลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล การเลือกใช้ยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหา (กรมวิชาการ. 2545: 189) แต่จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ช่วงชั้นที่ 3 (ม.3) ปีการศึกษา 2552 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 26.05 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน พิจารณาผลการทดสอบจำแนกรายมาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐาน ค 6.1 มีค่าเฉลี่ย 2.85 จาก คะแนนเต็ม 20 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2553: ออนไลน์) จะเห็นว่าคะแนน เฉลี่ยของนักเรียนน้อยมาก ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื่องจากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้นักเรียนจะ มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดง หรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 1) ซึ่งครูส่วนมากพบว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ตั้งแต่เริ่มเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนได้รับคำบอกเล่ามาว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากไม่สามารถทำความเข้าใจได้ จึงทำให้นักเรียนไม่ชอบคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูจึงควรพัฒนากระบวนการจัดการเรียนการสอน วิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนรู้สึกสนุกกับการเรียน เน้นให้มีการเรียนการสอนแก้ปัญหาในโรงเรียน เพื่อให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้ (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 6) อีกทั้งในวิชาคณิตศาสตร์ เรามักพบว่ามึนักเรียนที่อ้างว่าคิดแก้ปัญหาได้ หาเหตุผลได้ แต่ไม่สามารถอธิบายหรือเขียนแสดงออกมาได้ จึงเป็นหน้าที่ของครูจะต้องช่วยกันคิดแก้ปัญหาด้านการสื่อสารนี้ต่อไป (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 73) จึงต้องมีการปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งในแง่ของเนื้อหา วิธีสอน กิจกรรมพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ (สำนักคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์. 2547: 4)

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนได้เขียนแผนผังที่แสดงให้เห็นถึงการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบด้านความคิด ได้แก่ ทฤษฎี หลักการ และมโนทัศน์ และส่วนประกอบด้านวิธีการ ได้แก่ ข้อความรู้ การจัดการกระทำข้อมูล และการบันทึกข้อมูล รวมถึงเหตุการณ์ที่ทำการศึกษา (เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ) ไปยังการตอบคำถามสำคัญ (Afamasaga-Fuata'i. 2008: 2) โดยแผนผังรูปตัววี (Vee Diagram) ดัดแปลงมาจากมโนติรูปตัววี (Vee Heuristic) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหา หรือทำให้เข้าใจกระบวนการ อีกทั้งยังช่วยนักเรียนและครูเข้าใจถึงธรรมชาติและวัตถุประสงค์ของการปฏิบัติการทดลองในวิชาวิทยาศาสตร์ (Novak and Gowin. 1984: 55) อะฟามาซากา ฟูอะตาไอ (Afamasaga-Fuata'i. 2008: 2-3) ได้นำแผนผังรูปตัววีมาใช้ในการตรวจสอบความเข้าใจ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในมหาวิทยาลัย ต่อมาได้ปรับเปลี่ยนมาใช้กับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา จากงานวิจัยของอะฟามาซากา ฟูอะตาไอ พบว่าแผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับข้อความปัญหาได้อย่างเป็นระบบ โดยการจำแนกแยกแยะหลักการและมโนทัศน์ ที่ชี้ไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่แสดงออกให้สามารถมองเห็นได้ และสื่อสารความรู้ความเข้าใจของผู้แก้ปัญหาเกี่ยวกับปัญหา หรือกิจกรรมให้ผู้อื่นตรวจสอบและประเมินได้ (Afamasaga-Fuata'i. 2008: 17-18) จึงทำให้ทราบว่าแผนผังรูปตัววีเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับนำมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

ได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 6) และเมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่เพียงจะอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ แต่ยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551: 65) ทักษะการสื่อสารจึงเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ ซึ่งนับวันความสามารถหรือศักยภาพด้านนี้จะกว้างออกไปเรื่อยๆ ตามความก้าวหน้าของเทคโนโลยีด้านต่างๆ จึงจำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนมีทักษะด้านการสื่อสารให้กว้างขึ้น (กรมวิชาการ. 2542: 1)

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้แผนผังรูปตัววี ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการรู้กระบวนการคิด (Metacognitive) ในวิชาคณิตศาสตร์ กล่าวคือเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการวางแผนการเรียนรู้ (Afamasaga-Fuata'i. 2008: 17) และดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนใช้แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการเขียนแผนผังรูปตัววี โดยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งคิดว่าเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมและทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูง อีกทั้งเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ ตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี
2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว่านี้จะช่วยให้ครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี และสามารถนำไปพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 540 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ อยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 9 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ดำเนินการจัดการเรียนรู้ 7 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน 1 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **แผนผังรูปตัววี** หมายถึง แผนผังที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการ เป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของความรู้และวิธีการที่ทำให้ได้ความรู้หรือคำตอบที่ต้องการ จากโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยแผนผังรูปตัววีมีส่วนประกอบ ดังนี้

1.1 เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ คือ ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้

1.2 โมโนทัศน์ คือ ความคิดรวบยอดหลักทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นความคิดเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียน เรียนรู้มาก่อน และสัมพันธ์กับการแก้โจทย์ปัญหา

1.3 หลักการ คือ ข้อความที่เป็นความจริงใช้อ้างอิงได้ อาจเป็นกฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติต่างๆ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาและสอดคล้องกับมโนทัศน์ โดยชี้แนะถึงรูปแบบหลายๆ วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ

1.4 ทฤษฎี คือ หัวข้อ สาระหลักหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา โดยพิจารณาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับสาระหลักใดของวิชาคณิตศาสตร์

1.5 คำถามสำคัญ คือ คำถามที่ทำให้ทราบว่าจะโจทย์ต้องการทราบอะไร

1.6 การบันทึกข้อมูล คือ การเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

1.7 การจัดการกระทำข้อมูล คือ การนำผลการบันทึกข้อมูลมาจัดใหม่ เริ่มจากกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า และเขียนสมการ ดำเนินการแก้ปัญหา โดยเลือกใช้วิธีการจากหลักการที่เหมาะสม แล้วคำนวณหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้

1.8 ข้อความรู้ คือ ผลที่ได้จากการจัดการกระทำข้อมูล ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามสำคัญหรือคำตอบของโจทย์ปัญหา

2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ใช้แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนส่วนประกอบต่างๆ ของแผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหา จนทำให้ได้ข้อความรู้ หรือคำตอบที่ต้องการ มีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนความรู้เดิมหรือซักถามปัญหาหรือคำถามจากบทเรียนที่ผ่านมา เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียน

2.2 ขั้นสอน เป็นการจัดกิจกรรมที่ครูอธิบายการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหา เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ หลังจากนั้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหา เป็นรายบุคคล จับคู่ หรือเป็นกลุ่ม จากการทำใบงาน/ ใบกิจกรรม โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ เมื่อทำเสร็จแล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2.3 ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อเสียของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ จากการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา หลังจากนั้นร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ความสามารถในการนำความรู้ ทักษะทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการวางแผนและหาวิธีการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งวัดได้จากคะแนนการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบอัตโนมัติ 5 ข้อ

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการพูดและการเขียน การใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง จากการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้องและชัดเจน ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยจะวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สามารถสังเกตได้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการพูด อธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แผนผังรูปตัววี ประกอบด้วย การพูดอธิบายแนวคิดของตนเองในการหาคำตอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา การพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา รวมทั้งการพูดสรุปคำตอบที่ได้ จากการปฏิบัติกิจกรรมในช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปรายและการนำเสนอ โดยทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเอง

4.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หมายถึง ความสามารถในการเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แผนผังรูปตัววี ประกอบด้วย การเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ การเขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ การเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา การเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา รวมทั้งการเขียนสรุปคำตอบที่ได้ โดยทำการสังเกตพฤติกรรมจากการตรวจใบงานของนักเรียน และบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเอง

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อยู่ โดยใช้แผนผังรูปตัววี มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553ข: 22) และได้ปรับปรุงเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80-100 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีเยี่ยม

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75-79 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70-74 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65-69 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับค่อนข้างดี

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60-64 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับน่าพอใจ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55-59 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับพอใช้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50-54 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 60

กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

สำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยของอะฟามาซากา ฟุอะตาไอ (Afamasaga-Fuata'i. 2008: 2-3) และ ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี
 - 1.1 ความหมายของแผนผังรูปตัววี
 - 1.2 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี
 - 1.3 การใช้แผนผังรูปตัววีในกิจกรรมการเรียนการสอน
 - 1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.7 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
 - 3.3 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร
 - 3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร
 - 3.5 ประเภทของการสื่อสาร
 - 3.6 อุปสรรคในการสื่อสาร
 - 3.7 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์
 - 3.8 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสาร
 - 3.9 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี

1.1 ความหมายของแผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams)

แผนผังรูปตัววี มีชื่อเรียกที่ปรากฏในเอกสารอยู่หลายคำ เช่น ผังวีไดอะแกรม (Vee Diagrams) มโนมติรูปตัววี (Vee Concept Mapping/ Vee Heuristics) ผังความรู้แบบวี (Knowledge Vee Diagramming) มโนมติรูปตัววีของโกวิน (Gowin's Vee Heuristics/ Gowin's Knowledge "V") ซึ่งผู้วิจัยจะใช้คำว่า "แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams)" ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแผนผังรูปตัววี ดังนี้

โนแวก และ โกวิน (Novak; & Gowin. 1984: 1) กล่าวว่า แผนผังรูปตัววี เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนและครูมองเห็นถึงโครงสร้างและความหมายของความรู้ ซึ่งได้แสวงหาเพื่อความเข้าใจ

คาเลียส (Calais. 2009: 2) กล่าวว่า แผนผังรูปตัววี เป็นแผนผังที่เกี่ยวกับโครงสร้างและแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างด้านวิธีการกับด้านความคิดหลัก เมื่อรวมสองด้านแล้วมีบทบาทสำคัญต่อความคิดรวบยอดในการเรียนรู้และการจำ

ลำพูน บุญโสภณ (2540: 207) กล่าวว่า มโนมติรูปตัววี เป็นแบบแผนที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการและกระบวนการทางความคิด ซึ่งทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงวิธีการศึกษาธรรมชาติของความรู้ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการแสวงหาความรู้และผลผลิตของความรู้

มงคล เสนามนตรี (2542: 20) กล่าวว่า ผังมโนมติรูปตัววี เป็นรูปแบบหนึ่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อความรู้ และวิธีการได้มาซึ่งความรู้นั้น โดยผ่านกระบวนการทางความคิด จึงทำให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างมีความหมาย

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545: 202) ได้ให้ความหมายของผังความรู้แบบวีว่าเป็นแผนผังที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง ทฤษฎี หลักการ มโนทัศน์ กับวิธีการ การทดลองหรือการจัดกระทำข้อมูล ข้อความรู้ที่เกิดจากกระบวนการสืบเสาะ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงวิธีการศึกษาธรรมชาติของความรู้ ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการแสวงหาความรู้และผลผลิตของความรู้

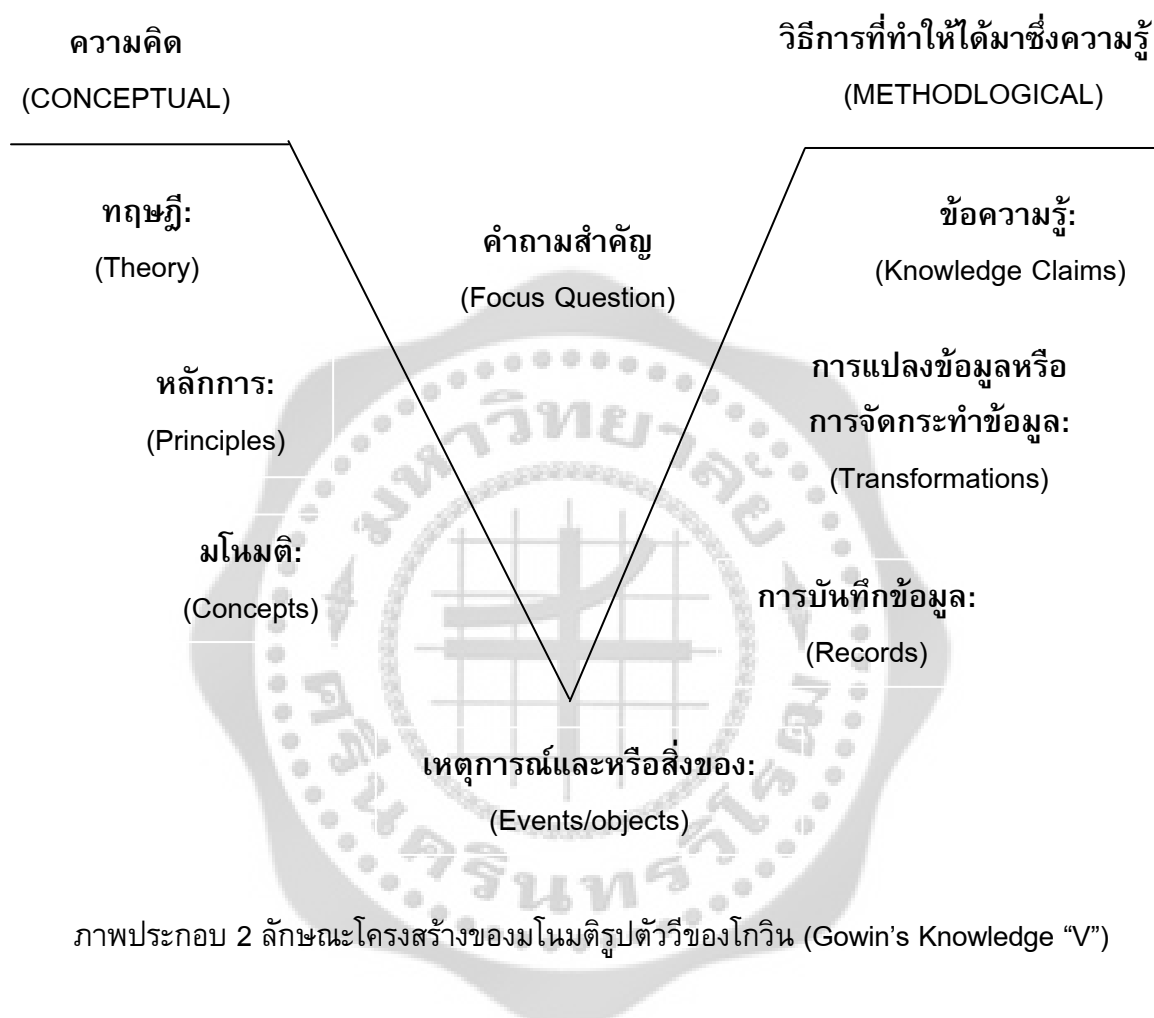
ทิศนา แคมมณี (2551: 398) กล่าวว่า แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาธรรมชาติและผลผลิตของความรู้ในวิชาวิทยาศาสตร์ แผนผังรูปตัววีเป็นแบบที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีกับวิธีการ ความคิดกับการสังเกต และวิธีการเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างกิจกรรมการทดลองกับเนื้อหาในตำราเรียน

สุภัทรรดา กุลยะ (2551: 25) ได้ให้ความหมายของมโนมติรูปตัววีไว้ว่า มโนมติรูปตัววีเป็นแบบแผนที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการและกระบวนการทางความคิด ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงวิธีการศึกษาธรรมชาติของความรู้ ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการแสวงหาความรู้และผลผลิตของความรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แผนผังรูปตัววี หมายถึง แผนผังที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงโครงสร้างของความรู้และวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งความรู้ที่ต้องการ อันทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และจดจำได้ดี

1.2 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี

โนแวก (Novak. 1980: IV-1) กล่าวถึง โครงสร้างย่อยของมโนมตรูปตัววีมีลักษณะดังนี้



ที่มา: Novak. (1980). *Handbook For the Learning How to Learn Program*. p. IV-1.

จากภาพประกอบตรงกลางของมโนมตรูปตัววี คือ คำถามสำคัญ (Focus Question) ซึ่งจะนำไปสู่การศึกษาเหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของ (Events/Objects) ที่อยู่ตอนปลายของมโนมตรูปตัววี สำหรับด้านข้างสองด้านของมโนมตรูปตัววี ด้านซ้ายมือประกอบด้วยกระบวนการทางความคิด (Thinking) มีองค์ประกอบย่อย คือ มโนมติ (Concepts) หลักการ (Principles) และทฤษฎี (Theory) ส่วนด้านขวามือเป็นด้านที่แสดงถึงกระบวนการของวิธีการ (Methodology) หรือด้านการกระทำ (Doing) มีองค์ประกอบย่อยคือ การบันทึกข้อมูล (Records) การจัดกระทำข้อมูล (Transformation) และข้อความรู้ (Knowledge Claims) องค์ประกอบทั้ง 9 ส่วนของมโนมตรูปตัววี จะมีความสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน

โดยเริ่มต้นที่คำถามสำคัญ ซึ่งจะนำไปสู่การสังเกตเหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของแล้วทำการบันทึกข้อมูล และจัดกระทำข้อมูลเพื่อให้แปลความหมายและอ่านข้อมูลได้ง่ายขึ้น หลังจากนั้นผู้เรียนจะได้ข้อความรู้ขึ้นมาจากด้านวิธีการแล้วนำไปสู่ด้านความคิด โดยผู้เรียนจะเกิดมโนคติในเรื่องที่เรียนแล้วเกิดหลักการ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของมโนคติหลายๆ มโนคติ จากหลักการคือทฤษฎีที่ใช้ในการอธิบายเหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของเกิดขึ้น

รายละเอียดองค์ประกอบของมโนคติรูปตัววี โนแวก (Novak. 1980: IV-4-11) ได้อธิบายไว้ดังนี้

1. คำถามสำคัญ (Focus Question) คือ การตั้งคำถามสำคัญนั้นจะต้องคำนึงถึงมโนคติหรือหลักการเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่แล้ว เพื่อใช้ในการสืบเสาะให้ได้ความรู้ใหม่ คำถามสำคัญที่ดีนั้นจะต้องบ่งชี้ให้ทราบถึงวิธีการที่จะศึกษาเหตุการณ์ และหรือวัตถุสิ่งของลักษณะของการบันทึกข้อมูล นอกจากนี้คำถามสำคัญจะบ่งบอกให้ทราบถึงความแตกต่างของความรู้ที่ได้มา กล่าวโดยสรุปแล้วคำถามสำคัญที่ดีนั้นจะต้องมีลักษณะดังนี้

1.1 เป็นตัวกำหนดหรือชี้แนะมโนคติ หลักการ ทฤษฎี เหตุการณ์ และหรือวัตถุสิ่งของที่จะใช้ในกระบวนการสืบเสาะเพื่อให้ได้ความรู้ใหม่

1.2 ชนิดของคำถามสำคัญที่แตกต่างกัน ได้แก่ คำถามสำคัญที่ใช้คำว่า อะไร (What) อย่างไร (How) หรือทำไม (Why) จะทำให้เกิดข้อความรู้ที่แตกต่างกัน

2. วัตถุสิ่งของ (Objects) คือ วัตถุสิ่งของที่เราต้องการสืบเสาะหาความรู้ ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่เกิดตามมา วัตถุสิ่งของจะแตกต่างกับมโนคติ คือวัตถุสิ่งของเป็นสิ่งที่ต้องการจะตรวจสอบ

3. เหตุการณ์ (Events) คือ สิ่งที่ต้องการศึกษาในกระบวนการสืบเสาะ เหตุการณ์นี้จะเป็นเหตุการณ์ที่สามารถทำให้เกิดขึ้นได้ เป็นสิ่งที่ผู้เรียนจะต้องทำการบันทึก ซึ่งเหตุการณ์ที่ทำการศึกษานี้จะต้องสามารถตรวจสอบได้ในครั้งต่อไป

4. มโนคติ (Concept) หมายถึง ความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันอาจเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น หรือเรื่องนั้นหลายๆ แบบ แล้วใช้คุณลักษณะของสิ่งนั้น หรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปในการเรียนรู้ข้อเท็จจริง การสรุปรวม (Generalization) หรือหลักการเกี่ยวกับเรื่องนั้นมาก่อน และยังสามารถระลึกได้ว่าสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมีลักษณะเฉพาะอะไรบ้าง คือ สามารถแยกแยะลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นออกมาจากสิ่งอื่นได้อย่างชัดเจน

มโนคติ ประกอบด้วย มโนคติใหม่ที่ผู้เรียนเรียนรู้มาก่อนและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาหรือเรื่องที่กำลังจะเรียนรู้และมโนคติที่ผู้เรียนได้เรียนรู้จากเนื้อหาดังกล่าว

5. หลักการ (Principle) เป็นข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนคติใช้เป็นความรู้หลักทั่วไป หลักการจะต้องเป็นความจริงที่ใช้อ้างอิงได้ สามารถนำมาทดลองซ้ำๆ ได้ผลเหมือนเดิม หลักการประกอบด้วย หลักการในด้านวิธีการจะเป็นสิ่งชี้แนะถึงแนวทางที่จะทำการสืบเสาะและหลักการที่เกิดจากข้อความรู้ที่ได้มาจากการศึกษาค้นคว้า

6. ทฤษฎี (Theory) คือ ข้อความที่มนุษย์สร้างขึ้นมาเพื่อใช้ในการอธิบาย หรือ คาดคะเนปฏิสัมพันธ์ระหว่างมโนคติ เหตุการณ์ และข้อความรู้ ทฤษฎีใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ ต่างๆ แต่ไม่สามารถอธิบายถึงตัวทฤษฎีเองได้ ทฤษฎีประกอบด้วยความสัมพันธ์ระหว่างหลักการ และ มโนคติของทฤษฎีนั้นๆ

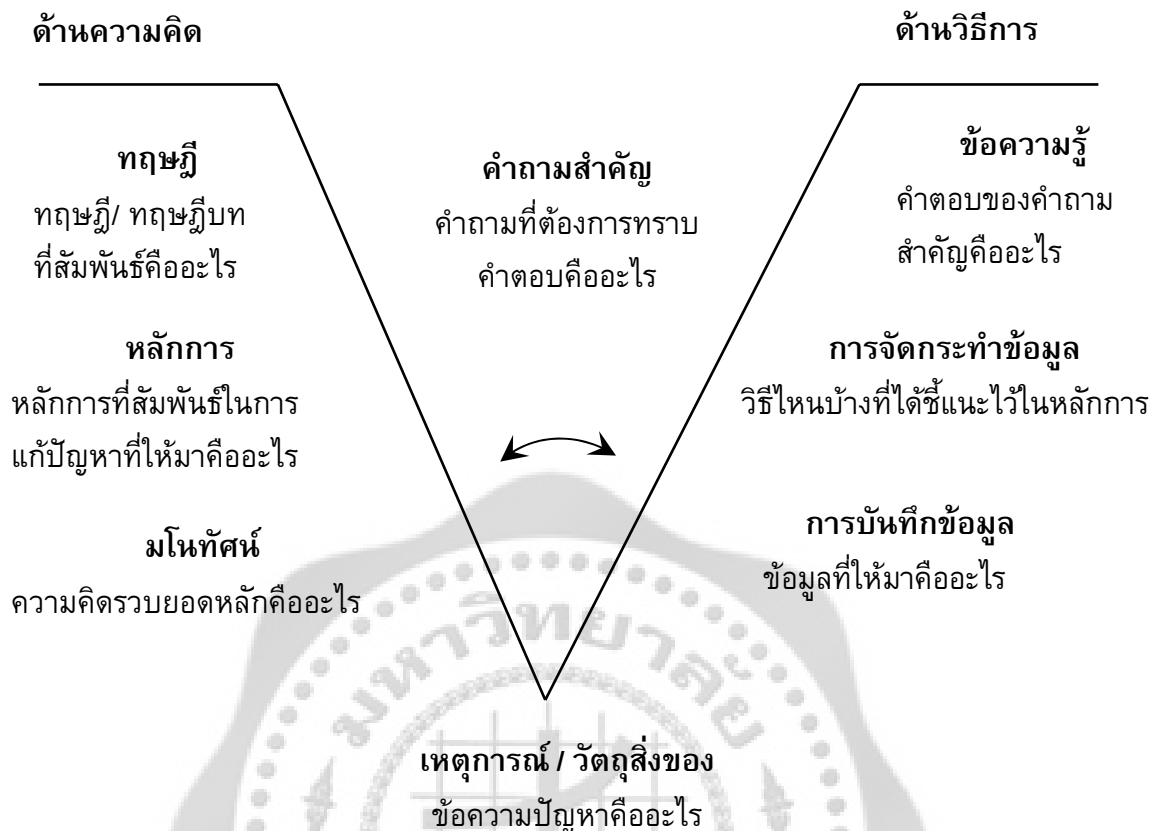
7. การบันทึกข้อมูล (Records) เป็นการบันทึกเกี่ยวกับเหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของ ที่ได้จากการรับรู้ของประสาทสัมผัส การบันทึกอาจอยู่ในรูปแบบของการเขียนเป็นหลักฐานภาพถ่าย หรือเทปบันทึก

8. การจัดกระทำข้อมูล (Transformation) เป็นการนำผลที่ได้จากการบันทึกข้อมูล มาจัดกระทำใหม่เพื่อให้อยู่ในรูปแบบที่เข้าใจได้ง่ายขึ้น ลักษณะของการจัดกระทำข้อมูลจะบ่งบอกประเภท ของข้อความรู้ที่ได้ การจัดกระทำข้อมูลแตกต่างจากการบันทึกข้อมูล ในลักษณะที่ว่า การบันทึกข้อมูล นั้นได้มาจากการรับรู้ของประสาทสัมผัส แต่การจัดกระทำข้อมูลนั้นต้องอาศัยการจัดการเกี่ยวกับข้อมูลที่ รับรู้หลายๆ อย่างที่เหมาะสม เช่น การคำนวณ เป็นต้น

9. ข้อความรู้ (Knowledge Claims) ข้อความรู้เกิดจากกระบวนการสืบเสาะ ซึ่ง กระบวนการสืบเสาะนี้จะต้องอาศัยส่วนประกอบต่างๆ คือ การตั้งคำถามสำคัญ มโนคติ หลักการ เหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของ การบันทึกข้อมูล และการกระทำข้อมูล ซึ่งทำให้ได้มาซึ่งความรู้ดังกล่าว ลักษณะสำคัญของข้อความรู้มี 2 ประการ คือ

9.1 เป็นการตอบคำถามที่ถามไว้ก่อนดำเนินการทดลอง ซึ่งก็คือข้อความรู้ที่ได้
นั่นเอง

9.2 เป็นเครื่องชี้แนะคำถามใหม่ สำหรับการเริ่มต้นกระบวนการสืบเสาะใหม่ต่อไป
อะฟามาซากา ฟุอะตาไอ (Afamasaga-Fuata'i, 2008: 2) กล่าวว่า แผนผังรูปตัววี เป็นเครื่องมือที่ใช้ศึกษาธรรมชาติของความรู้ ซึ่งนำไปสู่การวิเคราะห์ และการแสดงให้เห็นถึงการมี ปฏิสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบด้านความคิด (การคิด) ได้แก่ ทฤษฎี หลักการ และมโนทัศน์ และ ส่วนประกอบด้านวิธีการ (การกระทำ) ได้แก่ การบันทึกข้อมูล การจัดกระทำข้อมูล ข้อความรู้และ คุณค่าความรู้ รวมถึงเหตุการณ์ที่ทำการศึกษา (เหตุการณ์/ วัตถุสิ่งของ) ไปยังการตอบคำถามสำคัญ



ภาพประกอบ 3 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ที่มา: Afamasaga-Fuata'i. (2008). *AARE International Educational Research*. p. 3.

ด้านความคิด (การคิด)

ด้านวิธีการ (การกระทำ)

ปรัชญา

- คณิตศาสตร์คืออะไร
- มุมมองของฉันเกี่ยวกับการเรียนรู้และลงมือปฏิบัติในวิชาคณิตศาสตร์คืออะไร

ทฤษฎี

- ทฤษฎีที่ใช้ในเรื่องนี้คืออะไร
- สาขาไหนของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องข้องในการแก้ปัญหา

หลักการ

- ความคิดรวบยอดที่สัมพันธ์เป็นอย่างไร
- หลักการ กฎ นิยาม และ/หรือทฤษฎีบทไหนที่ฉันรู้ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาหรือแนะนำเหตุการณ์

มโนทัศน์

- ความคิดรวบยอดที่กล่าวถึงในข้อความปัญหา (หรือกิจกรรม) และคำถามสำคัญคืออะไร
- ความคิดรวบยอดที่สำคัญและสัมพันธ์กับที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาหรือนำไปสู่เหตุการณ์

คำถามสำคัญ

คำถามที่ต้องการทราบคำตอบคืออะไร

คำตอบที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างทั้ง 2 ด้าน

ข้อคุณค่า

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้จากผลของการแก้ปัญหาหรือทำกิจกรรม

ข้อความรู้

คำตอบของคำถามสำคัญ

การจัดการกระทำข้อมูล

- ฉันสามารถใช้หลักการ มโนทัศน์ และการบันทึกข้อมูลที่ลงรายการไว้ ไปยังการหาผลเฉลยเดียวหรือหลายผลเฉลยของปัญหาได้อย่างไร
- ฉันแปลข้อมูลที่ได้รับรวบรวมมาเพื่อที่จะตอบคำถามได้อย่างไร

การบันทึกข้อมูล

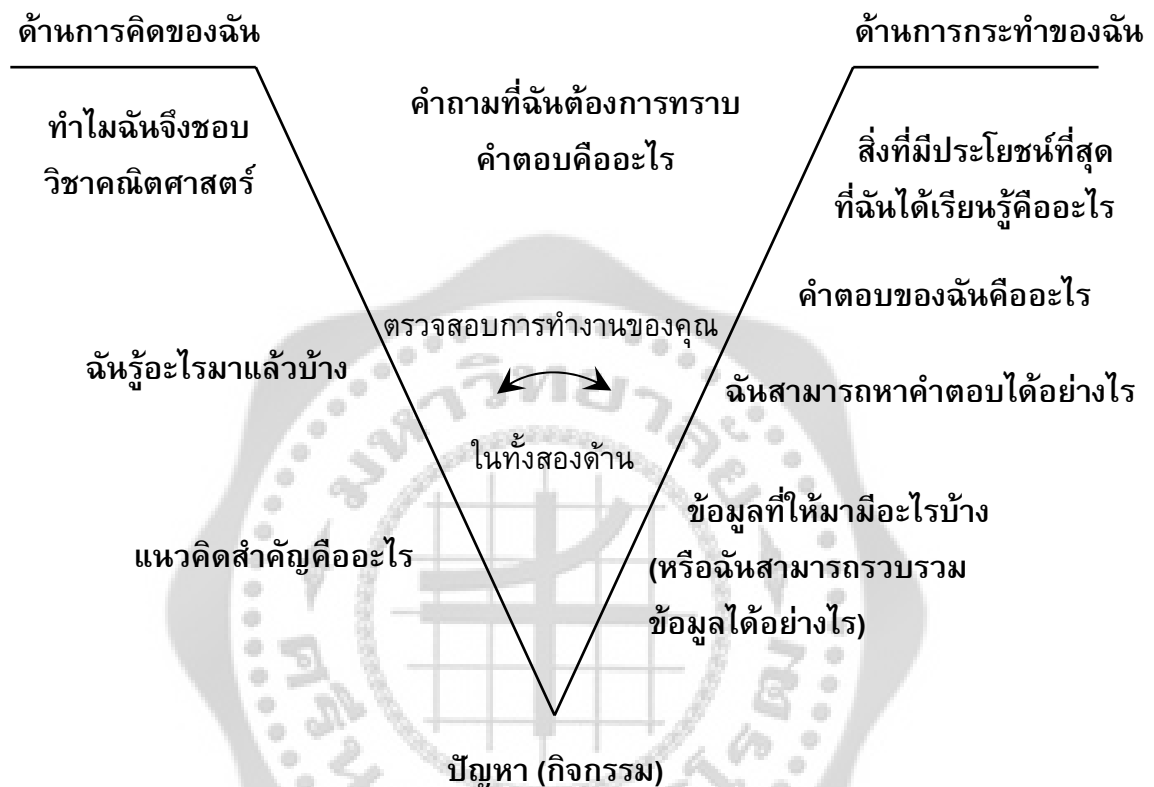
ข้อมูลที่ให้มาในปัญหา หรือข้อมูลตัวเลขที่รวบรวมได้จากเหตุการณ์คืออะไร

วัตถุประสงค์ของ/ เหตุการณ์

ยกตัวอย่าง : ปัญหาคณิตศาสตร์ หรือกิจกรรม

ภาพประกอบ 4 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งนำมาใช้โดยนักเรียน-ครู

ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างภาพประกอบ 3 และ 4 คือ การขยายที่ประกอบด้วย หัวข้อ ปรัชญาและข้อคุณค่า ไปยังการบันทึกมุมมองของครูและนักเรียนเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และการสะท้อนที่สำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ/หรือ การวางแผนของพวกเขาสำหรับการเรียนรู้ต่อไป



ภาพประกอบ 5 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววีที่ได้รับการดัดแปลงต่อมา สำหรับใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

ที่มา: Afamasaga-Fuata'i. (2008). *AARE International Educational Research*. p. 4.



วัตถุประสงค์ของ/ เหตุการณ์

ราคาบัตรเข้าชมภาพยนตร์ มีดังนี้ 90 เซ็นต์ สำหรับผู้ใหญ่ และ 50 เซ็นต์ สำหรับเด็ก เงินทั้งหมดที่ได้รับในเย็นวันหนึ่ง เท่ากับ 127 ดอลลาร์ ถ้ามีคนเข้าชมภาพยนตร์ 150 คน จะเป็นเด็กกี่คน (1 ดอลลาร์ = 100 เซ็นต์)

ภาพประกอบ 6 แผนผังรูปตัววี เรื่อง สมการเชิงเส้น โดยการร่วมมือกันของครูคณิตศาสตร์

ที่มา: Afamasaga-Fuata'i. (2008). *AARE International Educational Research*. p. 7.

ด้านความคิด

ทฤษฎี

เรขาคณิตวิเคราะห์ พีชคณิต

หลักการ

1. พิกัดของจุดกึ่งกลางระหว่าง 2 จุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) ที่กำหนดให้ คือ

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

2. รูปแบบความชัน-จุด ของสมการเส้นตรง คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

โดย m แทน ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1)

3. เส้นตรงที่ขนานกับแกน X จะมีความชัน (m) เท่ากับศูนย์ นั่นคือ $m = 0$

มโนทัศน์

สมการเส้นตรง เส้นขนาน แกน X
จุดกึ่งกลาง จุดพิกัด (x, y)
ระนาบคาร์ทีเซียน

ด้านวิธีการ

ข้อความรู้

สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3,7)$ และ $(1,1)$ ขนานกับแกน X คือ $y = 4$

การจัดกระทำข้อมูล

ให้ $(x_1, y_1) = (3,7)$ และ

$(x_2, y_2) = (1,1)$

ใช้หลักการข้อ 1

พิกัดของจุดกึ่งกลางคือ

$$\left(\frac{3+1}{2}, \frac{7+1}{2} \right) = (2,4)$$

ให้จุดบนเส้นตรง $(x_1, y_1) = (2,4)$

และจากหลักการข้อ 3

ความชันของเส้นตรง $m = 0$

ใช้หลักการข้อ 2

ดังนั้น สมการของเส้นตรง คือ

$$y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow y = 4$$

การบันทึกข้อมูล

ขนานกับแกน X และผ่านจุด $(3,7)$

และ $(1,1)$

เหตุการณ์ วัตถุประสงค์ของ

ให้หาสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุดกึ่งกลางของ $(3,7)$ และ $(1,1)$ ขนานกับแกน X

ภาพประกอบ 7 แผนผังรูปตัววี เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น โดยครูที่สอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา

ที่มา: Afamasaga-Fuata'i. (2008). *AARE International Educational Research*. p. 8.

ด้านความคิด (การคิด)

ปรัชญา

การประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ชีวิตประจำวันและการเรียนรู้ระดับสูงต่อไป

ทฤษฎี

พื้นที่ผิวและปริมาตร

หลักการ

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ แก้วทรงกระบอกเป็นรูปทรงกระบอก
2. ปริมาตรของทรงกระบอก

ใช้สูตร $V = \pi r^2 h$

โดยกำหนดให้ r แทน รัศมี และ h แทน ความสูง

3. รัศมี

$r = \frac{\text{เส้นผ่านศูนย์กลาง}}{2}$



4. $\pi = \frac{22}{7}$ หรือ 3.143

5. 1000 ลูกบาศก์เซนติเมตร = 1 ลิตร

6. การเปลี่ยนหน่วย เช่น จาก ลูกบาศก์เซนติเมตร ไปเป็นลิตร และในทำนองกลับกัน

มโนทัศน์

แก้วทรงกระบอก ความสูง เส้นผ่านศูนย์กลาง ลิตร ความจุ

คำถามสำคัญ
แก้วทรงกระบอกนี้ สามารถจุน้ำได้กี่ลิตร

ด้านวิธีการ (การกระทำ)

ข้อคุณค่า

ผลลัพธ์ของเหตุการณ์สามารถประยุกต์ในวิชาวิทยาศาสตร์และการเรียนในระดับสูงต่อไปด้วย

ข้อความรู้

แก้วทรงกระบอกสามารถจุน้ำได้

0.393 ลิตร

การจัดกระทำข้อมูล

ให้ $h = 13$ เซนติเมตร และ

$d = 6.2$ เซนติเมตร

จากหลักการข้อ 3

จะได้ $r = \frac{6.2}{2} = 3.1$ เซนติเมตร

จากหลักการข้อ 2

$V = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 3.1 \times 3.1 \times 13$

$= \frac{2748.46}{7}$

$= 392.64$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

จากหลักการข้อ 5

1000 ลูกบาศก์เซนติเมตร = 1 ลิตร

392.64 ลูกบาศก์เซนติเมตร = $\frac{392.64}{1000}$

$= 0.39264$ ลิตร

การบันทึกข้อมูล

ความสูงของแก้ว เท่ากับ 13 เซนติเมตร
เส้นผ่านศูนย์กลางของแก้วเท่ากับ 6.2 เซนติเมตร

กิจกรรม (เหตุการณ์)

แก้วทรงกระบอกสูง 13 เซนติเมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.2 เซนติเมตร

แก้วทรงกระบอกนี้สามารถจุน้ำได้กี่ลิตร

ภาพประกอบ 8 แผนผังรูปตัววี เรื่อง ปริมาตร โดยครูที่สอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

ด้านการคิดของฉัน

ทำไมฉันจึงชอบวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีประโยชน์สำหรับการหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยการแก้สมการกำลังสอง ฉันสนุกกับการวาดภาพเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งทำให้หาคำตอบได้ง่ายขึ้น

ฉันรู้อะไรมาแล้วบ้าง

1. เมื่อต้องการหาความกว้าง เราสามารถเขียนขนาดในเทอมของนิพจน์ทางพีชคณิตได้
2. เราารู้วิธีวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รวมถึงขนาดบัพทภาพวาดของเรา
3. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} \\ = \text{ความยาว} \times \text{ความกว้าง} = l \times b \end{aligned}$$

4. เราสามารถดำเนินการแทนค่าของขนาดและพื้นที่ที่กำหนดให้ไปยังสูตรข้างต้น เพื่อให้ได้สมการกำลังสอง
5. สมการกำลังสองมีรูปทั่วไป คือ $ax^2 + bx + c = 0$ โดย a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$
6. เราสามารถแก้สมการกำลังสองโดยใช้การแยกตัวประกอบ นั่นคือ ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$
7. ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีค่าเป็นบวกเท่านั้น ส่วนระยะทางไม่สามารถติดลบได้

แนวคิดสำคัญคืออะไร

สมการกำลังสอง
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขนาด
การแยกตัวประกอบ
ระยะตัดแกน X นิพจน์ทางพีชคณิต

**คำถามสำคัญอะไรบ้าง
ที่ฉันควรจะตอบ**

1. คุณสมการเขียนนิพจน์สำหรับความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในเทอมของเชิงตัวเลข
2. ใช้นิพจน์สำหรับความยาวและความกว้าง วาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วยขนาดได้อย่างไร
3. สูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคืออะไร
4. เขียนสมการกำลังสองในเทอมของพื้นที่ ความยาว และความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เช่น $l \times b$
5. สมการกำลังสองคืออะไร
6. ค่ารากหรือระยะตัดแกน x ของสมการกำลังสองคืออะไร
7. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีขนาดเท่าใด

ตรวจสอบ
การทำงาน
ของคุณ

↔
ในทั้งสองด้าน

ด้านการกระทำของฉัน

สิ่งที่มีฉันได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาที่มีอะไรบ้าง

ฉันได้เรียนรู้ว่ามีหลายวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแยกตัวประกอบสมการกำลังสอง ประกอบด้วย

- 1) การแยกตัวประกอบพหุนามโดยวิธีของเกาส์ (Gauss Binomial Factors)
- 2) จัดกลุ่มเป็นคู่ (Groups in Pairs)
- 3) วิธีคูณไขว้ (Cross Method)

คำตอบของฉันคืออะไร

ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ $14 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ ความยาวเท่ากับ 14 เซนติเมตร และความกว้างเท่ากับ 8 เซนติเมตร

ฉันสามารถหาคำตอบได้อย่างไร

1. ให้ x แทนความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังนั้น ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ $x+6$
2. $x \times \square$
3. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความยาว \times ความกว้าง
4. $112 = (x+6) \times x$
 $112 = x^2 + 6x$
 $\therefore x^2 + 6x - 112 = 0$
5. สมการกำลังสอง คือ $x^2 + 6x - 112 = 0$
6. ค่ารากหรือผลเฉลยที่ได้จากการแก้สมการ $x^2 + 6x - 112 = 0$ คือ วิธีที่ 1 การแยกตัวประกอบพหุนามโดยวิธีของเกาส์

$$\begin{aligned} (x - 8)(x + 14) &= 0 \\ \therefore x &= 8 \text{ หรือ } x = -14 \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 จัดกลุ่มเป็นคู่

$$\begin{aligned} x^2 + 14x - 8x - 112 &= 0 \\ x(x + 14) - 8(x + 14) &= 0 \\ (x - 8)(x + 14) &= 0 \\ \therefore x &= 8 \text{ หรือ } x = -14 \end{aligned}$$

วิธีที่ 3 วิธีคูณไขว้

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad 8 \\ \quad \quad \quad - \\ x \quad \quad \quad + \\ \quad \quad \quad 14 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x - 8)(x + 14) &= 0 \\ \therefore x &= 8 \text{ หรือ } x = -14 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความกว้าง (x) เท่ากับ 8 เซนติเมตร (ระยะทางไม่สามารถติดลบได้ เป็นบวกเสมอ) และความยาวเท่ากับ 14 เซนติเมตร

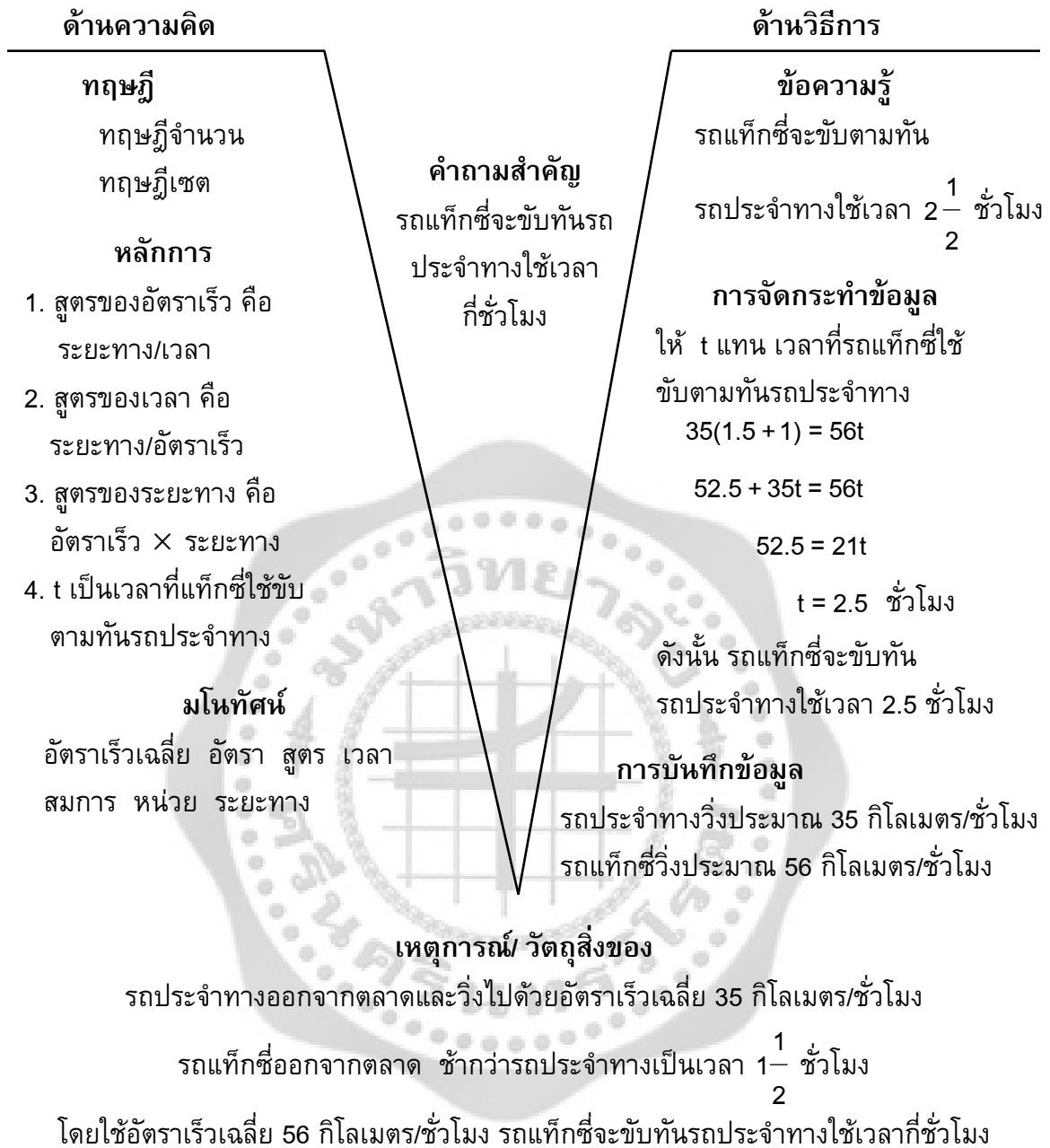
ข้อมูลที่ให้มามีอะไรบ้าง

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 112 ตารางเซนติเมตร และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวมากกว่าความกว้าง 6 เซนติเมตร

ปัญหาคณิตศาสตร์

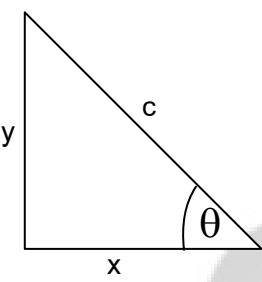
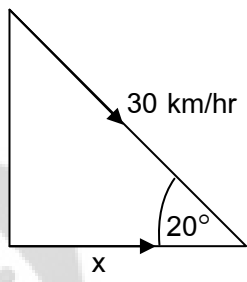
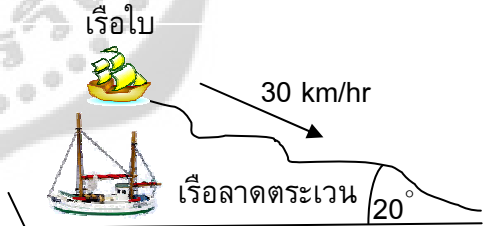
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวมากกว่าความกว้าง 6 เซนติเมตร จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่เท่ากับ 112 ตารางเซนติเมตร

ภาพประกอบ 9 แผ่นผังรูปตัววี เรื่อง พื้นที่ โดยนักเรียน-ครู ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา



ภาพประกอบ 10 แผนผังรูปตัววี เรื่อง อัตราเร็ว โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา (1)

ที่มา: Afamasaga-Fuata'i. (2008). *AARE International Educational Research*. p. 14.

ด้านความคิด	คำถามสำคัญ	ด้านวิธีการ
<p>ทฤษฎี</p> <p>ทฤษฎีจำนวน ทฤษฎีเซต</p> <p>หลักการ</p>  <p>1. โคไซน์ของมุม θ° คือ</p> $\cos \theta^\circ = \frac{x}{c}$ <p>มโนทัศน์</p> <p>มุม อัตราเร็ว ระยะทาง สมการ กิโลเมตร ค่าเฉลี่ย</p>	<p>เรือลาดตระเวนจะต้อง แล่นขนานกับชายฝั่ง ทะเลเพื่อที่จะรักษาระดับกับเรือใบด้วย อัตราเร็วเท่าใด</p>	<p>ข้อความรู้</p> <p>เรือลาดตระเวนจะต้องแล่น 28.2 กิโลเมตร/ชั่วโมง เพื่อที่จะรักษาระดับกับเรือ</p> <p>การจัดกระทำข้อมูล</p>  <p>ให้ x แทนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า</p> $\cos 20^\circ = \frac{x}{30}$ $x = 30 \times 0.9397$ $x = 28.19 \text{ km/hr}$ <p>การบันทึกข้อมูล</p>  <p>อัตราเร็วของเรือเท่ากับ 30 กิโลเมตร/ชั่วโมง เรือลาดตระเวนแล่นขนานกับชายฝั่ง ดังรูป</p>

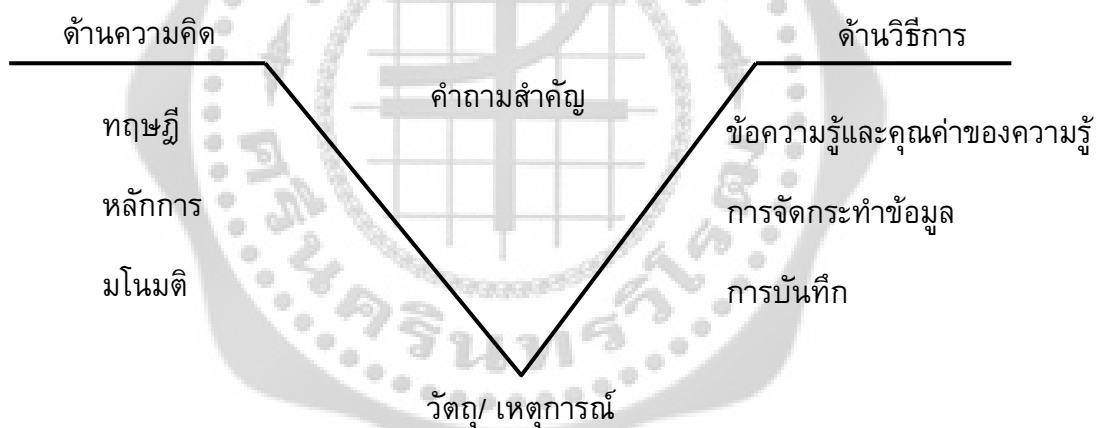
เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ

เรือใบแล่นเข้าใกล้ชายฝั่งด้วยอัตราเร็ว 30 กิโลเมตร/ชั่วโมง ทำมุม 20° เรือลาดตระเวนจะต้อง
แล่นขนานกับชายฝั่งทะเลเพื่อที่จะรักษาระดับกับเรือใบด้วยอัตราเร็วเท่าใด

ภาพประกอบ 11 แผนผังรูปตัววี เรื่อง อัตราเร็ว โดยนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา (2)

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 112-113) กล่าวว่า แผนผังรูปตัววีนี้สร้างขึ้นเพื่อประโยชน์กับผู้เรียน เพื่อให้ทราบว่าในบทเรียนบทนี้เขาได้เรียนทฤษฎีใด ประเด็นสำคัญใด จากโครงสร้างของแผนผังรูปตัววี ปลายสุดด้านล่างของตัววี ซึ่งมาที่เหตุการณ์ (Events) หรือวัตถุ (Objects) หมายความว่า เขาใช้เหตุการณ์หรือวัตถุเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้ โดยเลือกเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือวัตถุใดวัตถุหนึ่งจากสภาพแวดล้อม นำมาสังเกตโดยรอบคอบ และบันทึกสิ่งที่สังเกตเห็นได้เก็บไว้ การกระทำดังกล่าวจำเป็นต้องใช้มโนคติต่างๆ ซึ่งเป็นที่รู้จักแล้ว เมื่อมีการเรียนรู้ใหม่เกิดขึ้นจากทั้งเหตุการณ์หรือวัตถุ จะต้องมีการบันทึกจากการสังเกตและมโนคติบางประการซึ่งเป็นสิ่งใหม่หรือยากสำหรับผู้เรียน ผู้สอนสามารถช่วยให้ผู้เรียนรู้จักเหตุการณ์หรือวัตถุที่เขา กำลังศึกษา ให้ผู้เรียนมองเห็น มโนคติที่เขา รู้แล้ว และความสัมพันธ์ของมโนคติเหล่านั้นกับเหตุการณ์หรือวัตถุนั้น และให้ผู้เรียนทราบว่าควรจะทำบันทึกอะไรลงไปบ้าง ผู้สอนอาจใช้แผนผังรูปตัววีนี้หลังจบชั่วโมงบรรยาย โดยให้ผู้เรียนกรอกข้อมูลลงไปว่าในชั่วโมงนี้ได้เรียนเกี่ยวกับอะไร มีมโนคติใดบ้างที่เกี่ยวข้อง ผู้เรียนได้ตั้งคำถามอะไรเป็นคำถามสำคัญหลังการเรียนแล้วผู้เรียนคิดว่าตนเองได้ขอความรู้อะไรบ้าง แล้วเกิดความรู้สึกหรือได้คุณค่าของความรู้อะไรบ้าง

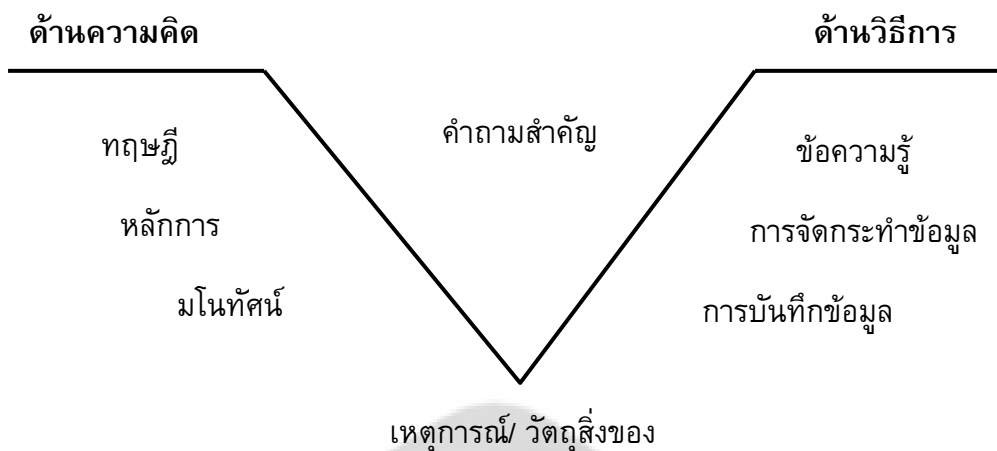
ขอความรู้อะไรบ้าง แล้วเกิดความรู้สึกหรือได้คุณค่าของความรู้อะไรบ้าง



ภาพประกอบ 12 โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี

ที่มา: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาวิทยาศาสตร์ หน่วยที่ 1-7*. หน้า 113.

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี มีลักษณะดังนี้



ภาพประกอบ 13 สรุปโครงสร้างของแผนผังรูปตัววี

1. เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ คือ ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. มโนทัศน์ คือ ความคิดรวบยอดหลักทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นความคิดเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนรู้มาก่อน และสัมพันธ์กับการแก้โจทย์ปัญหา
3. หลักการ คือ ข้อความที่เป็นความจริงใช้อ้างอิงได้ อาจเป็นกฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติต่างๆ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาและสอดคล้องกับมโนทัศน์ โดยชี้แนะถึงรูปแบบหลายๆ วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
4. ทฤษฎี คือ หัวข้อ สาระหลักหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา โดยพิจารณาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับสาระหลักใดของวิชาคณิตศาสตร์
5. คำถามสำคัญ คือ คำถามที่ทำให้ทราบว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร
6. การบันทึกข้อมูล คือ การเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง
7. การจัดกระทำข้อมูล คือ การนำผลการบันทึกข้อมูลมาจัดใหม่ เริ่มจากกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า และเขียนสมการ ดำเนินการแก้ปัญหาโดยเลือกใช้วิธีการจากหลักการที่เหมาะสมแล้วคำนวณหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้
8. ข้อความรู้ คือ ผลที่ได้จากการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามสำคัญหรือคำตอบของโจทย์ปัญหา

1.3 การใช้แผนผังรูปตัววีในกิจกรรมการเรียนการสอน

โนแวก (Novak. 1980: IV-12-13) ได้กล่าวถึง การนำมโนคติรูปตัววีไปใช้ในการเรียนการสอนไว้ว่า มโนคติรูปตัววีสามารถนำไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนได้ทั้งก่อนการสอน ระหว่างการสอนและใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ ดังนี้

1. การใช้มโนคติรูปตัววีเป็นเครื่องมือเตรียมการสอน โดยผู้สอนสามารถใช้มโนคติรูปตัววีในการวิเคราะห์การปฏิบัติการทดลองก่อนที่จะนำเสนอแก่นักเรียน และใช้มโนคติรูปตัววีในการกำหนดวิธีการทดลองที่มีอยู่แล้ว เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายได้ โดยมโนคติรูปตัววีจะเป็นเครื่องประเมินมโนคติที่ผู้เรียนจะต้องมีมาก่อนที่จะดำเนินการทดลอง นอกจากนี้มโนคติรูปตัววียังใช้เป็นกลไกในการออกแบบการทดลองของแต่ละบุคคลได้ด้วย

2. การใช้มโนคติรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการสอน มโนคติรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่ใช้อภิปรายถึงการทดลองโดยการสรุปย่อ ผู้สอนสามารถนำมโนคติรูปตัววีมาใช้ก่อนการปฏิบัติการทดลอง โดยให้ผู้เรียนระบุสิ่งที่เรียนรู้มาก่อนทางด้านซ้ายมือ เพราะจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนได้ทราบถึงวิธีการและลักษณะของข้อมูลที่จะต้องบันทึกพร้อมการกระทำข้อมูลเพื่อช่วยให้การเรียนในบทเรียนนั้นๆ ง่ายขึ้นและเป็นไปอย่างรวดเร็ว

3. การใช้มโนคติรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนสร้างมโนคติรูปตัววีและประเมินการสร้างมโนคติรูปตัววีจากส่วนต่างๆ ที่เป็นองค์ประกอบของมโนคติรูปตัววีแล้วให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ กล่าวคือ ผู้เรียนสามารถใช้มโนคติรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ตนเอง

4. การสอนวิธีการสร้างมโนคติรูปตัววี

โนแวก และ โกวิน (Novak; & Gowin. 1984: 60-63) ได้กล่าวไว้ว่า ในการสอนให้ผู้เรียนสามารถสร้างมโนคติรูปตัววีนั้น ผู้สอนควรดำเนินการดังนี้

1. เริ่มต้นโดยให้ผู้เรียนทำความเข้าใจกับความหมาย และลักษณะของมโนคติเหตุการณ์และหรือวัตถุสิ่งของ

2. แนะนำการบันทึกข้อมูล และการตั้งคำถามนำ โดยชี้ให้เห็นว่า ลักษณะของการบันทึกข้อมูลนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของคำถาม

3. อธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งสามารถจัดกระทำได้หลายรูปแบบวิธีการ ซึ่งลักษณะการจัดกระทำนั้นจะเป็นตัวบ่งชี้ถึงข้อความรู้ที่ได้

4. อธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของหลักการและทฤษฎี

นอกจากนี้ โนแวก (Novak. 1980: IV-15) ได้ให้ข้อเสนอแนะถึงการนำมโนคติรูปตัววีไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ควรใช้ในกรณีที่เนื้อหาของบทเรียน เป็นการปฏิบัติการทดลอง ไม่ควรนำไปใช้ในบทเรียนที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม

2. ผู้สอนไม่ควรวิตกกังวลว่า ผู้เรียนจะต้องเข้าใจโครงสร้างมโนคติรูปตัววิทั้งหมดทันที ควรจะให้ผู้เรียนได้เข้าใจในแต่ละส่วนของโครงสร้างมโนคติรูปตัววิ

3. เมื่อผู้เรียนเข้าใจความหมายของศัพท์ที่เป็นองค์ประกอบต่างๆ เป็นอย่างดีแล้ว ผู้สอนควรจะแนะนำให้ผู้เรียนสร้างมโนคติรูปตัววิ ซึ่งอาจจะให้สร้างเฉพาะบางส่วน หรืออาจจะให้ผู้สร้างมโนคติรูปตัววิที่สมบูรณ์ของทั้งหมดหลังจากปฏิบัติการทดลองแล้ว

4. เมื่อผู้เรียนคุ้นเคยกับมโนคติรูปตัววิมากขึ้น อาจจะให้ผู้เรียนเขียนด้านซ้ายมือของมโนคติรูปตัววิมาก่อนดำเนินการทดลอง หรือให้เป็นการบ้านสำหรับผู้เรียน

5. ผู้สอนอาจนำมโนคติรูปตัววิที่สมบูรณ์แล้วติดบอร์ดไว้ให้ผู้เรียนดู โดยเฉพาะทฤษฎีและหลักการสำคัญๆ รวมทั้งมโนคติรูปตัววิก็จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างยิ่งขึ้น

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2549: 20) ได้อธิบายขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนแบบผังมโนคติรูปตัววิ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิมและแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เริ่มต้นโดยทบทวนความรู้เดิมของผู้เรียน แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และให้ผู้เรียนทำความเข้าใจกับความหมายและลักษณะโครงสร้าง/ วิธีสร้างผังมโนคติรูปตัววิ

ขั้นที่ 2 การแนะนำการบันทึกข้อมูลและการตั้งคำถามสำคัญ โดยชี้ให้เห็นว่า ลักษณะของการบันทึกข้อมูลนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของคำถามอธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งสามารถจัดกระทำได้หลายๆ รูปแบบและวิธีการ ซึ่งลักษณะการจัดกระทำข้อมูลนั้นจะเป็นตัวบ่งชี้ข้อความรู้

ขั้นที่ 3 การอธิบายให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในการสร้างผังมโนคติรูปตัววิ โดยเริ่มต้นตั้งแต่การแนะนำให้ผู้เรียนสร้างผังมโนคติรูปตัววิ หลักการเดิมในส่วนของเหตุการณ์และ/หรือวัตถุสิ่งของ ส่วนของการบันทึกและการจัดกระทำข้อมูล ส่วนของความรู้มโนคติทั้งหมด และส่วนของหลักการ

จากการที่ได้ศึกษาการนำแผนผังรูปตัววิไปใช้ในการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววิ ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนความรู้เดิมหรือซักถามปัญหาหรือคำถามจากบทเรียนที่ผ่านมา เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียน

2. ขั้นสอน เป็นการจัดกิจกรรมที่ครูอธิบายการใช้แผนผังรูปตัววิ ในการแก้ปัญหาเรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ หลังจากนั้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหา เป็นรายบุคคล จับคู่ หรือเป็นกลุ่ม จากการทำใบงาน/ ใบกิจกรรม โดยครูคอยดูแล และให้คำแนะนำนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ เมื่อทำเสร็จแล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

3. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อเสียของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ จากการใช้แผนผังรูปตัววิในการแก้โจทย์ปัญหา หลังจากนั้นร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว

1.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววี

งานวิจัยต่างประเทศ

โนแวก โกวิน และ โจอันเซน (Novak; Gowin; & Johansen. 1983: 18) ได้ทำการศึกษา เรื่องการใช้ผังมโนทัศน์ และมโนมตรูปตัววีกับนักเรียนที่เรียนวิทยาศาสตร์ โดยศึกษาความสามารถในการใช้ผังมโนทัศน์และมโนมตรูปตัววีของนักเรียนเกรด 7 และ เกรด 8 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 ใช้ผังมโนทัศน์ และมโนมตรูปตัววีในการเรียนวิทยาศาสตร์ นั้นนักเรียนเกรด 7 สามารถใช้ได้ดีกว่าเกรด 8 แต่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหาวิชาและระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

เลห์แมน คาร์เตอร์ และ คาเฮล (Lehman; Carter; & Kahle. 1985: 39) ทำการศึกษา ผลการใช้ผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววี ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาชีววิทยาของนักเรียนผิวดำระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่าปัจจัยที่ทำให้ผลการทดลองไม่แตกต่างกันอาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

1. ความไม่เท่าเทียมกันของที่ใช้ ซึ่งเป็นรูปแบบการวิจัยถึงการทดลอง
2. ครูและนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการสอนแบบใช้ผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววี
3. ระยะเวลาของการทดลองอาจสั้นเกินไป
4. แบบทดสอบยากเกินไป

อะฟามาซากา ฟุอะตาโอ (Afamasaga-Fuata'i. 2004: 19) ได้ศึกษาผลการใช้ผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววี เป็นเครื่องมือสำหรับเรียนรู้คณิตศาสตร์หัวข้อใหม่ ของนักศึกษา จำนวน 6 คน ซึ่งเข้าร่วมทำการตรวจสอบการใช้เครื่องมือการรู้กระบวนการคิด ที่เป็นผังมโนทัศน์ และแผนผังรูปตัววีในการเรียนรู้และแก้ปัญหาหัวข้อคณิตศาสตร์ที่เลือก ผลการศึกษาพบว่า ในตอนแรกนักศึกษาพยายามที่จะทำความเข้าใจหัวข้อใหม่และเครื่องมือ จากการใช้ผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววี นักศึกษามีการพัฒนาความเข้าใจมากขึ้นและลึกซึ้งในหัวข้อที่พวกเขาเลือก และจากการศึกษาครั้งนี้ นักศึกษาทั้ง 6 คนได้ตระหนักในความมีประโยชน์ของการใช้ผังมโนทัศน์ และแผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่แสดงให้เห็นการเชื่อมโยงทางความคิดภายในหัวข้อและเหตุการณ์ที่สำคัญที่เชื่อมโยงระหว่างหลักการและขั้นตอนวิธี นักศึกษายังตระหนักในคุณค่าของการใช้ผังมโนทัศน์ในการพัฒนาความเข้าใจและเป็นเครื่องมือในการสื่อสารความเข้าใจกับคนอื่น ๆ สรุปได้ว่าผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่สามารถพัฒนาความเข้าใจอย่างลึกซึ้งของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

อะฟามาซากา ฟุอะตาโอ (Afamasaga-Fuata'i. 2006: 84-85) ได้พัฒนาความสามารถในการคิด เรื่อง เมทริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้ผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววี ซึ่งเป็นกรณีศึกษาหนึ่งในรายวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาได้พัฒนาการบูรณาการและการเชื่อมโยงความรู้เรื่องเมทริกซ์ และระบบสมการเชิงเส้นมากขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากการพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางความคิดและการใช้ภาษาอย่างเหมาะสม การสร้างหัวข้อที่

ครอบคลุมผังมโนทัศน์และแผนผังรูปตัววีที่มีหลายผลเฉลย ทำให้เพิ่มความตระหนักและความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และวิธีดำเนินการ การตรวจสอบความถูกต้อง และการให้เหตุผลอธิบายการหาคำตอบช่วยได้อย่างมากโดยใช้ผังมโนทัศน์ และแผนผังรูปตัววี

อะฟามาซากา ฟูอะตาโอ (Afamasaga-Fuata'i, 2008: 17-18) ได้ทำการศึกษาเรื่องแผนผังรูปตัววี เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ช่วยส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และการสังเคราะห์ความคิดรวบยอดและการประยุกต์ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยได้นำเสนอตัวอย่างแผนผังรูปตัววีที่สร้างขึ้นโดยครูคณิตศาสตร์ร่วมมือกัน ครูคณิตศาสตร์ที่สอนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา นักเรียน-ครูร่วมกันสร้าง และการสร้างเป็นรายบุคคลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา โดยใช้เวลาหลายปีในการตรวจสอบ แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการรู้กระบวนการคิด ซึ่งช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถคิดวิเคราะห์ และสังเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับข้อความปัญหาได้อย่างเป็นระบบ โดยการจำแนกแยกแยะหลักการและมโนทัศน์ที่ชี้เข้าไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล การสร้างแผนผังรูปตัววีไม่เพียงแต่แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาแต่ยังทำให้เข้าใจชัดเจนถึงวิธีการที่สัมพันธ์กับหลักการโดยทางทฤษฎี ตลอดจนการมีปฏิสัมพันธ์อย่างต่อเนื่องระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววี ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องเชื่อมโยงในกระบวนการคิดวิเคราะห์ และการให้เหตุผล เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม เพื่อที่จะได้ส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีที่สมบูรณ์ จากการศึกษาพบว่า แผนผังรูปตัววีที่สร้างโดยนักเรียน-ครู แสดงให้เห็นถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องสูงกว่าแผนผังรูปตัววีที่สร้างอื่นๆ

งานวิจัยในประเทศ

ลำพูน บุญโสภณ (2540: 67-69) ได้ทำการเปรียบเทียบและหาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ เรื่อง การขนส่งและการสื่อสาร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการสอนโดยใช้มโนทัศน์รูปตัววีกับการสอนปกติ โดยกลุ่มตัวอย่างจำนวน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนในกลุ่มทดลองมีทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ไม่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มงคล เสนามนตรี (2542: 66-68) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ เรื่อง โลกสีเขียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการสอนโดยใช้ผังมโนทัศน์รูปตัววีกับการสอนปกติ โดยกลุ่มตัวอย่างจำนวน 81 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 38 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ผังมโนทัศน์รูปตัววีมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ เรื่อง โลกสีเขียว สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แผนการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุภัทรรดา กุลยะ (2551: 81-83) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ชั้นบูรณาการของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้โดยครูใช้มโนมติรูปตัววี โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 71 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 36 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ โดยครูใช้มโนมติรูปตัววีมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ชั้นบูรณาการ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ตามปกติ นักเรียนชายมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ชั้นบูรณาการสูงกว่านักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และไม่พบปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้ และเพศส่งผลต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ชั้นบูรณาการ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังรูปตัววีพบว่า ส่วนใหญ่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ กิจกรรมที่ปฏิบัติการทดลอง เรียกว่า มโนมติรูปตัววี แต่จากการได้ศึกษางานวิจัยต่างประเทศ ทำให้ทราบว่าแผนผังรูปตัววีสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ทำเข้าใจในความสัมพันธ์ของความรู้และวิธีการ รวมถึงเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังช่วยในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้วิจัยเกิดความสนใจที่จะศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ในการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

แอนเดอร์สัน และ พิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973: 228) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ จะต้องมีการบวนการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

อดัมส์ และคนอื่น ๆ (Adams; et al. 1977: 173-176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ โดยนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยทันที ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้รับวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวิธีการใดๆ ในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ครุอิคแซงค์ และ เชฟฟิลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992: 37) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

ครูลิก และ รูดนิค (Krulik & Rudnick. 1993: 6) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้เป็นข้อๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลาสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจจะไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

จินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549: 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่อาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน ซึ่งต้องการหาคำตอบ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันในการหาคำตอบ

อรชร ภูบุญเดิม (2550: 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ วิธีการ คำอธิบาย หรือการให้เหตุผล โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ การตัดสินใจ และประสบการณ์หลายๆ อย่างเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบหรือข้อสรุปนั้นได้

ณัฐ สิทธิกร (2551: 12) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องเกี่ยวข้องกับปริมาณ และปัญหาที่อยู่รอบๆ ตัวเรา ซึ่งการหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552: 61) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นประโยคภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราวหรือปัญหาที่เป็นคำพูดก็ได้ และอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ สมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่จะต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณหรือจำนวน ซึ่งต้องใช้ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้วิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ทำให้ได้คำตอบหรือข้อสรุปที่ต้องการ

2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

โพลยา (Polya. 1980: 311) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่อย่างไรก็ตามไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

คัตซ์ (Kutz. 1991: 91) อธิบายไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมาย นั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ไม่รู้วิธีที่บรรลุเป้าหมายนั้น
3. ผู้แก้ปัญหาก็กระตุนเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ ผสมผสานกับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการ ในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551: 19) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาคณิตศาสตร์มาให้

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต (2552: 40) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาก็ไม่เคยพบเจอมาก่อน ซึ่งจะต้องอาศัยทักษะ ความรู้ ความเข้าใจ และประสบการณ์เดิม เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ โดยใช้หลักในการวางแผน หรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่ผลลัพธ์ของปัญหาที่ต้องการ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบ เมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์มาให้ ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์ รวมถึงประสบการณ์เดิมที่มีอยู่มาประยุกต์ เพื่อนำไปสู่วิธีการได้มา ซึ่งคำตอบของปัญหา

2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ กาย (Gagne'. 1970: 186-187) กล่าวถึง สาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญา และลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

ซุยแดม (Suydam. 1990: 36) กล่าวถึง องค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือแตกต่างกัน ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 125) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนสามารถตีความ ทำความเข้าใจปัญหา จำแนก แยะแยะ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกจากกัน จะมองปัญหาให้เห็นชัดว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่า จะพบและเรามีข้อมูลอะไรอยู่บ้าง การเขียนภาพจะช่วยให้เราเข้าใจปัญหานั้นๆ ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ต้องค้นพบว่า ข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหาวิธีการแก้ปัญหา โดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎี มาใช้ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมด้วย

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552: 64-65) ได้ให้ความหมาย ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีบท นิยามต่างๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนสามารถตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

จากที่นักการศึกษาได้ให้ทัศนะไว้นั้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ความสามารถในการนำความรู้ ทักษะทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการวางแผน และหาวิธีการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาได้แบ่งเป็นหลายประเภท ซึ่งนักการศึกษาได้จำแนกประเภทของปัญหาไว้ ดังนี้ โพลยา (Polya. 1985: 123-128) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ปัญหาให้ค้นหา มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

- 1.1 สิ่งที่ต้องการหา
- 1.2 สิ่งที่กำหนดให้
- 1.3 เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) ปัญหาประเภทนี้ มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ” ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q” ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

- 2.1 สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน
- 2.2 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และ เอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้ หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนจะไม่รู้สึกหมดหวังในการหาคำตอบ

คัทซ์ (Kutz. 1991: 93) กล่าวว่า ถ้าพิจารณาปัญหาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไป หรือโจทย์ปัญหา (Routine or Word Problem Solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non-Routine Problem Solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามust ประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ทำทนาย และให้ความสนุกสนาน

รีส์ ชุยแดม และ ลินด์ควิสท์ (Reys; Suydam; & Lindquist. 1992: 29) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามust ประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2539: 126) กล่าวว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น ดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจาก จุดประสงค์ แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์

ส่วนสำคัญของปัญหาให้ “ค้นหา” ประกอบด้วย สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้ ส่วนสำคัญของปัญหาให้ “พิสูจน์” อยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q ” คือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน (p) และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป (q)

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่คุ้นเคยหรือที่นำมาเป็นแบบฝึกหัด

2.2 ปัญหาที่ไม่เป็นธรรมดา คือ ปัญหาที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ ตลอดจนความสามารถมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้คำตอบ

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถ แบ่งได้ 2 ลักษณะคือ

1. ปัญหาปกติ (Routine Problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือ ทั่วๆ ไป ผู้แก้ปัญหา มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non-routine Problem) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่างๆ ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม และคณะ (2547: 46-47) กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาทาง คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ปัญหาที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อ พัฒนาความรู้ความเข้าใจ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจว่าควรเลือกสินค้าใดจึงจะเป็นผู้ฉลาดซื้อ ปัญหาลักษณะนี้เป็นการสร้างความตระหนักในการซื้อของใช้ เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

จากการที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้น สามารถแบ่งประเภทของปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาทั่วไป เป็นปัญหาที่สามารถพบเห็นได้จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง หนังสือเรียนหรือตำราต่างๆ ที่ต้องใช้ความรู้ควบคู่กับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการ ที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน

2. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะและประสบการณ์มา ประมวลเข้าด้วยกัน ซึ่งผู้แก้ปัญหาอาจไม่คุ้นเคย จึงต้องรู้จักประยุกต์ใช้ความรู้ที่เรียนมาช่วยในการคิด แก้ปัญหา

2.5 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1985: 87) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจก็คือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหาในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้หา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นต้องใช้ชื่อกับข้อมูลต่างๆ เขาจะเลือกสัญลักษณ์

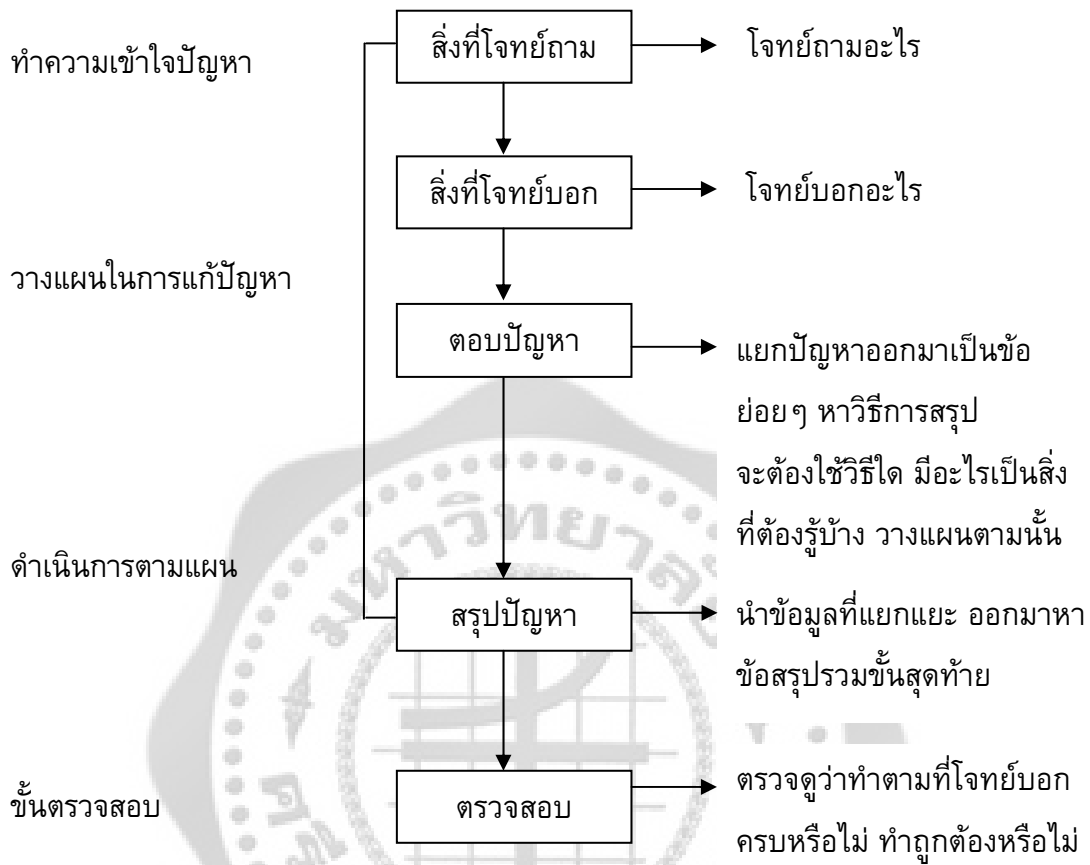
ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาอย่างตั้งใจ ซ้ำแล้วซ้ำอีกจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. **ขั้นวางแผน** ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการมีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีว่า มีความรู้อะไรบ้าง ที่มีส่วนสัมพันธ์กับปัญหานั้นๆ เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยวางแผนในการแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ๆ และในขั้นตอนใหญ่แต่ละขั้นก็ต้องแบ่งเป็นขั้นตอนเล็กๆ อีกมากมาย นอกจากนั้น ในขั้นนี้ นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อจะให้ได้สิ่งนั้นตามต้องการ

3. **ขั้นดำเนินการตามแผน** ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำ การคิดคำนวณ ตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. **ขั้นตรวจสอบ** เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่า ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนขบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา แสดงในรูปภาพประกอบ 14 ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 14 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

ที่มา: Polya. (1985). *How to Solve It*. p. 87

แบรดลีย์ (Bradley. 1995: 3-4) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาโดยประยุกต์มาจากของโพลยา

1. มองหาและทำความเข้าใจกับเงื่อนไข เป็นการพิจารณาดูเงื่อนไขของปัญหาว่ามีอะไรบ้างและควรอ่านปัญหาหลายๆ รอบ ทบทวนสภาพปัญหาในลักษณะคำพูดที่เข้าใจง่าย สร้างแผนภาพ สร้างตาราง ใช้เวลาการสำรวจสิ่งที่ต้องการ
2. กำหนดวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งการกำหนดวิธีที่จะแก้ปัญหานั้น สามารถค้นหาวีทางได้แก่ ลองผิดลองถูก พิจารณาคำตอบสัมพันธ์กับปัญหาหรือไม่ทดสอบกรณีพิเศษ เช่น ทดลองปัญหาส่วนเล็กที่แตกต่างกัน มองหาตัวเองที่จะทำให้เห็นรูปแบบที่ชัดเจน พิจารณาส่วนที่ซ้ำกันกลับไปดูเงื่อนไข

ของปัญหา สํารวจและดูความเกี่ยวข้องระหว่างเงื่อนไขกับจุดประสงค์ กรณีที่มีตัวแปรหลายจำนวนให้แสดงบทบาทของแต่ละอัน แล้วแต่พิจารณาดูปัญหาเพียงหนึ่งหรือสองตัวแปรเท่านั้น มีการย้อนกลับไปดูงานที่ผ่านมา

3. เสนอวิธีแก้ปัญห

4. พิจารณาถึงวิธีการแก้ปัญห ว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นมีเหตุผลหรือไม่ เป็นไปได้หรือไม่ มีวิธีอื่นอีกหรือไม่ สามารถแก้ปัญหได้ในรูปทั่วไปหรือไม่ มีหลักการที่รู้จักกันหรือไม่มีปัญหาอื่นที่สัมพันธ์กับปัญหาที่เผชิญอยู่หรือไม่ และถ้ามีเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร แล้วสามารถแก้ปัญหที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เผชิญอยู่โดยเปลี่ยนเงื่อนไขเป็นหนึ่งหรือสองเงื่อนไขได้หรือไม่ และจะเปลี่ยนแปลงวิธีการแก้ปัญหอย่างไร

ลีบลานซ์ (LeBlance. 1997: 16-20) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญห สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน จะทำให้รู้สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมา

2. ขั้นเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคําตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหตัดสินใจเลือกยุทธวิธีหรือวิธีการใดวิธีการหนึ่ง ในการหาคําตอบของปัญหา

3. ขั้นลงมือแก้ปัญห เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหนำวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นที่ 2 มาใช้แก้ปัญห บางครั้งวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคําตอบนั้น อาจเป็นวิธีการที่ทำให้ไม่ได้คําตอบผู้แก้ปัญหต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้ง

4. ขั้นทบทวนการแก้ปัญหและหาคําตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหตลอดจนคําตอบที่ได้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 75) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญห จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคํานวณหาคําตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคํานวณแก้สมการคิดหาคําตอบที่ถูกต้องที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคํานวณที่เหมาะสมตลอดจนการตรวจสอบวิธีการและคําตอบด้วย

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) กล่าวถึง ขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญห ประกอบด้วย 4 ขั้น ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกต กระสวน หรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือก การคำนวณหาคำตอบ และการให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผล การตรวจคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ การหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า การดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และการวางนัยทั่วไป

กรมวิชาการ (2545: 195-196) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ ยังอาศัยทักษะอื่นๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรารู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปภาพ หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดคะเนคำตอบประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ทำได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

ทศนา เขมมณี (2545ก: 124-125) ได้กล่าวไว้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. สังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น
2. วิเคราะห์ ให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา
3. สร้างทางเลือก ให้นักเรียนได้แสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย
4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก
5. สรุป ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 8-10) ได้กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้ เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วย

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้น มาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่ ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงกระบวนการ และขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นพิจารณาและทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะต่างๆ เช่น ทักษะการอ่าน ทักษะการแปลความหมาย ในการแยกแยะให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไร และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหามองหาความรู้ กฎ สูตร หลักการ ทฤษฎี ที่ได้เรียนรู้อยู่แล้ว รวมถึงเลือกใช้ทักษะที่เหมาะสมมาช่วยในการหาวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่อาศัยทักษะการคิดคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์ การอธิบาย รวมถึงการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นที่ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่า ถูกต้อง และมีความสมเหตุสมผลสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

บิลล์สไตน์ ลิเบสไคน์ และ ลอตต์ (Billstein; Libeskind; & Lott. 1990: 18-22) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ยุทธวิธีหาแบบรูป (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก

2. ยุทธวิธีสร้างตาราง (Make a Table) ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูลหรือช่วยให้เห็นรูปแบบใช้ตารางในการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้น

3. ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ยากกว่า (Examine a Simplex Case) ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบางปัญหา อาจเริ่มจากการพิจารณากรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน และค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม

4. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a Sub-goal) ในการที่จะพยายามวางแผนในการแก้ปัญหบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆ ที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อยๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

5. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Examine a Relate Problem) เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้มาก่อนในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ

6. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ

7. ยุทธวิธีเขียนสมการ (Write an Equation) ยุทธวิธีนี้ ใช้ความรู้ทางพีชคณิตโดยสร้างสมการให้สอดคล้องกับคำตอบ

8. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจ ซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้วาดรูปในการแก้ปัญหาได้

9. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นตอนต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากที่สุด แล้วเดาต่อไป

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และ บิทเทอร์ (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993: 55-60) ได้เสนอว่า ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียง เพื่อตัดสินใจว่า แนวทางแก้ปัญหาน่าจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ได้ อาจไม่ถูกก็ได้ คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การคาดคะเนคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การค้นหารูปแบบ (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือ การหารูปแบบจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การวาดภาพประกอบ วาดกราฟ และสร้างตาราง (Drawing Pictures, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพกราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออก เพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคบลง แทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนผังสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนผังสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหา (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำให้เป็นปัญหาอย่างง่าย (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อยๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหาที่อยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 11-23) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

1. การแสดงออก (Act it out) เป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับเด็กเล็ก เป็นการแสดงออกในรูปของละครหรือบทบาทสมมติในเรื่องราวชีวิตจริง หรือสถานการณ์ เช่น การจำลองสถานการณ์การค้าขาย โดยสมมติให้ห้องเรียนเป็นร้านค้า มีการซื้อขายอาหาร และเครื่องใช้ต่างๆ หรือสมมติห้องเรียนเป็นธนาคาร มีการฝากเงินหรือถอนเงิน เป็นต้น

2. การหาและใช้แบบรูป (Look For and Use a Pattern) เป็นการนำความรู้ในคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงและทำเป็นกรณีทั่วไป เพื่อทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป

3. การสร้างแบบจำลอง (Make a Model) เป็นการนำสิ่งของที่เป็นรูปธรรม เช่น หนังสือ ตุ๊กตาหมี ลูกพลาสติกต่างๆ มาเป็นแบบจำลองแทนของจริง เพื่อให้นำเข้าสู่บทเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลแก่นักเรียน

4. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a Picture or Diagram) เป็นการใช้ภาพหรือแผนภาพมาจัดทำรายละเอียดของปัญหา แล้วประยุกต์เข้ากับจำนวนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพเวนน์ในการแก้ปัญหาเรื่อง เซต

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการใช้เหตุผลในการพิจารณาตัวเลือกต่างๆ นำมาทดสอบกับปัญหา แล้วทำการตัดตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหานั้นออกไป จนเหลือตัวเลือกที่สอดคล้องกับปัญหาเพียงเล็กน้อยหรือเพียงหนึ่งเดียว

6. แจงแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for all Possibilities) เป็นการสืบเสาะหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา เช่น ในการเรียนเรื่องการบวก เด็กๆ สามารถหาจำนวนเต็มบวกที่รวมกันได้ 7 มาได้ทั้งหมด ในการเรียนรู้เรื่องเงิน สามารถจัดหมู่เหรียญชนิดต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่รวมกันได้ 46 เซนต์ ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ สามารถหาเซตของคู่อันดับที่เกิดจากผลคูณคาร์ทีเซียนได้

7. แก้ปัญหาที่ลดขนาดลง หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ (Solve a Simpler Problem or Break into Parts) เป็นยุทธวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีจำนวนมีค่ามากและยุ่งยาก โดยเป็นการกำหนดจำนวนในปัญหาให้น้อยลง เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหา

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการศึกษารายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาละเอียดถี่ถ้วน การดำเนินการกับข้อมูลที่โจทย์ให้มา มีการทำย้อนกลับเพื่อไปให้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม

9. เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ (Write a Mathematical Sentence) เป็นยุกทวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ เช่น $4 + 5 = 9$ ใช้แทนประโยคที่ว่า นาดาทามีผลไม้ไม่ก็ผล เมื่อเธอมีแอปเปิล 4 ผล และส้ม 5 ผล

10. สร้างตาราง/ หรือกราฟ (Make a Table and/ or a Graph) เป็นการใช้อย่างตารางและกราฟในการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบ เพื่อใช้แสดงรายละเอียดต่างๆ ช่วยแก้ปัญหาและรายงานข้อมูลต่างๆ

11. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดในการมองปัญหา ในบางปัญหาอาจต้องใช้วิธีคิดที่ฉีกแนวออกไปจากเดิม

สิริพร ทิพย์คง (2544: 51-52) กล่าวว่า เมื่อพบปัญหา แต่ละบุคคลต้องใช้ความคิดและพยายามเลือกยุกทวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุกทวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีขณะที่เผชิญปัญหา ยุกทวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลายดังนี้

1. การหาแบบรูป
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างแบบรูป
4. การสร้างตาราง หรือกราฟ
5. การคาดเดา และตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหานั้น

ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ (2544: 13-15) ได้เสนอยุกทวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the Problem) อะไรคือ สิ่งที่กำหนด อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลายๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือข้อความ “โดยไม่เสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อเจตย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have You Seen This Before?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายถอดไปสู่ปัญหานี้แล้ว ใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้ว แก่ดูโดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1 + 2 + \dots + 100$ หนูน้อย Frederick Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้: $1 + 100 = 2 + 99 = \dots = 101$ ความเข้าใจหยั่งรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารรถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่ายๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่ายๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่ อาจนำไปสู่ผลสำเร็จปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งปัญหาย่อยๆ ที่แก้ไขได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work Backward) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปอย่างมีเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a List) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Simulation and Modeling) อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect Prove) ซึ่งเป็นการพิสูจน์แบบ Contra Positive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลายๆ วิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุข้อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 12-42) ได้กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาหนึ่งๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมี ความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม และมีประสิทธิภาพสูงสุด ก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหาต่างๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นวิธีการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์นั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับ

ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยพัฒนานักเรียนในเรื่องการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป หรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดี ถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์ จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียน ต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาคืออะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนความคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งที่สำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้ มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวข้างต้น สามารถสรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ เชื่อมโยงจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นที่ต้องการหา
2. การสร้างตารางหรือกราฟ เป็นการแสดงข้อมูลที่ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างเป็นระบบ และสามารถแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา
3. การเขียนแผนผังหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นรูปธรรม ช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและหาคำตอบได้
4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา
5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการคาดเดาคำตอบ ดูความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ตัดคำตอบหรือตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหาให้เหลือเล็กน้อยหรือเพียงคำตอบเดียว แล้วตรวจสอบคำตอบ
6. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนออกเป็น ส่วนๆ เพื่อลดจำนวนข้อมูลลงหรือเปลี่ยนให้อยู่ในรูปที่ง่ายและคุ้นเคยในการแก้ปัญหา
7. การเขียนสมการ เป็นการกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือเกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วเขียนอยู่ในรูปสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น
8. การลงมือแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ได้วางไว้

9. การทำย้อนกลับ เป็นการดำเนินการย้อนกลับจากสิ่งที่โจทย์ให้หาไปยังสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งใช้ได้กับการแก้ปัญหที่ต้องการอธิบายขั้นตอนการหาคำตอบ

10. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดหรือแนวคิดในการมองปัญหา ให้แตกต่างไปจากเดิม เพื่อนำไปสู่วิธีการใหม่ที่ยากกว่าและหลากหลายในการแก้ปัญหานั้น

2.7 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-31) กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การสอนโดยผ่านการแก้ปัญห (Teaching Via Problem Solving) แนวทางนี้ ให้ความสำคัญกับการใช้การแก้ปัญหในการสอนเนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับการฝึกการคำนวณ ปัญหาที่ใช้จะแสดงให้เห็นว่า มีความสัมพันธ์กับโลกแห่งความเป็นจริง ปัญหาถูกใช้ในการเริ่มต้นและเป็น การกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อนั้นๆ ในบางครั้งปัญหาถูกใช้กระตุ้นให้นักเรียนตั้งใจเรียน และเป็นสิ่งที่ควบคุมเนื้อหา วิธีการหนึ่งที่จะสอนโดยใช้ปัญหา คือ แสดงปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นโดยการแสดง ให้นักเรียนเห็นว่า พวกเขาจะมีความสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกวิธีหนึ่งก็คือใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ ในการแสดงทักษะการเรียนรู้

2. การสอนเกี่ยวกับปัญหา (Teaching About Problem Solving) แนวทางนี้ นำไปสู่การสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ ปัญหาเป็นการอธิบาย หรือแสดงให้เห็นถึง กระบวนการแก้ปัญหตามแนวของ โพลยา ทั้ง 4 ขั้น และยุทธวิธีในการแก้ปัญหสนับสนุนกระบวนการ แก้ปัญหตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้น

3. การสอนสำหรับการแก้ปัญห (Teaching for Problem Solving) แนวทางนี้ ให้ความสำคัญกับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ ไปโดยให้โอกาสนักเรียนแก้ปัญห นักเรียนจะเรียนรู้ ถึงการใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้น และยุทธวิธีในการแก้ปัญหที่ท้าทาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 83-89) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนการแก้ปัญห 4 ขั้นตอนของโพลยา มาประยุกต์ ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยสำคัญในการทำความเข้าใจ ปัญหา นักเรียนมักจะคุ้นเคยกับการอ่านข้อความยาวๆ ซึ่งเป็นเรื่องราวที่สามารถทำความเข้าใจได้ ไม่ยากนัก ต่างกับข้อความของโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มักจะสั้น ย่นย่อ รวบรัด การอ่านเพื่อทำความเข้าใจจำเป็นต้องใช้สมาธิ ใช้ความพยายามในการเก็บรายละเอียดของข้อมูล ทั้งหมด และจะต้องสามารถวิเคราะห์ได้ว่า ข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง การจัดกิจกรรม เพื่อพัฒนาทักษะ การอ่าน สามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับ การแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควร ใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลยุทธ์ช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลยุทธ์หลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

1.2.1 การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 การปรับขนาดของปริมาณต่างๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา เช่น ลดปริมาณลง เมื่อมีปริมาณน้อยๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้

1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริง มาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่พอเพียง เพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลเพิ่มเติมอีกบ้าง เพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมาย ผู้แก้ปัญหาก็ต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณา หรือบางครั้งมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาก็ต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอแก่การแก้ปัญหาก็ได้

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทางในการพัฒนา ดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่างๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลายๆ คำตอบของนักเรียนจะทำให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อยๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาลแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบๆ อยู่คนเดียว การคิดออกมาดังๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาก็เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหาก็สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันที ในระยะเริ่มต้นก่อนที่จะลงมือทำไปแล้ว จึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผนเมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้นก็สามารถแก้ไขได้สะดวก ตรงประเด็นควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อยๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไป อาจไม่เป็นที่น่าสนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็ได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของนักเรียน

อาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การทำให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาบ่อยๆ ทำให้ได้มีการฝึกวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่างๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนเพื่อแก้ปัญหาใหม่ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะ การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหา คือ การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าวๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่ปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน ตามลำดับขั้นตอนความสามารถดังกล่าวนี้ สามารถสร้างให้เกิดขึ้นอย่างซ้ำๆ ในตัวผู้เรียน จากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปขั้นตอนการแก้ปัญหา ตั้งแต่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้น ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่

สิริพร ทิพย์คง (2544: 80-81) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่า นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอ那就ต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีช้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้นๆ หรือไม่ โดยการถามว่า โจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกนักเรียนให้รู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพ หรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยให้นักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหาที่หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้นๆ ออกเป็นปัญหาย่อยๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำ ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ ตลอดจนทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความกัน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ทดสอบความรู้พื้นฐาน เพื่อเลือกปัญหาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจที่จะแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเกี่ยวกับในชีวิตประจำวัน
3. ฝึกให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาเริ่มจาก ทำความเข้าใจปัญหา รู้จักการวางแผนการแก้ปัญหา อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้
4. ฝึกให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและรวดเร็วมากขึ้น
5. ฝึกให้นักเรียนใช้การเขียนแผนผัง หรือวาดภาพในการหาความสัมพันธ์ของปัญหา เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
6. ฝึกการทำงานกลุ่มช่วยกันแก้ปัญหา รวมถึงรู้จักการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ด้วยตนเอง

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮันท์ (Hunte. 2002: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง ผลกระทบของภาษาธรรมชาติของนักเรียนในการอภิปรายบนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การศึกษาทฤษฎีพื้นฐานนี้ ทดสอบโดยวิธีการที่นักเรียนใช้ภาษาธรรมชาติของพวกเขา ในการช่วยปัญหาของการเข้าใจคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ และหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาของเขา ข้อมูลถูกรวบรวมเป็นระยะเวลา มากกว่า 8 สัปดาห์โดยวิธีการดำเนินการเชิงคุณภาพ กล่าวคือ การสังเกต การเน้นกลุ่ม การอภิปรายในกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ และการบันทึกประจำวันของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนระดับเกรด 8 จำนวนคน 30 คน (ผู้ชาย 12 คน และผู้หญิง 18 คน) ซึ่งมีเชื้อสายลาตินโอ อเมริกา-แอฟริกา และจาไมกา ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่เพียงแต่มีความสุขอย่างเดียวในการใช้ภาษาธรรมชาติในการอภิปรายปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ แต่ทำให้การอภิปรายนั้นง่ายขึ้นในการอ่าน และเข้าใจถึงปัญหา และทักษะการดำเนินการมีการพัฒนาร่วมกันในการแก้ปัญหาของพวกเขา นักเรียนมีการพัฒนา

การสื่อสารทางสังคมที่ช่วยพวกเขาในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มที่ทำให้ชิ้นงานที่มอบหมายนั้นเสร็จ
 บันทึที่ประจำวันแสดงความคิดเห็นในการปรับปรุง เจตคติทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น และการเพิ่มความมั่นใจ
 ในตนเองและความเคารพตนเองเช่นเดียวกับที่พวกเขามีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของเขาเอง

วิลเลียมส์ (Williams. 2003: 185-187) ได้ศึกษาถึงการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการ
 การแก้ปัญหาว่า สามารถช่วยส่งเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้น
 เรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียน
 โดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหา
 ตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลอง
 สามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาช่วย
 นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอน ตามกระบวนการการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่ม
 ควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรม
 การเขียน และนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

ซิน (Xin. 2003: 4276-A) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการสอนคณิตศาสตร์ด้วย
 การแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนด้วยการแก้ปัญหา ซึ่งศึกษาความแตกต่างของวิธีการสอนทั้ง 2 แบบ
 คือ วิธีการสอนแบบ SBI (Explicit Schema – Based Problem Solving Instructional Strategy) และ
 วิธีการสอนแบบ TI (Traditional General Heuristic Instructional Strategy) ทั้งสองกลุ่มมีการทดสอบ
 ความรู้ความเข้าใจทั้งก่อนเรียน – หลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ SBI และ TI
 มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ซึ่งวิธีการสอนแบบ TI มีการทดสอบก่อนเรียน – ขณะเรียน
 (ดำเนินการ 1 – 2 สัปดาห์) และทำการทดสอบครั้งสุดท้าย (ดำเนินการ 3 สัปดาห์ – 3 เดือน) กลุ่ม
 นักเรียนที่เรียน โดยใช้วิธีการสอนแบบ SBI กับนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธี TI มีความแตกต่างกัน
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกำหนดแผนการสอนจะเน้นให้มีการถ้อยแถลงการเรียนรู้ ในการแก้ปัญหา
 (วิธีการสอนทั้ง 2 แบบนี้ มีโครงสร้างที่เหมือนกัน)

แอนนาเบิล (Annable. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิด
 วิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในนักเรียนระดับเกรด 6 การศึกษานี้ เป็น
 การวิเคราะห์เชิงคุณภาพของประสบการณ์ลักษณะของห้องพักครู ถึงการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอนของ
 ครูและการตอบสนองของนักเรียนที่จะเปลี่ยนแปลงนี้ ข้อมูลถูกรวบรวมจากแหล่งที่มาที่แตกต่างกัน
 รวมทั้งการตรวจสอบเจตคติของนักเรียน การทดสอบการคิดวิเคราะห์ การบันทึกการแก้ปัญหาชิ้นงาน
 การเรียนรู้ที่สมบูรณ์ การบันทึกภาคสนาม สมุดบันทึกประจำวันของนักเรียน และการสัมภาษณ์ นอกเหนือ
 จากหลักสูตรสถานศึกษา ทั้งนักเรียนและครูก็เผชิญหน้าอย่างท้าทาย ในการปรับตัวถึงแนวทางใหม่
 ของลักษณะวิชาคณิตศาสตร์ การตอบสนองถึงวิธีการสอนทั้งหมดที่แตกต่างกันจากนักเรียนถึงนักเรียน
 แต่มันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้และเวลาของการเติบโต

งานวิจัยในประเทศ

จินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549: 74) ได้สร้างหนังสือเรียน โดยใช้กิจกรรมกลุ่มในการเรียน เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็กโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม จำนวน 34 คน ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการเรียน ด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็ก โดยใช้กิจกรรมกลุ่มสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

อรชร ภูบุญเติม (2550: 66-67) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 60 คน ผลการศึกษาว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของ นักเรียนหลักการสอนแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

ชมพู พูนวสันทียะ (2552: 199-201) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 50 คน โดยใช้วิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการ ร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ผลการศึกษาพบว่า ความคิด รวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 และ มีความสัมพันธ์ทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต (2552: 101-103) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุด การเรียนแบบเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 100 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 50 คน และกลุ่มควบคุม 50 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียนเป็นคู่ที่เน้นการแก้ปัญหามี ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความฉลาดทางอารมณ์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการ สอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สัญญา ภัทรากร (2552: 150-152) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 43 คน ที่ ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า งานวิจัยส่วนใหญ่เป็นลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคและวิธีการสอนต่างๆ ซึ่งล้วน ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยครูผู้สอนจะต้องเลือก

วิธีสอนหรือกิจกรรมที่มีความเหมาะสมกับเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาที่หลากหลาย อันจะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถหรือทักษะอื่นๆ ดีขึ้นตามไปด้วย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งจะมีผลการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

วัชรีย์ ชันเชื้อ (2545: 8) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูดหรือเขียน การแสดงด้วยภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ ที่เป็นตัวแทนการคิดของนักเรียน ซึ่งอธิบายความสัมพันธ์ และสถานการณ์จำลองต่างๆ ที่ครูผู้สอนกำหนดให้

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 7) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย หรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 71) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่อาจเป็นการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การจัดกิจกรรม หรือการร่วมกันอภิปราย อย่างมีวัตถุประสงค์

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 43) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาษา เครื่องหมายและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อาจเป็นการพูดหรือการเขียน เพื่ออธิบายความหมายและแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจนและถูกต้อง

3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

มัมมี่ และ เชฟเพอร์ด (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญ of ทักษะการสื่อสาร ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่นๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ ผู้เรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่างๆ ของพวกเขา

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Share) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นนักเรียนก็สามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเอง ก็จะทำให้ นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือ การพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้ นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน โดยการมุ่งสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000: 52) ได้กล่าวไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า โปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสาร และสื่อความหมาย เพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิด และเพิ่มพูนความสามารถความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น

2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อนๆ ครู และบุคคลอื่นได้

3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณาปัญหาวิธีต่างๆ ได้

4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รีส์ และคนอื่นๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพ สำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิด โดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิดแลกเปลี่ยน

แนวคิดกับผู้อื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำ ทั้งการพูดและการเขียน

มณฑล โบบัว (2536: 3-4) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารว่า มีความสำคัญต่อมนุษย์ใน 5 ด้านคือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม มนุษย์รวมตัวกันเป็นกลุ่มสังคมได้ ตั้งแต่สังคมเล็ก ระดับครอบครัว จนกระทั่งถึงสังคมที่ใหญ่ระดับประเทศก็ได้ เพราะอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน เมื่อมนุษย์รวมกันอยู่ดำเนินชีวิตร่วมกัน ก็ย่อมตกลงในระเบียบกติกา เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ต่างๆ ของสังคม เพื่อให้สังคมนั้นๆ ดำรงอยู่ได้ และมนุษย์ก็ใช้การสื่อสารซึ่งกันและกัน เพื่อจะทำความเข้าใจ การที่สังคมมนุษย์ได้รับการพัฒนามาตลอดไม่มีการขาดตอน ก็เพราะใช้การสื่อสารเป็นสายใยแห่งการถ่ายทอด ประเพณี วัฒนธรรม ความรู้สึกนึกคิดของคนรุ่นหนึ่งมาสู่คนอีกรุ่นหนึ่ง

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวัน ในวันหนึ่งๆ ตลอดเวลาที่เราตื่น เราสื่อสารตลอดเวลา อาจสื่อสารกับตนเอง สื่อสารกับผู้อื่น ทั้งนี้อาจเป็น คนในครอบครัว ผู้ร่วมงานกิจกรรมต่างๆ ในการดำรงชีวิตต่างก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือทั้งนั้น

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ การดำเนินอุตสาหกรรมและธุรกิจ ไม่ว่าจะ เป็นขั้นตอนในการผลิต การจัดจำหน่าย ต่างก็ต้องอาศัยการสื่อสารทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การสื่อสารกันระหว่างบุคคล จนกระทั่งถึงการสื่อสารกับมวลชน เช่น การโฆษณา ประชาสัมพันธ์ ทั้งนี้ต้องอาศัยวิธีการสื่อสาร โดยเฉพาะในปัจจุบันก็ได้มีการนำเทคโนโลยีใหม่ๆ มาใช้ในการสื่อสารมากมาย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะ เป็นการปกครองระดับใด หรือการปกครองระบอบใด ทั้งผู้ปกครองและผู้ถูกปกครอง จะต้องมีการตกลงร่วมกันในกฎเกณฑ์หรือระเบียบต่างๆ ผู้ปกครองต้องเผยแพร่ข้อมูลข่าวสารเหล่านี้ ให้ผู้ถูกปกครองทราบทั้งทางตรงและทางอ้อม รวมทั้งประชาชน หรือผู้ปกครองก็ต้องสื่อสารเรื่องต่างๆ ไปยังผู้ปกครองด้วย ซึ่งเป็นการสื่อสารทั้งแบบ จากบนลงสู่ล่าง และแบบจากล่างขึ้นสู่บน

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ประเทศต่างๆ ต้องมีการติดต่อสื่อสารกัน ทั้งทางด้านการเมือง เศรษฐกิจ การทหาร ปัจจุบันเรามีทั้งองค์การในการที่จะทำหน้าที่ติดต่อสื่อสาร ข้าราชการเมืองระหว่างประเทศ และการสื่อสารมวลชนเข้ามามีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของเรามาก

ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์ และ สุภิตรา อนุศาสตร์ (2542: 3-4) ได้กล่าวว่า มนุษย์จำเป็นต้องใช้การสื่อสารตลอดชีวิต เริ่มจากการสื่อสารภายในตนเอง คิดว่าจะทำอย่างไร เมื่อไร จะต้องสัมพันธ์กับผู้อื่นและจะเกิดผลอย่างไร การสื่อสารจะขยายความกว้างขึ้นและมนุษย์จะใช้การสื่อสารเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันตลอดเวลา การสื่อสารจึงมีความสำคัญ ดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต ไม่มีใครที่จะดำรงชีวิตได้โดยปราศจากการสื่อสาร โดยเฉพาะสังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลง และพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคม จึงดำเนินการไปพร้อมๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยสร้างสังคมให้อยู่ร่วมกันเป็นปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคมและความรู้ต่างๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอดเพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกันเพื่อให้อยู่ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนา การพัฒนาสังคมในด้านคุณธรรม จริยธรรม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฯลฯ รวมทั้งศาสตร์ในการสื่อสาร จำเป็นต้องพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้ง และต้องใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการพัฒนาด้านต่างๆ เช่น การใช้โซเชียลมีเดียหรือสื่ออิเล็กทรอนิกส์ ในงานสาธารณสุข เป็นต้น

จากการศึกษาความสำคัญของการสื่อสารที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับมนุษย์ ดังนี้

1. ความสำคัญต่อการดำรงชีวิต มนุษย์จำเป็นต้องอาศัยการสื่อสารในการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจกันและสามารถดำเนินชีวิตประจำวันร่วมกันได้

2. ความสำคัญต่อสังคม การสื่อสารช่วยให้มนุษย์ในสังคมอยู่ร่วมกันได้ จากการปฏิบัติตามกฎ กติกา หรือกฎเกณฑ์ที่ได้ตกลงกัน ซึ่งได้รับการถ่ายทอดเป็นมรดกทางวัฒนธรรม อันทำให้สังคมดำรงอยู่อย่างสงบสุข

3. ความสำคัญต่อการพัฒนา การสื่อสารมีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาด้านต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นการพัฒนาคน ใช้การสื่อสารถ่ายทอดความรู้ ปลูกฝังด้านคุณธรรม จริยธรรม ช่วยให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ รวมถึงการพัฒนาประเทศในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งต้องใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนา

3.3 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4-5) กล่าวถึง ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้น ตลอดจนการจัดการศึกษา ควรจะต้องให้นักเรียนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. จัดระบบและรวบรวมความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และสื่อสารได้ถูกต้อง

2. สื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของพวกเขาแก่ครูอาจารย์ และผู้อื่นได้อย่างสมเหตุสมผลและแจ่มแจ้งชัดเจน

3. วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยกลยุทธ์ต่างๆ ได้

4. ใช้ภาษาของคณิตศาสตร์เพื่อการสื่อความหมายได้อย่างกระชับ ชัดเจน ได้ใจความที่ถูกต้องแน่นอน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542: 7) กล่าวว่า วัตถุประสงค์ในการสื่อสารมีดังนี้

1. บอกกล่าวให้ความรู้ ให้ข้อมูลข่าวสาร

2. ให้ความบันเทิง เพลิดเพลิน สบายใจ

3. ให้เกิดอารมณ์ ความรู้สึก ทางใดทางหนึ่ง เช่น ฮึกเหิม กลัว โกรธ ฯลฯ

4. ให้วัตถุประสงค์เฉพาะ เช่น เพื่อเป็นแนวทางในการประกอบอาชีพ เพื่อให้เกิดความคิดค้น เพื่อให้เกิดการประสานงาน ฯลฯ

กิติมา สุรสนธิ (2548: 28-29) กล่าวถึงวัตถุประสงค์ในการสื่อสารว่ามีลักษณะ ดังนี้

1. ด้านผู้รับสาร มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1.1 เพื่อแจ้งให้ทราบ (To Inform) หรือการบอกให้รู้ เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะบอกเล่าหรือแจ้งเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นหรือข้อมูลข่าวสารต่างๆ ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอดให้แก่ผู้รับสารได้ทราบ

1.2 เพื่อให้การศึกษา (To Teach or to Educate) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะให้ผู้รับได้มีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องบางเรื่อง หรือบางสิ่งบางอย่าง ตามที่ผู้ส่งสารต้องการ

1.3 เพื่อชักจูงหรือโน้มน้าวใจ (To Propose or to Persuade) เป็นวัตถุประสงค์ที่เน้นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องความรู้สึก นึกคิด ทศนคติ หรือพฤติกรรม

1.4 เพื่อความบันเทิง (To Entertain) เป็นวัตถุประสงค์ของผู้ส่งสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเกิดความสุขสนานรื่นเริงบันเทิงใจ มีอารมณ์แจ่มใส เป็นการพักผ่อนหย่อนใจ ภายหลังเคร่งเครียดจากการทำงาน หรือครุ่นคิดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งจนเกิดความหดหู่ ท้อแท้ใจ

2. ด้านผู้รับสาร มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

2.1 เพื่อทราบ (To Know or to Understand) เป็นวัตถุประสงค์ของผู้รับสารที่ต้องการทราบเรื่องราวหรือติดตามข้อมูล เหตุการณ์ ข่าวสารต่างๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมทั้งที่มีผลกระทบต่อตนเองและต่อสังคม เป็นการสนองต่อความอยากรู้อยากเห็น อันเป็นความต้องการเชิงจิตวิทยาทั่วไป

2.2 เพื่อเรียนรู้ (To Learn) เป็นวัตถุประสงค์ของผู้รับสารที่ต้องการที่จะรู้ และทำความเข้าใจในเนื้อหาความรู้วิชาการต่างๆ เพื่อเป็นการเพิ่มพูนความรู้ความสามารถของตนให้สูงมากยิ่งขึ้น อันจะส่งผลต่อการดำรงชีวิตของตนในอนาคต

2.3 เพื่อหาความพอใจ (To Please or to Enjoy) โดยปกติแล้ว คนเราทุกคนต้องการมีชีวิตที่มีความสุข สนุกสนานรื่นรมย์และพยายามหลีกเลี่ยงสภาพในชีวิตจริงที่อยู่ยาก วุ่นวาย สับสน หรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่ก่อให้เกิดความเครียด ดังนั้น คนเราโดยทั่วไป มักหาบุคคลที่มีอารมณ์ดี เพื่อพูดคุยหาความสนุกสนาน หรือดูรายการโทรทัศน์ ชมภาพยนตร์ เพื่อผ่อนคลายความเครียดเหล่านั้น

2.4 เพื่อการตัดสินใจ (To Decide) ในการตัดสินใจของคนเรามักจำเป็นต้องมีข้อมูลข่าวสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำข้อมูลมาใช้ประกอบในการตัดสินใจซึ่งข้อมูลข่าวสารเหล่านั้นจำเป็นต้องเป็นข้อมูลที่มีความละเอียด มีความลึกซึ้ง และมีอิทธิพลมากพอที่จะชักจูงใจ ให้คนเราเกิดการเปลี่ยนแปลงหรือมีผลต่อการตัดสินใจได้ และเนื่องจากคนเราจะต้องตัดสินใจในเรื่องราวต่างๆ อยู่ตลอดเวลา ดังนั้น คนเราจึงแสวงหาข้อมูลข่าวสาร เพื่อนำมาใช้ในการตัดสินใจ เพื่อนำมาใช้ในการตัดสินใจให้มีความถูกต้อง

จากการศึกษาวัตถุประสงค์ของการสื่อสารที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร มีดังนี้

1. เพื่อบอกหรือแจ้งข้อมูล ข่าวสาร เรื่องราวต่างๆ ที่รับรู้มาให้ผู้อื่นทราบ
2. เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจในข้อมูลหรือเรื่องราวที่ได้รับมามากขึ้น
3. เพื่อให้เกิดความสนุกสนาน เพลิดเพลิน มีความสุข อารมณ์แจ่มใส จากการได้รับสาร เป็นการพักผ่อนหย่อนใจ และผ่อนคลายความรู้สึกตึงเครียด
4. เพื่อให้เกิดความรู้สึก นึกคิด อารมณ์หรือพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไป
5. เพื่อช่วยให้สามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง จากการรวบรวมข้อมูลข่าวสาร ให้มีรายละเอียดมากพอสำหรับการพิจารณาตัดสินใจ

3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร

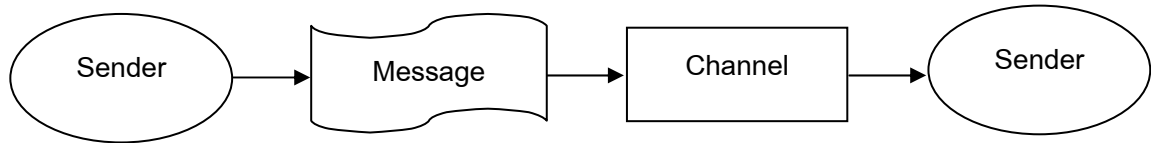
ทิตนา แชมมณี (2545: 44) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสาร มีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้ที่ส่งสารที่ต้องการให้ผู้อื่นได้รับทราบโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับสารที่ผู้ส่งสารมาให้ไม่ว่าจะเป็นโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง
3. สารหรือข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาหรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร
4. สื่อ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ติดต่อสื่อสาร เพื่อช่วยในการส่งหรือรับสารเป็นไปอย่างสะดวกและชัดเจน
5. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะสื่อสารความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสารและผู้รับสารขณะสื่อความหมายกันอยู่ เช่น เสียง แสง กลิ่น กิจกรรมต่างๆ เป็นต้น
6. สภาพแวดล้อมภายในขณะสื่อความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสาร และผู้รับสารขณะสื่อความหมาย เช่น สภาวะทางอารมณ์ จิตใจ ความกังวล ความกลัว ประหมา ความเครียด หรือสภาวะร่างกาย เช่น ความเจ็บป่วย ความล้า เป็นต้น

ชิตาภา สุขพลำ (2548: 7-8) กล่าวว่า องค์ประกอบหลักๆ ร่วมกันของการสื่อสารมีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) คือ ผู้ที่เริ่มต้นการติดต่อสื่อสาร อาจเป็นบุคคลเดี่ยว เป็นกลุ่มบุคคล เป็นองค์กร หรือสถาบันก็ได้
2. ข่าวสารหรือเรื่องราว (Message) คือ เนื้อหาสาระความคิดความรู้สึก ซึ่งอาจจะเป็นภาษาเป็นสัญลักษณ์ หรือสัญญาณต่างๆ ที่สามารถสื่อความหมายเป็นที่เข้าใจกันได้
3. ช่องทาง (Channel) คือ หนทางหรือวิถีที่จะนำเอาข้อมูลข่าวสารจากผู้ส่งไปสู่ผู้รับทำให้ผู้ส่งกับผู้รับได้รับรู้ข่าวสารตรงกัน
4. ผู้รับสาร (Receiver) คือ บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่เป็นเป้าหมายของการสื่อสาร หรือเป็นจุดมุ่งหมายปลายทาง (destination) ของสารนั่นเอง

จากองค์ประกอบดังกล่าว สามารถเขียนเป็นแบบจำลองการสื่อสารคร่าวๆ ได้ ดังนี้



ภาพประกอบ 15 องค์ประกอบของการสื่อสาร

ที่มา: ชิตาภา สุขพลา. (2548). การสื่อสารระหว่างบุคคล. หน้า 8.

คมเพชร ฉัตรศุภกุล (2546: 132-133) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ได้แก่

1. ผู้พูด (Speaker) หรือผู้ส่งข่าวสาร (Transmitter) หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดข่าวสารโดยการพูด เขียน หรือด้วยวิธีการอื่นๆ
2. ผู้ฟัง (Audience) หรือผู้รับ (Receiver) หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับข้อมูลต่างๆ ไม่ว่าจะด้วยการฟัง การอ่าน หรือแม้แต่การสังเกตท่าทางของผู้ส่งข่าวสาร
3. ข่าวสาร (Message) หมายถึง ข่าวสาร เรื่องราวต่างๆ ข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ถ่ายทอดต้องการจะส่งไปยังผู้ฟังหรือผู้รับ
4. วิธีการสื่อสาร บางตำราเรียกว่า ช่องทางการสื่อสาร (Channel) เช่น สื่อสารโดยการพูดผู้รับก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียนก็จะต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

กิดานันท์ มลิทอง (2548: 36-37) กล่าวว่า การถ่ายทอดข่าวสารหรือการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ข้อมูลในการสื่อสารจะเกิดขึ้นได้ต่อเมื่อมีต้นทางของการถ่ายทอดหรือเรียกว่า “ผู้ส่ง” เป็นผู้ทำการส่งข่าวสารต่างๆ โดยผ่านสื่อไปยังจุดหมายปลายทาง หรือเรียกว่า “ผู้รับ” ได้รับความหมายข่าวสารต่างๆ ในการผ่านสื่อไปยังจุดหมายปลายทางหรือเรียกว่า “ผู้รับ” ได้รับความหมายข่าวสารนั้นร่วมกัน จากหลักการนี้จึงต้องมีองค์ประกอบต่างๆ เพื่อให้การสื่อสารเกิดขึ้นได้ ดังต่อไปนี้

1. ผู้ส่ง ผู้สื่อสาร หรือต้นแหล่งของการส่ง (Sender, Communicator or Source) เป็นแหล่งหรือผู้ที่นำข่าวสารหรือเรื่องราว แนวความคิด ความรู้ ตลอดจนเหตุการณ์ต่างๆ เพื่อส่งไปยังผู้รับ ซึ่งอาจเป็นบุคคลหรือกลุ่มชนก็ได้ ผู้ส่งนี้จะเป็นบุคคลเพียงคนเดียว เป็นกลุ่มบุคคลหรือสถาบัน โดยอยู่ในลักษณะต่างๆ ได้หลายอย่าง เช่น ผู้อ่านข่าว ครู นักร้อง นักเขียน จิตรกร ฯลฯ เป็นผู้นำเนื้อหาเรื่องราวของข่าว บทความ ภาพ ฯลฯ มาเสนอแก่ผู้รับมาเสนอแก่ผู้รับโดยการภาษาหรือวิธีการอื่นๆ ก็ได้เพื่อให้ผู้รับเข้าใจการกระทำดังกล่าว เรียกว่า “การเข้ารหัส” (encode)

2. เนื้อหา เรื่องราว (Message) ได้แก่ เนื้อหาของสารหรือเรื่องราวที่ส่งออกมา เช่น ความรู้ ความคิดข่าวสาร บทเพลง ข้อเขียน เพื่อให้ผู้รับรับข้อมูลเหล่านั้น

3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร (Media or Channel) หมายถึง ตัวกลางที่ช่วยถ่ายทอดแนวความคิด เหตุการณ์เรื่องราวต่างๆ ที่ผู้ส่งต้องการให้ไปถึงผู้รับ สื่อที่ใช้กันมากที่สุดคือ “ภาษาพูด” ซึ่งใช้เสียงเป็นสื่อ หากเขียนหรืออ่านหนังสือสื่อที่ใช้คือ “ภาษาเขียน” หรือถ้ามีการสื่อความหมายกับคนไปจะใช้สื่อ “ภาษามือ” กิริยาท่าทาง หรือการแสดงออกทางท่าทางหน้าตา

4. ผู้รับหรือกลุ่มเป้าหมาย (Receiver or Target Audience) ได้แก่ ผู้รับเนื้อหาเรื่องราวจากแหล่งหรือที่ผู้ส่งส่งมา ผู้รับนี้อาจเป็นบุคคลเพียงคนเดียว กลุ่มชน หรือสถาบันก็ได้ เมื่อรับเรื่องราวแล้วผู้รับก็ต้องมี การถอดรหัส (Decode) คือ การแปลข่าวสารนั้นให้เข้าใจ

5. ผล (Effect) หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นจากการที่ผู้ส่งส่งเรื่องราวไปยังผู้รับ ผลที่เกิดขึ้นคือ การที่ผู้รับอาจมีความเข้าใจหรือไม่รู้เรื่อง ยอมรับหรือปฏิเสธ พอใจหรือโกรธ ฯลฯ สิ่งเหล่านี้เป็นผลหรือไม่ และจะเป็นผลสืบเนื่องต่อไปว่าการสื่อสารนั้น จะสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายหรือไม่ ทั้งนี้ย่อมขึ้นอยู่กับทัศนคติของผู้รับ สื่อที่ใช้ และสถานการณ์ในการสื่อสารเป็นสำคัญด้วย

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่เกี่ยวเนื่องจากผลซึ่งผู้รับส่งกลับมายังผู้ส่ง โดยผู้รับอาจมีการตอบสนองโดยแสดงอาการให้เห็น เช่น ง่วงนอน ประหม่อ ยิ้ม พยักหน้า สายหน้า การพูดโต้ตอบหรือการแสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นข้อมูลให้ผู้ส่งทราบว่า ผู้รับมีความพอใจหรือมีความเข้าใจในข้อมูลที่ส่งไปหรือไม่ ผลป้อนกลับนี้เกิดจากการตอบสนองของผู้รับที่ส่งกลับไปยังผู้ส่งนั่นเอง

กิตติมา สุรสนธิ (2548: 8-20) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสารว่าประกอบด้วย ส่วนสำคัญ 4 ส่วน ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสาร และมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่นๆ ทั้งในแง่ของการเป็นผู้เลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งหรือถ่ายทอดไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้อาสาไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งการเลือก และการพยายามกำหนดตัวผู้รับสารที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสารโดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับหนึ่ง หรือในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่เป็นผู้รับสาร เช่น การเปลี่ยนแปลง การรับรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทัศนคติและพฤติกรรมของบุคคล ของกลุ่มคนหรือของสังคม เป็นต้น

2. สาร (Message) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งในการสื่อสาร ซึ่งสารหมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใดๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารได้ สารจะเป็นตัวช่วยให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ต่อความหมายและมีปฏิกริยาตอบสนองต่อความหมายที่ได้รับ ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว สารจะประกอบด้วย ส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสสาร (Message Codes) คือ ภาษา หรือสัญลักษณ์หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้น เพื่อแสดงออกหรือใช้แทนความคิด ความรู้สึก ความเชื่อ ค่านิยม และวัตถุประสงค์ต่างๆ ของผู้ส่งสาร

2.2 เนื้อหาสาร (Message Content) หมายถึง เรื่องราวสิ่งต่างๆ ที่ผู้ส่งต้องการจะถ่ายทอดหรือส่งไปยังผู้รับสาร

2.3 การจัดเรียบเรียงลำดับสาร (Message Treatment) หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (Channel or Media) หมายถึง พาหนะที่นำหรือพาข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารหรือกล่าวได้ว่า ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ของมนุษย์ที่ใช้ในการรับรู้ความหมายจากสิ่งต่างๆ อันได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส การลิ้มรส เป็นต้น

4. ผู้รับสาร (Receiver) การสื่อสาร จะมีความหมายอย่างไร จะประสบผลสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะเลือกรับสารหรือเลือกที่จะตีความต่อข่าวสารอย่างไร ดังนั้น จะเห็นได้ว่า แม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่งสาร แต่บุคคลที่จะทำให้การสื่อสารประสบผลสำเร็จได้นั้น ขึ้นอยู่กับผู้รับสาร

จากศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน คือ

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดเรื่องราว ข่าวสารไปยังผู้อื่น โดยการพูด การเขียน หรือการแสดงท่าทาง อาจเป็นบุคคลเดียว เป็นกลุ่ม หรือเป็นสถาบันก็ได้
2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่ได้รับเรื่องราว ข่าวสารจากการฟัง การอ่าน หรือการสังเกตท่าทางของผู้ส่งสาร ซึ่งเมื่อได้รับสารแล้วจะต้องทำการแปลความเพื่อให้เกิดความเข้าใจ
3. สาร หมายถึง เรื่องราว ข่าวสารหรือข้อมูลที่ได้แสดงออกมาโดยใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ที่ทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้รับสารและผู้ส่งสาร
4. ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง วิธีการนำสารส่งไปยังผู้รับ โดยอาจมีสื่อต่างๆ เข้ามาช่วยให้การสื่อสารระหว่างกันนั้นเข้าใจตรงกัน

3.5 ประเภทของการสื่อสาร

มณฑล ไบบัว (2536: 14-22) ได้กล่าวว่า ในการแบ่งประเภทของการสื่อสาร มีเกณฑ์ในการจำแนกประเภทของการสื่อสาร ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกประเภทโดยการใช้จำนวนของผู้ทำการสื่อสารเป็นเกณฑ์ แบ่งเป็น
 - 1.1 การสื่อสารภายในตัวบุคคล เกิดขึ้นเมื่อเราสื่อความหมายกับตัวเอง คนเราสื่อสารกับตัวเองได้ 4 ระดับ คือ สื่อสารด้วยการคิด วจนภาษา อวจนภาษา และเสียงพูด
 - 1.2 การสื่อสารระหว่างบุคคล เป็นการสื่อสารกับผู้อื่น อาจจะเป็นคนเดียวหรือกลุ่มเล็กๆ เราใช้ทั้ง วจนภาษา อวจนภาษาและเสียง
 - 1.3 การสื่อสารมวลชน การสื่อสารกับมวลชนแตกต่างจากการสื่อสารชนิดแรกตรงที่ว่า ผู้รับสารมีเป็นจำนวนมาก ซึ่งรับสารจากผู้ส่งเพียงผู้เดียว แตกต่างจากการสื่อสารระหว่างบุคคลตรงที่ว่า จำนวนและวิธีการในการสื่อสารเป็นสำคัญ ในการสื่อสารกับมวลชนถ้าส่งด้วยการพูด ผู้พูดต้องใช้เสียงอันดัง และการพูดต้องมีติดต่อกันไปเรื่อยๆ

2. การจำแนกประเภทโดยการใช้ลักษณะวิธีการติดต่อระหว่างผู้รับสารและผู้ส่งสาร มีเกณฑ์ ซึ่งแบ่งออกได้ 2 ประเภทคือ

2.1 การสื่อสารระบบทางเดียว (One-Way Communication) คือ การสื่อสารในลักษณะที่ผู้ให้การสื่อสารไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับการสื่อสารได้เป็นฝ่ายให้การสื่อสาร เป็นการแลกเปลี่ยนกัน ทั้งไม่เอาใจใส่ต่อการแสดงปฏิกิริยาย้อนกลับ (Feedback) ของอีกฝ่ายหนึ่ง เพื่อใช้ในการปรับปรุงการติดต่อ สื่อสารให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.2 การสื่อสารระบบทางคู่ (Two-Way Communication) คือ การสื่อสารที่มีทั้งให้และรับข่าวสารระหว่างกัน ทั้งผู้ให้การสื่อสารก็เป็นผู้รับการสื่อสารในขณะเดียวกันกับที่ผู้รับการสื่อสารได้กลับเป็นผู้ให้การสื่อสาร

3. การจำแนกประเภทโดยการใช้ภาษาเป็นเกณฑ์

3.1 การสื่อสารเชิงวจนะ (Verbal Communication) หมายความว่า การสื่อสารที่ผู้รับสารใช้ภาษาพูดและ/หรือเขียนในการสื่อสาร หัวใจสำคัญของการสื่อสารประเภทนี้ อยู่ที่การใช้ภาษาพูด หรือภาษาเขียน (ที่เป็นคำ) ในการสื่อสาร

3.2 การสื่อสารเชิงอวัจนะ (Nonverbal Communication) หมายความว่า การสื่อสารที่ผู้สื่อสารใช้รหัสหรือสัญลักษณ์อย่างอื่น ซึ่งไม่ใช่ภาษาพูดหรือภาษาเขียน ในการสื่อสาร ซึ่งอาจมีชื่อเรียกเป็นอย่างอื่น เช่น ภาษาท่าทาง ภาษากาย เป็นต้น

คมเพชร ฉัตรศุกกุล (2546: 133-135) ได้กล่าวว่า ประเภทของการสื่อสารสามารถแบ่งได้ ดังนี้

1. การสื่อสารโดยใช้คำพูด (Verbal Communication) การสื่อสารประเภทนี้ จะใช้มากในกลุ่มต่างๆ บางครั้งอาจจะพบว่าการสื่อสารโดยคำพูดก็มักมีปัญหาเกิดขึ้นได้ เพราะความสามารถของบุคคลที่ทำการสื่อสารนั่นเอง

2. การสื่อสารโดยไม่ใช้คำพูด (Nonverbal Communication) การที่บุคคลพยายามสื่อสารความคิดหรือข่าวสารใดไปยังผู้รับโดยมิได้ใช้คำพูด ถือว่าเป็นการสื่อสารอีกลักษณะหนึ่งด้วย ไม่ว่าจะด้วยแสดงกิริยาท่าทางต่างๆ หรือพฤติกรรมใดที่ย่อมจะทำให้ผู้รับเกิดความรู้สึกว่ากำลังมีการสื่อสารบางอย่างเกิดขึ้น การสื่อสารนี้ บางครั้งเรียกว่า การใช้ภาษาเงียบ (Silent Language) ถ้าจะแบ่งลักษณะการสื่อสารที่ไม่ใช้คำพูดก็จะมี 2 ลักษณะที่สำคัญ

2.1 การแสดงความรู้สึกและการสื่อสารทางสีหน้า (Facial Expression) เช่น เมื่อเกิดความรู้สึกที่ไม่พอใจ บุคคลจะมีสีหน้าบึ้งตึง แต่ถ้ามีความสุขก็จะยิ้มแย้มแจ่มใส เป็นต้น

2.2 การแสดงท่าทาง (Gestural Communication) การสื่อสารนี้ ใช้อวัยวะส่วนใดส่วนหนึ่งเป็นการสื่อความหมายที่ต้องการ เช่น การพยักหน้า เมื่อเรารับฟังข้อความที่เห็นด้วย การโบกมือเพื่อการอำลา

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2551: 16-19) กล่าวว่า ประเภทของการสื่อสารสามารถแบ่งได้ ดังนี้

1. การสื่อสารภายในบุคคล เป็นการสื่อสารกับตนเองในลักษณะต่างๆ ตั้งแต่การพูดกับตนเอง การคิดวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการประเมิน หรือตัดสินใจในเรื่องต่างๆ ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้น “ภายใน” ที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทำงานของสมองของบุคคลเป็นหลัก

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล เป็นการสื่อสารเกี่ยวข้องกับบุคคลไม่เกิน 3 คน ที่เป็นไปได้ทั้งการสื่อสารแบบเห็นหน้า (Face to Face Communication) และการสื่อสารผ่านสื่อ (Interposed Communication) ที่เชื่อมต่อปฏิกริยาป้อนกลับ หรือความเป็นไปได้ในการแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารระหว่างคู่สื่อสาร

3. การสื่อสารกลุ่ม เป็นการสื่อสารที่มีจำนวนคนมากกว่าการสื่อสารระหว่างบุคคล แต่ไม่มากเท่าการสื่อสารสาธารณะ

4. การสื่อสารองค์กร เป็นการศึกษาเรื่องกระบวนการ โครงสร้าง และรูปแบบสื่อสารในองค์กร เพื่อมุ่งหาแนวทางการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เนื่องจากการสื่อสารองค์กรที่มีประสิทธิภาพเป็นปัจจัยสำคัญในการเพิ่มผลผลิตให้แก่องค์กร

5. การสื่อสารสาธารณะ เป็นการสื่อสารในกลุ่มขนาดใหญ่ที่มีรูปแบบค่อนข้างเป็นทางการ เนื่องจากสารที่ผู้ส่งสารส่งไปยังผู้รับ จะได้รับการเตรียมการมาเป็นอย่างดีก่อนเสมอ เพื่อให้ตอบสนองต่อวัตถุประสงค์ของการสื่อสารสาธารณะที่มักกำหนดไว้อย่างชัดเจน

6. การสื่อสารมวลชน เป็นการสื่อสารที่มักเกิดขึ้นจากองค์การทางการสื่อสารที่มีกระบวนการทำงานที่ซับซ้อน เพื่อถ่ายทอดสารผ่านสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ วิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และอินเทอร์เน็ต ไปยังผู้รับที่เป็น “มวลชน” ซึ่งมีจำนวนมาก และมีลักษณะหลากหลายทางประชากรศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทของการสื่อสารสามารถแบ่งได้ ดังนี้

1. การสื่อสารภายในตัวบุคคล เป็นการสื่อสารกับตัวเองโดยวิธีการพูด หรือคิดวิเคราะห์ เพื่อพิจารณาหรือตัดสินใจเรื่องใดๆ ด้วยตนเอง

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล เป็นการสื่อสารกับผู้อื่นที่มีจำนวนคนไม่มาก หรือเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยใช้และไม่ใช้ทั้งภาษาพูดและภาษาเขียนในการสื่อสาร มีการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างคู่สื่อสาร

3. การสื่อสารมวลชน เป็นการสื่อสารที่มีผู้รับสารจำนวนมาก โดยรับสารจากผู้ส่งเพียงคนเดียว หรือถ่ายทอดผ่านสื่อในรูปแบบต่างๆ

3.6 อุปสรรคในการสื่อสาร

บุญศรี ปราบศักดิ์ และ ศิริพร จิรวัดน์กุล (2538: 52-62) ได้แยกประเภทหรือสิ่งที่เป็นอุปสรรคขัดขวางการสื่อสาร หลายประการ ดังนี้

1. กรอบแห่งการอ้างอิง (Frame of Reference) กล่าวคือ เมื่อได้รับสารอย่างใดอย่างหนึ่ง เราจะเอาประสบการณ์ของตนเอง เป็นเครื่องช่วยสร้างภาพ สร้างความนึกคิด ตีความ และตัดสินใจกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง

2. กระบวนการเลือกทางจิตวิทยา (Psychology Selective Process) ลักษณะการเลือก

ที่มีผลต่อการสื่อสาร จำแนกเป็น 4 ระดับ คือ

2.1 การเลือกเปิดรับ (Selective Exposure) หมายถึง การมีโอกาสเปิดรับสาร ได้หลายสื่อหรือหลายช่องทาง เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ นิตยสาร ฯลฯ แต่ละสื่อจะมีชนิด และ จำนวนให้เลือกมาก วิทยุก็มีหลายคลื่น โทรทัศน์มีหลายช่อง หนังสือพิมพ์มีหลายหัว (ชื่อ) ผู้ส่งสารจึง พยายามสรรคในการสื่อสารต้องพิจารณาเลือกสื่อให้ตรงกับทางเลือกของผู้รับสาร

2.2 การเลือกให้ความสนใจ (Selective Attention) เมื่อผู้รับสารเลือกสื่อจากข้อ 1 ได้แล้วก็ต้องเลือกเฉพาะที่ตนสนใจเท่านั้น การสื่อสารจึงพบอุปสรรคมากขึ้น

2.3 การเลือกรับรู้และเลือกตีความ (Selective Perception and Interpretation) เมื่อผู้รับสารเลือกรับสารที่ตนสนใจแล้ว จะเลือกรับรู้และตีความตามประสบการณ์และความรู้ของตน อาจตีความผิดก็ได้ จึงเป็นอุปสรรคของการสื่อสารอีกประการหนึ่ง

2.4 การเลือกจดจำ (Selective Retention) สารที่เราและตีความ มีมากมาย เรา จึงเลือกจะจดจำเฉพาะที่เราสนใจ มีประโยชน์ และสร้างความสุขแก่เราได้

3. ลักษณะความหมายของภาษา ความหมายคือผลที่เกิดขึ้นในการรับรู้จากการที่ คนเรามีปฏิกิริยาต่อสิ่งเร้าหรือสิ่งแวดล้อม ความหมายเป็นผลจากองค์ประกอบของคนกับองค์ประกอบ ของสิ่งแวดล้อมทางกายภาพ คือ สมอของเรสสัมผัสสิ่งเร้าอย่างเป็นรูปธรรม ลักษณะของความหมาย ในภาษาที่เราใช้สื่อสารกันมีผลกระทบต่อการสื่อสาร บางครั้งอาจทำให้เกิดความเข้าใจไม่ตรงกันได้ ลักษณะความหมายของภาษาแบ่งได้เป็น 4 ลักษณะ คือ

3.1 ความหมายนัยตรง (Denotative Meaning) คือ ความหมายที่ปรากฏใน พจนานุกรม เป็นความหมายเชิงวัตถุวิสัย สามารถผูกโยงเข้ากับปรากฏการณ์ วัตถุสิ่งของที่ปรากฏ มีจริงได้

3.2 ความหมายนัยประหวัด (Connotative Meaning) คือ ความหมายที่มีได้ ปรากฏในพจนานุกรม เป็นความหมายในเชิงอัตวิสัยเกิดขึ้นในความรู้สึก หรืออารมณ์สะท้อนใจของ แต่ละบุคคล จึงไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน

3.3 ความหมายเชิงโครงสร้าง (Structural Meaning) ภาษาพูด ภาษาเขียนของ คนชาติต่าง ๆ จะมีรูปแบบการจัดเรียงประโยค เป็นข้อความรูปแบบดังกล่าวกำหนดโดยหลักไวยากรณ์ ของภาษานั้นๆ เช่น ประโยคต้องประกอบด้วย ประธาน กริยา กรรม มีคำวิเศษณ์ สันธาน บุพบท ฉะนั้น บ่อยครั้งที่เราไม่ต้องทราบความหมายของคำทุกคำ

3.4 ความหมายเชิงอรรถาธิบาย (Contextual Meaning) เป็นความหมายที่เกิด จากการพรรณนาหรืออธิบายเนื้อหาของเรื่องราวที่ทำการสื่อสาร

4. การมีความหมายไม่ตรงกัน

4.1 ความหมายเปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา

4.2 ความหมายเปลี่ยนแปลงไปตามท้องที่

4.3 ความหมายทั่วไปกับความหมายทางเทคนิค

4.4 ความหมายในความรู้สึกกับความเป็นจริง

5. การไม่เปลี่ยนแปลงความเห็น เป็นอุปสรรคอย่างหนึ่งในการสื่อสาร เพราะในความเป็นจริงแล้ว ชีวิต สังคม และสิ่งแวดล้อมต่างๆ มีการเปลี่ยนแปลงไป การที่บุคคลไม่ยอมเปลี่ยนแปลงความคิดก็เป็นปัญหาในการสื่อสารได้

6. การมองข้ามความแตกต่าง คนเรานิยมที่จะจำแนกสิ่งต่างๆ ออกเป็นหมวดหมู่เพื่อสะดวกในการจำ ทำให้เราเน้นความเหมือนกันจนมองข้ามความแตกต่างซึ่งมีผลต่อเจตคติ อคติ ค่านิยม และความเชื่อซึ่งมีผลกระทบต่อสื่อสาร

7. การมีความคิดแบบทวินาม หมายถึง การพิจารณาหรือตัดสินสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างเด็ดขาด ไม่มีการประนีประนอม

8. การมีความคิดว่ารู้หมด เป็นการปิดกั้นการแสวงหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติม ปฏิเสธที่จะรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเพราะเหตุว่า "รู้แล้ว" และยังทำให้เกิดการสื่อสารที่คาดหวังผู้อื่น "น่าจะรู้" มีการละเอาไว้ในฐานที่เข้าใจด้วย ซึ่งความจริงอาจไม่เป็นดังคาด ทำให้การสื่อสารไม่เป็นผลดี

คมเพชร ฉัตรสุกกุล (2546: 137-138) ได้กล่าวว่า อุปสรรคหรือปัญหาของการสื่อสารที่มักจะพบเห็นอยู่เสมอ มีดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่เกิดจากผู้พูด บางคนขาดทักษะในการพูดหรืออธิบาย ทำให้ไม่สามารถสื่อความหมายที่ต้องการได้ดีเท่าที่ควร

2. ผู้ฟัง ไม่สามารถรับรู้สิ่งต่างๆ ได้เป็นอย่างดีด้วยสาเหตุต่างกันไป เช่น ไม่สนใจฟัง ไม่อยากฟัง ฟังไปเรื่อยๆ จับความหมายไม่ได้ ไม่จดประเด็นสำคัญเลย ลืมเรื่องสำคัญ

3. ความแตกต่างระหว่างสถานภาพของผู้พูดและผู้ฟัง เช่น การเป็นหัวหน้า และการเป็นลูกน้อง ทำให้การสื่อสารเป็นไปอีกลักษณะหนึ่งที่ทำให้เกิดความไม่เข้าใจได้

4. อคติส่วนบุคคล ไม่ว่าจะเกิดจากการพูดหรือฟังย่อมทำให้เกิดปัญหาทั้งสิ้น เพราะอคติจะทำให้คนบิดพลิ้วข้อมูลที่จะส่งออกไปหรือจะรับเข้ามา

5. การแปลความหมายของข่าวสารที่ได้รับ บางทีบุคคลมีภูมิหลังต่างกัน มาจากวัฒนธรรมที่ไม่เหมือนกัน จะทำให้เกิดปัญหาในการสื่อสารได้เนื่องจากความเข้าใจไม่ตรงกัน

6. ช่องทางในการสื่อสาร เช่น ไม่ได้รับความสะดวก ไม่สามารถจะไปทำการอธิบายหรือชี้แจงได้ด้วยตนเอง ไม่เปิดโอกาสให้สื่อสารอย่างเสรี เป็นต้น

กิดานันท์ มลิทอง (2548: 52) ได้กล่าวว่า ในบางครั้งการสื่อสารหรือการสื่อความหมายและการเรียนรู้ อาจจะไม่ได้รับบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้เพราะอาจเกิดอุปสรรคระหว่างผู้ส่งและผู้รับ หรือผู้สอนและผู้เรียน ในด้านต่างๆ เช่น

1. คำพูด (Verbalism) ลักษณะการใช้ภาษาหรือคำพูดในการสื่อความหมาย อาจจะยากเกินไปทำให้ผู้รับไม่เข้าใจ

2. ฝันกลางวัน (Day Dreaming) ผู้รับมีจิตใจเลื่อนลอย ไม่มีสมาธิในการรับรู้ ทำให้ไม่เข้าใจความหมายที่ส่งมานั้น

3. ข้ออ้างถึงที่ขัดแย้ง (Referent Confusion) ข่าวสารหรือบทเรียนที่ส่งมานั้น มีความขัดแย้งกับประสบการณ์เดิมของผู้รับ ทำให้ผู้รับเกิดความขัดแย้งไม่เข้าใจได้

4. การรับรู้ที่จำกัด (Limited Perception) ผู้รับอาจมีข้อจำกัดของการรับรู้ ซึ่งเกี่ยวกับประสาทสัมผัสเฉพาะของแต่ละบุคคล

5. สภาพแวดล้อมทางกายภาพไม่เอื้ออำนวย (Physical Discomfort)

6. การไม่ยอมรับ (Interception) ผู้ส่งอาจเป็นที่ไม่ยอมรับของผู้รับทำให้ผู้รับเกิดผู้รับต่อต้านหรือไม่สนใจที่จะรับข้อมูลที่ส่งมา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า อุปสรรคของการสื่อสารมีหลายประการ ซึ่งอาจเกิดจาก

1. ผู้พูด ขาดทักษะในการสื่อสาร ทำให้ไม่สามารถถ่ายทอดและสื่อความหมายให้ผู้รับสารเข้าใจได้

2. ผู้ฟัง ไม่สามารถรับรู้และเข้าใจในสิ่งที่ผู้ส่งสารสื่อ อาจเนื่องมาจาก การไม่สนใจฟัง จับประเด็นสำคัญไม่ได้ ฟังแล้วลืม ไม่มีพื้นความรู้ในเรื่องที่ฟัง ทำให้ไม่สามารถตีความหมายของสิ่งที่ฟังได้ หรือคิดว่า ตนเองรู้แล้วจึงปิดกั้นที่จะรับข้อมูล

3. อคติส่วนบุคคล ของผู้พูดหรือผู้ฟัง ที่จะทำให้การรับสาร หรือส่งสารเกิดการบิดเบือนได้ หรือผู้รับสารเกิดการต่อต้านหรือไม่ยอมรับกับข้อมูลที่ส่งมา

4. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะส่งสาร อันเนื่องมาจาก เสียง แสง กลิ่น บรรยากาศในการสื่อสารที่ไม่เอื้ออำนวยอำนวยกับการสื่อสาร ทำให้การส่งสารและรับสารไม่ได้รับความสะดวก ชัดเจนเท่าที่ควร

3.7 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์

โรวาน และ มอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ได้นำเสนอแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิตและเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เค้าสนใจ

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญ และควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่า ทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถว และนั่ง

ประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้ออกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 270-272) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6-8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนมีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงานที่ประกอบด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล การคาดเดาในการแก้ปัญหา

การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่มและรับฟังคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียนการพูดและการเขียนเป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ใหม่ ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล
5. การให้เหตุผลของการคาดเดา
6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว

กรมวิชาการ (2542: 62-63) กล่าวว่า หลักการพัฒนาทักษะการสื่อสาร มีขั้นตอนสำคัญ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมคุณสมบัติและขั้นการนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมคุณสมบัติ การเตรียมคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับผู้ที่ต้องการจะสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในห้องเรียน หากครูต้องการให้ผู้เรียนมีการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จ ครูต้องกำหนดคุณลักษณะที่จะใช้ในการสื่อสารและจัดกิจกรรมเพื่อฝึกทักษะนั้นๆ ให้กับนักเรียนก่อนการนำทักษะไปใช้ในการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาต่างๆ

2. ขั้นการนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน เป็นขั้นที่ครูกำหนดเนื้อหา จุดประสงค์ของการเรียนการสอนตามหลักสูตร แล้วนำกระบวนการฝึกทักษะการสื่อสาร และคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารของนักเรียนมาใช้ให้เป็นประโยชน์ เพื่อนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนต่อไป ซึ่งองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสารจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสาร



ภาพประกอบ 16 ขั้นตอนของรูปแบบการสอนเพื่อฝึกทักษะการสื่อสาร

ที่มา: กรมวิชาการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ด้านทักษะการสื่อสาร. หน้า 63.

กรมวิชาการ (2545: 201) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปแบบของสมการ หรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต โดยมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะ

แนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

การฝึกทักษะ กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตารางหรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูถือเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนการสอน โดยมีแนวทางดังนี้

1. อธิบายและใช้คำถามปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและตอบคำถาม
2. ใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมในการนำเสนอ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจถึงความคิดรวบยอดที่นำไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม
3. จัดกิจกรรมกลุ่มให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น อธิบายแนวคิดของตนได้อย่างเสรีและหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการสื่อสาร จากการอภิปราย การแสดงแนวคิด โดยการพูดหรือเขียน รวมถึงการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
5. ให้คำแนะนำหรือชี้แนะเพิ่มเติม เมื่อผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง แล้วสงสัย หรือมีปัญหา

3.8 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสาร

รีเดเซล (Riedesel. 1990: 377) ได้นำเสนอประโยชน์ของการสื่อสารโดยการเขียน ดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยาย จะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน
2. เป็นเครื่องมือช่วยวิจัยกระบวนการคิดของผู้เขียน
3. เป็นทักษะที่จำเป็นช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด
4. เป็นทักษะที่จะช่วยเสริมทักษะการอ่าน และการเขียนในรายวิชาอื่น โดยเฉพาะ วิชาวิทยาศาสตร์ที่ต้องใช้การบรรยายในสิ่งที่ค้นพบ
5. เป็นวิธีในการเรียนคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ปกติผู้เรียนไม่ค่อยได้ใช้

6. เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่า อย่างไร (How) และทำไม (Why) มากกว่าตอบอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When)

7. เป็นการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมเดียวกัน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่สมาชิกในกลุ่มประสบความสำเร็จร่วมกัน เกิดความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันในการเรียนรู้

มัมมี และ เชฟเพอร์ต (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-11) ได้เสนอประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจที่จะอภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้นักเรียนคนอื่นเข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย การฟังจะช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่น จะเป็นการช่วยนักเรียนให้เห็นคุณค่าของความคิดที่แตกต่างกันออกไปของนักเรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม นักเรียนจะสร้างความเข้าใจจากรากฐานของประสบการณ์เดิมของนักเรียนนั่นเอง การสื่อสารจะช่วยสนับสนุนการสร้างความรู้แก่นักเรียน โดยการสื่อสารจะขยายความคิดของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แต่ในบางครั้งการสื่อสารอาจสร้างความไม่สมดุลให้เกิดขึ้นได้จนกลายเป็นอคติได้

2. การศึกษาจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน นักเรียนส่วนมาก มักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยการจำมากกว่าการคิดแบบค้นพบด้วยตนเอง และการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดกัน ครูต้องให้นักเรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจในบทบาทและคำนิยามและกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจนขึ้น

3. การสื่อสารจะช่วยสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของนักเรียนเอง ครูควรที่จะบอกนักเรียนว่าจะประเมินอะไรจากการพูดของนักเรียน เพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของนักเรียนอย่างแท้จริงนักเรียนควรฝึกการใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อที่นักเรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการที่จะแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนให้แก่ นักเรียน การอำนวยความสะดวกและสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มที่จะพูด เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของนักเรียน

5. การสื่อสาร จะช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของนักเรียน ครูจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของนักเรียนเป็นอย่างมากโดยการฟังการอธิบาย และการให้เหตุผลของนักเรียน ความสามารถที่เป็นทักษะการสื่อสารจะเป็นการอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ทั้งหมดอย่างคล่องแคล่ว โดยนักเรียนจะต้องนำไปใช้และมีการฝึกปฏิบัติบ่อย ๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสาร มีดังนี้

1. ช่วยส่งเสริมความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน จากการได้พูดอธิบายแนวความคิดของตน รวมถึงการฟังผู้อื่นพูด ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น
2. ช่วยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปราย นำเสนอ และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี และเกิดความคิดต่อยอดจากความรู้และประสบการณ์เดิมได้
3. ช่วยให้นักเรียนเป็นผู้เรียนที่ดีมีโอกาสได้พูดหรือเขียนแสดงแนวคิดของตน จนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
4. ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ โดยการจัดกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้พูดคุย และมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันกับเพื่อน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นและสนุกสนานในการเรียนมากกว่าการเป็นเพียงผู้ฟังอย่างเดียว
5. ช่วยให้ผู้รู้ได้รู้ความคิดของนักเรียนว่า นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร เข้าใจสิ่งที่ยอธิบายหรือไม่ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาการจัดการเรียนการสอนต่อไป

3.9 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 112) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม
 - 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
 - 2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ
 - 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน
 - 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
 - 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
 - 3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18-19) ได้กล่าวถึง การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม

2. ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้
2. ใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
3. นำเสนอได้อย่างครบถ้วน
4. แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างชัดเจน
5. สรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยจะทำการวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 2 ด้าน คือ ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยอธิบายแนวคิดการเขียนแผนผังรูปตัววีใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งผู้ทำการวิจัยจะทำการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะเรียน และการนำเสนอหน้าชั้นเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยประเมินผลงานการเขียนแผนผังรูปตัววีส่วนประกอบต่างๆ ในการแก้ปัญหานักเรียนที่ได้เรียน จากใบงานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โรจาส (Rojas. 1992: 53-05A) ได้ทำการศึกษาวิจัยการส่งเสริมการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น โดยการพัฒนานักเรียนด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม โดยให้นักเรียนเรียนเนื้อหา เรื่องความน่าจะเป็น และใช้เทคนิคในการเสริมกิจกรรมทางภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกการสื่อสารให้นักเรียน โดยการกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้า โดยใช้การเสริมแรงในการอ่าน เขียน และพูด ผลการศึกษาพบว่า การทดลองนี้ทำให้นักเรียนมีผลมีการเรียนที่ดีขึ้นในกิจกรรมการเขียน แต่ว่ากิจกรรมการอ่านนักเรียนเห็นประโยชน์เพียงเล็กน้อย โดยไม่รู้ว่าการอ่านจะมีประโยชน์อย่างไร และอะไรที่เป็นความสามารถในการอ่านของพวกเขา

โจฮันนิง (Johanning. 2000: 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในการศึกษาวิชาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริม โดยการให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ได้ให้ความสำคัญกับการเขียนซึ่งจะช่วยให้เด็กนักเรียนคิดไปพร้อมๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนระดับเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คน เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 14 คน และเกรด 8 จำนวน 34 คน การดำเนินการ

โดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่มในการเรียนพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาการทดลอง 1 ปี โดยการแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม 7 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน (ผู้ชาย 1 คน ผู้หญิง 3 คน) นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน (ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 1 คน) เพื่อให้เกิดสมดุลของกลุ่มตัวอย่าง การเก็บรวบรวมข้อมูลโดยบันทึกภาพการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม และการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเองบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปรายกลุ่ม ทำให้มั่นใจว่า นักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูกับเพื่อนๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

โรดิเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000: 61-A) ได้ทำการศึกษา กรณีศึกษาระหว่าง นักศึกษาครูและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่า การสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลการศึกษาพบว่า ข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูทำการได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารเป็นอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้น จะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โคริงตัน (Corington. 2001: 61-12A) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียนของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง คือ ห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ รูปแบบของการวิจัยผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลทั้งด้านเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ การวิจัยเชิงปริมาณจะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 700 คน ที่เรียนอยู่ในปีการศึกษา 1999-2000 โดยใช้คะแนนมาตรฐานของรัฐเป็นเกณฑ์ (State Basic Standards : BST) ส่วนด้านการวิจัยเชิงคุณภาพ ทำโดยการสำรวจจากประสบการณ์ของผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัยตั้งแต่เริ่มต้น ครูและนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติ มีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้กลยุทธ์วิธีที่หลากหลายว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุปนักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจาก

หลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โพลูซ (Poluse. 2002: Abstract) ได้ศึกษาผลกระทบของการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกของความเข้าใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ในการเรียน Pre-Calculus ในรูปแบบทักษะการสื่อสาร และเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ของการศึกษานี้เพื่อเป็นการบรรยายและการสำรวจผลกระทบของข้อตกลงกับกิจกรรมการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกถึงความเข้าใจของนักเรียนในการเรียน Pre-Calculus เกี่ยวกับความคิดรวบยอดก่อนเรียน ในเรื่อง ลำดับ อนุกรม และลิมิต การสื่อสารในภาษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหลายที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความรู้สึกรู้สีกของนักเรียนเกี่ยวกับการเขียนทางคณิตศาสตร์ การศึกษากรณีเกี่ยวกับคุณภาพนี้ เป็นการวิเคราะห์การเขียนและการสัมภาษณ์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 6 คน ที่เรียนหลักสูตร Pre-Calculus นักเรียนทั้ง 6 คนศึกษาอย่างหนักเพื่อให้ผ่านการสอบ การสำรวจใช้เวลา 1 ปี เริ่มและจบด้วยการสัมภาษณ์ การสำรวจคำศัพท์ การทดสอบสองครั้ง และสองโครงการที่เขียนอย่างสร้างสรรค์ รวมถึงการใช้คำศัพท์ที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดของลำดับ อนุกรมและลิมิต นำไปยังจุดประสงค์ของหนังสือเล่มเล็กที่เขียนขึ้น สามารถพกไปในการเดินทางได้

เลวิสสัน เกรฟส์ และ ซานเชซ (Lewison; Graves; & Sanchez. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นของการศึกษาครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติกิจกรรมสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานเป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการศึกษาพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

งานวิจัยในประเทศ

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 92-94) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังการใช้ชุดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ชานนท์ ศรีม่วงงาม (2549: 75-76) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 86.04/82.16 ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังการใช้ชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 80/80 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้นโดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปริญญา สองสีดา (2550: 76-78) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 35 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด การอ่าน การเขียน และโดยรวมของนักเรียน หลังได้รับการเรียนการสอนแบบ 4 MAT สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิตติมา ซอบเอียด (2551: 89-91) ได้ศึกษาเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผล และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด สูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถพัฒนาได้ โดยครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดและเขียน เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การอภิปรายและการนำเสนอ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและมีทักษะทางคณิตศาสตร์อื่นๆ มากขึ้นด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 540 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาดำเนินการศึกษาค้นคว้า ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลา 9 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ทดสอบหลังเรียน 1 คาบ และดำเนินการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แผนผังรูปตัววี 7 คาบ โดยแบ่งหัวข้อไว้ ดังนี้

1. การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา 1 คาบ
2. การวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คาบ
3. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน 1 คาบ
4. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน 1 คาบ
5. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ 1 คาบ

- | | |
|---|-------|
| 6. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน | 1 คาบ |
| 7. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเรขาคณิต | 1 คาบ |

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

- 1.1 ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รายละเอียดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม
- 1.2 ศึกษาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี
- 1.3 ศึกษาสาระการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และคู่มือครูตามหลักสูตรสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- 1.4 กำหนดเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนเขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 7 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้
 - 1.4.1 สาระที่
 - 1.4.2 มาตรฐานการเรียนรู้
 - 1.4.3 ตัวชี้วัด
 - 1.4.4 สาระสำคัญ
 - 1.4.5 จุดประสงค์การเรียนรู้
 - 1.4.5.1 ด้านความรู้
 - 1.4.5.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ
 - 1.4.5.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
 - 1.4.6 สาระการเรียนรู้
 - 1.4.7 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

1.4.7.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนความรู้เดิม หรือซักถามปัญหาหรือคำถามจากบทเรียนที่ผ่านมา เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียน

1.4.7.2 ขั้นสอน เป็นการจัดกิจกรรมที่ครูอธิบายการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหา เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ หลังจากนั้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหา เป็นรายบุคคล จับคู่ หรือเป็นกลุ่ม จากการทำใบงาน/ ใบกิจกรรม โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ เมื่อทำเสร็จแล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

1.4.7.3 ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อเสียของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ จากการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา หลังจากนั้นร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว

1.4.8 สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้

1.4.9 ภาระงาน/ ชิ้นงาน

1.4.10 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.11 บันทึกหลังสอน

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบก่อนนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของภาษา และความเหมาะสมของกิจกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขเกี่ยวกับความถูกต้องของเนื้อหา เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และปรับจำนวนข้อของใบกิจกรรม/ ใบงานให้มีความเหมาะสม รวมถึงการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ให้ครอบคลุมตามจุดประสงค์การเรียนรู้แล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 คน จากนั้นสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องของความยากง่ายของเนื้อหา ความเหมาะสมของกิจกรรม เวลา และภาษาที่ใช้ในการเรียนการสอน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมอีกครั้ง ก่อนนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนหรือตำราเรียนต่างๆ

2.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

2.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้ว ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบก่อนนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมเชิงเนื้อหา เพื่อหาดัชนีความสอดคล้องของแต่ละข้อ โดยพิจารณาจากค่า IOC ที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.50 โดยใช้สูตรโรวิเนลลี และแฮมเบิลตัน ซึ่งผลการพิจารณาค่า IOC ได้เท่ากับ 1 ทุกข้อ

2.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร จำนวน 90 คน ซึ่งผ่านการเรียน เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบวัด

2.6 นำผลการสอบที่ได้มาตรวจให้คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน โดยตรวจเป็นรายข้อ ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนน

ความเข้าใจในปัญหา

- ให้ 2 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้องทั้งหมด
- ให้ 1 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้องบางส่วน
- ให้ 0 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนแสดงความเข้าใจในปัญหา

การวางแผนและแก้ปัญหา

- ให้ 4 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการ และแสดงวิธีการแก้สมการชัดเจนถูกต้อง และครบถ้วน
- ให้ 3 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้อง แต่แสดงวิธีการแก้สมการไม่ชัดเจน ถูกต้องบางส่วน
- ให้ 2 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้อง แต่แสดงวิธีการแก้สมการไม่ถูกต้อง
- ให้ 1 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้องบางส่วน แต่แสดงวิธีการแก้สมการไม่ถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการ และแสดงวิธีการ
แก้สมการไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการวางแผนและดำเนินการ
แก้ปัญหา

คำตอบที่ได้

ให้ 2 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ชัดเจน ถูกต้อง และครบถ้วน

ให้ 1 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง และครบบางส่วน

ให้ 0 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ผิด หรือไม่มีการเขียนคำตอบ

การตรวจสอบคำตอบ

ให้ 2 คะแนน เมื่อแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ชัดเจน ถูกต้อง และครบถ้วน

ให้ 1 คะแนน เมื่อแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบไม่ชัดเจน ถูกต้องบางส่วน

ให้ 0 คะแนน เมื่อตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตรวจสอบคำตอบ

2.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์หาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความง่ายอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า แบบวัดมีค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.39 – 0.57 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.51 – 0.69

2.8 นำแบบวัดที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว จำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร จำนวน 90 คน และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบัค ได้เท่ากับ 0.81 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง

2.9 นำแบบวัดไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ต่อไปนี้

ข้อ (0) แก้มี่เงินเป็นห้าเท่าของมาริโอ เมื่อทำให้เงินมาริโอไป 800 บาท
จะทำให้ทั้งสองมีเงินเท่ากันพอดี จงหาว่าเดิมแก้มี่มีเงินเท่าใด

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

เขียนสมการได้

ตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดทักษะการสื่อสารด้านการพูดและการเขียน โดยศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546: 133-148) และปรับปรุงแนวคิดการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของทินรัตน์ กาญจนบุญชูร (2550: 97-99) และจิตติมา ขอบเอียด (2551: 77-81) โดยนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้มีความเหมาะสมกับลักษณะของงานผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

3.2 สร้างแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนโดยมีวิธีการประเมิน ดังนี้

ตาราง 1 วิธีการประเมินแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	วิธีการประเมิน
ด้านการพูด	ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จากการที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสาร ในช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปราย และการนำเสนอ
ด้านการเขียน	ผู้วิจัยประเมินและบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการปฏิบัติกิจกรรมการทำใบงานเป็นรายบุคคล โดยดูจากผลงานการเขียนแผนผังรูปตัววีในแต่ละส่วนประกอบ

โดยแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะมีเกณฑ์ในการวัดเกี่ยวกับระดับการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสาร จากการปฏิบัติของนักเรียนที่เกิดขึ้น จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำคะแนนดิบ (ผลรวมคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน) ของนักเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for One Sample และแปลผลคะแนนของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้สถิติค่าเฉลี่ยร้อยละ ตามเกณฑ์การประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงมาจากเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553ข: 22) ดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80-100 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75-79 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70-74 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65-69 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างดี
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60-64 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับน่าพอใจ
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55-59 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50-54 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำ
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0-49 หมายถึง	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

3.3 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์พิจารณาแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา และความเที่ยงตรงในการประเมิน แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ และพฤติกรรมที่สังเกตให้มีความสอดคล้องกับการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

3.4 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผ่านการแก้ไขเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขเกี่ยวกับการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียน ให้ครอบคลุมและมีความเหมาะสม

3.5 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผ่านการแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองใช้ประเมินทักษะการสื่อสารกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการทดลองแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อปรับปรุงด้านภาษาและความเหมาะสมในการใช้เป็นแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.6 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่าง แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. การพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบ													
2. การพูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์													
3. การพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
4. การพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
5. การพูดสรุปคำตอบที่ได้													
รวม													

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. การพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีอย่างชัดเจน
2/ ดี	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบให้ผู้อื่นเข้าใจ

2. การพูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

3. การพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้ อย่างครบถ้วน และถูกต้องทั้งหมด
2/ ดี	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้ อย่างครบถ้วน แต่ถูกต้องเป็นบางส่วน หรือครบเป็นบางส่วน แต่ถูกต้องทั้งหมด
1/ พอใช้	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาครบ และถูกต้องเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

4. การพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววี
ในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน และครบถ้วน
2/ ดี	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาชัดเจน และครบเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

5. การพูดสรุปคำตอบที่ได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน
2/ ดี	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และไม่ครบถ้วน
0/ ควรปรับปรุง	พูดสรุปคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการพูดสรุปคำตอบที่ได้

ตัวอย่าง แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. การเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองในการหาคำตอบ													
2. การเขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์													
3. การเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
4. การเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
5. การเขียนสรุปคำตอบที่ได้													

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. การเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีอย่างชัดเจน
2/ ดี	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ

2. การเขียนอธิบาย โดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการเขียนโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

3. การเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน และถูกต้องทั้งหมด
2/ ดี	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน แต่ถูกต้องเป็นบางส่วน หรือครบเป็นบางส่วน แต่ถูกต้องทั้งหมด
1/ พอใช้	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาครบ และถูกต้องเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

4. การเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน และครบถ้วน
2/ ดี	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาชัดเจน และครบเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

5. การเขียนสรุปคำตอบที่ได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน
2/ ดี	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และไม่ครบถ้วน
0/ ควรปรับปรุง	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนสรุปคำตอบที่ได้

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นการศึกษาศักยภาพในการแก้ปัญหาและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 249)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง One-Group Pretest-Posttest Design

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₁

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- | | | |
|----------------|-----|---|
| E | แทน | กลุ่มทดลอง |
| X | แทน | การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี |
| T ₁ | แทน | การสอบก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Pre-test) |
| T ₂ | แทน | การสอบหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี (Post-test) |

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนนทรวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ที่ผู้วิจัยใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนที่ได้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)
4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เวลาการสอน 7 คาบ คาบละ 50 นาที พร้อมกับทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดร่วมกับผู้ช่วยวิจัย และผู้วิจัยทำการประเมินและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการทำใบงานของนักเรียนเป็นรายบุคคล ในคาบที่ 4-7
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง โดยใช้เวลา 50 นาที และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test)
6. นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติพื้นฐาน

3.1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 73)

3.1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) โดยคำนวณจากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
	N-1	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ (Degree of Freedom)

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538: 79)

3.2 สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

3.2.1 หาดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

3.2.2 หาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความง่าย
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 199-201)

3.2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218)

3.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.3.1 ใช้สถิติ t-test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยการคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างจำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่างคะแนนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 248)

3.3.2 ใช้สถิติ t-test for One Sample เพื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยการคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ ($\mu_0 \geq 60\%$)

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

(ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2540: 240)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็ม
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี
2. เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples ปรากฏใน ตาราง 3

ตาราง 3 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

การทดสอบ	N	k	\bar{X}	s	t
ก่อนเรียน	48	50	22.58	4.92	
หลังเรียน	48	50	36.46	5.66	36.21**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(.01; df 47)} = 2.408$$

จากตาราง 3 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample ปรากฏใน ตาราง 4

ตาราง 4 เปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	N	k	\bar{X}	s	μ_0	t
หลังเรียน	48	100	76.37	10.14	60	11.18**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(.01; df 47)} = 2.408$$

จากตาราง 4 พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ทำให้นักเรียนมีคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.37

ตาราง 5 สรุปคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 8 ระดับ

ช่วงคะแนนร้อยละ	ระดับคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
80-100	ดีเยี่ยม	16	33.33
75-79	ดีมาก	7	14.58
70-74	ดี	10	20.83
65-69	ค่อนข้างดี	11	22.92
60-64	น่าพอใจ	4	8.34
55-59	พอใช้	0	0.00
50-54	ต่ำ	0	0.00
0-49	ต่ำกว่าเกณฑ์	0	0.00

จากตาราง 5 พบว่า คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยภาพรวมอยู่ในระดับค่อนข้างดีถึงดีเยี่ยม โดยนักเรียนมีคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระดับดีเยี่ยม จำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 33.33 ระดับดีมาก จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 14.58 ระดับดี จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 20.83 ระดับค่อนข้างดี จำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 22.92 และระดับน่าพอใจ จำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 8.34

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการศึกษาดูผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี
2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 12 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 540 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 48 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งแบ่งเนื้อหาออกเป็น

- | | |
|--|-------|
| 1. การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา | 1 คาบ |
| 2. การวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | 1 คาบ |
| 3. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน | 1 คาบ |
| 4. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน | 1 คาบ |
| 5. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอายุ | 1 คาบ |
| 6. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน | 1 คาบ |
| 7. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเรขาคณิต | 1 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ใช้เวลาในการดำเนินการทดลอง 9 คาบๆ ละ 50 นาที โดยทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี 7 คาบ และทดสอบหลังเรียน 1 คาบ โดยผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ มีค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.39 – 0.57 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.51 – 0.69 และมีค่าความเชื่อมั่น 0.81
3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนนนทรีวิทยา เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร ที่ผู้วิจัยใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้ให้นักเรียนปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
3. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนที่ได้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)
4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เวลาการสอน 7 คาบ คาบละ 50 นาที พร้อมทั้งทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนที่แสดง

ถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดร่วมกับผู้ช่วยวิจัย และผู้วิจัยทำการประเมินและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการทำใบงานของนักเรียน เป็นรายบุคคล ในคาบที่ 4-7

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง โดยใช้เวลา 50 นาที และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test)

6. นำคะแนนที่ได้จากตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติ t-test for One Sample

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าได้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้ใช้แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงโครงสร้างของความรู้ในเนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหา จนทำให้ได้ข้อความรู้หรือคำตอบที่ต้องการ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนส่วนประกอบต่างๆ ของแผนผังรูปตัววีตามลำดับขั้นตอน ส่งผลให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ สามารถเลือกใช้วิธีการจากหลักการที่เหมาะสม และดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับจากงานวิจัยของ อะฟามาซากา ฟูเอตาไอ (Afamasaga-Fuata'i, 2008: 17-18) พบว่า แผนผังรูปตัววี เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหา สามารถคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับข้อความปัญหาได้อย่างเป็นระบบ โดยการจำแนกแยกแยะหลักการ และมโนทัศน์ ที่ชี้นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล การสร้างแผนผังรูปตัววี ไม่เพียงแต่แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหา แต่ยังทำให้เข้าใจชัดเจน ถึงวิธีการที่สัมพันธ์กับหลักการโดยทางทฤษฎี ตลอดจนการมีปฏิสัมพันธ์อย่างต่อเนื่องระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววี

1.2 ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง จับคู่กันแก้ปัญหา หรือใช้กิจกรรมกลุ่ม โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มแบบความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้ปัญหา ฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม รู้จักวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบ และมีความมุ่งมั่นในการทำงานจนสามารถแก้ปัญหาได้ รวมถึงการร่วมกันแก้ปัญหาของครูและนักเรียนโดยใช้แผนผังรูปตัววี จะช่วยให้ครูและผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน และทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อะฟามาซากา ฟูเอตาไอ (Afamasaga-Fuata'i, 2008: 17-18) กล่าวว่า ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องเชื่อมโยงในกระบวนการคิดวิเคราะห์ และการให้เหตุผล เป็นรายบุคคล หรือเป็นกลุ่ม เพื่อที่จะได้ส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีที่สมบูรณ์ จากการศึกษาพบว่า แผนผังรูปตัววีที่สร้างโดยนักเรียน-ครู แสดงให้เห็นถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องสูงกว่าแผนผังรูปตัววีที่สร้างอื่นๆ

1.3 ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนฝึกเขียนแผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นประจำ จากการทำใบกิจกรรมและใบงาน ทำให้นักเรียนสามารถใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาได้ แม้เป็นวิธีการสอนที่นักเรียนยังไม่คุ้นเคย ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของธอร์นไคด์ เกี่ยวกับกฎแห่งการฝึก (Law of Exercise) ว่า การฝึกหัดบ่อยๆ จะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร ถ้าไม่ได้ฝึกหัดบ่อยๆ การเรียนรู้จะไม่คงทนถาวร และในที่สุดอาจลืมได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สัตยญา ภัทรากกร (2552: 153-154) พบว่า การฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาประจำทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของ ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ได้ศึกษา

ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร พบว่า ทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจิตติมาชอบเอียด (2551: 89-91) ได้ศึกษาเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้แสดงความคิด ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ความเข้าใจปัญหาวิธีการแก้ปัญหา ตลอดจนสรุปความรู้ที่ได้ เขียนออกมาเป็นแผนผังรูปตัววีในส่วนประกอบต่างๆ ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปธรรม ทำให้นักเรียนเห็นภาพรวมของความคิดในการแก้ปัญหา สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอะฟามาซากา ฟุอะตาโอ (Afamasaga-Fuata'i, 2008: 17-18) พบว่า แผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือที่แสดงออกให้สามารถมองเห็นได้ และสื่อสารความรู้ความเข้าใจของผู้แก้ปัญหาเกี่ยวกับปัญหาหรือกิจกรรมให้ผู้อื่นตรวจสอบและประเมินได้

2.2 ก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี ผู้วิจัยได้ทำการชี้แจงการให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและการเขียน และรายงานผลที่ได้จากการสังเกตให้นักเรียนทราบทุกครั้งก่อนการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป ทำให้นักเรียนทราบถึงความสามารถและข้อบกพร่องของตนเอง และมีความพยายามที่จะพัฒนาปรับปรุงการพูดและการเขียนของตนให้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ อาร์ พันธุ์ณี (2546: 291) กล่าวว่า การที่ครูบอกผลการเรียนหรือความก้าวหน้าให้เด็กทราบเป็นระยะ จะทำให้เด็กมีความกระตือรือร้น ไม่เฉื่อยชาและมีโอกาสปรับปรุงหรือเพิ่มพูนความรู้ ความสามารถให้สูงขึ้น และการตรวจให้คะแนนระหว่างหรือหลังการจัดการเรียนรู้ ทำให้ครูทราบถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียนของนักเรียนแต่ละคน สามารถนำผลที่ได้ไปพัฒนาและปรับปรุงการสื่อสารของนักเรียนให้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 114) ที่กล่าวว่า ในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้ครูทราบถึงผลจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับ ปัญหาที่นักเรียนสงสัย สิ่งที่นักเรียนต้องการเรียนรู้เพิ่มเติมจากที่ได้เรียน เมื่อครูทราบข้อมูลดังกล่าวครูสามารถอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนฟังอีกครั้ง และครูสามารถนำการสะท้อนความคิดของนักเรียน เพื่อนำมาปรับปรุงพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างเป็นระบบ

2.3 ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี นักเรียนได้อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนจากการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจ จากการพูดและการเขียน ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 65) ที่กล่าวว่า เมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่เพียงจะอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบ แต่ยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแสดงถึงทักษะ

การสื่อสารด้านการพูด จากการปฏิบัติกิจกรรมช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปรายและการนำเสนอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แผนผังรูปตัววี ทำให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น กล้าแสดงออกและมั่นใจในตนเองมากขึ้น เมื่อมีโอกาสออกมานำเสนอบ่อยครั้งขึ้น และแสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการทำใบงาน โดยให้นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แผนผังรูปตัววี ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา และวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้มาแล้ว หรือเรียนรู้ใหม่ เขียนอธิบายแนวคิดของตนสื่อสารออกมาให้ผู้อื่นเข้าใจได้ จากการสังเกตพฤติกรรม การพูดและการเขียนของนักเรียน ในการอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ การใช้ภาษา สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ การอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา รวมทั้งการสรุปคำตอบที่ได้ นักเรียนมีพัฒนาการในการพูดและเขียนดีขึ้นกว่าการประเมินในครั้งก่อนหน้า ส่งผลให้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และสอดคล้องกับ จิตติมา ขอบเอียด (2551: 93) ซึ่งได้จัดการเรียนการสอนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยนักเรียนได้ใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น เป็นการฝึกทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น จากผลการศึกษาพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. ในคาบแรกของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี นักเรียนใช้เวลาในการเรียนรู้ขั้นตอน และดำเนินการเขียนแผนผังรูปตัววี ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวค่อนข้างมาก เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการแก้ปัญหา และยังไม่ค่อยเข้าใจวิธีการเขียนแผนผังรูปตัววี แต่เมื่อผู้วิจัยให้แก๊ปัญหาเป็นกลุ่ม แล้วอธิบายกลุ่มที่ต้องการความช่วยเหลือ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ และสามารถเขียนแผนผังรูปตัววีในการโจทย์แก้ปัญหาคิดดีขึ้น

2. ในการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ค่อยกล้าแสดงความคิดเห็น อภิปรายและนำเสนอ ผู้วิจัยได้กระตุ้นให้นักเรียนอยากออกมานำเสนอ สร้างบรรยากาศความเป็นกันเองระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับเพื่อนร่วมชั้น โดยให้นักเรียนที่กล้าแสดงออกมานำเสนอก่อน แล้วทำการกล่าวชมเชย รวมถึงให้คำแนะนำ เมื่อมีข้อผิดพลาด ทำให้นักเรียนไม่รู้สึกกลัวที่จะแสดงความคิดเห็น และกล้าออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนมากขึ้น ส่งเสริมให้บรรยากาศการจัดการเรียนรู้เป็นไปด้วยความสนุกสนาน ไม่ตึงเครียด และนักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

3. นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาเดียวกันในรูปแบบการเขียนแผนผังรูปตัววี แต่การจัดกระทำข้อมูลในการดำเนินการแก้ปัญหา อาจแตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับการเขียนสมการของแต่ละคน สังเกตจากการนำเสนอ และการอภิปรายหน้าชั้นเรียน ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิดใน

การแก้ปัญหา และเข้าใจถึงการดำเนินการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แต่คำตอบที่ได้เป็นคำตอบเดียวกัน ที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

4. ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากนักเรียนมีเป็นจำนวนมากครูผู้สอนคนเดียวอาจดูแล และทำการสังเกตพฤติกรรมและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ทั่วถึง ผู้วิจัยได้มีครูผู้ช่วยวิจัย 1 คน ซึ่งเป็นครูที่สอนคณิตศาสตร์ประจำในห้องเรียนนั้น เพื่อช่วยในการควบคุมชั้นเรียน ช่วยแนะนำ และให้คำปรึกษาในระหว่างการเรียน และการทำแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม และใบงาน พร้อมทั้งทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดร่วมกับผู้วิจัย

5. ในการสังเกตพฤติกรรมและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ช่วงเวลา 1 คาบ ไม่เพียงพอกับการประเมินเนื่องจากนักเรียนในห้องมีจำนวนมาก ผู้วิจัยจึงใช้ช่วงเวลา 2 คาบที่เรียนติดกันในการประเมินในแต่ละครั้ง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ก่อนการจัดการเรียนรู้ในช่วงแรก ครูควรชี้แจงทำความเข้าใจกับนักเรียนถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เกณฑ์การให้คะแนนการสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจและสามารถปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

1.2 การเขียนแผนผังรูปตัววีในส่วนประกอบต่างๆ ครูควรอธิบายความหมายแต่ละส่วนประกอบ และขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีตามลำดับ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจก่อน แล้วจึงอธิบายการใช้แผนผังรูปตัววี ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบอธิบายหลายๆ ตัวอย่าง เนื่องจากเป็นวิธีการสอนที่นักเรียนยังไม่คุ้นเคย และครูควรดูแล ให้คำแนะนำนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจ และสามารถ ใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหาได้

1.3 การเขียนแผนผังรูปตัววีในด้านความคิด ในส่วนของทฤษฎี อาจยากเกินไปสำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ครูควรอธิบายให้นักเรียนทราบถึงทฤษฎีตามใบความรู้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันดูว่า การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวข้องกับทฤษฎีพีชคณิต ซึ่งตลอดการจัดการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะทำให้นักเรียนสามารถเขียนแผนผังรูปตัววี ในส่วนทฤษฎีได้

1.4 ในการทำใบกิจกรรมและใบงาน โจทย์ปัญหาไม่ควรยาวเกินไป เนื่องจากนักเรียนต้องนำโจทย์ปัญหามาเขียนในส่วนของเหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ รวมถึงวิเคราะห์และเขียนในส่วนต่างๆ จะทำให้นักเรียนรู้สึกท้อแท้ ไม่อยากแก้ปัญหา จึงควรปรับโจทย์ปัญหาให้มีความกะทัดรัด และมีความชัดเจน ไม่ยาวจนเกินไป

1.5 ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครูควรมีการเตรียมสื่อที่ใช้ เช่น แถบโจทย์ปัญหา และแผ่นชาร์ตแผนผังรูปตัววี เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการสอน จะให้นักเรียนเห็นภาพรวมชัดเจน และเข้าใจได้ดีกว่าการรอครูเขียนกระดาน ซึ่งหากมีความพร้อมในการจัดสื่ออุปกรณ์ อาจนำเสนอเป็น PowerPoint

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าต่อไป

2.1 ควรมีการนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี มาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหา และระดับชั้นอื่นๆ เช่น เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิด เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ ความคิดรวบยอด เป็นต้น

2.3 ควรมีการศึกษาศักยภาพการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น





บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ด้านทักษะการสื่อสาร. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.
- . (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การค้ำรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- . (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การค้ำรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การค้ำรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กิดานันท์ มลิทอง. (2548). เทคโนโลยีและการสื่อสารเพื่อการศึกษา. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- กิติมา สุรสนธิ. (2548). ความรู้ทางการสื่อสาร. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักท์.
- คมเพชร จัตตสุภกุล. (2546). กิจกรรมกลุ่มในโรงเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ธนรัชการพิมพ์.
- จิตติมา ซอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จินดาภรณ์ ช่วยสุข. (2549). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็ก โดยใช้กิจกรรมกลุ่ม. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2544). ปกิณกะคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชมพูนุท วนสันเทียะ. (2552). การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2539). การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

- ชานนท์ ศรีผ่องงาม. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division: STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชิตาภา สุขพล่า. (2548). การสื่อสารระหว่างบุคคล. กรุงเทพฯ: โอ.เอส. พรีนติ้ง เฮ้าส์.
- ณัฐ สิทธิกร. (2551). ผลการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระดานตะปูในกิจกรรมตามความสนใจคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคณะ. (2547). ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ทัศนีย์ กระต่ายอินทร; และ สุภิตรา อนุศาสตร์. (2542). หน่วยที่ 1 การสื่อสาร. ใน เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น. ลพบุรี: ภาควิชาภาษาไทย และบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- ทินรัตน์ กาญจนกฤษ. (2550). ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก "สุ จี ปุ ลิ" ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทศนา เขมมณี. (2545ก). รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: ด้านสุขภาพการพิมพ์.
- (2545ข). กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: นิชินแอดเวอร์ไทซิ่ง กรุ๊ป.
- (2551). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญศรี ปราบศักดิ์; และ ศิริพร จิรวัดน์กุล. (2538). การสื่อสารเพื่อคุณภาพการพยาบาล. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปริญา สองสีดา. (2550). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชา สาระตัดและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัย สุโขทัยธรรมมาธิราช.
- . (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้ หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชา สาระตัดและวิทยวิธีทางวิชาวิทยาศาสตร์ หน่วยที่ 5-7*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- . (2542). *เอกสารการสอนชุดวิชา การสื่อสาร หน่วยที่ 1-8*. พิมพ์ครั้งที่ 7. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- . (2551). *เอกสารการสอนชุดวิชา ทฤษฎีและพฤติกรรมการสื่อสาร หน่วยที่ 1-7*. พิมพ์ครั้งที่ 6. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- มงคล เสนามนตรี. (2542). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการ ทางวิทยาศาสตร์ วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง โลกสีเขียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- มณฑล ไบบัว. (2536). *หลักและทฤษฎีการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ: โอ.เอส.พรีนติ้งเฮ้าส์.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- . (2540). *สถิติวิทยาทางการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- . (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลำพูน บุญโสภณ. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และทักษะกระบวนการ ทางวิทยาศาสตร์ วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง การขนส่งและการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ระหว่างการสอนโดยใช้มโนติรูปตัววิกับการสอนตามปกติ*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- วัชร ชันเชื้อ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการ กลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ศุภกิจ ประชุมกาเยาะมาต. (2552). การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุด การเรียนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) ที่เน้นการแก้ปัญหากับการสอนตามปกติ. ปรินูญานินพณ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ. (2541). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2553). ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบ O-NET ม.3 จำแนกรายมาตรฐานการเรียนรู้ ระดับประเทศ ประจำปีการศึกษา 2552. สืบค้นเมื่อ 15 ธันวาคม 2553, จาก <http://www.niets.or.th/uploadfiles/uploadfile/9/7ed34abea9d59c7730fd09e5b1f30076.pdf>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- . (2551). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ส.เจริญ การพิมพ์.
- สำนักคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์. (2547). สารที่ควรเพิ่มและควรลดและข้อคิด การจัดการเรียน คณิตศาสตร์ในยุคปฏิรูป. กรุงเทพฯ: รากขวัญ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2549). รายงานการสังเคราะห์แนวคิดและวิธีจัดการเรียน การสอนที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- . (2553ก). แนวทางการจัดการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- . (2553ข). แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- สัญญา ภัทรการ. (2552). ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น. ปรินูญานินพณ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุภัทรตรา กุลยะ. (2551). ผลการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ โดยครูใช้โมเดลรูปตัววีที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะกระบวนการทาง วิทยาศาสตร์ชั้นบูรณาการของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานินพณ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุวิทย์ มูลคำ; และ อรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- อารี พันธุ์มณี. (2546). *จิตวิทยาสร้างสรรค์การเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: ไผ่ไหม เอ็ดดูเคท.
- อรชร ภูบุญเติม. (2550). *การศึกษาศามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation)*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Adams.; et al. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row.
- Afamasaga-Fuata'i, K. (2004, September). Concept Maps and Vee Diagrams as Tools for Learning New Mathematics Topics. In A.J. Canã s, J. D. Novak & Gonzales (eds). *Concept Maps : Theory, Methodology, Technology. Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping*. 14(17): 13-20.
- . (2006). Developing a More Conceptual Understanding of Matrices and Systems of Linear Equations through Concept Mapping and Vee Diagrams. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 28(3 & 4): 58-89.
- Afamasaga-Fuata'i, K. (2008). Vee Diagrams as a Problem Solving Tool : Promoting Critical Thinking and Synthesis of Concepts and Applications in Mathematics. *AARE International Educational Research*. Retrieved January, from <http://www.aare.edu.au/07/pap/code07.html/afa07202.pdf>.
- Anderson, K.B.; & Pingry, R.E. (1973). *Problem-Solving in Mathematics: In the Learning of Mathematics : The Theory and Practice*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Annable, Carrie J. (2006). *Developing Critical Thinking Skill and Mathematical Problem Solving Ability in Grade Six Students*. Retrieved November 4, 2008, From <http://proquest.mi.com/pqdweb?did=1328075021&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing.
- Billstein, Rick.; Libeskind, Shiomoo.; & Lott, Johnny W. (1990). *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*. 4th ed. California: The Benjamin/Cummings Publishing.
- Bitter, Gary G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon.

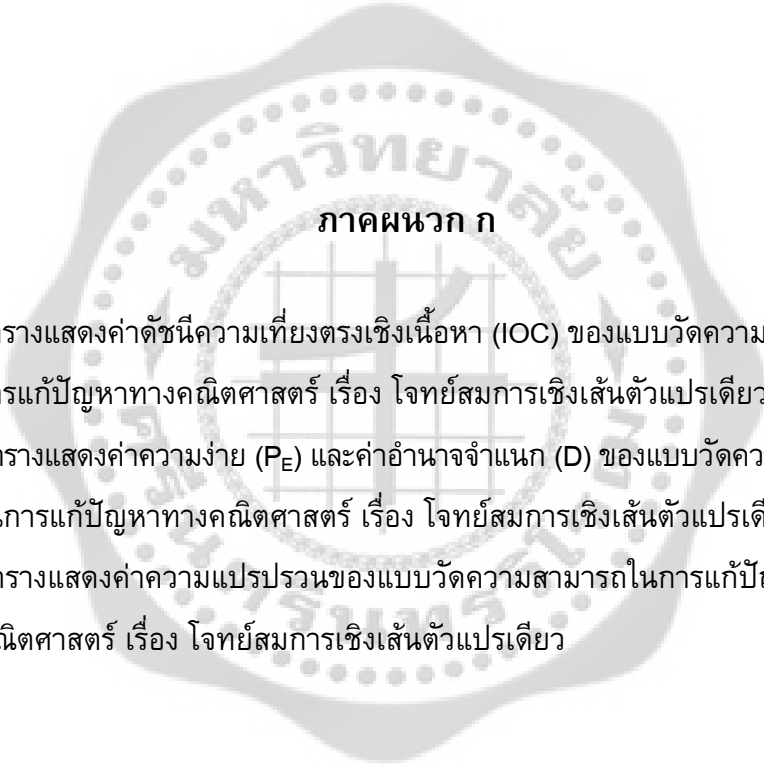
- Bradley, George. (1995). *Problem Solving with Creative Mathematics*. California: Brooks/Cole Publishing.
- Calais, Gerald J. (2009). The Vee Diagram as a Problem Solving Strategy : Content Area Reading/Writing Implications. *Nation Forum Teacher Education Journal*. 19(3): 1-8.
- Corington, C. L.M. (2001). The Effect of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement. *Dissertation Abstracts International*. 61-12A.
- Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching Elementary and Middle Schools Mathematics*. New York: Macmillan Publishing.
- Gagne', Robert M. (1970). *The Condition of Learning*. New York: CBS College Publishing.
- Hatfield, Mary M.; Edwards, Noney T.; & Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. Boston: Allyn and Bacon.
- Hunte, Cleda Bernedeen. (2002). *The Effect of Students' Natural Language Discourse on their Mathematical Problem-Solving Ability*. Minnesota: Walden University. Retrieved November 4, 2008, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=726131401&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>.
- Johanning, Debra I. (2000, March). An Analysis of Writing and Post Writing Group Collaboration in Middle School Pre-Algebra. *School Science and Mathematics*. 100(3): 151-160.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics 1994*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kutz, R.E. (1991). *Teaching Elementary Mathematics*. Massachusetts: A Division of Simon & Schuster, Inc.
- LeBlance, John F. (1997, November). You Can Teach Problem Solving. *Arithmetic Teacher*. 25(2): 16-20.
- Lehman, D.J.; Carter, C.; & Kahle, J.B. (1985, October). Concept Mapping, Vee Mapping and Achievement: Results of a Field Study with Black High School Students. *Journal of Research in Science Teaching*. 22(17): 663-673.
- Lewison, Mitzi.; Graves, Ingrid.; & Sanchaz, Lenny. (2006). Enhancing Mathematical Discourse in Elementary Classrooms. *Journal of the ACM(JACM)*. 53(3): 954-955. Retrieved June 2, 2009, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?col=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.

- Mumme, Judith.; & Shepherd, Nancy. (1993). Communication in Mathematics. In *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Novak, J.D. (1980). *Handbook for the Learning How to Learn Program*. New York: Cornell University.
- Novak, J.D.; & Gowin, D.B. (1984). *Learning How to Learn*. New York: Cambridge University Press.
- Novak, J.D.; & Gowin, D.B.; & Johansen, G.T. (1983, October). The Use of Concept Mapping and Knowledge Vee Mapping with Junior High School Science Students. *Science Education*. 67(5): 625-645.
- Poluse, Mary T. (2002). The Effect of Expressive Writing on High School Pre-calculus Students' Understanding, Communication Skill and Attitudes toward Writing and Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 63/06: 2117.
- Polya, George. (1980). *On Solving Mathematics; 1980 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.
- . (1985). *How to Solve It*. 2nd ed. Princeton: University Press.
- Reys, Robert E.; Suydam, Marilyn N.; & Lindquist, Montgomery M. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Reys, Robert E; et al. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.
- Riedesel, Alan C. (1990). *Teaching Elementary School Mathematics*. 5th ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall.
- Rodeheaver, L.R. (2000, January). A Case Study of Communication Between Secondary Mathematics Student Teachers and the Cooperative Teacher. *Dissertation Abstracts International*. 57(1): 61-03A.
- Rojas, M.E. (1992). Enhancing the Learning of Probability Through Developing Students' Skill in Reading and Writing. *Dissertation Abstracts International*. 53-05A.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Reading from the Arithmetic Teacher*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Suydam, H.L. (1990). Untangling Clues from Research on Problem Solving. *Problem Solving in School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America, Inc.

- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Williams, Kenneth M. (2003, March). Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-Solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3): 185-187.
- Xin, Yan Ping. (2003, June). A Comparison of Two Instruction Approaches on Mathematics Word Problem Solving By Students with Learning Problem. *Dissertation Abstracts International*. 63(12): 4276-A.







ภาคผนวก ก

- ตารางแสดงค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ตารางแสดงค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ตารางแสดงค่าความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตาราง 6 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	
1	+1	+1	+1	1
2	+1	+1	+1	1
3	+1	+1	+1	1
4	+1	+1	+1	1
5	+1	+1	+1	1
6	+1	+1	+1	1
7	+1	+1	+1	1
8	+1	+1	+1	1
9	+1	+1	+1	1
10	+1	+1	+1	1

คัดเลือกแบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.50$ จึงเลือกข้อที่มีค่า $IOC = 1$ จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 7 ค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	P_E	D
1	0.57	0.63
2	0.46	0.69
3	0.39	0.51
4	0.43	0.66
5	0.53	0.57

การคำนวณค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์แบบอันดับของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers)

ตัวอย่างการหาค่าความง่าย (P_E) ข้อที่ 1

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$P_E = \frac{209 + 93 - (2 \times 23 \times 2)}{2 \times 23 \times (10 - 2)}$$

$$P_E = \frac{210}{368}$$

$$P_E = 0.57$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความง่าย
	S_u	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

ตัวอย่างการหาค่าอำนาจจำแนก (D) ข้อที่ 1

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$D = \frac{209 - 93}{23 \times (10 - 2)}$$

$$D = \frac{116}{184}$$

$$D = 0.63$$

เมื่อ	D	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

ตาราง 8 ค่าความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
1	604	4398	3.87
2	530	3516	4.44
3	388	1982	3.48
4	500	3154	4.23
5	513	3291	4.12

$\sum s_i^2 = 20.14$

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$s = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด
 $\sum X$ แทน ผลทั้งหมดของคะแนนทั้งหมด
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลัง
 N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

เนื่องจาก $N = 90$; $\sum X = 2,535$; $\sum X^2 = 76,547$

$$s = \frac{90(76,547) - (2,535)^2}{90(90-1)}$$

$$s = \frac{463,005}{8,010}$$

$$s = 57.80$$

การคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เนื่องจาก $k = 5$; $\sum s_i^2 = 20.14$; $s^2 = 57.80$

$$\alpha = \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{20.14}{57.80} \right\}$$

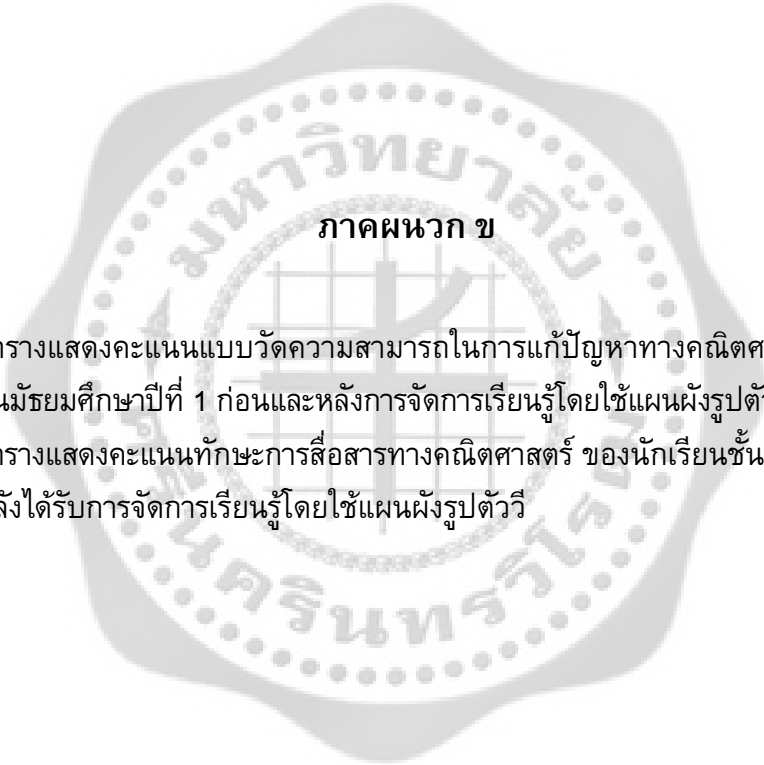
$$\alpha = \frac{5}{4} \left\{ 1 - 0.35 \right\}$$

$$\alpha = 0.81$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N^2}$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ



ภาคผนวก ข

- ตารางแสดงคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี
- ตารางแสดงคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

ตาราง 9 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

คนที่	ก่อนเรียน (50 คะแนน)	หลังเรียน (50 คะแนน)	ผลต่าง		คนที่	ก่อนเรียน (50 คะแนน)	หลังเรียน (50 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D ²				D	D ²
1	24	40	16	256	25	24	37	13	169
2	16	30	14	196	26	25	42	17	289
3	26	36	10	100	27	33	48	15	225
4	21	38	17	289	28	29	37	8	64
5	25	40	15	225	29	16	30	14	196
6	23	35	12	144	30	14	32	18	324
7	22	33	11	121	31	19	36	17	289
8	23	39	16	256	32	23	33	10	100
9	18	27	9	81	33	27	43	16	256
10	16	33	17	289	34	26	35	9	81
11	25	38	13	169	35	22	34	12	144
12	18	33	15	225	36	26	44	18	324
13	14	25	11	121	37	20	32	12	144
14	30	47	17	289	38	29	42	13	169
15	22	34	12	144	39	28	46	18	324
16	16	29	13	169	40	23	35	12	144
17	19	35	16	256	41	26	41	15	225
18	11	23	12	144	42	21	34	13	169
19	21	36	15	225	43	23	39	16	256
20	28	41	13	169	44	25	37	12	144
21	25	37	12	144	45	18	32	14	196
22	23	39	16	256	46	27	43	16	256
23	20	34	14	196	47	19	29	10	100
24	21	39	18	324	48	34	48	14	196
					รวม			666	9572

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; df = n-1$$

เนื่องจาก $\sum D = 666$; $\sum D^2 = 9,572$; $(\sum D)^2 = 443,556$; $n = 48$

$$\begin{aligned} t &= \frac{666}{\sqrt{\frac{48(9,572) - 443,556}{48 - 1}}} \\ &= \frac{666}{\sqrt{\frac{459,456 - 443,556}{47}}} \\ &= \frac{666}{\sqrt{\frac{15,900}{47}}} \\ &= \frac{666}{\sqrt{338.30}} \\ &= 36.21 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

ตาราง 10 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี

คนที่	ด้าน การพูด (45)	ด้าน การเขียน (45)	รวม (90)	ร้อยละ	คนที่	ด้าน การพูด (45)	ด้าน การเขียน (45)	รวม (90)	ร้อยละ
1	34	36	70	77.78	25	32	34	66	73.33
2	28	29	57	63.33	26	40	43	83	92.22
3	32	34	66	73.33	27	41	45	86	95.56
4	30	33	63	70.00	28	34	35	69	76.67
5	34	37	71	78.89	29	36	33	69	76.67
6	32	32	64	71.11	30	31	30	61	67.78
7	29	31	60	66.67	31	35	37	72	80.00
8	36	35	71	78.89	32	33	32	65	72.22
9	28	28	56	62.22	33	40	43	83	92.22
10	32	30	62	68.89	34	35	33	68	75.56
11	31	34	65	72.22	35	32	35	67	74.44
12	28	30	58	64.44	36	38	41	79	87.78
13	31	29	60	66.67	37	29	30	59	65.56
14	45	43	88	97.78	38	37	37	74	82.22
15	29	31	60	66.67	39	44	43	87	96.67
16	32	28	60	66.67	40	34	31	65	72.22
17	29	32	61	67.78	41	36	39	75	83.33
18	28	27	55	61.11	42	33	34	67	74.44
19	29	31	60	66.67	43	39	36	75	83.33
20	39	37	76	84.44	44	37	38	75	83.33
21	33	35	68	75.56	45	30	29	59	65.56
22	39	35	74	82.22	46	38	40	78	86.67
23	32	31	63	70.00	47	31	30	61	67.78
24	38	41	79	87.78	48	45	44	89	98.89
				เฉลี่ย					76.37

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 76.37$; $\mu_0 = 60$; $s = 10.14$; $n = 48$

$$t = \frac{76.37 - 60}{\frac{10.14}{\sqrt{48}}}$$

$$= \frac{16.37}{10.14}$$

$$6.93$$

$$= \frac{16.37}{1.46}$$

$$= 11.18$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.408 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)



ภาคผนวก ค

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา
- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววี แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน
- แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์
- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2
เรื่อง การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา เวลา 1 คาบ

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

- ค 6.1 ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
- ค 6.1 ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ค 6.1 ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร และสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

สาระสำคัญ

แผนผังรูปตัววี หมายถึง แผนผังที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิด และด้านวิธีการ เป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของความรู้และวิธีการที่ทำให้ได้ความรู้หรือคำตอบที่ต้องการ โดยแผนผังรูปตัววีมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ คือ ส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. มโนทัศน์ คือ ความคิดรวบยอดหลักทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นความคิดเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนรู้มาก่อน และสัมพันธ์กับการแก้โจทย์ปัญหา
3. หลักการ คือ ข้อความที่เป็นความจริงใช้อ้างอิงได้ อาจเป็นกฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติต่างๆ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และสอดคล้องกับมโนทัศน์ โดยชี้แนะถึงรูปแบบหลายๆ วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
4. ทฤษฎี คือ หัวข้อ สาระหลักหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา โดยพิจารณาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวข้องกับสาระหลักใดของวิชาคณิตศาสตร์
5. คำถามสำคัญ คือ คำถามที่ทำให้ทราบว่าจะต้องทราบอะไร
6. การบันทึกข้อมูล คือ การเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

7. การจัดกระทำข้อมูล คือ การนำผลการบันทึกข้อมูลมาจัดใหม่ เริ่มจากกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า และเขียนสมการ ดำเนินการแก้ปัญหาโดยเลือกใช้วิธีการจากหลักการที่เหมาะสมแล้วคำนวณหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้

8. ข้อความรู้ คือ ผลที่ได้จากการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามสำคัญหรือคำตอบของโจทย์ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ (K)

1. อธิบายความหมายของแผนผังรูปตัววีได้ (K_1)
2. อธิบายส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีได้ (K_2)
3. เขียนแผนผังรูปตัววีในแต่ละส่วนประกอบ เมื่อกำหนดสถานการณ์มาให้ได้ (K_3)

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ (P)

1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P_1)
2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (P_2)
3. สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ (P_3)

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน (A)

1. ใฝ่เรียนรู้ (A_1)
2. มีวินัย (A_2)
3. มุ่งมั่นในการทำงาน (A_3)

สาระการเรียนรู้

1. ความหมาย โครงสร้างและส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววี
2. การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะอย่างไร พร้อมยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนช่วยกันคิดแก้ปัญหา ดังนี้ (P_1)

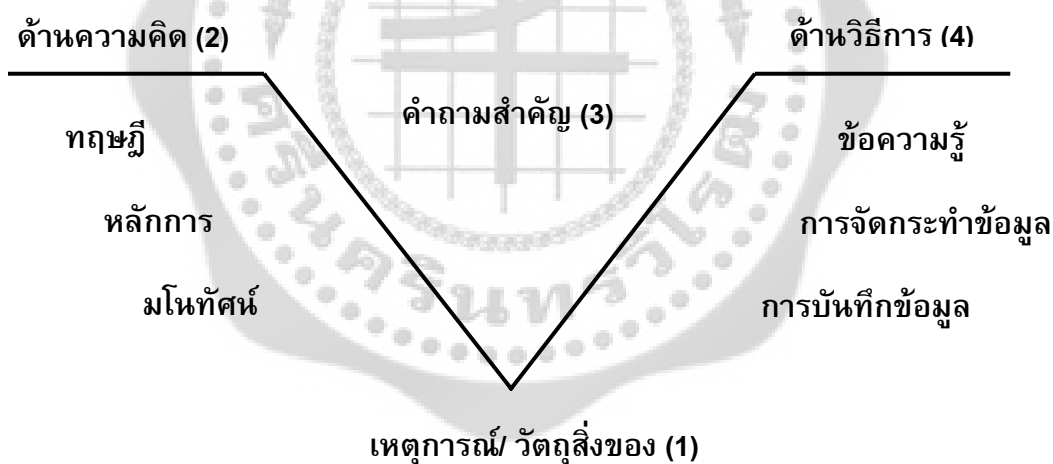
แม่ต้องการซื้อข้าวหอมมะลิ 5 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 31.50 บาท แม่มีเงิน 200 บาท จะเหลือเงินหรือขาดเงินอยู่เท่าไร

วิธีทำ	แม่ต้องการซื้อข้าวหอมมะลิ	5	กิโลกรัม
	ราคากิโลกรัมละ	31.50	บาท
	แม่ต้องจ่ายเงินซื้อข้าวหอมมะลิ	$31.50 \times 5 = 157.50$	บาท
	แม่มีเงิน	200	บาท
	จะเหลือเงินอยู่	$200 - 157.50 = 42.50$	บาท
ตอบ	แม่จะเหลือเงินอยู่	๔๒.๕๐	บาท

หลังจากนั้นครูแนะนำแผนผังรูปตัววีเป็นเครื่องมือหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (K_1)

ขั้นสอน (35 นาที)

1. ครูแจกใบความรู้ เรื่อง แผนผังรูปตัววี ให้นักเรียนศึกษา (K_1, K_2)
2. ครูอธิบายความหมายของแผนผังรูปตัววี จากนั้นครูติดแผ่นชาร์ตแผนผังรูปตัววีบนกระดาน เพื่ออธิบายโครงสร้างและส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววี ประกอบด้วย 4 ส่วน ดังนี้ (K_1, K_2)



ส่วนที่ 1 คือ เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ อยู่ส่วนล่างสุดของแผนผังรูปตัววี เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้

ส่วนที่ 2 คือ ด้านความคิด อยู่ด้านซ้ายมือ ในส่วนนี้ประกอบด้วย มโนทัศน์ หลักการ และทฤษฎี

ส่วนที่ 3 คือ คำถามสำคัญ อยู่ส่วนกลางของแผนผังรูปตัววี เป็นคำถามที่ทำให้ทราบว่าจะต้องทำอะไร

ส่วนที่ 4 คือ ด้านวิธีการ อยู่ด้านขวามือ ในส่วนนี้ประกอบด้วย การบันทึกข้อมูล การจัดการข้อมูล และข้อความรู้

3. ครูอธิบายวิธีการเขียนแผนผังรูปตัววีในแต่ละขั้นตอน พร้อมทั้งยกตัวอย่างการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์บนกระดานดำ 2 ตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถาม-ตอบ กระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบที่ได้ร่วมกัน (K_3, P_1, P_2, A_1)

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ซึ่งเป็นการตอบคำถามเกี่ยวกับเรื่องแผนผังรูปตัววี ที่ได้เรียนมา โดยใช้เวลา 5 นาที (K_1, K_2, A_2)

3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง (P_2, P_3)

5. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3-4 คน โดยลดความสามารถ เด็กเรียนเก่ง เด็กเรียนปานกลาง และเด็กเรียนอ่อน หลังจากนั้นแจกใบงาน เรื่อง การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันเขียนแผนผังรูปตัววี โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ โจทย์ ตลอดจนเขียนแผนผังรูปตัววีในแต่ละส่วนประกอบ ให้เวลา 15 นาที (P_1, P_2, A_1, A_2, A_3)

6. ครูให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยครูและนักเรียนที่เหลือ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง (P_2, P_3)

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาปัญหาที่พบในใบงาน เรื่อง การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา จากนั้นร่วมกันสรุปความรู้เรื่องแผนผังรูปตัววี ที่ได้เรียนในคาบนี้ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเขียนแผนผังรูปตัววีมากขึ้น (K_1, K_2, K_3, P_2)

สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ เรื่อง แผนผังรูปตัววี
2. แผ่นชาร์ตแผนผังรูปตัววี

ภาระงาน/ ชิ้นงาน

1. แบบฝึกหัด เรื่อง แผนผังรูปตัววี
2. ใบงาน เรื่อง การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. อธิบายความหมายของแผนผังรูปตัววีได้ (K_1) 2. อธิบายส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีได้ (K_2) 3. เขียนแผนผังรูปตัววีในแต่ละส่วนประกอบ เมื่อกำหนดสถานการณ์มาให้ได้ (K_3)	ตรวจจาก แบบฝึกหัด และใบงาน	- แบบฝึกหัด - ใบงาน	ถูกต้อง ร้อยละ 60 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/กระบวนการ 1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P_1) 2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (P_2) 3. สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ (P_3)	- สังเกตจาก การร่วมกิจกรรม การเรียนรู้ รวมถึง การทำกิจกรรมใน แบบฝึกหัด/ ใบงาน - สังเกตจากการ แสดงความคิดเห็น การอภิปราย และ การนำเสนอ	- แบบประเมิน ทักษะ/ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ - แบบสังเกต ทักษะการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูด	คะแนนรวม ร้อยละ 60 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. ใฝ่เรียนรู้ (A_1) 2. มีวินัย (A_2) 3. มุ่งมั่นในการทำงาน (A_3)	สังเกตจากการร่วม กิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงการทำ กิจกรรมใน แบบฝึกหัด/ ใบงาน	แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	ผ่านเกณฑ์ ในระดับดี

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

นักเรียนให้ความสนใจในการเรียนการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหา และร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ตอบคำถาม และแสดงความคิดเห็น จากการตรวจแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถบอกความหมายและส่วนประกอบต่างๆ ของแผนผังรูปตัววีได้ถูกต้อง และจากการทำใบงาน นักเรียนหลายกลุ่มใช้เวลาในการแก้โจทย์ปัญหาค่อนข้างนาน เนื่องจากเป็นวิธีการที่นักเรียนยังไม่คุ้นเคย

ปัญหา/อุปสรรค

- นักเรียนบางส่วนไม่ค่อยเข้าใจการใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะการเขียนแผนผังรูปตัววีในด้านความคิด
- นักเรียนไม่ค่อยกล้าออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ข้อเสนอแนะ

- ครูควรคอยดูแล และให้คำแนะนำกลุ่มนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด โดยอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววี ให้นักเรียนเข้าใจ และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบ พร้อมทั้งให้นักเรียนที่สามารถใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ช่วยอธิบายเพื่อนในกลุ่มและเพื่อนต่างกลุ่มด้วย
- ครูควรเสริมสร้างบรรยากาศความเป็นกันเอง กระตุ้นให้นักเรียนกล้าแสดงออกในการนำเสนอมากขึ้น

ลงชื่อ ผู้สอน

(นางสาวมนนทัย ชาญธัญกรรม)

ใบความรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2
เรื่อง แผนผังรูปตัววี

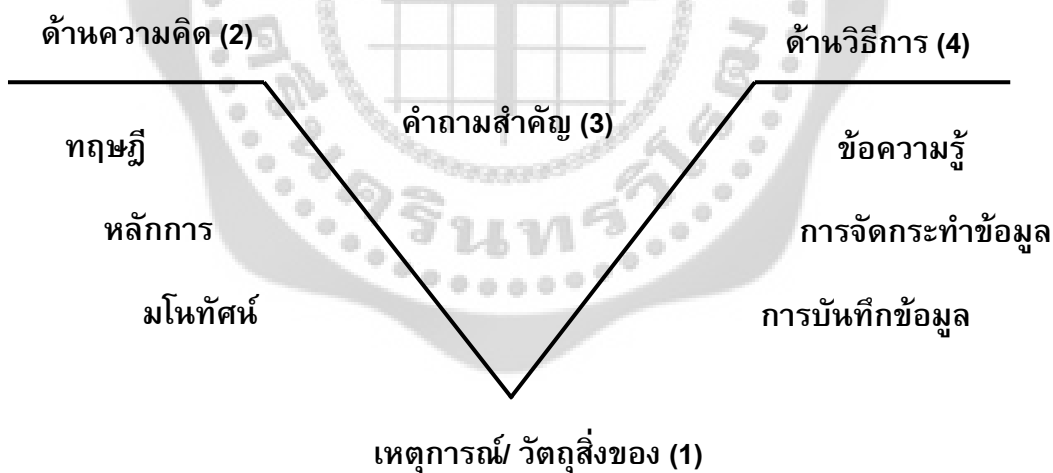
แผนผังรูปตัววี (Vee Diagrams)

ความหมายของแผนผังรูปตัววี

แผนผังรูปตัววี หมายถึง แผนผังที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการ เป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของความรู้และวิธีการที่ทำให้ได้ความรู้หรือคำตอบที่ต้องการ

โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี

โครงสร้างของแผนผังรูปตัววี ประกอบด้วย 4 ส่วน ดังนี้



ส่วนที่ 1 คือ เหตุการณ์/ วัตถุสิ่งของ อยู่ส่วนล่างสุดของแผนผังรูปตัววี เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้

ส่วนที่ 2 คือ ด้านความคิด อยู่ด้านซ้ายมือ ในส่วนนี้ประกอบด้วย

1. มโนทัศน์ คือ ความคิดรวบยอดหลักทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นความคิดเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนรู้มาก่อนและสัมพันธ์กับการแก้โจทย์ปัญหา

2. **หลักการ** คือ ข้อความที่เป็นความจริงใช้อ้างอิงได้ อาจเป็นกฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติต่างๆ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาและสอดคล้องกับโมนทัศน์ โดยชี้แนะถึงรูปแบบหลายๆ วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ

3. **ทฤษฎี** คือ หัวข้อ สาระหลักหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา

การเขียนแผนผังในส่วนของทฤษฎีในที่นี้ ให้พิจารณาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวข้องกับสาระหลักใด ใน 6 สาระ ดังนี้

➤ **จำนวนและการดำเนินการ:** ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้โจทย์เกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

➤ **การวัด:** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้โจทย์เกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

➤ **เรขาคณิต:** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

➤ **พีชคณิต:** แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

➤ **การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น:** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อความถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล ค่ากลางและการกระจายข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

➤ **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ส่วนที่ 3 คือ คำถามสำคัญ อยู่ส่วนกลางของแผนผังรูปตัววี เป็นคำถามที่ทำให้ทราบว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร

ส่วนที่ 4 คือ ด้านวิธีการ อยู่ด้านขวามือ ในส่วนนี้ประกอบด้วย

1. **การบันทึกข้อมูล** คือ การเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

2. **การจัดกระทำข้อมูล** คือ การนำผลการบันทึกข้อมูลมาจัดใหม่ เริ่มจากกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า และเขียนสมการ ดำเนินการแก้โจทย์โดยเลือกใช้วิธีการจากหลักการที่เหมาะสม แล้วคำนวณหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้

3. ข้อความรู้ คือ ผลที่ได้จากการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามสำคัญ หรือคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววี

การเขียนแผนผังรูปตัววี เริ่มจากส่วนล่างสุดของแผนผังรูปตัววี (เหตุการณ์/วัตถุสิ่งของ) ไปยังด้านซ้ายของแผนผังรูปตัววี การเขียนด้านความคิด ให้เขียนจากล่างขึ้นบน โดยเขียนในส่วนของ มโนทัศน์ หลักการ และทฤษฎี ตามลำดับ หลังจากนั้นเขียนส่วนตรงกลางของแผนผังรูปตัววี (คำถามสำคัญ) แล้วจึงเขียนด้านขวาของแผนผังรูปตัววี การเขียนด้านวิธีการ ให้เขียนจากล่างขึ้นบนเช่นเดียวกับด้านความคิด โดยเขียนในส่วนของ การบันทึกข้อมูล การจัดกระทำข้อมูล และข้อความรู้ ตามลำดับ

แผนผังรูปตัววี มีขั้นตอนการเขียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **เหตุการณ์/ วัตถุสิ่งของ**

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ว่าโจทย์ปัญหานี้ ต้องใช้ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้เรียนเรียนรู้มาก่อนเกี่ยวกับเรื่องอะไรบ้างในการแก้ปัญหา แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **มโนทัศน์**

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับข้อความทางคณิตศาสตร์ อาจเป็น หลักการ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติต่างๆ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **หลักการ**

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ในสาระหลักใด แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **ทฤษฎี**

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร แล้วนำมาเขียนเป็นประโยคคำถามในส่วนของ **คำถามสำคัญ**

ขั้นที่ 6 วิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **การบันทึกข้อมูล**

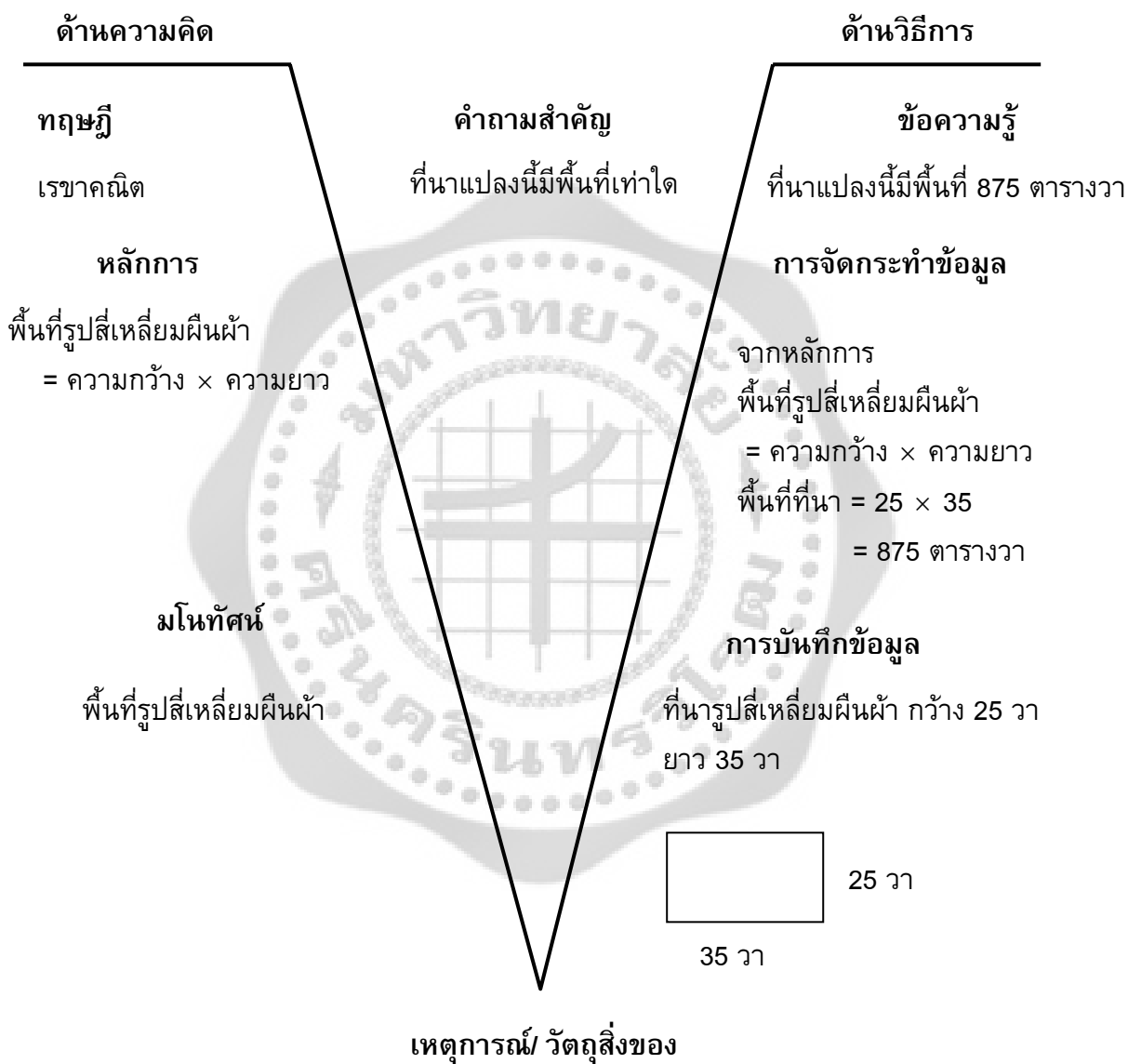
ขั้นที่ 7 วางแผนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา รวมถึงตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยทำการเขียนในส่วนของ **การจัดกระทำข้อมูล**

ขั้นที่ 8 สรุปคำตอบที่ได้ โดยทำการเขียนในส่วนของ **ข้อความรู้**

ตัวอย่างของแผนผังรูปตัววี

ตัวอย่างที่ 1

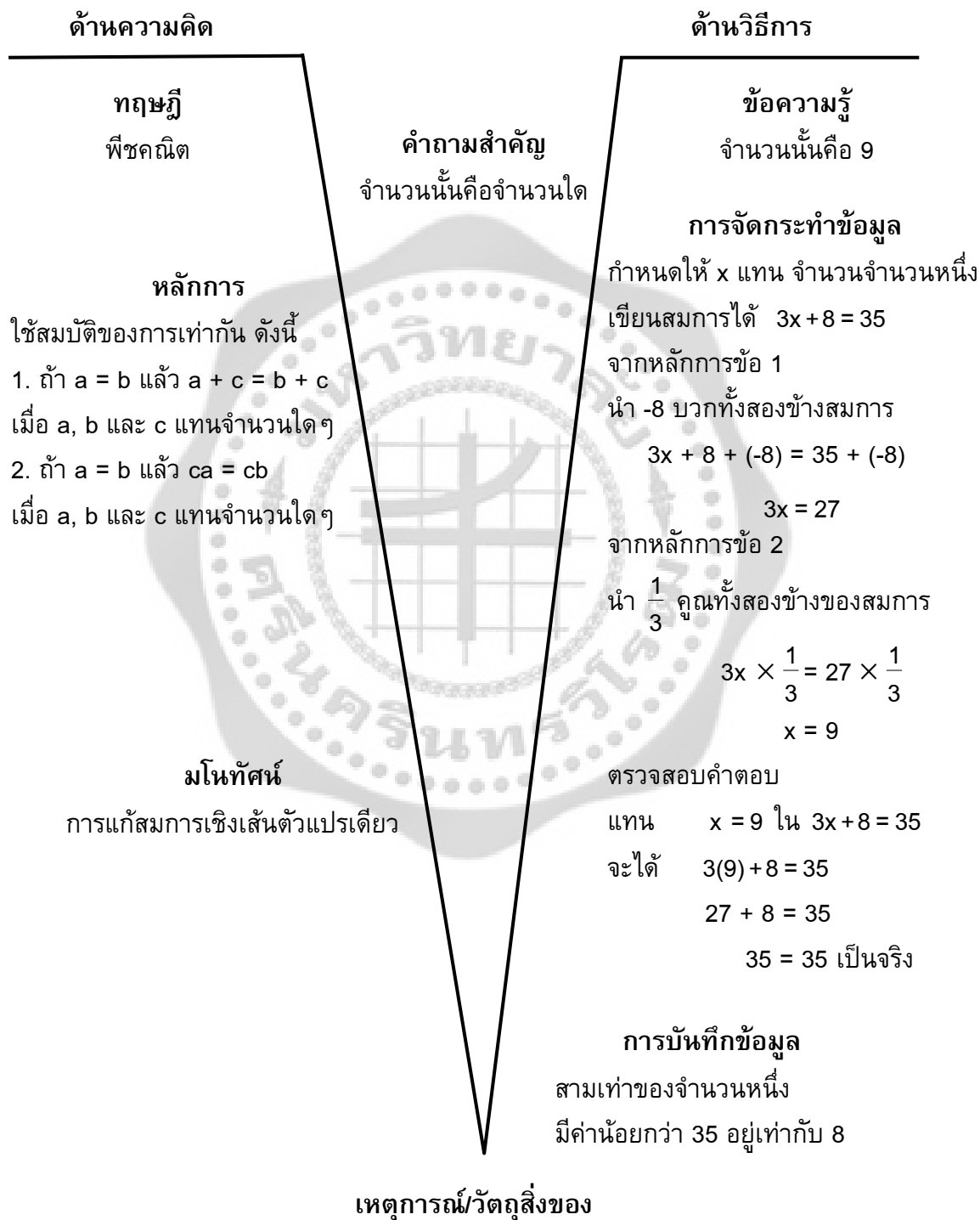
ที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 25 วา ยาว 35 วา ที่นาแปลงนี้มีพื้นที่เท่าใด



ที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 25 วา ยาว 35 วา ที่นาแปลงนี้มีพื้นที่เท่าใด

ตัวอย่างที่ 2

สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง มีค่าน้อยกว่า 35 อยู่เท่ากับ 8 จงหาจำนวนนั้น



แบบฝึกหัด

เรื่อง แผนผังรูปตัววี

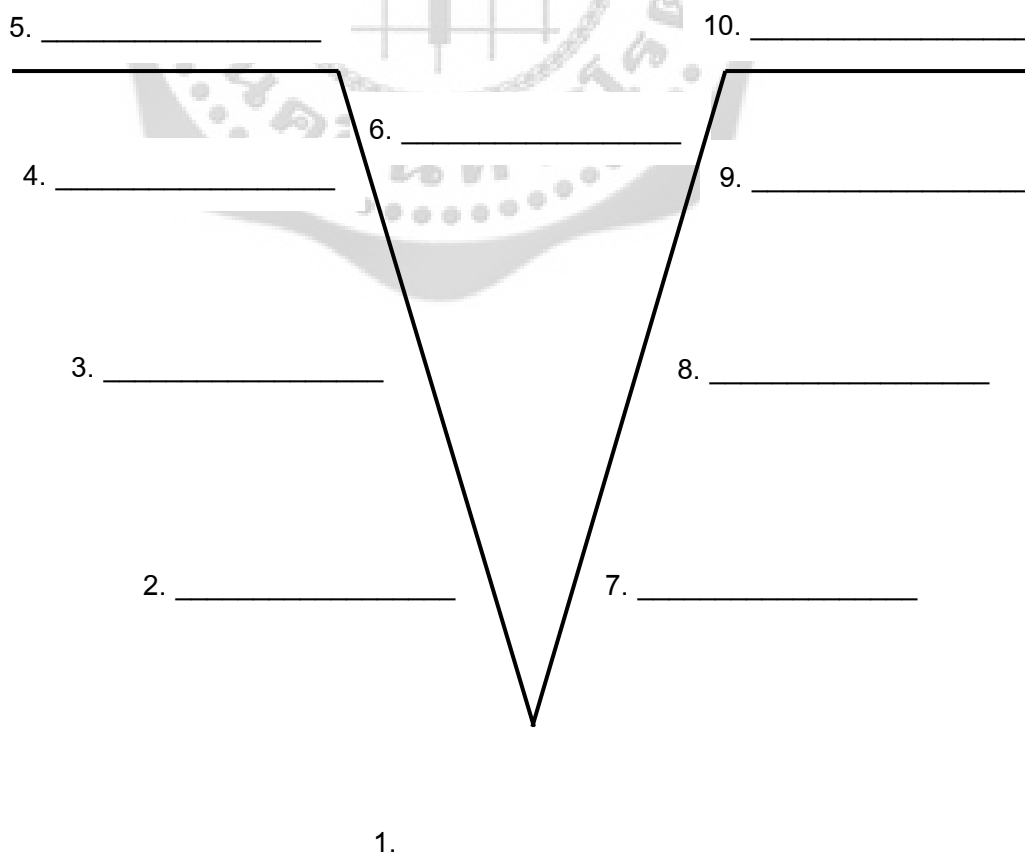
ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. แผนผังรูปตัววี หมายถึง

2. เติมส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววี จากคำที่กำหนดให้ต่อไปนี้

มโนทัศน์	การจัดกระทำข้อมูล	การบันทึกข้อมูล	ด้านวิธีการ	หลักการ
คำถามสำคัญ	เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ	ด้านความคิด	ข้อความรู้	ทฤษฎี



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2
เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน เวลา 1 คาบ

สาระที่ 4 : พีชคณิต

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและการนำไปใช้ได้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 4.2 ม.1/2 เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย

ค 4.2 ม.1/3 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ค 6.1 ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร และสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

สาระสำคัญ

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้กล่าวถึงการหาค่าของเงินหรือจำนวนเงิน โดยกำหนดความสัมพันธ์ต่างๆ เกี่ยวกับเงินมาให้ แล้วให้หาจำนวนเงินที่มีอยู่เดิม หรือจำนวนเงินที่ต้องการทราบ ส่วนใหญ่มักมีการกำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทน จำนวนเงินที่ไม่ทราบค่า ซึ่งสามารถใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **เหตุการณ์/วัตถุสิ่งของ**

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ว่าโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน ใช้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **โมนทัศน์**

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน เกี่ยวข้องกับหลักการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ในการหาคำตอบ ดังนี้

1. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ
2. ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ

แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **หลักการ**

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ในสาระพีชคณิต จึงนำมาเขียนในส่วนของ **ทฤษฎี**

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร แล้วนำมาเขียนเป็นประโยคคำถามในส่วนของ **คำถามสำคัญ**

ขั้นที่ 6 วิเคราะห์โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง แล้วนำมาเขียนในส่วนของ **การบันทึกข้อมูล**

ขั้นที่ 7 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนและเขียนสมการ ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยทำการเขียนในส่วนของ **การจัดกระทำข้อมูล**

ขั้นที่ 8 สรุปคำตอบที่ได้ โดยทำการเขียนในส่วนของ **ข้อความรู้**

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ (K)

1. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้ (K_1)
2. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน และตรวจสอบคำตอบที่ได้ (K_2)
3. ใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้ (K_3)

ด้านทักษะ/ กระบวนการ : นักเรียนสามารถ (P)

1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P_1)
2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (P_2)
3. สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ (P_3)

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน (A)

1. ใฝ่เรียนรู้ (A_1)
2. มีวินัย (A_2)
3. มุ่งมั่นในการทำงาน (A_3)

สาระการเรียนรู้

1. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน
2. การใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน

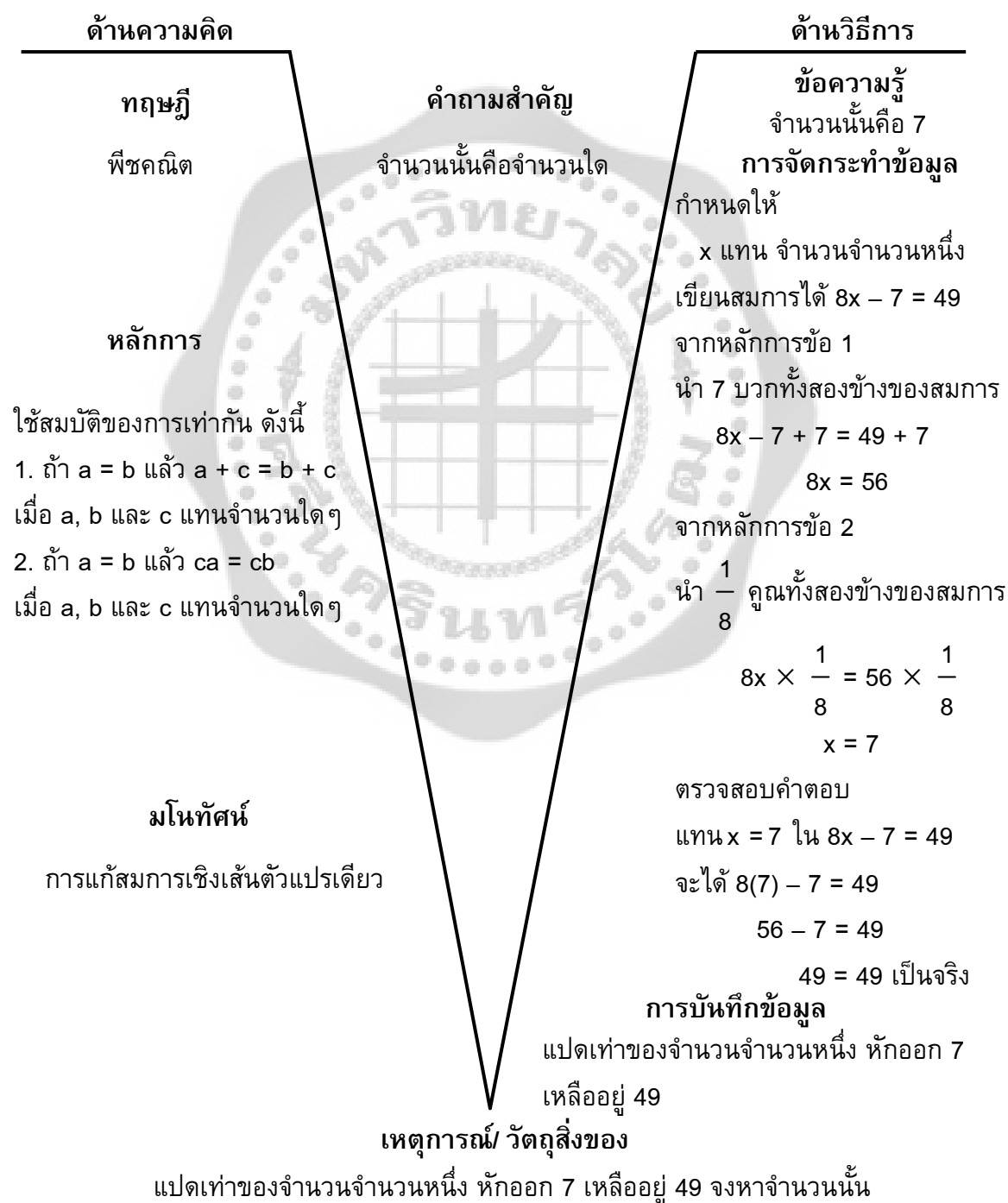
กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนการใช้แผนผังรูปตัววี ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับจำนวน โดยยกตัวอย่างโจทย์ปัญหา แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบ (P_1, A_1)

แปดเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง หักออก 7 เหลืออยู่ 49 จงหาจำนวนนั้น

เขียนแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนได้ ดังนี้



ชั้นสอน (40 นาที)

1. ครูอธิบายพร้อมยกตัวอย่าง การใช้แผนผังรูปตัววี ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน ที่ละขั้นตอน ดังนี้ ($K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, A_1$)

โจทย์ปัญหาที่ 1

แม่ให้เงินก้อยและกุ้งคนละเท่าๆ กัน ยังเหลือเงินอีก 30 บาท ถ้าเดิมแม่มีเงิน 290 บาท แม่ให้เงินลูกๆ คนละเท่าใด

ขั้นที่ 1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาพร้อมกัน แล้วเขียนโจทย์ในส่วนของเหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ (เหตุการณ์/ วัตถุประสงค์ของ: แม่ให้เงินก้อยและกุ้งคนละเท่าๆ กัน ยังเหลือเงินอีก 30 บาท ถ้าเดิมแม่มีเงิน 290 บาท แม่ให้เงินลูกๆ คนละเท่าใด)

ขั้นที่ 2 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ว่า โจทย์ปัญหานี้ ใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่องอะไรบ้างในการแก้ปัญห แล้วนำมาเขียนในส่วนของมโนทัศน์ (มโนทัศน์: การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

ขั้นที่ 3 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับหลักการทางคณิตศาสตร์ใด แล้วนำมาเขียนในส่วนของหลักการ (หลักการ: ใช้สมบัติของการเท่ากัน ในการหาคำตอบ ดังนี้

1. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ
2. ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ว่าในการแก้โจทย์ปัญหานี้ เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ในสาระใด แล้วนำมาเขียนในส่วนของทฤษฎี (ทฤษฎี: พีชคณิต)

ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร แล้วนำมาเขียนเป็นประโยคคำถามในส่วนของคำถามสำคัญ (คำถามสำคัญ: แม่ให้เงินก้อยและกุ้งคนละเท่าใด)

ขั้นที่ 6 ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง แล้วนำมาเขียนในส่วนของการบินที่ข้อมูล (การบินที่ข้อมูล: แม่ให้เงินก้อยและกุ้งคนละเท่าๆ กัน ยังเหลือเงินอีก 30 บาท ถ้าเดิมแม่มีเงิน 290 บาท)

ขั้นที่ 7 ให้นักเรียนช่วยกันกำหนดตัวแปรแทนจำนวนและเขียนสมการ ดำเนินการแก้ปัญห โดยใช้หลักการข้อใด และสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ได้อย่างไร โดยทำการเขียนในส่วนของการจัดกระทำข้อมูล

(การจัดกระทำข้อมูล: กำหนดให้ x แทน จำนวนเงินที่แม่ให้ก้อยกับกุ้ง

เขียนสมการได้ $2x + 30 = 290$

จากหลักการข้อ 1 นำ -30 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2x + 30 + (-30) = 290 + (-30)$$

$$2x = 260$$

จากหลักการข้อ 2 นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2x \times \frac{1}{2} = 260 \times \frac{1}{2}$$

$$x = 130$$

ตรวจสอบคำตอบ

แทน $x = 130$ ใน $2x + 30 = 290$

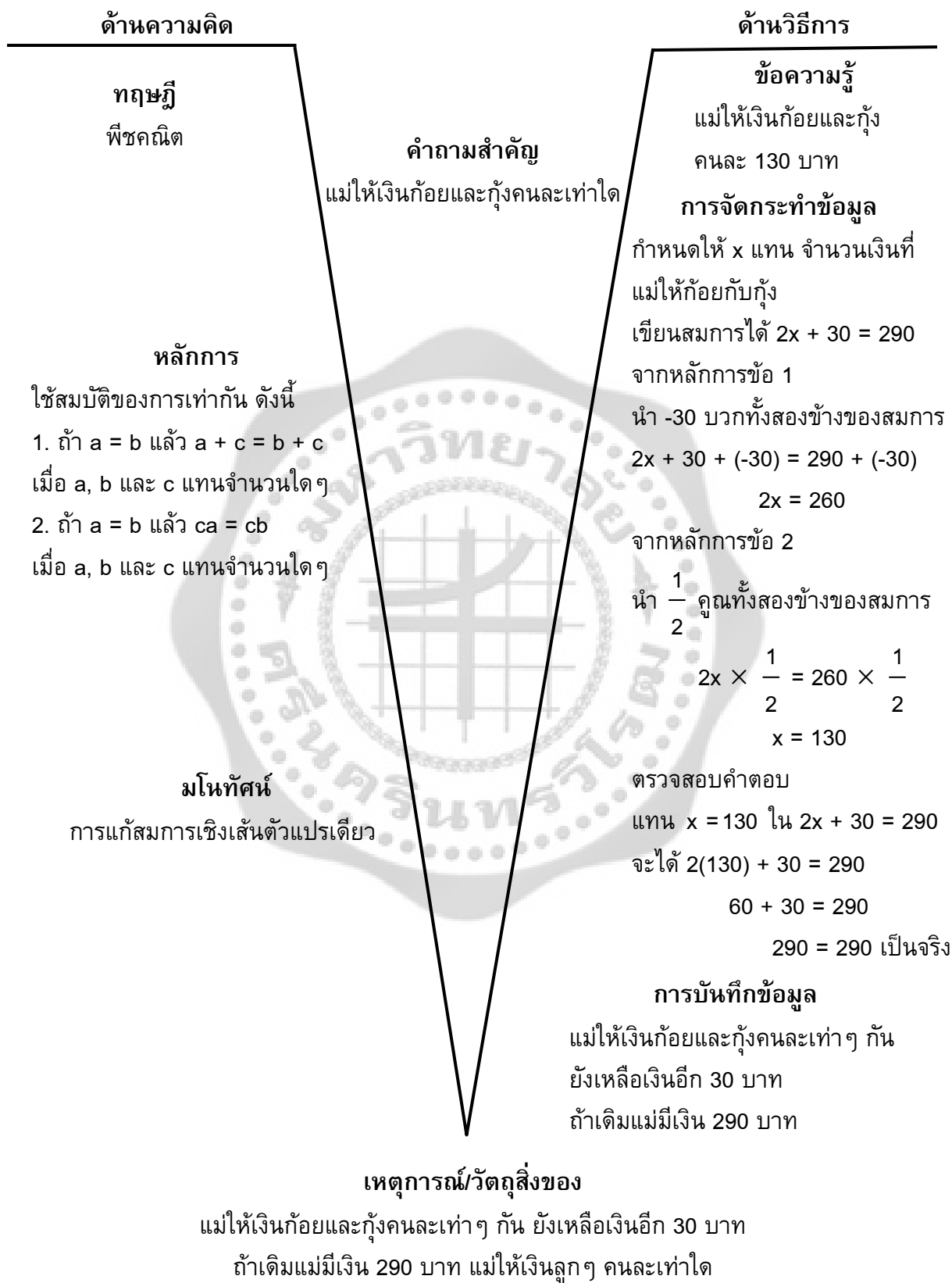
จะได้ $2(130) + 30 = 290$

$$260 + 30 = 290$$

$$290 = 290 \text{ เป็นจริง)$$

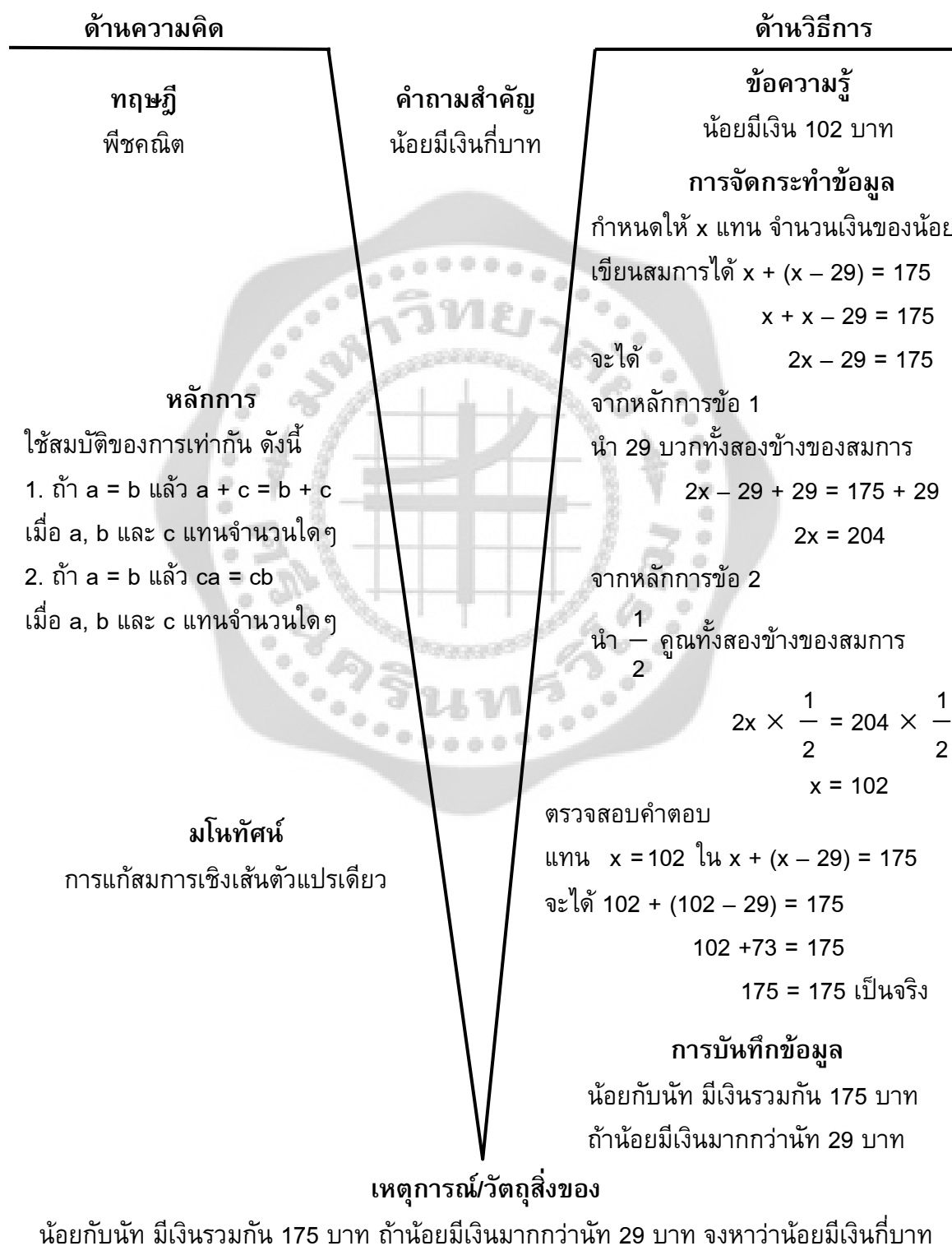
ขั้นที่ 8 ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคำตอบที่ได้ โดยทำการเขียนในส่วนของข้อความรู้
(ข้อความรู้: แม่ให้เงินก้อยและกุ้งคนละ 130 บาท)

สามารถเขียนแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้ ดังนี้



1. ครูยกตัวอย่างโดยติดแถบโจทย์ปัญหาที่ 2 บนกระดานดำให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ หลังจากนั้นส่งตัวแทนออกมาเขียนแผนผังรูปตัววี พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดหน้าชั้นเรียนได้ ดังนี้
($K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3, A_1$)

น้อยกับนัท มีเงินรวมกัน 175 บาท ถ้าน้อยมีเงินมากกว่านัท 29 บาท จงหาว่าน้อยมีเงินกี่บาท



2. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มกลุ่มละ 3-4 คน โดยคณะกรรมการ เด็กเรียนเก่ง เด็กเรียนปานกลาง และเด็กเรียนอ่อน หลังจากนั้นแจกใบกิจกรรม เรื่อง มีเงินเท่าใด ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันเขียนแผนผังรูปตัววีในการหาคำตอบ โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำกลุ่มที่ต้องการความช่วยเหลือ เป็นเวลา 10 นาที ($K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3$)

3. ครูให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดของกลุ่มหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ (P_2, P_3)

4. ครูแจกใบงาน เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน ให้นักเรียนทุกคน โดยครูคอยดูแลและให้คำแนะนำนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ เป็นเวลา 10 นาที ($K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, P_3, A_1, A_2$)

5. ครูให้นักเรียนที่สมัครใจออกมานำเสนอแนวคิดของตน โดยครูและเพื่อน ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ หลังจากนั้นรวบรวมใบงานส่งครูทุกคน (P_2, P_3)

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่าง ความเหมาะสมของวิธีการ และคำตอบที่ได้จากการทำใบกิจกรรม/ ใบงาน โดยใช้แผนผังรูปตัววี ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน พร้อมทั้งสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาในคาบนี้ หลังจากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดทักษะ 2 เป็นการบ้าน ($K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, A_1, A_2$)

สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้

1. แถบตัวอย่างโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน
2. แผ่นชาร์ตแผนผังรูปตัววี

ภาระงาน/ ชิ้นงาน

1. ใบกิจกรรม เรื่อง มีเงินเท่าใด
2. ใบงาน เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน
3. แบบฝึกหัดทักษะ 2

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้ (K_1) 2. แก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน และตรวจสอบคำตอบที่ได้ (K_2) 3. ใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้ (K_3)	ตรวจจาก ใบกิจกรรม/ ใบงาน	- ใบกิจกรรม - ใบงาน	ถูกต้อง ร้อยละ 60
ด้านทักษะ/กระบวนการ 1. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (P_1) 2. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (P_2) 3. สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ (P_3)	- สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงการทำกิจกรรมในใบกิจกรรม/ ใบงาน/ แบบฝึกหัดทักษะ 2 - สังเกตจากการแสดงความคิดเห็น การอภิปราย และการนำเสนอ	- แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ - แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูดและการเขียน	คะแนนรวม ร้อยละ 60 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. ใฝ่เรียนรู้ (A_1) 2. มีวินัย (A_2) 3. มุ่งมั่นในการทำงาน (A_3)	สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงการทำกิจกรรมในใบกิจกรรม/ ใบงาน/ แบบฝึกหัดทักษะ 2	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	ผ่านเกณฑ์ ในระดับดี

บันทึกหลังสอน

ผลการสอน

นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ช่วยกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ตอบคำถาม แสดงความคิดเห็น และสามารถใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินได้จากการตรวจใบงาน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่ยังมีขาดความครบถ้วนในส่วนประกอบต่างๆ ของแผนผังรูปตัววี และคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนบางคนยังไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60

ปัญหา/ อุปสรรค

- นักเรียนบางกลุ่มยังทำงานเป็นกลุ่มได้ไม่ดีเท่าที่ควร ขาดความร่วมมือในการทำงาน
- นักเรียนไม่ค่อยพูดหรือเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

ข้อเสนอแนะ

- ครูควรแนะนำในการทำงานกลุ่ม นักเรียนควรมีการวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบ และแบ่งหน้าที่กันรับผิดชอบ รวมทั้งส่งเสริมให้มีกิจกรรมการทำงานเป็นกลุ่มมากขึ้น
- ครูควรอธิบายให้นักเรียนได้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิด และด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววี จากการเขียนหลักการในด้านความคิดที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละขั้นในด้านวิธีการ เพื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ลงชื่อ ผู้สอน

(นางสาวมนททัย ชาญธัญกรรม)



“มีเงินเท่าใด”

ชื่อ 1. เลขที่ 2. เลขที่
3. เลขที่ 4. เลขที่

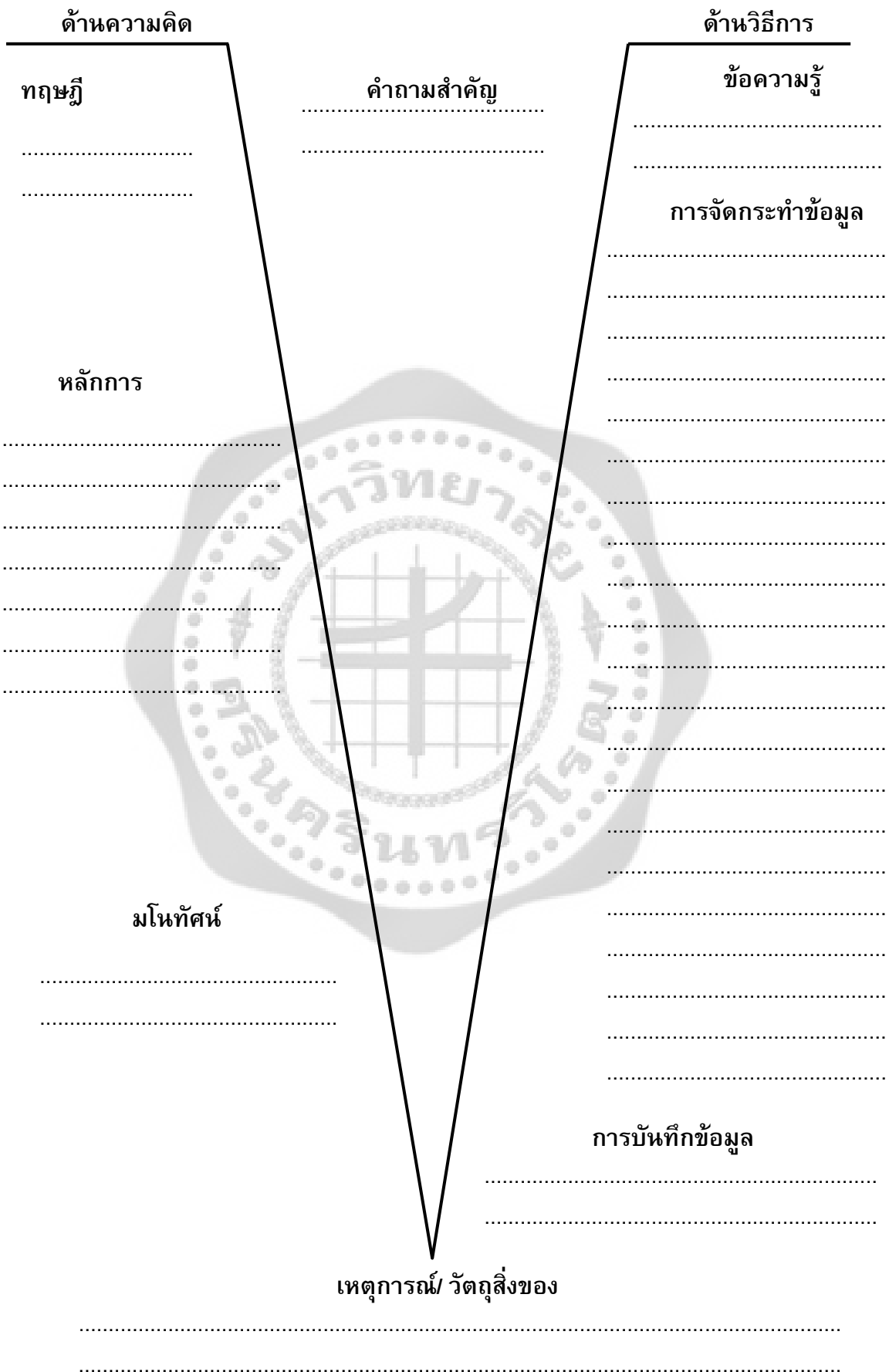
คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้แผนผังรูปตัววีในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้







แนนซี่มีเงินฝากธนาคารมากกว่าลินลีอยู่ 290 บาท ถ้านำเงินของทั้งสองมารวมกันแล้ว
ได้ 1,250 บาท จงหาจำนวนเงินฝากธนาคารของแต่ละคน



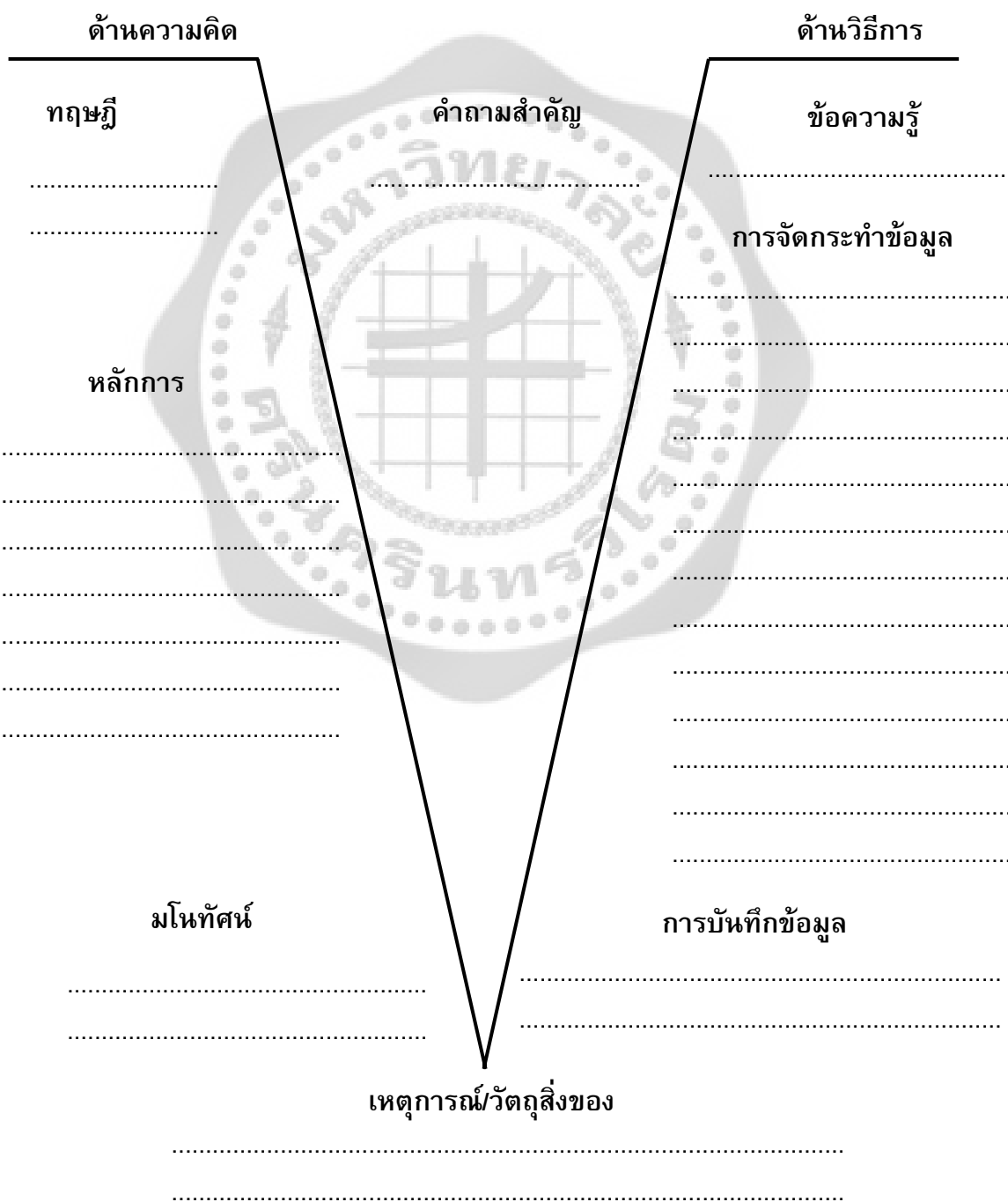
ใบงาน

เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงิน

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้แผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินต่อไปนี้

อาแปามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง นำไปซื้อ CD เพลง 129 บาท และซื้อหนังสือการ์ตูน 225 บาท
ปรากฏว่าเงินยังเหลืออีก 446 บาท เดิมอาแปามีเงินกี่บาท



แบบฝึกหัดทักษะ 2

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเงินต่อไปนี้

1. สามเท่าของเงินเดือนก๊ีบเก้ มากกว่าเงินเดือนตุ้ยน้อยอยู่ 400 บาท ถ้าตุ้ยน้อยมีเงินเดือน 12,500 บาท จงหาว่าก๊ีบเก้มีเงินเดือนเท่าใด

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

การวางแผนและแก้ปัญห

กำหนดให้

เขียนสมการได้

ตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

2. ปู่แบ่งเงิน 720 บาท ให้กับอ้นและออย โดยให้อ้นได้เป็น 3 เท่าของออย จงหาว่าแต่ละคนจะได้รับเงินเท่าใด

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....



ลองมาทำแบบฝึกหัดกันนะเพื่อนๆ

แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน												รวม	
		การแก้ปัญหา				การให้เหตุผล				การสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ					
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0		
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															

ลงชื่อ ผู้ประเมิน
(นางสาวมณฑัย ชาญ์ญกรรรม)

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การแก้ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
2/ ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการแก้ปัญหา
1/ พอใช้	ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการแก้ปัญหาได้บางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

2. การให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ
2/ ดี	คำตอบถูกต้องบางส่วน มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน
1/ พอใช้	คำตอบไม่ถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยของการคิดหาคำตอบ

3. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้แผนผังรูปตัววีตามลำดับขั้นตอน ชัดเจนและมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
2/ ดี	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเป็นบางส่วนนำเสนอโดยใช้แผนผังรูปตัววีตามลำดับขั้นตอนถูกต้อง แต่ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
1/ พอใช้	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้แผนผังรูปตัววีไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน มีรายละเอียดบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการนำเสนอ

การแปลผล ใช้เกณฑ์ ดังนี้

- คะแนน 8-9 หมายถึง ดีมาก
- คะแนน 6-7 หมายถึง ดี
- คะแนน 4-5 หมายถึง ปานกลาง
- คะแนน 0-3 หมายถึง ควรปรับปรุง



แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน												รวม
		ใฝ่เรียนรู้				มีวินัย				มุ่งมั่น ในการทำงาน				
		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(นางสาวนนททัย ชาญธัญกรรม)

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ใฝ่เรียนรู้

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ เป็นประจำ
2/ ดี	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ บ่อยครั้ง
1/ พอใช้	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ เป็นบางครั้ง
0/ ควรปรับปรุง	ไม่ตั้งใจเรียน

2. มีวินัย

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	ตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ และรับผิดชอบในงานทุกครั้ง
2/ ดี	ตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ และรับผิดชอบในงานบ่อยครั้ง
1/ พอใช้	ตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ และรับผิดชอบในงานเป็นบางครั้ง
0/ ควรปรับปรุง	ไม่ตรงต่อเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ และไม่รับผิดชอบในงาน

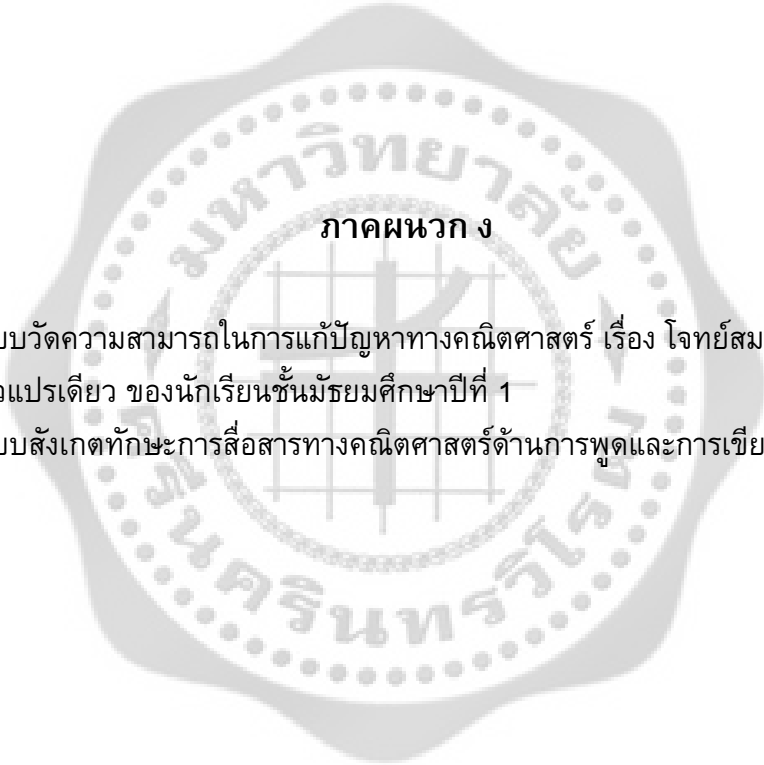
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จลุล่วง มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นด้วยตนเอง
2/ ดี	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จลุล่วง มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น
1/ พอใช้	ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จลุล่วง
0/ ควรปรับปรุง	ไม่ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่มที่ได้รับมอบหมาย

การแปลผล ใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน 8-9	หมายถึง ดีมาก
คะแนน 6-7	หมายถึง ดี
คะแนน 4-5	หมายถึง ปานกลาง
คะแนน 0-3	หมายถึง ควรปรับปรุง





ภาคผนวก ก

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
- แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและการเขียน

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. แบบวัดฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จาก การจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนผังรูปตัววีที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะสื่อสารทางคณิตศาสตร์
3. ข้อสอบทุกข้อมีเกณฑ์การให้คะแนน (ข้อละ 10 คะแนน)
4. ให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ พร้อมทั้งแสดง เหตุผลอย่างละเอียดและชัดเจน

เกณฑ์การให้คะแนน

ความเข้าใจในปัญหา

- ให้ 2 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้อง ทั้งหมด
- ให้ 1 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ถูกต้อง บางส่วน
- ให้ 0 คะแนน เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนแสดงความเข้าใจในปัญหา

การวางแผนและแก้ปัญหา

- ให้ 4 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการ และแสดงวิธีการแก้สมการชัดเจน ถูกต้อง และครบถ้วน
- ให้ 3 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้อง แต่แสดงวิธีการแก้สมการ ไม่ชัดเจน ถูกต้องบางส่วน
- ให้ 2 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้อง แต่แสดงวิธีการแก้สมการ ไม่ถูกต้อง
- ให้ 1 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการถูกต้องบางส่วน แต่แสดงวิธีการแก้สมการ ไม่ถูกต้อง
- ให้ 0 คะแนน เมื่อมีการกำหนดตัวแปร เขียนสมการ และแสดงวิธีการแก้สมการ ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา

คำตอบที่ได้

ให้ 2 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ชัดเจน ถูกต้อง และครบถ้วน

ให้ 1 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง และครบบางส่วน

ให้ 0 คะแนน เมื่อสรุปคำตอบที่ได้ผิด หรือไม่มีการเขียนคำตอบ

การตรวจสอบคำตอบ

ให้ 2 คะแนน เมื่อแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ชัดเจน ถูกต้อง และครบถ้วน

ให้ 1 คะแนน เมื่อแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบไม่ชัดเจน ถูกต้องบางส่วน

ให้ 0 คะแนน เมื่อตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตรวจสอบคำตอบ



ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อ 1. สี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 17 มีค่าเท่ากับ 96 จงหาจำนวนนั้น

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อ 2. มอสมี่เงินในระปุกออมสิน 720 บาท เป็นเหรียญสิบ 25 เหรียญ ที่เหลือเป็นเหรียญห้า จงหาว่ามอสมี่เหรียญห้าทั้งหมดกี่เหรียญ และคิดเป็นเงินกี่บาท

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

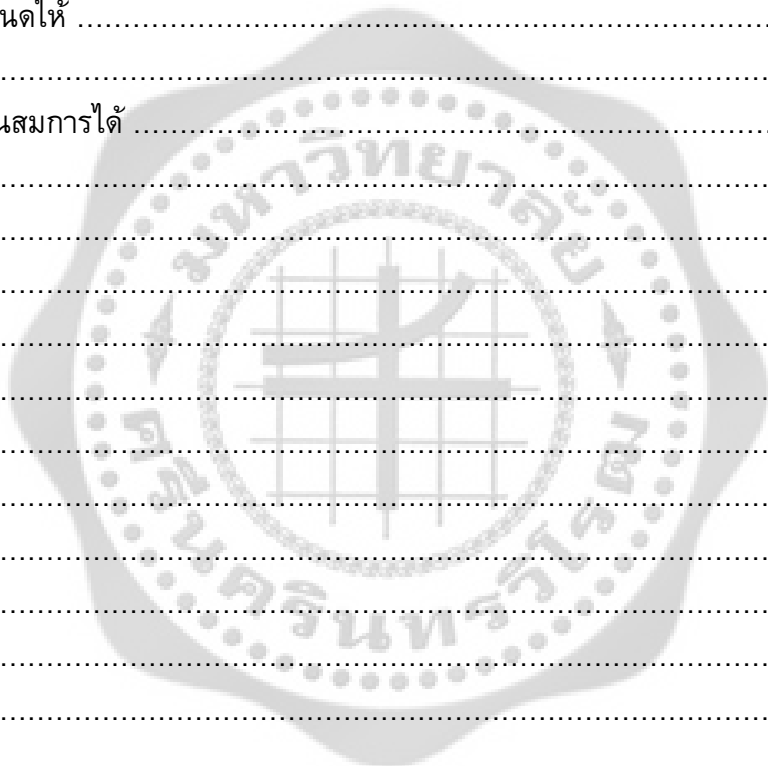
.....

.....

.....

.....

.....



ข้อ 3. แก้วมีอายุแก่กว่ากล้า 5 ปี อีก 7 ปีข้างหน้า แก้วและกล้าจะมีอายุรวมกันได้ 93 ปี
ปัจจุบันแต่ละคนมีอายุกี่ปี

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

.....

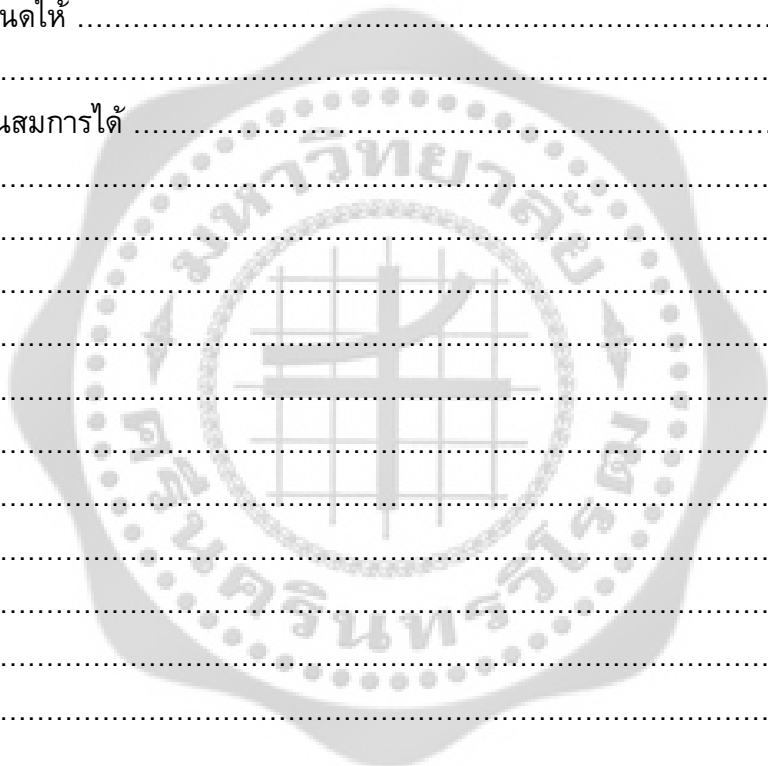
.....

.....

.....

.....

.....



ข้อ 4. ส้มโอแบ่งลูกอมให้เพื่อน $\frac{3}{4}$ ของลูกอมที่มีอยู่ ถ้ายังเหลือลูกอม 18 เม็ด จงหาว่า
เดิมส้มโอมีลูกอมกี่เม็ด

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อ 5. ตึกกัณฑ์วัดความยาวรอบห้องประชุมได้ 62 เมตร ถ้าห้องประชุมกว้าง 15 เมตร
ห้องประชุมมีความยาวเท่าใด

ความเข้าใจในปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

.....

การวางแผนและแก้ปัญหา

กำหนดให้

.....

เขียนสมการได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

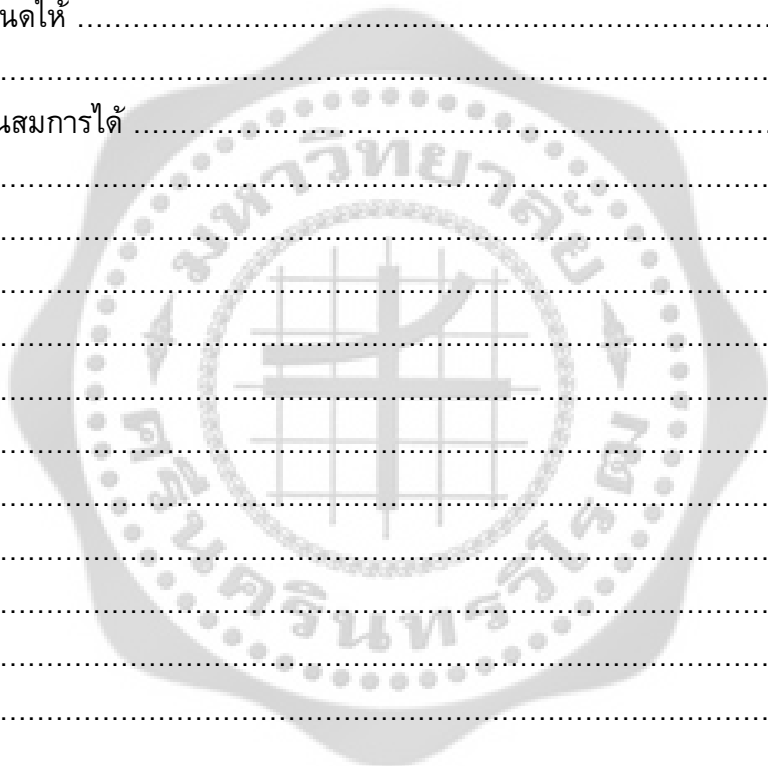
ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....



แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. การพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบ													
2. การพูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์													
3. การพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
4. การพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
5. การพูดสรุปคำตอบที่ได้													
รวม													

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. การพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีอย่างชัดเจน
2/ ดี	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจน เป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายแนวคิดของตนในการหาคำตอบให้ผู้อื่นเข้าใจ

2. การพูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

3. การพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน และถูกต้องทั้งหมด
2/ ดี	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน แต่ถูกต้องเป็นบางส่วน หรือครบเป็นบางส่วน แต่ถูกต้องทั้งหมด
1/ พอใช้	พูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาครบ และถูกต้องเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

4. การพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน และครบถ้วน
2/ ดี	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาชัดเจน และครบเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

5. การพูดสรุปคำตอบที่ได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน
2/ ดี	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และไม่ครบถ้วน
0/ ควรปรับปรุง	พูดสรุปคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการพูดสรุปคำตอบที่ได้

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ชื่อ นามสกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. การเขียนอธิบายแนวคิดของตน ในการหาคำตอบ													
2. การเขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์ และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์													
3. การเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบ ของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
4. การเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผัง รูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา													
5. การเขียนสรุปคำตอบที่ได้													
รวม													

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. การเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีอย่างชัดเจน
2/ ดี	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนการเขียนแผนผังรูปตัววีชัดเจนเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ

2. การเขียนอธิบาย โดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนอธิบายโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการเขียนโดยใช้ภาษา สัญลักษณ์และเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

3. การเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน และถูกต้องทั้งหมด
2/ ดี	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน แต่ถูกต้องเป็นบางส่วน หรือครบเป็นบางส่วน แต่ถูกต้องทั้งหมด
1/ พอใช้	เขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาครบ และถูกต้องเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายแต่ละส่วนประกอบของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

4. การเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน และครบถ้วน
2/ ดี	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหาชัดเจน และครบเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านความคิดและด้านวิธีการของแผนผังรูปตัววีในการแก้โจทย์ปัญหา

5. การเขียนสรุปคำตอบที่ได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน
2/ ดี	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล แต่ครบเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และไม่ครบถ้วน
0/ ควรปรับปรุง	เขียนสรุปคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนสรุปคำตอบที่ได้



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ผู้เชี่ยวชาญตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แผนผังรูปตัววี แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร. เกษมสุข อุงจิตต์ตระกูล
ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก
2. อาจารย์มัลย์ ชัยปรารภนา
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนพิบูลประชาสรรค์ กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์พรทิพย์ บุษบากรกุล
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนเทศบาล ๔ (วัดบำรุงธรรม) จังหวัดสระบุรี





ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวมณฑัย ชาญัญญกรรม
วันเดือนปีเกิด	1 กุมภาพันธ์ 2526
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดสิงห์บุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	873/13 ถนนพระราม 3 แขวงบางโพงพาง เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร 10120
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ.1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนวัดช่องลม เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนนครสวรรค์ อำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์
พ.ศ. 2548	วิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยนเรศวร
พ.ศ. 2549	ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาวิชาทางการสอน จากมหาวิทยาลัยนเรศวร
พ.ศ. 2554	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ